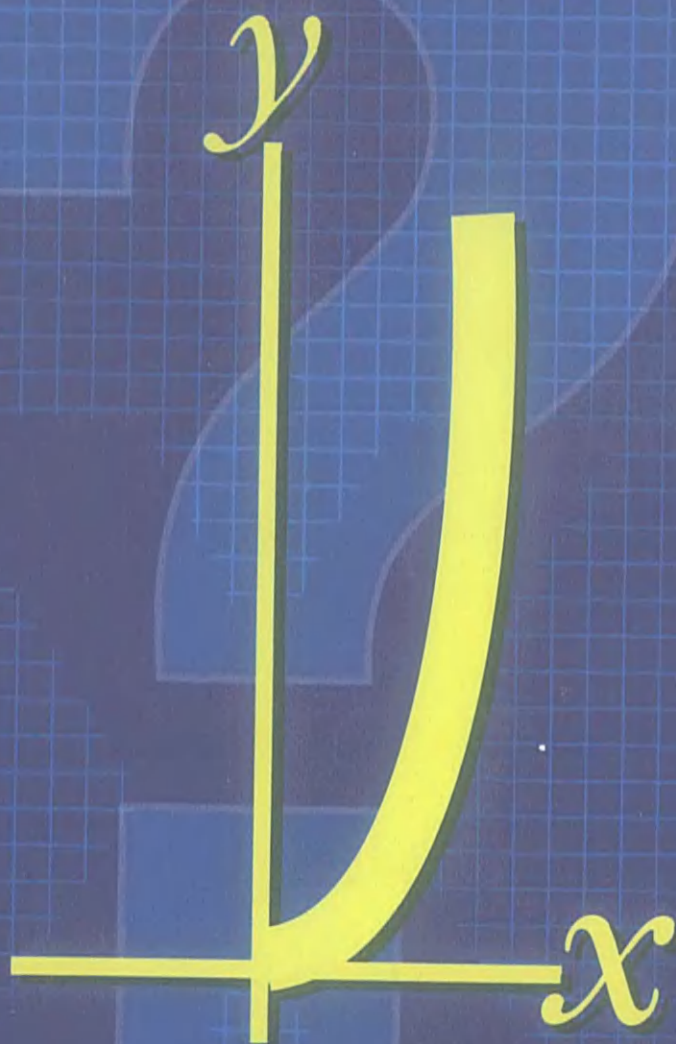


Н. М. ШУНДА

ЗБІРНИК ЗАДАЧ

з алгебри

для 7-9
класів



Н. М. ШУНДА

ЗБІРНИК ЗАДАЧ

з алгебри

для 7-9
КЛАСІВ

Рекомендовано Міністерством
освіти і науки України

Київ
"Техніка"
2003

ББК 22.14я72

Ш95

УДК 512.1(075.3)

Гриф надано Міністерством освіти і науки України
згідно з листом № 1/11-4031 від 06.12.2002 р.

Рецензенти: *О. І. Матяш*, канд. пед. наук, доцент; *В. А. Ясінський*, засл. учитель України, ст. викладач (Вінницький державний педагогічний університет ім. М. М. Коцюбинського)

Шунда Н. М.

Ш95 Збірник задач з алгебри для 7–9 класів: Навч. посібник. – К.: Техніка, 2003. – 416 с.

ISBN 966-575-099-2

Розглянуто широкий спектр задач і вправ до всіх тем чинної програми з алгебри для 7–9 класів. Завдання мають декілька рівнів складності, що дає змогу вчителю здійснювати індивідуальний підхід до навчання учнів. Збірник містить також чимало завдань творчого й узагальнюючого характеру, які можна ефективно використовувати на уроках, факультативних заняттях та у позакласній роботі.

Для учнів загальноосвітніх навчальних закладів, шкіл (класів) з поглибленим вивченням математики.

ББК 22.14я72

Навчальне видання

Шунда Никифор Миколайович

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З АЛГЕБРИ ДЛЯ 7–9 КЛАСІВ

Редактор *Л. Ю. Степанчук*; оформлення художника *В. О. Гурлева*;
художній редактор *С. В. Аштенков*; комп'ютерна верстка *М. А. Піхоти*;
коректор *І. В. Іванюк*

Підписано до друку 03.01.2003. Формат 84×108 1/32. Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Умов. друк. арк. 21,84. Обл.-вид. арк. 23,81. Наклад 5000 прим. Зам. № 3-24

Видавництво "Техніка" 04053 Київ, вул. Обсерваторна, 25.

Свідчення про внесення до Державного реєстру України суб'єктів видавничої справи ДК № 357 від 12.03.2001 р.

Віддруковано на Білоцерківській книжковій фабриці
09117 Біла Церква, вул. Леся Курбаса, 4.

ISBN 966-575-099-2

© Шунда Н. М., 2003

ПЕРЕДМОВА

Розв'язування задач – одна з основних активних форм навчання учнів математики. Саме розв'язуючи задачі, учні поглиблено засвоюють програмний теоретичний матеріал, знайомляться з новими закономірностями; задачі допомагають їм по-новому поглянути на вже відомі факти, сприяють самостійному здобуттю міцних знань.

У процесі розв'язування математичних вправ і задач в учнів формується особливий стиль мислення: повноцінність аргументації, кмітливості, додержання логічної схеми міркувань, лаконічність вираження думок, чіткість і точність у вживанні термінів та символічних позначень.

“Що означає оволодіти математикою? – писав відомий педагог-математик Д. Пойа. – Це, насамперед, навчитися розв'язувати задачі, причому не тільки стандартні, але й такі, що потребують певного належного мислення, здорового глузду, оригінальності, винахідливості”. Саме тому, згідно з програмою, на розв'язування задач відводиться значна частина навчального часу. Успіх у засвоєнні учнями шкільного курсу математики багато в чому залежить від того, наскільки вдалою є обрана вчителем система вправ і задач, як повно вона відображає зміст того чи іншого розділу програми і, зрозуміло, від того, як дидактично забезпечений курс.

Пропонований збірник написано відповідно до чинної програми з алгебри для 7–9 класів. У ньому вміщено значну кількість вправ і задач, які можуть бути використані під час пояснення нового матеріалу, для домашніх завдань, самостійних і контрольних робіт, факультативних і гурткових занять. Подаються, зокрема, задачі, які допоможуть учням підготуватися до шкільних та районних олімпіад.

У IV розділі програми для 9 класу вміщено задачі, які можуть бути використані випускниками 11 класів під час підготовки до конкурсних екзаменів з математики у вищі навчальні заклади III–IV рівнів акредитації.

Задачі до всіх розділів підібрано так, щоб у процесі їх розв'язування активно застосовувався раніше вивчений матеріал, а також могли бути помічені деякі важливі закономірності, що лише згодом знайдуть строге теоретичне обґрунтування.

Для зручності пошуку відповідей усі завдання для 7 класу пронумеровано з індексом 1 (1.1–1.637), для 8 класу – з індексом 2 (2.1–2.652), для 9 класу – з індексом 3 (3.1–3.811).

На закінчення зауважимо, що ефективність розв'язування математичних задач значною мірою залежить від творчої активності учнів. Тому задачі у пропонованому збірнику підібрано так, щоб кожен учень зміг відчути себе здатним засвоїти програмний матеріал.

§ 1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

1.1. Знайдіть значення виразу:

- а) $3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{3}$; б) $7\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$; в) $3\frac{1}{3} - \frac{4}{5}$; г) $12,5 + 5\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$;
д) $22,6 + 3,7 + 4\frac{3}{4}$; е) $3\frac{1}{7} - 2\frac{1}{49} - \frac{1}{14}$; є) $-3\frac{1}{3} + 1\frac{1}{9} - \frac{1}{4}$;
ж) $\left(-\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{16}{9}\right)$; з) $(-0,33) \cdot 5,1$; и) $0 \cdot \frac{7}{21}$;
і) $(-1,07) \cdot 0$; ї) $7\frac{1}{9} \cdot (-18)$; й) $\frac{4}{3} \cdot \frac{27}{8} \cdot \frac{2}{4}$;
к) $\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{7}$; л) $\frac{3}{5} \cdot 0,6 \cdot 1\frac{2}{3}$.

1.2. Знайдіть значення виразу:

- а) $462,235 + 101,03$; б) $0,032 + 1,205$; в) $302,3 - 99,99$;
г) $3 - 2,688$; д) $72,2 \cdot 1,5$; е) $0,09 \cdot 0,043$;
є) $4,7175 : 8,5$; ж) $0,01728 : 0,12$; з) $(8,4 : (-2,2 - 1,3)) \cdot (-0,5)$;
и) $((6,8 - 1,9) : (2,4 - 3,2)) \cdot (-1,4 + 3)$;
і) $(-7,5 + 2,6) \cdot (-3,2 + 2,9) : (-6,5 + 5,8)$;
ї) $-6,8 + (-5,6 \cdot 1,5) : (-1,2)$; й) $2,4 \cdot (-1,75) : 1,2 + 3,5$.

1.3. Раціональним способом знайдіть значення виразу:

- а) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$;
б) $47,1 + 47,2 + 47,3 + 47,4 + 47,5 + 47,6 + 47,7 + 47,8 + 47,9 + 48$;
в) $0,05 + 0,1 + 0,15 + 0,2 + 0,25 + 0,3 + 0,35 + 0,4$;
г) $12,7 - 3,47 + 13,4 - 3,54 + 14,1 - 3,61 + 14,8 - 3,68$.

1.4. Знайдіть значення виразу:

- а) $22,6 + 3,7 + 4\frac{3}{4}$; б) $-3\frac{1}{3} + 1\frac{1}{9} + 2\frac{1}{81}$; в) $0 \cdot \frac{5}{21}$;
г) $1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{9}$; д) $40 \cdot 17,3 - 15 \cdot 22,7 + 40 \cdot 22,7 - 15 \cdot 17,3$;

$$е) \left(2\frac{3}{20} - 0,645 : 0,3 \right) \left(4 : 6\frac{1}{4} - 0,2 + \frac{1}{7} \cdot 1,96 \right);$$

$$є) 28,14 : 3\frac{1}{2} - \left(2,5 \cdot 0,24 - \frac{15}{29} \right) \left(5\frac{9}{20} + 1\frac{4}{45} - 6\frac{1}{18} \right).$$

1.5. Обчисліть:

$$а) 7\frac{1}{5} : 3; \quad б) 0,6 : 0,03; \quad в) 21 : \left(-\frac{7}{5} \right); \quad г) (-42) : 3\frac{1}{2};$$

$$д) (-0,55) : (-0,11); \quad е) -\frac{4}{3} : \frac{3}{5}; \quad є) 3,1 \cdot 2^3; \quad ж) 4^3 \cdot (-0,1);$$

$$з) (-15) \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2; \quad и) (-9) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2; \quad і) (-625) \cdot \left(-\frac{1}{5} \right)^3;$$

$$ї) \frac{1}{121} \cdot \left(\frac{11}{3} \right)^2; \quad й) \left(\frac{4}{3} \right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^3; \quad к) (5,1)^2 \cdot \left(\frac{10}{51} \right)^3;$$

$$л) \frac{1}{81} \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^5; \quad м) \left(\frac{5}{3} \right)^2 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{5^2}.$$

1.6. Виконайте дії:

$$а) 506,8 : 14 - 12,8; \quad б) 161,59 : 11,3 - (-5,7);$$

$$в) (-1,21) : (-1,1) - (-4,2) : (-0,6); \quad г) 2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2;$$

$$д) 2^5 \cdot 3^4 - 5^4 \cdot 4^3; \quad е) \frac{4}{3} \cdot 0,75 + \frac{7}{8} : \frac{21}{16} - \frac{5}{3} \cdot 0,6;$$

$$є) 2 \cdot 0,35 + 2 \cdot 0,24 + 2 \cdot 0,41;$$

$$ж) 0,28 : 2,5 + 5,22 : 2,5 + 4,5 : 2,5;$$

$$з) 7,2 \cdot \left(3\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} \right) + \left(7\frac{1}{5} + 1\frac{4}{5} \right) : 2,5;$$

$$и) 4,5 + 11 : 0,11 - 0,25 : 0,05;$$

$$і) 3,5 : 0,7 + 38 : 0,18 - 2^3 : 0,2; \quad ї) 99,44 : (-2,2) - 22,3 \cdot 3;$$

$$й) 5^3 \cdot 0,4 : 2^2 - 4,5 : 0,9 \cdot 0,25; \quad к) 3,5 \cdot 14 : 7 + 7 : 3,5 \cdot 14.$$

1.7. Обчисліть усно:

$$а) (3,1)^2 \cdot \left(\frac{10}{31} \right)^3; \quad б) \left(\frac{3}{11} \right)^3 \cdot \left(\frac{11}{3} \right)^2;$$

$$\text{в)} \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^3;$$

$$\text{г)} (-625) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^3.$$

1.8. Виконайте дії:

$$\text{а)} 2192,82 : 48,3 - 3,42 \cdot 7,5;$$

$$\text{б)} 20,05 \cdot (63,7 + 36,3) - 10,5 : 0,05;$$

$$\text{в)} 829,5 + 32,9 : 23,5 - 14 \cdot 0,125;$$

$$\text{г)} 40,2 \cdot (52,5 : 105 + 2,5 : 0,5).$$

1.9. Виконайте дії:

$$\text{а)} 4\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{8} - 0,25;$$

$$\text{б)} \frac{3}{4} - 7 + \frac{1}{2} - 1\frac{7}{12};$$

$$\text{в)} 3\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{11} - 7\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{15};$$

$$\text{г)} 6\frac{1}{3} : \frac{19}{21} + 5\frac{1}{4} : \frac{21}{28} - 1\frac{2}{7};$$

$$\text{д)} 3\frac{1}{2} - \left(1\frac{1}{2} - \left(2\frac{1}{3} - \left(3\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\right)\right);$$

$$\text{е)} 2\frac{1}{2} - \left(3\frac{1}{4} - \left(4\frac{1}{8} - \left(5\frac{1}{16} - 6\frac{1}{32}\right)\right)\right);$$

$$\text{є)} 0,296 - (0,246 - (0,297 - (0,247 - (0,298 - (0,299 - 0,249))))) ;$$

$$\text{ж)} 4\frac{4}{11} : 2\frac{2}{11} + 9\frac{1}{13} : 3\frac{1}{13} + 4\frac{4}{15} : 1\frac{1}{15} + 10\frac{2}{17} : 5\frac{1}{17};$$

$$\text{з)} 2,125 : 1\frac{1}{16} + 4\frac{1}{15} : \frac{1}{60} + \frac{3}{4} \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right);$$

$$\text{и)} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64};$$

$$\text{і)} \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81}.$$

1.10. Не виконуючи обчислень, порівняйте між собою вирази:

$$\text{а)} 53,9 \cdot (-1) \text{ і } 53,9 : (-1);$$

$$\text{б)} 62,1 \cdot (-1) \text{ і } 62,2 : (-1);$$

$$\text{в)} (-1) \cdot 42 \text{ і } (-1) : 42;$$

$$\text{г)} 19,53 : 0,3 \text{ і } 19,53 \cdot 0,3;$$

$$\text{д)} (-0,003)^2 \text{ і } (-3000)^3;$$

$$\text{е)} 3^2 \cdot 4^3 \text{ і } 3^3 \cdot 4^2;$$

$$\text{є)} \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) - 3\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{7} - 4\frac{1}{2}\right) \text{ і } -\frac{4}{5} : 0,2.$$

1.11. Доберіть число, яке більше за одне з даних чисел і менше за друге:

- а) 4,6 і 4,7; б) $-0,907$ і 0 ; в) $0,35$ і $0,37$;
г) $-0,13$ і $-0,121$; д) $-17,52$ і $-17,51$; е) $-0,21$ і $0,21$;
є) $\frac{1}{2}$ і $\frac{2}{3}$; ж) $\frac{1}{7}$ і $\frac{1}{8}$.

1.12. Не обчислюючи, порівняйте значення виразів:

- а) $42 : \frac{13}{15}$ і $42 \cdot \frac{13}{15}$; б) $0,41 : 2\frac{1}{3}$ і $0,41 \cdot 2\frac{1}{3}$;
в) $-13 : \frac{3}{18}$ і $-13 \cdot \frac{3}{18}$; г) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{7}$ і $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{7}$;
д) $2,14 \cdot \left(-\frac{18}{19}\right)$ і $2,14 : \left(-\frac{18}{19}\right)$;
е) $(-0,13) \cdot (-0,13)$ і $(-0,14) \cdot (-0,14)$;
є) $1\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$ і $\left(-1\frac{1}{3}\right) : 1\frac{1}{3}$.

1.13. Чи виконується рівність:

- а) $7\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \left(2\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5}\right) = 8$; б) $15 - 175 : (33,3 - 1,7) = 9$;
в) $4,4 : 0,2 + 3,2 \cdot 0,5 - 7,2 : 0,8 = 14,6$?

1.14. Чи виконується нерівність:

- а) $6\frac{2}{5} : 3\frac{3}{5} + 4 > 6$; б) $7,3 \cdot 0,8 - 16 \cdot \frac{3}{4} < -10$;
в) $(8,08 : 2,02) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) > -2$;
г) $(3,72 : 0,2) \cdot \left(1\frac{1}{7} - 1\frac{1}{14}\right) - 0,3 : 0,5 < 1$;
д) $\frac{3,45 + 6,87}{9} \cdot \frac{0,3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)}{10,32} > 0,02$;
е) $3,5 \cdot 0 + 13,5 \cdot 4 > 0 \cdot 13,5 + 3,5$?

1.15. Не виконуючи обчислень, поставте замість крапок один із трьох знаків $=$, $>$, $<$, щоб утворилося істинне судження:

- а) $425,3 \cdot \frac{2}{5} \dots 425,3 \cdot \frac{3}{5}$; б) $72,8 \cdot \frac{7}{5} \dots 72,7 \cdot \frac{6}{5}$;
 в) $53,9 \cdot (-1) \dots 53,9 : (-1)$; г) $62,1 \cdot (-1) \dots 62,2 : (-1)$;
 д) $(-1) \cdot 42 \dots (-1) : 42$; е) $19,53 : 0,3 \dots 19,53 \cdot 0,3$.

1.16. Вкажіть будь-яких 2–3 числа, які лежать між двома даними числами:

- а) 1,3 і 1,6; б) 2,3 і 2,35; в) 4,1 і 4,11; г) –5,15 і –5,16;
 д) –4,01 і 4,0101; е) $-\frac{7}{3}$ і 0,01; є) $\frac{4}{5}$ і $\frac{5}{6}$; ж) $-\frac{7}{8}$ і $-\frac{6}{7}$;
 з) 0,001 і 0,002; и) 9,99 і 9,991.

1.17. Знайдіть: 2 %; 10 %; 50 %; 200 %; 250 %; 500 % числа 302,2.

1.18. Знайдіть:

- а) 400 % числа 40; б) 15 % числа 1500; в) 4,5 % числа 4,5;
 г) 1,5 % числа 0,8; д) 1500 % суми чисел $3\frac{1}{3} + \frac{11}{15}$;
 е) 75 % різниці чисел $1\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$.

1.19. Три комбайнери зібрали врожай пшениці з площі 420 га. Перший комбайнер зібрав урожай з 30 %, другий – з 33 %, а третій – з 37 % усієї площі. З якої площі зібрав урожай кожний комбайнер?

1.20. Організація, якій для автотранспорту виділено на рік 15 200 л бензину, взяла зобов'язання зекономити 5 % бензину. Скільки літрів бензину становитиме економія?

1.21. Дано квадрат зі стороною 12 дм. Як зміниться площа квадрата, коли його сторону зменшити на 25 %?

1.22. Дано прямокутник зі сторонами 8 і 12 см. Як зміниться площа прямокутника, якщо першу сторону збільшити на 75 %, а другу – зменшити на 25 %?

1.23. На скільки відсотків зменшиться площа прямокутника зі сторонами 10 і 30 см, якщо його сторони зменшити на 50 %?

1.24. Дано куб зі стороною 4 дм. На скільки кубічних дециметрів зменшиться об'єм куба, якщо його сторону зменшити на 75 %?

1.25. Якого значення набуває вираз $a^2 - 3ab + b^2$, якщо:

- а) $a = 4$; $b = 5$; б) $a = 5$; $b = 4$; в) $a = 1$; $b = 3$;
 г) $a = 3$; $b = 1$; д) $a = -3$; $b = -2$; е) $a = -2$; $b = -3$;

є) $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{3};$ ж) $a = \frac{1}{3}; b = \frac{1}{2};$ з) $a = -\frac{1}{4}; b = -\frac{1}{5};$
 и) $a = -\frac{1}{5}; b = -\frac{1}{4}?$

Яку закономірність можна помітити?

1.26. Знайдіть значення виразів $4 - 3c^2$ і $3c^2 - 4$, якщо $c = -4; -2; -1; 0; 1; 2; 4$. Яку закономірність можна помітити?

1.27. Знайдіть значення виразу:

а) $(x + 0,5)(x - 0,5)$ при $x = 0,8$;

б) $(y + 1,1)(y - 1,1)$ при $y = 0,7$;

в) $\frac{p}{4} + \frac{3}{4}\left(p + \frac{4}{3}\right)$ при $p = 0,003$;

г) $k\left(1 + \frac{1}{k}\right)(k - 1)$ при $k = 1,1$;

д) $\frac{1}{k^2 + 1}\left(\frac{1}{k^2} + 1\right)$ при $k = 0,9$;

е) $\frac{3}{4}x + \frac{5}{2}y + 1,09$ при $x = \frac{4}{3}; y = \frac{2}{5}$;

є) $25x^2 - 4y^2 + 3$ при $x = \frac{4}{5}; y = \frac{3}{2}$;

ж) $2a - 3b + 7c$ при $a = -0,5; b = \frac{4}{9}; c = \frac{2}{21}$;

з) $(a - b)(b + k)(k - p)(p + n)$ при $a = 1,25; b = 0,25; k = 3,75; p = 3,5; n = 2,5$.

1.28. Значення змінної дорівнює 4. Знайдіть відповідне значення виразу:

а) $3x - 2(x + 2);$ б) $(3x - 2)x + 2;$ в) $3x - (2x + 2).$

1.29. Значення змінної дорівнює -5 . Знайдіть відповідне значення виразу:

а) $\left(\frac{4}{5}x + 3\right)x + x + 6;$ б) $\frac{4}{5}x + x(3 + x) + 6;$ в) $\frac{4}{5}x + 3x + x(x + 6).$

1.30. Значення змінної дорівнює 3. Знайдіть відповідне значення виразу:

- а) $x^2 - 2x - 3$; б) $x^2 + 5x - 24$; в) $4x - 12$; г) $5x - 15$;
 д) $x^3 - 27$.

1.31. Якого значення набуває вираз $3xy + x^2$ при:

- а) $x = -2, y = -3$; б) $x = -3, y = -2$; в) $x = 2, y = 3$;
 г) $x = 3, y = 2$?

1.32. Знайдіть значення виразу $2a + 100$ при $a = -5; -4; 0; 3; 10$.

1.33. Знайдіть значення виразу $x^2 - 25$ при $x = -6; -5; -1; 0; 1; 5; 6$. Яку закономірність можна помітити?

1.34. Знайдіть значення виразу $b^3 - 6$ при $b = -3; -2; 0; 2; 3$.

1.35. Змінна $y = 0; 1; 2; 3; 4$. Знайдіть відповідні значення виразу:

- а) $2y^3 - 5$; б) $5 - 2y^3$.

1.36. Чи змінює значення вираз $(35x + 2)^0$ при зміні числового значення змінної x ?

1.37. Периметр прямокутника дорівнює 12 м, основа – a м. Складіть вираз для обчислення площі прямокутника. Обчисліть значення площі S прямокутника, які відповідають значенням a , внесеним у таблицю:

a	0,5	1,5	3,0	3,5	4,0	5,5	6,0
S							

1.38. Для яких значень змінної не має змісту вираз:

- а) $\frac{2}{x-3}$; б) $\frac{x+4}{x+5}$; в) $\frac{y}{2y-3}$; г) $\frac{2y+6}{5-3y}$;
 д) $\frac{3z+1}{\frac{1}{3}z-3}$; е) $\frac{4-3a}{\frac{1}{5}a+1}$; є) $\frac{2x+1}{(x-2)(x+2)}$;
 ж) $\frac{4-x}{(3-x)(3+x)}$; з) $\frac{3x+1}{4-5x} + \frac{4x+1}{5+4x}$; и) $\frac{1}{2x-1} \cdot \frac{1}{4x-3}$;
 і) $\frac{3b+1}{(b+1)(b-2)(b-3)}$; ї) $\frac{p^2+1}{p(p+1)(p-4)(p-5)}$?

1.39. Доберіть, якщо це можливо, пару значень змінних, для яких не має змісту вираз:

а) $\frac{12}{2x-y}$; б) $\frac{21}{a-2b}$; в) $\frac{3}{(x-2)(y-3)}$; г) $\frac{145a^3}{3a^2+2b^2}$;

д) $\frac{1}{2a-3} + \frac{1}{4b-1} + \frac{1}{25-a} + \frac{1}{3-b}$; е) $\frac{13a+b}{a^2+2b^2+3}$;

є) $\frac{2x-3}{4x^2+5y+0,01}$.

1.40. Для яких значень змінних має зміст вираз:

а) $\frac{x}{3x-1} + \frac{y}{4y-10} + \frac{1}{z-3}$; б) $\frac{4}{5-3x} \cdot \left(\frac{1}{10-2y} - \frac{y}{y-4} \right)$;

в) $\frac{1}{2(x+1)+2} + \frac{5}{3(y-4)-9}$; г) $\frac{11x^2+3}{12x^2+15y^2}$;

д) $\frac{1}{(x+1)(x-1)(y+2)(y-2)}$?

1.41. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{n-1}{n+1}$, якщо $n = -\frac{4}{5}$; б) $\frac{3a^2+1}{4a}$, якщо $a = 1,1$;

в) $\frac{2a+4b-7}{(a+b)(a-b)}$, якщо $a = 4,5$; $b = 2,5$;

г) $\frac{(x^2+y)(x+y^2)}{xy-1}$, якщо $x = 0,4$; $y = 0,3$;

д) $\frac{5c}{a+b} + \frac{ab}{c^2+1} - \frac{a+b+c}{3}$, якщо $a = 12$, $b = 3$, $c = 1$.

1.42. Складіть формулу для розв'язування задачі:

а) Із пункту А одночасно виїхали в одному напрямі мотоцикліст і велосипедист. Яка відстань буде між ними через 3 год, якщо швидкість мотоцикліста x км/год, а швидкість велосипедиста y км/год?

б) Із резервуара вода витікає через дві труби, причому пропускна здатність першої труби a л/год, другої – b л/год. Скільки води виллється з резервуара за 6 год, якщо одночасно відкрити обидві труби?

в) Пішохід подолав $\frac{2}{3}$ шляху зі швидкістю a км/год, а

решту – зі швидкістю b км/год. Скільки часу він був у дорозі?

г) Вантажопідйомність першого самоскида m т, а другого – n т. Який вантаж здатні перевезти разом обидва самоскиди за 12 рейсів?

1.43. Доведіть, що різниця двох послідовних натуральних чисел не ділиться на 2.

1.44. Доведіть, що сума трьох послідовних парних чисел ділиться на 6.

1.45. Доведіть, що сума будь-яких п'яти послідовних цілих чисел ділиться на 5.

1.46. Доведіть, що сума чотирьох послідовних парних чисел не ділиться на 8.

1.47. Трицифрове число має x сотень, y десятків і z одиниць. Знайдіть різницю між цим числом і сумою чисел x , y , z .

1.48. Дано два довільних натуральних числа m і n . Доведіть, що одне з чисел $m - n$ або $m + n + 1$ парне, а друге – непарне.

1.49. Серед 25 однакових на вигляд деталей є одна найлегша. Як знайти цю деталь, виконавши не більше трьох зважувань на вагах з двома шальками без гир?

1.50. Три дроби з чисельниками 1 і різними знаменниками в сумі дають 1. Знайдіть ці дроби.

1.51. Для нумерації книжки використали 2893 цифри. Скільки сторінок має книжка?

1.52. Відомо, що в кошику менше ніж 100 яблук. Їх можна розкласти порівну на 2, 3 і 5 купок, але не можна розкласти порівну на 4 купки. Скільки яблук лежить у кошику?

1.53. У касира було 46 десятикопійчаних і п'ятикопійчаних монет на загальну суму 4 грн. Скільки було монет обох видів?

1.54. Коник-стрибунець рухається по прямій лінії стрибками завдовжки 15 і 9 см. Яким найкоротшим шляхом він може потрапити з точки O в точку A , відстань між якими на цій прямій дорівнює 6 см?

1.55. Якими числами (рівними, протилежними) є відповідні значення виразів при будь-яких значеннях змінних:

а) y^2 і $(-y)^2$; б) x^3 і $(-x)^3$; в) $2x^2 - 3$ і $3 - 2x^2$;

г) $(x - 3)^2$ і $(3 - x)^2$; д) $(x - y)^2$ і $(y - x)^2$;

е) $-x^2 + 4$ і $x^2 - 4$?

1.56. Поясніть, чому дана рівність є тотожністю:

а) $(5a + 1) + (2a + 5) = (5a + 5) + (2a + 1)$;

б) $(3 + x)(2 + x) = (x + 2)(x + 3)$;

в) $(b + a)(b + k) = (b + k)(b + a)$.

1.57. Поясніть, чому дана рівність є тотожністю:

а) $3(a + 1) + (a + 2)(a - 2) = (a - 2)(a + 2) + 3a + 3$;

б) $(a + 1)((a + 2)(a + 3)) = ((a + 1)(a + 2))(a + 3)$;

в) $(a + b)(c + d)(p + k) = (p + k)(b + a)(d + c)$.

1.58. Складіть тотожність, яка:

а) не містить змінних; б) містить одну змінну; в) містить дві змінні; г) містить три змінні; д) містить більше трьох змінних.

1.59. Доведіть, що не є тотожними вирази:

а) $x^3 + 1$ і $(x + 1)(x^2 + x)$; б) $(a + b)^2$ і $a^2 + ab + b^2$;

в) $(x + 1)(x + 2)$ і $(x + 1)x + 2$; г) $2^3 + a^3$ і $7a^2 + a$;

д) $(3 + b)(b + 5)$ і $(b + 2)(b + 6)$;

е) $(3 + k)((a + 3) - 2)$ і $(3 + k)(a + 5)$.

1.60. Доведіть, що не є тотожностями рівності:

а) $(a - 2)^2 = a^2 + 4$; б) $(a + 1)^2 = a^2 + a + 1$;

в) $(k - 2)(k + 2) = (k - 2)k + 2$; г) $x^3 - 1 = x(x^2 - 1)$;

д) $\frac{1}{k} + 1 = \frac{2}{k}$; е) $\frac{a}{2} + \frac{2}{a} = 2$; є) $x^3 + 1 = x + 1$;

ж) $(x + 1)^3 = x^3 + 1$; з) $|x - 1| = |x| - 1$; и) $|a + b| = |a| + |b|$;

і) $|a - b| = a - b$.

1.61. Які з рівностей є тотожностями:

а) $|x| = x$; б) $|x| = -x$; в) $|-x| = -x$; г) $|-y| = y$;

д) $|1 - a| = 1 - |a|$; е) $|a - b| = |b - a|$; є) $|x + 1| + |x - 2| = |2x - 1|$;

ж) $|x^4 + y^4| = x^4 + y^4$?

1.62. Чи існують значення змінної, для яких справджується рівність:

а) $a^4 = 0$; б) $a^2 + 1 = 0$; в) $|a + 3| = 0$; г) $x^3 = x^4$;

д) $|x - 1| = |x| - 1$?

1.63. Чи існує значення змінної, для якого не виконується рівність:

а) $x \cdot 0 = 0$; б) $x \cdot 1 = x$; в) $k + 0 = k$; г) $x^3 + 3 = 3 + x^3$?

1.64. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

а) $2(1+x) + 3(2-x) + x$; б) $8x - (x - (1 - 4x)) + 4 + (x - (4x - 7))$;

в) $(x^2 - x - 3) - (x^2 - 5x + 7) - 4x$.

1.65. Знайдіть значення виразу:

а) $ab + bc$, якщо $a = 1,3$; $b = 10,5$; $c = 2,7$;

б) $xy + xz + xp$, якщо $x = 1,25$; $y = 1,275$; $z = 1,325$; $p = 2,4$.

1.66. Доведіть, що вираз:

а) $56 \cdot 72 - 23 \cdot 72$ ділиться на 33;

б) $35 \cdot 235,62 + 35 \cdot 264,38$ ділиться на 500;

в) $72 \cdot 14,25 + 15,3 \cdot 72 + 1,45 \cdot 72$ ділиться на 279;

г) $83 \cdot 47,3 + 83 \cdot 53,8 - 83 \cdot 11,1$ ділиться на 90.

1.67. Не виконуючи обчислень, порівняйте між собою значення виразів:

а) $815:3$ і $815 \cdot 3$;

б) $1325 \cdot \frac{6}{7}$ і $1325 \cdot \frac{6}{7}$;

в) $3042 \cdot (-3)$ і $3042 : (-3)$;

г) $145 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ і $145 : \left(-\frac{1}{3}\right)$;

д) $111 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)$ і $111 \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$;

е) $(-3,412)^2$ і $(-3,412)^3$;

є) $(-0,3)^3$ і $(-0,3)^5$;

ж) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^5$.

1.68. Доведіть, що будь-яке число, записане трьома однаковими цифрами, ділиться на 37.

1.69. Знайдіть усі значення виразу $\frac{n}{n+1}$, якщо $n=1; 2; 3; 4; 5; 6$, і порівняйте їх між собою. Яку закономірність помітили?

1.70. Знайдіть усі значення виразу $\frac{n+1}{n}$, якщо $n=1; 2; 3; 4; 5; 6$, і порівняйте їх між собою. Яку закономірність помітили?

1.71. Добуток двох цілих чисел дорівнює 217. Знайдіть ці числа, якщо кожне з них менше за 7.

1.72. Доведіть, що: а) сума двох послідовних непарних чисел ділиться на 4; б) добуток двох послідовних парних чисел ділиться на 8.

1.73. Доведіть, що дріб $\frac{n+1}{2n+1}$ нескоротний для всіх натуральних значень n .

1.74. Доведіть, що для будь-якого натурального n дріб $\frac{14n+3}{21n+4}$ нескоротний.

§ 2. СТЕПІНЬ З НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ

1.75. Використовуючи означення степеня, поясніть зміст запису:

а) 5^4 ; б) 124^3 ; в) $(-5)^6$; г) $\left(\frac{7}{5}\right)^7$; д) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$; е) $(0,3)^7$;

є) $\left(3\frac{5}{8}\right)^6$; ж) $(4a)^2$; з) $(-k)^{25}$; и) $(abc)^{17}$; і) $(a+b)^8$;

ї) $(3a-4c)^4$; й) 4^k , де k – натуральне число;

к) $(3a)^{2k}$, де k – натуральне число;

л) $(ab+c)^k$, де k – натуральне число.

1.76. Назвіть основу і показник степеня:

а) 33^4 ; б) $\left(\frac{7}{5}\right)^6$; в) $(-8)^3$; г) $(-0,33)^2$; д) $(3a)^5$;

е) $(-2abc)^4$; є) $(3b+1)^{10}$; ж) $(a+bc)^5$; з) $(a+b)^2$;

и) $\left(-\frac{3}{8}\right)^{k+2}$, де k – натуральне число;

і) $(3b-2a)^{k-7}$, де k – натуральне число, більше за 7;

ї) $(2k)^k$, де k – натуральне число.

1.77. Подайте степінь у вигляді добутку:

а) 3^4 ; б) $\left(\frac{5}{8}\right)^5$; в) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$; г) $(3p)^6$; д) $(-mn)^3$; е) $(4x-y)^5$;

є) $(3ab - c)^4$; ж) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c}\right)^3$; з) $(3b)^k$, де k – натуральне число;

и) $(ab + c)^m$, де m – натуральне число; і) $(a + b + c)^3$;

ї) $(ab + bc + ac)^4$; й) $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}\right)^2$.

1.78. Подайте добуток у вигляді степеня:

а) $0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3$;

б) $p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p$;

в) $\left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)$;

г) $(-3abc)(-3abc)(-3abc)(-3abc)$;

д) $\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}x$;

е) $(a+3)(a+3)(a+3)$;

є) $(n+p)(n+p)(n+p)(n+p)$; ж) $(-ab^2c^3)(-ab^2c^3)(-ab^2c^3)$;

з) $(ab + a^2b^2 + a^3b^3)(ab + a^2b^2 + a^3b^3)$;

и) $\underbrace{(a+b)(a+b) \dots (a+b)}_{k \text{ разів}}$, де k – натуральне число.

1.79. Подайте добуток у вигляді степеня з показником, відмінним від одиниці:

а) $4 \cdot 4 \cdot (-4) \cdot (-4)$; б) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$; в) $4p \cdot 4p \cdot (-4p)$;

г) $(-ab)(-ab)(ab)(ab)$;

д) $(a-b)(b-a)(b-a)$;

е) $p^2 \cdot p^2 \cdot p^2 \cdot p^2$; є) $p^2 \cdot p^3 \cdot p^4$; ж) $(ab+c)(ab+c)^2(ab+c)^3$;

з) $27a^3b^3$; и) $3ab \cdot 3^2a^2b^2 \cdot 3^4a^4b^4$; і) $(-5^3a^3)(-5^2a^2)$;

ї) $7^3 \cdot 49^2$; й) $12^2 \cdot 3^3 \cdot 4^3$.

1.80. Запишіть у вигляді степеня з основою x вираз:

а) $x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot x^4$; б) $x \cdot x^2 \cdot x^7$; в) $-x^3(-x)^3$; г) $-x^2(-x)^5$;

д) $(-x^3)(-x^3)$; е) xx^n , де n – натуральне число;

є) x^2x^m , де m – натуральне число;

ж) x^kx^n , де k, n – натуральні числа.

1.81. Знайдіть значення виразу:

- а) $(-1)^4$; б) $(-1)^5$; в) $(-3)^3$; г) $(-3)^4$; д) -5^2 ;
е) -4^3 ; є) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; ж) $-\left(-\frac{1}{3}\right)^3$; з) $-(-2)^2(-2)^3$;
и) $-4^2 + (-5)^2$; і) $(0,3)^2 - (-0,1)^3$.

1.82. Порівняйте:

- а) 5^2 і 2^5 ; б) $(0,3)^2$ і $(0,3)^3$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$ і $\left(\frac{1}{5}\right)^3$;
г) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$ і $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$; д) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; е) $(-0,333)^2$ і $(-0,251)^3$;
є) $(-0,1)^2$ і $(-0,1)^4$; ж) $(-0,2)^3$ і $(-0,2)^5$; з) $(0,5)^2$ і $(0,5)^3$;
и) $(2,5)^2$ і $(2,6)^2$; і) $(0,3)^3$ і $(0,4)^3$; ї) $(-0,2)^3$ і $(-0,3)^3$;
й) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ і $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; к) $3^2 \cdot 4^3$ і $3^3 \cdot 4^2$.

1.83. Подайте вираз, якщо це можливо, у вигляді степеня з основою $-a$:

- а) $-a^3$; б) $-a^4$; в) a^6 ; г) a^5 ; д) $(-a^2)(-a^3)$; е) $(-a^4)(-a^6)$;
є) $(-a^3)(-a)^5$; ж) $(-a)(-a^2)(-a^3)$.

1.84. Подайте число у вигляді степеня з показником, відмінним від одиниці:

- а) 16; б) $12\frac{1}{4}$; в) -64 ; г) $-4\frac{17}{27}$; д) 0,04; е) $-0,0008$; є) $\frac{2^2 \cdot 5^4}{25 \cdot 9}$.

1.85. Скількома способами можна подати у вигляді степеня з цілою основою число:

- а) 64; б) 25; в) -8 ; г) -16 ; д) 625; е) 81?

1.86. Розв'яжіть нерівність для натурального n :

- а) $1 < 2^n \leq 32$; б) $42 < 2^n < 100$; в) $50 < 2^n < 60$;
г) $33 < 3^n < 333$; д) $5 \leq 5^n < 600$; е) $\frac{1}{128} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{4}$;
є) $0,027 \leq (0,3)^n \leq 0,09$; ж) $\frac{4}{3} < \left(\frac{3}{2}\right)^n < \frac{16}{5}$.

1.87. Знайдіть значення виразу:

- а) $5x^3$ при $x = 3$; б) $4x^4$ при $x = -\frac{1}{2}$; в) $0,5x^3$ при $x = 2$;
г) $12x^2y^3$ при $x = 3$; $y = -2$; д) $49a^2b^4$ при $a = -7$; $b = -3$;
е) $x^2y^3z^4$ при $x = \frac{5}{3}$; $y = \frac{3}{5}$; $z = 5$.

1.88. Обчисліть:

- а) $\frac{2^5}{2^3}$; б) $\frac{5^5}{5^9}$; в) $\frac{3^6}{(-3)^5}$; г) $\frac{3^4 \cdot 2^5}{6^3}$; д) $\frac{10^4}{2^6 \cdot 5^4}$; е) $\frac{3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^5}{15^2 \cdot 35^4}$.

1.89. Виконайте дії:

- а) $(0,25^8)^0 + (5:6^6)^0 \cdot 2,25 + 8,34^0 \cdot 0,75$;
б) $(a^{10n}a^0a^{3n}) : (a^{4n}a^9a^0) + (0,25^0 \cdot a^{10}) : (3 \cdot 2^0 \cdot a^9)$;
в) $(7a+2)^0 \cdot (4a^0+3,5^0) \cdot \left(a^0b^0c^0 + 6,5^0 \cdot 4,5^0 \cdot \left(\frac{1}{8} \right)^0 \right)$;
г) $\frac{x^0x^{4k}x^5}{y^{5n}y^0y^3} \cdot \frac{y^{5n}y^4y^0}{x^{4k}x^6x^0}$.

1.90. Подайте у вигляді степеня вираз:

- а) $x \cdot x^5$; б) $x^6 \cdot x^4$; в) $a^7 \cdot a^8$; г) $2^5 \cdot 2^6$; д) $3^2 \cdot 3^{20}$;
е) $(5y)^4 \cdot (5y)^4$; є) $(abc)^6 \cdot (abc)^6$; ж) $(a+b)^2 \cdot (a+b)^2$;
з) $(a+b+c)^3 \cdot (a+b+c)^3$; и) $x^k \cdot x^3$, де k – натуральне число;
і) $5^n \cdot 5^4$, де n – натуральне число;
ї) $a^{2k+1} \cdot a^7$, де k – натуральне число;
й) $b^{2k-1} \cdot b^{3k+3}$, де k – натуральне число;
к) $(x+y)^{k+1} \cdot (x+y)^{k+2}$, де k – натуральне число;
л) $(ab+p)^{2k+3} \cdot (ab+p)^{4k-3}$, де k – натуральне число.

1.91. Розкладіть на множники яким-небудь способом вираз:

- а) a^4 ; б) y^5 ; в) 3^7 ; г) $(-c)^6$; д) $-c^5$; е) -4^4 ;
є) a^{2k} , де k – натуральне число;
ж) 2^m , де m – натуральне число більше за 4;

- з) b^{2k+3} , де k – натуральне число;
 и) $(a+b)^k$, де k – натуральне число більше за 3;
 і) $(3a^2 + 4a + 1)^{k+4}$, де k – натуральне число.

1.92. Запишіть у вигляді степеня вираз:

- а) $a \cdot a^2 \cdot a^3$; б) $b^7 \cdot b^5 \cdot b^4$; в) $(2ab)^2 \cdot (2ab)^4 \cdot (2ab)^5$;
 г) $(-0,2xy)^3 \cdot (-0,2xy)^{10} \cdot (-0,2xy)^{11}$;
 д) $7^5 \cdot 7^3 \cdot 7^{10}$; е) $19^{30} \cdot 19^{25} \cdot 19^5$;
 є) $(ab + bc + ac)^3 \cdot (ab + bc + ac)^6 \cdot (ab + bc + ac)^4$;
 ж) $a^{k+1} a^{k+2} a^{k+3}$, де k – натуральне число;
 з) $(x-y)^{2k-1} \cdot (x-y)^{4k-2} \cdot (x-y)^k$, де k – натуральне число;
 и) $(p+n)^{6-k} \cdot (p+n)^{5-k} \cdot (p+n)^{2k}$, де $k = 1, 2, 3, 4$;
 і) $(xy)^2 (xy)^4 (xy)^8 (xy)^{12}$; і) $2^7 \cdot 2^6 \cdot 2^5 \cdot 2^4$.

1.93. Подайте у вигляді степеня з основою p вираз:

- а) $(p^3)^4$; б) $(p^5)^2$; в) $(-p^3)^2$; г) $(-p^5)^5$;
 д) $(p^k)^4$, де k – натуральне число;
 е) $(p^{3k})^3$, де k – натуральне число;
 є) $(p^{2k+1})^4$, де k – натуральне число;
 ж) $(p^3)^k$, де k – натуральне число;
 з) $(p^k)^n$, де k, n – натуральні числа.

1.94. Подайте у вигляді степеня з основою 3 вираз:

- а) $3^5 \cdot 3^6$; б) $9 \cdot 3^4$; в) $9 \cdot 243$;
 г) $9^4 \cdot 81^3$; д) $3^2 \cdot 9^2 \cdot 81^2$; е) $81^5 \cdot 9^4 \cdot 3^3$.

1.95. Замініть x степенем так, щоб утворилась тотожність:

- а) $2^6 x = 2^{11}$; б) $x \cdot 3^5 = 3^8$; в) $a^6 b^6 x = a^{24} b^{24}$; г) $8x = 2^{10}$;
 д) $14^2 x = 2^2 \cdot 7^5$; е) $a^3 x = a^{k+3}$, де k – натуральне число;

є) $p^k x = p^{k+10}$, де k – натуральне число;

ж) $a^5 x = a^{2k}$, де $k = 3, 4, 5, \dots$;

з) $a^k x = a^{2k+3}$, де k – натуральне число.

1.96. Спростіть вираз:

а) $a^{20} \cdot a^{28}$; б) $y^{2k} \cdot y^3$, де k – натуральне число;

в) $(7ab)^{50} \cdot (7ab)^{60}$; г) $\left(\frac{3}{7}\right)^n \left(\frac{3}{7}\right)^n \left(\frac{3}{7}\right)^n$, де n – натуральне число;

д) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{2k} \left(1\frac{1}{5}\right)^{2k-1} \left(1\frac{1}{5}\right)^4$, де k – натуральне число;

е) $b^k b^{2k} b^{3k}$, де k – натуральне число;

є) $(x-p)^{2p+3} (x-p)^{p+1} (x-p)^{2p-1}$, де p – натуральне число;

ж) $625 \cdot 5^{4k} \cdot 5^{8-k}$, де $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$;

з) $x^k y^{2k} z^{3k} x^{3k} y^{2k} z^k$, де k – натуральне число.

1.97. Виходячи з означення степеня з натуральним показником, вкажіть, для яких значень n має зміст вираз:

а) 7^{n-4} ; б) 3^{n+4} ; в) a^{n-1} ; г) $5^{8-n} \cdot 5^{n-2}$;

д) $4^{n-7} \cdot 4^{n-5}$; е) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1} \left(\frac{1}{3}\right)^{3n-1} \left(\frac{1}{3}\right)^{4n-1}$;

є) $23^{4n-8} \cdot 23^{8-n}$; ж) $10^{n-5} \cdot 10^{n-7} \cdot 10^{10-n}$.

1.98. Розв'яжіть рівняння відносно x :

а) $a^6 x = a^{40}$; б) $3b^6 x = b^{20}$; в) $2p^5 x = 7p^9$; г) $a^2 b^6 x = a^8 b^{12}$;

д) $p^3 n^2 x = 10p^{15} n^{40}$; е) $11^{40} x = 11^{49}$;

є) $x \cdot 5^{2k+1} = 5^{3k}$, де k – натуральне число;

ж) $xa^k = a^{k+5}$, де k – натуральне число.

1.99. Подайте у вигляді степеня частку:

а) $a^{15} : a^{10}$; б) $p^{13} : p^5$; в) $(3p)^7 : (3p)^3$; г) $(-13x)^{12} : (-13x)^6$;

д) $(x^2 + 1)^{40} : (x^2 + 1)^{15}$; е) $y^{2k} : y^k$, де k – натуральне число;

є) $y^{3k+1} : y^{2k-1}$, де k – натуральне число;

ж) $(x^2 + y^2)^{k+7} : (x^2 + y^2)^k$, де k – натуральне число;

з) $2^{2k+3n} : 2^{k+n}$, де k, n – натуральні числа;

и) $\left(\frac{1}{2}\right)^{7+k} : \left(\frac{1}{2}\right)^{6-k}$, де $k=1, 2, 3, 4, 5, 6$.

1.100. Знайдіть значення виразу:

а) $7^{10} : 7^8$; б) $5^6 : 625$; в) $(0,3)^{12} : (0,3)^9$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{32} : \left(\frac{1}{2}\right)^{26}$; д) $(-0,2)^{12} : (-0,2)^{10}$; е) $\left(2\frac{1}{3}\right)^5 : \left(2\frac{1}{3}\right)^3$;

є) $4^{2k+3} : 4^{2k}$, де k – натуральне число;

ж) $(0,09)^{7-k} : (0,09)^{6-k}$, де $k=1, 2, 3, 4, 5$.

1.101. Спростіть вираз:

а) $\frac{a^3 \cdot a^7}{a^5}$; б) $\frac{y^{40}}{y^{11} \cdot y^9}$; в) $\frac{x^{42} \cdot x^{12}}{x^{30} \cdot x^{15}}$; г) $\frac{a^6 \cdot b^8}{a^5 \cdot b^3}$; д) $\frac{5^6 a^7}{5^4 a^3}$;

е) $\frac{(0,5)^6 p^{10}}{(0,5)^4 p^3}$; є) $\frac{(x+y)^5 \cdot (y+x)^6}{(x+y)^8}$; ж) $\frac{(x+y)^{100}}{(x+y)^{90} (x+y)^2}$;

з) $\frac{a^{3k+1} \cdot a^{k-1}}{a^{2k+1}}$, де k – натуральне число;

и) $\frac{a^{5k+6}}{a^{k+3} \cdot a^{k+2}}$, де k – натуральне число;

і) $\frac{a^{3k} b^{4k-1} b^6}{a^{2k-1} b^{k+2}}$, де k – натуральне число;

ї) $\frac{(x-y)^{5k} (x+y)^{3k}}{(x+y)^2 (x-y)^{2k+2}}$, де k – натуральне число.

1.102. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{6^{10} \cdot 6^{11}}{6^{19}}$; б) $\frac{2^{40}}{2^{10} \cdot 2^{26}}$; в) $\frac{13^{15} \cdot 13^8}{13^{16} \cdot 13^5}$;

г) $\frac{2^{k+4} \cdot 2^{k+1}}{2^{2k}}$, де k – натуральне число;

$$д) \frac{5^{k+2} \cdot 5^{k+4}}{5^{k+1} \cdot 5^{k+3}}, \text{ де } k - \text{натуральне число};$$

$$е) \frac{(0,3)^7 \cdot (0,3)^4 \cdot 5^{10}}{(0,3)^{11} \cdot 5^9}.$$

1.103. Доведіть, що значення виразу не залежить від n :

$$а) 5^{n+3} : 5^{n+1}, \text{ де } n - \text{натуральне число}; б) 7^{2n-2} : 7^{2n-4}, \text{ де } n \geq 3;$$

$$в) \frac{3^{2n+1} \cdot 3^{n+2}}{3^{3n+2}}; г) \frac{(0,3)^{3n+1} \cdot (0,3)^{4n-1}}{(0,3)^{2n-1} \cdot (0,3)^{5n-3}}, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$д) \frac{11^{2n+3} \cdot (0,4)^{7-n}}{11^{n+1} \cdot 11^{n+1} \cdot (0,4)^{6-n}}, \text{ де } 1 \leq n \leq 15.$$

1.104. Для яких натуральних n можна подати у вигляді степеня вираз:

$$а) \frac{p^8}{p^n}; \quad б) \frac{p^{10}}{p^{n-3}}; \quad в) \frac{p^{n+1}}{p^7}; \quad г) \frac{p^{2n}}{p^9}; \quad д) \frac{p^{3n}}{p^{n+1}}; \quad е) \frac{c^{n-4}}{c^{n-1}};$$

$$є) \frac{c^{n+1}}{c^{2n-1}}; \quad ж) \frac{c^{8-n}}{c^{10-n}}; \quad з) \frac{c^{7-n}}{c^{6-n}}; \quad и) \frac{c^{n-1} \cdot c^{8-n}}{c^{n-2} \cdot c^{7-n}}?$$

1.105. Знайдіть значення виразу:

$$а) \frac{(a-2b)^{50}}{(2b)^{49}}, \text{ якщо } a = \frac{1}{2}; \quad b = \frac{1}{8};$$

$$б) \frac{(a-b)^{20}}{(c+p)^{18}}, \text{ якщо } a = 1\frac{1}{3}; \quad b = 1\frac{2}{9}; \quad c = 2\frac{2}{3}; \quad p = -2\frac{5}{9};$$

$$в) \frac{(p+i+e)^{38}}{0,25^{38} \cdot 0,125^{38} \cdot 4^{76}}, \text{ якщо } p = 6,25; \quad i = 2,455; \quad e = -8,205;$$

$$г) (x+y+c)^{100} \cdot (a+b+p)^{100}, \text{ якщо } x = \frac{1}{6}; \quad y = \frac{3}{4};$$

$$c = 1\frac{5}{12}; \quad a = 1\frac{1}{7}; \quad b = \frac{2}{21}; \quad p = -\frac{17}{21}.$$

1.106. Запишіть у вигляді степеня з основою x вираз:

$$а) (x^5)^2; \quad б) (x^2)^7; \quad в) (x^6)^5; \quad г) (x^5)^6; \quad д) (x^9)^3;$$

- е) $x^9 \cdot x^3$; є) $(x^{10})^{10}$; ж) $x^{10} \cdot x^{10}$; з) $\left((x^2)^3\right)^4$; и) $\left((x^3)^3\right)^3$;
 і) $x^3 \cdot x^3 \cdot x^3$; ї) $\left((x^{10})^9\right)^2$; й) $x^{10} \cdot x^9 \cdot x^2$;
 к) $\left((x^k)^n\right)^m$, де k, n, m – натуральні числа.

1.107. Запишіть у вигляді степеня з основою y вираз:

- а) $(y^k)^6$, де k – натуральне число;
 б) $(y^{k-3})^3$, де k – натуральне число більше за 3;
 в) $(y^{10})^k$, де k – натуральне число;
 г) $y^{10} \cdot y^k$, де k – натуральне число;
 д) $(y^{15})^{10-k}$, де $k = 1, 2, \dots, 9$;
 е) $(y^k)^{k-1}$, де $k = 2, 3, 4, \dots$;
 є) $(y^{k-3})^k$, де $k = 4, 5, 6, \dots$;
 ж) $y^{k-3} \cdot y^k$, де $k = 4, 5, 6, \dots$;
 з) $y^k : y^{k-1}$, де $k = 2, 3, 4, \dots$

1.108. Подайте у вигляді степеня різними способами вираз:

- а) 3^{30} ; б) 5^{60} ; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$; г) c^{12} ; д) $(a^2)^6$; е) p^{4n} ; є) p^{3nk} ; ж) x^{n^3} .

1.109. Для якого значення x має місце рівність:

- а) $(2^7)^x = 2^{21}$; б) $5^x \cdot 5^4 = 5^{10}$; в) $(3^x)^4 = 3^{28}$;
 г) $3^x \cdot 3^4 = 3^{28}$; д) $(7^x)^k = 7^{4k}$, де k – натуральне число;
 е) $7^x \cdot 7^k = 7^{4k}$, де k – натуральне число;
 є) $(11^x)^{3k} = 11^{3k^2}$, де k – натуральне число?

1.110. Знайдіть усі пари натуральних чисел x і y , для яких має місце рівність:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } (3^x)^y = 3^5; & \text{б) } 3^x \cdot 3^y = 3^5; & \text{в) } (5^y)^x = 5^6; \\ \text{г) } 5^y \cdot 5^x = 5^6; & \text{д) } (7^x)^y = (7^2)^4; & \text{е) } 7^x \cdot 7^y = 7^2 \cdot 7^4. \end{array}$$

1.111. Подайте вираз у вигляді степеня з іншою основою:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2^8 \text{ з основою } 16; & \text{б) } 81^3 \text{ з основою } 9; \\ \text{в) } 5^6 \text{ з основою } 125; & \text{г) } 36^5 \text{ з основою } 6. \end{array}$$

1.112. Порівняйте вирази:

$$\begin{array}{l} \text{а) } 2^7 \text{ і } 16^2; \text{ б) } 25^3 \text{ і } 125^2; \text{ в) } 81^6 \text{ і } 27^{11}; \text{ г) } \left(\frac{1}{9}\right)^{10} \text{ і } \left(\frac{1}{81}\right)^5; \\ \text{д) } \left(\frac{1}{49}\right)^{12} \text{ і } \left(\frac{1}{7}\right)^{20}; \text{ е) } (0,09)^5 \text{ і } (0,027)^3; \text{ є) } \left(1\frac{4}{5}\right)^7 \text{ і } \left(\frac{27}{8}\right)^5. \end{array}$$

1.113. Подайте у вигляді степеня з основою p вираз:

$$\begin{array}{l} \text{а) } p^6 \cdot (p^2)^{10}; \text{ б) } (p^5)^8 \cdot p^7; \text{ в) } (p^3)^4 \cdot (p^5)^6; \text{ г) } (p^{10})^7 \cdot (p^3)^5; \\ \text{д) } (p^{11})^2 : (p^3)^5; \text{ е) } (p^9)^9 : (p^{10})^5; \text{ є) } \left((p^4)^8 \cdot p^{10}\right) : \left((p^7)^4 \cdot p^8\right); \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ж) } \frac{(p^{15})^4 \cdot p^8}{\left((p^3)^3\right)^3 \left((p^2)^2\right)^2}; & \text{з) } \frac{p^{100} : \left((p^5)^2\right)^4}{\left((p^8)^6\right)^2 : p^{94}}. \end{array}$$

1.114. Знайдіть значення виразу:

$$\text{а) } \frac{3^7 \cdot 9^2}{27^3}; \quad \text{б) } \frac{6^8 \cdot 36^{32}}{6^{40} \cdot 36^{15}}; \quad \text{в) } \frac{3^{10} \cdot 7^8}{9^4 \cdot 49^3}; \quad \text{г) } \frac{\left((5^2)^4\right)^3 : (25^2)^2}{\left((5^2)^3\right)^4 : (125)^3};$$

$$\text{д) } \frac{(0,04)^5 \cdot (0,008)^3}{(0,008)^4 \cdot (0,04)^6}; \quad \text{е) } \frac{\left(\left(\frac{1}{27}\right)^3\right)^3 : \left(\frac{1}{9}\right)^{11}}{\left(\frac{1}{81}\right)^3 : \left(\frac{1}{27}\right)^2}; \quad \text{є) } \frac{25^7 \cdot 125^2}{625^2 \cdot (5^2)^3};$$

$$\text{ж) } \frac{27^{10} \cdot 3^{17}}{81^5 \cdot 9^{33}}.$$

1.115. Спростіть вираз:

- а) $(-a^3)^5$; б) $(-a^n)^4$, де n – натуральне число;
в) $(-x^2)^4 \cdot (x^3)^5$; г) $(-x^2)^3 \cdot (-x^7)^9$; д) $(-3a^4b^3)^2$;
е) $\left(-\frac{3}{4}a^7b^{12}\right)^3$; є) $(x^n)^2 (x^3)^n$, де n – натуральне число;
ж) $(-y)^{2n} (-y)^{2n+1}$, де n – натуральне число;
з) $(-5a^6x^2)^3 \cdot (-2a^7x^5)^2$; и) $(2a^3b^{2y})^5 \cdot \left(\frac{1}{2}a^2b^3x\right)^3$.

1.116. Замініть x таким виразом, щоб утворилася тотожність:

- а) $x^{10} = a^{20}$; б) $x^3 = p^{30}$; в) $x^2 \cdot p^{10} = p^{18}$; г) $(-a)^3 (-a)^5 = x^2$;
д) $-x^5 a^{20} = -a^{40}$; е) $(x^2)^3 a^{30} = a^{48}$; є) $(x^3)^3 (a^{10})^9 = \left((a^3)^6\right)^6$;
ж) $(x^2)^3 (x^3)^2 a^{15} = \left((a^3)^3\right)^3$; з) $(x^2)^5 p^7 = x^7 (p^5)^2$;
и) $\left((x^3)^2\right)^4 = \left((p^8)^3\right)^2$; і) $(x^k)^2 = (b^{2k})^3$, де k – натуральне число.

1.117. Доведіть, що:

- а) $1001^5 > 99999^3$; б) $63^{14} < 17^{21}$.

1.118. Якою цифрою закінчується число:

- а) $14^{23} + 23^{23} + 70^{23}$; б) 2^{4n+1} ; в) 3^{4n+1} ; г) 4^{2n+1} ; д) 5^{7n+2} ?

1.119. Подайте степінь добутку у вигляді добутку степенів:

- а) $(xy)^4$; б) $(ax)^{10}$; в) $(3ab)^5$; г) $(2a^2b^2)^{10}$; д) $\left(\frac{1}{2}a^5b^4\right)^9$;
е) $(a^2b^4c^6)^5$; є) $(2ab^2)^k$, де k – натуральне число;
ж) $\left(\frac{1}{3}a^kb^2\right)^7$, де k – натуральне число;
з) $(a^kb^{2k}c^{3k})^5$, де k – натуральне число;
и) $(x^ny^kz^m)^{10}$, де k, n, m – натуральні числа;

і) $(x^n y^{2n} z^m)^m$. де n, m – натуральні числа;

ї) $(x^{2k-1} y^{2k-2} z^{2k-3})^k$, де $k = 2, 3, 4, \dots$;

й) $(a^{7-n} b^{8-n} c^{9-n})^n$, де $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

1.120. Знайдіть значення виразу:

а) $(5 \cdot 10)^3$; б) $(2 \cdot 100)^4$; в) $4^4 \cdot 0,25^4$; г) $27^6 \left(\frac{1}{27}\right)^6$;

д) $\left(5\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{17}\right)^{10}$; е) $2^{24} \cdot (0,125)^8$; є) $50^5 \cdot 20^6$; ж) $25^{10} \cdot \frac{1}{5^{18}}$;

з) $\left(\frac{81}{125}\right)^5 \cdot \left(\left(1\frac{2}{3}\right)^3\right)^5$; и) $(0,125)^5 \cdot 2^{16}$; і) $(0,0016)^6 \cdot 25^{25}$;

ї) $(0,0081)^4 \cdot \left(3\frac{1}{3}\right)^{15}$.

1.121. Порівняйте вирази:

а) $3^7 \cdot 3^7$ і $(3 \cdot 2)^{10}$; б) $7^4 \cdot 7^4$ і $(8 \cdot 5)^4$; в) 9^{60} і 80^{30} ;

г) 45^4 і 4^{12} ; д) 125^2 і 26^3 ; е) $17^4 \cdot 2^5$ і $2^4 \cdot 17^5$;

є) $5^4 \cdot 3^3 \cdot 2^5$ і $5^3 \cdot 3^5 \cdot 2^4$; ж) 35^5 і 40^4 ; з) 18^5 і 24^4 ;

и) 53^7 і 8^{14} .

1.122. Доведіть, що значення виразу не залежить від натурального числа n :

а) $\frac{2^{3n+4}}{8^{n+1}}$; б) $\frac{81^{2n+1}}{9^{2n} \cdot 3^{4n+2}}$; в) $\frac{45^{n+2}}{3^{2n} \cdot 5^{n+2}}$; г) $\frac{2^{4n} \cdot 7^{4n+3}}{14^{4n+2}}$; д) $\frac{49^n \cdot 3^{2n+1}}{21^{2n}}$.

1.123. Сума $a^{12} + b^{12} + c^{12} + d^{12}$ закінчується нулем. Якими цифрами закінчуються натуральні числа a, b, c, d ?

1.124. Доведіть, що сума чотирьох послідовних натуральних степенів числа 3 кратна 120.

1.125. Скільки серед перших десяти тисяч натуральних чисел таких, які закінчуються одиницею і можуть бути подані у вигляді $8^m + 5^n$. де n, m – натуральні числа?

1.126. Чи правильні нерівності:

а) $63^7 < 16^{12}$; б) $32^9 < 18^{13}$?

1.127. Доведіть, що число $3^{4n} + 44$, де n – натуральне число, ділиться на 5.

1.128. Доведіть, що число $37^8 + 9$ ділиться на 10.

1.129. Доведіть, що число $64^{64} - 1$ ділиться на 5.

1.130. Якою цифрою закінчується кожне з чисел:

а) $3^{21} + 10^{21} + 17^{21}$; б) $13^{18} + 24^{18} + 11^{18}$; в) $15^9 + 26^9 + 39^9$?

1.131. Знайдіть такі натуральні числа, які при діленні на 111 дають остачу, що дорівнює п'ятому степеню натурального числа.

1.132. Знайдіть таке натуральне число, яке при діленні на 69 дає остачу, що дорівнює:

а) квадрату його дільника; б) кубу його дільника.

1.133. Знайдіть числове значення виразу $0,032a^5b^6c^7$, якщо $a = 0,2$; $b = 1,25$; $c = 4$.

1.134. Доведіть, що на 10 ділиться число:

а) $n^{25} - n^{13}$, де n – натуральне число;

б) $m^{17} - m^{13} + m^9 - m^5$, де m – натуральне число;

в) $k^{n+20} - k^{n+8}$, де n, k – натуральні числа;

г) $m^{1979} - m^{1779}$, де m – натуральне число;

д) $57^{145} - 47^{105} + 99^{65} - 39^{45}$;

е) $99^{2n+1} + 43^{4n}$, де n – натуральне число.

1.135. Доведіть, що для будь-яких натуральних n, m, k сума $n^{60} + m^{80} + k^{100}$ не може закінчуватися цифрою 4.

1.136. Якою цифрою закінчується число:

а) $277 + 277^2 + 277^3 + \dots + 277^{36}$; б) $92 + 92^2 + 92^3 + \dots + 92^{17}$;

в) $3^5 + 5^5 + 7^5 + 9^5 + \dots + 63^5$;

г) $12 + 13 + 14 + 15 + 12^5 + 13^5 + 14^5 + 15^5 + 12^9 + 13^9 + 14^9 + 15^9 + 12^{13} + 13^{13} + 14^{13} + 15^{13}$;

д) $45^n + 33^{4n+1} + 51^{3n}$, де n – натуральне число;

е) $96^{m+n} + 35^{4n} + 91^{3m}$, де m, n – натуральні числа?

1.137. Обчисліть:

а) $2^{33} - 2^{32} - 2^{31} - \dots - 2^2 - 2 - 1$;

б) $x^{25} - 16x^{24} + 16x^{23} - 16x^{22} + \dots + 16x - 10$, якщо $x = 15$.

§ 3. ОДНОЧЛЕН. СТАНДАРТНИЙ ВИГЛЯД ОДНОЧЛЕНА. ДІЇ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ

1.138. Які з поданих нижче виразів є одночленами:

- 1) $3abc$; 2) $aabbcc$; 3) $\frac{xy}{z}$; 4) $(-x)(-y)(-z)$;
5) $abc \cdot 5ab$; 6) $\frac{1}{7}a^2b^3c^6$; 7) $\frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2}$;
8) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} xy$; 9) $\frac{1}{3}(x+y)$; 10) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)xy$;
11) $x - 2y$; 12) $abc(a+b)$; 13) $\frac{a+b}{3}$;
14) $\frac{ab}{2+3}$; 15) $\frac{a^2b^2c^6}{4}$; 16) $\frac{1}{4}x^5 \cdot 2y^4 \cdot 0.5z^6$;
17) $-4.3x^8y^5 \cdot 5x^3y^4z^4$; 18) $2^3 - 3^2$; 19) $a^2 - b^2$;
20) $4^2 \cdot 5^2(1 - 0.98)$?

1.139. Перетворіть в одночлен, якщо це можливо, вирази:

- а) $\frac{xy}{5}$; б) $\frac{210a^2b^5}{7}$; в) $\frac{xy}{0.3 + 0.5}$; г) $p^2 + 2p^2 + 3p^2$;
д) $\frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{4}c^2 + \frac{1}{8}c^2$; е) $\frac{abc}{x}$; є) $\frac{2ax - ax + 4ax}{\frac{5}{3} + 1\frac{1}{3}}$;
ж) $-2mn - 3mn - 6mn$; з) $\frac{8x^5 - 16}{4}$;
и) $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2} + a^2 + 4a^2$; і) $\frac{0.35a + 2.63a}{1.5 + 2.5}$.

1.140. Зведіть одночлен до стандартного вигляду:

- а) $4xyxx$; б) $3xy \cdot 2xyz$; в) $p \cdot p \cdot 0.3 \cdot b^2 p$;
г) $5.3aabb \cdot \frac{3}{4}abb$; д) $3ab^2(-8c^2)$; е) $9x^2y^3(-3x^4)$;
є) $-\frac{7}{5}p^2n^6 \cdot \frac{25}{49}p^4x^2$; ж) $-2.4m^2k^2(-0.5m^4k^2)$;
з) $2k^5k^6(k^2)^3$; и) $-3(a^2)^5(a^5)^3a^2$; і) $-40a^{10}y^7z^5\left(\frac{a^{12}b^7}{10}\right)$;
ї) $2^k a^{k+1}b^{k+2}2^{k+2}a^k b^{k+1}$, де k – натуральне число;

й) $3^n x^{n+1} y^n \cdot 4^n x^6 y^7$, де n – натуральне число;

к) $\frac{16a^{13}b^{14}c^6}{2^3 a^6 b^7 c^2}$; л) $\frac{4x^5 y^6 z^{11}}{7a^2 b^3 c^5} \cdot \frac{7^2 a^5 b^4 c^5}{xy^2 z^5}$.

1.141. Запишіть вираз як одночлен стандартного вигляду:

а) $(7a^2 b^3)^2$; б) $(4a^5 b^3)^3$; в) $\left(0,2(a^2)^2 (b^3)^3\right)^4$;

г) $(-0,3x^2 y^2)^3$; д) $(-a^2 b c^4)^7$; е) $(-3ab^2 c^3)^4$;

є) $4a^6 b^5 (0,5ab^4)^2$; ж) $(5a^{2k} b^3 c^m)^4$, де k, m – натуральні числа;

з) $(2^k x^m y^n)^4$, де k, m, n – натуральні числа;

и) $\left(3\frac{1}{3}x^6 y^3 z\right)^{12} \cdot (0,3xy^3)^{12}$;

і) $(7^k a^{k+1} b^{k+2})^2 \cdot (7a^4 b^5)^k$, де k – натуральне число.

1.142. Який степінь одночлена:

а) $3a^7$; б) $2^5 a^{10}$; в) $-4,5p$; г) $3^3 a^3$; д) $425a^2 b^7$; е) $18x^5 y^6$;

є) $-ab$; ж) abc ; з) $\frac{4}{3}$; и) $a^k b$, де k – натуральне число;

і) $-x^5 y^k$, де k – натуральне число; і) $x^k y^k z^k$, де k – натуральне число;

й) $2^k x^{10} y^k$, де k – натуральне число;

к) $3^{k+1} x^0$, де k – натуральне число;

л) $0,25a^{2k} b^0 c^{k+1}$, де k – натуральне число;

м) $4^5 a^0 b^0 c^0$, де k – натуральне число;

н) $x^{k-2} y^{8-k} z^{10}$, де k – натуральне число, що задовольняє умову $3 \leq k \leq 7$; о) $0 \cdot a^2 b^2$?

1.143. Знайдіть значення виразу:

а) $2,5^0$; б) $\left(-\frac{1}{3}\right)^0$; в) $5^2 \cdot 425^0$; г) $-0,125 \cdot (0,03)^0$;

д) $4x^0$ при $x = 45,36$; е) $-\frac{6}{7}y^0$ при $y = 5,53$;

є) $\frac{3}{4}x^0y^0$ при $x=6,6$; $y=3,1$; ж) $34x^2y^0z^2$;

з) $125a^0b^3$ при $a=1,17$; $b=\frac{1}{5}$.

1.144. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{(x^3)^{15} \cdot (y^3)^4}{(x^{11})^4 \cdot y^{11}}$, якщо $x=0,25$, $y=4$;

б) $\frac{(a^{k+1})^6 \cdot (b^{2k+1})^2}{(a^2)^{3k+2} \cdot (b^4)^k}$, де k – натуральне число, якщо $a=\frac{1}{4}$, $b=8$.

1.145. Обчисліть:

а) $(2^n \cdot 2^{n+3})^2 : 2^{n+7}$;

б) $17^{21} : 17^{19} - (7^{15} - 7^{13}) : 7^{12}$.

1.146. Перетворіть вираз в одночлен стандартного вигляду і знайдіть його степінь:

а) $4a^2b \cdot (-6a^5b^7)$;

б) $9x^3y^2 \cdot (5x^3y^2)^4$;

в) $(-3m^2n^7)^5 \cdot (8n^4m^3)^3$;

г) $(-0,3a^7b^9)^3 \cdot (-0,5a^4b^6)^5$;

д) $(-0,1a^kb^{2k})^6 \cdot (-0,3a^7b^7)^k$, де k – натуральне число;

е) $\left(\frac{7}{4}x^5y^6\right)^k \cdot \left(\frac{1}{4}x^ky^k\right)^7 \cdot (x^5y^6z^7)^k$.

1.147. Складіть усі можливі одночлени стандартного вигляду, які б містили змінні x та y і коефіцієнт 5, щоб їх степінь дорівнював:

а) одиниці; б) двом; в) трьом; г) чотирьом; д) п'яти.

1.148. Обчисліть:

а) $(8^{10} - 5 \cdot 16^4 \cdot 2^{12} + 4 \cdot 4^8 \cdot 2^8) : (20 \cdot 2^{24})$;

б) $(12 \cdot 5^{2n+1} - 8 \cdot 5^{2n} + 4 \cdot 5^{2n-1}) : (4 \cdot 5^{2n-2})$, де n – натуральне число.

1.149. Зведіть до стандартного вигляду вираз:

а) $\frac{(2^{3n} x^5 y^{2n+1})^3 (x^n y^{2n})^2}{(2x^2 y^6)^n}$, де n – натуральне число;

б) $\frac{\left((a^{2n} b^3)^n c^5\right)^{3n}}{(a^{3n^2} b^{5n} c^{10})^n}$, де n – натуральне число;

в) $\frac{\left(\left((a^n)^n b^n\right)^n c^n\right)^n}{(a^{n^3} b^{n^2} c^n)^n}$, де n – натуральне число.

1.150. Доведіть, що для будь-якого натурального n число $5^{2n-1} \cdot 2^{n+1} + 3^{n+1} \cdot 2^{2n-1}$ ділиться на 19.

1.151. Обчисліть $\frac{25^9 - 2 \cdot 25^8 + 10 \cdot 25^7}{4 \cdot 5^{15} + 25^8}$.

1.152. Яка остання цифра у числа 2^{100} ?

1.153. Доведіть, що число $63^{63} - 37^{37}$ ділиться на 10 без остачі.

1.154. Доведіть, що число $10^k - 7$, де k – натуральне число, ділиться на 3.

1.155. Доведіть, що число $2^{4n} - 1$, де n – натуральне число, ділиться на 5.

§ 4. МНОГОЧЛЕНИ

1.156. Назвіть кожний доданок алгебраїчної суми:

а) $6x^3 - 2x^2 + 7x - 10$; б) $3x^4 - 4xy^3 - 0,5ux + 9y^3$;

в) $7(xy)^2 - 3(x + y^2) + xy(x + 2)$; г) $13(ab - c^2) \cdot 2pq - p(a + q)$;

д) $(ab^k \cdot c^{10})^2 + (a + b)(a - b) - 0,3a^k c^k$, де k – натуральне число;

е) $(ab + ac + bc)(p + q) - ab + ac - bc + 3$.

1.157. Складіть суму з одночленів:

- а) $-4b^2$; $0.25a^3b$; $-7a^3$; б) $6x^4y$; $-5x^3y^2$; $-4x^2y^3$; $3xy^4$;
в) $-2a$; $4a^2$; $5a^3$; $10a^4$; $11a^5$;
г) $0,54$; abc ; $-a^2b^2c$; $-ab^2c^2$; $-7a^3b^3c^3$.

1.158. Які з поданих нижче виразів є многочленами:

- а) $7a^6 - 8a^5 + 3a^4 + 8$; б) $x - \frac{4}{3}x^2$; в) $0,25x^2 - 4x^3 - 0,12x^2 + x - 4$;
г) $x(x+3) + x(x-2) + x(x-1) + 4$; д) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1$;
е) $4b^2 - 5ab + 7abc^2 - 3$; є) $a(a+b) + b(a+b) - c$;
ж) $\frac{5}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^3}$; з) $\frac{p^5 - p^4 - p^3 + p^2}{p}$; и) $\frac{p^7 - p^8 + 1}{p}$;
і) $\frac{ab^2}{b} + \frac{a^3b^2}{a} + \frac{abc}{ab}$?

1.159. Виконайте зведення подібних членів многочлена:

- а) $7x^3 - 4x^2 + 4 - 3x^2 - 5x^2 + 3x$;
б) $5a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 3a^4 + a^3 - a^2 - 6$;
в) $3x^2y^2 + 9xy^3 - 7x^3y + 5x^2y^2 - 11xy^3 + 7x^3y$;
г) $0,5a^4b - a^3b + a^2b^3 - a^5 + b^5 - 1,5a^4b + 3a^3b - a^2b^3 + a^5 - b^5$;
д) $0,3xyz^2 - 0,2xy^2z + 0,5x^2yz - 1,4xyz^2 + 0,2xy^2z + 3x^2y^2z^2$;
е) $\frac{1}{7}a^3b^3 - \frac{1}{8}a^4b^2 + \frac{1}{3}a^5 + \frac{3}{7}a^3b^3 + \frac{1}{5}a^2b^2 + \frac{2}{3}a^5$;
є) $0,25a^4 - 0,24a^3 + 0,26a^2 - 1,2a + 4 - 1,1a + 0,23a^2 - 4,25a^3 + 0,24a^4$;
ж) $3a^kb - 2ab^k + 10a^k - 11b^k + 2a^kb + 2ab^k - 9a^k + 12b^k + 5$,
де k – натуральне число;
з) $5a^mb^n - 4a^{2m}b^n + 3a^n b^m - 10a^mb^n - 3a^{2m}b^n - 3a^n b^m + a^m + b^n$,
де m, n – натуральні числа.

1.160. Наведіть приклад многочлена, що містить:

- а) змінну a ; б) змінні x і y ; в) тільки змінні a, b, c ; г) тільки змінні x, y, z, p .

1.161. Наведіть приклади виразів, які є сумами зі змінними x та y , але не є многочленами.

1.162. Зведіть многочлен до стандартного вигляду:

а) $3aaaaa - 2aaaa + 11aa - 3a + 15$;

б) $4a^2 \left(3ab^2 \right) - 3a^3b \cdot 5b^2 + 3ab \cdot \frac{4}{9} a^2b^3$;

в) $7xxy \left(-3xy^2 \right) + 4ууху^3x^4 + 3xx^5$;

г) $0,4a^3 \left(-1,5a^2b \right) + 0,1a^3 \left(-5ab \right) + a^3$.

1.163. Зведіть многочлен до стандартного вигляду, виконавши зведення подібних членів:

а) $7x^2y - 3xy^2 + 8x^3y - 5xy^3 - 10x^3y + 7x^2y + 5xy^3$;

б) $5,4x^6 - 13xy^5 + 7x^5y - 14x^6 + 6xy^5 - 3x^5y$;

в) $-10y^8 - 8y^6 - 6y^4 - 4y^2 + 10y^2 + 8y^4 + 6y^6 + 4y^8$;

г) $-p^2x + p^3x - px^3 - p^2x - px^3 + 7p^2x - 11p^3x + 13px^3$;

д) $5xy^2z^3 - 4x^2y^2z^2 + 13x^3yz^2 + 15xy^3z^2 - 7x^2y^3z + 4x^2y^2z^2 - 15xy^3z^2$;

е) $5x^2xxy + 6xy^7 - 3x^3xy - 4xy^4y^3 - 11xyуууу^4$;

є) $5a^2b \cdot 3a^3b - 4a^4b \cdot ab + 7a^3b^3a^4b^3 - 4a^5a^2b^2b^4 + 3ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab$.

1.164. Вкажіть старший член многочлена:

а) $3a - 7a^2 + 20a^4 - a^5$; б) $42 + 5x - 0,01x^7 + 39x^3 + 100x^2$;

в) $17m^{10} - 31m^7 + 15m^6 + 1$; г) $13x^{15} - 4x^{16} - 2x^{17} - 42x^2$;

д) $y^5 - 6y^6 + y^4$; е) $0,32x^{10} - 4x^8 + 103x^9$;

є) $5x^{12} + 4x^{13} + 3x^{12} + 2x^{11} + x^{10} + 0,1x^{13}$.

1.165. У шестицифровому числі перша цифра збігається з четвертою, друга – з п'ятою, третя – з шостою. Доведіть, що це число ділиться на 7, 11, 13.

1.166. Подайте у вигляді многочлена числа:

а) \overline{ab} ; б) \overline{ba} ; в) \overline{aa} ; г) \overline{aabb} ; д) \overline{cccc} ; е) \overline{abcd} .

1.167. Який степінь многочлена:

а) $13x^3 - 4x^2y^2 + y^3$; б) $7x^5 - 3x^3 + 14x + 19$;

в) $x^9 - y^{11}$; г) $48xy^5 + 13x^2y^6 - 14xy^7 + x^{10}$; д) $m^{10} - n^{10} + k^{10}$;

е) $14x^{15} - 12x^{16} + 11x^{17} - 10x^{18}y$?

1.168. Складіть з однією змінною тричлен: а) другого степеня; б) четвертого степеня; в) шостого степеня; г) восьмого степеня.

1.169. Знайдіть ті члени многочлена, які мають найбільший степінь:

а) $0,9xy - 3x^2y + 4x^3y^3 - 2x^4y$;

б) $10x^7 + 19x^4y^5 - 13x^3y^4 + 102xy$;

в) $44a^2bc + 32ab^2c^2 - 13abc^6 + 0,1a^3b^3c$;

г) $xyz + xy^2z - 4xyz^3 + 7x^2y^2z^2$;

д) $8x^4y^3 - 7x^5y^2 + 11x^6y + 3x^7 + 4y^7$;

е) $m^2 - n^2 + n^2m^2 + n^3 + m^3$;

є) $x^5 + 2x^2y^2 - 4x^3y^3 + 6x^4y^4 - x^7 + y^6$;

ж) $3m^2n^2p^3 - 5p^6 + 25m^5 - 34n^4$;

з) $x^6y^4z^3 - 2x^5y^2z^6 + 3xy^6z^6 - 4z^{13}$.

1.170. Складіть з двома змінними многочлен: а) третього степеня; б) шостого степеня; в) сьомого степеня.

1.171. Складіть з трьома змінними многочлен: а) п'ятого степеня; б) восьмого степеня; в) дванадцятого степеня.

1.172. Перетворіть у многочлен стандартного вигляду:

а) $3x^2 - 4x - (3x^2 - 5x - (7x^2 - 3))$;

б) $(x^3 + 2x^2 - (x + 1)) - (x^2 - (7x^3 + 2))$;

в) $-(12p^4 - (10p^4 - 3p^3 - (7p^2 - 4p^3 - (8p^2 - 4p))))$;

г) $3,5n^2 - ((11,4n^4 + 1,3n^5) - (7n^4 + 2,5n^3) + (3n^4 + (2n^2 - 2n^4)))$;

д) $4x + (3x - (5x - (7x + 5x^2) + 9x^3) - 3x^3)$;

е) $20k^5 (17k^4 - (4k^3 - (k^2 - 3) - 2k^3) + 13k^4) - 12k^5$.

1.173. Розв'яжіть рівняння:

а) $13 - (2 + 5x - x^2) = x^2 + 7x - 1$;

б) $(22x^2 - 5x + 32) + 4x = 13x^2 - (7x - 9x^2)$;

в) $(19x^2 - 5x + 4) - (11x^2 - 7x - 5) = (31x^2 + x - 8) - (23x^2 + 7)$;

г) $1,5y^2 - (4,5y^2 - 1,3y + 4,7) - (3,7 - 3y^2 + 0,7y) = 4y + 7$;

$$д) (4x - 1) - (5x + 2 + (3x - 4)) = 8;$$

$$е) x^3 - (2x^2 - (3x + 1)) + 2x^2 = 7 - (2x - x^3);$$

$$є) (-(- (64x + 2) + 42x - 10) + 4x) - 8 = 0.$$

1.174. Доведіть тотожність:

$$а) (a^2 - b^2 + c^2) - (a^2 - c^2 + b^2) - (c^2 - a^2 - b^2) = a^2 - b^2 + c^2;$$

$$б) -m^2 - (1 - m^2) - (4 - 7m^2) + (3 - 7m^2) + 2 = 0;$$

$$в) 3nk - (4nk + k^2) - (n^2 - nk) + 2(k^2 + n^2) = k^2 + n^2;$$

$$г) 1 - k - (k^2 - (k^3 - k^4 - (1 - k + k^2 + k^3 - k^4))) = -2k^2.$$

1.175. Знайдіть многочлен, підставивши який замість z у подану рівність, дістанемо тотожність:

$$а) z - (3mn^2 - 4m^2n) = n^2 - (6mn^2 - 5m^2n - m^2);$$

$$б) 12ab^2 - 17a^2b + z = a^3 + 12ab^2 - 10a^2b;$$

$$в) a^2 + 4a^4 + 5a^6 - z = a^2 + 2a^3 + 6a^4 + 5a^6;$$

$$г) (13x^2y^2 - 17xy^3 + x^4) - z = 12x^2y^2 - 7x^4;$$

$$д) p^3 + q^3 + r^3 - 3pq^2 = 4q^3 - 2r^3 + 2p^3 + z;$$

$$е) z - (k^4 - 2k^2 + 4k + 8) - (3k^2 - 2k^4 - 3k - 17) = 0;$$

$$є) z - (z - (z - (a^3 - a^2 + a - 1))) = 0.$$

1.176. Знайдіть многочлен стандартного вигляду лише зі змінними x, y, z , сума якого і многочлена $x^5 - 4xyz + y^4 + 2xy + z^3 - 9xz$ тотожно дорівнює многочлену, що не містить змінної y . Скільки існує таких многочленів?

1.177. Знайдіть такий тричлен стандартного вигляду, щоб сума його і многочлена $7p^3 + 8n^2 - pr + 10k^2 - n^2p^2k$ тотожно дорівнювала многочлену, який не містить змінної n .

1.178. Доведіть, що: а) сума трьох послідовних цілих чисел кратна 3; б) сума п'яти послідовних цілих чисел кратна 5; в) сума чотирьох послідовних цілих чисел не ділиться на 4; г) сума трьох послідовних цілих чисел, кратних 3, кратна 9.

1.179. Який многочлен треба додати до многочлена $a^5 - b^5 + a^4 - b^4 + ab$, щоб їх сума тотожно дорівнювала $a^5 - b^4$?

1.180. Який многочлен потрібно відняти від многочлена $3z^6 - 4z^5 + 17z^4 - z^2 + 3z$, щоб дістати многочлен $4z^4 - z^2 + 1$?

1.181. Який многочлен потрібно додати до многочлена $a^2 + a^3b + a^4b^2 + b^2$, щоб їх сума дорівнювала 6?

1.182. Подайте у вигляді многочлена і спростіть знайдену суму або різницю:

а) $\overline{xyz} - \overline{yzx} + \overline{zyx}$;

б) $\overline{abc} - \overline{bac} - \overline{cb}$;

в) $\overline{mkn} + \overline{nkm} + \overline{knm}$;

г) $\overline{mnk} - \overline{nkm} - \overline{knm}$;

д) $100m - \overline{mnk} + 10k + \overline{nmk}$;

е) $100a + 10b + c - \overline{cba} - \overline{ba} - \overline{ac}$.

1.183. Доведіть, що:

а) сума чисел \overline{ab} і \overline{ba} кратна 11;

б) сума чисел \overline{abc} , \overline{bca} , \overline{cab} кратна 111;

в) різниця чисел \overline{abc} і \overline{cba} кратна 99;

г) вираз $\overline{abc} - \overline{ba} + 10\overline{bc} - 34b + 22c$ кратний 33.

1.184. Знайдіть три послідовних натуральних числа такі, що квадрат середнього з них на 1 більший за добуток двох крайніх.

1.185. Впорядкуйте многочлен за спадними степенями змінної x :

а) $7 - x + 3x^7 - 2x^5 + 10x^2 + 8x^4$;

б) $17x^{10} - 12x^4 + x^{12} - 11x^6 + 3x^2 - 5x^8$;

в) $0,3xy^6 + 0,5x^2 + y^8 + 0,1x^7y^{10} - 0,11x^3 + 0,7x + 1$;

г) $\frac{1}{4}xy + \frac{1}{5}x^2y^2 + \frac{1}{6}x^3y^3 + \frac{1}{7}x^4y + \frac{1}{8}y^5$;

д) $xuz - x^2yz + x^3y^2z^2 + x^8yz^8 - x^7y^7z^7 + x^5y^5z^5$.

1.186. Упорядкуйте многочлен спочатку за спадними степенями змінної x , потім – змінної y :

а) $y^5 - 8xy + x^3y^2 - 3x^2y^6 + x^5y^4 + 9x^4$;

б) $4x^2a^5 - 3y^2a^4 + 7x^2y^3a^2 + 15y^7 - 3x^9 + 3y^6x^{10}$;

в) $13xy^4 - 7x^2y + 25x^3y^2 - 16x^2y^3 + 2x^5y^6 - x^6y^5 - 3$.

1.187. Упорядкуйте многочлен за зростаючими степенями спочатку x , потім y і, нарешті, z :

$$3xyz - 5x^2y^3z^4 + 3x^3y^4z^2 + 10x^4y^2z^3 - 13x^5y^6z^7 + 30x^6y^7z^5 - 21x^7y^5z^6.$$

1.188. Підставте $x = 7b^3 - 8ab + a^3$, $y = 3b^3 - 5a^3 + 4ab$, $z = 8b^3 - ab - 9a^3$ замість x , y і z у наведений нижче вираз і виконайте спрощення:

а) $x + y - z$; б) $x - y + z$; в) $-x + y + z$.

1.189. Підставте $a = x^4 - 3x^3 + 4x^2$, $b = x^5 - 4x^3 - x$, $c = x^5 - 3x^4 - x^3$ замість a , b і c у наведений нижче вираз і виконайте спрощення:

а) $a - 2b + 3c$; б) $2a - b - c$; в) $3a - 2b - c$.

1.190. Подайте тричлен у вигляді суми двох двочленів:

а) $x^4 + 7x^3 + 4$; б) $c^2 - c + 3$; в) $a^6 - 3a^3 + 2$;

г) $p^2 + p + 1$; д) $1 - y^4 - y^8$; е) $y^3 - y^5 + y^4$.

1.191. Подайте двочлен у вигляді суми двох двочленів:

а) $a^6 + 1$; б) $c^3 + 4c^2$; в) $x^4 + y^4$; г) $x^5 - c^5$;

д) $b^4 - 16$; е) $\frac{1}{3}a^7 - \frac{1}{6}b^5$; є) $0,3a^4 + 0,1b^6$.

1.192. Подайте тричлен у вигляді різниці двох двочленів:

а) $x^2 - 4x + 3$; б) $y^2 - y + 4$; в) $a^2 - 3a + 5$; г) $b^3 - 2b^2 + 1$;

д) $7x^7 - 3x^6 + 2x^3$; е) $x^8 + x^4 + 1$; є) $a^6 + a^3b^3 + b^6$.

1.193. Подайте двочлен у вигляді різниці двох двочленів:

а) $a^3 + 1$; б) $x^2 + y^2$; в) $6x^7 - 1$; г) $x^3 - y^3$;

д) $y^7 + b^3$; е) $\frac{1}{7}a^3 - \frac{1}{5}b^3$; є) $0,5b^4 + 0,8a^4$.

1.194. Перетворіть добуток у многочлен:

а) $3a^2(1 - a^2 + 2a^7)$; б) $3x^5(2x^3 - 4x^2 + x)$;

в) $\frac{1}{3}xy\left(2\frac{1}{4}xy^3 + 5\frac{2}{5}x^2y^2 - 3x^3y\right)$; г) $-x^4a(-x^2b + a^3x - a^3z)$;

д) $\frac{4}{3}ab^2\left(\frac{3}{4}a^2b + \frac{1}{3}a^3 - b^5\right)$; е) $(7c^3a - 3c^4b + c^8)(-3c^2ab^2)$;

- є) $(p^{k+1} + 2p^{k+2} + 3p^{k+3} + 4p^{k+4})p^{k+3}$, де k – натуральне число;
 ж) $z^{n+6}(z^{n-3} + 2z^{n-4} + 7z^{n-5})$, де n – натуральне число більше за 5;
 з) $-3x^n y^n (-4x^n y^{n-1} - 5x^{n-1} y^n + 6x^{2n-1} y^{3n-2})$, де n – натуральне число більше за 1;
 и) $(x^n - y^k + x^{2n} - x^2)x^3 y^4$, де k, n – натуральні числа;
 і) $(x^3 - 2x^4 + 3x^5 + 4x^6)x^{3k-1}$, де k – натуральне число;
 ї) $\left(-\frac{3}{4}ab^2c^3 - \frac{1}{3}a^7bc^3 + ab^3c^3\right) \cdot 4a^3b^2c^4$;
 й) $-(b^2 - c^3 - a^5 - 4ab^2c^3) \cdot 7abc^2$;
 к) $-(- (7a - 3a^2 - 4a^3)) \cdot 4a^5$;
 л) $-(-5xy^2z^3 + 3x^2yz^3 - 2x^3y^2z)(-0,6xyz)$;
 м) $(a^k + a^{2k} - a^{3k})a^{4k}$, де k – натуральне число;
 н) $(x^n y^k - 3x^{2n} y^{3k} - y^k + x^n)x^{2n} y^k$, де k, n – натуральні числа.

1.195. Подайте многочлен $5x + 4y^6 - 3y^5 + 6x^7 - 8x^9 + 5y$ у вигляді суми двох многочленів так, щоб один з них не містив змінної y , а другий – змінної x .

1.196. Подайте многочлен $10x^3 + 23x^2y - 7xy^{10} + 40x^2 + 13y^5 - 6x + 12y^7 - xy + y^3$ у вигляді суми трьох многочленів, з яких перший містить тільки x , другий – тільки y , а третій – x і y .

1.197. Запишіть многочлен у вигляді суми двох яких-небудь многочленів:

- а) $7xy^2 - 4x^5y^3 + 10x^8y - 13x^4y^4$; б) $13z^2 + 24z^3y^5 - 15z^4y^7 - 24y^6$;
 в) $a^7b - a^6b^2 + a^3b^3 + 3a^2b^4 - 2ab^5$; г) $5x - 3y^2 - 7xy^3 - 9xy^5 - 11x^2y^8$;
 д) $a^6 - b^5 - b^6 - c^3 - c^6 - d + d^4$; е) $a^7 + b^6$; є) $x^5 - y^7$; ж) $x^5 - x^4 - x^3$.

1.198. Подайте многочлен у вигляді різниці двох яких-небудь многочленів:

- а) $41x^7 - 3x^2 + 37x^5 - 4x^3 + 3x^4 - x^6$; б) $55a^3 + 11a^4 - 14a^5 + 7a^7$;
 в) $0,3y^5 - 0,8y^4 + 0,6y^3$; г) $a^6 + a^4 + 1$.

1.199. Подайте вираз як многочлен стандартного вигляду:

а) $4a(ab - 5a^2b^2 - 8a^3b^3) \cdot 0,5b$; б) $8a^2b - 3a(2ab + 7a^3 - 4)$;

в) $6x^2 - 3x^2(x - 4x^2 + 3x^4)$; г) $-3b(-2b^2 + 4b^3 - 3) \cdot 0,2b^3$;

д) $-10x^2y^2(-0,3x^3 + 0,4y^3 - 0,7x^2y^2) \cdot x^3y$;

е) $3a^2(1 - 5a) - 4a^3(2 + a) + 5a^4(3 - a^2)$;

є) $3xy(xy - x^3) - 5x^2(x^2y - 2y^2) + 2y(x^4 - y^3)$;

ж) $(2 - (4 - (2x - 1)2x)3x)x^3$;

з) $5a^3(3a(2a(1 - 4a)))$;

и) $\frac{1}{4}x^n - \frac{1}{3}x^2(x^{n-2} + 1) + \frac{1}{2}x^3(x^{n-3} + 2)$, де $n = 4, 5, 6, \dots$;

і) $x^n(x^{n+1}(x^{n+2} + x^{n+3}(x^2 + x + 1)))$, де n – натуральне число;

ї) $x^{2n} - x^3(x^{n+1} + x^2) + x^5(x^{n-2} + 3x)$, де n – натуральне число більше за 3;

й) $(x^k - (x^k - x^k(x^k + 1)))x^k$, де k – натуральне число;

к) $x^k(x^n + 1) - x^n(x^n + 1) + x^n y^n(x^k y^k + 1) - x^k y^k(x^n y^n + 1)$, де k, n – натуральні числа.

1.200. Знайдіть значення виразу:

а) $3x(2x - 5y) + 5y(y + 3x)$, якщо $x = 0,2$, $y = 0,1$;

б) $a(a + b - 2) + b(a - b + 2)$, якщо $a = 0,75$, $b = 0,25$;

в) $x(y^n - 2) + xy^2(2 - y^{n-2})$, де $n = 3, 4, 5, \dots$, якщо $x = 0,5$, $y = 1,5$;

г) $x^n y^k - x^2 y^2(x^{n-2} y^{k-2} - 2xy)$, де $n = 3, 4, 5, \dots$; $k = 3, 4, 5, \dots$, якщо $x = 1$; $y = 2$;

д) $x^n(y^k - 1) + y^k(1 - x^n) + x^n - y^k + 2xy$, де n, k – натуральні числа, якщо $x = 0,4$; $y = 0,25$.

1.201. Доведіть, що вираз:

а) $3(5a^3 - 15a^2 + 10a + 20) - 5(3a^3 - 9a^2 + 6a + 10)$ тотожно дорівнює 10;

б) $7a^2b(0,5b - 3) - 0,25(14a^2b^2 - 84a^2b - 8)$ тотожно дорівнює 2;

в) $x''(y^k - 3) - y^k(x'' - 4) - 3(2 - x'') + 4(0,3 - y^k)$ тотожно дорівнює $-4,8$;

г) $3x^{n-2}y^{n-3}(2x^2y^3 - 4xy + 6) - 2x^{n-3}y^{n-4}(3x^3y^4 - 6x^2y^2 + 9xy)$,

де $n = 4, 5, 6, \dots$, тотожно дорівнює нулю;

д) $-2x^{2n}y^n(3x^n y^{2n} - 6x^{2n}y^n + 9x^n y^n) + 3x^n y^{2n}(2x^{2n}y^n - 4x^{3n} + 6x^{2n})$,

де n – натуральне число, тотожно дорівнює нулю.

1.202. Доведіть, що значення виразу не залежить від змінної:

а) $b(4b - 1) - b(3b^2 - 7) - b^2(4 - 3b) - 6(b + 1)$;

б) $c^2(1 - 2c) + 2c(1 - c^3) + 2c^3(c + 1) - c(c + 2)$.

1.203. Розв'яжіть рівняння:

а) $4x(10x + 2) + 5x + 4 = 5x(8x - 7) - x$;

б) $4x^2 - x(3x + 10) = x^2 - x + 8$;

в) $0,5(0,2x - 1) - 0,3(0,7x + 1) = 0,33x$;

г) $7x^2 - (x - 7x(x + 3)) = 2(7x^2 + 8)$.

1.204. Подайте кожний член многочлена у вигляді добутку, виділивши спільний для всіх членів множник, винесіть його за дужки і зробіть перевірку:

а) $12x - 12$; б) $5a - 5b$; в) $21ab + 7b$; г) $0,5xy + x$;

д) $3x^4 - 12x^3$; е) $b^{10} - 3b^5$; є) $\frac{1}{3}a^7 + \frac{1}{9}a^3b$;

ж) $9x^2y^3z^4 + 45x^4y^3z^2$; з) $a^3b^2c^5 + 3ab^5c^3 + 4a^2b^4c^2$;

и) $a^{3n}b^2 - a^n b^3$, де n – натуральне число;

і) $x^n y^{2n} z^{3n} + x^{2n} y^n z^{2n}$, де n – натуральне число;

ї) $2^n a^{2k} c^{3m} + 2^{2n} a^{2k} c^m$, де k, m, n – натуральні числа;

й) $3^{2k} 2^n p^{3n} + 3^k 2^{2n} p$, де k, n – натуральні числа;

к) $15^k a^{k+1} b^{k+2} + 5^k a^{k+3} b^{k+10}$, де k – натуральне число.

1.205. Винесіть спільний множник за дужки:

- а) $11 - 121x$; б) $0,3x + 0,9x^2$; в) $0,55ab^2 + 0,1a^2b$;
г) $42b^4 - 7b^8$; д) $0,55ab^2 + 0,11a^2b$; е) $\frac{1}{81}a^3b^{10} - \frac{1}{27}a^7b^3$;
є) $2^n a^{n+1}b^{n+2} - 4^n a^{n+2}b^{n+1}$, де n – натуральне число;
ж) $9^k a^{n+3}b^{m+1} - 12^k a^n b^m$, де k, m, n – натуральні числа;
з) $(ab)^n (bc)^k - (ab)^3 (bc)^2$, де $n=4, 5, 6, \dots$; $k=3, 4, 5, \dots$;
и) $3a^{4n}b^{3n} - a^{2n}b^{3n}$, де n – натуральне число;
і) $3x + 0,3x^2y - 0,21y$; ї) $5ab^2 + 15b^3c - 20b^4$; й) $x^6 + x^4 + x^2$;
к) $y^5 - 5y^3 + 25y$; л) $13ab^2 + 26a^2b + 39ab$;
м) $a^n b^{2n} c^2 + a^{2n} b^n c^5 + a^n b^n c^3$, де n – натуральне число;
н) $x^{5n} + x^{4n} + x^{3n} + x^{2n}$, де n – натуральне число;
о) $x^n y^{5n} + x^{2n} y^{4n} + x^{3n} y^{3n} + x^{4n} y^{2n} + x^{5n} y^n$, де n – натуральне число.

1.206. Розкладіть на множники:

- а) $2p^3 - 4p^2$; б) $32a^{10} + 8a^9b$; в) $a^7b^8 + a^8b^7$;
г) $10^4b^{15} - 10^3b^{12}$; д) $a^{3n}b^{2n} + a^{2n}b^{3n}$, де n – натуральне число;
е) $a^k (ab)^n - a^{2k} (ab)^{2n}$, де k, n – натуральні числа;
є) $21a^4b^5 + 42a^5b^8 + 35a^6b^7$;
ж) $0,7a^n b^n + 0,21a^{n+1}b^{n+2} + 0,28a^{n+2}b^{n+1}$, де n – натуральне число;
з) $a^3b^2c^2 + a^2b^3c^2 + a^2b^2c^3$;
и) $a^{4n}b^{3n}c^{2n} + a^{3n}b^{4n}c^{2n} + a^{3n}b^{2n}c^{4n}$, де n – натуральне число;
і) $15a^{4n}b^3c^2 + 25a^3b^{4n}c^3 + 125a^4b^6c^{4n}$, де n – натуральне число.

1.207. Знайдіть значення виразу:

- а) $13a - 13b$, якщо $a = 4,43$; $b = 4,33$;
б) $121a + 121b$, якщо $a = 75,25$; $b = 24,75$;
в) $32,5x + x^2$, якщо $x = 7,5$;
г) $a^2 - 2,75a$, якщо $a = 102,75$;
д) $x^2y + x^3$, якщо $x = 2,1$; $y = 17,9$;
е) $y^3 - by^2$, якщо $y = 3,3$; $b = 2,3$.

1.208. Розв'яжіть рівняння:

- а) $x^2 - 10x = 0$; б) $x^2 + x = 0$; в) $x^2 + 5x = 0$;
г) $3x^2 - 12x = 0$; д) $7x^2 + 21x = 0$; е) $17x^2 - 2x = 0$;
є) $3x - 2x^2 = 0$; ж) $x^3 + x^2 = 0$; з) $5x^3 - 3x^2 = 0$;
и) $x^2 + 4x^3 = 0$; і) $5x^4 - 25x^3 = 0$; ї) $x^3 + \frac{1}{4}x^4 = 0$.

1.209. Доведіть, що:

- а) $49^4 - 49^3$ ділиться на 48; б) $36^6 + 36^5$ ділиться на 37;
в) $12^{15} + 12^{13}$ ділиться на 145; г) $36^5 + 6^9$ ділиться на 42;
д) $3^7 + 3^6 + 3^5$ ділиться на 13; е) $7^6 + 7^5 + 7^4$ ділиться на 57;
є) $7^{42} + 7^4$ ділиться на 50.

1.210. Розкладіть на множники:

- а) $3x(a + c) + 2y(a + c)$; б) $z(x - y) - 4(x - y)$;
в) $(a - b) + c(a - b)$; г) $25ac(a - c) - 5c^2(a - c)$;
д) $32(4b - 1) - 8(4b - 1)$; е) $ab(a + 4) + a^2b^2(a + 4)$;
є) $-13c(c^2 + 1) + 26(c^2 + 1)$; ж) $7ab(a^2b + a) + 3(ab + 1)$;
з) $4(a^2b + b^3) + 3(a^3b^2 + ab^4)$; и) $k(k + 1)^2 + 2(k + 1)$;
і) $3x^3(x - y) + 2x(x - y)^2$;
ї) $3x^{n+2}(x + 1)^n - 2x^n(x + 1)^{n+1}$, де n – натуральне число;
й) $3(x^n y^n + 1) + 2(x^{n+3} y^{n+3} + x^3 y^3)$, де n – натуральне число;
к) $5(x^{n+k} y^{n+k} + x^k y^k) + 4(x^{n+m} y^{n+m} + x^m y^m)$, де k, m, n – натуральні числа;
л) $3(c - y)^3 + c(c - y)^2 - c^2(c - y)^2$;
м) $(p + 1)^n + (p + 1)^{n+1}$, де n – натуральне число;
н) $18(p - 3)^{2n-1} - 9(p - 3)^{2n}$, де n – натуральне число;
о) $(3a^2b + ab)(2c^2 + c) + (3a + 1)(2c + 1)$.

1.211. Доведіть тотожність:

- а) $ab - b(1 + a) = -b$; б) $x + z + z(x - 1) = x(z + 1)$;

$$в) c(a+b) - b(a+c^2) = bc(1-c) + a(c-b);$$

$$г) b(a-b) + b(b-c) = b(a+b) - b(b+c);$$

$$д) c(2b+c) + b(b+c) = b(2c+b) + c(b+c);$$

$$е) (3a^2b)^2 (2ab^2)^3 = (6ab^3)^2 \cdot 2a^5b^2;$$

$$є) (-7x^4)^2 (-2x^5)^3 = -\frac{1}{2}x^3 (28x^{10})^2;$$

$$ж) 45^7 \cdot 5^{21} = 75^{14};$$

$$з) 18^{16n} = 12^{8n} \cdot 9^{12n}, \text{ де } n - \text{натуральне число.}$$

1.212. Доведіть, що коли $5x + 2y$ ділиться на 17, то $9x + 7y$ ділиться на 17.

1.213. Обчисліть:

$$а) 655 \cdot 125 - 155 \cdot 125;$$

$$б) 823 : 50 + 277 : 50;$$

$$в) 733 \cdot 335 + 300 \cdot 335 - 33 \cdot 335; \quad г) \frac{6}{7} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7};$$

$$д) \frac{12,6 \cdot 64 - 25,2}{12,6^2 - 12,6 \cdot 2,6}; \quad е) 75 \cdot 12 + 24 \cdot 68 - 75 \cdot 2 - 24 \cdot 18 + 88 \cdot 25 - 78 \cdot 25;$$

$$є) (1,38 \cdot 1,48 - 1,38^2) : 0,023 - 5,96.$$

1.214. Використовуючи тотожність $a(b-c) = -a(c-b)$, розкладіть на множники:

$$а) x(y-3) + z(3-y);$$

$$б) a(-b+c) + b(b-c);$$

$$в) 7xy(3x^2 - y^2) + z(y^2 - 3x^2); \quad г) (4x-1)^3 + (1-4x);$$

$$д) (-7a^2b + 4x^2y^3)^3 + (7a^2b - 4x^2y^3)^3;$$

$$е) a^n(b^{2n} - c^4) - b^4(c^4 - b^{2n}), \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$є) 8p(2b-c) + 11q(c-2b) + 13q^2(-2b+c);$$

$$ж) x(5x^4 - z^3) + y(z^3 - 5x^4) - z(5x^4 - z^3);$$

$$з) (a-b)^{n+1} - (b-a), \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$и) a^n(b^n - c^n) + p^n(c^n - b^n), \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$і) 2^n(5^n - 3^n) + 7^n(3^n - 5^n), \text{ де } n - \text{натуральне число.}$$

1.215. Подайте у вигляді добутку двох многочленів вираз:

- а) $3a(a+b) + (a-b)(a+b)$; б) $(9x-7)(2y+5) + 7z(9x-7)$;
в) $(a-b)^2 + (a-b)(a^2 + b^2)$;
г) $(5p^2 - q^3)(p^3 - 2q^5) - (q^3 - 5p^2)(p-8)$;
д) $(a^n - b^n)(a-b)^2 - (b^n - a^n)(b-a)$, де n – натуральне число;
е) $(a-b)(p-q)(m-n) + b(q-p)(m-n) - a(p-q)(n-m)$.

1.216. Знайдіть значення виразу, попередньо спростивши його:

- а) $x(y-z) - 0,7(z-y)$, якщо $x=2,3$; $y=4,77$; $z=0,27$;
б) $5a(b-c) + (c-b)(3a+2)$, якщо $a=4,25$; $b=9,92$; $c=0,08$;
в) $a(m-n) + b(m-n) - c(n-m)$, якщо $m=1,991$; $n=-0,09$;
 $a=4,275$; $b=1,225$; $c=4,5$;
г) $(y-x)(x+y) + (x-y)^2$, якщо $x=4,25$; $y=-0,75$.

1.217. Подайте вираз як многочлен стандартного вигляду:

- а) $3x^3(-4x^2)(1-x^5+2x^7-x^9)$;
б) $-3a(6a^8-2a^7+3a^6-5a) \cdot \frac{2}{3}a^2$;
в) $(-3xy^2)(x^2y)(xy-x^2y^2+y^3+x^3)$;
г) $7a^4-6a^3-2a^2(a^2-3a+1)$;
д) $5x^4y^3+2x^3y^4-x^3(4xy^3+2y^4+1)$;
е) $7x(a^2-3x^2+1)-3a^3(a^3-7x)$;
є) $3bc(a^2-b^2)-2a^2(bc-b^2)+3b^2(bc-b^2)$.

1.218. Доведіть, що вираз:

- а) $4(p^2-p) + p(4-p) - 3p^2(1+p^4) + p^3(3p^3-2) - 2(1-p^3)$
не залежить від змінної p ;
б) $4ab(a^2+b^2) - a^2b(ab^2+4a) - ab^2(a^2b+4b) + 2(a^3b^3+4)$
не залежить від змінних a і b .

1.219. Розв'яжіть рівняння:

а) $4x(5x - 4) + 10(x - 2x^2) = 24 - 2x$;

б) $3x(x^2 - 5x + 1) - x^2(3x - 15) + x(2x + 3) = 2x^2 + 10$;

в) $x^3(x^3 - 1) - (2x - 3) = x^2(x^4 - 2) + x(2x - 4) + x(1 - x^2)$;

г) $\frac{2}{3}(9 - x) - \frac{4}{5}(x - 5) = (4 - x) - 2(9 - x)$;

д) $-3(0,1x - 0,5) + 3(0,4 - 1,5x) = 2(x - 0,7) - (0,9 - 0,3x)$.

1.220. Подайте у вигляді многочлена вираз:

а) $(x + 7)(x + 4)$; б) $(x - a)(x + 5)$; в) $(x + 3)(x - 3)$;

г) $(b - 4)(b - 10)$; д) $(3x - 5)(2x + 3)$; е) $(7x - 2)(5x - 8)$;

є) $(4 - 3x)(2x - 1)$; ж) $(2x + 7)(5 - 3x)$; з) $(3 - 2x)(2 - 5x)$.

1.221. Перетворіть у многочлен стандартного вигляду вираз:

а) $(4a^2 - 1)(3a^2 + 3)$; б) $(a^3 + 2a^2)(a + 4)$; в) $(7x^2 - 1)(x^5 - x)$;

г) $(5y^3 - y)(1 - y^2)$; д) $(3p^3 - 2p)(7p - p^2)$;

е) $(2x^n - 1)(3 + x^{n+1})$, де n – натуральне число;

є) $(a^n + b^m)(a^n - b^m)$, де m, n – натуральні числа;

ж) $(x + 3)(x^2 - 5x + 4)$; з) $(6x^2 - 3x - 2)(2x - 1)$;

и) $(5x^2 + 4x - 1)(3x^2 + 1)$; і) $(3x^5 - 2x^4 + 1)(x^5 + 1)$;

ї) $(2a^{n+2} + 5a^n - 1)(a^{n+1} - a)$, де n – натуральне число;

й) $(a^2x + ax^2 + ax)(ax + 2)$; к) $(20n^3 + 4np^2 + 5p^3)(3n - p)$.

1.222. Спростіть вираз:

а) $(2a^2 - 5)(4 + 6a) - 12a^3$; б) $(5 + b)(7b^2 - 5) + 30b$;

в) $7x^5 - (7x - 2)(4x + x^4)$; г) $4a^3 - 3a^2 + (4a^2 + 1)(3a^2 - a)$;

д) $2x^n - (x^n - 4)(x^2 + 1)$, де n – натуральне число;

е) $x^{2n} - (x^n + 1)(x^n - 1)$, де n – натуральне число;

є) $y^{2n} - (y'' + x'')(y'' - x'') - x^{2n}$, де n – натуральне число;

ж) $(c + 4)(c^2 - 3) - (4c + 1)(1 - c)$;

з) $(a - 7)(a + 2) + (14 - a)(3 + a)$;

и) $(x^4 - 2x + 1)(x - 1) - (x^3 - x + 1)(x^4 - 4)$.

1.223. Розв'яжіть рівняння:

а) $(5x - 4)(2x + 4) + (9 - 10x)(x - 7) = 2x + 1$;

б) $(|x| - 5)(|x| - 3) = x^2 + 4|x|$;

в) $(x'' + x)(x + 1) = x^{n+1} + x'' + x(x - 4)$, де n – натуральне число.

1.224. Доведіть, що значення виразу:

а) $x^6 - (x^3 - 5)(x^3 + 5)$ не залежить від змінної x ;

б) $p^{2n} - (p'' + 2)(p'' - 2)$, де n – натуральне число, не залежить від змінної p .

1.225. Доведіть, що:

а) коли n і m – натуральні числа, які при діленні на 7 дають в остачах відповідно 5 і 3, то їх добуток при діленні на 7 дає в остачі 1;

б) коли x і y – натуральні числа, які при діленні на 11 дають в остачах відповідно 7 і 8, то їх добуток при діленні на 11 дає в остачі 1;

в) коли a і b – натуральні числа, які при діленні на 15 дають в остачах відповідно 5 і 6, то їх добуток ділиться на 15.

1.226. Доведіть, що значення виразу:

а) $(m - 2)(m + 2) - (m - 11)(m + 2)$ при всіх цілих значеннях m ділиться на 9;

б) $(n - 2)(n + 2) - (n - 8)(n - 7)$ при всіх парних значеннях n ділиться на 30;

в) $(2p - 11)(2p + 11) - (p - 7)(4p + 3)$ при всіх парних значеннях p ділиться на 50.

1.227. Доведіть, що значення виразу:

а) $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$ при будь-яких x більше за значення виразу $(x^2 - 5)(x^2 + 2)$;

б) $(y^3 - 3)(y^4 - 4)$ при будь-яких значеннях y більше за значення виразу $(y^2 - 1)(y^2 - 2) - 4y^2$.

1.228. Знайдіть три послідовних натуральних числа, які задовольняють умову: різниця між квадратом третього числа і добутком першого та другого чисел дорівнює 19.

1.229. Знайдіть чотири послідовних натуральних числа, які задовольняють умову: різниця між добутком двох чисел, які стоять на парних місцях, і добутком двох чисел, які стоять на непарних місцях, дорівнює 23.

1.230. Знайдіть чотири послідовних натуральних числа, коли відомо, що добуток двох останніх чисел більший за добуток двох перших чисел на 86.

1.231. Знайдіть чотири послідовних непарних числа, коли відомо, що добуток крайніх чисел на 8 менший за добуток середніх.

1.232. Знайдіть три послідовних натуральних числа, коли відомо, що різниця між квадратом другого числа і добутком першого та третього чисел дорівнює 1.

1.233. Периметр прямокутника дорівнює 44 см. Якщо довжину зменшити на 5 см, то площа прямокутника зменшиться на 35 м^2 . Знайдіть сторони прямокутника.

1.234. У прямокутному трикутнику один катет більший за другий на 1 см. Якщо катети збільшити на 2 см, то його площа збільшиться на 9 см^2 . Знайдіть площу даного трикутника.

1.235. Розв'яжіть рівняння, розклавши ліву частину на множники:

а) $y(y-1) + (y+1)(y-1) = 0$; б) $(x^2+1)(x-7) - (x^2-x)(x-7) = 0$;

в) $(x-a)(x-b) - (x-a)b = 0$; г) $x(x-7) + 8(7-x) = 0$.

1.236. Розв'яжіть рівняння, розклавши ліву частину на множники:

а) $x^n(4x-1) - (x^n - x + 2)(4x-1) = 0$, де n – натуральне число;

б) $|x-1||x+1| - 3|x-1| = 0$;

в) $4c(x-a)(y-b) - c(a-x)(y-b) = 0$;

г) $|x-a||x-b| + b|x-a| = 0$.

1.237. Подайте квадрат виразу у вигляді многочлена:

а) $(a^n + b^n)^2$, де n – натуральне число;

б) $(a^m - b^m)^2$, де m – натуральне число;

в) $(x^n + y^m)^2$, де m, n – натуральні числа.

1.238. Спростіть вираз:

- а) $x^{2n} - (x^n + 1)(x^n - 1)$, де n – натуральне число;
б) $y^{2n} - (y^n + x^n)(y^n - x^n) - x^{2n}$, де n – натуральне число;
в) $(a - 7)(a + 2) + (14 - a)(3 + a)$.

1.239. Знайдіть значення виразу:

- а) $(2a^3 - 1)(a + 6) + (3 - 2a^2)(a^2 + 1) - a(12a^2 + 1)$, якщо $a = 1, 4$;
б) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) - (a - b)(a^2 + b^2)$, якщо $a - b = 3$; $ab = 18$;
в) $-a^n + (a + 1)(a^n + 2) - a^{n+1}$, якщо $a = 0, 25$.

1.240. Подайте многочлен у вигляді добутку двочленів:

- а) $ab + ac + 13b + 13c$; б) $5x + 5y - mx - my$;
в) $ak - bk - ma + mb$; г) $ab - ac + 5b - 5c$;
д) $-5x - 5y - my - mx$; е) $mp - mq + p^2 - pq$;
є) $bk - ak + ab - a^2$; ж) $21a^2b - 7ab^2c - 3a + bc$;
з) $a^2p^2 - a^2q^2 - p^2b^2 + b^2q^2$; и) $a^5 - a^3b^2 - a^2b^3 + b^5$;
і) $6xy^2 + 21xyn - 10mny - 35mn^2$;
ї) $x^n y^n + x^n y^m + x^m y^n + x^m y^m$, де m, n – натуральні числа.

1.241. Подайте вираз у вигляді добутку двочлена і тричлена:

- а) $m^5 + m^3n - m^2n^2 - n^3 - n^2$; б) $x^2y^4 - y^4x + y^4 - x^2z^3 + xz^3 - z^3$;
в) $m^2a - b^2m^2 - c^3m^2 - an + b^2n + c^3n$;
г) $m^2n^2 - n^3 + 3n^2 - m^2 + n - 3$;
д) $b^2p^2 - b^2q^4 + b^2n^3 - c^2p^2 + c^2q^4 - c^2n^3$;
е) $x^n p^m + x^n q^m + x^n a^m + y^n p^m + y^n q^m + y^n a^m$, де m, n – натуральні числа.

1.242. Знайдіть значення виразу:

- а) $3,22 \cdot 6,7 + 3,22 \cdot 5,3 + 1,78 \cdot 6,7 + 1,78 \cdot 5,3$;
б) $3,2 \cdot 18,17 + 3,2 \cdot 3,83 - 2,7 \cdot 18,17 - 2,7 \cdot 3,83$;
в) $10,1 \cdot 7,45 - 10,1 \cdot 4,45 + 3,9 \cdot 7,45 - 3,9 \cdot 4,45$;
г) $10,75 \cdot 6,35 - 10,75 \cdot 4,35 - 3,25 \cdot 6,35 + 3,25 \cdot 4,35$.

1.243. Доведіть тотожність:

- а) $(k^2 + n^2)(k^2 - n^2) = k^4 - n^4$;
б) $7(x + y)^2 + 3x^2 + 3xy = (x + y)(10x + 7y)$;
в) $(x + y)^2 + 2cx + 2cy = (x + y)(y + x + 2c)$;
г) $a^m + b^m + 5a^{2m} + 5a^m b^m = (a^m + b^m)(1 + 5a^m)$.

1.244. Розв'яжіть рівняння:

- а) $x^5 + x^4 + x + 1 = 0$; б) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 12x = 0$.

1.245. Доведіть, що при будь-яких цілих m і n значення виразу $(5m + 3n + 1)^5 (3m + n + 4)^4$ ділиться на 16.

1.246. Знайдіть значення виразу, попередньо розклавши його на множники:

- а) $2x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3$, якщо $x = 4,5$; $y = 2,5$;
б) $2x^2 + xy - 2xy - y^2$, якщо $x = 5,75$; $y = 3,5$;
в) $a^{m+1} + 2a^m b + ab^n + 2b^{n+1}$, де m, n – натуральні числа, якщо $a = -3,72$; $b = 1,86$.

1.247. Спростіть вираз:

- а) $(1 + 0,8a + 0,4b^2)(a - 0,5b^2)$; б) $(1 + 0,12p + 0,4p^2)(1 - 5p^2)$;
в) $(1,44x^2 + 0,6xy + 0,25y^2)(1,2x - 0,5y)$;
г) $(p + p^2 + p^5)(p - p^6 - p^7)$;
д) $(1 - a + a^2)(1 + a + a^2) - (1 + a + a^2)(1 - a - a^2)$;
е) $(2p + 3p^2 - 4p^4)(p + p^3 - p^5) + (3p - 3p^2 + 4p^4)(p^5 - p^4 + 1)$;
є) $\left(\frac{1}{2}ab + \frac{1}{3}ab^2 + \frac{1}{4}a^2b\right)(2ab + 1) - \left(ab + \frac{2}{3}ab^2 + \frac{1}{2}a^2b\right)(a + 1)$.

1.248. Спростіть вираз:

- а) $(1 + p + p^3)(1 - p^2 - p^4)$;
б) $(a - b + 1)(a + b - 1) - (a + b + 1)(a + b + 1)$;
в) $(a + 4b + 2)(a + b + 3) - (1 + 4a + b)(2 + a + 3b)$;
г) $(a + b)(a^2 + b^2 + 1) - (a - b)(a^2 + b^2 + 2) + (a - b + 1)(2a - b + 1)$;

$$д) (1+c+c^2)(2+3c+4c^2) - (1-c-c^2)(2-3c-4c^2) + \\ + (3+4c+5c^2)(c^2-c-1);$$

$$е) (a^3 + a^2 - a + 1)(a - 1);$$

$$є) (a^3 - a^2b - ab^2 + b^2)(a + b);$$

$$ж) (a^3 - 2a^2b + 5ab^2 - 3b^3)(3a - 2b);$$

$$з) (p^4 + p^3 - p^2 + 1)(p^2 - p + 1);$$

$$и) (5x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x + 1)(x^2 + x + 1);$$

$$і) \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z + 1 \right) \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}z \right);$$

$$ї) \left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{4}c + 1 \right) \left(\frac{1}{4}c - \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b + 1 \right);$$

$$й) (3p^4 - 5p^3m + 6p^2m^2 + 2pm^3 - 4m^4)(p^2 - 2pm + m^2);$$

$$к) (5x^4 + 7x^3y - 6x^2y^2 + 4xy^3 - 2y^4)(x^2 + 2xy + y^2);$$

$$л) (p^5 + p^4 + p^3 + p^2 - p + 1)(p^2 + p - 1) - (p^5 - p^4 + p^3 - \\ - p^2 + p - 1)(p^2 - p + 1);$$

$$м) (a^5 - a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)(a^3 + a^2 - a - 1) - (1 + a - a^2 + \\ + a^3 - a^4 - a^5)(a^3 - a^2 + a + 1).$$

1.249. Подайте добуток у вигляді різниці квадратів двох виразів:

$$а) (p-5)(p+5); \quad б) (3-x)(x+3); \quad в) (3y+4)(3y-4);$$

$$г) \left(\frac{1}{2}b + \frac{1}{3} \right) \left(\frac{1}{2}b - \frac{1}{3} \right); \quad д) (3p-4q)(3p+4q);$$

$$е) \left(\frac{1}{3}xy - m \right) \left(\frac{1}{3}xy + m \right); \quad є) (3ab-5mn)(3ab+5mn);$$

$$ж) (x^3 - y^3)(x^3 + y^3); \quad з) (11a^5 + 9b^4)(11a^5 - 9b^4);$$

$$и) (x^5y^3 - a^2p)(x^5y^3 + a^2p); \quad і) (-5x^2y - 4p^6)(5x^2y - 4p^6);$$

- ї) $(x^m - y^n)(x^m + y^n)$, де m, n – натуральні числа;
 й) $(a^m + 2b^m)(a^m - 2b^m)$, де m – натуральне число;
 к) $3(x^2 - y^2)(27x^2 + 27y^2)$; л) $(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$;
 м) $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)(a^6 + b^6)(a^{12} + b^{12})$;
 н) $(a^m b^n - 2^m 3^n)(a^m b^n + 2^m 3^n)$, де m, n – натуральні числа;
 о) $\left(\frac{1}{3}ab^3c^3 - \frac{1}{5}p^2q^4z^4\right)\left(\frac{1}{3}ab^3c^3 + \frac{1}{5}p^2q^4z^4\right)$;
 п) $(x^n - y^n)(x^n + y^n)(x^{2n} + y^{2n})(x^{4n} + y^{4n})$, де n – натуральне число.

1.250. Перетворіть вираз у двочлен:

- а) $(3 - 2a)(3 + 2a)$; б) $(5 - 4ab)(4ab + 5)$;
 в) $(a^3 - a^2)(a^3 + a^2)$; г) $(0,5a^2 - 0,3a)(0,5a^2 + 0,3a)$;
 д) $\left(\frac{8}{7}a + \frac{7}{8}b\right)\left(\frac{7}{8}b - \frac{8}{7}a\right)$; е) $(-0,11a^2b + 0,4p)(0,4p - 0,11a^2b)$;
 є) $\left(\frac{1}{2}a^m - 3b^m\right)\left(\frac{1}{2}a^m + 3b^m\right)$, де m – натуральне число;
 ж) $\left(\frac{ab}{5} + \frac{a^2b^2}{7}\right)\left(\frac{ab}{5} - \frac{a^2b^2}{7}\right)$;
 з) $(a^{m+2} - b^{n+1})(a^{m+2} + b^{n+1})$, де m, n – натуральні числа;
 и) $\left(-\frac{ab}{3} + \frac{pq}{2}\right)\left(-\frac{ab}{3} - \frac{pq}{2}\right)$;
 і) $(-x^m - y^m)(x^m - y^m)$, де m – натуральне число.

1.251. Зведіть вираз до стандартного вигляду многочлена:

- а) $\left(\frac{1}{2}a^3 - 6\right)\left(\frac{1}{2}a^3 + 6\right)$; б) $\left(\frac{1}{25} - a^6\right)\left(\frac{1}{25} + a^6\right)$;
 в) $\left(\frac{2}{3}p^5 - \frac{3}{2}p^2\right)\left(\frac{2}{3}p^5 + \frac{3}{2}p^2\right)$; г) $(0,5x^2a^2 - 0,3)(0,5x^2a^2 + 0,3)$;

$$д) \left(3q^5 + \frac{1}{3}q^4\right)\left(\frac{1}{3}q^4 - 3q^5\right); \quad е) \left(b^7 - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4} + b^7\right);$$

$$е) \left(\frac{a^{10}}{2^n} - \frac{b^{15}}{3^n}\right)\left(\frac{a^{10}}{2^n} + \frac{b^{15}}{3^n}\right), \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$ж) \left(\left(\frac{2}{5}\right)^n - \left(\frac{b}{3}\right)^n\right)\left(\left(\frac{2}{5}\right)^n + \left(\frac{b}{3}\right)^n\right), \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$з) (3 - a^6)(3 + a^6)(9 + a^{12}).$$

1.252. Використовуючи тотожність $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, обчисліть усно значення виразів:

а) $97 \cdot 103$;

б) $65 \cdot 55$;

в) $73 \cdot 67$;

г) $301 \cdot 299$;

д) $298 \cdot 302$;

е) $903 \cdot 897$.

1.253. Подайте вираз як многочлен стандартного вигляду:

а) $3a(a^2 - b)(a^2 + b)$;

б) $(7 - a^3b^5) \cdot 3(a^3b^5 + 7)$;

в) $(12a^2 - 4p^5)(15a^2 + 5p^5)$;

г) $(p - q)(p + q)(p^2 + q^2)$;

д) $(x^5 - xy^4)(x^6 + x^2y^4)$;

е) $(x^{n+1} + xy^2)(x^n - y^2)$, де n – натуральне число;

є) $(a - 2)(a + 2)(a^2 + 2a + 4)(a^2 - 2a + 4)$.

1.254. Що більше:

а) 926^2 чи $920 \cdot 932$;

б) $733 \cdot 747$ чи $735 \cdot 745$?

1.255. Підставте замість зірочок такі одночлени, щоб утворилася тотожність:

а) $(0,2k + *) (* - 0,2k) = \frac{1}{9}m^6 - 0,04k^2$;

б) $(5a^2b - *) (5a^2b + *) = * - 9p^2$;

в) $(2x^2 - *) (* + *) = 4x^4 - y^6$;

г) $\left(* - \frac{1}{11}y^2x^3\right)\left(\frac{1}{13}a^4 + *\right) = \frac{1}{169}a^8 - \frac{1}{121}y^4x^6$.

1.256. Подайте добуток, якщо це можливо, у вигляді різниці квадратів:

- а) $4(a+b)(a-b)$; б) $25(ab-2)(ab+2)$;
в) $3(a^2-b^2)(3a^2+3b^2)$; г) $a^2b(p-q)(bp+bq)$;
д) $x(xa^2-xb^2)(x^2a^2+x^2b^2)$; е) $(1-z)(1+z)(1+z^2)(1+z^4)$;
є) $x^2(x^m+y^n)(x^m-y^n)$, де m, n – натуральні числа;
ж) $(-a-b)(a-b)(a^2+b^2)$; з) $(x+y+4)(x+y-4)$;
и) $(a+b+c)(a-b-c)$; і) $(a+b-x-y)(a+b+x+y)$;
ї) $(p-q+3)(p+q-3)$;
й) $(x^m+y^n+z^k)(-x^m+y^n-z^k)$, де k, m, n – натуральні числа.

1.257. Запишіть у вигляді добутку суми і різниці вираз:

- а) a^4-b^2 ; б) $9-p^2$; в) a^2-b^6 ; г) $a^2b^2c^2-p^2$; д) $625-x^{10}$;
е) $121x^2y^6-144p^4q^8$; є) $\frac{49}{25}a^{10}-\frac{25}{49}b^{10}$; ж) $1,69x^{20}-225y^{10}$;
з) $0,0004-\frac{9}{625}x^{12}$; и) $0,36p^{14}-0,16p^{10}$;
і) $x^{2n}-y^{2n}$, де n – натуральне число;
ї) $9x^{4m}-0,04y^{2m}$, де m – натуральне число;
й) $\frac{1}{169}a^{4m}-\frac{1}{64}b^{6m}$, де m – натуральне число;
к) $x^{2n}y^{2n}-1,21z^{10m}$.

1.258. Знайдіть значення виразу:

- а) 35^2-15^2 ; б) 135^2-35^2 ; в) 127^2-73^2 ;
г) 76^2-66^2 ; д) 52^2-48^2 ; е) $45,7^2-45,6^2$;
є) $100,3^2-100,1^2$; ж) $\left(11\frac{2}{5}\right)^2-\left(8\frac{3}{5}\right)^2$; з) $\left(2\frac{9}{14}\right)^2-\left(1\frac{9}{14}\right)^2$.

1.259. Скоротіть дріб:

- а) $\frac{42^2-36^2}{28^2-16^2}$; б) $\frac{25^2-33^2}{66^2-34^2}$; в) $\frac{132^2-24^2}{72^2-36^2}$;
г) $\frac{33^2-67^2}{25^2-125^2}$; д) $\frac{12,5^2-11,5^2}{66,6^2-65,4^2}$; е) $\frac{64^4-62^4}{64^2+62^2}$.

1.260. Розкладіть на множники вираз:

- а) $x^{40} - 25$; б) $\frac{1}{4}a^{50} - 1$; в) $0,25 - 4a^{10}$; г) $0,4a^{120} - 1,21$;
д) $625 - 64a^2b^4$; е) $a^{2n} - 2^{2n}$, де n – натуральне число;
є) $x^4y^{4n} - 3^{2n}$, де n – натуральне число;
ж) $4^n - 9^m5^{2m}$, де m, n – натуральні числа.

1.261. Подайте вираз у вигляді добутку:

- а) $(2a - 3)^2 - 0,25$; б) $(3p - 2)^2 - p^2$;
в) $(2^n - 5)^2 - 4^n$, де n – натуральне число;
г) $0,09 - (x^2 + x)^2$; д) $(a + 1)^2 - (a^2 - 2)^2$;
е) $(x + y)^2 - (x + 3)^2$; є) $(x^2 + x + 1)^2 - (x^2 - x + 2)^2$;
ж) $(3 \cdot 2^n + p^n - 1)^2 - (2^n + p^n - 2)^2$, де n – натуральне число.

1.262. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(3a^2 + 5b)^2 - (5b - 3a^2)^2$; б) $(a + b)^2 - (a - b)^2$;
в) $(a - b)^2 - 4$.

1.263. Зведіть многочлен до виду $(ax + b)^2 - c^2$ і розкладіть на множники:

- а) $x^2 - 8x + 15$; б) $x^2 + 0,6x - 0,91$;
в) $9x^2 - 12x - 21$; г) $\frac{1}{4}x^2 - 4x + 7$.

1.264. Подайте вираз у вигляді добутку трьох множників:

- а) $2a^2 - 8$; б) $18 - 72b^4$; в) $3a^4 - 27$; г) $a - a^3$;
д) $256 - p^4$; е) $2^{4n} - 16$, де n – натуральне число;
є) $p(p^2 - q^2) + 2(q^2 - p^2)$; ж) $2^n(k^2 - 1) - 3(k^2 - 1)$.

1.265. Подайте вираз у вигляді чотирьох множників:

- а) $a(a^4 - 16) - a^4 + 16$; б) $p^5 - p^4 - p + 1$;
в) $2^{2n}a^{2n} - 2^{2n} - a^{2n} + 1$, де n – натуральне число.

1.266. Подайте у вигляді п'яти множників вираз $a^{16n} - b^{16n}$, де n – натуральне число.

1.267. Розв'яжіть рівняння, звівши його до виду $(ax + b)(ax - b) = 0$:

а) $x^2 - 6,25 = 0$;

б) $25x^2 - 1 = 0$;

в) $0,25x^2 - 9 = 0$;

г) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9} = 0$.

1.268. Розв'яжіть рівняння:

а) $9x^3 - 25x = 0$; б) $144y^3 - 0,25y = 0$; в) $y^5 - 16y = 0$;

г) $x^{n+2} - 36x^n = 0$, де n – натуральне число;

д) $x^{n+4} - 625x^n = 0$, де n – натуральне число.

