

В. В. Жилко Л. Г. Маркович

ФИЗИКА

Учебное пособие для 11 класса
общеобразовательных учреждений
с русским языком обучения
с 12-летним сроком обучения
(базовый и повышенный уровни)

*Допущено Министерством
образования
Республики Беларусь*

2-е издание, исправленное

Минск «Народная асвета» 2008

УДК 53(075.3=161.1)

ББК 22.3я721

Ж72

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук, доц. БНТУ, зав. каф. технической физики
Е. Е. Трофименко; учитель физики высшей категории лицея № 1
г. Барановичи А. М. Хвалинский

Жилко, В. В.

Ж72 Физика: учеб. пособие для 11-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повышенный уровни)/В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. — 2-е изд., исправленное. — Минск: Нар. асвета, 2008. — 359 с.: ил.

ISBN 978-985-12-1999-1.

УДК 53(075.3=161.1)

ББК 22.3я721

ISBN 978-985-12-1999-1

© Жилко В. В., Маркович Л. Г., 2007

© Жилко В. В., Маркович Л. Г., 2008,
с изменениями

© Оформление. УП «Народная асвета»,
2008

ОТ АВТОРОВ

Уважаемый ученик! Вы находитесь в замечательном возрасте активного формирования мировоззренческих взглядов и личных качеств, которые определяют дальнейшую жизнь человека. В этом процессе Вам существенно поможет изучение дисциплин естественнонаучного цикла, одной из которых является физика.


Вы продолжите изучение курса физики, начатое четыре года назад. Вам предстоит познакомиться с интересными явлениями и законами из областей электричества и магнетизма, волновой физики и оптики, повторить механику.

Поскольку физика — наука целостная, то важно помнить, что новые разделы органично связаны с ранее пройденным материалом. Изучение физики неразрывно связано с математикой, поэтому Вам предстоит овладеть новыми математическими понятиями и методами.


Изучение новых тем, с одной стороны, потребует от Вас определенной настойчивости и организованности, но с другой — позволит понять и самостоятельно разобраться в принципах работы современной техники — от батарейки до мобильного телефона и компьютера. Терпение и труд помогут Вам в усвоении нового материала, в достижении успеха при поступлении в вузы.


Всегда помните мудрые слова всемирно известного советского кинорежиссера С. М. Эйзенштейна: «Научить — нельзя, научить — можно».

В учебном пособии четыре раздела: «Механика», «Электричество и магнетизм», «Колебания и волны», «Оптика». Разделы состоят из глав, а главы — из параграфов.

Данное учебное пособие предназначено для изучения на базовом и повышенном уровнях. Главы, параграфы, вопросы и упражнения для повышенного уровня отмечены «звездочкой» . Материал для повышенного уровня внутри текста отмечен такими же звездочками с двух сторон.

Перед некоторыми параграфами помещен материал для повторения, отмеченный значком . Формулировки физических законов выделены жирным шрифтом.

Значком  отмечен текст для любознательных. Здесь даются интересные физические факты и явления, связанные с основным материалом. Поскольку для многих физических терминов приведены их оригинальные греческие названия, то ниже помещен греческий алфавит.

Параграфы заканчиваются контрольными вопросами, на которые указывает значок . За ними следуют упражнения для самостоятельного решения.

После каждой главы даны основные формулы для запоминания или повторения.

В конце учебного пособия помещены лабораторные работы и ответы к упражнениям.

Желаем успехов!

Греческий алфавит

НАЧЕРТАНИЕ	НАЗВАНИЕ	НАЧЕРТАНИЕ	НАЗВАНИЕ
Α α	АЛЬФА	Ν ν	НЮ
Β β	БЕТА	Ξ ξ	КСИ
Γ γ	ГАММА	Ο ο	ОМИКРОН
Δ δ	ДЕЛЬТА	Π π	ПИ
Ε ε	ЭПСИЛОН	Ρ ρ	РО
Ζ ζ	ДЗЕТА	Σ σ	СИГМА
Η η	ЭТА	Τ τ	ТАУ
Θ θ	ТЕТА	Υ υ	ИПСИЛОН
Ι ι	ЙОТА	Φ φ	ФИ
Κ κ	КАППА	Χ χ	ХИ
Λ λ	ЛАМБДА	Ψ ψ	ПСИ
Μ μ	МЮ	Ω ω	ОМЕГА

Механика

Повторительно-обобщающий курс

*Глава 1. Кинематика

§ 1. Кинематика прямолинейного движения.

Равномерное движение



Физические величины бывают скалярные и векторные. Скалярные физические величины характеризуются только численным значением, тогда как векторные определяются и числом (модулем), и направлением. Скалярными физическими величинами являются время, температура, масса, векторными — скорость, ускорение, сила.

Мир вокруг нас непрерывно изменяется, или движется, т. е. можно сказать, что движение (изменение) есть способ существования материи.

Простейшая форма движения материи — **механическое движение** — заключается в изменении взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени. Наука, изучающая механическое движение, называется **механикой** (от греческого слова *μηχανή* — *подъемная машина*).

Даже самое простое движение тела оказывается достаточно сложным для изучения и исследования. Соответственно, для того чтобы в сложном явлении «увидеть» главное, в физике строится его адекватная упрощенная модель.

В механике широко используется простейшая модель реального тела, называемая **материальной точкой (МТ)**. Под материальной точкой понимают тело, размерами и формой которого можно пренебречь при описании данного движения. Хотя МТ представляет собой абстрактное понятие, упрощающее изучение многих физических явлений, она, подобно реальному телу, «имеет» массу, энергию и т. д.

Кроме материальной точки, в механике используется модель **абсолютно твердого тела**. Под абсолютно твердым телом понимают модель реального тела, в которой расстояние между его любыми двумя точками остается постоянным. Это означает, что размеры и форма абсолютно твердого тела не изменяются в процессе его движения. В противном случае говорят о модели **деформируемого тела**.

В **классической (ньютоновской)** механике рассматривается движение тел со скоростями, намного меньшими скорости света в вакууме ($v \ll c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$).

Классическая механика состоит из трех основных разделов: *кинематики*, *динамики* и *статики*. В **кинематике** (от греческого слова *κίνημα* — движение) изучается механическое движение тел без учета их масс и действующих на них сил. В **динамике** (от греческого слова *δύναμις* — сила) рассматривается влияние взаимодействия между телами на их движение. В **статике** (от греческого слова *στατική τέχνη* — искусство взвешивать) исследуются законы сложения сил и условия равновесия твердых, жидких и газообразных тел.

Всякое движение тела можно представить в виде двух основных видов движения — *поступательного* и *вращательного*.

Поступательным называется движение тела, при котором прямая, соединяющая в этом теле любые две точки, при перемещении остается параллельной самой себе (рис. 1).

Вращательным называется движение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной прямой, называемой осью вращения, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на этой оси (рис. 2).

Основными задачами кинематики являются:

описание совершаемого телом движения с помощью математических формул, графиков или таблиц;

определение кинематических характеристик движения (перемещения, скорости, ускорения).

Движение тела можно описать только относительно какого-либо другого тела. Тело, относительно которого рассматривается исследуемое движение, называют **телом отсчета (ТО)**. Для описания движения используются формулы, графики и таблицы, выражающие зависимость координат, скоростей и ускорений от времени.

Основным свойством механического движения является его **относительность**: **характер движения тела зависит от выбора системы отсчета (СО)**.

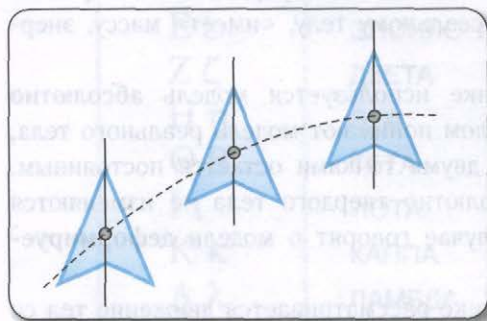


Рис. 1. Поступательное движение

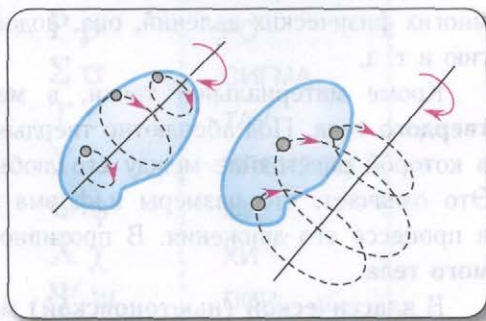


Рис. 2. Вращательное движение

Систему отсчета, выбираемую для описания того или иного движения, образуют: тело отсчета, связанные с ним **система координат (СК)** и прибор для измерения времени (часы) (рис. 3).

Система координат и часы необходимы для того, чтобы знать, как с течением времени изменяется положение тела относительно выбранного тела отсчета.

Для описания движения материальной точки в пространстве вводятся такие понятия, как *траектория*, *перемещение*, *путь*.

Линию, которую описывает материальная точка в процессе движения по отношению к выбранной СО, называют **траекторией** (от латинского слова *trajektorus* — *относящийся к перемещению*). Если траектория является прямой линией, то движение называется **прямолинейным**, в противном случае — **криволинейным**.

Длина участка траектории, пройденного МТ в процессе движения, называется **путем** (s).

Термин «скаляр», происходящий от латинского слова *scalarus* — *ступенчатый*, введен У. Гамильтоном в 1843 г.

Термин «вектор» произошел от латинского слова *vector* — *несущий* и введен У. Гамильтоном в 1845 г.

Перемещением называют вектор $\Delta \vec{r}$, направленный из точки, заданной радиус-вектором \vec{r}_1 , где МТ находилась в начальный момент времени, в точку, заданную радиус-вектором \vec{r}_2 , где МТ находится в рассматриваемый момент времени (рис. 4):

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \quad (1)$$

Для количественного описания механического движения тел (МТ) вводятся физические величины, характеризующие пространство и время: длина l , время t .

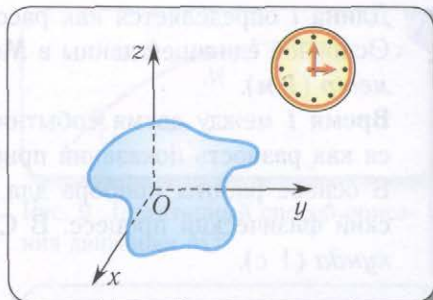


Рис. 3. Система отсчета: система координат $Oxyz$ и часы

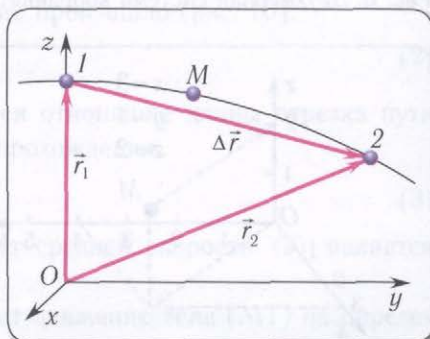


Рис. 4. Перемещение $\Delta \vec{r}$ материальной точки М



Длина l определяется как расстояние между двумя точками в пространстве. Основной единицей длины в **Международной системе единиц (СИ)** является метр (1 м).

Время t между двумя событиями в данной точке пространства определяется как разность показаний прибора для измерения времени, например часов. В основе работы прибора для измерения времени лежит строго периодический физический процесс. В СИ за основную единицу времени принята секунда (1 с).

В зависимости от вида движения могут выбираться следующие системы координат: одномерная (на прямой линии) (рис. 5), двухмерная (на плоскости) (рис. 6), трехмерная (в пространстве) (рис. 7).

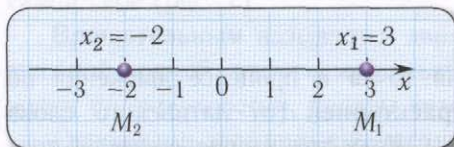


Рис. 5. Одномерная система координат

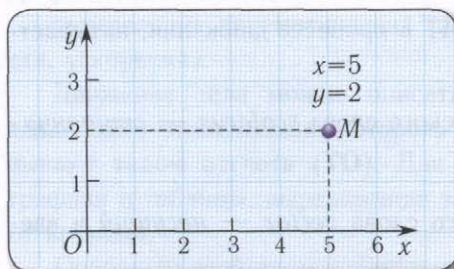


Рис. 6. Двухмерная система координат

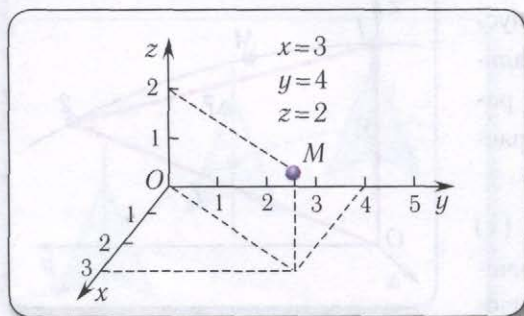


Рис. 7. Трехмерная система координат

Произвольное движение материальной точки может быть задано одним из трех способов: *векторным, координатным, траекторным (естественным)*.

При **векторном** способе описания положение движущейся МТ по отношению к выбранной системе отсчета определяется ее радиус-вектором \vec{r} .

Радиус-вектор \vec{r} всегда проводится из начала координат O в текущее положение материальной точки (рис. 8). При движении положение МТ изменяется. Закон движения в этом случае задается векторным уравнением $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

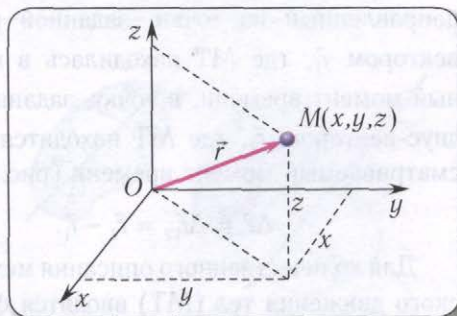


Рис. 8. Векторный и координатный способы задания движения МТ

При **координатном** способе описания положение точки относительно СО определяется координатами x, y, z , а закон движения — уравнениями $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ (см. рис. 8). Исключив из этих уравнений время t , можно найти уравнение траектории движения точки.

Траекторный (естественный) способ описания движения применяется, когда известна траектория движения материальной точки по отношению к выбранной СО (рис. 9).

Текущее положение материальной точки в данном случае определяется расстоянием s , измеренным вдоль траектории от выбранного на ней начала отсчета (точка O на рисунке 9). Кинематический закон движения МТ при этом задается уравнением $s = s(t)$.

Если положить в основу классификации движений характер изменения скорости, то получим **равномерные** и **неравномерные** движения, а если вид траектории, то — **прямолинейные** и **криволинейные**.

Для того чтобы описать быстроту изменения положения тела (МТ) и направление движения относительно данной СО, используют векторную физическую величину, называемую **скоростью** \vec{v} .

Чтобы охарактеризовать неравномерное движение тела (МТ), вводят понятие **средней скорости** $\langle \vec{v} \rangle$ движения как отношение перемещения $\Delta \vec{r}$ тела к промежутку времени Δt , за который это перемещение произошло (рис. 10):

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2)$$

Средней путевой скоростью v_{cp} называется отношение длины отрезка пути Δs (см. рис. 9) к промежутку времени Δt его прохождения:

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (3)$$

Средняя путевая скорость v_{cp} в отличие от средней скорости $\langle \vec{v} \rangle$ является скалярной величиной.

Однако средняя скорость $\langle \vec{v} \rangle$ характеризует движение тела (МТ) на определенном участке траектории, но не дает информации о его движении в определенной точке траектории или в определенный момент времени. Кроме того, средняя скорость дает лишь приближенное понятие о характере движения, так как дви-

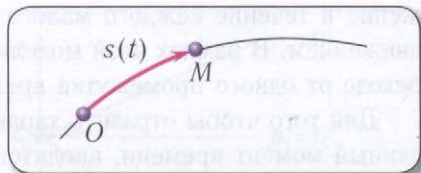


Рис. 9. Траекторный способ описания движения МТ

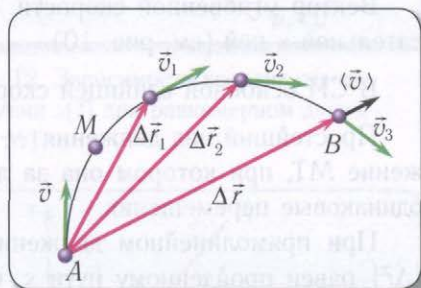


Рис. 10. Средняя $\langle \vec{v} \rangle$ и мгновенные $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ скорости движения МТ

жение в течение каждого малого промежутка времени заменяется равномерным движением. В рамках этой модели скорость тела (МТ) меняется скачком при переходе от одного промежутка времени к другому.

Для того чтобы отразить характер движения в данной точке траектории или в данный момент времени, вводится понятие **мгновенной скорости** \vec{v} — это скорость тела (МТ), равная производной перемещения по времени:

$$\vec{v} = \vec{r}'(t). \quad (4)$$

Вектор мгновенной скорости \vec{v} в любой точке траектории направлен по касательной к ней (см. рис. 10).