1.269. Розкладіть многочлен на множники:

а) $a + b + a^2 - b^2$; б) $a^2 - b^2 - a + b$; в) $16x^2 + 4x - y - y^2$;

г) $x^2 - 3y + x - 9y$; д) $100a^2 + 10a + b - b^2$;

е) $2^{2n}a^4 - 2^na^2 + cb^n - c^2b^{2n}$, де n – натуральне число;

є) $2^{2n} \cdot 3^{2m} - 2^n \cdot 3^m - 5^n \cdot 7^m - 5^{2n} \cdot 7^{2m}$, де m, n – натуральні числа.

1.270. Обчисліть раціональним способом:

а) $21,6^2 - 14,4^2 + 36 \cdot 5,8$; б) $42,5^2 - 27,5^2 - 15 \cdot 70$;

в) $32,7^2 - 17,3^2 + 72,2^2 - 22,2^2$.

1.271. Доведіть, що при будь-якому цілому n значення виразу:

а) $(4n + 2)^2 - (2n + 4)^2$ ділиться на 12;

б) $(2^m 5n + 15)^2 - (10n + 5)^2$, де m – натуральне число, ділиться на 25;

в) $(n^2 + 3n + 1)^2 - 1$, де n – натуральне число, ділиться на 24.

1.272. Обчисліть: $8^{30} \cdot 3^{30} - (24^{15} - 1)(24^{15} + 1)$.

1.273. Подайте у вигляді многочлена вираз:

а) $(a + 2)^2$; б) $(8 + b)^2$; в) $(x - 3)^2$; г) $(2a + 1)^2$;

д) $(2x + 3y)^2$; е) $\left(\frac{1}{2}p - 4q^2\right)^2$; є) $(-3a + 1)^2$; ж) $(5ab - 0,5c)^2$;

з) $(0,1ab - 0,7cd)^2$; и) $\left(-\frac{7}{2}a^2 - \frac{2}{7}b^2\right)^2$; і) $(a^7 - b^7)^2$; ї) $(a^6 + a^4)^2$;

- й) $(p^{100} - p^{10})^2$; к) $(a^m - a^n)^2$, де m, n – натуральні числа;
 л) $(a^{2n+1} + 2a^n)^2$, де n – натуральне число;
 м) $(a^n b^m c^k + p^l)^2$, де k, l, m, n – натуральні числа;
 н) $(2a^{n+1} b^{n+2} c^{n+3} - a^{m+3} b^{m+2} c^{m+1})^2$, де m, n – натуральні числа.

1.274. Розкрийте дужки:

- а) $\left(\frac{1}{4}a^2 - 4b^3\right)^2$; б) $(0,5p^4 + 0,7p^6)^2$; в) $(1,1pq^2 + 2,2p^2)^2$;
 г) $(-0,3x^3 - 10y^{10})^2$; д) $(ab^2c^2 - 0,3)^2$; е) $(6,1k^2 - k^7)^2$;
 є) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}ab\right)^2$; ж) $\left(-3\frac{1}{3}t^5 - ta\right)^2$;
 з) $\left(\frac{1}{3}a^m - 3b^n\right)^2$, де m, n – натуральні числа;
 и) $(2^n - 2^m)^2$, де m, n – натуральні числа;
 і) $(3^n a^m - 3^m a^n)^2$, де m, n – натуральні числа;
 ї) $(a^m b^n + 3a^n b^m)^2$, де m, n – натуральні числа;
 й) $\left(\frac{1}{2^n}a^{m+1} - 2^n b^{m+1}\right)^2$, де m, n – натуральні числа.

1.275. Подайте у вигляді многочлена вираз:

- а) $3(4a - b)^2$; б) $-5(3p^2 - 4q^3)^2$; в) $a(a^{10} + 2a^5)^2$;
 г) $(t + 4t^2)(5t + 20t^2)$; д) $(-9ab - 1)^2(9ab + 1)$;
 е) $(ab - ct)^2(ab + ct)^2(a^2b^2 - c^2t^2)^2$;
 є) $a^n(a^n + 3)^2$, де n – натуральне число;
 ж) $2^n(3^n + 2^n)^2$, де n – натуральне число;
 з) $(7k^2 - n)^2(7k^2 + n)^2$; и) $(5a - 1)(5a + 1)(25a^2 - 1)$;

$$\text{і)} (3c + 2p)(-3c + 2p)(-9c^2 + 4p^2);$$

$$\text{ї)} (a^n - p^n)^2 (a^n + p^n)^2 (a^{2n} + p^{2n})^2, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{й)} (a^n - 2^n)(a^n + 2^n)(a^{2n} - 2^{2n}).$$

1.276. Спростіть:

$$\text{а)} (5a - 2b)^2 + (5a + 2b)^2; \text{ б)} (3p^2 - 7p)^2 + (-3p^2 - 7p)^2;$$

$$\text{в)} (2x - y)^2 + (3x + y)^2 - (4x + y)^2;$$

$$\text{г)} \left(\frac{1}{2}a^{10} - \frac{1}{3}b^{10} \right)^2 \left(\frac{1}{2}a^{10} + \frac{1}{3}b^{10} \right)^2 - \left(\frac{1}{4}a^{20} - \frac{1}{9}b^{10} \right)^2;$$

$$\text{д)} (a^4 - 3t)^2 - (a^4 + 2t)^2; \text{ е)} (6a^6 + a^4)^2 - (6a^6 - a^4)^2;$$

$$\text{є)} (5x^5 - x)^2 + (6x - x^5)^2; \text{ ж)} \left(\frac{1}{16}a^6 - 16a^2 \right)^2 - \left(\frac{1}{16}a^6 + 16a^2 \right)^2;$$

$$\text{з)} (3^n + 2^n)^2 - (3^n - 2^n)^2, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{и)} (a^m + 10b^n)^2 - (a^m - 10b^n)^2, \text{ де } n, m - \text{натуральні числа};$$

$$\text{і)} (p^3 - q^3)^2 (p^3 + q^3)^2 - (p^6 - q^6)^2;$$

$$\text{ї)} (p^n - q^n)(p^n + q^n) - (p^n - q^n)^2, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{й)} (1 - 2^n)^2 + (1 - 3 \cdot 2^n)^2 - (1 - 2^{n+1})^2, \text{ де } n - \text{натуральне число}.$$

1.277. Подайте, якщо це можливо, у вигляді квадрата дво-члена вираз:

$$\text{а)} p^2 + 2pq + q^2; \text{ б)} x^2 - 2xy + y^2; \text{ в)} 4a^2 + 24ab + 36b^2;$$

$$\text{г)} a^2 - 2a + 4; \text{ д)} p^2 - 6pq + 9q^2; \text{ е)} 100x^2y^2 + 60xy + 9;$$

$$\text{є)} \frac{1}{25}c^4 - 0,4c^2 + 1; \text{ ж)} \frac{1}{9}a^6 - \frac{1}{3}a^3b^2 + \frac{1}{4}b^4; \text{ з)} \frac{1}{36}b^{10} + 2b^5 + 36;$$

$$\text{и)} p^{2n} - 4p^n + 4, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{і)} \frac{1}{9^n}a^{2n} - \frac{2}{15^n}a^n b^n + \frac{1}{25^n}b^{2n}, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{ї)} a^2b^4c^6 - 6a^3b^6c^8 + 9a^4b^8c^{10}; \text{ й)} a^{4n}b^{2m} + 16a^{5n}b^{5m} + a^{6n}b^{8m}.$$

1.278. Застосовуючи формули квадрата суми і різниці двочлена, знайдіть значення виразу:

- а) $(30 + 2)^2$; б) $(20 - 1)^2$; в) $(40 + 3)^2$; г) 59^2 ; д) 61^2 ;
е) 97^2 ; є) 203^2 ; ж) 71^2 ; з) 102^2 ; и) 999^2 ;
і) 69^2 ; ї) 199^2 ; й) 1002^2 ; к) $35^2 + 2 \cdot 35 \cdot 15 + 15^2$;
л) $623^2 - 46 \cdot 623 + 23^2$; м) $(6,25 + 4)^2 - (6,25 - 4)^2$;
н) $(2,5^2 + 2,4^2)^2 - (2,5^2 - 2,4^2)^2$; о) $1071^2 - 2 \cdot 1071 \cdot 71 + 71^2$;
п) $537^2 + 2 \cdot 537 \cdot 463 + 463^2$.

1.279. Доведіть тотожність:

- а) $(a - 2b)^2 = (2b - a)^2$; б) $(-c^2 - d^2)^2 = (c^2 + d^2)^2$;
в) $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$; г) $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$;
д) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2a^2 + 2b^2$; е) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 4ab$;
є) $(2x^2y^2)^2 + (x^4 - y^4)^2 = (x^4 + y^4)^2$;
ж) $(p^2 - c)^2 + 2(p^2 - c)(p^2 + c) + (p^2 + c)^2 = 4p^4$;
з) $(x'' - 2)^2 - 2(x'' - 2)(x'' + 2) + (x'' + 2)^2 = 16$;
и) $\frac{a^2 + b^2}{2} = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$.

1.280. Обчисліть:

- а) $2003 \cdot 1997$; б) $10,3 \cdot 9,7$; в) $13\frac{2}{3} \cdot 12\frac{3}{5}$; г) $2,01 \cdot 1,99$.

1.281. Знайдіть значення виразу:

- а) $(a + 4b)^2 - (a - 2b)(a - 8b)$, якщо $a = \frac{1}{6}$; $b = \frac{1}{3}$;
б) $(5x - 3y)^2 - (25x - 3y)(x - 3y)$, якщо $x = 0,125$; $y = 0,4$;
в) $(2a - 3b)^2 - (2a + 3b)(2a - 3b)$, якщо $a = 1,25$; $b = 0,4$;
г) $(5x - 3y)^2 - (3x + 5y)^2$, якщо $x = 0,06$; $y = 0,08$;
д) $(7x + 4)^2 + (3x - 2)(5x + 3) - (8x + 5)(8x - 5)$, якщо $x = 0,2$;
е) $(2^n - a)^2 - (2^n - 3a)(2^n + 3a) + 2^{n+1}a$, де n – натуральне число, якщо $a = 0,25$.

1.282. Доведіть, що при жодних значеннях x і y многочлени $-7x^2 + 11xy + 5y^2$ і $3x^2 - 11xy - 13y^2$ не можуть одночасно набувати додатних значень.

1.283. Розв'яжіть рівняння:

а) $(4x + 3)^2 - (8x - 2)(2x - 6) = 16$;

б) $(6y + 7)^2 - (4y + 3)(9y - 2) = 100$;

в) $(13 + y)^2 - 2(13 + y)(13 - y) + (13 - y)^2 + 14y = 4y^2 + 28$;

г) $(10x - 6)^2 = (6x - 5)(6x + 5) + (8x - 3)^2$.

1.284. Для якого значення m можна подати у вигляді квадрата двочлена вираз:

а) $49x^2 - 14x + m$; б) $25x^2 + 40x^3 + m$; в) $\frac{1}{4}a^2 - a^6 + m$;

г) $a^2b^2 - 4a^3b^4 + m$; д) $0,04a^2 - mb + b^2$; е) $\frac{1}{9}a^2b^2 + m + \frac{1}{4}c^4$;

є) $1,21x^2y^2 - my + 0,36y^6$; ж) $my^{100} - 90y^{50} + 25$;

з) $9a^4b^{14} + 42a^6b^{21} + mb$?

1.285. Якщо сторону квадрата збільшити на 5 м, то його площа збільшиться на 325 м^2 . Знайдіть сторону квадрата.

1.286. Якщо сторону квадрата зменшити на 6 м, то його площа зменшиться на 108 м^2 . Знайдіть сторону квадрата.

1.287. Якщо одну зі сторін квадрата зменшити на 6 м, а другу – на 7 м, то утвориться прямокутник, площа якого менша від площі квадрата на 283 м^2 . Знайдіть сторону квадрата.

1.288. Якщо одну зі сторін квадрата зменшити на 4 см, а другу збільшити на 4 см, то утвориться прямокутник, площа якого менша від площі квадрата на 16 см^2 . Знайдіть сторону квадрата.

1.289. Сума двох чисел дорівнює 15, а різниця їх квадратів 75. Знайдіть ці числа.

1.290. Різниця двох чисел дорівнює 4, а різниця їх квадратів дорівнює 384. Знайдіть ці числа.

1.291. Доведіть, що коли натуральне число при діленні на 13 дає в остачі 6, то його квадрат при діленні на 13 дає в остачі 10.

1.292. Доведіть, що коли натуральне число при діленні на 16 дає в остачі 4, то його квадрат кратний 16.

1.293. Доведіть, що коли натуральне число при діленні на 25 дає в остачі 5, то його квадрат кратний 25.

1.294. Подайте многочлен у вигляді суми квадратів двох виразів:

- а) $4a^2 + b^2 + 4b + 36$; б) $5x^2 - 6x + 2$; в) $x^4 + 10x^2 + 29$;
г) $1,21a^2b^2 + 4,84ab + 5 + p^2 + 2p$; д) $n^2 + p^2 + 2(n + p + 1)$;
е) $a^{2n} + b^{2n} + 4(a^n + b^n + 2)$, де n – натуральне число;
є) $2^{4n} + 2 \cdot 36^n + 3^{4n} + 4p^4$, де n – натуральне число;
ж) $2x^4 + 2p^4$.

1.295. Подайте многочлен у вигляді різниці квадратів двох виразів:

- а) $p^2 - 6p - z^2 + 9$; б) $y^2 - 18y + 80$; в) $\frac{1}{4}a^2 + 7a + 40$;
г) $a^2b^2 - 2ab - 6c - c^2 - 8$; д) $(x - y)(x + y) + 4(x - y)$;
е) $2^{2n} - 2^{n+1}a + 4a - 4$, де n – натуральне число.

1.296. Подайте одночлени у вигляді різниці квадратів двох двочленів:

- а) $12ab$; б) $48xy$; в) $4a^n b^n$.

1.297. При якому значенні k тричлен $1\frac{25}{144}a^2 + 13a + k$ можна подати у вигляді квадрата двочлена?

1.298. При яких значеннях x і y справджується рівність $(x - y)^2 = x^2 - y^2$?

1.299. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(8a^2 + 8a + 2)^3$; б) $(5 - 10b + 5b^2)^4$;
в) $|4x^2 + 20xy + 25y^2| - 40xy$; г) $a^2(a + 3) - 4(a + 3)$;
д) $x^2(x - y) + 9y^2(y - x)$.

1.300. Доведіть, що квадрат непарного числа при діленні на 8 дає в остачі 1.

1.301. Розв'яжіть рівняння:

- а) $(5x + 3)(5x - 3) - (5x - 4)^2 = 13$;
б) $(2x + 3)^2 - (x + 4)(x - 4) - 3(x - 1)^2 = -14$;
в) $81x^2 - 2 - (9x - 1)^2 = 0$; г) $(2y + 3)^2 = (1 - 2y)^2$;
д) $(3x + 6)^2 - 3 = (6 - 3x)^2 + 2$.

1.302. Сума квадратів чотирьох послідовних непарних чисел дорівнює 286. Знайдіть ці числа.

1.303. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(a - 3c^2)^2 - 9a^2$; б) $(7 + a^2b^2)^2 - \frac{1}{4}a^2b^2$;
в) $(x^2 + 4x)^2 - (3x^2 + 1)^2$; г) $(5x^n - 2^n)^2 - (3x^n - 2)^2$, де n – натуральне число;
д) $625x^4 - (3x^2 + 7)^2$; е) $0,25a^2 - (0,1a + 0,3)^2$;
є) $\frac{1}{9}p^{2n} - \left(\frac{1}{4}p^n - 5\right)^2$; ж) $36p^2 - (p^2 - 3p + 1)^2$;
з) $(2a^2 + 3a + 5)^2 - (a^2 - 2a + 5)^2$.

1.304. Подайте многочлен у вигляді добутку:

- а) $4a^2 - 4ab + b^2 - 9$; б) $k^2 - 7k + \frac{49}{4} - \frac{1}{4}z^2$;
в) $k^2 - 6k + 5$; г) $9x^2 - k^2 + 6x + 1$;
д) $4p^2 - 121x^2 + 22x - 1$; е) $0,04b^4 - 0,09a^4 - 0,6a^2 - 1$;
є) $\frac{1}{4}a^{2n} - b^{2n} + b^n - \frac{1}{4}$, де n – натуральне число;
ж) $a^{4m} - 2a^{2m} + 1 - b^{2m}$, де m – натуральне число.

1.305. Доведіть, що коли $3x - 2y = 4$, то $(3x + 2y - 4)^2 = 0$.

1.306. Доведіть, що квадратний тричлен $6n^2 - 19n + 15$ набуває додатних значень для будь-якого цілого n .

1.307. Розв'яжіть рівняння:

- а) $(7 - 6y)^2 - 16 = 0$; б) $0,01x^2 - 0,2x + 1 = 1,21$;
в) $(5x - 3)^2 - (4x - 1)^2 = 0$; г) $(2x + 5)^2 = (x - 4)^2$;
д) $x^2 + 8x + 15 = 0$; е) $x^2 - 12x + 20 = 0$;
є) $(3x + 1)^2 + (3x - 1)^2 = 0$; ж) $(9x - 3)^2 + (27x - 9)^2 = 0$.

1.308. Для яких значень x і y справджується рівність $x^2 + y^4 = (x + y^2)^2$?

1.309. Подайте вираз $(6y + 4)^2 + (8y + 3)^2 + 4y$ у вигляді квадрата двочлена.

1.310. Обчисліть:

а) $(3^{11} \cdot 3^{19} - 5 \cdot 3^{18} \cdot 3^{10} + 4 \cdot 9^8 \cdot 3^8) : (41 \cdot 3^{24})$;

б) $(12 \cdot 5^{2n+1} - 8 \cdot 5^{2n} + 4 \cdot 5^{2n-1}) : (4 \cdot 5^{2n-1})$, де n – натуральне число.

1.311. Знайдіть значення виразу $x^9 - 15x^8 + 15x^7 - 15x^6 + 15x^5 - 15x^4 + 15x^3 - 15x^2 + 15x - 1$, якщо $x = 14$.

1.312. Доведіть тотожність:

а) $a^{16} - 2^{16} = (a - 2)(a + 2)(a^2 + 4)(a^4 + 16)(a^8 + 256)$;

б) $(xy - 1)(xy + 1)(x^2y^2 + 1)(x^4y^4 + 1) = x^8y^8 - 1$;

в) $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$;

г) $(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$.

1.313. Подайте у вигляді многочлена вираз:

а) $((a + 1)^2)^2$; б) $(2a - b)^4$; в) $\left(\frac{1}{2}x + y\right)^2$;

г) $(c - c^2)^4$; д) $(a^m + b^m)^4$, де m – натуральне число.

1.314. Користуючись формулою $(1 \pm \alpha)^2 \approx 1 \pm 2\alpha$, знайдіть наближене значення виразу:

а) $(1 + 0.03)^2$; б) $(1 - 0.01)^2$; в) 1.02^2 ;

г) 0.99^2 ; д) 1.006^2 ; е) 1.002^2 .

Яка абсолютна похибка наближення? (Відомо, що $(1 \pm \alpha)^2 = 1 \pm 2\alpha + \alpha^2$.)

1.315. Доведіть, що число 2002 не можна подати у вигляді різниці квадратів двох цілих чисел.

1.316. Доведіть, що число $a^4 + 64$ є складеним.

1.317. Доведіть, що число $2^{105} + 3^{105}$ ділиться на 5; 35; 275; 2315.

1.318. Доведіть, що число $5^{20} + 8^{10}$ є складеним.

1.319. Доведіть, що для будь-якого значення x значення виразу $(x-3)(x-7)+6$ більше нуля.

1.320. Знайдіть найменше значення многочлена $2x^2 - 2xy + 5y^2 + 2x + 2y$.

1.321. Подайте у вигляді многочлена вираз:

- а) $(p+q)^3$; б) $(p+3)^3$; в) $(x-y)^3$; г) $(x-4)^3$;
д) $(3-y)^3$; е) $(a+bc)^3$; є) $(np+1)^3$; ж) $(x-2y)^3$;
з) $(2x+3y)^3$; и) $(p^2+2q^2)^3$; і) $(-x^3-y^6)^3$;
ї) $(10y^2x^2-4z^{10})^3$; й) $\left(\frac{1}{2}p^4q^4+\frac{1}{3}b^3\right)^3$;
к) $(-0,1x^5+0,2y^5)^3$; л) $(a^2b^4c^6+2z^2)^3$;
м) $(a^n+5^n)^3$, де n – натуральне число;
н) $(2^na^m-3^nb^m)^3$, де m, n – натуральні числа;
о) $(x^{m+3}-y^mz^{m+1})^3$, де m – натуральне число.

1.322. Перетворіть у многочлен стандартного вигляду вираз:

- а) $(x+y)^3 - x^2(x+3y)$; б) $(3+a)^3 - a(a+3)^2$;
в) $(x^4+1)^3 - (x^6+1)^2$; г) $(xy+z^2)^3 - (xz+y^2)^3$;
д) $(2x^n+2y^n)^3 - x^n(x^{2n}-y^n)^2$, де n – натуральне число;
е) $(x^n-y^n)^3 + (x^n+y^n)^3$, де n – натуральне число;
є) $(x^n+y^n)^3 - (x^n-y^n)^3$, де n – натуральне число.

1.323. Виконайте дії:

- а) $(x^4-y^4)^3$; б) $(4p^5+3p^6)^3$; в) $\left(-\frac{1}{5}a^2b+\frac{1}{6}ab^2\right)^3$;
г) $(0,1m^2n^3-0,2m^3n^2)^3$; д) $(0,3abc+0,2ab^2c^3)^3$;
е) $\left(\frac{4}{3}m^3-\frac{3}{4}n^5\right)^3$; є) $(x^{n+2}-x^{n+3})^3$, де n – натуральне число;

ж) $\left(3a^2b + \frac{1}{3}\right)^3$; з) $(a^k b^m c^n + abc)^3$, де k, m, n – натуральні числа;

и) $(a^k b^{k+1} c^{k+2} - a^{k+2} b^{k+1} c^k)^3$, де k – натуральне число.

1.324. Доведіть тотожність:

а) $(-a - b)^3 = -(a + b)^3$; б) $(a - b)^3 + (b - a)^3 = 0$;

в) $(a^n x + a^n y)^3 = a^{3n} (x + y)^3$; г) $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$;

д) $(x^3 - y^3) - (x - y)^3 = 3xy(x - y)$.

1.325. Подайте, якщо це можливо, у вигляді куба двочлена вираз:

а) $x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$; б) $p^3 + q^3 + 3pq(p + q)$;

в) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$; г) $27p^3 - 54p^2q + 36pq^2 - 8q^3$;

д) $a^6b^3 - 15a^4b^2c + 75a^2bc^2 - 125c^3$;

е) $-p^6 + 21p^4 - 147p^2 + 343$;

є) $a^{3n} - 30a^{2n}b^n + 300a^n b^{2n} - 100b^{3n}$, де n – натуральне число;

ж) $2^{3n} + 2^{2n} \cdot 3^{n+1} + 2^n \cdot 3^{2n+1} + 3^{3n}$, де n – натуральне число;

з) $-8p^{3n} - 12p^{2n} - 54p^n - 27$, де n – натуральне число.

1.326. Підставте замість зірочок такі одночлени, щоб утворилась тотожність:

а) $27x^3 + * + * + 216y^6 = (* + *)^3$; б) $a^3b^3 - * + * - * = (* - 5c)^3$;

в) $\frac{1}{27}p^6 + * + 9p^2 + * = (* + *)^3$; г) $* + 3pq(p + q) + ** = (* - *)^3$;

д) $125p^{3n} - 75p^{2n} + * - * = (* - *)^3$; е) $p^2(p - 3) + * - * = (* - *)^3$.

1.327. Подайте у вигляді куба двочлена вираз:

а) $(x + y)^3 z^6$; б) $\frac{1}{27}p^9(x^2 + p)^3$; в) $(x - y)^3(x + y)^3$;

г) $(x - y)^3(x + y)^3(x^2 + y^2)^3(x^4 + y^4)^3$;

д) $(x^n - y^n)^3(x^n + y^n)^3(x^{2n} + y^{2n})^3$.

Розділ II. РІВНЯННЯ

1.328. Чи є число $1\frac{1}{2}$ коренем рівняння:

а) $\frac{2}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right) = 2x - \frac{3}{2}$; б) $6(3x - 5) = 8x + 10$; в) $p^2 + p = 2\frac{1}{2}$;
г) $8b^3 + 4b^2 + 2b = 4b^2 + 36\frac{3}{16}$; д) $\left(k - \frac{2}{3}\right)\left(k + \frac{2}{3}\right) = 1$?

1.329. Чи є коренем рівняння $x^2 - 13x = 14$ число:

а) -1 ; б) 1 ; в) -14 ; г) 14 ?

1.330. Доведіть, що коли в рівнянні $ax^2 + bx + c = 0$ зі змінною x $a + b + c = 0$, то 1 буде його коренем. Складіть три рівняння такого типу з числовими коефіцієнтами.

1.331. Доведіть, що коли в рівнянні $ax^2 + bx + c = 0$ зі змінною x $a + c = b$, то -1 буде його коренем. Складіть три рівняння такого типу з числовими коефіцієнтами.

1.332. Число 1 є коренем рівняння $5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$. Чому дорівнює сума його коефіцієнтів? Зробіть такий самий висновок для рівняння $ax^4 + bx^3 + cx^2 + px + n = 0$.

1.333. Число -1 є коренем рівняння $3x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 10x + 8 = 0$. Що можна сказати про суму коефіцієнтів, які стоять при парних і непарних степенях x ? (Вважають, що вільний член стоїть при парному степені.) Зробіть такий самий висновок для рівняння $ax^4 + bx^3 + cx^2 + px + n = 0$.

1.334. Доведіть, що кожне з чисел $1,4$ і $-1,4$ є коренем рівняння $x^2 - 1,96 = 0$.

1.335. Дано всі додатні корені 1 ; 12 ; 15 рівняння $(x^2 - 144)(x^2 - 225)(x^2 - 1) = 0$. Не розв'язуючи рівняння, запишіть усі його від'ємні корені.

1.336. Із чисел $-5; -3; -1; 0; 2; 4; 5$ виберіть ті, які є коренями рівняння:

а) $x^2 + 3x - 10 = 0$; б) $x(x + 2) = 4$; в) $x^2 - 3x = 2x^2$;

г) $x^2 - x - 12 = 0$; д) $x^3 = 125$; е) $x^4 = -x$.

1.337. Переконайтеся, що будь-яке число є коренем рівняння:

а) $5x + 1\frac{3}{4} = 4\left(x + \frac{3}{4}\right) + \left(x - 1\frac{1}{4}\right)$; б) $7,2(p + 5) = 36 + 7,2p$;

в) $2x^2 - 3x - 2 = (2x + 1)(x - 2)$.

1.338. Чи має корені рівняння:

а) $2x^2 - 3x + 5 = 2(x^2 - x) - x + 4$; б) $5x + 7 = 5x + (x - 2)x - (x^2 - 2x)$;

в) $\frac{4}{5}x + \frac{3}{4} = \frac{4}{5}(x + 1)$?

1.339. Чи має рівняння корені і які:

а) $|x| = 4,5$; б) $|-x| = \frac{1}{2}$; в) $|2x| = 0$;

г) $|x| = -15$; д) $|-x| = -12$; е) $|x - 2,3| = 5,3$;

є) $|1,1 - x| = 0$; ж) $|2,21 - x| = -1,21$; з) $|7,5x + 3,5| = 4$?

1.340. Для яких значень змінної x відповідні значення виразів рівні між собою:

а) $9x + 7$ і $4(2x + 15)$; б) $5 - 4x$ і $3(1 - 2x)$;

в) $\frac{1}{3}(x - 12) + 4$ і $5 - 3(x - 4)$; г) $0,3x - 1$ і $7 - 0,5x$?

1.341. Доведіть, що рівняння $x^4 - 3x^2 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$ не може мати від'ємних коренів.

1.342. Чи рівносильні рівняння:

а) $5x - 1 = 2x + 5$ і $5x - 1 + \frac{1}{x - 2} = 2x + 5 + \frac{1}{x - 2}$;

б) $7x - 2 = 12$ і $(7x - 2)(x - 3) = 12(x - 3)$;

в) $4x - 1 = 8$ і $(4x - 1)(x^2 + 2) = 8(x^2 + 2)$?

1.343. Доведіть, що рівняння $a^2x^6 - b^2x^5 + c^2x^2 - d^2x + l^2 = 0$ не може мати від'ємних коренів.

1.344. Визначіть, які з поданих нижче рівнянь не мають коренів і які мають їх безліч:

- а) $3x - 1 = 3x + 4$; б) $7x + 4 - 3x = 4x - 2$;
в) $9x - 12 - 6x + 4 = 3x - 8$; г) $8(x - 3) = 8x - 24$.

1.345. Складіть рівняння, яке не має жодного кореня.

1.346. Складіть рівняння, яке має безліч коренів.

1.347. Відомі всі від'ємні корені -1 ; -4 рівняння $(x^3 - x)(x^5 - 16x^3) = 0$. Не розв'язуючи рівняння, запишіть решту його коренів.

1.348. Чи рівносильні рівняння:

- а) $x(x - 1) = x(x - 2) + 1$ і $x(x - 1) = x(x - 3) + 2$;
б) $3x(4x + 1) - 5 = 4x(3x + 1) - 4$ і $2x(3x - 2) + 1 = 3x(2x - 3) + 2$?

1.349. Розв'яжіть рівняння:

- а) $7x + 3 = 4x + 12$; б) $20x - 5 = 16x + 3$; в) $\frac{1}{2}x - 2 = \frac{1}{3}x + 4$;
г) $0,5x + 4 = 4,5x + 12$; д) $5x + 23 = 4x + 13$; е) $16x - 4 = 2x + 3$;
є) $14x + 5 = 21x + 6$; ж) $13x - 5 = -3x - 13$;

- з) $0,03x + 0,5 = 0,07x - 0,6$; и) $2\frac{1}{4}x - 3\frac{1}{3} = -4\frac{1}{3}x - 9\frac{1}{4}$;
і) $-5\frac{1}{2}x + 6\frac{1}{4} = -7\frac{1}{4}x + 8\frac{1}{2}$; ї) $-\frac{3}{2000}x - \frac{11}{1000} = -\frac{9}{2000}x - \frac{7}{1000}$.

1.350. Складіть рівняння з однією змінною, щоб його коренями були числа:

- а) 0 ; $\frac{4}{5}$; б) 3 ; $3,6$; в) -100 ; -1 ; г) $-10,5$; $13,2$;
д) $-0,5$; 0 ; $0,5$; е) -4 ; -2 ; $3,6$.

1.351. Розв'яжіть рівняння:

- а) $0,33y + 1,75 = -2,67y + 5,25$; б) $1\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{4}x$;
в) $0,03p - 9,5 = 25,5 - 0,04p$; г) $\frac{1}{7}y - \frac{1}{49} = \frac{3}{7}y - \frac{5}{49}$;
д) $\left(\frac{5}{3} + \frac{7}{12}\right)x = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right)x$; е) $k = -k$; є) $\frac{k}{5\frac{1}{2} - 4\frac{3}{4}} = \frac{k}{5\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}}$;

$$\text{ж)} -5x = 10x;$$

$$\text{з)} 4p - 3p - 3\frac{1}{4}p = 0;$$

$$\text{и)} 1,3\left(x - \frac{10}{13}\right) = -(4 - x) + 0,3(x + 10).$$

1.352. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} 0,1y + 0,5 = 0,3y - 0,2; \quad \text{б)} \frac{1}{2}z + \frac{1}{3} = \frac{1}{4}z + \frac{1}{5};$$

$$\text{в)} 2x - 5 + 6x = 5x + 7 - 3x; \quad \text{г)} \frac{2}{3}x + \frac{4}{5} + \frac{5}{3}x = \frac{3}{5} - \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x;$$

$$\text{д)} y - \frac{1}{4} + \frac{1}{9}y = -\frac{1}{6}y + \frac{1}{12} - \frac{1}{2}y;$$

$$\text{е)} 0,1z - 0,2 + 0,4z = -0,2z - 1,2 - 0,3z;$$

$$\text{є)} 2\frac{1}{4}u - 0,27 + 3\frac{1}{4}u = -6\frac{1}{4}u + 2,73 - \frac{1}{4}u;$$

$$\text{ж)} \frac{1}{2}p + \frac{1}{3}p + \frac{1}{4}p - 2 = -\frac{1}{12}p - \frac{1}{6}p - 1.$$

1.353. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} 3|x| - 5 = 2|x| - 3; \quad \text{б)} 5|x| + 1 = 3|x| + 7;$$

$$\text{в)} 6|x| - 2,5 = -2|x| + 1,5; \quad \text{г)} -0,02|x| + 0,06 = -0,08|x| + 0,9;$$

$$\text{д)} 5|x - 2| + 4 = 3|x - 2| + 6; \quad \text{е)} 3|4x - 5| - 7 = \frac{1}{2}|4x - 5| + 3;$$

$$\text{є)} 0,1|0,3x - 0,6| + 0,8 = -0,4|0,3x - 0,6| + 1,8.$$

1.354. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} a - 5(2 - 3a) = 3(a - 3) - 2(4 - a);$$

$$\text{б)} p - \left(\frac{1}{3}p + 1\right) = 7 - 5(6 - 3p) + \frac{1}{2}p;$$

$$\text{в)} 7\left(\frac{1}{14}x - \frac{1}{21}\right) + 5\left(\frac{1}{15}x - \frac{1}{20}\right) = 4.$$

1.355. Знайдіть корені рівняння:

$$\text{а)} -(a + 0,6) + (a - 0,4) = 7a; \quad \text{б)} (5u - 3) - (4 - 7u) = 53;$$

$$\text{в)} 12v - 11 - (9v - 7) = -2; \quad \text{г)} (13p - 4) - (9p - 6) = -(3p + 9) + (7p - 4);$$

$$\text{д)} (125x - 70) - (75x - 40) = (15x - 4) - (14x - 120);$$

$$\text{е)} 3(2x - 5) - 4(16x - 7) = 5(4x - 6) - 8(7x - 3).$$

1.356. Розв'яжіть рівняння:

а) $5x - (2x - (3x - (6x - (x + 3)))) = 11,5 - \left(5,5 - \left(4,5 - \left(3,5 - \frac{3}{4} \right) \right) \right);$

б) $3x - \frac{1}{2} \left(4x - \frac{1}{2} \left(6x - \frac{1}{2} (8x - 16) \right) \right) = 6x.$

1.357. Для яких значень змінної x відповідні значення виразів рівні між собою:

а) $9x + 7$ і $4(2x + 15);$

б) $5 - 4x$ і $3(1 - 2x);$

в) $\frac{1}{3}(x - 12) + 4$ і $5 - 3(x - 4);$

г) $0,3x - 1$ і $7 - 0,5x;$

д) $x^2 - 4x$ і $2x(x - 2);$

е) $x^2 + 2x + 1$ і $4(x - 3);$

є) $4x - 3$ і $2x + 2(x + 2);$

ж) $2(x - 5)$ і $2x + 7?$

1.358. Знайдіть корені рівняння:

а) $\frac{1,5x - 7}{2} + \frac{1,9x + 5}{4} = \frac{2,4x + 56}{8};$ б) $\frac{\frac{3}{4}x + 1}{3} + \frac{\frac{2}{3}x - 1}{4} = x + 3;$

в) $\frac{5(2x - 0,4)}{3} + \frac{4(x + 0,5)}{9} = \frac{7(x + 3)}{6} + \frac{5(x - 3)}{18}.$

1.359. Розв'яжіть рівняння:

а) $x(x - 3) + 4 = x^2 + 3x - 4;$ б) $6x^2 - 5x + 7 = 3x(2x + 4) - 10;$

в) $x^3 - 2(x - 1) = x(x^2 - 3) - 4.$

1.360. Розв'яжіть рівняння:

а) $x(x^3 - 2) - 2(x^2 + 3) = x(x^3 + 2) + x(3 - 2x);$

б) $3(|x| - 3) = 5(|x| - 7);$

в) $|x| \cdot (|x| - 2) + 4 = |x| \cdot (|x| - 6) + 12.$

1.361. Розв'яжіть рівняння:

а) $|3x - 2| + x = 11;$ б) $|7x + 1| + 3x = 21;$ в) $|5x + 4| - 10x = 3;$

г) $|0,4x - 2| - (0,1x - 3) = 31;$

д) $|x - 2| + |x - 4| = 3;$

е) $x - \frac{|3x - 2|}{5} = 3 - \frac{2x - 5}{3};$

є) $|2x - 1| + |3x - 12| = 14;$

ж) $|x - 2| + |x - 3| = 3,4.$

1.362. Складіть лінійне рівняння, розв'язками якого були б числа:

а) 24; б) $\frac{1}{8}$; в) $\frac{17}{3}$; г) $\frac{3}{5}$; д) -13 ; е) $-\frac{23}{7}$; є) $-\frac{43}{8}$; ж) $-\frac{1}{16}$.

1.363. Дано три числа. Перше з них збільшили на $2a$ одиниць, друге – на $2b$ одиниць, а третє – зменшили на $(2a - b)$ одиниць. На скільки одиниць збільшилася сума цих чисел?

1.364. Доберіть три пари таких чисел x і y , щоб виконувалася рівність:

а) $|x + y| = |x| + |y|$; б) $|x| + y = |y| + x$; в) $|x + y| = 0$; г) $|x + y| = |y - x|$.

1.365. Два додатних множники збільшили відповідно в 7 і 8 разів. Як зміниться добуток?

1.366. Один додатний множник збільшили в 3 рази, а другий – зменшили у 9 разів. Як зміниться добуток?

1.367. Як зміниться виторг від продажу квитків до кіно-театру, якщо ціна квитка знизилася на 25 %, а число глядачів збільшилося в 4 рази?

1.368. Як зміниться час рівномірного руху тіла, якщо шлях збільшити в 1.2 раза, а швидкість в 1,6 раза?

1.369. Периметр чотирикутника дорівнює 34 см. Знайдіть довжини його сторін, якщо кожна наступна, починаючи з найменшої, на 1 см більша від попередньої.

1.370. У трьох школах навчається 1785 учнів. У першій школі навчається на 280 учнів більше, ніж у другій, а в другій – на 305 учнів менше, ніж у третій. Скільки навчається учнів у кожній школі?

1.371. У двох бочках було порівно води. Кількість води в першій бочці спочатку зменшили на 20 %, а потім збільшили на 20 %. Кількість води в другій бочці спочатку збільшили на 20 %, а після того зменшили на 20 %. В якій бочці більше води?

1.372. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 10. Якщо його цифри переставити місцями, то дістанемо число, яке менше від шуканого на 18. Знайдіть це число.

1.373. Відстань від станції M до станції N поїзд проходить зі швидкістю 90 км/год, а у зворотному напрямку – 84 км/год. Весь шлях від станції M до станції N і у зворотному напрямку поїзд подолав за 29 год. Знайдіть відстань між станціями.

1.374. В офісі чотири кімнати загальною площею 94 м^2 . Відомо, що кабінет директора більший за приймальню на 6 м^2 , але менший від кімнати бухгалтерії на 8 м^2 і відділу планування на 4 м^2 . Знайдіть розміри кожної з чотирьох кімнат.

1.375. Археолог добирався до місця розкопок поїздом, автобусом і пішки, подолавши відстань 240 км . Відомо, що автобусом і пішки він подолав відстань, що становить відповідно $\frac{3}{20}$ і $\frac{1}{20}$ відстані, яку він проїхав поїздом. Яку відстань подолав археолог окремо поїздом, автобусом і пішки?

1.376. У рівнобедреному трикутнику основа становить 25% бічної сторони. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 54 см .

1.377. Периметр трикутника дорівнює 81 см . Відомо, що його основа більша від бічних сторін відповідно на 5 і 4 см . Знайдіть сторони трикутника.

1.378. Гелікоптер летів з міста A до міста B зі швидкістю 280 км/год , а в зворотному напрямку – зі швидкістю 260 км/год . Знайдіть відстань між містами A і B , якщо всього на політ було затрачено $6\frac{3}{13}$ год.

1.379. На першому складі зберігається 50 т цукру, а на другому – 60 т . З другого складу вивезли цукру для реалізації в 3 рази більше, ніж з першого, після чого на другому складі залишилося цукру вдвічі менше, ніж на першому. Скільки тонн цукру вивезли з кожного складу?

1.380. На шкільній олімпіаді з математики було запропоновано для розв'язування 10 задач. За кожну правильно розв'язану задачу зараховували 5 балів, а за нерозв'язану – віднімали 3 бали. Скільки задач було правильно розв'язано учнем, який в остаточному підрахунку отримав 34 бали? 10 балів? 2 бали?

1.381. Кусок заліза і кусок міді важать разом 579 г , причому об'єм куска заліза на 10 см^3 більше об'єму куска міді. Знайдіть об'єм кожного куска, якщо питома вага заліза $7,8 \text{ г/см}^3$, а міді – $8,9 \text{ г/см}^3$.

1.382. Чи можна розмістити на чотирьох полицях 245 книжок так, щоб на першій полиці було на 12 книжок більше, ніж на другій, на 17 книжок більше, ніж на третій, і на 15 книжок менше, ніж на четвертій?

1.383. Чи можна розмістити на трьох полицях 210 книжок так, щоб на другій полиці було книжок у 2 рази більше, ніж на першій, а на третій – у 2 рази більше, ніж на другій?

1.384. У першому резервуарі зберігається 450 м^3 води, а в другому – 1225 м^3 . У перший резервуар щогодини надходить 40 м^3 води, а з другого щогодини витікає 30 м^3 води. Через скільки годин у першому резервуарі буде води в 2 рази більше, ніж у другому?

1.385. У трьох кусках 205 м тканини. У другому куску тканини в 5 разів більше, ніж у першому, а в третьому – на 15 м менше, ніж у другому. Скільки метрів тканини у кожному куску?

1.386. На кукурудзяне, бурякове і соняшникове поля внесено 3221 т мінеральних добрив, причому на кукурудзяне поле внесено на 822 т менше, ніж на бурякове, і на 112 т більше, ніж на соняшникове. Скільки тонн мінеральних добрив внесено на кожне поле?

1.387. Периметр прямокутника дорівнює 120 см; одна з його сторін більша за другу в 2 рази. Знайдіть сторони прямокутника.

1.388. Периметр прямокутника дорівнює 64 см; довжина однієї з його сторін на 40 % менша за другу. Знайдіть площу прямокутника.

1.389. Двоє учнів зібрали 18 ящиків яблук, причому другий зібрав на 4 ящики більше, ніж перший. Скільки ящиків яблук зібрав кожний учень?

1.390. Один літак знаходиться на висоті 9800 м, а другий – на висоті 1200 м. Перший щохвилини знижується на 200 м, а другий піднімається на 200 м. Через скільки хвилин вони будуть на однаковій висоті?

1.391. З двох пунктів A і B , відстань між якими 452 км, одночасно назустріч один одному виїхали два автобуси. Через 3 год відстань між автобусами становила 80 км. Яку відстань проїхав автобус із пункту B , якщо швидкість автобуса із пункту A дорівнює 61 км/год?

1.392. Моторний човен, рухаючись за течією, подолав шлях між пристанями A і B за 7 год, а зворотний шлях – за 8 год 45 хв. Швидкість течії 2 км/год. Яка швидкість човна у стоячій воді і відстань між пристанями?

1.393. У два магазини завезли по 220 костюмів. Після того, як у першому магазині продали костюмів у 4 рази більше, ніж у другому, в ньому залишилося їх у 3 рази менше. Скільки костюмів залишилось у кожному магазині?

1.394. В одному резервуарі було 300 л води, а в другому – 158 л. З першого резервуара щоденно беруть 25 л, а з другого – 18 л. Через скільки днів у другому резервуарі води буде в 3 рази менше, ніж у першому?

1.395. У господарстві половину землі зайнято під зернові, $\frac{1}{4}$ – під технічні культури, $\frac{1}{5}$ – під трави, а решта 600 га – під городину. Скільки гектарів землі у господарстві?

1.396. Із молока одержують 21 % сметани, а зі сметани – 23 % масла. Скільки кілограмів молока треба взяти, щоб одержати 966 кг масла?

1.397. Три загони учнів посадили на шкільній ділянці 103 дерева. Другий загін посадив на 13 дерев більше, ніж перший загін, і на 11 менше, ніж третій. Скільки дерев посадив кожен загін окремо?

1.398. На шкільній навчально-дослідній ділянці учні виростили саджанці фруктових дерев. 30 % цих саджанців школа передала садівничій бригаді, $\frac{1}{3}$ саджанців передали сусідній школі, а решту 198 саджанців школа висадила у шкільному саду. Скільки саджанців було вирощено на шкільній ділянці?

1.399. Якщо до задуманого числа приписати справа цифру 9 і до одержаного числа додати подвоєне дане число, то сума буде дорівнювати 633. Знайдіть це число.

1.400. Якщо до задуманого числа приписати справа нуль і результат відняти від числа 143, то дістанемо потроєне задумане число. Яке число задумано?

1.401. Чи можна в клітинках таблиці 5×6 (5 рядків і 6 стовпців) розмістити числа від 1 до 30 включно так, щоб суми чисел: а) в усіх рядках були однаковими; б) в усіх стовпцях були однаковими?

1.402. Знайдіть усі такі двоцифрові натуральні числа, при перестановці цифр у яких це число: а) збільшиться на 9; б) зменшиться на 63; в) збільшиться на 75 %.

1.403. Автомобіль проїхав відстань від A до B зі швидкістю v_1 км/год за t_1 год, а зворотний шлях від B до A – за t_2 год. Запишіть у загальному вигляді:

а) відстань від A до B ;

б) швидкість v_2 руху автомобіля від B до A ;

- в) сумарний час, затрачений на поїздку в обох напрямках;
г) середню швидкість за весь час поїздки.

Знайдіть числові значення цих виразів, якщо:

- а) $v_1 = 60$ км/год; б) $v_1 = 40$ км/год; в) $v_1 = 10$ км/год;
г) $v_1 = 48$ км/год.

1.404. Обчисліть усно:

- а) $75 \cdot 11$; б) $82 : 11$; в) $91 \cdot 11$; г) $94 \cdot 11$.

1.405. Доведіть, що коли a , b , c кратні 3, то $a + b - c$ кратне 3. Узагальніть результат.

1.406. Число a ділиться на 3. Доведіть, що число $4a$ ділиться на 12.

1.407. Число a кратне 6. Доведіть, що число $a^2 - 12a$ кратне 36.

1.408. Число a кратне 3, а число b кратне 8. Доведіть, що число ab кратне 24.

1.409. Доведіть, що число $n^2 + n$ є парним числом.

1.410. Доведіть, що число $ab(a + b)$, де a і b – цілі числа, є число парне.

1.411. Доведіть, що число $(a + b)(a - b)$, де a і b – цілі непарні числа, є число парне.

1.412. Що більше: 30 % від 20 % даного числа, чи 20 % від його 30 %?

1.413. Обчисліть усно:

- а) $68 \cdot 25$; б) $76 \cdot 25$; в) $4444 \cdot 25$; г) $3136 \cdot 25$; д) $453 \cdot 25$.

1.414. Обчисліть усно:

- а) $25 \cdot 11$; б) $27 \cdot 11$; в) $35 \cdot 11$; г) $43 \cdot 11$; д) $65 \cdot 11$; е) $88 \cdot 11$; є) $99 \cdot 11$.

1.415. Обчисліть усно:

- а) $342 \cdot 5$; б) $477 \cdot 5$; в) $9253 \cdot 5$.

1.416. Обчисліть:

- а) $\underbrace{999 \dots 9}_{50 \text{ дев'яток}} + 11$; б) $\underbrace{999 \dots 9}_{50 \text{ дев'яток}} + \underbrace{111 \dots 1}_{50 \text{ одиниць}}$.

1.417. Виконайте дії:

- а) $((856856 : 13) : 11) : 7$; б) $((993993 : 11) : 7) : 13$;
в) $((783783 : 7) : 13) : 11$.

Вкажіть загальну закономірність. Запишіть її за допомогою змінних.

1.418. До деякого двоцифрового числа зліва і справа приписали по одиниці. В результаті дістали число в 21 раз більше за початкове. Знайдіть це двоцифрове число.

1.419. Знайдіть двоцифрове число, яке в 4 рази більше суми його цифр.

1.420. Число a складає 80 % числа b і 50 % числа c . Число c більше числа b на 30. Знайдіть числа a , b і c .

1.421. Перша цифра трицифрового числа 5. Якщо цю цифру поставити на останнє місце, то число збільшиться на 54. Знайдіть початкове число.

1.422. Знайдіть п'ятицифрове число, якщо відомо, що при множенні цього числа на 9 дістанемо число, яке записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку.

1.423. Якщо між цифрами двоцифрового числа написати те саме число, то матимемо чотирицифрове число, яке у 99 разів більше від двоцифрового. Знайдіть це число.

Розділ III. РОЗКЛАДАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ НА МНОЖНИКИ

1.424. Виконайте дії усно раціональним способом:

- а) $2,3 \cdot 41,2 + 2,3 \cdot 58,8$; б) $452 \cdot 0,43 + 548 \cdot 1,22$;
в) $88 \cdot 2,5 + 12 \cdot 2,5$; г) $722 \cdot 0,33 + 722 \cdot 0,67$;
д) $2,6 \cdot 1,5 + 2,6 \cdot 3,5$; е) $3,4 \cdot 7,8 - 3,4 \cdot 2,2$;
є) $222 \cdot 1233 - 222 \cdot 233$; ж) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$.

1.425. Виконайте дії раціональним способом:

- а) $1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{5}$; б) $\frac{11}{2} \cdot \frac{13}{5} - \frac{11}{2} \cdot \frac{3}{5}$;
в) $725 \cdot 0,21 + 275 \cdot 0,21 + 12,5 \cdot 3,1 + 12,5 \cdot 6,9$;
г) $3,5 \cdot 4,7 + 1,3 \cdot 4,7 + 4,7 \cdot 5,2$; д) $125 + 0,34 \cdot 425 + 0,34 \cdot 450$;
е) $88 \cdot 4,7 + 45,3 \cdot 88 - (14,9 \cdot 0,2 - 0,2 \cdot 4,9)$;
є) $72 \cdot 0,9 - 0,4 \cdot 72 + 1856 \cdot 0,01 - 0,01 \cdot 856$.

1.426. Складіть приклади на обчислення з використанням способу винесення за дужки спільного множника, щоб у результаті дістати число:

- а) 45; б) 324; в) 0,5; г) 1353; д) $13\frac{4}{5}$; е) $\frac{1}{8}$; є) 17,5.

1.427. Розкладіть на множники вираз:

- а) $5a + 5b$; б) $13m + 13n$; в) $0,25x - 0,25y$; г) $15a - 5b$;
д) $81p - 27q$; е) $104x - 13y$; є) $0,75c + 0,25d$; ж) $0,49m - 0,243n$;
з) $\frac{25}{9}p - \frac{15}{27}q$; и) $\frac{1}{143}a + \frac{1}{11}b$; і) $-0,33p - 0,11q$.

1.428. Розкладіть на множники вираз:

- а) $xm + xn$; б) $aq + bq$; в) $xy - xz$; г) $dc + c$; д) $3xp + 12p$;
е) $-ab + b$; є) $-xy - x$; ж) $0,25k - 0,5$; з) $-7abc - 21ab$.

1.429. Розкладіть на множники вираз:

- а) $33x + 11$; б) $28x - 7$; в) $25 - 15k$; г) $11 + 44ab$;

д) $0,6 - 0,2x$; е) $1\frac{4}{9} - \frac{2}{27}p$.

1.430. Розкладіть на множники вираз:

а) $3ab + 3ac$; б) $5k - 0,5km$; в) $8pq - 64p$; г) $12xy - 4x$;
 д) $-90ab + 30b$; е) $-6mn - 12n$; є) $-0,25abc - 5ac$; ж) $\frac{4}{28}ab - \frac{6}{7}b$;
 з) $-\frac{1}{13}p - \frac{1}{39}pq$.

1.431. Розкладіть на множники вираз:

а) $x^2y - y$; б) $a^3 + 3a^2$; в) $p^2 - p^3q$; г) $a^3b - a^2$;
 д) $m^3 - m^2$; е) $c^4 - c^5$; є) $k^5 - k^3$; ж) $p^6 - p^4$.

1.432. Розкладіть на множники вираз:

а) $8x^3 - 24x^4$; б) $\frac{1}{3}a^7 - \frac{1}{27}a^5$; в) $33x^2 - 11x^3$;
 г) $72p^4 - 8p^2$; д) $64p^5 - 4p$; е) $17y^8 - 68y^6$;
 є) $0,42k^6 - 0,6k^5$; ж) $100y^5 - 10y^3$; з) $\frac{1}{8}m^7 - \frac{1}{4}m^5$.

1.433. Розкладіть на множники вираз:

а) $a^2b^2 + a^3b^3$; б) $a^4b^3 - a^3b^4$; в) $p^5q^4 - p^4q^5$; г) $a^5b^2 - a^3$;
 д) $km^2n^3 - k^3n^2m^3$; е) $4x^2y^5 - 6x^3y^4$; є) $14a^7b^6 - 28a^6b^7$;
 ж) $\frac{1}{64}a^2b^2c^3 - \frac{1}{8}a^3b^2c^2$; з) $0,24p^7q^8 - 0,6p^5q^3$;
 и) $3\frac{4}{7}x^8y^9z^{10} - \frac{10}{49}x^{10}y^9z^8$.

1.434. Розкладіть на множники вираз:

а) $5x^2y + 10x^4y^2$; б) $3c^{10}d^{12} - 33c^{11}d^7$; в) $4,2a^{15}b^{10} - 0,7a^{10}b^5$;
 г) $\frac{13}{5}p^7q^8 - \frac{169}{25}p^{10}q^9$; д) $1,21p^7q^{10} - 0,11p^4q^5$;
 е) $1,69m^{20}n^{30} - 1,3m^{21}n^{28}$.

1.435. Розкладіть на множники вираз:

а) $x^k - x^{k+1}$; б) $a^{m+2} - a^m$; в) $4x^{m+4} - x^{m+2}$; г) $a^{m+2} + a^2$;
 д) $a^{m+n} - a^m$; е) $2^{m+1}a^{m+2}b^{m+3} - 2a^mb^2$;
 є) $7^{m+n}a^{m+n}b^{m+n} - 7^na^mb^n$; ж) $a^{4n} - a^{3n}$; з) $a^{3n}b^{2n} + a^{4n}b^{3n}$;

и) $4^{n+1} p^{n+3} q^{n+5} - 4^{n+2} p^{n+2} q^{n+6}$; і) $a^{m+n} b^{m+k} c^{m+4} - a^n b^k c^4$;
 ї) $a^{m+1} b^{m+2} c^{m+3} + a^{m+2} b^{m+3} c^{m+4}$.

1.436. Знайдіть числове значення виразу раціональним способом:

а) $4a^2 + a$, якщо $a = 5,5$; б) $7a^3 + a^2$, якщо $a = 7$;
 в) $a^4 + a^3 - 3a^2$, якщо $a = 3$; г) $10x^2y + 25xy^2$, якщо $x = 5$; $y = 2,4$;
 д) $x^3y - xy^3$, якщо $x = 1,5$; $y = 0,5$; е) $96a^3b - 54ab^3$, якщо $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{1}{3}$;
 є) $a^2bc + ab^2c + abc^2$, якщо $a = 5$; $b = 7$; $c = 8$;
 ж) $ak + ck + bk + dk$, якщо $a = 14,5$; $b = 23,7$; $c = 28,3$; $d = 33,5$; $k = 0,03$.

1.437. Доведіть, що число $n^3 + n^2 + n$ без остачі ділиться на натуральне число n .

1.438. Доведіть, що для натурального n число $n^3 + n^4$ – парне.

1.439. Складіть алгебраїчний вираз, який можна розкласти на множники, і який одним із співмножників розкладу мав би вираз:

а) $3a^2$; б) $4xy$; в) $10p^2q^3$; г) $a^2 + b$; д) $a^3 + 3$; е) $5 - m^2$;
 є) $4x^2 - 3y^2$; ж) $7a^3 + 3a^7$; з) $\frac{1}{3}a - \frac{1}{4}b$; и) $a^m - a^n$;
 і) $b^m c^n - 4$; ї) $p^{m+1} q^{m+2} - 4c^n$.

1.440. Розкладіть на множники вираз способом винесення за дужки спільного множника:

а) $ac + bc + dc$; б) $12a^3 - 24ab + 48b^2$; в) $2a^5 - 4a^4 + 8a^3$;
 г) $m^7 - 3m^6 + m^4$; д) $22p^2 - 33p^3 + 44p^4$;
 е) $0,25xy^2z^3 + 0,5x^2y^3z^2 + 0,75x^3y^2z$;
 є) $-\frac{1}{3}x^2y^2z^3 - \frac{1}{9}x^2y^3z^2 + \frac{1}{27}x^3y^2z^3$;
 ж) $-18a^{10}b^9c^{11} - 36a^{11}b^{11}c^8 - 72a^{12}b^{10}c^{12}$;
 з) $3^{m+1}a^{n+2}b^{k+3} + 3^m a^{n+3}b^{k+1} + 3^{m+2}a^{n+1}b^{k+2}$;
 и) $2^{m+n}a^{m+k}b^{k+n} + 2^m a^k b^n + 2^{m+1}a^{k+2}b^{n+1}$;
 і) $a^{3k}b^{2m}c^{4n} - a^{2k}b^{3m}c^{2n} - a^{4k}b^{5m}c^{3n}$;
 ї) $a^{4m}b^{3m}c^{2m}d^m + a^{3m}b^{4m}c^m d^{2m} + a^{2m}b^{2m}c^{3m}d^{4m} + a^m b^m c^{2m}d^{3m}$.

1.441. Розкладіть на множники вираз:

- а) $3(a+b)+c(a+b)$; б) $a(b+5)+c(b+5)$;
в) $m(p-q)+n(p-q)$; г) $3(x-y)-k(x-y)$;
д) $a^2(a^2+b)-b^2(a^2+b)$; е) $4(x^2+y^2)-c^2(x^2+y^2)$;
є) $3a(p-q)+6b(p-q)$; ж) $9a^2(m^2-n^2)-16b^2(m^2-n^2)$;
з) $a^4(a^2-1)-16(a^2-1)$; и) $a^2b^2(c^4-1)-25(c^4-1)$.

1.442. Розкладіть на множники вираз:

- а) $m(x-y)-n(y-x)$; б) $k(p-q)-m(q-p)$;
в) $a(a-1)-b(1-a)$; г) $a(xy-5)-(5-xy)$;
д) $a^2(a^2-4)+(4-a^2)$; е) $p^4(p^2-q^2)-(q^2-p^2)$;
є) $16(x^2-1)+a^2(1-x^2)$; ж) $x^4(x^4-16)+y^4(16-x^4)$;
з) $4b(x-y)-(y-x)$; и) $(m-n)-11k(n-m)$;
і) $5z(x+y)-x-y$; ї) $(m^2+n^2)-5m^2k-5n^2k$;
й) $3(p^2-q^2)-7(3q^2-3p^2)$; к) $x^2(a^2-b^2)+y^2(b^2-a^2)$.

1.443. Розкладіть на множники вираз:

- а) $3^{2m}(x^{2m}-y^{2k})+5^{2n}(y^{2k}-x^{2m})$; б) $p^{2k}(1-q^{2m})+9(q^{2m}-1)$;
в) $81(a^{2m}-25)+b^{2n}(25-a^{2m})$; г) $4^k(49-x^{2k})+9^k(x^{2k}-49)$.

1.444. Розкладіть на множники вираз:

- а) $5a(x-3)+3b(x-3)+(x-3)$; б) $4m(x+y)-7n(x+y)-(x+y)$;
в) $11a(a^2+1)-10b(a^2+1)+8c(a^2+1)$;
г) $5x(p^2-q^2)-12y(p^2-q^2)+z(p^2-q^2)$;
д) $9a^2(x^2-y^2)-6a(x^2-y^2)+(x^2-y^2)$;
е) $25m^2(a^4-b^4)+30m(a^4-b^4)+9(a^4-b^4)$;
є) $16x^2(p^2-q^2)-88xy(p^2-q^2)+121y^2(p^2-q^2)$;
ж) $a^2(b^2-c^2)+10a(c^2-b^2)+25(b^2-c^2)$.

1.445. Розкладіть на множники вираз:

а) $13m(a+b+c) - 12n(a+b+c) + 5k(a+b+c)$;

б) $10x(a-b+c) + 7y(b-a-c) + 3z(b-a-c)$;

в) $15x^2(2k-3m+4n) - 8x(3m-2k-4n) - y(2k-3m+4n)$;

г) $4x^2(a+b-c) + 4x(c-a-b) - (c-a-b)$;

д) $2^{2m}a^{2n}(14x-13y+11z) + 2^{m+1}a^n(14x-13y+11z) + (14x-13y+11z)$;

е) $9m^2(4a^2-4a+1) + 6m(4a^2-4a+1) + (4a^2-4a+1)$;

є) $x^2(p^2+2pq+q^2) - 2xy(p^2+2pq+q^2) + y^2(p^2+2pq+q^2)$.

1.446. Розкладіть на множники вираз:

а) $a^3(x^2-y^2) + 3a^2(x^2-y^2) + 3a(x^2-y^2) + (x^2-y^2)$;

б) $p^3(a^2-b^2) - 3p^2(a^2-b^2) + 3p(a^2-b^2) - (a^2-b^2)$;

в) $x^3(m+n-k) + 3x^2(k-m-n) + 3x(m+n-k) + (k-m-n)$;

г) $8x^3(a^2+b^2) + 36x^2y(a^2+b^2) + 54xy^2(a^2+b^2) + 27y^3(a^2+b^2)$;

д) $125(49a^2-14a+1) + 75p(49a^2-14a+1) + 15p^2(49a^2-14a+1) + p^3(49a^2-14a+1)$.

1.447. Розкладіть на множники вираз:

а) $(x+y)^2 - a^2(x+y)^4$; б) $(x+y)^3 - (x+y)^2 b$;

в) $(a^2-b^2)m^2 - (a^2-b^2)n^2$; г) $(p+q)^3 - 3x(p+q)^2$;

д) $(a-b)^3 + b(a-b)^2$; е) $m(m-n)^2 + (m-n)^3$.

1.448. Розв'яжіть рівняння способом розкладання на множники його лівої частини:

а) $x^2 - 5x = 0$; б) $x^2 + \frac{1}{4}x = 0$; в) $6x^2 - x = 0$; г) $\frac{1}{4}x^2 + x = 0$;

д) $0,25x^2 + x = 0$; е) $\frac{1}{25}x^2 - \frac{1}{16}x = 0$; є) $x^2(x-1) - 4(x-1) = 0$;

ж) $x^2(x^2-9) - 25(x^2-9) = 0$; з) $9x^2(4x^2-1) + (1-4x^2) = 0$;

и) $x(x-1)^2 + (x-1)^3 = 0$; і) $25x^2(169x^2-26x+1) - (169x^2-26x+1) = 0$;

ї) $x^2(x^2-81) + 16(81-x^2) = 0$.

1.449. Розв'яжіть рівняння:

- а) $13x^2 + 2x = 25x^2 - 4x$; б) $x^2 + 3(x+3) + (x-4)^2 = (3x+5)^2$;
в) $5x^2 - 33 = (x+11)(x-3)$; г) $0,75x + 12(0,5x+1) = (x+3)(x+4)$;
д) $(x-6)(x+5) + (x-2)(x-3) = (x+1)(x+24)$;
е) $(x^2 - 1)(3x+2) + (x^2 - 1)(4x-1) = (x^2 - 1)(3-5x)$.

1.450. Знайдіть числове значення виразу:

- а) $p(k+0,3) + q(k+0,3)$, якщо $k=0,7$; $p=2,725$; $q=3,275$;
б) $m(a-b) - n(a-b)$, якщо $a=2,25$; $b=1,25$; $m=0,75$; $n=-0,25$;
в) $x(a^2 - 4) - 0,25(a^2 - 4)$, якщо $a=5,5$; $x=1,25$;
г) $x^2(a^2 - b^2) + 4x(a^2 - b^2) + 4(a^2 - b^2)$, якщо $x=1$; $a=501$; $b=500$;
д) $x^2(a^2 + 2a + 1) - 2x(a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 2a + 1)$, якщо $a=1,5$; $x=11$.

1.451. Розкладіть на множники вираз:

- а) $13m(k+n) + k+n$; б) $a^2(x+y) + x+y$; в) $4b(p-q) + p-q$;
г) $5k(a-b) + a-b$; д) $7z(x+y) - x-y$; е) $3c(a+b) - a-b$;
е) $0,25a(b-c) - b+c$; ж) $\frac{1}{7}k(m-n) - m+n$.

1.452. Розкладіть на множники вираз:

- а) $k(m+n) + cm + cn$; б) $z(x+y) + px + py$;
в) $a(b-c) + db - dc$; г) $7x(y-z) + ay - az$;
д) $3a + 3b + 4c(a+b)$; е) $8x - 8y + 3a(x-y)$;
е) $kl + lm + z(k+m)$; ж) $ac + bc - x(a+b)$;
з) $ab + bc + a^2 + ac$; и) $-ac - bc - 3(a+b)$.

1.453. Розкладіть на множники вираз:

- а) $xz + xc + yz + yc$; б) $pq + pc + 3q + 3c$; в) $ax + bx - ay - by$;
г) $kp - kq - mp + mq$; д) $-ax + ay + bx - by$; е) $-px - qx - py - qy$;
е) $a^2b - b + a^2c - c$; ж) $4ab + 4ac + b + c$; з) $a^3 + 7a^2 + 7a + 49$;
и) $6x^3 + 2xy - 3x^2y - y^2$; і) $4x + px - 4y - py$; ї) $a^2 - ab - 5a + 5b$.

1.454. Розкладіть на множники вираз:

- а) $ak + bk + am + bm + an + bn$; б) $ax - ay - bx + by + cx - cy$;
в) $2kx + 2mx - 2nx + ky + my - ny$; г) $ax - bx - cx - ay + by + cy$;

- д) $ax + 2bx + 3cx - 2ay - 4by - 6cy$;
 е) $2ap - 6bp - 8pc - 3aq + 9bq + 12cq$;
 є) $4a^2k + 3a^2m + 2a^2n + 12b^2k + 9b^2m + 6b^2n$;
 ж) $7abx - 6aby - 5abz + 7c^2x - 6c^2y - 5c^2z$.

1.455. Допишіть до даного виразу такий член, щоб його можна було розкласти на множники способом групування:

- а) $ac + ad + bc \dots$; б) $pk - mp \dots + qt$; в) $xz \dots - zy - 3y$;
 г) $\dots + a^2 + b^2 + 1$; д) $x^2y^3 - 2x^2 \dots - 10$; е) $\frac{1}{12}a^2 \dots + \frac{1}{3}ab - 2b^2$.

1.456. Розкладіть на множники вираз:

- а) $x^5 + x^3y^3 + x^2y^2 + y^5$; б) $p^5q^5 + 2p^6 + 2q^6 + 4pq$;
 в) $x^6 + x^4 + 3x^2 + 3$; г) $p^9 + 2p^5 - 3p^4 - 6$;
 д) $x^{m+n} - x^n y^n - x^m y^m + y^{m+n}$; е) $x^{n+1} - x^n y^n - xy + y^{n+1}$;
 є) $x^{5n} + x^{3n} + 2x^{2n} + 2$; ж) $x^{m+n} + x^{k+n} + x^{l+n} + x^n + x^k + x^l$;
 з) $x^{2n+3} - x^{n+2}y^{n+2} + x^{n+1}y^{n+1} - y^{2n+3}$;
 и) $a^4b^4c^4 + ab^2c^3y + a^3b^2cx + xy$.

1.457. Обчисліть усно раціональним способом:

- а) $52^2 - 48^2$; б) $72^2 - 28^2$; в) $45^2 - 44^2$; г) $128^2 - 127^2$;
 д) $720^2 - 280^2$; е) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$; є) $72^2 - 22^2$; ж) $0,25^2 - 0,15^2$;
 з) $7,8^2 - 2,2^2$; и) $\left(4\frac{4}{7}\right)^2 - \left(2\frac{3}{7}\right)^2$; і) $1001^2 - 1000^2$.

1.458. Обчисліть раціональним способом:

- а) $(56^2 - 20^2):36 + (27^2 - 13^2):40 + (72^2 - 50^2):122$;
 б) $(5,5^2 - 4,5^2):10 + (14,25^2 - 10,25^2):24,5 + (0,75^2 - 0,25^2):0,5$;
 в) $(777^2 - 776^2):1553 + (222^2 - 220^2):442 + (77,5^2 - 46,5^2):124$.

1.459. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(2x + 3y)^2 - z^2$; б) $\left(\frac{1}{2}x + y\right)^2 - \frac{1}{4}z^2$; в) $(4a - 4b)^2 - 9a^2$;
 г) $(3k + 1)^2 - 8lm^2$; д) $(x^2 - 1)^2 - 25y^2$; е) $(xy - 1)^2 - 4x^2$;
 є) $(13x - 1)^2 - 16y^2$; ж) $(2x^2 - y^2)^2 - x^2$.

1.460. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(7x-3y)^2-121$; б) $(4a+3b)^2-c^4$; в) $(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$;
г) $(a^4-a^2)^2-1$; д) $(2ab^2+c^2)^2-a^2b^4c^4$; е) $(5p^5-1)^2-4p^2$;
є) $(a+b+c)^2-b^2$; ж) $(a^2+a+1)^2-a^2$; з) $(p^3+p^2+1)^2-p^4$.

1.461. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(a+2)^2-\frac{1}{9}a^2$; б) $\left(b+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{49}b^2$; в) $(0,75a+0,35)^2-0,25a^2$;
г) $(x-y)^2-0,09y^2$; д) $\left(\frac{1}{4}a+\frac{1}{3}b\right)^2-\frac{1}{16}a^2$.

1.462. Розкладіть на множники вираз:

- а) $a^2-(a^2+1)^2$; б) $b^2-(3a+c)^2$; в) $25p^4-(3p^2+1)^2$;
г) $81m^2-(3m-n)^2$; д) $0,25x^2-(0,5x+y)^2$; е) $16x^2-(4x+y^2)^2$;
є) $9c^4-(a^2+b^2)^2$.

1.463. Розкладіть на множники вираз:

- а) $1-(a+3b)^2$; б) $1-(x^2+y^2)^2$; в) $1-0,25(a^2+a)^2$;
г) $1-\frac{1}{9}(p^3+p)^2$; д) $1-(a^2+a+1)^2$; е) $1-(c^3+c+2)^2$;
є) $1-(2a+5b-1)^2$; ж) $1-\frac{1}{9}(3a+9b-27)^2$.

1.464. Розкладіть на множники вираз:

- а) $x^4y^2-(x+2y)^2$; б) $x^6-(x^3+y+1)^2$; в) $a^4b^4-(a^2b^2+5c)^2$;
г) $p^6q^4-(p^3q^2+7p)^2$; д) $a^4-(a^4+a^2+1)^2$; е) $9a^2-(3a+b+2c)^2$.

1.465. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(2x-y)^2-(x+z)^2$; б) $(2a^2+b)^2-(3b^2-4b)^2$;
в) $(a^2+a)^2-(b^2+b)^2$; г) $(p+q)^2-(p^2+q^2)^2$;
д) $(2a^3+3a^2+a)^2-(3a^3-2a^2+1)^2$;

$$\text{е) } (7a + 3a + 2)^2 - (4a^2 + 5a + 3)^2;$$

$$\text{є) } (p^2 + q^2 + 1)^2 - (p^3 + q^2 + 2)^2.$$

1.466. Розкладіть на множники вираз:

$$\text{а) } (4x + 5)^2 - (3x - 1)^2; \quad \text{б) } (5a + b)^2 - (3a - b)^2;$$

$$\text{в) } (7m + 2n)^2 - 16(m - n)^2; \quad \text{г) } 25x^2y^2 - 9(xy - 2)^2;$$

$$\text{д) } 4(x^2 + y^2)^2 - 9(x^2 - y^2)^2; \quad \text{е) } 0,04(a^2 - b^2)^2 - 0,01(a^2 + b^2)^2;$$

$$\text{є) } \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + 1)^2 - \frac{1}{9}(a^2 + a - 1)^2;$$

$$\text{ж) } 2\frac{7}{9}(x^2 - y^2 + z^2)^2 - 1\frac{40}{81}(x^2 + y^2 - z^2)^2.$$

1.467. Розкладіть на множники вираз:

$$\text{а) } (a^2 + 1)^3 - 2a^2(a^2 + 1); \quad \text{б) } (x - y)^3 + 2xy(x - y);$$

$$\text{в) } (p + q)^3 - p^2(p + q); \quad \text{г) } 4pq(p + q) - (p + q)^3.$$

1.468. Розкладіть на множники вираз:

$$\text{а) } p^4 - 4p^3 + 4p^2 - 1; \quad \text{б) } a^4 - a^2 - 2a - 1; \quad \text{в) } b^4 - b^2 + 6b - 9;$$

$$\text{г) } k^6 - k^4 - 4k^2 - 4; \quad \text{д) } a(a + 4) - (c + 2)(c - 2);$$

$$\text{е) } (a + b + 6)(a + b) - (a - b)^2 + 9; \quad \text{є) } 2b^2 - 3ab + a^2 + b - a;$$

$$\text{ж) } (a + b)(a + b + 2) - (a - b)(a - b - 2);$$

$$\text{з) } (a + 2)a + b(b + 2) - 2(a + 1)(b + 1) + 1.$$

1.469. Розкладіть на множники вираз:

$$\text{а) } x(x - y + z) - y(x - y + z) + z(x - y + z) - 9z^2;$$

$$\text{б) } 1 - a(a - b + c) + b(a - b + c) + c(b - a - c);$$

$$\text{в) } pq(p - q) - m(p^2 - q^2) + m^2(p - q).$$

1.470. Подайте двочлен у вигляді суми або різниці кубів одночленів:

$$\text{а) } \frac{1}{64}a^{21} - c^6; \quad \text{б) } a^3b^6c^9 - 8; \quad \text{в) } x^{12}y^{15} - p^6q^{18};$$

$$\text{г) } x^{3n} - y^{3n}, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{д) } 3^{3m}a^{3n} + 3^{3n}a^{3m}, \text{ де } m, n - \text{натуральні числа}; \quad \text{е) } 27b^3 - a^3.$$

1.471. Подайте вираз у вигляді суми або різниці кубів од-
ночленів і розкладіть на множники:

а) $0,008t^3 + 1$; б) $\frac{1}{125}p^3 - 125q^3$; в) $a^6b^6 + 1$;

г) $x^{3n} - 2^{3n}$, де n – натуральне число;

д) $x^{3n} + 8y^{3n}$, де n – натуральне число;

е) $3\frac{3}{8}t^{3k} - p^{3k}$, де k – натуральне число.

1.472. Доведіть, що вираз:

а) $625^3 + 175^3$ ділиться на 800; б) $888^3 + 112^3$ ділиться на 10^3 ;

в) $971^3 - 231^3$ ділиться на 740; г) $3045^3 - 1064^3$ ділиться на 1981.

1.473. Доведіть тотожність:

а) $x^3 - y^3 - (x - y)(x^2 + y^2) = xy(x - y)$;

б) $a^6 - b^6 = (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$;

в) $a^{3n} - b^{3n} - (a^n - b^n)(a^n - b^n)^2 = 3a^n b^n (a^n - b^n)$, де n – натуральне число.

1.474. Спростіть вираз:

а) $(7a^5 + 4b^6)(49a^{10} - 28a^5b^6 + 16b^{12})$;

б) $(0,4p^4 - 0,1q^8)(0,16p^8 + 0,04p^4q^8 + 0,01q^{16})$;

в) $\left(\frac{a^5}{2^n} - \frac{b^4c^2}{3^n}\right)\left(\frac{a^{10}}{4^n} + \frac{a^5b^4c^2}{6^n} + \frac{b^8c^4}{9^n}\right)$, де n – натуральне число.

1.475. Розкладіть на множники вираз:

а) $a^3 + b^3$; б) $a^3 - b^3$; в) $8p^3 - q^3$; г) $27x^3 + y^3$; д) $27m^3 - 1$;

е) $n^3 + 64$; є) $1 - a^3b^3$; ж) $1 + \frac{m^3}{8}$; з) $125x^3 - 8y^3z^3$;

и) $(a + b)^3 + c^3$; і) $(p - q)^3 - 8$; ї) $(2x - y)^3 + y^3$.

1.476. Розкладіть на множники вираз:

а) $z^3 - (x + 2y)^3$; б) $0,001 + (a - b)^3$; в) $\frac{27}{8} + \frac{1}{27}(x + y)^3$;

г) $a^3b^3 - (a^2 + b^2)^3$.

1.477. Розкладіть на множники вираз:

- а) $(x - y)^3 - (x + 2y)^3$; б) $(a + 2b)^3 + (2a + b)^3$;
в) $(x + 3)^3 - (y + 2)^3$; г) $(x^2 + 1)^3 + (x^2 + 3)^3$;
д) $(p^2 + q^2)^3 - (p^2 - q^2)^3$; е) $(p^2 - 4)^3 + (p^2 - 2)^3$.

1.478. Розкладіть на множники вираз:

- а) $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)^3$; б) $(a + b + 1)^3 - (a + b - 1)^3$;
в) $(3x + 2y + 1)^3 - (x - 2y - 1)^3$.

1.479. Спростіть вираз:

- а) $(1,1 + 3,67)(1,1^2 - 1,1 \cdot 3,67 + 3,67^2) + (1,1 - 3,67) \times$
 $\times (1,1^2 + 1,1 \cdot 3,67 + 3,67^2)$;
б) $(2p - 3)(4p^2 + 6p + 9) + (3p + 2)(9p^2 - 6p + 4)$;
в) $(4x^2y^2 + z^2)(16x^4y^4 - 4x^2y^2z^2 + z^4)$;
г) $(a^5b^4c^3 + 5p^6)(a^{10}b^8c^6 - 5a^5b^4c^3p^6 + 25p^{12})$.

1.480. Розкладіть на множники:

- а) $0,001b^3 - 0,2b^2 + 2b - 1$; б) $p^3 + 3p^3q^2 + 3p^2q^3 + q^3$;
в) $y^{3n} + y^{2n} - y^n - 1$, де n – натуральне число;
г) $27^n - 2 \cdot 3^{n+1} - 3 \cdot 2^{n+1} + 8^n$, де n – натуральне число.

1.481. Обчисліть раціональним способом:

- а) $\frac{142^3 - 58^3}{84} + 142 \cdot 58$; б) $\frac{7,583^3 - 3,417^3}{4,166} + 7,583 \cdot 3,417$;
в) $\frac{97^3 + 62^3}{159} - 97 \cdot 62$; г) $\frac{3,833^3 + 1,633^3}{5,466} - 3,833 \cdot 1,633$.

1.482. Поставте замість зірочок такі одночлени, щоб утворилася тотожність:

- а) $(7p + c)(* - * + *) = 343p^3 + c^3$;
б) $(* - *) (25x^4 + * + 4y^2) = 125x^{16} - 8y^3$;
в) $(ab + *) (* - * + c^4) = a^3b^3 + c^6$.

1.483. Чи ділиться значення виразу:

- а) $88^3 + 73^3$ на 161; б) $995^3 - 345^3$ на 640?

1.484. Спростіть вираз:

- а) $(3p - 4)(9p^2 + 12p + 16) + (p + 4)(p^2 - 4p + 16)$;
б) $(2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2) + (4a + 3b)(16a^2 - 12ab + 9b^2)$;
в) $(3 - 5x)(9 + 15x + 25x^2) + (7 + 5x)(49 - 35x + 25x^2)$.

1.485. Доведіть, що значення виразу $(1 - x)(1 + x + x^2) + (1 + x)(1 - x + x^2)$ не залежить від змінної x .

1.486. Доведіть, що значення виразу $n^3 + 3n^2 + 5n + 3$ ділиться на 3 при будь-якому натуральному n .

1.487. Спростіть вираз:

- а) $(p + c)(p^2 - pc + c^2) + (p - c)(p^2 + pc + c^2)$;
б) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$;
в) $(2a + 1)(4a^2 - 2a + 1) + (a - 2)(a^2 - 2a + 4)$;
г) $(5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2) - (3a + 5b)(9a^2 - 15ab + 25b^2)$;
д) $(x^2 - y^4)(x^4 + x^2y^4 + y^8) - (x^2 + y^4)(x^4 - x^2y^4 + y^8)$.

1.488. Виконайте скорочене множення:

- а) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$; б) $(3a - 5)(9a^2 + 15a + 25)$;
в) $(5x^3 - y^2)(25x^6 + 5x^3y^2 + y^4)$;
г) $(7a^5 + 4b^6)(49a^{10} - 28a^5b^6 + 16b^{12})$;
д) $(0,4p^4 - 0,1q^8)(0,16p^8 + 0,04p^4q^8 + 0,01q^{16})$;
е) $\left(\frac{1}{2}a^2b^2 - \frac{1}{3}a^3\right)\left(\frac{1}{4}a^4b^4 + \frac{1}{6}a^5b^2 + \frac{1}{3}a^6\right)$;
є) $\left(\frac{a^5}{2^n} - \frac{b^4c^2}{3^n}\right)\left(\frac{a^{10}}{4^n} + \frac{a^5b^4c^2}{6^n} + \frac{b^8c^4}{9^n}\right)$, де n – натуральне число.

1.489. Розкладіть на множники вираз:

- а) $4a^2 + 4a - b^2 + 1$; б) $25 - b^2 + 6bc - 9c^2$;
в) $49p^2 + 14pq + q^2 - 25$; г) $16 - b^2 - 2bc - c^2$;
д) $1 - 9n^2 + 12mn - 4m^2$; е) $1 - x^4 - 2x^2y^2 - y^4$;
є) $x^6 + 2x^3 - x^2 + 1$; ж) $x^8 + 2x^4y^4 + y^8 - y^4$;
з) $a^4 + 22a^2 + 120 - b^2 - 2b$.

1.490. Розкладіть на множники вираз:

- а) $p^6 - 2p^3q^3 + q^6 - p^4 - 2p^2q^2 - q^4$; б) $x^4 + x^3 - x - 1$;
в) $a^5 - a^3 - a^2 + 1$; г) $z^3 + 27 - 5z^2 - 15z$; д) $(2a+1)^3 + (a-1)^3$;
е) $(x+y)^4 - (x-y)^4$; є) $2x^4 - x^3 - 2x + 1$; ж) $x^4 - 5x^2 + 4$;
з) $p^3 - p^2 - p^6 + p^5$.

1.491. Виконайте ділення усно, користуючись формулами множення:

- а) $(9 - a^2) : (3 + a)$; б) $(36 - p^2) : (6 + p)$; в) $(4x^2 - 1) : (2x - 1)$;
г) $(1 - 64x^2) : (1 + 8x)$; д) $(100x^2y^2 - z^2) : (10xy - z)$;
е) $(121a^4 - 9b^4) : (11a^2 - 3b^2)$; є) $(400p^2q^2 - 169m^2n^2) : (11a^2 - 3b^2)$;
ж) $(225a^6 - 81b^4) : (15a^3 + 9b^2)$; з) $\left(\frac{1}{25}a^2 - \frac{1}{4}b^2\right) : \left(\frac{1}{5}a + \frac{1}{2}b\right)$;
и) $\left(\frac{9}{16}p^2 - \frac{4}{49}q^2\right) : \left(\frac{3}{4}p - \frac{2}{7}q^2\right)$; і) $\left(\frac{64}{49}x^4 - \frac{1}{9}y^4\right) : \left(\frac{8}{7}x^2 - \frac{1}{3}y^4\right)$;
ї) $\left(\frac{1}{900}a^6 - \frac{1}{121}b^2\right) : \left(\frac{1}{30}a^3 + \frac{1}{11}b\right)$;
й) $\left(\frac{4}{169}a^4b^2 - \frac{9}{225}c^2d^4\right) : \left(\frac{2}{13}a^2b - \frac{3}{15}cd^2\right)$;
к) $(0,01p^6 - 0,25p^4) : (0,1p^3 + 0,5p^2)$;
л) $(6,25m^2n^2 - 2,25k^2) : (2,5mn - 1,5k)$.

1.492. Виконайте ділення усно, користуючись формулами множення:

- а) $(4a^2 + 4a + 1):(2a + 1)$; б) $(9a^2 - 6a + 1):(3a - 1)$;
в) $(144a^2 + 24a + 1):(12a + 1)$; г) $(16p^2 - 24pq + 9q^2):(4p - 3q)$.

1.493. Виконайте ділення усно, користуючись формулами множення:

- а) $(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3):(x + y)$; б) $(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3):(a - b)$;
в) $(m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3):(m^2 + 2mn + n^2)$;
г) $(8k^3 - 12k^2 + 6k - 1):(4k^2 - 4k + 1)$;
д) $(1 - 9a + 27a^2 - 27a^3):(1 - 6a + 9a^2)$.

1.494. Виконайте ділення усно, користуючись формулами множення:

- а) $(x^3 + y^3):(x + y)$; б) $(p^3 - q^3):(p - q)$; в) $(x^3 + 27):(x + 3)$;
г) $(x^3y^3 - 1):(xy - 1)$; д) $(125 + 27m^3):(5 + 3m)$;
е) $(m^3n^3 - p^6q^6):(mn - p^2q^2)$; є) $(x^6y^6 + z^6):(x^2y^2 + z^2)$;
ж) $(64a^3 - 27):(16a^2 + 12a + 9)$; з) $(8x^3 + 1):(4x^2 - 2x + 1)$;
и) $(27p^3q^3 - m^6):(9p^2q^2 + 3pqt^2 + m^4)$;
і) $\left(\frac{1}{125}x^3 - 1\right):\left(\frac{1}{25}x^2 + \frac{1}{5}x + 1\right)$;
ї) $(0,001m^3 + 0,008n^3):(0,01m^2 - 0,02mn + 0,04n^2)$.

1.495. Знайдіть значення виразу:

- а) $(a^3 + 1):(a^2 - a + 1)$, якщо $a = 1,254$;
б) $(a^3 - b^3):(a^2 + ab + b^2)$, якщо $a = 2,5$; $b = 1,25$;
в) $(8x^3 - 27):(4x^2 + 6x + 9)$, якщо $x = 4,5$;
г) $(125a^3 + 64b^2):(25a^2 - 20ab + 4b^2)$, якщо $a = 4,4$; $b = 5,5$;
д) $(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3):(x^2 - 2xy + y^2)$, якщо $x = 7,225$; $y = 3,125$;

е) $(p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3):(p + q)$, якщо $p = 3,75$; $q = 2,25$;

є) $am + bm + cm + dm$, якщо $m = 4,38$; $a = 14,5$; $b = 42,5$; $c = 16,5$; $d = 26,5$;

ж) $2ab + b + 2ac + c$, якщо $a = 1,5$; $b = 3,426$; $c = 2,074$.

1.496. Розкладіть на множники вираз:

а) $abc(a^3 + b^3 + c^3) - b^3c^3 - a^3c^3 - a^3b^3$;

б) $a^3(b + c) + b^3(c + a) + c^3(a + b) + abc(a + b + c)$;

в) $(b - c)(b + c)^2 + (c - a)(c + a)^2 + (a - b)(a + b)^2$.

1.497. Відомо, що $a + b + c = 0$. Доведіть, що $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

1.498. Доведіть, що рівняння $x^3 + y^3 = (x + y)^2 + (xy)^2$ не має розв'язків у натуральних числах.

1.499. Доведіть, що число $5^9 - 3^6$ складене.

1.500. Доведіть, що $2^{105} + 3^{105}$ ділиться на 5; 35; 275; 2315.

1.501. Доведіть, що $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) > 0$, якщо $a > b > c$.

1.502. Доведіть, що $n^3 + 6n^2 - 4n + 3$ ділиться на 3 для будь-якого цілого n .

1.503. Розкладіть на множники $32x^5 - 4x^2 - 2x - 1$.

1.504. Доведіть, що для будь-якого цілого n $\frac{n^5}{120} - \frac{n^3}{24} + \frac{n}{30}$

також є ціле число.

1.505. Доведіть, що $n^3 + 3n^2 - n - 3$ ділиться на 48 для непарного n .

1.506. Доведіть, що сума квадратів трьох послідовних цілих чисел при діленні на 3 дає в остачі 2.

1.507. Доведіть, що $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16$, де n – додатне число більше за 4, ділиться на 384.

Розділ IV. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

1.508. Виразіть змінну y через x з рівняння:

а) $0,3x - 0,1y = 5$; б) $5y + 3x = x^2 - 10$; в) $3(x+1)^2 - 5y = 4$;

г) $xy = 10$; д) $y(2x + 3) = 10$; е) $\frac{y-1}{x+1} = \frac{y+1}{x+2}$;

є) $\frac{4-x}{y+3} = \frac{2+x}{5-y}$; ж) $(x+2)(y-3) - (x-3)(y+2) = 0$;

з) $\frac{x+2}{3} - \frac{2y+3}{4} = \frac{3(x-y)}{12}$; и) $(x+3)(y-5) = (x-6)(y-2)$;

і) $\frac{2x-4y+1}{4} + \frac{3x+2y-2}{3} = 2$.

1.509. Виразіть змінну x через y з рівняння:

а) $0,03x - 0,12y = 1,8$; б) $xy = -15$; в) $x + 2y^2 = 3x + 5$;

г) $y = x(y+2)$; д) $y^2 + x = 2x + 3y^2$; е) $\frac{3x-2y}{2} = \frac{5x-3y}{3} - \frac{2x-3y}{6}$;

є) $\frac{x-1}{y-2} = \frac{x+3}{y+2}$; ж) $(x+1)(y+2) = (x+3)(y+4)$;

з) $1 + \frac{x-2y}{5} = 2x - \frac{3y+5}{10}$; и) $y|x| + 1 = |x| - y$.

1.510. Знайдіть чотири будь-яких розв'язки рівняння:

а) $3x - 2y = 10$; б) $5y - 3x = -17$; в) $x + 2y = 2$; г) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = \frac{1}{10}$;

д) $x = 7y - 3$; е) $70x - 50y = 2$; є) $\frac{4}{3} = 2x - 5y$; ж) $2y + \frac{1}{3} = 4x$.

1.511. Складіть зі змінними x і y рівняння, яке задовольняє пара чисел:

а) $x = 1$; $y = 3$; б) $x = -6$; $y = 7$; в) $x = \frac{1}{3}$; $y = -\frac{1}{4}$;

г) $x = -0,3$; $y = -9$; д) $x = -5$; $y = -7$; е) $x = -\frac{1}{10}$; $y = -\frac{1}{3}$;

є) $x = -\frac{13}{2}$; $y = -\frac{15}{7}$; ж) $x = 6$; $y = -5$; з) $x = 0,01$; $y = 0,03$;

и) $x = -\frac{3}{2}$; $y = 4$.

1.512. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 + y^2 = 0$; б) $x^2 + 2y^2 = -\frac{1}{3}$; в) $x^2 + y^2 = 81$;

г) $2|x| + 3|y| = 0$; д) $|x| + |y| = -7$; е) $|x| + |y| = -a^2$;

є) $|2x - 1| + |3y + 5| = 0$; ж) $\left|\frac{1}{2}(x - 5)\right| + |4y - 12| = 0$;

з) $\left|\frac{x-1}{x+2} - 3\right| + \left|\frac{y+2}{y-4} - 5\right| = 0$.

1.513. Знайдіть пари чисел $(x; y)$, які задовольняють рівняння:

а) $(2-x)^2 + (y-3)^2 = 0$; б) $2|x| + y^2 = 0$; в) $x^4 + |y| = 0$;

г) $x^6 + y^8 = 0$; д) $(5x-6)^2 + (10y+1)^2 = 0$;

є) $|4-24x| + (12-3y)^2 = 0$; е) $|6x-0,6| = -|22-11y|$;

ж) $\left(\frac{2x+5}{3x-2} - 5\right)^2 = -\left(\frac{4y-7}{2y+5} - 1\right)^4$;

з) $((x-5)(x-6))^2 + ((y+2)(y+4))^2 = 0$.

1.514. Для яких значень k існує безліч пар чисел $(x; y)$, які задовольняють рівняння $|x| + k|y| = 0$?

1.515. Знайдіть цілі розв'язки рівняння:

а) $|x| + |y| = 2$; б) $|x| + |y| = 3$.

1.516. Знайдіть чотири розв'язки рівняння:

а) $xy = 0$; б) $(x-4)y = 0$; в) $x(y+7) = 0$;

г) $(x-5)(y+11) = 0$; д) $(4x+1)(3y+5) = 0$.

1.517. Серед розв'язків рівняння знайдіть таку пару чисел $(x; y)$, щоб $x = y$:

- а) $3x + 2y = 45$; б) $7x - 3y = 28$; в) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 84$;
г) $-5x + 4y = 12$; д) $\frac{5}{2}x + \frac{7}{3}y = 29$; е) $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{10}y = 10$;
є) $27x = 14y + 26$; ж) $\frac{3x - 4y + 3}{4} + \frac{4x - 2y + 9}{3} = 4$;
з) $(x - 1)(y + 1) = (x + 2)(y + 3)$.

1.518. Доведіть, що у будь-якій точці графіка рівняння $(x + 2)(y - 3) = (x - 3)(y + 2)$ абсциса дорівнює ординаті.

1.519. Доведіть, що на графіку рівняння $ax + by = c$, де $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $a + b \neq 0$, існує єдина точка M , абсциса якої дорівнює ординаті. Знайдіть цю точку.

1.520. Знайдіть координати точок перетину графіка рівняння з осями координат:

- а) $4x - 3y = 15$; б) $5x + 10y = 25$; в) $9x + 6y = -18$;
г) $\frac{5(x - y) - 2(x - 1)}{4} = y$.

1.521. Чому дорівнює c , якщо відомо, що графік рівняння $4x - 3y = 2c - 3$ проходить через точку:

- а) $A(4; 3)$; б) $A(-4; -3)$; в) $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$; г) $A\left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{6}\right)$;
д) $A(-25; -25)$; е) $A(-3; 5)$?

1.522. Чому дорівнює c , якщо відомо, що графік рівняння $\frac{1}{2}x + 2y = \frac{4c - 1}{3}$ проходить через точку:

- а) $M(4; 2)$; б) $M(2; -1)$; в) $M(-4; 3)$; г) $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$?

1.523. Яким повинно бути значення a , щоб графік рівняння $(2a - 1)x + 5y = 10$ проходив через точку:

- а) $M(2; 1)$; б) $M(-4; 4)$; в) $M(-3; -5)$; г) $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{5}\right)$;
д) $M\left(\frac{1}{10}; \frac{3}{5}\right)$; е) $M(10; -10)$?

1.524. Побудуйте в одній і тій самій координатній площині графіки рівнянь: $2x - 3y = 1$, $x + 2y = 10$. Знайдіть координати точки перетину графіків.

1.525. Напишіть чотири різних рівняння, графіки яких проходять через точку:

- а) $M(4; 7)$; б) $M(-3; 6)$; в) $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{7}\right)$; г) $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$;
д) $M(-6; -9)$; е) $M(0,5; 0,1)$.

1.526. Побудуйте графіки рівнянь:

- а) $2x + 5y = 14$; б) $\frac{1}{2}x + 5y = -1$; в) $2y = 3x - 4$; г) $13x - 14y = 8$;
д) $3x - 2y = 2$; е) $\frac{1}{3} = x - 2y$; є) $0x + 3y = 9$; ж) $7x + 0y = 28$.

1.527. Чи належить точка $(11; 12)$ графіку рівняння:

- а) $5x - 4y = 7$; б) $3x + 2y = 115$; в) $y = -2x + 38$; г) $y = -x^2 + 113$?

1.528. Чи проходить через початок координат графік рівняння:

- а) $y = 2x^3 - 4x^2 + x$; б) $5y - x^2 = x^4 + 3x$; в) $y = x^3 + 1$;
г) $y = x - a$?

1.529. Доведіть, що графік рівняння $2x^3 - 5y = 0$ не проходить через точки:

- а) $(2; 3)$; б) $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{10}\right)$; в) $(0; 3)$; г) $(-5; 0)$.

1.530. Чи належить графіку рівняння $2x^2 + y + 3 = 0$ точка:

- а) $A(-1; 5)$; б) $B(3; 21)$; в) $C(-3; 2)$?

1.531. Чи проходить графік рівняння $x^4 - y = -3$ через точки, в яких ордината від'ємна?

1.532. Чи проходить графік рівняння $y^2 - x = -1$ через точки, в яких абсциса від'ємна?

1.533. Відомо, що графіку рівняння $\frac{1}{2}x - 5y = 3$ належить точка A , абсциса якої дорівнює 6. Яка ордината цієї точки?

1.534. Графіку рівняння $2x - 3y = 13$ належить точка з ординатою 1. Знайдіть абсцису цієї точки.

1.535. Графік рівняння $5x - 3y = 13$ проходить через точку $A(3; b)$. Чому дорівнює b ?

1.536. Що являє собою графік рівняння:

- а) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0$; б) $|x - 3| + |y + 12| = 0$;
в) $|x + 2| + |y + 15| = 0$; г) $5x + y = y + 5x$;
д) $2|x| + |y| = |y| + 2|x|$?

1.537. Напишіть три рівняння, графіки яких проходять через точку $(5; -4)$.

1.538. В яких точках графік рівняння $y = x^3 - 1$ перетне вісь абсцис? вісь ординат?

1.539. Побудуйте графік рівняння:

- а) $y - 2x - 1 = 0$; б) $-x - y - 3 = 0$; в) $0x = 5y - 10$; г) $0x = 8 + y$.

1.540. В якій точці перетинаються графіки рівнянь: $y = -7x + 10$ і $y = 70x + 9$?

1.541. Що являє собою графік рівняння $(x - 2)(y + 2) = 0$?

1.542. Побудуйте графік рівняння:

- а) $xy = 0$; б) $(x - 3)(y + 6) = 0$; в) $3x^2 - xy = 0$.

1.543. Знайдіть таке значення a , щоб пара чисел $(a; -3)$ була розв'язком рівняння $5x - 2y = 4$.

1.544. Розв'яжіть рівняння:

- а) $(4y - 2x)^4 + (x - 4)^6 + (x + y + z)^2 = 0$;
б) $(5x - y)^{10} + (y + 10)^2 + (2x + 3y + z)^4 = 0$;
в) $(3x - y - 2)^2 + (5x + y - 6)^4 = 0$;
г) $(x - 3)^{12} + (y + 5)^{16} + (z - 10)^{20} = 0$.

1.545. На координатній площині знайдіть усі точки, координати x і y яких задовольняють таку умову:

- а) $x - y = 1 - xy$; б) $3x^2y + 5y^3 = 9x^2 + 15y^2$.

1.546. Чи має розв'язок рівняння зі змінними x і y :

- а) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 0$; б) $5x - 4y + 3 = 5(x - y) + y - 2$?

1.547. Знайдіть чотири розв'язки рівняння:

- а) $0x - 5y = 10$; б) $0x + 0y = 0$; в) $0,3x - 0y = -6$.

1.548. Чи належить графіку рівняння $4x - 10y = -6$ точка:

- а) $A(1; 1)$; б) $B(-4; 1)$; в) $C(7; 9)$; г) $D(100; 120)$?

1.549. Чи належить точка $A(4; 1)$ графіку рівняння:

- а) $x^2 + 2y = 14$; б) $x^2 + y^2 = 17$; в) $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 1$?

1.550. Чи проходить через початок координат графік рівняння:

- а) $y = x^2 - 3x + 5$; б) $y = x^3 - 5x^2 + x$?

1.551. Запишіть рівняння, графіком якого є пряма, що проходить через точки:

- 1) $A(2; 5)$, $B(3; 7)$; 2) $A(-3; -5)$, $B(4; -8)$;
3) $A(-4; 1)$, $B(-8; -1)$; 4) $A(-5; -1)$, $B(-10; -4)$.

1.552. Знайдіть координати точки перетину прямих AB і CD , якщо $A(-1; 2)$, $B(2; 8)$, $C(-2; -5)$, $D(4; -8)$.

1.553. Знайдіть усі пари натуральних чисел, які є розв'язком рівняння $11x + 8y = 104$.

1.554. Розв'яжіть систему рівнянь способом підстановки:

- а) $\begin{cases} x + 3y = 11, \\ 5x + 4y = 22; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - y = -1, \\ 5x - 4y = 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x + 3y = 3, \\ x - y = \frac{1}{6}; \end{cases}$
г) $\begin{cases} 4x + 6y = 3, \\ x - y = -3; \end{cases}$ д) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 5, \\ x - \frac{1}{2}y = 6; \end{cases}$ е) $\begin{cases} \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}y = 1, \\ 2x - y = \frac{1}{3}. \end{cases}$

1.555. Розв'яжіть систему рівнянь способом підстановки:

- а) $\begin{cases} 12x - 13y - 14 = 0, \\ 5x + 3 = y; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 4y = 180, \\ 4x + y = 110; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{1}{7}x + \frac{1}{6}y = \frac{3}{2}, \\ x + \frac{1}{4}y = 13\frac{1}{4}; \end{cases}$
г) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y = 10, \\ x - y = -20; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 2x - 4y = a^2 + b^2, \\ x + 2y = \frac{1}{2}(a^2 - b^2); \end{cases}$ е) $\begin{cases} -3x - 4y = \frac{3}{2}a + 2b, \\ -x + y = \frac{1}{2}(a - b). \end{cases}$

1.556. Розв'яжіть систему рівнянь способом алгебраїчного додавання:

а) $\begin{cases} 5x - 12y = 1, \\ 3x + 4y = -33; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x + 4y = 2, \\ 4x + 5y = -2; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x + 2y = 37, \\ 2x + 3y = 43; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 5x + 6y = 9, \\ 6x + 5y = -9; \end{cases}$

д) $\begin{cases} 7x - 6y = \frac{5}{20}, \\ 5x - 3y = \frac{1}{20}; \end{cases}$

е) $\begin{cases} 5x + 6y = \frac{1}{6}, \\ 6x + 3y = -\frac{1}{2}; \end{cases}$

є) $\begin{cases} 7x + 8y = 2, \\ 14x + 3y = \frac{19}{8}; \end{cases}$

ж) $\begin{cases} 12x - 3y = \frac{21}{4}, \\ 4x + 5y = \frac{37}{4}; \end{cases}$

з) $\begin{cases} \frac{1}{121}x - \frac{1}{4}y = -\frac{10}{11}, \\ \frac{1}{22}x + \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}; \end{cases}$

и) $\begin{cases} \frac{4}{3}x + \frac{5}{4}y = \frac{41}{20}, \\ \frac{7}{3}x + \frac{3}{4}y = \frac{37}{12}. \end{cases}$

1.557. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

а) $\begin{cases} x + y = 11, \\ x - y = 7; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = 2x - 1, \\ y = 6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = -3, \\ y = -4x. \end{cases}$

1.558. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

а) $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = 2x - 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x + 2y = 8, \\ 2x - y = -7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x - 2y + 1 = 0, \\ 5x + y - 7,5 = 0; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 0x + 5y = 10, \\ 3x + y = -1; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x - 2y = 1, \\ 3x - 6y = 4; \end{cases}$

е) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 2, \\ 3x - 4y = -7. \end{cases}$

1.559. Розв'яжіть систему рівнянь:

а) $\begin{cases} x - 3y = -13, \\ y + 3x = -9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x + 3y = 1, \\ 8x - 6y = 1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 34x - 30y = 4, \\ 51x = 15y + 4; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 0,3x + 2y = 5, \\ 4 + 0,2x = 12y; \end{cases}$

д) $\begin{cases} \frac{1}{10}x - \frac{1}{20}z = 5, \\ 2z = 10 - 3x; \end{cases}$

е) $\begin{cases} \frac{1}{9}(x + 3y) = -2, \\ \frac{1}{5}(5x - 2y) = -1; \end{cases}$

$$\text{є)} \begin{cases} x + 30y = -70, \\ y - 4x - 401 = 0; \end{cases} \quad \text{ж)} \begin{cases} -10u - 5v = 49, \\ 3u + 10v + 13 = 0; \end{cases} \quad \text{з)} \begin{cases} 6u = 40 + 7v, \\ 5v + 8 = 2u; \end{cases}$$

$$\text{и)} \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y+3}{4} = 3, \\ 5x - 3y = -27. \end{cases}$$

1.560. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} x - 2y = 2, \\ 3x + y = 13; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 3x + 7y = 10, \\ 8x - 3y = 5; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} -y + 3x = 8, \\ 4y - 2x = -2; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} -4x - 7y = 29, \\ 2x + y = -1; \end{cases} \quad \text{д)} \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6, \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y = 1; \end{cases} \quad \text{е)} \begin{cases} 3x + y = 22, \\ 4x - 3y = -1; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} 200x - 300y = 1, \\ 5x + 30y = \frac{3}{20}; \end{cases} \quad \text{ж)} \begin{cases} 9x - 4y = 3, \\ 3x + 8y = 12. \end{cases}$$

1.561. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} 6x + 2y = -4, \\ 8x - 10y = 1; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} \frac{1}{5}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ \frac{1}{10}x + \frac{2}{3}y = 3; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} 15x - 12y = 111, \\ 3x + 2y = 9; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} \frac{5x-3y}{2} + \frac{4x-8y}{5} = 6, \\ \frac{7x-4y}{5} + \frac{8x-5y}{5} = 2; \end{cases} \quad \text{д)} \begin{cases} \frac{10x+5y}{3} - \frac{20x-15y}{7} = 1, \\ \frac{6x+10y}{5} + \frac{4x-30y}{2} = -1; \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} \frac{2(7x+3y)}{17} + \frac{5x-3y}{7} = 2, \\ \frac{3(5x+4y)}{14} + \frac{5(2x+3y)}{7} = 8; \end{cases} \quad \text{є)} \begin{cases} \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y \right) = \frac{5}{24}, \\ 5 \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y \right) = -\frac{5}{3}; \end{cases}$$

$$\text{ж)} \begin{cases} 0x + 5y = 10, \\ 10x + 8y = 46. \end{cases}$$

1.562. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) = \frac{1}{3}(6y-5) - 10, \\ \frac{1}{5}(x+1) = \frac{1}{4}(3y+7) - 6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{m}{10} + \frac{n}{5} = 2, \\ \frac{m-1}{9} + \frac{n+5}{2} = 6; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{4p-3}{2} + \frac{5q-4}{3} = \frac{5}{6}, \\ \frac{7p-1}{3} - \frac{4q-1}{3} = 1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{3x-5y+1}{6} = \frac{x-3y+2}{7} + 1, \\ \frac{13x+12y-4}{10} = \frac{5x-10y+1}{3} - 6; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{3p-2q}{5} + \frac{5p-3q}{3} = p+1, \\ \frac{2p-3q}{3} + \frac{4p-3q}{2} = q+1; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} y = \frac{12(x-5) + 3(1-2x)}{7}, \\ x = \frac{-7y + 2(4-3y) + 1}{8}. \end{cases}$$

1.563. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{3(x+4)+1}{5} + 2(y-1) - 3 = 0, \\ \frac{4(y-1)}{6} + 3(x+4) - 9 = -\frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{4(u+1)+v+3}{8} + \frac{4(u+1)-v-3}{3} = 10, \\ \frac{4(u+1)+v+3}{4} + \frac{4(u+1)-v-3}{6} = 5; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{2x+4-5(3y-1)}{2} = \frac{3(2x+1)-4(3y-1)+3}{3} - \frac{1}{2}, \\ \frac{6+3(2x+1)-3y}{3} = \frac{12(2x+1)-3y-1}{4}; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{x-5}{2} + \frac{y+4}{3} = 1, \\ \frac{x-5}{2} + \frac{2y+8}{3} = 8; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{6x-5y}{3} - \frac{1}{2} = \frac{6x-5y}{4}, \\ \frac{6x+5y}{2} = 4,5 + \frac{5y-1}{3}. \end{cases}$$

1.564. Складіть систему рівнянь, розв'язками якої є:

$$\text{а) } x=7, y=8; \quad \text{б) } x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{5}; \quad \text{в) } x=\frac{3}{2}, y=\frac{5}{3};$$

$$\text{г) } x=-12, y=-11; \quad \text{д) } x=-\frac{1}{7}, y=-\frac{1}{8}; \quad \text{е) } x=-\frac{7}{4}, y=-\frac{8}{5};$$

$$\text{є) } x=-15, y=17; \quad \text{ж) } x=-\frac{5}{6}, y=\frac{6}{7}.$$

1.565. Для яких значень параметра a система рівнянь не має розв'язків:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} (2a+1)x + (3a-1)y = 4, \\ 5x + 4y = 3; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = \frac{5}{6}, \\ (1+3a)x - (2+a)y = \frac{1}{2}; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} (2-|a|)x + 3(|a|-3)y = 10, \\ 3x + 2y = 3; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} 4(|a|-3)x - 10(|a|-5)y = 22, \\ 2x + 2y = 13? \end{cases} \end{array}$$

1.566. Для яких значень параметра a система рівнянь має нескінченне число розв'язків:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 12x + 8y = 6a + 2, \\ 6x + 4y = 5a - 3; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 5x + ay = 5, \\ ax + 5y = 5; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2|a| + 14, \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y = 3|a| + 1; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} (a+1)x - y = 2 + a, \\ x + (a-1)y = 2? \end{cases} \end{array}$$

1.567. Розв'яжіть систему рівнянь відносно x і y , звівши їх при необхідності до лінійних введенням нових змінних:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12}, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12}; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{8}{15}, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{2}{15}; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = 52, \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 29; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{10}{y} = 16, \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = \frac{28}{5}; \end{cases} & \text{д) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = -\frac{1}{3}, \\ \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = -\frac{2}{3}; \end{cases} & \text{е) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 7,2, \\ \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = 4,8. \end{cases} \end{array}$$

1.568. Розв'яжіть систему рівнянь відносно x і y , звівши їх при необхідності до лінійних введенням нових змінних:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 6\frac{1}{3}, \\ \frac{6}{x-y} - \frac{3}{x+y} = 5; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{4}{x-y} = 22,5, \\ \frac{5}{x+y} + \frac{6}{x-y} = \frac{195}{4}; \end{cases} \end{array}$$

$$в) \begin{cases} \frac{12}{x-3} + \frac{2}{y-2} = 5, \\ \frac{8}{x-3} - \frac{3}{y-2} = -1; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} \frac{5}{3x-2y} + \frac{10}{3x+2y} = -7, \\ \frac{3}{3x-2y} + \frac{5}{3x+2y} = -4; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} \frac{7}{5x-3y} + \frac{11}{4x+y} = 8, \\ \frac{9}{5x-3y} + \frac{22}{4x+y} = 11; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{5}{6x+3y} + \frac{4}{2x-y} = 9, \\ \frac{7}{6x+3y} - \frac{6}{6x-3y} = 5; \end{cases}$$

$$є) \begin{cases} \frac{4}{2x+3y+4} + \frac{11}{4x+2y+3} = 2, \\ \frac{20}{2x+3y+4} + \frac{33}{4x+2y+3} = 8; \end{cases}$$

$$ж) \begin{cases} \frac{5}{x+2y+3} + \frac{6}{2x-4y+3} = 3, \\ \frac{15}{x+2y+3} - \frac{2}{2x-4y+3} = \frac{7}{3}; \end{cases}$$

$$з) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y+1} + 3\frac{3x-2y}{x+2y-2} = 6, \\ 3\frac{3x-2y}{x+2y-2} - \frac{x+y}{x-y+1} = 2; \end{cases}$$

$$и) \begin{cases} \frac{x+y+1}{x+y} + \frac{x-y-1}{x+2y} = \frac{35}{12}, \\ \frac{x+y+1}{x+y} - \frac{x-y-1}{x+2y} = -\frac{5}{12}. \end{cases}$$

1.569. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} x-y=1, \\ |x|+y=1; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x+y=4, \\ 5|x|-y=10; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 2x+|y|=14, \\ 5x+|y|=22; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 4|x|+3y=3, \\ 6|x|-3y=2; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} 5|x|+2|y|=9, \\ 6|x|-4|y|=-2; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{1}{2}|x| + \frac{1}{3}|y| = 3, \\ \frac{1}{4}|x| + \frac{5}{3}|y| = 6. \end{cases}$$

1.570. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} |x+5|+|y-3|=10, \\ |x+5|-|y-3|=4; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2\left|x-\frac{1}{2}\right|+3\left|y+\frac{1}{2}\right|=7, \\ 4\left|x-\frac{1}{2}\right|-2\left|y+\frac{1}{2}\right|=3; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} |3x-2|+|2y-3|=8, \\ |3x-2|-|2y-3|=2; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3|5x+2|+9|2y-3|=5, \\ 6|5x+2|+3|2y-3|=5; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} \frac{1}{|x|} + \frac{1}{|y|} = \frac{7}{10}, \\ \frac{4}{|x|} + \frac{5}{|y|} = 3; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{5}{|x-3|} + \frac{4}{|y-2|} = 5, \\ \frac{7}{|x-3|} - \frac{3}{|y-2|} = -\frac{8}{5}; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} |x-2| + |y-5| = 1, \\ y - |x-2| = 5; \end{cases}$$

$$ж) \begin{cases} |x-2| + 2|y-1| = 2, \\ x + |y-1| = 3,5; \end{cases}$$

$$з) \begin{cases} 2|x-2| + 3|y+1| = 4, \\ 2x - y = 3; \end{cases}$$

$$и) \begin{cases} 2u + v = 7, \\ |u - v| = 2; \end{cases} \quad i) \begin{cases} |x + y| = 1, \\ |x| + |y| = 1. \end{cases}$$

1.571. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} (x-1)(y+2) - (x-2)(y+3) = -2, \\ (x+1)(y-2) - (x-3)(y+2) = -20; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} (4x+6)(y-1) - (2x+3)(2y-1) = 1, \\ (2x+3)(y-1) - (x+1)(2y-1) = 2; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \left(\frac{1}{3}x+2\right)\left(\frac{1}{2}y-1\right) - \left(\frac{1}{6}x+\frac{1}{2}\right)(y-2) = 1, \\ \left(\frac{2}{3}x+1\right)\left(\frac{3}{2}y-4\right) - (x-4)(y+1) = 11; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} (3x+2)(6y+3) - \left(2x+\frac{1}{3}\right)(9y+4) = 2, \\ (6x+1)\left(2y-\frac{1}{3}\right) - (3x+2)\left(4y+\frac{1}{3}\right) = 0; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} (x+3)(y+2) = (x+1)(y+4), \\ (x+1)(y+7) = (x+6)(y+2); \end{cases} \quad е) \begin{cases} (x+2)(y+3) = (x+1)(y+4), \\ (2x+4)(3y+4) = (3x-1)(2y+5); \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{x+3}{x-3} = \frac{y+5}{y-1}, \\ \frac{x+5}{x-3} = \frac{y+7}{y-1}; \end{cases}$$

$$ж) \begin{cases} \frac{x+6}{x+5} = \frac{y+4}{y+3}, \\ \frac{x+8}{x+6} = \frac{y+6}{y+4}. \end{cases}$$

1.572. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} x + y = 1, \\ x + z = 2, \\ y + z = 5; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x + y = -9, \\ y + z = -6, \\ z + x = -7; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x - y = -1, \\ y - z = -1, \\ x + z = 16; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x + z = \frac{4}{3}, \\ y + z = \frac{2}{3}, \\ x + 3y + 6z = 4; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} x + 3y = 14, \\ y + 3z = 28, \\ z + 3x = 14; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} x - y = 5, \\ y + z = 2, \\ z - x = -13; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} 3x - y = 20, \\ 2x - z = 14, \\ 2y - 3z = 2; \end{cases}$$

$$ж) \begin{cases} 2x + y - z = 12, \\ 3x - y + 2z = 6, \\ 4x + 2y - 5z = 30; \end{cases}$$

$$з) \begin{cases} 6x + 2y + z = -5, \\ 4x - y + 3z = -12, \\ 3x + 2y - 2z = 1; \end{cases}$$

$$и) \begin{cases} x + 2y + 3z = 22, \\ 3x + y + 2z = 16, \\ 2x + 3y + z = 16; \end{cases}$$

$$і) \begin{cases} 2x + y + z = 7, \\ x + 2y + z = -2, \\ x + y + 2z = 0; \end{cases}$$

$$ї) \begin{cases} x + y = -1, \\ x + z = 4, \\ y + z = 9. \end{cases}$$

1.573. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} ax + by + cz = k, \\ a^2x + b^2y + c^2z = k^2, \quad a \neq b, \quad b \neq c, \quad c \neq a, \quad abc \neq 0; \\ a^3x + b^3y + c^3z = k^3, \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x - ay + a^2z = a^3, \\ x - by + b^2z = b^3, \\ x - cy + c^2z = c^3. \end{cases}$$

1.574. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} x + y + z = 9, \\ y + z + t = 12, \\ z + t + x = 11, \\ t + x + y = 10; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x + y + z = -6, \\ y + z + t = -9, \\ z + t + x = -8, \\ t + x + y = -7; \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{в) } \begin{cases} x + 2y + z = 4, \\ y + 2z + t = 4, \\ t + 2x + y = 4, \\ z + 2t + x = 4; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} 2x + y - z + v = 0, \\ 2x + y - z + t = 8, \\ 2x - z + v + t = 2, \\ 2x + y + v + t = 3, \\ y - z + v + t = 7. \end{cases}
 \end{array}$$

1.575. За 18 пакетів насіння моркви і 12 пакетів насіння огірків покупець заплатив 16 грн. 80 коп. Якщо б він купив 12 пакетів насіння моркви і 18 пакетів насіння огірків, то йому довелося б заплатити 16 грн. 20 коп. Скільки коштує пакет насіння моркви і скільки коштує пакет насіння огірків?

1.576. 15 телевізорів і 8 комп'ютерів коштують разом 72 500 грн., а таких самих 10 телевізорів і 10 комп'ютерів коштують 77 500 грн. Скільки коштує телевізор і скільки – комп'ютер?

1.577. При збиранні пшениці втрати на першій ділянці становили 30 кг/га, на другій ділянці – 25 кг/га, а всього було втрачено 28 ц. Якби втрати були меншими на 5 кг на кожному гектарі обох ділянок, то вони становили б 23 ц. Скільки гектарів було під пшеницею на першій ділянці і скільки – на другій?

1.578. У першій ємкості 200 л бензину, а в другій – 120 л. Якщо першу ємкість заповнити доверху бензином з другої, то друга ємкість буде заповнена на $\frac{4}{9}$. Якщо ж другу ємкість заповнити доверху з першої, то перша ємкість буде заповнена на $\frac{7}{12}$. Яка місткість кожної ємкості?

1.579. На першому полі вирощували пшеницю і за попередніми розрахунками мали зібрати по 40 ц/га. На другому полі вирощували жито й очікувався врожай по 30 ц/га. Після збирання врожаю з'ясувалося, що пшениця та жито дали відповідно врожай на 15 і 10 % більше, ніж очікувалось; це становило разом 4540 ц. Скільки гектарів було під пшеницею і скільки – під житом?

1.580. З двох площ було зібрано 4200 ц цукрового буряка. Наступного року на першій площі було зібрано буряка на 10 % більше, ніж у попередній рік, а на другій – на 15 %. Загальний врожай другого року становив 4690 ц. Скільки центнерів буряка було зібрано з кожної площі в перший рік?

1.581. На двох полицях лежать книжки. Якщо з першої полиці взяти 4 книжки, а з другої – 9, то на першій полиці буде книжок більше в $1\frac{1}{3}$ раза. Якщо з обох полиць взяти по 6 книжок, то число книжок, залишених на першій полиці, буде відноситися до числа книжок, залишених на другій, як 5 : 6. Скільки книжок лежить на кожній полиці?

1.582. У двох посудинах ємкістю 200 і 150 л міститься певна кількість води. Якщо в посудину більшої ємкості долити воду доверху з меншої ємкості, то в останній залишиться половина того, що було. Якщо в посудину меншої ємкості долити воду з великої, то в більшій залишиться $\frac{2}{3}$ того, що було спочатку. Скільки води міститься в кожній ємкості?

1.583. Учень за 5 ручок і 10 зошитів заплатив 20 грн., а його товариш купив 7 ручок і 8 зошитів, заплативши за них 22 грн. Скільки коштує ручка і скільки – зошит?

1.584. Для годівлі 18 коней і 32 корів щоденно відпускали 368 кг сіна. Після збільшення норми видачі сіна для коней і корів відповідно на 20 і 30 % довелось відпускати 464 кг сіна. Скільки кілограм сіна відпускали спочатку одному коневі й одній корові? Скільки сіна відпускали їм щодня після збільшення норми?

1.585. Якщо довжину прямокутника зменшити на 9 см, а ширину збільшити на 12 см, то площа прямокутника не зміниться. Площа прямокутника не зміниться і в тому випадку, якщо довжину збільшити на 6 см, а ширину зменшити на 3 см. Знайдіть довжину і ширину прямокутника.

1.586. Периметр прямокутника дорівнює 120 см, а різниця його нерівних сторін дорівнює 30 см. Знайдіть сторони прямокутника.

1.587. На складі було сукно двох сортів: 36 грн. за метр і 22 грн. за метр на загальну суму 80 400 грн. Після того, як зі складу вивезли 60 % сукна першого сорту і 30 % другого сорту, то залишилося сукна обох сортів на суму 37 680 грн. Скільки сукна кожного сорту було на складі?

1.588. 12 кг антрациту і 16 кг коксу дають при спалюванні 209 600 великих калорій, а 6 кг антрациту і 4 кг коксу дають 76 400 великих калорій. Скільки великих калорій тепла дають при спалюванні 1 кг антрациту і 1 кг коксу?

1.589. На два склади привезли 7000 кг борошна. Після того, як на перший склад довели ще 1000 кг, а з другого забрали 100 кг, то виявилось, що на другому складі борошна в 2 рази менше, ніж на першому. Скільки борошна було завезено перший раз на кожен склад?

1.590. Дві труби наповнюють бак водою, причому через першу трубу можна наповнити в 2 рази швидше, ніж через другу. За який час наповнить бак кожна труба окремо, якщо при одночасній дії обох труб бак наповниться за 8 год?

1.591. Друкарка повинна виконати роботу за певний строк, щоденно друкуючи певне число сторінок. Вона розраховувала, що коли друкуватиме щодня на 10 сторінок більше встановленої норми, то закінчить роботу на 2 дні раніше. Якщо ж вона друкуватиме на 6 сторінок менше норми, то доведеться витратити на 2 дні більше. Скільки сторінок в день друкарка повинна друкувати і в який строк вона завершить роботу?

1.592. Для утримання коней був зроблений запас вівса на певний час. Якщо б коней було на 4 менше, то заготовленого вівса вистачило б ще на 12 днів. Якщо б коней було на 3 більше, то вівса не вистачило б на 8 днів. Скільки було коней і на скільки днів було заготовлено вівса?

1.593. Для технічних потреб змішали 6 л спирту другого сорту і 9 л першого сорту і дістали спирт міцністю 76° . Якщо ж взяти 7 л спирту другого сорту і 13 л спирту першого сорту, то матимемо суміш міцністю $76,5^\circ$. Знайдіть міцність спирту обох сортів.

1.594. Два баки містять неоднакову кількість бензину. Якщо з першого бака відлити 20 л, а з другого – 10 л, то у першому баку бензину буде вдвічі більше, ніж у другому. Якщо із першого і другого баків відлити по 15 л, то кількість літрів бензину, що залишилася у першому баку буде відноситися до кількості літрів, що залишилась у другому, як 13:5. Скільки літрів бензину міститься у кожному баку?

1.595. У першій декаді місяця дві бригади виготовили 2400 деталей. У наступній декаді перша бригада збільшила випуск продукції на 8 %, а друга бригада – на 6 %; в результаті чого обидві бригади виготовили 2570 деталей. Скільки деталей виготовила кожна бригада у другій декаді?

1.596. Дорога із пункту *A* в пункт *B* завдовжки 11,5 км йде спочатку вгору, потім горизонтально і, нарешті, згори. Пішохід

на шлях від A до B витратив 2 год 54 хв, а на зворотний шлях – 3 год 6 хв. Швидкість його ходьби вгору була 3 км/год, на рівнині – 4 км/год і згори – 5 км/год. Скільки кілометрів має та частина дороги, яка йде горизонтально?

1.597. На відрізку AB , довжина якого дорівнює 60 м, рівномірно рухається назустріч одне одному два тіла M_1 і M_2 . Тіло M_1 вийшло з A на 15 с раніше, ніж тіло M_2 з B . Досягнувши протилежних кінців, кожне з них одразу повернуло у зворотному напрямку з тією самою швидкістю. Перша зустріч між ними відбулась через 21 с, а друга – через 45 с після виходу тіла M_1 . Знайдіть швидкість кожного тіла.

1.598. Два трактори різної потужності, працюючи разом, можуть зорати поле за 4 дні. Якщо один трактор виоре $\frac{2}{3}$ поля, а другий – решту, то поле буде зоране за 8 днів. За скільки днів може зорати поле кожен трактор окремо?

1.599. Із пункту A в пункт B вийшов турист. Через 1 год 20 хв із A в тому самому напрямку виїхав велосипедист, який перегнав туриста через 30 хв. Прибувши в пункт B , велосипедист, не зупиняючись, повертається у зворотному напрямку і зустрічає туриста через 1 год 30 хв після першої зустрічі. Знайдіть швидкість туриста і велосипедиста, якщо відомо, що відстань між A і B дорівнює 24 км.

1.600. Велосипедист із пункту A в пункт B їхав зі швидкістю 18 км/год, а із пункту B у пункт A – зі швидкістю 14 км/год. Знайдіть середню швидкість велосипедиста.

1.601. Турист повинен приїхати з міста A в міста B у призначений час. Якщо він буде їхати 70 км/год, то запізниться на 2 год; якщо він буде їхати 90 км/год, то приїде в місто B на 2 год раніше. Знайдіть відстань між містами A та B і час, який турист повинен витратити.

1.602. Велосипедист із міста M до міста N повинен був приїхати о 14 год. Якщо б він їхав зі швидкістю 10 км/год, то прибув би в місто N о 14 год 30 хв; якщо б він їхав зі швидкістю 13 км/год, то прибув би у місто N о 13 год. Знайдіть відстань між містами M та N і час, який велосипедист повинен був витратити на подолання цієї відстані.

1.603. Два робітники разом виконують певну роботу за 20 днів. За скільки днів виконає ту саму роботу перший робітник, працюючи один, якщо продуктивність праці другого робітника на 5 % вища, ніж першого?

1.604. Шлях від села *A* до села *B* пролягає спочатку горизонтально, а потім вгору. Велосипедист проїхав на велосипеді горизонтальну частину дороги зі швидкістю 12 км/год, а вгору йшов пішки зі швидкістю 3 км/год, витративши на весь шлях 3,5 год. У зворотному напрямку він повертався лише на велосипеді, проїжджаючи частину шляху, що йде згори, зі швидкістю 15 км/год, а горизонтальну частину – 10 км/год і прибув у село *A* через 2 год 12 хв. Яка відстань між селами?

1.605. Велосипедист прибув із пункту *A* в пункт *B* о 15 год. Якщо б він збільшив швидкість на 4 км/год, то прибув би в пункт *B* о 13 год, а якщо б він проїжджав за годину на 3 км менше, ніж насправді, то приїхав би в пункт *B* о 18 год. Знайдіть відстань між пунктами *A* і *B*, швидкість велосипедиста і час його руху.

1.606. Автобус і таксі виїхали назустріч один одному одночасно з міст *A* та *B* і зустрілися через 12 хв. Наступного разу таксі виїхало пізніше на 8 хв і зустрілося з автобусом через 9 хв. Знайдіть швидкість автобуса і таксі, якщо відстань між містами *A* і *B* становить 24 км.

1.607. У двох посудинах є вода різної температури. Якщо з першої посудини взяти 130 г води, а з другої – 170 г, то температура суміші становитиме 37°. Якщо ж взяти з першої посудини 50 г води, а з другої – 100 г, то температура суміші буде 40°. Визначіть температуру води в кожній посудині.

1.608. Якщо двоцифрове число поділити на суму цифр, то в частці матимемо 7 і в остачі 6. Якщо це число поділити на потроєну суму його цифр, то в частці матимемо 2 і в остачі 17. Знайдіть це число.

1.609. Якщо двоцифрове число поділити на різницю цифр, якими позначені відповідно десятки й одиниці, то дістанемо в частці 26 і в остачі 1. Якщо це число поділити на суму його цифр, то матимемо в частці 6 і в остачі 5. Знайдіть це число.

1.610. Якщо трицифрове число поділити на подвоєну суму його перших двох цифр, то матимемо в частці 29 і в остачі 1; якщо це число поділити на потроєну суму останніх двох цифр, то матимемо в частці 21 і в остачі 42; якщо ж це число поділити на почетверену суму двох крайніх чисел, то матимемо в частці 15 і в остачі 27. Знайдіть це число.

1.611. Якщо трицифрове число, в якому дві крайні цифри однакові, поділити на суму цифр, то в частці матимемо 28 і в

остачі 9. Якщо у цьому числі переставити середню цифру з першою, то матимемо число, яке більше від шуканого на 360. Знайдіть це число.

1.612. П'ятицифрове число \overline{aaabb} таке, що при діленні на суму своїх цифр дає в частці 2644 і в остачі 9. Якщо ж останні дві цифри поміняти місцями з першими трьома, то дістанемо число, яке менше від шуканого на 21978. Знайдіть це число.

1.613. Знайдіть два числа x і y , які мають таку властивість: якщо до більшого шуканого числа дописати з правої сторони 0 і за ним менше число, а до меншого числа справа приписати більше число і потім 0, то в результаті дістанемо два п'ятицифрових числа. Якщо перше з них розділити на друге, то матимемо в частці 2 і в остачі 590. Крім того, відомо, що сума, яка складена з подвоєного більшого шуканого числа і потроєного меншого числа, дорівнює 72.

1.614. 150 % одного числа і 50 % другого числа в сумі становить 15, а 50 % першого числа і 150 % другого числа становить 13. Знайдіть ці числа.

1.615. 40 % першого числа і 60 % другого числа в сумі становить 34, а 25 % першого числа і 30 % другого числа становить 19. Знайдіть ці числа.

1.616. 15 % першого числа і 30 % другого числа в сумі становить 42. Перше відноситься до другого як 3:2. Знайдіть ці числа.

1.617. Сума двох чисел дорівнює 28, а різниця квадратів цих чисел дорівнює 56. Знайдіть ці числа.

1.618. Різниця двох чисел дорівнює 4, а різниця квадратів цих чисел дорівнює 112. Знайдіть ці числа.

1.619. Найбільша відстань між точками двох концентричних кіл дорівнює 40 см, а найменша відстань дорівнює 18 см. Знайдіть радіуси цих кіл.

1.620. Знайдіть найменше натуральне число, яке при діленні на 9 і 14 дає в остачі відповідно 7 і 5.

1.621. Площа прямокутного трикутника дорівнює половині добутку його катетів. Якщо один із катетів даного трикутника збільшити на 10 см, а другий – на 6 см, то площа утвореного трикутника буде на 220 см^2 більша за площу даного трикутника. Якщо кожен з катетів зменшити на 10 см, то площа його зменшиться на 200 см^2 . Знайдіть катети даного трикутника.

1.622. Один з кутів трикутника дорівнює 42° , а різниця між двома іншими кутами дорівнює 30° . Знайдіть ці кути.

1.623. Відомо, що сума першого і другого кутів трикутника дорівнює 100° ; сума першого і третього кутів дорівнює 144° , а сума другого і третього кутів дорівнює 116° . Знайдіть кути трикутника.

1.624. Якщо ширину прямокутника збільшити на 4 см, а довжину – на 2 см, то площа прямокутника збільшиться на 116 см^2 . Якщо ширину зменшити на 3 см, а довжину – на 5 см, то площа прямокутника зменшиться на 115 см^2 . Знайдіть сторони прямокутника.

1.625. Якщо чотирицифрове число \overline{aabb} поділити на суму його цифр, то матимемо в частці 368 і в остачі 6. Якщо перші дві цифри переставити з останніми двома, то дістанемо число, яке менше від шуканого на 2178. Знайдіть це число.

1.626. Дві труби одночасно наповнюють бак за 1 год 20 хв. Якщо першу трубу відкрити на 10 хв, а другу – на 12 хв, то бак наповниться тільки на $\frac{1}{15}$. За скільки годин може наповнити бак кожна труба, діючи окремо?

1.627. Турист повинен приїхати з міста A до міста B у призначений час. Якщо він буде їхати 40 км/год, то запізниться на 3 год; якщо ж він буде їхати 60 км/год, то приїде на годину раніше строку. Знайдіть відстань між містами A та B .

1.628. Є два зливки, один із яких містить 270 г золота і 30 г міді, а другий – 400 г золота і 100 г міді. Скільки треба взяти від кожного з цих зливків, щоб дістати 400 г зливка 825-ї проби.

1.629. Велика ємкість наповнена водою. Воду треба розлити в однакові менші ємкості. Якщо в кожную меншу ємкість налити 163 л води, то у великій залишиться 14 л. Якщо ж налити по 165 л, то не вистачить 30 л води. Скільки було води у великій ємкості і скільки було малих ємкостей?

1.630. Із міста A виїхала автомашина, яка їде через місто C в місто B . Із міста B в місто A автомашина поверталася через місто D . Знайдіть, скільки кілометрів дороги ACB і BDA , якщо в обидва кінці машина проїхала 134 км, і дорога BDA довша від дороги ACB на 14 км.

1.631. У двох бочках води було порівно. Кількість води в першій бочці зменшили на 30 %, а потім збільшили на 30 %. Кількість води в другій бочці спочатку збільшили на 40 %, а потім зменшили на 40 %. У якій бочці стало води більше?

1.632. На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо його ширину збільшити на 20 %, а довжину – на 30 %?

1.633. Чи ділиться число $\underbrace{111\dots1}_{81 \text{ раз}}$ на 81?

1.634. Знайдіть найменше натуральне число, яке після множення на 2 стає квадратом, а після множення на 3 – кубом натурального числа.

1.635. Кусок дроту довжиною 102 см необхідно порізати на частини довжиною 15 і 12 см так, щоб був використаний весь дріт. Як це зробити?

1.636. Скільки років сестрі і скільки років брату, якщо 3 роки тому сестра була старша від брата в 2 рази, а 9 років тому – у 8 разів?

1.637. Через 4 роки вік брата буде відноситися до віку сестри як 8:7. Скільки кожному з них зараз, якщо 8 років тому брат був старший від сестри в 2 рази?

2.1. Перетворіть вираз у многочлен стандартного вигляду:

- а) $a^2(a+b)$; б) $3x^3(x-2y)$; в) $4xy^2(x+y+1)$;
г) $b^3(5b^2-3b+1)$; д) $x^2(x+y)-y^2(x+y)$;
е) $3p^2(q^2-p)+6q^2(p^2-q)$;
є) $2x^m(x^m-1)+1-2x^{2m}$, де m – натуральне число;
ж) $a^n(a^n+b^n)-b^n(a^n-b^n)$, де n – натуральне число;
з) $x^2(x^2+y^2+z^2)+y^2(x^2-y^2-z^2)+z^2(z^2+y^2-x^2)$;
и) $xy^2z^3(z-y^2-x^2)+x^2yz^3(z-x-y^2)-x^2y^3z(z^2+y+x)$;
і) $-4x^6(x^5-3x^4+10x^2+2)$; ї) $7y^6-8y^5+3y^2(y^4+y^3-6y)$;
й) $(a^2+a+1)(a+2)$; к) $(2p-7)(p^3+3p^2+3p+1)$;
л) $(a-1)(a^5+a^4+a^3+a^2+a+1)$;
м) $(x+2)(x^4-x^3+x^2+x+1)$; н) $(p^2+3p+4)(p^2-4p+2)$;
о) $(q^2-6q+1)(q^2-4q+3)$; п) $(x^4+x^2-2)(x^3-3x^2+2x+1)$.

2.2. Перетворіть вираз у многочлен стандартного вигляду:

- а) $(a-3)(b+9)$; б) $(c+3)(c-2)$; в) $(a-11)(a+11)$;
г) $(2x-1)(2x+1)$; д) $(k+3)(k+3)$; е) $(x^2-1)(x^2+1)$;
є) $(x^n+y^n)(x^n+y^n)$, де n – натуральне число;
ж) $(3-y^m)(3-y^m)$, де m – натуральне число;
з) $(3-2x)(3+2x)(9-4x^2)$; и) $(1-x)(1+x)(1+x^2)(1-x^2)$;

- і) $(y^n - y^m)(y^n + y^m)(y^{2n} + y^{2m})$, де m, n – натуральні числа;
 ї) $(-6x + 3)(-4 + 9x)$; й) $(6c^5 - 7)(6c^5 + 7)$;
 к) $-3(p + 1)^2 - (4 - p)^2$; л) $(x - y)(x + y)^2 - (x - y)^3$;
 м) $a(a - b)^3 - b(a + b)^3 + ab(a^2 + b^2)$;
 н) $(x - y)^3 + (z - x)^3 + (y - z)^3$.

2.3. Замініть вираз многочленом стандартного вигляду, який тотожно дорівнює йому:

- а) $(x^2 - x^4)(x^2 + x^4)$; б) $(a^2 - b^3)(a^2 + b^3)$;
 в) $(4x^5 - 1)(4x^5 + 1)$; г) $(3x + 2y)(3x + 2y)$;
 д) $(5a^2 - b^3)(b^3 - 5a^2)$; е) $(p + q^2)^2$; є) $(-x^2 - y)^2$;
 ж) $(x^n - 3y^n)^2$, де n – натуральне число;
 з) $(a + 2b)(a + 2b)(a + 2b)$; и) $(1 - x^2)(1 - x^2)(1 - x^2)$;
 і) $(x^2 + x)^3$; ї) $(x^n + y^n)^3$, де n – натуральне число;
 й) $(x^2 + y)^3 - (x^2 - y)^3$.

2.4. Розв'яжіть рівняння:

- а) $-3x = -0,3$; б) $4x = \frac{1}{4}$; в) $\frac{2}{3}x = \frac{3}{2}$; г) $\frac{3}{10}x = -0,01$;
 д) $4(2x - 1) - 3(2x + 2) = 3$; е) $17 - \frac{1}{3}(y + 4) = 3(5y - 1)$;
 є) $x(2x - 9) - 2x(x + 4) = 32$; ж) $7z - 3(2z - 4) = 5(4z - 3) + 9$;
 з) $(2x + 1)(3x - 5) = 6x(x + 7)$;
 и) $2x(1 - x^n) + 2x^{n+1} = x - 6$, де n – натуральне число;
 і) $3x + 9 = 3(x - 1)$; ї) $2x + 7 = 2(x + 3) + 1$; й) $7z^2 - 13z = 0$;
 к) $12z^2 + 28z = 0$; л) $625x^2 - 100 = 0$; м) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5} = 0$;
 н) $|x| - 2x^2 = 0$; о) $x^4 - 1 = 0$; п) $x^4 - 16 = 0$; р) $|x| + 1 = 0$.

2.5. Подайте вираз у вигляді добутку:

- а) $ab + ac$; б) $25x + 30$; в) $13a - 39ab$; г) $2x^4y^2 - x^2y^2$;
д) $a^2b^3 + a^3b^2$; е) $\frac{1}{32}a^2x - \frac{1}{24}ax^2$; є) $x^3 - 2x^4 + 3x^5$;
ж) $7xy^3 + 21x^2y^2 + 14x^3y$;
з) $12x^{m+n} + 3x^n$, де m, n – натуральні числа;
и) $x^{m+3} - x^{n+3}$, де m, n – натуральні числа;
і) $x^{m+1} + 2x^{m+2} + 3x^{m+3} + 4x^{m+4}$, де m – натуральне число;
ї) $x^5 - x^4 + x^3 + x^2$; й) $9a^3b^3 - 2a^2bc + 3ab^2c - c^2$;
к) $\frac{1}{12}a^4b^5c^5 - \frac{3}{4}b^4c^7 + \frac{2}{3}a^4bc^2 - 6c^4$;
л) $(3a^2 - 4)^2 - (2a^2 + 5)^2$; м) $81(x^2 - 2y)^2 - 25(2x^2 + y)^2$;
н) $(x - 1)^3 - (2 - x)^3$; о) $27(1 - 2y)^3 = 8(y + 3)^3$.

2.6. Розкладіть на множники:

- а) $x(x - 3) + 4(x - 3)$; б) $a(a - b) + b(a - b)$;
в) $kx + 3k + px + 3p$; г) $x^2m + um + x^2n + un$;
д) $6xy + 3x - 2y - 1$; е) $4x^2 + 8x - 2xy - 4y$;
є) $x^2 + y^2 + x^4 + x^2y^2$;
ж) $x^{m+n} + x^m + x^n + 1$, де m, n – натуральні числа;
з) $x^{2n} - x^n - y^m + x^n y^m$, де m, n – натуральні числа.

2.7. Подайте многочлен у вигляді добутку:

- а) $x^2 - 25$; б) $4 - a^2$; в) $9a^2 - b^2$; г) $x^2 - 49y^2$; д) $16x^2 - 25y^2$;
е) $a^4 - 64b^2$; є) $x^{2m} - 9y^{2n}$, де $m, n \in \mathbb{N}$;
ж) $4p^2 + 36pq + 81q^2$; з) $121a^2 - 22a + 1$; и) $x^6 - 2x^3 + 1$;
і) $2^{2n}x^{2m} + 2^{n+1}x^m + 1$, де m, n – натуральні числа;
ї) $x^{2m} - 4x^m y^m + 4y^{2m}$, де m – натуральне число.

2.8. Розв'яжіть рівняння:

- а) $(x + 4)(x + 6) = 0$; б) $(2x + 1)(3x + 2) = 0$; в) $x^2 + 3x = 0$;

г) $x^3 - x = 0$; д) $z^2 - 16 = 0$; е) $(|x| - 1)(x + 3) = 0$;
 є) $(|x| - 3)(|x| + 1) = 0$; ж) $y^2 + 4 = 0$; з) $(|x| - 10)(|x| - 8) = 0$;
 и) $|x|(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 0$; і) $|x|^3 = x^3$; ї) $|x|^3 = -x^3$; й) $|x| = x^2$;
 к) $|x^3| = -x$; л) $|x - 3| + |x + 3| = 0$; м) $|x + 1| = -(x + 1)$.

2.9. Подайте вираз у вигляді добутку:

а) $64 - x^3$; б) $125a^3 + 1$; в) $8a^3 - 27b^3$; г) $x^6 - y^6$;
 д) $m^3 n^6 - 1$; е) $a^{3n} - 1$, де n – натуральне число;
 є) $a^{3m} b^6 - p^3$, де m – натуральне число;
 ж) $p^6 - q^8$; з) $a^{12} b^6 - a^3 b^9$.

2.10. Розкладіть на множники:

а) $64 - a^6$; б) $a^6 + 1$; в) $a^8 - 1$; г) $b^9 - 1$; д) $a^6 - a^3 - 2$;
 е) $b^6 + 2b^3 - 3$; є) $q^8 + 3q^4 - 4$; ж) $p^8 + p^4 + 1$.

2.11. Сума двох чисел дорівнює 15, а різниця між потроєним першим числом і подвоєним другим числом дорівнює 20. Знайдіть ці числа.

2.12. Одне число на 12 більше за друге, а сума подвоєного першого числа з почотвереним другим числом дорівнює 54. Знайдіть ці числа.

2.13. Які вирази є дробами:

а) $\frac{3}{x}$; б) $\frac{x}{5}$; в) $\frac{3}{a-b}$; г) $\frac{a+b}{x}$; д) $2 + \frac{x}{y}$; е) $\frac{x^2 + 1}{1}$;
 є) $\frac{p}{m} \cdot \frac{p}{q}$; ж) $4\frac{2}{5}$; з) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$?

2.14. Складіть дріб:

а) чисельником якого є сума змінних x і y , а знаменником – подвоєний їх добуток;

б) чисельником якого є різниця змінних x і y , а знаменником – їх сума;

в) чисельником якого є квадрат суми змінних a і b , а знаменником – сума кубів цих змінних;

г) чисельником якого є куб змінних a і b , а знаменником – різниця квадратів цих змінних.

2.15. Знайдіть значення дробу:

а) $\frac{0,534^2 - 0,466^2}{0,068}$; б) $\frac{2,63^2 - 1,37^2}{1,26}$; в) $\frac{783^2 - 217^2}{566}$;
г) $\frac{175^2 - 121^2}{296}$.

2.16. Знайдіть значення дробу $\frac{y-3}{y+1}$, якщо $y=0$; $y=2$;

$y=4$; $y=0,3$; $y=-\frac{1}{2}$; $y=-6$.

2.17. Знайдіть значення дробу $\frac{2x-1}{x-2}$ для таких значень x :

-6 ; -3 ; $-\frac{3}{2}$; -1 ; $-\frac{1}{4}$; 0 ; 2 ; $\frac{7}{2}$; 9 ; 10 .

2.18. Знайдіть значення дробу $\frac{a+b}{|a|+|b|}$, якщо:

а) $a=-1$, $b=-3$; б) $a=-3$, $b=2$; в) $a=5$, $b=-2$;
г) $a=0,6$, $b=0,7$.

2.19. Знайдіть значення виразу $\frac{x^2-1}{x+3}$, якщо:

а) $x=1$; б) $x=-2$; в) $x=0,3$; г) $x=-0,1$.

2.20. Знайдіть значення дробу $\frac{|a|}{|a|+1}$, якщо $a=-5$; $a=-3$;

$a=-2$; $a=0$; $a=2$; $a=3$; $a=5$. Яку закономірність помітили? Чи можна вказати таке значення a , для якого дріб буде більшим від одиниці?

2.21. Знайдіть значення дробу $\frac{2x-y}{x^2-y^2}$, якщо:

а) $x=5$, $y=3$; б) $x=-6$, $y=-3$; в) $x=-8$, $y=10$.

2.22. Для якого значення змінної значення дробу:

а) $\frac{x-3}{12} = 2$; б) $\frac{7}{x+2} = 1$; в) $\frac{2p-4}{3} = 100$;
г) $\frac{62}{p+1} = -1$; д) $\frac{3p-2}{2p+1} = -1$?

2.23. Знайдіть область визначення дробу:

а) $\frac{7}{x-2}$; б) $\frac{3}{x+4}$; в) $\frac{x}{2x+5}$; г) $\frac{y}{3-12y}$; д) $\frac{x^2}{x^2-1}$;
 е) $\frac{y+1}{25}$; є) $\frac{y^2+1}{y^2-9}$; ж) $\frac{2}{(x-2)(x+4)}$; з) $\frac{|x|+1}{|x|-1}$;
 и) $\frac{x^2-2x+1}{(x+1)^2}$; і) $\frac{a^2+a+1}{(3a-1)^2}$; ї) $\frac{a^3+2}{(a^2-1)(a^2-4)}$;
 й) $\frac{2b}{|b|(|b|-1)}$; к) $\frac{a^4+a^2+1}{(|a|-3)(|a|-5)}$; л) $\frac{3x^2-5}{x|x|-x^2}$; м) $\frac{6}{x^3-8}$;
 н) $\frac{10}{3x^4-48}$; о) $\frac{\frac{1}{1}+a}{\frac{1}{1}-a}$; п) $\frac{\frac{1}{x}+3}{|x|-x}$; р) $\frac{ab}{a+b}$.

2.24. Знайдіть область визначення виразу:

а) $1-x+x^4$; б) $a^5-4a^4+3a^3-2a^2+1$; в) $\frac{p+1}{p^2-81}$;
 г) $\frac{7y+1}{(3-y)(17-y)}$; д) $\frac{x^2-1}{x^3-4x}$; е) $\frac{x-1}{x^2+6}$; є) $\frac{x^2+4}{|x-1|+|x-2|}$;
 ж) $\frac{\frac{3}{x}+\frac{x}{x-1}}{2x-3}$; з) $\frac{\frac{1}{x-2}+2}{\frac{1}{x-3}+5}$; и) $\frac{1}{(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)}$;
 ї) $\frac{\frac{1}{|x|-3}+2}{|x-4|}$.

2.25. При якій умові дріб не має змісту:

а) $\frac{1}{x^4+y^2}$; б) $\frac{3}{x^3+x^2+x}$; в) $\frac{x}{x+y}$; г) $\frac{1}{ab}$; д) $\frac{1}{x^2y^3}$;
 е) $\frac{5}{x(y+3)}$; є) $\frac{3}{4a^2-9b^2}$; ж) $\frac{ab}{4-(a+b)^2}$;
 з) $\frac{3x}{(x-1)^2+(x+1)^2}$; и) $\frac{5}{(x-2)^2+(x^2-4)^2}$; ї) $\frac{7a+3b}{|a-b|+|a+b|}$?

2.26. Складіть дріб, який не має змісту, якщо:

- а) $a = -1$ або $a = 4$; б) $x = 0$ або $x = 0,3$; в) $x = 0$ або $y = 0$;
г) $x = \frac{1}{3}$ і $y = \frac{2}{5}$; д) $a = 0$ і $b = 0$.

2.27. Складіть дріб, який не має змісту:

- а) для всіх $x > 1$; б) для всіх $a < -5$; в) для всіх $a > 0$;
г) для всіх $a \geq 5$; д) для всіх $a \leq 0$; е) для всіх $x < -10$.

2.28. Для яких значень змінної значення дробу дорівнює нулю:

- а) $\frac{2a}{6}$; б) $\frac{x+5}{x-6}$; в) $\frac{x+\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{3}}$; г) $\frac{y(y+7)}{9}$; д) $\frac{b^2-4}{b^2+1}$;
е) $\frac{4x^2-1}{x^2-9}$; є) $\frac{(x-1)(x+2)}{x+3}$; ж) $\frac{(a+3)^2(a-10)^2}{30}$;
з) $\frac{a^4(a^4-1)}{a^4+1}$; и) $\frac{25-(1-3y)^2}{y}$; і) $\frac{(a^2-25)(a^2-4)}{a+1}$;
й) $\frac{(x-3)(x+4)(x+5)(x+6)}{x+2}$; й) $\frac{a-2}{a^2-4}$; к) $\frac{|y-1|}{|y|+1}$;
л) $\frac{|y-3|+|y^2-9|}{36}$; м) $\frac{(|x|-13)(|x|-26)}{x+13}$; н) $\frac{|a+1|-(a+1)}{a^2}$;
о) $\frac{|b-3|-b+3}{b^2+1}$; п) $\frac{x^5-x^3+x}{x-1}$?

2.29. Напишіть дріб, що містить змінну x і перетворюється на нуль, якщо:

- а) $x = 5$; б) $x = -\frac{1}{2}$; в) $x = -1$ або $x = 1$;
г) $x = 2$ або $x = 3$, або $x = -8$; д) для всіх $x \geq 0$;
е) для всіх $x \leq 0$; є) для всіх значень x .

2.30. Доведіть, що значення дробу дорівнює нулю:

- а) $\frac{3(4x-1)-4(3x+1)+11}{x+10}$ для всіх $x \neq -10$;
б) $\frac{(x+3)^2-(x-3)^2-12x}{x(x^2-9)}$ для всіх $x \neq 0$, $x \neq \pm 3$.

2.31. Чи існують значення змінної, для яких дріб дорівнює нулю:

а) $\frac{6}{x-6}$; б) $\frac{x-8}{x}$; в) $\frac{|x|}{x+1}$; г) $\frac{|x|-1}{15}$; д) $\frac{|x|+3}{31}$;
е) $\frac{x^2-6x+8}{x-2}$; є) $\frac{x^2+6x+8}{x+4}$; ж) $\frac{x^2+4}{x+4}$; з) $\frac{x+4}{x^2+4}$?

2.32. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{x+20}{3}=0$; б) $\frac{x-6}{x}=0$; в) $\frac{13x-39}{x+8}=0$; г) $\frac{3x-1}{1-3x}=0$;
д) $\frac{x^2+4x}{x+4}=0$; е) $\frac{|x|+7}{x^2}=0$; є) $\frac{x^2+1}{x^2+2}=0$; ж) $\frac{(x^2-1)x}{x+1}=0$;
з) $\frac{(x^2-1)(x^2-4)}{x^2-9}=0$; и) $\frac{|y|-5}{|y|+2}=0$; і) $\frac{|y+1|}{|y+2|}=0$;
й) $\frac{(x^2-64)(x^2-81)}{(x-8)(x+9)}=0$; й) $\frac{|2x|-2x}{3-x}=0$; к) $\frac{x^2-7x+12}{|x-3|}=0$;
л) $\frac{(|x|-7)(|x|-14)(|x|-20)}{(x-7)(x+14)(x-20)}=0$.

2.33. Для якого значення x дріб дорівнює нулю:

а) $\frac{x}{13}$; б) $\frac{x+6}{3}$; в) $\frac{x-7}{x-1}$; г) $\frac{x^2-16}{x-5}$;
д) $\frac{|x|-4}{x^2}$; е) $\frac{|x|-1}{|x+1|}$; є) $\frac{|x+4|}{|x|}$; ж) $\frac{|x|-2}{|x|-2}$?

2.34. Знайдіть спільний множник чисельника і знаменника та скоротіть дріб:

а) $\frac{4x}{3x}$; б) $\frac{14a}{42a}$; в) $\frac{-6b}{4b}$; г) $\frac{3a^2}{12a^3}$; д) $\frac{x^5}{6x^3}$;
е) $\frac{-9p^2}{-3p^3}$; є) $\frac{-39p^3}{3p}$; ж) $\frac{7x^{16}}{49x^{15}}$; з) $\frac{72x^{10}}{12x^8}$.

2.35. Скоротіть дріб:

а) $\frac{24xy}{192x}$; б) $\frac{45a}{15b}$; в) $\frac{16a}{-48b}$; г) $\frac{-22ab}{-11b}$; д) $\frac{75ab^2}{15bc}$;

$$\text{е) } \frac{x^{10}y^7}{x^5y^8}; \quad \text{є) } \frac{x^8y^9}{x^{10}y^{11}}; \quad \text{ж) } \frac{-x^3y^{20}}{x^7y^{18}}; \quad \text{з) } \frac{-a^2b^3c^4}{a^4b^3c^2};$$

$$\text{и) } \frac{x^{m+n}y^{n+3}}{x^m y^3}, \text{ де } m, n - \text{ натуральні числа};$$

$$\text{і) } \frac{-x^{n+5}y^{n+4}}{x^{n+3}y^{n+2}}, \text{ де } n - \text{ натуральне число}.$$

2.36. Спростіть вираз:

$$\text{а) } \frac{4ax^2}{8a^2x}; \quad \text{б) } \frac{11b^2c}{44ab}; \quad \text{в) } \frac{24a^3}{8a^2b}; \quad \text{г) } \frac{abc}{-ab^2c^3};$$

$$\text{д) } \frac{-p^7q^{10}}{p^5q^9}; \quad \text{е) } \frac{-x^{12}y^{13}}{-x^{10}y^{12}}; \quad \text{є) } \frac{56x^{15}y^{13}}{88x^{17}y^{10}};$$

$$\text{ж) } \frac{85x^{n+4}y^{n+1}}{68x^{n+2}y^n}, \text{ де } n - \text{ натуральне число}.$$

2.37. Якими числами (рівними, протилежними, оберненими) є відповідні значення виразів:

$$\text{а) } \frac{x}{2} \text{ і } \frac{2}{x}; \quad \text{б) } \frac{x}{y} \text{ і } \frac{y}{x}; \quad \text{в) } \frac{a}{-b} \text{ і } \frac{a}{b}; \quad \text{г) } \frac{y}{x} \text{ і } \frac{-y}{x};$$

$$\text{д) } \frac{-x}{3} \text{ і } \frac{x}{-3}; \quad \text{е) } \frac{a}{b} \text{ і } \frac{-a}{-b}; \quad \text{є) } \frac{a}{bc} \text{ і } \frac{bc}{a}; \quad \text{ж) } \frac{a^2}{x^2y} \text{ і } \frac{-x^2y}{a^2}?$$

2.38. Порівняйте відповідні значення дробів $\frac{ac}{b+c}$ і $\frac{a}{b}$, якщо:

$$\text{а) } a=4; b=6; c=2; \quad \text{б) } a=-\frac{3}{2}; b=-\frac{1}{4}; c=-\frac{1}{8}.$$

2.39. Порівняйте відповідні значення дробів $\frac{xy}{zx}$ і $\frac{y}{z}$, якщо:

$$\text{а) } x=\frac{1}{3}; y=\frac{1}{9}; z=\frac{1}{27}; \quad \text{б) } x=0,723; y=-0,8; z=-0,4.$$

2.40. Спростіть вираз:

$$\text{а) } \frac{-121a^5b^6}{11a^4b^5c}; \quad \text{б) } \frac{32b^6c^{10}}{(-4b^3c^4)^2}; \quad \text{в) } \frac{(-4x^3y^2)^3}{(-3x^2y)^4}; \quad \text{г) } \frac{(-a^4b^3c^5)^4}{(a^6b^9c^6)^2};$$

$$д) \frac{(3^{2n} x^{n+3} y^n)^3}{(3x^2 y^2)^n}, \text{ де } n - \text{ натуральне число};$$

$$е) \frac{(x^{m+1} y^{m+2})^n}{(x^n y^n)^m}, \text{ де } m, n - \text{ натуральні числа};$$

$$є) \frac{(3^{m+n} 5^{n+1})^m}{(3^m 5^{m+1})^n}, \text{ де } m, n - \text{ натуральні числа};$$

$$ж) \frac{(a^4 b^6 c^8)^n}{(a^8 b^4 c^6)^n}, \text{ де } n - \text{ натуральне число}.$$

2.41. Скоротіть дріб:

$$а) \frac{x(x-2)}{3x(x-2)}; \quad б) \frac{4(x+4)}{x(x+4)}; \quad в) \frac{25a^2(a^2-b^2)}{15a(a+b)}; \quad г) \frac{52(a^2-9)(a+3)}{13(a+3)^2};$$

$$д) \frac{x^{2m} - y^{2m}}{x^m - y^m}, \text{ де } m - \text{ натуральне число};$$

$$е) \frac{(x^n + 1)^2}{x^{2n} - 1}, \text{ де } n - \text{ натуральне число};$$

$$є) \frac{x^{3n} - 1}{x^n - 1}, \text{ де } n - \text{ натуральне число}.$$

2.42. Чим відрізняються між собою вирази:

$$а) \frac{(x+1)(x-3)}{x+1}, \frac{(x-4)(x-3)}{x-4} \quad \text{і} \quad x-3;$$

$$б) \frac{x^2-9}{x-3}, \frac{(x+3)(x-4)}{x-4} \quad \text{і} \quad x+3?$$

2.43. Розкладіть на множники чисельник і знаменник дробу та скоротіть його:

$$а) \frac{8a-24b}{12ab}; \quad б) \frac{81a-27b}{9c}; \quad в) \frac{13c}{26p-39q}; \quad г) \frac{3a^3b-6a^2b^2}{12a^2b-15a^3b^4};$$

д) $\frac{35a^2b + 42ab^2}{56a^2b + 14ab^2}$; е) $\frac{3a - 12}{4(a - 4)}$; є) $\frac{3(yc^3 + 2c^3)}{9c^2(y + 2)}$;
ж) $\frac{7x^2 + 3y^3}{21x^3 + 9xy^3}$; з) $\frac{10x^3y^3 - 15x^2y^4}{8x^3y - 12x^2y}$; и) $\frac{15x^4y^2 + 12xy^4}{20x^3y^2 + 16x^2y^2}$;
і) $\frac{x^{n+3}y^{n+4}c + 3^n x^3y^4c}{x^{n+4}y^{n+3} + 3^n x^4y^3c}$, де n – натуральне число;
ї) $\frac{x^3 - 125}{x^2 - 25}$; й) $\frac{27a^3 - 8}{2a - 3a^2}$; к) $\frac{(a^2 - 49)^2}{(7 - a)^3}$; л) $\frac{(6p - 3q)^4}{(9q^2 - 36p^2)^3}$;
м) $\frac{(a^{2n} - b^{2n})^2}{(a^n - b^n)^3}$, де n – натуральне число.

2.44. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{625^8}{25^{16}}$; б) $\frac{343^8}{49^{11}}$; в) $\frac{27^{20}}{81^{15}}$; г) $\frac{32^{10}}{64^8}$.

2.45. Напишіть вираз, протилежний даному:

а) $3x$; б) $-4p$; в) $a + b$; г) $x - 3y$; д) $\frac{a}{a + b}$;
е) $-\frac{ab}{a + b}$; є) $\frac{a + b}{a}$; ж) $\frac{3a - 2b}{4}$; з) $-\frac{a - b}{a + b}$.

2.46. Відомо, що для певних значень x і y значення дробу

$\frac{1}{x - y}$ дорівнює $\frac{3}{4}$. Знайдіть для тих самих значень x і y значення виразу:

а) $\frac{1}{y - x}$; б) $2x - 2y$; в) $3y - 3x$; г) $\frac{y - x}{4}$.

2.47. Доведіть тотожність:

а) $\frac{a - b}{b - a} = -1$; б) $\frac{a + b}{a - b} = -\frac{a + b}{b - a}$; в) $\frac{(a - b)^3}{(a + b)^3} = -\frac{(b - a)^3}{(a + b)^3}$;
г) $\frac{12a^2 - 9ab}{8ab - 6b^2} = \frac{6a^2 - 21ab}{4ab - 14b^2}$; д) $\frac{15a^4 - 9a^2b^2}{5a^2b^3 - 3b^5} = \frac{21a^7 - 6b^3a^2}{7a^5b^3 - 2b^6}$;

$$\text{е)} \frac{a^2 - 6a + 9}{a^2 + ab - 3a - 3b} = \frac{a^2 + 2ab - 3a - 6b}{a^2 + 3ab + 2b^2};$$

$$\text{е)} \frac{xy + 3x + 5y + 15}{3x + xy + 3y + y^2} = \frac{x^2 + 10x + 25}{x^2 + xy + 5x + 5y};$$

$$\text{ж)} \frac{2px + 3x + 2p + 3}{2py + 3y + 4p + 6} = \frac{3qx + 2x + 8q + 2}{3qy + 2y + 6q + 4}.$$

2.48. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \frac{3(3x - 2y)}{7(2y - 3x)}; \quad \text{б)} \frac{a^2 b^3 (x - y^2)}{a^3 b^2 (y^2 - x)}; \quad \text{в)} \frac{-4xy(x - y)}{x^2(y - x)};$$

$$\text{г)} \frac{45a(a - 6x)}{-35x(6x - a)}; \quad \text{д)} -\frac{15a^3 - 5a^2 b}{3a^2(b - 3a)}; \quad \text{е)} \frac{8np - 10nq}{5mq - 4mp};$$

$$\text{е)} \frac{2x^{m+n} - x^m y^n}{3y^{m+n} - 6x^n y^m}, \text{ де } m, n - \text{натуральні числа};$$

$$\text{ж)} \frac{3^{m+1} - 2^{m+1}}{10 \cdot 2^m - 15 \cdot 3^m}, \text{ де } m - \text{натуральне число}.$$

2.49. Скоротіть дріб:

$$\text{а)} \frac{x^2 - y^2}{y(x + y)}; \quad \text{б)} \frac{5x - 3y}{25x^2 - 9y^2}; \quad \text{в)} \frac{4x^2 - 1}{6x^2 + 3x}; \quad \text{г)} \frac{64x^2 - 81y^2}{72x^2 y - 81xy^2};$$

$$\text{д)} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}; \quad \text{е)} \frac{x^{2n} - y^{2n}}{x^n y^n + y^{2n}}, \text{ де } n \in \mathbb{N}; \quad \text{е)} \frac{a^{18} + 8}{a^{12} - 2a^6 + 4};$$

$$\text{ж)} \frac{b^{20} + b^{10} + 1}{b^{30} - 1}; \quad \text{з)} \frac{x^{27} + 1}{x^{27} - x^{18} + x^9};$$

$$\text{и)} \frac{x^{3n} + y^{3n}}{x^{2n} - x^n y^n + y^n}, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{і)} \frac{a(b + c) - b(a + c)}{a(b + c)^2 - b(a + c)^2}.$$

2.50. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \frac{a - b}{(b - a)^2}; \quad \text{б)} \frac{(x - y)^2}{(y - x)^3}; \quad \text{в)} \frac{(3x - 3y)^2}{9x^2 - 9y^2}; \quad \text{г)} \frac{49a^2 - 49b^4}{(7a - 7b^2)^2}; \quad \text{д)} \frac{(2a^2 - 2b^2)^2}{4a^4 - 4b^4}.$$

2.51. Знайдіть область визначення дробу і скоротіть його:

а) $\frac{4a^2 - 9}{2a - 3}$; б) $\frac{24a^2 + 6a}{16a^2 - 1}$; в) $\frac{a^2 + 3a + 2}{a^2 - 1}$;
г) $\frac{49a^4 - 36b^4}{7a^2 + 6b^2}$; д) $\frac{9a^2 - 30ab + 25b^2}{9a^2 - 25b^2}$; е) $\frac{4x^2 - 1}{4x^2 + 4x + 1}$.

2.52. Перетворіть дріб у цілий вираз:

а) $\frac{36 - 4a^2}{2a - 6}$; б) $\frac{x^2 - 6x + 9}{3 - x}$; в) $\frac{x^{10} + x^8}{x^5 + x^3}$; г) $\frac{a^{10} - a^{14}}{a^7 - a^3}$;
д) $\frac{b^{30} - b^{32}}{b^{12} - b^{10}}$; е) $\frac{q^{10} - q^8}{q^4 - q^5}$; є) $\frac{x^4 - 10x^3 + 25x^2}{(x - 5)^2}$.

2.53. Спростіть вираз:

а) $\frac{ax + bx + ay + by}{ax + ay}$; б) $\frac{9xa + 3xb}{3ax + bx - 6ay - 2yb}$;
в) $\frac{p^2 + 14p + 49}{3p^3 + 21p^2}$; г) $\frac{y^6 + 1}{y^4 - y^2 + 1}$; д) $\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$;
е) $\frac{1 - a^6}{1 - a^2}$; є) $\frac{y^2 + 3y + 9}{y^3 - 27}$; ж) $\frac{1 + x^{21}}{1 + x^7}$.

2.54. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{12a^4 - 4a^2b^3}{3a^3b + ab^4}$, якщо $a = 0,05$; $b = 0,3$;
б) $\frac{49p^2 - 25q^2}{245p^2q + 175pq^2}$, якщо $p = \frac{1}{7}$; $q = \frac{1}{5}$;
в) $\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$, якщо $a = 1283$; $b = 1274$;
г) $\frac{4a^2 + 6ab + 9b^2}{8a^3 - 27b^3}$, якщо $a = 0,4$; $b = \frac{1}{3}$;
д) $\frac{a^2 - ab + b^2}{a^3 + b^3}$, якщо $a = 0,07$; $b = 0,93$;
е) $\frac{a^4 - b^4}{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}$, якщо $a = 4,37$; $b = 1,37$.

2.55. Покажіть, що значення виразу не залежить від b ($b \neq -3$):

$$\text{а) } \frac{ab + 2bc + 3a + 6c}{bc + 3c + 3ab + 9a}; \quad \text{б) } \frac{bx + by + 3x + 3y}{4a^2b + 12a^2}.$$

2.56. Доведіть, що для всіх значень a , b , x , y , для яких дріб має зміст, його значення не залежить від b і y :

$$\text{а) } \frac{6ab + 3bx + 14ay + 7xy}{3ab + 9bx + 7ay + 21xy}; \quad \text{б) } \frac{x^2b^2 - x^2y^2 + a^2b^2 - a^2y^2}{x^2b^2 - x^2y^2 - a^2b^2 + a^2y^2}.$$

2.57. 1) Якщо в дробові $\frac{5x^2 - 3xy}{2y^2 + 3x^2}$ змінні x і y замінити

відповідно на kx і ky , де $k \neq 0$, то дістанемо дріб, що тотожно дорівнює даному. Доведіть це.

2) Перевірте, які з наведених дробів мають згадану вище властивість:

$$\text{а) } \frac{12y^3 - 5x^2y}{3x^3 + 4xy^3}; \quad \text{б) } \frac{x^4 - x^2y}{x^3 - y^4}; \quad \text{в) } \frac{(x^3 + 2y^3)^2}{(3x^2 - 14y^2)^3}; \quad \text{г) } \frac{(x^2 + 3y^2)^4}{(x^3y - x^2y^2)^2}.$$

2.58. Доведіть, що для будь-якого натурального n дріб $\frac{4n+1}{2n}$ нескоротний.

2.59. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } \frac{3x - x^2}{x^2 - 9} = 0; \quad \text{б) } \frac{x^3 + 4x^2 + 2x + 8}{x^3 - 3x^2 + 2x - 3} = 0; \quad \text{в) } \frac{36y^4 - y^2}{30y - 5} = 0;$$

$$\text{г) } \frac{12 - 3y}{32y - 2y^3} = 0.$$

2.60. Подайте добуток у вигляді дробу і, якщо це можливо, скоротіть його:

$$\text{а) } \frac{7}{3} \cdot \frac{6x}{7}; \quad \text{б) } \frac{5a}{6} \cdot \frac{3}{5}; \quad \text{в) } \frac{x}{9} \cdot \frac{27}{x}; \quad \text{г) } \frac{4}{x} \cdot \frac{y}{5}; \quad \text{д) } \frac{2p}{3q} \cdot \frac{3q}{4p};$$

$$\text{е) } \frac{ab^2}{c} \cdot \frac{3c^2}{a^2b^2}; \quad \text{є) } \frac{x^5}{y^5} \cdot \frac{x^3}{y^2}; \quad \text{ж) } \frac{a^6}{b^8} \cdot \frac{b^7}{a^5}; \quad \text{з) } \frac{5x^2y^3}{z^5} \cdot \frac{z^4}{3x^3y^2};$$

$$\text{и) } \frac{3a^6x^{10}}{b^8c^{12}} \cdot \frac{b^9c^{11}}{2a^7x^9}; \quad \text{і) } \frac{x^{n+1}y^{n+2}}{x^m y^m} \cdot \frac{x^{m+1}y^{m+1}}{x^n y^n}, \text{ де } m, n - \text{натуральні числа};$$

і) $\frac{3^{2m} \cdot 5^{2m+1}}{3^{3n} \cdot 5^{3n+2}} \cdot \frac{3^{3n+2} \cdot 5^{3n}}{3^{2m+1} \cdot 5^{2m}}$, де m, n – натуральні числа;

й) $\frac{9x^{10}z^2}{44y^{10}} \cdot \frac{33y^{15}}{45x^8}$;

к) $\frac{3a^3 + 3b^3}{9a - 9b} \cdot \frac{15a^2 - 15b^2}{a^2 - ab + b^2}$;

л) $\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 6} \cdot \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$;

м) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 6} \cdot \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 6}$.

2.61. Виконайте множення:

а) $x \cdot \frac{x}{y}$; б) $\frac{ab}{2c} \cdot c$; в) $k^2 \cdot \frac{3}{k}$; г) $-4a^2 \cdot \frac{b}{2a^2}$; д) $-1 \cdot \frac{ab}{-c}$;

е) $-\frac{x}{a^3} \cdot (-a^4)$; є) $x^4 y^3 \cdot \frac{3}{x^3 y^4}$; ж) $-15x^6 a^3 \cdot \frac{b^4}{-3a^2 x^7}$;

з) $\frac{-2c}{a^7 b^8} \cdot \left(-\frac{1}{2} a^8 b^9\right)$; и) $\frac{2p}{a^n b^n} \cdot a^{n+1} b^{n+2}$, де n – натуральне число.

2.62. Спростіть вираз:

а) $\frac{17a^{15}b^{16}}{16x^3c^8} \cdot \frac{48x^3c^9}{-51a^{14}b^{17}}$; б) $\frac{-6p^7q^9}{5x^6y^8} \cdot \frac{35x^5y^9}{-18p^6q^{10}}$;

в) $\frac{x^n y^{n+1}}{-a^m y^{m+1}} \cdot \frac{a^{m+1} y^m}{-x^{n+1} y^n}$, де m, n – натуральні числа;

г) $\frac{3x}{16y^3} \cdot \frac{27x^5}{y^2} \cdot \frac{8y^4}{9x^5}$; д) $35c^6 z^{12} \cdot \frac{2a^4}{-7c^8 z^{11}}$;

е) $\frac{11x^6y^5}{3a^3b} \cdot \frac{2a^4b^7}{3x^{16}y^3z^8} \cdot \frac{9z^9x^{10}}{22ay^2}$; є) $\frac{5x^{10}a^8c^{15}}{2y^6b^{14}z^5} \cdot \frac{b^{13}z^3x^7}{6a^5c^9y^5} \cdot \frac{12y^{11}z^2b^2}{10x^{20}c^6a^3}$.

2.63. Замініть вираз тотожно рівним дробом:

а) $\frac{(x+y)^2}{x^3} \cdot \frac{x^2}{x+y}$;

б) $\frac{3ap - 3bp}{2c} \cdot \frac{4c^2}{9qa - 9qb}$;

в) $\frac{4x^2a^2 - 4x^2b^2}{3c^4} \cdot \frac{5c^3}{2x^2a + 2x^2b}$;

г) $\frac{9p^2 - 25q^2}{4p^3q^3} \cdot \frac{2p^2q^2}{3pa - 5qa}$;

д) $\frac{x^4y^2 + xy^4}{5x^6y^4} \cdot \frac{-3x^5y^5}{x^5y + x^2y^3}$;

е) $\frac{8x^3 - 1}{27x^3 + 1} \cdot \frac{9x^2 - 3x + 1}{4x^2 + 2x + 1}$;

є) $\frac{3x^5 + 192x^2}{250x^3y^2 - 2y^2} \cdot \frac{50x^2y^2 + 10xy^2 + 2y^2}{3x^4 - 12x^3 + 48x^2}$;

$$\text{ж)} \frac{(x+3y)^2}{4x^4+4x^2y^2+y^4} \cdot \frac{2x^2+y^2}{x^2-9y^2};$$

$$\text{з)} \frac{x^{3n}-3^{3n}y^{3n}}{4^m x^{2m}-2^m y^m x^m+y^{2m}} \cdot \frac{8^m x^{3m}+y^{3m}}{x^{2n}+3^n y^n x^n+3^{2n} y^{2n}}, \text{ де } m, n - \text{ натуральні числа};$$

$$\text{и)} \frac{x^{3n}-y^{3n}}{3^n x^3 y^2+2^n x^2 y^3} \cdot \frac{3^n x^2 y+2^n xy^2}{x^{2n}+x^n y^n+y^{2n}}, \text{ де } n - \text{ натуральне число};$$

$$\text{і)} \frac{x^n-y^n}{a^2-ab+b^2} \cdot \frac{a^3+b^3}{x^{2n}-y^{2n}}, \text{ де } n - \text{ натуральне число}.$$

2.64. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \frac{x^2+3x+xy+3y}{5x^4+15x^3} \cdot \frac{3x^4-3x^3y}{x^2-y^2}; \quad \text{б)} \frac{2ax-5ay+2bx-5by}{4x^2a-8x^2b} \cdot \frac{3(ax-2bx)}{2x-5y};$$

$$\text{в)} (x-y)^3 \cdot \frac{-2}{3x(x^2-2xy+y^2)}; \quad \text{г)} \frac{5}{8x^4+24x} \cdot (x^3+3).$$

2.65. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} \frac{5x-1}{x^2+1} \cdot \frac{x^3+x}{25x^2-1} = 0; \quad \text{б)} \frac{x^3-3x^2}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2} = 0;$$

$$\text{в)} (2x+5) \cdot \frac{4x-1}{4x^2-25} = 0; \quad \text{г)} \frac{25x^2-81}{49x^2-1} \cdot (1-7x) = 0;$$

$$\text{д)} (x-7)(x+1) \cdot \frac{2}{x^2-1} = 0; \quad \text{е)} \frac{2x+3}{x+4} \cdot \frac{5x-7}{x+3} = 0;$$

$$\text{є)} (x^2-4x+4) \cdot \frac{-(x-1)}{x-2} = 0; \quad \text{ж)} \frac{(x-4)^2}{x^2+3x} \cdot \frac{(x+3)^2}{x^2-16} = 0;$$

$$\text{з)} \frac{(x^2+1)^2}{x^3-8} \cdot \frac{x-2}{x^4+1} = 0; \quad \text{и)} (x^2-6x+8) \cdot \frac{x^2-8x+16}{3x^2+6x} = 0;$$

$$\text{і)} \frac{x^{m+2}+2x^{m+1}}{4x-1} \cdot \frac{3x+2}{x^{m+1}+2x^m} = 0, \text{ де } m - \text{ натуральне число};$$

$$\text{ї)} \frac{x^{n+2}-3x^2}{x+7} \cdot \frac{(x-5)(x-6)}{x^{n+1}+x^n-3x-3} = 0, \text{ де } n - \text{ натуральне число}.$$

2.66. Подайте частку у вигляді дробу:

а) $\frac{a}{2} : \frac{b}{c}$; б) $\frac{5}{p} : \frac{3}{q}$; в) $\frac{5x}{2y} : \frac{10x}{6y}$; г) $\frac{33a}{14b} : \frac{11a}{7b}$; д) $\frac{a^3}{b^3} : \frac{a}{b}$;

е) $\frac{x^6}{3y^7} : \frac{x^5}{5y^6}$; є) $\frac{12p^3}{5q^6} : \frac{4p^3}{15q^7}$; ж) $\frac{a^2b^4c^5}{x^6y^5} : \frac{a^3b^3c^4}{x^5y^6}$;

з) $\frac{x^n}{y^n} : \frac{x^{n+1}}{y^{n+1}}$, де n – натуральне число;

и) $\frac{x^{n+1}y^{m+3}}{a^{m+2}b^m} : \frac{x^n y^m}{a^m b^{m+1}}$, де m, n – натуральні числа.

2.67. Спростіть вираз:

а) $a^2b : \frac{1}{b}$; б) $\frac{1}{x^2y} : \frac{3}{xy^2}$; в) $5p^2 : \frac{10p}{3q}$; г) $\frac{21x^2}{2y} : 7x^2$;

д) $\frac{5a^{10}b^7}{7} : 10a^8b^9$; е) $45x^3y^3z^3 : \frac{35x^5y^4z^3}{3}$;

є) $\frac{x^{10}y^{15}z^{12}}{a^3b^4c^5} : \frac{x^9y^{16}z^{13}}{a^4b^5c^6}$; ж) $-\frac{81m^{10}n^{13}}{p^{30}q^{15}} : \frac{72m^{10}n^{12}}{p^{30}q^{16}}$;

з) $\frac{-31x^{15}y^{10}}{a^5c^{17}} : \frac{124x^{16}y^9}{-a^7c^{18}}$; и) $\frac{-48p^{10}x^{11}}{75q^{30}b^{25}} : \frac{-32p^{11}x^{10}}{15q^{29}b^{26}}$;

і) $\frac{x^{2n+1}y^{3n+2}}{a^{3m+3}b^{3m+2}} : \frac{x^{2n+2}y^{3n+1}}{a^{3m+4}b^{3m+1}}$, де m, n – натуральні числа.

2.68. Замініть вираз дробом:

а) $\frac{x+3}{4x^2} : \frac{3x^2+9x}{8x^3}$; б) $\frac{12a^2}{8ax-12bx} : \frac{14a}{6ay-9by}$;

в) $\frac{9p^2-16}{3p^2+15p} : \frac{(3p-4)^2}{4p^3+20p^2}$; г) $\frac{x^2-1}{(x+3)^2} : \frac{(x-1)^2}{x^2-9}$;

д) $\frac{x^3-8}{x^2+3x+9} : \frac{x^2+2x+4}{x^3-27}$; е) $\frac{8p^3-p^2q}{3pq^3+q^4} : \frac{p^3q-8p^4}{3pq^2+q^3}$;

є) $(5a^2b-4ab^2) : \frac{15a^3b^3-12a^2b^4}{2ab}$;

$$\text{ж)} \frac{41x^2 - 13y}{2x^2 + 1} : (123x^2 - 39y); \quad \text{з)} (6a^5 + a^3b^2) : (36a^6 - a^2b^4);$$

$$\text{и)} (x^2 + 5x + 25) : (x^3 - 125); \quad \text{і)} (4x^2 + 12x + 9) : (4x^2 - 9);$$

$$\text{ї)} \frac{x^n}{y^n} : \frac{x^{n+1}}{y^{n+1}}, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

$$\text{й)} \frac{x^{n+1}y^{n+3}}{a^{m+2}b^m} : \frac{x^n y^n}{a^m b^{m+1}}, \text{ де } m, n - \text{натуральні числа}.$$

2.69. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \frac{(3a-12c)(2a+c)}{a^2+ax} : \frac{9a^2-144c^2}{ac+cx}; \quad \text{б)} \frac{16a^4-b^4}{16a^2+8ab+b^2} : \frac{4a^2+b^2}{12a+3b};$$

$$\text{в)} \frac{x^2-4}{x^2+4x+16} : \frac{3x^3-12x}{x^3-64}; \quad \text{г)} \frac{x^2+9x+18}{x^2+x-6} : \frac{x^2+11x+30}{x^2+3x-10};$$

$$\text{д)} \frac{a^9-b^9}{a^2-b^2} : \frac{a^6+a^3b^3+b^6}{a+b}.$$

2.70. Знайдіть значення виразу:

$$\text{а)} \frac{3a^5b^4}{4} : \frac{9a^4b^5}{8}, \text{ якщо } a = \frac{1}{2}; \quad b = \frac{1}{3};$$

$$\text{б)} \frac{a^2-b^2}{4a^3} : \frac{(a+b)^2}{2a^3}, \text{ якщо } a = 0,55; \quad b = -0,45;$$

$$\text{в)} \frac{x^3+8}{x^3-1} : \frac{3x^2-6x+12}{x^2+x+1}, \text{ якщо } x = 2,05;$$

$$\text{г)} \frac{a^{n+3}-a^3b^n-a^n b^3+b^{n+3}}{a^2+ab+b^2} : \frac{a^n-b^n}{2}, \text{ де } n - \text{натуральне число},$$

якщо $a = 0,175; \quad b = 0,25$.

2.71. Подайте степінь у вигляді дробу:

$$\text{а)} \left(\frac{5x}{y}\right)^2; \quad \text{б)} \left(\frac{4b}{a}\right)^3; \quad \text{в)} \left(\frac{-3p}{q}\right)^3; \quad \text{г)} \left(\frac{0,2x}{-3y}\right)^2;$$

$$\text{д)} \left(-\frac{ab}{2c}\right)^4; \quad \text{е)} \left(\frac{p^3}{x^2y^4}\right)^5; \quad \text{є)} \left(\frac{-3a^6b^7}{c^{10}}\right)^5; \quad \text{ж)} \left(\frac{-x^{15}y^{10}}{a^{12}z^{13}}\right)^8;$$

$$\text{з)} \left(\frac{x^{2n}a^n}{y^{3n}b^{4n}}\right)^6, \text{ де } n - \text{натуральне число};$$

и) $\left(\frac{x^m y^{3n}}{a^m b^{2n}}\right)^m$, де m, n – натуральні числа;

і) $\left(\frac{3x-6y}{x+4y}\right)^2$; іі) $\left(\frac{x^2 y - xy^2}{x^2 y + xy^2}\right)^3$; й) $\left(\frac{a^2 - 4}{a^2 - 2a}\right)^4$; к) $\left(\frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}\right)^3$

2.72. Подайте дріб у вигляді степеня:

а) $\frac{4x^4 y^6}{a^2}$; б) $\frac{125a^6 b^{12}}{8c^3}$; в) $\frac{a^{21} b^{49} c^{35}}{-z^{42}}$; г) $\frac{-(7xy - 3)^{12}}{a^{21}}$;

д) $\frac{x^{25} y^{20} z^{35}}{(13ab - c^2)^{45}}$; е) $\frac{(x - y)^{24} (x + y)^{16}}{(a + p)^{32}}$;

є) $\frac{a^{3n} b^{2n}}{c^{5n} d^{4n}}$, де n – натуральне число.

2.73. Спростіть вираз:

а) $\left(\frac{9a^5}{b^8}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^5}{3a^2}\right)^5$; б) $\left(\frac{7a^{10}}{16b^{12}}\right)^2 : \left(\frac{49a^6}{4b^8}\right)^3$;

в) $\left(\frac{32x^4 y^5}{25a^3 b^6}\right)^6 : \left(\frac{64x^5 y^6}{125a^4 b^7}\right)^5$; г) $\left(\frac{(x - y)^2}{(x^2 + x + 1)^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{(x^3 - 1)^3}{(x - y)^2}\right)^3$;

д) $\left(\frac{x^2 - 8x + 16}{x^3 - 1}\right)^3 \cdot \left(\frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}\right)^2$;

е) $\left(\frac{x - 2y}{y + 2x}\right)^2 : \frac{x^2 - 4y^2}{y^2 - 4x^2}$; є) $\left(\frac{p^4 - 2p^2 q + q^2}{p^2 - 2pq + q^2}\right)^5 \cdot \left(\left(\frac{p - q}{p^2 - q}\right)^5\right)^2$.

2.74. Доведіть тотожність

$$\frac{(x + 2)^5 (x^2 - 4)^5}{(x - 2)^5 (x^2 + 4x + 4)^5} = 1.$$

2.75. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{(x - 5)^2 (x + 5)^2}{(x + 3)^2} = 0$; б) $\left(\frac{x^3 - 16x}{x - 2}\right)^4 = 0$.

2.76. Подайте суму або різницю дробів у вигляді дробу:

а) $\frac{x}{3} + \frac{y}{3}$; б) $\frac{x}{4} + \frac{5}{4}$; в) $\frac{3}{a} + \frac{7}{a}$; г) $\frac{a}{6} - \frac{b}{6}$; д) $\frac{5p}{5} + \frac{9p}{7}$;
е) $\frac{18ab}{5} - \frac{3ab}{5}$; є) $\frac{5x}{y} - \frac{4x}{y}$; ж) $\frac{10c^{10}}{a^2} - \frac{7c^{10}}{a^2}$; з) $\frac{x+y}{x^2} + \frac{x-y}{x^2}$;
и) $\frac{a-b}{c} - \frac{b}{c}$; і) $\frac{10}{c^5} - \frac{10-c^3}{c^5}$; ї) $\frac{x-y}{b^4} - \frac{x+y}{b^4}$.

2.77. Перетворіть вираз у дріб:

а) $\frac{a+5}{12} + \frac{5a-2}{12}$; б) $\frac{b^2-a^5}{12} + \frac{5b^2+a^5}{12}$; в) $\frac{3x-2y}{5x} + \frac{2x+7y}{5x}$;
г) $\frac{3b^3a^2-2a^3b^2}{a^2b^2} + \frac{2b^3a^2-3a^3b^2}{a^2b^2}$; д) $\frac{a^2+b^2}{(a+b)^3} + \frac{2ab}{(a+b)^3}$;
е) $\frac{3x-y}{13} + \frac{4x+5y}{13} + \frac{4y-6x}{13}$; є) $\frac{25a^2}{(5a-1)^3} - \frac{10a}{(5a-1)^3} + \frac{1}{(5a-1)^3}$;
ж) $\frac{4a-3}{a^2-1} + \frac{5a-6}{a^2-1} - \frac{8a-10}{a^2-1}$.

2.78. Подайте вирази у вигляді дробу:

а) $\frac{a}{a-b} + \frac{7}{b-a}$; б) $\frac{4}{a-1} - \frac{3a}{1-a}$; в) $\frac{k}{k+1} - \frac{5}{-k-1}$;
г) $\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{b}{b^2}$; д) $\frac{b+2}{1-4b} + \frac{2b-5}{4b-1}$; е) $\frac{4x+3}{3-5x} - \frac{3x-5}{5x-3}$;
є) $\frac{k-5}{k+5} + \frac{k-9}{-k-5}$; ж) $\frac{2a^2+3b^2}{(a-b)^2} - \frac{a^2+4b^2}{(b-a)^2}$;
з) $\frac{3a^2+b^2}{(a-b)^3} - \frac{2ab+2a^2}{(b-a)^3}$; и) $\frac{k^6}{2m^{10}-m^5k^6} - \frac{4m^5}{2m^5k^6-k^{12}}$.

2.79. Чи є тотожними вирази:

а) $\frac{a-b}{a+b}$ і $-\frac{b-a}{a+b}$; б) $\frac{-5}{a-b}$ і $\frac{5}{b-a}$; в) $\frac{2x-1}{1-3x}$ і $\frac{1-2x}{3x-1}$;
г) $\frac{a}{(a-b)^2}$ і $\frac{b}{(b-a)^2}$; д) $\frac{p}{(p-q)^3}$ і $\frac{p}{(q-p)^3}$; е) $\frac{x}{x^3-y^3}$ і $\frac{x}{y^3-x^3}$?

2.80. Спростіть вираз:

- а) $\frac{3k^2+5}{k-1} + \frac{2k^2+4}{k-1} - \frac{4k^2+10}{1-k}$; б) $\frac{4x-y}{x-y} - \frac{3x-2y}{y-x} - \frac{6x-2y}{x-y}$;
 в) $\frac{7b+15}{b-5} - \frac{3b+2}{b-5} + \frac{2b+3}{5-b}$; г) $\frac{12a^2-16}{4a^2-9} + \frac{3a^2-11}{4a^2-9} - \frac{18-11a^2}{9-4a^2}$;
 д) $\frac{3x^3-3x^2}{(x-1)^2} - \frac{4x^3-3x}{(x-1)^2} + \frac{2x^3-1}{(1-x)^2}$; е) $\frac{7p-36}{(p-3)^3} + \frac{2p-5}{(p-3)^3} - \frac{3p+5}{(3-p)^3}$;
 є) $\frac{x^2+x}{x^4-1} + \frac{2x+1}{1-x^4} + \frac{x}{x^4-1}$;
 ж) $\frac{5a^2+3b}{a^4-b^4} + \frac{9a^2+7b}{b^4-a^4} + \frac{2a^2+4b}{a^4-b^4} - \frac{3a^2+b^2}{b^4-a^4}$;
 з) $\frac{5p^n+10q^m}{p^n-q^m} + \frac{11p^n+15q^m}{q^m-p^n} + \frac{6p^n+5q^m}{p^n-q^m}$, де m, n – натуральні числа.

2.81. Доведіть, що для всіх допустимих значень змінних значення виразу не залежить від них:

- а) $\frac{(x+y)^3}{y(3x^2+y^2)} - \frac{(x-y)^3}{y(3x^2+y^2)}$; б) $\frac{(x-y)^2}{xy} - \frac{(x+y)^2}{xy}$;
 в) $\frac{(a^3-b^2)^2}{a^6+b^4} + \frac{(a^3+b^2)^2}{a^6+b^4}$;
 г) $\frac{(a^n+b^n)^2}{a^{2n}+b^{2n}} + \frac{(a^n-b^n)^2}{a^{2n}+b^{2n}}$, де n – натуральне число.

2.82. Знайдіть значення виразу:

- а) $\frac{9x^2y+2y^2x}{4x+5y} - \frac{5x^2y-3xy^2}{4x+5y}$, якщо $x=10$; $y=0,135$;
 б) $\frac{x^3y+x}{x^2y+1} + \frac{y+x^2y^2}{x^2y+1}$, якщо $x=0,725$; $y=0,275$.

2.83. Розв'яжіть рівняння:

- а) $\frac{26x-15}{16} + \frac{5-6x}{16} = 0$; б) $\frac{x(x-2)}{x-1} + \frac{1-2x}{1-x} = 0$;
 в) $\frac{4|x|+3}{|x|-5} + \frac{3|x|+5}{5-|x|} = 0$; г) $\frac{x^2}{x-8} - \frac{8x}{x-8} = 0$; д) $\frac{|x|+3}{|x|-1} + \frac{2-|x|}{1-|x|} = 0$.

2.84. Подайте вираз у вигляді дробу:

- а) $\frac{x}{5} + \frac{y}{6}$; б) $\frac{a}{3} - \frac{b}{12}$; в) $\frac{b}{11} - \frac{b}{33}$; г) $\frac{5}{3a} - \frac{a}{12}$; д) $\frac{8}{x} + \frac{7}{y}$;
 е) $\frac{5a}{6} - \frac{3b}{a}$; є) $\frac{4}{5a} - \frac{3}{4a}$; ж) $\frac{y}{6x} - \frac{3y}{20x}$; з) $\frac{7x}{30} - \frac{x}{9}$; и) $\frac{5x}{y} - \frac{3y}{x}$;
 і) $\frac{5x^n}{x^{n+3}} - \frac{3x^{n-3}}{x^n}$, де $n \geq 3$ – натуральне число;
 ї) $\frac{x^n}{x^m} - \frac{x^m}{x^n}$, де m, n – натуральні числа.

2.85. Подайте вираз у вигляді дробу:

- а) $\frac{5x}{3} + \frac{4}{y}$; б) $\frac{3b}{2a} + \frac{7a}{6b}$; в) $\frac{7x}{3y} + \frac{2y}{11x}$; г) $\frac{3}{16a^2b} + \frac{1}{20ab^2}$;
 д) $\frac{12}{17nm} - \frac{5}{51n}$; є) $\frac{a}{b^4} - \frac{1}{b^2a^2}$; є) $\frac{1}{72x^2y^4} - \frac{1}{60x^3y^2}$;
 ж) $\frac{7p-3q}{9} - \frac{13p-8q}{39}$; з) $\frac{5xy-3}{36} - \frac{4xy-1}{20}$;
 и) $\frac{0,5a^2 - 0,4b^2}{12} - \frac{0,25a^2 - 0,75b^2}{30}$; і) $\frac{p-q}{pq^2} + \frac{q-p}{p^2q}$;
 ї) $\frac{5x^2 - 3y^2}{12x} - \frac{4x^2 - y^2}{14y}$.

2.86. Перетворіть суму або різницю дробів у дріб:

- а) $\frac{a^2 + b^2}{a^2} + \frac{a^2 - b^2}{b^2}$; б) $\frac{a+b}{ab} + \frac{a-c}{cb}$; в) $\frac{k-q}{qk} + \frac{p-k}{pk}$;
 г) $\frac{3a+2b}{ab} - \frac{6b+2a}{a^2}$; д) $\frac{6a+5b}{2a^3b^2} - \frac{2a+3b}{a^2b^3}$;
 е) $\frac{x^2 + x + 1}{ax^2} - \frac{a^2 + a + 1}{a^2x}$; є) $\frac{x^2 + 1}{a^2x^4} - \frac{a^2 + 1}{a^4x^2}$;
 ж) $\frac{a^2 + 1}{a^5b^4c^3} - \frac{bc + 1}{a^3b^5c^4}$; з) $\frac{x^n + 5}{x^{n+2}} - \frac{x^2 + 3}{x^2}$, де n – натуральне число.

2.87. Подайте вираз у вигляді дробу:

- а) $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy}$; б) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$; в) $\frac{1}{36a} + \frac{1}{60a} - \frac{1}{30a}$;
 г) $\frac{x^2}{y^3} + \frac{2x}{y^2} + \frac{1}{y}$; д) $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$.

2.88. Перетворіть вираз у дріб:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{3a-5}{27} + \frac{4a+7}{9} - \frac{5a+8}{6}; & \text{б)} \quad & \frac{11x-10y}{10} - \frac{2x+13y}{6} + \frac{12x-5}{15}; \\ \text{в)} \quad & \frac{x^3-3}{3x} - \frac{3x^3-4}{4x} + \frac{3x^3+4}{7x}; & \text{г)} \quad & \frac{p^2+pq+q^2}{pq} - \frac{p+q}{p} + \frac{q-p}{q}. \end{aligned}$$

2.89. Замініть суму або різницю двох виразів тотожним їм дробом:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x-y}{x+y}; & \text{б)} \quad & \frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}; & \text{в)} \quad & \frac{1}{p-q} + \frac{p}{p^2+pq+1}; \\ \text{г)} \quad & \frac{1}{2a+3b} - \frac{2a-3b}{4a^2-6ab+9b^2}; & \text{д)} \quad & \frac{a+b}{a-b} - \frac{b}{a}; & \text{е)} \quad & \frac{p+3}{p-4} + \frac{1-p}{p}; \\ \text{є)} \quad & \frac{1}{x^n-y^n} + \frac{1}{x^n+y^n}, & \text{де } n & \text{— натуральне число}; \\ \text{ж)} \quad & \frac{1}{x^n-y^n} - \frac{x^n-y^n}{x^{2n}+x^n y^n+y^{2n}}, & \text{де } n & \text{— натуральне число.} \end{aligned}$$

2.90. Обчисліть значення виразу:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{6(x+y)^2 - (x+y)^3}{13(x+y)^2} - \frac{4(y+x)^2 + 7(x+y)^3}{13(x+y)^2} - \\ & - \frac{2(x+y)^2 + 5(x+y)^2}{13(x+y)^2}, \text{ якщо } x=0,973; \ y=0,027; \\ \text{б)} \quad & \frac{(2a+3)^3 + 10}{(2a+3)^6 - 16} + \frac{14}{16 - (2a+3)^6}, \text{ якщо } a=-2; \\ \text{в)} \quad & \frac{x^{10} + 8y^8}{x^5 - 9y^4} + \frac{18x^5 x^4}{9y^4 - x^5}, \text{ якщо } x=2; \ y=1; \\ \text{г)} \quad & \left(\frac{3}{2x-y} - \frac{2}{2x+y} - \frac{1}{2x-5y} \right) : \frac{y^2}{4x^2-y^2}, \text{ якщо } x=3,5; \ y=2,2; \\ \text{д)} \quad & \left(\frac{a+3b}{(a-b)^2} + \frac{a-3b}{a^2-b^2} \right) : \frac{a^2+3b^2}{(a-b)^2}, \text{ якщо } a=3; \ b=4. \end{aligned}$$

2.91. Доведіть, що значення виразу не залежить від змінних:

- а) $\frac{(5ab + 7cb^2)^2}{35ab^3c} - \frac{(5ab - 7cb^2)^2}{35ab^3c};$
- б) $\frac{\left((a+b)^2 + (a-b)^2\right)^2}{(a+b)^2 + (a-b)^2} + \frac{\left((a+b)^2 - (a-b)^2\right)^2}{(a+b)^2 + (a-b)^2}.$

2.92. Подайте у вигляді дробу:

- а) $\frac{b^4}{a^{10} - 2a^5b^4 + b^8} - \frac{a^5 + b^4}{b^8 - a^5b^4};$
- б) $\frac{a^n}{a^n - 6} - \frac{3}{a^n + 6} + \frac{a^{2n}}{36 - a^{2n}},$ де n – натуральне число;
- в) $2 - \frac{6}{(1+x+x^2)^2} + \frac{4}{(1+x)^2 - (1+x)x^2}.$

2.93. Виконайте дії:

- а) $\frac{a^{2m} + a^m x^m + a^m b^k + b^k x^m}{a^{2m} - a^m x^m - a^m b^k + b^k x^m} \cdot \frac{a^{2m} - a^m x^m - b^k x^m + a^m b^k}{a^{2m} + a^m x^m - b^k x^m - a^m b^k};$
- б) $\frac{(a+b+c)^{10} + (a+b+c)^6}{(a+b+c)^8 - (a+b+c)^4} \cdot \frac{(a+b+c)^{12} - (a+b+c)^6}{(a+b+c)^4 + (a+b+c)^8};$
- в) $\left(1 + \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{x}\right) \cdot \frac{x^3}{a^3 - x^3}.$

2.94. Скоротіть дріб:

- а) $\frac{k(a+b) + (a^2 - b^2) - k(a^2 + b^2) - (a-b)(a^2 + b^2)}{3k(a+b) - 3k(a^2 + b^2)};$
- б) $\frac{(x^2 + y^2)x^5y^4 - (x^2 + y^2) + x^5y^4 - x^{10}y^8}{(x^4 + 2x^2y^2 + y^4) - x^{10}y^8};$
- в) $\frac{(a+b)^2 - (a^2 - b^2) + (a-b)^2}{(a+b)^3 + (a-b)^3};$
- г) $\frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(3x+a)(a+x)} - 2 + 10 \frac{ax - 3x^2}{a^2 - 9x^2}.$

2.95. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{x^2(x+y) + x(x+y) - 2x - 2y}{(x-1)(x+2)}$, якщо $x = 2,345$; $y = 0,655$;

б) $\frac{1}{x-y} + \frac{x+y}{x^2-y^2} + \frac{9x^2-4y^2}{3x-2y} - 3x$, якщо $x = 2,5$; $y = 1,5$.

2.96. Скоротіть дріб:

а) $\frac{x^{2m+k}b^{3n}}{x^{m+k}b^{2n}}$, де m, n, k – натуральні числа; б) $\frac{b^3-b^2}{(1+ab)^2-(a+b)^2}$;

в) $\frac{b^2-b-90}{81-b^2}$; г) $\frac{x^4+x^2+1}{x^2+x+1}$;

д) $\frac{a^{2n+1}-a^{2n-1}}{a^{n-1}+a^n}$, де n – натуральне число; е) $\frac{a^{31}b^2+b^9a^3}{a^{29}b+b^8a}$;

є) $\frac{x^3+2x^4+3x^5+2x^6+x^7}{x^2+x^3+x^4}$; ж) $\frac{x^8-64x^5}{x^7+4x^6+16x^5}$; з) $\frac{x^6-y^6}{x^4-xy^3}$;

и) $\frac{a^3c-2a^2c^2+ac^3-ab^2c}{(a^2+c^2-b^2)^2-4a^2c^2}$; і) $\frac{p^4+p^2-q-q^2}{p^2+q+1}$.

2.97. Спростіть вираз:

а) $\left(\frac{3x+4}{4x^2-25}-\frac{1}{2x-5}\right) \cdot \frac{25+10x}{x-1} + \frac{2x}{5-2x}$;

б) $\left(\frac{1}{5a+25}+\frac{1}{a^2-5a}-\frac{2}{25-a^2}\right) \cdot \frac{a-5}{a+5} - \frac{4}{5a}$;

в) $\frac{y}{y-3x} + \left(\frac{x^2+3x}{9x^2-y^2}-\frac{1}{3x+y}\right) \cdot \frac{9x^2+3xy}{x^2+y}$;

г) $\frac{b}{b+c} + \frac{b-c}{2b+c} \cdot \left(\frac{b+c}{b-c}-\frac{b^2}{b^2-c^2}\right)$;

д) $\frac{1}{m-3} - \frac{m-3}{m^2+3m+9} + \frac{3m-2m^2}{(m-3)(m^2+3m+9)}$; е) $\frac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2-4x+4}$;

є) $\frac{1-2a^2+a^4}{1+a^2b-a^2-b}$;

ж) $\frac{2^{13}-2^{12}-5 \cdot 2^{10}}{2^{19}+2^{17}-2^{15}}$;

$$3) \frac{1}{a+2} + \frac{7a+2}{(a+2)(a^2-2a+4)} - \frac{1}{a^2-2a+4};$$

$$\text{и)} \frac{16a-a^2}{a^2-4} + \frac{3a+2}{2-a} - \frac{2-3a}{a+2};$$

$$\text{і)} \frac{1}{a-2} - \frac{5a+2}{(a-2)(a^2+2a+4)} - \frac{1}{a^2+2a+4};$$

$$\text{ї)} \frac{a^2}{a^2+2} + \frac{a^2+2}{(a^2+2)(a^4-2a^2+4)} - \frac{1}{a^4-2a^2+4};$$

$$\text{й)} \left(\frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2}{1-a} \right) : \frac{a^2+a+2}{a^3-1}.$$

2.98. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \left(\frac{2c^2}{c+bc-b-c^2} + \frac{c^2}{(c-1)^2} + \frac{c^2}{(b-c)^2} \right) : \left(\frac{b-1}{1-c} \right)^2 \cdot \frac{b^2}{(b-c)^2};$$

$$\text{б)} \left(\frac{x^4-2x^2+4}{4x^4-1} \cdot \frac{2x^4+x^2}{(x^2+2)(x^4-2x^2+4)} - \frac{x^2+2}{2x^4-x^2} \right) : \frac{3x^2}{2x^2-1};$$

$$\text{в)} \frac{15xy-15+9x-25y}{9x^2-30xy+25y^2} : \frac{9x^2-30x+25}{15x-25y+9x^2-25y^2};$$

$$\text{г)} \left(\frac{1+6ac}{8c^3-a^3} - \frac{1}{2c-a} \right) : \left(\frac{1}{a^3-8c^3} - \frac{1}{a^2+2ac+4c^2} \right);$$

$$\text{д)} \frac{a}{a-2} - \frac{a^2}{a+2} \cdot \frac{1}{a-2} : \frac{a}{a^2-4a+4} - \frac{2a^2}{a^2+2a}, \text{ знайдіть його значення, якщо } a=0,7;$$

$$\text{е)} \frac{3}{2} - \left(\frac{(0,5x+1)x}{x^3-1} + \frac{1}{2-2x} + \frac{1}{x^2+x+1} \right) \cdot \frac{x^2+x+1}{x-1};$$

$$\text{є)} \frac{(a+5)|a-4|}{a^2-4a}.$$

2.99. Виконайте дії:

$$\text{а)} 1 - \frac{m+n}{m-n} - \frac{m(4n-m)}{n^2-m^2} + \frac{m-n}{m+n}; \quad \text{б)} \frac{a}{p^2-pa} \cdot \frac{a^2-pa}{p} \cdot \frac{p^3}{a^4};$$

$$\text{в)} \frac{t^3-1}{t^2+t+1} : \frac{t^4-1}{t^2+1}; \quad \text{г)} \frac{4a^2-1}{1+a-a^2-a^3} : \left(\frac{2}{a-1} - \frac{a}{a^2+2a+1} + \frac{1}{a+1} \cdot \frac{a}{1-a} \right) + a;$$

$$\text{д)} \left(\frac{2b-1}{b-3} - \frac{b^2-4}{b^2+6b+9} \cdot \frac{b+3}{b-2} + \frac{3}{9-b^2} \right) : \frac{b^3(b+6)}{b^2-9}.$$

2.100. Виконайте дії:

$$\text{а)} \frac{2p^2}{p^2+2} + \frac{2p^4}{4-p^4} + 2p^2 \left(\frac{1}{p^2-2} - \frac{p^4+4}{2p^6+8p^2} \right);$$

$$\text{б)} \left(\frac{2}{x^2-4x+4} + \frac{1}{2x-4} - \frac{x+2}{2(x-2)^2} \right) \cdot 5x + \frac{1}{x-1};$$

$$\text{в)} \frac{2}{m} + \left(\frac{1+m}{m^2-1} + \frac{2}{m-1} - \frac{1}{m^2+m+1} \right) : \frac{m^3+m^2+2m}{1-m^2}.$$

2.101. Доведіть тотожність:

$$\text{а)} \frac{9a^2-12a+4}{9a^2+3ab-6-2b} = \frac{9a^2-3ab+2b-4}{9a^2+6a+2b-b^2};$$

$$\text{б)} \frac{(x-3y)^2+x-3y}{x^2-9y^2+x+3y} = \frac{x^2-6xy+9y^2}{x^2-9y^2};$$

$$\text{в)} \left(\frac{25a^2}{25a^2-9b^2} - \frac{75a^2b}{25a^2+9b^2} \cdot \left(\frac{5a}{15ab+9b^2} + \frac{b}{25a^2+15} \right) \right) : \frac{3b}{5a-3b} = \frac{5a}{5a+3b};$$

$$\text{г)} \left(\frac{9p^2-4q^2}{6pq} - \frac{1}{3p+2q} \cdot \left(\frac{9p^2}{2q} - \frac{4q^2}{3p} \right) \right) : \frac{3p-2q}{2p} = \frac{3p}{3p+2q};$$

$$\text{д)} \left(\frac{2}{0,3x} - \frac{2}{0,1x+0,2y} \cdot \left(\frac{0,1x+0,2y}{0,3x} - 0,1x - 0,2y \right) \right) : \frac{0,1x-0,2y}{0,1x} = \frac{0,2x}{0,1x-0,2y}.$$

2.102. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \frac{121n^2-10pk-22pn+55kn}{66kn-11pn} \cdot \frac{p^2-6pk}{121n^2-25k^2};$$

$$б) \frac{18xy + 6 - 12x - 9y}{9x^2 - 36x + 36} : \frac{9y^2 - 12y + 4}{9xy - 18y - 6x + 12};$$

$$в) \frac{1}{a(b-c)(a-c)} + \frac{1}{b(b-c)(b-a)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)};$$

$$г) \frac{x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz}{x^2 - y^2 - z^2 - 2yz};$$

$$д) \frac{a^4 + 2a^3 - a - 2}{a^6 + a^5 - a^3 + a + 1};$$

$$е) \frac{x}{x^2 - 1} + \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} + \frac{x^2 - x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1} - \frac{2x^3}{x^4 - 1};$$

$$е) \left(\frac{ab}{a-b} + a \right) \left(\frac{ab}{a+b} - a \right) : \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2};$$

$$ж) \left(\frac{x+5}{(x-9)(x+9)} + \frac{x+7}{(x-9)^2} \right) \left(\frac{x-9}{x+3} \right)^2 + \frac{7+x}{9+x};$$

$$з) \left(\left(\frac{a+1}{a-1} \right)^2 + 3 \right) : \left(\left(\frac{a-1}{a+1} \right)^2 + 3 \right) : \frac{a^3 + 1}{a^3 - 1} - \frac{2a}{a-1}.$$

2.103. Спростіть вираз:

$$а) \frac{3(4x+y)x}{(4x-y)(2x+y) + (4x+2y)^2}; \quad б) \frac{(a^3 - 1)(a^2 + 3)}{a^4 + a^3 + 4a^2 + 3a + 3};$$

$$в) \frac{5a^2 + 3ab - 2b^2}{5a^2 - 7ab + 2b^2}; \quad г) \frac{a^2 - b^2 - 2b - 1}{a^2 + b^2 + 2ab + 2a + 2b + 1};$$

$$д) \left(\frac{121a^2}{11a+3n} - \frac{1331a^3}{121a^2 + 9n^2 + 66an} \right) : \left(\frac{11a}{11a+3n} - \frac{121a^2}{121a^2 - 9n^2} \right);$$

$$е) \left(\frac{8 + 27a^3}{0,01x^2 - y^2} : \frac{4 - 6a + 9a^2}{0,1x - y} \right) : \left(0,1x + \frac{0,1xy + y^2}{0,1x + y} \right);$$

$$е) \left(\frac{4x+1}{1-4x} - \frac{1-4x}{1+4x} - \frac{64x^2}{16x^2 - 1} \right) : \left(-2 \left(\frac{1}{64x^3 + 16x^2} - \frac{1-4x}{16x^2} - 1 \right) \right);$$

$$ж) \frac{(x^2 + y(x+y))(x^2 - y^2)(x+y)^2}{(x^3 + 3xy(x+y) + y^3)(x^3 - y^3)};$$

$$3) \left(\frac{x}{x^2 - x - 6} - \frac{x-1}{3x^2 - 4x - 15} \right) : \frac{x^2 + 2x + 1}{3x^2 + 11x + 10};$$

$$и) \left(\frac{4a-5}{a^2-9} + \frac{9(a-3)}{15-7a-4a^2} \right) \frac{4a^2-17a+15}{a-2} - \frac{7}{a+3};$$

$$і) \left(\frac{b+c}{b-c} - \frac{b^2-bc+c^2}{b^2+bc+c^2} \right) \frac{b^2+bc+b^2}{2b} : \frac{2b^2+c^2}{b+c};$$

$$ї) \frac{2a}{a-x} \cdot \frac{2a^2+2x^2}{a^2+ax+x^2} : \left(\frac{1}{a-x} + \frac{a^2-ax+x^2}{a^3-x^3} \right);$$

$$й) \frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \\ + \frac{1}{(x+8)(x+10)};$$

$$к) \frac{1}{x(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+12)} + \frac{1}{(x+12)(x+16)}.$$

2.104. Знайдіть частку виразів $81z^8 + 27z^6 - 3z^2 - 1$ і $9z^4 + 3z^2 + 1$.

2.105. Знайдіть суму виразів $\frac{a^5 - 8a^3 + 16a}{a^3 - 2a^2 - 4a + 8}$ і $(a+7)(5-a)$.

2.106. Знайдіть різницю виразів $\frac{a^5 - a^3 + a^2 - 1}{a^3 + a^2 - a - 1}$ і $(a-4)(a+3)$.

2.107. Знайдіть усі значення n , для яких $\frac{19n+17}{7n+11}$ – ціле число.

2.108. Чи залежить від n значення виразу $\frac{(25^{n+1} + 3 \cdot 25^n)^3}{(125^{n+1} - 4 \cdot 125^n)^2}$,

де n – натуральне число?

2.109. Знайдіть значення виразу $\frac{33(4^{n+1} + 4^n)^5}{125(32^{n+1} + 32^n)^2}$, де n –

натуральне число.

2.110. Обчисліть значення виразу $\frac{a^4 - b^4}{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}$, якщо $a = 1,625$; $b = 0.025$.

2.111. Знайдіть значення дробу $\frac{n-m}{n+m}$, якщо $4m^2 + 3n^2 - 13nm = 0$, де $n > m > 0$.

2.112. Алгебраїчний дріб $\frac{ax-1}{bx+3}$ дорівнює 4, коли $x = 3$, і дорівнює 8, коли $x = 5$. Для якого значення x цей дріб дорівнює 6?

2.113. Доведіть, що вирази $\frac{\frac{1}{a^3-8} - \frac{1}{a^3+8}}{\frac{1}{a^3-8} + \frac{1}{a^3+8}} - \frac{a^3+8}{a^3}$ і

$\frac{\frac{1}{a^2-4} - \frac{1}{a^2+4}}{\frac{1}{a^2-4} + \frac{1}{a^2+4}} - \frac{a^2+4}{a^2}$ тотожно рівні при всіх допустимих значеннях a .

2.114. Доведіть, що для будь-яких значень $a > 1$ значення виразу $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+a^8} + \frac{1}{1+a^{16}}$ набуває лише від'ємних значень.

2.115. Відомо, що $\frac{a-3b}{3a-b} = 4$. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{2a-b}{3a+b}$; б) $\frac{\frac{2}{3}a^2 + 2b^2}{2a^2 - 10b^2}$; в) $\frac{2a^3 - 3ab^2}{3a^2b + 3b^3}$;
 г) $\frac{a^4 - 2a^3b - 4a^2b^2 + ab^3 + 5b^4}{a^4 - 80b^4}$.

2.116. Якими повинні бути a і b , щоб вирази $\frac{1}{(x-7)(x+1)}$ і $\frac{a}{x-7} + \frac{b}{x+1}$ були тотожними?

2.117. Для яких значень n вираз $\frac{2n-3}{n+1}$ є цілим числом?

2.118. Для яких значень n вираз $\frac{3n-1}{n+2}$ є цілим числом?

2.119. Моторний човен, що має швидкість у стоячій воді 14 км/год, пройшов річкою відстань між двома пунктами туди і назад, не зупиняючись, за 7 год. Відстань між пунктами 45 км. Яка швидкість течії річки?

2.120. Доведіть, що для натурального n виконується рівність $\frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(n+3)(n+4)} = \frac{n}{4(n+4)}$.

2.121. Доведіть тотожність:

$$\text{а) } \left(b^2 + \frac{b^2 c^2}{b^2 - c^2} \right) : \left(\frac{b^2 c^2}{b^2 - c^2} - c^2 \right) - \frac{b^4}{2c^4} \cdot \left(2 - \frac{c^2}{b^2} \right) + 2b^2 = \frac{4b^2 c^2 + b^2}{2c^2};$$

$$\text{б) } \frac{4k^4 - 1}{k^6 - k^4 - k^2 + 1} : \left(\frac{k^2}{k^4 - 2k^2 + 1} - \frac{1}{1 - k^2} \cdot \frac{k^2}{k^2 + 1} - \frac{2}{k^2 + 1} \right) = \frac{2k^2 + 1}{2}.$$

2.122. Числа a і b – додатні. Чи може виконуватись рівність $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$?

2.123. Доведіть, що не існує таких цілих чисел x , для яких $2002 + x^2$ є квадратом цілого числа.

2.124. Для яких натуральних n дріб $\frac{8n+71}{5n+46}$ є скоротним?

2.125. Доведіть, що коли $\frac{n}{k}$ – нескоротний дріб, то і $\frac{n+k}{nk}$, де n, k – натуральні числа, – нескоротний дріб.

2.126. Доведіть, що дріб $\frac{n^3 + 2n}{n^4 + 3n^2 + 1}$ нескоротний для всіх цілих $n \neq 0$.

2.127. Доведіть, що коли $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$, то $a = b = c$.

2.128. Доведіть, що вираз $\frac{a^6 + a^3 + 1}{a^9 + a^3} - \frac{1}{a^3}$ набуває лише додатних значень для всіх значень $a \neq 0$.

2.129. Для яких натуральних значень n набуває натуральних значень дріб:

$$\text{а) } \frac{6n^2 + 5n + 15}{n}; \quad \text{б) } \frac{n^3 + 4n^2 + 48}{n^2}?$$

2.130. Для яких цілих значень x дріб $\frac{x^3 + 2x^2 + 12}{x + 2}$ набуває

цілих значень?

2.131. Сума двох дробів дорівнює одиниці. Доведіть, що сума квадрата першого і другого дробу дорівнює сумі квадрата другого і першого дробу.

2.132. Чи можуть два взаємно обернених числа мати протилежні знаки?

2.133. Доведіть, що коли n – натуральне число, то значення виразу $\frac{10^n + 2}{3}$ дорівнює натуральному числу.

2.134. Доведіть, що коли чисельник дробу $\frac{n^2 + 8n - 22}{n^2 - 5n - 9}$ ділиться на 13, то дріб можна скоротити на 13.

2.135. Доведіть, що квадрат суми двох взаємно обернених нескоротних дробів на 2 більший від суми їх квадратів.

2.136. Доведіть, що числа виду $\frac{n^4(n^2 + 1) + n^2 + 2}{n^4(n^2 + 1)n^2 + 1}$, де n –

ціле число, розміщені на відрізку, довжина якого не перевищує 2.

2.137. Покажіть, що коли $x^4 + x^2 - 2 = 0$, то виконується рівність $\frac{x^7 - 3x^6 + x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 5}{x^5 - x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 3} = 5$.

2.138. Доведіть, що остача від ділення простого числа на 30 не є складеним числом.

2.139. Доведіть, що коли сума двох дробів дорівнює одиниці, то різниця суми їх квадратів і суми їх кубів дорівнює добутку цих дробів.

2.140. Знайдіть усі натуральні числа n , для яких число $n^3 + 3$ ділиться на $n + 3$.

2.141. Доведіть, що число $1 + 2 + 3 + \dots + 2002$ не можна подати у вигляді суми квадратів двох цілих чисел.

2.142. Знайдіть натуральне x , якщо

$$\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 3.$$

Розділ II. КВАДРАТНІ КОРЕНІ

2.143. Доведіть, що правильна рівність:

- а) $\sqrt{6,25} = 2,5$; б) $\sqrt{0,0121} = 0,11$; в) $\sqrt{102,01} = 10,1$;
г) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = 1\frac{2}{3}$; д) $\sqrt{533,61} = 23,1$; е) $\sqrt{3\frac{6}{25}} = 1\frac{4}{5}$;
є) $\sqrt{0,0001} = 0,01$; ж) $\sqrt{12321} = 111$; з) $\sqrt{4,9284} = 2,22$;
и) $\sqrt{5343,61} = 73,1$; і) $\sqrt{49,4209} = 7,03$; ї) $\sqrt{16032016} = 4004$.

2.144. Знайдіть значення кореня:

- а) $\sqrt{3600}$; б) $\sqrt{0,0049}$; в) $\sqrt{\frac{121}{0,01}}$; г) $\sqrt{0,000025}$; д) $\sqrt{3\frac{6}{25}}$;
е) $\sqrt{1\frac{32}{49}}$; є) $\sqrt{0,0004}$; ж) $\sqrt{4900}$; з) $\sqrt{2\frac{28}{36}}$; и) $\sqrt{5\frac{20}{121}}$; і) $\sqrt{\frac{121}{36}}$.

2.145. Знайдіть значення виразу:

- а) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{100}$; б) $\frac{\sqrt{81} \cdot \sqrt{49}}{\sqrt{100}}$; в) $\sqrt{0,04 \cdot 0,01}$;
г) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{0,49}$; д) $\sqrt{0,81} \cdot \sqrt{6,25}$; е) $\sqrt{13 \cdot 52}$;
є) $\sqrt{17 \cdot 51 \cdot 27}$; ж) $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9} \cdot \frac{49}{36}}$; з) $\sqrt{\frac{7}{19} \cdot \frac{35}{3} \cdot \frac{125}{57}}$;
и) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{24}$; і) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{0,5} \cdot \sqrt{0,125}$;
ї) $\sqrt{\frac{56}{25}} \cdot \sqrt{\frac{5}{8}} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}}$; й) $\sqrt{\frac{14}{3}} : \sqrt{\frac{3}{14}}$; к) $\sqrt{0,1875} : \sqrt{3}$; л) $\sqrt{1\frac{7}{9}} : \sqrt{2\frac{1}{4}}$.

2.146. Обчисліть:

- а) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{225}$; б) $\sqrt{0,01} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{81}$; в) $\sqrt{144} \cdot \sqrt{36}$;
г) $\sqrt{10000} \cdot (\sqrt{625} : \sqrt{25})$; д) $\sqrt{0,0004} + \sqrt{0,0081}$; е) $\sqrt{1,21} + \sqrt{2,25}$;

є) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{4}{9}} + 2\sqrt{\frac{36}{81}}$; ж) $\sqrt{100} - \sqrt{0,01} + \sqrt{0,04}$;
 з) $\sqrt{0,01} + \sqrt{0,04} + \sqrt{0,09} + \sqrt{0,16} + \sqrt{0,25}$;
 и) $\sqrt{2,56} - \sqrt{2,25} + \sqrt{1,96} - \sqrt{1,69} + \sqrt{1,44} - \sqrt{1,21}$;
 і) $(\sqrt{81} - \sqrt{49}) : (\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01})$.

2.147. Знайдіть значення виразу:

а) $0,4\sqrt{\frac{16}{100}} + 10\sqrt{\frac{49}{225}} + 1,2$; б) $\sqrt{\frac{25 \cdot 36 \cdot 49}{0,01 \cdot 0,04 \cdot 0,09}} - 4\sqrt{100 \cdot 121}$;
 в) $\left(\sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\frac{1}{25}}\right)\sqrt{144} - \left(\sqrt{\frac{49}{81}} - \sqrt{\frac{36}{81}}\right)\sqrt{81 \cdot 4}$;
 г) $\left(\sqrt{1\frac{13}{36}} - \sqrt{\frac{25}{36}}\right)\left(\sqrt{7\frac{58}{81}} - 2\frac{1}{9}\right)$;
 д) $(\sqrt{0,0036} + \sqrt{0,0049} + \sqrt{0,0064}) : \sqrt{0,0081}$;
 є) $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$; є) $(\sqrt{45} - \sqrt{5})^2$; ж) $(\sqrt{28} - \sqrt{7})^2 : (\sqrt{18} - \sqrt{2})^2$;
 з) $(\sqrt{0,0049} - \sqrt{0,0081})^2$; и) $2\sqrt{3 \cdot 27} - 4\sqrt{2 \cdot 32}$;
 і) $\sqrt{(2^5 - 2)5 - 6}$; і) $\sqrt{2(19^2 - 17^2)}$.

2.148. Чи має зміст вираз:

а) $-\sqrt{1,44}$; б) $\sqrt{-1,44}$; в) $\sqrt{(-1,2)^2}$; г) $(-\sqrt{0,09})(-0,01)$;
 д) $\sqrt{(-0,09)(-0,01)}$; є) $\sqrt{-0,09}\sqrt{-0,01}$; є) $-\sqrt{\frac{4}{9}}$; ж) $\sqrt{-\frac{4}{9}}$;
 з) $\frac{\sqrt{-4}}{\sqrt{-9}}$; и) $\sqrt{\frac{-4}{-9}}$; і) $\sqrt{(-16)^{2n}}$; і) $\sqrt{-(-16)^{2n+1}}$?

2.149. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 = 49$; б) $x^2 - 0,09 = 0$; в) $5x^2 = 4,05$; г) $4x^2 - 0,84 = 0,16$;
 д) $y^2 - 25 = 75$; є) $\epsilon^2 + 111 = 232$; є) $0,04a^2 = 400$;
 ж) $(0,3x)^2 = 0,081$; з) $(x - 2)^2 = 1,21$; и) $(2x + 1)^2 = 49$;
 і) $(3x + 2)^2 = 6(2x + 1) + 34$; і) $2(x^2 - 0,01) = x^2 + 0,02$;
 й) $\frac{1}{9}x^2 - 1 = 0$; к) $x^2 + 36 = 0$; л) $0,25x^2 = 9$.

2.150. Для яких значень змінної x має зміст вираз:

- а) $\sqrt{4x}$; б) $\sqrt{-4x}$; в) $\sqrt{-4(-x)}$; г) $\sqrt{-(x+1)^2}$; д) $\sqrt{2x^2+3}$;
е) $\sqrt{(-x)(-x)}$; є) $\sqrt{(-x)(-x)(-x)}$; ж) $\sqrt{x^{2n}}$; з) $\sqrt{(-x)^{2n+1}}$?

2.151. Знайдіть область визначення виразу:

- а) $\sqrt{(2x+1)^{4n}}$; б) $\sqrt{a^{2n+1}}$; в) $\sqrt{(k+1)^{4n+1}}$;
г) $-\sqrt{x^{100}}$; д) $\sqrt{-x^{20}}$; е) $\sqrt{(-x)^{40}}$.

2.152. Запишіть за допомогою знака $\sqrt{\quad}$ корені рівняння і за допомогою мікрокалькулятора знайдіть наближені значення цих коренів:

- а) $3x^2 = 18$; б) $4x^2 = 12$; в) $5x^2 = 35$; г) $x^2 = 4,3$.

2.153. Розв'яжіть рівняння:

- а) $x^2 - 24 = 0$; б) $x^2 - 0,36 = 0$; в) $\frac{1}{5}x^2 - 13 = 0$;
г) $1\frac{1}{3}x^2 - 12 = 0$; д) $40 - x^2 = 0$; е) $7x^2 = 13$;
є) $(2x+1)^2 = 4x+6$; ж) $x^2 + 8 = 2(x^2 + 2)$; з) $348x^2 = 48$.

2.154. Знайдіть квадрати чисел:

- а) $\sqrt{40}$; б) $-\sqrt{40}$; в) $\sqrt{1,25}$; г) $-\sqrt{1,25}$; д) $\sqrt{0,32}$; е) $-\sqrt{0,32}$;
є) $\sqrt{\frac{3}{7}}$; ж) $\sqrt{\left(-\frac{3}{7}\right)^2}$; з) $\sqrt{3} + \sqrt{27}$; и) $\sqrt{27} - \sqrt{3}$; і) $\sqrt{0,02} + \sqrt{0,8}$.

2.155. За допомогою мікрокалькулятора знайдіть сторони квадрата з точністю до 0,1 см, якщо його площа дорівнює:

- а) 12 см^2 ; б) 46 см^2 ; в) $1,02 \text{ см}^2$; г) $0,5 \text{ см}^2$.

2.156. Розмістіть у порядку зростання числа: $\sqrt{9,2}$; $\sqrt{9,6}$;
 $3,141$; $3\frac{1}{9}$.

2.157. Знайдіть з точністю до 0,01 дм периметр трикутника, сторони якого дорівнюють $\sqrt{2}$ см, $\sqrt{3}$ см, $\sqrt{5}$ см. (Скористайтесь мікрокалькулятором.)

2.158. Площа круга дорівнює 12 м^2 . Знайдіть наближено його радіус за допомогою мікрокалькулятора, скориставшись формулою $S = \pi r^2$.

2.159. Площа поверхні куба дорівнює 48 см^2 . Знайдіть наближено довжину його ребра.

2.160. Ребро куба дорівнює $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ см. Знайдіть площу його поверхні.

2.161. Користуючись мікрокалькулятором, знайдіть значення виразу:

- а) $\sqrt{3,4}$; б) $\sqrt{4,7}$; в) $\sqrt{0,5}$; г) $\sqrt{0,8}$; д) $\sqrt{2,1} + \sqrt{3,3}$;
е) $\sqrt{4,4} - \sqrt{2,8}$; є) $\sqrt{5,5} - \sqrt{2,5}$.

2.162. Яке з чисел більше:

- а) $\sqrt{15}$ чи $\sqrt{15,3}$; б) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ чи $\sqrt{\frac{5}{4}}$; в) $\sqrt{0,01}$ чи $\sqrt{0,02}$;
г) $\sqrt{63}$ чи 8; д) $\sqrt{0,0001}$ чи 0,01?

2.163. Порівняйте числа:

- а) $\sqrt{624}$ і 25; б) $\sqrt{1001}$ і $\sqrt{1002}$; в) $\sqrt{0,005}$ і $\sqrt{0,006}$;
г) $\sqrt{23} + \sqrt{24}$ і $\sqrt{24} + \sqrt{25}$; д) $\sqrt{27} - \sqrt{21}$ і $\sqrt{27} - \sqrt{22}$;
е) $\sqrt{131} \cdot \sqrt{123}$ і $\sqrt{132} \cdot \sqrt{124}$; є) $\frac{\sqrt{220}}{\sqrt{122}}$ і $\frac{\sqrt{223}}{\sqrt{122}}$.

2.164. Знайдіть значення виразу:

- а) $\sqrt{36 \cdot 0,81 \cdot 1,21}$; б) $\sqrt{0,49 \cdot 0,0001 \cdot 0,36}$; в) $\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 120}$;
г) $\sqrt{0,01 \cdot 0,04 \cdot 0,09 \cdot 0,16 \cdot 10^4}$; д) $\sqrt{42 \cdot 18 \cdot 27 \cdot 7} - \sqrt{15 \cdot 125 \cdot 27}$.

2.165. Обчисліть:

- а) $\sqrt{\frac{25}{49} \cdot \frac{0,36}{0,81}}$; б) $\sqrt{\frac{0,01}{64} \cdot \frac{36}{0,81}}$; в) $\sqrt{\frac{0,01 \cdot 81 \cdot 0,0004}{0,0001 \cdot 0,81 \cdot 0,25}}$;
г) $\sqrt{0,64 \cdot 0,36 \cdot 9} \cdot \sqrt{0,49 \cdot 0,25 \cdot 9}$.

2.166. Обчисліть:

- а) $\sqrt{25^2 - 24^2}$; б) $\sqrt{4,58^2 - 4,42^2}$; в) $\sqrt{221^2 - 220^2}$;
г) $\sqrt{196,2^2 - 163,8^2}$; д) $\sqrt{(313^2 - 312^2)(82^2 - 18^2)}$;
е) $-\frac{3}{10} \sqrt{\frac{115^2 - 15^2}{130}} - \frac{1}{17} \sqrt{\frac{273^2 - 16^2}{257}}$.

2.167. Знайдіть значення виразу:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}; & \text{б) } \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{2600}}; & \text{в) } \frac{\sqrt{32000}}{\sqrt{80}}; \\ \text{г) } \frac{\sqrt{0,003}}{\sqrt{3}}; & \text{д) } \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2400}} \cdot \frac{\sqrt{88800}}{\sqrt{222}}; & \text{е) } \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{50}} \cdot \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{82}}. \end{array}$$

2.168. Обчисліть:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sqrt{(0,003)^2}; & \text{б) } \sqrt{(-2)^8}; & \text{в) } \sqrt{22^2(-0,5)^2}; \\ \text{г) } \frac{\sqrt{(-40)^2}}{\sqrt{(-10)^4}}; & \text{д) } \frac{\sqrt{(-13)^2(-14)^2}}{\sqrt{(-0,25)^2(-12)^2}}; & \text{е) } \frac{\sqrt{(-12)^{4n}}}{\sqrt{144^{2n}}}. \end{array}$$

2.169. Знайдіть значення кореня:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{122^4 \cdot 0,5^4}; & \text{б) } \sqrt{(-3,4)^2 \cdot \frac{3^4}{(34)^2}}; \\ \text{в) } \sqrt{(-0,2)^2 \cdot (-2,4)^2 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^2}; & \text{г) } \sqrt{(33)^8 \cdot \frac{4}{(33)^4} \cdot \frac{225}{(11)^2}}. \end{array}$$

2.170. Спростіть вираз:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{4a^4b^6c^8}, \text{ якщо } a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0; & \\ \text{б) } \sqrt{144a^{20}b^{10}c^{100}}, \text{ якщо } a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0; & \\ \text{в) } \sqrt{p^{20}c^{30}z^{50}}, \text{ якщо } p \geq 0, c \leq 0, z \leq 0; & \\ \text{г) } \sqrt{0,64m^{20}k^{30}}, \text{ якщо } m \geq 0, k \leq 0; & \\ \text{д) } \sqrt{625a^{2n}b^{4n}c^{6n}}; & \text{е) } \frac{\sqrt{a^{4n}b^{8n}c^{2n}}}{\sqrt{a^{2n}b^{4n}c^{2n}}}. \end{array}$$

2.171. Внесіть множник під знак кореня:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (5-a)\sqrt{\frac{a}{a-5}}, \text{ якщо } a > 5; & \\ \text{б) } (2x+3)\sqrt{\frac{x+2}{4x^2+12x+9}}, \text{ якщо } x > -\frac{3}{2}; & \\ \text{в) } \frac{x+2y}{x-2y}\sqrt{\frac{(x-2y)^{n-2}}{(x+2y)^{n+2}}}, \text{ де } n - \text{ парне число, більше від 2.} & \end{array}$$

2.172. Винесіть множник з-під знака кореня:

- а) $\sqrt{(13-a)^2}$, якщо $a \leq 13$; б) $\sqrt{a^2(a-5)^2}$, якщо $a \geq 5$;
в) $\sqrt{a^7(a-10)^2}$, якщо $0 < a < 10$; г) $\sqrt{150a^7b^2}$, якщо $a > 0$, $b < 0$;
д) $\frac{x-3}{9} \sqrt{\frac{81y^2}{x^2-6x+9}}$, якщо $x < 3$, $y > 0$;
е) $\sqrt{\frac{5x}{(5x-3y)^2} - \frac{1}{5x-3y}}$.

2.173. Користуючись тим, що

$$a\sqrt{b} = \begin{cases} \sqrt{a^2b}, & \text{коли } a \geq 0, \\ -\sqrt{a^2b}, & \text{коли } a < 0, \end{cases}$$

внесіть множник під знак кореня:

- а) $a^5\sqrt{2}$; б) $(3b-1)\sqrt{4b^2+2}$; в) $(4-c)\sqrt{c^2+1}$;
г) $\frac{x-1}{x^2+1}\sqrt{x^2+1}$; д) $(7z-4)\sqrt{\frac{1}{z^2+1}}$; е) $a^2b^3\sqrt{a^3b^2}$.

2.174. Користуючись тим, що

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & \text{коли } a \geq 0, \\ -a, & \text{коли } a < 0, \end{cases}$$

винесіть множник з-під знака кореня:

- а) $\sqrt{2a^2b^4c^8}$; б) $\sqrt{8(x-2)^2}$; в) $\sqrt{-b(3c-9)^2}$;
г) $\sqrt{c^3(p-12)^2}$; д) $\sqrt{\frac{9y^2}{1+y^2}}$; е) $\sqrt{\frac{k^2+1}{(k-0,1)^2}}$.

2.175. Перетворіть добуток:

$$\left(\frac{1}{a}\sqrt{ab} - \frac{1}{b}\sqrt{ab}\right)\left(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}} - \frac{b}{a}\sqrt{\frac{b}{a}}\right), \text{ якщо } a > 0, b > 0.$$

2.176. Спростіть вираз:

- а) $\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{500}$; б) $2\sqrt{99} - 4\sqrt{176} + 3\sqrt{44}$;
в) $0,5\sqrt{4,8} + \frac{3}{4}\sqrt{7,5} + \frac{1}{4}\sqrt{14,7}$; г) $2\sqrt{0,08a} + \sqrt{0,18a} - \sqrt{0,32a} - \sqrt{0,50a}$.

2.177. Виконайте дії:

- а) $(\sqrt{24} + \sqrt{30})\sqrt{6}$; б) $\sqrt{0,1}(3\sqrt{0,1} + \sqrt{0,02})$;
в) $(3\sqrt{20} - 2\sqrt{12})\sqrt{45} + \sqrt{300}$; г) $(2\sqrt{45} + 3\sqrt{27})\sqrt{18}$.

2.178. Виконайте дії:

- а) $(2 + 3\sqrt{3})(4 - 5\sqrt{5})$; б) $(2\sqrt{12} - 3\sqrt{8})(4\sqrt{12} - 5\sqrt{2})$;
в) $(13\sqrt{2} - 4\sqrt{3})(15\sqrt{2} + 7\sqrt{3})$; г) $(3\sqrt{15} - 2\sqrt{11})(4\sqrt{15} - 3\sqrt{11})$.

2.179. Виконайте множення, застосувавши формулу різниці квадратів:

- а) $(\sqrt{10,2} - \sqrt{5,2})(\sqrt{10,2} + \sqrt{5,2})$; б) $(\sqrt{0,1} + \sqrt{0,02})(\sqrt{0,1} - \sqrt{0,02})$;
в) $(3\sqrt{15} + 2\sqrt{11})(3\sqrt{15} - 2\sqrt{11})$;
г) $(0,3\sqrt{21} + 0,2\sqrt{14})(0,3\sqrt{21} - 0,2\sqrt{14})$;
д) $(4\sqrt{15} - 3\sqrt{7})(3\sqrt{7} + 4\sqrt{15})$; е) $(\sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{2}\sqrt{7})(\sqrt{3}\sqrt{5} - \sqrt{2}\sqrt{7})$.

2.180. Спростіть дріб:

- а) $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}}$; б) $\frac{2x^2 - 5}{\sqrt{2}x - \sqrt{5}}$; в) $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$, де $a > 0$, $b > 0$;

- г) $\frac{ax - cy}{\sqrt{ax} + \sqrt{cy}}$, де $ax > 0$, $cy > 0$; д) $\frac{x - 5}{x\sqrt{x} - 5\sqrt{x}}$;

- е) $\frac{x^3 - 7x^2 + x - 7}{\sqrt{x} + \sqrt{7}}$; є) $\frac{x^4 - 12}{x^2 + 2\sqrt{3}}$; ж) $\frac{a^{n+2} - 3a^n + a^2 - 3}{a^4 - 3a^2}$, де $n \in \mathbb{N}$;

- з) $\frac{a^{2m} - 5}{a^m + \sqrt{5}}$, де m – натуральне число; и) $\frac{x^2 - a^2}{\sqrt{a} - \sqrt{x}}$.

2.181. Яке з даних чисел більше:

- а) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ чи $\sqrt{10}$; б) $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ чи $\sqrt{3} + \sqrt{5}$;
в) $\sqrt{7} + \sqrt{2}$ чи $\sqrt{13} - \sqrt{3}$; г) $(2 + \sqrt{5})^{100}$ чи 4^{100} ;
д) $\sqrt{37} - \sqrt{14}$ чи $6 - \sqrt{15}$; е) $\sqrt{17} - \sqrt{15}$ чи $\sqrt{7} - \sqrt{5}$;
є) $\sqrt{7} + \sqrt{10}$ чи $\sqrt{3} + \sqrt{19}$; ж) $\frac{6 + \sqrt{6}}{6 - \sqrt{6}} + \frac{6 - \sqrt{6}}{6 + \sqrt{6}}$ чи $\sqrt{12}$;
з) $\sqrt{2001} + \sqrt{2003}$ чи $2\sqrt{2002}$?

2.182. Подайте вираз у вигляді квадрата суми або різниці двох чисел:

а) $5 + 2\sqrt{6}$; б) $8 - 2\sqrt{15}$; в) $24 + 2\sqrt{143}$.

2.183. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{1}{5-3\sqrt{2}} + \frac{1}{5+3\sqrt{2}}$; б) $\frac{3}{4-2\sqrt{5}} + \frac{3}{4+2\sqrt{5}}$; в) $\frac{\sqrt{45}-\sqrt{75}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$;

г) $\sqrt{2+\sqrt{3}}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$;

д) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^2 \frac{1}{6}$; е) $\left(\sqrt{7-\sqrt{13}} + \sqrt{7+\sqrt{13}}\right)^2 \frac{1}{26}$;

є) $\left(\sqrt{13-2\sqrt{42}} + \sqrt{13+2\sqrt{42}}\right)\sqrt{7}$; ж) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)5\sqrt{3}$.

2.184. Порівняйте натуральні числа n і k , якщо правильна нерівність:

а) $(0,03)^n < (0,03)^k$; б) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^n < \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^k$; в) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^n > \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^k$;

г) $(\sqrt{2}-1)^k > (\sqrt{2}-1)^n$.

2.185. Спростіть вираз:

а) $2p + \sqrt{(p-2)^2}$; б) $2x + y + \sqrt{(x-2y)^2}$; в) $x + y - \sqrt{(x+y)^2}$;

г) $\sqrt{x^2 - 14x + 49} + x - 7$; д) $\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x^2 - 9}$, якщо $x < 3$;

е) $\frac{9x^2 - 4}{\sqrt{9x^2 - 12x + 4}}$, якщо $x < \frac{2}{3}$;

є) $3x + 2 - \sqrt{1 - 6x + 9x^2}$, якщо $x \geq \frac{1}{3}$;

ж) $\sqrt{25x^2 - 30x + 9} + \sqrt{25x^2 + 30x + 9}$;

з) $\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$;

и) $\sqrt{(5a-4)^2} + \sqrt{(4-5a)^2}$.

2.186. Для яких значень z виконується рівність

$$\sqrt{4z^2 - 12z + 9} = 3 - 2z?$$

2.187. Розв'яжіть рівняння:

а) $(x-1)\sqrt{x+2}=0$;

б) $(x-3)\sqrt{x-5}=0$;

в) $x(x+4)(x-1)\sqrt{\frac{x-5}{x(x-1)}}=0$;

г) $\frac{x}{x^3-1}\sqrt{\frac{x^3-1}{x+2}}=0$.

2.188. Спростіть вираз:

$$\frac{\sqrt{2a+2\sqrt{a^2-b^2}}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{2a-2\sqrt{a^2-b^2}}+\sqrt{a-b}}, \text{ якщо } 0 < b < a.$$

2.189. Спростіть вираз:

а) $\sqrt{16a^7b^9}+3ab\sqrt{9a^5b^7}-a^2b^2\sqrt{4a^3b^5}$, якщо $a \geq 0, b \geq 0$;

б) $\sqrt{81a^3}-5\sqrt{a}+\frac{3}{a}\sqrt{4a^5}$, якщо $a > 0$; в) $\frac{(ab)^2}{c}\sqrt{abc} \cdot \frac{c^2}{ab}\sqrt{\frac{ab}{c}}$;

г) $\frac{1}{25}\sqrt{\frac{5500a}{18b}} \cdot 3\sqrt{90ab}$; д) $\left(\frac{1}{6}\sqrt{60}-\sqrt{54}+0,2\sqrt{24}\right)+(\sqrt{15}-\sqrt{6}-\sqrt{600})$;

е) $\left(\frac{m}{n}\sqrt{\frac{1}{mn}}-\frac{m}{n}\sqrt{\frac{m}{n}}-n\sqrt{\frac{n}{m}}\right):\sqrt{mn}$;

є) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{72}-\sqrt{216}+\sqrt{54}\right)-\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{50})$;

ж) $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}+4\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)$;

з) $\left(\frac{2+\sqrt{a}}{a+2\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}-2}{a-1}\right) \cdot \frac{a\sqrt{a}+a-\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$;

и) $\frac{\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}-\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}}{\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}+\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}}$;

і) $\sqrt{\left(\frac{a^2+b^2}{a^3-ab^2}+\frac{2b}{a^2-b^2}\right)(a^2+ab)} - \sqrt{\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)(a+b)}$, якщо $a > b > 0$;

$$\text{ї)} \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab}}{a - b} \right) \left(\sqrt{a} - \frac{\sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right);$$

$$\text{й)} \frac{a - b}{a - \sqrt{2a}} \cdot \frac{a - 2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{2} + a} \right);$$

$$\text{к)} \left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} + x - 1} \right) \left(\sqrt{\frac{1}{x^2}} - 1 - \frac{1}{x} \right);$$

$$\text{л)} \frac{\sqrt{(a+x)(x+b)} + \sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(a+x)(x+b)} - \sqrt{(a-x)(x-b)}}, \text{ якщо } x = \sqrt{ab}, \quad a > b > 0.$$

2.190. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \sqrt{(2a-3)^2}; \quad \text{б)} \sqrt{(0,1x-2)^2}; \quad \text{в)} \sqrt{4m^2 + 4m + 1};$$

$$\text{г)} \sqrt{x^2 - 6x + 9}; \quad \text{д)} \sqrt{4x^2 + 20x + 25};$$

$$\text{е)} \sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(a+3)^2}, \text{ якщо } -3 \leq a \leq 3;$$

$$\text{є)} \sqrt{(b-4)^2} + \sqrt{(b+4)^2}, \text{ якщо } b < -4.$$

2.191. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \sqrt{25y^2 - 10y + 1} + \sqrt{4y^2 + 4y + 1}, \text{ якщо } y \geq \frac{1}{5};$$

$$\text{б)} \sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 - 8a + 16}, \text{ якщо } 2 \leq a \leq 4;$$

$$\text{в)} \sqrt{(x^2 - 9)^2} - \sqrt{(x^2 - 4)^2}, \text{ якщо } x \geq 3.$$

2.192. Спростіть вираз:

$$\text{а)} \sqrt{(a+3)^2 - 12a}; \quad \text{б)} \sqrt{(b-4)^2 + 16b}; \quad \text{в)} \sqrt{(c^2 + 5)^2 - 20c^2};$$

$$\text{г)} \sqrt{a^2 + a + 4} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}, \text{ якщо } a \geq 3;$$

$$\text{д)} \sqrt{(a^4 + 4)^2 - 16a^4}; \quad \text{е)} \sqrt{10a + 23} + \sqrt{a^4 + 4a^2 + 4};$$

$$\text{є)} \frac{\sqrt{(b+2)^2 - 8b}}{\sqrt{b} - \frac{2}{\sqrt{b}}}; \quad \text{ж)} \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}};$$

$$\text{з)} \left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^2 \cdot (a + b).$$

2.193. Виконайте дії:

а) $(5\sqrt{7} - 7\sqrt{5})(\sqrt{10} + 4\sqrt{12})$; б) $(11 - 2\sqrt{5})\left(\sqrt{55} - \frac{11}{5}\sqrt{\frac{5}{11}}\right)$;
в) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{6} + 5\right)^2$; г) $\left(3\sqrt{8} - \frac{1}{3}\sqrt{6}\right)^2$; д) $\left(\sqrt{\frac{14}{5}} + \sqrt{\frac{5}{14}}\right)^2$;
е) $\left(\frac{4}{3}\sqrt{\frac{8}{11}} - \frac{3}{4}\sqrt{\frac{11}{8}}\right)^2$.

2.194. Доведіть тотожність:

а) $3\sqrt{300} + 5 - 5\sqrt{108} = 5$; б) $(3\sqrt{5} - 4\sqrt{2})^2 + 24\sqrt{10} = 77$;
в) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = 2 + \sqrt{3}$; г) $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} + 1$.

2.195. Спростіть вираз:

а) $\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}{(2 - \sqrt[4]{15})(2 + \sqrt[4]{15})}$; б) $\frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} + \frac{\sqrt{11} + \sqrt{7}}{\sqrt{11} - \sqrt{7}}$;
в) $\frac{\sqrt{2a} - \sqrt{3b}}{\sqrt{2a} + \sqrt{3b}} + \frac{\sqrt{2a} + \sqrt{3b}}{\sqrt{2a} - \sqrt{3b}}$; г) $\frac{12 + \sqrt{15}}{12 - \sqrt{15}} + \frac{12 - \sqrt{15}}{12 + \sqrt{15}}$.

2.196. Спростіть вираз:

а) $\sqrt{(3 - 2\sqrt{3})^2} + \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2}$; б) $\sqrt{(\sqrt{8} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{8})^2}$;
в) $\sqrt{(\sqrt{17} - 3)^2} + \sqrt{(\sqrt{17} - 16)^2}$; г) $\frac{1}{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7} + 3} + \frac{3}{1 - \sqrt{7}} - \frac{10}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}$;
д) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\left(\frac{2 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}\right)$;
е) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2 + \sqrt{3}}$;
є) $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) : (a - b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$;
ж) $1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{a-1}} - \sqrt{a+1}}{\frac{1}{\sqrt{a+1}} - \frac{1}{\sqrt{a-1}}} : \frac{\sqrt{a+1} \cdot \sqrt{a^2-1}}{(a-1)\sqrt{a+1} - (a+1)\sqrt{a-1}}$.

2.197. Доведіть нерівність:

а) $39 > \sqrt{12 \cdot 13} + \sqrt{13 \cdot 14} + \sqrt{12 \cdot 14}$; б) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \dots \frac{m-1}{m} < \frac{1}{\sqrt{m+1}}$.

2.198. Доведіть, що коли $a > b$ і $a^2 + b^2 = 4ab$, то

$$\frac{4ab}{a^2 - b^2} = \frac{2}{3} \sqrt{3}.$$

2.199. У коробці лежать кульки – білі, червоні та чорні. Білих кульок у 6 разів більше, ніж чорних. Скільки кульок кожного кольору лежить у коробці, якщо їх усього 20?

2.200. Чи існує хоча б одне число a таке, щоб обидва числа $\frac{1}{a} - \sqrt{35}$ і $a + \sqrt{35}$ були цілими?

2.201. Доведіть, що число $19^{91} - 91^{19}$ ділиться на 3.

2.202. Що більше: $7^{\sqrt{5}}$ чи $5^{\sqrt{7}}$?

2.203. Доведіть, що число $333^{777} + 777^{333}$ ділиться на 37.

2.204. Знайдіть найменше значення виразу $\frac{ab}{a^2 + b} + \frac{a^2 + b}{ab}$

для додатних a , b .

2.205. Доведіть, що для будь-якого натурального n число $\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$ – натуральне.

2.206. Яке число більше: $(\sqrt{2})^{\sqrt{3}}$ чи $(\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$?

2.207. Нехай a , b , c – сторони прямокутного трикутника. Доведіть, що коли ці числа цілі, то їх добуток abc ділиться на 30.

2.208. Скільки дільників у числа 6^{10} ?

Розділ III. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

2.209. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{27} = 0$; б) $9x^2 - 0,09 = 0$; в) $25 - 4(3x - 1)^2 = 0$;
г) $\frac{x^2}{4} = \frac{x}{3}$; д) $(5x + 3)^2 = 7(5x + 3)$; е) $\frac{5x - x^2}{2} = \frac{x^2 + 3x}{5}$.

2.210. Розв'яжіть рівняння:

а) $\left(x - 1\frac{1}{2}\right)(x - 4) = 0$; б) $(x + 3)(x - 5)(x + 9) = 0$;
в) $\left(1\frac{1}{3}x - 7\right)x(4 - \sqrt{2x}) = 0$; г) $(|x - 2| - 2)(x^2 - 4)\sqrt{2x - 3} = 0$;
д) $(2 - x)(\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} - 3) = 0$;
е) $(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 4) = 0$;
є) $(4 - x^2)(9 - x^2)(5 - \sqrt{x})\sqrt{x} = 0$;
ж) $|x^2 - 4|(10 - \sqrt{x}) = 0$; з) $|x^2 - 9| + |2x - 3| = 0$;
и) $(4x - 6,4)(3 - \sqrt{3x})(5 - \sqrt{5x}) = 0$;
і) $(x^2 + 1)\sqrt{x}(x + 2) = 0$; ї) $x^2 - 21x + 98 = 0$;
й) $x^2 + 23x + 132 = 0$; к) $15x^2 - 13x + 2 = 0$;
л) $35x^2 - 3x - 54 = 0$; м) $12x^2 + x - 1 = 0$;
н) $20x^2 + 13x - 21 = 0$; о) $49x^2 + 28x + 5 = 0$.

2.211. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 + 6x + 8 = 0$; б) $x^2 - 6x + 8 = 0$; в) $x^2 - 2x - 8 = 0$.

2.212. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 - 2x - 24 = 0$; б) $x^2 + 10x + 24 = 0$; в) $x^2 + 2x - 24 = 0$.

2.213. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 - 5x - 50 = 0$; б) $x^2 + 5x - 50 = 0$; в) $x^2 + 15x + 50 = 0$.

2.214. Розв'яжіть рівняння:

а) $6 - x - x^2 = 0$; б) $10 + 3x - x^2 = 0$; в) $12 + x - x^2 = 0$.

2.215. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0$; б) $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$; в) $x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$.

2.216. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{2}{9} + \frac{1}{3}x - x^2 = 0$; б) $\frac{3}{25} + \frac{2}{5}x - x^2 = 0$; в) $\frac{3}{16} - \frac{1}{2}x - x^2 = 0$.

2.217. Розв'яжіть рівняння:

а) $3x^2 - 4x + 1 = 0$; б) $2x^2 - 3x + 1 = 0$; в) $5x^2 - 6x + 1 = 0$.

2.218. Розв'яжіть рівняння:

а) $4x^2 + 5x + 1 = 0$; б) $4x^2 + 3x - 1 = 0$; в) $5x^2 + 4x - 1 = 0$.

2.219. Розв'яжіть рівняння:

а) $6x^2 + x - 1 = 0$; б) $6x^2 + 5x + 1 = 0$; в) $6x^2 - x - 1 = 0$.

2.220. Розв'яжіть рівняння:

а) $2x^2 + 3x - 2 = 0$; б) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; в) $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

2.221. Розв'яжіть рівняння:

а) $3x^2 - 22x + 35 = 0$; б) $3x^2 + 8x - 35 = 0$; в) $3x^2 - 8x - 35 = 0$.

2.222. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{7}{2}x + 2 = 0$; б) $\frac{3}{4}x^2 + \frac{7}{2}x + 2 = 0$; в) $\frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - 2 = 0$.

2.223. Розв'яжіть рівняння:

а) $6x^2 - 19x + 14 = 0$; б) $6x^2 - 5x - 14 = 0$; в) $6x^2 + 5x - 14 = 0$.

2.224. Розв'яжіть рівняння:

а) $2x^2 - 4x + 1 = 0$; б) $2x^2 - 4x - 1 = 0$; в) $2x^2 + 4x - 1 = 0$.

2.225. Розв'яжіть рівняння:

а) $5x^2 - 8x + 2 = 0$; б) $5x^2 - 8x - 2 = 0$; в) $5x^2 + 8x + 2 = 0$.

2.226. Розв'яжіть рівняння:

а) $3t^2 - 5t - 1 = 0$; б) $x^4 - 16x^2 + 63 = 0$; в) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$;

г) $x^4 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})x^2 + \sqrt{15} = 0$; д) $x^4 - 22x^2 - 75 = 0$;

е) $(x - 2)(3x - 2) = (x - 2)(2x + 1)$;

є) $(x + 3)(x^2 - 5x) = (x + 3)(x - 5)$;

$$\text{ж)} (x-5)(x^2-4)=(x-5)(x+2);$$

$$\text{з)} x^4 - x^3 - 27x + 27 = 0;$$

$$\text{и)} x^3 + 8x^2 - x - 8 = 0;$$

$$\text{і)} x^3 + x^2 - 12 = 0;$$

$$\text{ї)} (x^2 + 3x)^2 - 5(x^2 + 3x) + 6 = 0;$$

$$\text{й)} (x^2 - 3x - 2)^2 - 9(x^2 - 3x - 2) + 18 = 0;$$

$$\text{к)} (x^2 + x + 1)^2 + (x^2 + x + 1) - 12 = 0.$$

2.227. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} \frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{5} = 0;$$

$$\text{б)} |x^2 + 1| + |y^2 - 9| = 1;$$

$$\text{в)} |x^2 - 2x + 2| + |4x^2 - 4x + 3| = 4;$$

$$\text{г)} |x^2 + 1| + |x^2 + 2| + |x^2 + 4| = 34;$$

$$\text{д)} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 5x + 4} = 0;$$

$$\text{е)} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9} = 0.$$

2.228. Розв'яжіть усно рівняння:

$$\text{а)} x + \frac{1}{x} = 100,01; \quad \text{б)} x + \frac{1}{x} = 4,25; \quad \text{в)} x + \frac{1}{x} = 2,5; \quad \text{г)} x + \frac{1}{x} = -5,2.$$

2.229. Розв'яжіть усно рівняння:

$$\text{а)} 40x^2 - 404x + 40 = 0;$$

$$\text{б)} 10x^2 - 25x + 10 = 0;$$

$$\text{в)} 12x^2 - 25x + 12 = 0.$$

2.230. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} x^2 + 2001x + 2000 = 0; \quad \text{б)} 2001x^2 - 2002x + 1 = 0;$$

$$\text{в)} (x^2 - 2x)^2 = 3(x-1)^2 - 13; \quad \text{г)} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{5}{4};$$

$$\text{д)} \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x-3}\right)^2 = \frac{40}{9}; \quad \text{е)} x(x-1)(x+3)(x-4) + 36 = 0;$$

$$\text{є)} (x^2 - 3x + 1) + 3(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 4(x-1)^2;$$

$$\text{ж)} 3 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - x + 1} = \frac{2x^2 - x + 2}{x^2 + x + 1}.$$

2.231. Розв'яжіть рівняння

$$2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x-1)^2 = 13(x-1)(x^2 + x + 1).$$

2.232. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^2 + 2x + 7}{x^2 + 2x + 3} = x^2 + 2x + 4$.

2.233. Розв'яжіть рівняння $3|x - 0,75| = x^2 + 4,5$.

2.234. Розв'яжіть рівняння $|5x^2 - 3| = 2$.

2.235. Розв'яжіть рівняння $|x^2 + x - 2| = x + 2$.

2.236. Розв'яжіть рівняння $(x^2 - 4x)^2 + 2(x - 2)^2 = 43$.

2.237. Доведіть, що рівняння $(3x^2 - 2x - 1)^2 + (x^2 - 3x + 2)^2 = 0$

має лише один корінь.

2.238. Розв'яжіть рівняння:

а) $8x^3 - 20x^2 - 50x + 125 = 0$; б) $4x^2 - 9 = 0$; в) $x^2 + x = 0$;

г) $\frac{1}{4}x^2 = 9\pi^2 - 6\pi + 1$; д) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$;

е) $(a - 3)x^2 - 6(a - 2)x + 5(a + 3) = 0$.

2.239. Для яких значень y значення виразу $3y^3 - 2y^2 + 3y - 2$ дорівнює нулю?

2.240. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{18}{x} = x - 3$; б) $x - 3 = \frac{16}{x + 3}$; в) $\frac{x + 4}{x - 4} = x + 4$;

г) $\frac{(x - 5)(x + 1)}{x^2 - 4x - 5} = 1$; д) $\frac{x^2 - 16}{|x - 4| + |2x + 8|} = 0$; е) $\frac{x^2 - 25}{x^3 - 4x^2 - 25} = 0$;

є) $\frac{x^2 - 1}{3x^2 - 4x + 1} = 0$; ж) $\frac{(x - 5)(x - 6)(x - 7)}{|x^2 - 36| + |x - 6|} = 0$;

з) $\frac{|x - 1| - 2}{x^2 + 5x + 6} = 0$; и) $\frac{2x + 10}{x + 1} + \frac{6x + 2}{x^2 + 3x + 2} - 5 = 0$.

2.241. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{1}{3x - 2} + \frac{1}{3x + 2} = \frac{6x}{9x^2 - 4}$; б) $\frac{1}{5x - 3} + \frac{1}{5x + 3} = \frac{6}{25x^2 - 9}$;

в) $\frac{15}{x^2 - 4x - 5} + \frac{9}{5x - x^2} = \frac{5}{x^2 - 1}$; г) $x + \frac{1}{x} = 10,1$;

д) $\frac{1}{x^2 + 4x} - \frac{x}{16 - x^2} = \frac{1}{2x - 8}$; е) $\frac{(x - a)(x - b)}{|x^2 - a^2|} = 0$.

2.242. Розв'яжіть раціональним способом рівняння:

а) $2x + 1 + \frac{1}{2x+1} = 2a + 1 + \frac{1}{2a+1}$; б) $x + \frac{1}{x} = a - b - \frac{1}{b-a}$;

в) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a-x} + \frac{1}{b-x} + \frac{1}{a+b-x}$.

2.243. Розв'яжіть рівняння:

а) $(x+2)(x+4)(x+5)(x+7) = -8$;

б) $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 6\left(\frac{x-1}{x}\right) + 5 = 0$;

в) $(x^2 + 2x + 1)^2 + (x^2 + 2x + 2)^2 - (x^2 + 2x + 3)^2 = 60$;

г) $\sqrt{x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 + 2x - 15} = 0$; д) $x^2 + |x| + x - 63 = 0$;

е) $(x^2 - 5x + 4)^2 - (x^2 - 5x + 4) = 6$;

є) $2x^2 + (3 - 2\sqrt{2})x - 3\sqrt{2} = 0$; ж) $x^2 - 10 = 3|x|$;

з) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{16x^2 + 8x + 1}$.

2.244. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x}{2x-1} + \frac{25}{4x^2-1} = \frac{1}{27} - \frac{13}{1-2x}.$$

2.245. Розв'яжіть рівняння

$$|x+1| + 1 = \frac{x+1}{|x|}.$$

2.246. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x+2}{x+1} = \frac{12}{x-2} + \frac{18x}{(x+1)(2-x)}.$$

2.247. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x+9}{x^2-3x-10} - \frac{x+15}{x^2-25} = \frac{1}{x+2}.$$

2.248. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{2y-1}{14y^2+7y} + \frac{8}{12y^2-3} = \frac{2y+1}{6y^2-3y}.$$

2.249. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{5}{2+x} - \frac{40}{x^3-4x} = \frac{7}{2-x}.$$

2.250. Розв'яжіть рівняння

$$5x + \frac{5}{2x} = 2x^2 + \frac{1}{2x^2} + 4.$$

2.251. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{4x+2}{4x+1} - \frac{12}{4x-2} = \frac{72x}{(4x+1)(2-4x)}.$$

2.252. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x^2}{4} + 1 - \frac{4}{x} = 0.$$

2.253. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1.$$

2.254. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{1-x}{(2-x)(x-3)} + 1 = \frac{1}{2-x}.$$

2.255. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x+8}{x^2-2x+16} + \frac{x^2-2x+16}{x+8} = \frac{5}{2}.$$

2.256. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{2x^2-3x+5}{3x+5} + \frac{2(3x+5)}{2x^2-3x+5} = 3.$$

2.257. Розв'яжіть рівняння

$$\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 - 5\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 + 4\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0.$$

2.258. Розв'яжіть рівняння

$$(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40.$$

2.259. Розв'яжіть рівняння

$$(x+1)^4 + (x+3)^4 = 82.$$

2.260. Розв'яжіть рівняння

$$6x^4 - 13x^3 - 27x^2 + 40x - 12 = 0.$$

2.261. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{|x|}{x} - x = \frac{x^2}{2} - 1.$$

2.262. Знайдіть усі корені рівняння

$$|x^2 + 2x - 4| + 2x + 6 = 0,$$

які задовольняють нерівність $x + \sqrt{18} < 1$.

2.263. Як найпростішим способом можна виявити, що рівняння не має цілих коренів:

а) $21x^2 - 53x - 32 = 0$;

б) $21x^2 - 49x + 14 = 0$;

в) $11x^2 - 24x + 21 = 0$?

2.264. Розв'яжіть рівняння відносно x :

$$\frac{x}{a^2 - a + 1} - \frac{1}{2a + 2} = \frac{2x - 1}{2a^2 - 2a + 2} + \frac{a - ax}{(a + 1)(a^2 - a + 1)}.$$

2.265. У рівнянні $ax^2 + bx + c = 0$ $a - b + c = 0$. Доведіть, що

$$x_1 = -1 \text{ або } x_2 = -\frac{c}{a}.$$

2.266. У рівнянні $ax^2 + bx + c = 0$ $a + b + c = 0$. Доведіть, що

$$x_1 = 1 \text{ або } x_2 = \frac{c}{a}.$$

2.267. Розв'яжіть рівняння $1979x^2 - 1982x + 3 = 0$.

2.268. Складіть квадратне рівняння з числовими коефіцієнтами, корені якого пов'язані співвідношенням $2x_1 = 3x_2$.

2.269. Доведіть, що корені рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, дискримінант якого невід'ємний, обернені до коренів рівняння $cx^2 + bx + a = 0$.

2.270. Не розв'язуючи, запишіть корені рівняння $10x^2 - 23x + 12 = 0$, якщо коренями рівняння $12x^2 - 23x + 10 = 0$ є $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = 1\frac{1}{4}$.

2.271. Для яких значень a різниця коренів рівняння $ax^2 + x - 2 = 0$ дорівнює 3?

2.272. Для яких цілих a і b корені рівняння $x^2 - abx + a + b = 0$ — цілі числа?

2.273. Для яких значень a сума дробів $\frac{a-8}{2a-5}$ і $\frac{1}{a+3}$ дорівнює їх добутку?

2.274. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 + (y-4)^2 + 6x + 9 = 0$; б) $x^2 + y^2 + 2(4y - 3x) + 25 = 0$.

2.275. Чи існує таке значення x , для якого різниця дробів $\frac{4x-2}{x+2}$ і $\frac{7x-13}{2x+4}$ дорівнює 2?

2.276. Чи існує таке значення a , для якого сума дробів $\frac{2a+4}{3a-14}$ і $\frac{5a+2}{a+2}$ дорівнює їх добутку?

2.277. Складіть квадратне рівняння, знаючи його корені:

а) $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{3}$; б) $-\frac{4}{5}$ і $-\frac{5}{4}$; в) $\frac{1}{4}$ і -4 ; г) $\sqrt{2}$ і $-\sqrt{2}$;

д) $-\sqrt{5}$ і $-\sqrt{3}$; е) $3-\sqrt{2}$ і $3+\sqrt{2}$; є) $\frac{1}{2}-\sqrt{5}$ і $\frac{1}{2}+\sqrt{5}$;

ж) $\sqrt{2}+\frac{1}{2}$ і $\sqrt{2}+\frac{1}{3}$.

2.278. Складіть рівняння з цілими коефіцієнтами, якщо один з його коренів дорівнює $3+\sqrt{5}$.

2.279. У рівнянні $4x^2 + bx - 6 = 0$ один з коренів дорівнює 3. Знайдіть другий корінь і коефіцієнт b .

2.280. Знайдіть коефіцієнти рівняння $ax^2 + bx - 2 = 0$, якщо відомі його корені $\frac{1}{2}$ і $-\frac{2}{3}$.

2.281. Один з коренів рівняння $12x^2 + x + c = 0$ дорівнює $\frac{1}{4}$. Знайдіть коефіцієнт c і другий корінь.

2.282. Складіть рівняння, якщо відомо, що $x_1 \cdot x_2 = 6$; $x_1 + x_2 = -5$.

2.283. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 - (2m + 3n)x + 6mn = 0$; б) $x^2 + (5m^2 + 4)x + 20m^2 = 0$;

в) $(k - 2m - n)x^2 + (3k + m - 4n)x + (5n - 4k + m) = 0$, де $k - 2m - n \neq 0$.

2.284. Не розв'язуючи рівняння, обчисліть суму коренів кожного з них:

а) $x^2 - (m + 3n)x + 3mn = 0$; б) $x^2 + (m^4 + m^2)x + m^6 = 0$.

2.285. У кожному рівнянні знайдіть коефіцієнт p або q , використавши додаткові умови:

а) $x^2 - 4x + q = 0$, $x_1 = -3$; б) $x^2 + px + 35 = 0$, $x_2 = 7$;

в) $5x^2 - px + 3 = 0$, $x_1 = 1$; г) $2x^2 + px - 9 = 0$, $x_1 + x_2 = 11,25$;

д) $x^2 - 7x + q = 0$, $x_2 - x_1 = 1$.

2.286. Знайдіть суму коренів рівняння $3nx^2 + (n^2 + 1)x + 4n^4 + 1 = 0$ ($n \neq 0$), не розв'язуючи його.

2.287. Знайдіть суму квадратів коренів рівняння

$$(m + n)x^2 + (2m + 3n)x + m^2 = 0.$$

2.288. Для якого значення a сума квадратів коренів рівняння $x^2 - 5ax + 3a = 0$ дорівнює 3,25?

2.289. Для яких значень m рівняння $x^2 + mx + 12 = 0$ має два корені, один з яких на 4 менший за другий?

2.290. Для яких значень параметра n рівняння $x^2 - 8x + n = 0$ має два корені, один з яких у 10 разів більший за другий?

2.291. Не розв'язуючи рівняння $x^2 + 4mx + m = 0$, складіть нове квадратне рівняння, корені якого:

а) протилежні кореням даного рівняння;

б) обернені до коренів даного рівняння.

2.292. Доведіть, що коли справджується рівність $x^2 + px + q = (x + m)^2$, то $p^2 - 4q = 0$.

2.293. Доведіть, що з рівності $p^2 - 4q = 0$ випливає рівність $x^2 + px + q = (x + m)^2$.

2.294. Нехай x_1 і x_2 – корені рівняння $x^2 + px + q = 0$. Доведіть, що $x_1^2 + x_2^2 = p^2 - 2q$.

2.295. Не розв'язуючи рівняння $mx^2 + (m^2 + 1)x + m^2 = 0$, де $m \neq 0$, знайдіть $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ (x_1, x_2 – корені даного рівняння).

2.296. У рівнянні $x^2 + (3k - 1)x + 24 = 0$ знайдіть k , якщо $x_2 - x_1 = 2$.

2.297. Не розв'язуючи рівняння $6x^2 - x - 5 = 0$, обчисліть $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$, де x_1 і x_2 – корені рівняння.

2.298. Не розв'язуючи рівняння $x^2 + (2m - 3)x + 2m^2 = 0$, знайдіть суму квадратів його коренів.

2.299. Які властивості мають корені рівняння

$$(3m - 1)x^2 + 2mx + 3m - 1 = 0, \text{ де } m \neq \frac{1}{3}?$$

2.300. Для яких значень a корені рівняння $3x^2 + (2a^2 - 5a + 3)x - \frac{1}{3} = 0$ є протилежними числами?

2.301. Для яких значень m корені рівняння $\frac{1}{m}x^2 + (m^2 + m - 6)x - m = 0$ є протилежними числами?

2.302. Доведіть, що не існує таких двох дробів, сума і добуток яких були б цілими числами.

2.303. Для яких значень параметра a рівняння $ax^2 + 3x + 2a^2 - 3 = 0$ має лише цілі розв'язки?

2.304. Знайдіть усі значення b , для яких лише один корінь рівняння $x^2 + 26x - 2b = 0$ задовольняє нерівність $x > 2$.

2.305. Знайдіть суму коренів рівняння $x^2 + 2(a^2 - 3a)x - (6a^3 - 14a^2 + 4) = 0$ і знайдіть значення a , для якого вона набуває найбільшого значення.

2.306. Якими повинні бути коефіцієнти повного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$, щоб його коренями були числа p і q ?

2.307. Для яких значень q сума кубів коренів рівняння $x^2 - x - q = 0$ дорівнює 19?

2.308. У рівнянні $x^2 - 2x + c = 0$ знайдіть таке значення c , для якого його корені x_1, x_2 задовольняють умову $7x_2 - 4x_1 = 47$.

2.309. Не користуючись формулою коренів, знайдіть корені рівняння $a^2 b^2 x^2 + (a^4 + b^4)x + a^2 b^2 = 0$, $a \neq 0$, $b \neq 0$.

2.310. Знайдіть усі значення a , для яких рівняння $|1 - ax| = (1 - 2a)x + ax^2$ має один корінь.

2.311. Знайдіть коефіцієнт b рівняння $5x^2 + bx - 28 = 0$, якщо відомо, що корені рівняння знаходяться в залежності $5x_1 + 2x_2 = 1$ і b — ціле число.

2.312. Знайдіть усі ті значення параметра s , для кожного з яких корені рівнянь $x^2 + 3x + 2s = 0$ і $x^2 + 6x + 5s = 0$ різні й перемешуються, тобто обидва рівняння мають два корені і між коренями одного рівняння знаходиться лише один корінь другого рівняння.

2.313. Для яких значень a рівняння $ax^2 - (4a + 1)x + 5a + 1 = 0$ має єдиний корінь?

2.314. Знайдіть усі значення параметра a , для яких рівняння $(a + 1)x^2 + (|a + 2| - |a + 10|)x + a = 5$ має два різних додатних корені.

2.315. Дано рівняння $x(x+1) + (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) + \dots + (x+n)(x+n+1) = 10000x + 25$. Чи має воно цілий корінь хоча б при одному значенні n ?

2.316. Доведіть, що рівняння $x^4 - 3x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$ не має від'ємних коренів.

2.317. Корені рівняння $x^2 - px + q = 0$, в якому $p^2 - 2q = 5$, є натуральними числами. Знайдіть ці корені.

2.318. Для яких значень p обидва корені квадратного рівняння $(p - 2)x^2 - 2px + p - 1 = 0$ додатні?

2.319. Знайдіть усі значення параметра m , для яких рівняння $x^2 + (m^2 - 5m + 6)x = 0$ і $x^2 + 2(m - 3)x + (m^2 - 7m + 12) = 0$ рівносильні.

2.320. Доведіть, що рівняння $x^3 + 11^3 = y^3$ не має розв'язків у натуральних числах.

2.321. Знайдіть усі значення a , для яких корені рівняння $ax^2 + 2(a + 3)x + a + 2 = 0$ невід'ємні.

2.322. Не розв'язуючи рівняння $x^2 - 2x - 15 = 0$, обчисліть суму квадратів і суму кубів коренів.