В СИ основной единицей скорости является *метр в секунду* $(1 \frac{\text{м}}{\text{с}})$.

Простейший вид движения — *равномерное*. **Равномерным** называется движение МТ, при котором она за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

При прямолинейном движении в одном направлении модуль перемещения $|\Delta \vec{r}|$ равен пройденному пути s . Скорость \vec{v} равномерного движения равна отношению перемещения тела $\Delta \vec{r}$ ко времени Δt , за которое это перемещение произошло:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (5)$$

При равномерном движении скорость постоянна ($\vec{v} = \overline{\text{const}}$) и равна средней скорости $\langle \vec{v} \rangle$, определяемой выражением (2).

Зависимость перемещения от времени имеет вид $\Delta \vec{r} = \vec{v} \Delta t$. Вследствие того, что $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ (\vec{r}_0 — радиус-вектор, задающий положение МТ в начальный момент времени t_0), получаем **кинематическое уравнение движения в векторном виде**

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \Delta t. \quad (6)$$

При проецировании радиус-вектора, например, на ось Ox получаем кинематическое уравнение для координаты при равномерном движении:

$$x = x_0 + v_x \Delta t = x_0 + v_x (t - t_0). \quad (7)$$

Здесь x_0 — координата тела (МТ) в начальный момент времени t_0 . Если начальный момент времени $t_0 = 0$, уравнение принимает вид

$$x = x_0 + v_x t.$$

Для наглядности описания механического движения удобно представлять зависимости между различными кинематическими величинами графически.

Скорость МТ при равномерном движении постоянна, поэтому график зависимости проекции скорости $v_x(t)$ от времени представляет собой отрезок прямой линии, параллельной оси времени Ot (рис. 11). Отрезок прямой l на рисунке 11

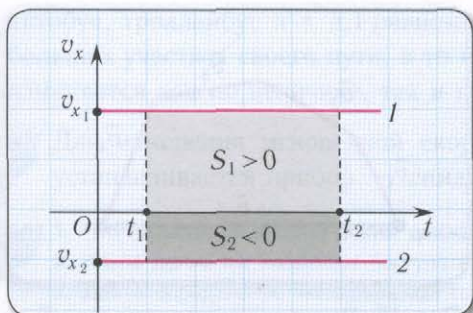


Рис. 11. Зависимость проекций скоростей v_{x_1} и v_{x_2} от времени при равномерном движении МТ

соответствует движению материальной точки в положительном направлении оси Ox ($v_{x_1} > 0$), а 2 — в отрицательном ($v_{x_2} < 0$). Площади S_1 и S_2 закрашенных прямоугольников численно равны модулям перемещений МТ с проекциями скоростей v_{x_1} и v_{x_2} за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$.

График зависимости координаты материальной точки, движущейся равномерно прямолинейно, от времени $x(t)$ — линейная функция (рис. 12).

На рисунке отрезок 1 прямой соответствует равномерному движению в положительном направлении оси Ox ; отрезок 2 прямой — покою материальной точки; отрезок 3 прямой — равномерному движению в отрицательном направлении оси Ox .

Проекция скорости движения численно равна угловому коэффициенту этой прямой линии:

$$v_x = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

т. е. тангенсу угла наклона ($\operatorname{tg} \alpha$) этой прямой к оси времени.

График зависимости пути (модуля перемещения $|\Delta \vec{r}(t)|$) от времени $s(t)$ при равномерном движении представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат (рис. 13). Угловым коэффициентом ($\operatorname{tg} \alpha$) этой прямой численно равен модулю скорости движения v . Поэтому на рисунке большей скорости v_1 соответствует больший угловой коэффициент ($\operatorname{tg} \alpha_1$).

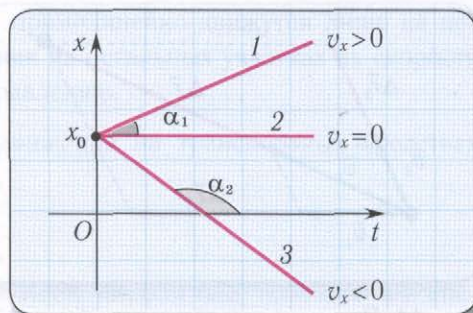


Рис. 12. Зависимость координаты от времени $x(t)$ при равномерном движении МТ

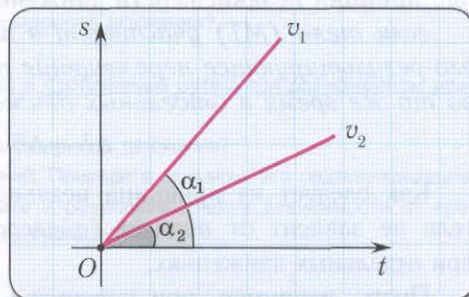


Рис. 13. Зависимость пути от времени при равномерном движении со скоростями v_1 и v_2

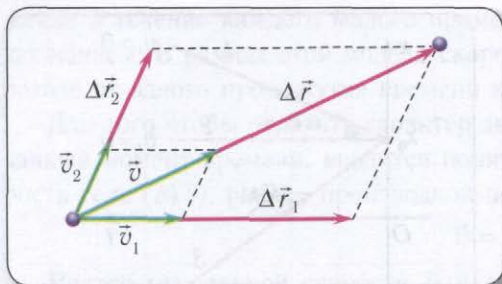


Рис. 14. Результирующее перемещение $\Delta \vec{r}$ как сумма двух перемещений $\Delta \vec{r}_1$ и $\Delta \vec{r}_2$

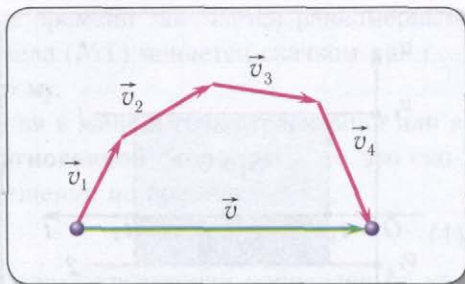


Рис. 15. Результирующая скорость \vec{v} движения тела (МТ)

Для тел (МТ), участвующих в нескольких движениях одновременно, справедлив **принцип независимости движений**:

если тело (МТ) участвует в нескольких движениях одновременно, то его результирующее перемещение равно векторной сумме перемещений $\Delta \vec{r}_i$ за то же время в отдельных движениях:

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2 + \dots + \Delta \vec{r}_n. \quad (8)$$

Как следует из принципа независимости движений, конечное перемещение тела не зависит от порядка (последовательности) суммирования перемещений при отдельных движениях.

Пусть, например, при переправе через реку, скорость течения которой \vec{v}_1 , мы движемся на лодке со скоростью \vec{v}_2 относительно воды. В этом случае результирующее перемещение $\Delta \vec{r}$ (рис. 14) лодки относительно берега будет складываться из собственного перемещения $\Delta \vec{r}_2$ относительно воды и перемещения $\Delta \vec{r}_1$ вместе с водой вследствие течения реки: $\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2$.

На основе принципа независимости движений формулируется классический **закон сложения скоростей**:

результирующая скорость \vec{v} тела (МТ), участвующего в нескольких движениях одновременно, равна векторной сумме скоростей \vec{v}_i отдельных движений (рис. 15):

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_n. \quad (9)$$

Этот закон справедлив только при условии, что скорость каждого отдельного движения мала по сравнению со скоростью света $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Так, для рассмотренного примера (см. рис. 14) результирующая скорость лодки $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Равномерное движение по прямой линии в повседневной жизни встречается сравнительно редко. Например, различные транспортные средства (автомобиль,

автобус, троллейбус и т. д.) равномерно и прямолинейно движутся лишь на небольших участках своего пути, в то время как на остальных участках их скорость изменяется как по величине, так и по направлению.



Для измерения мгновенной скорости движения на транспортных средствах устанавливается прибор — **спидометр**.



1. Что называется механическим движением?
2. Какое движение называют поступательным?
3. Дайте определение материальной точки, абсолютно твердого тела. Абсолютны или относительны эти понятия?
4. Что такое система отсчета и для чего она вводится?
5. Что такое траектория движения?
6. В чем отличие пути от перемещения?
7. Что называют средней скоростью неравномерного движения?
8. Что называют мгновенной скоростью неравномерного движения?
9. Какое движение называют равномерным?
10. В чем различие между модулем перемещения и пройденным путем при равномерном движении?
11. Как записывается кинематический закон равномерного движения?
12. Сформулируйте принцип независимости движений. Приведите примеры, его подтверждающие.
13. Для тела, движущегося равномерно, постройте и объясните график зависимости от времени: а) координаты; б) проекции скорости; в) пройденного пути.

§ 2. Прямолинейное равноускоренное движение

Движение с изменяющейся скоростью называют **неравномерным**. Простейшим видом неравномерного движения является прямолинейное движение с постоянным ускорением, т. е. *прямолинейное равноускоренное движение*. Впервые такое движение выделил и исследовал Галилей.

Равноускоренным называется движение, при котором скорость тела (МТ) за любые равные промежутки времени изменяется одинаково.

Ускорением \vec{a} называется векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости тела (МТ) с течением времени:

$$\vec{a} = \vec{v}' \quad (1)$$

В СИ основной единицей ускорения является *метр в секунду за секунду* ($1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$).

При прямолинейном равноускоренном движении ускорение \vec{a} равно отношению изменения скорости $\Delta \vec{v}$ к промежутку времени Δt , за который это изменение произошло:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (2)$$

где \vec{v}_0 — начальная скорость (в момент времени t_0), \vec{v} — скорость в момент времени t .

При таком движении ускорение \vec{a} тела (МТ) всегда равно ее среднему ускорению:

$$\vec{a} = \langle \vec{a} \rangle.$$

Кинематические уравнения равноускоренного движения имеют вид:

$$\vec{a} = \overline{\text{const}} \neq \vec{0};$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0); \quad (3)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\Delta t + \frac{\vec{a}\Delta t^2}{2} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{\vec{a}(t - t_0)^2}{2}. \quad (4)$$

При прямолинейном равноускоренном движении тела (МТ) вдоль оси Ox зависимость координаты от времени выражается уравнением

$$x = x_0 + v_{0x}\Delta t + \frac{a_x\Delta t^2}{2} = x_0 + v_{0x}(t - t_0) + \frac{a_x(t - t_0)^2}{2}. \quad (5)$$

Если $t_0 = 0$, уравнения (3), (5) принимают вид:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t;$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_xt^2}{2}.$$

Поскольку ускорение при прямолинейном равноускоренном движении постоянно ($\vec{a} = \overline{\text{const}} \neq \vec{0}$), то график зависимости проекции ускорения от времени $a_x(t)$ представляет собой отрезок прямой линии, параллельной оси времени Ot (рис. 16).

В случае, когда проекция ускорения положительна ($a_{x1} > 0$), отрезок прямой проходит выше оси времени (график 1 на рисунке 16). В противном случае ($a_{x2} < 0$) отрезок прямой проходит ниже оси времени (график 2 на рисунке 16).

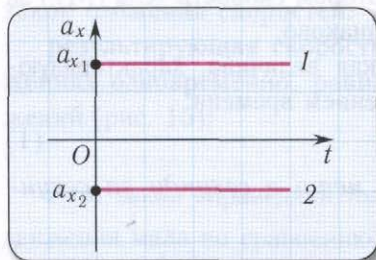


Рис. 16. Зависимость проекции ускорения от времени $a_x(t)$ при прямолинейном равноускоренном движении

График зависимости проекции скорости от времени $v_x(t)$ представляет собой линейную функцию (рис. 17). Тангенс угла наклона ($\text{tg} \alpha$) этой прямой численно равен проекции ускорения a_x движения:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - t_0} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

Если проекция скорости на выбранную ось Ox положительна ($v_{x1} > 0$), то угол α — ост-

рый (угол α_1 на рисунке 17), а если отрицательна ($v_{x2} < 0$), — тупой (угол α_2 на рисунке 17).

График зависимости координаты от времени $x(t)$ при прямолинейном равноускоренном движении представляет собой ветвь параболы (рис. 18). Проекция скорости v_x тела в момент времени t_1 численно равна тангенсу угла наклона $\text{tg} \alpha$ касательной к оси абсцисс.

Подчеркнем, что в процессе движения путь, пройденный материальной точкой, все время увеличивается, в то время как проекция перемещения (координата) может уменьшаться. Вследствие этого график зависимости пути от времени $s(t)$ будет совпадать с графиком зависимости координаты от времени $x(t)$ (рис. 19) на тех участках, где координата увеличивается (см. участок от начала координат до точки B на рисунке).

Соответственно, на тех участках, где координата уменьшается, график зависимости пути от времени является «зеркальным» отражением кривой $x(t)$ от горизонтальной плоскости, проходящей через точку, с которой началось уменьшение координаты (см. точку B на рисунке).

Так как зависимость проекции скорости прямолинейного движения тела вдоль оси Ox от времени $v_x(t)$ является линейной функцией, то проекция средней скорости $\langle v_x \rangle$ движения тела при прямолинейном равноускоренном движении равна среднему арифметическому его начальной и конечной проекций скоростей:

$$\langle v_x \rangle = \frac{v_x + v_{0x}}{2}.$$

Соответственно, в этом случае проекция перемещения на ось Ox (путь)

$$\Delta r_x = s = \frac{v_x + v_{0x}}{2} \Delta t \quad (6)$$

численно равна площади закрашенной трапеции (рис. 20).

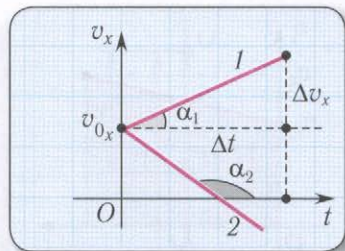


Рис. 17. Зависимость проекции скорости от времени $v_x(t)$ при прямолинейном равноускоренном движении

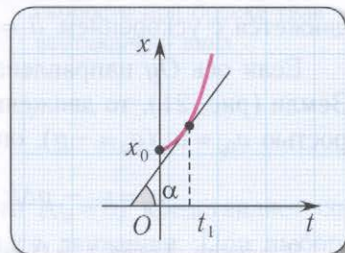


Рис. 18. Зависимость координаты от времени $x(t)$ при прямолинейном равноускоренном движении

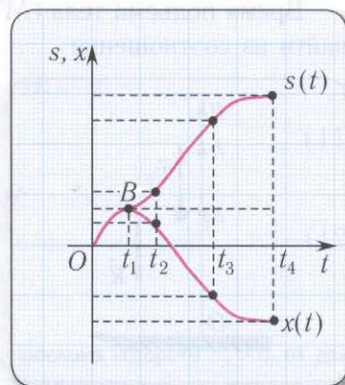


Рис. 19. Зависимости пути от времени $s(t)$ и координаты от времени $x(t)$ при произвольном движении

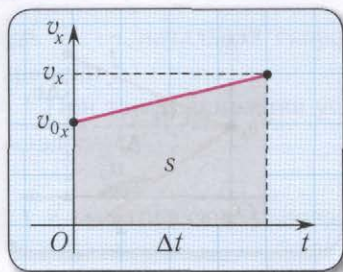


Рис. 20. Графическое вычисление пути как площади трапеции

Исключая время t из уравнений прямолинейного равноускоренного движения для скорости $v(t)$ и координаты $x(t)$, можно получить еще одну часто используемую формулу

$$s = \Delta r_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}. \quad (7)$$



Прибор для измерения ускорения называется **акселерометром**.

Примером равноускоренного прямолинейного движения является *свободное падение* тел, при котором на тело действует только сила тяжести, и оно

движется с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, где $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — ускорение свободного падения.

Если ось Oy направлена вертикально вверх, а ось Ox — вдоль поверхности Земли (рис. 21), то движение тела (МТ), брошенного вертикально вверх со скоростью $v_{0y} = v_0$ ($a_y = -g$), описывается формулами:

$$v_y = v_0 - g\Delta t; \quad y = y_0 + v_0\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2}; \quad y - y_0 = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{-2g}.$$

В случае, когда $t_0 = 0$, зависимости проекции скорости и координаты от времени принимают соответственно вид:

$$v_y = v_0 - gt;$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Время подъема тела (МТ) на максимальную высоту, на которой $v_y = 0$, можно найти из соотношения

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g}. \quad (8)$$

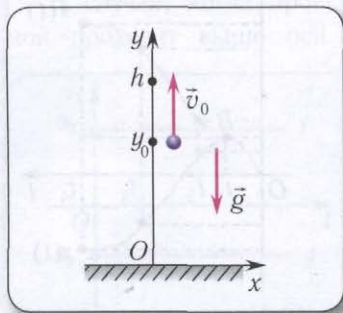


Рис. 21. Направления векторов ускорения \vec{g} и начальной скорости \vec{v}_0 при броске тела вертикально вверх

Скорость в момент возвращения тела (МТ) в исходную точку O определяется по формуле $v = gt_{\text{пад}}$, и она равна начальной скорости v_0 , так как время подъема тела (МТ) равно времени его падения ($t_{\text{под}} = t_{\text{пад}}$).

Докажите самостоятельно, что без учета сопротивления воздуха время подъема тела (МТ) равно времени его падения.

Высоту подъема h тела (МТ) (см. рис. 21) за промежуток времени Δt можно определить из соотношения $h = v_0\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2}$.

Максимальная высота подъема тела (МТ) определяется по формуле

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}. \quad (9)$$

Модуль скорости на высоте h (см. рис. 21) можно найти по формуле

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}. \quad (10)$$

При движении тела (МТ) из начальной точки $y_0 = H$ с начальной скоростью v_0 , направленной вертикально вниз (рис. 22), его скорость в произвольный момент времени t ($t_0 = 0$):

$$v = v_0 + gt.$$

Пройденный телом (МТ) путь s определяется по формуле $s = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$.

Скорость в конце пути s : $v = \sqrt{v_0^2 + 2gs}$.

Падение тел с высоты H без начальной скорости ($v_0 = 0$) представляет собой частный случай прямолинейного равноускоренного движения. При выборе оси Oy , направленной вертикально вниз ($y_0 = 0$), скорость в любой момент времени находится из соотношения $v = g\Delta t = g(t - t_0)$.

Если $t_0 = 0$, то скорость $v = gt$.

Координата y и пройденный путь s определяются соответственно по формулам:

$$y = \frac{g\Delta t^2}{2} \quad \text{и} \quad s = \frac{g\Delta t^2}{2}.$$

Продолжительность свободного падения с высоты H :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}. \quad (11)$$

Скорость тела при свободном падении с высоты H :

$$v = \sqrt{2gH}. \quad (12)$$

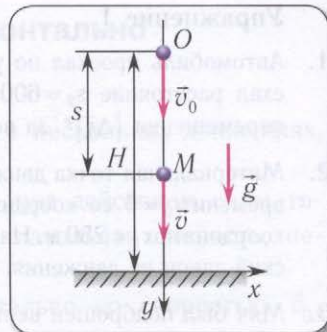


Рис. 22. Направления ускорения и начальной скорости при броске тела вертикально вниз



1. Какое движение называют равноускоренным?
2. Что называют ускорением?
3. Чем отличается прямолинейное движение с ускорением, проекция которого $a_x > 0$, от движения с ускорением, проекция которого $a_x < 0$?
4. Как записывается кинематический закон прямолинейного равноускоренного движения?
5. Для тела, движущегося прямолинейно и равноускоренно, постройте и объясните график зависимости от времени: а) координаты; б) проекции скорости; в) пройденного пути; г) проекции ускорения.

Упражнение 1

1. Автомобиль проехал по улице расстояние $s_1 = 500$ м, потом повернул на 90° и проехал расстояние $s_2 = 600$ м. Найдите пройденный автомобилем путь s и модуль его перемещения $|\Delta \vec{r}|^*$ за все время движения.
2. Материальная точка движется равномерно вдоль оси Ox так, что в начальный момент времени $t_0 = 0$ ее координата $x_0 = 10$ м, а через промежуток времени $\Delta t = 2,0$ мин ее координата $x_1 = 250$ м. Найдите скорость v материальной точки и запишите кинематический закон ее движения.
3. Мяч был подброшен вертикально вверх с высоты $h_1 = 2,0$ м еще на $\Delta h = 5,0$ м и упал на землю. Найдите путь s и модуль перемещения Δr мяча.
4. Расстояние между двумя городами грузовая машина проехала со скоростью $v = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Обратно после загрузки машина возвращалась со скоростью, в два раза меньшей. Постройте график зависимости координаты машины от времени $x(t)$ и найдите ее среднюю скорость $\langle v \rangle$ на всем пути.
5. Спортсмен бежит по окружности радиусом R с постоянной по модулю скоростью v . Постройте графики зависимостей пути от времени $s(t)$ и модуля перемещения спортсмена от времени $\Delta r(t)$, приняв точку старта за начало отсчета.
6. Для взлета самолет должен разогнаться до скорости $v = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите время t разбега и ускорение a самолета, если длина взлетной полосы $l = 600$ м. Движение самолета считать равноускоренным.
7. Автомобиль, движущийся со скоростью $v_1 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, тормозит на пути $s = 400$ м, причем его скорость вследствие этого уменьшается до $v_2 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Найдите ускорение a автомобиля и время t торможения.
8. Определите время t подъема лифта в здании высотой $h = 100$ м, если его движение при разгоне и торможении происходит с ускорением $a = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, а равномерное движение происходит со скоростью $v = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
9. С какой скоростью v и под каким углом β к меридиану должен лететь самолет, чтобы за время $t = 1,5$ ч пролететь в северном направлении путь $s = 200$ км, если во время полета дует северо-восточный ветер под углом $\alpha = 45^\circ$ к меридиану со скоростью $u = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?
10. Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности Земли, дважды прошел через точку на высоте h от поверхности, причем промежуток времени между этими прохождениями равен Δt . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите начальную скорость v_0 камня и время t его полета.

* В дальнейшем модуль вектора будем обозначать символом без стрелки и знака модуля, например $|\vec{a}|$ запишется как a .

§ 3. Движение тела, брошенного горизонтально и под углом к горизонту

Если материальная точка участвует одновременно в нескольких движениях, то такое движение называют *сложным*.

Примером сложного движения является движение под действием силы тяжести в том случае, если падающему телу сообщена начальная скорость, не параллельная вектору ускорения свободного падения.

Рассмотрим движение тела, брошенного горизонтально со скоростью \vec{v}_0 . Выберем систему координат так, что ее начало находится на поверхности Земли, направив ось Ox горизонтально, а ось Oy — вертикально (рис. 23).

Это сложное движение можно представить в виде суммы двух независимых движений — равномерного с постоянной скоростью \vec{v}_0 вдоль горизонта (оси Ox) и свободного падения в вертикальном направлении с ускорением \vec{g} .

Движение тела в горизонтальном направлении будет описываться уравнением

$$x = s = v_0 t, \quad (1)$$

а в вертикальном — уравнением

$$y = y_0 - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Здесь y_0 — координата тела по оси Oy в начальный момент времени ($t_0 = 0$).

Если тело брошено с высоты $y_0 = h$, то время падения ($t_{\text{пад}}$) определяется из

$$\text{условия } y = 0 = y_0 - \frac{gt_{\text{пад}}^2}{2} : \quad t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Для получения уравнения траектории движения $y(x)$ необходимо исключить время из уравнений движения (1) и (2). Из уравнения (1) выражаем время t и подставляем в уравнение (2). Получаем $y = y_0 - \frac{g}{2v_0^2} x^2$.

Это уравнение параболы, ветви которой направлены вниз, так как коэффициент перед множителем x^2 отрицательный.

Скорость вдоль направления оси Ox остается неизменной и равной v_0 .

Вдоль оси Oy движение равноускоренное. В начальный момент времени вертикальная составляющая скорости равна нулю ($v_{0y} = 0$), поэтому мгновенная

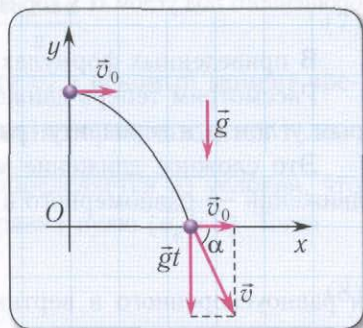


Рис. 23. Траектория движения тела, брошенного горизонтально

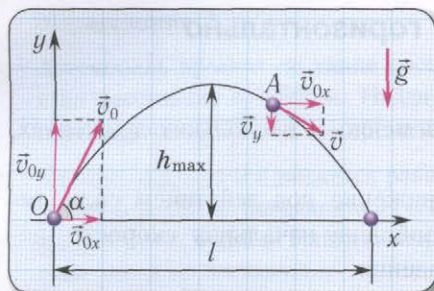


Рис. 24. Траектория движения тела, брошенного под углом α к горизонту

В приведенных формулах сопротивление воздуха не учитывается.

Рассмотрим теперь движение тела, брошенного со скоростью \vec{v}_0 под некоторым углом α к горизонту (рис. 24).

Это сложное движение можно представить в виде суммы двух независимых движений — равномерного в горизонтальном направлении со скоростью $v_x = v_{0x}$:

$$x = x_0 + (v_0 \cos \alpha)t \quad (3)$$

и равноускоренного в вертикальном направлении с ускорением \vec{g} и начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$:

$$y = y_0 + (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

В том случае, если система координат выбрана так, что начальные координаты $x_0 = y_0 = 0$, уравнение траектории движения имеет вид

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (5)$$

Как и при движении тела, брошенного горизонтально, траектория представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз, поскольку коэффициент перед x^2 отрицателен. Вершина параболы при этом имеет координаты $\left(\frac{l}{2}, h_{\max}\right)$, где l — дальность полета тела, h_{\max} — максимальная высота его подъема в процессе полета.

Модули горизонтальной v_x и вертикальной v_y составляющих мгновенной скорости \vec{v} движения определяются из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \alpha = \text{const}, \\ v_y &= v_0 \sin \alpha - gt. \end{aligned} \quad (6)$$

скорость вдоль оси Oy находится из соотношения $v_y = gt$. Модуль мгновенной скорости определяется по теореме Пифагора (см. рис. 23):

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}.$$

Угол между начальной скоростью \vec{v}_0 и мгновенной скоростью \vec{v} в момент времени t можно найти из соотношения

$$\tan \alpha = \frac{gt}{v_0}.$$

Мгновенную скорость \vec{v} движения тела в произвольной точке A траектории можно найти как векторную сумму горизонтальной \vec{v}_x и вертикальной \vec{v}_y мгновенных скоростей движения (см. рис. 24).

Время подъема тела можно найти из условия $v_y = 0$:

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Если сопротивление воздуха при движении не учитывается, то время подъема равно времени падения: $t_{\text{под}} = t_{\text{пад}}$ (докажите это самостоятельно).

Таким образом, время полета тела можно найти как

$$t_{\text{пол}} = t_{\text{под}} + t_{\text{пад}} = 2t_{\text{под}} = 2t_{\text{пад}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (7)$$

Определив вертикальную составляющую скорости v_y в искомый момент времени, по формуле $h = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{-2g}$ можно найти высоту, на которой находится тело.

Максимальная высота подъема тела h_{max} легко определяется из условия, что вертикальная составляющая скорости в этой точке равна нулю ($v_y = 0$). Тогда


$$h_{\text{max}} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (8)$$

Дальность полета l — расстояние, пройденное телом за время полета $t_{\text{пол}}$ вдоль оси Ox с постоянной скоростью v_{0x} (см. рис. 24). Она определяется по формуле

$$l = v_{0x} t_{\text{пол}} = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha. \quad (9)$$

Таким образом, дальность полета определяется модулем начальной скорости v_0 тела и углом его бросания α .

Заметим, что согласно формуле (9) при неизменном модуле начальной скорости тела максимальная дальность l_{max} полета достигается при $\sin 2\alpha = 1$, т. е. при угле бросания $\alpha = 45^\circ$.

- 
1. Из каких движений состоит движение тела, брошенного горизонтально?
 2. Из каких движений состоит движение тела, брошенного под углом к горизонту?
 3. Какая линия является траекторией движения тела, брошенного горизонтально?
 4. Какая линия является траекторией движения тела, брошенного под углом к горизонту?
 5. В чем отличие траекторий движения тел, брошенных горизонтально и под углом к горизонту?
 6. Как найти время полета тела, брошенного под углом к горизонту?
 7. Как определить высоту максимального подъема тела, брошенного под углом к горизонту?

Упражнение 2

1. С крыши дома, высота которого $h = 24,0$ м, произведен выстрел в горизонтальном направлении. Определите расстояние от места падения пули до дома, если начальная скорость ее полета $v_0 = 540 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Сопротивлением воздуха пренебречь.
2. Тело брошено со скоростью $v_0 = 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определите, через какой промежуток времени Δt направление скорости движения тела будет перпендикулярным начальному.
3. Определите расстояние l между точкой бросания камня и точкой, в которой он окажется спустя промежуток времени $\Delta t = 4,0$ с после броска, если камень брошен с башни под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
4. Определите максимальную высоту h_{max} подъема снаряда, если из пневмопушки стреляют под углом α к горизонту со скоростью $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и дальность полета снаряда превышает максимальную высоту подъема в $k = 4$ раза.
5. Два тела бросили одновременно из одной точки: первое — вертикально вверх, второе — под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Начальная скорость каждого тела $v_0 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Найдите расстояние l между телами через промежуток времени $\Delta t = 2,5$ с.

§ 4. Кинематика вращательного движения



При криволинейном движении материальной точки ее мгновенная скорость направлена по касательной к траектории в данной точке.

Движение тела (МТ) по окружности является частным случаем криволинейного движения по траектории, лежащей в одной плоскости.

Одним из простейших и широко распространенных видов такого движения является **движение по окружности с постоянной по модулю скоростью**. Это такое движение, при

котором тело (МТ) за любые равные промежутки времени описывает одинаковые дуги. Подчеркнем, что при подобном движении скорость точки постоянно меняет свое направление.

Для описания движения по окружности используются ряд физических величин. Рассмотрим некоторые из них.

Удобным параметром для определения положения материальной точки M , совершающей движение по окружности радиусом R с центром в начале координат, является **угол поворота φ** (рис. 25)

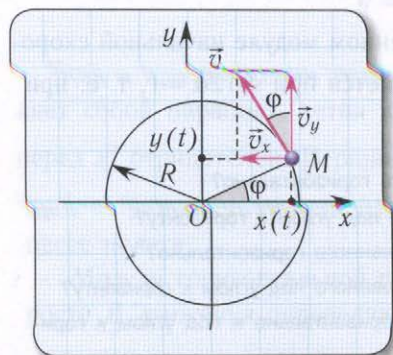


Рис. 25. Движение МТ по окружности

радиус-вектора точки M . Он отсчитывается от оси Ox против хода часовой стрелки и связан с декартовыми координатами соотношениями:

$$x(t) = R \cos \varphi(t), \quad (1)$$

$$y(t) = R \sin \varphi(t). \quad (2)$$

По теореме Пифагора можно найти, что координаты x и y материальной точки в декартовой системе координат удовлетворяют соотношению

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Скорость \vec{v} , с которой материальная точка движется по окружности, называется **линейной скоростью** (рис. 26).

Проходимый точкой путь s (длина дуги окружности) равен, как и для всякого равномерного движения, произведению модуля скорости v и промежутка времени движения Δt :

$$s = v \Delta t.$$

Модуль угловой скорости ω — это отношение угла поворота $\Delta \varphi$ к промежутку времени Δt , за который этот поворот произошел:

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}.$$

Угловая скорость $\vec{\omega}$ является величиной векторной. Она направлена вдоль оси вращения материальной точки, и ее направление определяется по правилу буравчика, т. е. совпадает с направлением поступательного движения конца буравчика, рукоятка которого вращается в том же направлении, что и тело (рис. 27).

Единица угловой скорости в СИ — *радиан в секунду* ($1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$).

При движении по окружности с постоянной по модулю скоростью v угловая скорость ω является величиной постоянной и ее модуль равен

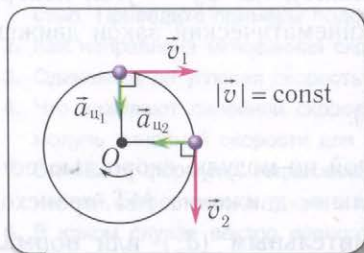


Рис. 26. Движение МТ по окружности с постоянной по модулю скоростью

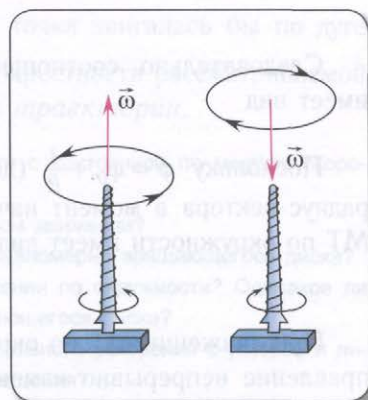


Рис. 27. Определение направления угловой скорости $\vec{\omega}$ по правилу буравчика

отношению угла поворота $\Delta\varphi$ к промежутку времени Δt , за который этот поворот произошел:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 2\pi n.$$

Здесь n — **частота вращения** — физическая величина, численно равная числу оборотов N материальной точки в единицу времени:

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{N}{t}.$$

Единица частоты вращения в СИ — *секунда в минус первой степени* (1 с^{-1}).

Время совершения одного оборота называется **периодом вращения** T .

Следовательно,

$$T = \frac{1}{n}. \quad (4)$$

В СИ период измеряется в *секундах* (1 с).