2.323. Знайдіть k і l , якщо вони є коренями рівняння $x^2 + kx + l = 0$.

2.324. Знайдіть $x_1^3 + x_2^3$, не обчислюючи корені x_1, x_2 , де x_1 і x_2 – корені рівняння $x^2 + px + q = 0$.

2.325. Знайдіть значення k , для яких рівняння $3x^2 - 2kx - k + 6 = 0$ не має коренів.

2.326. Доведіть, що ні для жодного цілого m рівняння $(10m^2 + 1)x^2 + 57x - (10m^2 + 6) = 0$ не може мати цілих коренів.

2.327. Відомо, що $x_1 = 4x_2$, де x_1, x_2 – корені рівняння $x^2 - (a + 3)x + 2a = 0$. Знайдіть a .

2.328. У квадратному рівнянні $11x^2 - (m + 2)x + 22 = 0$ знайдіть m , якщо відомо, що корені рівняння – цілі числа.

2.329. Один із коренів квадратного рівняння $(m^2 + 1)x^2 - mx + (n^2 - 9) = 0$ дорівнює $\frac{m}{m^2 + 1}$. Знайдіть n .

2.330. Для яких значень m один із коренів рівняння $3m^2x^2 - 2mx - 8 = 0$ дорівнює 1?

2.331. Знайдіть a таке, щоб рівняння $x^2 + x + a = 0$, $x^2 + ax + 1 = 0$ мали спільний корінь.

2.332. Для яких значень m один із коренів рівняння $6x^2 + 7mx + m^2 = 0$ дорівнює -1 ?

2.333. Для яких значень a корені рівняння $4x^2 - a(a - 1)x \times (a - 2)x - 9 = 0$ дорівнюватимуть один одному за модулем. Знайдіть ці корені.

2.334. Для яких значень параметра a корені рівняння $x^2 + x - a(1 + a) = 0$ мають різні знаки?

2.335. Знайдіть a таке, щоб один із коренів рівняння $x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$ був квадратом другого.

2.336. Для якого значення b один із коренів рівняння $4x^2 - (3b + 2)x + (b^2 - 1) = 0$ у 3 рази менший за другий?

2.337. Корені x_1 і x_2 рівняння $x^2 + ax + 12 = 0$ пов'язані співвідношенням $x_1 - x_2 = 1$. Знайдіть a .

2.338. Для яких значень a рівняння $x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 4 = 0$ має два однакових корені і чому вони дорівнюють?

2.339. Для яких значень m один із коренів рівняння $3mx^2 - (2m + 1)x + m^2 - 5m + 6 = 0$ дорівнює нулю?

2.340. Нехай α і β – корені рівняння $x^2 + 7x - 4 = 0$. Не обчислюючи α і β , знайдіть значення виразу $\frac{1}{(2\alpha + 1)^2} + \frac{1}{(2\beta + 1)^2}$.

2.341. Назвіть, не користуючись формулою, корені квадратного рівняння $(m + 1)^2 x^2 - 3mx + 1 - 2m = 0$, де $m \neq -1$, якщо його дискримінант дорівнює $9m^2$.

2.342. Доведіть, що для будь-яких $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, для яких рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ має два різних корені x_1 і x_2 , вираз $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2$ буде від'ємним.

2.343. Знайдіть таке p , щоб рівняння $x^2 + px + q = 0$, $x^2 - px + q = 0$ ($q \neq 0$) мали спільний корінь.

2.344. Знайдіть числове значення виразу $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2$, де x_1 і x_2 – корені рівняння:

а) $5x^2 + 12x - 15 = 0$;

б) $4x^2 - 11x + 2 = 0$.

2.345. У квадратному рівнянні $13x^2 + (2m - 1)x + 39 = 0$ знайдіть m , якщо відомо, що корені рівняння – цілі числа.

2.346. Корені рівняння $x^2 + ax + 1 = b$ є натуральними числами. Доведіть, що $a^2 + b^2$ – складене число.

2.347. Нехай x_1 і x_2 – корені рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Не розв'язуючи його, виразіть через його коефіцієнти величину $\frac{1}{x_1^4} + \frac{1}{x_2^4}$.

2.348. Знайдіть цілі значення k , для яких рівняння $(k - 12)x^2 + 2(k - 12)x + 2 = 0$ не має коренів.

2.349. У квадратному рівнянні $6x^2 - (3m - 2)x - 36 = 0$ знайдіть m , коли відомо, що корені рівняння – цілі числа.

2.350. Доведіть, що рівняння $22x^2 - 29x^4 - 10 = 0$ не має додатних коренів.

2.351. Доведіть, що рівняння $xu + yz + zx = 1$ має нескінченне число розв'язків у цілих числах.

2.352. Розв'язати в цілих числах рівняння $1 + x + x^2 + x^3 = 2^y$.

2.353. Доведіть, що рівняння $x^{10} - x^7 + x^2 - x + 1 = 0$ не має коренів.

2.354. Спростіть вираз:

а) $\frac{x^2 - (p^2 + q)x + p^2q}{x^2 - (p^2 + b)x + p^2b}$; б) $\frac{x^2 + (m^3 + m^2 + m)x + m^4 + m^3}{x^2 + (m^3 + m^2 + n)x + n(m^3 + m^2)}$.

2.355. Розкладіть на множники:

а) $k^2 - 2k - 3$; б) $1 + 4n - 5n^2$; в) $a^2 - \frac{1}{4}a - \frac{1}{8}$;
г) $a^2 + 4a - 5$; д) $\frac{1}{6}a^2 + \frac{5}{6}a + 1$; е) $2b^2 - \frac{3}{2}b - \frac{1}{2}$;
є) $a^2b^2 + abc - 2c^2$; ж) $x^2y^2 - 5xy + 6$.

2.356. Розкладіть на множники:

а) $a^5 + a + 1$; б) $a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc$;
в) $(x^2 + 8x - 3)^2 + 8x^2 + x^4 + 2(x^2 + 8x - 3)(x^2 + 4)$;
г) $(x^2 + 7x + 3)^2 - 5x(x^2 + 7x + 3)$;
д) $a(x^2 - y^2 - z^2) + b(z^2 + y^2 - x^2)$;
е) $a^4c^2 + 4a^2cb^3 + 3b^6 + a^2c + b^3$; є) $x^4 - 10x^2 + 9$;
ж) $a^4 - 7a^2 + 6$; з) $10a^4 - 9a^2 - 1$; и) $200b^4 - 30b^2 + 1$;
і) $4a^4 + 1$; ї) $b^4 + 3b^2 + 2$.

2.357. Розкладіть на множники:

а) $a^6 - a^4b - a^2c + bc$; б) $a^3 + a^2 - 36$; в) $a^3 + a^2 - \frac{3}{8}$;
г) $\frac{a^3b^3}{c^3} + \frac{a^2b^2}{c^2} - 12$; д) $x^3 - \frac{13}{12}x^2 + \frac{9}{24}x - \frac{1}{24}$;
е) $a^3 - a^2(x + y + z) + a(xy + xz + yz) - xyz$.

2.358. Сума двох чисел дорівнює $\sqrt{41}$, а їх різниця дорівнює $\sqrt{13}$. Доведіть, що добуток чисел дорівнює 7.

2.359. Знайдіть катети прямокутного трикутника, коли відомо, що їх сума дорівнює 26 см, а площа трикутника дорівнює 80 см^2 .

2.360. Від листа жерсті, що має форму квадрата, відрізали смугу завширшки 25 см. Площа утвореного листа прямокутної форми дорівнює 3150 см^2 . Знайдіть початкові розміри листа.

2.361. Діагональ прямокутника дорівнює 50 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо сума його сторін дорівнює 70 см.

2.362. Доведіть, що коли $ad - bc = m$, де $m \neq 0$, то $a^2 + d + b^2 + c^2 + ab + cd \neq m$.

2.363. Легковий автомобіль проходить відстань між двома містами зі швидкістю a км/год, а вантажний – b км/год. Знайдіть відстань між містами, коли відомо, що легковий автомобіль проходить цю відстань на $2\frac{1}{4}$ год швидше, ніж вантажний.

2.364. Завод протягом року збільшував 2 рази випуск продукції на одне й те саме число відсотків. На скільки відсотків збільшував щоразу завод випуск продукції, коли відомо, що на початку року завод щомісячно випускав 800 виробів, а в кінці року став випускати 882 вироби?

2.365. Човен проходить за течією річки відстань між пунктами A і B і зворотний шлях за 10 год. Відстань між пунктами A та B 20 км. Знайдіть швидкість течії річки, знаючи, що човен проплив 2 км проти течії за такий самий час, як 3 км за течією.

2.366. Із пункту A в пункт B вийшов пішохід. Через 2 год з пункту B назустріч йому виїхав велосипедист, швидкість якого в 4 рази більша, ніж швидкість пішохода. Пішохід і велосипедист зустрілися на середині шляху між A і B . Якби велосипедист виїхав на 1 год раніше, то зустріч відбулася б на 20 км ближче до пункту A . Знайдіть відстань між A і B .

2.367. Вийшовши зі станції із запізненням на $\frac{1}{2}$ год, поїзд проїхав перегін 450 км зі швидкістю, що перевищує швидкість за розкладом на 10 км/год, і прийшов до кінця перегону вчасно. Яка за розкладом швидкість поїзда на перегоні?

2.368. Одночасно з одного порту вийшли два теплоходи, які за 3 год разом пройшли відстань 258 км. Знайдіть середню

швидкість кожного теплохода, коли відомо, що один з них у середньому за кожну годину проходив на 4 км більше, ніж другий.

2.369. Для яких значень m тільки один з коренів рівняння дорівнює нулю:

а) $7x^2 - 21x + 5m + 2 = 0$; б) $4x^2 - 3mx + 5m^2 - m = 0$;

в) $5x^2 - 10(m+1)x + m^2 - 5m + 6 = 0$;

г) $12x^2 + 3(m+3)x + m^2 - 3|m| + 2 = 0$?

2.370. Для яких значень a корені рівняння дорівнюють один одному за модулем, але протилежні за знаком:

а) $3x^2 + (4a - 1)x - 27 = 0$; б) $11x^2 + (2a^2 + a)x - 22 = 0$;

в) $7x^2 + (5a^2 - 4a - 1)x - 21 = 0$; г) $5x^2 - (7a^2 - |a| - 6)x - 35 = 0$?

2.371. Для яких значень b обидва корені дорівнюють нулю:

а) $\frac{1}{2}x^2 + (b+1)x + b^2 - 1 = 0$; б) $x^2 - (2b^2 - 3b)x + 4b^2 - 9 = 0$;

в) $2x^2 + (3b^2 - |b|)x - b^3 - 3b = 0$; г) $3x^2 - (32 - b^5)x + b^3 - 8 = 0$?

2.372. Знайдіть цілі розв'язки рівняння:

а) $|x+2| + |y-3| = 1$; б) $|x-5| + |y+4| = 2$;

в) $|x-1| + |y-2| + |z-3| = 1$; г) $xy = x + y$;

д) $xy + 3 = 3x + 2y$; е) $x^4 + 81y^4 - 6|xy| + 9 = 17x^2y^2$;

є) $13x^2 - 2xy + 2y^2 = 50$; ж) $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$, де a, b, c — цілі числа.

2.373. Знайдіть натуральні розв'язки рівняння:

а) $x^2 + 7y = y^2 + 7x$; б) $x^2 - 6xy + 10y^2 = 169$.

2.374. Доведіть, що рівняння $x^2 - y^2 = 1982$ не має цілих розв'язків.

2.375. Знайдіть x, y, z, u , якщо $\overline{x y z u} + \overline{x y z} + \overline{x y} + x = 2923$.

2.376. Знайдіть такі x, y, z , що $\frac{1}{x+y+z} = 0, \overline{x y z}$.

2.377. Знайдіть значення x і y такі, для яких вираз $2x^2 + y^2 + 2xy - 14x - 8y + 33$ набуває найменшого значення.

2.378. Дано, що $abc = 1$. Доведіть, що $\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac} = 1$.

2.379. Доведіть, що число \overline{abcabc} , де $a \neq 0$, ділиться на 77.

2.380. Обчисліть найраціональнішим способом:

$$\frac{36}{3 \cdot 7} + \frac{36}{7 \cdot 11} + \frac{36}{11 \cdot 15} + \frac{36}{15 \cdot 19} + \frac{36}{19 \cdot 23} + \frac{36}{23 \cdot 27} + \frac{36}{27 \cdot 31} + \frac{36}{31 \cdot 35}.$$

2.381. Дано рівняння $x^2 - 7x + 5m + 2 = 0$ і один його корінь $x_1 = 4$. Знайдіть m і другий корінь.

2.382. Дано рівняння $x^2 - px + 3p = 0$ і один його корінь $x_1 = -2$. Знайдіть p і другий корінь.

2.383. Дано рівняння $(2p + 1)x^2 + (4p + 1)x - 7p = 0$ і один його корінь $x_1 = 1$. Знайдіть p і другий корінь.

2.384. Розв'яжіть рівняння $x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 16$.

2.385. Для яких значень u, v, p, q рівняння $4x^3 - 24x^2 + 34x - 51 = u(x-1)^3 + v(x-1)^2 + p(x-1) + q$ буде тотожністю?

2.386. Знайдіть натуральні розв'язки рівняння $5x + 9y = 33$.

2.387. Доведіть, що сума квадратів п'яти послідовних натуральних чисел не може бути квадратом натурального числа.

2.388. Доведіть, що вираз $13a^2 - 10ab + 13b^2$ може набувати лише невід'ємних значень.

2.389. Доведіть, що не існує цілих коефіцієнтів a, b, c, d таких, що значення многочлена $ax^3 + bx^2 + cx + d$ дорівнює 2 для $x = 13$ і дорівнює 3 для $x = 42$.

2.390. Доведіть, що модуль різниці квадратів двох послідовних непарних чисел кратний 8.

2.391. Доведіть, що добуток чотирьох послідовних натуральних чисел, збільшений на одиницю, є квадратом деякого натурального числа.

Розділ IV. ФУНКЦІЇ

2.392. Функцію задано формулою $y = \frac{1}{2}x + 4$. Знайдіть її значення для таких значень аргументу: $x = 2$; $\frac{1}{3}$; a ; a^2 ; $2a$; $1 - a$.

2.393. Функцію задано формулою $y = x + \frac{1}{x}$. Знайдіть усі відповідні значення функції, якщо $x = -4$; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 4 .

2.394. Функцію задано формулою $y = x^2 + x + 1$. Знайдіть її значення для таких значень аргументу: $x = -\frac{1}{2}$; $x = 0$; $x = 1$; $x = \frac{m}{n}$; $x = a - \frac{1}{2}$; $x = -a^2$.

2.395. Функцію задано формулою $y = \frac{2}{x+3}$. Знайдіть її значення для таких значень x : -5 ; -2 ; 3 ; 5 ; a^2 ; m^4 ; $c^2 - 2$.

2.396. Функцію задано формулою $y = \sqrt{x+2}$. Знайдіть її значення для таких значень x : -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 7 ; $a^2 - 2$; $a^2 + 2a - 1$.

2.397. Функцію задано формулою $y = x^3 - 8$. Знайдіть усі відповідні значення функції, якщо $x = -4$; $x = -2$; $x = 0$; $x = 2$; $x = 3$; $x = a + 2$; $x = a^2 + 3$; $x = a^2 - 2$.

2.398. Функції задані формулами $y_1 = 7x - 1$ і $y_2 = 5 - 3x$. Знайдіть:

- а) $y_1 + y_2$, якщо $x = -5$; б) $y_1 - y_2$, якщо $x = 6$;
в) $y_1 \cdot y_2$, якщо $x = 3$; г) $y_1 + y_2$, якщо $x = a$.

2.399. Функції задані формулами $y_1 = \frac{6}{x-1}$ і $y_2 = \frac{2}{x-2}$. Знайдіть:

- а) $y_1 + y_2$, якщо $x = 3$; б) $y_1 \cdot y_2$, якщо $x = -5$;

в) $y_1 - y_2$, якщо $x = 4$; г) $\frac{y_1}{y_2}$, якщо $x = 0$;

д) $y_1 \cdot y_2$, якщо $x = a$, $a \neq 1$, $a \neq 2$.

2.400. Функції задані формулами $y_1 = x^3 - 1$ і $y_2 = 2 - x^3$.
Знайдіть:

а) $y_1 + y_2$, якщо $x = m$; б) $y_1 \cdot y_2$, якщо $x = 1$; в) $\frac{y_1}{y_2}$, якщо $x = 3$.

2.401. Функції задані формулами $y = 2(x + 1) + 3$ і $y = 3(4 - x) - 2$. Для яких значень x значення цих функцій дорівнюють одне одному?

2.402. Функції задані формулами $y = \sqrt{x - 4}$ і $y = \sqrt{2x + 1}$. Для яких значень x значення цих функцій дорівнюють одне одному?

2.403. Функції задані формулами $y = x^2$ і $y = \sqrt{x}$. Для яких значень x значення цих функцій дорівнюють одне одному?

2.404. Функції задані формулами $y = |x^3|$ і $y = \sqrt{|x|}$. Для яких значень x значення цих функцій дорівнюють одне одному?

2.405. Функцію задано формулою $y = 4x - 3$. Для яких значень x значення функції дорівнює значенню аргументу?

2.406. Функцію задано формулою $y = x^2 + x - 1$. Для яких значень x значення функції дорівнює значенню аргументу?

2.407. Функцію задано формулою $y = \sqrt{2x}$. Для яких значень x значення функції дорівнює значенню аргументу?

2.408. Функцію задано формулою $y = \frac{4}{x}$. Для яких значень x значення функції дорівнює значенню аргументу?

2.409. Функцію задано формулою $y = \frac{1}{3}x - 3$. Для яких значень x значення функції дорівнює значенню аргументу?

2.410. Знайдіть область визначення функції, що задана формулою:

а) $y = \frac{5}{x+5}$; б) $y = \frac{14}{x-1}$; в) $y = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{3x+12}$; г) $y = \frac{x}{1-x} \cdot \frac{3}{4-x}$.

2.411. Функцію задано формулою $y = |x| + x$. Знайдіть її значення для значень аргументу $x = -100; -50; -11; -4; 0; 2; 4; 7; 9; 10$.

2.412. Яка область значень функції, що задана формулою:

а) $y = |x| + x$, якщо $x \leq 0$; б) $y = |x| - x$, якщо $x \geq 0$?

2.413. Знайдіть область визначення функції, що задана формулою:

а) $y = \frac{x-1}{x^2-9}$; б) $y = \frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$; в) $y = \frac{4}{x^2+3}$;

г) $y = \frac{4}{(x-1)^2-1}$; д) $y = \frac{1}{|x|-5}$; е) $y = \frac{4}{3-|x|}$.

2.414. Деяка функція y для $x = -7; -4; -3; 3; 4; 7$ набуває таких значень y : 17; 11; 9. Чи можна цю функцію задати формулою:

а) $y = 2|x| + 3$; б) $y = x^2 + 1$?

2.415. Функцію задано формулою $y = 4x - 1$. Чи належить графіку цієї функції точка: $A(1; 3)$, $B(0; 0)$, $C(-1; -5)$, $D\left(\frac{1}{2}; 1\right)$, $E(1; 1)$?

2.416. Побудуйте графік функції $y = 1 - 3|x|$ для значень аргументу: $x = -2; -1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; 1; 2$. Як розміщені точки графіка відносно осі ординат?

2.417. Кожному натуральному числу відповідає протилежне йому число. Чи буде така залежність функцією?

2.418. Кожному додатному раціональному числу $\frac{m}{n}$, де m і n – натуральні числа, відповідає обернене до нього число $\frac{n}{m}$. Чому така залежність буде функцією? Знайдіть її значення для $x = \frac{2}{3}; \frac{6}{7}; 100$.

2.419. Кожному числу $\frac{m}{n}$ відповідає протилежне йому число $-\frac{m}{n}$. Чи буде така залежність функцією?

2.420. Кожному натуральному числу n відповідає остача від ділення цього числа на 5. Чому така залежність буде функцією? Яка область її визначення? Знайдіть значення функції, якщо $n = 10; 20; 30; 45$.

2.421. Нехай трикутник ABC симетричний трикутнику $A_1B_1C_1$ відносно прямої l . Кожній точці M трикутника ABC будемо ставити у відповідність точку M_1 трикутника $A_1B_1C_1$, симетричну відносно прямої l . Чи буде така відповідність функцією?

2.422. В яких точках перетинає осі координат графік функції:

- а) $y = 4x - 1$; б) $y = -0,2x + 0,4$; в) $y = \frac{3}{x-1} - 2$;
г) $y = \frac{-3}{x+2} + 4$; д) $y = \sqrt{x+4} - 1$; е) $y = \sqrt{2x+1} - 3$;
є) $y = (x-2)^2 - 9$; ж) $y = -(x+3)^3 + 7$; з) $y = (x-1)^3 - 27$;
и) $y = (x+1)^3 + 27$?

2.423. Чи проходить графік функції $y = 8x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ через точку:

- а) $A(1; 5)$; б) $B(3; 185)$; в) $C(-1; 4)$; г) $D\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$?

2.424. Доведіть, що для всіх від'ємних значень аргументу x функція $y = x^5 - x^4 + x - 1$ також набуває від'ємних значень.

2.425. Побудуйте графік функції $y = \frac{-2x^2 + 7x - 3}{x - 3}$.

2.426. Чи проходить графік рівняння $5x^2 - 6xy + y^2 = 0$ через точку:

- а) $A(1; 1)$; б) $B(0; 0)$; в) $C(5; 15)$; г) $D(5; 3)$; д) $E(2; -2)$?

2.427. Які з точок $A(1; 0)$, $B(-1; 10)$, $C(0; 4)$, $D(0; 6)$ є спільними для графіків функцій $y = x^2 - 5x + 4$ і $y = -x^2 - 5x + 6$?

2.428. Дано квадрат $ABCD$. Знайдіть координати двох його вершин, якщо:

- 1) $A(1; 3)$, $B(1; -1)$; 2) $A(2; 1)$, $B(4; 1)$.

2.429. Дано точку з координатами $(a; b)$. Побудуйте точку:
а) з протилежною абсцисою; б) з протилежною ординатою;
в) з протилежними координатами; г) з координатами $(b; a)$.

Зробіть висновок щодо розміщення цих точок по відношенню до точки $(a; b)$. Точку $(a; b)$ взяти по черзі в кожному координатному куті.

2.430. Дано точку $(a; b)$ Побудувати точки $(|a|, b); (a, |b|); (|a|, |b|)$. Розглянути всі можливі випадки розміщення точки $(a; b)$ на координатній площині.

2.431. Рухаючись за течією, швидкість якої дорівнює v_1 км/год, моторний човен долає відстань від пристані M до N за t год. На якій відстані від пристані M буде моторний човен, якщо рухатиметься t годин від пристані N до M (швидкість човна в стоячій воді v км/год)?

2.432. На склад, на якому зберігалось 50 т вугілля, почали завозити щотижня ще по 12 т. Скільки тонн вугілля буде на складі через 3 тижні? 5 тижнів? 8 тижнів? t тижнів?

2.433. Турист, рухаючись зі швидкістю 5 км/год, здійснив 6-годинний похід із пункту A в пункт B . Через 3 год він зробив годинну зупинку. Виразіть довжину шляху s як функцію часу t . Побудуйте графік цієї функції.

2.434. Із пункту A в пункт B вийшов пішохід із постійною швидкістю 4 км/год. На якій відстані y від пункту B знаходитиметься пішохід через x год, якщо відстань між пунктами A і B 12 км? Обчисліть цю відстань для $x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{3}{4}$; $x = \frac{4}{3}$; $x = 2$ год.

Вкажіть область визначення і область зміни функції, яка виражає залежність шляху від часу. Зобразіть цю залежність графічно.

2.435. У резервуарі відкрили трубу, через яку щохвилини витікає 15 л води. Скільки води залишиться в резервуарі через x хвилин, якщо до відкриття труби резервуар містив 300 л води? Вкажіть область визначення і область зміни функції. Зобразіть графічно залежність кількості води в резервуарі від часу.

2.436. Побудуйте графік функції, що задана формулою $y = -\frac{1}{3}x$, і, користуючись цим графіком, знайдіть:

а) значення y , якщо $x = -6; -3; -1; 1; 3; 6$;

б) значення x , якщо $y = -\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{3}$;

в) ті значення x , для яких значення змінної y додатні; від'ємні; дорівнюють нулю;

г) чи існує таке значення x , для якого $y = -4,5; -30; 100; 500$?

Якщо існує, то знайдіть його.

2.437. Побудуйте графік функції, що задана формулою $y = 3x$. Знайдіть за допомогою графіка:

а) значення функції y , якщо $x = \frac{2}{3}; x = \frac{1}{9}; x = -3; x = -2$;

б) значення функції y , якщо $-4 \leq x \leq -1; 2 \leq x \leq 4$;

в) значення x , для яких $y \geq 3; y \leq -3$.

2.438. Побудуйте графік функції, що задана формулою $y = -1,5x$. За допомогою графіка знайдіть:

а) значення y , якщо $x = -1; -\frac{2}{3}; 0; \frac{2}{3}; 1$;

б) значення x , для яких $y = -3; -6; 3; 6$;

в) значення y , якщо $-8 \leq x \leq -4; 2 \leq x \leq 6$;

г) значення x , для яких $y \geq 1, y \leq -1$.

2.439. Покажіть схематично, як розміщений графік функції:

а) $y = 0,7x$; б) $y = -0,3x$; в) $y = 1\frac{2}{3}x$; г) $y = -6,3x$;

д) $y = px$, де $p > 0$;

е) $y = px$, де $p < 0$.

2.440. Пряма $y = \frac{5}{12}x + \frac{1}{4}$ проходить через дві точки з цілочисловими координатами $A(9; 4)$, $B(-3; -1)$. Чи є на цій прямій ще точки з цілочисловими координатами?

2.441. Чи буде лінійною функція, що задана формулою (якщо так, то знайдіть k і b для $y = kx + b$):

а) $y = -2 + 3x$;

б) $y = -0,3x + 0,1$;

в) $y = -0,02x$;

г) $y = \frac{0x - 3}{5}$;

д) $y = \frac{x}{10}$;

е) $y = \frac{10}{x}$;

є) $y = 1 - 4x$; ж) $y = \frac{4-x}{3}$; з) $y = \frac{1}{2}(4+x)$?

2.442. Чи перетинаються графіки функцій $y = x + 1$; $y = -x + 5$;
 $y = \frac{1}{4}x + 2$; $y = \frac{1}{2}x$ у точці $A(2; 3)$?

2.443. Як розміщений відносно графіка функції, що задана формулою $y = -\frac{1}{2}x$, графік функції, що задана формулою:

а) $y = -\frac{1}{2}x + 2$; б) $y = -\frac{1}{2}x - 2$?

2.444. Побудуйте графік функції, що задана формулою $y = -0,3x + 2$. За графіком знайдіть:

- а) для яких значень x $y = 3$; 6 ; 9 ;
- б) якого значення набуває функція, якщо $x = 4$; 8 ; 16 ;
- в) всі значення x , для яких функція набуває від'ємних значень; додатних значень; значень, що дорівнюють нулю; більші за 5 ; менші за 4 ;
- г) значення y , якщо $-5 \leq x \leq -1$; $1 \leq x \leq 5$.

2.445. Точка $A(-1; 2)$ є спільною для графіків функцій $y_1 = -6x - 4$ і $y_2 = 3x + 5$. Користуючись графіками цих функцій, установіть, для яких x виконується нерівність $y_1 < y_2$; $y_1 > y_2$.

2.446. Побудуйте графік функції $y = 2x + 3$. Скориставшись графіком, знайдіть ті x , для яких значення функції y :

- а) дорівнює 10 ; більше від 10 ; менше від 10 ;
- б) більші за 7 , але менші за 14 ; в) більші за -3 , але менші за 3 .

2.447. Не будуючи графіка, з'ясуйте, чи проходить графік функції, що задана формулою $y = 100x - 5$, через точку:

а) $A\left(\frac{1}{2}; 45\right)$; б) $B\left(\frac{1}{5}; 15\right)$; в) $C(-1; 30)$; г) $D(-2; 100)$.

2.448. Функцію задано формулою $y = 0,01x - 1$. Знайдіть:

- а) значення y , коли $x = -50$; -10 ; -1 ; 20 ;
- б) для яких значень x $y > 0$; $y = 0$; $y < 0$.

2.449. В одній системі координат побудуйте графіки лінійних функцій, заданих формулами:

а) $y = \frac{1}{3}x$; б) $y = -2x$; в) $y = 0x$; г) $y = \frac{1}{3}x + 2$; д) $y = -2x + 4$;
 е) $y = 0x - 0,5$; є) $y = \frac{1}{3}x - 2$; ж) $y = -2x - 4$; з) $y = 0x + 5$.

Назвіть значення коефіцієнтів k і b для кожної прямої. Як розміщені графіки один відносно одного?

2.450. В одній і тій самій системі координат побудуйте графіки лінійних функцій, заданих формулами:

а) $y = 4x + 2$; б) $y = -5x + 3$; в) $y = -4x + 2$;
 г) $y = -0,5x + 3$; д) $y = 0,3x + 2$; е) $y = \frac{1}{3}x + 3$.

Назвіть коефіцієнти k і b для кожної прямої. Запишіть координати точки, через яку проходять графіки цих функцій.

2.451. Функцію задано формулою $y = 3 - kx$. Для якого значення k графік цієї функції проходить через точку:

а) $A(5; 10)$; б) $B(-1; 1)$?

2.452. Функцію задано формулою $y = 4x - b$. Для якого значення b графік цієї функції проходить через точку:

а) $A\left(\frac{1}{4}; 6\right)$; б) $B(-5; 5)$?

2.453. Функцію задано формулою $y = kx - 5$. Для якого значення k графік цієї функції паралельний графіку функції, що задана формулою:

а) $y = 11 - 4x$; б) $y = 3x - 10$; в) $y = 0,9x - 0,9$;
 г) $y = \frac{x - 5}{3}$; д) $y = \frac{1}{3}x$; е) $y = -\frac{1}{3}x$?

2.454. Функцію задано формулою $y = 6 + kx$. Для якого значення k графік цієї функції проходить через точку:

а) $A(5; -3)$; б) $B(4; 3)$; в) $B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$?

2.455. Через точку $A(-3; 4)$ проведені пряма, що проходить через початок координат, і коло з центром на початку координат. Знайдіть координати другої точки перетину прямої та кола.

2.456. Знайдіть значення k , якщо через точку з координатами $(2; 7)$ проходить графік функції:

а) $y = kx + 3$; б) $y = \frac{1}{2}kx + 1$; в) $y = 3kx - 1$; г) $y = -\frac{3}{2}kx - 2$.

2.457. Знайдіть значення b , якщо через точку з координатами $(-3; -4)$ проходить графік функції:

а) $y = 3x + b$; б) $y = -\frac{1}{3}x + b$; в) $y = -6x - b$; г) $y = \frac{1}{2}x - b$.

2.458. Функцію задано формулою $y = 1,5 - 0,1x$. Знайдіть значення функції для $x = 25$; 60 ; -100 ; $-0,1$; $0,05$. Для яких значень x значення функції дорівнює 0 ; -5 ? Для якого значення x значення функції більші від 0 ; менші від 0 ; більші за -5 ; менші за -5 ?

2.459. Не будуючи графіків лінійних функцій, заданих формулами $y = \frac{1}{3}x - 4$; $y = 100x + 5$; $y = 1,2 + 0x$; $y = 7 - \frac{1}{10}x$; $y = 5 - 200x$, знайдіть:

- а) прямі, кут нахилу яких до додатної півосі x гострий;
- б) прямі, кут нахилу яких до додатної півосі x тупий;
- в) як розміщена відносно осей пряма $y = 1,2 + 0x$.

2.460. Покажіть, що графіки функцій, заданих формулами $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$, де $k_1 \neq k_2$, перетинаються, і знайдіть абсцису точки перетину.

2.461. Напишіть рівняння, графіком якого є пряма, що проходить через точки: $(-2; 3)$, $(-3; 2)$.

2.462. Напишіть рівняння прямої, яка:

- а) паралельна прямій $y = 2x - 1$ і проходить через точку $\left(2\frac{1}{2}; -2\right)$;
- б) паралельна прямій $y = 3 - x$ і проходить через точку $(3; 4)$.

2.463. Не будуючи графіка, з'ясуйте, чи існує на прямій $3x + 7y = 100$ точка, ордината якої дорівнює абсцисі.

2.464. Знайдіть двоцифрове число, яке дорівнює почетвереній сумі його цифр.

2.465. Знайдіть область значень функції:

- а) $y = |x|$; б) $y = |2x - 1|$; в) $y = |x| - 2$; г) $y = |4x - 3| + 5$;
- д) $y = |x - 2| + |x - 3|$; е) $y = |2x + 3| + |3x + 2|$; є) $y = |2x| - x$;

$$\text{ж) } y = |2x - 5| + |3x - 15| - 2x + 1; \quad \text{з) } y = -|8x - 24| - 0,24;$$

$$\text{и) } y = -|5x - 8| + 11; \quad \text{і) } y = -|x - 5| - |x - 9| - 2,5;$$

$$\text{ї) } y = -|x + 13| - |x + 18| + 4; \quad \text{й) } y = |x + 1| + |x| + |x - 1|;$$

$$\text{к) } y = -|x - 2| - |x - 4| - |x - 6|;$$

$$\text{л) } y = \left| \frac{1}{2}x - 2 \right| + \left| \frac{1}{3}x - 2 \right| + \left| \frac{1}{4}x - 2 \right| + \frac{1}{5}x;$$

$$\text{м) } y = \left| 2x + \frac{1}{2} \right| + \left| 3x + \frac{1}{3} \right| + \left| 4x + \frac{1}{4} \right| - x.$$

2.466. Знайдіть область значень функції:

$$\text{а) } y = |x - 1|, \text{ якщо } -1 \leq x \leq 5; \quad \text{б) } y = |x + 3|, \text{ якщо } -8 \leq x \leq -2;$$

$$\text{в) } y = |10x - 1|, \text{ якщо } 0 \leq x \leq 4; \quad \text{г) } y = -|x + 4|, \text{ якщо } -5 \leq x \leq 5;$$

$$\text{д) } y = -|5x - 11|, \text{ якщо } 3 \leq x \leq 7; \quad \text{е) } y = |x + 5| + 6, \text{ якщо } -6 \leq x \leq 6;$$

$$\text{є) } y = |4 - x| - 5, \text{ якщо } 10 \leq x \leq 12; \quad \text{ж) } y = -|3x - 2| + 19, \text{ якщо } 0 \leq x \leq 15;$$

$$\text{з) } y = -|5x + 3| - 4, \text{ якщо } -3 \leq x \leq 2; \quad \text{и) } y = |x + 4| + |x - 4|, \text{ якщо } -4 \leq x \leq 4.$$

2.467. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

$$\text{а) } y = 5x - 2, \text{ якщо } 1 \leq x \leq 6; \quad \text{б) } y = 3x + 3, \text{ якщо } -7 \leq x \leq -3;$$

$$\text{в) } y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}, \text{ якщо } -4 \leq x \leq 4; \quad \text{г) } y = -2x + 5, \text{ якщо } -10 \leq x \leq 5;$$

$$\text{д) } y = -0,2x - 0,6, \text{ якщо } -1 \leq x \leq 4; \quad \text{е) } y = -\sqrt{3}x + 4, \text{ якщо } -\sqrt{3} \leq x \leq 3\sqrt{3};$$

$$\text{є) } y = |x - 2| + x + 3, \text{ якщо } 3 \leq x \leq 12;$$

$$\text{ж) } y = |x + 1| + 4x - 3, \text{ якщо } 0 \leq x \leq 6.$$

2.468. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

$$\text{а) } y = 4x + 5, \text{ якщо } x \geq \frac{1}{4}; \quad \text{б) } y = 6x + 3, \text{ якщо } x \leq -2;$$

$$\text{в) } y = 7x - 5, \text{ якщо } x \geq -3; \quad \text{г) } y = 9x + 4, \text{ якщо } x \leq 6;$$

$$\text{д) } y = -\frac{1}{2}x + 10, \text{ якщо } x \geq 4; \quad \text{е) } y = -3x - \frac{1}{4}, \text{ якщо } x \leq \frac{1}{3};$$

$$\text{є) } y = -8x - 0,4, \text{ якщо } x \geq -0,5; \quad \text{ж) } y = -0,1x + 0,9, \text{ якщо } x \geq 0.$$

2.469. Знайдіть область визначення функції, коли відома її область значень:

а) $y = 2x - 5$, якщо $-1 \leq y \leq 4$; б) $y = 4x + 2$, якщо $4 \leq y \leq 7$;

в) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$, якщо $2 \leq y \leq 10$; г) $y = -5x + 12$, якщо $-5 \leq y \leq -1$;

д) $y = -0,4x - 0,5$, якщо $-0,2 \leq y \leq 0,2$;

е) $y = -\sqrt{2}x - 4\sqrt{2}$, якщо $-5\sqrt{2} \leq y \leq 8\sqrt{2}$.

2.470. Знайдіть область визначення функції, коли відома її область значень:

а) $y = 3x - 10$, якщо $y \geq 4$; б) $y = 8x + 5$, якщо $y \leq -9$;

в) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$, якщо $y \geq \frac{3}{4}$; г) $y = -8x + 5$, якщо $y \geq 10$;

д) $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}$, якщо $y \geq \frac{1}{10}$; е) $y = -1,2x + 2,4$, якщо $y \leq 3,6$.

2.471. Побудуйте графік функції:

а) $y = 3x + 10$; б) $y = -2x - 4$; в) $y = -5x + 1$; г) $y = 4x - 12$;

д) $y = \frac{1}{3}x - 1$; е) $y = -\frac{1}{2}x + 4$; є) $y = \frac{1}{4}x + 2$; ж) $y = -\frac{1}{5}x - 3$.

2.472. Побудуйте графік функції:

а) $y = |x - 7|$; б) $y = |3x + 2|$; в) $y = |2x - 7|$; г) $y = |-5x - 5|$;

д) $y = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \right|$; е) $y = |0,4x - 1,2|$; є) $y = -|x + 8|$; ж) $y = -|x - 3|$;

з) $y = -|4x + 2|$; и) $y = -|5 - 2x|$; і) $y = |x - 3| - 1$; ї) $y = |x + 5| + 2$;

й) $y = -|x - 4| + 4$; к) $y = -|x + 2| - 2$.

2.473. Побудуйте графік функції:

а) $y = |x| - 3$; б) $y = |x| + 3$; в) $y = 3|x| - 12$; г) $y = 2|x| + 1$;

д) $y = 0,3|x| - 2,4$; е) $y = -|x| + 3$; є) $y = -|x| - 2$; ж) $y = -4|x| + 5$;

з) $y = -0,9|x| - 1,8$; и) $y = \left| -\frac{1}{2}x \right| - 2$.

2.474. Побудуйте графік функції:

а) $y = |2x - 7| + x$; б) $y = |5x - 2| - x$; в) $y = \left| \frac{1}{2}x - 3 \right| - x + 1$;

г) $y = \left| -\frac{1}{3}x - 2 \right| + 2x - 3$; д) $y = \left| -\frac{1}{5}x + 1 \right| - x + 2$.

2.475. Побудуйте графік функції:

а) $y = 2|x| - x + 1$; б) $y = |x| + 3x - 2$; в) $y = 6x - 5|x|$;
г) $y = \frac{1}{4}|x| + \frac{1}{2}x + 1$; д) $y = \frac{1}{5}|x| - \frac{1}{10}x$.

2.476. Побудуйте графік функції:

а) $y = |x - 1| + |x + 1|$; б) $y = |x + 4| + |x - 4|$; в) $y = |2x - 1| + |2x + 5|$;
г) $y = |x + 3| + |x - 3| + x$; д) $y = |x + 2| + |x - 2| + |x - 3|$;
е) $y = |3x - 6| + |x| - |x + 1|$; є) $y = -|0,3x + 2,1| - |0,3x - 2,1|$;
ж) $y = -|x - 5| - |x + 5| - 2x + 1$.

2.477. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{2x^2}{|x|} - 4$; б) $y = \frac{x^2}{2|x|} + 1$; в) $y = \frac{2x^2}{3|x|} - 3$;
г) $y = \frac{3x^2}{4|x|} - \frac{1}{4}x + 1$; д) $y = -\frac{x^2}{3|x|} + 2$; е) $y = \frac{(x - 3)^2}{|x - 3|} + 1,5$;
є) $y = \frac{(2x + 3)^2}{|2x + 3|} - 2,5$; ж) $y = \frac{(3x - 7)^2}{|3x - 7|} - x - 1$.

2.478. Побудуйте графік функції:

а) $y = \begin{cases} -2x + 3, & \text{якщо } x \geq 0, \\ 4x + 3, & \text{якщо } x < 0; \end{cases}$ б) $y = \begin{cases} 3x - 4, & \text{якщо } x \geq \frac{4}{3}, \\ -\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}, & \text{якщо } x < \frac{4}{3}; \end{cases}$
в) $y = \begin{cases} |x|, & \text{якщо } x \geq -3, \\ x + 6, & \text{якщо } x < -3; \end{cases}$ г) $y = \begin{cases} |x|, & \text{якщо } x \geq -2, \\ |x + 4|, & \text{якщо } x < -2; \end{cases}$
д) $y = \begin{cases} |x - 2|, & \text{якщо } x \geq 0, \\ |x + 2|, & \text{якщо } x < 0; \end{cases}$ е) $y = \begin{cases} -|x| + 1, & \text{якщо } -1 \leq x \leq 1, \\ -|x - 2|, & \text{якщо } 1 < x \leq 3, \\ -|x - 3|, & \text{якщо } 3 < x \leq 5. \end{cases}$

2.479. Побудуйте графік функції, яка задана формулою

$$y = \begin{cases} 2x - 1, & \text{якщо } x < 0, \\ 3x - 2, & \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

2.480. Областю визначення функції є будь-яке число. Якщо $x \leq 0$, то функція задається формулою $y = 4x$, а якщо $x > 0$, то формулою $y = -3x$. Побудуйте графік цієї функції.

2.481. Областю визначення функції є будь-яке число. Якщо $x < 2$, то функція задається формулою $y = 2 - x$, а якщо $x \geq 2$, то формулою $y = x - 2$. Побудуйте графік цієї функції. Як можна задати її однією формулою?

2.482. Побудуйте графік рівняння:

а) $|y| = 7x - 14$; б) $|y| = 3x + 8$; в) $|y| = \frac{1}{2}x - 2$;
 г) $|y| = -\frac{3}{2}x - 3$; д) $|y| = -\frac{5}{3}x - 5$.

2.483. Побудуйте графік рівняння:

а) $|y| = |3x - 12|$; б) $|y| = |4x + 1|$; в) $|y| = |-5x - 3|$;
 г) $|y| = |-2x + 7|$; д) $|y| = |0,2x + 0,4|$.

2.484. Побудуйте графік рівняння:

а) $|y| = 3|x| - 2$; б) $|y| = 2|x| + \frac{1}{2}$; в) $|y| = -\frac{1}{2}|x| + 7$;
 г) $|y| = -6|x| + 18$; д) $|y| = 4|x| + 2$.

2.485. Побудуйте графік рівняння:

а) $|y| = ||x| - 2|$; б) $|y| = ||x| - 5|$; в) $|y| = |0,9 - |x||$;
 г) $|y| = |3|x| - 9|$; д) $|y| = |1,2 - 0,4|x||$; е) $|y - 1| = |x - 2|$;
 є) $|y + 2| = |x + 4|$; ж) $|y + 3| = |x| - 5$; з) $|y - 4| = |x| + 3$.

2.486. Знайдіть площу трикутника, утвореного осями координат і графіком функції:

а) $y = -2x + 6$; б) $y = 4x - 10$; в) $y = 4x + 12$;
 г) $y = -\frac{1}{2}x - 5$.

2.487. Знайдіть площу трикутника, утвореного віссю абсцис і графіком функції:

а) $y = |5x - 15| - 10$; б) $y = \left| \frac{1}{4}x - 3 \right| - 12$;
 в) $y = -\left| \frac{1}{7}x - 3 \right| + 4$; г) $y = -|2x + 18| + 2$.

2.488. Знайдіть площу чотирикутника, утвореного графіками функцій:

а) $y = 4 - |x|$ і $y = 2|x| - 8$; б) $y = |5x - 10| - 4$ і $y = 3 - 2|x - 2|$.

2.489. Доведіть, що функція

$$y = \sqrt{x^2 + 2\sqrt{3}x + 3} + \sqrt{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3}$$

лінійна на кожному з проміжків $(-\infty; -\sqrt{3})$, $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$, $(\sqrt{3}; +\infty)$.

2.490. Доведіть, що функція

$$y = |2x + 1| + |4x - 3|$$

лінійна на кожному з проміжків $(-\infty; -\frac{1}{2})$, $[-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}]$, $(\frac{3}{4}; +\infty)$.

2.491. Доведіть, що функція

$$y = |x + 2| + |x| + |x - 2|$$

лінійна на кожному з проміжків $(-\infty; -2)$, $[-2; 0)$, $[0; 2)$, $[2; +\infty)$.

2.492. Доведіть, що функція

$$y = |x^2 - 3x + 2| - |x^2 - 5x + 4|$$

лінійна на кожному з проміжків $(-\infty; 1]$, $[4; +\infty)$.

2.493. Задайте формулою функцію, графіком якої є пряма, що проходить через точки:

а) $A(2; 5)$, $B(3; 7)$;

б) $A(-3; -5)$, $B(4; 8)$;

в) $A(-4; 1)$, $B(-8; -1)$;

г) $A(-5; -1)$, $B(-10; -4)$.

2.494. Побудуйте графіки функцій за точками перетину з осями координат:

а) $y = -0,8x + 3,2$;

б) $y = 0,8x - 3,2$;

в) $y = 0,8x + 3,2$;

г) $y = -0,8x - 3,2$.

2.495. Знайдіть площу квадрата, утвореного графіками чотирьох лінійних функцій:

$$y = -x + 2; \quad y = -x - 2; \quad y = x + 2; \quad y = x - 2.$$

2.496. Знайдіть площу чотирикутника (ромба), утвореного графіками чотирьох лінійних функцій:

$$y = 4x - 3; \quad y = 4x + 3; \quad y = -4x + 3; \quad y = -4x - 3.$$

2.497. Знайдіть площу чотирикутника, утвореного графіками чотирьох лінійних функцій:

$$y = x - 3; \quad y = -x - 3; \quad y = -5x + 15; \quad y = 5x + 15.$$

2.498. Знайдіть площу чотирикутника, утвореного графіками чотирьох лінійних функцій:

$$y = -x + 5; \quad y = x + 5; \quad y = -x + 2; \quad y = x + 2.$$

2.499. Побудуйте графік функції, що задана формулою $y = \frac{-3}{x}$.

За допомогою графіка:

а) назвіть значення x , для яких значення функції – від'ємні числа; додатні числа;

б) встановіть, чи належать графіку точки $A(3; -1)$, $B(-3; 1)$, $C(2; 3)$, $D(-6; 1)$;

в) назвіть два будь-яких значення x таких, щоб значення функції були протилежними числами.

2.500. Побудуйте графік функції, що задана формулою $y = \frac{4}{x}$.

Знайдіть за графіком:

а) значення y , якщо $x = -4; -2; -1; 1; 2; 4$;

б) для якого значення x $y = -2; -1; 4; 8$;

в) значення x , для якого $y \geq 1; y \leq -1$.

2.501. Покажіть схематично в одній системі координат, як розміщені графіки функцій $y = \frac{a}{x}$ і $y = \frac{b}{x}$, якщо:

а) $0 < x < b$;

б) $a < b < 0$;

в) $a > 0; b < 0$.

2.502. В яких координатних кутах розміщений графік функції, що задана формулою:

а) $y = \frac{3}{2x}$; б) $y = \frac{-2}{5x}$; в) $y = \frac{7}{-2x}$; г) $y = -\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{x}$?

2.503. Яка область визначення функції, що задана формулою:

а) $y = \frac{5}{x(x-5)+5(x-5)}$; б) $y = \frac{1}{2(x+3)+4(x-5)}$?

2.504. Знайдіть ті точки графіка функції $y = \frac{4}{x}$, модуль ординати яких у 4 рази більший за модуль абсциси.

2.505. Знайдіть ті точки графіка функції $y = \frac{5}{x}$, модуль ординати яких у 3 рази більший за модуль абсциси.

2.506. Для яких значень k графік функції $y = \frac{3k}{x-1}$ проходить через точку:

ходить через точку:

- а) $(-1; -3)$; б) $(-2; 2)$; в) $(4; 5)$?

2.507. Областю визначення функції є будь-яке число, відмінне від нуля. Якщо $x < 0$, то функція задається формулою

$y = \frac{5}{x}$, а якщо $x > 0$, – формулою $y = -\frac{5}{x}$. Побудуйте графік цієї функції. Як можна задати її однією формулою?

2.508. Побудуйте графік функції:

$$y = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & \text{якщо } x \leq -1, \\ \frac{4}{x}, & \text{якщо } x \geq 1. \end{cases}$$

2.509. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \frac{2}{x-4}$; б) $y = \frac{5}{2x-1}$; в) $y = \frac{1}{-3x+1}$; г) $y = \frac{13}{-4x+3}$;

д) $y = \frac{4}{-0,2x-0,3}$; е) $y = \frac{7}{\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}}$; є) $y = \frac{x}{x-11}$; ж) $y = \frac{x+1}{2x+3}$;

з) $y = \frac{2x-1}{12x-3}$; и) $y = \frac{-x+3}{-15x+3}$; і) $y = \frac{2x^2+x}{x+2}$; ї) $y = \frac{3x-5}{-0,02x-0,1}$.

2.510. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \frac{2x-5}{x^2}$; б) $y = \frac{17x-1}{x^2-14x+49}$; в) $y = \frac{1-x^2}{\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{16}}$;

г) $y = \frac{3-12x}{(x-5)^2}$; д) $y = \frac{12}{(x-6)^2-4}$; е) $y = \frac{x^2-1}{-x^2+5}$;

є) $y = \frac{3-x^2}{-x^3+8}$; ж) $y = \frac{1-3x}{(x-2)(x-3)}$; з) $y = \frac{2x^2+2x+1}{(2x-1)(4x+1)}$;

и) $y = \frac{1-5x^2}{(x-7)(x+6)}$; і) $y = \frac{x^2-x+1}{3x^2-28x+32}$; ї) $y = \frac{x^2-121}{\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{40}x - \frac{1}{8}}$;

й) $y = \frac{15x^2-4x+3}{2003x^2-2002x-1}$;

к) $y = \frac{13x^2-1}{724x^2+725x+1}$.

2.511. Знайдіть область визначення функції:

$$\text{а) } y = \frac{17}{|x-5|}; \quad \text{б) } y = \frac{13}{|x+0,3|}; \quad \text{в) } y = \frac{1}{|x|-2\frac{1}{3}};$$

$$\text{г) } y = \frac{23}{|x|-0,01}; \quad \text{д) } y = \frac{1}{2|x|-7}; \quad \text{е) } y = \frac{4-x}{13|x|-39};$$

$$\text{є) } y = \frac{3}{||x|-50|}; \quad \text{ж) } y = \frac{10x-1}{|10|x|-1|}; \quad \text{з) } y = \frac{3|x|-1}{|60|x|-180|};$$

$$\text{и) } y = \frac{16x^2-x}{-|2x-3|+4}; \quad \text{і) } y = \frac{81x^2-1}{-5|x|+20}; \quad \text{ї) } y = \frac{x^2}{|2|x|-1|-4};$$

$$\text{й) } y = \frac{5}{|3x-1|+2x-3}; \quad \text{к) } y = \frac{1}{|10x-13|-(8x+3)};$$

$$\text{л) } y = \frac{1}{|4-3x|-(7+2x)}; \quad \text{м) } y = \frac{18}{|5x-1|-|3x+4|};$$

$$\text{н) } y = \frac{4x-3}{|x-2|+|x-5|}.$$

2.512. Знайдіть область визначення функції:

$$\text{а) } y = \frac{1}{x^2-9|x|+20}; \quad \text{б) } y = \frac{4}{7x^2-15|x|+2}; \quad \text{в) } y = \frac{12}{(x-6)^2-4};$$

$$\text{г) } y = \frac{x^2+x+1}{|15x^2-52|x|+32|}; \quad \text{д) } y = \frac{1-11x}{|x^2-3x+1|-2};$$

$$\text{е) } y = \frac{13x^2-x-1}{x^2-|5x+1|}; \quad \text{є) } y = \frac{8x-3}{|x^2-2x|-1}; \quad \text{ж) } y = \frac{x^2-9}{|x^2-4|-3x};$$

$$\text{з) } y = \frac{13}{|x^2-5x+4|+|x^2-3x+2|}; \quad \text{и) } y = \frac{13}{|x^2-5x+4|+|x^2-3x+2|};$$

$$\text{і) } y = \frac{32x^2+1}{x^2-4-(|x|-2)}; \quad \text{ї) } y = \frac{1}{|x^2-9|-|x^2-16|}.$$

2.513. Знайдіть область визначення функції:

$$\text{а) } y = \frac{3}{(x-2)(x-4)(x-5)}; \quad \text{б) } y = \frac{1}{(x+10)(x+5)(x+2)(x-11)};$$

$$\text{в)} y = \frac{1}{(x^2 - 3)(x^2 - 7)}; \quad \text{г)} y = \frac{5}{(x + 4)(7x^2 - 5x - 2)};$$

$$\text{д)} y = \frac{6x + 7}{(5x^2 - 12|x|)(3x^2 - 10|x|)};$$

$$\text{е)} y = \frac{3}{(16x^2 - 46|x| + 15)\left(x^2 - \frac{14}{15}|x| + \frac{1}{5}\right)}.$$

2.514. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

$$\text{а)} y = \frac{1}{x-2}, \text{ якщо } 3 \leq x \leq 5; \quad \text{б)} y = \frac{1}{3x+2}, \text{ якщо } -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3};$$

$$\text{в)} y = \frac{4}{x-5}, \text{ якщо } 5,5 \leq x \leq 10; \quad \text{г)} y = \frac{5}{8-x}, \text{ якщо } 0 \leq x \leq 7,5;$$

$$\text{д)} y = \frac{6}{7-x}, \text{ якщо } 7,5 \leq x \leq 10; \quad \text{е)} y = \frac{3}{x-12} + 1, \text{ якщо } 13 \leq x \leq 15;$$

$$\text{є)} y = \frac{10}{x+2} - 1, \text{ якщо } -6 \leq x \leq -3; \quad \text{ж)} y = \frac{x}{x-2}, \text{ якщо } -1 \leq x \leq 1.$$

2.515. Знайдіть область визначення функції, коли відома область її значень:

$$\text{а)} y = \frac{7}{x-3}, \text{ якщо } 1 \leq y \leq 7; \quad \text{б)} y = \frac{9}{2x+1}, \text{ якщо } 1 \leq y \leq 9;$$

$$\text{в)} y = \frac{12}{4-x}, \text{ якщо } 1 \leq y \leq 4; \quad \text{г)} y = \frac{16}{5-x}, \text{ якщо } 2 \leq y \leq 8;$$

$$\text{д)} y = \frac{11}{6-x} + 3, \text{ якщо } 4 \leq y \leq \frac{29}{6}; \quad \text{е)} y = \frac{15}{3x+1} - 2, \text{ якщо } \frac{1}{7} \leq y \leq 13.$$

2.516. Знайдіть область значень функції:

$$\text{а)} y = \frac{1}{|x|+2}; \quad \text{б)} y = \frac{3}{|x|+0,3}; \quad \text{в)} y = \frac{-5}{|x|+1}; \quad \text{г)} y = \frac{8}{-|x|-0,2}.$$

2.517. Для яких значень k графік функції $y = \frac{k^2 + k}{x + 2}$ проходить через точку: а) $(1; 2)$; б) $(-3; -3)$; в) $(-1; 2)$?

2.518. Чи проходить графік функції $y = \frac{6}{x+3}$ через точку:

$$\text{а)} (0; 2); \quad \text{б)} (3; 1); \quad \text{в)} (-1; 4); \quad \text{г)} (-2; 6); \quad \text{д)} (-0,5; 4)?$$

2.519. Знайдіть точки перетину графіка функції $y = \frac{1}{x+3} - 4$

з осями координат.

2.520. Знайдіть точки перетину графіка функції $y = \frac{3}{x-2} + 1$

з осями координат.

2.521. Знайдіть точки перетину графіка функції $y = -\frac{2}{x-5} - 3$

з осями координат.

2.522. Знайдіть точки перетину графіків функцій:

а) $y = \frac{5}{x-2} - 1$ і $y = \frac{4}{x+1}$; б) $y = \frac{2}{2x+1} - 1$ і $y = \frac{5}{x+3} - \frac{2}{3}$;

в) $y = \frac{-2}{x-4} + 2$ і $y = \frac{-3}{x-5} + 4$.

2.523. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = \frac{12}{x-1}$; б) $y = \frac{12}{x+1}$; в) $y = \frac{-12}{x-1}$; г) $y = \frac{-12}{x+1}$;

д) $y = \frac{3}{2x-3} - 1$; е) $y = \frac{3}{2x+3} - 1$; є) $y = \frac{-4}{5x-2} + 3$; ж) $y = \frac{-4}{5x+2} - 3$;

з) $y = \frac{2}{|x|+1}$; и) $y = -\frac{5}{|x|+2}$; і) $y = \frac{7}{|x-1|}$; ї) $y = \frac{10}{|x+2|}$;

й) $y = \frac{10}{|5x-2|}$; к) $y = \frac{-8}{|4x-3|}$; л) $y = \frac{-8}{4x+3}$.

2.524. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{2}{x}$; б) $y = -\frac{2}{x}$; в) $y = \frac{1}{2x}$; г) $y = -\frac{1}{2x}$;

д) $y = \frac{0,2}{x}$; е) $y = -\frac{0,2}{x}$.

2.525. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{1}{x-1}$; б) $y = \frac{1}{1-x}$; в) $y = \frac{3}{x-2}$; г) $y = \frac{3}{2-x}$;

д) $y = \frac{0,5}{x-3}$; е) $y = \frac{0,5}{3-x}$; є) $y = \frac{4}{x+1}$; ж) $y = \frac{-4}{x+1}$;

з) $y = \frac{1}{2(x+3)}$; и) $y = \frac{-1}{2(x+3)}$.

2.526. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{1}{x} - 1$;

б) $y = \frac{1}{x} + 1$;

в) $y = \frac{2}{x} - 2$;

г) $y = \frac{2}{x} + 2$;

д) $y = \frac{2}{-x} - 2$;

е) $y = \frac{2}{-x} + 2$.

2.527. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{1}{x-2} + 1$;

б) $y = \frac{1}{x+2} + 1$;

в) $y = \frac{1}{x-2} - 1$;

г) $y = \frac{1}{x+2} - 1$;

д) $y = \frac{4}{x+1} + \frac{1}{2}$;

е) $y = \frac{4}{x-1} + \frac{1}{2}$;

є) $y = \frac{4}{x+1} - \frac{1}{2}$;

ж) $y = \frac{4}{x-1} - \frac{1}{2}$;

з) $y = -\frac{4}{x+1} - \frac{1}{2}$;

и) $y = -\frac{4}{x+1} + \frac{1}{2}$;

і) $y = -\frac{4}{x-1} - \frac{1}{2}$;

ї) $y = -\frac{4}{x-1} + \frac{1}{2}$.

2.528. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{3}{2x-1} + 2$;

б) $y = \frac{3}{2x-1} - 2$;

в) $y = \frac{3}{1-2x} + 2$;

г) $y = \frac{3}{1-2x} - 2$;

д) $y = \frac{1}{3x+1} - 3$;

е) $y = \frac{1}{3x+1} + 3$;

є) $y = 3 - \frac{1}{3x+1}$;

ж) $y = \frac{0,4}{2x-3} + 4$;

з) $y = \frac{0,4}{2x-3} - 4$;

и) $y = \frac{0,4}{2x+3} + 4$;

і) $y = \frac{0,4}{2x+3} - 4$;

ї) $y = 4 - \frac{0,4}{2x+3}$.

2.529. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{1}{|x|}$;

б) $y = -\frac{1}{|x|}$;

в) $y = \frac{2}{|x|-1}$;

г) $y = \frac{-2}{|x|-1}$;

д) $y = \frac{2}{|x|+1}$;

е) $y = -\frac{2}{|x|+1}$;

є) $y = \frac{-3}{4-|x|}$;

ж) $y = \frac{3}{4-|x|}$;

з) $y = \frac{3}{|x|-1}$;

и) $y = \frac{3}{|x|-1} + 1$;

і) $y = \frac{3}{|x|+1} - 1$;

ї) $y = \frac{3}{|x|+1} + 1$.

2.530. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{1}{|x-4|}$; б) $y = \frac{1}{|x+4|}$; в) $y = \frac{3}{|x+1|}$; г) $y = \frac{3}{|x-1|}$;
д) $y = -\frac{3}{|x+1|}$; е) $y = -\frac{3}{|x-1|}$; є) $y = \frac{1}{|x-1|} + 1$; ж) $y = \frac{1}{|x-1|} - 1$;
з) $y = -\frac{1}{|x-1|} - 1$; и) $y = -\frac{1}{|x-1|} + 1$; і) $y = \frac{1}{|x+1|} + 1$;
ї) $y = \frac{1}{|x+1|} - 1$; й) $y = -\frac{1}{|x+1|} - 1$; к) $y = -\frac{1}{|x-1|} + 1$.

2.531. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{0,3}{|x|-0,3} - 1$; б) $y = \frac{0,3}{|x|-0,3} + 1$; в) $y = \frac{0,3}{|x|+0,3} + 1$;
г) $y = \frac{0,3}{|x|+0,3} - 1$; д) $y = -\frac{0,3}{|x|-0,3} + 1$; е) $y = \frac{-0,3}{|x|-0,3} - 1$;
є) $y = -\frac{0,3}{|x|+0,3} + 1$; ж) $y = -\frac{0,3}{|x|+0,3} - 1$.

2.532. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{2}{4|x|-3} + 1$; б) $y = \frac{3}{2|x|-4} - 2$; в) $y = \frac{0,2}{0,2|x|-1} + 3$;
г) $y = \frac{0,8}{0,3|x|+2} - 1$; д) $y = \frac{0,8}{0,3|x|-2} + 1$; е) $y = \frac{4}{3|x|-1} + \frac{4}{3}$;
є) $y = \frac{4}{1-3|x|} - \frac{4}{3}$.

2.533. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{3}{2|x|-x}$; б) $y = \frac{3}{x-3|x|}$; в) $y = \frac{1}{3|x|-2x}$;
г) $y = \frac{1}{4|x|-2x} + 1$; д) $y = \frac{1}{4|x|-2x} - 1$.

2.534. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{2}{|x-1|-1}$; б) $y = \frac{2}{|x-1|+1}$; в) $y = \frac{3}{|x-1|-2}$;

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad y &= \frac{1}{|3x-2|+x}; & \text{д)} \quad y &= \frac{1}{|3x-2|-x}; & \text{е)} \quad y &= \frac{3}{|4x-5|-2x}+1; \\ \text{є)} \quad y &= \frac{3}{|4x-5|+2x}-1. \end{aligned}$$

2.535. Побудуйте графік функції:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad y &= \frac{1}{|x-1|+|x+1|}; & \text{б)} \quad y &= \frac{2}{|x-2|+|x-3|}; & \text{в)} \quad y &= \frac{-3}{|x-4|+|x-2|}; \\ \text{г)} \quad y &= \frac{1}{|2x-3|-|x-4|}; & \text{д)} \quad y &= \frac{1}{|2x+3|-|3x-5|}; \\ \text{е)} \quad y &= \frac{2}{|x-2|+|x+2|}+1; & \text{є)} \quad y &= \frac{3}{|x-4|+|x+4|}-1. \end{aligned}$$

2.536. Побудуйте графік рівняння:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad |y| &= \frac{1}{x-1}; & \text{б)} \quad |y| &= \frac{1}{x+1}; & \text{в)} \quad |y| &= \frac{4}{x+4}; & \text{г)} \quad |y| &= \frac{0,9}{x-0,9}+0,9; \\ \text{д)} \quad |y| &= \frac{3}{1-x}+1; & \text{е)} \quad |y| &= \frac{3}{1-x}-1; & \text{є)} \quad |y| &= \frac{1}{2-3x}-2. \end{aligned}$$

2.537. Побудуйте графік рівняння:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad |y| &= \frac{2}{|x|-3}; & \text{б)} \quad |y| &= \frac{2}{|x|+2}; & \text{в)} \quad |y| &= \frac{1}{|x|-1}+1; \\ \text{г)} \quad |y| &= \frac{1}{|x|-1}+1; & \text{д)} \quad |y| &= \frac{1}{|x|+1}-1; & \text{е)} \quad |y| &= \frac{1}{|x|+1}+1. \end{aligned}$$

2.538. Побудуйте графік рівняння:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad |y| &= \frac{0,5}{|x-0,5|}; & \text{б)} \quad |y| &= \frac{4}{|x-3|}; & \text{в)} \quad |y| &= \frac{4}{|x+3|}; \\ \text{г)} \quad |y| &= \frac{4}{|x-3|}+2; & \text{д)} \quad |y| &= \frac{4}{|x-3|}-2. \end{aligned}$$

2.539. Побудуйте графік рівняння:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad |y| &= \left| \frac{6}{3x-5} \right|; & \text{б)} \quad |y| &= \left| \frac{4}{2x-3} \right|; & \text{в)} \quad |y| &= \left| \frac{3}{x-4} - 1 \right|; \\ \text{г)} \quad |y| &= \left| \frac{3}{x-4} + 1 \right|; & \text{д)} \quad |y| &= \left| \frac{-2}{x-3} - 2 \right|; & \text{е)} \quad |y| &= \left| \frac{-2}{x-3} + 2 \right|. \end{aligned}$$

2.540. За графіком функції $y = x^2$ знайдіть:

- а) значення y , якщо $x = -3,1; -2,2; -1,5; 1,5; 2,2; 3,1$;
 б) значення x , якщо $y = 2; 1,69; 7; 10$.

2.541. Знайдіть ті точки графіка функції $y = x^2$, координата яких:

- а) дорівнює абсцисі; б) у 2 рази більша за абсцису;
в) у 10 разів більша за абсцису.

2.542. Знайдіть ті точки графіка функції $y = x^3$, ордината яких дорівнює абсцисі.

2.543. Для якого додатного значення аргументу x ордината точки графіка функції $y = x^2$ в n разів більша за абсцису?

2.544. В яких точках графіка функції $y = x^2$ модуль абсциси в 3 рази менший від ординати?

2.545. Побудуйте графік функції $y = \frac{1}{3}x^2$. За графіком знайдіть:

- а) значення y , якщо $x = -2; -1,5; 0,9; 3,3$;
б) значення x , для яких $y = 4; 6; 0,8$;
в) кілька значень аргументу x , для яких значення функції більше ніж 4; менше ніж 4.

2.546. Чи належить графіку функції $y = \frac{1}{5}x^2$ точка:

- а) $M(5;5)$; б) $N(10;20)$; в) $P(-1; 0,2)$; г) $D(-35; 245)$; д) $C(30; 120)$?

2.547. Побудуйте графіки функцій $y = \frac{2}{3}x^2$, $y = 1\frac{1}{2}x^2$.
Знайдіть значення цих функцій, якщо $x = -1,5; 1,5; -0,5; 0,5$.

2.548. Як зміниться значення функції $y = x^2$ при збільшенні додатного значення аргументу на 1?

2.549. Знайдіть координати точок, які є спільними для графіків функцій $y = -\frac{1}{4}x^2$ і $y = \frac{1}{2}x$.

2.550. Як зміниться площа квадрата, якщо його сторони збільшити: у 5 разів? в 11 разів? у m разів, де m – натуральне число? зменшити: у 3 рази? в m разів, де m – натуральне число? Як треба змінити сторону квадрата, щоб його площа збільшилась: у 9 разів? у 25 разів? у n^3 разів? у n^4 разів, де n – натуральне число?

2.551. Як треба змінити сторону квадрата, щоб його площа зменшилась: у 36 разів? у m^2 разів? у m^4 разів, де m – натуральне число?

2.552. Сторона квадрата дорівнює n см (n – натуральне число). На скільки квадратних сантиметрів збільшиться площа квадрата, якщо його сторону збільшити: на 1 см? на 2 см? на 10 см? на n см?

2.553. Побудуйте в одній системі координат при одному й тому самому масштабі графіки функцій: $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = \frac{1}{3}x^2$, $y = -\frac{1}{3}x^2$, $y = -3x^2$. Проаналізуйте їх розташування по відношенню один до одного.

2.554. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = x^2 - 4$ і $y = 4 - x^2$. Як за відомим графіком однієї з цих функцій можна геометрично побудувати графік другої функції?

2.555. Як, знаючи графік функції $y = x^2$, можна геометрично побудувати графіки функцій $y = (x + 2)^2$, $y = (x - 2)^2$?

2.556. Побудуйте в одній системі координат при одному й тому самому масштабі графіки функцій: $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 1$, $y = -x^2 + 1$, $y = -x^2 - 1$. Проаналізуйте їх розташування по відношенню один до одного.

2.557. Автомобіль рухається з прискоренням $a = 1,2$ м/с². Побудуйте графік функції $s = \frac{at^2}{2}$, де s – шлях, м; a – прискорення, м/с²; t – час, с. Знайдіть за графіком s , якщо $t = 2$ с; 5 с; 8 с. Знайдіть t , якщо $s = 12$ м; 16 м; 25 м.

2.558. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = x^2$, якщо $-3 \leq x \leq 1$; б) $y = -x^2$, якщо $1 \leq x \leq 5$;

в) $y = \frac{1}{2}x^2$, якщо $-\frac{1}{2} \leq x \leq 8$; г) $y = \frac{1}{3}x^2$, якщо $3 \leq x \leq 9$;

д) $y = (x - 1)^2$, якщо $-1 \leq x \leq 1$; е) $y = (x - 3)^2$, якщо $-3 \leq x \leq 2$;

є) $y = -(x + 2)^2$, якщо $-5 \leq x \leq -3$; ж) $y = -(x - 4)^2$, якщо $1 \leq x \leq 5$.

2.559. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = x^2 - 2$, якщо $\sqrt{2} \leq x \leq 4$; б) $y = x^2 + 3$, якщо $-1 \leq x \leq 2$;

в) $y = x^2 - 0,2$, якщо $0 \leq x \leq 1$; г) $y = -x^2 + \frac{1}{4}$, якщо $-\frac{1}{4} \leq x \leq 1$;
 д) $y = -x^2 - \frac{1}{9}$, якщо $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$.

2.560. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = 2(x - 2)^2 + 1$, якщо $0 \leq x \leq 2$;

б) $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$, якщо $1 \leq x \leq 5$;

в) $y = -3(x + 1)^2 + 1$, якщо $-2 \leq x \leq 4$;

г) $y = 0,1(x - 0,2)^2 - 0,3$, якщо $0,4 \leq x \leq 0,8$.

2.561. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = |x^2 - 4|$, якщо $0 \leq x \leq 1$;

б) $y = |x^2 - 1|$, якщо $-3 \leq x \leq 3$;

в) $y = |x^2 - 9| - 4$, якщо $-4 \leq x \leq 4$;

г) $y = -|x^2 - 2|$, якщо $-1 \leq x \leq 2$;

д) $y = -|x^2 - 3| + 5$, якщо $5 \leq x \leq 6$.

2.562. Побудуйте графік функції:

а) $y = -x^2$; б) $y = (x - 1,5)^2$; в) $y = (x + 1,5)^2$; г) $y = (x - 0,3)^2$;

д) $y = (x + 0,3)^2$; е) $y = -(x + 1)^2$; є) $y = -(x - 2)^2$;

ж) $y = \frac{1}{2}(x - 3)x^2$; з) $y = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$; и) $y = -3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$.

2.563. Побудуйте графік функції:

а) $y = x^2 + 1$; б) $y = x^2 - 4$; в) $y = x^2 + \sqrt{2}$;

г) $y = -x^2 + 4$; д) $y = -x^2 - 2$; е) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$;

є) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$; ж) $y = -2x^2 + 3$; з) $y = -2x^2 - 3$.

2.564. Побудуйте графік функції:

- а) $y = (x - 2)^2 + 1$; б) $y = (x - 2)^2 - 1$; в) $y = (x + 2)^2 + 1$;
г) $y = (x + 2)^2 - 1$; д) $y = -(x - 2)^2 + 1$; е) $y = -(x + 2)^2 - 1$.

2.565. Побудуйте графік функції:

- а) $y = (x + 3)^2 + 2$; б) $y = (x - 4)^2 - 1$; в) $y = (x + 4)^2 - 2$;
г) $y = -(x - 5)^2 + 2$; д) $y = -(x + 3)^2 + 4$; е) $y = -(x - 3)^2 + 9$;
є) $y = -(2x + 1)^2 - 2$.

2.566. Побудуйте графік функції:

- а) $y = |x^2 - 9|$; б) $y = |4 - x^2|$; в) $y = \left|x^2 - \frac{25}{16}\right|$; г) $y = -|x^2 - 1|$;
д) $y = -\left|x^2 - \frac{9}{4}\right|$; е) $y = |(x - 3)^2 - 4|$; є) $y = |1 - (x - 1)^2|$;
ж) $y = |4 - (x + 3)^2|$; з) $y = -|(x - 2)^2 - 2|$; и) $y = -|(x - 4)^2 - 5|$.

2.567. Побудуйте графік функції:

- а) $y = |x^2 - 1| + |x^2 - 4|$; б) $y = |x^2 - 9| + |x^2 - 16|$.

2.568. Побудуйте графік рівняння:

- а) $|y| = x^2 - 3$; б) $|y| = x^2 - 9$; в) $|y| = 16 - x^2$;
г) $|y| = 1 - x^2$; д) $|y| = |x^2 - 4|$; е) $|y| = |x^2 - 3|$;
є) $|y| = |x^2 - 2| - 1$; ж) $|y| = (x - 2)^2 - 2$; з) $|y| = (x - 5)^2 - 3$;
и) $|y| = (x + 2)^2 + 2$; і) $|y| = (x - 4)^2 + 1$.

2.569. Побудуйте графік функції:

- а) $y = \frac{x^3}{|x|} + \frac{3}{2}$; б) $y = \frac{|x|^3}{x} - 3$; в) $y = \frac{(x - 1)^3}{|x - 1|} + 2$; г) $y = \frac{|x + 2|^3}{x + 2} - 1$;
д) $y = \frac{|x^2 - 9|^2}{x^2 - 9}$; е) $y = \frac{|x^2 - 1|^2}{x^2 - 1} + 2$; є) $y = \frac{|4 - x^2|^2}{4 - x^2} - 4$.

2.570. Побудуйте графік функції:

- а) $y = (x + 1, 1)^2$, якщо $-2 \leq x \leq 3$;
б) $y = (x - 3, 5)^2$, якщо $4 \leq x \leq 6$;

в) $y = x^2 + 2$, якщо $-3 \leq x \leq -1$;

г) $y = x^2 - 3$, якщо $1 \leq x \leq 3$;

д) $y = (x - 5)^2 + 1$, якщо $5 \leq x \leq 10$;

е) $y = (x + 3)^2 - 4$, якщо $-4 \leq x \leq 1$.

2.571. Побудуйте графік функції:

а) $y = \begin{cases} -x^2, & \text{якщо } x \geq 0, \\ \frac{1}{2}x, & \text{якщо } x < 0; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} x^2, & \text{якщо } x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{якщо } x > 1; \end{cases}$

в) $y = \begin{cases} (x + 2)^2, & \text{якщо } x \geq -1, \\ -x + 2, & \text{якщо } x < -1; \end{cases}$

г) $y = \begin{cases} -x - 2, & \text{якщо } x < -2, \\ 4 - x^2, & \text{якщо } -2 \leq x \leq 2, \\ x - 2, & \text{якщо } x > 2; \end{cases}$

д) $y = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{якщо } x < -1, \\ x^2, & \text{якщо } -1 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{якщо } x > 1. \end{cases}$

2.572. Площа квадрата зі стороною a обчислюється за формулою $s = a^2$. Задайте формулою залежать a від s .

2.573. Площа рівностороннього трикутника зі стороною a обчислюється за формулою $s = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$. Задайте формулою залежність сторони правильного трикутника від його площі. Знайдіть a , якщо:

а) $s = 81\sqrt{3} \text{ см}^2$; б) $s = 225 \text{ дм}^2$; в) $s = 625\sqrt{3} \text{ см}^2$.

2.574. Площа круга радіусом R обчислюється за формулою $s = \pi R^2$, де $\pi \approx 3,14$. Задайте формулою залежність R від s . Знайдіть R , якщо:

а) $s = 36\pi \text{ см}^2$; б) $s = 2025 \text{ дм}^2$; в) $s = \frac{1}{4} \text{ м}^2$.

2.575. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{x - 4,5}$; б) $y = \sqrt{x + \frac{1}{3}}$; в) $y = \sqrt{7 - x}$;

г) $y = \sqrt{5x - 2}$; д) $y = \sqrt{3x + 8}$; е) $y = \sqrt{9 - 2x}$;
 є) $y = \sqrt{11 - 121x}$; ж) $y = \sqrt{0,01x + 0,1}$; з) $y = \sqrt{-0,05 + 0,1x}$;
 и) $y = \sqrt{-5x + 8}$; і) $y = \sqrt{-64x - 4}$; ї) $y = \sqrt{-\frac{1}{7}x - \frac{1}{49}}$.

2.576. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{2x - \sqrt{3}}$; б) $y = \sqrt{5\sqrt{2}x - 4\sqrt{2}}$; в) $y = \sqrt{\sqrt{5}x - \sqrt{20}}$;
 г) $y = \sqrt{\sqrt{7}x + \sqrt{14}}$; д) $y = \sqrt{-\sqrt{10}x - \sqrt{5}}$; е) $y = \sqrt{\sqrt{147}x - \sqrt{3}}$;
 є) $y = \sqrt{\sqrt{175}x + \sqrt{5}}$; ж) $y = \sqrt{\sqrt{7} - \frac{\sqrt{7}}{7}x}$.

2.577. Знайдіть область визначення функції, коли відома її область значень:

а) $y = \sqrt{x - 2} + 4$, якщо $6 \leq y \leq 10$;
 б) $y = \sqrt{x + 7} - 5$, якщо $2 \leq y \leq 3$;
 в) $y = \sqrt{12 - x} + 3$, якщо $4 \leq y \leq 7$;
 г) $y = \sqrt{3 - 2x} - 4$, якщо $-2 \leq y \leq -1$;
 д) $y = -\sqrt{4x - 3} + 6$, якщо $-5 \leq y \leq 4$;
 е) $y = -\sqrt{5 - 3x} - 2$, якщо $-10 \leq y \leq -5$;
 є) $y = -\sqrt{4 - 5x} + 4$, якщо $-7 \leq y \leq 2$.

2.578. Знайдіть область визначення функції, коли відома її область значень:

а) $y = \sqrt{\frac{1}{4}x - 7}$, якщо $y \geq 8$;
 б) $y = \sqrt{0,3 - 0,1x}$, якщо $y \geq 1$;
 в) $y = \sqrt{2x - 17} + \frac{1}{4}$, якщо $y \geq \frac{1}{2}$;
 г) $y = \sqrt{5x - 4} - \frac{3}{2}$, якщо $y \geq -1$;
 д) $y = \sqrt{10 - 3x} + 5$, якщо $y \geq 7$;
 е) $y = -\sqrt{12x + 4} - 3$, якщо $y \geq -5$;
 є) $y = -\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}$, якщо $y \leq -\frac{2}{3}$.

2.579. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \frac{3}{\sqrt{x-7}}$; б) $y = \frac{12}{\sqrt{x+20}}$; в) $y = \frac{x}{\sqrt{5x-17}}$;
г) $y = \frac{5}{\sqrt{1-2x}}$; д) $y = \frac{4x}{\sqrt{5x+33}}$; е) $y = \frac{x+1}{\sqrt{-x-11}}$;
є) $y = \frac{x^2+1}{\sqrt{0,2x+4}}$; ж) $y = \frac{x^2-3}{\sqrt{\frac{1}{5}x-\frac{1}{10}}}$; з) $y = \frac{x^2-3}{\sqrt{5x+0,45}}$;
и) $y = \frac{1}{\sqrt{|x-4|}}$; і) $y = \frac{x}{\sqrt{|2,5-x|}}$; ї) $y = \frac{7}{\sqrt{|25x+5|}}$.

2.580. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \frac{2x+5}{\sqrt{4x-5}-3}$; б) $y = \frac{5}{\sqrt{8x-7}-11}$; в) $y = \frac{x^2}{\sqrt{3x+12}-6}$;
г) $y = \frac{4}{\sqrt{10-2x}-2}$; д) $y = \frac{x^2-1}{\sqrt{-2x-8}-1}$.

2.581. Знайдіть область значень функції:

а) $y = \sqrt{x}-1$; б) $y = \sqrt{x-2}+2$; в) $y = \sqrt{x+4}-4$;
г) $y = \sqrt{5x+1}+17$; д) $y = \sqrt{4x-10}-0,2$;
е) $y = -\sqrt{12x-4}+8$; є) $y = -\sqrt{5x-4}-3$;
ж) $y = \sqrt{13-6x}+15$; з) $y = -\sqrt{15-2x}+4$; и) $y = \sqrt{32-5x}-7$;
і) $y = -\sqrt{1-x}-1$; ї) $y = \sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}$;
й) $y = \sqrt{x-4}+\sqrt{x-8}-2$; к) $y = -\sqrt{x-3}-\sqrt{x-4}+10$;
л) $y = \sqrt{\frac{1}{2}-x} + \sqrt{\frac{1}{3}-x} - \sqrt{\frac{1}{6}}$.

2.582. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = \sqrt{12x+1}$, якщо $2 \leq x \leq 4$;
б) $y = \sqrt{5x-1}$, якщо $1 \leq x \leq 16$;
в) $y = \sqrt{4-x}$, якщо $-5 \leq x \leq 0$;
г) $y = \sqrt{\frac{1}{2}-2x}$, якщо $-\frac{3}{4} \leq x \leq -\frac{7}{4}$.

2.583. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = \sqrt{3x - 7} + 12$, якщо $3 \leq x \leq 7$;

б) $y = \sqrt{7x + 2} - 5$, якщо $1 \leq x \leq 6$;

в) $y = \sqrt{4 - 5x} + 3$, якщо $-5 \leq x \leq -2$;

г) $y = \sqrt{1 - \frac{1}{3}x} - 13$, якщо $-12 \leq x \leq -9$;

д) $y = 4 - \sqrt{2x - 5}$, якщо $3 \leq x \leq 15$;

е) $y = -4 - \sqrt{x - 8}$, якщо $9 \leq x \leq 24$;

є) $y = 3 - \sqrt{7 - x}$, якщо $-2 \leq x \leq 3$;

ж) $y = \sqrt{x - 5} - 13$, якщо $9 \leq x \leq 69$.

2.584. Знайдіть область визначення функції, коли відома її область значень:

а) $y = \sqrt{x - 4}$, якщо $2 \leq y \leq 5$; б) $y = \sqrt{x + 3}$, якщо $3 \leq y \leq 6$;

в) $y = \sqrt{5 - x}$, якщо $4 \leq y \leq 7$; г) $y = \sqrt{-8 - x}$, якщо $7 \leq y \leq 10$.

2.585. Побудуйте графік функції:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = \sqrt{-x}$; в) $y = -\sqrt{x}$;

г) $y = -\sqrt{-x}$; д) $y = \sqrt{|x|}$; е) $y = -\sqrt{|x|}$.

2.586. Побудуйте графік функції:

а) $y = \sqrt{x - 1}$; б) $y = \sqrt{x - 4}$; в) $y = \sqrt{x + 0,5}$; г) $y = \sqrt{x + 5}$;

д) $y = \sqrt{9 - x}$; е) $y = \sqrt{1 - x}$; є) $y = \sqrt{-x - 8}$; ж) $y = \sqrt{-x - \frac{9}{4}}$.

2.587. Побудуйте графік функції:

а) $y = \sqrt{|x - 2|}$; б) $y = \sqrt{|x - 3|}$; в) $y = \sqrt{|x + 6|}$; г) $y = \sqrt{|x + 0,7|}$;

д) $y = \sqrt{|x| - 1,5}$; е) $y = \sqrt{|x| - 3}$; є) $y = \sqrt{|x| + 2}$; ж) $y = \sqrt{|x| + 4}$;

з) $y = \sqrt{9 - |x|}$; и) $y = \sqrt{1 - |x|}$.

2.588. Побудуйте графік функції:

а) $y = \sqrt{x} + 1$; б) $y = \sqrt{x} + 1,5$; в) $y = \sqrt{x} - 2$; г) $y = \sqrt{x} - 3,5$;

д) $y = -\sqrt{x} + 3$; е) $y = -\sqrt{x} + \sqrt{2}$; є) $y = \sqrt{-x} + 0,8$;

ж) $y = \sqrt{-x} + \sqrt{5}$; з) $y = \sqrt{-x} - 1\frac{3}{4}$; и) $y = \sqrt{-x} - 2,6$.

2.589. Побудуйте графік функції:

- а) $y = \sqrt{|x|} + 2$; б) $y = \sqrt{|x|} + \sqrt{7}$; в) $y = \sqrt{|x|} - 1$; г) $y = \sqrt{|x|} - \sqrt{3}$;
д) $y = -\sqrt{|x|} + \frac{3}{4}$; е) $y = -\sqrt{|x|} + \sqrt{5}$; є) $y = -\sqrt{|x|} - 5$; ж) $y = -\sqrt{|x|} - \sqrt{8}$.

2.590. Побудуйте графік функції:

- а) $y = \sqrt{2x}$; б) $y = \sqrt{-3x}$; в) $y = -\sqrt{5x}$; г) $y = -\sqrt{\frac{1}{2}x}$;
д) $y = -\sqrt{-\frac{9}{4}x}$; е) $y = -\sqrt{-\frac{1}{4}x}$; є) $y = \frac{2}{3}\sqrt{x}$; ж) $y = \frac{2}{3}\sqrt{-x}$;
з) $y = -\frac{2}{3}\sqrt{x}$; и) $y = -\frac{2}{3}\sqrt{-x}$; і) $y = \sqrt{4|x|}$; ї) $y = 3\sqrt{|x|}$;
й) $y = -\sqrt{6|x|}$.

2.591. Побудуйте графік функції:

- а) $y = \sqrt{x+2} + 2$; б) $y = \sqrt{x-3} + 4$; в) $y = \sqrt{x+3} - 4$;
г) $y = -\sqrt{x-3} + 4$; д) $y = -\sqrt{x+3} - 4$; е) $y = \sqrt{x-1} + 1$;
є) $y = \sqrt{x+1} + 1$; ж) $y = \sqrt{x-1} - 1$; з) $y = \sqrt{x+1} - 1$;
и) $y = -\sqrt{x+1} + 1$; і) $y = -\sqrt{x+1} - 1$; ї) $y = -\sqrt{x-1} - 1$;
й) $y = -\sqrt{x-1} + 1$.

2.592. Побудуйте графік функції:

- а) $y = \sqrt{|x|+1} + 1$; б) $y = \sqrt{|x|+4} - 2$; в) $y = \sqrt{|x|-1} + 3$;
г) $y = \sqrt{|x|-3} - 1$; д) $y = -\sqrt{|x|+2} + 2$; е) $y = -\sqrt{|x|+2} - 2$;
є) $y = -\sqrt{|x|-1} + 1$; ж) $y = -\sqrt{|x|-1} - 1$.

2.593. Побудуйте графік функції:

- а) $y = \sqrt{2x-1} + 2$; б) $y = \sqrt{2x-1} - 2$; в) $y = 2\sqrt{x-1} + 3$;
г) $y = 2\sqrt{x-1} - 3$; д) $y = \frac{1}{2}\sqrt{x+2} + 1$; е) $y = \frac{1}{2}\sqrt{x+2} - 1$;
є) $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x+2} + 1$; ж) $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x+2} - 1$; з) $y = \frac{1}{2}\sqrt{x-2} + 1$;
и) $y = \frac{1}{2}\sqrt{x-2} - 1$; і) $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x-2} + 1$; ї) $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x-2} - 1$;
й) $y = 2\sqrt{|x-2|} + 2$; к) $y = 3\sqrt{|x-1|} - 4$; л) $y = 3\sqrt{|x|+1} + 2$.

2.594. Побудуйте графік функції:

- а) $y = 3\sqrt{2x+3} + 2$; б) $y = 3\sqrt{2x+3} - 2$; в) $y = 3\sqrt{2x-3} + 2$;
г) $y = 3\sqrt{2x-3} - 2$; д) $y = -3\sqrt{2x+3} + 2$; е) $y = -3\sqrt{2x+3} - 2$;
є) $y = -3\sqrt{2x-3} + 2$; ж) $y = -3\sqrt{2x-3} - 2$; з) $y = \frac{1}{3}\sqrt{2|x|+1} + 1$;
и) $y = \frac{1}{3}\sqrt{2|x|+1} - 1$; і) $y = -\frac{1}{3}\sqrt{2|x|+1} + 1$; ї) $y = -\frac{1}{3}\sqrt{2|x|+1} - 1$.

2.595. Побудуйте графік функції:

- а) $y = |\sqrt{x-2} - 4|$; б) $y = |\sqrt{x+2} - 4|$;
в) $y = |3 - \sqrt{x+1}|$; г) $y = |3 - \sqrt{x-1}|$.

2.596. Знайдіть ті точки графіка функції $y = x^3$, ордината яких:

- а) в 4 рази більша від додатної абсциси;
б) у 9 разів більша від додатної абсциси.

2.597. Побудуйте графіки функцій $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$ в одній системі координат. Використовуючи графіки цих функцій, порівняйте між собою значення одночленів для будь-яких значень x :

- а) x і x^2 ; б) x і x^3 ; в) x^2 і x^3 ; г) x , x^2 , x^3 .

2.598. Чи належить графіку функції $y = \frac{4}{9}x^3$ точка:

- а) $M(3;12)$; б) $N(-12;-768)$; в) $C(0,3;0,012)$; г) $D\left(\frac{4}{9};\frac{16}{81}\right)$?

2.599. Знайдіть координати точок, які є спільними для графіків функцій $y = \frac{1}{27}x^3$ і $y = \frac{1}{3}x$.

2.600. Як зміниться об'єм куба, якщо його ребро збільшити: у 7 разів? у 10 разів? у n разів, де n – натуральне число? зменшити: у 5 разів? у m разів, де m – натуральне число?

2.601. Як треба змінити ребро куба, щоб його об'єм збільшився: у 8 разів? у 1000 разів? у m^3 разів? у m^6 разів, де m – натуральне число?

2.602. Як треба змінити ребро куба, щоб його об'єм зменшився: у 27 разів? у 729 разів? у m^3 разів? у m^{12} разів, де m – натуральне число?

2.603. Чи мають графіки функцій $y = \frac{1}{3}x^2$ і $y = 1\frac{1}{2}x^3$ спільні точки? Якщо мають, то назвіть їх координати.

2.604. Знайдіть координати точок, які є спільними для графіків функцій $y = 2x^3$ і $y = x^4$.

2.605. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = x^3$, якщо $-2 \leq x \leq 3$; б) $y = x^3$, якщо $-5 \leq x \leq -1$;

в) $y = x^3$, якщо $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$; г) $y = -x^3$, якщо $1 \leq x \leq 4$;

д) $y = -x^3$, якщо $-3 \leq x \leq -2$.

2.606. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = (x - 1)^3$, якщо $1 \leq x \leq 4$;

б) $y = (x - 2)^3$, якщо $-1 \leq x \leq 0$;

в) $y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^3$, якщо $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$;

г) $y = (x + 1)^3$, якщо $-3 \leq x \leq -1$;

д) $y = -(x + 2)^3$, якщо $-3 \leq x \leq 1$;

е) $y = -\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$, якщо $\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}$.

2.607. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = x^3 + 4$, якщо $-5 \leq x \leq 5$; б) $y = x^3 - 1$, якщо $-2 \leq x \leq 1$;

в) $y = -x^3 + 2$, якщо $2 \leq x \leq 4$; г) $y = -x^3 - 3$, якщо $-6 \leq x \leq -2$.

2.608. Знайдіть область значень функції, яка задана на відповідній області визначення:

а) $y = \left(x + \frac{1}{4}\right)^3 + 2$, якщо $-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$;

б) $y = (x + 1)^3 - 3$, якщо $-2 \leq x \leq 2$;

в) $y = (x - 3)^3 - 1$, якщо $0 \leq x \leq 3$;

г) $y = -(x - 2)^3 + 3$, якщо $-2 \leq x \leq 1$;

д) $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{4}$, якщо $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{4}$.

2.609. Знайдіть область визначення функції, коли відома її область значень:

а) $y = (x + 0.2)^3$, якщо $-1 \leq y \leq 0$;

б) $y = (x - 1.4)^3$, якщо $1 \leq y \leq 27$;

в) $y = -(x + 1)^3$, якщо $-8 \leq y \leq 8$;

г) $y = -(x - 2)^3$, якщо $0 \leq x \leq 27$.

2.610. Знайдіть область визначення функції, коли відома її область значень:

а) $y = (x + 1)^3 + 1$, якщо $-7 \leq y \leq 28$;

б) $y = (x - 2)^3 - 2$, якщо $-66 \leq y \leq -1$;

в) $y = (x + 3)^3 + 5$, якщо $5 \leq y \leq 221$;

г) $y = -(x - 1)^3 - 1$, якщо $-9 \leq y \leq 26$.

2.611. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:

$y = x^3$, $y = -x^3$, $y = (x - 2)^3$, $y = (x + 2)^3$, $y = (2 - x)^3$, $y = -(x + 2)^3$.

Як вони розташовані відносно один одного?

2.612. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:

$y = x^3$, $y = x^3 + 1$, $y = x^3 - 1$, $y = -x^3 + 1$, $y = -x^3 - 1$. Як вони розташовані відносно один одного?

2.613. Побудуйте графік функції:

а) $y = (x - 3)^3$; б) $y = (x + 1)^3$; в) $y = (4 - x)^3$; г) $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^3$.

2.614. Побудуйте графік функції:

а) $y = x^3 + 2$; б) $y = x^3 + \frac{3}{4}$; в) $y = x^3 - 3$; г) $y = x^3 - \frac{1}{3}$;

д) $y = 2 - x^3$; е) $y = 0.6 - x^3$; є) $y = -x^3 - 3$; ж) $y = -x^3 - \frac{4}{3}$.

2.615. Побудуйте графік функції:

- а) $y = (x - 1)^3 - 1$; б) $y = (x - 1)^3 + 1$; в) $y = (x + 1)^3 - 1$;
г) $y = (x + 1)^3 + 1$; д) $y = -(x - 1)^3 - 1$; е) $y = -(x - 1)^3 + 1$;
є) $y = -(x - 1)^3 - 1$; ж) $y = -(x + 1)^3 - 1$; з) $y = -(x + 1)^3 + 1$.

2.616. Побудуйте графік функції:

- а) $y = (x - 1,5)^3 + 2$; б) $y = (x - 0,5)^3 + 2$; в) $y = (x + 3)^3 - 2$;
г) $y = (x + 1)^3 + 3$; д) $y = (x - 4)^3 - \frac{4}{5}$; е) $y = (x - 2)^3 - 2$;
є) $y = -(x - 2)^3 + 1$; ж) $y = -(x - 2)^3 - 1$;
з) $y = -(x + 3)^3 + 2$; и) $y = -(x + 1)^3 - 3$.

2.617. Побудуйте графік функції:

- а) $y = \frac{1}{2}(x - 0,8)^3 - 0,8$; б) $y = 2(x - 0,8)^3 - 0,8$;
в) $y = \frac{1}{3}(x - 1)^3 + 1$; г) $y = 3(x - 1)^3 + 1$;
д) $y = \frac{3}{4}(x + 0,5)^3 - 2$; е) $y = \frac{4}{3}(x + 0,5)^3 - 2$;
є) $y = -\frac{3}{4}(x + 0,5)^3 + 2$; ж) $y = -\frac{4}{3}(x + 0,5)^3 + 2$;
з) $y = -\frac{3}{5}(x - 1)^3 - 1,5$; и) $y = -\frac{5}{3}(x - 1)^3 - 1,5$.

2.618. Побудуйте графік функції:

- а) $y = |x|^3$; б) $y = -|x|^3$; в) $y = |x - 1|^3$; г) $y = |x + 1|^3$;
д) $y = -|x - 2|^3$; е) $y = -|x + 2|^3$; є) $y = |x|^3 + 2$; ж) $y = |x|^3 - 3$;
з) $y = |x|^3 + \frac{2}{3}$; и) $y = |x|^3 - \frac{2}{3}$; і) $y = -|x|^3 - 1$; ї) $y = -|x|^3 + 1$.

2.619. Побудуйте графік функції:

- а) $y = |x^3 - 3|$; б) $y = |x^3 - 0,2|$; в) $y = |x^3 + 2|$;
г) $y = |x^3 + 0,6|$; д) $y = -|x^3 - 1|$; е) $y = -|x^3 + 1|$;

$$\begin{array}{lll} \epsilon) y = |x^3 + 1| + 1; & ж) y = |x^3 + 1| - 1; & з) y = |x^3 - 1| + 1; \\ и) y = |x^3 - 1| - 1; & і) y = -|x^3 - 1| + 1; & ї) y = -|x^3 - 1| - 1. \end{array}$$

2.620. Побудуйте графік рівняння:

$$\begin{array}{lll} а) |y| = x^3; & б) |y| = -x^3; & в) |y| = x^3 + 1; \\ г) |y| = x^3 - 8; & д) |y| = x^3 + 8; & е) |y| = |x|^3; \\ є) |y| = |x - 1|^3; & ж) |y| = |x - 1|^3 + 2; & з) |y| = |x + 1|^3 - 1. \end{array}$$

2.621. Побудуйте графік функції:

$$\begin{array}{ll} а) y = \begin{cases} -x^2, & \text{якщо } x < -1, \\ x^3, & \text{якщо } -1 \leq x \leq 1, \\ x^2, & \text{якщо } x > 1; \end{cases} & б) y = \begin{cases} x^3, & \text{якщо } -1 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{якщо } |x| > 1; \end{cases} \\ в) y = \begin{cases} x^3, & \text{якщо } -2 \leq x \leq 2, \\ 4x, & \text{якщо } |x| > 2. \end{cases} & \end{array}$$

2.622. Знайдіть значення $f(2)$, якщо для будь-якого x , відмінного від нуля, виконується умова $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = 6x - 2$.

2.623. Знайдіть значення $f(3)$, якщо для будь-якого x , відмінного від нуля, виконується умова $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$.

2.624. Побудуйте графік функції $y = f(f(f(x)))$, якщо

$$f(x) = \frac{1}{1-x}.$$

2.625. Функції задані формулами $y_1 = \frac{x+2}{x-1}$, $y_2 = \frac{2x-1}{x+2}$.

Знайдіть:

$$а) y = y_1 + y_2; \quad б) y = y_1 \cdot y_2; \quad в) y = \frac{y_1}{y_2}; \quad г) y = y_1 - y_2.$$

2.626. Яку фігуру задає на координатній площині нерівність:

$$\begin{array}{lll} а) |x| + |y| \leq 1; & б) 2|x| + |y| \leq 1; & в) \frac{1}{2}|x| + 2|y| \leq \frac{3}{2}; \\ г) \frac{1}{3}|x| + \frac{1}{4}|y| \leq \frac{1}{4}; & д) 2|x| + 3|y| \leq 5; & \end{array}$$

2.627. Розв'яжіть рівняння

$$\left[\frac{x-2}{2} \right] - (x-2) = \frac{x}{2} - \left[\frac{2x-1}{4} \right].$$

($[a]$ – найбільше ціле число, що не перевищує a).

2.628. Розв'яжіть рівняння

$$4x^2 - 4x - 3 = 4 \left[\frac{2x-1}{4} \right].$$

2.629. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x^2 + 2x + 7}{x^2 + 2x + 3} = x^2 + 2x + 4.$$

2.630. Знайдіть, для яких значень a рівняння

$$x - a = 2|2|x| - a^2|$$

має три корені. Знайдіть ці корені.

2.631. Доведіть, що коли m – ціле число, то число

$$\frac{m}{3} + \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{3} \text{ також ціле.}$$

2.632. На координатній площині зобразіть точки $(x; y)$, для яких $[x] + [y] = 0$ ($[a]$ – найбільше ціле число, що не перевищує a).

2.633. Знайдіть дві останні цифри числа $19^{89} + 81^{89}$.

2.634. Доведіть, що для будь-якого цілого значення n вираз $n(n^4 - 125n^2 + 4)$ ділиться на 120.

2.635. Доведіть, що для будь-якого натурального n число $5^n - 1$ не ділиться на $4^n - 1$.

2.636. Обчисліть для $y = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ вираз $\frac{(1-y)(y+2)}{y^2(1+y)^2}$.

2.637. Які точки координатної площини задовольняють нерівність:

а) $|x| + |y| > 1$; б) $\frac{1}{2}|x| + \frac{1}{3}|y| > \frac{5}{6}$; в) $|x| + \frac{1}{3}|y| > \frac{4}{3}$;
г) $2|x| + 3|y| > 5$; д) $3|x| + |y| > 4$?

2.638. Доведіть, що число $86^5 - 32^9 - 44^3$ кратне 10.

2.639. Знайдіть найменше значення виразу $\frac{(9+x)(1+x)}{x}$,

де x – додатне число.

2.640. Знайдіть найменше значення виразу $\frac{x^2 - 6x + 9}{2 - x}$ для

$x < 2$.

2.641. Скільки є прямокутних трикутників, довжини сторін яких виражаються цілими числами, якщо один з катетів цих трикутників дорівнює 21?

2.642. Доведіть, що число $\overline{хуз} - \overline{зух}$ кратне 99.

2.643. Доведіть, що коли число $a + \frac{1}{a}$ ціле, то $a^2 + \frac{1}{a^2}$ і

$a^3 + \frac{1}{a^3}$ є цілими.

2.644. Доведіть, що для будь-якого натурального значення n :

а) $9^n - 1$ ділиться на 8; б) $13^n - 1$ ділиться на 12;

в) $8^n + 6$ ділиться на 7; г) $13^n + 5$ ділиться на 6.

2.645. Доведіть, що для будь-якого натурального n :

а) $7^n - 6 \cdot 2^n$ ділиться на 5; б) $5^n + 2^{n+2}$ ділиться на 3.

2.646. Доведіть, що для будь-якого натурального n :

а) $7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n$ ділиться на 19;

б) $7^{n+2} + 8^{2n+1}$ ділиться на 57;

в) $3^n + 5^n + 7^n + 9^n$ ділиться на 4.

2.647. Знайдіть два таких числа, щоб їх сума, добуток і частка від ділення одного з них на друге дали однаковий результат.

2.648. Справедлива рівність

$$(m + a + n + y)^4 = \overline{таня},$$

де m, a, n, y – цифри. Знайдіть число $\overline{таня}$.

2.649. Доведіть, що для будь-якого натурального n значення виразу $6^{2(n+1)} - 2^{n+3} \cdot 3^{n+2} + 36$ ділиться на 900.

2.650. Якою цифрою закінчується число $54^{35} + 28^{21}$?

2.651. Знайдіть усі пари натуральних чисел, які задовольняють рівняння $x^2 - y^2 = 119$.

2.652. Яке з чисел більше: $2^{3^{2^3}}$ чи $3^{2^{3^2}}$?

Розділ І. НЕРІВНОСТІ

3.1. Визначіть знак нерівності (більше чи менше) між такими числовими виразами:

- а) $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ і $\sqrt{15}$; б) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ і $2\sqrt{3}$; в) $\sqrt{12} - \sqrt{2}$ і $\sqrt{3} + 1$;
г) $\frac{2\sqrt{5} + 3\sqrt{7}}{\sqrt{6}}$ і 5; д) $\sqrt{7 - \sqrt{13}}$ і $\frac{1}{2}(\sqrt{27} - \sqrt{2})$.

3.2. Що більше:

- а) $\sqrt{101} + 1$ чи $2\sqrt[4]{101}$; б) $\sqrt{7} + 1$ чи $2\sqrt[4]{7}$; в) 5^{15} чи 3^{23} ;
г) $6^{\sqrt{5}}$ чи $5^{\sqrt{6}}$; д) $\sqrt[3]{4} + \sqrt{2}$ чи 3; е) $(\sqrt{8})^{\sqrt{6}}$ чи $(\sqrt{6})^{\sqrt{8}}$;
є) $\frac{11^{16} + 1}{11^{17} + 1}$ чи $\frac{11^7 + 1}{11^8 + 1}$; ж) $\frac{5^{1979} + 1}{5^{1980} + 1}$ чи $\frac{5^{1980} + 1}{5^{1981} + 1}$?

3.3. Порівняйте числа:

- а) $\frac{11}{12}$ і $\frac{12}{13}$; б) $\frac{125}{126}$ і $\frac{126}{127}$; в) $\frac{12}{11}$ і $\frac{11}{10}$; г) $\frac{24}{23}$ і $\frac{23}{22}$.

Яку закономірність ви помітили?

3.4. Порівняйте числа:

- а) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ і $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{\sqrt{0,2}}{\sqrt{0,3}}$ і $\frac{\sqrt{0,3}}{\sqrt{0,4}}$; в) $271 \cdot 273$ і 272^2 ;
г) $\frac{1}{32} \cdot \frac{1}{34}$ і $\frac{1}{33^2}$; д) $0,25 \cdot 0,27$ і $(0,26)^2$; е) $44^2 - 23^2$ і $43^2 - 22^2$;
є) $35^2 + 19^2$ і $34^2 + 20^2$; ж) $\sqrt{63} - \sqrt{12}$ і $\sqrt{62} - \sqrt{11}$;
з) $\sqrt{91} + \sqrt{13}$ і $\sqrt{90} + \sqrt{14}$.

3.5. Порівняйте числа a і b , коли відомо, що:

- а) $a = b - 0,1$; б) $a = b + 0,2$; в) $b - 5 = a - 3\sqrt{2}$;
г) $a + 5 = b + c$, $c \geq 5$; д) $a - 11 = b - c$, $c < 11$;
е) $a + 2 = 3b$, $b > 1$; є) $b + a = 1 + b^2$.

3.6. Порівняйте вирази:

- а) $(a+3)(a-2)$ і $(a-3)(a+4)$; б) $(a-1)^2$ і $2a+3$;
в) a^2+16 і $8a$; г) $\left(b+\frac{1}{3}\right)^2$ і $\left(b+\frac{1}{2}\right)\left(b+\frac{1}{4}\right)$; д) b^2+7 і $2b+4$;
е) $1-a$ і $\frac{1}{a}-1$ ($a>0$); є) a^6+2 і $2a|a|$.

3.7. Доведіть, що коли $a < b$, то $a < \frac{a+b}{2} < b$.

3.8. Доведіть, що коли $a < b < c < d$, то $a < \frac{a+b+c+d}{4} < d$.

3.9. Відомо, що $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$, $d < 0$. Який знак мають вирази ab , ac , ad , bd , bc , $\frac{a}{b}$, $\frac{a}{c}$, $\frac{a}{d}$, $\frac{b}{c}$, $\frac{b}{d}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{ab}{c}$, $\frac{bc}{a}$, $\frac{cd}{b}$, $\frac{a}{cd}$, $abcd$, $\frac{ab}{cd}$, $\frac{bd}{ac}$, $\frac{abc}{d}$, $\frac{acd}{b}$, $\frac{bcd}{a}$?

3.10. Який знак мають числа a і b , коли відомо, що $ab > 0$, $ab < 0$, $\frac{a}{b} > 0$, $\frac{a}{b} < 0$, $a^3b > 0$, $a^4b > 0$, $a^3b^3 < 0$, $a^2b^3 < 0$, $\frac{a^3}{b^2} < 0$, $\frac{b^4}{a^2} > 0$?

3.11. Відомо, що $a > 3$. Який знак має вираз:

- а) $5a-15$; б) $9-3a$; в) $3a-3$; г) $(a-2)(3-a)$; д) $\frac{a-3}{a-2}$;
е) $(a-0,25)^2(a-2,25)$; є) $\frac{-\sqrt{3}}{3-a}$; ж) $\frac{(a-1)(2-a)}{6+a}$?

3.12. Відомо, що $a < 4$. Який знак має вираз:

- а) $3a-12$; б) $16-4a$; в) $2a-8$; г) $(a-6)(a-4)$;
д) $\frac{a-5}{4-a}$; е) $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2(a-5)$; є) $\frac{-2,7}{4-a}$; ж) $\frac{a-3}{(a-2)(4-a)}$?

3.13. Доведіть:

- а) якщо $a > 7$, $b > 4$, то $5a+6b > 59$;
б) якщо $a < 3$, $b < 5$, то $8a+10b < 74$;
в) якщо $a > 10$, $b < 8$, то $9a-7b > 34$;

- г) якщо $a > 6b$, $b > 4c$ то $a > 24c$;
 д) якщо $a < 2b + 3c$, $b < 5m + 1$, $c < 4m - 2$, то $a < 22m - 4$;
 е) якщо $a > 9$, $b > 11$, $c > 13$, то $2a + 3b + 4c > 103$;
 є) якщо $a > 15$, $b < 4$, $c < 3$, то $3a - 4b - 5c > 14$.

3.14. Чи правильно:

- а) якщо $a > \frac{1}{2}$, $b > \frac{1}{3}$, то $a > \frac{1}{6}$; б) якщо $a < 5$, $b < 6$, то $ab < 30$;
 в) якщо $a > 9$, то $a^2 > 81$; г) якщо $a < 7$, то $a^2 < 49$;
 д) якщо $a > b$, то $a^2 > b^2$?

3.15. Чи правильно:

- а) якщо $a > 10$, то $|a| > 10$; б) якщо $a < 11$, то $|a| < 11$;
 в) якщо $-12 < a < 12$, то $|a| < 12$; г) якщо $a < -\frac{1}{3}$, то $|a| > \frac{1}{3}$?

3.16. Чи правильно:

- а) якщо $a < b$, то $\frac{b}{a} > 1$; б) якщо $\frac{m}{n} > \frac{k}{l}$, то $ml > kn$;
 в) якщо $\frac{a}{b} > 1$ і $a > 0$, то $a > b$;
 г) якщо $a > b > 0$, $c > d > 0$, то $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$?

3.17. Чи правильно:

- а) якщо $a > 5$, то $\frac{15}{a} < 3$; б) якщо $a < 6$, то $\frac{18}{a} > 3$;
 в) якщо $\frac{3}{a-4} > 1$, то $4 < a < 7$; г) якщо $3 < a < 4$, то $\frac{1}{a-3} > 1$?

3.18. Порівняйте p і q , якщо відомо:

- а) $p > k$, $k > q$; б) $q < k$, $k < p$; в) $p > q$, $q \geq s$;
 г) $p \leq q$, $q < s$; д) $p > k = l \geq c > q$; е) $p \leq k \leq l \leq q$.

3.19. Порівняйте p і q , якщо відомо:

- а) $p > k$, $k > q + 3$; б) $p - 1 < l$, $l < q - 1$;
 в) $p \geq k$, $k > p^2 + s^2$; г) $p - 3 \geq m - 2$, $m - 2 \geq l^2$.

3.20. Відомо, що $2 < a < 4$. Оцініть значення виразу:

- а) $3a$; б) $\frac{1}{2}a$; в) $4a - 1$; г) $5 - 3a$.

3.21. Відомо, що $1 < a < 3$. Оцініть значення виразу:

а) $a^2 - 1$; б) $a^2 + 5a + 6$; в) $\frac{2}{4a + 3}$; г) $\frac{10}{3a^2 + 2}$.

3.22. Оцініть значення p , коли відомо, що:

а) $p + q = 5$, $q < 6$; б) $p + q > 10$, $q < 4$;
в) $p + q = 20$, $q > 6$; г) $p + q = 30$, $4 < q < 6$.

3.23. Відомо, що $5a + 3b = 21$. Оцініть значення b , якщо $|a| < 4$.

3.24. Відомо, що $2a + 4b = 15$. Оцініть значення a , якщо $3 < b < 5$.

3.25. Розв'яжіть нерівність:

а) $2x - 10 > 0$; б) $7x - 15 < 0$; в) $3x + \frac{1}{4} > 0$;
г) $6y + \frac{1}{12} < 0$; д) $\frac{1}{5}t - 3 > 0$; е) $\frac{1}{24}x - \frac{1}{12} < 0$;
є) $2\sqrt{3}x - \sqrt{3} > 0$; ж) $\frac{1}{\sqrt{5}}u - \sqrt{5} < 0$; з) $0,01x + 1 \geq 0$.

3.26. Розв'яжіть нерівність:

а) $7x + 9 > 3x + 1$; б) $12t - 1 \leq 8t + 5$; в) $-\frac{1}{4}x + 6 > 0$;
г) $-4(x + 2) < -3(x - 2)$; д) $-\frac{x}{3} < 2x - \frac{3x + 4}{9}$;
е) $\frac{y - 3}{3} - 5(2 - 3y) > \frac{1}{4}y - \frac{7 - 82y}{6}$;
є) $-0,07x + 7 > -0,03x + 3$; ж) $5(x + 2) - 9(x + 1) - 3 > 1 - 4(x + 3)$.

3.27. Розв'яжіть нерівність:

а) $5(3x + 2) - 9(3x + 1) - 3 > 1 - 4(3x + 3)$;
б) $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}u - 1\right) + \frac{7}{8} > \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}u - 1\right) + \frac{5}{2}$;
в) $1 - 5x > \frac{0,5(5x - 1) - 1}{2} - \frac{2(5x - 1) + 4,5}{3}$;
г) $4 - (5 - 3(x - 2(x - 3))) < 9 - 4(x - 2(x - 3(x - 5)))$.

3.28. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{3x+5}{6} - 2 > \frac{4x-5}{7}$;

б) $\frac{2t-3}{3} > 7 - \frac{3t-21}{5}$;

в) $12 - \frac{4x+1}{9} < \frac{2x+3}{3}$;

г) $5 + \frac{7x-2}{4} + \frac{2x+11}{5} > 0$;

д) $\frac{4y-5}{2} + \frac{4y-7}{3} > \frac{3y-2}{4} + \frac{2y+1}{5}$; е) $\frac{3-x}{5} + \frac{4-x}{10} < \frac{5-x}{15} + \frac{4-x}{2}$.

3.29. Розв'яжіть нерівність:

а) $(0,03x - 0,06)(3x + 6) > (0,09x - 0,03)(x + 4)$;

б) $2x^2 + 3x - 4 \leq (2x - 1)(x - 6)$;

в) $(3x - 2)^2 + (2x + 4)^2 < (3x + 4)(2x - 1) + (7x + 1)(x + 3)$;

г) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right) > \left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}x - 1\right)$.

3.30. Розв'яжіть нерівність:

а) $|4x - 3| < 5$; б) $\left|\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}\right| \leq \frac{1}{4}$; в) $\left|3 - \frac{1}{9}x\right| < 1$;

г) $|0,02x - 0,01| < 0,03$; д) $|\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x| \leq 4\sqrt{3}$; е) $|5x + 12| > 20$;

є) $\left|\frac{1}{9}x - \frac{1}{3}\right| > \frac{1}{27}$; ж) $|0,4 - 0,8x| > 0,2$; з) $|2\sqrt{2}x - \sqrt{2}| > \sqrt{6}$.

3.31. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{\frac{7}{3}x - \frac{4}{5}}$;

б) $y = \sqrt{0,25x + 4}$;

в) $y = \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{3}{2}x}$;

г) $y = \sqrt{-\frac{4}{3} - \frac{5}{6}x}$;

д) $y = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{6}x + \frac{1}{6}}}$;

е) $y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{6}{7}x - 1}}$;

є) $y = \frac{x}{\sqrt{0,3x - 0,6}}$;

ж) $y = \frac{13x - 4}{\sqrt{0,01x + 1}}$.

3.32. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{|2x + 5| - 7}$;

б) $y = \sqrt{25 - |3x + 1|}$;

в) $y = \frac{1}{\sqrt{\left|\frac{1}{7}x + 49\right| - 59}}$;

г) $y = \frac{4x - 10}{\sqrt{|x - 1| + |x + 1| - 3}}$.

3.33. Для кожного c розв'яжіть нерівність:

а) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 < c$; б) $(4x - 1)^2 > c$; в) $(7x - 3)^2 \leq c$;

г) $\left(\frac{1}{5} - 3x\right)^2 \geq c + 2$; д) $(0,5x + 2,5)^2 \leq c - 3$;

е) $|2x - c|(x - 5) < 0$; є) $|3x - c|(x - 6) \leq 0$;

ж) $|3x + 1|(4x - c) > 0$; з) $(x - c)\left(\frac{1}{6}x - 2\right)^2 \geq 0$.

3.34. Розв'яжіть нерівність:

а) $(2x - 3)^2(x - 5) < 0$; б) $(x + 2)^2\left(x - \frac{1}{2}\right) \leq 0$;

в) $\left|x - \frac{1}{12}\right|\left(x - \frac{1}{3}\right) < 0$; г) $|x - 12|(5x - 14) \leq 0$;

д) $|x - 6|(x - 7) > 0$; е) $|3x - 1|(x - 2) \geq 0$;

є) $\left|x^2 - \frac{1}{9}\right|\left(x - \frac{1}{7}\right) \geq 0$; ж) $\frac{|x^2 - 4|}{4x - 5} \geq 0$.

3.35. Розв'яжіть нерівність:

а) $|x + 2| + |x - 2| \geq 4$; б) $|x - 3| + |x - 5| > 10$;

в) $|2x - 4| + \left|\frac{1}{2}x - 6\right| > 12$.

3.36. Розв'яжіть систему нерівностей:

а) $\begin{cases} 3x - 4 > 0, \\ 7x + 2 > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{2}t - \frac{1}{7} > 0, \\ \frac{3}{2}t - \frac{1}{4} > 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + 5 > 0, \\ 3x + 7 > 0; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 16u - 1 < 0, \\ 18u - 5 < 0; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 0,1x + 0,2 < 0, \\ 0,3x + 0,7 < 0; \end{cases}$ е) $\begin{cases} \frac{1}{24}y + \frac{1}{2} < 0, \\ \frac{1}{2}y - \frac{1}{3} < 0. \end{cases}$

3.37. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\text{а) } \begin{cases} 120x - 2 > 0, \\ 2x - 120 < 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 9t + 16 > 0, \\ \frac{1}{2}t + \frac{1}{4} < 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 7x + 21 > 0, \\ \frac{1}{7}x - \frac{1}{21} < 0; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2y - \sqrt{3} < 0, \\ 3y + \sqrt{5} > 0; \end{cases} \quad \text{д) } \begin{cases} 0,001x + 0,007 > 0, \\ 0,05x - 0,07 < 0; \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} \frac{1}{14}x + 1 < 0, \\ \frac{1}{18}x - \frac{1}{9} > 0; \end{cases}$$

$$\text{є) } \begin{cases} 4x - 24 \geq 0, \\ \frac{1}{3}x - 2 \leq 0; \end{cases} \quad \text{ж) } \begin{cases} \frac{1}{13}x - \frac{1}{169} < 0, \\ 3x + 39 > 0. \end{cases}$$

3.38. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\text{а) } \begin{cases} 2(3x - 4) > \frac{1}{3}(15 - 9x), \\ \frac{1}{8}(4x - 2) > 3 - \frac{1}{16}x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{1}{27}x + 1 > \frac{1}{81}x - \frac{1}{27}, \\ 6x + 10 > \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 0,6(0,1x - 0,5) < 0,2(0,2x - 0,1), \\ \frac{1}{5}x - 3 < \frac{1}{25}(3x - 5); \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{1}{2}t + \frac{1}{3} < \frac{1}{3}t + \frac{1}{6}, \\ \frac{2}{5}t + \frac{1}{4} < \frac{1}{3}t - \frac{2}{5}; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{3}{2}u - 2 \leq \frac{1}{8}u + 1, \\ \frac{2}{3}u + 2 > \frac{1}{3}u + \frac{1}{8}; \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} 1,2(5x - 1) \leq 3(x + 1,2), \\ \frac{5}{4}\left(x - \frac{4}{5}\right) - 1 \geq 2\left(1 - \frac{5}{8}x\right); \end{cases}$$

$$\text{є) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} < \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{6}x - \frac{1}{7} > \frac{1}{8}x + \frac{1}{2}; \end{cases} \quad \text{ж) } \begin{cases} \frac{1}{10}(3x + 14) \geq 1,4(2x + 10), \\ \frac{1}{9}\left(4x - \frac{1}{3}\right) \geq \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{9}\right); \end{cases}$$

$$\text{з) } \begin{cases} 0,003(10s + 5) \geq 0,002(5s + 6), \\ 8(s - 1) < 2\left(s + \frac{5}{2}\right). \end{cases}$$

3.39. Складіть систему двох нерівностей, розв'язками якої були б:

- а) $x > 7$; б) $x > -3$; в) $x > \frac{1}{8}$; г) $x > -0,2$; д) $x \leq -\frac{1}{3}$;
 е) $x < \sqrt{3}$; є) $x < -\sqrt{2}$.

3.40. Складіть систему двох нерівностей, розв'язками якої були б:

- а) $\frac{1}{8} < x < 1$; б) $-1 \leq x < \frac{4}{5}$; в) $-\frac{7}{2} < x \leq -4$; г) $\sqrt{3} \leq x < \sqrt{7}$;
 д) $-\sqrt{3} < x \leq -\sqrt{2}$.

3.41. Складіть систему двох нерівностей, розв'язками якої були б:

- а) $x = 10$; б) $x = \frac{1}{10}$; в) $x = -4$; г) $x = -\frac{1}{4}$; д) $x = 0$.

3.42. Складіть систему двох нерівностей, яку не задовольняє жодне значення змінної, що входить у систему.

3.43. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{2x+1}{3} + \frac{3x-2}{4} > \frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} - \frac{2x-1}{4}, \\ \frac{1-x}{5} - \frac{2-3x}{10} < \frac{4x+3}{15} + \frac{7-5x}{30}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5 - \frac{1}{2} \left(x + 4(2x - 3(3x - 2)) \right) > x - \frac{1}{3} \left(9x - 4 \left(3 - \frac{1}{4}x \right) \right), \\ 7x - \frac{5}{2} > \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \left(2x - \frac{1}{2} \right) (3x - 4) < (6x + 1)(x + 2), \\ \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \right) > \left(\frac{1}{6}x + 2 \right) (x - 3); \\ 0,6(x - 0,5)(2x + 4) > (0,3x + 0,2)(4x - 5), \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right) < \left(x + \frac{3}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right); \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} t^2 - 5t + 6 > (t - 1)(t - 2), \\ (2t - 3)(3t + 4) < 6t^2 - 7t + 1. \end{cases}$$

3.44. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\text{а) } \begin{cases} |2x - 3| < 5, \\ \frac{1}{3}x + 2 > \frac{1}{5}x + \frac{7}{3}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x - 2 > 0, \\ 4x - 3 > 2x + 1, \\ 7x + 1 > 4x + 5; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 4x + 5 < x + 2, \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} < \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}, \\ 2x + \frac{3}{4} < x + \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 0,7y - 0,3 > 0,4y - 0,2, \\ 0,8y + 0,1 > 0,5y + 1,1, \\ 0,4y + 0,8 > 0,1y + 1,2; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \left| \frac{1}{2}x - \frac{1}{6} \right| \leq 2, \\ \left| x + \frac{1}{2} \right| > \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} |5x + 4| < 14, \\ |3x - 1| \leq 8; \end{cases}$$

$$\text{є) } \begin{cases} |0,11x - 0,33| > 0,12, \\ |0,22x + 0,13| > 0,25. \end{cases}$$

3.45. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а) } (x-3)(x-2) > 0; \quad \text{б) } \left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right) < 0; \quad \text{в) } (x+1)(x+4) > 0;$$

$$\text{г) } \left(x + \frac{1}{5}\right)(x+5) < 0; \quad \text{д) } (x+10)(x-10) \geq 0;$$

$$\text{е) } (x+7)(x-8) \leq 0; \quad \text{є) } x\left(x - \frac{1}{20}\right) > 0; \quad \text{ж) } x\left(x + \frac{9}{5}\right) \leq 0.$$

3.46. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а) } (2x-14)(3x-1) > 0; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{4}x + 3\right)\left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}\right) < 0;$$

$$\text{в) } (0,02x + 0,04)(0,3x - 0,9) \leq 0; \quad \text{г) } \left(\frac{1}{27}x + 2\right)(3x+1) > 0.$$

3.47. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а) } (x-5)(3-x) > 0;$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{6}x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{9} - x\right) < 0;$$

$$\text{в) } \left(\frac{3}{2} - 4x\right)\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}x\right) \leq 0;$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{16} + \frac{3}{4}x\right)\left(\frac{1}{7} - 7x\right) < 0;$$

$$\text{д) } x\left(8 - \frac{1}{8}x\right) \geq 0.$$

3.48. Розв'яжіть нерівність:

а) $(x-6)(x-2) > 3(x-2)$; б) $\left(x + \frac{1}{4}\right)(x+2) < 5\left(x + \frac{1}{4}\right)$;

в) $(x^2 - 4) > (x-2)(2x-9)$; г) $3x^2 - 2 \geq 2\left(x^2 + \frac{7}{2}\right)$;

д) $(x-3)(4x-2) + (x-3)(2x-3) > (x-3)(5x-1)$;

е) $(2x+1)\left(\frac{1}{5}x-7\right)(x-2)^2 < 0$.

3.49. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{x-2}{x-3} > 0$; б) $\frac{x+3}{x+9} \geq 0$; в) $\frac{x + \frac{1}{4}}{x-3} > 0$;

г) $\frac{x-0.25}{x+2.5} < 0$; д) $\frac{x+24}{x-15} \leq 0$.

3.50. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{5x-1}{2-3x} \geq 0$; б) $\frac{4x-3}{7-5x} < 0$; в) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}x}{\frac{1}{20}x + \frac{1}{4}} \leq 0$;

г) $\frac{3+5x}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}x} > 0$; д) $\frac{2-\sqrt{3}x}{3x+\sqrt{3}} \leq 0$.

3.51. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{(x+11)(x-13)}$; б) $y = \sqrt{\left(x - \frac{5}{3}\right)\left(x - \frac{7}{3}\right)}$;

в) $y = \sqrt{(x+19)(x+54)}$; г) $y = \sqrt{(0,125 - 0,025x)(9x+81)}$;

д) $y = \sqrt{(13x-1)(2x-9)}$; е) $y = \sqrt{(2\sqrt{3}x - \sqrt{3})(\sqrt{5} - 3x)}$.

3.52. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{\frac{4-x}{x+7}}$; б) $y = \sqrt{\frac{x-2}{x+\frac{1}{9}}}$; в) $y = \sqrt{\frac{x}{7-x}}$;

$$\text{г) } y = \sqrt{\frac{x-6}{(x-1)(x+2)^2}}; \quad \text{д) } y = \sqrt{\frac{5x-6}{3x-5}}; \quad \text{е) } y = \sqrt{\frac{\frac{1}{27}x-1}{\frac{3}{8}x+3}};$$

$$\text{є) } y = \sqrt{\frac{(\sqrt{7}-3x)(x-5)^2}{\sqrt{5}+\frac{1}{2}x}}.$$

3.53. Знайдіть область визначення функції:

$$\text{а) } y = \sqrt{5x-33} + \sqrt{4x-25}; \quad \text{б) } y = \sqrt{3-12x} + \sqrt{5-15x};$$

$$\text{в) } y = \sqrt{\frac{1}{27}x+3} + \frac{4}{\sqrt{2x-3}}; \quad \text{г) } y = \sqrt{16+3x} + \sqrt{9-7x};$$

$$\text{д) } y = \frac{\sqrt{12-20x}}{\sqrt{\frac{1}{3}x+4}}; \quad \text{е) } y = \sqrt{x-2} + \sqrt{3x-4} + \sqrt{2x+5};$$

$$\text{є) } y = \sqrt{7x-28} + \sqrt{8x-14} + \sqrt{42-3x};$$

$$\text{ж) } y = \sqrt{\frac{1}{25}x-1} \cdot \sqrt{\frac{1}{32}x-1}; \quad \text{з) } y = \sqrt{\frac{1}{8}x-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}-\frac{1}{25}x}.$$

3.54. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а) } (3x-11)\sqrt{4x-15} \geq 0; \quad \text{б) } (2x-3)\sqrt{x-2} \geq 0;$$

$$\text{в) } (7-x)\sqrt{x-5} \geq 0; \quad \text{г) } \frac{2x-13}{\sqrt{x-5}} \leq 0.$$

3.55. Знайдіть область визначення функції:

$$\text{а) } y = \sqrt{|x-4|(8-|x|)}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x-5}\sqrt{x-6} + \sqrt{11-x}\sqrt{14-x};$$

$$\text{в) } y = \sqrt{(x-3)(x-4)} + \sqrt{(7-x)(9-x)};$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{9x+4}}{\sqrt{6-x}} + \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{5-3x}}; \quad \text{д) } y = \sqrt{\frac{8x+3}{10-x}} + \sqrt{\frac{6-x}{12-3x}}.$$

3.56. Знайдіть проміжки знакосталості функцій:

$$\text{а) } y = (3x-5)(4x-17); \quad \text{б) } y = \left(\frac{1}{3}x+5\right)\left(\frac{1}{3}x+10\right);$$

$$\text{в) } y = \left(\frac{9}{2}x-3\right)\left(\frac{1}{3}x+3\right); \quad \text{г) } y = \frac{5x-13}{4x-3}; \quad \text{д) } y = \frac{0,5x+1,5}{0,3x+2,4};$$

$$\text{е) } y = x^2 - \frac{1}{9}; \quad \text{є) } y = 4x^2 - 25; \quad \text{ж) } y = 121 - x^2; \quad \text{з) } y = \frac{3-10x}{5x+15}.$$

3.57. Доведіть нерівність:

$$\begin{aligned} \text{а) } a^2 + 49b^2 &\geq 14ab; & \text{б) } 9a^2 + 4b^2 &\geq 12ab; \\ \text{в) } a^2 + b^2 &\geq \frac{(a+b)^2}{2}; & \text{г) } a^2 + b^2 + 2c^2 &\geq 2c(a+b); \\ \text{д) } a^2 + b^2 &\geq 4(a+b-2); & \text{е) } a^2 + b^2 &\geq 2n(a+b-n); \\ \text{є) } (a^3 - 8)(a - 2) &\geq 6a(a-2)^2; \\ \text{ж) } (ab)^3 - (cd)^3 (ab - cd) &\geq 3abcd(ab - cd)^2. \end{aligned}$$

3.58. Доведіть нерівність:

$$\text{а) } \frac{3}{2}a^2 + \frac{2}{3}b^2 \geq 2ab; \quad \text{б) } 9a^2 + 4b^2 \geq 12ab; \quad \text{в) } \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{9}b^2 \geq \frac{1}{3}ab.$$

3.59. Доведіть, що коли $nm = k^2$, $m > 0$, $k \neq 0$, то

$$a^2m + b^2n \geq 2abk.$$

3.60. Доведіть, що для $a > 0$, $b > 0$ має місце нерівність

$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4.$$

3.61. Доведіть нерівність

$$(a+b)(ab+16) \geq 16ab \quad (a > 0, b > 0).$$

3.62. Доведіть нерівність

$$(a+b)(ab+c^2) \geq 4abc \quad (a > 0, b > 0).$$

3.63. Доведіть нерівність

$$ab(a^2 + b^2) \geq 2a^2b^2 \quad (ab \geq 0).$$

3.64. Доведіть нерівність

$$(a^2 + a^2b^2)(b^2 + a^2b^2) \geq 4a^3b^3.$$

3.65. Доведіть нерівність

$$\frac{7a}{4b} + \frac{16b}{a} \geq 4\sqrt{7} \quad (a \text{ і } b - \text{одного знака}).$$

3.66. Доведіть, що коли $a > 0$, то $\frac{a+4}{2} + \frac{a+9}{2} > 5\sqrt{a}$.

3.67. Доведіть, що коли $c \neq 0$, то $\frac{a^2c^4 + b^2}{c^2} \geq 2ab$.

3.68. Доведіть нерівність

$$(a^4b^4 + 25) \left(\frac{a}{25b} + \frac{9b}{a} \right) \geq 6a^2b^2 \quad (a \text{ і } b - \text{одного знака}).$$

3.69. Доведіть нерівність

$$(1+a)(1+b)(1+c) > 40,$$

якщо $\frac{ab}{5} = \frac{5}{c}$ і $a > 0, b > 0$.

3.70. Доведіть нерівність

$$(ab + 8)(2a + 4b) \left(\frac{9}{a^2} + \frac{16}{b^2} \right) > 768.$$

3.71. Доведіть нерівність

$$a^4 + b^4 + 2c^2 \geq 4abc.$$

3.72. Доведіть нерівність:

а) $|a - 4| + |a + 4| \geq 8;$

б) $|a - 2| + |a - 3| \geq 1;$

в) $|a - 2| + |a - 4| + |a - 5| \geq 3;$ г) $\left| a + \frac{1}{4} \right| + \left| a - \frac{1}{4} \right| \geq \frac{1}{2};$

д) $\left| a - \frac{1}{3} \right| + \left| a - \frac{2}{3} \right| + \left| a - \frac{5}{3} \right| \geq \frac{4}{3};$ е) $|a - 1| + |a - 2| + |a - 3| + |a - 4| \geq 4.$

3.73. Доведіть нерівність

$$a^2 + (b - 1)a + (b - 1)^2 \geq 0.$$

3.74. Доведіть нерівність

$$(3a - 1)^2 + \left(b - \frac{1}{2} \right) (3a - 1) + \left(b - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0.$$

3.75. Доведіть нерівність

$$(a - 2)^2 - (a - 2)^2(b + 3) + (b + 3)^2 \geq 0.$$

3.76. Доведіть нерівність

$$(x - y)^2 - (x - y)(x - z) + (x - z)^2 \geq 0.$$

3.77. Доведіть нерівність

$$\sqrt{2a - 1} + \sqrt[4]{2a - 1} \cdot \sqrt[4]{3b + 2} + \sqrt{3b + 2} \geq 0$$

для $a \geq \frac{1}{2}, b \geq -\frac{2}{3}.$

3.78. Доведіть нерівність

$$\sqrt[3]{(a - 4)^2} - \sqrt[6]{a - 4} \cdot \sqrt[6]{b - 5} + \sqrt[3]{(b - 5)^2} \geq 0$$

для $a \geq 4, b \geq 5.$

3.79. Доведіть нерівність:

а) $\frac{2x^4}{1+4x^8} \leq \frac{1}{2}$; б) $\frac{3x^{2n}}{1+9x^{4n}} \leq \frac{1}{2}, \quad n \in \mathbb{N};$ в) $\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \geq 2.$

3.80. Дано $a+b+c=15$, де $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$. Доведіть, що $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} < 7$.

3.81. Доведіть, що для будь-яких значень a і b має місце нерівність

$$(2a-5b)^2 - 4(2a-5b) + 5 > 0.$$

3.82. Доведіть нерівність

$$(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0, \quad c \geq 0.$$

3.83. Доведіть нерівність

$$x^5 + y^5 - x^4 y - x y^4 > 0,$$

якщо $x + y \geq 0$.

3.84. Доведіть нерівність

$$x^4 - 5x^2 - 4x + 14 > 0.$$

3.85. Доведіть нерівність

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{\frac{a^2}{b}} + \sqrt{\frac{b^2}{a}},$$

якщо $a > 0, b > 0$

3.86. Доведіть нерівність

$$a^2(1+b^2) + b^2(1+c^2) + c^2(1+a^2) \geq 6abc.$$

3.87. Доведіть нерівність

$$(a+b+c+d) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) \geq 16,$$

якщо $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

3.88. Доведіть нерівність

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} - \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \geq 0$$

для $x > 0, y > 0$.

3.89. Доведіть нерівність

$$(a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2).$$

3.90. Доведіть, що коли a, b, c – довжини сторін трикутника, то для будь-якого x має місце нерівність

$$b^2 x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 > 0.$$

3.91. Доведіть, що коли $a > 0$, $b > 0$, то

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} > \frac{a+b}{a+b+1}.$$

3.92. Дано $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{15}$. Доведіть, що

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}}{a_3 + a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15}} < 3.$$

3.93. Нехай $4a + 9b = 6$, де $a > 0$, $b > 0$. Якого найбільшого значення може набувати добуток ab ?

3.94. Доведіть нерівність

$$\left(\frac{a+b}{\sqrt{2}} \right)^2 \leq a^2 + b^2.$$

3.95. Доведіть нерівність

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3},$$

якщо $x + y + z = 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

3.96. Доведіть нерівність

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \geq \frac{1}{4},$$

якщо $x + y + z + u = 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, $u \geq 0$.