При совершении полного оборота ($\Delta\varphi = 2\pi$ и $\Delta t = T$) период определяется по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (5)$$

Модуль постоянной линейной скорости тела (МТ), движущегося по окружности, вычисляется по формуле

$$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R n. \quad (6)$$

Проекции скорости \vec{v} (см. рис. 25) с течением времени изменяются по закону

$$v_x(t) = -v \sin \varphi(t), \quad v_y(t) = v \cos \varphi(t).$$

Модуль угловой скорости определяется соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

Следовательно, соотношение между модулями линейной и угловой скорости имеет вид

$$v = \omega R. \quad (7)$$

Поскольку $\varphi = \varphi_0 + \frac{l}{R}$ (докажите самостоятельно), где φ_0 — угол поворота радиус-вектора в момент начала движения, то кинематический закон движения МТ по окружности имеет вид

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \frac{v}{R}(t - t_0).$$

При движении МТ по окружности с постоянной по модулю скоростью ее направление непрерывно изменяется и, следовательно, движение МТ происходит с ускорением, которое называется **центростремительным** (\vec{a}_u) или **нормальным** (\vec{a}_n). Ускорение направлено по радиусу к центру окружности и характеризует быстроту изменения направления скорости \vec{v} с течением времени

(см. рис. 26). Его модуль определяется формулой

$$a_{\text{ц}} = v\omega = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 n^2 R. \quad (8)$$

Нормальное ускорение \vec{a}_n в любой момент времени перпендикулярно скорости \vec{v} , т. е. $\vec{a}_n \perp \vec{v}$.

Как и при прямолинейном равноускоренном движении, ускорение \vec{a}_τ , называемое **тангенциальным (касательным)**, совпадает с направлением скорости \vec{v} ($\vec{a}_\tau \uparrow \vec{v}$) или направлено противоположно ей ($\vec{a}_\tau \downarrow \vec{v}$) и поэтому изменяет только модуль скорости. Следовательно, при движении по окружности с непостоянной по модулю скоростью (например, математический маятник) или при любом криволинейном движении **полное ускорение** \vec{a} можно представить в виде векторной суммы нормального ускорения \vec{a}_n и тангенциального ускорения \vec{a}_τ , направленного по касательной к окружности в данной точке (рис. 28):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Полное ускорение \vec{a} всегда направлено в сторону вогнутости траектории (см. рис. 28).

Модуль полного ускорения находится по теореме Пифагора:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \quad (9)$$

где $a_n = \frac{v^2}{r}$ — нормальное ускорение, с которым точка двигалась бы по дуге окружности радиусом r , заменяющей траекторию в окрестности рассматриваемой точки. Этот радиус r называют **радиусом кривизны траектории**.

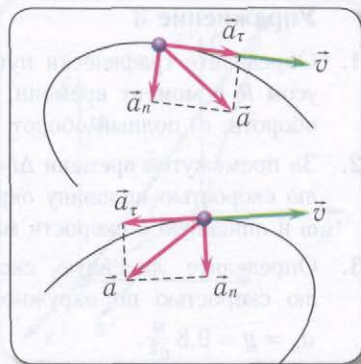


Рис. 28. Полное ускорение \vec{a} при криволинейном движении

1. Дайте определение движения тела (МТ) по окружности с постоянной по модулю скоростью. Приведите примеры подобного движения.
2. Как направлена мгновенная скорость при криволинейном движении?
3. Одинакова ли угловая скорость для различных точек равномерно вращающегося диска?
4. Что называют линейной скоростью тела при его движении по окружности? Одинаков ли модуль линейной скорости для различных точек вращающегося диска?
5. Запишите формулы, выражающие связь центростремительного ускорения с угловой и линейной скоростями, а также с периодом и частотой вращения?
6. В каком случае вектор полного ускорения при неравномерном движении по окружности направлен к ее центру?
7. В каком случае вектор полного ускорения при неравномерном движении по окружности направлен по касательной к ней?

Упражнение 3

1. Определите графически путь и перемещение некоторой точки на краю диска радиусом R в момент времени, когда диск совершил: а) четверть оборота, б) половину оборота, в) полный оборот.
2. За промежуток времени $\Delta t = 15$ с материальная точка прошла с постоянной по модулю скоростью половину окружности, радиус которой $R = 50$ см. Определите угловую ω и линейную v скорости материальной точки.
3. Определите линейную скорость v точки, движущейся с постоянной по модулю скоростью по окружности радиусом $R = 1,0$ м, если ее нормальное ускорение $a_n = g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
4. Материальная точка начинает движение по окружности радиусом $R = 10$ см с тангенциальным ускорением $a_\tau = 15 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Через какой промежуток времени Δt после начала движения нормальное ускорение a_n будет больше тангенциального a_τ в $\eta = 5$ раз?
5. Материальная точка начинает двигаться по окружности радиусом $R = 50$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0,50 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определите угол α между векторами скорости \vec{v} и полного ускорения \vec{a} точки через $t = 2,0$ с после начала движения.

§ 5. Принцип относительности



Инерциальными системами отсчета (ИСО) в классической механике принято считать такие системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона — закон инерции. Любая система отсчета, движущаяся равномерно относительно ИСО, также является инерциальной.

При ускоренном движении, например при разгоне электропоезда, мы без труда (даже с закрытыми глазами) сможем указать направление ускорения. Однако при равномерном движении электропоезда на перегоне между станциями, не выглядывая в окно, практически невозможно определить, движется он или нет.

Галилео Галилей первым установил, что никакими механическими опытами, проведенными в данной инерциальной системе отсчета, нельзя определить, покоится данная система отсчета или движется равномерно. Он пришел к выводу, что **все механические явления протекают и описываются одинаковым образом в различных ИСО**. Это утверждение называется **принципом относительности (принципом Галилея)**.

Согласно этому принципу законы динамики должны иметь одинаковый вид в различных ИСО. С этой точки зрения все инерциальные системы отсчета тождественны (одинаковы).

Для доказательства принципа относительности рассмотрим две системы отсчета: неподвижную инерциальную систему K (с координатами x, y, z) и систему

K' (с координатами x', y', z') (рис. 29), движущуюся с постоянной скоростью \vec{u} относительно системы K . В начальный момент времени начала координат обеих систем и их координатные оси совпадают. На рисунке 29 видно, что в любой момент времени t от начала движения радиус-векторы некоторой точки A в различных системах отсчета связаны соотношением

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{u}t. \quad (1)$$

Это уравнение в проекциях на оси координат можно записать следующим образом:

$$x = x' + u_x t, \quad y = y' + u_y t, \quad z = z' + u_z t. \quad (2)$$

К преобразованиям координат при переходе от одной ИСО к другой необходимо добавить еще одно уравнение, связывающее время в системах отсчета. В классической механике оно имеет вид


$$t = t'. \quad (3)$$

Уравнения (2) и (3), описывающие преобразования координат и времени, носят название **преобразований Галилея**.

Если рассмотреть случай, когда система K' движется со скоростью \vec{u} вдоль положительного направления оси Ox системы K (в начальный момент времени оси координат совпадают), то преобразования Галилея примут вид

$$x = x' + ut, \quad y = y', \quad z = z'. \quad (4)$$

Подчеркнем, что преобразования Галилея справедливы лишь в классической механике (при скоростях движения, малых по сравнению со скоростью света).

 При скоростях, сравнимых со скоростью света, преобразования Галилея заменяются преобразованиями Лоренца.

Рассмотрим изменения радиус-векторов в различных ИСО за промежутки времени Δt $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{r}_0}{\Delta t}$ и получим **правило сложения скоростей в классической механике**:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}. \quad (5)$$

Соответственно, ускорение материальной точки в системе отсчета K определяется выражением

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta (\vec{v}' + \vec{u})}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}'}{\Delta t} = \vec{a}'.$$

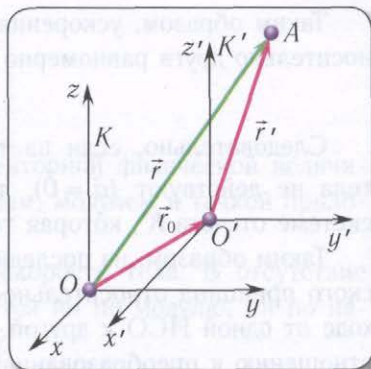


Рис. 29. Определение положения материальной точки в различных ИСО

Таким образом, ускорения точки A в системах отсчета, движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, одинаковы:

$$\vec{a} = \vec{a}'.$$

Следовательно, если на точку A в инерциальной системе отсчета K другие тела не действуют ($\vec{a} = \vec{0}$), то аналогичное явление ($\vec{a}' = \vec{0}$) наблюдается и в системе отсчета K' , которая также является инерциальной.

Таким образом, из последнего соотношения следует подтверждение механического принципа относительности: уравнения динамики не изменяются при переходе от одной ИСО к другой. В таком случае говорят, что они **инвариантны** по отношению к преобразованиям Галилея.



1. Какие системы отсчета являются инерциальными, а какие — неинерциальными?
2. Можно ли считать инерциальными системы отсчета, неподвижно связанные с Землей? С Солнцем?
3. В чем заключается относительность движения?
4. Какая формула выражает классический закон сложения скоростей?
5. При каких условиях справедлив классический закон сложения скоростей?

Основные формулы в главе 1

Кинематические уравнения равноускоренного движения:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + a(t - t_0),$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2},$$

$$\Delta r_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Угловая скорость:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 2\pi n.$$

Частота вращения:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Период вращения:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Линейная скорость:

$$v = \omega R.$$

Центростремительное (нормальное) ускорение:

$$a_u = a_n = v\omega = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 n^2 R.$$

* Глава 2. Динамика

§ 6. Законы динамики



Действие одного тела на другое описывается векторной физической величиной — силой. Сила характеризуется направлением, модулем и точкой приложения.

Действие силы является причиной изменения скорости тела. В отсутствие сил (взаимодействий) скорость тела не изменяется ни по модулю, ни по направлению.

Закон всемирного тяготения: две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс m_1 и m_2 , обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними и направленной по соединяющей их прямой:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Кинематика, описывающая различные типы движения тел, не может ответить на вопрос о причинах возникновения, изменения и прекращения движения, поскольку для этого необходимо рассматривать закономерности механического взаимодействия тел. Закономерности механического взаимодействия тел являются предметом изучения следующего раздела механики — *динамики*.

Динамика — раздел механики, в котором изучается движение взаимодействующих материальных тел.

Термин «динамика» закрепился за этим разделом механики после выхода в свет в 1743 г. книги Ж. Л. Даламбера «Трактат по динамике».

Действие одного тела на другое в механике проявляется в деформации взаимодействующих тел и в изменении характера их движения.

Сила \vec{F} — векторная физическая величина, являющаяся мерой воздействия на тело со стороны других тел и полей.

В результате действия силы (сил) тело приобретает ускорение и деформируется. Любая сила характеризуется модулем (абсолютной величиной), направлением и точкой приложения. Прямая линия, вдоль которой направлена сила, называется **линией действия силы**.

Единица силы в СИ — **ньютон**: $1 \text{ Н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

В качестве примеров различных сил можно привести силу всемирного тяготения ($F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$), силу тяжести ($F = mg$), силу трения ($F = \mu N$), силу упругости ($F_{\text{упр}} = -k\Delta l$).

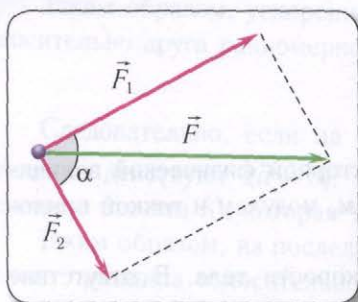


Рис. 30. Равнодействующая сила \vec{F} двух сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2

Для измерения модуля действующей силы с помощью пружинных весов или динамометра используется способность силы вызывать упругие деформации. О модуле силы можно также судить по ускорению, сообщаемому силой телу известной массы.

Опыт показывает, что при одновременном действии на тело нескольких сил ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$) справедлив **принцип суперпозиции сил**, согласно которому их действие эквивалентно действию одной силы, называемой **равнодействующей (резльтирующей)** \vec{F} данных сил. Она является их векторной суммой:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (1)$$

Например, равнодействующая двух сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 равна их векторной сумме (рис. 30):

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Модуль равнодействующей силы в данном случае вычисляется по формуле

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}.$$

Силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 называются также **составляющими** силы \vec{F} .

В основе классической динамики лежат три закона Ньютона, установленные в результате обобщения различных экспериментальных данных.

Первый закон Ньютона (закон инерции):

существуют такие системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тело (материальная точка) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него не действуют другие тела или их воздействия скомпенсированы.

Отметим, что силы, действующие на рассматриваемое тело со стороны других тел, скомпенсированы, если их векторная сумма равна нулю ($\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$).

Тело, на которое не действуют силы со стороны других тел или их воздействие скомпенсировано, называется **свободным**. Подчеркнем, что движение свободного тела происходит по инерции до тех пор, пока не изменятся силы, действующие на него.



Термин «инерция» происходит от латинского слова *iners* — *косность, бездеятельность*.

Можно показать, что любая система отсчета, движущаяся относительно данной ИСО равномерно и прямолинейно, также является **инерциальной**.

Инерциальными системами отсчета в классической механике принято считать такие системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона — закон инерции. Время в классической механике носит абсолютный характер и не меняется при переходе от одной ИСО к другой.

Примерами ИСО являются, например, гелиоцентрическая, связанная с Солнцем, или геоцентрическая, связанная с Землей.

В классической механике справедлив **принцип относительности Галилея**, устанавливающий факт равноправности различных инерциальных систем отсчета:

во всех ИСО любые механические процессы протекают одинаково при одинаковых начальных условиях.

Иными словами, все ИСО равноправны между собой при изучении разнообразных механических процессов, и никакие эксперименты в замкнутой системе тел не позволят отличить одну инерциальную систему отсчета от другой. Так, никакими механическими экспериментами внутри лифта вы не сможете определить, покоится лифт или движется равномерно прямолинейно.

Аналитически первый закон Ньютона записывается в виде

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}, \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}, \Rightarrow \vec{v} = \overline{\text{const}}. \quad (2)$$

Система отсчета, относительно которой свободное тело не сохраняет скорость движения неизменной, называется **неинерциальной**.

При взаимодействии двух тел имеющее большую массу тело приобретает меньшее ускорение, т. е. оно более инертно:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Инертность — свойство тела, характеризующее его способность к изменению скорости при взаимодействии с другими телами. Поскольку количественной мерой инертности является *масса* m тела, то ее в этом случае называют **инертной** массой.

С другой стороны, масса определяет также способность тел взаимодействовать с другими телами в соответствии с законом всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Такое взаимодействие называется также *гравитационным* (от латинского слова *gravitas* — *тяжесть*), и массу в этом случае называют **гравитационной**.

В современной физике с высокой точностью доказана тождественность значений гравитационной и инертной масс. Поэтому говорят просто о массе тела.

Измерение массы производят по измерению ускорения при взаимодействии исследуемого тела с эталоном: $m = m_{\text{эт}} \frac{a_{\text{эт}}}{a}$ и взвешиванием тела на весах: $mg = m_{\text{эт}}g$ (g — ускорение свободного падения).

Таким образом, **масса** — это скалярная физическая величина, являющаяся количественной мерой инертных и гравитационных свойств тела.

Масса является аддитивной величиной, т. е. масса системы тел равна сумме масс отдельных тел, образующих систему: $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$.

Единица массы — **килограмм** (1 кг) — является основной единицей в СИ.



В качестве эталона килограмма установлена масса Международного прототипа килограмма, который представляет собой цилиндр диаметром и высотой 39 мм из платиноиридиевого сплава (90 % Pt и 10 % Ir) и хранится в Международном бюро мер и весов в Севре близ Парижа.



1. Какие системы отсчета являются инерциальными, а какие — неинерциальными?
2. Какое свойство тела называется инертностью?
3. Какая физическая величина является мерой инертности тела?
4. Почему возможно равномерное движение автомобиля при работающем двигателе?
5. Почему при прополке сорной травы, имеющей глубокие корни, ее нужно вытаскивать из земли очень осторожно, без рывка?
6. Почему при насаживании тяжелого молотка (топора) на ручку его постукивают ручкой по прочной поверхности?
7. Почему при поездке в общественном транспорте (вагоне метро, автобусе, троллейбусе и т. д.) следует держаться за поручень?
8. Почему при взлете и посадке самолета следует пристегивать привязные ремни, в то время как при полете на набранной высоте этого можно не делать?
9. Почему на вал электродвигателя для стабилизации угловой скорости его вращения насаживают массивный однородный диск (маховик)?

§ 7. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона



Импульс тела \vec{p} — векторная физическая величина, равная произведению массы тела и его скорости: $\vec{p} = m\vec{v}$.

Эксперименты показывают, что действие силы приводит к изменению характера движения свободной материальной точки (тела) — в инерциальной системе отсчета у нее появляется ускорение, направление и модуль которого определяются вторым законом Ньютона.

Второй закон Ньютона (основной закон динамики):

ускорение \vec{a} , приобретаемое материальной точкой в любой ИСО под действием сил, прямо пропорционально равнодействующей \vec{F} этих сил и обратно пропорционально массе m материальной точки:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (1)$$

где $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ (рис. 31).

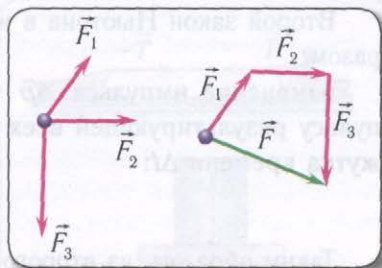


Рис. 31. Нахождение результирующей силы \vec{F} трех действующих на МТ сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$

Таким образом, ускорение совпадает по направлению с результирующей силой:

$$\vec{a} \uparrow \vec{F}.$$

Основной закон динамики справедлив и для поступательного движения абсолютно твердого тела массой m , так как ускорение \vec{a} всех его точек одинаково.

Отметим, что в случае непоступательного движения абсолютно твердого тела второй закон Ньютона определяет ускорение центра масс тела

$$\vec{a}_{\text{цм}} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

С учетом определения ускорения $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$ и импульса тела (МТ) $\vec{p} = m\vec{v}$ в случае действия постоянной результирующей силы $\vec{F} \neq \vec{0}$ можно записать

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (2)$$

или

$$\vec{F} \Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \Delta \vec{p},$$

где $\vec{F} \Delta t$ — импульс результирующей силы $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$, $\Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$ — изменение импульса тела (МТ).

Подчеркнем, что импульс силы определяется как модулем, так и временем действия силы.



Термин «импульс» происходит от латинского слова *impulsus* — *натиск*, т. е. включает в себя представления как о величине, так и о продолжительности действия. Впервые этот термин еще до работ И. Ньютона был использован Дж. Валлисом в 1671 г.

Второй закон Ньютона в импульсной форме можно записать следующим образом:

изменение импульса $\Delta \vec{p}$ тела (МТ) относительно любой ИСО равно импульсу результирующей всех сил, подействовавших на него в течение промежутка времени Δt :

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t. \quad (3)$$

Таким образом, из второго закона Ньютона следует, что:

- а) приложенные к телу (МТ) силы являются причиной изменения его скорости;
- б) равнодействующая всех сил (независимо от их природы), приложенных к телу (МТ), определяет величину и направление его ускорения.

Второй закон Ньютона позволяет определить условие сохранения состояния покоя или равномерного движения тела (МТ) при действии на него других тел. Таким условием является равенство нулю векторной суммы всех сил, действующих на тело (МТ):

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}.$$

Второй закон Ньютона определяет уравнение движения материальной точки в векторной форме. Его используют для нахождения проекций сил и ускорений на оси прямоугольной декартовой системы координат.

Третий закон Ньютона устанавливает связь между силами, с которыми тела действуют друг на друга, и отражает факт взаимности механического действия (взаимодействия).

Третий закон Ньютона (закон действия и противодействия):

при любых взаимодействиях двух тел на них действуют силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 одинаковой природы со стороны одного тела на другое. Эти силы равны по модулю, противоположны по направлению и приложены к разным телам:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \quad (4)$$

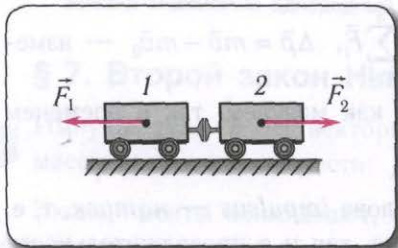


Рис. 32. Силы, возникающие при столкновении тележек

Здесь \vec{F}_1 — сила, действующая на первое тело со стороны второго, а \vec{F}_2 — на второе со стороны первого. Подчеркнем, что силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 в случае взаимодействия материальных точек направлены вдоль соединяющей их прямой.

Так, при столкновении тележки действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению (рис. 32).

Из третьего закона Ньютона следует, что силы любой природы при различных взаимодействиях всегда возникают и исчезают парами.

Следует помнить, что рассматриваемые силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 приложены к разным телам и по этой причине они не могут компенсировать друг друга, так как при вычислении равнодействующей складывают только силы, приложенные к одному телу.

Примеры различных пар сил действия и противодействия приведены на рисунке 33.

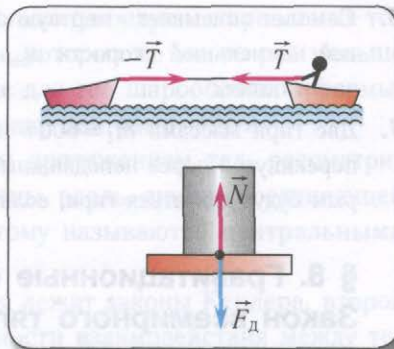


Рис. 33. Примеры сил, возникающих при взаимодействии тел

1. Как формулируется первый закон Ньютона?
2. В чем состоит свойство, называемое инертностью?
3. Какой величиной характеризуется инертность тела?
4. Как формулируется второй закон Ньютона?
5. Как движется тело, к которому приложена сила, постоянная по модулю и направлению?
6. Как формулируется третий закон Ньютона?
7. После купания собака резкими вращательными движениями стряхивает с себя капли воды. Объясните это явление с механической точки зрения.
8. Почему при столкновении легкового автомобиля с грузовым повреждения у легкового всегда больше, чем у грузового?
9. На весах уравновешен стакан с водой. Нарушится ли равновесие, если в воду, не касаясь стенок и дна стакана, опустить карандаш и держать его?

Упражнение 4

1. Шарик массой $m = 100$ г движется с ускорением $a = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определите силу F , действующую на шарик.
2. Сила $F = 2,0$ кН действует на тело массой $m = 0,50$ т. Найдите ускорение a , с которым движется тело.
3. Найдите ускорение a , с которым будет двигаться тело массой $m = 3,0$ кг под действием постоянной силы $F = 0,60$ Н. Чему будет равна скорость v тела через промежуток времени $\Delta t = 6,0$ с после начала движения?
4. Автомобиль массой $m = 0,50$ т после выключения двигателя останавливается под действием постоянной силы трения $F_{\text{тр}} = 0,60$ кН за промежуток времени $\Delta t = 40$ с. Определите скорость v автомобиля до момента начала торможения.
5. Самолет массой $m = 5,0$ т при взлете на участке пути длиной $l = 600$ м разгоняется до скорости $v = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите силу тяги $F_{\text{т}}$ его двигателей, если сила сопротивления воздуха $F_{\text{с}} = 0,50$ кН.

6. Самолет описывает «мертвую петлю» (петлю Нестерова) радиусом $R = 80$ м. При какой наименьшей скорости v_{\min} самолета летчик не оторвется от сиденья в верхней части петли?
7. Две гири массами $m_1 = 600$ г и $m_2 = 400$ г привязаны к легкой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный гладкий блок. Найдите модуль ускорения a , с которым будут двигаться гири, если их отпустить.

§ 8. Гравитационные силы.

Закон всемирного тяготения.

Сила тяжести. Ускорение свободного падения



Сила тяжести, действующая на тело, прямо пропорциональна его массе: $\vec{F} = m\vec{g}$. Направление силы тяжести принимают за направление вертикали в данной точке земной поверхности.

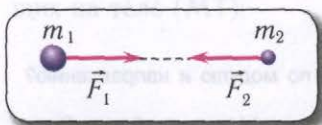


Рис. 34. Гравитационные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2

В большинстве механических процессов силы возникают при непосредственном (механическом) контакте взаимодействующих тел. Это справедливо, например, в случае сил упругости, трения, реакции опоры.

Однако сила **гравитационного** взаимодействия способна действовать на расстоянии, т. е. она существует даже тогда, когда тела не находятся в контакте.

Гравитационные силы (силы тяготения) — это силы, с которыми притягиваются друг к другу все тела во Вселенной.

Модуль и направление гравитационных сил определяется **законом всемирного тяготения**:

две материальные точки притягиваются друг к другу с силой $\vec{F}_1(\vec{F}_2)$, прямо пропорциональной произведению их масс (m_1 и m_2) и обратно пропорциональной квадрату расстояния (r^2) между ними. Силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 направлены вдоль прямой, соединяющей материальные точки (рис. 34):

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2, \quad |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F, \quad F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравитационная постоянная.

Заметим, что гравитационная постоянная численно равна силе, с которой взаимодействуют две материальные точки массами $m_1 = m_2 = 1,000$ кг, находящиеся на расстоянии $r = 1,000$ м друг от друга.



Впервые гравитационную постоянную G измерил в 1798 году Г. Кавендиш с помощью крутильных весов.

Закон всемирного тяготения справедлив не только для двух материальных точек, но и для тел произвольной формы, размеры которых во много раз меньше расстояний между центрами тяжести тел, а также для тел шарообразной формы, где под расстоянием r понимается расстояние между центрами шаров.

Гравитационные силы обусловлены взаимным притяжением тел, рассматриваемых как материальные точки. Они направлены вдоль линии, соединяющей взаимодействующие материальные точки, и поэтому называются **центральными** силами.

В основе вывода закона всемирного тяготения лежат законы Кеплера, второй закон Ньютона и предположение об универсальности взаимодействия между телами независимо от их природы.

Гравитационное взаимодействие может быть описано с помощью **гравитационного поля (поля сил тяготения)**. Тело массой m_1 может рассматриваться как источник гравитационного поля, которое притягивает тело массой m_2 , находящееся на расстоянии r от него, с силой, модуль которой равен $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, и направленной по прямой, соединяющей центры масс этих тел. Аналогично можно рассматривать тело массой m_2 как источник гравитационного поля, в котором находится тело массой m_1 .

На тело, находящееся в гравитационном поле Земли, действует сила всемирного тяготения $F_{\text{тяг}} = G \frac{mM}{R^2}$ (m — масса тела, M — масса Земли, R — радиус Земли), направленная к центру Земли (рис. 35). В этом случае Землю считаем однородным шаром радиусом R .

Согласно второму закону Ньютона при вращательном движении вместе с Землей на тело со стороны Земли действует результирующая сила

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{тяг}} + \vec{F}_{\text{реак}} = m\vec{a}_{\text{ц}}, \quad (1)$$

где $\vec{F}_{\text{реак}}$ — сила суммарной реакции земной поверхности, $\vec{a}_{\text{ц}}$ — центростремительное (нормальное) ускорение.

Составляющая силы всемирного тяготения, действующая на тело со стороны Земли и сообщаемая телу **ускорение свободного падения** \vec{g} , называется **силой тяжести**. Так как угловая скорость вращения Земли мала ($\omega \approx 0,08 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$), то $ma_{\text{ц}} \ll F_{\text{тяг}}$ ($F_{\text{ц}} < 4 \cdot 10^{-3} F_{\text{тяг}}$), поэтому сила тяжести $F_{\text{т}}$ незначительно отли-

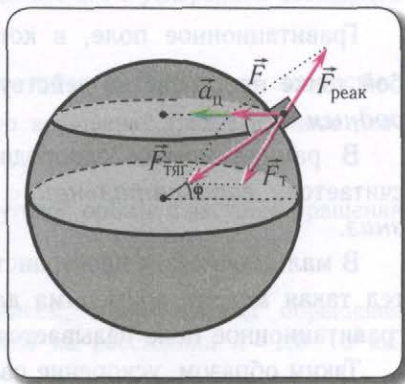


Рис. 35. Силы, действующие на тело на поверхности Земли

чается от силы гравитационного притяжения Земли и по модулю, и по направлению, т. е. $\vec{F}_T \approx \vec{F}_{\text{тяг}}$.

Точку приложения силы тяжести называют **центром тяжести тела**. Положение центра тяжести тела в однородном гравитационном поле совпадает с его центром масс.

По второму закону Ньютона $G \frac{mM}{R^2} = mg$.

Откуда ускорение свободного падения $g = G \frac{M}{R^2}$.

Следовательно, ускорение свободного падения g не зависит от массы m тела, а определяется массой Земли M и ее радиусом R .

Ускорение свободного падения зависит от:

широты φ данной точки (Земля — неинерциальная система отсчета) земной поверхности (на полюсе $g = 9,83 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на экваторе $g = 9,78 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$) и пород земной коры;

высоты h над поверхностью Земли $g = G \frac{M}{(R+h)^2}$ (докажите самостоятельно);

формы Земли (она приплюснута у полюсов).



При подъеме тела сила тяжести убывает с высотой сравнительно медленно. Так, на высоте $h \approx 32$ км над поверхностью Земли она уменьшается всего на 1 %.

Нормальным ускорением свободного падения называется ускорение свободного падения на широте $\varphi = 45^\circ$ на уровне моря ($h = 0$), измеренное при нормальных условиях. Численно оно равно $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Гравитационное поле, в котором на материальную точку массой m в любой точке пространства действует одинаковая сила $\vec{F} = m\vec{g}$, называется *однородным*.

В рамках модели однородного гравитационного поля поверхность Земли считается *горизонтальной*, а сила тяжести направлена *вертикально вниз*.

В малых областях пространства вблизи поверхности Земли и других небесных тел такая модель применима для описания гравитационного поля. Однородное гравитационное поле называется *полем тяжести*.

Таким образом, ускорение свободного падения g — это ускорение, с которым движется материальная точка вблизи поверхности Земли под действием силы тяжести, в системе отсчета, связанной с Землей как телом отсчета.



1. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
2. Какой физический смысл гравитационной постоянной?
3. Что называют гравитационным полем?
4. Что называют силой тяжести?
5. От чего зависит ускорение свободного падения?
6. Зависит ли ускорение свободного падения от массы тела?
7. Объясните влияние вращения Земли вокруг своей оси на ускорение свободного падения.
8. Что называется свободным падением тел?
9. Как изменился бы радиус орбиты Луны, если бы масса Земли удвоилась?

Упражнение 5

1. Рассчитайте модуль силы F гравитационного притяжения Земли к Солнцу, считая орбиту Земли окружностью радиусом $R = 149 \cdot 10^6$ км. Масса Солнца — $M_C = 2,0 \cdot 10^{30}$ кг, масса Земли — $M_3 = 6,0 \cdot 10^{24}$ кг.
2. Найдите среднюю плотность $\langle \rho \rangle$ Земли, если известно, что ее радиус $R = 6400$ км, а ускорение свободного падения на поверхности $g = 9,8 \frac{M}{c^2}$.
3. Определите модуль гравитационной силы притяжения F , действующей на один из шаров со стороны остальных трех, если все они расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 1,0$ м. Масса каждого шара $m = 5,0$ кг.
4. На каком расстоянии r от Луны результирующая гравитационная сила, действующая на космический корабль, летящий от Земли к Луне, равна нулю? Гравитационное действие Солнца не учитывать. Масса Луны — $M_L = 7,35 \cdot 10^{22}$ кг, расстояние от Земли до Луны $R = 3,84 \cdot 10^8$ м.
5. Радиус Солнца больше радиуса Земли в $\eta_1 = 110$ раз, в то время как средняя плотность Земли больше средней плотности Солнца в $\eta_2 = 4$ раза. Найдите ускорение свободного падения g_C у поверхности Солнца. Сравните его с ускорением свободного падения у поверхности Земли — $g_3 = 9,8 \frac{M}{c^2}$.
6. Может ли спутник вращаться вокруг Земли по круговой орбите со скоростью:
а) $v = 1 \frac{KM}{c}$; б) $v = 1 \frac{M}{c}$? При каком условии это возможно? Гравитационное действие Солнца не учитывать.
7. Может ли спутник вращаться вокруг Земли по круговой орбите с частотой вращения $n = 18 \frac{об}{сут}$?
8. Один из спутников Юпитера, открытый Галилеем, имеет период обращения $T = 1,44 \cdot 10^6$ с и находится от Юпитера в среднем на расстоянии $h = 1,9 \cdot 10^6$ км. Определите массу M Юпитера.

§ 9. Силы трения



При движении одного тела по поверхности другого (при попытке к такому движению) возникает сила трения, направленная против движения (против возможного движения).

Опыт показывает, что в земных условиях всякое неподдерживаемое механическое движение с течением времени прекращается под действием сил трения (сопротивления).

Трением называется взаимодействие между различными соприкасающимися телами, препятствующее их относительному перемещению.

Силы трения имеют электромагнитное происхождение, поскольку их появление обусловлено взаимодействием «пограничных» атомов, расположенных на поверхностях соприкасающихся тел. Вследствие этого, силы трения, как правило, действуют параллельно трущимся поверхностям.

Различают силы *сухого* трения (покоя, скольжения, качения) и *вязкого* трения (силы сопротивления, возникающие при движении в жидкости или газе).

Отметим, что действие сил трения приводит к переходу механической энергии во внутреннюю энергию тела.

Трение покоя. Силы трения покоя возникают между неподвижными телами при попытке сдвинуть одно из них (рис. 36). Сила трения покоя равна по модулю и направлена противоположно силе, приложенной к телу, параллельно поверхности соприкасающихся тел. В зависимости от приложенной силы модуль силы трения $F_{\text{тр}}$ может меняться в пределах

$$0 \leq F_{\text{тр}} \leq F_{\text{тр max}}.$$

Экспериментально установлено, что

$$F_{\text{тр max}} = \mu_0 N, \quad (1)$$

где N — модуль силы нормальной реакции опоры в месте соприкосновения тел, μ_0 — коэффициент трения покоя, зависящий от свойств веществ соприкасающихся поверхностей и от степени их шероховатости (качества обработки). Установлено также, что коэффициент трения покоя не зависит от площади соприкасающихся поверхностей.