3.97. Доведіть нерівність $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$.

3.98. Доведіть нерівність $(a+b)^4 \leq 8(a^4 + b^4)$.

3.99. Доведіть нерівність

$$\sqrt{6a+1} + \sqrt{6b+1} + \sqrt{6c+1} + \sqrt{6d+1} \leq 16.$$

якщо $a + b + c + d = 4$.

3.100. Доведіть нерівність

$$\sqrt{3a+5} + \sqrt{3b+6} + \sqrt{3c+7} \leq 12$$

для $a + b + c = 10$.

3.101. Доведіть нерівність

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} \geq x + y + z,$$

якщо $x, y, z > 0$.

3.102. Доведіть, що коли $a + b \geq 1$, то має місце нерівність

$$a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}.$$

3.103. Доведіть нерівність

$$abc \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) \geq 8,$$

якщо $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

3.104. Нехай $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. Доведіть нерівність

$$abc \geq (a + b - c)(a + c - b)(b + c - a).$$

3.105. Доведіть, що для $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ виконується нерівність

$$(a^3 + b^3 + c^3) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq (a + b + c)^2.$$

3.106. Доведіть, що для додатних чисел справедлива нерівність

$$a^4 + b^4 + c^2 \geq 2\sqrt{2}abc.$$

3.107. Доведіть нерівність

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^8 \geq 64(a + b)^2 ab.$$

де $a \geq 0$, $b \geq 0$.

3.108. Доведіть, що для $a > 0$, $b > 0$ виконується нерівність

$$\frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \leq \sqrt[4]{ab}.$$

3.109. Доведіть, що для будь-яких x, y, z виконується нерівність

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx.$$

3.110. Доведіть, що для всіх натуральних n і $a > 0$, $b > 0$ виконується нерівність

$$(a + b)^n < 2^n (a^n + b^n).$$

3.111. Доведіть, що для будь-яких чисел x і y , відмінних від нуля, виконується нерівність

$$\frac{x^6}{y^2} + \frac{y^6}{x^2} \geq x^4 + y^4.$$

3.112. Дано $a > b > c$. Доведіть, що

$$a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) > 0.$$

3.113. Доведіть, що коли $a^2 + b^2 \leq 4$, то $a + b \leq 4$.

3.114. Доведіть, що коли $a + b + c + d > 0$, $a > c$, $b > d$, то $|a + b| > |c + d|$.

3.115. Що більше: $\frac{a+b}{b+d}$ чи $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right)$, якщо $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ і $b > d$?

3.116. Доведіть, що принаймні одне з двох чисел $\sqrt[n]{m}$, $\sqrt[n]{n}$, де m і n – натуральні числа, більші від 1, не перевищує $\sqrt[3]{3}$.

3.117. Доведіть нерівність

$$\left(\frac{1}{9} + a_1\right)\left(\frac{1}{9} + a_2\right) \dots \left(\frac{1}{9} + a_n\right) \geq \left(\frac{2}{3}\right)^n,$$

якщо $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$ і $a_1 a_2 \dots a_n = 1$.

3.118. Доведіть, що для натурального $n > 1$ виконується нерівність

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < \sqrt{n}.$$

3.119. Доведіть, що для натурального $n \geq 2$ виконується нерівність

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}.$$

3.120. Доведіть, що $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} < 1$, $n \in \mathbb{N}$.

3.121. Чисельник дробу менший за його знаменник на 1. Якщо до чисельника додати 2, то величина дробу буде більша $\frac{2}{3}$, а якщо відняти 2, то величина дробу буде менша $\frac{7}{8}$. Знайдіть дробу, які задовольняють ці умови.

3.122. Одна сторона трикутника дорівнює 4 см, а різниця двох інших сторін дорівнює 2 см. Знайдіть ці сторони трикутника, якщо вони виражаються в цілих числах і периметр трикутника не перевищує 18 см.

3.123. Теплохід пройшов відстань від пункту A до пункту B за течією і від пункту B до пункту A проти течії. Доведіть, що час, який витратив теплохід на подолання відстані туди і назад, завжди більший того часу, який він витратив би на те, щоб пройти таку саму відстань у стоячій воді.

Розділ II. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ

3.124. Для яких значень змінної перетворюється на нуль квадратний тричлен:

- а) $x^2 - 2\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{6}x^2 + 1\frac{1}{3}x + 2$;
в) $x^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{3})x - \sqrt{15}$; г) $\sqrt{2}x^2 + (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$?

3.125. Знайдіть корені квадратного тричлена:

- а) $8x^2 + 6x - 9$; б) $\frac{1}{5}x^2 - x - 10$;
в) $x^2 - \left(\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)x + 1$; г) $x^2 - (n + m)x + mn$.

3.126. Для яких значень перетворюється на нуль вираз:

- а) $2(x^2 - 3x + 1) + x^2 + 1$; б) $\frac{1}{3}x^2 + 1\frac{2}{3}x + 2 + (x + 2)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$;
в) $\frac{1}{4}x^2 + 1\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\left(x - 1\frac{1}{2}\right)$; г) $(x + 1)^2 + x^2 + x + \frac{1}{4}$?

3.127. Знайдіть корені квадратного тричлена:

- а) $-\frac{1}{7}x^2 - \frac{6}{7}x + 1$; б) $-\frac{1}{6}x^2 + \frac{19}{60}x + \frac{1}{10}$;
в) $\frac{1}{\sqrt{35}}x^2 - \left(\sqrt{\frac{7}{5}} + \sqrt{\frac{5}{7}}\right)x + \sqrt{35}$;
г) $x^2 - (2m^2 + 3)x + (m^2 + 1)(m^2 + 2)$.

3.128. Скільки коренів має квадратний тричлен:

- а) $-\frac{2}{7}x^2 - x - \frac{6}{7}$; б) $x^2 - \frac{2}{7}x + \frac{1}{49}$;
в) $-\frac{2}{11}x^2 + \frac{10}{11}x + 1$; г) $x^2 + x + 1$?

3.129. Для яких значень a, b, c ($a \neq 0$) квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$ має:

а) два корені; б) один корінь; в) два корені симетричних відносно нуля?

3.130. Для яких значень a, b, c ($a \neq 0$) квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$ не має жодного кореня?

3.131. Для яких значень m квадратний тричлен $2x^2 - 5x + m$:
а) має два корені; б) має один корінь; в) не має жодного кореня?

3.132. Для яких $m \neq 0$ квадратний тричлен $4mx^2 - 2x - 9$:
а) має два корені; б) має один корінь; в) не має жодного кореня?

3.133. Для якого $p \neq 0$ квадратні тричлени $2x^2 - 5x + p$ і $px^2 - 5x + 2$ мають однаковий корінь?

3.134. Доведіть, що квадратні тричлени мають однакові корені:
а) $\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{6}x - 2$ і $-x^2 + x + 12$; б) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$ і $-x^2 + 6x - 9$.

3.135. Запишіть квадратний тричлен, коренями якого були б числа: а) $\frac{1}{3}$; 2; б) -3 ; $\frac{1}{4}$; в) 10; $-\frac{1}{10}$.

3.136. Знайдіть квадратний тричлен, який має лише один корінь: а) $\frac{3}{4}$; б) $-\frac{1}{2}$; в) $7\sqrt{5}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3.137. Наведіть приклади тричленів, які не мають жодного кореня.

3.138. Для яких значень x многочлени $x^2 - 4x + 3$ і $2x^2 - 5x + 1$ набувають однакових значень?

3.139. Для яких значень x значення тричлена $5x^2 - 4x + 3$ більші за значення тричлена $5x^2 - 7x + 9$?

3.140. Розв'яжіть рівняння

$$(2x + 1)^2 + (3x + 1)^2 = (5x - 1)^2 + (x - 2)^2.$$

3.141. Для яких значень x :

а) значення тричленів $x^2 - 5x - 14$ і $x^2 - 32x + 40$ набувають однакових значень;

б) значення тричлена $x^2 - 5x - 14$ більші за значення тричлена $x^2 - 32x + 40$;

в) значення тричлена $x^2 - 5x - 14$ менші за значення тричлена $x^2 - 32x + 40$?

3.142. Нехай p і q – два цілих непарних числа. Доведіть, що квадратний тричлен $x^2 + 2px + 2q$ не може мати раціональних коренів.

3.143. Розкладіть на множники квадратний тричлен:

- а) $x^2 + x - 12$; б) $3x^2 + 20x - 7$; в) $5x^2 - 14x + 8$;
г) $0,02x^2 - 2,5x + 50$; д) $-3x^2 + 7x + 20$; е) $7x^2 + 28x + 21$;
є) $x^2 + ax - 6a^2$; ж) $a^2x^2 - (ba + a)x + b$.

3.144. Розкладіть на множники квадратний тричлен:

- а) $mx^2 - (m + n)x + 1$; б) $a^2bx^2 - (a^2 + b)x + 1$;
в) $(p^2 - 1)x^2 - 2px + 1$; г) $(m^2 - n^2)x^2 - 2mx + 1$.

3.145. Для яких значень p квадратний тричлен $x^2 - 5x + p$ можна розкласти на два лінійних множники?

3.146. Для яких значень c квадратний тричлен $(c - 2)x^2 - 4x + 3$ можна розкласти на два лінійних множники?

3.147. Спростіть дріб:

- а) $\frac{6x^2 + x - 2}{3x + 2}$; б) $\frac{-8x^2 - 14x + 15}{2x + 5}$;
в) $\frac{\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{10}x - 2}{\frac{1}{5}x + 1}$; г) $\frac{-15x^2 + 29x - 12}{-6x^2 + 11x - 4}$.

3.148. Для якого значення p можна скоротити дріб на вираз, що стоїть у знаменнику:

- а) $\frac{x^2 - 5x + p}{x - 3}$; б) $\frac{px^2 - 4x + 5}{x + 5}$; в) $\frac{3x^2 - px + 5}{2x - 1}$; г) $\frac{2px^2 - 3px + 5}{x - 5}$?

3.149. Спростіть вираз:

- а) $\frac{x^2 - (p + q)x + pq}{x^2 - (p + m)x + pm}$; б) $\frac{x^2 - (m^2 - n)x - m^2n}{x^2 - (m^2 + p)x + m^2p}$;
в) $\frac{x^2 - (a^2 + b^2)x + a^2b^2}{x^2 - (a^2 + c^2)x + a^2c^2} - \frac{x^2 - (p^2 + k^2)x + p^2k^2}{x^2 - (k^2 + c^2)x + k^2c^2}$.

3.150. Знайдіть таке значення c , для якого вираз $\frac{x^2 - 5x + c}{x^2 - c^2}$

можна скоротити на лінійний множник.

3.151. Спростіть вираз:

а) $\frac{(4x+1)^2 - (2x-3)^2}{x+2}$; б) $\frac{(3x-2)^2 - (2x-1)^2}{x-1}$.

3.152. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = \frac{1}{3}x^2$ і $y = -\frac{1}{3}x^2$.

3.153. Побудуйте графік функції $y = \frac{2}{3}x^2$ і, користуючись ним, знайдіть:

а) значення y , якщо $x = -3$; $\frac{3}{2}$; -1 ; 1 ; $\frac{3}{2}$; 3 ;

б) значення x , якщо $y = 1$; $\frac{2}{3}$; $\frac{8}{27}$.

3.154. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = 0,1x^2$; $y = 0,2x^2$; $y = 0,8x^2$; $y = -0,1x^2$; $y = -0,2x^2$; $y = -0,8x^2$.

3.155. Чи належить графіку функції $y = -30x^2$ точка:

а) $A(-10; -3000)$; б) $B(-3; -270)$; в) $C(2; -100)$; г) $D(4; -480)$?

3.156. Знайдіть точки перетину графіка функції $y = \frac{1}{4}x^2$ з прямою $y = 4$.

3.157. Знайдіть точки перетину графіка функції $y = -10x^2$ з прямою $y = -1000$.

3.158. Побудуйте графік функції $y = 2,1x^2$. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції.

3.159. Побудуйте графіки функцій $y = 1\frac{1}{3}x^2$ і $y = -1\frac{1}{3}x^2$ в одній системі координат. Знайдіть точки перетину цих графіків з прямою, що проходить через точку $\left(\frac{3}{4}; 0\right)$ паралельно осі ординат.

3.160. Дано графіки функції $y = 5x^2$ і прямих $y = \frac{1}{5}$; $y = 5$.

Знайдіть значення x , для яких точки параболи розміщені між даними прямими.

3.161. Побудуйте графіки функцій $y = x^2$ і $y = \frac{1}{4}x^2$ в одній системі координат. Знайдіть значення x , для яких:

а) функції набувають однакових значень; б) $x^2 < \frac{1}{4}x^2$;

в) $x^2 > \frac{1}{4}x^2$.

3.162. Скориставшись графіками функцій $y = \frac{1}{3}x^2$ і $y = 3x$, порівняйте між собою значення цих функцій для різних значень аргументу.

3.163. Знайдіть відстань між коренями квадратного тричлена:

а) $x^2 - 1.6x - 0.36$; б) $12x^2 - 61x + 5$; в) $x^2 - (m+n)x + mn$, де $m, n > 0$.

3.164. Сторона квадрата дорівнює $\frac{1}{3}a$. Побудуйте графік, що характеризує зміну його площі залежно від зміни a . Знайдіть за графіком:

а) площу квадрата, якщо $a = 1,5$; $2,5$; $3\frac{1}{3}$;

б) значення a , якщо площа квадрата дорівнює 1 ; 3 ; 9 ; $11,5$.

3.165. За допомогою шаблона параболи $y = x^2$ побудуйте графік функції:

а) $y = -x^2$; б) $y = (x+3)^2$; в) $y = (2-x)^2$;
г) $y = -x^2 + 6$; д) $y = -(x-3)^2 + 2$; е) $y = -(x+1)^2 - 5$.

3.166. За допомогою шаблонів графіків функцій $y = x^2$ і $y = 0,5x^2$ побудуйте графіки функцій $y = (x-2)^2 - 3$ і $y = -0,5(x+1)^2 + 2$ в одній системі координат. Користуючись графіками, знайдіть точки перетину цих графіків.

3.167. Знайдіть координати вершини графіка квадратичної функції $y = -4x^2 - 4x + 5$. Визначте проміжки зростання і спадання цієї функції та область її значення.

3.168. Знайдіть відстань між вершинами парабол $y = x^2 - 3x + 2$ і $y = -x^2 + 3x - 4$.

3.169. Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 4x + 6$ і, користуючись ним, знайдіть:

а) значення функції, якщо $x = -0,4; -1,3; 0,7; 2,5$;

б) значення аргументу, для яких $y = -5; 0; 8$.

3.170. Побудуйте графік функції $y = 3x^2 + 6x - 12$ і, користуючись ним, знайдіть:

а) значення y , якщо $x = -3,5; -0,8; 1,6$;

б) значення x , для яких $y = 8,2; 1,1; 0; -6,1; -4,3$.

3.171. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:

$$y = 4x^2; y = 2x^2; y = x^2; y = \frac{1}{2}x^2; y = \frac{1}{4}x^2; y = 0 \cdot x^2; y = -\frac{1}{4}x^2;$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2; y = -x^2; y = -2x^2; y = -4x^2.$$

Яку закономірність ви помітили?

Вкажіть по одній функції, графік якої розташований між двома побудованими сусідніми графіками.

3.172. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:

$$y = \frac{5}{3}x^2; y = \frac{3}{2}x^2; y = x^2; y = \frac{2}{3}x^2; y = \frac{3}{5}x^2; y = 0 \cdot x^2; y = -\frac{3}{5}x^2;$$

$$y = -\frac{2}{3}x^2; y = -\frac{3}{2}x^2; y = -\frac{5}{3}x^2.$$

Яку закономірність ви помітили?

Вкажіть по одній функції, графік якої розташований між двома побудованими сусідніми графіками.

3.173. Знайдіть область значень функції:

а) $y = x^2 - 4$;	б) $y = x^2 + 3$;	в) $y = 9 - x^2$;
г) $y = -x^2 - 3$;	д) $y = 6x - x^2$;	е) $y = 3x^2 - 12$;
є) $y = x^2 - x $;	ж) $y = 3 x - x^2$;	з) $y = (x - 1)^2 - 1$;
и) $y = x^2 - \sqrt{5}$;	і) $y = \frac{1}{2}\sqrt{3} - x^2$;	ї) $y = x(x - 5)$.

3.174. Знайдіть область значень функції:

а) $y = x^2 + 7x + 12$; б) $y = x^2 + 6x + 5$; в) $y = x^2 - x - 2$;

г) $y = x^2 - 4x - 21$; д) $y = x^2 - 13x + 42$; е) $y = x^2 - 10x + 16$;
 є) $y = x^2 - 8|x| + 12$; ж) $y = x^2 - 2|x| - 3$.

3.175. Знайдіть область значень функції:

а) $y = x^2 - 4x + 7$; б) $y = x^2 + 6x + 15$; в) $y = -x^2 + 4x - 9$;
 г) $y = x^2 - \frac{1}{2}x + 1$; д) $y = -x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{19}{9}$; е) $y = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 + \sqrt{3}$.

3.176. Знайдіть область значень функції:

а) $y = 4x^2 - 4x - 3$; б) $y = 9x^2 + 12x + 3$;
 в) $y = 50x^2 - 20x + 4$; г) $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - \frac{5}{4}$;
 д) $y = -63x^2 - 42x - 7 - \sqrt{3}$; е) $y = \frac{2}{9}x^2 - \frac{8}{9}x + \frac{20}{9}$.

3.177. Знайдіть область значень y :

а) $|y| = (x^2 - 1)^2$; б) $|y| = x^2 + 4x + 7$; в) $|y| = -x^2 - 6x - 5$;
 г) $|y| = x^2 - x - 2,75$; д) $|y| = -x^2 + 14x - 49$.

3.178. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = x^2 - 0,5$; б) $y = 0,1 - x^2$; в) $y = 0,5(1 - 0,3x^2)$;
 г) $y = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}\right)$.

3.179. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = x\left(x - \frac{7}{2}\right)$; б) $y = x\left(x + \frac{2}{3}\right)$; в) $y = x(5 - x)$;
 г) $y = x(0,8 - x)$; д) $y = x(2 + 3x)$; е) $y = x\left(2 + \frac{1}{4}x\right)$;
 є) $y = x(4 - 5x)$; ж) $y = x\left(3 - \frac{1}{3}x\right)$.

3.180. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = x^2 + 16x + 60$; б) $y = x^2 - 3x - 10$; в) $y = (x - 2)(x - 12)$;
 г) $y = \frac{7}{6}x^2 - x - \frac{1}{3}$; д) $y = -(x + 4)(x + 2)$.

3.181. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = 5x^2 - 10x + 4$;

б) $y = 3x^2 + 4x - 2$;

в) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{7}{3}$;

г) $y = -6x^2 + 24x - 43$;

д) $y = (2x - 4)(3 - 4x)$.

3.182. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = x^2 + 5|x| + 4$;

б) $y = x^2 - 2|x| - 8$;

в) $y = -x^2 + \frac{7}{2}|x| - 3$;

г) $y = -x^2 - \frac{19}{5}|x| - \frac{18}{5}$;

д) $y = 4x^2 - 20|x| + 21$;

е) $y = -\frac{1}{12}x^2 - \frac{5}{6}|x| - 2$.

3.183. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = |x^2 - 4|$;

б) $y = |x^2 - \frac{1}{4}|$;

в) $y = |x^2 - 5x + 6|$;

г) $y = |2x - x^2 + 3|$;

д) $y = |\frac{1}{4}x^2 + 4x + 15|$.

3.184. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = |x^2 - 7|x| + 12|$;

б) $y = |\frac{1}{27}x^2 - \frac{4}{9}x + 1|$.

3.185. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

а) $y = |x^2 - 4|x| + 3|$;

б) $y = |\frac{2}{3}x^2 - \frac{25}{6}|x| + 6|$.

3.186. Знайдіть координати вершини парабол:

а) $y = x^2 - \frac{3}{4}$;

б) $y = x^2 + \frac{1}{3}$;

в) $y = 2 - x^2$;

г) $y = \sqrt{2} - x^2$.

3.187. Знайдіть координати вершини парабол:

а) $y = x(x + 3)$;

б) $y = x(x + 1, 2)$;

в) $y = x^2 - \frac{4}{5}x$;

г) $y = x(x - 1, 6)$;

д) $y = x(10 - x)$;

е) $y = -x - x^2$.

3.188. Знайдіть координати вершини парабол:

а) $y = x^2 - 4x + 4\frac{1}{4}$;

б) $y = x^2 + 4x + 13$;

в) $y = x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{4}{25}$;

г) $y = x^2 - 17x + 72$;

д) $y = x^2 + 6x - 3$;

е) $y = -x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{9}$;

$$\text{є)} y = -x^2 - 2\sqrt{5}x - 5 + \sqrt{5}; \quad \text{ж)} y = -x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{2}{5};$$

$$\text{з)} y = -x^2 - \frac{8}{7}x - \frac{44}{49}.$$

3.189. Знайдіть координати вершини парабол:

$$\text{а)} y = 3x^2 - 5x + 4; \quad \text{б)} y = 7x^2 - 3x + 1; \quad \text{в)} y = 4x^2 + 6x - 3;$$

$$\text{г)} y = \frac{1}{3}x^2 - 3x - 2; \quad \text{д)} y = -5x^2 - 10x + 3; \quad \text{е)} y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 1;$$

$$\text{є)} y = \sqrt{5}x^2 + 2\sqrt{15}x - 4\sqrt{5}.$$

3.190. Побудуйте графік функції:

$$\text{а)} y = x^2 - 4; \quad \text{б)} y = x^2 - \frac{1}{9}; \quad \text{в)} y = x^2 - \frac{25}{4}; \quad \text{г)} y = x^2 - 2;$$

$$\text{д)} y = x^2 - 8; \quad \text{е)} y = x^2 + 2; \quad \text{є)} y = x^2 + 3; \quad \text{ж)} y = (x-1,2)(x+1,2).$$

3.191. Побудуйте графік функції:

$$\text{а)} y = -x^2 + 9; \quad \text{б)} y = -x^2 + 2,5; \quad \text{в)} y = -x^2 - 5;$$

$$\text{г)} y = -x^2 - \frac{1}{4}; \quad \text{д)} y = -x^2 - \sqrt{3}; \quad \text{е)} y = -x^2 - 0,5;$$

$$\text{є)} y = (1,1-x)(1,1+x).$$

3.192. Побудуйте графік функції:

$$\text{а)} y = 2x^2 - \frac{1}{2}; \quad \text{б)} y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}; \quad \text{в)} y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{5}{6};$$

$$\text{г)} y = -2x^2 + \frac{4}{9}; \quad \text{д)} y = -\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}; \quad \text{е)} y = -4x^2 - 1;$$

$$\text{є)} y = 3x^2 + 2; \quad \text{ж)} y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{2}; \quad \text{з)} y = (2x-3)(2x+3);$$

$$\text{и)} y = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x\right).$$

3.193. Побудуйте графік функції:

$$\text{а)} y = \left|2x^2 - \frac{16}{9}\right|; \quad \text{б)} y = |x^2 - 1|; \quad \text{в)} y = |x^2 - 6|; \quad \text{г)} y = \left|x^2 - \frac{4}{9}\right|;$$

$$\text{д)} y = \left|\frac{1}{4} - x^2\right|; \quad \text{е)} y = \left|3x^2 - \frac{3}{5}\right|; \quad \text{є)} y = \left|\frac{1}{4}x^2 - 2\right|; \quad \text{ж)} y = |1 - 2x^2|;$$

$$\text{з)} y = \left|\frac{1}{3} - 3x^2\right|; \quad \text{и)} y = \left|\frac{9}{4} - x^2\right|; \quad \text{і)} y = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x^2\right|.$$

3.194. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{(x^2 - 5)(x + 3)}{x + 3};$

б) $y = \frac{(7 - x^2)(x + 1)}{x + 1};$

в) $y = \frac{|x^2 - 3| \cdot |x - 1|}{|x - 1|};$

г) $y = \frac{(x^2 - 4)(x^2 - 1)}{x^2 - 1}.$

3.195. Побудуйте графік функції:

а) $y = x^2 - 2x;$

б) $y = x^2 + 3x;$

в) $y = x^2 - \frac{1}{2}x;$

г) $y = x^2 + \frac{1}{3}x;$

д) $y = 4x - x^2;$

е) $y = \frac{3}{2}x - x^2;$

є) $y = x(x + 2);$

ж) $y = x\left(\frac{7}{2} - x\right).$

3.196. Побудуйте графік функції:

а) $y = 2x^2 - 3x;$

б) $y = 3x^2 - 2x;$

в) $y = 0,3x^2 - 0,9x;$

г) $y = 5x - 4x^2;$

д) $y = \frac{5}{3}x - \frac{3}{5}x^2;$

е) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2;$

є) $y = x(2 - x).$

3.197. Побудуйте графік функції:

а) $y = x^2 - 4,5|x|;$

б) $y = x^2 - 0,7|x|;$

в) $y = x^2 + 0,1|x|;$

г) $y = 3|x| - x^2;$

д) $y = \frac{2}{3}|x| - x^2;$

е) $y = -3|x| - x^2;$

є) $y = |x| - x^2;$

ж) $y = |x| + x^2.$

3.198. Побудуйте графік функції:

а) $y = 3x^2 - 9|x|;$

б) $y = \frac{1}{2}x^2 - |x|;$

в) $y = \frac{3}{5}x^2 + |x|;$

г) $y = \left(\frac{1}{2}|x| - 1\right)\left(\frac{1}{2}|x| + 1\right);$

д) $y = 9|x| - 4x^2;$

е) $y = -3|x| - 4x^2;$

є) $y = -0,9|x| - 0,3x^2.$

3.199. Побудуйте графік функції:

а) $y = |x^2 - 2x|;$

б) $y = \left|x^2 - \frac{1}{4}x\right|;$

в) $y = |x^2 + x|;$

г) $y = \left|x^2 + \frac{3}{4}x\right|.$

3.200. Побудуйте графік функції:

а) $y = |2x^2 - 4x|$; б) $y = \left| \frac{1}{2}x^2 - 2x \right|$; в) $y = |3x^2 + 4x|$;
г) $y = \left| \frac{1}{3}x^2 + 3x \right|$.

3.201. Побудуйте графік функції:

а) $y = x^2 - 6x + 8$; б) $y = x^2 - 7.5x + 9$; в) $y = x^2 - 2x - 3$;
г) $y = x^2 + 2x - 8$; д) $y = x^2 - \frac{19}{6}x + \frac{4}{3}$; е) $y = x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{45}{16}$;
с) $y = x^2 + 10x + 16$.

3.202. Побудуйте графік функції:

а) $y = x^2 - 4x + 7$; б) $y = x^2 + 6x + 11$; в) $y = x^2 - x + 1$;
г) $y = -x^2 - \frac{13}{15}x + \frac{2}{5}$; д) $y = -x^2 - 4.8x + 0.49$; е) $y = -x^2 - 2x - 2$;
с) $y = -x^2 - 0.4x - 2.4$.

3.203. Побудуйте графік функції:

а) $y = x^2 - 7|x| + 10$; б) $y = x^2 - 2|x| + \frac{3}{4}$; в) $y = x^2 - 2|x| - 3$;
г) $y = x^2 + 3|x| + 2$; д) $y = x^2 + \frac{7}{3}|x| + \frac{10}{3}$; е) $y = -x^2 + 6|x| - 8$;
с) $y = -x^2 - 6.4|x| - 7$; ж) $y = x^2 - 4|x| + 7$; з) $y = -x^2 + |x| + 6$.

3.204. Побудуйте графік функції:

а) $y = |x^2 - 5x + 4|$; б) $y = \left| x^2 - \frac{9}{2}x + 5 \right|$;
в) $y = |x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{5})x + \sqrt{15}|$; г) $y = -x^2 + \frac{7}{20}x + 2$;
д) $y = |-x^2 - (2 + \sqrt{7})x - 2\sqrt{7}|$.

3.205. Побудуйте графік функції:

а) $y = 2x^2 - 10x + 12$; б) $y = 2x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{7}{2}$;
в) $y = 1.2x^2 - 2.3x + 4$; г) $y = 3x^2 + 11x + 6$;

$$\text{д) } y = \left(\frac{1}{4}x - 1\right)\left(\frac{1}{4}x + 2\right);$$

$$\text{е) } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2;$$

$$\text{є) } y = 2x^2 - 7x + 8;$$

$$\text{ж) } y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 3.$$

3.206. Побудуйте графік функції:

$$\text{а) } y = -2x^2 + 10x - 12;$$

$$\text{б) } y = -2x^2 + \frac{9}{2}x - 1;$$

$$\text{в) } y = -4x^2 + 12x - 8;$$

$$\text{г) } y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 4;$$

$$\text{д) } y = -2x^2 - 6x - \frac{5}{2};$$

$$\text{е) } y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3;$$

$$\text{є) } y = -2x^2 + 9x - 12;$$

$$\text{ж) } y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 2.$$

3.207. Побудуйте графік функції:

$$\text{а) } y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}|x| + \frac{5}{3};$$

$$\text{б) } y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{17}{9}|x| + \frac{4}{3};$$

$$\text{в) } y = 2x^2 - 10|x| + 4;$$

$$\text{г) } y = 3x^2 - 7|x| + 5;$$

$$\text{д) } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}|x| - 3;$$

$$\text{е) } y = -\frac{5}{2}x^2 + 6|x| - 4;$$

$$\text{є) } y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}|x| - 3.$$

3.208. Побудуйте графік функції:

$$\text{а) } y = |3x^2 + 5x - 2|;$$

$$\text{б) } y = |2x^2 - 3x - 3|;$$

$$\text{в) } y = |-2x^2 + 7x - 6|;$$

$$\text{г) } y = \left|\frac{4}{49}x^2 + \frac{12}{7}x + 9\right|;$$

$$\text{д) } y = \left|-\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 1\right|;$$

$$\text{е) } y = -4x^2 + 2x - 3.$$

3.209. Побудуйте графік функції:

$$\text{а) } y = \frac{(x^2 + x - 2)(x^2 - x - 12)}{x^2 + 2x - 3}; \quad \text{б) } y = \frac{(x^2 - 4)(x^2 - 7x + 12)}{x^2 - x - 6};$$

$$\text{в) } y = \frac{|x^2 - 9| \cdot |x^2 - 4|}{|x + 3| \cdot |x - 2|}; \quad \text{г) } y = \frac{(6x^2 + x - 2)\left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 1\right)}{\frac{3}{2}x^2 - 2x - 2}.$$

3.210. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{|x^2 - 3x + 2| \cdot |x - 2|}{x - 2};$

б) $y = \frac{(4x^2 - 3x - 1)|x^2 - 9|}{x^2 - 9};$

в) $y = \frac{(-x^2 + 4x - 3)|2x - 3|}{2x - 3};$

г) $y = \frac{(5x^2 - 7x + 2)(x^2 - 5x + 6)}{|x^2 - 5x + 6|};$

д) $y = \frac{(x - 2)(2x^2 - 3x + 1)}{|2x - 4|};$

е) $y = \frac{(-x^2 + 7|x| - 10)(|x| - 1)}{|x| - 2};$

є) $y = \frac{(2|x| - 1)\left(\frac{1}{2}|x| - 3\right)(3|x| - 2)(|x| - 3)}{2x^2 - 7|x| + 3}.$

3.211. Побудуйте графік функції:

а) $y = x(|x| - 2);$ б) $y = (x + 2)|x - 4|;$ в) $y = |x|(2x - 5);$

г) $y = \frac{|x|}{x}(x^2 - 4x);$

д) $y = \frac{|x|}{x}(4x - x^2 - 3);$

е) $y = (x - 2)|x + 2| + |x - 2| \cdot |x + 2|;$ є) $y = x(|x + 3| + |x - 5|);$

ж) $y = x(|2x - 5| + |2x + 5|).$

3.212. Побудуйте графік функції:

а) $y = 0,25x^2 - 3x + \frac{1}{2};$ б) $y = -x^2 - 6x + 10;$

в) $y = 0,4x^2 - x - 4,5;$ г) $y = -x^2 - 5.$

Для яких значень x значення y дорівнює нулю? більше від нуля? менше від нуля? В якому проміжку функція зростає і в якому спадає? Яке найбільше або найменше значення функції?

3.213. Знайдіть координати точок перетину графіків функцій:

а) $y = 5x^2 + 11x - 16$ і $y = 5x + 6;$ б) $y = x^2 - 9$ і $y = 4x + 3.$

3.214. Знайдіть відстань між коренями квадратного три-

члена $y = \frac{1}{6}x^2 - 1\frac{1}{3}x + 2.$

3.215. Знайдіть відстань між точками перетину графіків

квадратних тричленів $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x + 5$ і $y = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 4.$

3.216. Побудуйте графіки функцій $y = x^2 + 2x - 3$ і $y = 3x^2 + 6x - 1$. Знайдіть відстань між вершинами парабол.

3.217. Для яких значень x квадратична функція набуває додатних значень і для яких – від’ємних:

а) $y = x^2 - 9$; б) $y = 1,44 - x^2$; в) $y = 8x^2 - 2x - 3$;

г) $y = \frac{1}{30}x^2 - \frac{2}{5}x - 0,2$; д) $y = 1 + 3x - 6x^2$?

3.218. Знайдіть значення x , для яких $y > 0$ і $y < 0$, якщо:

а) $y = -7\frac{1}{2}x^2 + 6\frac{1}{2}x - 1$; б) $y = 15x^2 + 17x - 4$;

в) $y = x^2 - 0,2x - 0,3$; г) $y = x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6}$;

д) $y = x^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right)x + \frac{1}{\sqrt{30}}$;

е) $y = 6x^2 - (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})x - \sqrt{6}$.

3.219. Знайдіть значення x , для яких значення функції $y = 3x^2 - 2x + 8$ більші від значень функції $y = x^2 - 5x + 6$.

3.220. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції:

а) $y = 4x^2 - \frac{1}{2}x + 6$; б) $y = \frac{1}{3}x^2 + 5x - 7$;

в) $y = -0,4x^2 - 0,2x + 11$; г) $y = -\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{25}x + 125$.

3.221. В якому проміжку зростає і в якому спадає функція:

а) $y = x^2 - 0,01$; б) $y = -0,01x^2 - 0,2x + 2$;

в) $y = 3,14x^2 - 6,28x + 3,2$; г) $y = 12x^2 - 3x + 0,1$?

3.222. Дано функції $y_1 = 0,7x^2 - 0,5x + 1$ і $y_2 = 0,6x^2 - 0,2x + 0,8$. Для яких значень x $y_1 = y_2$; $y_1 > y_2$; $y_1 < y_2$?

3.223. Дано функції $y_1 = 3x^2 - 6x + 7$ і $y_2 = 2x + 2$. Для яких значень x $y_1 = y_2$; $y_1 > y_2$; $y_1 < y_2$?

3.224. Знайдіть точки перетину графіків функцій:

а) $y = 4x^2 - \frac{1}{2}x + 3$ і $y = 7x + 4$; б) $y = x^2 - 3$ і $y = 5 - x^2$;

в) $y = 12x^2 + 3x - 1$ і $y = 5x^2 + 8x + 1$.

3.225. Знайдіть p і q , якщо точка $C(-3; -2)$ є вершиною параболи $y = x^2 + px + q$.

3.226. Знайдіть a і c , якщо точка $C\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$ є вершиною параболи $y = ax^2 + x + c$.

3.227. Знайдіть a, b, c , якщо точка $C(2; 2)$ є вершиною параболи $y = ax^2 + bx + c$, яка перетинає вісь абсцис у точці $(0; -6)$.

3.228. Знайдіть a, b, c , якщо точка $C(4; 5)$ є вершиною параболи $y = ax^2 + bx + c$, яка перетинає вісь ординат у точці $A(0; 2)$.

3.229. Знайдіть функцію $y = ax^2 + bx + c$, коли відомо, що її графік проходить через точки:

а) $A(-2; -1)$, $B(-1; -10)$, $C(3; 10)$; б) $A(1; 1)$, $B(2; 0)$, $C(4; 3)$;

в) $A\left(-1; \frac{9}{4}\right)$, $B\left(2; \frac{3}{2}\right)$, $C\left(4; \frac{7}{2}\right)$; г) $A\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$, $B\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$, $C(3; -25)$.

3.230. Знайдіть найменше ціле значення параметра t , для якого нерівність $(t^2 - 1)x^2 + 2(t - 1)x + 1 > 0$ виконується для будь-якого значення x .

3.231. Знайдіть усі значення параметра a , для яких нерівність $(a - 1)x^2 - (a + 1)x + (a + 1) > 0$ виконується для всіх дійсних x .

3.232. Для яких значень a графік функції $y = ax^2 - 6x + 7$ не має спільних точок з віссю абсцис?

3.233. Побудуйте графік функції $y = ax^2 - 6x + c$, коли відомо, що її найменше значення дорівнює 2.

3.234. Побудуйте графік функції $y = 2x^2 - 4x + c$, коли відомо, що її найменше значення дорівнює -1 .

3.235. Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 3x + c$, якщо її найбільше значення дорівнює 3.

3.236. Побудуйте графік функції $y = -3x^2 + 9x + c$, якщо її максимальне значення дорівнює -2 .

3.237. Побудуйте графік функції $y = ax^2 + 4x - 2$, якщо її найменше значення дорівнює -4 .

3.238. Побудуйте графік функції $y = ax^2 - 6x + 2$, якщо її найбільше значення дорівнює $\frac{17}{4}$.

3.239. Розв'яжіть нерівність:

- а) $x^2 + x - 132 < 0$; б) $13x^2 - 15x + 2 > 0$;
в) $9x^2 - 18x + 5 < 0$; г) $-x^2 - 100x + 101 > 0$;
д) $-5x^2 + 40x - 35 < 0$; е) $42x^2 - 2x - 40 < 0$.

3.240. Знайдіть розв'язки нерівності:

- а) $4x - 5x^2 > 0$; б) $15x^2 - 3x > 0$; в) $25 > x^2$;
г) $0,01 - x^2 < 0$; д) $27y^2 > 3$; е) $5k^2 < 4$;
є) $4x^2 + 4x + 1 \geq 0$; ж) $2 > 2\sqrt{2}x - x^2$.

3.241. Розв'яжіть нерівність:

- а) $3x(x - 5) + 4 > x(x + 2) + 10$; б) $(2x - 4)^2 < -x^2 + 1$;
в) $0,25x^2 - 0,2x + 0,04 > 0$.

3.242. Розв'яжіть нерівність:

- а) $2x(x - 3) + 1 > -6x^2 + 13x - 6$; б) $-x^2 - 4 < -2x^2 + x + 3$;
в) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 > 0$; г) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 \leq 0$.

3.243. Знайдіть розв'язки нерівності:

- а) $(5x - 1)(3x + 2) < (2x + 7)(4x - 1)$;
б) $(2 - 3x)(7x - 5) > (1 - 2x)(6 + 7x)$;
в) $(0,1x - 1)(0,2x + 3) + x - 4 > (0,3x + 1)^2$.

3.244. Розв'яжіть рівняння і нерівності:

- а) $-2x^2 + x + 3 = 0$; $-2x^2 + x + 3 > 0$; $-2x^2 + x + 3 < 0$;
б) $-6x^2 + 13x - 6 = 0$; $-6x^2 + 13x - 6 > 0$; $-6x^2 + 13x - 6 < 0$;
в) $3x^2 + 6x + 6 = 0$; $3x^2 + 6x + 6 > 0$; $3x^2 + 6x + 6 < 0$;
г) $-0,1x^2 - 0,2x - 1 = 0$; $-0,1x^2 - 0,2x - 1 > 0$; $-0,1x^2 - 0,2x - 1 < 0$.

3.245. Для яких значень p рівняння $2x^2 - 5x + p + 1 = 0$ має два різних корені?

3.246. Для яких значень p нерівність $x^2 - px - p - 1 < 0$ має розв'язки?

3.247. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{(2x+3)(4x-12)}$; б) $y = \sqrt{25-4x^2}$;

в) $y = \sqrt{x(x-2) - x(x-3)}$; г) $y = \frac{2}{\sqrt{9x^2 - \frac{1}{9}}}$;

д) $y = \frac{1}{\sqrt{5x^2 - 6x + 1}}$;

е) $y = \sqrt{x^2 - 9x + 14} + \sqrt{x^2 + x + 1}$;

є) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 7x + 24}}{\sqrt{0,1x^2 - 5x + 4,9}}$.

3.248. Доведіть, що для будь-якого значення x справджується нерівність:

а) $10x^2 - 13x + 11 > 0$;

б) $0,3x^2 - 8,2x + 60 > 0$;

в) $-13x^2 + 14x - 4 < 0$;

г) $\frac{1}{25}x^2 - 4x + 100 \geq 0$.

3.249. Для яких значень x значення тричленів рівні між собою; значення першого тричлена більші за значення другого; значення першого тричлена менші за значення другого:

а) $7x^2 - 13x + 20$ і $6x^2 + 11x - 24$;

б) $4x^2 - x + 10$ і $7x^2 + x + 5$;

в) $0,05x^2 + 0,7x - 1,04$ і $0,04x^2 - 0,3x - 0,03$;

г) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{7}$ і $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{6}{7}$?

3.250. Для яких значень b вираз $(b+1)x^2 + 2bx + b$ є квадратним тричленом, що має два різних корені?

3.251. Знайдіть тричлен, коренями якого є числа $3 + \sqrt{5}$ і $3 - \sqrt{5}$. Скільки існує таких тричленів?

3.252. Скільки існує тричленів, графіки яких проходять через точки $(-5; 0)$; $(3; 0)$?

3.253. Знайдіть координати точок перетину з осями координат графіка функції $y = \frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{20}x - 10\frac{1}{2}$.

3.254. Розв'яжіть нерівність:

- а) $5x(x+4) > x(3+5x) + 7$; б) $(4x+1)(3x-2) \geq (6x+7)(2x-3)$;
в) $(x-4)(x^2+3) > 0$; г) $(x+7)(x^2+1) > 0$;
д) $(x-5)(x^2+b^2+1) > 0$; е) $(3x+4)(|x|+2) < 0$;
є) $(x^2-7x+12)(x^2+\sqrt{2}) < 0$; ж) $x^2-11|x|+30 < 0$;
з) $x^2-5|x|-6 < 0$; и) $|x^2-6x| > 5$; і) $\sqrt{x} > \sqrt{5}$; ї) $\sqrt{x} \geq 10$.

3.255. Розкладіть тричлен на множники:

- а) $3x^2+20x-7$; б) $5x^2-14x+8$; в) $0,02x^2-2,5x+50$;
г) $20+7x-3x^2$; д) $7x^2+28x+21$; е) $x^2+ax-6a^2$.

3.256. Розв'яжіть в натуральних числах рівняння:

$$x^4 - x^6 + 2x^3y - y^2 = 17.$$

3.257. Розв'яжіть в цілих числах рівняння:

- а) $x^5 + y^3 - 3x^2y = 4$; б) $p(x+y) = xy$, де p – просте число.

3.258. Числа x і y – додатні, $x+y=10$. Якого найменшого значення може набувати вираз $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$?

3.259. Парабола проходить через точку $(0; -3)$, а відстань між її нулями дорівнює 4. Вершина параболи лежить на 5 одиниць вище від осі абсцис. Запишіть рівняння параболи.

3.260. За допомогою шаблона $y = x^2$ і лінійки розв'яжіть графічно рівняння:

- а) $x^2 + 2x - 11 = 0$; б) $x^2 - 3x + 3 = 0$;
в) $4x^2 - 6x - 5 = 0$; г) $10x^2 - 15x - 1 = 0$.

3.261. Побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{(6x^2+x-1)(2x^2-25x+50)}{6x^2-17x+5}$; б) $y = \frac{(x^2+x-6)(x^2-9x+20)}{x^2-2x-15}$.

3.262. Розв'яжіть нерівність:

- а) $x(x+1)(x-2) > x(x-3)(x-4)$;
б) $(2x+1)(2x-2)(5x+4) < x(6x-7)(5x+3)$;
в) $mx^2 + (3m+1)x + (m+2) > 0$; г) $(a-2)x^2 - 2ax - 1 > 0$.

3.263. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{1}{2x} \geq \frac{1}{1-x}$; б) $\frac{10}{x+3} < 4-x$; в) $\frac{x+1}{x-1} \geq \frac{x+5}{x+1}$;
г) $0 < \frac{x}{3-x} < 1$; д) $\frac{x}{3} - \frac{4}{x} > \frac{1}{3}$; е) $\frac{x+1}{x-1} + 1 > \frac{x-1}{x}$.

3.264. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{4x^2 + 8x + 5}{x+1} < 0$; б) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x+1} > 0$; в) $\frac{2x+9}{x^2 + x - 12} \leq \frac{1}{2}$;
г) $\frac{x-1}{x+1} < -\frac{1}{2}$; д) $\frac{5-4x}{3x^2 - x - 4} < 4$; е) $\frac{x^2(x+2)}{2x+3} \leq 0$;
є) $\frac{(x-1)^2 x}{x+1} \leq 0$; ж) $\frac{x^2 - 4x + 5}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$; з) $(x^2 + 8x + 15)\sqrt{x+4} \geq 0$.

3.265. Розв'яжіть нерівність:

а) $2x^2 - 5|x| + 3 > 0$; б) $\frac{x+1}{x^2 - 2x + 2 - |x|} \leq 0$; в) $(|x|-1)^2 > 2$;
г) $\frac{|2-x|-x}{x-3} \leq 2$; д) $\frac{x^2 - 3x + 1}{|x^2 - 1|} \geq 1$; е) $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{|x|+1} \geq \frac{1}{|x|-2}$.

3.266. Розв'яжіть нерівність:

а) $x^2 - |x-2| - |x-4| > 0$; б) $2x^2 + |3x-4| > 10$;
в) $x|x+3| + x|x-4| > 0$; г) $|x^2 - 4| + 2x - 1 > 0$;
д) $|x^2 - 9| + |x^2 - 4| > 6$; е) $|x^2 - 5x| + |x| > 4$;
є) $|3x^2 - 5x + 2| - |x^2 - 5x + 6| > 0$.

3.267. Сума двох чисел більша за їх добуток, але менша за їх різницю. Додатні чи від'ємні ці числа?

3.268. До свята кожен учень привітав листівкою одного або кількох друзів зі свого класу, причому привітання одержав кожний. Доведіть, що принаймні два учні одержали однакову кількість листівок.

3.269. Доведіть, що коли правильний дріб нескоротний, то дріб, який доповнює його до одиниці, також нескоротний.

3.270. Доведіть, що число:

а) \overline{aabbcc} ділиться на 11; б) $\overline{aabb} - \overline{bbaa}$ ділиться на 3 і 11.

3.271. Обчисліть суму, не зводячи її до спільного знаменника:

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$;

б) $\frac{1}{20 \cdot 21} + \frac{1}{21 \cdot 22} + \dots + \frac{1}{39 \cdot 40}$;

в) $\frac{3}{10 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{3}{16 \cdot 19} + \dots + \frac{3}{99 \cdot 100}$;

г) $\frac{1}{m(m+1)} + \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \frac{1}{(m+2)(m+3)} + \dots + \frac{1}{(m+n-1)(m+n)}$.

3.272. Знайдіть суму значень многочлена $2x^7 - 5x^5 - 3x^3 + 2,15$, якщо $x = 3,33$ і $x = -3,33$.

3.273. Відомо, що $x + \frac{1}{x}$ – ціле число. Доведіть, що число

$x^4 + \frac{1}{x^4}$ також ціле.

3.274. Знайдіть найменше значення виразу $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, якщо

додатні числа x і y задовольняють умову $x + y = 7$.

3.275. Знайдіть усі чотирицифрові числа, які при множенні на 9 залишаються чотирицифровими числами з тими самими цифрами, але у зворотному порядку.

Розділ III. РІВНЯННЯ І СИСТЕМИ РІВНЯНЬ. НЕРІВНОСТІ ТА СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ

§ 1. РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

3.276. Розв'яжіть рівняння:

а) $(7x - 2)(4x + 1) - (5x - 3)^2 = 17$;

б) $\frac{(13x + 2)(15x - 1)}{5} - (5x + 4)(3x + 10) = 20,2$;

в) $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x\left(\frac{1}{3}x + 2\right)(x - 4) = 70$;

г) $6x^4 - 3x^2 = \frac{(3 - 12x^2)(4 - 4x^2)}{8} + 5$;

д) $x^3(x^2 - 5) = x(2 - 5x^2) + x^5 + 4x^2$.

3.277. Розв'яжіть рівняння:

а) $(7 - 3x)(2x + 5) - (7x - 3)(2x + 4) = -42$;

б) $y(y - 1) + y(5y + 1) - 6(y + 1)(y - 2) = 2$;

в) $\frac{(4x + 3)(5x - 1)}{2} + \frac{(x + 4)(2x - 1)}{3} = (2x + 3)(4x - 1)$;

г) $3z^4 - 2z^2 + 6 = z^2(3z^2 + 1)$.

3.278. Доведіть, що рівняння $(x + 1)^6 + (x + 2)^4 + (x + 3)^2 = 0$ не має коренів.

3.279. Доведіть, що рівняння $4x^2 + 4x + 25y^2 + 10y + 3 = 0$ не має коренів.

3.280. Чи може рівняння $3x^7 + 8x^5 + 5x^3 + 17x - 5 = 42$ мати від'ємні корені?

3.281. Для яких значень p рівняння $\frac{2}{3}x^2 - p = 0$ має цілі корені?

3.282. Для яких значень p рівняння $px^2 - 64 = 0$ має цілі корені?

3.283. Для яких значень a рівняння $12x = 4a - 1$ має від'ємні корені?

3.284. Для яких значень b рівняння $5x = 3b^2 - 2b + 1$ має від'ємні корені?

3.285. Для яких значень a рівняння $3x^2 = 5a^2 + 2a - 7$ має корені?

3.286. Для яких значень p рівняння $x^2 - 2x - p^2 + 4p - 2 = 0$ має розв'язки?

3.287. Для яких значень параметра рівняння має два корені:

а) $5x^2 + 6x + p - 1 = 0$; б) $0,01x^2 + bx - 0,02 = 0$;

в) $px^2 - 5x - 3 = 0$; г) $3x^2 - px + 15 = 0$?

3.288. Для яких значень параметра рівняння не має коренів:

а) $px^2 - 4x - 2p + 1 = 0$; б) $px^2 - 2px + 4 = 0$;

в) $(b+1)x^2 - 6x - (b-1) = 0$; г) $(b^2 - 4)x^2 - 2bx + 4 = 0$;

д) $(2bx+1)(4bx-2) = 5$?

3.289. Розв'яжіть рівняння:

а) $9x - 4x^3 = 0$; б) $7x^4 + 4,9x^2 = 0$;

в) $5x - x^3 = 10x^2$; г) $2x^2 - x = 5(x^3 - x)$;

д) $12x^3 - 8x^2 - 3x + 2 = 0$; е) $y^5 - y^3 - 64y^2 + 64 = 0$;

є) $1 - x = 6x^2 - 6x^3$; ж) $x^7 - x^5 - 32x^2 + 32 = 0$.

3.290. Для яких значень параметра рівняння має один корінь:

а) $bx^2 - 4x + 3b = 0$; б) $8x^2 - (p+1)x - p^2 = 0$;

в) $ax^2 + (a+1)x + (a+2) = 0$; г) $(p^2 - 1)x^2 - 6(p-2)x + 4 = 0$;

д) $12cx^2 - 18x + 3c = 0$?

3.291. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; б) $36y^4 - 35y^2 - 1 = 0$;

в) $4x^4 - 101x^2 + 25 = 0$; г) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$;

д) $(x^2 - 3)^2 - 7(x^2 - 3) + 6 = 0$; е) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 + 4 = 0$;

$$\epsilon) 49(3x^2 - 5x + 1)^4 - 48(3x^2 - 5x + 1)^2 - 1 = 0;$$

$$\text{ж)} \left(\frac{14x - 16}{23} \right)^2 + \left(\frac{14x - 16}{23} \right) = 6.$$

3.292. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} (x - 4)(x + 7)(x - 5)(x + 6) = 432;$$

$$\text{б)} (2x^2 + 6x)^2 + 2x^2 + 6x - 42 = 0; \quad \text{в)} \left(\frac{1}{x} + x \right)^2 - 5 \left(\frac{1}{x} + x \right) + 6 = 0;$$

$$\text{г)} (y^3 + y^2 - 4y - 4)^2 = (y^2 - 4y)(y^3 + y^2 - 4y - 4);$$

$$\text{д)} (2x + 1)^4 - (3x + 2)^4 = 0; \quad \text{е)} (5x - 2)^3 - (2x - 3)^3 = 0;$$

$$\epsilon) (1 - 4x)^3 + (2 + 3x)^3 = 0.$$

3.293. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} \left(\frac{2x - 1}{3x + 4} \right)^2 + \left(\frac{2x - 1}{3x + 4} \right) - 132 = 0; \quad \text{б)} \frac{x^2}{(x + 1)^2} + \frac{(x + 1)^2}{x^2} - 14 = 0;$$

$$\text{в)} \left(\frac{x^2}{2} + 1 \right)^2 - \left(\frac{x^2}{2} - 1 \right)^2 = 2; \quad \text{г)} (x^2 + 6x + 9)^2 - (x^2 - 4x + 4)^2 = 0;$$

$$\text{д)} (4x^2 - 12x + 9)^3 - (4x^2 + 12x + 9)^3 = 0; \quad \text{е)} (2x - 1)^6 - (x + 2)^6 = 0.$$

3.294. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} |x^2 - 7x| = 10; \quad \text{б)} |3x^2 + 5x - 3| = 5; \quad \text{в)} |x^2 + 12| = 13;$$

$$\text{г)} 4x^2 - 5|x| + 1 = 0; \quad \text{д)} |x - 1||x + 2| = |x - 2||x + 1|;$$

$$\text{е)} \left| x - \frac{3}{2} \right| \left| x - \frac{2}{3} \right| = \left| x - \frac{3}{4} \right| \left| x - \frac{4}{3} \right|;$$

$$\epsilon) \sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 3} = 0;$$

$$\text{ж)} \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \sqrt{x^2 - 7x + 8} = 0;$$

$$\text{з)} \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - x^2} + \sqrt{x^2 + 7x + 10} = 0;$$

$$\text{и)} \sqrt{(x - 3)^2} + \sqrt{(x - 1)^2} = 4; \quad \text{і)} (x - 1)^2 = 5x - 16 + \frac{17}{x} - \frac{6}{x^2};$$

$$\text{ї)} \frac{x}{b} + \frac{b}{x} = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}.$$

3.295. Покажіть, що рівняння $x^3 + ax^2 + b = 0$ для жодних a і b не може мати коренями два протилежних числа.

3.296. Для яких значень a корені x_1 і x_2 рівняння $(a^2 + 1)x^2 - 2ax - 3 = 0$ задовольняють нерівність $|x_2| < x_1(1 - x_2)$ і корінь x_1 є додатним правильним дробом?

3.297. Знайдіть розв'язки рівняння:

а) $9x^2 + 6xy + 5y^2 + 4y + 4 = 0$;

б) $(y^2 + 2y + 4)^2 - 7(y^2 + 2y + 4) + 12 = 0$;

в) $(\overline{xy})^2 = \overline{(y-1)xy}$.

3.298. Знайдіть ті значення x і y , для яких вираз $\frac{32}{2x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 5}$ набуває найбільшого значення, і знайдіть його.

3.299. Що являє собою графік рівняння:

а) $xy = 0$; б) $3x^2 + 13y^2 = 0$; в) $(x+y)(x-y) = 0$;

г) $x^2 - 4y^2 = 0$; д) $(x+1)(y-x) = 0$; е) $(x-4)(y-3) = 0$;

є) $(x+y)(x+2y) = 0$; ж) $|x| + |y| = 0$; з) $|x||y| = 0$;

и) $(x^2 - 1)(x - y) = 0$; і) $(x-1)(x+3)(y-1) = 0$;

ї) $(y+1)(y+4x) = 0$; й) $x(x+1)(x-1)(y-3) = 0$;

к) $(x^2 - 9)(y^2 - 4) = 0$; л) $(y - |x|)(|y| - x) = 0$;

м) $(y - |x^2 - 1|)(|y - 1| - x) = 0$?

3.300. Побудуйте графік рівняння:

а) $\frac{2xy - 3}{y - 5x} = 0$; б) $\frac{9y - 4x^2}{25 - x^2} = 0$; в) $(x-7)(x+3) = 0$;

г) $4x^2 - y^2 = 0$; д) $x^2 - 9 + (y-3)^2 = 0$;

е) $(x^2 - 1) + (y^2 - 4) = 0$; є) $x - |y| = |x| - y$;

ж) $y = |3x - 5| + 5 - 3x$.

3.301. Знайдіть точки площини, координати яких задовольняють рівняння:

а) $\sqrt{(x-1)^2(x^2+y^2-9)} = (x-1)(x^2+y^2-9);$

б) $\sqrt{(x-1)^2(x^2+y^2-9)} = (1-x)(x^2+y^2-9);$

в) $y^4 - y^3x^4 = 0;$

г) $x^5 - x^3 = 0.$

3.302. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^3 + x^2 - 5x - 5 = 0;$

б) $x^3 - x^2 - 64x + 64 = 0;$

в) $7x^3 + x^2 - 21x - 3 = 0;$

г) $28x^3 - 7x^2 + 4x - 1 = 0;$

д) $x^3 + 2000x - 2001 = 0;$

е) $2000x^3 + x - 2001 = 0.$

3.303. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{3}x^3 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{2} = 0;$

б) $\frac{1}{7}x^3 - \frac{1}{3}x + \frac{4}{21} = 0;$

в) $x^3 - 8x^2 + 7 = 0;$

г) $x^3 + 4x^2 - 5 = 0;$

д) $x^4 + 4x^3 - x - 4 = 0;$

е) $5x^4 + 15x^3 + 10x + 30 = 0;$

є) $x^4 - 10x^3 + x - 10 = 0.$

3.304. Розв'яжіть рівняння:

а) $3x^3 + 3x^2 + x + 1 = 0;$

б) $x^3 - 5x^2 - 5x + 1 = 0;$

в) $7x^3 - 3x^2 - 3x + 7 = 0;$

г) $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0.$

3.305. Розв'яжіть рівняння:

а) $x(x-5)(x+4)(x-5) = x(x-4)(x+4)(x-5)(x-7);$

б) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{6}\right) = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{6}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right);$

в) $x(x+3)(x-2)(x+5) = 144;$

г) $(x-2)(x-3)(x-5)(x-6) = 40;$

д) $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - x - 6) = (x^2 + x - 2)(x^2 - 5x + 6).$

3.306. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{8}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{2} = 0;$

б) $\sqrt{3}x^3 - \sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{3} = 0;$

в) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0.$

3.307. Розв'яжіть рівняння:

а) $4x^4 - 4x^3 - 27x^2 + 12x + 36 = 0;$

$$\text{б) } (x-3)^4 - 6x^2(x-3)^2 + 8x^4 = 0;$$

$$\text{в) } (x^2 - 3x)^2 - 7(x^2 - 3x) + 6 = 0;$$

$$\text{г) } (x^2 - 5x)^2 - 8(x^2 - 5x) + 15 = 0;$$

$$\text{д) } (x-7)^2(x-4)(x-10) = 10;$$

$$\text{е) } (x+1)(x+4)(x+5)(x+8) = 540.$$

3.308. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } |x^2 + 2x - 1| = \frac{5}{3}x + \frac{11}{3}; \quad \text{б) } |x^2 - 2x - 1| - x + 1 = 0;$$

$$\text{в) } 3x^2 - 5|2x - 3| = 6x - 5; \quad \text{г) } \frac{1}{3}x^2 + 4|x - 2| = 2x + 1;$$

$$\text{д) } x|x - 3| + 5|x - 3| = 5x - 6; \quad \text{е) } |x|(x - 3) = x + 5.$$

3.309. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } (x^2 - 7x)(x^2 - x - 20) = (x^3 - 16x)(x^2 - 12x + 35);$$

$$\text{б) } x^6 - 35x^3 + 216 = 0; \quad \text{в) } x^6 + 12x^3 + 32 = 0;$$

$$\text{г) } \frac{1}{8}x^6 - \frac{1}{4}x^3 - 6 = 0; \quad \text{д) } x^4 - (b^2 + 4)x^2 + 4b^2 = 0;$$

$$\text{е) } x^4 - (4b^2 + 25)x^2 + 100b^2 = 0; \quad \text{є) } x^6 + (a^3 - 64)x^3 - 64a^3 = 0;$$

$$\text{ж) } x^6 + (8a^3 + 27)x^3 + 216a^3 = 0.$$

3.310. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } (x+2)^2(x+3) + (x-2)^2(x-3) = 34;$$

$$\text{б) } x^3 - 4x^2 - 20x + 125 = 0; \quad \text{в) } 8x^3 - 16x^2 - 24x + 48 = 0;$$

$$\text{г) } 65x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0; \quad \text{д) } 730x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0;$$

$$\text{е) } 64x^3 - 2x^2 + 5x - 10 = 0; \quad \text{є) } x^2|x - 5| = 10x - 8;$$

$$\text{ж) } x|x^2 - 6| = 3x^2 - 8.$$

3.311. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 3x + 1 = 0; \quad \text{б) } 5x^3 - 9x^2 - 9x + 5 = 0;$$

$$\text{в) } x^4 + 2x^3 - 13x^2 + 2x + 1 = 0; \quad \text{г) } 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = 0;$$

$$\text{д) } x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0; \quad \text{е) } x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0;$$

$$\text{є) } x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x - 6 = 0.$$

3.312. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{16x}{x^2 + x + 2} + \frac{2x}{x^2 - x + 2} = 5$; б) $\frac{2x}{x^2 + 2x + 5} + \frac{13x}{x^2 - 2x + 5} = -\frac{14}{5}$;

в) $\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 7x + 4} + \frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 4} + \frac{13}{3} = 0$;

г) $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{7}{3} \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - x + 1}$.

3.313. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{x^2 + x + 3}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 + x + 10}{x^2 + x + 2} = 8$; б) $\frac{x^4 - 1}{x^2 - 1} - \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 4$;

в) $\frac{3x^2 - 4x}{x + 2} + \frac{x + 2}{3x^2 - 4x} = \frac{10}{3}$; г) $\frac{1}{x^2 + 2} + \frac{2}{x^2 + 4} = 1$.

3.314. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{5}{(x + 7)(x - 2)} + \frac{15}{(x + 2)(x + 3)} = 1$;

б) $\frac{5}{(x + 1)(x - 2)} + \frac{6}{(x + 2)(x - 3)} = \frac{3}{2}$;

в) $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 7 = 0$; г) $4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 22 = 0$;

д) $\left(x^2 + \frac{9}{x^2}\right) - \left(x - \frac{3}{x}\right) = 8$; е) $x^2 + \frac{4x^2}{(x + 2)^2} = \frac{13}{9}$.

3.315. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x + 5} = \frac{1}{x + 4} - \frac{1}{x + 6}$; б) $\frac{1}{x - 10} - \frac{1}{x - 12} = \frac{1}{x - 6} - \frac{1}{x - 8}$;

в) $\frac{3}{x - 4} - \frac{4}{x - 2} = \frac{1}{x - 8} - \frac{2}{x - 6}$; г) $\frac{3}{6 - x} - 1 = \frac{3}{x - 6} - \frac{18 - x}{x^2 - 36}$;

д) $1 - \frac{9 - 4x}{15 - 2x} = \frac{9}{9 - 2x} - \frac{2x + 9}{2x + 3}$; е) $\frac{5}{x + 5} + \frac{x - 5}{2(x + 5)} = \frac{45}{2(20 - x)}$;

е) $\frac{42x + 49}{x^2 - 49x + 490} + \frac{21}{x - 14} = \frac{14}{x - 35}$.

3.316. Розв'яжіть рівняння:

а) $1 + \frac{2x}{x + 12} + \frac{243}{2x^2 + 21x - 36} = \frac{18}{2x - 3}$;

$$\text{б)} \frac{12}{4+2x+x^2} = \frac{12-2x-x^2}{4}; \quad \text{в)} \frac{4}{x^2-16} - \frac{2}{x(x-4)} + \frac{x-8}{x(x+4)} = 0;$$

$$\text{г)} \frac{x^2+3x+9}{x^2-3x+9} = \frac{7}{9} \cdot \frac{x+3}{x-3}; \quad \text{д)} \frac{1}{x+4} + \frac{5}{2x+9} = \frac{3}{2x+15} + \frac{2}{x+3}.$$

3.317. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2 = \frac{45}{16}; \quad \text{б)} \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} = \frac{5}{16};$$

$$\text{в)} x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 10; \quad \text{г)} 4x^2 + \frac{1}{4x^2} + 2\left(2x + \frac{1}{2x}\right) = \frac{37}{4};$$

$$\text{д)} (x^2 - 3x + 1)^2 + 3(x-1)(x^2 - 3x + 1) = 4(x-1)^2.$$

3.318. Розв'яжіть рівняння $x^3 + 3x^2 - 6x + a = 0$, якщо відомо, що воно має три різних корені, які утворюють геометричну прогресію.

§ 2. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ

3.319. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} x^2 + xy = 15, \\ x + y = 5; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11, \\ y - x = 7; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} xy = 150, \\ 2x + y = 40; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} xy = \frac{1}{6}, \\ 2x + 3y = 2; \end{cases} \quad \text{д)} \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ x + 2y = 8; \end{cases} \quad \text{е)} \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1, \\ 3x + 2y = 2; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} (x-2)(y+3) = 10, \\ 3x + 2y = 16; \end{cases} \quad \text{ж)} \begin{cases} \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(y + \frac{1}{3}\right) = 1, \\ x + y = \frac{7}{6}. \end{cases}$$

3.320. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} x^2 - y^2 = 3xy + 27, \\ x - y = 6; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x - y = 6, \\ 3x^2 - y^2 = 10x + 40y + 28; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3y - 2x = 5, \\ 4y^2 + 3x^2 = 48; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} x^2 + 2y^2 + 4x + 8y = 15, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x^2 - y^2 = xy - 31, \\ x - y = 2; \end{cases} \quad \text{е)} \begin{cases} x^2 - 2xy = y^2 + 56, \\ x + y = 4; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} (2x + y)^2 + (6x - 3y)^2 = 14x + 10y, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

3.321. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} x^2 + 9y^2 = 1\frac{7}{13}(6xy + 2), \\ 2x + 3y = 10; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 3x + 5y^2 = 20, \\ xy^2 = 5; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} (x^2 - y^2)xy = 84, \\ x^2 - xy - y^2 = -5; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 3\frac{1}{3}xy, \\ x - y = 1\frac{1}{3}xy; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x + xy + y = 27, \\ x^2y + xy^2 = 162; \end{cases} \quad \text{е)} \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 57, \\ x + y = 9; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2\frac{1}{6}, \\ x + y = 5; \end{cases} \quad \text{ж)} \begin{cases} x^3 - y^3 = 19, \\ xy(x + y) = -6. \end{cases}$$

3.322. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} (x - 6)(y - 8) = 1, \\ \frac{x - 6}{y - 8} = 1; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} (x - 2)(3y + 5) = 16, \\ \frac{3y + 5}{x - 2} = 4; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} \frac{2x - y}{2x + y} = 2, \\ \frac{y + 3}{x^2 - y^2} = \frac{1}{5}; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} \frac{4x - 5}{y + 3} + \frac{y}{x} = 2, \\ x - y = 4. \end{cases}$$

3.323. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} \frac{2x - 10}{x - 3} + \frac{3y - 2}{2y + 1} = 2, \\ 2x + 3y = 23; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 5x^2 - 4y^2 + 8xy - 3y - 7x = 0, \\ x + y = 3; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 9x^2 + 15xy + 50y^2 + 12x - 5y = 15, \\ 3x - 5y = 1; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3x^2 - 4xy + 5y^2 - 6y - 7x = 8, \\ 2x + \frac{1}{2}y = 1. \end{cases}$$

3.324. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13a^2, \\ x + y = 5a^2; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x + y = 2a, \\ xy = -3a^2; \end{cases} \quad в) \begin{cases} x^2 + 2y^2 = \frac{19}{18}a^2, \\ x - y = \frac{5}{6}a. \end{cases}$$

3.325. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} \frac{4}{x-1} + \frac{5}{y+1} = 3, \\ \frac{3}{x} = \frac{2}{y-2}; \end{cases} \quad б) \begin{cases} \frac{12}{x+4} + \frac{7}{2y+3} = 5, \\ \frac{2}{x+2} = \frac{6}{2y-1}; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \frac{1+x+x^2}{1+y+y^2} = \frac{13}{3}, \\ x+y=1; \end{cases} \quad г) \begin{cases} \frac{1+y+x^2}{1+x+y^2} = \frac{57}{58}, \\ 2x+3y=2. \end{cases}$$

3.326. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} x + y + xy = 17, \\ x + y - xy = -3; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x + y + \frac{1}{2}xy = 2, \\ x + y - \frac{1}{2}xy = -22; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} xy - x + y = -2, \\ xy + x - y = -14; \end{cases} \quad г) \begin{cases} xy + \frac{1}{2}(x+y) = 11, \\ xy - \frac{1}{3}(x+y) = 6. \end{cases}$$

3.327. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 12, \\ x^2 - y^2 + x - y = 0; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 3x^2 - 5xy + 3y^2 = 1, \\ x^2 + xy + y^2 = 3; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 2x^2 - 5xy + 3x - 2y = 10, \\ 5xy - 2x^2 + 7x - 8y = 10; \end{cases} \quad г) \begin{cases} (2x+3y)(6-x) = 16, \\ (2x+3y)(9-y) = 14. \end{cases}$$

3.328. Розв'яжіть систему рівнянь:

а) $\begin{cases} x + y = 3, \\ xy = -18; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = -9, \\ xy = 14; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = a, \\ xy = -2a^2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x + y = 4b, \\ xy = 3b^2; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x - y = 6m, \\ xy = -5m^2; \end{cases}$

е) $\begin{cases} x + y = 2a, \\ xy = a^2 - b^2. \end{cases}$

3.329. Розв'яжіть систему рівнянь:

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = -1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ xy = 12; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 116, \\ xy = 40; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{5}{16}a^2, \\ xy = \frac{a^2}{8}; \end{cases}$

е) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2m^2 + 2, \\ xy = m^2 - 1; \end{cases}$

є) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 6a^2, \\ xy = 3a^2; \end{cases}$

ж) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4m + \frac{n}{4}, \\ xy = mn. \end{cases}$

3.330. Розв'яжіть систему рівнянь:

а) $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}, \\ x^2 - y^2 = \frac{3}{16}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{7}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

3.331. Розв'яжіть систему рівнянь:

а) $\begin{cases} x^2 + xy + y = 1, \\ y^2 + xy + x = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 0, \\ x^2 + 5y = 6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x^2y + xy^2 = -2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2x^2 + (y-4)^2 = 6, \\ 4x - xy = 2; \end{cases}$

д) $\begin{cases} y^2 - xy = -12, \\ x^2 - xy = 28; \end{cases}$

е) $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{y}{3} = 3, \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{y} = \frac{3}{2}; \end{cases}$

є) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 124, \\ x^2 + xy + y^2 = 31; \end{cases}$

ж) $\begin{cases} x - y = 6, \\ x^3 - y^3 = 126; \end{cases}$

$$3) \begin{cases} \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{7}{8}, \\ \frac{1}{x^2 y} + \frac{1}{xy^2} = -\frac{1}{4}; \end{cases} \quad \text{и) } \begin{cases} x^3 + y^3 = 91, \\ x + y = 7. \end{cases}$$

3.332. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 8, \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} + \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} = 2, \\ x + y = 12; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x - 3y = -5, \\ \frac{x}{3y} - \frac{2y}{x} = -\frac{23}{6}; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}, \\ x^2 + y^2 = 5; \end{cases} \quad \text{д) } \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + 6 \frac{x-y}{x+y} = 5, \\ xy = 2; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} x^2 + xy = 10, \\ x^3 + x^2 y = 20; \end{cases} \quad \text{є) } \begin{cases} |xy - 4| = 8 - y^2, \\ xy = 2 + x^2; \end{cases}$$

$$\text{ж) } \begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{y+1} = \frac{7}{6}, \\ \frac{3}{x-1} - \frac{1}{y+1} = \frac{7}{6}; \end{cases} \quad \text{з) } \begin{cases} xy(x+y) = 30, \\ x^3 + y^3 = 35; \end{cases}$$

$$\text{и) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2, \\ \frac{3}{x+y} + \frac{4}{x-y} = 7; \end{cases} \quad \text{і) } \begin{cases} |x - y^2| = 1, \\ |x| - |y| = 1; \end{cases}$$

$$\text{ї) } \begin{cases} x^3 + x^3 y^3 + y^3 = 17, \\ x + xy + y = 5; \end{cases} \quad \text{й) } \begin{cases} (x+y)^2 + 2x = 35 - 2y, \\ (x-y)^2 - 2y = 3 - 2x. \end{cases}$$

3.333. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} x^4 + y^4 + x^2 y^2 = 91, \\ x^2 - y^2 + 2xy = 14; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} (x^2 + y^2)^4 - (x+y)^4 = 0, \\ (x^2 + y^2)^2 + (x+y)^2 = 2; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} (x+y)^3 + x^3 y^3 = 64, \\ x^2 + y^2 + xy = 4; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} (2x^2 + 3x + 1)^2 - (3y^2 - 6y + 3)^2 = 81, \\ 2x^2 + 3y^2 + 3(x - 2y) + 4 = 27. \end{cases}$$

3.334. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} x^3 + xy^2 = 208, \\ y^3 + x^2 y = 312; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x^4 - y^4 = 15; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x^3 + y^3 + xy^2 + x^2 y = 520, \\ x^2 + y^2 = 52; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x^3 - y^3 = -16, \\ x^2 + xy + y^2 = 4; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ y^6 + y^4 x^2 = 2; \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} y^2 + 4x = 8, \\ y^4 + 3x = 19; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} x^2 - y^2 - 2x + 2y = 0, \\ x^2 + y^2 = \frac{5}{2}; \end{cases}$$

$$\text{ж)} \begin{cases} x^4 + x^2 y^2 = 320, \\ y^4 + x^2 y^2 = 80. \end{cases}$$

3.335. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} (x + xy^2 + y^2)(x + y^2)^2 = 225, \\ (x - xy^2 + y^2)(x + y^2)^2 = 25; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} (x + 2y)^2 + (x + 2y)(x + y) = 28, \\ (x + y)^2 + (x + 2y)(x + y) = 21; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy - y + x = 0, \\ x^2 + y^2 + xy + y + 2x = 2; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x^2 - xy - 3y^2 + x + y = -9, \\ 2x^2 - 5xy + 3y^2 + x - y = 3; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x^8 = x^4 y^4 + 1, \\ 3y^8 = x^4 y^4 + 2; \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy + 4x + 4y = -9, \\ xy - 3x - 3y = 7; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} x^4 + y^4 + x^2 + y^2 = 92, \\ xy = 3; \end{cases}$$

$$\text{ж)} \begin{cases} xy + x - y = 9, \\ x^2 y - xy^2 = 20; \end{cases}$$

$$\text{з)} \begin{cases} x^3 + xy^2 = 10y, \\ x + x^2 y + y^3 = 7y; \end{cases}$$

$$\text{и)} \begin{cases} x(x+1)(3x+5y) = 144, \\ x^2 + 4x + 5y = 6. \end{cases}$$

3.336. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} \frac{3}{3x-y} + \frac{5}{x-2y} = \frac{4}{3}, \\ \frac{3}{3x-y} - \frac{2}{x-2y} = \frac{11}{3}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} (x+y)^2 - 6(x+y) = 16, \\ (x-y)^2 - 5(x-y) = 14; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 3x^2y^2 + x^2 - 3xy = 10, \\ 10x^2y^2 + 3x^2 - 20xy = 12; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x^2 + xy + x = 12, \\ y^2 + xy + y = 18; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} x^2 + 2x - y^2 = -1, \\ 3x^2 + 3xy + y^2 = 3; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{3x+2y}{3x-2y} + \frac{3x-2y}{3x+2y} = 5, 2, \\ 3x^2 - 2y^2 = 1; \end{cases}$$

$$є) \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 3, \\ 3x^2 - xy - 4y^2 = 6; \end{cases}$$

$$ж) \begin{cases} x^2 - (y+2)x - 6y^2 + 11y - 3 = 0, \\ x^2 + y^2 = 5; \end{cases}$$

$$з) \begin{cases} x^2 - 4x + y^2 - 3y + 5 = 0, \\ 3x^2 - 11x + 3y^2 - 7y + 10 = 0. \end{cases}$$

3.337. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} 4x^2 - 4xy + y^2 + 2x - y = 0, \\ 4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y = 0; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \frac{y}{x} - \frac{1}{y} = 3xy, \\ y^2 + x = 5x^2y^2; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 3x^2 + 2xy - 9x - 4y + 6 = 0, \\ 5x^2 + 2xy - 12x - 4y + 4 = 0; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3x^2 - \frac{25}{12}xy + 3y^2 = 50, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} y^2(x^2 - 3) + xy + 1 = 0, \\ y^2(3x^2 - 6) + xy + 2 = 0; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0, \\ 2x^2 - 4x + 3 + y^3 = 0; \end{cases}$$

$$є) \begin{cases} x^2 + 2xy - 3y^2 = 0, \\ x|x| + y|y| = -2; \end{cases}$$

$$ж) \begin{cases} 4x^2 - 4xy + y^2 + 2x - y = 0, \\ 4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y = 0; \end{cases}$$

$$з) \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 - x - y = 6, \\ x - 2y = 3; \end{cases}$$

$$и) \begin{cases} x + \frac{1}{y} = 1, \\ xy^2 + \frac{1}{x^2y} = 1 + \frac{y}{x}; \end{cases}$$

$$\text{і)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 2(x + y), \\ x^3 + y^3 = 4(x + y); \end{cases}$$

$$\text{ї)} \begin{cases} x + xy + y = 11, \\ x^2y + xy^2 = 30; \end{cases}$$

$$\text{й)} \begin{cases} x + y + xy = 11, \\ x^2 + y^2 + xy = 19. \end{cases}$$

3.338. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} xy = 12, \\ xz = 15, \\ yz = 20; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} xy = \frac{1}{6}, \\ xz = \frac{1}{8}, \\ yz = \frac{1}{12}; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} xy = 35, \\ xz = 5, \\ x^2 + y^2 = 74; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} xy = 1, \\ yz = 4, \\ x^2 + z^2 = 68; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} z + x = 1, \\ y + z = 5, \\ xy = -4; \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x - y = \frac{1}{4}, \\ y + z = \frac{5}{4}, \\ x^2 + z^2 = \frac{5}{4}; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} x + y = 1, \\ z + yz = 3, \\ xyz = 20; \end{cases}$$

$$\text{ж)} \begin{cases} x - z = 7, \\ y - xy = 6, \\ xyz = 24; \end{cases}$$

$$\text{з)} \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 10, \\ xy = \frac{1}{6}, \\ yz = \frac{1}{15}. \end{cases}$$

3.339. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а)} \begin{cases} x - y + \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = \frac{20}{x+y}, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 3x + \sqrt{xy} - 14y = 21, \\ x + 12\sqrt{xy} - 28y = 56; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x^2 - x - y^2 = -0.25, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 0.5; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} = 3; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ x + y = 9; \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x^2 - 12xy + 13y^2 + 18x - 2y - 18 = 0, \\ x + 4\sqrt{xy} + 3y = 0. \end{cases}$$

3.340. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{\frac{6x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{6x}} = \frac{5}{2}, \\ xy - x - y = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \sqrt{x^2 - xy} + \sqrt{xy - y^2} = 3(x - y), \\ x^2 - y^2 = 41; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3 - (y+1)^2 = \sqrt{x-y}, \\ x + 8y = \sqrt{x-y-9}; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{7}{\sqrt{xy}} + 1, \\ x\sqrt{xy} + y\sqrt{xy} = 78; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x - y + \sqrt{x^2 - 4y^2} = 2, \\ x^5 \sqrt{x^2 - 4y^2} = 0; \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 2, \\ x^2 + y^2 - 4x = 0; \end{cases}$$

$$\text{є) } \begin{cases} \sqrt{2x-1} + \sqrt{y+3} = 3, \\ 2xy - y + 6x - 3 = 4; \end{cases} \quad \text{ж) } \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 2, \\ x^2 + y^2 - 4x = 0; \end{cases}$$

$$\text{з) } \begin{cases} \sqrt{x+3y-9} + \sqrt{2y-x+11} = 5, \\ \sqrt{2y-x+11} - \sqrt{3y+x-9} = 3; \end{cases} \quad \text{и) } \begin{cases} \sqrt[4]{x+y} - \sqrt[4]{x-y} = 2, \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 8; \end{cases}$$

$$\text{і) } \begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{2x+4y} = \sqrt{2} + 4, \\ \sqrt{x+2y} - \sqrt{2x+2y} = 2\sqrt{2} - 2; \end{cases} \quad \text{ї) } \begin{cases} \sqrt{x+a} - \sqrt{y+b} = 1, \\ \sqrt{y+a} - \sqrt{x+b} = 1. \end{cases}$$

3.341. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} xy + z^2 = 2, \\ yz + x^2 = 2, \\ xz + y^2 = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 y = x + y - z, \\ z^2 x = x - y + z, \\ y^2 x = y - x + z; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0, \\ y^2 + 2z + 1 = 0, \\ z^2 + 2x + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{a}, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{b}, \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{y+x} = \frac{1}{c}; \end{cases} \quad \text{д) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} = \frac{7}{12}, \\ \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = \frac{8}{15}, \\ \frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} = \frac{9}{20}; \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1985, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1986, \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 1987; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 6x + y^2 - x^2 = 6, \\ x^2 - y - 4z = -4, \\ 21x^2 - 2y^2 + 3y = 22z^2; \end{cases}$$

$$\text{ж) } \begin{cases} 4xy + x^2 + y^2 = 1, \\ 8xz + x^2 + 4z^2 = -2, \\ 8yz + y^2 + 4z^2 = 1; \end{cases}$$

$$\text{з) } \begin{cases} 2(x^2 + y^2) = xyz, \\ 10(y^2 + z^2) = 29xyz, \\ 5(z^2 + x^2) = 13xyz; \end{cases}$$

$$\text{и) } \begin{cases} 3xy - \frac{16}{xz} = -5, \\ xz + \frac{8}{yz} = 4, \\ yz - \frac{3}{xy} = 1; \end{cases}$$

$$\text{і) } \begin{cases} xyz^2 = -y - 2x, \\ 2x^2yz = -y - z, \\ 3xy^2z = 2x - z; \end{cases}$$

$$\text{ї) } \begin{cases} xy + x + y = 7, \\ yz + y + z = -3, \\ xz + x + z = -5; \end{cases}$$

$$\text{й) } \begin{cases} 3x - 6y - 8z = xyz^2, \\ 2x - 5y - 7z = -x^2yz, \\ 3x - 9y - 13z = -xy^2z; \end{cases}$$

$$\text{к) } \begin{cases} 2z^2 - xz + 5xy^2 = 0, \\ xz - z^2 + 3x^2y = 9x^2y^3, \\ z^2 - 2x^2 - 5y^2z = 18x^2y; \end{cases}$$

$$\text{л) } \begin{cases} xy^2z^3 = 108, \\ x^2y^3z = 24, \\ x^3yz^2 = 18. \end{cases}$$

3.342. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} 1 + x^2 = 2y, \\ 1 + y^2 = 2u, \\ 1 + u^2 = 2v, \\ 1 + 2v = 2x; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y^2 - xy + x^2 = z^2, \\ x^2 - xz + z^2 = y^2, \\ z^3 - y^3 = x^2 + y^2 + z^2; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 27, \\ xy + xz + yz = 27; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2xz + 3yz + z^2 = 11z, \\ 3xz + yz - z^2 = 2z, \\ xz - 2yz + 2z^2 = 3z; \end{cases}$$

д) в додатних числах:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = 3, \\ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} = 3; \end{cases}$$

е) для всіх $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x^2 + yz + 2az = 1, \\ xy + yw + 2aw = 0, \\ w^2 + yz + 2ay = 1, \\ xz + zw + 2ax = 0; \end{cases}$$

[illegible]

3) в натуральных числах:

$$\begin{cases} x^3 - y^2 - z^3 = 3xyz, \\ x^2 = 2(y + z). \end{cases}$$

§ 3. ТЕКСТОВІ ЗАДАЧІ

3.343. Різниця двох чисел дорівнює 6, а сума 140. Знайдіть ці числа.

3.344. Периметр прямокутника дорівнює 120 см, а його площа 500 см^2 . Знайдіть сторони прямокутника.

3.345. Периметр прямокутника дорівнює 34 см, а діагональ 13 см. Знайдіть сторони прямокутника.

3.346. Різниця двох чисел дорівнює $4a$, а сума $2b$. Знайдіть ці числа.

3.347. Сума двох чисел дорівнює 12, а різниця їх квадратів 24. Знайдіть ці числа.

3.348. Сума двох чисел дорівнює 10, а сума їх квадратів 68. Знайдіть ці числа.

3.349. Периметр прямокутного трикутника дорівнює 36 см, а гіпотенуза 15 см. Знайдіть катети трикутника.

3.350. Різниця катетів прямокутного трикутника дорівнює 4 см, а його площа 126 см^2 . Знайдіть катети трикутника.

3.351. Сума двох чисел дорівнює 3, а сума їх квадратів 65. Знайдіть ці числа.

3.352. У першому куску кількість метрів тканини вдвічі більша, ніж у другому. Якщо від кожного куска відрізати по a м, то в першому куску тканини буде в 2,5 раза більше, ніж у другому. Скільки метрів тканини в кожному куску?

3.353. Теплохід пройшов a км озером і b км за течією річки за 1 год. Знайдіть власну швидкість теплохода, якщо швидкість течії річки 3 км/год.

3.354. Відстань між пристанями A і B дорівнює 24 км. Шлях від A до B і в зворотному напрямі катер проходить за 5 год. Знайдіть швидкість течії річки, якщо власна швидкість катера 10 км/год.

3.355. Відстань між двома пристанями дорівнює 36 км. Цей шлях за течією і проти течії катер проходить за 5 год 15 хв. Знайдіть власну швидкість катера, якщо швидкість течії річки дорівнює 2 км/год.

3.356. Автомобіль проїхав відстань від міста A до міста B зі швидкістю $v_1 = 70$ км/год, а в зворотному напрямі – зі швидкістю $v_2 = 60$ км/год. Яка середня швидкість автомобіля?

3.357. Відстань від порту A до порту B теплохід долає за n діб. Протягом цього періоду щоранку з A в B і з B в A відходить теплохід. Скільки таких теплоходів у відкритому морі зустріне кожен із них?

3.358. Моторний човен має швидкість v км/год у стоячій воді. Щоденно навесні та влітку з пристані A до пристані B за течією річки відправляється човен і повертається назад. Коли човен витратить на цей шлях часу більше, навесні чи влітку, якщо швидкість течії річки навесні більша, ніж улітку?

3.359. Два велосипедисти виїхали з міста A в місто B . Перший велосипедист половину часу їхав зі швидкістю v_1 км/год, а другу половину часу – зі швидкістю v_2 км/год. Другий їхав першу половину шляху зі швидкістю v_1 км/год, а решту шляху – зі швидкістю v_2 км/год. Хто з них раніше приїхав у місто B ?

3.360. Із пункту A в пункт B відправився швидкий поїзд. Одночасно назустріч йому з пункту B у пункт A вийшов товарний поїзд, який зустрівся зі швидким через $\frac{2}{3}$ год після відправлення.

Відстань між пунктами A і B 80 км; поїзди рухалися з постійною швидкістю. З якою швидкістю рухався швидкий поїзд, якщо 40 км він пройшов за час на $\frac{3}{8}$ год більше, ніж товарний поїзд

пройшов 5 км?

3.361. 80 % шляху турист проїхав на велосипеді, 40 % шляху, що залишився, пройшов пішки і 12 км проплив на плоту. Знайдіть весь шлях.

3.362. З міста A в місто B , відстань між якими 120 км, на мопеді виїхав кур'єр. Через одну годину після того з міста A на мотоциклі виїхав другий кур'єр, який наздогнав першого, передав йому доручення і негайно з тією самою швидкістю поїхав у зворотному напрямку. Він прибув у місто A в той момент, коли перший приїхав у місто B . Яка швидкість першого кур'єра, якщо швидкість другого дорівнює 50 км/год?

3.363. Човняр проплив на човні за течією річки відстань від пункту A до B і потім знову повернувся в пункт A . З'ясувалося, що проти течії він плив на $6\frac{2}{3}$ год більше, ніж за

течією. Знайдіть швидкість, з якою човняр плив би у стоячій воді, і швидкість течії, якщо відомо, що за 3 год він проплив за течією річки стільки ж кілометрів, скільки за 7 год проти течії. Відстань між пунктами A і B дорівнює 21 км.

3.364. Два тіла рухаються рівномірно по колу в одному напрямку. Перше тіло проходить коло на 3 с швидше, ніж друге, і доганяє друге тіло кожні півтори хвилини. За який час кожне тіло проходить коло?

3.365. Пасажир метро спускається вниз, ідучи рухомим ескалатором за 32 с. Якщо пасажир іде з тією самою швидкістю, але по нерухомому ескалатору, то він спускається за 48 с. За скільки секунд він спуститься вниз, стоячи на сходи́нці рухомого ескалатора?

3.366. Поїзд повинен був пройти 840 км за певний час. На півдорозі він зупинився на 30 хв. Для того щоб поїзд прибув до місця призначення вчасно, машиністові довелося збільшити швидкість поїзда на 2 км/год. Скільки часу поїзд знаходився в дорозі?

3.367. Катер відправився з пристані одночасно з плотом і пройшов униз за течією $\frac{40}{3}$ км. Не зупиняючись, він розвернувся

і пішов у зворотному напрямку. Пропливши $\frac{28}{3}$ км, він

зустрівся з плотом. Яка власна швидкість катера, якщо швидкість течії річки 4 км/год?

3.368. Інженер щодня приїжджав поїздом на вокзал о 8 год ранку. Рівно о 8 год ранку до вокзалу під'їжджав автомобіль і відвозив інженера на завод. Одного разу інженер приїхав на вокзал о 7 год ранку і пішов назустріч автомобілю. Зустрівши машину, він сів у неї і приїхав на завод на 20 хв раніше, ніж звичайно. Визначте показники годинника в момент зустрічі інженера з автомобілем.

3.369. Мотоцикліст затримався біля шлагбаума на 24 хв. Збільшивши після цього швидкість на 10 км/год, він надолужив запізнення на перегоні у 80 км. Знайдіть швидкість мотоцикліста до затримки.

3.370. Два автобуси одночасно виїхали з пункту *A* в пункт *B*. Перший автобус мав швидкість на 4 км/год більшу, ніж другий, і прибув у пункт *B* на 10 хв раніше. Знайдіть швидкість автобусів, якщо відстань між *A* і *B* дорівнює 48 км.

3.371. Поїзд проходить міст завдовжки 800 м за 1 хв, а повз спостерігача – за 15 с. Яка довжина поїзда і яка його швидкість?

3.372. Два поїзди виїхали одночасно в одному напрямку із міст *A* і *B*, які розташовані на відстані 60 км одне від одного, й одночасно прибули на станцію *C*. Якщо б один з них збільшив швидкість на 25 км/год, а другий – на 20 км/год, то вони також прибули б одночасно на станцію *C*, але на 2 год раніше. Знайдіть швидкість поїздів.

3.373. Із міста *A* в місто *B* вийшов пасажирський поїзд. У той же час із *B* в *A* вийшов товарний поїзд. Швидкість кожного з поїздів на всій ділянці руху рівномірна. Через 2 год після того, як поїзди зустрілися, відстань між ними дорівнювала 280 км. Пасажирський поїзд прибув до місця призначення через 9 год після зустрічі, а товарний – через 16 год. Знайдіть час перебування кожного поїзда в дорозі.

3.374. На дорозі лежить певна кількість стовпів на відстані 10 м один від одного. Почавши з крайнього стовпа, робітник переніс усі стовпи по одному до протилежного крайнього стовпа, причому для цього йому довелося в підсумку пройти 1.44 км. Скільки стовпів лежало на дорозі?

3.375. Трактор виїхав зі станції до села на 30 хв раніше вантажівки. Коли вантажівка, обігнавши трактор, приїхала в село, то трактору залишилось їхати до села ще 3 км. Знайдіть швидкість

трактора і вантажівки, якщо відомо, що швидкість вантажівки на 20 км/год більша за швидкість трактора, а відстань від станції до села дорівнює 12 км.

3.376. Два тіла рухаються назустріч одне одному з двох точок, які знаходяться на відстані 153 м. Перше тіло проходить 10 м/с, а друге в першу секунду пройшло 3 м, а за кожну наступну – на 5 м більше, ніж за попередню. Через скільки секунд тіла зустрінуться?

3.377. Із пункту A річкою відправляється пліт. Одночасно назустріч йому відправляється катер з пункту B , що розташований нижче за течією відносно пункту A . Зустрівши пліт, катер відразу ж розвернувся і пішов за течією. Знайдіть, яку частину шляху від A до B пропливе пліт до моменту повернення катера в пункт B , якщо швидкість катера в стоячій воді в 4 рази більша за швидкість течії річки.

3.378. Два мотоциклісти виїхали одночасно назустріч один одному з пунктів A і B , відстань між якими дорівнює 660 км. За той час, за який перший подолав відстань у 250 км, другий подолав відстань у 200 км. Знайдіть швидкість мотоциклістів, вважаючи їх рух рівномірним, якщо перший мотоцикліст приїхав у пункт B на 3 год раніше, ніж другий – у пункт A .

3.379. Відстань між пунктами A і B річкою дорівнює 50 км, а по шосе – 40 км. Пасажир запізнився на теплохід на 1,5 год. Тоді він сів у таксі й прибув у пункт B одночасно з теплоходом. Швидкість таксі була на 55 км/год більша за швидкість теплохода. Яка швидкість теплохода?

3.380. Бригада робітників повинна виготовити 8000 однакових деталей за певний час. Фактично ця робота була виконана на 8 днів раніше строку, оскільки бригада виготовляла щоденно на 50 деталей більше, ніж це було заплановано. Визначте термін закінчення роботи.

3.381. Двом робітникам було доручено виготовити партію однакових деталей. Після того, як перший проробив 7 год, а другий – 4 год, виявилося, що вони виконали $\frac{5}{9}$ всієї роботи. Пропрацювавши разом ще 4 год, вони з'ясували, що їм залишилося виконати $\frac{1}{18}$ всієї роботи. За скільки годин кожний робітник, працюючи окремо, зміг би виконати всю роботу?

3.382. Працюючи одночасно на трьох станках за 7 год обробляють 343 деталі. За 2 год на першому і другому станках разом можна обробити стільки деталей, скільки на третьому за 5 год. За 3 год на першому станку можна обробити на 10 деталей більше, ніж за 2 год на другому. Скільки деталей за годину можна обробити на першому станку?

3.383. Два робітники, працюючи разом, можуть виконати завдання за 4 год. Один з них, працюючи окремо, може виконати завдання на 6 год раніше, ніж другий. За скільки годин може виконати завдання кожен робітник окремо?

3.384. Два екскаватори різної потужності, працюючи з постійною продуктивністю, вирили котлован запланованого об'єму за 2 год 24 хв. Перший екскаватор, працюючи один, завершив би цю роботу на 2 год швидше, ніж другий. Знайдіть час, за який вирив би котлован другий екскаватор, працюючи один.

3.385. Два робітники, працюючи разом, виконують певну роботу за 15 хв. Скільки часу буде потрібно другому робітникові, щоб виконати цю роботу одному, коли відомо, що перший робітник виконує її на m год швидше, ніж другий?

3.386. Бригада робітників повинна була виготовити 360 деталей. Виготовляючи щоденно на 4 деталі більше, ніж передбачалося за планом, бригада виконала завдання на один день раніше встановленого терміну. Скільки днів витратила бригада на виконання завдання?

3.387. Два робітники за зміну виготовили разом 72 деталі. Після того, як перший робітник підвищив продуктивність праці на 15 %, а другий – на 25 %, вони стали виготовляти 86 деталей. Скільки деталей виготовляє кожний робітник за зміну після підвищення продуктивності праці?

3.388. Час, що витрачає велосипедист для проходження наступного кілометра шляху, на одну й ту саму величину більший, ніж час, витрачений ним на проходження попереднього кілометра. Відомо, що на проходження другого і четвертого кілометрів після старту він витратив в сумі 3 хв 20 с. За який час велосипедист проїхав перші 5 км після старту?

3.389. Бригада виконала план на 98 %. Збільшення продуктивності праці кожного робітника на $\frac{1}{20}$ планового обсягу роботи всієї бригади дало змогу виконати роботу на 132 %,

звільнивши трьох робітників для виконання інших завдань. Скільки робітників було в бригаді?

3.390. На заводі було декілька однакових пресів, які штампували деталі, і завод випускав 6480 деталей в день. Після реконструкції всі преси замінили на продуктивніші й теж однакові, збільшивши їх кількість на 3. Завод став випускати 11200 деталей в день. Скільки пресів було спочатку?

3.391. У букіністичному магазині на антикварну збірку творів вартістю 350 грн. робили знижку двічі на одне й те саме число відсотків. Знайдіть ці числа, коли відомо, що після дворазової знижки збірка творів коштує 283 грн. 50 коп.

3.392. Є три куски тканини. З першого куска продали половину тканини, з другого $\frac{2}{3}$, а третій кусок, в якому було $\frac{1}{3}$ всієї тканини, продали весь. Скільки відсотків тканини продали, якщо всього її залишилося в 2 рази менше, ніж було в другому куску?

3.393. Із бака, наповненого спиртом, відлили частину спирту і долили водою. А коли з нього знову відлили стільки ж літрів суміші, то залишилося 36 л чистого спирту. Скільки літрів спирту вилили першого разу і скільки другого, якщо місткість бака 81 л?

3.394. Вартість 70 примірників першого тому і 60 примірників другого тому складала 230 грн. За всі ці книжки заплатили 191 грн., оскільки була проведена знижка: на перший том 15 %, на другий – 20 %. Знайдіть початкову вартість першого тому.

3.395. Два автомобілі повинні були перевезти певний вантаж протягом 20 год. Однак роботу зміг розпочати тільки один автомобіль; до прибуття другого автомобіля він перевіз 80 % вантажу. Решту вантажу перевіз другий автомобіль, унаслідок чого весь вантаж було перевезено за 36 год. Скільки часу потрібно було б кожному автомобілю окремо для перевезення всього вантажу?

3.396. Спочатку вартість одиниці продукції дорівнювала 75 грн. Протягом першого року виробництва вона підвищилась на деяке число відсотків, а протягом другого року знизилась (по відношенню до підвищеної вартості) на таке саме число відсотків, в результаті чого вона стала дорівнювати 72 грн. Знайдіть відсоток підвищення і зниження вартості одиниці продукції.

3.397. Заробітна плата деякої категорії працівників підвищувалася двічі, причому відсоток підвищення в другий раз

був у 3 рази більшим, ніж у перший. Знайдіть, на скільки відсотків підвищувалася заробітна плата кожного разу, якщо до першого підвищення вона становила 100 грн., а після другого – 133 грн. 92 коп.

3.398. Виробництво продукції за рік роботи підприємства зросло на $p\%$, а на наступний рік воно зросло на 10 % більше, ніж за перший. Знайдіть, на скільки відсотків збільшилося виробництво за перший рік, якщо за два роки воно збільшилося у загальному підсумку на 48,59 %.

3.399. Басейн можна заповнити водою за допомогою двох насосів, якщо перший працюватиме 4 хв, а другий – 3 хв. Час заповнення басейну за допомогою лише першого насоса на 3 хв менше, ніж за допомогою другого. Знайдіть час, за який кожний насос, працюючи окремо, заповнить басейн водою.

3.400. Одну зі сторін прямокутника збільшили на 20 %, а другу – зменшили на 20 %. Як зміниться площа прямокутника?

3.401. У компанії із семи хлопчиків кожен має серед решти не менше трьох братів. Доведіть, що всі семеро – брати.

3.402. Сплав міді з оловом масою 12 кг містить 45 % міді. Скільки кілограмів чистого олова необхідно додати до цього сплаву, щоб новий сплав містив 40 % міді?

3.403. В тонні руди міститься деяка кількість заліза. Після видалення з руди 400 кг домішок, що містять 12,5 % заліза, вміст заліза, що залишилося в руді, підвищився на 20 %. Скільки кілограмів заліза залишилося в руді після видалення вказаних 400 кг домішок?

3.404. Сплав цинку й міді містить на 1280 г міді більше, ніж цинку. Після того, як зі сплаву видалили 60 % цинку і 30 % міді, його маса стала дорівнювати 1512 г. Яка була початкова маса сплаву?

3.405. Розчин містить 40 г солі. Після того, як у нього добавили 200 г води, концентрація солі зменшилась у 1,5 рази. Знайдіть початкову масу розчину в грамах.

3.406. Один сплав складається з двох металів у відношенні 1:2, а другий сплав містить ті самі метали у відношенні 2:3. Скільки треба взяти частин кожного сплаву, щоб дістати новий сплав, який містить ті самі метали у відношенні 17:27?

3.407. З молока, жирність якого становить 5 %, виготовляють сир жирністю 15,5 %, при цьому залишається сироватка жирністю 0,5 %. Знайдіть, скільки сиру отримують з 1 тонни молока.

3.408. Для нумерації сторінок книжки використали 1422 цифри. Скільки сторінок у книжці?

3.409. Розв'яжіть рівняння:

- а) $x^4 + x^2 + \sqrt{3}x + 3 = 0$; б) $x^6 + x^4 + \sqrt{a}x^2 + a = 0$;
в) $(2x + 1)^4 + x^2 - 5x + 7 = 0$; г) $8x^4 + 2x^3 - x^2 - 12x + 3 = 0$;
д) $\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = \frac{10x}{3} - \frac{40}{x}$.

3.410. Знайдіть цифри a, b, c, d , якщо числа $a, \overline{cd}, \overline{ad}, \overline{abcd}$ – точні квадрати.

3.411. Скільки цифр у числі $111\dots 11$, коли відомо, що воно ділиться на 41?

3.412. Обчисліть суму коефіцієнтів того многочлена, який утвориться після піднесення до степеня: $(8x^2 - 5x - 2)^{1987}$.

3.413. Знайдіть усі двоцифрові числа, які діляться на добуток своїх цифр.

3.414. Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{x^2 + 7x + a} = \frac{x^2 + 8x + a}{x^2 + 6x + a}$.

3.415. 25 апельсинів коштують стільки гривень, скільки їх можна купити на 1 грн. Скільки апельсинів можна купити на 3 грн.?

3.416. Відомо, що числа $x + y + z$, $xy + yz + zx$, $x y z$ – додатні. Доведіть, що числа x, y, z також додатні.

3.417. Чи має рівняння $3x^3 - 7x^2 - 8x + 8$ корені, більші за 3?

§ 4. РАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ

3.418. Для яких значень x виконується рівність:

- а) $|x^2 - 17x + 70| = x^2 - 17x + 70$; б) $|x^2 - 12x + 32| = -x^2 + 12x - 32$;
в) $|4x^2 - 5x - 6| = 4x^2 - 5x - 6$;
г) $|10x^2 + 19x - 56| = -10x^2 - 19x + 56$?

3.419. Розв'яжіть нерівність:

- а) $(x + 2)(x - 3)(x - 4) > 0$; б) $(x + 10)(x + 8)(x + 7) < 0$;
в) $(3 - x)(11 - x)(x - 15) > 0$; г) $(x + 20)(10 - x)(x - 14) \geq 0$;

$$д) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right) > 0; \quad е) \left(\frac{5}{3} - x\right) \left(\frac{8}{5} - x\right) \left(\frac{16}{7} - x\right) \geq 0;$$

$$е) (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{3})(\sqrt{5} - x) < 0;$$

$$ж) (x + 3\sqrt{7})(5\sqrt{5} - x)(x - 7\sqrt{7}) > 0;$$

$$з) (x + 12) \left(x - \frac{1}{2}\right) (x - \sqrt{10}) > 0;$$

$$и) (x - a)(x - a^3)(x - a^4) > 0, \text{ якщо } a > 1;$$

$$і) (x - a^2)(x - a^4)(x - a^6) > 0, \text{ якщо } 0 < a < 1;$$

$$ї) (x - a)(x - a^3)(x - a^5) > 0, \text{ якщо } -1 < a < 0.$$

3.420. Для яких значень змінної виконується рівність:

$$а) |(x - 2)(x - 3)(x - 4)| = (x - 2)(x - 3)(x - 4);$$

$$б) |(x + 2)(x + 5)(x + 12)| = -(x + 2)(x + 5)(x + 12);$$

$$в) |x^2 - 7|x| + 12| = -x^2 + 7|x| - 12;$$

$$г) \left| \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{13}{2}\right) \right| = \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - x\right) \left(x - \frac{13}{2}\right);$$

$$д) |x - 7|(x^2 - 2) = (x - 7)(2 - x^2)?$$

3.421. Розв'яжіть нерівність:

$$а) (x + 3)(x^2 - 3x + 9) - x(x - 2)(x + 2) > 42;$$

$$б) \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{9}\right) - \frac{1}{2}x \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right) > 0;$$

$$в) (2x + 3)^3 - (2x + 1)(6x + 4)^2 + (4x + 3) \times \\ \times (4(2x + 1)^2 - 2(2x + 1)) + 1 < 42;$$

$$г) (4x + 13)(x^2 + 1) - (4x - 3)(x + 2)^2 < 5x;$$

$$д) (1 + 3x)^2 + 27x^2 < (6x - 1)^2 + 7.$$

3.422. Розв'яжіть подвійну нерівність:

$$а) -4 < 3(-4x + 1)(x - 1) + 2(6x - 4)(x + 3) < 4;$$

$$б) -5 \leq (6x - 1)(4x + 7) - (2x + 1)(12x - 5) \leq 5;$$

- в) $10 < (x-1)(x+1)(x^2+1) - (x-2)(x+2)(x^2+4) + 2(x+1) < 20$;
 г) $3x - 2 < 4x + 1 < 3x + 5$;
 д) $3(2x+1) + 3(x-1) < 5(2x+3) < 3(3x+1)$;
 е) $x^n + 3 < x^n + 2x < x^n + 6$, де n – натуральне число.

3.423. Розв'яжіть нерівність:

- а) $2x + \frac{x-1}{a-1} > \frac{x+1}{a-1} + 2ax$; б) $bx + 4 < 5 - 3x$; в) $ax - b > 7 + x$;
 г) $\frac{ax-b}{a+b} < \frac{ax+b}{a-b}$; д) $|x-5| \geq |x|$.

3.424. Розв'яжіть нерівність:

- а) $(x+4)^2 - (x-3)^2 < 13x + 10$;
 б) $(x-5)^2 + (x+2)^2 < (x+4)^2 + (x-3)^2$;
 в) $(x-6)(x+1) - (x-7)^2 > 4x - 13$;
 г) $(2x+1)^2 + (3-x)^2 > 5(x+2)^2 + 4$;
 д) $(1-3x)^2 + 7(x-5)^2 < (4x+3)^2 - 6$;
 е) $(x-5)^2 - 3(x+5)^2 > (3x+2)^2 - 11(x-1)^2$.

3.425. Розв'яжіть нерівність:

- а) $(131y - 786)(3y - 21)^2 > 0$; б) $(15y - 120)(4y - 1)^2 < 0$;
 в) $\frac{(x+3)(x-5)^2}{(x-4)^2 x^2} > 0$; г) $\frac{(35x-175)^3 (2x-5)^2}{(x-1)^2 (x+3)^2} < 0$.

3.426. Розв'яжіть нерівність, розклавши на множники многочлен у лівій частині:

- а) $x + 4x^2 < 0$; б) $4x^2 - 25 > 0$; в) $a^2 - 7a > 0$; г) $\frac{1}{4} - y^2 < 0$;
 д) $x^3 - 4x > 0$; е) $9y - 4y^3 > 0$; є) $x^4 - 16 > 0$; ж) $x^6 - 64 > 0$;
 з) $x^{2n+2} - 0,25x^{2n} > 0$, де n – натуральне число;
 и) $a^3 + 3a^2 - a - 3 < 0$; і) $18a^3 - 9a^2 - 8a + 4 > 0$;
 ї) $x^4 - 5x^2 + 4 > 0$; й) $1 - p^2 + p^3 - p^5 < 0$;
 к) $32 - 8b^2 - 4b^3 + b^5 > 0$;
 л) $b^{6n+5} - 27b^{6n+2} - 9b^{6n+3} + 243b^{6n} > 0$, де n – натуральне число.

3.427. Доведіть, що для будь-яких значень змінної набуває додатних значень вираз:

- а) $(x^2 - 6x + 9) + \frac{1}{4}$; б) $2x^2 - 4x + 5$;
в) $2b^2 - 10b + 25$; г) $4a^2 + 4a + 3$;
д) $(y^{2n} - 2y^n + 1)(y^{6n} + 2y^{3n} + 1)$, де n – натуральне число;
е) $(y^n - 1)^2 + (y^2 + 1)^2 + 2y^n$, де n – натуральне число;
є) $|2a - 1| + |3a - 1|$; ж) $|x^2 - 1| + |x^2 - 4|$; з) $|x^2 - 1| + |x - 1| + 2$.

3.428. Чи існує таке значення a , для якого справджується нерівність:

- а) $0 \cdot (a - 1) > 1$; б) $0 \cdot (a + 3) < -4$; в) $|a^2 - 1| \leq 0$;
г) $|a + 3| > -1$; д) $|a^2 - a| < -2$; е) $a^2 - 2a + 1 \leq 0$;
є) $(a + 2)^2 + (a - 2)^2 \leq 0$; ж) $(a + 2)^2 - (a + 3)^2 \leq 0$;
з) $|a - 5| + |a + 5| \leq 0$?

3.429. Розв'яжіть нерівність:

- а) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 11) > 0$;
б) $(x - 2)(x - 4)(x - 8)(x - 16) > 0$;
в) $(x + 7)(x + 5)(x + 3)(x + 1) \leq 0$;
г) $(0,2x + 3)(0,1x + 3)(0,2x - 5)(0,3x - 6) < 0$;
д) $(4x + 1)(4x - 3)(2x - 7)(3x - 16) > 0$;
е) $(7x + 60)(5x + 50)(3x - 20)(2x - 33) \leq 0$.

3.430. Розв'яжіть нерівність:

- а) $\left(x - \frac{1}{4}\right)(x - 2)(x - 5)(x - 13) > 0$;
б) $(x + 25)(x + 20)(x + 15)(x + 10) < 0$;
в) $\left(x + \frac{7}{3}\right)\left(x + \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right)\left(\frac{7}{6} - x\right) < 0$;
г) $(x + 13)(x + 2)(3 - x)(17 - x) > 0$;

$$д) \left(x + \frac{11}{2}\right)(5-x)\left(\frac{20}{3}-x\right)\left(\frac{60}{7}-x\right) < 0;$$

$$е) \left(\frac{4}{3}-x\right)\left(\frac{10}{3}-x\right)\left(\frac{20}{3}-x\right)\left(\frac{25}{3}-x\right) < 0;$$

$$є) (\sqrt{7}+x)(\sqrt{8}-x)(\sqrt{11}-x)(\sqrt{13}-x) \leq 0;$$

$$ж) (x^2-16)(x+7)(10-x) \geq 0;$$

$$з) \left(\frac{1}{4}-x^2\right)\left(x-\frac{7}{4}\right)\left(x+\frac{1}{8}\right) < 0;$$

$$и) (x^2-2)(x^2-20) \geq 0;$$

$$і) (x^2-12x+27)(x+4)(x-\sqrt{99}) > 0;$$

$$ї) (x-7)(10-x)(6x^2-29x-16) \geq 0.$$

3.431. Розв'яжіть нерівність:

$$а) (x-2)(2x+3)(x+5) > (x-2)(x+6)(x+5);$$

$$б) (x-5)^2(x-3) > (x-5)(x-3)(x-4);$$

$$в) \left(x + \frac{1}{5}\right)(3x^2-4x-1) > \left(x + \frac{1}{5}\right)(2x^2-3x+4);$$

$$г) \left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{5}{3}\right)(x^2-25) < \left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{5}{3}\right)(x^2-36);$$

$$д) (4x^2-5x-3)(x^2-11x+28) > (2x^2+x+3)(x^2-11x+28).$$

3.432. Розв'яжіть нерівність:

$$а) x^3 + x^2 - 4x - 4 > 0;$$

$$б) x^3 + 4x^2 - 9x - 36 < 0;$$

$$в) x^5 - x^3 + x^2 - 1 \leq 0;$$

$$г) x^3 - 9x^2 + 26x - 24 > 0;$$

$$д) x^4 - x^3 + x^2 - x \leq 0;$$

$$е) t^3 + 7t^2 + 7t + 1 \geq 0;$$

$$є) (y^2 + 2)^2 - 9y^2 > 0;$$

$$ж) x^3 + 2000x - 2001 > 0;$$

$$з) 2000x^3 + 2001x + 4001 < 0.$$

3.433. Розв'яжіть нерівність:

$$а) (x^2-5x+4)(x^2-7x+12) < 0; \quad б) (x^2+6x+8)(x^2-6x+8) > 0;$$

$$в) (2x^2-3x-2)(3x^2+11x-4) < 0; \quad г) (t^2-4)(t^2-9) > 0;$$

$$д) (2y^2 + 4y - 1)^2 - (y^2 - 5y + 3)^2 > 0;$$

$$е) (3x^2 - 2x - 5)^2 - (2x^2 - 2x - 4)^2 > 0;$$

$$є) x(x^3 - 1) + x(x^2 - 1) + x - 1 > 0.$$

3.434. Розв'яжіть нерівність:

$$а) 2x^2 - 5|x| + 3 > 0;$$

$$б) (|x| - 1)^2 > 2;$$

$$в) x^2 - |5x + 8| > 0;$$

$$г) |x^2 - 3x| - x + 2 < 0;$$

$$д) (|x| - 1)(|x| - 2)(|x| - 3) > 0; \quad е) \left(|x| - \frac{1}{2}\right)\left(|x| - \frac{3}{2}\right)\left(|x| - \frac{5}{2}\right) < 0;$$

$$є) (\sqrt{12} - |x|)(|x| - \sqrt{7})(|x| - \sqrt{10}) > 0;$$

$$ж) (|3x - 5| - 4)(|5x + 2| - 3) > 0;$$

$$з) (|x - 6| - 8)(|x - 7| - 12)(|x - 9| - 15) \leq 0;$$

$$и) (|x^2 - 2x| - 5)(|x^2 - 4x| - 8) > 0.$$

3.435. Розв'яжіть нерівність:

$$а) (x^2 + |x|)^2 - 14(x^2 + |x|) + 24 < 0;$$

$$б) (x^2 - 5|x|)^2 + 10(x^2 - 5|x|) + 24 > 0;$$

$$в) (x^2 - 3|x| + 2)(x^2 - 9|x| + 18) < 0;$$

$$г) (x^2 - 15|x| + 50)(x^2 - 6|x| + 8) > 0.$$

3.436. Розв'яжіть нерівність:

$$а) \frac{(x-2)(x-7)}{x-11} > 0; \quad б) \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right)}{x - \frac{7}{2}} < 0;$$

$$в) \frac{(x+5)(x+2)}{x+4} > 0; \quad г) \frac{\left(x + \frac{8}{3}\right)\left(x + \frac{7}{5}\right)}{x + \frac{9}{7}} < 0;$$

$$д) \frac{\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)}{x-4} > 0; \quad е) \frac{(x + \sqrt{3})(x + \sqrt{5})}{x - \sqrt{7}} \leq 0.$$

3.437. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{x-20}{(x-1)(x-10)} \geq 0;$ б) $\frac{x - \frac{1}{10}}{\left(x - \frac{3}{7}\right)\left(x - \frac{8}{9}\right)} \leq 0;$

в) $\frac{x + \frac{12}{7}}{\left(x + \frac{10}{7}\right)\left(x + \frac{5}{7}\right)} \geq 0;$ г) $\frac{x + \sqrt{2}}{(x + 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{3})} \leq 0;$

д) $\frac{0,1x - 0,3}{(0,3x - 0,6)\left(x + \frac{1}{6}\right)} > 0;$ е) $\frac{4x + 5}{(7x + 2)(3x - 13)} \leq 0.$

3.438. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{(x-14)(6-x)}{x+6} \geq 0;$ б) $\frac{8-5x}{(8+5x)(2-3x)} \leq 0;$

в) $\frac{12-7x}{(4-3x)(2-5x)} \geq 0;$ г) $\frac{18x+1}{(3-x)(19-x)} \leq 0;$

д) $\frac{(x+4\sqrt{3})(x+5\sqrt{2})}{6\sqrt{5}-x} \geq 0.$

3.439. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{4x^2 + 8x - 5}{x+1} < 0;$ б) $\frac{x^2(x+2)}{2x+3} \leq 0;$

в) $\frac{(x-1)^2 x}{x+1} \leq 0;$ г) $\frac{x+2}{x^2 - 7x + 6} \geq 0;$

д) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x+3} > 0;$ е) $\frac{4+5x-x^2}{x-0,1} \geq 0;$

є) $\frac{x^2 - 10x + 16}{2\frac{1}{2} - x} < 0;$ ж) $\frac{74x - 40 - 21x^2}{8-x} > 0.$

3.440. Складіть цілу раціональну нерівність, розв'язками якої є:

а) $-5 < x < 1, x > 3;$ б) $-6 < x < -3, x > -1;$ в) $4 \leq x \leq 9, x \geq 12;$

г) $x < 7, 12 < x < 14;$ д) $x \leq -0,3, 0,3 \leq x \leq 2;$ е) $x < -\sqrt{3}, -\sqrt{2} < x < \sqrt{5}.$

3.441. Складіть дробово-раціональну нерівність, розв'язками якої є:

а) $-9 \leq x \leq -\frac{1}{4}, \quad x > \frac{5}{3};$

б) $\frac{1}{3} < x < 7, \quad x \geq 11;$

в) $-3\frac{1}{3} < x < 3, \quad x > 10;$

г) $x < -4, \quad -3 < x < -1;$

д) $x \leq -\frac{5}{7}, \quad -\frac{1}{5} < x < \frac{1}{10};$

е) $x < 0,1, \quad 0,7 \leq x \leq 11,5.$

3.442. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{(x-5)(x-8)}{(x-3)(x-4)} \geq 0;$

б) $\frac{(x+2)(x+10)}{(x+6)(x+12)} > 0;$

в) $\frac{(x-0,2)(x-0,8)}{(x-0,7)(x-0,9)} \leq 0;$

г) $\frac{(\sqrt{3}x+1)(\sqrt{2}x+1)}{(\sqrt{5}x+4)(\sqrt{6}x+10)} > 0;$

д) $\frac{(0,7x+7)(3-0,3x)}{(0,5x+15)(0,4x-12)} > 0;$

е) $\frac{(3-2x)(4+5x)}{(1-9x)(20x+1)} > 0;$

є) $\frac{(18-x)(20-x)}{(x-16)(30-x)} > 0.$

3.443. Розв'яжіть нерівність:

а) $\frac{(x-b)(x-a)}{(x-c)(x-d)} > 0, \quad \text{якщо } a < b < c < d;$

б) $\frac{(x+a)(x+b)}{(x+c)(x+d)} < 0, \quad \text{якщо } a < b < c < d;$

в) $\frac{(x-a)(x-a^2)}{(x-a^3)(x-a^4)} < 0, \quad \text{якщо } a > 1;$

г) $\frac{(x+a)(x+a^3)}{(x+a^5)(x+a^7)} > 0, \quad \text{якщо } a < -1;$

д) $\frac{(x-t)(x+t^2)}{(x-t^3)(x-t^4)} > 0, \quad \text{якщо } 0 < t < 1;$

е) $\frac{(x-a)(x-a^3)}{(x-a^5)(x-a^7)} > 0, \quad \text{якщо } -1 < a < 0.$

3.444. Складіть цілу раціональну нерівність, розв'язками якої є:

- а) $x < 1$, $3 < x < 5$, $x > 8$; б) $x < -20$, $-17 < x < -11$, $x > -2$;
в) $x \leq -5$, $-3 \leq x \leq 5$, $x \geq 8$; г) $-11 < x < -9$, $-3 < x < 3$;
д) $-13 \leq x \leq -6$, $6 \leq x \leq 13$; е) $0,9 < x < 2,9$, $5,5 < x < 23,5$;
є) $-1,2 \leq x \leq 3$, $7,3 \leq x \leq 15,5$.

3.445. Складіть дробово-раціональну нерівність, розв'язками якої є:

- а) $x < 1$, $3 < x < 5$, $x > 8$; б) $x < -10$, $-8 < x < -7$, $x > -3$;
в) $x < -0,7$, $-0,1 < x < 0,1$, $x > 0,7$; г) $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$, $\frac{7}{2} < x < \frac{9}{2}$;
д) $-\sqrt{7} < x < -\sqrt{5}$, $\sqrt{5} < x < \sqrt{7}$; е) $-14 < x < 14$, $17 < x < 19$;
є) $-0,4 < x < -0,3$, $-0,2 < x < 0,2$.

3.446. Розв'яжіть нерівність:

- а) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 3} \leq 0$; б) $\frac{x^2 - 13x + 30}{x^2 - 16} > 0$; в) $\frac{x^2 - 17x + 66}{13 - x^2} \geq 0$;
г) $\frac{x^2 + 6x + 5}{(x + 7)(x - 1,3)} \geq 0$; д) $\frac{7x + 8 - x^2}{x^2 - x - 6} \leq 0$; е) $\frac{8x^2 - 14x + 5}{3x^2 + 5x + 2} < 0$.

3.447. Розв'яжіть нерівність:

- а) $\frac{x - 1}{x^2 + 1} < -\frac{1}{2}$; б) $\frac{x + 1}{x - 1} \geq \frac{x + 5}{x + 1}$; в) $\frac{5 - 4x}{3x^2 - x - 4} < 4$;
г) $\frac{x + 1}{x - 1} + 1 > \frac{x - 1}{x}$; д) $\frac{1}{2x} \geq \frac{1}{1 - x}$; е) $\frac{10}{x + 3} < 4 - x$.

3.448. Розв'яжіть нерівність:

- а) $0 < \frac{x}{3 - x} < 1$; б) $\frac{x}{3} - \frac{4}{x} > \frac{4}{3}$; в) $\frac{2x + 3}{x^2 + x - 12} \leq \frac{1}{2}$;
г) $\frac{x + 1}{x + 5} + \frac{x}{x - 1} < \frac{2x^2 + 5x}{x^2 + 4x - 5}$; д) $1 \leq x + \frac{2 - x}{x + 1} \leq 2$;
е) $1 < \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} \leq 2$; є) $x^2 + \frac{1}{x^2} > \frac{17}{4}$.

3.449. Розв'яжіть нерівність:

- а) $\frac{6x - |x^2 - x - 6|}{|1 - x|} \leq 3 + 6x$; б) $\frac{x^2 - |x| - 12}{x - 3} \geq 12$; в) $\left| \frac{2x - 3}{x^2 - 1} \right| \leq 2$;

$$\text{г)} \frac{|2-x|-x}{x-3} \leq 2; \quad \text{д)} \frac{1}{x-1} + \frac{3}{|x|+1} \geq \frac{1}{|x|-1};$$

$$\text{е)} \frac{2|x|-3}{4-|x|} > \frac{1}{|x|}; \quad \text{є)} \frac{x+1}{x^2-2x+2-|x|} \leq 0;$$

$$\text{ж)} \frac{x^2-3x+1}{|x^2-1|} > 1; \quad \text{з)} \left| \frac{3|x|+2}{x-1} \right| < 3;$$

$$\text{и)} |x^3-8| \leq x^3+x+8; \quad \text{і)} |x^3-3x+2| < x^3+x^2-2.$$

3.450. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а)} \frac{5x^2-18x+9}{(4-x)^2(4-x^2)} \geq 0; \quad \text{б)} \frac{12+5x-2x^2}{(3-x)^4(x^2-25)} > 0;$$

$$\text{в)} \frac{x^4(7-x)^5(x-3)}{(x+8)^3} < 0; \quad \text{г)} \frac{(x-1)(x-3)^3(x-4)^5}{(x+2)^2(x+4)^3} \geq 0.$$

3.451. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а)} 4-x \geq \frac{1}{3-x}; \quad \text{б)} \frac{4-x}{x-2} < \frac{2}{x+3};$$

$$\text{в)} \frac{3x-1}{2x+1} > \frac{4x-5}{3x+1}; \quad \text{г)} \frac{x+3}{2-x} + \frac{x-2}{x} < 3.$$

3.452. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а)} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} \geq \frac{1}{x+1}; \quad \text{б)} \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x+2};$$

$$\text{в)} \frac{6}{x-2} \leq \frac{3}{x} + \frac{7}{x+1}; \quad \text{г)} \frac{21}{x+4} < \frac{16}{x+1} - \frac{6}{x+3}.$$

3.453. Розв'яжіть нерівність:

$$\text{а)} \frac{2x^2-3x-1}{x^2+x-1} > x+1; \quad \text{б)} (x^2+3x)(2x+3) - 16 \frac{2x+3}{x^2+3x} > 0;$$

$$\text{в)} \frac{(x+4)(4x^2-5x+2)}{x^2-16x+64} > \frac{(x+4)(2x^2-7x+2)}{x^2-16x+64};$$

$$\text{г)} \frac{(x^2-4x+4)(2x^2-3x+2)}{x-6} > \frac{(x^2-4x+4)(5x^2-6x-2)}{x-6};$$

$$\text{д)} x^2 + \frac{x^2-8x+16}{x^2-2x+1} > \frac{8x-2x^2}{x-1}; \quad \text{е)} (x-5)^2 + \frac{1}{x^2-10x+25} > 2.$$

3.454. Доведіть, що для будь-якого значення змінної значення дробу невід'ємне:

а) $\frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 + 1}$; б) $\frac{a^2 - 10a + 25}{a^2 + a + 1}$; в) $\frac{x^2 - 14x + 50}{x^2 - 2x + 5}$;
г) $\frac{|x - 5| + |x^2 - 25|}{|x - 1| + |x - 2|}$; д) $\frac{|x + 3| + |x - 3|}{|x + 2| + |x + 1|}$; е) $\frac{(p^2 + 1)|p^2 - 1|}{p^4 - p^3 + 2p^2 - p + 1}$.

3.455. Чи правильно, що коли $a^3 > b^2$, то:

а) $a^6 + b^4 > 2a^3b^2$; б) $(a^3 - 1)(b^2 + 1) > a^3b^2 - 2$;
в) $a^{3n} > b^{2n}$, де $n \in N$; г) $a^{6n} > b^{8n}$, де $n \in N$?

3.456. Як зміниться величина дробу $\frac{|x|}{|x| + 1}$, коли додати до його чисельника і знаменника одне й те саме додатне число?

3.457. Як зміниться величина дробу $\frac{|x| + 1}{|x|}$, коли до його чисельника і знаменника додати одне й те саме додатне число?

3.458. Доведіть, що для будь-якого значення a правильна нерівність:

а) $\left(\frac{a+1}{2}\right)^2 \geq a$; б) $\frac{a^2}{a^4 + 1} \leq \frac{1}{2}$.

3.459. Розв'яжіть нерівність:

$$(2x - (2x - (2x \dots - (2x - 3) \dots))) > 2,9,$$

де у запису є 100 пар дужок.

3.460. Для яких значень x різниця дробів $\frac{1}{x+1}$ і $\frac{1}{x-1}$ менша за їх добуток?

3.461. Для яких значень x сума дробів $\frac{3}{x-4}$ і $\frac{3}{3-x}$ більша за їх добуток?

3.462. Для яких значень a і b нерівності $|a| > |b|$ і $a > b$ рівносильні?

3.463. Нехай $a^2 < b^2$. Чи можна стверджувати, що завжди справджується нерівність $a < b$?

3.464. Чи можна стверджувати, що коли раціональне число $a \neq 0$ і $a < 1$, то $\frac{1}{a} > 1$?

3.465. Чи рівносильні нерівності:

- а) $(25x^2 - 70x + 49)(x - 1,2) > 0$ і $x - 1,2 > 0$;
б) $(49x^2 - 70x + 25)(x - 1,2) > 0$ і $x - 1,2 > 0$?

3.466. Доведіть, що для будь-яких значень x і y справджується нерівність:

- а) $2x^2 + 5y^2 + 2xy + 1 > 0$; б) $x^2 + 6x + y^2 - 4y + 15 > 0$;
в) $5x^2 - 2xy + y^2 + 16x + 16,5 > 0$; г) $10x^2 + 5y^2 + 2xy + 3 > 0$;
д) $(x^4 - y^4)^2 \geq 4x^2y^2(x^2 - y^2)^2$.

3.467. Доведіть, що число:

- а) \overline{aaabbb} ділиться на 37; б) $\overline{abab} - \overline{baba}$ ділиться на 9 і 101.

3.468. Доведіть тотожність:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}.$$

3.469. Обчисліть суму, не зводячи її до спільного знаменника:

- а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$;
б) $\frac{1}{20 \cdot 21} + \frac{1}{21 \cdot 22} + \dots + \frac{1}{39 \cdot 40}$;
в) $\frac{3}{10 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{3}{16 \cdot 19} + \dots + \frac{3}{99 \cdot 100}$;
г) $\frac{1}{m(m+1)} + \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \frac{1}{(m+2)(m+3)} + \dots + \frac{1}{(m+n-1)(m+n)}$.

3.470. Знайдіть суму значень многочлена $2x^7 - 5x^5 - 3x^3 + 2,15$, коли $x = 3,33$ і $x = -3,33$.

3.471. Обчисліть:

- а) $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 4$, якщо $x^2 + x = 4$;
б) $y^6 - 2y^3x + 2y^3 + x^2 - 2x - 5$, якщо $y^3 - x = 2$.

3.472. Відомо, що $x + \frac{1}{x}$ — ціле число. Доведіть, що число

$x^4 + \frac{1}{x^4}$ також ціле.

3.473. Знайдіть найменше значення виразу $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, якщо

додатні числа x і y задовольняють умову $x + y = 7$.

3.474. Знайдіть усі чотирицифрові числа, які при діленні на 9 залишаються чотирицифровими числами з тими самими цифрами, але в зворотному порядку.

§ 5. СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

3.475. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \begin{cases} x^2 - 4 > 0, \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} > \frac{5}{12}; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x^2 - \frac{1}{9} > 0, \\ 2x + 3 > 1; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x^2 - \frac{25}{9} < 0, \\ \frac{1}{8}x + 1 > \frac{1}{4}; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} x^2 - 3 < 0, \\ 2x + \frac{1}{4} > \frac{1}{2}; \end{cases} & \text{д) } \begin{cases} x^2 - 9 > 0, \\ x^2 - 25 > 0; \end{cases} & \text{е) } \begin{cases} x^2 - \frac{1}{25} < 0, \\ x^2 - \frac{1}{16} < 0; \end{cases} \\ \text{є) } \begin{cases} x^2 - 3 > 0, \\ x^2 - 5 \leq 0; \end{cases} & \text{ж) } \begin{cases} x^2 - \frac{49}{25} > 0, \\ x^2 - 16 < 0. \end{cases} & \end{array}$$

3.476. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} x^2 + \frac{3}{2}x - 1 \geq 0, \\ \frac{1}{2}(x + 3) > \frac{1}{4}(x - 2); \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x^2 + 5x - 50 < 0, \\ 7x + 2 > 3(2x - 1); \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x^2 + \frac{49}{4}x + 3 > 0, \\ 11x + 3 < 4(2x + 1); \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x^2 + \frac{45}{14}x - 1 > 0, \\ -x^2 - 3x + 10 > 0; \end{cases} \\ \text{д) } \begin{cases} x^2 - \frac{5}{12}x - \frac{1}{6} > 0, \\ x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} > 0; \end{cases} & \text{е) } \begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0, \\ x^2 - 4x < 0. \end{cases} \end{array}$$

3.477. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} \frac{x-4}{x+3} \geq 0, \\ \frac{x+7}{x-9} < 0; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{x-\frac{1}{2}}{x+\frac{1}{3}} > 0, \\ \frac{x+\frac{8}{7}}{x-\frac{1}{4}} < 0; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x^2 + 8x - 33 > 0, \\ \frac{x-1}{x-10} > 0; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} \frac{2-x}{3+x} + 2 > 0; \\ \frac{x+3}{x-4} - 3 < 0. \end{cases} \end{array}$$

3.478. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} (x-1)(x-4)(x-8) > 0, \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} < \frac{1}{4}x + 10; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} (x+5)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-13) \leq 0, \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} > \frac{1}{9}x - 3; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} \left(x+\frac{4}{3}\right)\left(x+\frac{8}{3}\right)\left(x-\frac{11}{3}\right) > 0, \\ 9x^2 - 24x - 65 < 0; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} (x+12)x(x-15) > 0, \\ x^2 - 3x > 0. \end{cases} \end{array}$$

3.479. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 2x^2 + 4x - 3 > 0, \\ 1 - \frac{1}{3}x^2 < 0; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 2x^2 + 7x - 4 > 0, \\ 3x^2 - 19x - 14 < 0; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} \frac{(x+7)(x+1)}{x-4} \geq 0, \\ \frac{2x-1}{3x+19} < 0; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} (x+7)(x-4)(x-9) > 0, \\ (x+6)(x-5)(x-10) < 0; \end{cases} & \text{д) } \begin{cases} \left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{7}{4}\right) \geq 0, \\ \left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{4}{3}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right) > 0. \end{cases} \end{array}$$

3.480. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} (5|x| - 3)(|x| - 2) > 0, \\ |x^2 - 3| < 6; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 4x^2 - 21|x| + 5 > 0, \\ |2x^2 - 1| > 5; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} \left|\frac{3}{2}x^2 - 16x + 40\right| > 10, \\ |x^2 - 10| < 71; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} \frac{|x| - 1}{|x+2| - 2} > 0, \\ \frac{|x| - 3}{|x+3| - 4} < 0. \end{cases} \end{array}$$

3.481. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{4x + 10}$; б) $y = \sqrt{x^2 - \frac{1}{5}} + \sqrt{7 - x^2}$;

в) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{\sqrt{x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}}$; г) $y = \sqrt{\left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{7}\right)\left(x - \frac{1}{10}\right)} + \sqrt{x^2 - \frac{1}{9}x}$;

д) $y = \sqrt{\frac{(2x - 1)(3x - 7)}{x - 13}} + \sqrt{\frac{x + 2}{x + 5}}$;

е) $y = \sqrt[4]{(x + 1)(x + 2)(x + 3)} + \sqrt[4]{(x - 1)(x - 2)(x - 3)}$.

3.482. Складіть систему двох нерівностей з однією змінною, розв'язками якої були б:

а) $x > \frac{1}{5}$, $1 < x < 10$; б) $-\frac{7}{5} < x < \frac{7}{5}$; в) $x < \sqrt{10}$;

г) $x < 0$, $x > 6$; д) $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{5}$; е) $-9 < x < -6$, $x > 3$;

є) $x < -11$, $\frac{1}{2} < x < 4$.

3.483. Складіть систему двох нерівностей з однією змінною, розв'язками якої були б:

а) $-20 < x < 3$; б) $-5 \leq x \leq -3$, $\frac{12}{5} < x < \frac{24}{7}$;

в) $-30 \leq x \leq -4$, $\frac{1}{3} \leq x \leq 15$; г) $-\sqrt{7} < x < \sqrt{14}$, $12 < x < 16$;

д) $-12 \leq x \leq -10$, $10 \leq x \leq 12$; е) $1 < x < 3$, $4 < x < 5$;

є) $x < -11$, $\frac{1}{2} < x < 4$.

3.484. Розв'яжіть систему нерівностей:

а)
$$\begin{cases} (2x + 3)(x - 4) > 0, \\ 3x + 1 > 2(x - 3), \\ 5x + 2 < 4(x + 2); \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 4x^2 - 25 > 0, \\ 9x^2 - 121 < 0, \\ 2x - 5 > x - 8. \end{cases}$$

Розділ IV. ПОСЛІДОВНОСТІ.

АРИФМЕТИЧНА І ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЇ

3.485. Випишіть скінченну послідовність, що задана формулою:

а) $a_n = 4n - n^2$, де $1 \leq n \leq 6$; б) $c_n = \frac{n-1}{n}$, де $1 \leq n \leq 8$;

в) $b_n = (-1)^n + 1^n$, де $1 \leq n \leq 7$; г) $x_n = |4 - 0,5n^2|$, де $1 \leq n \leq 10$;

д) $c_n = 3n + n^2 + 1$, де $1 \leq n \leq 5$; е) $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$, де $1 \leq n \leq 6$;

є) $y_n = 3^n$, де $1 \leq n \leq 5$; ж) $a_n = (-1)^n + n^2$, де $1 \leq n \leq 6$.