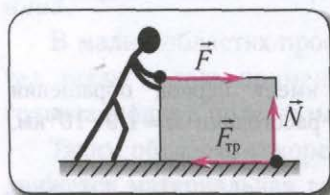


Рис. 36. Сила трения покоя

Согласно третьему закону Ньютона модуль силы нормальной реакции опоры N равен модулю силы нормального давления F_d ($N = F_d$).

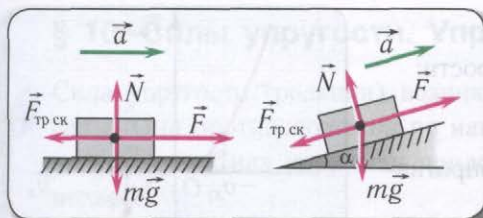


Рис. 37. Сила трения скольжения

прямо пропорционален модулю силы нормальной реакции опоры и определяется по формуле

$$F_{\text{тр ск}} = \mu N, \quad (2)$$

где μ — коэффициент трения скольжения, зависящий от тех же параметров, что и коэффициент трения покоя μ_0 .

Этот закон был установлен экспериментально и называется законом Кулона — Амонтона.



Точные измерения показывают, что коэффициент трения скольжения зависит также и от модуля скорости относительного движения соприкасающихся тел (при малых скоростях в большинстве случаев $\mu < \mu_0$).

Как следует из формулы для модуля силы трения скольжения, коэффициент трения μ можно выразить как отношение модулей силы трения к силе нормального давления:

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N}.$$

Поверхность называется **гладкой**, если силы трения равны нулю при любом характере движения.

Вязкое трение. Эксперименты показывают, что при движении в жидкости или газе (сплошной среде) на тело действует сила **вязкого трения** $\vec{F}_{\text{сопр}}$. Она зависит от размеров и формы тела, от скорости его движения (рис. 38), а также свойств жидкости или газа. Сила вязкого трения $\vec{F}_{\text{сопр}}$ возникает также между слоями жидкости или газа при их относительном движении.

При небольших скоростях движения (малых по сравнению со скоростью звука в воздухе) можно считать, что модуль силы вязкого трения прямо пропорционален скорости движения тела:

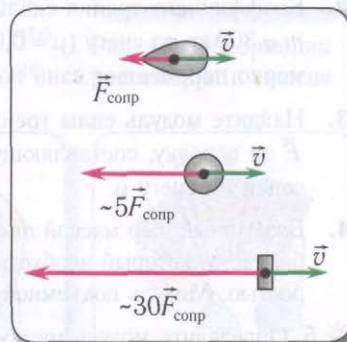


Рис. 38. Сила сопротивления для тел различных форм

$$F_{\text{сопр}} = \alpha v,$$

а при больших скоростях — квадрату скорости:

$$F_{\text{сопр}} = \beta v^2,$$

где α , β — постоянные коэффициенты сопротивления (рис. 39).

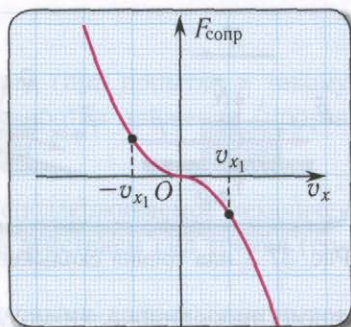


Рис. 39. Зависимость модуля силы сопротивления от скорости движения тела

1. Объясните причину появления сил трения. Возникают ли силы трения в космосе?
2. Перечислите общие особенности сил трения. Какие виды трения Вы знаете?
3. Что называется силой трения покоя?
4. Объясните особенности силы трения скольжения. Сформулируйте закон Кулона—Амонтона.
5. Куда направлена сила трения подошв о дорогу при ходьбе человека?
6. Где и почему быстрее течение — у берегов или на середине реки?
7. Почему слабый ветерок приводит в движение айсберги в открытом море, тогда как на суше сдвинуть ледяную гору с места может только ураган?
8. Почему трактору не придают обтекаемую форму?
9. Почему космическому спутнику не придают обтекаемую форму?
10. В каких случаях действует сила вязкого трения? От чего она зависит?
11. Одинаковой ли будет сила трения при перемещении бруска по плоскости на его широкой и узкой гранях?

Упражнение 6

1. Определите начальную скорость v_0 скользящей по льду шайбы, которая останавливается, пройдя расстояние $l = 35$ м, если коэффициент трения скольжения шайбы о лед $\mu = 0,050$.
2. Коэффициент трения скольжения деревянных полозьев саней с грузом общей массой $m = 300$ кг по снегу ($\mu = 0,070$). Найдите модуль силы тяги F_t лошади, которая равномерно перемещает сани по горизонтальной дороге.
3. Найдите модуль силы трения скольжения $F_{\text{тр}}$ санок массой m , которые тянут с силой \vec{F} за веревку, составляющую с горизонтом угол α . Коэффициент трения скольжения саней по снегу μ .
4. Воздушный шар массой m опускается с постоянной скоростью v . Определите массу Δm балласта, который необходимо выбросить, чтобы шар начал подниматься с той же скоростью. Модуль подъемной силы F считать в обоих случаях одинаковым.
- * 5. Определите модуль минимальной силы F_{min} , которую необходимо приложить к ящику массой $m = 4,0$ кг, находящемуся на горизонтальной поверхности, чтобы он начал двигаться по ней с ускорением $a = 0,20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Коэффициент трения скольжения ящика $\mu = 0,40$.

§ 10. Силы упругости. Упругие деформации. Закон Гука



Сила упругости (реакции) возникает в ответ на действие деформирующей силы. Она противоположна по направлению и равна по модулю деформирующей силе. Сила упругости приложена к телу, находящемуся на опоре или подвесе.

Силы упругости обусловлены взаимодействиями между атомами и, как и силы трения, являются по своей природе *электромагнитными силами*. Они возникают при смещении атомов вещества из положений равновесия. В результате деформации силы электрических взаимодействий стремятся вернуть атомы в первоначальные положения.

Деформация — изменение формы или размеров тела, обусловленное изменением взаимного расположения атомов тела под действием внешних сил или при изменении температуры тела.

Если после прекращения действия сил размер и форма тела полностью восстанавливаются, то деформация называется **упругой**, а если нет — **пластической**.

Деформации бывают нескольких видов: растяжение или сжатие (рис. 40); сдвиг (рис. 41); кручение (рис. 42); изгиб (рис. 43).

Упругое тело — одна из механических моделей физических тел, используемая для описания в тех случаях, когда деформацией тела пренебречь нельзя.

Силы упругости возникают между телами только в том случае, если тела деформированы. Движение упругого тела или его взаимодействие с другими телами сопровождается такими изменениями формы, что при прекращении взаимодействия или возврате к ис-

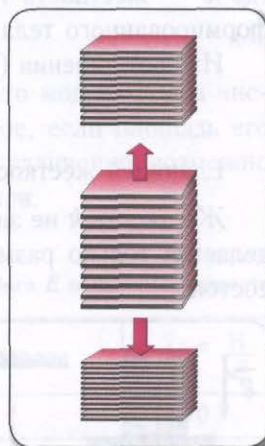


Рис. 40. Деформация растяжения и сжатия

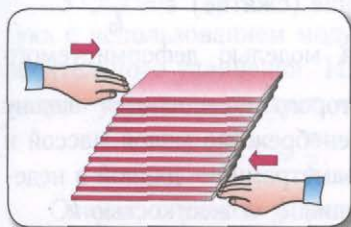


Рис. 41. Деформация сдвига



Рис. 42. Деформация кручения



Рис. 43. Деформация изгиба

ходному механическому состоянию его первоначальная форма восстанавливается. Это означает, что в упругом теле можно пренебречь остаточной деформацией, т. е. изменениями формы и размеров тел после прекращения их взаимодействия.

Особенности сил упругости:

возникают вследствие деформации одновременно у двух взаимодействующих тел;

перпендикулярны поверхностям взаимодействующих тел;

по направлению противоположны смещению частиц деформируемого тела;

при упругих деформациях выполняется **закон Гука**:

модуль силы упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей в теле при упругих деформациях, прямо пропорционален его абсолютному удлинению (сжатию) Δl :

$$F_{\text{упр}} = k|l - l_0| = k|\Delta l|, \quad (1)$$

где k — жесткость тела, l_0 — длина недеформированного тела, l — длина деформированного тела.

Из соотношения (1) определим жесткость тела:

$$k = \frac{F_{\text{упр}}}{|\Delta l|}. \quad (2)$$

Единицей жесткости в СИ является **ньютон на метр** ($1 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$).

Жесткость k не зависит от приложенных сил и величины деформации и определяется только размером деформируемого тела и веществом, из которого оно состоит.

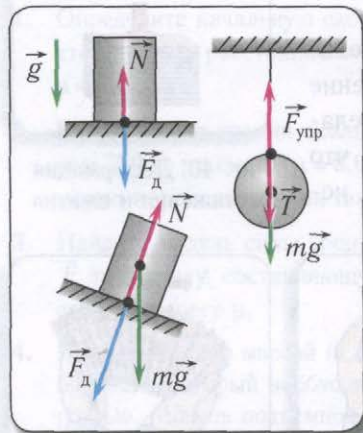


Рис. 44. Силы нормальной реакции \vec{N} опоры, натяжения T и упругости подвеса $\vec{F}_{\text{упр}}$



Впервые свой закон Роберт Гук опубликовал в 1676 г. в виде анаграммы *ut tension sic vis* — как напряжение, так сила.

Деформации характеризуют двумя величинами: абсолютное удлинение (сжатие) $|\Delta l| = l - l_0$ и относительное удлинение (сжатие) $\epsilon = \frac{|\Delta l|}{l_0}$.

Пружина является моделью деформируемого тела, деформации которого подчиняются закону Гука. Она обладает пренебрежимо малой массой и описывается двумя параметрами — длиной в недеформированном состоянии l_0 и жесткостью k .

Со стороны опоры на тело действует сила нормальной реакции опоры \vec{N} (рис. 44), которая

возникает вследствие деформации опоры. Со стороны тела на опору действует сила давления \vec{F}_d . Со стороны подвеса на тело действует сила упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$. Со стороны тела на подвес действует сила натяжения подвеса \vec{T} , направленная вниз.

Для тонкого однородного упругого стержня, деформированного некоторой силой \vec{F} , направленной вдоль него, модуль абсолютного удлинения (сжатия) $|\Delta l|$ прямо пропорционален длине стержня l_0 , обратно пропорционален площади его поперечного сечения S и определяется упругими свойствами вещества, задаваемыми **модулем упругости** или **модулем Юнга** E :

$$|\Delta l| = F \frac{l_0}{SE}. \quad (3)$$

Для выяснения физического смысла модуля Юнга и определения единицы его измерения выразим E из приведенной формулы:

$$E = \frac{Fl_0}{S|\Delta l|}. \quad (4)$$

Если предположить, что в этом соотношении $|\Delta l| = l_0$, то модуль Юнга численно равен силе, способной увеличить длину образца вдвое, если площадь его поперечного сечения равна единице. На практике такое удлинение возможно только для резины или искусственно создаваемых материалов.

Единицей модуля упругости E в СИ является *ньютон на метр квадратный* ($1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$).

Модули Юнга некоторых веществ приведены в таблице 1.

Еще одной из основных величин, характеризующих механические свойства тел, является механическое напряжение $\sigma = \frac{F}{S}$, которое позволяет записать закон Гука с использованием модуля Юнга и относительного удлинения. Из формулы для модуля упругости следует, что

$$\frac{|\Delta l|}{l_0} E = \frac{F}{S}.$$

Откуда, с учетом определения относительного удлинения и напряжения, находим $\sigma = \epsilon E$.

Таблица 1
Модули Юнга E некоторых веществ

Вещество	$E \cdot 10^{-6} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$
Алюминий	70
Сталь	200
Чугун	100
Бетон	20
Кирпич	14
Гранит	45
Дерево (сосна) вдоль волокон	10
Нейлон	5
Кость конечности (продольная нагрузка)	15

Жесткость стержня k определяется через модуль упругости (модуль Юнга) E , его длину l_0 и площадь поперечного сечения S соотношением

$$k = \frac{ES}{l_0}. \quad (5)$$



1. Что называется деформацией тела? Какие виды деформаций Вы знаете?
2. Сформулируйте закон Гука. Как графически можно изобразить закон Гука?
3. Определите единицу жесткости тела.
4. В чем заключается физический смысл модуля Юнга?

Упражнение 7

1. Какая сила приводит в движение стрелу при стрельбе из лука?
2. Груз какой массы m необходимо подвесить к пружине жесткостью $k = 900 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, чтобы ее абсолютное удлинение составило $\Delta l = 10 \text{ см}$?
3. Определите силу F , которую необходимо приложить, чтобы растянуть стальную проволоку диаметром $d = 0,045 \text{ см}$ на $\varepsilon = 0,010 \%$ ее начальной длины.
4. Определите диаметр d алюминиевого стержня, при котором растягивающее напряжение $\sigma = 2,0 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ достигается под действием силы $F = 1,5 \text{ кН}$. Найдите абсолютное удлинение Δl стержня, если его начальная длина $l_0 = 1,0 \text{ м}$.
5. Грузовик при буксировке легкового автомобиля массой $m = 2,0 \text{ т}$, двигаясь из состояния покоя равноускоренно, прошел путь $l = 300 \text{ м}$ за промежуток времени $t = 55 \text{ с}$. Найдите абсолютное удлинение Δl буксировочного троса, если его жесткость $k = 2,0 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Трением пренебречь.

§ 11. Элементы статики. Момент силы.

Условия равновесия тел. Виды равновесия



Условия равновесия тела: 1. Векторная сумма сил, приложенных к телу, равна нулю. 2. Алгебраическая сумма моментов приложенных к телу сил равна нулю.

Изучение систем взаимодействующих частиц (абсолютно твердых тел) значительно упрощается, если рассматривать их поступательное и вращательное движения по отдельности.

Для рассмотрения динамики вращения необходимо определить физическую величину, представляющую собой «вращательный» аналог силы для поступательного движения и называемую **моментом силы**.

Эксперименты показывают, что в данном случае важна как точка приложения силы, так и направление ее действия относительно оси вращения. Для учета этих факторов вводится **плечо силы**, определяемое как кратчайшее расстояние от оси вращения (точка O на рисунке 45) до линии действия силы, т. е. длина перпендикуляра l , опущенного из точки O на линию действия силы \vec{F} (см. рис. 45).

Момент силы M равен произведению модуля силы и ее плеча (см. рис. 45):

$$M = Fl. \quad (1)$$

Основным результатом взаимодействия тел в динамике является возникновение ускорений. Из второго закона Ньютона следует, что под действием внешних сил и их моментов центр масс тела может перемещаться с некоторым ускорением и при этом тело может вращаться с угловым ускорением, причем ориентация этой оси может меняться с течением времени.

Движение замкнутой системы взаимодействующих частиц оказывается достаточно сложным. Однако в такой системе имеется точка, которая движется по прямой линии с постоянной скоростью. Эта точка называется **центром масс** и ее положение определяется выражением

$$\vec{r}_{\text{цм}} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}. \quad (2)$$

Часто необходимо знать, при каких условиях тело, на которое действует несколько сил, покоится относительно некоторой инерциальной системы отсчета.

Существует область инженерной науки, изучающая условия равновесия твердых тел. Важно знать, какие силы необходимо приложить, чтобы удержать тело в состоянии покоя или предотвратить его разрушение.

Раздел механики, в котором изучаются условия равновесия, называется **статикой**.

Условия равновесия формулируются в статике для *абсолютно твердого тела*, т. е. тела, которое под действием внешних сил не деформируется.

Равновесным называется неизменное во времени состояние тела, т. е. **равновесие** — это такое состояние тела, при котором оно покоится ($v = 0$), движется равномерно ($\vec{v} = \text{const}$) или вращается с постоянной угловой скоростью ($\omega = \text{const}$) вокруг какой-либо оси, проходящей через центр масс.

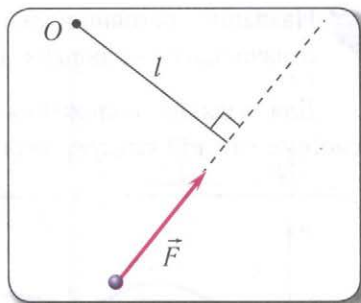


Рис. 45. Определение плеча l силы \vec{F}



Название состояния равновесия произошло от латинского слова *aequilibrium*, означающего «равный» + «весы».

Для задания положения абсолютно твердого тела в данной инерциальной системе отсчета следует задать радиус-вектор \vec{r}_0 его центра масс, а также ориентацию тела (угол α) относительно центра масс (рис. 46).

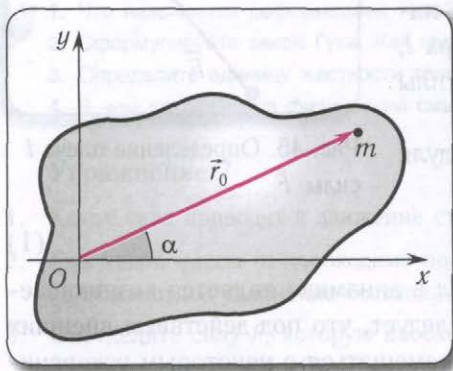


Рис. 46. Движение центра масс тела в ИСО Oxy

Если, например, твердое тело массой m может совершать движение в плоскости Oxy выбранной системы отсчета под действием результирующей силы \vec{F} , то для его равновесия (покоя) необходимо выполнение следующих двух условий.

1. Для равновесия центра масс ($\vec{r}_0 = \text{const}$) в инерциальной системе отсчета Oxy необходимо:

равенство нулю векторной суммы всех внешних сил, действующих на тело:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0} \quad (3)$$

(сумма проекций внешних сил на любое направление также равна нулю).

2. Для постоянства угла ориентации ($\alpha = \text{const}$) необходимо:

равенство нулю алгебраической суммы моментов внешних сил относительно любой точки тела:

$$\sum_{i=1}^n M_i = M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0. \quad (4)$$

Моменты сил, вращающих тело против направления движения часовой стрелки, условно считают *положительными*, а по часовой — *отрицательными*.

Если оба условия выполняются для центра масс тела, то они выполняются и для любой точки этого тела.

При выполнении первого условия равновесия ускорение центра масс равно нулю, а при выполнении второго — равно нулю угловое ускорение. В случае если в начальный момент времени тело покоится, то оно будет оставаться в покое и в дальнейшем.

Отметим, что если тело не может вращаться, то для его равновесия достаточно выполнения первого условия. А если у тела есть закрепленная ось вращения, то для равновесия достаточно выполнения второго условия, так как прило-

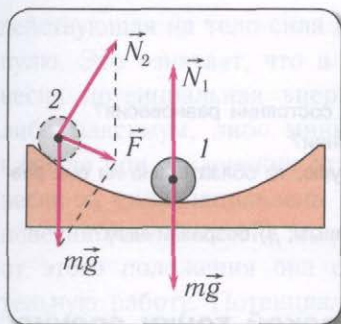


Рис. 47. Устойчивое равновесие

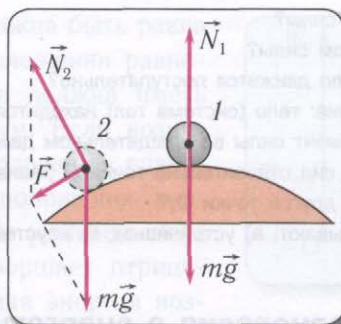


Рис. 48. Неустойчивое равновесие

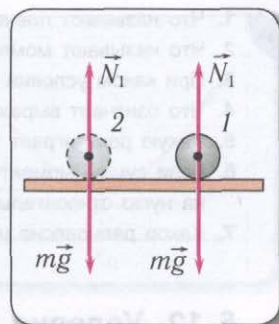


Рис. 49. Безразличное равновесие

женные силы можно разложить на составляющие, перпендикулярные и параллельные оси вращения. Составляющие сил, параллельные оси, не могут вращать тело вокруг нее. Вследствие этого они не будут оказывать никакого влияния на равновесие тела, они будут только деформировать ось и тело.

В обоих случаях одно из условий равновесия выполняется автоматически.

Отметим также, что необходимо, чтобы скорости всех точек тела в положении равновесия были равны нулю. Иначе тело будет с течением времени сдвигаться из положения равновесия.

В реальных условиях на любое тело действуют случайные внешние силы, которые отклоняют тело от положения равновесия. В новом положении условия равновесия нарушаются. Дальнейшее поведение тела зависит от того, в каком направлении действуют силы и моменты сил, возникающие при отклонении его от положения равновесия.

Равновесие называется **устойчивым**, если при малом отклонении тела от положения равновесия возникают силы и моменты сил, возвращающие его в исходное положение равновесия (рис. 47). Примером подобного равновесия служит равновесие шарика в ямке.

Равновесие называется **неустойчивым**, если силы и моменты сил, возникающие при малом отклонении тела от положения равновесия, вызывают дальнейшее отклонение тела от положения равновесия и оно не возвращается в исходное положение равновесия (рис. 48). Примером подобного равновесия служит равновесие шарика на вершине сферической горки.

Равновесие называется **безразличным**, если при отклонении тела от положения равновесия равнодействующая сила и момент сил остаются равными нулю (рис. 49). В этом случае новое положение тела также служит положением безразличного равновесия.



1. Что называют плечом силы?
2. Что называют моментом силы?
3. При каком условии тело движется поступательно?
4. Что означает выражение: тело (система тел) находится в состоянии равновесия?
5. Какую роль играет момент силы во вращательном движении?
6. Если сумма моментов сил относительно точки O равна нулю, то обязательно ли она равна нулю относительно другой точки O_1 ?
7. Какое равновесие называют: а) устойчивым; б) неустойчивым; в) безразличным?

§ 12. Условия равновесия с энергетической точки зрения



Закон сохранения механической энергии:

полная механическая энергия консервативной физической системы является величиной постоянной:

$$W_k + W_n = W = \text{const.}$$

Рассмотрим условия равновесия шарика (см. рис. 47—49) с точки зрения закона сохранения энергии. Если трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь, то полная механическая энергия шарика должна сохраняться:

$$W_k + W_n = \text{const.} \quad (1)$$

В любом из трех положений I шарик обладает только потенциальной энергией. Поэтому увеличение кинетической энергии возможно лишь за счет уменьшения потенциальной.

Это означает, что в положении I шарика на рисунке 47 потенциальная энергия убывать не может, так как во всех ближайших точках (например, рис. 47, 2) она была бы больше, чем в исходном положении. Поэтому шарик будет сохранять это положение — *устойчивого равновесия*.

В положении I шарика на рисунке 48 потенциальная энергия убывать не может, так как в ближайших точках (например, рис. 48, 2) она будет меньше, чем в исходной. Поэтому при малейшем внешнем воздействии она будет убывать, превращаясь в кинетическую. Следовательно, *равновесие неустойчивое*.

В положении I шарика на рисунке 49 потенциальная энергия убывать не может, так как во всех ближайших точках (например, рис. 49, 2) она ничем не отличается от начальной. Поэтому *равновесие безразличное*.

Пусть положению равновесия x_0 соответствует значение потенциальной энергии $W_n(x_0)$. При перемещении шарика на расстояние Δx в направлении x сила F совершает работу $A = F\Delta x$. Эта работа совершается за счет уменьшения потенциальной энергии, т. е. $A = F\Delta x = -\Delta W_n$. В положении равновесия ($x = x_0$)

действующая на тело сила должна быть равна нулю. Это означает, что в положении равновесия потенциальная энергия должна иметь либо максимум, либо минимум. Если возникающая при отклонении от положения равновесия x_0 сила направлена к положению равновесия (см. рис. 47), то при удалении тела от этого положения она совершает отрицательную работу. Потенциальная энергия возрастает.

Следовательно, положению равновесия x_0 в этом случае соответствует минимум потенциальной энергии (рис. 50).

Если же возникающая сила направлена от положения равновесия x_0 (см. рис. 48), то при удалении тела от этого положения она совершает положительную работу и потенциальная энергия уменьшается. Следовательно, положению равновесия в этом случае соответствует максимум потенциальной энергии.

Таким образом, можно сформулировать следующие условия равновесия:

1. Равновесие **устойчивое**, если потенциальная энергия тела имеет **минимальное** из возможных ее значений:

$$W_n = \min.$$

2. Равновесие **неустойчивое**, если потенциальная энергия тела имеет **максимальное** из возможных ее значений:

$$W_n = \max.$$

3. Равновесие **безразличное**, если потенциальная энергия тела имеет постоянное значение в данном его положении и в возможных ближайших положениях, т. е. не зависит от положения тела:

$$W_n = \text{const.}$$

Отметим, что условие $W_n = \min$ является общим условием устойчивости любой системы.

В общем, если система тел находится в равновесии и не получает энергию извне ($W_k + W_n = \text{const}$), но тратит энергию, то движение в ней происходит так, что кинетическая энергия стремится к нулю ($W_k \rightarrow 0$), а потенциальная — к возможному наименьшему значению ($W_n = \min$) до тех пор, пока система не придет в состояние устойчивого равновесия.

Отметим, что потенциальная энергия тела, находящегося в поле силы тяжести, определяется положением *центра тяжести*.

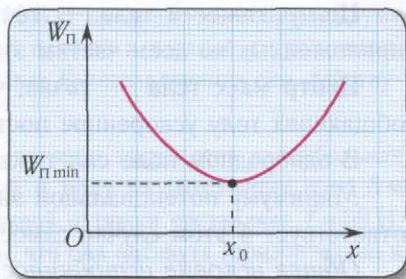


Рис. 50. Зависимость потенциальной энергии от расстояния вблизи положения равновесия

Центр тяжести тела — точка приложения равнодействующей сил тяжести, приложенных ко всем частям этого тела.

Центр масс тела — точка, через которую проходят линии действия сил, сообщающих телу ускоренное поступательное движение.

В однородном поле сил тяжести центр тяжести совпадает с центром масс.

Минимуму потенциальной энергии и устойчивому положению равновесия соответствует в этом случае самое низкое положение центра тяжести.

Общее условие устойчивого равновесия:

центр тяжести тела, имеющего точку опоры, занимает самое низшее положение из всех возможных.

Этим условием удобно пользоваться при нахождении положения равновесия и исследовании характера равновесия.



1. Какому положению равновесия соответствует минимум потенциальной энергии, а какому — максимум?
2. Чем с энергетической точки зрения отличается положение безразличного равновесия от положений устойчивого и неустойчивого равновесий?
3. Как определяется потенциальная энергия тела, находящегося в поле силы тяжести?
4. Дайте определение центра тяжести тела.
5. Дайте определение центра масс тела.
6. Сформулируйте общее условие устойчивого равновесия.

Упражнение 8

1. Как нужно приложить к телу три силы, модули которых $F_1 = 4$ Н, $F_2 = 3$ Н и $F_3 = 5$ Н, чтобы тело было в равновесии?
2. К средней точке легкого горизонтально подвешенного троса длиной $l = 20$ м подвесили груз массой $m = 15$ кг, который в положении равновесия провис на $h = 10$ см. Определите силу T натяжения троса.
3. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ стоит однородный прямой цилиндр радиусом $R = 10$ см. При какой наибольшей высоте H цилиндр будет находиться в равновесии?
4. В школьной модели двигателя внутреннего сгорания поставьте поршень в положение, называемое «мертвой точкой». Нажмите на поршень и убедитесь, что это не вызывает вращения вала. Объясните результаты опыта с учетом второго условия равновесия.
5. Горизонтальная балка массой $M = 100$ кг лежит обоими концами на опорах. Определите силы F_1 и F_2 , действующие на опоры, если на балку подвесили груз массой $m = 100$ кг на расстоянии $l_1 = \frac{1}{3}l$ ее длины от одного из концов.

6. Дверь размерами $h \times d = 2,20 \times 1,10$ м массой $m = 12,5$ кг прикреплена к косяку двумя петлями, находящимися на расстоянии $b = 40$ см от нижней и верхней сторон двери. Определите модули вертикальных F_y и горизонтальных F_x составляющих сил, действующих на дверь со стороны петель.
7. От вершины каждой стойки высотой $h = 2,4$ м, на которых закреплена волейбольная сетка, идут проволоочные оттяжки, прикрепленные к полу на расстоянии $a = 1,5$ м от основания каждой стойки. Сила натяжения каждой оттяжки составляет $T = 50$ Н. Определите силу натяжения T_0 сетки, если считать, что она натянута горизонтально и закреплена в вершинах стоек. Все силы лежат в одной плоскости.
8. Круглый стол массой $m = 25$ кг имеет три ножки, расположенные по краю стола на одинаковых расстояниях друг от друга. При какой максимальной массе m_{\max} тела, лежащего на краю стола, он не опрокинется?

Основные формулы в главе 2

Модуль равнодействующей двух сил:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha},$$

где α — угол между силами \vec{F}_1 и \vec{F}_2 .

Первый закон Ньютона (закон инерции):

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}, \quad \vec{v} = \text{const.}$$

Второй закон Ньютона (основной закон динамики):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \text{где } \vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Третий закон Ньютона:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Закон всемирного тяготения:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Закон Кулона—Амонтона:

$$F_{\text{тр ск}} = \mu N.$$

Сила вязкого трения при малых скоростях: $F_{\text{сопр}} = -\alpha v$; сила вязкого трения при больших скоростях: $F_{\text{сопр}} = -\beta v^2$.

Закон Гука:

$$F_{\text{упр}} = k |l - l_0| = k |\Delta l|.$$

Жесткость k :

$$k = \frac{ES}{l_0}.$$

Момент силы:

$$M = Fl.$$

Первое условие равновесия:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}.$$

Второе условие равновесия:

$$\sum_{i=1}^n M_i = M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0.$$

Ускорение свободного падения:

$$g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Гравитационная постоянная:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Скорость света в вакууме:

$$C = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

* Глава 3. Законы сохранения в механике

§ 13. Импульс тела. Закон сохранения импульса.

Реактивное движение



Механической системой (от греческого слова *συστήμα* — *составление; целое, состоящее из частей*) называется группа взаимодействующих тел, рассматриваемых в данном случае.

Силы взаимодействия тел рассматриваемой системы называются **внутренними**. Силы, действующие на тела рассматриваемой системы со стороны тел, не входящих в нее, называют **внешними**.

Система называется **замкнутой**, если тела, ее образующие, взаимодействуют только между собой. В замкнутой системе внешние силы отсутствуют. Систему можно считать замкнутой, если внешними силами можно пренебречь.

Важной динамической характеристикой тела или материальной точки, применяемой для характеристики механического движения, является *импульс*, или *количество движения* \vec{p} .

Импульс тела \vec{p} — векторная физическая величина, равная произведению массы тела m на его скорость \vec{v} : $\vec{p} = m\vec{v}$.

Как следует из определения, направление импульса совпадает с направлением скорости тела, а его единицей в СИ является **килограмм на метр в секунду** ($\frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ с}} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с}$).

Запишем второй закон Ньютона в импульсной форме: $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$.

Напомним, что в полученном выражении \vec{F} представляет собой равнодействующую всех сил, приложенных к телу (МТ). Из последнего равенства можно выразить изменение импульса $\Delta \vec{p}$ тела за время Δt действия силы:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t. \quad (1)$$

Векторная величина $\vec{F} \Delta t$, называемая **импульсом силы**, характеризует не только модуль и направление силы, но и время ее действия.

Изменение импульса тела (МТ) относительно инерциальной системы отсчета равно импульсу равнодействующей всех сил, действующих на него.

Таким образом, причиной изменения импульса тела является действие на него сил со стороны других тел. Соответственно, при отсутствии такого действия импульс тела измениться не может — он сохраняет свое значение сколь угодно долго. В этом случае

$$\Delta \vec{p} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_2 = \vec{p}_1 \Rightarrow \vec{p} = \text{const.}$$

Подчеркнем, что основной закон динамики, записанный в импульсной форме, носит более общий характер, поскольку он справедлив и в том случае, когда масса тела при движении изменяется. Кроме того, в такой форме записи второй закон Ньютона справедлив и в релятивистской динамике, т. е. при движении со скоростями, сравнимыми со скоростью света в вакууме.

При рассмотрении незамкнутой механической системы тел необходимо учитывать, что каждое из тел системы может взаимодействовать как с телами этой системы, так и с телами, не входящими в нее.

Поскольку согласно третьему закону Ньютона внутренние силы в системе возникают парами и при суммировании компенсируют друг друга, то их вклад в равнодействующую равен нулю. Следовательно, изменение импульса механической системы в целом может происходить только под действием внешних сил, приложенных к ней.

При действии нескольких внешних сил \vec{F}_i на данную механическую систему выполняется **закон изменения импульса незамкнутой системы**:

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F} \Delta t,$$

где \vec{p}_0 — начальный импульс системы, \vec{p} — конечный импульс системы, $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ — результирующая сила, Δt — время действия сил.

Изменение импульса незамкнутой механической системы относительно инерциальной системы отсчета равно импульсу равнодействующей всех внешних сил, действующих на нее.

Если результирующая внешняя сила, действующая на механическую систему, равна нулю ($\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$, система замкнута), то изменение импульса системы также равно нулю:

$$\Delta \vec{p} = \vec{0}, \text{ или } \vec{p} = \vec{p}_0.$$

Таким образом, для замкнутых механических систем выполняется **закон сохранения импульса**:

векторная сумма импульсов тел в замкнутой механической системе остается постоянной при любых взаимодействиях тел системы между собой.