3.486. а) Знайдіть сьомий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 5$, $d = 3$;

б) Знайдіть п'ятий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -2$, $d = 5$;

в) Знайдіть дванадцятий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{1}{2}$, $d = \frac{1}{2}$.

3.487. а) Знайдіть сороковий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 13$, $d = -2$;

б) Знайдіть п'ятдесятий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -\frac{1}{4}$, $d = -\frac{1}{2}$;

в) Знайдіть двохсотсороковий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{5}{3}$, $d = \frac{3}{2}$.

3.488. а) Знайдіть вісімнадцятий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_3 = 18$, $d = 2$;

б) Знайдіть сороковий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_4 = -8$, $d = -2$;

в) Знайдіть двадцять п'ятий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_5 = 10$, $d = \frac{1}{5}$.

3.489. а) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 3$, $d = 4$, $n = 5$;

б) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 12$, $d = -3$, $n = 10$;

в) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -22$, $d = 4$, $n = 64$.

3.490. а) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -\frac{1}{2}$, $d = 2$, $n = 7$;

б) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -12$, $d = -5$, $n = 16$;

в) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -\frac{1}{3}$, $d = -\frac{3}{2}$, $n = 30$.

3.491. а) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{3}{2}$, $d = \frac{2}{3}$, $n = 14$;

б) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -100$, $d = 4$, $n = 20$.

3.492. а) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 35$, $d = -\frac{5}{3}$, $n = 100$;

б) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = (m + k)$, $d = k$, $n = 12$;

в) Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = mk$, $d = k$, $n = 16$.

3.493. а) Знайдіть десятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 1$, $q = 2$;

б) Знайдіть дванадцятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 2$, $q = 2$;

в) Знайдіть сьомий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$.

3.494. а) Знайдіть п'ятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -8$, $q = 2$;

б) Знайдіть восьмий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -\frac{1}{64}$, $q = -\frac{1}{2}$;

в) Знайдіть четвертий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 256$, $q = \frac{1}{2}$.

3.495. а) Знайдіть шостий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 1$, $q = 9$;

б) Знайдіть одинадцятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{1}{81}$, $q = \frac{1}{3}$;

в) Знайдіть дев'ятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 2$, $a_3 = 32$.

3.496. а) Знайдіть дев'ятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 256$, $a_3 = 16$;

б) Знайдіть четвертий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{2}{3}$, $a_3 = \frac{8}{3}$;

в) Знайдіть тринадцятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 3$, $a_3 = 27$.

3.497. а) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 2$, $q = 2$, $n = 3$;

б) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 1$, $q = 3$, $n = 4$;

в) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 3$, $q = 2$, $n = 5$.

3.498. а) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{1}{2}$, $q = 2$, $n = 6$;

б) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{1}{3}$, $q = -2$, $n = 5$;

в) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -1$, $q = -3$, $n = 4$.

3.499. а) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -81$, $q = \frac{1}{3}$, $n = 10$;

б) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -\frac{1}{32}$, $q = 2$, $n = 6$;

в) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -b$, $q = -b$, $n = 4$.

3.500. а) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 2$, $a_3 = 8$, $n = 5$;

б) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1}{8}$, $n = 3$;

в) Знайдіть суму членів геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -\frac{1}{3}$, $a_4 = \frac{1}{81}$, $n = 4$.

3.501. а) Знайдіть a_1 геометричної прогресії (a_n) , якщо $S_3 = 14$, $q = 2$;

б) Знайдіть a_1 геометричної прогресії (a_n) , якщо $S_3 = \frac{13}{27}$, $q = \frac{1}{3}$;

в) Знайдіть a_1 геометричної прогресії (a_n) , якщо $S_3 = -26$, $q = 3$.

3.502. а) Знайдіть a_2 геометричної прогресії (a_n) , якщо $S_4 = \frac{15}{16}$, $q = \frac{1}{2}$;

б) Знайдіть a_3 геометричної прогресії (a_n) , якщо $S_4 = 40$, $q = \frac{1}{3}$;

в) Знайдіть a_2 геометричної прогресії (a_n) , якщо $S_4 = 156$, $q = 5$.

3.503. Послідовність задано формулою:

а) $y_n = 36 - \frac{1}{7}n^2$. Знайдіть y_7 і y_{k-1} ;

б) $x_n = 3n^2 - 4n$. Знайдіть x_8 і x_{k+2} ;

в) $a_n = 25n^2 - 10n$. Знайдіть a_5 і a_{k+1} ;

г) $c_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. Знайдіть c_9 і c_{2k+1} ;

д) $y_n = (-1)^n 20 - 4n$. Знайдіть y_{10} і y_{k+1} ;

е) $b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n + n$. Знайдіть b_5 і b_{2k} ;

є) $a_n = \frac{(-1)^n 2^n}{8}$. Знайдіть a_8 і a_{k+3} .

3.504. Починаючи з якого номера всі члени послідовності:

а) $a_n = 3n - 2$ більші за 40; б) $b_n = 3n^2 - 4$ більші за 200;

в) $c_n = 100 - \frac{1}{3}n^2$ більші за 10; г) $y_n = n^3 - 7$ більші за 1000;

д) $x_n = \frac{n}{n+1}$ більші за 0,8; е) $a_n = 31 - 2n$ менші за 15;

є) $b_n = 3n - n^2$ менші за 30; ж) $c_n = 300 - \frac{1}{3}n^3$ менші за 10?

3.505. Для яких номерів члени послідовності:

а) $a_n = 3n + 10$ більші за 80, але менші за 120;

б) $b_n = 5n - 1$ більші за 30, але менші за 100;

в) $y_n = n^2 - 8$ більші за 40, але менші за 96;

г) $y_n = n^3 + 1$ більші за 140, але менші за 500;

д) $x_n = \sqrt{n}$ більші за 8, але менші за 15;

е) $c_n = \sqrt[3]{n}$ більші за 4, але менші за 9;

є) $b_n = n^2 + 3n - 4$ більші за 50, але менші за 100?

3.506. Знайдіть тридцятий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 0.5$ і $d = 0.4$.

3.507. Задайте формулою послідовність:

а) зростаючу; б) спадну; в) усі члени якої однакові; г) члени якої повторюються через один; д) всі члени якої від'ємні числа.

3.508. Задайте формулою послідовність:

а) $0; 2; 0; 2; \dots$; б) $4; 0; 4; 0; \dots$; в) $-6; 0; -6; 0; \dots$

3.509. Дві послідовності задано формулами $a_n = n^2 - 6n + 9$ і $b_k = 10k^3 - k^4 - 25k^2$. Знайдіть n і k , для яких $a_n = b_k$.

3.510. Дано скінченну послідовність $9; 4; 1; 0; 1; 4; 9$. Задайте її формулою.

3.511. Дано скінченну послідовність $0; 7; 12; 15; 16; 15; 12; 7; 0$. Задайте її формулою.

3.512. Знайдіть чотирнадцятий член арифметичної прогресії (u_n) , якщо $u_1 = 20,4$ і $d = -1,5$.

3.513. Чи є число 300 членом арифметичної прогресії $14; 17; \dots$?

3.514. Знайдіть двадцять четвертий член арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 13,5$ і $d = -0,8$.

3.515. Чи є число 150 членом арифметичної прогресії $20; 18; 16; \dots$?

3.516. Чи є число 40 членом арифметичної прогресії $-40; -36; -32; \dots$? Якщо так, знайдіть його номер.

3.517. Послідовність (a_n) – арифметична прогресія. Доведіть, що:

а) $a_2 + a_{23} = a_{13} + a_{12}$; б) $a_{10} + a_{17} = a_{20} + a_7$;

в) $a_{k+2} + a_{2k+1} = a_{3k} + a_3$; г) $a_{5k} + a_{3k} = a_{2k} + a_{6k}$;

д) $a_{2k-1} + a_{3k+5} = a_{4k+4} + a_k$; е) $a_{l_1} + a_{l_2} + \dots + a_{l_k} =$
 $= a_{c_1} + a_{c_2} + \dots + a_{c_k}$, якщо $l_1 + l_2 + \dots + l_k = c_1 + c_2 + \dots + c_k$.

3.518. В арифметичній прогресії (a_n) $a_7 = 2,3$ і $a_{14} = 7,2$.

а) Знайдіть перший член і різницю цієї прогресії;

б) Скільки від'ємних членів містить прогресія?

3.519. Скільки членів арифметичної прогресії $4; 10; \dots$ знаходиться між числами 110 і 340?

3.520. Скільки членів арифметичної прогресії $88; 80; \dots$ знаходиться між числами -40 і 10 ?

3.521. П'ятий член арифметичної прогресії дорівнює 0. Знайдіть: а) суму перших чотирьох членів; б) суму перших дев'яти членів; в) суму n членів. Наведіть приклади такої прогресії.

3.522. Чи є послідовність, що задана формулою n -го члена, арифметичною прогресією:

а) $u_n = (n-3)^2$; б) $u_n = 3,5 - \frac{5}{7}n$; в) $b_n = n^2 - 3n + 7$; г) $u_n = n^3 - 1$?

3.523. Доведіть, що послідовність (a_n) , де $a_n = 2 - 3n$ – арифметична прогресія. Чи є число -1003 членом цієї прогресії?

3.524. Доведіть, що послідовність (u_n) , де $u_n = an + b$ (a і b – будь-які додатні числа) – арифметична прогресія.

3.525. Відомо, що членами числової послідовності є натуральні числа, які при діленні на 5 дають в остачі 1. Знайдіть суму перших двадцяти п'яти членів цієї послідовності.

3.526. Знайдіть натуральне число, яке в 5 разів менше від суми натуральних чисел, що передують йому.

3.527. Знайдіть суму перших дванадцяти членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -40$, $d = 6$.

3.528. Знайдіть суму перших двадцяти членів прогресії (c_n) , якщо $c_1 = 35$ і $d = -3$.

3.529. Чи може сума п'яти послідовних членів арифметичної прогресії 3; 7; ... дорівнювати 155? Якщо так, то знайдіть ці члени.

3.530. Чи може число 425 бути сумою трьох будь-яких послідовних членів арифметичної прогресії 2,5; 5; ...?

3.531. Перший член арифметичної прогресії дорівнює -4 , а її двадцятий член 5,5. Знайдіть суму перших тридцяти членів.

3.532. Скільки потрібно взяти перших членів арифметичної прогресії, в якій $a_1 = 5$, $d = 2$, щоб сума їх знаходилася між числами 55,3 і 72,6?

3.533. Знайдіть суму дев'яти членів арифметичної прогресії (a_n) : a_7 ; a_8 ; ...; a_{15} , якщо $a_1 = -3,2$, $d = -1,4$.

3.534. Знайдіть суму перших членів арифметичної прогресії 40,3; 37,3; 34,3; ..., які більші від -50 і менші за -30 .

3.535. Шість чисел утворюють арифметичну прогресію. Сума перших трьох членів дорівнює -24 , а сума трьох останніх 12. Знайдіть ці числа.

3.536. Різниця арифметичної прогресії дорівнює 4, а її шостий член 0. Знайдіть суму перших дванадцяти членів.

3.537. Шостий член арифметичної прогресії дорівнює 70, а її дванадцятий член 10. Знайдіть суму перших двадцяти чотирьох членів цієї прогресії.

3.538. Сума сьомого і шістнадцятого членів арифметичної прогресії дорівнює 11. Знайдіть суму перших двадцяти двох членів прогресії.

3.539. Сума членів арифметичної прогресії для будь-якого n дорівнює $3n^2 - 2n$. Знайдіть десятий член цієї прогресії.

3.540. Для яких значень x числа $\frac{1}{x+2}$, $\frac{1}{x+1}$, $\frac{1}{x-1}$ є першими трьома членами арифметичної прогресії. Знайдіть a_{50} .

3.541. Сума перших n членів послідовності обчислюється за формулою $S_n = \frac{2n^2 + n}{2}$. Доведіть, що послідовність є арифметичною прогресією, і знайдіть її двадцятий член.

3.542. Шостий член арифметичної прогресії дорівнює 10, а сума перших шістнадцяти членів цієї прогресії дорівнює 200. Знайдіть дванадцятий член прогресії.

3.543. Сума перших п'яти членів арифметичної прогресії менше її наступних п'яти на 50. На скільки десятий член прогресії більше її другого члена?

3.544. Рівняння $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, $c \neq 0$ має три різних корені, які утворюють арифметичну прогресію. Знайдіть b і c як функції від a .

3.545. Корені рівняння $x^3 - 3x^2 + ax + 1 = 0$ утворюють арифметичну прогресію. Знайдіть значення параметра a і розв'яжіть рівняння.

3.546. Знайдіть три числа, які утворюють геометричну прогресію, коли відомо, що їх добуток дорівнює 64, а їх середнє арифметичне дорівнює $\frac{14}{3}$.

3.547. Сума трьох чисел, які утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 30. Якщо відняти із першого числа 5, із другого 4, а третє залишити без зміни, то одержані числа утворюють геометричну прогресію. Знайдіть ці числа.

3.548. Сума перших дев'ятнадцяти членів арифметичної прогресії дорівнює 76. Знайдіть десятий член цієї прогресії.

3.549. В арифметичній прогресії $S_m = S_n$. Знайдіть S_{m+n} (через S_k позначена сума перших k членів арифметичної прогресії).

3.550. Знайдіть суму дев'яти перших членів арифметичної прогресії, якщо різниця між сьомим і третім членами дорівнює 8, добуток другого і сьомого членів дорівнює 75, причому відомо, що всі члени прогресії додатні.

3.551. В арифметичній прогресії $a_7 = 9$. Для яких значень різниці арифметичної прогресії добуток $a_1 a_2$ буде найменшим?

3.552. Дано p арифметичних прогресій, кожна з яких містить n членів. Їх перші члени відповідно дорівнюють $1, 2, 3, \dots, p$, а різниці $1, 3, 5, \dots, 2p - 1$. Знайдіть суму членів усіх прогресій.

3.553. В арифметичній прогресії відомі $a_8 = 11,2$ і $a_{15} = 19,6$. Яке число членів цієї прогресії менше 30?

3.554. Знайдіть суму перших двадцяти членів арифметичної прогресії, коли відомо, що сума третього, сьомого, чотирнадцятого і вісімнадцятого членів цієї прогресії дорівнює 10.

3.555. Сума другого, третього і четвертого членів спадної арифметичної прогресії в 3 рази більша квадрата різниці цієї прогресії. Сума третього і шостого її членів дорівнює 2. Знайдіть суму перших шести членів цієї прогресії.

3.556. У геометричній прогресії b_1, b_2, \dots, b_{10} , $b_1 b_2 = 2^{\frac{2}{9}} - 1$, $b_9 b_{10} = 4 - 2^{\frac{16}{9}}$. Знайдіть суму $b_1 b_2 + b_2 b_3 + \dots + b_9 b_{10}$.

3.557. Знайдіть відношення третього члена спадної геометричної прогресії до п'ятнадцятого її члена, якщо сума дванадцяти членів цієї прогресії, починаючи з тринадцятого, складає 40 % суми її перших дванадцяти членів.

3.558. Сума перших трьох членів геометричної прогресії дорівнює 351, а сума наступних трьох членів дорівнює 13. Знайдіть перший член і знаменник прогресії.

3.559. Три цілих додатних числа утворюють геометричну прогресію. Знайдіть третій член цієї прогресії, якщо її другий член на 1 більше першого.

3.560. Восьмий член геометричної прогресії дорівнює 10. Знайдіть добуток усіх його членів від першого до п'ятнадцятого включно.

3.561. Перший член геометричної прогресії дорівнює 2, а сума перших восьми членів у 5 разів більша суми перших чотирьох членів. Знайдіть дев'ятий член прогресії.

3.562. Знайдіть знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії, сума якої в 4 рази більша за суму перших її п'яти членів.

3.563. Сума перших п'яти членів геометричної прогресії дорівнює 93, а сума перших десяти членів цієї ж прогресії дорівнює 3069. Знайдіть суму перших п'ятнадцяти членів тієї ж прогресії.

3.564. Добуток перших чотирьох членів знакосталої геометричної прогресії дорівнює 4, а сума кубів перших трьох членів при діленні на перший член дорівнює $\frac{73}{4}$. Знайдіть

перший член і знаменник цієї ж прогресії.

3.565. Знайдіть перший член і знаменник геометричної прогресії, сума перших трьох членів якої дорівнює 10,5, а різниця першого і четвертого членів дорівнює 31,5.

3.566. Сума перших трьох членів геометричної прогресії дорівнює S_1 , а сума наступних трьох членів дорівнює S_2 . Знайдіть суму десятого, одинадцятого і дванадцятого членів прогресії.

3.567. Три числа утворюють геометричну прогресію. Якщо друге число збільшити на 2, то матимемо числа, які утворюють арифметичну прогресію. Якщо після цього третє число збільшити на 9, то знову матимемо геометричну прогресію. Знайдіть ці числа.

3.568. Знайдіть три числа, які утворюють геометричну прогресію, сума яких дорівнює 56. Відомо, що коли до цих чисел додати відповідно 7, 12, 9, то дістанемо три числа, які утворюють арифметичну прогресію.

3.569. Знайдіть чотири числа, коли відомо, що перші три з них утворюють геометричну прогресію, а останні три – арифметичну прогресію, сума крайніх чисел дорівнює 14, а середніх – 12.

3.570. Сума перших трьох членів спадної геометричної прогресії з додатним знаменником дорівнює 13, а сума обернених їм величин дорівнює $\frac{13}{9}$. Знайдіть перший член прогресії.

3.571. Другий, перший і третій члени арифметичної прогресії, різниця якої відмінна від нуля, утворюють у вказаному порядку геометричну прогресію. Знайдіть її знаменник.

3.572. Сума першого і четвертого членів геометричної прогресії відноситься до суми другого і третього членів як 13:4. Знайдіть прогресію, якщо третій її член дорівнює 32.

3.573. Сума перших п'яти членів геометричної прогресії на $\frac{3}{2}$ більша за суму її перших трьох членів. П'ятий член прогресії дорівнює її третьому члену, помноженому на 4. Знайдіть її четвертий член, коли відомо, що знаменник прогресії додатний.

3.574. Чотири числа утворюють арифметичну прогресію. Якщо до них додати відповідно 1, 1, 3 і 9, то дістанемо геометричну прогресію. Знайдіть ці числа.

3.575. Числа a_1, a_2, a_3 утворюють арифметичну прогресію, а квадрати цих чисел (у тому ж порядку) утворюють геометричну прогресію. Знайдіть a_1, a_2, a_3 , коли відомо, що $a_1 + a_2 + a_3 = 21$.

3.576. Для якого ірраціонального значення x три числа $0,2727\dots; x; 0,7272\dots$ можуть утворювати прогресію (арифметичну або геометричну)? Знайдіть x і суму чотирьох членів цієї прогресії.

3.577. Числа a, b, c утворюють арифметичну прогресію, а числа $a - 1, b - 4, c - 3$ — геометричну. Відомо, що добуток крайніх членів геометричної прогресії на 2 більше середнього члена арифметичної. Знайдіть ці числа.

3.578. На яке число діляться всі трицифрові числа, цифри яких є послідовними членами арифметичної прогресії?

3.579. Периметр трикутника дорівнює 148 см, а найбільша сторона 64 см. Знайдіть дві інші сторони трикутника, коли відомо, що довжини сторін трикутника утворюють арифметичну прогресію.

3.580. Якщо числа a^2, b^2, c^2 не рівні між собою й утворюють арифметичну прогресію, то числа $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ також утворюють арифметичну прогресію. Доведіть це.

3.581. Дано арифметичну прогресію $a_1; a_2; \dots; a_n; \dots$ і довільне число $b \neq 0$. Доведіть, що послідовності

а) $ba_1; ba_2; \dots; ba_n; \dots$; б) $\frac{a_1}{b}; \frac{a_2}{b}; \dots; \frac{a_{2n-1}}{b}; \dots$

також утворюють арифметичні прогресії. Як зміниться різниця прогресії?

3.582. Дано арифметичну прогресію $a_1; a_2; \dots; a_n; \dots$. Чи буде арифметичною прогресією послідовність:

а) $a_1 + a_2; a_2 + a_3; a_3 + a_4; \dots; a_{n-1} + a_n; \dots$;

б) $a_1 + a_3; a_2 + a_4; a_5 + a_7; a_6 + a_8; \dots; a_{2n-1} + a_{2n+1}; a_{2n} + a_{2n+2}; \dots$;

в) $a_1 - a_2; a_2 - a_3; \dots; a_n - a_{n+1}; \dots$;

г) $\frac{a_1 + a_2}{a_3}; \frac{a_2 + a_3}{a_4}; \frac{a_3 + a_4}{a_5}; \dots; \frac{a_{n-2} + a_{n-1}}{a_n}; \dots?$

3.583. Знайдіть десятий член геометричної прогресії (u_n) .

якщо $u_1 = -128$ і $q = \frac{1}{2}$.

3.584. У геометричній прогресії (a_n) $a_6 = 0,64$ і $q = 2$. Знайдіть: а) перший член прогресії; б) суму шести перших членів прогресії.

3.585. Знайдіть восьмий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -0,0001$ і $q = 10$.

3.586. У скінченній геометричній прогресії $a_1; a_2; -2; a_4; -8; a_6$ відомо третій і п'ятий члени. Знайдіть решту членів прогресії.

3.587. Знайдіть:

а) a_5 , якщо $a_1 = 1,2$; $q = 0,3$; б) b_6 , якщо $b_1 = -4,2$; $q = \frac{1}{2}$;

в) c_5 , якщо $c_1 = \frac{2}{3}$; $q = \frac{3}{2}$; г) x_8 якщо $x_1 = -\frac{1}{729}$; $q = -3$;

д) c_7 якщо $q = 3$; $c_5 - c_4 = 81$; е) $b_5 + b_8$, якщо $b_1 = 64$; $q = \frac{1}{2}$;

є) восьмий член геометричної прогресії, якщо $a_1 = 2,25$; $a_5 - a_3 = 27$.

3.588. Запишіть геометричну прогресію:

- а) з п'яти членів, якщо $b_1 = 0,3$, $b_{n+1} = 16b_{n-1}$;
б) з чотирьох членів, якщо $v_1 = -49$, $v_{n+1} = -\frac{1}{7}v_n$;
в) з шести членів, якщо $c_2 = -81$, $c_{n+1} = 3c_n$;
г) з шести членів, якщо $a_1 = 121$, $a_n = -\frac{1}{11}a_{n-1}$;
д) з восьми членів, якщо $y_1 = 243$, $y_{n+1} = 0,01y_{n-1}$;
е) з восьми членів, якщо $z_1 = -\frac{2}{25}$, $z_{n+1} = \frac{5}{3}z_n$.

Чи буде кожна з прогресій монотонною послідовністю?

3.589. Починаючи з якого номера члена геометричної прогресії:

- а) 729; 243; ... всі члени будуть меншими від 0,001;
б) -625; 125; ... всі члени за модулем будуть меншими від 0.0003;
в) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; ... всі члени будуть більшими від 5;
г) $\frac{4}{3}$; $\frac{2}{3}$; ... всі члени будуть меншими від 0,01;
д) 1; 4; 16; ... всі члени будуть меншими від 10^6 ;
е) -0,333; 33,3; ... всі члени будуть більшими за модулем від 10^8 ;
є) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$; 1; ... всі члени будуть більшими від 100?

3.590. Починаючи з якого члена сума нескінченної геометричної прогресії:

- а) 1,4; 4,2; ... перевищуватиме число 142;
б) $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; ... перевищуватиме число 100?

3.591. Геометричну прогресію задано формулою n -го члена $b_n = 1,5 \cdot 2^n$. Знайдіть суму перших семи її членів.

3.592. У геометричній прогресії $b_1 = \frac{1}{8}$, а $b_6 = 4$. Знайдіть суму десяти перших членів цієї прогресії.

3.593. До якого члена сума перших n членів геометричної прогресії:

- а) 1,25; 5; ... менша від 130,5; б) 0,1; 0,5; ... менша від 60;
в) 125; -25; ... більша від 145; г) 81; 9; ... менша від 104?

3.594. У геометричній прогресії (u_n) $u_7 = 21\frac{1}{3}$; $q = 2$.

Знайдіть перший член і суму семи перших членів прогресії.

3.595. Знайдіть перший член і суму дев'яти перших членів геометричної прогресії (c_n) , якщо $c_9 = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$.

3.596. Знайдіть перший член і суму перших п'яти членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_5 = -11\frac{4}{7}$, $q = 3$.

3.597. Знайдіть натуральне число n з рівняння

$$3 + 6 + 9 + \dots + 3(n-1) + 4 + 5,5 + 7 + \dots + \frac{8+3n}{2} = 137.$$

3.598. Розв'яжіть рівняння $50 + 48,5 + 47 + 45,5 + \dots + x = 358$.

3.599. Числову послідовність (y_n) задано формулою n -го члена:

а) $y_n = -\frac{2}{5} \cdot 3^{2n+1}$; б) $y_n = 5^{n^2+1}$.

Чи є послідовність (y_n) геометричною прогресією?

3.600. Дано геометричну прогресію $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$

Чи є геометричною прогресією послідовність:

а) $u_1 + u_2$; $u_3 + u_4$; $u_5 + u_6$; ...;

б) $u_1 + cu_2$; $u_2 + cu_3$; ...; $u_n + cu_{n+1}$; ..., де c — довільне число;

в) u_1u_2 ; u_2u_3 ; ...; u_nu_{n+1} ; ...

Якщо так, то як зміниться знаменник?

3.601. Дано геометричну прогресію $b_1; b_2; \dots; b_n; \dots$

Чи є геометричною прогресією послідовність:

а) $b_1 + b_2 + b_3$; $b_2 + b_3 + b_4$; $b_3 + b_4 + b_5$; ...; $b_{n-3} + b_{n-2} + b_{n-1}$; $b_{n-2} + b_{n-1} + b_n$; ...;

б) $b_1 + b_2 + b_3$; $b_4 + b_5 + b_6$; ...; $b_{n-5} + b_{n-4} + b_{n-3}$; $b_{n-2} + b_{n-1} + b_n$; ...;

в) $b_1b_2b_3$; $b_2b_3b_4$; $b_3b_4b_5$; ...; $b_{n-3}b_{n-2}b_{n-1}$; $b_{n-2}b_{n-1}b_n$; ...;

г) $\sqrt[n]{b_1b_2}$; $\sqrt[n]{b_2b_3}$; ...; $\sqrt[n]{b_{n-1}b_n}$; ...?

3.602. У скінченній геометричній прогресії $-\frac{1}{243}$; b_2 ; b_3 ;

3 ; b_5 ; b_6 знайдіть невідомі члени.

5.603. Знайдіть десятий член геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -0,05$ і $q = 8$.

5.604. Чи є геометричною прогресією послідовність:

а) 3^{-n} ; 3^{-2n} ; 3^{-3n} ; 3^{-4n} ; б) 3^n ; 3^{n^2} ; 3^{n^3} ; 3^{n^4} ;

в) 3^n ; 3^{n+1} ; 3^{n+2} ?

3.605. Подайте добуток у вигляді степеня:

а) $3^5 \cdot 3^6 \cdot 3^9 \dots 3^{21}$; б) $5^6 \cdot 5^5 \cdot 5^4 \dots 5^{-10}$; в) $\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \dots \left(\frac{1}{2}\right)^k}_{10 \text{ множників}}$;

г) $7 \cdot 7^2 \cdot 7^4 \cdot 7^8 \dots 7^{64}$; д) $4^n \cdot 4^{n^2} \cdot 4^{n^3} \dots 4^{n^n}$.

3.606. Знайдіть x і y , якщо послідовність 3 ; x ; 27 ; y утворює:

а) арифметичну прогресію; б) геометричну прогресію.

3.607. Чи може сума n членів геометричної прогресії 5 ; 15 ; 45 ; ... дорівнювати 1000 ?

3.608. Дано геометричну прогресію $\left(\frac{1}{2}\right)^{a_1}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{a_2}$;

$\left(\frac{1}{2}\right)^{a_3}$; ...; $\left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$ із знаменником 4 . Доведіть, що a_1 ; a_2 ; a_3 ; ...; a_n – арифметична прогресія, і знайдіть її різницю.

3.609. Яких три числа a_1 ; a_2 ; a_3 можуть одночасно утворювати арифметичну і геометричну прогресії?

3.610. Дано арифметичну прогресію a_1 ; a_2 ; ...; a_n ; ... Доведіть, що b^{a_1} ; b^{a_2} ; b^{a_3} ; ...; b^{a_n} ; ..., де $b > 0$, – геометрична прогресія.

3.611. Знайдіть суму: $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 599^2 - 600^2$.

3.612. Знайдіть суму: $2^{50} - 2^{49} + 2^{48} - 2^{47} + \dots + 2^2 - 2$.

3.613. Знайдіть суму: $(a + 99)^2 - (a + 98)^2 + (a + 97)^2 - (a + 96)^2 + \dots + (a + 1)^2 - a^2$.

3.614. Кожен добуток містить m членів геометричної прогресії, сума номерів множників яких стала. Доведіть, що ці добутки рівні між собою.

3.615. Три простих числа, більших за 10 , утворюють арифметичну прогресію. Доведіть, що різниця прогресії ділиться на 6 .

3.616. Розв'яжіть рівняння $\overline{xyztu} = x^5 + y^4 + z^3 + t^2 + u$.

3.617. Деяке число після закреслення однієї цифри зменшилось у 71 раз. Яку цифру і в якому місці закреслено?

3.618. Знайдіть п'ятицифрове число \overline{abcde} таке, щоб двоцифрові числа \overline{ab} , \overline{bc} , \overline{cd} , \overline{de} були квадратами цілих чисел.

3.619. Доведіть, що сума $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 1984^3$ ділиться на 1985.

3.620. Відомо, що числа $x_1, x_2, \dots, x_{1984}$ додатні і їх добуток дорівнює 1. Доведіть, що $(1 + x_1)(1 + x_2) \dots (1 + x_{1984}) > 2^{1984}$.

3.621. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^3 + 8}{x^3 + (x - 2)^3} = \frac{5}{4}$.

3.622. Обчисліть суму $5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555 \dots 55}_{n \text{ разів}}$.

3.623. Три числа утворюють арифметичну прогресію. Сума цих чисел дорівнює 3, а сума їх кубів дорівнює 4. Знайдіть ці числа.

3.624. Сума третього і дев'ятого членів арифметичної прогресії дорівнює 8. Знайдіть суму перших одинадцяти членів цієї прогресії.

3.625. Сума дев'ятого і двадцять першого членів арифметичної прогресії дорівнює 16. Знайдіть п'ятнадцятий член прогресії.

3.626. Сума перших трьох членів спадної геометричної прогресії дорівнює 14, а сума їх квадратів дорівнює 84. Знайдіть перший член прогресії.

3.627. Дано трицифрове число \overline{abc} , до якого справа дописали цифри a, b, c . В результаті дістали шестицифрове число \overline{abcabc} . Доведіть, що воно ділиться на 7, 11, 13.

3.628. Перша цифра чотирицифрового числа 6. Якщо цю цифру переставити на останнє місце, то дістанемо число, яке менше за початкове на 846. Знайдіть початкове число.

3.629. Перша цифра зліва шестицифрового числа 1. Якщо цю цифру переставити на останнє місце, то дістанемо число в 3 рази більше початкового. Знайдіть початкове число.

3.630. Сторони трикутника утворюють геометричну прогресію. Доведіть, що при цьому його висоти також утворюють геометричну прогресію.

3.631. Три різних цілих числа утворюють геометричну прогресію з цілим її знаменником і їх сума дорівнює -7 . Знайдіть ці числа.

3.632. Три цілих числа утворюють арифметичну прогресію, перший член якої дорівнює 1. Якщо до другого члена додати 4, а третій піднести до квадрата, то дістанемо геометричну прогресію. Знайдіть ці числа.

Розділ V. ЕЛЕМЕНТИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

§ 1. ТЕКСТОВІ ЗАДАЧІ

3.633. Кусок тканини коштує 35 грн. Якщо б у ньому було на 4 м тканини більше, а кожний метр коштував на 1 грн. дешевше, то вартість куска тканини залишилася б тією самою. Скільки метрів тканини було в цьому куску?

3.634. Басейн може наповнюватися водою з двох кранів. Якщо перший кран буде відкритим протягом 10 хв, а другий – протягом 20 хв, то басейн повністю заповниться. Якщо перший кран буде відкритим протягом 5 хв, а другий – протягом 15 хв, то заповниться лише $\frac{3}{5}$ басейну. Визначіть, скільки часу потрібно для заповнення басейну кожним краном окремо.

3.635. Човен повинен проплисти по річці з пункту A в пункт B і назад. Відстань між A і B дорівнює a км, а швидкість течії річки – v км/год. Якою повинна бути швидкість човна, щоб час руху був меншим t год?

3.636. Із пункту A , розташованого на кільцевому маршруті, виїхали одночасно в одному напрямку велосипедист і мотоцикліст. Поки велосипедист пройшов один круг, мотоцикліст пройшов дещо більше трьох повних кругів і опинився в тому пункті B , де він уперше обійшов велосипедиста. У скільки разів швидкість мотоцикліста більша від швидкості велосипедиста?

3.637. Пасажирський поїзд випереджає товарний, що рухається паралельно. Повз машиніста товарного поїзда пасажирський проходить за 10 с, а повз машиніста пасажирського поїзда товарний проходить за 40 с. Якщо б ці поїзди рухались з однаковою швидкістю назустріч один одному, то час від моменту зустрічі локомотивів до моменту роз'їзду останніх вагонів становив би $16\frac{2}{3}$ с. У скільки разів швидкість пасажирського поїзда більша за швидкість товарного?

3.638. Плавець пливе проти течії річки і зустрічає на своєму шляху порожній човен, який пливе за течією. Він продовжує

плисти ще t хв після моменту зустрічі проти течії, а потім повертає назад і наздоганяє човен у s м від місця зустрічі. Знайдіть швидкість течії річки.

3.639. Два велосипедисти виїхали одночасно: один із пункту A в пункт B , а другий із B в A . Кожен їхав зі сталою швидкістю і, приїхавши в кінцевий пункт, одразу повертав назад. Перший раз вони зустрілись в p км від B , а другий раз – після того, як обидва повернули назад – в q км від A . Знайдіть відстань між A і B .

3.640. Із пункту A в пункт B одночасно відправляються пішохід і велосипедист. Доїхавши до B , велосипедист повертає назад і зустрічає пішохода через 1 год після відправлення з пункту A . Після зустрічі пішохід продовжує йти у B , а велосипедист повертає і також їде в B . Доїхавши до B , велосипедист знову повертає і зустрічає пішохода через 40 хв після першої зустрічі. Визначіть, за який час пішохід пройде відстань від A до B .

3.641. Один вкладник зберігав в ощадбанку деяку суму грошей, а другий вкладник – удвічі більше. Сума першого вкладника через m років становила p грн., а сума другого через n років ($n \neq m$) становила q грн. Визначіть, якою була початкова сума грошей кожного вкладника та скільки відсотків річних виплачує ощадбанк.

3.642. Пароплав відправляється з пункту A вниз за течією річки. Через годину за ним відправляється моторний човен і наздоганяє пароплав у 60 км від A . Якщо б з моменту відправлення моторного човна пароплав збільшив швидкість на 5 км/год, то моторний човен, рухаючись з тією самою швидкістю, наздогнав би пароплав у 120 км від A . Визначіть, на скільки швидкість моторного човна більша за швидкість пароплава.

3.643. Моторний човен зі сталою швидкістю, яка в k разів більша за швидкість пароплава, відправляється одночасно з пароплавом з одного пункту вниз за течією річки. Через який час після відправлення пароплава вони зустрінуться, якщо через t хв моторний човен повернув назад і зменшив свою швидкість у 2 рази?

3.644. Три велосипедисти виїжджають з одного пункту в одному напрямку один за одним через кожні півгодини. Перший їде зі швидкістю 10 км/год, другий – 8 км/год. Знайдіть швидкість третього велосипедиста, коли відомо, що він обігнав першого велосипедиста на 4 год пізніше, ніж другого.

3.645. Бригада робітників будує міст за 14 днів. Якщо б у бригаді було на 4 робітники більше і кожний працював би на 1 год в день більше, та сама робота була б виконана за 10 днів. При збільшенні бригади ще на 6 робітників і робочого дня ще на 1 год вся робота була б виконана за 7 днів. Скільки було робітників у бригаді і скільки годин в день вони працювали?

3.646. Із посудини з кислотою відлили 1 л кислоти і додали 1 л води, потім відлили 1 л суміші й додали 1 л води і т. д. n разів, після чого відношення об'єму кислоти до об'єму води в суміші дорівнювало k . Скільки кислоти спочатку було в посудині?

3.647. Відстань між містами A і B дорівнює 60 км. Два поїзди виходять одночасно: один із A в B , другий із B в A . Поїзд, що їде з A в B , пройшовши 20 км, стоїть півгодини, потім їде далі і через 4 хв зустрічає поїзд, що їде з B в A . Обидва поїзди прибувають до місць призначення одночасно. Визначіть швидкість поїздів.

3.648. Із пункту A в пункт B відправляється автобус, а з пункту B у пункт A – поїзд. Якщо поїзд відправиться на 3 год пізніше автобуса, то вони зустрінуться на середині шляху. А якщо поїзд відправиться на 1 год 12 хв пізніше автобуса, то до їх зустрічі автобус пройде $\frac{2}{5}$ всієї відстані від A до B . Визначіть, через який час вони зустрінуться, якщо виїдуть одночасно.

3.649. Із пункту A в пункт B проти течії річки відправляється пароплав. Одночасно із B в A відправляється човен і, пройшовши $\frac{1}{3}$ цієї відстані, зустрічає пароплав. У пункті B пароплав одразу ж повертає назад, обганяє човен і прибуває в A у момент, коли човен знаходиться на відстані 20 км від A . Якби швидкість човна відносно швидкості води була в 3 рази більшою, то перша зустріч відбулася б на середині шляху між A і B . Визначіть відстань між пунктами A і B .

3.650. Із пункту A в пункт B проти течії річки відправляється пароплав. Одночасно із B в A відправляється човен і, пройшовши $\frac{3}{8}$ цієї відстані, зустрівся з пароплавом. У пункті

B пароплав одразу ж повертає назад і припливає в A одночасно з човном. Якби швидкість човна відносно швидкості води була у 2 рази більшою, то в пункт A він прибув би на 1 год 10 хв

раніше пароплава. Визначіть, через який час після відправлення пароплав повернеться в пункт A .

3.651. Три велосипедисти виїхали одночасно: перший і другий із пункту A , рухаючись з різною швидкістю, а третій – назустріч їм із пункту B . Через 1,5 год після початку руху перший велосипедист був на однаковій відстані від другого і третього, а через 2 год після початку руху третій велосипедист був на однаковій відстані від першого і другого. Через скільки годин після початку руху другий велосипедист знаходився на однаковій відстані від першого і третього?

3.652. Моторний човен відправився вниз за течією річки із пункту A в пункт B . Коли він пройшов $\frac{3}{4}$ шляху, закінчилось пальне, і шлях, що залишився, довелося веслувати. Весь шлях він пройшов за 1 год 50 хв. Якби пального вистачило лише на $\frac{1}{4}$ шляху, а шлях, що залишився, довелося б веслувати, то весь шлях він пройшов би за 3,5 год. За який час човен пройде шлях із B в A на веслах, якщо шлях із A в B і назад з увімкненим двигуном буде пройдений за 2 год 5 хв?

3.653. Уздовж берега річки розташовані два пункти A і B , а на півдорозі між ними в річку впадає притока, у гирлі якої знаходиться пункт C . Човен на шляху із A в B витрачає 3,5 год, а на зворотний шлях – 1 год 25 хв. Шлях із B в C і потім вгору по притоці на таку саму відстань до пункту D він проходить за 4 год. За який час човен пропливе із D в B , якщо такий самий шлях у стоячій воді він пройшов би за 2 год? (Швидкість течії річки після впадання притоки зменшується.)

3.654. Русло річки розгалужується на два потоки з різними швидкостями течії. На розвилці розташований пункт A . Човен на шляху по першому потоку із пункту A в пункт B витрачає на 21 хв менше, ніж на шлях по другому потоку із пункту A в пункт C . Відомо, що відстань від A до B дорівнює відстані від A до C . На зворотний шлях із B в A човен витрачає на 1 год 10 хв більше, ніж на шлях із C в A . Якби швидкість човна в стоячій воді була в 2 рази більшою, то на шляху із B в A він витратив би на 12 хв більше, ніж на шлях із C в A . За який час човен пройде в стоячій воді шлях, що дорівнює шляху від A до B ?

3.655. Із пункту A в пункт B уздовж берега річки йде стежка. Мисливець вийшов із A на $\frac{3}{7}$ год пізніше рибалки,

який відправився з A на човні. У пункт B вони прибули одночасно, а через 4 год повз них проплила гілка, яку кинув мисливець у річку, виходячи з A . На зворотний шлях мисливець вийшов на 2 год 20 хв пізніше рибалки, однак наздогнав його човен у пункті A . За який час рибалка повернувся з B в A ?

3.656. Катер і пароплав, відправляючись одночасно із пункту A в пункт B за течією річки, здійснюють рух без зупинок. За один робочий день катер робить 5 рейсів, а пароплав – 9 рейсів (рейс – рух із A в B і назад). Через 20 хв після початку руху, коли катер пройшов $\frac{5}{6}$ всієї відстані від A до B , відбу-

лася їх перша зустріч. Визначіть тривалість робочого дня.

3.657. Дехто купив 30 птахів за 30 монет. За кожних трьох горобців він заплатив 1 монету, за кожні дві синиці – також 1 монету, за кожного голуба – 2 монети. Скільки було куплено птиць кожного виду?

3.658. Покупець придбав декілька однакових зошитів і однакових книжок, причому книжок було куплено на 4 примірники більше, ніж зошитів. За всі зошити він заплатив 72 коп., а за всі книжки – 6 грн. 60 коп. Якби зошит коштував стільки, скільки коштує книжка, а книжка – стільки, скільки коштує зошит, то покупець витратив би на покупку менше, ніж 4 грн. 44 коп. Скільки було куплено зошитів?

3.659. Василько та Петрик поділили між собою 39 горіхів. Число горіхів, які дістались кожному з них, менше подвоєного числа горіхів, які дісталися іншому. Квадрат третини числа горіхів, які дісталися Петрику, менший збільшеного на 1 числа горіхів, що дісталися Василькові. Скільки горіхів у кожного?

3.660. Є однакові набори поштових марок, які складаються з гашених і негашених марок, причому в кожному наборі число гашених марок більше ніж на 2 перевищує число негашених. Якщо в кожному наборі число гашених марок збільшити в 4 рази, а число негашених залишити без зміни, то число гашених марок в одному наборі перевищує число негашених не більше ніж на 20, а загальне число марок в усіх наборах дорівнюватиме 44. Визначіть число всіх наборів і число гашених та негашених марок у кожному наборі.

3.661. Чотири школярі зробили такі покупки: перший купив пенал і гумку, заплативши 2 грн. 40 коп.; другий купив гумку і олівець, заплативши 72 коп.; третій купив пенал, олівець і 2 зошити, заплативши 3 грн.; четвертий купив пенал і зошит. Скільки заплатив четвертий школяр?

3.662. Навколо будинку посаджені липи та берези, причому їх загальна кількість більша 14. Якщо збільшити вдвічі кількість лип, а кількість беріз збільшити на 18, то беріз стане більше, ніж лип. Якщо збільшити вдвічі кількість беріз, не змінюючи кількості лип, то лип все одно буде більше, ніж беріз. Скільки лип і скільки беріз було посаджено?

3.663. У кіоску були продані однакові комплекти червоних і синіх олівців, причому в кожному комплекті число синіх олівців більше ніж на 3 від числа червоних. Якби в кожному комплекті число синіх олівців збільшили в 3 рази, а червоних – в 2 рази, то число синіх олівців в одному комплекті перевищувало б число червоних не більше ніж на 16, а загальне число всіх проданих олівців дорівнювало б 81. Визначіть, скільки було продано комплектів і скільки було в кожному комплекті синіх і червоних олівців.

3.664. Група студентів із 30 осіб отримала на екзамені оцінки 2, 3, 4 і 5. Сума одержаних оцінок дорівнює 93, причому трійок було більше, ніж п'ятірок, і менше, ніж четвірок. Крім того, число четвірок ділиться на 10, а число п'ятірок було парним. Визначіть, скільки яких оцінок отримала група студентів.

3.665. У навчальному корпусі на кожному поверсі знаходиться однакова кількість аудиторій. Усього в корпусі 96 аудиторій і площа кожної з них дорівнює 46 м^2 . При будівництві корпусу сумарні витрати на земляні роботи, внутрішні роботи і обладнання аудиторій не перевищували 252 720 грн., причому на внутрішні роботи було витрачено по 2760 грн. на кожний поверх споруди, на обладнання аудиторій – по 2000 грн. на кожну аудиторію, а також на земляні роботи – по 14 грн. за 1 м^2 земельної ділянки. Відомо, що площа земельної ділянки не перевищує 2550 м^2 , а загальна площа всіх аудиторій одного поверху в 5 разів менша, ніж площа земельної ділянки. Скільки поверхів у цьому навчальному корпусі?

3.666. У школяра була деяка кількість монет вартістю 10 коп. і 25 коп., причому десятикопійчаних монет було вдвічі більше, ніж двадцятип'ятикопійчаних. П'яту частину всіх грошей школяр

витратив, віддавши 3 монети за квиток у музей. Половину грошей, що залишилися, заплатив за бутерброд, віддавши ще 3 монети. Скільки і яких монет було у школяра спочатку?

3.667. У шаховому турнірі беруть участь дві команди A і B . За умовами змагань кожний учасник однієї команди грає по одній партії з кожним учасником другої команди. Загальна кількість партій, яку потрібно зіграти, в 4 рази більша числа всіх гравців в обох командах. Однак двоє гравців не з'явилися на матч, і у зв'язку з цим число всіх зіграних партій зменшилося на 17. Скільки гравців виступили за команду A , коли відомо, що в ній було менше гравців, ніж у команді B ?

§ 2. НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ

При розв'язанні задач цієї теми слід пам'ятати, що наближені числа записуються правильними цифрами і однією сумнівною. Тоді сам вигляд наближеного числа вказує на його точність.

3.668. Округліть до 1, 2, 3, 4, 5 значущих цифр такі числа: 72,18452; 342,7; 0,71893; 0,001284; 241,083; 1432; 689; 421814; 4,11247; 0,041284.

3.669. Округліть до 1, 2, 3, 4 десяткових знаків такі числа: 42,0016; 2,01782; 0,01846; 752,426; 32,096; 172,0457; 0,19642.

3.670. Виконайте дії за правилами підрахунку цифр:

- а) $2,732 + 4,0076 + 25,4$;
- б) $0,078 + 41,215 - 8,4 + 1,3256$;
- в) $12,419 + 2 + 0,191 + 4,812 - 3,8$;
- г) $4,215 + 0,182 + 12,119 - 3,215$;
- д) $18 + 3,418 + 2,5 - 17,34 - 1,18$.

3.671. Виконайте дії за правилами підрахунку цифр:

- а) $25 \cdot 0,83$; $4 \cdot 1,025$; $2 \cdot 3,2$;
- б) $2,4 \cdot 0,41$; $0,38 \cdot 2,1$; $2,42 \cdot 23,2$; $7,11 \cdot 0,301$;
- в) $14:68$; $22:0,83$; $7:0,9$; $25,1:6,12$;
- г) $25,1:0,3$; $14,2:0,43$; $25:0,848$; $243,1:8,41$;
- д) $41,8:0,4$; $49,11:0,421$; $731,14:2,315$; $81:0,045$.

3.672. Виконайте дії за правилами підрахунку цифр:

- а) $3,12 \cdot 0,6 + 13:3,18 - 21,3 \cdot 4,18$;
- б) $31,92 \cdot 1,2 - 6,18 \cdot 1,092 - 0,56:3,108$;
- в) $0,149 + \frac{8,01 + 21,419}{6,103} - 5,02 \cdot 0,125$;

г) $(3,2)^3 - 14,1 : 3,2 + \frac{9,01 - 4,2}{0,22}$;

д) $(2,1)^2 \cdot 6 + 8,14 : 5 + 21,0042$.

3.673. Перетворюючи звичайні дробби в десяткові, обчисліть із заданою точністю:

а) $\frac{2}{3} + \frac{1}{7} - \frac{5}{6} + \frac{3}{17}$ з точністю до 0,01;

б) $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{3}{7 \cdot 11}$ з точністю до 0,01;

в) $\frac{6}{7} + \frac{5}{11} - \frac{3}{35} + \frac{1}{24}$ з точністю до 0,001;

г) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11} - \frac{4}{13} - \frac{5}{17} + \frac{6}{19}$ з точністю до 0,01.

3.674. Знайдіть верхню і нижню межі величини, маючи декілька вимірів цієї величини:

а) 15; 14,2; 14,8; 13,9; 14; 13,8;

б) 64,14; 63,38; 63,47; 64,08; 63,89;

в) 41,29; 40,56; 42; 41,43; 40,88; 41,63; 40,72;

г) 35,7; 35,3; 34,9; 35,5; 34,8; 34,6.

3.675. Знайдіть верхню і нижню межі суми $a + b$ наближених чисел a і b , якщо:

а) $73,7 < a < 73,8$; $25,1 < b < 25,2$;

б) $75,42 < a < 75,44$; $37,81 < b < 37,83$;

в) $14,918 < a < 14,919$; $21,421 < b < 21,422$.

3.676. Знайдіть верхню і нижню межі різниці $a - b$ наближених чисел a і b , якщо:

а) $42,75 < a < 42,76$; $24,96 < b < 24,67$;

б) $86,962 < a < 86,964$; $17,86 < b < 17,88$;

в) $51,42 < a < 51,43$; $38,73 < b < 38,74$.

3.677. Знайдіть верхню і нижню межі добутку ab і частки $\frac{a}{b}$ наближених чисел a і b , якщо:

а) $25,7 < a < 25,8$; $19,3 < b < 19,4$;

б) $9,81 < a < 9,83$; $16,41 < b < 16,42$;

в) $38,191 < a < 38,192$; $7,412 < b < 7,414$;

г) $63,85 < a < 63,86$; $29,73 < b < 29,75$.

3.678. Обчисліть способом верхньої та нижньої межі:

а) $x = \frac{(a-b)c}{d}$, де $12,41 < a < 12,42$; $9,83 < b < 9,84$; $1,93 < c < 1,94$;
 $2,11 < d < 2,12$;

б) $x = (a^2 - b^2)c$, де $4,5 < a < 4,6$; $3,8 < b < 3,9$; $25,3 < c < 25,4$;

в) $x = \frac{(a^2 - b^2)d}{c}$, де $7,32 < a < 7,33$; $4,24 < b < 4,25$; $14,84 < c < 14,85$;
 $2,48 < d < 2,49$;

г) $x = \frac{(a+b)(c-d)}{f}$, де $41,75 < a < 41,76$; $3,18 < b < 3,19$;
 $7,34 < c < 7,35$; $1,87 < d < 1,88$; $23,61 < f < 23,62$.

3.679. Округліть точне число 4219 до цілих сотень і визначіть абсолютну та відносну похибки при округленні.

3.680. Округліть точне число 61,42781 до тисячних і визначіть абсолютну та відносну похибки при округленні.

3.681. Запишіть $\frac{8}{13}$ десятковим дробом з чотирма знаками після коми і визначіть абсолютну та відносну похибки записаного числа.

3.682. Знайдіть наближене значення x і його абсолютну та відносну похибки, коли відомо, що верхня межа x дорівнює 844,5, а його нижня межа дорівнює 841,8.

3.683. Обчисліть площу круга, якщо діаметр дорівнює 0,76 м.

3.684. Визначіть вагу дерев'яного куба, якщо його ребро дорівнює 12,3 см, а вага 1 см^3 цього дерева становить 0,63 г.

3.685. Земельна ділянка має форму трикутника, висота якого 112 м, основа 343 м. На ній передбачається урожайність картоплі з 1 га 130 ц. Визначіть, скільки центнерів картоплі при такій урожайності можна буде зібрати з усієї ділянки.

3.686. Об'єм куба дорівнює $1,86 \text{ дм}^3$. Площа однієї грані дорівнює 151 см^2 . Знайдіть довжину ребра куба.

3.687. У місті нараховується 236 700 жителів. Округліть це число до тисяч з надлишком і нестачею і результати візьміть за верхню і нижню межі числа жителів міста.

§ 3. МНОЖИНИ І ПІДМНОЖИНИ

3.688. 25 дев'ятикласників вивчають факультативний курс “Математичне моделювання”, 18 дев'ятикласників вивчають факультативний курс “Комбінаторика”, а 13 дев'ятикласників вивчають обидва курси. Скільки дев'ятикласників вивчають хоча б один із курсів?

3.689. У 9 класі 27 учнів. З них 13 грають у шахи, а 5 – у шашки. У шахи і шашки вміють грати 4 учні. Скільки учнів не грають ні в шахи, ні в шашки?

3.690. 30 дев'ятикласників записались у гуртки: 19 – у математичний, 17 – у музичний, 11 – в історичний, 12 – у математичний і музичний, 7 – у математичний та історичний, 5 – у музичний та історичний, 2 – у математичний, музичний та історичний. Скільки учнів записалося лише в математичний, лише в музичний, лише в історичний гурток?

3.691. Учні дев'ятих класів читають журнали: 60 % – “Зміну”, 30 % – “Юність”, 20 % – “Україну”, 15 % – “Зміну” та “Юність”, 5 % – “Юність” та “Україну”, 2 % – “Зміну” та “Україну”, 1 % – усі три журнали. Скільки відсотків учнів не читають жодного з трьох журналів?

3.692. Факультативні заняття з обчислювальної математики відвідують 20 учнів, а з елементів матстатистики – 30 учнів. Скільки учнів відвідують факультативні заняття, якщо: а) вони відбуваються в той самий час; б) в різний час; в) 10 учнів відвідують обидва факультативи?

3.693. Кожен учень дев'ятого класу знає принаймні одну іноземну мову. Знайдіть загальну кількість дев'ятикласників школи, якщо 28 учнів вивчають англійську мову, 23 – німецьку, 23 – французьку, 12 – англійську і французьку, 11 – французьку і німецьку, 8 – англійську і німецьку, 5 – усі три мови.

3.694. Скільки всього дев'ятикласників у школі, якщо кожний учень вивчає принаймні одну іноземну мову: 36 учнів – англійську, 23 – французьку, 14 – німецьку, 6 – англійську і французьку, 11 – англійську і німецьку, 4 – французьку і німецьку, 1 – усі три мови?

3.695. Скільки всього дев'ятикласників у школі, якщо кожний учень вивчає принаймні одну іноземну мову: 28 учнів – англійську, 23 – французьку, 23 – німецьку, 7 – англійську і французьку, 6 – англійську і німецьку, 5 – французьку і німецьку, 3 – усі три мови?

3.696. У школі навчаються 100 дев'ятикласників, із яких 28 вивчають англійську мову, 30 – німецьку, 42 – французьку, 8 – англійську і німецьку, 10 – англійську і французьку, 5 – французьку і німецьку, 3 – англійську, французьку і німецьку. Скільки дев'ятикласників: а) не вивчають жодної мови; б) вивчають лише англійську мову; в) вивчають лише німецьку мову?

3.697. 60 % учнів класу читають журнал *A*, 40 % – журнал *B*, 40 % – журнал *C*, 30 % – журнали *A* і *B*, 20 % – журнали *B* і *C*, 30 % – журнали *A* і *C*, 10 % – всі три журнали. Скільки відсотків учнів не читають жодного журналу?

§ 4. КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

3.698. В їдальні готують 4 види перших страв і 6 видів других. Скількома способами можна скласти з них обід?

3.699. У домашній бібліотеці є 10 різних книжок з математики, 8 різних книжок з фізики і 7 різних книжок з географії. Скількома способами учень може зробити набір по одній книжці з кожного предмета?

3.700. Є п'ять стільців і сім рулонів оббивної тканини різних кольорів. Скількома способами можна здійснити оббивку стільців?

3.701. Четверо студентів здають екзамени. Скількома різними способами можуть бути виставлені їм оцінки, якщо ніхто з них не одержав незадовільну оцінку?

3.702. Шість ящиків з різними будівельними матеріалами доставляють на п'ять поверхів будівлі. Скількома різними способами можна розподілити ящики по поверхах цієї будівлі?

3.703. Два поштарі повинні рознести 10 листів за 10 адресами. Скількома способами вони зможуть розподілити свою роботу?

3.704. Скількома різними способами можна розкласти k різних предметів по m різних ящиках (деякі ящики можуть виявитись порожніми)?

3.705. Із 33 літер абетки складаються слова із 4 літер так, що сусідні літери слова різні (допускаються слова, які можуть і не мати змісту). Скільки слів можна утворити?

3.706. Скількома різними способами із 40 учнів класу можна виділити актив у такому складі: староста класу, заступник старости і редактор стінгазети?

3.707. У шаховому турнірі беруть участь 5 школярів і 15 студентів. Скількома різними способами можуть бути розподілені

місця, зайняті школярами, якщо жоден з двох учасників не набрав однакової кількості очок?

3.708. У класі 20 хлопчиків і 20 дівчаток. Для участі в концерті потрібно відібрати танцювальну пару, дует співаків і двох гімнастів (кожна пара складається із хлопчика і дівчинки). Скількома різними способами це можна зробити, за умови, що всі учні вміють танцювати, співати і виконувати гімнастичні вправи?

3.709. Скількома різними способами можна присудити 1-у, 2-у і 3-ю премії трьом учасникам змагань, якщо у змаганнях беруть участь 10 осіб?

3.710. Скількома різними способами можна утворити триколірний прапор (3 горизонтальні полоси однакової ширини): а) якщо є тканина п'яти різних кольорів; б) якщо одна з полос мусить бути синьою (синій – один із кольорів тканини, яка є)?

3.711. Скільки непарних чотиризначних чисел можна утворити із цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, якщо кожна з них в одному числі можна використовувати не більше одного разу?

3.712. Із цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утворюються всі можливі п'ятизначні числа, причому числа, в яких є цифри 2, 4 і 5 одночасно, не містять однакових цифр. Скільки всього таких чисел можна утворити?

3.713. Із цифр 1, 2, 3, 4, 5 утворюються п'ятизначні числа, не кратні п'яти і які не містять однакових цифр. Скільки існує таких чисел?

3.714. На книжковій полиці розташовано 30 книжок, із яких 27 різних авторів і тритомник одного автора. Скількома різними способами можна розмістити ці книжки на полиці так, щоб книжки одного автора стояли поруч?

3.715. У турнірі беруть участь 6 осіб. Скількома різними способами можуть розподілятися місця між ними?

3.716. Скількома різними способами можна розсадити 12 осіб за круглим столом?

3.717. Скільки різних перестановок літер можна утворити зі слів “кортеж”, “гіпербола”, “демонстрація”?

3.718. Із 20 співробітників лабораторії 5 повинні поїхати у відрядження. Скільки може бути різних складів відрядженої групи, якщо завідувач лабораторією і два провідних інженери одночасно їхати не можуть?

3.719. Із загону в 50 солдатів, серед яких є рядовий Петренко, призначаються в караул 4. Скількома різними способами може бути утворений караул? У скількох випадках у число караульних попадає рядовий Петренко?

3.720. Скільки різних акордів можна взяти на десяти вибраних клавішах рояля, якщо кожен акорд може містити від трьох до десяти звуків?

3.721. Тридцять осіб розподілили на три групи по десять у кожній. Скільки може бути різних варіантів складу груп?

3.722. Знайдіть число точок перетину діагоналей, які лежать всередині опуклого n -кутника, якщо жодні з трьох не перетинаються в одній точці ($n \geq 4$).

3.723. На площині проведено n прямих, причому жодні з двох не паралельні і жодні з трьох не перетинаються в одній точці. Скільки точок перетину мають ці прямі?

3.724. Скільки діагоналей можна провести в опуклому 15-кутнику? n -кутнику?

3.725. На одній із паралельних прямих відмітили 10 точок, а на другій – 7 точок. Кожна точка однієї прямої з'єднується відрізком з кожною точкою другої прямої. Знайдіть число точок перетину одержаних відрізків, якщо відомо, що жодні з трьох відрізків не мають спільної точки (спільні точки на кінцях відрізків не рахувати).

3.726. Скількома різними способами можна розставити білі фігури: 2 коня, 2 слони, 2 тури, 1 ферзя і 1 короля на першій лінії шахівниці?

3.727. Скільки слів можна одержати, переставляючи літери в слові “математика”?

3.728. Є 20 найменувань товарів. Скількома різними способами їх можна розподілити по трьох різних магазинах, якщо відомо, що в перший магазин потрібно доставити 8 найменувань, у другий – 7 найменувань, а в третій – 5 найменувань товарів?

3.729. Скількома різними способами можна утворити набір із 8 тістечок, якщо є 4 види тістечок?

3.730. У поштовому відділенні продається 21 вид листівок. Скількома різними способами можна купити в ньому 12 листівок різного виду?

3.731. Шість однакових предметів розподіляють у три ящики. Скількома різними способами це можна зробити, якщо кожен ящик може вмістити всі шість предметів?

3.732. Скільки словників потрібно видати, щоб можна було робити переклади з однієї з п'яти мов: української, англійської, французької, німецької та іспанської на будь-яку іншу з цих мов?

3.733. Із двох спортивних товариств, які нараховують по 50 фехтувальників кожне, потрібно виділити по 3 фехтувальники для участі у змаганнях. Скількома різними способами це можна зробити?

3.734. У музичному гуртку займаються 10 учнів, у гуртку художнього слова – 15, у вокальному – 12 і у фотогуртку – 20 учнів. Скількома різними способами можна створити групу із чотирьох читців, трьох піаністів, п'яти співаків і одного фотографа?

3.735. На зборах із 80 осіб обирають голову, секретаря і трьох членів президії. Скількома різними способами це можна зробити?

3.736. На зборах повинні виступити 5 осіб: А, Б, В, Г і Д. Скількома різними способами можна організувати їх виступи, якщо А обов'язково виступатиме безпосередньо перед Б?

3.737. Скільки непарних чисел можна утворити із цифр числа 3694, якщо кожную цифру можна використовувати не більше одного разу?

3.738. В одного учня є 7 різних книжок з математики, а у другого – 9. Скількома різними способами вони можуть обмінятися один з одним по 2 книжки?

3.739. П'ять юнаків та три дівчини грають у шахи. Скількома різними способами вони можуть розбитися на дві команди, якщо в кожній команді повинна бути хоча б одна дівчина?

3.740. Із групи, що складається із 7 чоловіків та 4 жінок, потрібно вибрати 6 осіб так, щоб серед них було не менше двох жінок. Скількома різними способами це можна зробити?

3.741. Мама купила 10 мандаринів і 5 апельсинів. Щодня протягом 15 днів вона давала своєму синові по одному фрукту. Скількома різними способами це може бути зроблено?

3.742. Мама купила 2 яблука, 3 груші та 4 апельсини. Щодня протягом п'яти днів вона давала дочці по одному фрукту. Скількома різними способами це може бути зроблено?

3.743. Скільки чисел менших, ніж мільйон, можна записати за допомогою цифр 9, 8 і 0 (записи, які починаються з нуля, вважаються недопустимими)?

3.744. Скільки чотирицифрових чисел можна утворити із цифр числа 123153?

3.745. Скількома різними способами можна посадити за круглий стіл 5 чоловіків та 5 жінок так, щоб жодні з двох людей одної статі не сиділи поруч?

3.746. Для фотографування групи, що складається з 8 чоловіків та 6 жінок, фотограф хоче посадити в перший ряд двох жінок і трьох чоловіків так, щоб особи одної статі не сиділи поруч. Скількома способами може бути сформований перший ряд?

3.747. Тридцять осіб голосують за п'ятьма пропозиціями. Скількома різними способами можуть розподілятися голоси, якщо кожний голосує тільки за одну пропозицію і враховується лише число голосів, поданих за кожну пропозицію?

3.748. Розв'яжіть рівняння:

- а) $C_x^5 = 6$; б) $2C_x^1 + 4C_x^2 + 6C_x^3 = 4x^2 + 2x$;
 в) $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$; г) $A_x^2 C_x^{x-1} = 48$;
 д) $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$; е) $A_x^{x-3} = xP_{x-2}$;
 є) $C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^3$; ж) $12C_x^1 + C_{x+4}^2 = 162$;
 з) $12C_{x+3}^{x-1} = 55A_{x+1}^2$; и) $A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7} P_x$.

3.749. Розв'яжіть нерівність:

- а) $2C_n^5 > 11C_{n-2}^3$; б) $C_n^6 < C_n^3 + C_n^4$; в) $C_n^{n-2} + C_{n+1}^{n-1} \leq 100$.

3.750. Знайдіть n , якщо $A_n^5 = 18A_{n-2}^4$.

3.751. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{1}{C_4^x} = \frac{1}{C_5^x} + \frac{1}{C_6^x}.$$

3.752. Яке з чисел більше: C_{11}^6 чи $C_{11}^3 + C_{11}^4$?

3.753. Доведіть тотожність:

- а) $C_n^{k+1} = \frac{n-k}{k+1} C_n^k$; б) $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$; в) $A_{n-1}^m = A_n^m - mA_{n-1}^{m-1}$;
 г) $C_{n+2}^{m+1} + 2C_{n+2}^{m+2} + C_{n+2}^{m+3} = C_{n+4}^{m+3}$; д) $A_{n-1}^{k-1} P_{n-k} = nP_{n-1}$;
 е) $C_n^k + 3C_n^{k-1} + 3C_n^{k-2} + C_n^{k-3} = C_{n+3}^k$.

3.754. Із 12 волейболістів треба сформувати дві команди по 6 гравців у кожній. Скількома способами це можна зробити?

3.755. Із 10 елементів $a; b; c; d; e; f; g; h; k; l$ необхідно вибрати 5 елементів так, щоб серед них був елемент a . Скількома способами це можна зробити?

3.756. Число перестановок з n елементів відноситься до числа перестановок з $n + 2$ елементів, як 0,1 до 2. Знайдіть n .

3.757. Число перестановок з $m - 1$ елементів відноситься до числа перестановок з $m + 1$ елементів, як 1 до 42. Знайдіть m .

3.758. Дано вираз $f(x) = (x^2 + 5x - 8)^{100} x^5$. Якщо звести його до стандартного вигляду, то дістанемо многочлен такого вигляду: $a_0 x^{205} + a_1 x^{204} + a_2 x^{203} + \dots + a_{204} x + a_{205}$, де a_0, a_1, \dots, a_{205} — коефіцієнти многочлена. Знайдіть:

- а) суму коефіцієнтів $S = a_0 + a_1 + \dots + a_{204} + a_{205}$ многочлена;
- б) суму коефіцієнтів $S_1 = a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{204}$ многочлена;
- в) суму коефіцієнтів $S_2 = a_1 + a_3 + \dots + a_{203} + a_{205}$ многочлена.

§ 5. БІНОМ НЬЮТОНА

3.759. Знайдіть розклад степеня бінома $(2x - 3)^5$.

3.760. Знайдіть розклад степеня бінома $(x + 1)^7$.

3.761. Доведіть, що $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$ для будь-якого цілого n , $n \geq 0$.

3.762. У виразі $(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-100)$ розкрили дужки і звели подібні доданки. Знайдіть коефіцієнт при x^{99} .

3.763. У виразі $x(1-x)^4 + x^2(1+2x)^8 + x^3(1+3x)^{12}$ розкрили дужки і звели подібні доданки. Знайдіть коефіцієнт при x^4 .

3.764. У виразі $(1+x)^3 + (1+x)^4 + (1+x)^5 + \dots + (1+x)^{10}$ розкрили дужки і звели подібні доданки. Знайдіть коефіцієнт при x^3 .

3.765. У виразі $(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)(e+1)(f+1)(g+1)$ розкрили дужки і звели подібні доданки.

а) Скільки матимуть доданків?

б) Скільки при цьому буде доданків, що містять три букви?

3.766. Знайдіть коефіцієнт при x^{19} у розкладі $(1+x^5+x^9)^{30}$.

3.767. Знайдіть число членів розкладу $(a+b+c+d)^4$.

3.768. Знайдіть коефіцієнт при x^4 у розкладі $(1+2x+3x^2)^{10}$.

3.769. У виразі $(1 + x + y)^{20}$ розкрили дужки, але не звели подібні доданки. Скільки доданків при цьому одержать?

3.770. Знайдіть найбільший член розкладу $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^{20}$.

3.771. Який найбільший коефіцієнт розкладу $(a + b)^n$, якщо сума всіх його коефіцієнтів дорівнює 4096?

3.772. Доведіть, що $3^{2n+3} - 24n + 37$ ділиться на 64 при будь-якому натуральному n .

3.773. Між кожними двома цифрами числа 14641 вставлено k нулів. Доведіть, що одержане число – квадрат натурального числа.

3.774. Скількома нулями закінчується число $11^{100} - 1$?

3.775. Що більше: $99^{50} + 100^{50}$ чи 101^{50} ?

§ 6. ПЕРШІ ВІДОМОСТІ ПРО СТАТИСТИКУ

3.776. За таблицю побудуйте гістограму розподілу партії деталей за сортом їх виготовлення.

Сорт	1	2	3
Кількість деталей	200	100	50

3.777. У лотереї розігрується 5000 білетів, виграш яких становить 100 грн., 25 грн., 10 грн., 5 грн. За таблицею побудуйте гістограму розподілу виграшних лотерейних білетів. (Вартість одного білета 1 грн.)

Виграш	100 грн.	25 грн.	10 грн.	5 грн.
Кількість білетів	10	25	50	100

3.778. За таблицею побудуйте гістограму розподілу учнів 9 класу за результатами контрольної роботи з математики.

Оцінка	11	9	7	3
Кількість учнів	5	10	15	3

3.779. За таблицею побудуйте гістограму розподілу учнів 9 класу за їх зростом.

Зріст, см	166	167	168	169	170	171	172	173
Кількість учнів	2	1	3	5	2	3	2	2

3.780. За таблицею побудуйте гістограму розподілу кольорів серед 20 куль однакового радіуса.

Колір	Жовтий	Синій	Зелений	Чорний	Білий
Кількість куль	2	7	1	6	4

3.781. Нижче наведено результати фінального запливу серед жінок комплексного плавання на 400 м, які були показані на XXVII Олімпійських іграх у Сіднеї 2000 р.

1	Яна Клочкова (Україна)	4.33,59 – світовий рекорд
2	Ясуко Таїма (Японія)	4.35,96
3	Беатріс Казлару (Румунія)	4.37,18
4	Кейтлін Сандено (США)	4.41,03
5	Ніколь Хетцер (Німеччина)	4.43,56
6	Медді Кріппен (США)	4.44,63
7	Джоан Мелер (Канада)	4.45,17
8	Дженіфер Рейлі (Австралія)	4.45,99

- Вкажіть найвищій і найнижчий результати змагань та різницю між ними.
- Вкажіть середній час, показаний спортсменками.
- Знайдіть медіану результатів, показаних спортсменками.
- Між якими двома результатами спортсменок найменша різниця у часі?

3.782. У таблиці наведено дані про площу і чисельність населення Південної Америки.

Назва країни	Площа (тис. км ²)	Населення (млн осіб)
Аргентина	2766,8	34,77
Болівія	1098,5	7,41
Бразилія	8511,9	155,82
Венесуела	912,0	21,64
Гайана	215,0	0,81
Гвіана (Фр.)	90,0	0,133
Еквадор	283,5	11,46
Колумбія	1138,9	35,1
Парагвай	406,7	4,83
Перу	1285,2	23,53
Сурінам	163,8	0,42
Уругвай	177,4	3,19
Чилі	756,9	14,2

- а) Яка країна має найбільшу, а яка – найменшу площу?
- б) Чисельність населення якої країни найбільша, а якої – найменша?
- в) Чому дорівнює середня площа цих країн?
- г) Чому дорівнює середня чисельність населення?
- д) Знайдіть медіану чисел, що виражають площі країн.
- е) Яка з держав має найбільшу, а яка – найменшу густоту населення?
- є) Знайдіть медіану чисельності населення країн.

3.783. У таблиці зведені основні морфометричні характеристики океанів.

Океан	Площа, млн км ²	Об'єм, млн км ³	Середня глибина, м	Максимальна глибина, м
Тихий	178,7	710	3984	11022
Атлантичний	91.6	330	3602	8742
Індійський	76,2	283	3736	7729
Північний Льодовитий	14,7	18	1220	5527

- а) Площа якого океану найбільша, а якого – найменша?
- б) Знайдіть медіану чисел, що характеризують об'єм океанів (млн км³).
- в) У скільки разів площа Тихого океану більша за площу Індійського океану?
- г) Вкажіть. який з океанів має найбільшу максимальну глибину, а який – найменшу.
- д) Знайдіть медіану чисел, що характеризують середню глибину океанів.

3.784. У таблиці наведено дані про найбільші гірські вершини Українських Карпат.

Гора	Висота, м	Місцезнаходження	Область
Говерла	2061	Чорногора	Закарпатська та Івано-Франківська
Бребенескул	2032	Чорногора	Закарпатська та Івано-Франківська
П'єтрос	2020	Чорногора	Закарпатська
Гутин Томнатик	2016	Чорногора	Закарпатська
Ребра	2010	Чорногора	Закарпатська та Івано-Франківська
Піп-Іван	1936	Мармароський масив	Закарпатська

Турку	1933	Чорногора	Закарпатська та Івано-Франківська
Брескул	1911	Чорногора	Закарпатська та Івано-Франківська
Петросул	1855	Чорногора	Закарпатська
Лопушна	1836	Горгани	Закарпатська та Івано-Франківська
Сивуля-Мала	1818,5	Горгани	Закарпатська та Івано-Франківська
Довбушанка	1754	Горгани	Закарпатська та Івано-Франківська
Грофа	1748	Горгани	Закарпатська та Івано-Франківська
Яйко-Ілемське	1680	Горгани	Закарпатська та Івано-Франківська
Стій	1677	Боржава	Закарпатська
Підпула	1630	Свидовець	Закарпатська
Хом'як	1540	Горгани	Івано-Франківська
Листувата	1525	Гринявські гори	Івано-Франківська

а) Вкажіть різницю між найбільшою вершиною Карпат і медіаною чисел, що виражають величину їх висот.

б) Вкажіть область, де знаходиться найбільше високих гір.

в) На скільки відсотків вершина гори П'єтрос вища за вершину гори Довбушанка?

3.785. У таблиці зведено відомості про найбільші річки України.

Річка	Куди впадає	Довжина, км		Площа басейну, км ²
		в Україні	загальна	
Дніпро	Чорне море	981	2201	504 000
Південний Буг	Чорне море	806		63 700
Псел	Дніпро	717		22 800
Дністер	Чорне море	705	1362	72 100
Сіверський Донець	Дон	672	1053	98 900
Горинь	Прип'ять	659		27 700
Десна	Дніпро	591	1130	88 900
Інгулець	Дніпро	549		14 870
Ворскла	Дніпро	464		14 700
Случ	Горинь	451		13 800

Продовження табл.

Стир	Прип'ять	445	494	12 900
Західний Буг	Вісла	392	772	73 500
Тетерів	Дніпро	385		15 300
Сула	Дніпро	363		19 600
Інгул	Південний Буг	354		9890
Рось	Дніпро	346		12 600
Самара	Дніпро	320		22 600
Прут	Дунай	272	967	27 500
Тиса	Дунай	201	966	153 000
Прип'ять	Дніпро	261	761	121 000
Айдар	Сіверський Донець	256	264	7420
Сейм	Десна	250	748	27 500
Збруч	Дністер	244		3395
Серет	Дністер	242		3900
Стрий	Дністер	232		3060
Оскіл	Сіверський Донець	177	472	14 800
Дунай	Чорне море	174	2960	817 000

- Вкажіть річку, яка має найбільшу загальну довжину.
- Вкажіть річку, яка має найбільшу довжину на території України.
- Вкажіть річку, яка має найменшу загальну довжину.
- Знайдіть медіану чисел, що виражають загальну довжину річок.
- Вкажіть найбільшу і найменшу площі басейну (км²).
- Знайдіть медіану чисел, що виражають площі басейнів річок у (км²).

3.786. У таблиці зведено дані про середньомісячну температуру повітря і місячну суму опадів у Києві.

Місяці року	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
<i>T</i> , °C	-5,8	-4,9	-0,2	7,7	14,8	17,9	19,6	18,6	13,9	7,6	1,4	-3,2
<i>R</i> , мм	39	38	41	45	56	72	74	66	46	44	48	41

- Вкажіть середню річну температуру.
- Вкажіть річну суму опадів.
- Вкажіть найбільшу і найменшу середньомісячні температури.
- Знайдіть найбільшу і найменшу різницю середньомісячних температур між двома сусідніми місяцями.
- Знайдіть медіану чисел, що виражають середньомісячну температуру.
- Побудуйте гістограму місячних сум опадів.

3.787. Куб, всі грані якого пофарбовані, розпилили на 1000 однакових кубиків. Складіть таблицю, за допомогою якої побудуйте гістограму розподілу кубиків за пофарбованими гранями. (Можуть бути пофарбованими три, дві, одна грань або жодної.)

3.788. Складіть таблицю, за допомогою якої побудуйте гістограму розподілу днів січня 2001 р. за днями тижня.

3.789. Складіть таблицю, за допомогою якої побудуйте гістограму розподілу цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 серед запису перших 100 натуральних чисел.

3.790. Складіть таблицю, за допомогою якої побудуйте гістограму розподілу імен Іван, Василь, Петро, Андрій, Володимир серед імен ваших однокласників.

3.791. У 9 класі 30 учнів: із них 10 відвідують математичний гурток, 12 – спортивний, 13 – танцювальний. Відомо, що всі заняття відбуваються одночасно. Складіть таблицю, за допомогою якої побудуйте гістограму розподілу учнів по цих гуртках.

3.792. Чому дорівнює середнє арифметичне перших 100 квадратів натуральних чисел?

3.793. Чому дорівнює середнє арифметичне перших 100 членів послідовності: $1 \cdot 2$, $2 \cdot 3$, $3 \cdot 4$, $4 \cdot 5$, ...?

3.794. Чому дорівнює середнє арифметичне перших 100 членів послідовності: $1 \cdot 4$, $2 \cdot 7$, $3 \cdot 10$, $4 \cdot 13$, ...?

3.795. Чому дорівнює середнє арифметичне перших 100 натуральних чисел, які діляться на 3?

3.796. Знайдіть середнє арифметичне всіх коренів рівняння $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$.

3.797. Знайдіть моду, медіану і середнє значення вибірки:

а) 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5; б) 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6;

в) 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 4, 2, 3, 1; г) 1^2 , 2^3 , 3^4 , 5^3 , 6^2 .

3.798. Знайдіть центральні тенденції вибірки:

а) 1,5; 1,6; 1,2; 2,1; 2,4; 2,7; 2,8; 3,0; 3,0; 3,0; 3,1; 3,1; 3,1; 3,4;

б) 0,95; 0,99; 1,03; 1,06; 0,97; 1,0; 1,01; 0,98; 0,97; 0,99; 0,96; 1,02; 0,97; 1,0.

3.799. П'ять учасників олімпіади за розв'язання задач одержали від 0 до 3 балів, десять – від 4 до 6, тридцять – від 7 до 9, сорок чотири – від 10 до 12, шістнадцять – від 13 до 15, десять – від 16 до 18, два – від 19 до 21, три – від 22 до 24 балів. Складіть частотну таблицю, побудуйте гістограму і визначте центральні тенденції.

§ 7. ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

3.800. В яких кількостях потрібно змішати рідину з її розчинником, щоб дістати 100 г 20 %-го розчину цієї рідини?

3.801. В яких пропорціях потрібно змішати розчини 50- і 70 %-ї кислоти, щоб дістати розчин 65 %-ї кислоти?

3.802. В яких пропорціях потрібно сплавити золото 375-ї проби із золотом 750-ї проби, щоб дістати золото 500-ї проби?

3.803. Є 90 г 80 %-ї оцтової есенції. Яку найбільшу кількість 9 %-го столового оцту з неї можна одержати?

3.804. Скільки прісної води потрібно додати до 4 кг морської води, щоб зменшити вміст солі в ній у 2,5 раза?

3.805. Індійський чай дорожчий за грузинський у $\frac{5}{4}$ раза.

В яких пропорціях потрібно змішати індійський чай з грузинським, щоб дістати чай, який дорожчий за грузинський у $\frac{6}{5}$ раза?

3.806. Руда містить 40 % домішок, а виплавлений з неї метал містить 4 % домішок. Скільки металу одержать із 24 т руди?

3.807. У розколотому кавуні 99 % води. Після його всихання вміст води становить 98 %. У скільки разів зменшилась вага кавуна?

3.808. У свіжих грибах 90 % води. Визначіть, у скільки разів усихають гриби в результаті їх підсушування, якщо в стільки ж разів у них зменшиться вміст води.

3.809. У трьох посудинах міститься по 100 г розчину кислоти: в першому – 70 %-й, у другому – 60 %-й, а в третьому – 30 %-й. Після змішування цих розчинів, потрібно дістати 250 г розчину кислоти. Яку найбільшу і найменшу концентрацію може мати одержаний розчин? Як дістати 250 г 55 %-го розчину кислоти?

3.810. Сплав із золота і срібла вагою 13 кг 410 г при повному зануренні у воду почав важити 12 кг 510 г. Визначіть кількість золота і срібла в сплаві, коли відомо, що густина золота дорівнює $19,3 \text{ г/см}^3$, а срібла – $10,5 \text{ г/см}^3$.

3.811. В одну склянку налили чорну каву, а в другу – молоко. Із першої склянки в другу перелили ложку кави, а потім, не перемішуючи вміст другої склянки, перелили з неї в першу ложку одержаної рідини. Чого в результаті стало більше: молока в першій склянці чи кави у другій?

ВІДПОВІДІ, РОЗ'В'ЯЗАННЯ ТА ВКАЗІВКИ

7 КЛАС

Розділ І. ВИРАЗИ ТА ЇХ ПЕРЕТВОРЕННЯ

§ 1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

- 1.2. є) 0,555; ж) 0,144; з) 1,2; и) -9,8; і) -2,1; ї) 0,2; й) 0.
- 1.3. а) 5050; б) 475,5; в) 1,8; г) 40,7. 1.4. а) 31,05; б) $-\frac{17}{81}$; в) 0; г) $\frac{1}{2}$; д) 1000. 1.5. а) $\frac{12}{5}$; б) 20; в) -15; г) -12; д) 5; е) $-\frac{20}{9}$; є) 24,8; ж) -6,4; з) $-\frac{5}{3}$; и) -2,25; і) 5; ї) $\frac{1}{9}$; й) $-\frac{3}{4}$; к) $\frac{10}{51}$; л) $\frac{1}{512}$; м) 1. 1.6. а) 23,4; б) 20; в) -5,9; г) 36; д) -37408; е) $\frac{2}{3}$; є) 2; ж) 4; з) 39,6; и) 99,5; і) $176\frac{1}{9}$; ї) -112,1; й) 11,25. 1.7. а) $\frac{10}{31}$; б) $\frac{3}{11}$; в) $-\frac{3}{4}$; г) 5. 1.8. а) 19,75; б) 1795; в) 829,15; г) 221,1. 1.9. а) $3\frac{7}{8}$; б) $-7\frac{1}{3}$; в) $-6\frac{2}{3}$; г) $12\frac{5}{7}$; д) $1\frac{1}{6}$; е) $4\frac{11}{32}$; є) 0,348; ж) $10\frac{19}{20}$; з) 244; и) $\frac{63}{64}$; і) $\frac{40}{81}$. 1.17. 6,044; 30,22; 151,1; 604,4; 755,5; 1511. 1.18. а) 160; б) 225; в) 0,2025; г) 0,012; д) 61; е) 1. 1.19. 126 га; 138,6 га; 155,4 га. 1.20. 760 л. 1.21. Зменшиться на 63 дм^2 . 1.22. Збільшиться на 30 см^2 . 1.23. 75 %. 1.24. 63 см^2 . 1.25. а) -19; б) -19; в) 1; г) 1; д) -5; е) -5; є) $\frac{5}{36}$; ж) $\frac{5}{36}$; з) $-\frac{19}{400}$; и) $-\frac{19}{400}$. 1.26. -44; -8; 1; 4; 1; -8; -44; 44; 8; -1; -4; -1; 8; 44. 1.27. а) 0,39; б) -0,72; в) 1,003; г) 0,21; д) $\frac{100}{81}$; е) 3,09; є) 10; ж) $\frac{5}{3}$; з) 6. 1.28. а) 0; б) 42; в) 2. 1.29. а) 6; б) 12; в) -24. 1.30. а), б), в), г), д) 0. 1.38. а) $x = 3$; б) $x = -5$; в) $y = \frac{3}{2}$; г) $y = \frac{5}{3}$; д) $z = 9$; е) $a = -5$; є) $x_1 = -2$; $x_2 = 2$; ж) $x_1 = -3$; $x_2 = 3$;

$$3) \quad x_1 = \frac{4}{5}; \quad x_2 = -\frac{5}{4}; \quad \text{и) } x_1 = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{3}{4}; \quad \text{і) } b_1 = -1; \quad b_2 = 2; \quad b_3 = 3;$$

$$\text{ї) } p_1 = -1; \quad p_2 = 0; \quad p_3 = 4; \quad p_4 = 5. \quad 1.40. \quad \text{а) } x \neq \frac{1}{3}; \quad y \neq 2\frac{1}{2}; \quad z \neq 3;$$

$$\text{б) } x \neq 1\frac{2}{3}; \quad y \neq 5; \quad y \neq 4; \quad \text{в) } x \neq -2; \quad y \neq 7; \quad \text{г) } x \neq 0; \quad y \neq 0; \quad \text{д) } x_1 \neq -2;$$

$$x_2 \neq -1; \quad x_3 \neq 1; \quad x_4 \neq 2. \quad 1.41. \quad \text{а) } -9; \quad \text{б) } 1\frac{23}{440}; \quad \text{в) } \frac{6}{7}; \quad \text{г) } -\frac{1127}{4400}; \quad \text{д) } 13.$$

$$1.44. \text{ Розв'язання. } 2n+2n+2+2n+4=6(n+1). \quad 1.45. \text{ Розв'язання. } n+n+1+$$

$$+n+2+n+3+n+4=5(n+2). \quad 1.46. \text{ Розв'язання. } 2n+2n+2+2n+4+$$

$$+2n+4=4(2n+3). \quad 1.47. \quad 99x+9y. \quad 1.48. \text{ Оскільки } (m-n)+(m+n+1)=2m+1,$$

то дані числа різної парності. 1.49. Покладемо на шальки по 8 деталей. Якщо ваги зрівноважаться, то легша деталь знаходиться серед решти дев'яти деталей. Візьмемо з цих дев'яти і покладемо на шальки по 3 деталі. Якщо вони зрівноважаться, то легша деталь знаходиться серед трьох залишених, яку легко вказати за допомогою ще одного зважування. Якщо шальки не зрівноважені, то ми вкажемо, серед яких трьох деталей вона знаходиться, і отже, за допомогою одного зважування знайдемо цю деталь. Якщо, поклавши на кожну шальку вісім деталей, виявиться, що вони не зрівноважені, то ми будемо знати, серед яких восьми деталей знаходиться легша. Візьмемо з цих восьми деталей і покладемо на шальки по 3. За умови рівноваги легша деталь знаходиться серед двох залишених, яку можна знайти ще одним зважуванням. Якщо шальки не зрівноважені, то будемо знати, серед яких трьох вона знаходиться. Одним зважуванням визначається

$$\text{найлегша з трьох деталей. } 1.50. \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}. \quad 1.51. \quad 1000. \quad 1.52.$$

Розв'язання. Шукане число повинно ділитися на 2, 3, 5, тобто на 30. Серед чисел, менших за 100, є три числа 30, 60, 90, з яких 60 діляться на 4, а 30 і 90 – ні. Отже, в кошику лежить 30 або 90 яблук. 1.53. 34 десятикопійчаних і 12 п'ятикопійчаних монет. 1.54. Треба зробити всього 2 стрибки: 1 стрибок 15 см у напрямку від точки O до точки A , а потім 1 стрибок 9 см у напрямку до точки A . 1.55. а) Рівні; б) протилежні; в) протилежні; г) рівні; д) рівні; е) протилежні. 1.61. е); ж). 1.62. а) $a = 0$; б) ні; в) $a = -3$; г) $x = 0$; $x = 1$; д) будь-яке $x \geq 1$. 1.63. а), б), в), г) ні. 1.65. а) 42; б) 6,25. 1.71. -7 і -31 .

1.72. *Розв'язання.* а) $2n-1+2n+1=4n$; б) $2n(2n+2)=4n(n+1)$, але одне з двох чисел n або $n+1$ парне і тому ділиться на 2, а отже,

$$\text{добуток ділиться на 8. } 1.73. \text{ Розв'язання. } \frac{n+1}{2n+1} = \frac{2n+1-n}{2n+1} = 1 - \frac{n}{2n+1}. \text{ Але}$$

$2n+1 > n$ для будь-якого натурального числа n , тому $1 - \frac{n}{2n+1}$ не є цілим числом, і отже, заданий дріб нескоротний. **1.74. Розв'язання.**
 $\frac{14n+3}{21n+4} = \frac{21n+4-7n-1}{21n+4} = 1 - \frac{7n+1}{21n+4}$. Оскільки $21n+4 > 7n+1$, то вираз $1 - \frac{7n+1}{21n+4}$ не є цілим при жодному натуральному n .

§ 2. СТЕПІНЬ 3 НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ

- 1.78.** д) $\left(\frac{1}{2}x\right)^5$; е) $(a+3)^3$; є) $(n+p)^4$; ж) $-(ab^2c^3)^3$;
 з) $(ab+a^2b^2+a^3b^3)^2$; и) $(a+b)^k$. **1.79.** в) $(-4p)^3$; г) $(ab)^4$; д) $(a-b)^3$;
 е) p^8 ; є) p^9 ; ж) $(ab+c)^6$; з) $(3ab)^3$; и) $(3ab)^7$; і) $(5a)^5$; ї) 7^7 ;
 й) 12^5 . **1.80.** е) x^{n+1} ; є) x^{m+2} ; ж) x^{k+n} . **1.83.** е) $(-a)^{10}$; є) $(-a)^8$.
1.86. а) $n=1; 2; 3; 4; 5$; б) $n=6$; в) немає такого n ; г) $n=4; 5$;
 д) $n=1; 2; 3$; е) $n=2; 3; 4; 5; 6; 8$; є) $n=2; 3$. **1.87.** а) 135; б) $\frac{1}{4}$;
 в) 4; г) -864; д) 194481; е) 375. **1.88.** в) -3; г) 12; д) $\frac{1}{4}$; е) $\frac{21}{25}$.
1.89. а) 4; б) $a^{9n-9}+a$; в) 4; г) $\frac{y}{x}$. **1.90.** ж) $(a+b)^4$; з) $(a+b+c)^6$;
 и) x^{k+3} ; і) 5^{n+4} ; ї) a^{2k+8} ; й) b^{5k+2} ; к) $(x+y)^{2k+3}$; л) $(ab+p)^{6k}$.
1.92. є) $(a+b+c)^{13}$; ж) a^{3k+6} ; з) $(x-y)^{7k-3}$; и) $(p+n)^{11}$; і) $(xy)^{26}$;
 ї) 2^{22} . **1.93.** е) p^{9k} ; є) p^{8k+4} ; ж) p^{3k} ; з) p^{kn} . **1.94.** а) 3^{11} ; б) 3^6 ; в) 3^7 ; г) 3^{20} ;
 д) 3^{14} ; е) 3^{31} . **1.95.** а) $x=2^5$; б) $x=3^3$; в) $x=a^{18}b^{18}$; г) $x=2^7$;
 д) 7^3 ; е) $x=a^k$; є) $x=p^{10}$; ж) $x=a^{2k-5}$; з) $x=a^{k+3}$. **1.96.** а) a^{48} ; б) y^{2k+3} ;
 в) $(7ab)^{110}$; г) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3n}$; д) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{4k+3}$; е) b^{6k} ; є) $(x-p)^{5p+3}$; ж) 5^{3k+12} ;
 з) $(xyz)^{4k}$. **1.97.** а) $n \geq 5$; б) n – будь-яке натуральне число;
 в) $n \geq 2$; г) $3 \leq n \leq 7$; д) $n \geq 8$; е) $n \geq 1$; є) $3 \leq n \leq 7$; ж) $n=8, n=9$.
1.98. а) $x=a^{34}$; б) $x=\frac{1}{3}b^{14}$; в) $x=\frac{7}{2}p^4$; г) $x=a^6b^6$; д) $x=10p^{12}n^{38}$;
 е) 11^9 ; є) $x=\frac{1}{5}\cdot 5^k$; ж) $x=a^5$. **1.99.** д) $(x^2+1)^{25}$; е) y^{k+2} ; є) y^{k+2} ;

ж) $(x^2 + y^2)^7$; з) 2^{k+2n} ; и) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2k+1}$. **1.100.** а) 49; б) 25; в) 0,027;

г) $\frac{1}{64}$; д) 0,04; е) $\frac{49}{9}$; є) 64; ж) 0,09. **1.101.** а) a^5 ; б) y^{20} ; в) x^9 ;

г) ab^5 ; д) $25a^4$; е) $0,25p^7$; є) $(x+y)^3$; ж) $(x+y)^8$; з) a^{2k-1} ;

и) a^{3k+1} ; і) $a^{k+1}b^{3k+3}$; ї) $(x^2 - y^2)^{3k-2}$. **1.102.** а) 36; б) 16; в) 169;

г) 32; д) 25; е) 5. **1.104.** а) $1 \leq n \leq 8$; б) $4 \leq n \leq 13$; в) $n \geq 7$; г) $n \geq 5$;

д) $n \geq 1$; е) ні для жодного n ; є) $n = 2$; ж) ні для жодного n ;

з) $3 \leq n \leq 6$. **1.105.** а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{81}$; г) 1. **1.106.** а) x^{10} ; б) x^{14} ; в) x^{30} ;

г) x^{30} ; д) y^{27} ; е) x^{12} ; є) x^{100} ; ж) x^{20} ; з) x^{24} ; и) x^{27} ; і) x^9 ; ї) x^{180} ;

й) x^{21} ; к) x^{kmn} . **1.107.** а) y^{6k} ; б) y^{3k-9} ; в) y^{10k} ; г) y^{10+k} ; д) $y^{150-15k}$;

е) y^{k^2-k} ; є) y^{k^2-3k} ; ж) y^{2k-3} ; з) y . **1.109.** а) 3; б) 6; в) 7; г) 24;

д) 4; е) $3k$; є) k . **1.110.** а) (1;5); (5;1); б) (1;4); (2;3); (4;1); (3;2);

в) (1;6); (6;1); (3;2); (2;3); г) (1;5); (5;1); (4;2); (2;4); (3;3).

1.113. а) p^{26} ; б) p^{47} ; в) p^{42} ; г) p^{85} ; д) p^7 ; е) p^{41} ; є) p^6 ; ж) p^{33} ;

з) p^{58} . **1.114.** а) 9; б) 36; в) 441; г) 5; д) 5^5 ; е) 3; є) 5^6 . **1.115.** а) $-a^{15}$;

б) a^{4n} ; в) x^{23} ; г) x^{69} ; д) $9a^8b^6$; е) $-\frac{27}{64}a^{21}b^{36}$; є) x^{5n} ; ж) $-y^{4n+1}$;

з) $-500a^{32}x^{16}$; и) $4a^{21}b^{10}y^9x^3$. **1.116.** а) a^2 ; б) p^{10} ; в) p^4 ; г) a^4 ; д) a^4 ;

е) a^3 ; є) a^2 ; ж) a ; з) p ; и) p^2 ; і) b^3 . **1.117.** а) Розв'язання.

$(1001)^5 > (10^3)^5 = (10^5)^3 > (10^5 - 1)^3 = 99999^3$; б) Розв'язання. $(2^6 - 1)^{14} < 2^{84} =$

$= (2^4)^{21} < (2^4 + 1)^{21}$. **1.118.** а) 1. Справді, $14^{23} = 14^{20} \cdot 14^3 = (14^2)^{10} \cdot 14^3$.

Перший множник закінчується цифрою 6, а другий – цифрою 4.

Тоді перший доданок закінчується цифрою 4. $23^{23} = 23^{20} \cdot 23^3 = (23^4)^5 \cdot 23^3$.

Перший множник закінчується цифрою 1, а другий – цифрою 7,

тоді число 23^{23} закінчується цифрою 7. Третій доданок закінчується

цифрою 0; б) 2. Справді, $2^{4n+1} = (2^4)^n \cdot 2$. Перший множник закінчується

цифрою 6, тоді добуток закінчується цифрою 2; в) 3. Вказівка. Запишіть

дане число у вигляді $(3^4)^n \cdot 3 = 81^n \cdot 3$; г) 4. Вказівка. Запишіть дане

число у вигляді $4^{2n+1} = 16^n \cdot 4$; д) 5. **1.120.** д) 1; е) 1; ж) 25; з) 243; и) 2; і) 5^{26} ; ї) 0,3. **1.123.** Нулем або п'ятіркою. **1.124.** Вказівка. Скористайтесь тим, що $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} + 3^{n+3} = 3^n \cdot 40$. **1.125.** Таких чисел є 5. Вказівка. Доведіть, що $m=4$, а $n \leq 5$. **1.126.** а), б) Так. **1.127.** Вказівка. Скористайтесь тим, що $3^{4n} = 81^n$. **1.128.** Вказівка. Скористайтесь тим, що число $37^8 = (37^4)^2$ закінчується одиницею. **1.130.** а) Нулем; б) шісткою; в) нулем. **1.131.** Числа виду $111n+1$ і $111n+32$. **1.132.** а) Наприклад, 616; б) наприклад, усі числа виду $69n+27$. **1.136.** а) 8; б) 2; в) 3; г) 2; д) 9; е) 2. **1.137.** а) 1; б) 5.

§ 3. ОДНОЧЛЕН. СТАНДАРТНИЙ ВИГЛЯД ОДНОЧЛЕНА. ДІЇ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ

1.140. і) $2^{2k+2}a^{2k+1}b^{2k+3}$; й) $12^n x^{n+7} y^{n+7}$; к) $2a^7 b^7 c^4$; л) $28x^4 y^4 z^6 a^3 b$. **1.141.** в) $0,2^4 a^{16} b^{36}$; г) $-0,3^3 x^6 y^6$; д) $-a^{14} b^7 c^{28}$; е) $81a^4 b^8 c^{12}$; є) $a^8 b^{13}$; ж) $625a^{8k} b^{12} c^{4m}$; з) $2^{4k} x^{4m} y^{4n}$; и) $x^{84} y^{72} z^{12}$; і) $7^{3k} a^{6k+2} b^{7k+4}$. **1.144.** а) 1; б) 4. **1.145.** а) 2^{3n-1} ; б) -47 . **1.148.** а) $-0,6$; б) 330. **1.149.** а) $2^{8n} x^{15} y^{4n+3}$; б) $a^{3n} b^{4n} c^{5n}$; в) 1. **1.150.** Подати даний вираз у вигляді $19(50^{n-1} + 12^{n-1}) + (50^{n-1} - 12^{n-1})$. **1.152.** 6. **1.153.** Вказівка. Числа 63^{63} і 37^{37} закінчуються однаковою цифрою. **1.154.** Вказівка. $10^k - 7 = \underbrace{99\dots 9}_{k \text{ цифр}} - 6$.

§ 4. МНОГОЧЛЕНИ

1.159. в) $8x^2 y^2 - 2xy^3$; г) $-a^4 b + 2a^3 b$; д) $3x^2 y^2 z^2 + 0,5x^2 yz - 1,1xyz^2$; е) $\frac{4}{7}a^3 b^3 - \frac{1}{8}a^4 b^2 + a^5 + \frac{1}{5}a^2 b^2$; є) $0,49a^4 - 4,49a^3 + 0,49a^2 - 2,3a + 4$; ж) $5a^k b + a^k + b^k + 5$; з) $a^m + b^n - 5a^m b^n - 7a^{2m} b^n$. **1.163.** а) $14x^2 y - 3xy^2 - 2x^3 y$; б) $4x^5 y - 7xy^5 - 8,6x^6$; в) $-6y^8 - 2y^6 + 2y^4 + 6y^2$; г) $-10p^3 x + 5p^2 x + 11px^3$; д) $5xy^2 z^3 + 13x^3 yz^2 - 7x^2 y^3 z$; е) $2x^4 y - 9xy^7$; є) $11a^5 b^2 + 3a^7 b^6 + 3a^4 b^4$. **1.165.** Розв'язання. $\overline{abcabc} = 100100a + 10010b + 1001c = 1001(100a + 10b + c) = 7 \cdot 11 \cdot 13(100a + 10b + c)$. Звідси і випливає подільність числа на 7, 11, 13. **1.166.** а) $10a + b$; б) $10b + a$; в) $10a + a$; г) $1000a + 100a + 10b + b$, або $1100a + 11b$; д) $1000c + 100c + 10c + c$, або $1111c$; е) $1000a + 100b + 10c + d$. **1.173.** а) 1; б) $-5\frac{1}{3}$; в) -24 ; г) $-4\frac{9}{17}$; д) $-1\frac{3}{4}$; е) $1\frac{1}{5}$; є) $\frac{2}{13}$.

- 1.175. а) $n^2 - 3mn^2 + m^2n + m^2$; б) $a^3 + 7a^2b$; в) $-2a^4 - 2a^3$; г) $x^2y^2 - 17xy^3 + 8x^4$; д) $-p^3 - 3q^3 + 3r^3 - 3pq^2$; е) $-k^4 + k^2 + k - 9$; є) $-a^3 + a^2 - a + 1$.
- 1.176. $4xyz - y^4 - 2xy + a$, де a – будь-яке число. 1.177. $-8n^2 + np + n^2p^2k$.
- 1.179. $b^5 - a^4 - ab$. 1.180. $3z^6 - 4z^5 + 13z^4 + 3z - 1$. 1.181. $-a^2 - a^3b - b^4b^2 - b^2 + 6$.
- 1.182. а) $100x - 80y + 91z$; б) $90a - 91b - 10c$; в) $102m + 120k + 111n$; г) $98m - 100n - 109k$; д) $10m + 10k + 90n$; е) $88a - 10b - 100c$. 1.184. Таку властивість мають будь-які три послідовних натуральних числа.
- 1.194. є) $p^{2k+4} + 2p^{2k+5} + 3p^{2k+6} + 4p^{2k+7}$; ж) $z^{2n+3} + 2z^{2n+2} + 7z^{2n+1}$; з) $12x^{2n}y^{2n-1} + 15x^{2n-1}y^{2n} - 18x^{3n-1}y^{4n-2}$; и) $x^{n+3}y^4 - x^3y^{k+4} + x^{2n+3}y^4 - x^5y^4$; і) $x^{3k+2} - 2x^{3k+3} + 3x^{3k+4} + 4x^{3k+5}$; ї) $-3a^4b^4c^7 - \frac{4}{3}a^{10}b^3c^7 + 4a^4b^5c^7$; й) $-7ab^3c^2 + 7abc^5 + 7a^6bc^2 + 28a^2b^3c^5$; к) $28a^6 - 12a^7 - 16a^8$; л) $-3x^2y^3z^4 + 1,8x^3y^2z^4 - 1,2x^4y^3z^2$; м) $a^{5k} + a^{6k} - a^{7k}$; н) $x^{3n}y^{2k} - 3x^{4n}y^{4k} - x^{2n}y^{2k} + x^{3n}y^k$.
- 1.199. ж) $12x^6 - 6x^5 - 12x^4 + 2x^3$; з) $30a^5 - 120a^6$; и) $\frac{5}{12}x^n - \frac{1}{3}x^2 + x^3$; і) $x^{3n+6} + x^{3n+5} + x^{3n+4} + x^{3n+3}$; ї) $x^{2n} - x^{n+4} + x^{n+3} + 3x^6 - x^5$; й) $x^{3k} + x^{2k}$; к) $x^{k+n} + x^k - x^k y^k - x^{2n} - x^n + x^n y^n$. 1.200. а) 0,29; б) -0,125; в) 1,25; г) 16; д) 0,2. 1.203. а) $-\frac{4}{49}$; б) $-\frac{8}{9}$; в) $-\frac{9}{11}$; г) $\frac{4}{5}$. 1.204. в) $7b(3a+1)$; г) $0,5x(y+2)$ або $x(0,5y+1)$; д) $3x^3(x-4)$; е) $b^5(b^5-3)$; є) $\frac{1}{3}a^3\left(a^4 + \frac{1}{3}b\right)$; ж) $9x^2y^3z^2(z^2 + x^2)$; з) $ab^2c^2(a^2c^3 + 3b^3c + 4ab^2)$; і) $2^na^{2k}c^m(c^{2m} + 2^n)$; й) $3^k \cdot 2^np(3^kp^{3n-1} + 2^n)$; к) $5^ka^{k+1}b^{k+2}(3^k + a^2b^8)$. 1.205. в) $0,1ab(5,5b+a)$; г) $7b^4(6-b^4)$; д) $0,11ab(5b+a)$; е) $\frac{1}{9}a^3b^3\left(\frac{1}{9}b^7 - \frac{1}{3}a^4\right)$; є) $2^na^{n+1}b^{n+1}(b-2^na)$; ж) $3^ka^nb^m(3^ka^3b-4^k)$; з) $(ab)^3(bc)^2((ab)^{n-3}(bc)^{k-2}-1)$; и) $a^{2n}b^{3n}(3a^{2n}-1)$; і) $0,3(10x+x^2y-0,7y)$; ї) $5b^2(a+3bc-4b^2)$; й) $x^2(x^4+x^2+1)$; к) $y(y^4-5y^2+25)$; л) $13ab(b+2a+3)$; м) $a^nb^nc^2(b^n+a^nc^3+c)$; н) $x^{2n}(x^{3n}+x^{2n}+x^n+1)$; о) $x^ny^n(y^{4n}+x^ny^{3n}+x^{2n}y^{2n}+x^{3n}y^n+x^{4n})$.
- 1.206. а) $2p^2(p-2)$; б) $8a^9(4a+b)$; в) $a^7b^7(a+b)$; г) $10^3b^{12}(b^3-1)$;

д) $a^{2n}b^{2n}(a^n + b^n)$; е) $a^{k+n}b^n(1 - a^{k+n}b^n)$; є) $7a^4b^5(3 + 6ab^3 + 5a^2b^2)$; ж) $0,7a^n b^n(1 + 0,3ab^2 + 0,4a^2b)$; з) $a^2b^2c^2(a+b+c)$; и) $a^{3n}b^{2n}c^{2n}(a^n b^n + b^{2n} + c^{2n})$; і) $5a^3b^3c^3(3a^{4n-3} + 5b^{4n-3}c + 25ab^3c^{4n-2})$. **1.207.** а) 1,3; б) 12100; в) 300; г) 10275; д) 88,2; е) 10,89. **1.208.** а) 0; 10; б) -1; 0; в) -5; 0; г) 0; 4; д) -3; 0; е) 0; $\frac{2}{17}$; є) 0; $\frac{3}{2}$; ж) -1; 0; з) 0; $\frac{3}{5}$; и) $-\frac{1}{4}$; 0; і) 0; 5; ї) -4; 0. **1.210.** е) $ab(a+4)(1+ab)$; є) $13(c^2+1)(2-c)$; ж) $(ab+1)(7a^2b+3)$; з) $b(a^2+b^2)(4+3ab)$; и) $(k+1)(k^2+k+2)$; і) $x(x-y)(3x^2+2x-2y)$; ї) $x^n(x+1)^n(3x^2-2x-2)$; й) $(x^n y^n + 1)(3+2x^3 y^3)$; к) $(x^n y^n + 1)(5x^k y^k + 4x^m y^m)$; л) $(c-y)^2(4c-3y-c^2)$; м) $(p+1)^n(p+2)$; н) $9(p-3)^{2n-1}(5-p)$; о) $(3a+1)(2c+1)(abc+1)$. **1.212. Розв'язання.** Помноживши перший вираз на 7, а другий – на 2, дістанемо відповідно $35x+14y$; $18x+14y$. Візьмемо різницю цих виразів $35x+14y - (18x+14y) = 17x$. Оскільки $35x+14y$ ділиться на 17 і $17x$ ділиться на 17, то $18x+14y$ ділиться на 17, а отже, і $9x+7y$ ділиться на 17. **1.213.** а) 62500; б) 22; в) 335000; г) $1\frac{1}{2}$; д) 6,2; е) 2200; є) 0,04. **1.214.** е) $(b^{2n}-c^4)(d^n+b^4)$; є) $(2b-c)(8p-11q-13q^2)$; ж) $(5x^4-z^3)(x-y-z)$; з) $(a-b)((a-b)^n+1)$; и) $(b^n-c^n)(a^n-p^n)$; і) $(5^n-3^n)(2^n-7^n)$. **1.215.** в) $(a-b)(a-b+a^2+b^2)$; г) $(5p^2-q^3)(p^3-2p^5+p-8)$; д) $(a^{n+1}-a^n b-ab^n+b^{n+1})(a-b-1)$; е) $(pm-pn-qn+qm)(2a-2b)$. **1.216.** а) 13,5; б) 63,96; в) 20; г) 7,5. **1.219.** а) -6; б) $1\frac{2}{3}$; в) -3; г) $9\frac{27}{37}$; д) $\frac{50}{71}$. **1.222.** д) $x^n - x^{n+2} + 4x^2 + 4$; е) 1; є) 0; ж) $c^3 + 8c^2 - 6c - 13$; з) $6a+28$; и) $-x^7 + 2x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 2x^2 - x + 3$. **1.223.** а) $\frac{80}{89}$; б) $-1\frac{1}{4}$; $1\frac{1}{4}$; в) 0. **1.225. а) Розв'язання.** $n=7a+5$, $m=7b+3$, тоді $nm = 49ab + 21a + 35b + 14 + 1$; б), в) див. а). **1.228.** 5; 6; 7. **1.229.** 10; 11; 12; 13. **1.230.** 20; 21; 22; 23. **1.231.** Будь-які чотири послідовних непарних натуральних числа мають таку властивість. **1.232.** Будь-які три послідовних натуральних числа. **1.233.** 15 і 7 см. **1.234.** 6 см². **1.235.** а) $-\frac{1}{2}$; 1; б) -1; 7; в) a ; $2b$; г) 7; 8. **1.236.** а) $\frac{1}{4}$; 2; б) -4; 1; 2; в) a ; b ; $c \neq 0$; г) $x = a$ для $b > 0$; $x = a$ або $x = 0$ для $b = 0$;

$x = a$ або $x = 0$. або $x = 2b$ для $b < 0 (a \neq 0)$. **1.237.** а) $a^{2n} + 2a^n b^n + b^{2n}$; б) $a^{2m} - 2a^m b^m + b^{2m}$. **1.238.** а) 1; б) 0. **1.239.** а) -3,84; б) 54; в) 2,5. **1.240.** і) $(2y+7n)(3xy-5nm)$; ї) $(x''+x''')(y''+y''')$. **1.241.** б) $(y^4-z^3)(x^2-x+1)$; в) $(a-b^2-c^3)(m^2-n)$; г) $(m^2-n+3)(n^2-1)$; д) $(b^2-c^2)(p^2-q^4+n^3)$; е) $(x''+y'')(p'''+q''' + d''')$. **1.242.** а) 60; б) 11; в) 42; г) 15. **1.244.** а) -1; б) 0; 4. **1.245. Розв'язання.** Розглянемо чотири можливі випадки: а) нехай m і n – парні числа, тобто $m = 2k$, $n = 2p$; тоді $(10k+6p+1)^5(6k+2p+4)^4 = 2^4(10k+6p+1)^5(3k+p+2)^4$. А це число ділиться на 16; б) нехай m і n – непарні числа, тобто $m = 2k-1$, $n = 2p-1$; тоді $(10k-5+6p-3+1)^5(6k-3+2p-1+4)^4 = 2^4(10k+6p-7)^5(3k+p)^4$; в) $m = 2k$, $n = 2p-1$; тоді $(10k+6p-3+1)^5 \times (6m+2p+3)^4$. А це число без остачі ділиться на 16; г) $m = 2k-1$, $n = 2p$, тоді $(10k-5+6p+1)^5(6k-3+2p+4)^4 = 2^5(5k+3p-2)^5(6k+2p+1)^4$. **1.246.** а) 91; б) 33,75; в) 0. **1.247.** а) $0,8x^2+a-0,5b^2-0,2b^4$; б) $-2p^4-0,6p^3-4,6p^2+0,12p+1$; в) $1,728x^3-0,125y^3$; г) $-p^{12}-p^{11}-p^9-2p^8-p^7+p^6+p^3+p^2$; д) $2a^4+2a^3+2a^2$; е) $8p^9-4p^8-10p^7+4p^6-4p^5+6p^4+3p^3-p^2+3p$; є) $\frac{1}{2}a^3b^2 - \frac{1}{2}a^3b + \frac{1}{3}a^2b^2 + \frac{2}{3}a^2b^3 - \frac{5}{4}a^2b - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{3}ab^2$. **1.248.** а) $-p^7-2p^5-p^4-p^2+p+1$; б) $-2b^2-2ab-2a-2$; в) $-3a^2-4a-8ab+b^2+9b+4$; г) $2a^2+2a^2b-3ab+2a+2b^3+b^2+b+1$; д) $5c^4-c^3+6c^2+3c-3$; е) a^4-2a^2+2a-1 ; є) $a^4-2a^2b^2+ab^2-ab^3+b^3$; ж) $3a^4-8a^3b+19a^2b^2-19ab^3+6b^4$; з) $p^6-p^4+2p^3-p+1$; и) $5x^6+9x^5+6x^4-x^3-4x^2-x+1$; і) $\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{6}y^2 - \frac{1}{12}z^2 - \frac{5}{36}xy - \frac{1}{12}xz - \frac{17}{72}yz + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}z$; ї) $-\frac{1}{6}a^2 - \frac{1}{6}b^2 - \frac{1}{16}c^2 + \frac{5}{24}ac - \frac{13}{36}ab + \frac{5}{24}bc - \frac{1}{6}a + \frac{1}{6}b + 1$; й) $3p^6-11p^5m+19p^4m^2-15p^3m^3-2p^2m^4+10pm^5-4m^6$; к) $5x^6+17x^5y+13x^4y^2-x^3y^3-2y^6$; л) $4p^6-2p^5+4p^4-4p^3+2p^2$;

м) $2a^8 - 2a^6 + 6a^5 - 4a - 2$. **1.249.** е) $\frac{1}{9}x^2y^2 - m^2$; е) $9a^2b^2 - 25m^2n^2$;
 ж) $x^6 - y^6$; з) $121a^{10} - 81b^8$; и) $x^{10}y^6 - a^4p^2$; и) $16p^{12} - 25x^4y^2$;
 и) $x^{2m} - y^{2n}$; й) $a^{2m} - 4b^{2m}$; к) $81x^4 - 81y^4$; л) $x^8 - y^8$; м) $a^{24} - b^{24}$;
 н) $a^{2m}b^{2n} - 2^{2m}3^{2n}$; о) $\frac{1}{9}a^2b^6c^6 - \frac{1}{25}p^4q^8z^8$; п) $x^{8n} - y^{8n}$. **1.250.** г) $0,25a^4 - 0,09a^2$;
 д) $\frac{49}{64}b^2 - \frac{64}{49}a^2$; е) $0,16p^2 - 0,0121a^4b^2$; е) $\frac{1}{4}a^{2m} - 9b^{2m}$. **1.257.** г) $(abc - p) \times$
 $\times (abc + p)$; д) $(25 - x^5)(25 + x^5)$; е) $(11xy^3 - 12p^2q^4)(11xy^3 + 12p^2q^4)$;
 е) $\left(\frac{7}{5}a^5 - \frac{5}{7}b^5\right)\left(\frac{7}{5}a^5 + \frac{5}{7}b^5\right)$; ж) $(1,3x^{10} - 15y^5)(1,3x^{10} + 15y^5)$; з) $\left(0,02 - \frac{3}{25}x^6\right) \times$
 $\times \left(0,02 + \frac{3}{25}x^6\right)$; и) $(0,6p^7 - 0,4p^5)(0,6p^7 + 0,4p^5)$; и) $(x^n - y^n)(x^n + y^n)$;
 и) $(3x^{2m} - 0,2y^m)(3x^{2m} + 0,2y^m)$; й) $\left(\frac{1}{13}a^{2m} - \frac{1}{8}b^{3m}\right)\left(\frac{1}{13}a^{2m} + \frac{1}{8}b^{3m}\right)$;
 к) $(x^ny^n - 1,1z^{5m})(x^ny^n + 1,1z^{5m})$. **1.258.** а) 1000; б) 17000; в) 10800; г) 1420;
 д) 400; е) 9,13; е) 40,08; ж) 56; з) $4\frac{2}{7}$. **1.261.** в) $-5(2^{n+1} - 5)$;
 г) $(0,3 - x^2 - x)(0,3 + x^2 + x)$; д) $(a^2 + a - 1)(a - a^2 + 3)$; е) $(2x + y + 3)(y - 3)$;
 е) $(2x^2 + 3)(2x - 1)$; ж) $(2^{n+1} + 1)(2^{n+2} + 2p^n - 3)$. **1.262.** а) $60a^2b$; б) $4ab$;
 в) $(a - b + 2)(a - b - 2)$. **1.263.** а) $(x - 4)^2 - 1$; б) $(x + 0,3)^2 - 1$; в) $(3x - 2)^2 - 5^2$;
 г) $\left(\frac{1}{2}x - 4\right)^2 - 3^2$. **1.264.** д) $(4 - p)(4 + p)(16 + p^2)$; е) $(2^n - 2)(2^n + 2)(2^{2n} + 4)$;
 е) $(p - 2)(p - q)(p + q)$; ж) $(2^n - 3)(k - 1)(k + 1)$. **1.265.** а) $(a - 1)(a - 2) \times$
 $\times (a + 2)(a^2 + 4)$; б) $(p - 1)(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)$; в) $(2^n - 1)(2^n + 1) \times$
 $\times (a^n - 1)(a^n + 1)$. **1.266.** $(a^n - b^n)(a^n + b^n)(a^{2n} + b^{2n})(a^{4n} + b^{4n})(a^{8n} + b^{8n})$.
1.267. а) -2,5; 2,5; б) $-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{5}$; в) -6; 6; г) $-\frac{2}{3}$; $\frac{2}{3}$. **1.268.** а) $-\frac{2}{3}$; 0; $\frac{2}{3}$;
 б) $-\frac{1}{24}$; 0; $\frac{1}{24}$; в) -2; 0; 2; г) -6; 0; 6; д) -5; 0; 5. **1.269.** е) $(2^na^2 - cb^n) \times$
 $\times (2^na^2 + cb^n - 1)$; е) $(2^n3^m + 5^n7^m)(2^n3^m - 5^n7^m - 1)$. **1.271.** а) Розв'язання.

$(4n+2)^2 - (2n+4)^2 = (6n+6)(2n-2) = 12(n+1)(n-1)$; б) Розв'язання.
 $(2^m 5n+15)^2 - (10n+5)^2 = (2^m 5n+10n+20)(2^m 5n-10n+10) = 25(2^m n+2n+4) \times$
 $\times (2^m n-2n+2)$; в) Вказівка. $(n^2+3n+1)^2 - 1 = n(n+1)(n+2)(n+3)$.
1.273. г) $4a^2+4a+1$; д) $4x^2+12xy+9y^2$; е) $\frac{1}{4}p^2-4q^2p+16q^4$;
 є) $9a^4-6a^2+1$; ж) $25a^2b^2-5abc+0,25c^2$; з) $0,01a^2b^2-0,14abcd+$
 $+0,49c^2d^2$; и) $\frac{49}{4}a^4+2a^2b^2+\frac{4}{49}b^4$; і) $a^{14}-2a^7b^7+b^{14}$; ї) $a^{12}+2a^{10}+a^8$;
 й) $p^{200}-2p^{110}+p^{20}$; к) $a^{2m}-2a^{m+n}+a^{2n}$; л) $a^{4n+2}+4a^{3n+1}+4a^{2n}$;
 м) $a^{2n}b^{2m}c^{2k}+2a^n b^m c^k p^l+p^{2l}$; н) $4a^{2n+2}b^{2n+4}c^{2n+6}-4a^{m+n+4}b^{m+n+4}c^{m+n+4}+$
 $+a^{2m+6}b^{2m+4}c^{2m+2}$. **1.274.** д) $a^2b^4c^4-0,6ab^2c^2+0,09$; е) $37,21k^4-12,2k^9+k^{14}$;
 є) $\frac{1}{9}-\frac{1}{3}ab+\frac{1}{4}a^2b^2$; ж) $11\frac{1}{9}t^{10}+6\frac{2}{3}t^6a+t^2a^2$; з) $\frac{1}{9}a^{2m}-2a^m b^n+9b^{2n}$;
 и) $2^{2n}-2^{m+n+1}+2^{2m}$; і) $3^{2n}a^{2m}-2\cdot 3^{m+n}a^{m+n}+3^{2m}a^{2n}$; ї) $a^{2m}b^{2n}+6a^{m+n}b^{m+n}+$
 $+9a^{2n}b^{2m}$; й) $\frac{1}{2^{2n}}a^{2m+2}-2a^{m+1}b^{m+1}+2^{2n}b^{2m+2}$. **1.275.** е) $a^8b^8+6a^4b^4c^4t^4+c^8t^8-$
 $-4a^6b^6c^2t^2-4a^2b^2c^6t^6$; є) $a^{3n}+6a^{2n}+9a^n$; ж) $2^n3^{2n}+3^n2^{2n+1}+2^{3n}$;
 з) $2401k^8-98k^4n^2+n^4$; и) $625a^4-50a^2+1$; і) $16p^4-72p^2c^2+81c^4$;
 ї) $a^{8n}-2a^{4n}p^{4n}+p^{8n}$; й) $a^{4n}-a^{2n}2^{2n+1}+2^{4n}$. **1.276.** г) 0; д) $5t^2-10a^4t$;
 е) $24a^{10}$; є) $26x^{10}-22x^6+37x^2$; ж) $-4a^8$; з) 3^n2^{n+2} ; и) $40a^m b^n$; і) 0;
 ї) $2p^n q^n-2q^{2n}$; й) $6\cdot 2^{2n}-4\cdot 2^n+1$. **1.277.** е) $(10xy+3)^2$; є) $\left(\frac{1}{5}c^2-1\right)^2$;
 ж) $\left(\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}b^2\right)^2$; з) $\left(\frac{1}{6}b^5+6\right)^2$; и) $(p^n-2)^2$; і) $\left(\frac{1}{3^n}a^n-\frac{1}{5^n}b^n\right)^2$;
 ї) $(ab^2c^3-3a^2b^4c^5)^2$; й) неможливо. **1.278.** й) 1004 004; к) 2500; л) 360 000;
 м) 100; н) 144; о) 1 000 000; п) 1 000 000. **1.281.** а) 1; б) 2,4; в) -3,12;
 г) -0,3328; д) 46; е) 0,625. **1.282.** Розв'язання. Якби обидва многочлени
 одночасно набували додатних значень, то їх сума була б додатною, що
 неможливо, бо $-7x^2+11xy+5y^2+3x^2-11xy-13y^2=-(4x^2+8y^2)$ набуває
 лише недодатних значень. **1.283.** а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{9}{13}$; в) 2; г) $\frac{13}{18}$. **1.284.** а) 1;

б) $16x^4$; в) a^{10} ; г) $4a^4b^6$; д) $0,4a$; е) $\frac{1}{3}abc^2$; є) $1,32xy^3$ або $-1,32xy^3$;

ж) 81 ; з) $49a^8b^{27}$. **1.285.** 30 м. **1.286.** 12 м. **1.287.** 25 м. **1.288.** Будь-яке число, більше за 4. **1.289.** 5 і 10. **1.290.** 46 і 50. **1.291.** Розв'язання. За умовою $m = 13n + 6$. Піднісши до квадрата обидві частини, дістанемо $m^2 = 13^2n^2 + 12 \cdot 13n + 36$. При діленні на 13 це число має в остачі 10, бо перший і другий доданки діляться на 13, а при діленні третього доданка на 13 остача буде 10. **1.292.** Розв'язання. $m = 16n + 4$, $m^2 = 16^2n^2 + 8 \cdot 16n + 16 = 16(16n^2 + 8n + 1)$. **1.293.** $m = 25n + 5$, $m^2 = 25^2n^2 + 10 \cdot 25n + 25 = 25(25n^2 + 10n + 1)$. **1.294.** д) $(n+1)^2 + (p+1)^2$; е) $(a^n+2)^2 + (b^n+2)^2$; є) $(2^{2n}+3^{2n})^2 + (2p^2)^2$; ж) $(x^2+p^2)^2 + (x^2-p^2)^2$. **1.295.** а) $(p-3)^2 - z^2$;

б) $(y-9)^2 - 1$; в) $\left(\frac{1}{2}a+7\right)^2 - 3^2$; г) $(ab-1)^2 - (c+3)^2$; д) $(x+2)^2 - (y+2)^2$;

е) $(2^n-a)^2 - (a-2)^2$. **1.296.** а) Розв'язання. $12ab = (a+3b)^2 - (a-3b)^2 = (3a+b)^2 - (3a-b)^2 = \left(\frac{1}{3}a+9b\right)^2 - \left(\frac{1}{3}a-9b\right)^2 = \dots$; б) Розв'язання. Оскільки $(ax+by)^2 - (ax-by)^2 = 4abxy$, то a і b можуть бути будь-якими числами, добуток яких дорівнює 12; в) $(a^n+b^n)^2 - (a^n-b^n)^2 = 4a^n b^n$.

1.297. 36. **1.298.** $x = y$ або $y = 0$. **1.301.** а) $\frac{19}{20}$; б) -2 ; в) $\frac{1}{6}$; г) $-\frac{1}{2}$;

д) $\frac{5}{72}$. **1.302.** 5; 7; 9; 11. **1.306.** Розв'язання. Очевидно, що для цілого $n \leq 1$ квадратний тричлен набуває лише додатних значень. Нехай $n \geq 2$, а квадратний тричлен запишемо у вигляді $6(n-2)^2 + 5n - 9$. Тоді для $n \geq 2$ перший і другий доданки набувають лише додатних значень. **1.307.** а) $\frac{1}{2}$; $1\frac{5}{6}$; б) -1 ; 21 ; в) 2 ; $\frac{4}{9}$; г) -9 ; $-\frac{1}{3}$; д) -5 ; -3 ;

е) 2 ; 10 ; є) немає коренів; ж) $\frac{1}{3}$. **1.308.** $x = 0$, y – будь-яке число; $y = 0$, x – будь-яке число. **1.309.** $(10y+5)^2$. **1.310.** а) 8 ; б) 66 .

1.311. 13. **1.316.** Розв'язання. $a^4 + 64 = (a^2+8)^2 - 16a^2 = (a^2-4a+8)(a^2+4a+8)$.

1.318. Розв'язання. $5^{10} + 8^5 = (5^{10} + 8^5)^2 - 2 \cdot 5^{10} 8^5 = (5^{10} + 8^5)^2 - 16 \cdot 5^{10} 8^4 =$
 $= (5^{10} + 8^5 + 4 \cdot 5^5 8^2)(5^{10} + 8^5 - 4 \cdot 5^5 8^2)$. **1.319.** Вказівка. Ліву частину
 нерівності подати в такому вигляді: $(x-5)^2 + 2$. **1.321.** ж) $x^3 - 6x^2y +$
 $+ 12xy^2 - 8y^3$; з) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$; и) $p^6 + 6p^4q^2 + 12p^2q^4 + 8q^6$;
 і) $-x^9 - 3x^6y^6 - 3x^3y^{12} - y^{18}$; ї) $1000x^6y^6 - 1200x^4y^4z^{10} + 480x^2y^2z^{20} - 64z^{30}$;
 й) $\frac{1}{8}p^{12}q^{12} + \frac{1}{4}p^8q^8b^3 + \frac{1}{6}p^4q^4b^6 + \frac{1}{27}b^9$; к) $-0,001x^{15} + 0,006x^{10}y^5 - 0,012x^5y^{10} +$
 $+ 0,008y^{15}$; л) $a^6b^{12}c^{18} + 6a^4b^8c^{12}z^2 + 12a^2b^4c^6z^4 + 8z^6$; м) $a^{3n} + 3a^{2n}5^n +$
 $+ 3a^n5^{2n} + 5^{3n}$; н) $2^{3n}a^{3m} - 2^{2n}3^{n+1}a^{2m}b^m + 2^n3^{2n+1}a^mb^{2m} - 3^{3n}b^{3m}$; о) $x^{3m+9} -$
 $- 3x^{2m+6}y^mz^{m+1} + 3x^{m+3}y^{2m}z^{2m+2} - y^{3m}z^{3m+3}$. **1.322.** а) $3xy^2 + y^3$; б) $3x^2 + 18a + 27$;
 в) $3x^8 - 2x^6 + 3x^4$; г) $x^3y^3 + 3xyz^4 + z^6 - x^3z^3 - 3xz^4y - y^6$; е) $2x^{3n} + 6x^n y^{2n}$;
 є) $6x^{2n}y^n + 2y^{3n}$. **1.323.** а) $x^{12} - 3x^8y^4 + 3x^4y^8 - y^{12}$; б) $64p^{15} + 144p^{16} +$
 $+ 108p^{17} + 27p^{18}$; в) $-\frac{1}{125}a^6b^3 + \frac{1}{50}a^5b^4 - \frac{1}{60}a^4b^5 + \frac{1}{216}a^3b^6$; г) $0,001m^6n^9 -$
 $- 0,006m^7n^8 + 0,012m^8n^7 - 0,008m^9n^6$; д) $0,027a^3b^3c^3 + 0,018a^3b^4c^5 +$
 $+ 0,036a^3b^5c^7 + 0,008a^3b^6c^9$; е) $\frac{64}{27}m^9 - 4m^6n^5 + \frac{9}{4}m^3n^{10} - \frac{27}{64}n^{15}$;
 є) $x^{3n+6} - 3x^{3n+7} + 3x^{3n+8} - x^{3n+9}$; ж) $27a^6b^3 + 9a^4b^2 + a^2b + \frac{1}{27}$;
 з) $a^{3k}b^{3m}c^{3n} + 3a^{2k+1}b^{2m+1}c^{2n+1} + 3a^{k+2}b^{m+2}c^{n+2} + a^3b^3c^3$; и) $a^{3k}b^{3k+3}c^{3k+6} -$
 $- 3a^{3k+2}b^{3k+3}c^{3k+4} + 3a^{3k+4}b^{3k+3}c^{3k+2} - a^{3k+6}b^{3k+3}c^{3k}$. **1.327.** а) $(xz^2 + yz^2)^3$;
 б) $\left(\frac{1}{3}p^3x^2 + \frac{1}{3}p^4\right)^3$; в) $(x^2 - y^2)^3$; г) $(x^8 - y^8)^3$; д) $(x^{4n} - y^{4n})^3$.

Розділ II. РІВНЯННЯ

1.328. а) Так; б), в), г), д) ні. **1.329.** а), г) Так; б), в) ні. **1.332.** 0;
 $a+b+c+p+n=0$. **1.333.** Однакова. **1.335.** -15; -12; -1. **1.336.** а) -5; 2;
 б) немає; в) -3; 0; г) -3; 4; д) 5; е) -1; 0. **1.338.** а), б), в) Ні.
1.339. а) -4,5; 4,5; б) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; в) 0; г) немає; д) немає; е) -3; 7,6; є) 1,1;
 ж) ні; з) -1; $\frac{1}{15}$. **1.340.** а) 53; б) -1; в) 5,1; г) 10. **1.342.** а), б) Ні; в) так.

1.347. л; **4.** **1.348.** а) Так; б) ні. **1.349.** а) 3; б) 2; в) 36; г) -2; д) -10;
 е) $\frac{1}{2}$; є) $-\frac{1}{7}$; ж) $-\frac{1}{2}$; з) 11; и) $-\frac{71}{79}$; і) $1\frac{2}{7}$; ї) $\frac{4}{3}$. **1.351.** а) $1\frac{1}{6}$; б) $\frac{8}{81}$;
 в) 500; г) $\frac{2}{7}$; д), е), є), ж), з) 0; и) немає коренів. **1.352.** а) $\frac{7}{2}$; б) $-\frac{8}{15}$; в) 2;
 г) $-\frac{2}{25}$; д) $\frac{3}{16}$; е) -1; є) $\frac{1}{4}$; ж) $\frac{3}{4}$. **1.353.** а) -2; 2; б) -3; 3; в) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$;
 г) ± 14 ; д) 1; 3; е) $\frac{1}{4}$; $\frac{9}{4}$; є) $-\frac{14}{3}$; $\frac{26}{3}$. **1.354.** а) $-\frac{7}{11}$; б) $1\frac{43}{89}$; в) 5,5.
1.355. а) $-\frac{1}{7}$; б) 5; в) $\frac{2}{3}$; г) немає коренів; д) $2\frac{48}{49}$; е) $\frac{19}{22}$. **1.356.** а) 4,75;
 б) $\frac{4}{9}$. **1.357.** а) 53; б) -1; в) 5,1; г) 10; д) 0; е) ні для жодних значень x ;
 ж) ні для жодних значень x . **1.358.** а) 10; б) -5; в) $1\frac{1}{3}$. **1.359.** а) $1\frac{1}{3}$;
 б) 1; в) -6. **1.360.** а) $-\frac{6}{7}$; б) -13; 13; в) -2; 2. **1.361.** а) $-\frac{9}{2}$; $\frac{13}{4}$;
 б) $-\frac{11}{2}$; 2; в) $\frac{1}{5}$; г) -52; 100; д) $\frac{3}{2}$; $\frac{9}{2}$; е) 4; є) $-\frac{1}{5}$; $\frac{27}{5}$; ж) 0,8; 4,2.
1.363. На 36 одиниць. **1.365.** Збільшиться у 56 разів. **1.366.** Змен-
 шиться у 3 рази. **1.368.** Зменшиться у $\frac{3}{4}$ раза. **1.369.** 7, 8, 9, 10.
1.370. 680, 400, 705 учнів. **1.371.** В обох бочках води порівно. **1.372.** 64.
1.373. 1260 км. **1.374.** 22 м^2 ; 16 м^2 ; 26 м^2 ; 30 м^2 . **1.375.** 200 км, 30 км,
 10 км. **1.376.** 24 см, 6 см. **1.377.** 30 см, 25 см, 26 см. **1.378.** 840 км.
1.379. 14 т, 42 т. **1.380.** 8, 5, 4. **1.381.** 30 см^3 ; 40 см^3 . **1.382.** Ні. **1.383.** 30,
 60, 120. **1.384.** 20 год. **1.385.** 20, 100 і 85 м. **1.386.** 837, 1659 і 725. **1.387.** 20
 і 40 см. **1.388.** 240 см^2 . **1.389.** 7, 11. **1.390.** Через $21\frac{1}{2}$ хв на висоті 5500 м.
1.391. 189 км. **1.392.** 18 км/год, 140 км. **1.393.** 60 і 180 костюмів.
1.394. 6 днів. **1.395.** 12000 га. **1.396.** 20000 л. **1.397.** 22, 35, 46. **1.398.** 540.
1.399. 52. **1.400.** 11. **1.401.** а) Так; б) ні. *Вказівка.* Сума чисел від 1 до 30
 не ділиться на 6. **1.402.** а) 12; 23; 34; 45; 56; 67; 78; 89; б) 81; 92; в) 12;
 24; 36; 48. **1.403.** а) 240 км; б) 40 км/год; в) 10 год; г) 48 км/год.
1.412. Дорівнюють одне одному. **1.418.** 91. *Розв'язання.* Нехай шукане
 число буде \overline{ab} . За умовою задачі складемо рівняння $1a\overline{b1} = 21\overline{ab}$.
 Звідси $1000 + 10\overline{ab} + 1 = 21\overline{ab}$, $11\overline{ab} = 1001$, $\overline{ab} = 91$. **1.419.** 12, 24, 36, 48.
Вказівка. Складіть рівняння $10a + b = 4(a + b)$ і розв'яжіть його, врахо-
 вуючи, що a і b - цифри. **1.420.** 40, 50, 80. *Розв'язання.*

$b = \frac{5}{4}a$; $c = 2a$; $c - b = \frac{3}{4}a$; $a = 40$; $b = 50$; $c = 80$. **1.421.** 561. Вказівка.

Запишіть рівняння $\overline{ab5} - \overline{5ab} = 54$. Звідси $10\overline{ab} + 5 - 5000 - \overline{ab} = 54$. **1.422.** 10989. **1.423.** 45.

Розділ III. РОЗКЛАДАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ НА МНОЖНИКИ

- 1.433.** а) $a^2b^2(1+ab)$; б) $a^3b^3(a-b)$; в) $p^4q^4(p-q)$; г) $a^3(a^2b^2-1)$; д) $kn^2m^2(n-k^2m)$; е) $2x^2y^4(2y-3x)$; є) $14a^6b^6(a-2b)$; ж) $\frac{1}{8}a^2b^2c^2\left(\frac{1}{8}c-a\right)$; з) $0,6p^5q^3(0,4p^2q^5-1)$; и) $\frac{5}{7}x^8y^9z^8\left(5z^2-\frac{2}{7}x^2\right)$. **1.434.** а) $5x^2y(1+2x^2y)$; б) $3c^{10}d^7(d^5-11c)$; в) $0,7a^{10}b^5(6a^5b^5-1)$; г) $\frac{13}{5}p^7q^8\left(1-\frac{13}{5}p^3q\right)$; д) $0,11p^4q^5 \times (11p^3q^5-1)$; е) $1,3m^{20}n^{28}(1,3n^2-m)$. **1.435.** а) $x^k(1-x)$; б) $d^m(a-1)(a+1)$; в) $x^{m+2}(2x-1)(2x+1)$; г) $a^2(a^m+1)$; д) $a^m(a^n-1)$; е) $2a^mb^2(2^ma^2b^{m+1}-1)$; є) $7^na^mb^n(7^ma^nb^m-1)$; ж) $a^{3n}(a-1)$; з) $a^{3n}b^{2n}(1+a^nb^n)$; и) $4^{n+1}p^{n+2}q^{n+5} \times (p-4q)$; і) $a^nb^kc^4(a^mb^mc^m-1)$; ї) $a^{m+1}b^{m+2}c^{m+3}(1+abc)$. **1.436.** а) 126,5; б) 2450; в) 81; г) 1320; д) 1,5; е) 3; є) 5600; ж) 3. **1.440.** в) $2a^3(a^2-2a+4)$; г) $m^4(m^3-3m^2+1)$; д) $11p^2(2-3p+4p^2)$; е) $0,25xy^2z(z^2+2xyz+3x^2)$; є) $-\frac{1}{3}x^2y^2z^2\left(z+\frac{1}{3}y-\frac{1}{9}xz\right)$; ж) $-18a^{10}b^9c^8(c^3+2ab^2+4a^2bc^4)$; з) $3^ma^{n+1}b^{k+1} \times (3ab^2+a^2+9b)$; и) $2^ma^kb^n(2^na^mb^k+2a^2b+1)$; і) $a^{2k}b^{2m}c^{2n}(a^kc^{2n}-b^m-a^{2k}b^{3m}c^n)$; ї) $a^mb^mc^md^m(a^{3m}b^{2m}c^m+a^{2m}b^{3m}d^m+a^mb^mc^{2m}d^{3m}+c^md^{2m})$. **1.441.** д) $(a-b)(a+b)(a^2+b)$; е) $(2-c)(2+c)(x^2+y^2)$; є) $3(p-q)(a+2b)$; ж) $(m-n)(m+n)(3a-4b)(3a+4b)$; з) $(a-1)(a+1)(a-2)(a+2)(a^2+4)$; и) $(c-1)(c+1)(c^2+1)(ab-5)(ab+5)$. **1.442.** а) $(x-y)(m+n)$; б) $(k+m)(p-q)$; в) $(a+b)(a-1)$; г) $(xy-5)(a+1)$; д) $(a-2)(a+2)(a-1)(a+1)$; е) $(p-q)(p+q) \times$

$\times (p-1)(p+1)(p^2+1)$; е) $(x-1)(x+1)(4-a)(4+a)$; ж) $(x-2)(x+2) \times$
 $\times (x^2+4)(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$; з) $(x-y)(4b+1)$; и) $(m-n)(1+11k)$;
 и) $(x+y)(5z-1)$; й) $(n^2+n^2)(1-5k)$; й) $24(p-q)(p+q)$; к) $(a-b)(a+b)(x-y)(x+y)$.
1.443. а) $(x^m-y^k)(x^m+y^k)(3^m-5^m)(3^m+5^m)$; б) $(p^k-3)(p^k+3)(1-q^m)(1+q^m)$;
 в) $(9-b^n)(9+b^n)(a^m-5)(a^m+5)$; г) $(2^k-3^k)(2^k+3^k)(7-x^k)(7+x^k)$.
1.444. а) $(x-3)(5a+3b+1)$; б) $(x+y)(4m-7n-1)$; в) $(a^2+1)(11a-10b+8c)$;
 г) $(p-q)(p+q)(5x-12y+z)$; д) $(x-y)(x+y)(3a-1)(3a-1)$; е) $(a-b)(a+b) \times$
 $\times (a^2+b^2)(5m+3)(5m+3)$; е) $(p-q)(p+q)(4x-11y)(4x-11y)$; ж) $(b-c) \times$
 $\times (b+c)(a+5)(a+5)$. **1.445.** а) $(a+b+c)(13m-12n+5k)$; б) $(a-b+c) \times$
 $\times (10x-7y-3z)$; в) $(2k-3m+4)(15x^2+8x-y)$; г) $(a+b-c)(2x-1)(2x-1)$;
 д) $(14x-13y+11z)(2^m a^n+1)(2^m a^n+1)$; е) $(2a-1)(2a-1)(3m+1)(3m+1)$;
 е) $(p+q)(p+q)(x-y)(x-y)$. **1.446.** а) $(x-y)(x+y)(a+1)(a+1)(a+1)$;
 б) $(a-b)(a+b)(p-1)(p-1)(p-1)$; в) $(m+n-k)(x-1)(x-1)(x-1)$; г) $(a^2+b^2) \times$
 $\times (2x+3y)(2x+3y)(2x+3y)$; д) $(7a-1)(7a-1)(5+p)(5+p)(5+p)$.
1.447. а) $(x+y)(x+y)(1-ax-ay)(1+ax+ay)$; б) $(x+y)(x+y)(x+y-b)$;
 в) $(a-b)(a+b)(m-n)(m+n)$; г) $(p+q)(p+q)(p+q-3x)$; д) $a(a-b)(a-b)$;
 е) $(m-n)(m-n)(2m-n)$. **1.448.** а) 0; 5; б) $-\frac{1}{4}$; 0; в) $\frac{1}{6}$; 0; г) -4; 0;
 д) -4; 0; е) 0; $\frac{25}{16}$; е) -2; 1; 2; ж) -5; -3; 3; 5; з) $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$;
 и) $\frac{1}{2}$; 1; й) $-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{13}$; $\frac{1}{5}$; й) -9; -4; 4; 9. **1.449.** а) 0; $\frac{1}{2}$; б) 0; -5; в) 0; 2;
 г) $-\frac{1}{4}$; 0; д) 0; 31; е) -1; $\frac{1}{6}$; 1. **1.450.** а) 6; б) 1; в) 26,25; г) 9009; д) 625.
1.452. а) $(m+n)(k+c)$; б) $(x+y)(z+p)$; в) $(b-c)(a+d)$; г) $(y-z)(7x+a)$;
 д) $(a+b)(3+4c)$; е) $(x-y)(8+3a)$; е) $(k+m)(l+z)$; ж) $(a+b)(c-x)$;
 з) $(a+c)(b+a)$; и) $-(a+b)(c+3)$. **1.453.** а) $(x+y)(z+c)$; б) $(q+c)(p+3)$;
 в) $(a+b)(x-y)$; г) $(p-q)(k-m)$; д) $(x-y)(b-a)$; е) $-(p+q)(x+y)$;
 е) $(a-1)(a+1)(b+c)$; ж) $(4a+1)(b+c)$; з) $(a+7)(a^2+7)$;

и) $(3x^2 + y)(2x - y)$; и) $(4 + p)(x - y)$; и) $(a - b)(a - 5)$.

1.454. а) $(a+b)(k+m+n)$; б) $(x-y)(a-b+c)$; в) $(k+m-n)(2x+y)$; г) $(a-b-c)(x-y)$; д) $(x-2y)(a+2b+3c)$; е) $(2p-3q)(a-3b-4c)$; е) $(a^2 + 3b^2)(4k + 3m + 2n)$; ж) $(ab + c^2)(7x - 6y - 5z)$.

1.455. а) bd ; б) $-kq$; в) $-3x$; г) a^2b^2 ; д) $-5y^3$; е) $-\frac{1}{2}ab$.

1.456. а) $(x^3 + y^2)(x^2 + y^3)$; б) $(p^5 + 2q)(q^5 + 2p)$; в) $(x^2 + 1)(x^4 + 3)$; г) $(p^4 + 2)(p^5 - 3)$; д) $(x^n - y^m)(x^m - y^n)$; е) $(x^n - y)(x - y^n)$; е) $(x^{2n} + 1)(x^{3n} + 2)$; ж) $(x^n + 1)(x^m + x^k + x^l)$; з) $(x^{n+2} + y^{n+1})(x^{n+1} - y^{n+2})$; и) $(ab^2c^3 + x)(a^3b^2c + y)$.

1.458. а) 112; б) 6; в) 34.

1.460. а) $(7x - 3y - 11)(7x - 3y + 11)$; б) $(4a + 3b - c^2)(4a + 3b + c^2)$; в) $(a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab)$; г) $(a^4 - a^2 - 1)(a^4 - a^2 + 1)$; д) $(2ab^2 + c^2 - ab^2c^2)(2ab^2 + c^2 + ab^2c^2)$; е) $(5p^5 - 2p - 1)(5p^2 + 2p - 1)$; е) $(a + c)(a + 2b + c)$; ж) $(a^2 + 1)(a + 1)(a + 1)$; з) $(p^3 + 1)(p^3 + 2p^2 + 1)$.

1.461. а) $\left(\frac{4}{3}a + 2\right)\left(\frac{2}{3}a + 2\right)$; б) $\left(\frac{12}{7}b + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{7}b + \frac{1}{2}\right)$; в) $(1,25a + 0,35)(0,25a + 0,35)$; г) $(x - 0,7y)(x - 1,3y)$; д) $\frac{1}{3}b\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)$.

1.462. а) $(a^2 + a + 1)(a - a^2 - 1)$; б) $(b - 3a - c)(b + 3a + c)$; в) $(2p^2 - 1)(8p^2 + 1)$; г) $(6m + n)(12m - n)$; е) $-y^2(8x + y^2)$; е) $(3c^2 - a^2 - b^2)(3c^2 + a^2 + b^2)$.

1.463. д) $-a(a + 1)(a^2 + a + 2)$; е) $-(c^3 + c + 1)(c^3 + c + 3)$; е) $(2 - 2a - 5b)(2a + 5b)$; ж) $(10 - a - 3b)(a + 3b - 8)$.

1.464. а) $(x^2y - x - 2y)(x^2y + x + 2y)$; б) $-(y + 1)(2x^3 + y + 1)$; в) $-5c(2a^2b^2 + 5c)$; г) $-7p(2p^3q^3 + 7p)$; д) $-(a^4 + 1)(a^2 + 1)(a^2 + 1)$; е) $-(b + 2c)(6a + b + 2c)$.

1.465. а) $(x - y - z)(3x - y + z)$; б) $(2a^2 - 3b^2 + 5b)(2a^2 + 3b^2 - 3b)$; в) $(a^2 + a - b^2 - b) \times (a^2 + a + b^2 + b)$; г) $(p + q - p^2 - q^2)(p^2 + q^2 + p + q)$; д) $(-a^3 + 5a^2 + a - 1) \times (5a^3 + a^2 + a + 1)$; е) $(3a^2 - 2a - 1)(11a^2 + 8a + 5)$; е) $(-p^3 + p^2 - 1) \times (p^3 + p^2 + 2q^2 + 3)$.

1.466. а) $(x + 6)(7x + 4)$; б) $16a(a + b)$; в) $3(m + 2n)(11n - 2n)$;

г) $4(xy+3)(4xy-3)$; д) $(5y^2-x^2)(5x^2-y^2)$; е) $(0,1a^2-0,3b^2)(0,3a^2-0,1b^2)$;
 е) $\left(\frac{1}{6}a^2+\frac{1}{2}b^2-\frac{1}{3}a+\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}a^2+\frac{1}{2}b^2+\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}\right)$; ж) $\left(\frac{4}{9}x^2-\frac{26}{9}y^2+\frac{26}{9}z^2\right)\times$
 $\times\left(\frac{26}{9}x^2-\frac{4}{9}y^2+\frac{4}{9}z^2\right)$. **1.467.** а) $(a^2+1)(a^4+1)$; б) $(x-y)(x^2+y^2)$;
 в) $q(2p+q)(p+q)$; г) $(p+q)(q-p)(p-q)$. **1.468.** а) $(p^2-2p+1)(p^2-2p-1)$;
 б) $(a^2+a+1)(a^2-a-1)$; в) $(b^2-b+3)(b^2+b-3)$; г) $(k^3+k^2+2)(k^3-k^2-2)$;
 д) $(a+c+2)(a-c+2)$; е) $(2a+3)(2b+3)$; е) $(b-a)(2b-a+1)$; ж) $4a(b+1)$;
 з) $(a-b+1)(a-b-1)$. **1.469.** а) $(x-y+4z)(x-y-2z)$; б) $(1+a-b+c)\times$
 $\times(1-a+b-c)$; в) $(p-m)(p-q)(q-m)$. **1.474.** а) $343a^{15}+64b^{18}$;
 б) $0,064p^{12}-0,001q^{24}$; в) $\frac{a^{15}}{8^n}-\frac{b^{12}c^6}{27^n}$. **1.475.** в) $(2p-q)(4p^2+2pq+q^2)$;
 г) $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$; е) $(n+4)(n^2-4n+16)$; е) $(1-ab)(1+ab+a^2b^2)$;
 ж) $\left(1+\frac{m}{2}\right)\left(1-\frac{m}{2}+\frac{m^2}{4}\right)$; з) $(5x-2yz)(25x^2+10xyz+4y^2z^2)$; и) $(a+b+c)\times$
 $\times(a^2+b^2+2ab-ac-bc+c^2)$; и) $(p-q-2)(p^2-2pq+q^2+2p-2q+4)$;
 й) $2x(4x^2-6xy+3y^2)$. **1.476.** а) $(z-x-2y)(z^2+zx+2zy+x^2+4xy+4y^2)$;
 б) $(0,1+a-b)(0,01-0,1a+0,1b+a^2-2ab+b^2)$; в) $\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{9}{4}-\frac{1}{2}x-\right.$
 $\left.-\frac{1}{2}y+\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{9}xy+\frac{1}{9}y^2\right)$. **1.477.** а) $-9y(x^2+y^2+xy)$; б) $9(a+b)(a^2+b^2+ab)$;
 в) $(x-y+1)(x^2+y^2+8x+7y+xy+19)$; г) $(2x^2+4)(x^4+4x^2+7)$;
 д) $2q^2(3p^4+q^4)$; е) $2(p^2-3)(p^4-6p^2+12)$. **1.478.** а) $-3(a+b)(a+c)(b+c)$;
 б) $2(3a^2+3b^2+6ab+1)$; в) $2(x+2y+1)(13x^2+4y^2+4xy+2x+4y+1)$.
1.479. б) $35p^3-19$; в) $64x^6y^6+z^6$; г) $a^{15}b^{12}c^3+125b^{18}$. **1.480.** в) $(y^{2n}-1)\times$
 $\times(y^n+1)$; г) $(3^n+2^n)(9^n-6^n+4^n-6)$. **1.481.** а) 40000; б) 121; в) 1225;
 г) 4,84. **1.483.** а), б) Так. **1.484.** а) $28p^3$; б) $72a^3$; в) 370. **1.487.** а) $2p^3$;
 б) -35 ; в) $9a^3-7$; г) $98(a^3-b^3)$; д) $-2y^{12}$. **1.488.** б) $27a^3-125$;

в) $125x^9 - y^6$; г) $343a^{15} + 64b^{18}$; д) $0,064p^{12} - 0,001q^{24}$; е) $\frac{1}{8}a^6b^6 - \frac{1}{27}a^9$;
 є) $\frac{a^{15}}{2^{3n}} - \frac{b^{12}c^6}{3^{3n}}$. **1.489.** а) $(2a+b+1)(2a-b+1)$; б) $(5-b+3c)(5+b-3c)$;
 в) $(7p+q+5)(7p+q-5)$; г) $(4-b-c)(4+b+c)$; д) $(1-3n+2m)(1+3n-2m)$;
 е) $(1+x^2+y^2)(1-x^2-y^2)$; є) $(x^3+x+1)(x^3-x+1)$; ж) $(x^4+y^4+y^2)(x^4+y^4-y^2)$;
 з) $(a^2+b+12)(a^2-b+10)$. **1.490.** а) $(p^3-q^3+p^2+q^2)(p^3-q^3-p^2-q^2)$;
 б) $(x+1)(x-1)(x^2+x+1)$; в) $(a-1)(a-1)(a+1)(a^2+a+1)$; г) $(z+3)(z^2-8z+9)$;
 д) $9a(a^2+a+1)$; е) $8xy(x^2+y^2)$; є) $(2x-1)(x-1)(x^2+x+1)$; ж) $(1-x)(1+x) \times$
 $\times (2-x)(2+x)$; з) $p^2(p-1)(1-p)(p^2+p+1)$. **1.495.** а) 2,254; б) 1,25; в) 6;
 г) 44; д) 4,1; е) 36; є) 438; ж) 22. **1.496.** а) $(a^2-bc)(b^2-ac)(c^2-ab)$;
 б) $(a^2+b^2+c^2)(ab+ac+bc)$; в) $(a-b)(a-c)(b-c)$. **1.501.** Вказівка.
 Ліва частина розкладається на множники $(a-b)(b-c)(a-c)$.
1.504. Вказівка. Звести до спільного знаменника і чисельник
 розкласти на множники $(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$. Добуток п'яти
 послідовних цілих чисел ділиться на 2; 3; 4; 5, а отже, ділиться
 на 120. **1.505.** Вказівка. $n^3 + 2n^2 - n - 3 = (n-1)(n+1)(n+3)$. Покладіть
 $n = 2k + 1$.

Розділ IV. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

1.508. е) $y = 2x + 3$, $x \neq -1$, $x \neq -2$; є) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$; ж) $y = x$; з) $y = \frac{1}{3}x -$
 $-\frac{1}{3}$; и) $y = \frac{1}{3}x + 3$; і) $y = \frac{9}{2}x - \frac{29}{4}$. **1.509.** е) $x = 3y$; є) $x = y - 1$, $y \neq \pm 2$;
 ж) $x = -y - 5$; з) $x = -\frac{1}{18}y + \frac{5}{6}$. **1.512.** а) $x = 0$; $y = 0$; б) немає розв'язків;
 в) безліч розв'язків; г) $x = 0$; $y = 0$; д) немає розв'язків; е) якщо $a \neq 0$,
 то розв'язків немає, а якщо $a = 0$, то $x = 0$; $y = 0$; є) $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{5}{3}$;
 ж) $x = 5$; $y = 3$; з) $x = -\frac{7}{2}$; $y = \frac{11}{2}$. **1.513.** а) $x = 2$; $y = 3$; б) $x = 0$; $y = 0$;

в) $x = 0$; $y = 0$; г) $x = 0$; $y = 0$; д) $x = 1, 2$; $y = -0, 1$; е) $x = \frac{1}{6}$; $y = 4$;

є) $x = 0, 1$; $y = 2$; ж) $x = \frac{15}{13}$; $y = 6$; з) $x_1 = 5$; $y_1 = -2$; $x_2 = 5$; $y_2 = -4$;

$x_3 = 6$; $y_3 = -2$; $x_4 = 6$; $y_4 = -4$. **1.514.** $k \leq 0$. **1.515.** а) $x_1 = -2$; $y_1 = 0$;

$x_2 = 0$; $y_2 = -2$; $x_3 = -1$; $y_3 = -1$; $x_4 = -1$; $y_4 = 1$; $x_5 = 1$; $y_5 = -1$; $x_6 = 1$; $y_6 = 1$;

$x_7 = 2$; $y_7 = 0$ і $x_8 = 0$; $y_8 = 2$. **1.517.** а) $(9; 9)$; б) $(7; 7)$; в) $(144; 144)$;

г) $(-12; -12)$; д) $(6; 6)$; е) $\left(-\frac{100}{3}; -\frac{100}{3}\right)$; є) $(2; 2)$; ж) $\left(\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\right)$;

з) $\left(-\frac{7}{5}; -\frac{7}{5}\right)$. **1.518.** $y = x$. **1.519.** $M\left(\frac{c}{a+b}; \frac{c}{a+b}\right)$. **1.520.** а) $A(0; -5)$,

$B\left(\frac{15}{4}; 0\right)$; б) $A(0; 2, 5)$, $B(5; 0)$; в) $A(0; -3)$, $B(-2; 0)$; г) $A\left(0; \frac{2}{9}\right)$, $B\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$.

1.521. а) $c = 5$; б) $c = -2$; в) $c = 2$; г) $c = \frac{5}{4}$; д) $c = -11$; е) $c = -12$.

1.522. а) $c = \frac{19}{4}$; б) $c = -\frac{1}{2}$; в) $c = \frac{13}{4}$; г) $c = -\frac{5}{16}$. **1.523.** а) $\frac{7}{4}$; б) $\frac{7}{4}$;

в) $\frac{16}{3}$; г) $\frac{23}{2}$; д) $\frac{71}{2}$; е) $\frac{7}{2}$. **1.527.** а) Так; б), в), г) ні. **1.528.** а), б) Так;

в) ні; г) якщо $a \neq 0$, то графік не проходить через початок координат, а якщо $a = 0$, то проходить. **1.531.** Ні. **1.532.** Ні. **1.533.** 0. **1.534.** 8.

1.535. $b = \frac{2}{3}$. **1.536.** а) Точка $(2; 4)$; б) точка $(3; -12)$; в) точка $(-2; -15)$;

г), д) вся координатна площина. **1.540.** $\left(\frac{1}{77}; 9\frac{10}{11}\right)$. **1.543.** $a = -0, 4$.

1.544. а) $x = 4$; $y = 2$; $z = -6$; б) $x = -2$; $y = -10$; $z = 34$; в) $x = 1$; $y = 1$;

г) $x = 3$; $y = -5$; $z = 10$. **1.546.** а) $x = 1$; $y = -1$; б) ні. **1.550.** а) Ні; б) так.

1.551. 1) $y = 2x + 1$; 2) $y = -\frac{3}{7}x - \frac{44}{7}$; 3) $y = \frac{1}{2}x + 3$; 4) $y = \frac{3}{5}x + 2$.

Вказівка. Підставити в рівняння прямої $y = kx + b$ послідовно координати точок A і B і розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} y_1 = kx_1 + b, \\ y_2 = kx_2 + b, \end{cases}$$

де $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ – координати відповідних точок. **1.553.** $(8; 2)$.

Вказівка. Запишіть рівняння у такому вигляді: $x = 9 + \frac{5-8y}{11}$.

- 1.562. а) $x = -2$; $y = \frac{1}{3}$; б) $m = 10$; $n = 5$; в) $p = 1$; $q = 1$; г) $x = 2$; $y = -1$;
 д) $p = 3$; $q = 2$; е) $x = 6$; $y = -3$. 1.563. а) $x = -\frac{109}{84}$; $y = \frac{89}{56}$; б) $u = \frac{11}{4}$; $v = -18$;
 в) $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{3}$; г) $x = -7$; $y = 17$; д) $x = 1\frac{7}{24}$; $y = \frac{7}{20}$. 1.565. а) $a = \frac{9}{7}$;
 б) $a = -\frac{8}{9}$; в) $a = \pm\frac{31}{11}$; г) $a = \pm\frac{31}{7}$. 1.566. а) $a = 2$; б) $a = 5$; в) $a = \pm 3$;
 г) $a = 0$. 1.567. а) $x = 3$; $y = 4$; б) $x = -3$; $y = -5$; в) $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{7}$;
 г) $x = \frac{3}{4}$; $y = \frac{5}{6}$; д) $x = 2$; $y = 4$; е) $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{3}$. 1.568. а) $x = 2$; $y = 1$;
 б) $x = \frac{1}{3}$; $y = -\frac{1}{5}$; в) $x = 7$; $y = 3$; г) $x = -1$; $y = -1$; д) $x = 2$; $y = 3$;
 е) $x = \frac{1}{3}$; $y = -\frac{1}{3}$; є) $x = 3$; $y = -2$; ж) $x = 1$; $y = \frac{1}{2}$; з) $x = 4$; $y = 2$;
 и) $x = 5$; $y = -1$. 1.569. а) $x = 1$; $y = 0$; б) $x_1 = \frac{7}{3}$; $y_1 = \frac{5}{3}$; $x_2 = -\frac{7}{2}$; $y_2 = \frac{15}{2}$;
 в) $x_1 = \frac{8}{3}$; $y_1 = \frac{26}{3}$; $x_2 = \frac{8}{3}$; $y_2 = -\frac{26}{3}$; г) $x_1 = -\frac{1}{2}$; $y_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{1}{2}$; $y_2 = \frac{1}{3}$;
 д) $x_1 = 1$; $y_1 = 2$; $x_2 = -1$; $y_2 = 2$; $x_3 = 1$; $y_3 = -2$; $x_4 = -1$; $y_4 = -2$.
 е) $x_1 = 4$; $y_1 = 3$; $x_2 = 4$; $y_2 = -3$; $x_3 = -4$; $y_3 = 3$; $x_4 = -4$; $y_4 = -3$.
 1.570. а) $x_1 = 2$; $y_1 = 0$; $x_2 = -12$; $y_2 = 0$; $x_3 = 2$; $y_3 = 6$; $x_4 = -12$; $y_4 = 6$;
 б) $x_1 = \frac{31}{16}$; $y_1 = \frac{7}{8}$; $x_2 = \frac{31}{16}$; $y_2 = -\frac{15}{8}$; $x_3 = -\frac{15}{16}$; $y_3 = \frac{7}{8}$; $x_4 = -\frac{15}{16}$; $y_4 = -\frac{15}{8}$;
 в) $x_1 = \frac{7}{3}$; $y_1 = 0$; $x_2 = \frac{7}{3}$; $y_2 = 3$; $x_3 = -1$; $y_3 = 0$; $x_4 = -1$; $y_4 = 3$; г) $x_1 = -\frac{4}{15}$;
 $y_1 = \frac{5}{3}$; $x_2 = -\frac{4}{15}$; $y_2 = \frac{4}{3}$; $x_3 = -\frac{8}{15}$; $y_3 = \frac{5}{3}$; $x_4 = -\frac{8}{15}$; $y_4 = \frac{4}{3}$; д) $x_1 = 2$;
 $y_1 = 5$; $x_2 = -2$; $y_2 = 5$; $x_3 = 2$; $y_3 = -5$; $x_4 = -2$; $y_4 = -5$; е) $x_1 = -2$; $y_1 = 1$;
 $x_2 = -2$; $y_2 = 3$; $x_3 = 8$; $y_3 = 1$; $x_4 = 8$; $y_4 = 3$; є) $x_1 = 1,5$; $y_1 = 5,5$;
 $x_2 = 2,5$; $y_2 = 5,5$; ж) $x_1 = 3$; $y_1 = 0,5$; $x_2 = 3$; $y_2 = 1,5$; з) $x_1 = \frac{3}{2}$;
 $y_1 = 0$; $x_2 = \frac{3}{4}$; $y_2 = -\frac{3}{2}$; и) $u_1 = 3$; $v_1 = 1$; $u_2 = \frac{5}{3}$; $v_2 = \frac{11}{3}$; і) система
 має безліч розв'язків. 1.571. а) $x = 5$; $y = -1$; б) $x = -2$; $y = 2$;
 в) $x = 3$; $y = 4$; г) $x = \frac{1}{3}$; $y = -\frac{1}{3}$; д) $x = 3$; $y = 2$; е) $x = 1$; $y = -1$;

є) $x=5$; $y=3$; ж) $x=-4$; $y=-2$. **1.572.** а) $x=-1$; $y=2$; $z=3$; б) $x=-5$; $y=-4$; $z=-2$; в) $x=7$; $y=8$; $z=9$. *Вказівка.* Додати всі три рівняння; г) $x=1$; $y=\frac{1}{3}$; $z=\frac{1}{3}$; д) $x=2$; $y=4$; $z=8$; е) $x=10$; $y=5$; $z=-3$; є) $x=8$; $y=4$; $z=2$; ж) $x=4$; $y=2$; $z=-2$;

и) $x=1$; $y=3$; $z=5$; ї) $x=-3$; $y=2$; $z=7$. **1.573.** а) $x=\frac{k(k-c)(k-b)}{a(a-c)(a-b)}$;

$$y=\frac{k(k-c)(k-a)}{b(b-c)(b-a)}; \quad z=\frac{k(k-a)(k-b)}{c(c-a)(c-b)}; \quad б) \quad x=abc; \quad y=ab+bc+ac;$$

$z=a+b+c$. **1.574.** а) $x=2$; $y=3$; $z=4$; $t=5$; б) $x=-1$; $y=-2$; $z=-3$; $t=-4$; в) $x=y=z=t=1$; г) $x=-1$; $y=3$; $z=-2$; $t=5$; $v=-3$. **1.575.** 60 і 50 коп. **1.576.** Телевізор – 1500 грн., комп'ютер – 6250 грн. **1.577.** 60 і 40 га. **1.578.** 240 і 180 л. *Вказівка.* Складіть систему рівнянь

$$\begin{cases} 120-x=\frac{4}{9}(120+y), \\ 200-y=\frac{7}{12}(20+x). \end{cases}$$

1.579. 70 і 40 га. **1.580.** 2800 і 1400 ц. **1.581.** 16 і 18 книжок. **1.582.** 150 і 100 л. **1.583.** 2 і 1 грн. **1.584.** 8 і 7 кг; 9,6 і 9,1 кг. **1.585.** 18 і 12 см. **1.586.** 45 і 15 см. **1.587.** 1500 і 1200 м. **1.588.** 8000 і 7100 великих калорій. **1.589.** 3600 і 2400 кг. **1.590.** 12 і 24 год. **1.591.** 30 сторінок за 8 днів. **1.592.** 60 коней; 168 днів. **1.593.** 70° і 80° . **1.594.** 80 і 40 л. **1.595.** 1404 і 1166 деталей. **1.596.** 4 км. *Вказівка.* Складіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=2,9, \\ \frac{z}{3}+\frac{y}{4}+\frac{x}{5}=3,1, \\ x+y+z=11,5. \end{cases}$$

1.597. Швидкість тіла M_1 – 2 м/с, M_2 – 3 м/с. **1.598.** 6 і 12 днів. **1.599.** Швидкість велосипедиста – 16,5 км/год, а туриста – 4,5 км/год. *Вказівка.* Складіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2v_1+\frac{10}{3}v_2=48, \\ \frac{1}{2}v_1-\frac{11}{6}v_2=0. \end{cases}$$

1.600. 15,75 км/год. **1.601.** 1260 км за 16 год. **1.602.** 70 км, 6 год.
1.603. 41. **1.604.** 24 км. *Вказівка.* Складіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{s_1}{12} + \frac{s_2}{3} = \frac{7}{3}, \\ \frac{s_1}{10} + \frac{s_2}{15} = \frac{11}{5}. \end{cases}$$

1.605. Відстань 70 км, швидкість 10 км/год, час 7 год. *Вказівка.*
Складіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} (v+4)(t-2) = vt, \\ (v-3)(t-3) = vt. \end{cases}$$

1.606. Швидкість автобуса – 45 км/год, а таксі – 75 км/год. *Вказівка.*
Складіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{1}{5}v_1 + \frac{1}{5}v_2 = 24, \\ \frac{17}{60}v_1 + \frac{3}{20}v_2 = 24. \end{cases}$$

1.607. 20° і 50°. **1.608.** 83. **1.609.** 53. **1.610.** 987. **1.611.** 373. **1.612.** 55533.
1.613. $x = 21$, $y = 10$. **1.614.** 8 і 6. **1.615.** 40; 30. **1.616.** 120; 80. **1.617.** 15;
13. **1.618.** 16; 12. **1.619.** 11 і 29 см. **1.620.** 61. **1.621.** 20 і 30 см.
1.622. 84° і 54°. **1.623.** 64°, 36°, 80°. **1.624.** 20; 14. **1.625.** 4422. **1.626.** 2 і 4 год.
1.627. 480 км. **1.628.** 100 і 300 г. **1.629.** 3600 л, 22 ємкості. **1.630.** 60 і 74 км.
1.631. У першій бочці. **1.632.** На 56 %. **1.633.** Так. **1.634.** 72. **1.635.** Одна
частина завдовжки 12 см і 6 частин завдовжки 15 см. Або 2 частини
завдовжки 15 см і 6 частин завдовжки 12 см. **1.636.** Сестрі 17 років, а
брату 10 років. *Вказівка.* Складіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} y-3 = 2(x-3), \\ y-9 = 8(x-9). \end{cases}$$

1.637. Брату 12 років, сестрі 10 років.

Розділ І. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

- 2.1.** є) $1-2x^m$; ж) $a^{2n}+b^{2n}$; з) $x^4-y^4+z^4+2x^2y^2$; и) $xy^2z^4-xy^4z^3-x^3y^2z^3+x^2yz^4-x^3yz^3-2x^2y^3z^3-x^2y^4z-x^3y^3z$; і) $-4x^{11}+12x^{10}-40x^8-8x^6$; ї) $10y^6-5y^5-18y^3$; й) a^3+3a^2+3a+2 ; к) $2p^4-p^3-15p^2-19p-7$; л) a^6-1 ; м) $x^5+x^4-x^3+3x^2+3x+2$; н) $p^4-p^3-6p^2-10p+8$.
- 2.2.** є) x^4-1 ; є) $x^{2n}+2x^n y^n+y^{2n}$; ж) $9-y^{2m}$; з) $16x^4-72x^2+81$; и) $x^6-x^4-x^2+1$; і) $y^{4n}-y^{4m}$; ї) $51x-54x^2-12$; й) $36c^{10}-49$; к) $-4p^2+2p-19$; л) $4x^2y-4xy^2$; м) $a^4-3a^3b-3ab^3-b^4$; н) $-3x^2y+3xy^2-3z^2x+3zx^2-3y^2z+3yz^2$.
- 2.3.** а) x^4-x^8 ; б) a^4-b^6 ; в) $16x^{10}-1$; г) $9x^2+12xy+4y^2$; д) $-b^6-25a^4+10b^3a^2$; е) $p^2+2pq^2+q^4$; є) $x^4+2x^2y+y^2$; ж) $x^{2n}-6x^n y^n+9y^{2n}$; з) $a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$; и) $1-3x^2+3x^4-x^6$; і) $x^6+3x^5+3x^4+x^3$; ї) $x^{3n}+3x^{2n}y^n+3x^n y^{2n}+y^{3n}$; й) $6x^4y+2y^6$.
- 2.4.** а) 0,1; б) $\frac{1}{16}$; в) $\frac{9}{4}$; г) $-\frac{1}{30}$; д) $\frac{13}{2}$; е) $\frac{28}{23}$; є) $-\frac{32}{17}$; ж) $\frac{18}{19}$; з) $-\frac{5}{49}$; и) -6; і) немає коренів; ї) будь-яке число; й) 0; $\frac{13}{7}$; к) 0; $-\frac{7}{3}$; л) $\pm\frac{2}{5}$; м) немає коренів; н) 0; $\pm\frac{1}{2}$; о) -1; 1; п) -2; 2; р) немає коренів; с) немає коренів.
- 2.5.** з) $3x^n(4x^m+1)$; и) $x^3(x^m-x^n)$; і) $x^{m+1}(1+2x+3x^2+4x^3)$; ї) $x^2(x^3-x^2+x+1)$; й) $(3a^2b+c)(3ab^2-c)$; к) $\left(\frac{1}{4}b^4c^5+2c^2\right)\left(\frac{1}{3}a^4b-3c^2\right)$; л) $(5a^2+1)(a+3)(a-3)$; м) $(-x^2-23y)(19x^2-13y)$; н) $(2x-3)(x^2-3x+3)$.
- 2.6.** в) $(x+3)(k+p)$; г) $(x^2+y)(m+n)$; д) $(3x-1)(2y+1)$; е) $(2x+4)(2x-y)$; є) $(x^2+y^2)(1+x^2)$; ж) $(x^n+1)(x^m+1)$; з) $(x^n+y^m)(x^n-1)$.
- 2.7.** і) $(2^n x^m+1)(2^n x^m+1)$; ї) $(x^m-2y^m)(x^m-2y^m)$.
- 2.8.** а) -6; -4; б) $-\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{2}$; в) 0; -3; г) 0; ± 1 ; д) ± 4 ; е) -3; ± 1 ; є) ± 3 ; ж) немає коренів;

з) ± 10 ; ± 8 ; и) 0 ; ± 2 ; ± 3 ; і) будь-яке невід'ємне число; ї) будь-яке недодатне число; й) 0 ; ± 1 ; к) 0 ; -1 ; л) немає коренів; м) $x \leq -1$.

2.9. в) $(2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2)$; г) $(x - y)(x + y)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$;

д) $(m^2 - 1)(m^2n^4 + m^2 + 1)$; е) $(a^n - 1)(a^{2n} + a^n + 1)$; є) $(a^m b^2 - p) \times$

$\times (a^{2m} b^4 + a^m b^2 p + p^2)$; ж) $(p^3 - q^4)(p^3 + q^4)$; з) $(a^4 b^2 - ab^3) \times$

$\times (a^8 b^4 + a^5 b^5 + a^2 b^6)$. **2.10.** б) $(a^2 + 1)(a^4 - a^2 + 1)$; в) $(a^4 - 1)(a^4 + 1)$;

г) $(b^3 - 1)(b^6 + b^3 + 1)$; д) $(a + 1)(a^5 - a^4 + a^3 - 2a^2 + 2a - 2)$. *Вказівка.*

Запишіть даний вираз у такому вигляді: $a^6 + a^5 - a^5 - a^4 + a^4 + a^3 - 2(a^3 + 1)$;

е) $(b - 1)(b^5 + b^4 + b^3 + 3b^2 + 3b + 3)$. *Вказівка.* Див. г); є) $(q - 1)(q^7 + q^6 + q^5 +$

$+ q^4 + 4q^3 + 4q^2 + 4q + 4)$; ж) $(p^4 - p^2 + 1)(p^4 + p^2 + 1)$. *Вказівка.* Запишіть

даний вираз у такому вигляді: $(p^4 + 1)^2 - p^4$ і розкладіть. **2.11.** 10 і 5 .

2.12. 1 і 13 . **2.15.** а) 1 ; б) 3 ; в) 1000 ; г) 54 . **2.18.** а) -1 ; б) $-0,2$; в) $\frac{3}{7}$; г) 1 .

2.19. а) 0 ; б) 3 ; в) $-\frac{91}{330}$; г) $-\frac{99}{290}$. **2.20.** 0 , $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$. **2.22.** а) 27 ; б) 5 ;

в) 152 ; г) -63 ; д) $0,2$. **2.23.** а) $x \neq 2$; б) $x \neq -4$; в) $x \neq -\frac{5}{2}$; г) $y \neq \frac{1}{4}$;

д) $x = \pm 1$; е) будь-яке число; є) $y \neq \pm 3$; ж) $x \neq -4$; $x \neq 2$; з) $x \neq \pm 1$;

и) $x \neq -1$; і) $a \neq \frac{1}{3}$; ї) $a \neq \pm 1$; $a \neq \pm 2$; й) $b \neq 0$; $b \neq \pm 1$; к) $a \neq \pm 3$; $a \neq \pm 5$;

л) $x < 0$; м) $x \neq 2$; н) $x \neq \pm 2$; о) $a \neq 0$; $a \neq \pm 1$; п) $x < 0$; р) $a \neq -b$.

2.24. в) $p \neq \pm 9$; г) $y \neq 3$; $y \neq 17$; д) $x \neq 0$; $x \neq \pm 2$; е) будь-яке число;

є) будь-яке число; ж) $x \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq \frac{3}{2}$. **2.25.** а) $x = 0$, $y = 0$; б) $x = 0$;

в) $x = -y$; г) $ab = 0$; д) $xy = 0$; е) $x = 0$ або $y = -3$; є) $a = \pm \frac{3}{2}b$;

ж) $a + b = \pm 2$; з) будь-яке число; и) $x \neq 2$; і) $a = 0$, $b = 0$. **2.28.** г) -7 ; 0 ;

д) ± 2 ; е) $\pm \frac{1}{2}$; є) -2 ; і: ж) -3 ; 10 ; з) 0 ; ± 1 ; и) $-\frac{4}{3}$; 2 ; і) ± 5 ; ± 4 ;

ї) -6 ; -5 ; -4 ; 3 ; й) ні для яких значень змінної; к) 1 ; л) 3 ; м) ± 26 ; 13 ;

н) $a \geq 1$; о) $b \geq 3$; п) 0 . **2.31.** а) Ні; б) 8 ; в) 0 ; г) ± 1 ; д) ні; е) 2 ; 4 ; є) -2 ;

ж) ні; з) $x = -4$. **2.32.** а) -20 ; б) 6 ; в) 3 ; г) немає коренів; д) 0 ; е) немає коренів; є) немає коренів. **2.33.** а) 0 ; б) -6 ; в) 7 ; г) ± 4 ; д) ± 4 ; е) 1 ; є) -4 ; ж) ні для жодного значення змінної. **2.35.** а) $\frac{1}{8}y$; б) $\frac{3a}{b}$; в) $-\frac{a}{3b}$; г) $2a$; д) $\frac{5ab}{c}$; е) $\frac{x^5}{y}$; є) $\frac{1}{x^2y^2}$; ж) $-\frac{y^2}{x^4}$; з) $-\frac{c^2}{a^2}$; и) $x'y''$; і) $-x^2y^2$.

2.36. а) $\frac{x}{2a}$; б) $\frac{bc}{4a}$; в) $\frac{3a}{b}$; г) $-\frac{1}{bc^2}$; д) $-p^2q$; е) x^2y ; є) $\frac{7y^3}{11x^2}$; ж) $\frac{5}{4}x^2y$.

2.40. а) $-\frac{11ab}{c}$; б) $2c^2$; в) $-\frac{64}{81}xy^2$; г) $\frac{a^4c^8}{b^6}$; д) $3^{5n}x^{n+9}y^n$; е) $x^n y^{2n}$; є) $\frac{3^{m^2}5^m}{5^n}$; ж) $\frac{b^{2n}c^{2n}}{a^{4n}}$. **2.41.** а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{4}{x}$; в) $\frac{5a(a-b)}{3}$; г) $4(a-3)$; д) $x^m + y^m$; е) $\frac{x^n + 1}{x^n - 1}$; є) $x^{2n} + x^n + 1$. **2.43.** г) $\frac{a-2b}{4-5ab^3}$; д) $\frac{5a+6b}{8a+2b}$; е) $\frac{3}{4}$; є) $\frac{c}{3}$; ж) $\frac{1}{3x}$; з) $\frac{10xy^2-15y^3}{8x-12}$; и) $\frac{15x^3+12y^3}{20x^2+16x}$; і) $\frac{c(x''y^{n+1}+3''y)}{x^{n+1}y^n+3''xc}$; ї) $\frac{x^2+5x+25}{x+5}$; й) $-\frac{9a^2+6a+4}{a}$; к) $\frac{(a+7)^2}{7-a}$; л) $\frac{3q-6p}{(3q+6p)^3}$; м) $\frac{(a''+b'')^2}{a''-b''}$.

2.44. а) 1 ; б) 49 ; в) 1 ; г) 4 . **2.48.** а) $-\frac{3}{7}$; б) $-\frac{b}{a}$; в) $\frac{4y}{x}$; г) $\frac{9a}{7x}$; д) $\frac{5}{3}$; е) $\frac{2n}{m}$; є) $-\frac{x''' }{3y''}$; ж) $-\frac{1}{5}$. **2.49.** а) $\frac{x-y}{y}$; б) $\frac{1}{5x+3y}$; в) $\frac{2x-1}{3x}$; г) $\frac{8x+9y}{9xy}$; д) $\frac{x+2}{x-5}$; е) $\frac{x''-y''}{y^n}$; є) a^6+2 ; ж) $\frac{1}{b^{10}-1}$; з) $\frac{x^9+1}{x^9}$; и) $x''+y''$; і) $\frac{c}{c^2-ab}$.

2.51. а) $2a+3$, $a \neq \frac{3}{2}$; б) $\frac{6a}{4a-1}$, $a \neq \pm \frac{1}{4}$; в) $\frac{a+2}{a-1}$, $a \neq \pm 1$; г) $7a^2-6b^2$, $a^2 \neq \frac{6}{7}b^2$; д) $\frac{3a-5b}{3a+5b}b^2$, $a^2 \neq \frac{25}{9}b^2$; е) $\frac{2x-1}{2x+1}$, $x \neq -\frac{1}{2}$. **2.52.** а) $-2a-6$; б) $3-x$; в) x^5 ; г) $-a^7$; д) $-b^{20}$; е) $-q^5-q^4$; є) x^2 . **2.53.** а) $\frac{a+b}{a}$; б) $\frac{3x}{x-2y}$; в) $\frac{p+7}{3p^2}$; г) y^2+1 ; д) $a-b$; е) a^4+a^2+1 ; є) $\frac{1}{y-3}$; ж) $x^{14}-x^7+1$.

2.54. а) $\frac{2}{3}$; б) 0 ; в) 9 ; г) -5 ; д) 1 ; е) 3 . **2.57.** а), б) Ні; в), г) так. **2.59.** а) 0 ;

б) -4 ; в) $-\frac{1}{6}$; г) немає коренів. **2.60.** д) $\frac{1}{2}$; е) $\frac{3c}{a}$; є) $\frac{x^8}{y^7}$; ж) $\frac{a}{b}$; з) $\frac{5y}{3xz}$;
и) $\frac{3bx}{2ac}$; і) x^2y^3 ; ї) $\frac{3}{5}$; й) $\frac{3}{20}x^2y^5z^2$; к) $5(a+b)^2$; л) 1 ; м) $\frac{(x-3)^2}{(x+3)^2}$.
2.61. є) $\frac{3x}{y}$; ж) $\frac{5ab^4}{x}$; з) abc ; и) $2ab^2p$. **2.62.** а) $-\frac{ac}{b}$; б) $\frac{7py}{3qx}$; в) $\frac{a}{x}$;
г) $\frac{9x}{2y}$; д) $-\frac{10za^4}{c^2}$; е) b^6z ; є) $\frac{b}{2x^3}$. **2.63.** а) $\frac{x+y}{x}$; б) $\frac{2cp}{3q}$; в) $\frac{10(a-b)}{3c}$;
г) $\frac{3p+5q}{2pqa}$; д) $-\frac{3y^2}{5x^2}$; е) $\frac{2x-1}{3x+1}$; є) $\frac{4x+1}{5x-1}$; ж) $\frac{x+3y}{(2x^2+y^2)(x-3y)}$;
з) $(x^n - 3^n y^n)(2^m x^m + y^m)$; и) $\frac{x^n - y^n}{xy}$; і) $\frac{a+b}{x^n + y^n}$. **2.64.** а) $\frac{3}{5}$;
б) $\frac{3(a+b)}{4x}$; в) $\frac{2(y-x)}{3x}$; г) $\frac{5}{8x}$. **2.65.** а) 0 ; б) 3 ; в) $\frac{1}{4}$; г) $\pm\frac{9}{5}$;
д) 7 ; е) $\frac{3}{2}$; ж) $\frac{7}{5}$; є) 1 ; ж) немає коренів; з) немає коренів; и) 2 ; 4; і) $-\frac{2}{3}$;
ї) 0 ; 5; 6. **2.66.** в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{3}{2}$; д) $\frac{a^2}{b^2}$; е) $\frac{5x}{3y}$; є) $9q$; ж) $\frac{bcy}{ax}$; з) $\frac{y}{x}$; и) $\frac{xy^3b}{a^2}$.
2.67. в) $\frac{3}{2}pq$; г) $\frac{3}{2y}$; д) $\frac{a^2}{14b^2}$; е) $\frac{27}{7x^2y}$; є) $\frac{abcx}{yz}$; ж) $-\frac{9nq}{8}$; з) $\frac{a^2cy}{4x}$;
и) $\frac{3bx}{10pq}$; і) $\frac{ay}{bx}$. **2.68.** а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{9ay}{14x}$; в) $\frac{12p^2+16p}{9p-12}$; г) $\frac{x^2-2x-3}{x^2+2x-3}$;
д) x^2-5x+6 ; е) $-\frac{1}{pq}$; є) $\frac{2}{3b}$; ж) $\frac{1}{6x^2+3}$; з) $\frac{a}{6a^2-b^2}$; и) $\frac{1}{x-5}$;
і) $\frac{2x+3}{2x-3}$; ї) $\frac{y}{x}$; й) $\frac{bxy^3}{a^2}$. **2.69.** а) $\frac{2ac+c^2}{3a^2+12ac}$; б) $\frac{12a^2-3b^2}{4a+b}$; в) $\frac{x-4}{3x}$;
г) 1 ; д) a^2+ab+b^2 . **2.70.** а) 1 ; б) 5 ; в) $\frac{9}{7}$; г) $-0,15$. **2.71.** з) $\frac{x^{12n}a^{6n}}{y^{18n}b^{24n}}$;
и) $\frac{x^{m^2}y^{3mn}}{a^{m^2}b^{2mn}}$; і) $\frac{9x^2-36xy+36y^2}{x^2+8xy+16y^2}$; ї) $\frac{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3}$;
й) $\frac{a^4+8a^3+24a^2+32a+16}{a^4}$. **2.72.** а) $\left(\frac{2x^2y^3}{a}\right)^2$; б) $\left(\frac{5a^2b^4}{2c}\right)^3$; в) $\left(\frac{a^3b^7c^5}{z^6}\right)^7$;

$$\text{г)} - \left(\frac{(7xy-3)^4}{a^7} \right)^3; \text{д)} \left(\frac{x^5 y^4 z^7}{(13ab-c^2)^9} \right)^5; \text{е)} \left(\frac{(x-y)^6 (x+y)^4}{a+p^8} \right)^4; \text{є)} \left(\frac{a^3 b^2}{c^5 d^4} \right)^n.$$

$$2.73. \text{ а)} 3a^5b; \text{ б)} \left(\frac{a}{98} \right)^2; \text{ в)} \frac{125a^2}{bx}; \text{ г)} (x-1)^9; \text{ е)} \frac{5xy-2x^2-2y^2}{5xy+2x^2+2y^2}; \text{ є)} 1.$$

$$2.77. \text{ б)} \frac{b^2}{2}; \text{ в)} \frac{x+y}{x}; \text{ г)} 5b-5a; \text{ д)} \frac{1}{a+b}; \text{ е)} \frac{x+8y}{13}; \text{ є)} \frac{1}{5a-1}; \text{ ж)} \frac{1}{a-1}.$$

$$2.79. \text{ а)}, \text{ б)}, \text{ в)} \text{ Так}; \text{ г)}, \text{ д)}, \text{ е)} \text{ ні. } 2.80. \text{ а)} \frac{9k^2+19}{k-1}; \text{ б)} 1; \text{ в)} \frac{2b+10}{b-5};$$

$$\text{г)} 1; \text{ д)} x-1; \text{ е)} \frac{12}{(p-3)^2}; \text{ є)} \frac{1}{x^2+1}; \text{ ж)} \frac{1}{a^2-b^2}; \text{ з)} 0. 2.82. \text{ а)} 1,35; \text{ б)} 1.$$

$$2.83. \text{ а)} \frac{1}{2}; \text{ б)} -1; \text{ в)} -2; 2; \text{ г)} 0; \text{ д)} \text{ немає коренів. } 2.86. \text{ а)} \frac{a^4+b^4}{a^2b^2};$$

$$\text{б)} \frac{a^2+bc}{abc}; \text{ в)} \frac{p-q}{pq}; \text{ г)} \frac{3a^2-6b^2}{a^2b}; \text{ д)} \frac{5b^2-4a^2}{2a^3b^3}; \text{ е)} \frac{(x-a)(ax-1)}{a^2x^2};$$

$$\text{є)} \frac{a^2-x^2}{a^4x^4}; \text{ ж)} \frac{bc-a^2}{a^5b^5c^4}; \text{ з)} \frac{5-x^{n+2}-2x^n}{x^{n+2}}. 2.89. \text{ а)} \frac{2xy}{x^2-y^2}; \text{ б)} \frac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2};$$

$$\text{в)} \frac{2p^2+1}{p^3-q^3}; \text{ г)} \frac{18b^2-6ab}{8a^3+27b^3}; \text{ д)} \frac{a^2+b^2}{a(a-b)}; \text{ е)} \frac{2x^n}{x^{2n}-y^{2n}}; \text{ ж)} \frac{3x^ny^n}{x^{3n}-y^{3n}}.$$

$$2.90. \text{ г)} 6. 2.94. \text{ а)} \frac{k+a-b}{3k}; \text{ б)} \frac{x^5y^4-1}{x^2+y^2+x^5y^4}; \text{ в)} \frac{1}{2a}. 2.95. \text{ а)} 3; \text{ б)} 5.$$

$$2.96. \text{ а)} x^mb^n; \text{ б)} \frac{b^2}{(b+1)(a^2-1)}; \text{ в)} \frac{b-10}{9-b}; \text{ г)} \text{ Розв'язання. 1-й спосіб.}$$

Позначимо знаменник через z , тобто $z = x^2 + x + 1$. Звідси $z - x = x^2 + 1$.

Піднесемо до квадрата обидві частини, дістанемо: $z^2 - 2zx + x^2 = x^4 + 2x^2 + 1$.

Тоді $z^2 - 2zx = x^4 + x^2 + 1$. $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{z^2 - 2zx}{z} = z - 2x = x^2 + x + 1 - 2x = x^2 - x + 1$.

$$2\text{-й спосіб. } \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{x^4 + 2x^2 + 1 - x^2}{x^2 + x + 1} = \frac{(x^2 + 1)^2 - x^2}{x^2 + x + 1} = \frac{(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 + x + 1} =$$

$$= x^2 - x + 1; \text{ д)} a^{n+1} - a^n; \text{ е)} a^2b; \text{ є)} x^3 + x^2 + x; \text{ ж)} x - 4; \text{ з)} \frac{x^3 + y^3}{x};$$

$$\text{и)} \frac{ac}{(a+c)^2 - b^2}; \text{ і)} p^2 - q. 2.97. \text{ а)} -1; \text{ б)} -\frac{3}{5a}; \text{ в)} 1; \text{ г)} 1; \text{ д)} \frac{2m(6-m)}{m^3-27};$$

е) $x-2$. Вказівка. Чисельник звести до вигляду $(x^2-4x+4)(x-2)$,

записавши його у вигляді $x^3-4x^2+4x-2x^2+8x-8$; є) $\frac{1-a^2}{1-b}$; ж) $-\frac{1}{2^5 \cdot 19}$;

з) $\frac{a+2}{a^2-2a+4}$; и) -1 ; і) $\frac{a-2}{a^2+2a+4}$; ї) $\frac{a^2}{a^2+2}$; й) 2. **2.98.** а) $\frac{b^2c^2}{(c-b)^4}$;

б) $\frac{-4(x^2+1)}{3x^4(x^2+2)}$; в) $\frac{(5y+3)(3x+5y+5)}{(3x-5y)(3x-5)}$; г) $2c-a-1$; д) $\frac{-a^3+3a^3+2a}{a^2-4}$;

е) $\frac{3x-6}{2(x-1)}$; є) $\frac{a+5}{a}$, якщо $x > 4$; $-\frac{a+5}{a}$, якщо $a < 0$, $a < 0 < 4$.

2.99. а) $-\frac{n^2}{m^2-n^2}$; б) $-\frac{p}{a^2}$; в) $\frac{1}{t+1}$; д) $\frac{1}{b^2}$. **2.102.** а) $\frac{11pn-2p^2}{55kn-12ln^2}$;

б) $\frac{2x-1}{x-2}$; в) $\frac{1}{abc}$; г) $\frac{x+y+z}{x-y-z}$; д) $\frac{a^2+a-2}{a^4-a^2+1}$; е) $\frac{x}{x^2-1}$; є) $\frac{a^2}{b^2}$; ж) 1; з) -1 .

2.103. а) $\frac{x}{2x+y}$; б) $a-1$; в) $\frac{a+b}{a-b}$; г) $\frac{a-b-1}{a+b+1}$; д) $\frac{11a(3n-11a)}{3n+11a}$;

е) $\frac{3a+2}{(0.1x+y)^2}$; є) $\frac{2(4x+1)}{1-4x}$; ж) 1; з) $\frac{2}{(x-3)}$; и) 7; і) $\frac{c(b+c)}{b(b-c)}$; ї) $2a$;

й) $\frac{5}{x(x+10)}$; к) $\frac{4}{x(x+16)}$. **2.104.** Вказівка. Ділене записати в такому

вигляді: $81z^8+27z^6+9z^4-9z^4-3z^2-1=9z^4(9z^4+3z^2+1)-(9z^4+3z^2+1)=$
 $= (9z^4-1)(9z^4+3z^2+1)$. **2.105.** 35. **2.106.** 13. **2.107.** Розв'язання.

Запишемо даний дріб у вигляді $\frac{19n+17}{7n+11} = \frac{14n+22+5n-5}{7n+11} = 2 + \frac{5n-5}{7n+11}$.

Коли $n=1$, значення виразу дорівнює 2. Оскільки $7n+11 > 5n$, то при жодних інших значеннях n вираз не може бути цілим числом. **2.108.** Ні.

2.109. $\frac{25}{33}$. **2.110.** 1,6. **2.111.** Розв'язання. З умови $4m^2+3n^2-13mn=0$.

Але $4m^2+3n^2-13mn=4m^2-12mn+3n^2-mn$; $4m(m-3n)-(m-3n)=0$;
 $(m-3n)(4m-n)=0$. Але $n > m$, тому $m-3n \neq 0$. Отже, $4m-n=0$; $n=4m$.

Тоді $\frac{n-m}{n+m} = \frac{4m-m}{4m+m} = \frac{3}{5}$. **2.112.** При $x=4\frac{1}{14}$. **2.116.** $a=\frac{1}{8}$; $b=-\frac{1}{8}$.

2.117. -6; -2; 0; 4. 2.118. -9; -3; -1; 5. 2.119. 4 км/год. 2.120. Вказівка.

Скористатися рівністю $\frac{1}{(n+3)(n+4)} = \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4}$. 2.122. Ні, бо $a^2 + b^2 \neq -ab$.

2.123. Розв'язання. Припустимо, що $2002 + x^2 = y^2$, де y – ціле число.

Тоді $y^2 - x^2 = 2002$. Оскільки в правій частині рівності число парне, то це означає, що x і y повинні бути парними або непарними. Розклавши ліву частину на множники, матимемо $(x-y)(x+y) = 2002$. А це означає, що ліва частина ділиться на 4 (кожен співмножник ділиться на 2), а права – не ділиться. 2.124. $n = 13k - 4$, де k – натуральне число.

2.125. Розв'язання. Припустимо, що дріб $\frac{n+k}{nk}$ – скоротний, тобто

що $\frac{n+k}{nk} = a$, де $a \in \mathbb{N}$. Тоді $n+k = nka$, звідки $\frac{n}{k} + 1 = na$, що неможливо, бо в правій частині маємо натуральне число, а в лівій – не ціле число.

Отже, дріб $\frac{n+k}{nk}$ – нескоротний. 2.127. Розв'язання. Нехай $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a} = k$,

тоді $a = bk$, $b = ck$, $c = ak$; перемноживши ці рівності, дістанемо $abc = abck^3$, звідки $k = 1$, отже, $a = b = c$. 2.129. а) $n = 1, 3, 5, 15$;

б) $n = 1, 2, 4$. 2.130. Для -14; -8; -6; -5; -4; -3; -1; 0; 1; 2; 4; 10.

2.131. Розв'язання. За умовою задачі $\frac{a}{b} + \frac{p}{q} = 1$, треба довести, що

виконується тотожність $\frac{a^2}{b^2} + \frac{p}{q} = \frac{p^2}{q^2} + \frac{a}{b}$ або $\left(\frac{a}{b} - \frac{p}{q}\right)\left(\frac{a}{b} + \frac{p}{q}\right) = \frac{a}{b} - \frac{p}{q}$.

Звідси $\frac{a}{b} - \frac{p}{q} = \frac{a}{b} - \frac{p}{q}$. 2.132. Ні. 2.133. Вказівка. Скористатися ознакою

подільності на 3. 2.134. Розв'язання. а) $\frac{n^2+8n-22}{n^2-5n-9} = \frac{n^2+8n-22}{n^2+8n-22-13(n-1)}$.

звідки видно, що коли чисельник ділиться на 13, то і знаменник ділиться на 13; б) розглянемо різницю чисельника і знаменника $n^2 + 8n - 22 - (n^2 - 5n - 9) = 13n - 13$. Утворена різниця ділиться на 13 і чисельник ділиться на 13, отже, і знаменник ділиться на 13.

2.135. Розв'язання. $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 2$. 2.137. Вказівка. Записати

дріб у вигляді $\frac{x^3(x^4+x^2-2)-3x^2(x^4+x^2-2)+5}{x(x^4+x^2-2)-(x^4+x^2-2)+1}$ і врахувати умову

задачі, що $x^4 + x^2 - 2 = 0$. **2.138. Розв'язання.** При діленні на 30 можуть бути такі остачі: 0, 1, 2, 3, ..., 29. Якщо ділене число просте, то неможливі остачі, кратні 2, 3 і 5 ($30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$). Отже, якщо число просте, то остачі від ділення на 30 можуть бути лише 1, 7, 11, 17, 19, 23, 29, тобто 1, або просте число. **2.140. Розв'язання.** $n^3 + 3 = n^3 + 27 - 24 = (n+3)(n^2 - 3n + 9) - 24$. Звідси випливає, що 24 повинно ділитися на $n+3$, а це можливо тоді, коли $n = 1; 3; 5; 9; 21$. **2.141. Розв'язання.** $1 + 2 + 3 + \dots + 2002 = 2003 \cdot 1001$. Щоб дістати цю суму, позначте її буквою s , запишіть її у зворотній послідовності і додайте почленно обидві суми, після чого визначіть s . Отже, потрібно довести, що не може виконуватися рівність $2003 \cdot 1001 = x^2 + y^2$. Насправді це так, бо обидва числа лівої частини непарні, а в правій – одне число повинно бути парним, а друге – непарним. Але тоді остача від ділення на 4 в лівій частині рівності дорівнюватиме 1, а в правій – 3. **2.142.** $x = 7$.

Розділ II. КВАДРАТНІ КОРЕНІ

- 2.144.** а) 60; б) 0,07; в) 110; г) 0,005; д) $\frac{9}{5}$; е) $\frac{9}{7}$; є) 0,02; ж) 70; з) $\frac{5}{3}$; и) $\frac{25}{11}$; і) $\frac{11}{6}$. **2.145.** а) 300; б) 6,3; в) 0,02; г) 7,7; д) 22,5; е) 26; є) 153; ж) $\frac{35}{36}$; з) $\frac{175}{57}$; и) 48; і) 0,05; ї) 1; й) $\frac{14}{3}$; к) 0,25; л) $\frac{8}{9}$. **2.146.** а) 165; б) 9; в) 72; г) 500; д) 0,11; е) 2,6; є) $\frac{16}{9}$; ж) 10,1; з) 1,5; и) 0,3; і) 20. **2.147.** б) 34560; в) 2,8; г) $\frac{2}{9}$; д) $2\frac{1}{3}$; е) 27; є) 20; ж) $\frac{7}{8}$; з) 0,004; и) -14; і) 12; ї) 12. **2.148.** а) Так; б) ні; в) так; г) так; д) так; е) ні; є) так; ж) ні; з) ні; и) так; і) так; ї) так. **2.149.** а) -7; 7; б) -0,3; 0,3; в) -0,9; 0,9; г) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; д) -10; 10; е) -11; 11; є) -100; 100; ж) -3; 3; з) 0,9; 3,1; и) -4; 3; і) -2; 2; ї) -0,2; 0,2; й) -3; 3; к) немає коренів; л) -6; 6. **2.150.** а) $x \geq 0$; б) $x \leq 0$; в) $x \geq 0$; г) $x = -1$; д) для будь-якого x ; е) для будь-якого x ; є) $x \leq 0$; ж) для будь-якого x ; з) $x \leq 0$. **2.151.** а) Будь-яке x ; б) $a \geq 0$; в) $k \geq -1$; г) будь-яке x ; д) $x = 0$; е) будь-яке x . **2.153.** а) $-2\sqrt{6}$; $2\sqrt{6}$; б) -0,6; 0,6;

$$\text{в)} -\sqrt{65}; \sqrt{65}; \text{г)} -3; 3; \text{д)} -2\sqrt{10}; 2\sqrt{10}; \text{е)} -\sqrt{\frac{13}{7}}; \sqrt{\frac{13}{7}}; \text{ё)} \frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$\text{ж)} -2; 2; \text{з)} \pm \frac{2}{\sqrt{29}}. \text{2.154. а)} 40; \text{б)} 40; \text{в)} 1,25; \text{г)} 1,25; \text{д)} 0,32; \text{е)} 0,32;$$

$$\text{ё)} \frac{3}{7}; \text{ж)} \frac{9}{49}; \text{з)} 48; \text{и)} 12; \text{і)} 0,82 + 2\sqrt{0,016}. \text{2.160. } \approx 59,1 \text{ см}^2.$$

$$\text{2.164. а)} 5,94; \text{б)} 0,0042; \text{в)} 120; \text{г)} 0,24; \text{д)} 153. \text{2.165. а)} \frac{10}{21}; \text{б)} \frac{1}{12};$$

$$\text{в)} 4; \text{г)} 1,512. \text{2.166. а)} 7; \text{б)} 1,2; \text{в)} 21; \text{г)} 108; \text{д)} 2000; \text{е)} -4.}$$

$$\text{2.167. а)} \frac{1}{2}; \text{б)} \frac{1}{10}; \text{в)} 20; \text{г)} \frac{\sqrt{10}}{100}; \text{д)} 2; \text{е)} \frac{1}{2}. \text{2.168. а)} 0,003; \text{б)} 16;$$

$$\text{в)} 11; \text{г)} 0,4; \text{д)} 60\frac{2}{3}; \text{е)} 1. \text{2.170. а)} 2a^2b^3c^4; \text{б)} 12a^{10}b^5c^{50}; \text{в)} } p^{10}c^{15}z^{25};$$

$$\text{г)} -0,8m^{10}k^{15}; \text{д)} 25|a^n|b^{2n}|c^{3n}|; \text{е)} |a^n|b^{2n}. \text{2.171. а)} -\sqrt{a(a-5)}; \text{б)} \sqrt{x+2}.$$

$$\text{2.172. а)} 13-\alpha; \text{б)} a(a-5); \text{в)} a^3(10-a)\sqrt{a}; \text{г)} -5a^3b\sqrt{6a}; \text{д)} -y; \text{е)} \frac{\sqrt{3y}}{|5x-3y|}.$$

$$\text{2.173. а)} \begin{cases} \sqrt{2a^{10}}, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -\sqrt{2a^{10}}, & \text{якщо } a < 0; \end{cases} \text{б)} \begin{cases} \sqrt{(3b-1)^2(4b^2+2)}, & \text{якщо } b \geq \frac{1}{3}, \\ -\sqrt{(3b-1)^2(4b^2+2)}, & \text{якщо } b < \frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} \sqrt{(4-c)^2(c^2+1)}, & \text{якщо } c \leq 4, \\ -\sqrt{(4-c)^2(c^2+1)}, & \text{якщо } c > 4; \end{cases} \text{г)} \begin{cases} \sqrt{\frac{(x-1)^2}{x^2+1}}, & \text{якщо } x \geq 1, \\ -\sqrt{\frac{(x-1)^2}{x^2+1}}, & \text{якщо } x < 1; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} \sqrt{\frac{(7z-4)^2}{z^2+1}}, & \text{якщо } z \geq \frac{4}{7}, \\ -\sqrt{\frac{(7z-4)^2}{z^2+1}}, & \text{якщо } z < \frac{4}{7}; \end{cases} \text{е)} \begin{cases} \sqrt{a^7b^8}, & \text{якщо } b \geq 0, \\ -\sqrt{a^7b^8}, & \text{якщо } b < 0. \end{cases}$$

$$\text{2.174. а)} \begin{cases} \sqrt{2ab^2c^4}, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -\sqrt{2ab^2c^4}, & \text{якщо } a < 0; \end{cases} \text{б)} \begin{cases} 2\sqrt{2}(x-2), & \text{якщо } x \geq 2, \\ -2\sqrt{2}(x-2), & \text{якщо } x < 2; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} (3c-9)\sqrt{-b}, & \text{якщо } c \geq 3, \\ -(3c-9)\sqrt{-b}, & \text{якщо } c < 3; \end{cases} \text{г)} \begin{cases} (p-12)\sqrt{c^3}, & \text{якщо } p \geq 12, \\ -(p-12)\sqrt{c^3}, & \text{якщо } p < 12; \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{д)} \left\{ \begin{array}{l} 3y\sqrt{\frac{1}{1+y^2}}, \text{ якщо } y \geq 0, \\ -3y\sqrt{\frac{1}{1+y^2}}, \text{ якщо } y < 0; \end{array} \right. \quad \text{е)} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{k-0,1}\sqrt{k^2+1}, \text{ якщо } k \geq 0,1, \\ \frac{1}{0,1-k}\sqrt{k^2+1}, \text{ якщо } k < 0,1. \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

2.175. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - \frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2}$; 2.176. а) $-3\sqrt{5}$; б) $-4\sqrt{11}$; в) $7,5 \cdot \sqrt{0,3}$; г) $-2\sqrt{0,02a}$.

2.177. а) $12+6\sqrt{5}$; б) $0,3+\sqrt{0,002}$; в) $90-12\sqrt{15}+10\sqrt{3}$; г) $18\sqrt{10}+27\sqrt{6}$.

2.179. а) 5; б) 0,08; в) 91; г) 1,33; д) 177; е) 1. 2.180. а) $x-\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{2}x+\sqrt{5}$; в) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$; г) $\sqrt{ax}-\sqrt{cy}$; д) $\frac{1}{\sqrt{x}}$; е) $(x^2+1)(\sqrt{x}-\sqrt{7})$;

є) $x^2-2\sqrt{3}$; ж) $\frac{a^n+1}{a^2}$; з) $a^m-\sqrt{5}$; и) $-(a+x)(\sqrt{a}+\sqrt{x})$. 2.182. а) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$;

б) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$; в) $(\sqrt{13}+\sqrt{11})^2$. 2.183. а) $1\frac{3}{7}$; б) -6; в) $\sqrt{15}$; г) 1;

д) 2; е) 1; є) 14; ж) 30. 2.184. а) $n > k$; б) $n < k$; в) $n < k$; г) $n > k$.

2.185. а) Для $p \geq 2$ $3p-2$; для $p < 2$ $p+2$; б) для $x \geq 2y$ $3x-y$;

для $x < 2y$ $x+3y$; в) для $x+y \geq 0$ 0; для $x+y < 0$ $2x+2y$;

г) для $x \geq 7$ $2x-14$; для $x < 7$ 0; д) $-\frac{1}{x+3}$; е) $-(3x+2)$; є) 3;

$$\text{ж)} \left\{ \begin{array}{l} -10x, \text{ якщо } x < -\frac{3}{5}, \\ 6, \text{ якщо } -\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{3}{5}, \\ 10x, \text{ якщо } x > \frac{3}{5}; \end{array} \right. \text{з) } 1; \text{и) } 2|5a-4|. \text{2.186. } z \leq 1\frac{1}{2}. \text{2.187. а) } -2; 1;$$

б) 5; в) 5; г) немає коренів. 2.189. ж) $4a$, $a > 0$, $a \neq 1$; з) 2, $a > 0$, $a \neq 1$;

$$\text{и) } \frac{x}{a}; \text{і) } \frac{2b}{\sqrt{a-b}}; \text{ї) } \sqrt{a}+\sqrt{b}; \text{к) } -1; \text{л) } \sqrt{\frac{a}{b}}. \text{2.190. а) } \left\{ \begin{array}{l} 2a-3, \text{ якщо } a \geq \frac{3}{2}, \\ 3-2a, \text{ якщо } a < \frac{3}{2}; \end{array} \right.$$

$$\text{б) } \left\{ \begin{array}{l} 0,1x-2, \text{ якщо } x \geq 20, \\ 2-0,1x, \text{ якщо } x < 20; \end{array} \right. \quad \text{в) } \left\{ \begin{array}{l} 2m+1, \text{ якщо } m \geq -\frac{1}{2}, \\ -(2m+1), \text{ якщо } m < -\frac{1}{2}; \end{array} \right.$$

$$\text{г)} \begin{cases} x-3, \text{ якщо } x \geq 3, \\ 3-x, \text{ якщо } x < 3; \end{cases} \text{ д)} \begin{cases} 2x+5, \text{ якщо } x \geq -\frac{5}{2}, \\ -(2x+5), \text{ якщо } x < -\frac{5}{2}; \end{cases} \text{ е)} 6; \text{ є)} -2b.$$

$$\mathbf{2.191.} \text{ а)} 7y; \text{ б)} 2; \text{ в)} -5. \quad \mathbf{2.192.} \text{ а)} \begin{cases} a-3, \text{ якщо } a \geq 3, \\ 3-a, \text{ якщо } a < 3; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} b+4, \text{ якщо } b \geq -4, \\ -(b+4), \text{ якщо } b < -4; \end{cases} \text{ в)} \begin{cases} c^2-5, \text{ якщо } c \leq -5, \text{ або } c \geq 5, \\ 5-c^2, \text{ якщо } -5 < c < 5; \end{cases}$$

$$\text{г)} a+1; \text{ д)} \begin{cases} a^4-4, \text{ якщо } a \leq -\sqrt{2}, \text{ або } a \geq \sqrt{2}, \\ 4-a^4, \text{ якщо } -\sqrt{2} < a < \sqrt{2}; \end{cases} \text{ е)} \begin{cases} a+5, \text{ якщо } a \geq -5, \\ -(a+5), \text{ якщо } a < -5; \end{cases}$$

$$\text{є)} \begin{cases} \sqrt{b}, \text{ якщо } b > 2, \\ -\sqrt{b}, \text{ якщо } 0 < b < 2; \end{cases} \text{ ж)} x-1; \text{ з)} a+b. \quad \mathbf{2.195.} \text{ а)} 2; \text{ б)} 9; \text{ в)} \frac{4a+6b}{2a-3b};$$

$$\text{г)} 2\frac{20}{43}. \quad \mathbf{2.196.} \text{ а)} 2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-7; \text{ б)} 2\sqrt{2}; \text{ в)} 13; \text{ д)} -2\sqrt{2}; \text{ е)} 1; \text{ є)} 1;$$

$$\text{ж)} \sqrt{a^2-1}. \quad \mathbf{2.197.} \text{ б)} \text{Розв'язання.} \text{ Позначимо добуток } \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \dots, \frac{m-1}{m} = a$$

$$\text{і розглянемо додатково добуток } \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \dots, \frac{m}{m+1} = b. \text{ Очевидно,}$$

$$a < b \text{ і, отже, } a^2 < ab, \text{ але } ab = \frac{1}{m+1}, \text{ звідки } a^2 < \frac{1}{m+1}; \quad a < \frac{1}{\sqrt{m+1}}.$$

$$\mathbf{2.198.} \text{ Розв'язання. } \frac{4ab}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}. \text{ За умовою } a^2+b^2=4ab,$$

$$\text{тоді } (a+b)^2 = 6ab; \quad (a-b)^2 = 2ab \left(\frac{a+b}{a-b} \right)^2 = \frac{6ab}{2ab} = 3; \quad \frac{a+b}{a-b} = \sqrt{3}; \quad \frac{a-b}{a+b} = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$\frac{4ab}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}. \quad \mathbf{2.199.} \text{ 6; 13; 1 або 12; 6; 2.}$$

$$\mathbf{2.200.} \text{ Розв'язання.} \text{ Нехай } a + \sqrt{35} = m, \text{ а } \frac{1}{a} - \sqrt{35} = n. \text{ Тоді } \frac{1}{m - \sqrt{35}} - \sqrt{35} = n.$$

$$\text{Звідси } 36 - mn = (m-n)\sqrt{35}, \quad \begin{cases} 36 - m_1 = 0, & m_1 = n_1 = 6, \\ m - n = 0, & m_2 = n_2 = 6. \end{cases} \text{ Тоді } a = 6 - \sqrt{35}, \text{ або}$$

$$a = -6 + \sqrt{35}. \quad \mathbf{2.202.} \text{ Розв'язання. } \left(7^{\sqrt{5}} \right)^{\sqrt{5}} = 7^5 = 16807 > 15625 = 5^6 > \left(5^{\sqrt{7}} \right)^{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Отже, } 7^{\sqrt{5}} > 5^{\sqrt{7}}. \quad \mathbf{2.204.} \text{ 2. } \mathbf{2.208.} \text{ 121. Розв'язання. } 6^{10} = 2^{10} \cdot 3^{10}.$$

$$\text{Дільники числа 2: } 2^0, 2, 2^2, \dots, 2^{10}; \text{ дільники числа 3: } 3^0, 3, 3^2, \dots, 3^{10}.$$

Розділ III. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

- 2.209. а) $-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}$; б) $-0,1; 0,1$; в) $-\frac{1}{2}; \frac{7}{6}$; г) $0; \frac{4}{3}$; д) $-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}$;
 е) $0; \frac{19}{7}$. 2.210. а) $1\frac{1}{2}; 4$; б) $-9; -3; 5$; в) $0; 5\frac{1}{4}; 8$; г) $2; 4; 1\frac{1}{2}$;
 д) $2; 9; 16$; е) $1; 4; 9$; є) $0; 2; 3; 25$; ж) $2; 100$; з) немає коренів;
 и) $1,6; 3; 5$; і) 0 ; ї) $7; 14$; й) $-12; -11$; к) $\frac{1}{5}; \frac{2}{3}$; л) $-1\frac{1}{5}; 1\frac{2}{7}$; м) $-\frac{1}{3}; \frac{1}{4}$;
 н) $-1\frac{2}{5}; \frac{3}{4}$; о) немає коренів. 2.211. а) $-2; -4$; б) $2; 4$; в) $-2; 4$. 2.212. а) $-4; 6$;
 б) $-6; -4$; в) $-6; 4$. 2.213. а) $-5; 10$; б) $-10; 5$; в) $-10; -5$. 2.214. а) $-3; 2$;
 б) $-2; 5$; в) $-3; 4$. 2.215. а) $-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}$; б) $-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}$. 2.216. а) $-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$;
 б) $-\frac{1}{5}; \frac{3}{5}$; в) $-\frac{3}{4}; \frac{1}{4}$. 2.217. а) $\frac{1}{3}; 1$; б) $\frac{1}{2}; 1$; в) $\frac{1}{5}; 1$. 2.218. а) $-1; -\frac{1}{4}$;
 б) $-1; \frac{1}{4}$; в) $-1; \frac{1}{5}$. 2.219. а) $-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}$; б) $-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}$; в) $-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}$. 2.220. а) $-2; \frac{1}{2}$;
 б) $\frac{1}{2}; 2$; в) $-\frac{1}{2}; 2$. 2.221. а) $\frac{7}{3}; 5$; б) $-5; \frac{7}{3}$; в) $-\frac{7}{3}; 5$. 2.222. а) $\frac{2}{3}; 4$;
 б) $-4; -\frac{2}{3}$; в) $\frac{2}{3}; -4$. 2.223. а) $\frac{7}{6}; 2$; б) $-\frac{7}{6}; 2$; в) $-2; \frac{7}{6}$. 2.224. а) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$;
 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{2-\sqrt{6}}{2}; \frac{2+\sqrt{6}}{2}$; в) $\frac{-2-\sqrt{6}}{2}; \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$. 2.225. а) $\frac{4-\sqrt{6}}{5}; \frac{4+\sqrt{6}}{5}$;
 б) $\frac{4-\sqrt{26}}{5}; \frac{4+\sqrt{26}}{5}$; в) $\frac{-4-\sqrt{6}}{5}; \frac{-4+\sqrt{6}}{5}$. 2.226. а) $\frac{5-\sqrt{37}}{6}; \frac{5+\sqrt{37}}{6}$;
 б) $-3; -\sqrt{7}; \sqrt{7}; 3$; в) $-\sqrt{3}; -1; 1; \sqrt{3}$; г) $-\sqrt[4]{5}; -\sqrt[4]{3}; \sqrt[4]{3}; \sqrt[4]{5}$; д) $-5; 5$;
 е) $2; 3$; є) $-3; 1; 5$; ж) $-2; 3; 5$; з) $1; 3$; и) $-8; -1; 1$; і) 2 ; ї) $\frac{-3-\sqrt{21}}{2}$;
 $\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; \frac{-3+\sqrt{17}}{2}; \frac{-3+\sqrt{21}}{2}$; й) $\frac{3-\sqrt{41}}{2}; \frac{3-\sqrt{29}}{2}; \frac{3+\sqrt{29}}{2}; \frac{3+\sqrt{41}}{2}$;
 к) $-2; 1$. 2.227. а) $\frac{4}{3}-\sqrt{\frac{62}{45}}; \frac{4}{3}+\sqrt{\frac{62}{45}}$; б) $(0; -3), (0; 3)$; в) $\frac{1}{5}; 1$;
 г) $-3; 3$; д) -2 ; е) 4 . 2.228. а) $x_1 = -10, x_2 = -0,1$; б) $x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = 4$;
 в) $x_1 = 0,5, x_2 = 2$; г) $x_1 = -5, x_2 = -\frac{1}{2}$. 2.229. а) $10; 0,1$; б) $0,5; 2$;

- в) $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$. **2.231.** $x_1=2, x_2=4, x_3=-1, x_4=-\frac{1}{2}$. **2.232.** $x=-1$. **2.233.** $-1, 5$.
- 2.234.** $-1, \frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}, 1$. **2.235.** $-2, 0, 2$. **2.236.** $x_1=-1, x_2=5$. *Вказівка.*
- Зробити заміну $x-2=t$. **2.237.** *Вказівка.* Тричлени в дужках дорівнюють нулю одночасно лише для $x=1$. **2.238.** а) $-2\frac{1}{2}; 2\frac{1}{2}$; б) $-1\frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}$;
- в) $-1; 0$; г) $-2(3\pi-1); 2(3\pi-1)$; д) $-2; 2$; е) $5; \frac{a+3}{a-3}$. **2.239.** $\frac{2}{3}$.
- 2.240.** а) $-3; 6$; б) $-5; 5$; в) $-4; 5$; г) будь-яке число, крім $-1; 5$; д) $-4; 4$;
- е) -5 ; є) -1 ; ж) $5; 7$; з) $-1; 3$. **2.241.** а) Будь-яке число, крім $-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}$;
- б) немає коренів; г) $\frac{1}{10}; 10$; д) -2 ; е) $x=b$, якщо $b \neq a$. **2.242.** а) $a; \frac{-a}{2a+1}$;
- б) $a-b; \frac{1}{a-b}$. **2.243.** а) $\frac{-9-\sqrt{17}}{2}; -6; -3; \frac{-9+\sqrt{17}}{2}$; б) $-\frac{1}{4}$; в) $-4; 2$;
- д) $-\sqrt{63}; 7$; е) $\frac{5-\sqrt{17}}{2}; 2; 3; \frac{5+\sqrt{17}}{2}$; є) $-1\frac{1}{2}; \sqrt{2}$; ж) $-5; 5$; з) $\frac{1}{6}$.
- 2.244.** $x=13$. **2.245.** $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **2.246.** $x=-8$. **2.247.** $x=-8$.
- 2.249.** $\frac{5}{3}$. **2.250.** $x_1=\frac{2+\sqrt{2}}{2}; x_2=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. *Вказівка.* $y=x+\frac{1}{2x}$,
- $2y^2-5y+2=0$. Тому $x+\frac{1}{2x}=2$, або $x+\frac{1}{2x}=\frac{1}{2}$. **2.251.** $x=-2$.
- 2.254.** 1 . **2.255.** $0; 4$. **2.256.** $-\frac{1}{2}; 0; 3; 5$. **2.257.** Однорідне рівняння.
- $x=0$. **2.258.** $-6; 0$. **2.259.** $-4; 0$. *Вказівка.* Зробити заміну $x=t-2$.
- 2.260.** $-2; 3; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}$. **2.261.** -2 . **2.262.** $2-\sqrt{2}$. **2.264.** $\frac{a}{2}$, якщо $a \neq -1$ і
- x — будь-яке число, якщо $a=0$. **2.267.** $1; \frac{3}{1979}$. **2.268.** $x^2-10x+24=0$.
- 2.269.** *Вказівка.* Розв'язати обидва рівняння і відповідні корені перемножити; їх добуток дає 1 . **2.270.** $x_1=1\frac{1}{2}; x_2=\frac{4}{5}$. **2.271.** $a=1; a=-\frac{1}{9}$.
- 2.273.** $a=7$. **2.274.** а) $x=-3; y=4$; б) $x=3; y=-4$. *Вказівка.*
- Звести рівняння до вигляду $(x-3)^2+(y+4)^2=0$. **2.275.** $x=\frac{1}{3}$.

2.276. $a = \frac{40 \pm \sqrt{1796}}{7}$; $4\frac{2}{3}$. 2.278. $x^2 - 6x + 4 = 0$. Другий корінь $3 - \sqrt{5}$.

2.282. $x^2 + 5x + 6 = 0$. 2.283. а) $2m$; $3n$; б) $-5m^2$; -4 ; в) 1 ; $\frac{5n - 4k + m}{k - 2m - n}$.

Вказівка. Скористатися тим, що сума коефіцієнтів дорівнює нулю.

2.284. а) $m + 3n$; б) $-(m^4 + n^2)$. 2.285. а) $q = -21$; б) $p = -12$; в) $p = 8$;

г) $p = -22,5$; д) $q = 12$. 2.286. $x_1 + x_2 = -\frac{n^2 + 1}{3n}$. 2.287. $x_1^2 + x_2^2 =$

$= \left(\frac{2m + 3n}{m + n} \right)^2 - \frac{2m^2}{m + n}$. 2.288. $a = 0,5$ або $a = -0,26$. 2.289. $m = -8$, $m = 8$.

2.290. $n = 5\frac{35}{121}$. 2.291. а) $x^2 - 4mx + m = 0$; б) $mx^2 + 4mx + 1 = 0$.

2.295. Розв'язання. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} = \frac{(x_2 + x_1)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} =$

$= \frac{\left(-\frac{m^2 + 1}{m} \right)^2 - 2m}{m^2} = \frac{m^4 - 2m^3 + 2m^2 + 1}{m^4}$. 2.296. $k = -3$; $k = -3\frac{2}{3}$.

2.297. Розв'язання. $x_1^3x_2 + x_1x_2^3 = x_1x_2(x_2^2 + x_1^2)^2 = x_1x_2((x_2 + x_1)^2 - 2x_1x_2) =$
 $= -\frac{5}{6} \left(\frac{1}{36} + \frac{10}{6} \right) = -1\frac{89}{216}$. 2.298. $9 - 12m$. 2.299. Вони взаємообернені.

2.300. Розв'язання. Оскільки x_1 і x_2 протилежні числа, то $x_1 + x_2 = 0$.

Отже, $2a^2 - 5a + 3 = 0$. Звідси $a = 1$; $a_2 = 1\frac{1}{2}$. 2.301. $m = 2$ або $m = -3$.

2.302. Розв'язання. Припустимо протилежне: нехай $\frac{m_1}{n_1}$ і $\frac{m_2}{n_2}$ два таких

дроби, що $\frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2} = p$; $\frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2} = q$, де p і q — цілі числа. Тоді

$\frac{m_1}{n_1}, \frac{m_2}{n_2}$ є коренями квадратного рівняння $x^2 - px + q = 0$. Це рівняння

не може мати дробових коренів. Справді, з рівності $\frac{m_1^2}{n_1^2} - \frac{m_1}{n_1}p + q = 0$

випливає, що $\frac{m_1^2}{n_1} = pm_1 - qn_1$. А це неможливо, бо в лівій частині

нескоротний дріб, а в правій – ціле число. **2.303.** $-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 0$. *Вказівка.* Якщо $a = 0$, то $x = 1$. Нехай $a \neq 0$, m і n – цілі розв'язки квадратного рівняння. За формулою Вієта числа $-\frac{3}{a}; 2a - \frac{3}{a}$ – цілі, тому $k = 2a$ – ціле, $\frac{3}{a} = \frac{6}{k}$ – ціле, $k = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$. Перебір цих чисел дає відповідь. **2.305.** $x_1 + x_2 = 2(3a - a^2)$, $a = 2$. **2.306.** *Розв'язання.* $p \cdot q = q$, $p = 1$, $1 + q = -1$, $q = -2$. Рівняння $x^2 + x - 2 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = -2$.

2.307. 6. **2.308.** $c = -15$. **2.309.** $x_1 = \frac{a^2}{b^2}$, $x_2 = \frac{b^2}{a^2}$. **2.311.** -13 . **2.312.** $(0; 1)$.

Вказівка. Корені x_1 , x_2 квадратного тричлена f тоді і тільки тоді перемежуються з коренями квадратного тричлена g , коли $g(x_1)g(x_2) < 0$. **2.313.** $0; \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$. **2.314.** $5 < a < 7$. *Вказівка.* Квадратне рівняння має два додатних корені тоді і тільки тоді, коли

$$\begin{cases} ac > 0, \\ b^2 - 4ac > 0, \\ ab < 0. \end{cases}$$

2.315. Ні, немає, бо ліва частина – парне число, а права – непарне при цілих n і x . **2.316.** *Вказівка.* Записати дане рівняння у такому вигляді: $(x^2 - 2)^2 - x(3x^2 + 1) = 0$. **2.318.** $p > 2$.

2.319. $m_1 = 3$; $m_2 = 4$. **2.320.** *Вказівка.* Записати рівняння у такому вигляді: $(y - x)(y^2 + xy + x^2) = 11^3$. **2.321.** $\left[-2\frac{1}{4}, -2\right]$. **2.325.** $-6 < k < 3$.

2.326. *Розв'язання.* Для будь-якого цілого m дискримінант буде числом, що закінчується цифрою 3, а таке число не може бути точним квадратом. **2.327.** $2; \frac{9}{2}$. *Вказівка.* За теоремою Вієта $5x_2 = a + 3$, $4x_2^2 = 2a$.

2.328. *Розв'язання.* $x^2 - \frac{m+2}{11}x + 2 = 0$; $x_1x_2 = 1 \cdot 2$, $x_2x_1 = -1 \cdot (-2)$; $\frac{m+2}{11} = 3$, $m_1 = 31$; $\frac{m+2}{11} = -3$, $m_2 = -35$. **2.329.** $n_1 = -3$, $n_2 = 3$. **2.330.** $m = \frac{4}{3}$, $m = 2$.

2.332. $m = 1$, $m = 6$. **2.333.** Для $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$, $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

2.334. $a \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. **2.336.** 2. **2.337.** $a = \pm 7$. **2.338.** $a = 2$, $x = 2$.

2.339. $m=2$, $m=3$. 2.341. $x_1=0$, $x_2=\frac{3m}{(m+1)^2}$. 2.344. а) 7,2; б) $\frac{11}{8}$.

2.345. $m_1=\frac{53}{2}$, $m_2=-\frac{51}{2}$. 2.347. $\frac{(b^2-2ac)^2-2a^2c^2}{c^4}$. 2.348. $k=13$.

2.349. $m_1=-\frac{28}{3}$, $m_2=-\frac{4}{3}$, $m_3=\frac{8}{3}$, $m_4=\frac{32}{3}$. 2.350. Вказівка. Записати

дане рівняння у вигляді: $-(5x^2-1)^2-(2x^2-3)^2=0$. 2.351. Розв'язання.

Покласти $x=k$, а $y=1-k$, тоді $z=k^2-k+1$. 2.352. (0; 0), (1; 2).

Розв'язання. Оскільки $1+x+x^2+x^3=(1+x)(1+x^2)$, то $1+x=2^m$,

$1+x^2=(1+x)^2-2x=2^{2m}-2(2^m-1)=2^{2m}-2^{m+1}+2$. Якщо $m>1$, то останній вираз при діленні на 4 дає залишок, що дорівнює 2 і, отже, не є степенем двійки. Тому $m=0$ або $m=1$ і $x=0$ або $x=1$. 2.354. а) $\frac{x-q}{x-b}$;

б) $\frac{x+m}{x+n}$. Вказівка. Скористатися теоремою Вієта. 2.355. а) $(k+1)(k-3)$;

б) $(1-n)(1+5n)$; в) $\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{1}{4}\right)$; г) $(a-1)(a+5)$; д) $\left(\frac{1}{2}a+1\right)\left(\frac{1}{3}a+1\right)$;

е) $\left(2b+\frac{1}{2}\right)(b-1)$; є) $(ab-c)(ab+2c)$; ж) $(xy-3)(xy-2)$. 2.356. а) Розв'язання.

$a^5+a+1=a^5+a^4-a^4+a^3-a^3+a^2-a^2+a+1=a^5+a^4+a^3-a^4-a^3-a^2+a^2+a+1=a^3(a^2+a+1)-a^2(a^2+a+1)+(a^2+a+1)=(a^2+a+1)\times$

$\times(a^3-a^2+1)$. Або в такий спосіб: $a^5+a+1=a^5-a^2+a^2+a+1=a^2(a^3-1)+a^2+$

$+a+1=(a^2+a+1)(a^2(a-1)+1)=(a^2+a+1)(a^3-a^2+1)$; б) $(b+c)(a+c)(a+b)$;

в) $(2x^2+8x-3)(2x^2+8x+5)$; г) $(x^2+7x+3)(x^2+2x+3)$; д) $(a-b)(x^2-y^2-z^2)$;

е) $(a^2c+3b^3+1)(a^2c+b^3)$; ж) $(a^2-1)(a^2-6)$; з) $(a^2-1)(10a^2+1)$;

и) $(20b^2-1)(10b^2-1)$; і) $(2a^2+2a+1)(2a^2-2a+1)$; ї) $(b^2+2)(b^2+1)$.

2.357. а) $(a^4 - c)(a^2 - b)$; б) $(a - 3)(a^2 + 4a + 12)$; в) $\left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a^2 + \frac{3}{2}a + \frac{3}{4}\right)$;
 г) $\left(\frac{ab}{c} - 2\right)\left(\frac{a^2b^2}{c^2} + \frac{3ab}{c} + 6\right)$; д) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$; е) $(a - x)(a - y)(a - z)$.

2.359. 10; 16 см. 2.360. 70 см. 2.361. 30; 40 см. 2.362. Розв'язання. Якщо припустити, що виконується рівність $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + cd = m$, то повинна виконуватися рівність $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + cd = ad - bc$, звідки $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + cd + bc - ad = 0$, $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2d^2 + 2ab + 2cd + 2bc - 2ad = 0$; $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + d)^2 + (a - d)^2 = 0$. А це можливо тоді, коли $a + b = b + c = c + d = a - d = 0$. Звідси $a = -b = c = -d = -a$, $a = b = c = d = 0$. Тому $ad - bc = m = 0$, що суперечить умові.

2.363. $s = 2\frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{a - b}$. 2.364. На 5 %. Вказівка. Скласти рівняння

$$800 + \frac{800x}{100} + \left(800 + \frac{800x}{100}\right) \frac{x}{100} = 882; \quad 16x + \frac{2x^2}{25} = 82. \quad 2.365. \quad \frac{5}{6} \text{ км/год.}$$

2.366. 50 км. 2.367. 90 км. 2.368. 41 км/год, 45 км/год. 2.369. а) $m = -0,4$;

б) $m = \frac{1}{5}$; в) $m = 2, m = 3$; г) $m = \pm 1, m = \pm 2$. 2.370. а) $a = \frac{1}{4}$;

б) $a = 0, a = -\frac{1}{2}$; в) $a = -\frac{1}{5}, a = 1$; г) $a = \pm 1$. 2.371. а) $b = -1$;

б) $b = \frac{3}{2}$; в) $b = 0$; г) $b = 2$. 2.372. а) $(-2; 4); (-2; 2); (-1; 3); (-3; 3)$;

б) $(5; -2); (5; -6); (3; -4); (7; -4); (4; -5); (4; -3); (6; -5)$;

в) $(1; 2; 2); (1; 2; 4); (1; 1; 3); (0; 2; 3); (2; 2; 3); (1; 3; 3)$.

Вказівка. Кожен з доданків невід'ємний і повинен набувати цілих значень. Це означає, що коренями рівняння будуть такі трійки чисел (x, y, z) , які перетворюють два доданки на нуль, а один доданок дорівнює одиниці. Розглянувши три можливих доданки, знайдемо розв'язки рівняння; г) $(2; 2)$; д) $(5; 4); (-1; 2); (1; 0); (3; 6)$. Вказівка.

Записати рівняння в такому вигляді: $(x - 2)(y - 3) = 3$ і врахувати, що x і y — цілі числа; е) $(-3; 1); (-3; -1); (3; -1); (3; 1)$; є) Вказівка.

Дане рівняння замінити сукупністю двох рівнянь: $(3x - y)^2 + (2x + y)^2 = 5^2 + 5^2$ або $(3x - y)^2 + (2x + y)^2 = 7^2 + 1$, корені яких знайдемо, розв'язавши системи:

$$\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 2x + y = 5; \end{cases} \begin{cases} 3x - 5 = 5, \\ -2x - y = 5; \end{cases} \begin{cases} 3 - x + y = 5, \\ 2x + y = 5; \end{cases} \begin{cases} 3 - x + y = 5, \\ -2x - 2y = -5; \end{cases} \begin{cases} 3x - y = 7, \\ 2x + y = 1 \end{cases} \text{ і т. д.};$$

ж) *Розв'язання.* Запишемо рівняння в такому вигляді: $\frac{z}{x} = \frac{bz + cy}{ay}$

і покладемо $\frac{z}{y} = \frac{m}{n}$. Тоді дістанемо $\frac{z}{x} = \frac{bm + cn}{an}$. Отже, $x : y : z =$

$= ant : n(bt + cn) : m(bt + cn)$. **2.373.** а) $(n; n); (1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3);$
 $(5; 2); (6; 1)$, де $n \in N$; б) $(4; 12); (3; 12); (27; 5); (3; 5); (36; 13)$.

Вказівка. 169 можна подати у вигляді суми двох квадратів лише двома способами: $169 = 12^2 + 5^2 = 13^2 + 0$. Тоді дане рівняння рівносильне сукупності двох рівнянь $(x - 3y)^2 + y^2 = 5^2 + 12^2$ або

$(x - 3y)^2 + y^2 = 13^2 + 0$. Розв'язавши всі можливі системи рівнянь,

що впливають із сукупності двох рівнянь, і врахувавши, що пари $(x; y)$ – цілі додатні числа, знайдемо розв'язки даного рівняння.

2.374. *Розв'язання.* Дане рівняння подамо у вигляді $(x + y)(x - y) = 1982$, якщо $x = 2n$; $y = 2k$, то ліва частина рівняння була кратна 4, а права – ні.

Якщо x, y – непарні, або одне парне, а друге непарне, то, очевидно, розв'язку не буде. **2.375.** *Розв'язання.* Дане рівняння запишемо так:

$1111x + 111y + 11z + 4 = 2923$. Очевидно, що $1 < x < 3$, тобто $x = 2$, тоді

$111y + 11z + u = 701$. Звідси видно, що $5 < y < 7$, тобто $y = 6$. Тоді

$11z + y = 35$. Очевидно, що $2 < z < 4$, тобто $z = 3$. Нарешті, $u = 2$.

2.376. *Розв'язання.* З умови задачі маємо $0 < x + y + z \leq 27$;

$1000 = xyz(x + y + z)$. Отже, $x + y + z$ є дільником 1000. Таких чисел

є сім: 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25. Перевірка показує, що підходить тільки

число 8: $\frac{1}{1+2+5} = 0,125$, тобто $x = 1$; $y = 2$; $z = 5$. **2.377.** *Розв'язання.*

Запишемо заданий вираз у вигляді $(x + y - 4)^2 + (x - 3)^2 + 8$. Отже,

найменшого значення, а саме 8, вираз набуває при $\begin{cases} x - 3 = 0, \\ x + y - 4 = 0, \end{cases}$

звідки $x = 3$; $y = 1$. **2.378.** *Розв'язання.* $\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} =$

$= \frac{c}{c+ac+abc} + \frac{ac}{ac+abc+abc^2} + \frac{1}{1+c+ac} = \frac{c}{c+ac+1} + \frac{ac}{ac+1+c} + \frac{1}{1+c+ac} =$

$= \frac{1+c+ac}{1+c+ac} = 1$. **2.379.** *Розв'язання.* $\overline{abcabc} = 1001 \cdot \overline{abc} = 77 \cdot 13 \overline{abc}$.

2.380. *Розв'язання:* $9 \left(\frac{4}{3 \cdot 7} + \frac{4}{7 \cdot 11} + \frac{4}{11 \cdot 13} + \frac{4}{13 \cdot 17} + \frac{4}{17 \cdot 21} + \frac{4}{21 \cdot 25} + \frac{4}{25 \cdot 29} + \frac{4}{29 \cdot 33} \right) =$

$= 9 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{21} - \frac{1}{29} + \frac{1}{29} - \frac{1}{33} \right) = 9 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{33} \right) = \frac{30}{11} = 2 \frac{8}{11}$.

2.381. $m = 2$; $x_2 = 3$. 2.382. $p = -\frac{4}{5}$; $x_2 = 1\frac{1}{5}$. 2.383. $p = 2$; $x_2 = -2,8$.

2.384. $-1 - \sqrt{7}$; $-1 + \sqrt{7}$. Вказівка. Додати і відняти в лівій частині рівняння $\frac{6x^2}{x-3}$. 2.385. $u = 4$, $v = -12$, $p = 46$, $q = 5$. 2.386. $x = 3$, $y = 2$.

Вказівка. Записати рівняння в такому вигляді: $y = 3 + \frac{6-5x}{9}$.

2.387. Розв'язання. Нехай $n-2$, $n-1$, n , $n+1$, $n+2$, де $n \in N$, $n > 2$ – п'ять послідовних натуральних чисел. Розглянемо суму $(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 5n^2 + 10 = 5(n^2 + 2)$. Для того щоб вираз $5(n^2 + 2)$ був квадратом натурального числа, необхідно, щоб $n^2 + 2$ було кратне п'яти, тобто повинно закінчуватися цифрою 5 або нулем. Тоді n^2 повинно закінчуватися цифрою 3 або 8, чого бути не може, оскільки квадрат будь-якого натурального числа закінчується однією з цифр: 0, 1, 4, 5, 6, 9. 2.388. $(3a-3b)^2 + (2a+2b)^2$.

2.389. Вказівка. $a \cdot 13^3 + b \cdot 13^2 + c \cdot 13 + d = 2$; $a \cdot 42^3 + b \cdot 42^2 + c \cdot 42 + d = 3$; $a(42^3 - 13^3) + b(42^2 - 13^2) + c(42 - 13) = 1$. Ліва частина ділиться на $42 - 13 = 29$, а права – не ділиться на 29. 2.391. Доведення. $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = n(n+3)(n+1)(n+2)+1 = (n^2+3n)(n^2+3n+2)+1 = (n^2+3n)^2 + 2(n^2+3n)+1 = (n^2+3n+1)^2$.

Розділ IV. ФУНКЦІЇ

2.403. $x = 0$; 1. 2.404. $x = -1$; 0; 1. 2.405. $x = 1$. 2.406. -1 ; 1. 2.407. $x = 0$; 2. 2.408. $x = -2$; 2. 2.409. $-\frac{9}{2}$. 2.411. 0; 0; 0; 0; 0; 4; 8; 14; 18; 20. 2.412. а) $y = 0$; б) $y = 0$. 2.413. а) $x \neq -3$; 3; б) $x \neq -1$; 2; в) будь-яке число; г) $x \neq 0$; $x \neq 2$; д) $x \neq -5$; 5; е) $x \neq -3$; 3. 2.414. а) Так; б) ні. 2.415. Точки A , C , D належать графіку, а точки B і E – не належать. 2.417. Так. 2.418. Так; $1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{6}$; $\frac{1}{100}$. 2.417. Так. 2.421. Так. 2.422. а) $(\frac{1}{4}; 0)$, $(0; -1)$; б) $(0; 0,4)$, $(2; 0)$; в) $(0; -5)$, $(\frac{5}{2}; 0)$;

г) $\left(0; \frac{5}{2}\right)$, $\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$; д) $(0; 1)$, $(-3; 0)$; е) $(0; -2)$; $(4; 0)$; є) $(0; -5)$,
 $(-1; 0)$, $(5; 0)$; ж) $(0; -20)$, $\left(-3 + \sqrt[3]{7}; 0\right)$; з) $(0; -28)$, $(4; 0)$;

и) $(0; 28)$, $(-4; 0)$. **2.428.** 1) $C(5; -1)$, $D(5; 3)$ або $D(-3; 3)$, $C(-3; -1)$;

2) $C(4; -1)$, $D(2; -1)$ або $C(4; 3)$, $D(2; 3)$. **2.431.** $2v_1t$. **2.432.** Вказівка.

Позначивши кількість вугілля на складі через y , виразить формулою залежність цієї кількості від кількості тижнів.

$$\mathbf{2.433.} \quad s = \begin{cases} 5t, & \text{якщо } 0 \leq t \leq 3, \\ 15, & \text{якщо } 3 < t \leq 4, \\ 5t - 5, & \text{якщо } 4 < t \leq 6. \end{cases} \quad \mathbf{2.434.} \quad y = 12 - 4x. \text{ Область визначення}$$

функції $0 \leq x \leq 3$; область значень функції $0 \leq y \leq 12$. **2.435.** $y = 300 - 15x$.

Область визначення функції $0 \leq x \leq 20$; область значень функції

$0 \leq y \leq 300$. **2.440.** Так, наприклад, $(-15; -6)$, $(-27; -11)$. **2.441.** а) Так;

$k = 3$; $b = -2$; б) так; $k = -0,3$; $b = 0,1$; в) так; $k = -0,02$; $b = 0$; г) так;

$k = 0$; $b = -\frac{5}{3}$; д) так; $k = \frac{1}{10}$; $b = 0$; е) ні; є) так; $k = -4$; $b = 1$; ж) так;

$k = -\frac{1}{3}$; $b = 1\frac{1}{3}$; з) так; $k = \frac{1}{2}$; $b = 2$. **2.445.** Для $x < -1$ $y_1 > y_2$;

для $x > -1$ $y_1 < y_2$. **2.447.** а), б) Так; в), г) ні. **2.448.** а) $y = -1,5$; $-1,1$;

$-1,01$; $-0,8$; б) $x > 100$; $x = 100$; $x < 100$. **2.451.** а) $k = -1\frac{2}{5}$; б) $k = -2$.

2.452. а) $b = -5$; б) $b = -25$. **2.453.** а) $k = -4$; б) $k = 3$; в) $k = 0,9$;

г) $k = \frac{1}{3}$; д) $k = \frac{1}{3}$; е) $k = -\frac{1}{3}$. **2.454.** а) $k = -1\frac{4}{5}$; б) $k = -\frac{3}{4}$. **2.455.** $(3; -4)$.

2.456. а) $k = 2$; б) $k = 6$; в) $k = \frac{4}{3}$; г) $k = -3$. **2.457.** а) $b = 5$;

б) $b = -5$; в) $b = 22$; г) $b = \frac{5}{2}$. **2.460.** $x = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}$. **2.461.** $y = x + 5$.

2.462. а) $y = 2x - 7$. **2.463.** Так $(10; 10)$. **2.464.** 12; 24; 36; 48.

Вказівка. $xy = 4(x + y)$; $10x + y = 4x + 4y$; $2x = y$. Оскільки $1 \leq y \leq 9$, то $1 \leq x \leq 4$, тобто $x = 1, 2, 3, 4$. **2.465.** а) $y \geq 0$; б) $y \geq 0$; в) $y \geq -2$;

г) $y \geq 5$; д) $y \geq 1$; е) $y \geq \frac{5}{3}$; є) $y \geq 0$; ж) $y \geq -4$; з) $y \leq -0,24$;

и) $y \leq 11$; і) $y \leq -6,5$; ї) $y \leq -1$; й) $y \geq 2$; к) $y \leq -4$; л) $y \geq \frac{37}{15}$;

- м) $y \geq \frac{21}{36}$. **2.466.** а) $0 \leq y \leq 4$; б) $0 \leq y \leq 5$; в) $0 \leq y \leq 39$; г) $-9 \leq y \leq 0$;
 д) $-24 \leq y \leq -4$; е) $6 \leq y \leq 17$; ё) $1 \leq y \leq 3$; ж) $-24 \leq y \leq 19$; з) $-17 \leq y \leq -4$;
 и) $y = 8$. **2.467.** а) $3 \leq y \leq 28$; б) $-18 \leq y \leq -6$; в) $-\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$; г) $-5 \leq y \leq 25$;
 д) $-1,4 \leq y \leq -0,4$; е) $-5 \leq y \leq 7$; ё) $7 \leq y \leq 25$; ж) $-2 \leq y \leq 28$.
2.468. а) $y \geq 6$; б) $y \leq -9$; в) $y \geq -26$; г) $y \leq 58$; д) $y \leq 8$; е) $y \geq -\frac{5}{4}$;
 ё) $y \leq 3,6$; ж) $y \leq 0,9$. **2.469.** а) $2 \leq x \leq 4,5$; б) $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{4}$;
 в) $3,5 \leq x \leq 19,5$; г) $\frac{13}{5} \leq x \leq \frac{17}{5}$; д) $-\frac{7}{4} \leq x \leq -\frac{3}{4}$; е) $-12 \leq x \leq 1$.
2.470. а) $x \geq \frac{14}{3}$; б) $x \leq -\frac{7}{4}$; в) $x \geq 2$; г) $x \leq -\frac{5}{8}$; д) $x \leq -\frac{9}{10}$; е) $x \geq -1$.
2.481. $y = |x - 2|$. **2.486.** а) 9 кв. од.; б) 12,5 кв. од.; в) 18 кв. од.; г) 25 кв. од.
2.487. а) 20 кв. од.; б) 576 кв. од.; в) 112 кв. од.; г) 2 кв. од. **2.488.** а) 48 кв. од.;
 б) 7 кв. од. **2.493.** а) $y = 2x + 1$; б) $y = \frac{13}{7}x + \frac{4}{7}$; в) $y = \frac{1}{2}x + 3$; г) $y = \frac{3}{5}x + 2$.
2.495. 8 кв. од. **2.496.** 4,5 кв. од. **2.497.** 54 кв. од. **2.498.** $\frac{9}{2}$ кв. од.
2.502. а) I и III; б), в), г) II и IV. **2.504.** $(-1; -4), (1; 4)$.
2.505. $\left(-\frac{\sqrt{15}}{3}; -\sqrt{15}\right), \left(\frac{\sqrt{15}}{3}; \sqrt{15}\right)$. **2.506.** а) $k = 2$; б) $k = -2$; в) $k = 5$.
2.507. $y = \frac{5}{|x|}$. **2.509.** а) $x \neq 4$; б) $x \neq \frac{1}{2}$; в) $x \neq \frac{1}{3}$; г) $x \neq \frac{3}{4}$; д) $x \neq -\frac{3}{2}$;
 е) $x \neq -\frac{1}{2}$; ё) $x \neq 11$; ж) $x \neq \frac{3}{2}$; з) $x \neq \frac{1}{4}$; и) $x \neq \frac{1}{5}$; й) $x \neq -2$; ъ) $x \neq -5$.
2.510. а) $x \neq 0$; б) $x \neq 7$; в) $x \neq \frac{1}{2}$; г) $x \neq 5$; д) $x \neq 4$; $x \neq 8$; е) $x \neq \pm\sqrt{5}$;
 ё) $x \neq 2$; ж) $x \neq 2$; $x \neq 3$; з) $x \neq -\frac{1}{4}$; $x \neq \frac{1}{2}$; и) $x \neq -6$; $x \neq 7$; й) $x \neq \frac{4}{3}$; $x \neq 8$;
 ъ) $x \neq \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$; й) $x \neq 1$; $x \neq -\frac{1}{2003}$; к) $x \neq -1$; $x \neq \frac{1}{724}$. **2.511.** а) $x \neq 5$;
 б) $x \neq -0,3$; в) $x = \pm 2\frac{1}{3}$; г) $x \neq \pm 0,01$; д) $x \neq \pm 3,5$; е) $x \neq \pm 3$; ё) $x \neq \pm 50$;
 ж) $x \neq \pm \frac{1}{10}$; з) $x \neq \pm 3$; и) $x \neq -\frac{1}{2}$; $x \neq \frac{7}{2}$; й) $x \neq \pm 4$; ъ) $x \neq \pm \frac{5}{2}$;

- й) $x \neq -2$; $x \neq 0,8$; к) $x \neq \frac{5}{9}$; $x \neq 8$; л) $x \neq -\frac{3}{5}$; $x \neq 11$; м) $x \neq 2,5$;
- н) будь-яке x . **2.512.** а) $x \neq \pm 4$; $x \neq \pm 5$; б) $x \neq \pm \frac{1}{7}$; $x \neq \pm 2$; в) $x \neq 4$; $x \neq 8$;
- г) $x \neq \pm \frac{4}{5}$; $x \neq \pm \frac{8}{3}$; д) $x \neq \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$; е) $x \neq \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$; $x \neq \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$;
- є) $x \neq 1 - \sqrt{2}$; $x \neq 1$; $x \neq 1 + \sqrt{2}$; ж) $x \neq 1$; $x \neq 4$; з) $x \neq 1$; и) $x \neq 1$; і) $x \neq \pm 2$;
- ї) $x \neq \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}$. **2.513.** а) $x \neq 2$; $x \neq 4$; $x \neq 5$; б) $x \neq -10$; $x \neq -5$; $x \neq -2$; $x \neq 11$;
- в) $x \neq \pm \sqrt{3}$; $x \neq \pm \sqrt{7}$; г) $x \neq -4$; $x \neq \frac{2}{7}$; $x \neq 1$; д) $x \neq 0$; $x \neq \pm \frac{12}{5}$; $x \neq \pm \frac{10}{3}$;
- е) $x \neq \pm \frac{3}{8}$; $x \neq \pm \frac{5}{2}$; $x \neq \pm \frac{3}{5}$; $x \neq \pm \frac{1}{3}$. **2.514.** а) $\frac{1}{3} \leq y \leq 1$; б) $\frac{1}{3} \leq y \leq 1$;
- в) $\frac{4}{5} \leq y \leq 8$; г) $\frac{5}{8} \leq y \leq 10$; д) $-12 \leq y \leq -2$; е) $2 \leq y \leq 4$; є) $-11 \leq y \leq -3,5$;
- ж) $-1 \leq y \leq \frac{1}{3}$. **2.515.** а) $4 \leq x \leq 10$; б) $0 \leq x \leq 4$; в) $-8 \leq x \leq 1$; г) $-3 \leq x \leq 3$;
- д) $-5 \leq x \leq 0$; е) $0 \leq x \leq 2$. **2.516.** а) $0 < y \leq \frac{1}{2}$; б) $0 < y \leq 10$; в) $-5 \leq y < 0$;
- г) $-40 \leq y < 0$. **2.517.** а) $k = 2$, $k = -3$; б) $k = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$; в) $k = 1$, $k = -2$.
- 2.518.** а), б), г) Так; в), д) ні. **2.519.** $\left(0; -3\frac{2}{3}\right)$; $\left(-2\frac{3}{4}; 0\right)$. **2.520.** $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$; $(-1; 0)$.
- 2.521.** $(0; -2,6)$; $\left(\frac{13}{3}; 0\right)$. **2.522.** а) $\left(5; \frac{2}{3}\right)$; $(-3; -2)$; б) $(0; 1)$; $\left(-\frac{31}{2}; -\frac{16}{15}\right)$;
- в) $(6; 1)$; $\left(\frac{7}{2}; 6\right)$. **2.523.** а) Спадає на кожному з проміжків $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$;
- б) спадає на кожному з проміжків $(-\infty; -1)$, $(-1; +\infty)$; в) зростає на кожному з проміжків $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$; г) зростає на кожному з проміжків $(-\infty; -1)$, $(-1; +\infty)$; д) спадає на кожному з проміжків $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$, $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$;
- е) спадає на кожному з проміжків $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$, $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$; є) зростає на кожному з проміжків $(-\infty; 0,4)$, $(0,4; +\infty)$; ж) зростає на кожному з проміжків $(-\infty; -0,4)$, $(-0,4; +\infty)$; з) зростає на проміжку $(-\infty; 0)$;

спадає на проміжку $(0; +\infty)$; и) спадає на проміжку $(-\infty; 0)$; зростає на проміжку $(0; +\infty)$; і) зростає на проміжку $(-\infty; 1)$; спадає на проміжку $(1; +\infty)$; ї) зростає на проміжку $(-\infty; -2)$; спадає на проміжку $(-2; +\infty)$; й) зростає на проміжку $(-\infty; 0,4)$; спадає на проміжку $(0,4; +\infty)$; к) спадає на проміжку $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right)$; зростає на проміжку $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$; л) спадає на проміжку $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right)$; зростає на проміжку $\left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

2.541. а) $(0;0)$, $(1;1)$; б) $(2;4)$; в) $(10;100)$. **2.542.** $(-1;-1)$, $(0;0)$, $(1;1)$.

2.543. $x = n$. **2.544.** $(-3;9)$, $(3;9)$. **2.546.** а), б), в), г) Так; д) ні.

2.548. Збільшиться на $2x+1$. **2.549.** $(0;0)$, $(-2;-1)$. **2.550.** Збільшиться:

у 25 разів, у 121 раз, у m^2 разів; зменшиться: у 9 разів, у m^2 разів;

збільшити: у 3 рази; у 5 разів; у n разів; у n^2 разів. **2.551.** Зменшити:

у 6 разів; у m разів; у m^2 разів. **2.552.** Збільшиться: на $2n+1$ (см²):

на $4n+4$ (см²); на $20n+100$ (см²); на $3n^2$ (см²). **2.558.** а) $0 \leq y \leq 9$;

б) $-25 \leq y \leq -1$; в) $0 \leq y \leq 32$; г) $3 \leq y \leq 27$; д) $0 \leq y \leq 4$; е) $0 \leq y \leq 36$;

є) $-9 \leq y \leq -1$; ж) $-9 \leq y \leq -1$. **2.559.** а) $0 \leq y \leq 14$; б) $3 \leq y \leq 7$;

в) $-0,2 \leq y \leq 0,8$; г) $-\frac{3}{4} \leq y \leq \frac{1}{4}$; д) $-\frac{2}{9} \leq y \leq -\frac{1}{9}$. **2.560.** а) $1 \leq y \leq 9$;

б) $-2 \leq y \leq 0$; в) $-74 \leq y \leq 1$; г) $-0,296 \leq y \leq 0,264$. **2.561.** а) $3 \leq y \leq 4$;

б) $0 \leq y \leq 8$; в) $-4 \leq y \leq 5$; г) $-2 \leq y \leq 0$; д) $-28 \leq y \leq -17$. **2.572.** $a = \sqrt{s}$.

2.573. $a = 2\sqrt{\frac{s}{\sqrt{3}}}$; а) $a = 18$ см; б) $a = \frac{30}{\sqrt[4]{3}}$ дм; в) $a = 50$ см. **2.574.** $R = \sqrt{\frac{s}{\pi}}$;

а) $R = 6$ см; б) $R = \frac{45}{\sqrt{\pi}}$ дм; в) $R = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$ м. **2.575.** а) $x \geq 4,5$; б) $x \geq -\frac{1}{3}$;

в) $x \leq 7$; г) $x \geq 0,4$; д) $x \geq -\frac{8}{3}$; е) $x \leq 4,5$; є) $x \leq \frac{1}{11}$; ж) $x \geq -10$; з) $x \geq 0,5$;

и) $x \leq \frac{8}{5}$; і) $x \leq -\frac{1}{16}$; ї) $x \leq -\frac{1}{7}$. **2.576.** а) $x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $x \geq 0,8$; в) $x \geq 2$;

г) $x \geq -\sqrt{2}$; д) $x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; е) $x \geq \frac{1}{7}$; є) $x \geq \frac{\sqrt{35}}{35}$; ж) $x \leq 7$. **2.577.** а) $6 \leq x \leq 38$;

б) $42 \leq y \leq 57$; в) $-4 \leq x \leq 11$; г) $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$; д) $\frac{7}{4} \leq x \leq 31$; е) $-\frac{59}{3} \leq x \leq -\frac{4}{3}$;

- е) $-\frac{117}{5} \leq x \leq 0$. **2.578.** а) $x \geq 284$; б) $x \leq -7$; в) $x \geq \frac{273}{32}$; г) $x \geq \frac{17}{20}$;
 д) $x \leq 2$; е) $-\frac{1}{3} \leq x \leq 0$; є) $x \leq \frac{11}{18}$. **2.579.** а) $x > 7$; б) $x > -20$;
 в) $x > \frac{17}{5}$; г) $x < \frac{1}{2}$; д) $x > -\frac{33}{5}$; е) $x < -11$; є) $x > -20$; ж) $x > \frac{1}{2}$;
 з) $x > -0,09$; и) $x \neq 4$; і) $x \neq 2,5$; ї) $x \neq -\frac{1}{5}$. **2.580.** а) $\frac{5}{4} \leq x < \frac{7}{2}$; $x > \frac{7}{2}$;
 б) $\frac{7}{8} \leq x < 16$; $x > 16$; в) $-4 \leq x < 8$; $x > 8$; г) $x < 3$; $3 < x \leq 5$; д) $x < -\frac{9}{2}$;
 $-\frac{9}{2} < x \leq -4$. **2.581.** а) $y \geq -1$; б) $y \geq 2$; в) $y \geq -4$; г) $y \geq 17$; д) $y \geq -0,2$;
 е) $y \leq 8$; є) $y \leq -3$; ж) $y \geq 15$; з) $y \leq 4$; и) $y \geq -7$; і) $y \leq -1$; ї) $y \geq 1$;
 й) $y \geq 0$; к) $y \leq 9$; л) $y \geq 0$. **2.582.** а) $5 \leq y \leq 7$; б) $2 \leq y \leq \sqrt{79}$;
 в) $2 \leq y \leq 3$; г) $\sqrt{2} \leq y \leq 2$. **2.583.** а) $12 + \sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{14} + 12$; б) $-2 \leq y \leq \sqrt{44} - 5$;
 в) $\sqrt{14} + 3 \leq y \leq \sqrt{29} + 3$; г) $-11 \leq y \leq -13 + \sqrt{5}$; д) $-1 \leq y \leq 3$; е) $-8 \leq y \leq -5$;
 є) $0 \leq y \leq 1$; ж) $-11 \leq y \leq -5$. **2.584.** а) $8 \leq y \leq 29$; б) $6 \leq y \leq 33$;
 в) $-44 \leq y \leq -11$; г) $-108 \leq y \leq -57$. **2.596.** а) $(2; 8)$; б) $(3; 27)$.
2.597. а) Для $x < 0$ $x > 1$ $x^2 > x$; для $x = 0$ $x = 1$ $x^2 = x$; для $0 < x < 1$ $x^2 < x$;
 б) для $x < -1$ $0 < x < 1$ $x^3 < x$; для $-1 < x < 0$ $x > 1$ $x^3 > x$; для
 $x = -1$; 0 ; 1 $x^3 = x$; в) для $x < 0$ $0 < x < 1$ $x^3 < x^2$; для $x > 1$ $x^3 > x^2$;
 для $x = 0$; 1 $x^3 = x^2$; г) для $x < -1$ $x^2 > x > x^3$; для $-1 < x < 0$ $x^2 > x^3 > x$;
 для $0 < x < 1$ $x > x^2 > x$; для $x > 1$ $x^3 > x^2 > x$; для $x = -1$ $x^2 > x^3 = x$;
 для $x = 0$; 1 $x^3 = x^2 = x$. **2.598.** а), б), в) Так; г) ні. **2.599.** $(0; 0)$, $(-3; -1)$, $(3; 1)$.
2.600. Збільшиться: у 343 рази; у 1000 разів; у n^3 разів; зменшиться:
 у 125 разів; у m^3 разів. **2.601.** Збільшити: у 2 рази; у 10 разів; у m разів;
 у m^2 разів. **2.602.** Зменшити: у 3 рази; у 9 разів; у m разів; у m^2 разів.
2.603. $(0; 0)$, $\left(\frac{2}{9}; \frac{4}{243}\right)$. **2.604.** $(0; 0)$, $(2; 16)$. **2.605.** а) $-8 \leq y \leq 27$;
 б) $-125 \leq y \leq -1$; в) $\frac{1}{27} \leq y \leq \frac{1}{8}$; г) $-64 \leq y \leq -1$; д) $8 \leq y \leq 27$.
2.606. а) $0 \leq y \leq 27$; б) $-27 \leq y \leq -8$; в) $0 \leq y \leq 1$; г) $-8 \leq y \leq 0$;
 д) $-27 \leq y \leq 1$; е) $-8 \leq y \leq -1$. **2.607.** а) $-121 \leq y \leq 129$; б) $-9 \leq y \leq 0$;
 в) $-62 \leq y \leq -6$; г) $5 \leq y \leq 213$. **2.608.** а) $2 \leq y \leq 3$; б) $-4 \leq y \leq 24$;

в) $-28 \leq y \leq -1$; г) $4 \leq y \leq 67$; д) $-\frac{75}{64} \leq y \leq -\frac{3}{4}$. **2.609.** а) $-1,2 \leq x \leq -0,2$;

б) $2,4 \leq x \leq 4,4$; в) $-3 \leq x \leq 1$; г) $-1 \leq x \leq 2$. **2.610.** а) $-3 \leq x \leq 2$;

б) $-2 \leq x \leq 3$; в) $-3 \leq x \leq 3$; г) $-2 \leq x \leq 3$. **2.622.** $f(2) = -\frac{7}{8}$. *Вказівка.*

Підставити в рівняння спочатку $x = 2$, а потім $x = \frac{1}{2}$ і розв'язати

числову систему відносно $f(2)$. **2.623.** $f(3) = -\frac{79}{27}$. *Вказівка.* Підставити

по черзі в рівняння $x = 3$ та $x = \frac{1}{3}$ і розв'язати числову систему

відносно $f(3)$. **2.624.** $y = x$, $x \neq 0$, $x \neq 1$. **2.625.** а) $y = \frac{3x^2 + x + 5}{x^2 + x - 2}$,

$x \neq 1$, $x \neq -2$; б) $y = \frac{2x-1}{x-1}$, $x \neq 1$, $x \neq -2$; в) $y = \frac{(x+2)^2}{2x^2 - 3x + 1}$, $x \neq 1$, $x \neq -2$;

г) $y = \frac{-x^2 + 7x + 3}{x^2 + x - 2}$, $x \neq 1$, $x \neq -2$. **2.627. Розв'язання.** $\frac{x-2}{2} = \left[\frac{x-2}{2} \right] + \alpha$,

де $0 \leq \alpha < 1$. $\frac{2x-1}{4} = \left[\frac{2x-1}{4} \right] + \beta$, де $0 \leq \beta < 1$. Тоді рівняння запишеться

у такому вигляді $\frac{x-2}{2} + \frac{2x-1}{4} - \frac{x}{2} - x + 2 = \alpha + \beta$, $0 \leq \alpha + \beta < 2$. Звідси

$\begin{cases} -2x + 3 \geq 0, \\ -2x - 5 < 0; \end{cases} x \in \left(-\frac{5}{2}; \frac{3}{2} \right]$. Необхідно, щоб $x + \frac{x}{2} - 2$ було цілим, а

це можливо лише тоді, коли $x = -2$, $x = 0$. Отже, розв'язком рівняння є

лише 0. **2.628.** $\frac{3}{2}$. **2.629.** -1 . **2.630.** Для $a = -2$ маємо корені: -2 ; $\frac{6}{5}$; $\frac{10}{3}$.

2.634. Вказівка. Подати вираз у вигляді $(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2) - 120n^3$.

2.636. 6. **2.639. Розв'язання.** $\frac{(9+x)(1+x)}{x} = 3\left(\frac{3}{x} + \frac{x}{3}\right) + 10$. Число

$a + \frac{1}{a} \geq 2$ для $a > 0$. Отже, найменше значення виразу $\frac{3}{x} + \frac{x}{3}$

буде для $x = 3$. Тому матимемо $3 \cdot 2 + 10 = 16$. *Відповідь:* 16. **2.640.** 4 для

$x = 1$. *Вказівка.* Записати вираз у такому вигляді $2 - x + \frac{1}{2-x} + 2$.

2.641. Розв'язання. Нехай c – гіпотенуза, a – невідомий катет прямокутного трикутника, тоді $c^2 - a^2 = 21^2$, $(c-a)(c+a) = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$.

Оскільки $c-a$ і $c+a$ – натуральні, причому $c+a > c-a$, то можливі

лише чотири випадки: $\begin{cases} c-a=1, \\ c+a=441; \end{cases} \begin{cases} c-a=3, \\ c+a=147; \end{cases} \begin{cases} c-a=9, \\ c+a=49; \end{cases} \begin{cases} c-a=7, \\ c+a=63. \end{cases}$

Звідси дістанемо: 1) 21; 220; 221; 2) 21; 72; 75; 3) 21; 20; 29; 4) 21; 28; 35. Отже, таких трикутників чотири. **2.643. Розв'язання.**

Нехай $a + \frac{1}{a} = m$, де m – ціле число, тоді $a^2 + \frac{1}{a^2} = m^2 - 2$ – також

ціле число. Аналогічно доводиться і другий випадок. **2.644. Вказівка.**

а), б) Розглянути два випадки: $n = 2k$ і $n = 2k + 1$ і розкласти на множ-

ники; в) записати $8^n + 6 = 8^n - 1 + 7$; г) записати $13^n + 5 = 13^n - 1 + 6$.

2.645. Вказівка. а) $7^n - 6 \cdot 2^n = 7 - 2^n - 5 \cdot 2^n$; б) $5^n - 2^n + 3 \cdot 2^n$. **2.646. Вказівка.**

а) $7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n = 7(25^n - 6^n) + 19 \cdot 6^n$; б) $7^{n+2} + 8^{2n+1} = 57 \cdot 7^n + 8(64^n - 7^n)$.

2.647. $\frac{1}{2}$ і -1 . **2.649. Вказівка.** $6^{2(n+1)} - 2^{n+3}3^{n+2} + 36 = 36(6^{2n} - 2 \cdot 2^n 3^n + 1) =$

$= 36(6^n - 1)^2$. Оскільки $6^n - 1$ ділиться на 5, то $(6^n - 1)^2$ ділиться на 25.

Тоді $36 \cdot 25 = 900$. **2.650. 2. 2.651.** (60;59), (12;5). **2.652. Розв'язання.**

$2^{3^8} > 2^{3^7 \cdot 2} = 4^{3^7} > 3^{3^7}$, $3^7 > 3^6 = 729 > 2^9$, $3^{3^7} > 3^{2^9}$. Отже, перше число більше за друге.

Розділ І. НЕРІВНОСТІ

3.2. Розв'язання. в) $3^{23} = 9 \cdot 3^{21} = 9(3^3)^7 = 9 \cdot 27^7$; $5^{15} = 5(5^2)^7 = 5(25)^7$.

Отже, $3^{23} > 5^{15}$; г) $(6^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}} = 6^5 = 7776 > 3125 = 5^6 > (5^{\sqrt{6}})^{\sqrt{5}}$. Отже, $6^{\sqrt{5}} > 5^{\sqrt{6}}$;

ж) *Вказівка.* Перший дріб записати у вигляді $\frac{5^{1979} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5}}{5^{1980} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5}}$, а другий –

у вигляді $\frac{5^{1979} + \frac{1}{5}}{5^{1980} + \frac{1}{5}}$. Звідси видно, що перший дріб більший.

3.5. а) $a < b$; б) $a > b$; в) $b > a$; г) $a \geq b$; д) $a > b$; е) $a > b$; є) $a \geq b$.

3.23. $\frac{1}{3} < b < \frac{41}{3}$. **3.24.** $\frac{5}{2} < a < \frac{3}{2}$. **3.25.** а) $x > 5$; б) $x < \frac{17}{5}$; в) $x > -\frac{1}{12}$;

г) $y < -\frac{1}{72}$; д) $t > 15$; е) $x < 2$; є) $x > \frac{1}{2}$; ж) $u < 5$; з) $x \geq -10$.

3.26. а) $x > -2$; б) $t \leq \frac{3}{2}$; в) $x < 24$; г) $x > -14$; д) $x > \frac{2}{9}$; е) $y > \frac{118}{17}$;

є) $x < 100$. **3.27.** а) x – будь-яке число; б) $u > 17$; в) $x < \frac{31}{35}$; г) $x < \frac{112}{17}$.

3.28. а) $x < -\frac{19}{3}$; б) $t > \frac{183}{19}$; в) $x > 9,8$; г) $x > -\frac{134}{43}$; д) $y > \frac{272}{131}$;

е) $x < 5$. **3.29.** а) $x < -\frac{8}{11}$; б) $x \leq \frac{5}{8}$; в) $x > \frac{21}{23}$; г) $x > \frac{10}{7}$.

3.30. а) $-\frac{1}{2} < x < 2$; б) $-6 \leq x \leq -2$; в) $18 < x < 36$; г) $-1 < x < 2$;

д) $-\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$; е) $x < -\frac{32}{5}$, $x > \frac{8}{5}$; є) $x < \frac{8}{3}$, $x > \frac{10}{3}$; ж) $x < \frac{1}{4}$, $x > \frac{3}{4}$;

з) $x < -\frac{\sqrt{3}-1}{2}$, $x > \frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **3.31.** а) $x \geq \frac{12}{35}$; б) $x \geq -16$; в) $x \leq \frac{2}{27}$;

г) $x \leq -\frac{8}{5}$; д) $x > -\frac{1}{5}$; е) $x > \frac{7}{6}$; є) $x > 2$; ж) $x > -100$. **3.32.** а) $x \leq -6$,

$x \geq 1$; б) $-\frac{26}{3} \leq x \leq 8$; в) $x < -756, x > 70$; г) $x < -\frac{3}{2}, x > \frac{3}{2}$. **3.33.** а) Якщо $c > 0$, то $-\sqrt{c} - \frac{1}{2} < x < \sqrt{c} - \frac{1}{2}$; якщо $c \leq 0$, то розв'язків немає; б) якщо $c > 0$, то $x < \frac{1-\sqrt{c}}{4}, x > \frac{1+\sqrt{c}}{4}$; якщо $c = 0$, то $x \neq \frac{1}{4}$; якщо $c < 0$, то x – будь-яке дійсне число; в) якщо $c > 0$, то $\frac{3-\sqrt{c}}{7} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{c}}{7}$; якщо $c = 0$, то $x = \frac{3}{7}$; якщо $c < 0$, то розв'язків немає; г) якщо $c > -2$, то $x \leq \frac{1}{15} - \frac{1}{3}\sqrt{c+2}, x \geq \frac{1}{15} + \frac{1}{3}\sqrt{c+2}$; якщо $c = -2$, то $x = \frac{1}{15}$; якщо $x < -2$, то розв'язку немає; д) якщо $c > 3$, то $-2\sqrt{c-3} - 5 \leq x \leq -5 + 2\sqrt{c-3}$; якщо $c = 3$, то $x = -5$; якщо $c < 3$, то розв'язку немає. **3.34.** а) $x < \frac{3}{2}, \frac{3}{2} < x < 5$; б) $x < \frac{1}{2}$; в) $x < \frac{1}{12}, \frac{1}{12} < x < \frac{1}{3}$; г) $x \leq \frac{14}{5}, x = 12$; д) $x > 7$; е) $x = \frac{1}{3}, x \geq 2$; є) $x = -\frac{1}{3}, x \geq \frac{1}{7}$; ж) $x = \pm 2, x > \frac{5}{4}$. **3.35.** а) $-\infty < x < +\infty$; б) $x < -1, x > 9$; в) $x < -\frac{4}{5}, x > \frac{20}{3}$. **3.36.** а) $x > \frac{4}{3}$; б) $t > \frac{2}{7}$; в) $x > -\frac{7}{3}$; г) $u < \frac{1}{16}$; е) $y < -12$; **3.37.** а) $\frac{1}{60} < x < 60$; б) $-\frac{16}{9} < t < -\frac{1}{2}$; в) $-3 < x < \frac{1}{3}$; г) $-\frac{\sqrt{5}}{3} < y < \frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $-7 < x < \frac{7}{5}$; е) немає розв'язку; є) $x = 6$; ж) $-13 < x < \frac{1}{13}$. **3.38.** а) $x > \frac{52}{9}$; б) $x > -\frac{41}{22}$; в) $x < 35$; г) $t < -\frac{39}{4}$; д) $-\frac{45}{8} < u \leq \frac{24}{11}$; е) $x = 1,6$; є) розв'язку немає; ж) $x = 0$; з) $s = \frac{13}{6}$. **3.43.** а) $x > \frac{19}{13}$; б) $x > \frac{66}{95}$; в) $0 < x < 44,4$; г) $x > \frac{2}{25}$; д) $t < 2$. **3.44.** а) $\frac{5}{2} < x < 4$; б) $x > 2$; в) $x < -1$; г) $y > \frac{10}{3}$; д) $-\frac{11}{3} \leq x < -\frac{3}{4}, -\frac{1}{4} < x \leq 4\frac{1}{3}$; е) $-\frac{7}{3} \leq x < 2$; є) $x < -\frac{19}{11}, x > \frac{45}{11}$. **3.45.** а) $x < 2, x > 3$; б) $\frac{2}{3} < x < \frac{3}{4}$; в) $x < -4, x > -1$; г) $-5 < x < -\frac{1}{5}$; д) $x \leq -10, x \geq 10$; е) $-7 \leq x \leq 8$; є) $x < 0, x > \frac{1}{20}$;

ж) $-\frac{9}{5} \leq x \leq 0$. **3.46.** а) $x < \frac{1}{3}$, $x > 7$; б) $-12 < x < -1$; в) $-2 \leq x \leq 3$;
 г) $x < -54$, $x > -\frac{1}{3}$. **3.47.** а) $3 < x < 5$; б) $x < \frac{1}{9}$, $x > 2$; в) $\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{25}{4}$;
 г) $x < -\frac{1}{12}$, $x > \frac{1}{49}$; д) $0 \leq x \leq 64$. **3.48.** а) $x < 2$, $x > 9$; б) $-\frac{1}{4} < x < 3$;
 в) $2 < x < 11$; г) $x \leq -3$, $x \geq 3$; д) $x < 3$, $x > 4$; е) $-\frac{1}{2} < x < 2$, $2 < x < 35$.
3.49. а) $x < 2$, $x > 3$; б) $x < -9$, $x \geq -3$; в) $x < -\frac{1}{4}$, $x > 3$; г) $-2,5 < x < 0,25$;
 д) $-24 \leq x < 15$. **3.50.** а) $\frac{1}{5} \leq x < \frac{2}{3}$; б) $x < \frac{3}{4}$, $x > \frac{7}{5}$; в) $x < -5$, $x \geq \frac{5}{4}$;
 г) $x < -\frac{5}{3}$, $x > -\frac{3}{5}$; д) $x < -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $x \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **3.51.** а) $x \leq -11$, $x \geq 13$;
 б) $x \leq \frac{5}{3}$, $x \geq \frac{7}{3}$; в) $x \leq -54$, $x \geq -19$; г) $-9 \leq x \leq 5$; д) $x \leq \frac{1}{13}$, $x \geq \frac{9}{2}$;
 е) $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{5}}{3}$. **3.52.** а) $-7 < x \leq 4$; б) $x < -\frac{1}{9}$, $x \geq 2$; в) $0 \leq x < 7$;
 г) $x < -2$, $-2 < x < 1$, $x \geq 6$; д) $x \leq \frac{6}{5}$, $x > \frac{5}{3}$; е) $x < -8$, $x \geq 27$;
 е) $-2\sqrt{5} < x \leq \frac{\sqrt{7}}{3}$, $x = 5$. **3.53.** а) $x \geq \frac{33}{5}$; б) $x \leq \frac{1}{4}$; в) $x > \frac{3}{2}$;
 г) $-\frac{16}{3} \leq x \leq \frac{9}{7}$; д) $-12 < x \leq \frac{3}{5}$; е) $x \geq 2$; е) $4 \leq x \leq 14$; ж) $x \geq 32$;
 з) $2 \leq x \leq 5$. **3.54.** а) $x \geq \frac{15}{4}$; б) $x \geq 2$; в) $5 \leq x \leq 7$; г) $5 < x < 6,5$.
3.55. а) $-8 \leq x \leq 8$; б) $6 \leq x \leq 11$; в) $x \leq 7$, $x \geq 9$; г) $-\frac{4}{9} \leq x < \frac{5}{3}$;
 д) $-\frac{3}{8} \leq x < 4$, $6 \leq x < 10$. **3.56.** а) $y > 0$ для $x < \frac{5}{3}$, $x > \frac{17}{4}$, $y < 0$ для
 $\frac{5}{3} < x < \frac{17}{4}$; б) $y > 0$ для $x < -30$, $x > -15$, $y < 0$ для $-30 < x < -15$;
 в) $y > 0$ для $x < -9$, $x > \frac{2}{3}$, $y < 0$ для $-9 < x < \frac{2}{3}$; г) $y > 0$ для
 $x < \frac{3}{4}$, $x > \frac{13}{5}$, $y < 0$ для $\frac{3}{4} < x < \frac{13}{5}$; д) $y > 0$ для $x < -8$, $x > -3$,
 $y < 0$ для $-3 < x < -8$; е) $y > 0$ для $x < -\frac{1}{3}$, $x > \frac{1}{3}$, $y < 0$ для

$-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$; є) $y > 0$ для $x < -\frac{5}{2}$, $x > \frac{5}{2}$, $y < 0$ для $-\frac{5}{2} < x < \frac{5}{2}$;

ж) $y > 0$ для $-1 < x < 1$, $y < 0$ для $x < -1$, $x > 1$; з) $y > 0$ для $-3 < x < 0,3$,

$y < 0$ для $x < -3$, $x > 0,3$. **3.80. Доведення.** $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = a + b + c +$

$+2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc} \leq a + b + c + a + b + a + c + b + c = 3(a + b + c) < 3 \cdot 15 = 45$;

$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} < 7$. **3.81. Розв'язання.** 1-й спосіб. Нерівність можна

подати в такому вигляді: $((2a - 5b) + 2)^2 - 1 > 0$, у лівій частині якого

маємо суму невід'ємного і додатного чисел. 2-й спосіб. Зробимо

заміну $x = 2a - 5b$. Тоді матимемо $x^2 + 4x + 5 > 0$, бо для будь-якого x

дискримінант квадратного тричлена від'ємний, а коефіцієнт при x^2 —

додатний. **3.83. Вказівка.** Ліву частину нерівності розкладіть на

множники $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)^2$. **3.84. Вказівка.** Ліву частину

нерівності подайте у вигляді $(x^2 - 3)^2 + (x - 2)^2 + 1$. **3.85. Вказівка.**

Запишіть нерівність у вигляді $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{\sqrt{ab}}$ і скористайтесь

формулою суми кубів двох чисел. **3.86. Вказівка.** Додайте очевидні

нерівності $a^2 + b^2 c^2 \geq 2abc$, $b^2 + a^2 c^2 \geq 2abc$, $c^2 + a^2 b^2 \geq 2abc$. Рівність дося-

гається у п'яти випадках: 1. $a = b = c = 0$; 2. $a = 1$, $b = c = -1$; 3. $b = 1$, $a = c = -1$;

4. $c = 1$, $a = b = -1$; 5. $a = b = c = 1$. **3.87. Вказівка.** Скористайтесь влас-

тивостями середнього арифметичного і середнього геометричного.

3.89. Вказівка. Додайте нерівності $(a - b)^2 \geq 0$, $(a - c)^2 \geq 0$, $(b - c)^2 \geq 0$.

До результату додайте до обох сторін нерівності $a^2 + b^2 + c^2$.

3.90. Вказівка. Знайдіть дискримінант тричлена і розкладіть його на

множники. $D = (a + b - c)(b + c - a)(a + b + c)(d - c - a) < 0$. **3.91. Розв'язання.**

Маємо очевидні нерівності $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+a+b}$, $\frac{b}{1+b} > \frac{b}{1+a+b}$. Додавши

їх, матимемо $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} > \frac{a+b}{1+a+b}$. **3.92. Вказівка.** Додати очевидні

нерівності

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 < 3a_3, \\ a_4 + a_5 + a_6 < 3a_6, \\ a_7 + a_8 + a_9 < 3a_9, \\ a_{10} + a_{11} + a_{12} < 3a_{12}, \\ a_{13} + a_{14} + a_{15} < 3a_{15}. \end{cases}$$

3.93. $\frac{1}{4}$. *Вказівка.* Скористайтесь тим, що $6 = 4a + 9b \geq 2\sqrt{36ab}$.

Або можна в такий спосіб: $ab = b \frac{6-9b}{4} = \frac{3}{2} \left(b - \frac{2}{3}b^2 \right)$. **3.95.** *Вказівка.*

Скористайтесь тим, що $a^2 + \frac{1}{9} \geq \frac{2}{3}a$. **3.96.** *Вказівка.* Скористайтесь тим,

що $a^2 + \frac{1}{16} \geq \frac{1}{2}a$. **3.99.** *Вказівка.* Скористайтесь очевидною нерівністю

$\sqrt{6x+1} \leq 3x+1$. **3.102.** *Розв'язання.* Оскільки $a+b \geq 1$, то необхідно розглянути два випадки: а) один із доданків a або b недостатний, тоді другий доданок не менше 1. Отже, $a^4 + b^4 \geq 1 > \frac{1}{8}$; б) $a > 0$, $b > 0$.

Тоді $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, $(a+b)^2 \geq 4ab$, $\frac{(a+b)^2}{2} \geq 2ab$. $a^2 + b^2 = (a+b)^2 -$

$-2ab \geq (a+b)^2 - \frac{(a+b)^2}{2} = \frac{(a+b)^2}{2} \geq \frac{1}{2}$. Тоді $a^4 + b^4 \geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{2} \geq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} = \frac{1}{8}$.

Звідси $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$. **3.104.** *Вказівка.* Скористайтесь очевидними нерів-

ностями $a^2 \geq a^2 - (b-c)^2$, $b^2 \geq b^2 - (c-a)^2$, $c^2 \geq c^2 - (a-b)^2$.

3.106. *Вказівка.* Скористайтесь два рази нерівністю $x^2 + y^2 \geq 2xy$.

$a^4 + b^4 + c^2 \geq 2a^2b^2 + c^2 > 2\sqrt{2}abc$. **3.107.** *Розв'язання.* $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^8 =$
 $= (a + b + 2\sqrt{ab})^4 \geq \left(2\sqrt{(a+b)2\sqrt{ab}} \right)^4 = 64(a+b)^2 ab$. **3.109.** *Вказівка.*

Додати очевидні нерівності $x^2 + y^2 \geq 2xy$, $x^2 + z^2 \geq 2xz$, $y^2 + z^2 \geq 2yz$.

3.112. *Вказівка.* Ліва частина нерівності розкладається на множники $(a-b)(b-c)(a-c) > 0$. **3.117.** *Вказівка.* Скористайтесь нерівністю

$\frac{1}{9} + x \geq \frac{2}{3}\sqrt{x}$. **3.121.** $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$. **3.122.** 4 см, 2 см, 4 см;

4 см, 3 см, 5 см; 4 см, 6 см, 4 см; 8 см, 6 см, 4 см.

Розділ II. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ

3.124. а) $-\frac{1}{2}$; 3; б) -6; -2; в) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; г) $-\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **3.125.** а) $-1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$;

б) -5; 10; в) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; $\sqrt{5}$; г) n, m . **3.126.** а) 1; б) -2,4; -2; в) -2;

г) ні при жодному x . **3.127.** а) 1; -7; б) $\frac{19 \pm \sqrt{601}}{20}$; в) -7; -5;

г) m^2+1 ; m^2+2 . **3.128.** а) Два корені: -2 ; $-1,5$; б) один: $\frac{1}{7}$; в) два: $\frac{5+\sqrt{47}}{2}$; $\frac{5-\sqrt{47}}{2}$; г) не має коренів. **3.131.** Для $m < 3\frac{1}{8}$ квадратний тричлен має два корені; для $m = 3\frac{1}{8}$ — один корінь; для $m > 3\frac{1}{8}$ не має жодного кореня. **3.132.** Для $m > -\frac{1}{36}$ — два корені; для $m = -\frac{1}{36}$ — один корінь; для $m < -\frac{1}{36}$ не має жодного кореня. **3.133.** $p = 2$. **3.138.** -1 ; **3.139.** $x > 2$. **3.140.** $\frac{12+\sqrt{105}}{13}$; $\frac{12-\sqrt{105}}{13}$. **3.141.** а) $x = 2$; б) $x > 2$; в) $x < 2$. **3.145.** $p < 6\frac{1}{4}$. **3.146.** $c < 3\frac{1}{3}$. **3.147.** а) $2x-1$; б) $3-4x$; в) $\frac{1}{2}x-2$; г) $\frac{5x-3}{2x-1}$. **3.148.** а) 6 ; б) -1 ; г) $-\frac{1}{7}$. **3.149.** а) $\frac{x-q}{x-m}$; б) $\frac{x+n}{x-p}$; в) $\frac{p^2-b^2}{x-c^2}$. **3.150.** $c = 4$. **3.151.** а) $12x-4$; б) $5x-3$. **3.155.** а), б), г) Так; в) ні. **3.156.** $(-4; 4)$; $(4; 4)$. **3.157.** $(-10; -1000)$; $(10; -1000)$. **3.159.** $(\frac{3}{4}; \frac{3}{4})$; $(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4})$. **3.160.** $-1 < x < -\frac{1}{5}$; $\frac{1}{5} < x < 1$. **3.163.** а) 2 ; б) $4\frac{11}{12}$; в) $|m-n|$. **3.168.** $1,5$. **3.173.** а) $[-4; +\infty)$; б) $[3; +\infty)$; в) $(-\infty; 9]$; г) $(-\infty; -3]$; д) $(-\infty; 9]$; е) $[-12; +\infty)$; є) $[-\frac{1}{4}; +\infty)$; ж) $(-\infty; \frac{9}{4}]$; з) $[-1; +\infty)$; и) $[-\sqrt{5}; +\infty)$; і) $[-\infty; \frac{1}{2}\sqrt{3})$. **3.174.** а) $[-\frac{1}{4}; +\infty)$; б) $[-4; +\infty)$; в) $[-2\frac{1}{4}; +\infty)$; г) $[-25; +\infty)$; д) $[-\frac{1}{4}; +\infty)$; е) $[-9; +\infty)$; є) $[-4; +\infty)$; ж) $[-4; +\infty)$. **3.175.** а) $[3; +\infty)$; б) $[6; +\infty)$; в) $(-\infty; -5]$; г) $[\frac{15}{16}; +\infty)$; д) $(-\infty; -2]$; е) $[\sqrt{3}; +\infty)$. **3.176.** а) $[-4; +\infty)$; б) $[-1; +\infty)$; в) $[2; +\infty)$; г) $(-\infty; -\frac{1}{4})$; д) $(-\infty; -\sqrt{3}]$; е) $[\frac{4}{3}; +\infty)$. **3.177.** а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$; в) $[-4; 4]$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) 0 . **3.178.** а) Спадає на проміжку $(-\infty; 0)$, зростає на проміжку $(0; +\infty)$; б) зростає на проміжку $(-\infty; 0)$, спадає на проміжку $(0; +\infty)$;

в) зростає на проміжку $(-\infty; 0)$, спадає на проміжку $(0; +\infty)$.

3.179. а) Спадає на проміжку $\left(-\infty; \frac{7}{4}\right)$, зростає на проміжку

$\left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$; б) спадає на проміжку $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$, зростає на проміжку

$\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$; в) зростає на проміжку $(-\infty; 2,5)$, спадає на проміжку

$(2,5; +\infty)$; г) зростає на проміжку $(-\infty; 0,4)$, спадає на проміжку $(0,4; +\infty)$;

д) спадає на проміжку $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$, зростає на проміжку $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$;

е) спадає на проміжку $(-\infty; -4)$, зростає на проміжку $(-4; +\infty)$;

є) зростає на проміжку $(-\infty; 0,4)$, спадає на проміжку $(0,4; +\infty)$;

ж) зростає на проміжку $\left(-\infty; \frac{9}{2}\right)$, спадає на проміжку $\left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

3.180. а) Спадає на проміжку $(-\infty; -8)$, зростає на проміжку $(-8; +\infty)$;

б) спадає на проміжку $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$, зростає на проміжку $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$;

в) спадає на проміжку $(-\infty; 7)$, зростає на проміжку $(7; +\infty)$;

г) спадає на проміжку $\left(-\infty; \frac{3}{7}\right)$, зростає на проміжку $\left(\frac{3}{7}; +\infty\right)$;

д) зростає на проміжку $(-\infty; -3)$, спадає на проміжку $(-3; +\infty)$.

3.181. а) Спадає на проміжку $(-\infty; 1)$, зростає на проміжку $(1; +\infty)$;

б) зростає на проміжку $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$, спадає на проміжку $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$;

в) спадає на проміжку $(-\infty; 1)$, зростає на проміжку $(1; +\infty)$;

г) зростає на проміжку $(-\infty; 2)$, спадає на проміжку $(2; +\infty)$;

д) зростає на проміжку $\left(-\infty; \frac{11}{8}\right)$, спадає на проміжку $\left(\frac{11}{8}; +\infty\right)$.

3.182. а) Спадає на проміжку $(-\infty; 0)$, зростає на проміжку $(0; +\infty)$;

б) спадає на проміжках $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$, зростає на проміжках

$(-1; 0)$, $(1; +\infty)$; в) зростає на проміжках $\left(-\infty; -\frac{7}{4}\right)$, $\left(0; \frac{7}{4}\right)$, спадає

на проміжках $\left(-\frac{7}{4}; 0\right)$, $\left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$; г) зростає на проміжку $(-\infty; 0)$,

спадає на проміжку 0 ; д) спадає на проміжках $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right)$, $\left(0; \frac{5}{2}\right)$, зростає на проміжках $\left(-\frac{5}{2}; 0\right)$, $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$; г) зростає на проміжку $(-\infty; 0)$, спадає на проміжку $(0; +\infty)$. **3.183.** а) Спадає на проміжках $(-\infty; -2)$, $(0; 2)$, зростає на проміжках $(-2; 0)$, $(2; +\infty)$; б) спадає на проміжках $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(0; \frac{1}{2}\right)$, зростає на проміжках $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$, $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; в) спадає на проміжках $(-\infty; 2)$, $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$, зростає на проміжках $\left(2; \frac{5}{2}\right)$, $(3; +\infty)$; г) спадає на проміжках $(-\infty; -1)$, $(1; 3)$, зростає на проміжках $(-1; 1)$, $(3; +\infty)$; д) спадає на проміжках $(-\infty; 10)$, $(-8; -6)$, зростає на проміжках $(-10; -8)$, $(-6; +\infty)$. **3.184.** а) Спадає на проміжках $(-\infty; -4)$, $\left(-\frac{7}{2}; -3\right)$, $(0; 3)$, $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$, зростає на проміжках $\left(-4; -\frac{7}{2}\right)$, $(-3; 0)$, $\left(3; \frac{7}{2}\right)$, $(4; +\infty)$; б) спадає на проміжках $(-\infty; -9)$, $(-6; -3)$, $(0; 3)$, $(6; 9)$, зростає на проміжках $(-9; -6)$, $(-3; 0)$, $(3; 6)$, $(9; +\infty)$. **3.185.** а) Спадає на проміжках $(-\infty; -3)$, $(-2; -1)$, $(0; 1)$, $(2; 3)$, зростає на проміжках $(-3; -2)$, $(-1; 0)$, $(1; 2)$, $(3; +\infty)$; б) спадає на проміжках $(-\infty; -4)$, $\left(-\frac{25}{8}; -\frac{9}{4}\right)$, $\left(0; \frac{9}{4}\right)$, $\left(\frac{25}{8}; 4\right)$, зростає на проміжках $\left(-4; -\frac{25}{8}\right)$, $\left(-\frac{9}{4}; 0\right)$, $\left(\frac{9}{4}; \frac{25}{8}\right)$, $(4; +\infty)$. **3.186.** а) $\left(0; -\frac{3}{4}\right)$; б) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$; в) $(0; 2)$; г) $(0; \sqrt{2})$. **3.187.** а) $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{4}\right)$; б) $(-0,6; -0,36)$; в) $(0,4; -0,16)$; г) $(0,8; -0,64)$; д) $(5; 25)$; е) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$. **3.188.** а) $\left(2; \frac{1}{4}\right)$; б) $(-2; 9)$; в) $\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$; г) $\left(8,5; -\frac{1}{4}\right)$; д) $(-3; -12)$; е) $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$; є) $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$; ж) $\left(\frac{3}{5}; -\frac{37}{25}\right)$; з) $\left(-\frac{4}{7}; -\frac{4}{7}\right)$. **3.189.** а) $\left(\frac{5}{6}; \frac{23}{12}\right)$; б) $\left(\frac{3}{14}; \frac{19}{28}\right)$; в) $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{21}{4}\right)$;

г) $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{35}{4}\right)$; д) $(-1; 8)$; е) $\left(\frac{1}{4}; \frac{23}{24}\right)$; є) $(-\sqrt{3}; -7\sqrt{5})$. **3.213.** а) $\left(\frac{-3-\sqrt{119}}{5}; -3-\sqrt{119}\right)$; $\left(\frac{-3+\sqrt{119}}{5}; 3+\sqrt{119}\right)$; б) $(-2; -5)$; $(6; 27)$. **3.214.** 4.

3.215. $2\sqrt{34}$. **3.216.** 0. **3.218.** а) Для $\frac{1}{5} < x < \frac{2}{3}$ $y > 0$; для $x < \frac{1}{5}$; $x > \frac{2}{3}$ $y < 0$;

б) для $x < -\frac{1}{3}$; $x > \frac{1}{5}$ $y > 0$; для $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{5}$ $y < 0$; в) для $x < 0,1 - \sqrt{0,31}$;

$x > 0,1 + \sqrt{0,31}$ $y > 0$; для $0,1 - \sqrt{0,31} < x < 0,1 + \sqrt{0,31}$ $y < 0$;

г) для $x < \sqrt{2}$; $x > \sqrt{3}$ $y > 0$; для $\sqrt{2} < x < \sqrt{3}$ $y < 0$; д) для $x < \frac{1}{\sqrt{6}}$;

$x > \frac{1}{\sqrt{5}}$ $y > 0$; для $\frac{1}{\sqrt{6}} < x < \frac{1}{\sqrt{5}}$ $y < 0$; е) для $x < -\frac{\sqrt{2}}{3}$; $x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ $y > 0$;

для $-\frac{\sqrt{2}}{3} < x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ $y < 0$. **3.219.** Для будь-якого x . **3.222.** Для $x = 1$;

$x = 2$ $y_1 = y_2$; для $x < 1$; $x > 2$ $y_1 > y_2$; для $1 < x < 2$ $y_1 < y_2$. **3.223.** Для $x = 1$;

$x = 1\frac{2}{3}$ $y_1 = y_2$; для $x < 1$; $x > 1\frac{2}{3}$ $y_1 > y_2$; для $1 < x < 1\frac{2}{3}$ $y_1 < y_2$.

3.224. а) $\left(-\frac{1}{8}; 3\frac{1}{8}\right)$; $(2; 18)$; б) $(-2; 1)$; $(2; 1)$; в) $\left(\frac{2}{7}; \frac{43}{49}\right)$; $(1; 14)$.

3.225. $p = 6$; $q = 7$. **3.226.** $a = 2$, $c = -3$. **3.227.** $a = -2$; $b = 8$, $c = -6$.

3.228. $a = -\frac{3}{16}$, $b = \frac{3}{2}$, $c = 2$. **3.229.** а) $y = \frac{14}{5}x^2 - \frac{3}{5}x - \frac{67}{5}$; б) $y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{11}{3}$;

в) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$; г) $y = -5x^2 + 7x - 1$. **3.230.** $t \geq 1$. **3.231.** $a > \frac{5}{3}$.

3.232. $a > \frac{9}{7}$. **3.233.** $c = 11$. **3.234.** $c = 1$. **3.235.** $c = \frac{3}{4}$. **3.236.** $c = -\frac{35}{4}$.

3.237. $a = 2$. **3.238.** $a = -4$. **3.239.** а) $-12 < x < 11$; б) $x < \frac{2}{13}$; $x > 1$;

в) $\frac{1}{3} < x < 1\frac{2}{3}$; г) $-101 < x < 1$; д) $x < 1$; $x > 7$; е) $-\frac{20}{21} < x < 1$. **3.240.** а) $0 < x < \frac{4}{5}$;

б) $x < 0$; $x > \frac{1}{5}$; в) $-5 < x < 5$; г) $x < -0,1$; $x > 0,1$; д) $x < -\frac{1}{3}$; $x > \frac{1}{3}$;

е) $-\frac{2}{\sqrt{5}} < x < \frac{2}{\sqrt{5}}$; є) будь-яке число; ж) будь-яке число, крім $\sqrt{2}$.

3.241. а) $x < \frac{17-\sqrt{337}}{4}$; $x > \frac{17+\sqrt{337}}{4}$; б) не має розв'язку; в) будь-яке

число, крім $\frac{2}{5}$. **3.242.** а) $x < \frac{19-\sqrt{137}}{16}$; $x > \frac{19+\sqrt{137}}{16}$; б) $\frac{1-\sqrt{29}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{29}}{2}$;

в) будь-яке число, крім $\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\sqrt{5}$. 3.243. а) $\frac{19-\sqrt{221}}{14} < x < \frac{19+\sqrt{221}}{14}$;

б) $\frac{17-\sqrt{177}}{7} < x < \frac{17+\sqrt{177}}{7}$; в) не має розв'язку. 3.244. а) $-1; 1\frac{1}{2}$;

$-1 < x < 1\frac{1}{2}$; $x < -1$; $x > 1\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{3}; 1\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3} < x < 1\frac{1}{2}$; $x < \frac{2}{3}$; $x > 1\frac{1}{2}$;

в) рівняння коренів не має; нерівність виконується для будь-яких x ; не має розв'язку; г) рівняння коренів не має; розв'язку не має;

нерівність розв'язку не має. 3.245. $p < 2\frac{1}{8}$. 3.246. Для будь-яких p ,

крім $p = -2$. 3.247. а) $x \leq -1\frac{1}{2}$; $x > 3$; б) $-2\frac{1}{2} \leq x < 2\frac{1}{2}$; в) $x \geq 0$;

г) $x < -\frac{1}{9}$; $x > \frac{1}{9}$; д) $x < \frac{1}{5}$; $x > 1$; е) $x < 2$; $x > 7$; є) $x < 1$; $x > 49$.

3.249. а) Для $x = 2$ і $x = 22$ значення однакові; для $x < 2$ значення першого тричлена більші за значення другого; для $2 < x < 22$ значення

першого тричлена менші за значення другого тричлена; б) для $x = -1\frac{2}{3}$

і $x = 1$ значення однакові; для $-1\frac{2}{3} < x < 1$ значення першого тричлена

більші за значення другого; для $x < -1\frac{2}{3}$, $x > 1$ значення першого

тричлена менші за значення другого; в) для $x = -101$; $x = 1$; $x < -101$; $x > 1$; $-101 < x < 1$; г) для $x = -2$; $x = 3$; $x < -2$; $x > 3$; $-2 < x < 3$.

3.250. $b < 0$; $b \neq -1$. 3.251. $x^2 - 6x + 4$; безліч тричленів. 3.252. Безліч

тричленів. 3.253. $(0; -10,5)$, $(10; 0)$, $(-10,5; 0)$. 3.254. а) $x > \frac{7}{17}$; б) $x \leq 19$;

в) $x > 4$; г) $x > -7$; д) $x > 5$; е) $x < -1\frac{1}{3}$; є) $3 < x < 4$; ж) $-6 < x < -5$;

$5 < x < 6$; з) $-6 < x < 6$; і) $x > 5$; ї) $x \geq 100$. 3.256. $x = 3$; $y = 19$.

Вказівка. Звести рівняння до вигляду $(x^2 - x^3 + y)(x^2 + x^3 - y) = 17$

і врахувати, що права частина розкладається на два цілих додатних множники єдиним способом. Дістанемо систему двох рівнянь, з яких маємо множину пар чисел, що задовольняють дане рівняння.

3.257. а) Якщо x і y непарні числа або одне з них непарне, то в лівій частині матимемо непарне число, а в правій частині – парне.

Якщо $x = 2m$, а $y = 2n$, то дістанемо $2(4m^5 + n^3 - 3m^3n) = 1$, що

неможливо ні при яких цілих значеннях m і n . Рівняння не має цілих коренів. **3.258. Розв'язання.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{10}{xy}$. Частка буде найменшою, коли знаменник найбільший, а саме, коли $x = y = 5$.

Отже, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$. **3.263.** а) $0 < x < \frac{1}{3}$, $x > 1$; б) $x < -3$, $-1 < x < 2$;

в) $x < -1$, $1 < x \leq 3$; г) $0 < x < \frac{3}{2}$; д) $-3 < x < 0$, $x > 4$; е) $x < -1 - \sqrt{2}$,

$0 < x < \sqrt{2} - 1$, $x > 1$. **3.264.** а) $x < -1$; б) $-1 < x < 1$, $x > 4$; в) $x \leq \frac{3 - \sqrt{129}}{2}$;

$-4 < x < 3$; $x \geq \frac{3 + \sqrt{129}}{2}$; г) $-1 < x < \frac{1}{3}$; д) $x < -\frac{\sqrt{7}}{2}$, $-1 < x < \frac{\sqrt{7}}{2}$, $x > \frac{4}{3}$;

е) $-2 \leq x < \frac{3}{2}$; $x = 0$; є) $-1 \leq x \leq 0$, $x = 1$. **3.265.** а) $x < \frac{3}{2}$; $-1 < x < 1$; $x > \frac{3}{2}$;

б) $x \leq -1$; $1 < x < 2$; в) $x < -1 - \sqrt{2}$; $x > 1 + \sqrt{2}$; г) $x < 2$, $x > 3$; д) $x < -1$; $-1 < x \leq 0$;

е) $x \leq -3$; $-2 < x \leq \frac{5 - \sqrt{10}}{3}$; $1 < x < 2$; $x \geq \frac{5 + \sqrt{10}}{3}$. **3.266.** а) $x < -1 - \sqrt{7}$,

$x > -1 + \sqrt{7}$; б) $x < \frac{3 - \sqrt{57}}{4}$, $x > 2$; в) $x > 0$; г) $x < -1 - \sqrt{6}$, $x > -1$;

д) $x < -\sqrt{9,5}$, $-\sqrt{3,5} < x < \sqrt{3,5}$, $x > \sqrt{9,5}$; е) $x < 3 - \sqrt{13}$, $x > 3 - \sqrt{5}$;

є) $x < -\sqrt{2}$, $x > \sqrt{2}$. **3.268. Розв'язання.** Якщо n учнів, то кожен

одержав від 1 до $n-1$ листівок. Отже, всі n учнів не могли одержати різне число листівок, тобто принаймні два одержали

однакову кількість листівок. **3.271.** а) 0,99; б) $\frac{1}{40}$; в) 0,09;

г) $\frac{n}{m(m+n)}$. **3.272.** 4,3. **3.273. Розв'язання.** $x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 =$

$= \left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right)^2 - 2$. Звідси видно, що $x^4 + \frac{1}{x^4}$ — ціле число.

3.274. $\frac{4}{7}$. **Розв'язання.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{7-x} = \frac{7}{-x^2 + 7x}$; $\max(-x^2 + 7x) =$

$-(3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 = 3,5 \cdot 3,5 = 12,25$. **3.275.** 1089. **Вказівка.** Покажіть,

що шукане число має вигляд $\overline{16c9}$.

Розділ III. РІВНЯННЯ І СИСТЕМИ РІВНЯНЬ. НЕРІВНОСТІ ТА СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ

§ 1. РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

- 3.276. а) $x_1 \approx -10,55$; $x_2 \approx 0,86$; б) $x_1 \approx -0,78$; $x_2 \approx 3,22$; в) коренів немає; г) $\pm \frac{\sqrt{13}}{3}$; д) $-\frac{1}{2}$; 0. 3.277. а) $x_1 \approx -2,76$; $x_2 \approx 1,61$; б) $-1\frac{2}{3}$; в) $x_1 \approx 0,086$; $x_2 \approx 0,726$; г) $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$. 3.278. Вказівка. Скористатися тим, що $(x+1)^6 \geq 0$; $(x+2)^4 \geq 0$; $(x+3)^2 \geq 0$. 3.279. Вказівка. $4x^2 + 4x + 25y^2 + 10y + 3 = (2x+1)^2 + (5y+1)^2 + 1$. 3.280. Вказівка. Скористатися тим, що $x^{2n+1} < 0$ для $x < 0$, де n – натуральне число. 3.281. Вказівка. $p = 6n^2$, де n – ціле число. 3.282. 1; 4; 16; 64. 3.283. Для $a < \frac{1}{4}$. 3.284. Таких значень b не існує. 3.285. Коли a належить одному з проміжків $(-\infty; -1,4]$, $[1; \infty)$. 3.286. Коли p належить одному з проміжків $(-\infty; 1]$, $[3; \infty)$. 3.287. а) $p \leq \frac{14}{5}$; б) для будь-яких b ; в) $p > -6\frac{1}{4}$ і $p \neq 0$; г) $-\infty < p < -6\sqrt{5}$ або $6\sqrt{5} < p < \infty$. 3.288. а) Таких значень параметра p не існує; б) $0 \leq p < 4$; в) таких значень параметра не існує; г) значення b належать одному з проміжків $(-\infty; -\frac{4}{\sqrt{3}})$, $(\frac{4}{\sqrt{3}}; +\infty)$; д) $b = 0$. 3.289. а) 0; $-1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2}$; б) 0; в) 0; $-5 - \sqrt{30}$; $-5 + \sqrt{30}$; г) $\frac{1-\sqrt{21}}{5}$; $\frac{1+\sqrt{21}}{5}$; д) $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; е) -1 ; 1 ; 4 ; є) 1 ; $-\frac{\sqrt{6}}{6}$; $\frac{\sqrt{6}}{6}$; ж) -1 ; 1 ; 2 . 3.290. а) 0; $-\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{2}{\sqrt{3}}$; б) таких значень параметра p не існує; в) 0; $\frac{-3-2\sqrt{3}}{3}$; $\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$; г) -1 ; 1 ; $\frac{18-2\sqrt{31}}{5}$; $\frac{18+2\sqrt{31}}{5}$; д) 0; $-1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2}$. 3.291. а) -1 ; 1 ; -2 ; 2 ; б) -1 ; 1 ; в) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; -5 ; 5 ; г) -3 ; 3 ; -5 ; 5 ; д) -2 ; 2 ; -3 ; 3 ; е) -2 ; 6 ; 0 ; 4 ; є) 0; $1\frac{2}{3}$; $\frac{2}{3}$; 1 ; ж) $-3\frac{11}{14}$; $4\frac{3}{7}$. 3.292. а) -4 ; 2 ; $-1-2\sqrt{13}$; $-1+2\sqrt{13}$;

б) $\frac{-3-\sqrt{21}}{2}$; $\frac{-3+\sqrt{21}}{2}$; в) 1; $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$; г) -1; -2; 2; $\sqrt[3]{4}$;

д) -1; $-\frac{3}{5}$; е) $-\frac{1}{3}$; є) 3. **3.293.** а) $-1\frac{9}{38}$; $-\frac{45}{31}$; б) $\pm \frac{2 \pm \sqrt{3}}{1 - (2 \pm \sqrt{3})}$;

в) -1; 1; г) $-\frac{1}{2}$; д) 0; е) 3; $-\frac{1}{3}$. **3.294.** а) $\frac{7-\sqrt{89}}{2}$; $\frac{7+\sqrt{89}}{2}$; 2; 5;

б) $-2\frac{2}{3}$; 1; -1; $-\frac{2}{3}$; в) -1; 1; г) $-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$; -1; 1; д) 0; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$;

е) 0; $\frac{17-\sqrt{33}}{16}$; $\frac{17+\sqrt{33}}{16}$; є) коренів немає; ж) коренів немає; з) -2; и) 0; 4;

і) 1; 2; 3; ї) для $b \leq 0$ коренів немає, для $b > 0$ $-2\sqrt{b}$; $2\sqrt{b}$, для $b = 4$ розв'язком буде будь-яке $x \neq 0$. **3.295.** Вказівка. Скористатися співвідношенням $x^3 + ax^2 + b = (-x)^3 + a(-x)^2 + b$. **3.297.** а) Розв'язків немає; б) -2; 0; -1; в) (7; 6). **3.298.** Найменше значення 8 для $x=1$; $y=-1$.

Вказівка. Даний вираз подати у вигляді $\frac{32}{(x+y)^2 + (x-1)^2 + 4}$.

3.299. а) Осі координат; б) точка (0; 0); в) дві прямі $y = x$; $y = -x$; г) дві прямі $y = \frac{1}{2}x$; $y = -\frac{1}{2}x$; д) дві прямі $x = -1$; $y = x$; е) дві прямі

$x = 4$; $y = 3$; є) дві прямі $y = -x$; $y = -\frac{1}{2}x$; ж) точка (0; 0); з) осі координат; и) три прямі $x = -1$; $x = 1$; $y = x$; і) три прямі $x = 1$; $x = -3$; $y = 1$; ї) дві прямі $y = -1$; $y = -4x$; й) чотири прямі $x = 0$; $x = -1$; $x = 1$; $y = 3$; к) чотири прямі $x = -3$; $x = 3$; $y = -2$; $y = 2$.

3.301. в) Пряма $y = 0$ і парабола $y = x^4$; г) дві прямі $x = 0$; $x = 1$.

3.302. а) $\pm\sqrt{5}$; -1; б) ± 8 ; 1; в) $\pm\sqrt{3}$; $-\frac{1}{7}$; г) $\frac{1}{4}$; д) 1; е) 1.

3.303. а) 1; $\frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{3+4\sqrt{6}}}{2\sqrt{3}}$; б) 1; $\frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6}$; в) 1; $\frac{7 \pm \sqrt{77}}{2}$; г) 1; $\frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$;

д) -4; -1; е) -3; $-\sqrt[3]{2}$; є) -1; 10. **3.304.** а) -1; б) -1; $3 \pm \sqrt{8}$; в) -1; г) -1; $\frac{1}{2}$; 2. **3.305.** а) -4; 0; 5; $6 \pm \sqrt{3}$; б) $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$; в) -6; 3; г) 1; 7;

д) -3; -2; 1; 2. **3.306.** а) -1; $\frac{19 \pm \sqrt{325}}{6}$; б) -1; в) -1; 1; 2; 3.

3.307. а) $\frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$; -2; $\frac{3}{2}$; б) $-3 \pm 3\sqrt{2}$; -3; 1; в) $\frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$; $\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$;
г) $\frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$; $\frac{5 \pm \sqrt{45}}{2}$; д) $7 \pm \sqrt{10}$; е) -10; 1. 3.308. а) -1; 2; б) 2; 3;

в) $-\frac{2-\sqrt{34}}{3}$; 2; $\frac{10}{3}$; г) 3; д) $\frac{-7-\sqrt{133}}{2}$; $\frac{3+\sqrt{45}}{2}$; е) 5. 3.309. а) -4; 0; 5; 7;
б) 2; 3; в) -2; $-\sqrt[3]{4}$; г) 2; $-\sqrt[3]{6}$; д) $\pm b^2$; ± 2 ; е) $-2b^2$, -5; $2b^2$, 5;
є) $-a$; 4; ж) $-2a$; -3. 3.310. а) 1; б) -5; в) $\pm\sqrt{3}$; 2; г) -0,2.

Вказівка. Запишіть рівняння у такому вигляді: $(4x)^3 + (x+1)^3 = 0$.
Звідси $4x = -x-1$; д) 0,1. *Вказівка.* Запишіть рівняння у такому
вигляді: $(9x)^3 + (x-1)^3 = 0$. Звідси $9x = -x+1$; е) 0,5; є) $2; \frac{7+\sqrt{33}}{2}$;

ж) -1; 2; 4. 3.311. а) $1; \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$; б) -1; $\frac{7 \pm \sqrt{24}}{5}$; в) $\frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$; $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$;
г) -2; ± 1 ; $\frac{1}{2}$; д) $3 \pm 2\sqrt{2}$; $2 \pm \sqrt{3}$; е) -1; 1; 2; 3; є) $\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$; 1; 2.

3.312. а) 1; 2. *Вказівка.* У лівій частині рівняння поділіть чисельники
і знаменники на x і введіть нову змінну $y = x + \frac{2}{x}$; б) $-\frac{35}{14}$; -2; в) 1; 4;

г) -2; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; 2. 3.313. а) -1; 0; б) 2; в) $-\frac{2}{3}$; 3; $\frac{13 \pm \sqrt{241}}{18}$; г) 0.

3.314. а) -8; $\frac{-5 \pm \sqrt{41}}{2}$; 3; б) -3; $\frac{3 \pm \sqrt{129}}{6}$; 4; в) $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{4}$; г) $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$; $\frac{1}{2}$; 2;
д) $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$; -1; 3; е) $-\frac{2}{3}$; 1. 3.315. а) -4,5; б) 9; в) 5; 10; г) 2; -9;

д) $-\frac{27}{2}$; 3; е) -25; є) 10. 3.316. а) -1; б) -4; -2; 0; 2; в) 6; г) 6;

д) $-\frac{33}{8}$; 3. 3.317. а) -2; $1 \pm \sqrt{\frac{5}{13}}$; 4; б) -5; 1; в) $\frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$; $-\frac{1}{3}$; 3;

г) $\frac{-9 \pm \sqrt{65}}{8}$; $\frac{1}{4}$; 1; д) $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$; $2 \pm \sqrt{2}$. 3.318. -4; -1; 2 для $a = -8$. *Вказівка.*

Позначте корені через x_1, x_2, x_3 , а знаменник прогресії – через q .

§ 2. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ

3.319. а) $x=3, y=2$; б) $x_1=-5, y_1=2; x_2=12, y_2=19$; в) $x_1=15,$
 $y_1=10; x_2=5, y_2=30$; г) $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{3}$; д) $x_1=2, y_1=3; x_2=\frac{24}{5}, y_2=\frac{8}{5}$;

е) $x_1 = \frac{1}{3}, y_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 2, y_2 = -2$; е) $x_1 = 4, y_1 = 2; x_2 = \frac{16}{3}, y_2 = 0$;
 ж) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{2}{3}$. **3.320.** а) $x_1 = 7, y_1 = 1; x_2 = 3, y_2 = -3$; в) $x_1 = 2, y_1 = 3$;
 $x_2 = -3\frac{37}{43}, y_2 = -\frac{39}{43}$; г) $x_1 = 1, y_1 = 1; x_2 = \frac{35}{11}, y_2 = -\frac{25}{11}$; д) $x_1 = 9, y_1 = 7$;
 $x_2 = -3, y_2 = -5$; е) $x_1 = 6, y_1 = -2; x_2 = -6, y_2 = 10$; е) $x_1 = 2, y_1 = 3$;
 $x_2 = 1\frac{9}{41}, y_2 = 3\frac{32}{41}$. **3.322.** а) $x_1 = 7, y_1 = 9; x_2 = 5, y_2 = 7$; б) $x_1 = 0$,
 $y_1 = -\frac{13}{3}; x_2 = 4, y_2 = 1$; в) $x_1 = 3, y_1 = -2; x_2 = -9, y_2 = 6$; г) $x_1 = 2$,
 $y_1 = -2; x_2 = \frac{2}{3}, y_2 = -\frac{10}{3}$. **3.323.** а) $x_1 = 7, y_1 = 3; x_2 = \frac{55}{6}, y_2 = \frac{14}{9}$; б) $x_1 = 5$,
 $y_1 = -2; x_2 = \frac{9}{7}, y_2 = \frac{12}{7}$; в) $x_1 = \frac{2}{3}, y_1 = \frac{1}{5}; x_2 = -\frac{1}{2}, y_2 = -\frac{1}{2}$; г) $x_1 = 0$,
 $y_1 = 2; x_2 = \frac{71}{99}, y_2 = -\frac{86}{99}$. **3.324.** а) $x_1 = 3a, y_1 = 2a; x_2 = 2a, y_2 = 3a$;
 б) $x_1 = 3a, y_1 = -a; x_2 = -a, y_2 = 3a$; в) $x_1 = a, y_1 = \frac{a}{6}; x_2 = \frac{a}{9}, y_2 = -\frac{13a}{18}$.
3.325. а) $x_1 = 3, y_1 = 4; x_2 = -\frac{8}{3}, y_2 = \frac{2}{9}$; б) $x_1 = -1, y_1 = 2; x_2 = -\frac{52}{15}$,
 $y_2 = -\frac{17}{10}$; в) $x_1 = 3, y_1 = -2; x_2 = \frac{6}{5}, y_2 = -\frac{1}{5}$; г) $x_1 = \frac{1}{2}, y_1 = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{43}{49}$,
 $y_2 = \frac{4}{49}$. **3.326.** а) $x_1 = 5, y_1 = 2; x_2 = 2, y_2 = 5$; б) $x_1 = -6, y_1 = -4; x_2 = -4$,
 $y_2 = -6$; в) $x_1 = -4, y_1 = 2; x_2 = -2, y_2 = 4$; г) $x_1 = 2, y_1 = 4; x_2 = 4, y_2 = 2$.
3.327. а) $x_1 = -3, y_1 = -3; x_2 = 2, y_2 = 2$; б) $x_1 = -1, y_1 = -1; x_2 = 1, y_2 = 1$;
 в) $x_1 = 3, y_1 = 1; x_2 = \frac{2}{3}, y_2 = -\frac{4}{3}$; г) $x_1 = -2, y_1 = 2; x_2 = \frac{206}{37}, y_2 = \frac{319}{37}$.
3.328. а) $x_1 = -3, y_1 = 6; x_2 = 6, y_2 = -3$; б) $x_1 = -7, y_1 = -2; x_2 = -2, y_2 = -7$;
 в) $x_1 = a, y_1 = -2a; x_2 = -2a, y_2 = a$; д) $x_1 = 5m, y_1 = -m; x_2 = m, y_2 = -5m$;
 е) $x_1 = a-b, y_1 = a+b; x_2 = a+b, y_2 = a-b$. **3.329.** а) $x_1 = -1, y_1 = 1; x_2 = 1, y_2 = -1$;
 б) $x_1 = 4, y_1 = 3; x_2 = 3, y_2 = 4$; в) $x_1 = -4, y_1 = -2; x_2 = -2, y_2 = -4$; г) $x_1 = 10$,
 $y_1 = 4; x_2 = 4, y_2 = 10$; д) $x_1 = \frac{a}{2}, y_1 = \frac{a}{4}; x_2 = \frac{a}{4}, y_2 = \frac{a}{2}$; е) $x_1 = m-1, y_1 = m+1$;
 $x_2 = m+1, y_2 = m-1$; е) $x_1 = \sqrt{3}a, y_1 = \sqrt{3}a; x_2 = -\sqrt{3}a$,

$y_2 = -\sqrt{3}a$; ж) $x_1 = 2m$, $y_1 = \frac{1}{2}n$; $x_2 = \frac{1}{2}n$, $y_2 = 2m$ **3.330.** а) $x_1 = -3$, $y_1 = -4$;
 $x_2 = 3$, $y_2 = 4$; $x_3 = -4$, $y_3 = -3$; $x_4 = 4$, $y_4 = 3$; б) $x_1 = -\frac{1}{2}$, $y_1 = -\frac{1}{4}$; $x_2 = -\frac{1}{4}$,
 $y_2 = -\frac{1}{2}$; в) $x_1 = 4$, $y_1 = 3$; $x_2 = -4$, $y_2 = -3$. **3.331.** б) $x_1 = y_1 = 1$,
 $x_2 = y_2 = -6$, $x_{3,4} = \frac{15 \pm \sqrt{249}}{2}$, $y_{3,4} = \frac{-45 \pm \sqrt{249}}{2}$; в) $x_1 = 2$, $y_1 = -1$; $x_2 = -1$,
 $y_2 = 2$; г) $x_1 = 1$, $y_1 = 2$; $x_2 = -1$, $y_2 = 6$; $x_3 = \sqrt{2}$, $y_3 = 4 - \sqrt{2}$; $x_4 = -\sqrt{2}$,
 $y_4 = 4 + \sqrt{2}$; д) $x_1 = 7$, $y_1 = 3$; $x_2 = -7$, $y_2 = -3$; е) $x_1 = 2$, $y_1 = 6$; $x_2 = 1$, $y_2 = 3$;
е) $x_1 = 5$, $y_1 = 1$; $x_2 = -1$, $y_2 = -5$; ж) $x_1 = 1$, $y_1 = -5$; $x_2 = 5$, $y_2 = -1$; з) $x_1 = 1$,
 $y_1 = -2$; $x_2 = -2$, $y_2 = 1$; и) $x_1 = 4$, $y_1 = 3$; $x_2 = 3$, $y_2 = 4$. **3.332.** а) $x_1 = 1$, $y_1 = \frac{1}{2}$;
б) $x = 5$, $y = 7$; в) $x_1 = 1$, $y_1 = 2$; $x_2 = -4$, $y_2 = \frac{1}{3}$; г) $x_1 = 2$, $y_1 = 1$; $x_2 = -2$,
 $y_2 = -1$; $x_3 = 2$, $y_3 = -1$; $x_4 = -2$, $y_4 = 1$; д) $x_1 = 2$, $y_1 = 1$; $x_2 = -2$, $y_2 = -1$;
 $x_3 = \sqrt{6}$, $y_3 = \sqrt{\frac{2}{3}}$; $x_4 = -\sqrt{6}$, $y_4 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$; е) $x = 2$, $y = 3$; е) $x_1 = \sqrt{2}$, $y_1 = 2\sqrt{2}$;
 $x_2 = -\sqrt{2}$, $y_2 = -2\sqrt{2}$; ж) $x = 3$, $y = 2$; з) $x_1 = 2$, $y_1 = 3$; $x_2 = 3$, $y_2 = 2$;
и) $x = 1$, $y = 0$; и) $x_1 = -1$, $y_1 = 0$; $x_2 = 1$, $y_2 = 0$; $x_3 = 2$, $y_3 = -1$; $x_4 = 2$, $y_4 = 1$;
 $x_5 = 3$, $y_5 = -2$; $x_6 = 3$, $y_6 = 2$; и) $x_1 = 1$, $y_1 = 2$; $x_2 = 2$, $y_2 = 1$; й) $x_1 = -3$, $y_1 = -4$;
 $x_2 = -5$, $y_2 = -2$; $x_3 = 3$, $y_3 = 2$; $x_4 = 4$, $y_4 = 1$. **3.334.** а) $x = 4$, $y = 6$;
б) $x_1 = -2$, $y_1 = -1$; $x_2 = 2$, $y_2 = 1$; $x_3 = -2$, $y_3 = 1$; $x_4 = 2$, $y_4 = -1$;
в) $x_1 = 6$, $y_1 = 4$; $x_2 = 4$, $y_2 = 6$; г) $x = -2$, $y = 2$; д) $x_1 = 1$, $y_1 = 1$;
 $x_2 = -1$, $y_2 = 1$; $x_3 = 1$, $y_3 = -1$; $x_4 = -1$, $y_4 = -1$; е) $x_1 = 1$, $y_1 = 2$; $x_2 = 1$,
 $y_2 = -2$; е) $x_1 = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $y_1 = \frac{\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2}$, $y_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2}$; ж) $x_1 = 4$, $y_1 = 2$; $x_2 = 4$,
 $y_2 = -2$; $x_3 = -4$, $y_3 = -2$; $x_4 = -4$, $y_4 = 2$. **3.335.** а) $x_1 = 4$, $y_1 = 1$; $x_2 = 4$,
 $y_2 = -1$; $x_3 = 1$, $y_3 = 2$; $x_4 = 1$, $y_4 = -2$; б) $x_1 = 2$, $y_1 = 1$; $x_2 = -2$, $y_2 = -1$;
в) $x_1 = 0$, $y_1 = 1$; $x_2 = -3$, $y_2 = 1$; г) $x_1 = 1$, $y_1 = 2$; $x_2 = -\frac{3}{4}$, $y_2 = -\frac{3}{2}$;
д) $x_1 = 1$, $y_1 = 1$; $x_2 = -1$, $y_2 = 1$; $x_3 = 1$, $y_3 = -1$; $x_4 = -1$, $y_4 = -1$;
е) $x = -1$, $y = -1$; е) $x_1 = 3$, $y_1 = 1$; $x_2 = -3$, $y_2 = -1$; $x_3 = 1$, $y_3 = 3$;
 $x_4 = -1$, $y_4 = -3$; ж) $x_1 = 5$, $y_1 = 1$; $x_2 = -1$, $y_2 = -5$; з) $x_1 = 0$, $y_1 = 0$; $x_2 = 2$, $y_2 = 1$

$$x_3 = -2, \quad y_3 = -1; \quad x_4 = \frac{5\sqrt{13}}{13}, \quad y_4 = \frac{\sqrt{13}}{13}; \quad x_5 = -\frac{5\sqrt{13}}{13}, \quad y_5 = -\frac{\sqrt{13}}{13}; \quad \text{и) } x_1 = -4,$$

$$y_1 = 4,8; \quad x_2 = 3, \quad y_2 = 0,6. \quad \mathbf{3.336.} \quad \text{а) } (1; 2); \quad \text{б) } \left(\frac{15}{2}; \frac{1}{2}\right); \quad x_1 = -2;$$

$$y_1 = 0; \quad x_2 = 3; \quad y_2 = 5; \quad x_3 = \frac{5}{2}; \quad y_3 = -\frac{9}{2}. \quad \text{Вказівка. Перше рівняння}$$

системи розв'язати як квадратне відносно $x + y$, а друге – як квадратне відносно $x - y$. В результаті матимемо сукупність чотирьох систем лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = 7; \end{cases} \begin{cases} x + y = -2, \\ x - y = -2; \end{cases} \begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = -2; \end{cases} \begin{cases} x + y = -2, \\ x - y = 7; \end{cases}$$

в) $x_1 = 2; \quad y_1 = 1; \quad x_2 = -2; \quad y_2 = -1$. Вказівка. Помножити перше рівняння на 3 і відняти його від другого. В результаті матимемо квадратне

$$\text{рівняння відносно } xy; \quad \text{г) } x_1 = 2; \quad y_1 = 3; \quad x_2 = -\frac{12}{5}; \quad y_2 = -\frac{18}{5}. \quad \text{Вказівка.}$$

В лівій частині першого рівняння винести за дужки x , а в другому – y і розділити перше рівняння на друге або навпаки – друге на перше.

Тоді матимемо $x = \frac{2}{3}y$ (або $y = \frac{3}{2}x$). Підставивши ці значення в одне

з рівнянь, знайдемо спочатку розв'язки відносно одного невідомого

$$(\text{змінної}), \quad \text{а потім – другого; д) } x_1 = -1; \quad y_1 = 0; \quad x_2 = \frac{2}{7}; \quad y_2 = \frac{9}{7};$$

$$x_3 = \frac{2}{7}; \quad y_3 = -\frac{9}{7}. \quad \text{Вказівка. Перше рівняння записати в такому вигляді:}$$

$$y^2 = (x+1)^2. \quad \text{Звідси } y = x+1 \text{ для } x \geq -1 \text{ або } y = -x-1 \text{ для } x < -1.$$

Тепер по черзі значення y підставити в друге рівняння і розв'язати сукупність двох квадратних рівнянь відносно x ; е) $x_1 = 1; \quad y_1 = 1;$

$$x_2 = 1; \quad y_2 = -1; \quad x_3 = -1; \quad y_3 = 1; \quad x_4 = -1; \quad y_4 = -1. \quad \text{Вказівка. Позначити}$$

$$\frac{3x+2y}{3x-2y} = z. \quad \text{Тоді } \frac{3x-2y}{3x+2y} = \frac{1}{z}. \quad \text{В результаті матимемо квадратне}$$

рівняння відносно z . Розв'язавши його, матимемо можливість виразити y через x і підставити його у друге рівняння; є) $x_1 = 2; \quad y_1 = 1;$

$$x_2 = -2; \quad y_2 = -1; \quad x_3 = -3\sqrt{\frac{3}{13}}; \quad y_3 = \sqrt{\frac{3}{13}}; \quad x_4 = 3\sqrt{\frac{3}{13}}; \quad y_4 = -\sqrt{\frac{3}{13}}.$$

Вказівка. Помножити перше рівняння на 2 і відняти його від другого. В результаті матимемо однорідне рівняння відносно x і y ;

ж) $x_1 = -2, 2$; $y_1 = -0, 4$; $x_2 = -1$; $y_2 = 2$; $x_3 = 2$; $y_3 = 1$; $x_4 = 2, 2$; $y_4 = 0, 4$.

Вказівка. Розв'язати перше рівняння відносно x . В результаті дістанемо $x = 3y - 1$ або $x = 3 - 2y$. Розв'язування системи рівнянь зводиться до розв'язування сукупності двох рівнянь

$$\begin{cases} x = 3y - 1, \\ x^2 + y^2 = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 - 2y, \\ x^2 + y^2 = 5; \end{cases}$$

з) $x_1 = 1$; $y_1 = 2$; $x_2 = 3$; $y_2 = 1$. **3.337.** а) $x_1 = 0$, $y_1 = 0$; $x_2 = -\frac{1}{2}$, $y_2 = 0$;

$x_3 = -\frac{1}{4}$, $y_3 = \frac{1}{2}$; $x_4 = -\frac{1}{4}$, $y_4 = -\frac{1}{2}$; б) $x_{1,2} = \frac{1}{2}$, $y_{1,2} = \pm\sqrt{2}$; в) $x_1 = -\frac{1}{2}$, $y_1 = \frac{9}{4}$;

$x_2 = 2$, $y_2 = y$, де y — будь-яке дійсне число. *Вказівка.* Відняти від першого

рівняння друге; г) $x_{1,2} = \pm 3$, $y_{1,2} = \pm 4$; $x_{3,4} = \pm 4$, $y_{3,4} = \pm 3$. *Вказівка.*

Помножити друге рівняння на 2 і відняти його від першого. Дістанемо однорідне рівняння відносно x і y :

$$\begin{cases} x^2 - \frac{25}{12}xy - y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases}$$

д) $x_1 = 0$, $y_1 = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$; $x_2 = 1$, $y_2 = 1$; $x_3 = -1$, $y_3 = -1$; е) $x = -1$, $y = 1$.

Вказівка. З першого рівняння $y^2 = \frac{2x}{1+x^2} \leq 1 \quad \forall x \in R$. Тоді $-1 \leq y \leq 1$.

Із другого рівняння системи $y \leq -1$; є) $x_1 = -\frac{3}{2}$; $y_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -1$; $y_2 = -1$.

Вказівка. Записати перше рівняння у вигляді $(x+3y)(x-y) = 0$;

ж) $x_1 = 0$, $y_1 = 0$; $x_2 = -\frac{1}{2}$, $y_2 = 0$; $x_3 = -\frac{1}{4}$, $y_3 = \frac{1}{2}$; $x_4 = -\frac{1}{4}$, $y_4 = -\frac{1}{2}$;

з) $x_1 = 3$, $y_1 = 0$; $x_2 = -\frac{1}{3}$, $y_2 = -\frac{5}{3}$; и) $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $y_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$,

$y_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$; $x_3 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, $y_3 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$; $x_4 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}y$, $y_4 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$;

і) $x_1 = 1$; $y_1 = 5$; $x_2 = 5$; $y_2 = 1$; $x_3 = 2$; $y_3 = 3$; $x_4 = 3$; $y_4 = 2$. **3.338.** а) $x_1 = 3$,

$y_1 = 4$, $z_1 = 5$; $x_2 = -3$, $y_2 = -4$, $z_2 = -5$; б) $x_1 = \frac{1}{2}$, $y_1 = \frac{1}{3}$, $z_1 = \frac{1}{4}$; $x_2 = -\frac{1}{2}$,

$y_2 = -\frac{1}{3}$, $z_2 = -\frac{1}{4}$; в) $x_1 = 5$, $y_1 = 7$, $z_1 = 1$; $x_2 = -5$, $y_2 = -7$, $z_2 = -1$; г) $x_1 = 2$, $y_1 = \frac{1}{2}$,

$z_1 = 8$; е) $x_1 = \frac{1}{2}$, $y_1 = \frac{1}{4}$, $z_1 = 1$; $x_2 = 1$, $y_2 = \frac{3}{4}$, $z_2 = \frac{1}{2}$; ж) $x_1 = 4$, $y_1 = -2$, $z_1 = -3$;

$$x_2 = -1, y_2 = 3, z_2 = -8; \text{ з) } x_1 = \frac{1}{2}, y_1 = \frac{1}{3}, z_1 = \frac{1}{5}; x_2 = \frac{7}{6}, y_2 = \frac{1}{7}, z_2 = \frac{7}{15}.$$

3.339. а) $x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = 5, y_2 = -3$. *Вказівка.* З першого рівняння випливає, що $x^2 - y^2 = 16$; б) $x = -\frac{7}{10}, y = -\frac{63}{40}$. *Вказівка.*

Помножити перше рівняння на 8, а друге – на -3 і додати їх. Дістанемо $3x - 4\sqrt{xy} - 4y = 0, x = 4y > 0$ або $x = \frac{4}{9}y < 0$; в) система

не має розв'язку. *Вказівка.* Перше рівняння записати у вигляді $\left(x - \frac{1}{2} - y\right)\left(x - \frac{1}{2} + y\right) = 0$; г) $x_1 = 1, y_1 = 8; x_2 = 8, y_2 = 1$; д) $x_1 = 8,$

$y_1 = 1; x_2 = 1, y_2 = 8$; е) $x = y = -9$. *Вказівка.* Друге рівняння

однорідне. Тому $\left(\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^2 + 4\sqrt{\frac{x}{y}} + 3 = 0$ для $y > 0$ і $\left(\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^2 - 4\sqrt{\frac{x}{y}} + 3 = 0$

для $y < 0$. Звідси $x = 9y$ або $x = y$. Потім підставляємо ці значення у перше

рівняння. **3.340.** а) $x = 3; y = \frac{3}{2}$; б) $x = \frac{25}{3}; y = \frac{16}{3}$; в) $x = 8; y = -1$.

Вказівка. З першого рівняння $\sqrt{x-y} \leq 3$, а з другого рівняння $x - y - 9 \geq 0, x - y \geq 9, \sqrt{x-y} \geq 3$. Отже, $x - y = 9$; г) $x_1 = 9, y_1 = 4;$

$x_2 = 4, y_2 = 9$; д) $x_1 = 4, y_1 = 2; x_2 = \frac{4}{3}, y_2 = -\frac{2}{3}$; е) $x = 0, y = 0$;

є) $x_1 = 1, y_1 = 1; x_2 = \frac{5}{2}, y_2 = -2$. *Вказівка.* Система рівносильна

системі $\begin{cases} u+v=3, \\ uv=2, \end{cases}$ де $u=\sqrt{2x-1}, u=\sqrt{y+3}$; ж) $x=0, y=0$; з) $x=1, y=3$;

и) $x=41, y=40$; і) $x=-4, y=6$; ї) $x=y=\frac{a^2-2ab+b^2-2a-2b+1}{4}$ для

$a-b \geq 1$. Для інших a і b розв'язків немає. **3.341.** а) $x_1=1, y_1=1, z_1=1;$

$x_2=-1, y_2=-1, z_2=-1; x_3=\sqrt{2}, y_3=0, z_3=\sqrt{2}; x_4=-\sqrt{2}, y_4=0, z_4=-\sqrt{2};$

$x_5=\sqrt{2}, y_5=\sqrt{2}, z_5=0, x_6=-\sqrt{2}, y_6=-\sqrt{2}, z_6=0; x_7=0, y_7=\sqrt{2}, z_7=\sqrt{2};$

$x_8=0, y_8=-\sqrt{2}, z_8=-\sqrt{2}$. *Розв'язання.* Запишемо систему

$$\begin{cases} (x-z)(x+y-z)=0, \\ (y-x)(x+y-z)=0, \\ xz+y^2=2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-z=0, \\ y-x=0, \\ xz+y^2=2; \end{cases} \\ \begin{cases} x-z=0, \\ x+y-z=0, \\ xz+y^2=2; \end{cases} \\ \begin{cases} x-y+z=0, \\ y-x=0, \\ xz+y^2=2; \end{cases} \\ \begin{cases} x-y+z=0, \\ x+y-z=0, \\ xz+y^2=2; \end{cases} \end{cases}$$

б) $x_1=0, y_1=0, z_1=0, x_2=\sqrt{2}, y_2=\sqrt{2}, z_2=0, x_3=-\sqrt{2}, y_3=-\sqrt{2}, z_3=0, x_4=0, y_4=\sqrt{2}, z_4=\sqrt{2}, x_5=0, y_5=-\sqrt{2}, z_5=-\sqrt{2}, x_6=\sqrt{2}, y_6=0, z_6=\sqrt{2}, x_7=-\sqrt{2}, y_7=0, z_7=-\sqrt{2}$. Розв'язання. Додавши попарно рівняння, дістанемо систему

$$\begin{cases} x(z^2 + xy - 2) = 0, \\ y(x^2 + yz - 2) = 0, \\ z(y^2 + xz - 2) = 0, \end{cases}$$

яка рівносильна сукупності восьми систем

$$\begin{cases} x=0, \\ y=0, \\ z=0; \end{cases} \begin{cases} x=0, \\ y=0, \\ y^2+xz-2=0; \end{cases} \begin{cases} x=0, \\ x^2+yz-2=0, \\ z=0; \end{cases} \begin{cases} x^2+yz-2=0, \\ y=0, \\ z=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} z^2-xy-2=0, \\ y=0, \\ z=0; \end{cases} \begin{cases} x=0, \\ x^2+yz-2=0, \\ y^2+xz-2=0; \end{cases} \begin{cases} z^2+yz-2=0, \\ y=0, \\ y^2+xz-2=0; \end{cases} \begin{cases} z^2+xy-2=0, \\ x^2+yz-2=0, \\ y^2+xz-2=0; \end{cases}$$

в) $x=-1, y=-1, z=-1$. Вказівка. Додавши всі три рівняння, дістанемо $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0$; г) Розв'язання. Запишемо систему у вигляді

$$\begin{cases} a(x+y+z) = x(y+z), \\ b(x+y+z) = y(x+z), \\ c(x+y+z) = z(x+y). \end{cases}$$

Відніmemo від першого рівняння друге і порівняємо з третім. Дістанемо

$$c(x-y) = (a-b)(x+y), \text{ звідки } y = x \frac{c+b-a}{a+c-b}. \text{ Аналогічно } z = x \frac{b-a+c}{a-c+b}.$$

Підставляючи y і z в перше рівняння системи, дістанемо

$$x = \frac{2(ab+ac+bc)-a^2-b^2-c^2}{2(b+c-a)}. \text{ Аналогічно } y = \frac{2(ab+ac+bc)-a^2-b^2-c^2}{2(a+c-b)},$$

$$z = \frac{2(ab+ac+bc)-a^2-b^2-c^2}{2(a+b-c)}; \text{ д) } x=1, y=2, z=3. \text{ Вказівка. Позначити}$$

$$u = \frac{1}{x+y}, v = \frac{1}{x+z}, t = \frac{1}{y+z}; \text{ є) } x_1=1, y_1=1, z_1=1; x_2 = \frac{-5 \pm \sqrt{11}}{2},$$

$$y_2 = \frac{10 \pm \sqrt{11}}{2}, z_2 = \frac{4 \pm \sqrt{11}}{2}; \text{ ж) } x_1=1, y_1=0, z_1=-\frac{1}{2}; x_2=-1, y_2=0, z_2=\frac{1}{2};$$

$$\text{з) } x_1=1, y_1=2, z_1=5; x_2=-1, y_2=2, z_2=-5; x_3=-1, y_3=-2, z_3=5;$$

$$x_4=0, y_4=0, z_4=0; \text{ и) } x_1=2, y_1=-\frac{1}{2}, z_1=4; x_2=-2, y_2=\frac{1}{2}, z_2=-4;$$

$$x_3=\frac{\sqrt{2}}{2}, y_3=\sqrt{2}, z_3=2\sqrt{2}; x_4=-\frac{\sqrt{2}}{2}, y_4=-\sqrt{2}, z_4=-2\sqrt{2}; \text{ і) } x_1=0,$$

$$y_1=0, z_1=0; x_2=-\frac{1}{2}, y_2=-1, z_2=2; \text{ ї) } x_1=3, y_1=1, z_1=-2;$$

$$x_2=-5, y_2=-3, z_2=0; \text{ й) } x_1=0, y_1=0, z_1=0; x_2=-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}, y_2=-2\sqrt[3]{\frac{1}{2}}, z_2=\sqrt[3]{\frac{1}{2}};$$

$$x_3=\sqrt[3]{\frac{32}{35}}, y_3=\frac{7}{4}\sqrt[3]{\frac{32}{35}}, z_3=-\frac{5}{4}\sqrt[3]{\frac{32}{35}}; \text{ к) } x_1=0, y, \text{ де } y - \text{ будь-яке дійсне}$$

число, $z_1=0$. Вказівка. Тривіальним розв'язком є $x_1=0, y_1=0, z_1=0$;

$$x_2=-\frac{1}{2}, y_2=-1, z_2=1; \text{ Нехай тепер } x \neq 0. \text{ Помножимо перше рівняння}$$

на $\frac{z}{x^3}$, а третє – на $\frac{1}{x^2}$. Матимемо

$$\frac{2z^3}{x^3} - \frac{z^2}{x^2} + 5\frac{y^2}{x^2} = 0,$$

$$\frac{z^2}{x^2} - 2 - 2\frac{y^2}{x^2}z = 18y.$$

Додавши їх, дістанемо $2\frac{z^3}{x^3} - 2 = 18y, t^3 - 1 = 9y, t = \frac{z}{x}$. Друге

рівняння системи помножимо на $\frac{3}{x^2}$, матимемо $3\frac{z}{x} - \frac{3z^2}{x^2} + 9y = 27y^3$.

Або $3t - 3t^2 + 9y = 27y^3$. Додаємо до нього рівняння $t^3 - 1 = 9y$. Тоді отримаємо $(t-1)^3 = 27y^3$; л) $x_1 = -1, y_1 = -2, z_1 = -3; x_2 = 1, y_2 = 2, z_2 = 3$.

3.342. а) *Розв'язання.* Додавши всі чотири рівняння, дістанемо $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (u-1)^2 + (v-1)^2 = 0$. А це можливо лише тоді,

коли $x = y = u = v = 1$; б) $x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 0; x_2 = 0, y_2 = -1, z_2 = 1$;

в) $x_1 = 3, y_1 = 3, z_1 = 3; x_2 = -3, y_2 = -3, z_2 = -3$; г) $x_1 = x, y_1 = y, z_1 = 0$,

$x \in R, y \in Z; x_2 = 1, y_2 = 2, z_2 = 3$; д) *Розв'язання.* Оскільки для

додатних x $x + \frac{1}{x} \geq 2$, то $1 < n \leq 3$. Для $n = 3$ матимемо $x_1 + \frac{1}{x_1} + x_2 +$

$+\frac{1}{x_2} + x_3 + \frac{1}{x_3} = 6$ для $x_1 = x_2 = x_3 = 1$. Якщо $n = 2$, то $x_1 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$;

е) 1) $x = w = 0, y_{1,2} = z_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 + 1}$; 2) $x_{1,2} = w_{1,2} = \pm \sqrt{a^2 + 1}, y = z = -a$;

є) *Розв'язання.* Додавши перше і третє рівняння з подвоєним другим, матимемо $2x^2 + 2y^2 + 8z^2 + 4xy + 8xz + 8yz = 0$. Скоротивши

на 2, дістанемо $(x + y + 2z)^2 = 0$. Звідси $z = -\frac{1}{2}(x + y)$. Віднявши від

другого рівняння системи третє, матимемо $x^2 + 4xz - y^2 - 8yz = 0$.

Підставимо в нього знайдене значення z : $x^2 - 2x(x + y) - y^2 + 4y(x + y) = 0$,

$x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$. $x = y \pm 2y, x = -y$ або $x = 3y$. Нехай $x = -y$, тоді з

першого рівняння $z = 0$, а з третього $-y^2 = 1$. Звідси $y = \pm 1$. Отже,

$x_1 = -1, y_1 = 1, z_1 = 0; x_2 = 1, y_2 = -1, z_2 = 0$; 3) $x = 2, y = 1, z = 1$.

§ 3. ТЕКСТОВІ ЗАДАЧІ

3.343. 73; 67. **3.344.** 10 і 50 см. **3.345.** 12 і 5 см. **3.346.** $2a + b$ і $b - 2a$.

3.347. 7 і 5. **3.348.** 2 і 8. **3.349.** 9 і 12 см. **3.350.** 18 і 14 м. **3.351.** 7 і -4.

3.352. $6a$ і $3a$. **3.353.** $\frac{a+b-3+\sqrt{(a+b-3)^2+12a}}{2}$. **3.354.** 2 км/год.

3.355. 14 км/год. **3.356.** x год – час, витрачений автомобілем на проходження відстані від A до B ; y год – час, витрачений автомобілем від B до A . Тоді $s = v_1x = v_2y$. Звідси $x = \frac{v_2}{v_1}y$; $x = \frac{60}{70}y$;

$x = \frac{6}{7}y$. Середня швидкість: $v_c = \frac{2s}{x+y} = \frac{120y}{\frac{6}{7}y+y} = \frac{840}{13} = 64\frac{8}{13} \approx 64,6$ км/год.

3.357. $2n-1$. Теплохід, який вийшов із порту A , зустріне всі n теплоходів, які вже знаходяться в дорозі, і $n-1$ теплоходів, які вийдуть із порту B за час руху теплохода, який вийшов із A .

3.358. Розв'язання. Нехай швидкість річки навесні буде x км/год, а влітку — y км/год, s — відстань між пристанями A і B ; t_1 — час, який витрачає моторний човен навесні на весь шлях, а t_2 — час, який він

витрачає влітку на весь шлях. Тоді $t_1 = \frac{s}{v+x} + \frac{s}{v-x} = \frac{2sv}{v^2-x^2}$;

$t_2 = \frac{s}{v+y} + \frac{s}{v-y} = \frac{2sv}{v^2-y^2}$; $t_1 - t_2 = 2sv \left(\frac{1}{v^2-x^2} + \frac{1}{v^2-y^2} \right)$. Але $v > x > y$.

Тому $\frac{1}{v^2-x^2} > \frac{1}{v^2-y^2}$, звідки $t_1 - t_2 > 0$; $t_1 > t_2$. Тому на подолання

шляху навесні човен витрачає більше часу. **3.359. Розв'язання.** Відстань від A до B позначимо через s км. Якщо час руху першого велосипедиста

від A до B позначити через t_1 , то $\frac{t_1}{2}v_1 + \frac{t_1}{2}v_2 = s$, звідки $t_1 = \frac{2s}{v_1+v_2}$.

Час руху другого велосипедиста дорівнює $t_2 = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = \frac{s(v_1+v_2)}{2v_1v_2}$.

Тоді $t_2 - t_1 = \frac{s(v_1+v_2)}{2v_1v_2} - \frac{2s}{v_1+v_2} = \frac{s(v_1-v_2)^2}{2v_1v_2(v_1+v_2)}$. Оскільки $v_1 \neq v_2$, то

$t_2 - t_1 > 0$, тобто $t_2 > t_1$. Тому перший велосипедист прибув у місто B раніше, ніж другий. **3.360.** 80 км. **3.362.** 30 км/год. **3.363.** Власна швидкість човна 3 км/год, швидкість течії 1,2 км/год. **3.364.** 15 с, 18 с.

3.365. 96 с. *Розв'язання*

$$\begin{cases} \frac{l}{v_1+v_2} = 32, \\ \frac{l}{v_2} = 48; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{v_1}{l} + \frac{v_2}{l} = \frac{1}{32}, \\ \frac{v_2}{l} = \frac{1}{48}; \end{cases} \quad \frac{v_1}{l} + \frac{1}{48} = \frac{1}{32}; \quad \frac{v_1}{l} = \frac{1}{32} - \frac{1}{48} = \frac{1}{96}.$$

Тоді $\frac{l}{v_1} = 96$. **3.366.** 21 год. **3.367.** $\frac{68}{3}$ км/год. **3.370.** 36 км/год, 32 км/год.

3.372. 50 км/год, 40 км/год. *Вказівка.* Нехай u і v — швидкості поїздів, причому $u > v$, а час їхнього руху дорівнює t , тоді можна скласти таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} t(u-v) = 60, \\ (t-2)((u+25)-(v+20)) = 60, \\ (t-2)(u+25) = ut. \end{cases}$$

- Випадок $(t-2)((u+25)-(v+20))=60$ неможливий, оскільки $(t-2)(u-v-5) < t(u-v)=60$. **3.373.** Пасажирський – 26 год, товарний – 28 год. **3.374.** 13. **3.375.** 10 км/год, 30 км/год. **3.376.** 6 с. **3.377.** $\frac{2}{5}$. **3.378.** 55 км/год, 44 км/год. **3.379.** 25 км/год. **3.380.** За 32 дні. **3.381.** Перший – за 18 год, другий – за 24 год. **3.382.** 16 деталей. **3.383.** Перший – за 6 год, другий – за 12 год. **3.384.** 6 год. **3.385.** $\frac{2m+1+\sqrt{4m^2+1}}{4}$. **3.386.** 9. **3.387.** Перший – 46*, другий – 40. **3.388.** 500 с. *Вказівка.* Проміжки часу, за які велосипедист проходить кілометрові відрізки, утворюють арифметичну прогресію, тому $t_1+t_5=t_2+t_4=2t_3$. Звідси $t_1+t_2+t_3+t_4+t_5=\frac{5}{2}(t_2+t_4)=500$ с. **3.389.** 14 робітників. **3.390.** 5. *Вказівка.* Нехай їх було n . Тоді $\frac{6480}{n}$ – ціле число і $\frac{11200}{n+3}$ – ціле число. $\frac{6480}{n} < \frac{11200}{n+3}$. **3.391.** 10 %. **3.393.** *Розв'язання.* Нехай перший раз із бака відлили x л спирту, після цього в ньому залишилося $(81-x)$ л. Отже, на 1 л суміші припадає $\frac{81-x}{81}$ л спирту. В другий раз відлили чистого спирту $\frac{81-x}{81}x$, тоді $81-x-\frac{81-x}{81}x=36$; $x=27$. Перший раз відлили 27 л, а другий – 18. **3.394.** 2 грн. **3.395.** 30 год, 60 год. **3.396.** 20 %. **3.397.** Перший раз – на 8 %, а другий – на 24 %. *Вказівка.* Скласти рівняння $100+x+(100+x)\cdot\frac{3x}{100}=133,92$, звідки $3x^2+400x-3392=0$. **3.398.** 17 %. **3.399.** 6 хв і 9 хв. **3.400.** Зменшиться на 4 %. **3.401.** Будь-які два хлопчики – брати, бо у них є спільний брат; в іншому випадку в компанії, крім вказаних двох братів, було б ще, принаймні, $3+3=6$ хлопчиків, тоді як за умовою їх усього 7. **3.402.** 1,5 кг. **3.404.** 2400 г. **3.405.** 400. **3.407.** 300 кг. **3.409.** б) $a=0$, $x=0$; $a>0$ – коренів немає; в) коренів немає; г) 1; $\frac{1}{4}$. *Вказівка.* Розкласти ліву частину рівняння на множники $(2x^2+3x+2)(4x^2-5x+1)=0$; д) -2; $3\pm\sqrt{21}$. *Вказівка.* Записати у вигляді $3\left(\frac{x^2}{9}+\frac{16}{x^2}\right)=10\left(\frac{x}{3}-\frac{4}{x}\right)$. **3.410.** Очевидно a треба шукати серед чисел 1, 4, 9, тоді \overline{ad} може

бути 16 або 49, а \overline{cd} шукаємо серед 16, 36, 49, тоді \overline{abcd} треба шукати серед чисел 1b16, 1b36, 1b49, 4b16, 4b36, 4b49. Підбором знаходимо $\overline{abcd} = 1936$. **3.411.** Число 111...11 ділиться на 41, якщо кількість його цифр кратна 5. **3.412.** 1. *Вказівка.* Треба підставити $x = 1$. **3.413.** 11, 12, 15, 24, 36. **3.414.** *Вказівка.* Позначити $x^2 + 7x + a$ через y . Тоді $\frac{x}{y} = \frac{y+x}{y-x}$, звідки $xy - x^2 = y^2 - xy$, тобто $x = y$. Рівняння коренів не має. **3.415.** 15. *Вказівка.* $\frac{x}{25} = \frac{1}{x}$. **3.416.** Припустимо, що $x < 0$, тоді $yz < 0$, $y+z > 0$; $x(y+z) + yz < 0$, що суперечить умові. **3.417.** *Вказівка.* Записати рівняння у вигляді $3x^2(x-3) + 2(x-2)^2 = 0$ і, отже, для $x > 3$ рівняння коренів не має.

§ 4. РАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ

- 3.418.** а) $x \leq 7$, $x \geq 10$; б) $4 \leq x \leq 8$; в) $x \leq -\frac{3}{4}$, $x \geq 2$; г) $-\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{8}{5}$.
3.419. а) $-2 < x < 3$, $x > 4$; б) $x < -10$, $-8 < x < -7$; в) $3 < x < 11$, $x > 15$; г) $x \leq -20$, $10 \leq x \leq 14$; д) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$, $x > \frac{3}{2}$; е) $x \leq \frac{8}{5}$, $\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{16}{7}$; є) $-\sqrt{3} < x < \sqrt{2}$, $x > \sqrt{5}$; ж) $x < -3\sqrt{7}$, $5\sqrt{5} < x < 7\sqrt{7}$; з) $-12 < x < \frac{1}{2}$, $x > \sqrt{10}$; и) $a < x < a^3$, $x > a^4$; і) $a^6 < x < a^4$, $x > a^2$; ї) $a < x < a^2$, $x > a^5$.
3.420. а) $2 \leq x \leq 3$, $x \geq 4$; б) $x \leq -12$, $-5 \leq x \leq -2$; в) $-4 \leq x \leq -3$, $3 \leq x \leq 4$; г) $x \leq -\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{13}{2}$; д) $x \leq 7$. **3.421.** а) $x > 3\frac{3}{4}$; б) $x > -\frac{2}{3}$; г) $x > 5$; д) $x < \frac{7}{18}$. **3.422.** а) $\frac{23}{43} < x < \frac{31}{43}$; б) $-\frac{1}{12} \leq x \leq \frac{7}{36}$; в) $-3,5 < x < 1,5$; г) $-3 < x < 4$; д) $-15 < x < -12$; е) $1,5 < x < 3$. **3.423.** а) Для $a > 1$ $x < -\frac{1}{(a-1)^2}$; для $a < 1$ $x > -\frac{1}{(a-1)^2}$; б) для $b > -3$ $x < \frac{1}{b+3}$; для $b < -3$ $x > \frac{1}{b+3}$; для $b = -3$ x – будь-яке число; в) для $a > 1$ $x > \frac{b+7}{a-1}$; для $a < 1$ $x < \frac{b+7}{a-1}$; для $a = 1$, $b < -7$; д) $x \leq 2,5$. **3.424.** а) $x < 3$; б) $x > \frac{1}{2}$;

- в) $x > 8,4$; г) $x < -\frac{7}{11}$; д) $x > 1,73$; е) $x < -\frac{43}{74}$. **3.425.** а) $6 < x < 7, y > 7$;
 б) $y < \frac{1}{4}, \frac{1}{4} < y < 8$; в) $-3 < x < 0, 0 < x < 4, 4 < x < 5, x > 5$; г) $x < -3, -3 < x < 1$;
 $1 < x < 2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2} < x < 5$. **3.426.** а) $-\frac{1}{4} < x < 0$; б) $x < -2\frac{1}{2}, x > 2\frac{1}{2}$;
 в) $a < 0, a > 7$; г) $y < -\frac{1}{2}, y > \frac{1}{2}$; д) $-2 < x < 0, x > 2$; е) $y < -1\frac{1}{2}, 0 < y < 1\frac{1}{2}$;
 е) $x < -2, x > 2$; ж) $x < -2, x > 2$; з) $x < -0,5, x > 0,5$; и) $a < -3, -1 < a < 1$;
 и) $-\frac{2}{3} < a < \frac{1}{2}, a > \frac{2}{3}$; й) $x < -2, -1 < x < 1, x > 2$; й) $p > 1$; к) $-2 < b < 2, b > 2$;
 л) $-3 < b < 0, 0 < b < 3, b > 3$. **3.428.** а) Ні; б) ні; в) для $a = \pm 1$;
 г) для будь-якого a ; д) ні; е) для $a = 1$; є) ні; ж) для $a > -2\frac{1}{2}$; з) ні.
3.429. а) $x < -11, -3 < x < -2, x > -1$; б) $x < 2, 4 < x < 8, x > 16$; в) $-7 \leq x \leq -5$;
 $-3 < x < -1$; г) $-30 < x < -15; 20 < x < 25$; д) $x < -\frac{1}{4}, \frac{3}{4} < x < \frac{7}{2}, x > \frac{16}{3}$;
 е) $-10 \leq x < -\frac{60}{7}, \frac{20}{3} \leq x \leq \frac{33}{2}$. **3.430.** а) $x < \frac{1}{4}, 2 < x < 5, x > 13$;
 б) $-25 < x < -20, -15 < x < -10$; в) $x < -\frac{7}{3}, -\frac{1}{5} < x < \frac{1}{6}, x > \frac{7}{6}$;
 г) $x < -13, -2 < x < 3, x > 17$; д) $x < -5,5, 5 < x < \frac{20}{3}, x > \frac{60}{7}$; е) $\frac{4}{3} < x < \frac{10}{3}$;
 $\frac{20}{3} < x < \frac{25}{3}$; є) $x \leq -\sqrt{7}, \sqrt{8} < x < \sqrt{11}, x > \sqrt{13}$; ж) $-7 \leq x \leq -4, 4 \leq x \leq 10$;
 з) $x < -\frac{1}{2}, -\frac{1}{8} < x < \frac{1}{2}, x > \frac{7}{4}$; и) $x \leq -\sqrt{20}, -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}, x \geq \sqrt{20}$;
 и) $x < -4, 3 < x < 9, x > \sqrt{99}$; й) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{16}{3}, 7 \leq x \leq 10$. **3.431.** а) $-5 < x < 2, x > 3$;
 б) $3 < x < 5$; в) $\frac{1-\sqrt{21}}{2} < x < -\frac{1}{5}, x > \frac{1+\sqrt{21}}{2}$; г) $-\frac{4}{3} < x < \frac{5}{3}$; д) $x < \frac{3-\sqrt{21}}{4}$;
 $\frac{3+\sqrt{21}}{4} < x < 4, x > 7$. **3.432.** а) $-2 < x < -1, x > 2$; б) $x < -4, -3 < x < 3$;
 в) $x \leq 1$; г) $2 < x < 3, x > 4$; д) $0 \leq x \leq 1$; е) $-3-\sqrt{8} \leq t \leq -1, t \geq -3+\sqrt{8}$;
 є) $y < -2, -1 < y < 1, y > 2$; ж) $x > 1$; з) $x < -1$. **3.433.** а) $1 < x < 3$;
 б) $x < -4, -2 < x < 2, x > 4$; в) $-4 < x < -\frac{1}{2}, \frac{1}{3} < x < 2$; г) $t < -3, -2 < t < 2, t > 3$;

д) $y < \frac{-9-\sqrt{97}}{2}$, $y > \frac{-9+\sqrt{97}}{2}$; е) $x < -1$, $-1 < x < 1$, $x > \frac{9}{5}$; е) $x < -1$, $x > 1$.

3.434. а) $x < -\frac{3}{2}$, $-1 < x < 1$, $x > \frac{3}{2}$; б) $x < -1-\sqrt{2}$, $x > 1+\sqrt{2}$;

в) $x < \frac{5-\sqrt{57}}{2}$, $x > \frac{5+\sqrt{57}}{2}$; г) $1+\sqrt{3} < x < 2+\sqrt{2}$; д) $x < -3$,

$-2 < x < -1$, $1 < x < 2$, $x > 3$; е) $-\frac{5}{2} < x < -\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$, $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$;

е) $-\sqrt{12} < x < -\sqrt{10}$, $-\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$, $\sqrt{10} < x < \sqrt{12}$; ж) $x < -1$, $\frac{1}{5} < x < \frac{1}{3}$, $x > 3$;

з) $-6 \leq x \leq -5$, $-2 \leq x \leq 14$, $19 \leq x \leq 24$; и) $x < 2-\sqrt{12}$, $1-\sqrt{6} < x < 1+\sqrt{6}$,

$x > 2+\sqrt{12}$. **3.435.** а) $-3 < x < -1$, $1 < x < 3$; б) $x < -4$, $-3 < x < -2$,

$-1 < x < 1$, $2 < x < 3$, $x > 4$; в) $-6 < x < -3$, $-2 < x < -1$, $1 < x < 2$, $3 < x < 6$;

г) $x < -10$, $-5 < x < -4$, $-2 < x < 2$, $4 < x < 5$, $x > 10$. **3.436.** а) $2 < x < 7$, $x > 11$;

б) $x < \frac{1}{2}$, $\frac{5}{2} < x < \frac{7}{2}$; в) $-5 < x < -4$, $x > -2$; г) $x < -\frac{8}{3}$, $-\frac{7}{5} < x < -\frac{9}{7}$;

д) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$, $x > 4$; е) $x \leq -\sqrt{5}$, $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{7}$. **3.437.** а) $1 < x < 10$, $x \geq 20$;

б) $x \leq \frac{1}{10}$, $\frac{3}{7} < x < \frac{8}{9}$; в) $-\frac{12}{7} \leq x < -\frac{10}{7}$, $x > -\frac{5}{7}$; г) $x < -2\sqrt{3}$, $-2\sqrt{2} < x \leq -\sqrt{2}$;

д) $-\frac{1}{6} < x < 2$, $x > 3$; е) $x \leq -\frac{5}{4}$, $-\frac{2}{7} < x < \frac{13}{3}$. **3.438.** а) $x < -6$, $6 \leq x \leq 14$;

б) $x < -\frac{8}{5}$, $\frac{2}{3} < x < \frac{8}{5}$; в) $x < \frac{2}{5}$, $\frac{4}{3} < x \leq \frac{12}{7}$; г) $x \leq -\frac{1}{18}$, $3 < x < 19$;

д) $x \leq -5\sqrt{2}$; $-4\sqrt{3} < x < 6\sqrt{5}$. **3.439.** а) $x - \frac{5}{2}$, $-1 < x < \frac{1}{2}$; б) $-2 \leq x < -\frac{3}{2}$, 0 ;

в) $-1 < x \leq 0$, 1 ; г) $-2 \leq x < 1$, $x > 6$; д) $-3 < x < 1$, $x > 4$; е) $x \leq \frac{5-\sqrt{41}}{2}$,

$0,1 < x \leq \frac{5+\sqrt{41}}{2}$; е) $2 < x < 2\frac{1}{2}$, $x > 8$; ж) $\frac{2}{3} < x < \frac{20}{7}$, $x > 8$. **3.442.** а) $x < 3$,

$4 < x \leq 5$, $x \geq 8$; б) $x < -12$, $-10 < x < -6$, $x > -2$; в) $0,2 \leq x < 0,7$,

$0,8 \leq x < 0,9$; г) $x < \frac{5\sqrt{6}}{3}$, $-\frac{4\sqrt{5}}{5} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x > -\frac{\sqrt{3}}{3}$; д) $-30 < x < -10$,

$10 < x < 30$; е) $x < -\frac{1}{20}$, $-\frac{4}{5} < x < \frac{1}{9}$, $x > \frac{3}{2}$; е) $16 < x < 18$, $20 < x < 30$.

3.443. а) $x < a$, $b < x < c$, $x > d$; б) $-d < x < -c$, $-b < x < -a$;

$$\text{в)} a < x < a^2, a^3 < x < a^4; \quad \text{г)} x < -a, -a^3 < x < -a^5, x > -a^7;$$

$$\text{д)} x < -m^2, m^4 < x < m^3, x > m; \quad \text{е)} x < a, a^3 < x < a^5, x > a^7.$$

$$3.446. \text{ а)} -2 \leq x < -\sqrt{3}, \sqrt{3} < x < 2; \text{ б)} x < -4, 3 < x < 4, x > 10;$$

$$\text{в)} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13}, 6 \leq x \leq 11; \text{ г)} x < -7, -5 \leq x \leq -1, x > 13; \text{ д)} x < -2,$$

$$-1 \leq x < 3, x \geq 8; \text{ е)} -1 < x < -\frac{2}{3}, \frac{1}{2} < x < \frac{5}{4}. \quad 3.447. \text{ а)} -1 - \sqrt{2} < x < -1 + \sqrt{2};$$

$$\text{б)} x < -1, 1 < x \leq 3; \text{ в)} x < -\frac{\sqrt{7}}{2}, -1 < x < \frac{\sqrt{7}}{2}, x > \frac{4}{3}; \text{ г)} x < -1 - \sqrt{2},$$

$$0 < x < \sqrt{2} - 1, x > 1; \text{ д)} 0 < x \leq \frac{1}{3}, x > 1; \text{ е)} x < -3, -1 < x < 2.$$

$$3.448. \text{ а)} 0 < x < \frac{3}{2}; \text{ б)} -2 < x < 0; x > 6; \text{ в)} x < -4, -3 \leq x < 3, x > 6;$$

$$\text{г)} x < -5, x > 1; \text{ д)} 0 \leq x \leq 2; \text{ е)} 1 \leq x \leq 6; \text{ е)} x < -2, -\frac{1}{2} < x < 0,$$

$$0 < x < \frac{1}{2}, x > 2. \quad 3.449. \text{ а)} -\frac{3}{2} \leq x < 1, x > 1; \text{ б)} 2 \leq x < 3, x \geq \frac{3 + \sqrt{33}}{2};$$

$$\text{в)} x \leq \frac{1 - \sqrt{11}}{2}, x \geq \frac{-1 + \sqrt{11}}{2}; \text{ г)} x \leq 2, x > 3; \text{ д)} x < -3, -1 < x < 1, x > 1;$$

$$\text{е)} -4 < x < -2, 2 < x < 4; \text{ е)} x < -1, 1 < x < 2; \text{ ж)} x < -1, -1 < x < 0;$$

$$\text{з)} x < \frac{1}{6}; \text{ и)} x \geq 0. \quad 3.450. \text{ а)} -2 < x \leq \frac{3}{5}; 2 < x \leq 3; \text{ б)} -5 < x < -\frac{3}{2},$$

$$4 < x < 5; \text{ в)} -8 < x < 0, 0 < x < 3, x > 7; \text{ г)} x < -4, 1 < x < 3, x > 4.$$

$$3.451. \text{ а)} x \leq \frac{7 - \sqrt{5}}{2}, 3 < x < \frac{7 + \sqrt{5}}{2}; \text{ б)} x < \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}, -3 < x < 2, x > \frac{-1 + \sqrt{65}}{2};$$

$$\text{в)} x < -3 - \sqrt{5}, -3 + \sqrt{5} < x < -\frac{1}{2}, x > -\frac{1}{3}; \text{ г)} x < -\frac{4}{3}, 0 < x < 1, x > 2.$$

$$3.452. \text{ а)} -1 - \sqrt{2} \leq x < -1, 0 < x \leq -1 + \sqrt{2}, x > 1; \text{ б)} -3 < x < -2, -1 < x < 1;$$

$$\text{в)} -1 < x \leq \frac{1}{4}, 0 < x < 2, x \geq 6; \text{ г)} x < -4, -\frac{35}{11} < x < -3, -1 < x < 3.$$

$$3.453. \text{ а)} x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, 0 < x < \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \text{ б)} -4 < x < -3, -\frac{3}{2} < x < 0, x > 1;$$

$$\text{в)} -4 < x < -1, 0 < x < 8, x > 8; \text{ г)} x < \frac{3 - \sqrt{57}}{6}, \frac{3 + \sqrt{57}}{6} < x < 2, 2 < x < 6;$$

$$\text{д)} x \neq \pm 2, x \neq 1; \text{ е)} x \neq 4, x \neq 5, x \neq 6. \quad 3.455. \text{ а), б)} \text{Так}; \text{ в), г)} \text{ні}.$$

$$3.456. \text{Збільшиться. } 3.457. \text{Зменшиться. } 3.459. x - \text{будь-яке число.}$$

3.460. $x < -1$, $x > 1$. **3.461.** $x < 3$, $x > 4$. **3.462.** $a > b > 0$. **3.463.** Ні. Наприклад, $(-5)^2 < (-7)^2$, але $-5 > -7$. **3.464.** Ні. Це буде справджуватися тільки для $0 < a < 1$. **3.465.** а) Ні; б) так. **3.466.** Вказівка. а) Записати нерівність у такому вигляді: $(x+y)^2 + x^2 + 4y^2 + 1 > 0$; б) записати нерівність у такому вигляді: $(x+3)^2 + (y-2)^2 + 2 > 0$; в) записати нерівність у такому вигляді: $(x-y)^2 + (2x+4)^2 + 0,5 > 0$; г) записати нерівність у такому вигляді: $(x+y)^2 + 9x^2 + 4y^2 + 3 > 0$; д) звести нерівність до вигляду $(x^2 - y^2)^2 (x^2 - y^2)^2 \geq 0$, звідки $(x^2 - y^2)^4 \geq 0$. **3.467.** а) Вказівка. Скористатися рівністю $\overline{aaabbb} = 111000a + 111b$; б) Вказівка. Звести даний вираз до вигляду $909(a-b)$. **3.469.** а) 0,99; б) $\frac{1}{40}$; в) 0,09; г) $\frac{n}{m(m+n)}$. **3.470.** 4,3.

3.471. а) 8. Вказівка. Записати многочлен у вигляді $(x^2 + x^2)^2 - 3(x^2 + x) + 4$; б) 3. Див. а). **3.472.** Розв'язання. $x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = \left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right)^2 - 2$. Звідси видно, що $x^4 + \frac{1}{x^4}$ — ціле число. **3.473.** Розв'язання. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{7-x} = \frac{7}{-x^2 + 7x}$; $\max(-x^2 + 7x) = -(3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 = 3,5 \cdot 3,5 = 12,25$.

§ 5. СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

3.475. а) $x > 2$; б) $-1 < x < \frac{1}{3}$, $x > \frac{1}{3}$; в) $\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$; г) $\frac{1}{8} < x < \sqrt{3}$; д) $x < -5$, $x > 5$; е) $-\frac{1}{5} < x < \frac{1}{5}$; є) $-\sqrt{5} \leq x < -\sqrt{3}$, $\sqrt{3} < x \leq \sqrt{5}$; ж) $-4 < x < -\frac{7}{5}$, $\frac{7}{5} < x < 4$. **3.476.** а) $-8 < x < -2$, $x > \frac{1}{2}$; б) $-5 < x < 5$; в) $x < -12$, $-\frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}$; г) $-5 < x < -\frac{49}{14}$, $\frac{2}{7} < x < 2$; д) $x < -\frac{3}{4}$, $x > 1$;

- е) $3 \leq x < 4$. **3.477.** а) $-7 < x < -3$, $4 \leq x < 9$; б) $-\frac{8}{7} < x < -\frac{1}{3}$;
 в) $x < -11$, $x > 10$; г) $x < -8$, $x > \frac{15}{2}$. **3.478.** а) $1 < x < 4$, $8 < x < 39$;
 б) $-\frac{28}{5} < x \leq -5$, $\frac{1}{2} \leq x \leq 13$; в) $-\frac{5}{3} < x < -\frac{4}{3}$, $\frac{11}{3} < x < \frac{13}{3}$; г) $-12 < x < 0$,
 $x > 15$. **3.479.** а) $x < \frac{-2-\sqrt{10}}{2}$, $x > \sqrt{3}$; б) $\frac{1}{2} < x < 7$; в) $-\frac{19}{3} < x \leq -1$,
 $x = -7$; г) $-7 < x < -6$, $9 < x < 10$; д) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{3}$, $x > \frac{5}{2}$.
3.480. а) $-3 < x < -2$, $-\frac{3}{5} < x < \frac{3}{5}$, $2 < x < 3$; б) $x < -5$, $x > 5$;
 в) $-9 < x < \frac{16-\sqrt{76}}{3}$, $\frac{16+\sqrt{76}}{3} < x < 9$; г) $-7 < x < -4$, $1 < x < 3$.
3.481. а) $-\frac{5}{2} \leq x \leq -1$, $x \geq 3$; б) $-\sqrt{7} \leq x \leq -\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\frac{\sqrt{5}}{5} \leq x \leq \sqrt{7}$;
 в) $x < -\frac{3}{2}$, $1 < x \leq 2$, $x \geq 3$; г) $\frac{1}{9} \leq x \leq \frac{1}{7}$, $x \geq \frac{1}{5}$; д) $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{3}$, $x > 13$;
 е) $1 \leq x \leq 2$, $x \geq 3$.

Розділ IV. ПОСЛІДОВНОСТІ.

АРИФМЕТИЧНА І ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЇ

- 3.486.** а) $a_7 = 23$; б) $a_5 = 18$; в) $a_{12} = 6$. **3.487.** а) $a_{40} = -65$;
 б) $a_{50} = -24,75$; в) $a_{240} \approx 360,2$. **3.488.** а) $a_{18} = 48$; б) $a_{40} = -80$;
 в) $a_{25} = 14$. **3.489.** а) $S_5 = 55$; б) $S_{10} = -15$; в) $S_{64} = 6656$.
3.490. а) $S_7 = 38,5$; б) $S_{16} = -792$; в) $S_{30} = -662,5$. **3.491.** а) $S_{14} = 81\frac{2}{3}$;
 б) $S_{20} = -1240$. **3.492.** а) $S_{100} = -4750$; б) $S_{12} = 12m + 78k$;
 в) $S_{16} = 8k(2m + 15)$. **3.493.** а) $a_{10} = 512$; б) $a_{12} = 4096$; в) $a_7 = \frac{1}{128}$.
3.494. а) $a_5 = -128$; б) $a_8 = \frac{1}{8192}$; в) $a_4 = 32$. **3.495.** а) $a_6 = 59049$;
 б) $a_{11} = \frac{1}{4782969}$; в) $a_9 = 131072$. **3.496.** а) $a_9 = \frac{1}{256}$; б) $a_4 = \frac{16}{3}$; $-\frac{16}{3}$;
 в) $a_{13} = 1594323$. **3.497.** а) $S_3 = 14$; б) $S_4 = 40$; в) $S_5 = 93$.
3.498. а) $S_6 = 31,5$; б) $S_5 = \frac{11}{3}$; в) $S_4 = 20$ або $S_4 = 22$. **3.499.** а) $S_{10} \approx 121,49$;

б) $S_6 \approx -1,97$; в) $S_4 = \frac{-b+b^5}{1+b}$. 3.500. а) $S_5 = 62$ або $S_5 = 22$;

б) $S_3 = \frac{7}{8}$ або $S_3 = \frac{3}{8}$; в) $S_4 = -\frac{20}{81}$. 3.501. а) $a_1 = 2$; б) $a_1 = \frac{1}{3}$;

в) $a_1 = -2$. 3.502. а) $a_2 = \frac{1}{4}$; б) $a_3 = 3$; в) $a_2 = 5$. 3.503. б) $x_8 = 160$;

$x_{k+2} = 3k^2 + 8k + 4$; г) $a_9 = \frac{82}{9}$; $c_{2k+1} = \frac{4k^2 + 4k + 2}{2k+1}$; е) $b_5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5 + 5$;

$b_{2k} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2k} + 2k$. 3.504. а) $n = 15$; б) $n = 9$; в) $n = 17$; г) $n = 11$;

д) $n = 5$; е) $n = 9$; є) $n = 1$; ж) $n = 10$. 3.505. а) $24 \leq n \leq 36$;

б) $7 \leq n \leq 20$; в) $7 \leq n \leq 10$; г) $n = 5$; д) $65 \leq n \leq 224$; е) $65 \leq n \leq 242$;

є) $6 \leq n \leq 8$. 3.506. 12,1. 3.509. $n = 3$; $k = 5$. Вказівка. Прирівняти

загальні члени і звести до вигляду $(n-3)^2 + (k^2 - 5k)^2 = 0$.

3.510. $a_n = (n-4)^2$, $1 \leq n \leq 7$. 3.511. $a_n = 16 - (n-5)^2$. 3.512. 0,9.

3.513. Ні. 3.514. -4,9. 3.515. Ні. 3.516. Так, 21-й. 3.517. е) Розв'язання.

$a_1 + d(l_1 - 1) + a_1 + d(l_2 - 1) + \dots + a_1 + d(l_k - 1) = a_1 + d(c_1 - 1) + a_1 + d(c_2 - 1) +$
 $+ \dots + d(c_k - 1)$; $ka_1 + d(l_1 + l_2 + \dots + l_k) - dk = ka_1 + d(c_1 + c_2 + \dots + c_k) - dk$,
 $d(l_1 + l_2 + \dots + l_k) = d(c_1 + c_2 + \dots + c_k)$. Враховуючи умову задачі,

дістанемо: $l=1$, що і доводить твердження задачі. 3.518. а) $a_1 = -1$, 9;

$d = 0,7$; б) три від'ємних члени. 3.519. 38. 3.520. 6. 3.521. а) $-10d$;

б) 0; в) $\frac{-8d + d(n-1)}{2}n$. 3.522. а), в), г) Ні; б) так. 3.523. Число

-1003 – це 335-й член даної прогресії. 3.524. Розв'язання. $d = u_n - u_{n-1} =$

$= an + b - (a(n-1) + b) = a$. Отже, різниця між будь-якими

двома сусідніми членами дорівнює тому самому числу і (u_n) –

арифметична прогресія. 3.525. 1650. 3.526. 11. 3.527. -84. 3.528. 130.

3.529. 23, 27, 31, 35, 39. 3.530. Ні. 3.531. 97,5. 3.532. $n = 6$.

3.533. -154,8. 3.534. 29 перших членів. Сума дорівнюватиме -49,3.

3.535. -12, -8, -4, 0, 4, 8. 3.536. 24. 3.537. 120. 3.538. 121. 3.539. 55.

3.540. $x = -5$, $a_{50} = \frac{15}{4}$. 3.541. $39\frac{1}{2}$. 3.542. 16. 3.543. На 16. 3.546. 8, 4,

2; 2, 4, 8. 3.547. 17, 10, 3; 8, 10, 12. 3.548. 4. 3.549. 0. Розв'язання.

Умова $S_m = S_n$ еквівалентна умові $2a_1 = (1-m-n)d$, звідси $a_1 + a_{m+n} = 0$,

$$S_{m+n} = \frac{a_1 + a_{m+n}}{2}(m+n) = 0. \quad \mathbf{3.551.} \quad \frac{33}{20}. \quad \mathbf{3.552.} \quad \frac{np}{2}(1+np). \quad \mathbf{3.554.} \quad 50.$$

$$\mathbf{3.555.} \quad 18. \quad \mathbf{3.556.} \quad 3. \quad \mathbf{3.557.} \quad 2,5. \quad \mathbf{3.558.} \quad 243, \quad q = \frac{1}{3}. \quad \mathbf{3.560.} \quad 10^{15}.$$

Розв'язання. $\Pi_{15} = a^{15} q^{1+2+\dots+14} = (aq^7)^{15} = 10^{15}. \quad \mathbf{3.565.} \quad 3,5 \text{ і } -2. \quad \mathbf{3.566.} \quad \frac{S_2^3}{S_1^2}.$

3.567. Розв'язання. Алгебраїчно умова задачі запишеться у такий спосіб: a_1, a_2, a_3 – геометрична прогресія; $a_1, a_2 + 2, a_3$ – арифметична прогресія; $a_1, a_2 + 2, a_3 + 9$ – геометрична прогресія. Тоді, скориставшись характеристичними властивостями прогресій, матимемо систему рівнянь

$$\begin{cases} a_2^2 = a_1 \cdot a_3, \\ 2(a_2 + 2) = a_1 + a_3, \\ (a_2 + 2)^2 = a_1(a_3 + 9). \end{cases}$$

Якщо виразити a_2 і a_3 через a_1 і q , то дістанемо таку систему:

$$\begin{cases} 2(a_1 q + 2) = a_1 + a q^2, \\ (a_1 q + 2)^2 = a_1(a_1 q^2 + 9), \end{cases}$$

розв'язавши яку знайдемо a_1 і q : $a_1 = 4, \quad q = 2$ або $a_1 = \frac{4}{25}, \quad q = -4.$

Відповідь: 4, 8, 16 або $\frac{4}{25}, -\frac{16}{25}, \frac{64}{25}. \quad \mathbf{3.568.} \quad 8, 16, 32 \text{ і } 32, 16, 8.$

3.569. 2, 4, 8, 12; $\frac{25}{2}, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}.$ *Розв'язання.* Нехай a, b, c, d – шукані числа. Оскільки числа a, b, c утворюють геометричну прогресію, то $2c = b + d$. В результаті матимемо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} b^2 = ac, \\ 2c = b + d, \\ a + d = 14, \\ b + c = 12, \end{cases}$$

розв'язком якої будуть числа 2, 4, 8, 12 або $\frac{25}{2}, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}.$

3.570. 9. Вказівка. Перших три числа подайте у вигляді $aq^{-1}, a, aq.$

3.571. -2. Розв'язання. Нехай a_1, a_2, a_3 – відповідно перший, другий та третій члени арифметичної прогресії, q – знаменник геометричної прогресії. Тоді $a_1 = qa_2, \quad a_3 = q^2 a_2$, причому $a_2 \neq 0$. Тоді $a_2 - qa_2 = q^2 a_2 - a_2$,

$q^2 + q - 2 = 0$. Звідси $q = -2$. **3.572.** $a_1 = 2$, $q = 4$ або $a_1 = 512$, $q = \frac{1}{4}$.

3.573. $\frac{1}{2}$. **3.574.** 1, 3, 5, 7. **3.576.** $x = \pm \frac{2\sqrt{6}}{11}$, $S = 8 \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{3}$.

3.577. 2, 7, 12 або 10, 7, 4. *Вказівка.* Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 2b = a + c, \\ (b-4)^2 = (a-1)(c-3), \\ (a-1)(c-3) = b+2. \end{cases}$$

3.583. $u_{10} = -\frac{1}{4}$. **3.584.** а) $a_1 = 0,02$; б) 1,26.

3.585. -1000. **3.586.** $a_1 = -\frac{1}{2}$; $a_2 = 1$; $a_4 = 4$; $a_6 = 16$ або $a_1 = -\frac{1}{2}$; $a_2 = -1$;

$a_4 = -4$; $a_6 = -16$. **3.587.** а) $a_5 = 97,2 \cdot 10^{-4}$; б) $b_6 = -\frac{21}{160}$; в) $c_5 = \frac{27}{8}$;

г) $x_8 = 3$; д) $c_5 = \frac{3^7}{2}$; е) 4,5; є) $\pm 2,25 \cdot 2^7$. **3.589.** а) $n = 14$; б) $n = 11$;

в) $n = 8$; г) $n = 9$; д) $n = 10$; е) $n = 6$; є) $n = 5$. **3.591.** 381. **3.593.** а) До 4-го члена включно; б) до 4-го члена включно; в) ні до якого члена

прогресії сума не може бути більшою за 145. **3.594.** $a_1 = \frac{1}{3}$; $S_7 = 42\frac{1}{3}$.

3.595. $a_1 = 128$; $S_9 = \frac{2^9 - 1}{2}$. **3.596.** $b_1 = -\frac{1}{7}$; $S_5 = -17\frac{2}{7}$. **3.597.** 7.

3.598. 39,5. **3.599.** а) Так; б) ні. **3.600.** *Розв'язання.* а) Візьмемо від-

ношення n -го члена до $n-1$ в заданій послідовності: $\frac{a_n}{a_{n-1}} =$

$$= \frac{u_n + u_{n-1}}{u_{n-2} + u_{n-3}} = \frac{aq^{n-1} + aq^{n-2}}{aq^{n-3} + aq^{n-4}} = \frac{q^{n-1} + q^{n-2}}{q^{n-3} + q^{n-4}} = q^2.$$

Отже, послідовність –

геометрична прогресія зі знаменником q^2 ; б) геометрична прогресія зі знаменником q^2 ; в) геометрична прогресія зі знаменником q^4 .

3.602. $b_2 = \frac{1}{27}$; $b_3 = -\frac{1}{3}$; $b_5 = -27$; $b_6 = 243$. **3.603.** $a_{10} = -0,05 \cdot 8^9$.

3.604. а), в) Так; б) ні. **3.605.** а) 3^{86} ; б) 5^{-34} ; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{k^2+k-6}{2}}$; г) 7^{127} ;

д) $4^{\frac{n(n-1)}{n-1}}$. **3.606.** а) $x=15$; $y=39$; б) $x=9$; $y=81$ або $x=-9$; $y=-81$.

3.607. Ні. **3.608.** $d=-2$. **3.609.** $a_1=a_2=a_3$. *Вказівка.* Розв'язати систему

рівнянь $\begin{cases} a_1 + a_3 = 2a_2, \\ a_1 a_3 = a_2^2. \end{cases}$ **3.610. Вказівка.** Знайти відношення $\frac{u_n}{u_{n-1}}$ для

послідовності (b^{a_n}) , а саме: $q = \frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{b^{a_n}}{b^{a_{n-1}}} = \frac{b^{a_{n-1}+d}}{b^{a_{n-1}}} = b^d$.

3.611. $S = -180300$. **Вказівка.** Скористатися формулою $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$. **3.612.** $\frac{2(4^{25}-1)}{3}$ **3.613.** $100a+4950$. **Вказівка.** Скористатися

формулою $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$. **3.614. Вказівка.**

$$\begin{aligned} a_{c_1} \cdot a_{c_2} \cdots a_{c_m} &= a_{l_1} \cdot a_{l_2} \cdots a_{l_m}; \\ aq^{c_1-1} \cdot aq^{c_2-1} \cdots aq^{c_m-1} &= aq^{l_1-1} \cdot aq^{l_2-1} \cdots aq^{l_m-1}; \\ q^{c_1-1} \cdot q^{c_2-1} \cdots q^{c_m-1} &= q^{l_1-1} \cdot q^{l_2-1} \cdots q^{l_m-1}; \\ q^{c_1+c_2+\dots+c_m-m} &= q^{l_1+l_2+\dots+l_m-m}; \\ q^{c_1+c_2+\dots+c_m} &= q^{l_1+l_2+\dots+l_m}. \end{aligned}$$

Звідси і випливає правильність твердження. **3.615. Вказівка.** Довести, що різниця прогресії ділиться на 2 і 3. **3.620. Розв'язання.**

$$\begin{aligned} 1 + x_1 &> 2\sqrt{x_1}, \\ &\dots\dots\dots \\ 1 + x_{1984} &> 2\sqrt{x_{1984}} \\ \hline (1 + x_1)(1 + x_2) \cdots (1 + x_{1984}) &> 2^{1984} \sqrt{x_1 x_2 \cdots x_{1984}} = 2^{1984}. \end{aligned}$$

3.621. Вказівка. Покажіть, що $\frac{x^3 + 8}{x^3 + (x-2)^3} = \frac{x+2}{x+(x-2)}$; $x = 3$.

3.622. Розв'язання. $5+55+\dots+\underbrace{55\dots5}_{n \text{ разів}} = 5 \left(1+11+\dots+\underbrace{11\dots11}_{n \text{ разів}} \right) = \frac{5}{9} (9+99+\dots+99\dots99) = \left((10-1) + (10^2-1) + \dots + (10^n-1) \right) = \frac{5}{9} (10+10^2+\dots+10^n - n) = \frac{5}{9} \left(\frac{10(10^n-1)}{9} - n \right)$. **3.623.** $\frac{6-\sqrt{6}}{6}$; 1; $\frac{6+\sqrt{6}}{6}$; **3.624.** 44. **3.625.** 8. **3.626.** 8.

3.627. Розв'язання. $\overline{abcabc} = 1000\overline{abc} + \overline{abc} = 1001\overline{abc} = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot \overline{abc}$.

3.628. 6572. **3.629.** 142857.

Розділ V. ЕЛЕМЕНТИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

§ 1. ТЕКСТОВІ ЗАДАЧІ

3.633. 10 м. 3.634. $\frac{50}{3}$ хв і 50 хв. 3.635. $v_x = \frac{a + \sqrt{a^2 + t^2 v^2}}{t}$ год.

3.636. У $2 + \sqrt{2}$ рази. 3.637. У 2 рази. 3.638. $\frac{s}{2t}$ м/хв. 3.639. $(3p - q)$ км.

3.640. 3 год. 3.641. $p \left(\frac{2p}{q} \right)^{\frac{m}{n-m}}$ і $2p \left(\frac{2p}{q} \right)^{\frac{m}{n-m}}$; $100 \left(\left(\frac{2p}{q} \right)^{\frac{1}{m-n}} - 1 \right) \%$.

3.642. На 10 км/год. 3.643. $\frac{3kt}{k+2}$ хв. 3.644. 12 км/год. 3.645. 20 осіб;

6 годин в день. 3.646. $\left(1 - \sqrt[n]{\frac{k}{1+k}} \right)^{-1}$ л. 3.647. 60 км/год, 40 км/год.

3.648. Через 4 год. 3.649. 120 км. *Вказівка.* Нехай v_1 , v_2 , v – швидкості відповідно пароплава, човна, течії річки (км/год); s – відстань між пунктами А і В (км). Умови задачі дають змогу створити математичну модель – систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{2s}{3(v_1 - v)} = \frac{s}{3(v_2 + v)}, \\ \frac{s}{v_1 - v} + \frac{s}{v_1 + v} = \frac{s - 20}{v_2 + v}, \\ \frac{s}{2(v_1 - v)} = \frac{s}{2(3v_2 + v)}. \end{cases}$$

Із першого рівняння знаходимо $v_1 = 2v_2 + 3v$, а із третього одержуємо $v_1 = 3v_2 + 2v$, звідки $v_2 = v$, $v_1 = 5v$. Підставляючи знайдені значення для v_2 і v_1 в друге рівняння системи, визначаємо $s = 120$ км.

3.650. 3 год 10 хв. 3.651. Три розв'язки: 3 год, $\frac{9}{5}$ год = 1 год 48 хв і 1 год.

Вказівка. Нехай v_1 , v_2 , v_3 – швидкості відповідно першого, другого і третього велосипедистів (км/год); s – відстань від А до В (км); t – шуканий час (год). Створюємо математичну модель задачі. Перша умова задачі може бути виконана в двох випадках: а) другий і третій велосипедисти знаходяться через півтори години по різні боки від першого велосипедиста; б) через півтори години другий і третій велосипедисти зустрілися. Цим двом випадкам відповідають такі рівняння:

$$3v_1 = \frac{3}{2}v_2 + s - \frac{3}{2}v_3, \quad (1a)$$

$$\frac{3}{2}v_2 + \frac{3}{2}v_3 = s. \quad (1б)$$

Друга умова задачі дає рівняння

$$s - 2v_3 = v_1 + v_2. \quad (2)$$

Далі вимоги задачі виконуються також у двох випадках: а) другий велосипедист через t год опинився між першим і третім; б) через t год перший і третій велосипедисти зустрілися. Цим випадкам відповідають такі рівняння:

$$2tv_2 = s - tv_3 + tv_1, \quad (3a)$$

$$tv_1 + tv_3 = s. \quad (3б)$$

Система рівнянь (1a), (2), (3a) дає розв'язок $t = 3$ год. Система (1a), (2),

(3б) дає розв'язок $t = \frac{9}{5}$ год. Система (1б), (2), (3a) дає розв'язок $t = 1$ год.

Нарешті, система (1б), (2), (3б) знову дає розв'язок $t = 3$ год.

3.652. 6.5 год. *Вказівка.* Нехай s – відстань від A до B ; v – швидкість течії; v_1 – власна швидкість моторного човна (в стоячій воді); v_2 – швидкість човна з веслами (в стоячій воді). Тоді математичною моделлю цієї задачі буде така система рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{3s}{4(v_1 + v)} + \frac{s}{4(v_2 + v)} = \frac{11}{6}, \\ \frac{s}{4(v_1 + v)} + \frac{3s}{4(v_2 + v)} = \frac{7}{2}, \\ \frac{s}{v_1 + v} + \frac{s}{v_1 - v} = \frac{25}{12}. \end{cases} \quad (1)$$

Потрібно знайти $\frac{s}{v_2 - v}$. А тепер розв'яжемо цю задачу. Для цього

введемо нові позначення: $\frac{v_1}{s} = x$, $\frac{v_2}{s} = y$, $\frac{v}{s} = z$. Тоді система (1)

набуває вигляду

$$\begin{cases} \frac{3}{4(x + z)} + \frac{1}{4(y + z)} = \frac{11}{6}, \\ \frac{1}{4(x + z)} + \frac{3}{4(y + z)} = \frac{7}{2}, \\ \frac{1}{x + z} + \frac{1}{x - z} = \frac{25}{12}. \end{cases} \quad (2)$$

Якщо ввести знову нові позначення $\frac{1}{x+z} = a$, $\frac{1}{y+z} = b$, перші два рівняння системи (2) утворюють таку систему:

$$\begin{cases} \frac{3}{4}a + \frac{1}{4}b = \frac{11}{6}, \\ \frac{1}{4}a + \frac{3}{4}b = \frac{7}{2}. \end{cases}$$

Розв'язавши її, знаходимо: $a = 1$, $b = \frac{13}{3}$. Повертаючись до попередньої заміни, одержуємо $\frac{1}{x+z} = 1$ та $\frac{1}{y+z} = \frac{13}{3}$, тобто

$$x+z=1, \quad (3)$$

$$y+z=\frac{3}{13}. \quad (4)$$

Підставивши (3) в третє рівняння системи (2), знаходимо

$$\frac{1}{x-z} = \frac{13}{12},$$

звідки

$$x-z = \frac{12}{13}. \quad (5)$$

Із системи рівнянь (3), (4), (5) визначаємо $y = \frac{5}{26}$, $z = \frac{1}{26}$, а потім знаходимо й шукану величину:

$$\frac{s}{v_2 - v} = \frac{1}{y-z} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ год.}$$

3.653. 11/8 год. **3.654.** 7 год. **3.655.** 10/3 год. **3.656.** 6 год. **3.657.** 9 горобців, 10 синиць, 11 голубів. **3.658.** 2 зошити. **3.659.** 14 і 25 горіхів. **3.660.** 2 набори, кожен з яких складається з 5 гашених і 2 негашених марок. **3.661.** 2 грн. 34 коп. **3.662.** 11 лип і 5 беріз. **3.663.** 3 комплекти по 7 синіх і 3 червоних олівців. **3.664.** 11 двійок, 7 трійок, 10 четвірок, 2 п'ятірки. **3.665.** 12 поверхів. **3.666.** 10 десятикопійчаних і 2 двадцятип'ятикопійчані монети. **3.667.** За команду A виступило 5 гравців. *Вказівка.* Позначимо кількість гравців, які повинні були виступати відповідно за команди A і B , через m і n ($n > m$). Тепер створимо математичну модель цієї ситуації. Очевидно, що планувалося зіграти mn партій. Перша умова задачі дає рівняння

$$mn = 4(m+n).$$

Друге рівняння одразу записати не можна, бо невідомо, до яких команд належали гравці, які не з'явилися. Можливі три випадки:

- 1) якщо захворіли гравці команди A , то $(m-2)n = mn - 17$;
- 2) якщо захворіли гравці команди B , то $(n-2)m = mn - 17$;
- 3) якщо захворіли по одному гравцю з обох команд то $(m-1)(n-1) = mn - 17$.

Перший випадок дає $2n = 17$, що неможливо, оскільки n – ціле число. Другий випадок також неможливий з тієї ж причини. У третьому випадку матимемо систему

$$\begin{cases} mn = 4(m+n), \\ m+n = 18, \\ n > m. \end{cases}$$

Звідси знаходимо $m = 6$, $n = 12$.

§ 2. НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ

3.683. $\approx 0,45 \text{ м}^2$. 3.684. $\approx 1200 \text{ г}$. 3.685 $\approx 250 \text{ ц}$. 3.686. $\approx 12,3 \text{ см}$.

§ 3. МНОЖИНИ І ПІДМНОЖИНИ

3.688. 30 дев'ятикласників. 3.689. 13 учнів. 3.690. Лише в математичний гурток записались 2 учні; лише в історичний – 1 учень; лише в музичний – 2 учні. 3.691. Жодного з трьох журналів не читають 11 % учнів. 3.692. а) 50; б) 40. 3.693. 58 дев'ятикласників. *Вказівка*. Скористайтесь діаграмою Ейлера – Венна. 3.694. 53 дев'ятикласники. *Вказівка*. Скористайтесь діаграмою Ейлера – Венна. 3.695. 59 дев'ятикласників. *Вказівка*. Скористайтесь діаграмою Ейлера – Венна. 3.696. а) 20 учнів не вивчають жодної мови; б) 13 учнів вивчають лише англійську мову; в) 20 учнів вивчають лише німецьку мову. *Вказівка*. Скористайтесь діаграмою Ейлера – Венна. 3.697. 30 % учнів. *Вказівка*. Нехай n – кількість учнів у даному класі. Користуючись діаграмою Ейлера – Венна, послідовно знаходимо: $0,1n$ учнів читають усі три журнали; $0,2n$ учнів читають журнали A і C ; $0,1n$ учнів читають журнали B і C ; $0,2n$ учнів читають журнали A і B ; учнів, які читають тільки журнал B і тільки журнал C , немає; учнів, які читають лише журнал A , буде $0,1n$. Отже, кількість учнів, які не читають жодного журналу, буде $n - (0,1n + 0,2n + 0,2n + 0,1n + 0,1n) = 0,3n$.

§ 4. КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

3.698. 24. 3.699. 560. 3.700. $7^5 = 16807$. 3.701. 81. 3.702. 5^6 . 3.703. $2^{10} = 1024$. 3.704. n^k . 3.705. $33 \cdot 32 \cdot 33 \cdot 32 = 1081344$. 3.706. $A_{40}^3 = 40 \cdot 39 \cdot 38 = 59280$.

3.707. $A_{20}^5 = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 = 1\,860\,480$. 3.708. $A_{20}^3 \cdot A_{20}^3 = (20 \cdot 19 \cdot 18)^2 = 46\,785\,600$. 3.709. 720. 3.710. 60; 36. 3.711. 700. 3.712. 1800. 3.713. $P_5 - P_4 = 5! - 4! = 120 - 24 = 96$. 3.714. $P_3 \cdot P_{28} = 3! \cdot 28!$. 3.715. $6! = 720$. 3.716. $12!$. 3.717. $6!$, $9!$, $12!$. 3.718. $C_{20}^5 - C_{17}^2 = 15368$. 3.719. 230 300; 18424. 3.720. 968. 3.721. $\frac{30!}{(10!)^3}$. 3.722. C_n^4 . Вказівка. Розглянувши

різні можливі випадки, покажіть, що будь-яка внутрішня точка перетину діагоналей однозначно визначається вибором чотирьох вершин, причому порядок вершин значення немає. Але число таких четвірок (а також і внутрішніх точок перетину діагоналей) дорівнює C_n^4 .

3.723. C_n^2 . 3.724. 90; $\frac{n(n-3)}{2}$. 3.725. $C_{10}^2 \cdot C_7^2 = 945$. 3.726. $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 5040$.

3.727. $\frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2!}$. 3.728. $\frac{20!}{8! \cdot 7! \cdot 5!}$. 3.729. $\frac{11!}{8! \cdot 3!} = 165$. 3.730. $\frac{21!}{12! \cdot 9!}$. 3.731. 28.

3.732. 20. 3.733. $(C_{50}^3)^2$. 3.734. $C_{10}^3 \cdot C_{15}^4 \cdot C_{12}^5 \cdot C_{20}^1$. 3.735. $A_{80}^2 \cdot C_{78}^3$. 3.736. 23.

3.737. 32. 3.738. 756. 3.739. 90. 3.740. 371. 3.741. 3003. 3.742. 1260.

3.743. 728. 3.744. 102. 3.745. 2880. 3.746. 8400. 3.747. 46376. 3.748. а) 6;

б) 5; в) 5; г) 4; д) 5; е) 7; є) 17; з) 8; и) 7. 3.749. а) $n > 11$; б) $6 \leq n \leq 11$;

в) $2 \leq n \leq 10$. 3.750. $n_1 = 9$, $n_2 = 10$. 3.751. $x = 2$. 3.754. $C_{12}^6 = 924$.

3.755. $C_9^4 = 126$. 3.756. $n = 3$. 3.758. а) $S = 2^{100}$; б) $S_1 = 2^{99}(1 + 6^{100})$;

в) $S_2 = 2^{99}(1 - 6^{100})$. Вказівка. а) $f(1) = (1 + 5 - 8)^{100} \cdot 1 = 2^{100}$; б) $f(-1) =$

$= -a_0 + a_1 - a_2 + a_3 - \dots - a_{204} + a_{205}$, тому $S_1 = \frac{1}{2}(f(1) - f(-1)) = \frac{1}{2}(2^{100} + 12^{100}) =$

$= 2^{99}01 + 6^{100}$; в) оскільки $S_2 = S - S_1$, то $S_2 = 2^{100} - 2^{99}(1 + 6^{100}) = 2^{99}(1 - 6^{100})$.

§ 5. БІНОМ НЬЮТОНА

3.759. Вказівка. Поклавши $a = 2x$, $b = -3$, дістанемо: $(2x - 3)^5 =$

$= (a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 = 32x^5 - 240x^4 + 720x^3 -$

$-1080x^2 + 810x - 243$. 3.760. $(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1$.

3.761. Вказівка. Покласти у формулу бінома Ньютона $a = 1$ і $b = 1$.

3.762. -5050. Вказівка. Розглянемо доданки, які одержуються після розкриття дужок, але до зведення подібних доданків. Кожний такий доданок є добутком ста можників, причому будь-який із цих множників

є x або цифра. Перший множник є x або -1 , другий множник є x або -2 і т. д. Нас цікавлять тільки ті добутки, в яких 99 разів зустрічається x і 1 раз зустрічається число. Таких добутків буде 100, оскільки число може зустрічатися на першому, другому, ..., сотому місці. Відповідні добутки будуть:

$$-1 \cdot \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{99 \text{ разів}}, \quad x \cdot (-2) \cdot \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{99 \text{ разів}}, \quad \dots, \quad \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{99 \text{ разів}} \cdot (-100).$$

Отже, коефіцієнт при x^{99} дорівнює $-(1+2+3+\dots+100) = -\frac{101 \cdot 100}{2} = -5050$.

3.763. 144. **3.764.** 330. **3.765.** а) 2^7 . *Вказівка.* Кожен із членів, які одержуються після розкриття дужок у даному виразі, є добутком семи множників (бо сім дужок), кожен із яких – або буква, або цифра 1. Отже, ми повинні знайти число добутків семи співмножників, кожен із яких може бути лише в двох “іпостасях”. За правилом добутку одержуємо: $\underbrace{2 \cdot 2 \cdots 2}_{7 \text{ разів}} = 2^7$; б) $C_7^3 = 35$; *Вказівка.* Нас цікавлять

ті добутки, в які входять 3 рази буква і 4 рази цифра 1. Таких добутків буде стільки, скількома способами можна із 7 букв вибрати 3, тобто $C_7^3 = 35$. **3.766.** 12180. *Вказівка.* Позначимо через $y = x^5(1+x^4)$.

Тоді $(1+x^5+x^9) = (1+y)^{30} = 1 + C_{30}^1 y + \dots + C_{30}^k y^k + \dots + y^{30}$. Розглянемо k -й доданок $0 \leq k \leq 30$:

$$C_{30}^k y^k = C_{30}^k x^{5k} (1+x^4)^k = C_{30}^k x^{5k} (1 + C_k^1 x^4 + \dots + C_k^m x^{4m} + \dots + x^{4k}).$$

Такий доданок буде містити x^{19} , якщо для деякого m виконується рівність $5k + 4m = 19$. Зрозуміло, що це може бути лише при $k = 3$ і $m = 1$. Отже, коефіцієнт при x^{19} дорівнює $C_{30}^3 \cdot C_{30}^1 = 12180$.

§ 6. ПЕРШІ ВІДОМОСТІ ПРО СТАТИСТИКУ

3.792. 3383,5. *Вказівка.* Скористайтесь формулою $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **3.793.** 3434. *Вказівка.* Скористайтесь формулою

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}. \quad \textbf{3.794.} \quad 10201. \quad \textit{Вказівка.}$$

Скористайтесь формулою $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2$.

3.795. 151,5. *Вказівка.* Це потроєне середнє арифметичне перших ста натуральних чисел. **3.796.** 2. *Вказівка.* Дане рівняння має три корені $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$. **3.797.** а) Мода 3,0 і 3,1; медіана 13,5; середнє значення 13,9.

§ 7. ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

3.800. В 100 г 20 %-го розчину рідини міститься 20 г самої рідини і 80 г розчинника. Саме в таких кількостях і потрібно змішати з її розчинником. **3.801.** Нехай ми змішуємо x г розчину 50 %-ї та y г розчину 70 %-ї кислоти. Тоді в першому розчині

міститься чистої кислоти $\frac{50}{100}x$ г, а в другому – $\frac{70}{100}y$ г. В одержаній

суміші масою $(x + y)$ г буде міститися $\frac{50x + 70y}{100}$ г чистої кислоти,

що повинно складати 65 % від суміші, тобто $\frac{65}{100}(x + y)$ г. Отже,

матимемо рівняння $\frac{50x + 70y}{100} = \frac{65}{100}(x + y)$, звідки $5y = 15x$ і знаходимо

шукане відношення $x : y = 1 : 3$. Це означає, що потрібно змішувати одну частину першого розчину з трьома частинами другого. **3.802.** Золото 375 проби і 750 проби потрібно сплавити у відношенні $250 : 125 = 2 : 1$.

3.803. До 90 г есенції потрібно додати $90 \times \frac{71}{9} = 710$ г води. В результаті

одержимо $90 + 710 = 800$ г столового оцту. **3.804.** Прісну і морську воду

потрібно змішати у відношенні $\frac{3a}{5} : \frac{2a}{8} = 3 : 2$, а це означає, що до 4 кг

морської води потрібно додати 6 кг прісної. Тут a – вміст солі в морській воді. **3.805.** Грузинський чай з індійським потрібно змішати

у відношенні $\frac{1}{20} : \frac{1}{5} = 1 : 4$. **3.806.** 15 т. **3.807.** Спочатку суха речовина

(м'якоть) кавуна становила 1 % маси, а після всихання 2 %. Це означає, що частка сухої речовини в кавуні подвоїлась, тобто вдвічі зменшилась маса і самого кавуна. **3.808.** У 9 разів. **3.809.** Для одержання розчину найбільшої концентрації кислоти потрібно змішати: 100 г 70 %-ї, 100 г 60 %-ї та 50 г 30 %-ї кислоти, а для найменшої: 100 г 30 %-ї, 100 г 60 %-ї та 50 г 70 %-ї кислоти. Для одержання 250 г 55 %-го розчину потрібно взяти 100 г першого розчину і по 75 г другого та третього. **3.810.** Об'єми золота і срібла в сплаві містяться у відношенні 4,4 : 4,4, тобто порівну. **3.811.** Із першої склянки в другу відлили стільки ж кави, скільки з другої склянки відлили молока в першу.

ЗМІСТ

<i>ПЕРЕДМОВА</i>	3
7 КЛАС	
Розділ I. ВИРАЗИ ТА ЇХ ПЕРЕТВОРЕННЯ	4
§ 1. Раціональні вирази	4
§ 2. Степінь з натуральним показником	15
§ 3. Одночлен. Стандартний вигляд одночлена. Дії над одночленами	28
§ 4. Многочлени	31
Розділ II. РІВНЯННЯ	65
Розділ III. РОЗКЛАДАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ НА МНОЖНИКИ	76
Розділ IV. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ	91
8 КЛАС	
Розділ I. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ	112
Розділ II. КВАДРАТНІ КОРЕНІ	144
Розділ III. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ	156
Розділ IV. ФУНКЦІЇ	173
9 КЛАС	
Розділ I. НЕРІВНОСТІ	211
Розділ II. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ	228
Розділ III. РІВНЯННЯ І СИСТЕМИ РІВНЯНЬ. НЕРІВНОСТІ ТА СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ	248
§ 1. Раціональні рівняння	248
§ 2. Системи рівнянь	255
§ 3. Текстові задачі	265
§ 4. Раціональні нерівності	273
§ 5. Системи нерівностей з однією змінною	285
Розділ IV. ПОСЛІДОВНОСТІ. АРИФМЕТИЧНА І ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЇ	288
Розділ V. ЕЛЕМЕНТИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	304
§ 1. Текстові задачі	304
§ 2. Наближені обчислення	310
§ 3. Множини і підмножини	313
§ 4. Комбінаторні задачі	314
§ 5. Біном Ньютона	319
§ 6. Перші відомості про статистику	320
§ 7. Відсоткові розрахунки	326
<i>ВІДПОВІДІ, РОЗВ'ЯЗАННЯ ТА ВКАЗІВКИ</i>	327
7 клас	327
8 клас	349
9 клас	375

Шунда Никифор Миколайович —
доктор педагогічних наук, професор,
заслужений працівник народної освіти України,
ректор Вінницького державного педагогічного
університету ім. М. Коцюбинського,
автор понад 70 наукових і науково-методичних праць,
у тому числі 16 посібників і підручників
для учнів, студентів та вчителів.