Поскольку число взаимодействующих объектов во Вселенной велико, то, строго говоря, замкнутая система — это идеализация. Однако в случае кратковременного взаимодействия (столкновение, удар, взрыв), при котором $\Delta t \rightarrow 0$, импульс силы будет мал, и им можно пренебречь. Для таких процессов $\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \vec{F} \Delta t \approx \vec{0}$, и закон сохранения импульса остается справедливым.

В случае, когда система незамкнута, но сумма проекций сил на какую-либо ось равна нулю, система называется **частично замкнутой** или **замкнутой на данную ось**. Например, если проекция равнодействующей на ось Oy равна нулю ($\sum F_y = 0$), то изменение проекции импульса системы на эту ось также равно нулю ($\sum \Delta p_y = 0$). Следовательно, в этом случае сохраняется проекция импульса системы на заданную ось: $\sum p_y = \sum mv_y = \text{const}$.

Закон сохранения импульса позволяет объяснить возникновение **реактивного движения**, широко используемого в науке и технике, например при космических полетах. Его также можно наблюдать в живой природе.

Рассмотрим простейшую ракету как систему двух взаимодействующих тел (рис. 51), одно из которых представляет собой замкнутую оболочку (трубку) с соплом, а второе — содержащуюся внутри ракеты горючую смесь (топливо).

При горении смеси раскаленные газы с большой скоростью выбрасываются из ракеты. Оболочка при этом разгоняется в противоположную сторону в соответствии с законом сохранения импульса. После выгорания топлива ракета, подобно брошенному камню, совершает свой дальнейший полет по баллистической траектории.

До начала работы двигателей сумма импульсов ракеты \vec{p}_p и горючей смеси $\vec{p}_{\text{газ}}$ равна нулю ($\vec{p}_{\text{газ}} + \vec{p}_p = \vec{0}$) (см. рис. 51). Следовательно, согласно закону сохранения импульса и после включения двигателей сумма импульсов ракеты и газов также равна нулю:

$$M\vec{v} + m\vec{u} = 0, \quad (2)$$

где M — масса ракеты, \vec{v} — скорость ракеты, m — масса одновременно выброшенных газов, \vec{u} — скорость истечения газов относительно ракеты (рис. 52). Отсюда получаем

$$\vec{v} = -\frac{m}{M}\vec{u}. \quad (3)$$

Отметим, что эта формула справедлива при условии незначительного изменения массы M ракеты в результате работы ее двигателей.

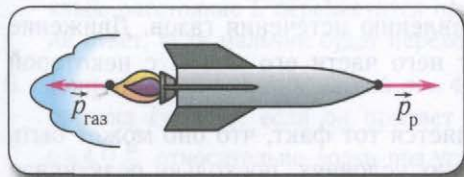


Рис. 51. Использование закона сохранения импульса в технике

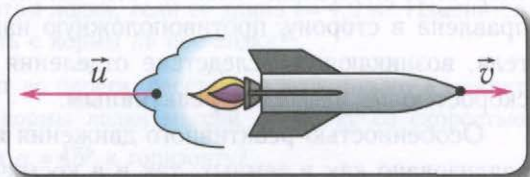


Рис. 52. Определение скорости ракеты

Из второго закона Ньютона, записанного в импульсной форме

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = \frac{v \Delta m}{\Delta t}, \quad (4)$$

следует, что изменение импульса тела, связанное с действием силы, может возникать не только при изменении скорости тела, но и при изменении его массы.



Законы движения тел с переменной массой (ракет) были исследованы русскими учеными И. В. Мещерским и К. Э. Циолковским.

Циолковский одним из первых обосновал идею космических полетов с помощью ракет и выхода человека в космос, а также получил широко известную формулу, связывающую массу ракеты с ее скоростью.

Уравнение Мещерского позволяет определить реактивную силу, действующую на ракету со стороны реактивной струи газов.

Пусть в данной ИСО в некоторый момент времени t скорость ракеты равна \vec{v} , а ее масса — M . Через малый промежуток времени Δt масса ракеты за счет сгорания топлива и истечения газов уменьшится до значения M_1 :

$$M_1 = M - \Delta M = M - \frac{\Delta M}{\Delta t} \Delta t = M - \mu \Delta t,$$

где $\mu = \frac{\Delta M}{\Delta t}$ — масса, теряемая ракетой в единицу времени (расход топлива).

За это время скорость ракеты увеличится до значения $\vec{v} + \Delta \vec{v}$, а масса истекших газов будет $\mu \Delta t$ и их скорость в данной ИСО будет равна $\vec{v} + \vec{u}$.

Из закона сохранения импульса

$$M\vec{v} = (M - \mu \Delta t)(\vec{v} + \Delta \vec{v}) + \mu \Delta t(\vec{v} + \vec{u}).$$

Раскрывая скобки и пренебрегая членом, содержащим произведение двух малых величин $\Delta t \cdot \Delta \vec{v}$, получаем

$$M \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = -\mu \vec{u}, \quad \vec{F}_p = M \vec{a} = -\mu \vec{u} = -\frac{\Delta M}{\Delta t} \vec{u}, \quad (5)$$

где \vec{a} — ускорение ракеты, \vec{F}_p — реактивная сила тяги.

Таким образом, **реактивная сила** тяги, действующая на ракету, определяется скоростью истечения газов \vec{u} относительно ракеты и расходом топлива μ и направлена в сторону, противоположную направлению истечения газов. Движение тела, возникающее вследствие отделения от него части его массы с некоторой скоростью \vec{u} , называют **реактивным**.

Особенностью реактивного движения является тот факт, что оно может быть реализовано как в земных, так и в космических условиях, поскольку реактивная сила тяги практически не зависит от свойств окружающей среды и от скорости движения объекта. Это обстоятельство обеспечило широкое распространение

реактивных двигателей при создании современных высокоскоростных судов, самолетов, космических ракет.



1. Что называют импульсом тела и импульсом силы?
2. Что является причиной изменения импульса тела?
3. Что такое замкнутая система тел?
4. Может ли изменяться импульс отдельных тел системы, если суммарный импульс механической системы остается постоянным?
5. Почему формулировка второго закона Ньютона в импульсной форме считается более общей?
6. Какое движение называют реактивным?
7. На каком законе сохранения основан принцип реактивного движения?
8. Выведите уравнение Мещерского и объясните физический смысл всех входящих в него слагаемых.
9. Какие животные используют принцип реактивного движения при перемещении?
10. Почему при стрельбе оружие следует плотно прижимать к плечу?
11. Почему при стрельбе из лука практически нет явления «отдачи»?
12. Согласно «правдивым» рассказам барона Мюнхгаузена в критическом случае он поднял лошадь и себя за свою косичку собственной рукой. Дайте оценку описанному явлению с точки зрения закона сохранения импульса.

Упражнение 9

1. Мяч массой $m = 200$ г летит со скоростью $v = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Найдите модуль импульса p мяча.
2. Пуля массой $m = 10$ г пробилла стену, в результате чего скорость пули уменьшилась от $v_1 = 800 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $v_2 = 300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Найдите изменение модуля импульса Δp пули.
3. Вагон массой $m_1 = 20$ т движется со скоростью $v_0 = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и сталкивается с неподвижным вагоном массой $m_2 = 30$ т. Определите модуль скорости v движения вагонов после того, как сработает автоматическое сцепление вагонов.
4. Движущаяся частица распадается на два осколка, имеющие импульсы \vec{p}_1 и \vec{p}_2 , направленные под углом α друг к другу. Найдите модуль импульса p частицы до ее распада.
5. Мальчик массой $m = 60$ кг переходит с носа на корму лодки массой $M = 100$ кг. На какое расстояние L переместится при этом лодка, если ее длина $l = 4,0$ м? Изменится ли ответ, если мальчик будет переходить с кормы на нос лодки?
6. Допрыгнет ли мальчик массой $m = 40$ кг до берега, расстояние до которого в момент прыжка $l = 1,5$ м, если он прыгает с кормы лодки массой $M = 80$ кг со скоростью $v = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ относительно лодки под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту?

§ 14. Механическая работа. Мощность



Работа — скалярная физическая величина, прямо пропорциональная модулю силы F , совершающей работу, и пройденному пути s : $A = Fs$, если направление силы совпадает с направлением движения.

При динамическом подходе к описанию механического движения определяющим понятием является импульс силы, зависящий от времени ее воздействия.

Для описания действия силы при перемещении тела на определенное расстояние вводится скалярная физическая величина, называемая *работой* силы.

Если под действием силы \vec{F} тело совершает перемещение $\Delta\vec{r}$, то говорят, что сила совершила над телом некоторую работу A .

Работа — скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы F , модуля перемещения Δr и косинуса угла α между \vec{F} и $\Delta\vec{r}$ (рис. 53):

$$A = F\Delta r \cos \alpha. \quad (1)$$

Данное определение справедливо для постоянной (как по модулю, так и по направлению) силы \vec{F} , перемещающей тело по отрезку прямой линии.

В СИ единицей работы является *джоуль* ($1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}$).

Один джоуль — это работа, которую совершает сила в один ньютон, действующая на тело в направлении его перемещения, на пути в один метр.

Если графически изобразить зависимость проекции силы F_x ($F_x = F \cos \alpha$) от модуля вектора перемещения Δr на направление перемещения (ось Ox), то работа A силы будет численно равна площади прямоугольника $OABC$ (рис. 54).

Рассмотрим некоторые наиболее распространенные случаи вычисления работы:

1. Если угол между направлением силы, совершающей работу, и перемещением равен нулю ($\alpha = 0$), то работа вычисляется по формуле

$$A = F\Delta r. \quad (2)$$

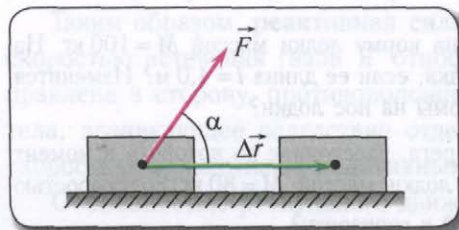


Рис. 53. Определение работы, совершаемой силой \vec{F}

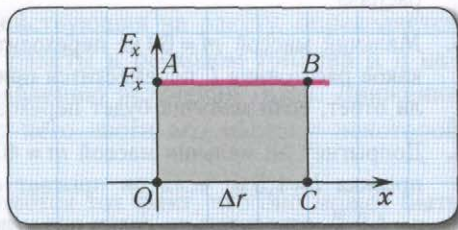


Рис. 54. Определение графически работы постоянной силы \vec{F}

Так, сила тяги, создаваемая двигателем автомобиля, совершает положительную работу при его разгоне.

2. Если угол между направлением силы и перемещением $\alpha = 90^\circ$, то

$$A = 0. \quad (3)$$

Так, при вращении шарика на нити сила натяжения нити не совершает работу и модуль скорости шарика не меняется.

3. Если угол между направлением силы и перемещением $\alpha = 180^\circ$, то работа вычисляется по формуле:

$$A = -F\Delta r. \quad (4)$$

Так, сила сопротивления среды совершает отрицательную работу, что при выключенном двигателе автомобиля приводит к уменьшению его скорости до полной его остановки.

Во многих случаях в процессе движения сила меняется и по модулю, и по направлению, т. е. не выполняются условия, при которых справедлива формула для работы (1). Тогда для нахождения работы необходимо весь путь разделить на такие малые участки Δr_i , для которых эти условия соблюдаются, и подсчитать сумму работ на всех участках. При графическом вычислении работы она будет численно равна площади фигуры $OABC$, где AB — график зависимости $F_x(x)$ (рис. 55).

Существует два класса сил — *потенциальные (консервативные)* и *непотенциальные (неконсервативные)*.

Если работа силы не зависит от траектории движения тела, а определяется только его начальным и конечным положениями в пространстве, то сила является **потенциальной**. Следует подчеркнуть, что модуль потенциальных сил определяется только расположением тел в пространстве, т. е. расстояниями между взаимодействующими телами.

Можно показать, что работа потенциальной силы при перемещении тела по любой замкнутой траектории всегда равна нулю.

Заметим, что если на каком-либо участке пути потенциальные силы совершают некоторую работу A над телом, то при движении по той же траектории в обратном направлении будет совершена работа $-A$.

Потенциальными являются силы упругости, силы гравитационного притяжения, сила тяжести.

Если работа силы зависит от траектории движения тела, то говорят о **непотенциаль-**

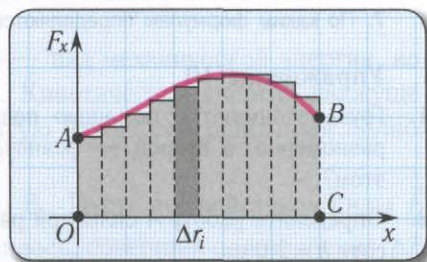


Рис. 55. Вычисление графически работы непостоянной силы

ной силе, примером которой является сила трения. Действительно, работа силы трения отрицательна при перемещении тела по участку траектории, как в прямом, так и в обратном направлении.

Величину работы, совершаемой постоянной силой \vec{F} в единицу времени, характеризует *мощность*:

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \quad (5)$$

Мощность P — скалярная физическая величина, определяющая быстроту совершения работы.

Единицей мощности в СИ является *ватт* ($1 \text{ Вт} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$).

Средняя мощность равна отношению совершенной работы A к промежутку времени Δt ее выполнения:

$$\langle P \rangle = \frac{A}{\Delta t} = \frac{F \Delta r}{\Delta t} \cos \alpha.$$

С учетом того, что $\Delta r = \langle v \rangle \Delta t$, получаем

$$\langle P \rangle = F \langle v \rangle \cos \alpha.$$

Следовательно, **мгновенную мощность P** можно определить по формуле:

$$P = Fv \cos \alpha. \quad (6)$$

Таким образом, мгновенная мощность силы равна произведению модуля силы, модуля скорости тела и косинуса угла α между \vec{F} и \vec{v} .

Подчеркнем, что полученная формула справедлива и в случае изменяющихся с течением времени значений силы и скорости.



1. Что называется механической работой?
2. В каких единицах измеряется работа в СИ?
3. В каких случаях механическая работа равна нулю?
4. В каких случаях сила совершает положительную работу, а в каких — отрицательную?
5. Что называется мощностью?
6. В каких единицах измеряется мощность в СИ?
7. По каким формулам определяются средняя и мгновенная мощности?

Упражнение 10

1. Груз поднимают с помощью подвижного блока на некоторую высоту первый раз равномерно, а второй — равноускоренно. Одинаковая ли работа совершается при этом?
2. Определите работу A силы при равномерном подъеме груза массой $m = 200 \text{ кг}$ на высоту $h = 2,0 \text{ м}$.
3. Кран равномерно поднимает груз массой $m = 2,0 \text{ т}$ со скоростью $v = 20 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$. Какую работу A он совершит за промежуток времени $\Delta t = 30 \text{ с}$?

4. Лифт массой $m = 500$ кг начинает подниматься с ускорением $a = 0,50 \frac{м}{с^2}$. Определите работу A , совершенную двигателем при подъеме лифта за промежуток времени $\Delta t = 4,0$ с.
5. Мальчик массой $M = 40$ кг, стоящий на гладком льду, толкает санки массой $m = 10$ кг «от себя». Найдите работу A , совершенную мальчиком, если в результате толчка санки удаляются от мальчика со скоростью $v = 2,0 \frac{м}{с}$.

§ 15. Кинетическая и потенциальная энергии.

Закон сохранения энергии в механике



Кинетическая энергия тела — скалярная физическая величина, равная работе, совершенной при разгоне данного тела из состояния покоя до данной скорости, или величина, равная работе силы, необходимой для остановки данного тела. Потенциальная энергия — это энергия, обусловленная расположением взаимодействующих тел или частей тела.

Работа силы связана с изменением механической энергии при переходе системы из одного состояния в другое. Энергия — это скалярная физическая величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать работу. Изменение энергии системы определяется работой, совершенной внешними силами, приложенными к системе.



Термин «энергия» был введен В. Дж. Ренкиным в 1853 г. при рассмотрении закона сохранения энергии в немеханических системах. Он образован от греческого слова *εργαδια* — *работа* и приставки *εν* — *в, внутри*.

В механике **состояние системы определено, если известно положение тел системы (их координаты) и импульсы всех тел системы**. В соответствии с этим в механике существуют два вида энергии — *потенциальная* и *кинетическая*.

Кинетическая энергия (энергия движения) — вид механической энергии, которой обладают тела вследствие их движения. Кинетическая энергия движущегося тела в заданной ИСО равна работе, которую нужно совершить для полной остановки тела.

Рассмотрим тело, движущееся со скоростью \vec{v}_0 . Пусть под действием силы \vec{F} , направленной противоположно \vec{v}_0 , оно остановилось, совершив перемещение $\Delta \vec{r}$, тогда

$$A = -F\Delta r, F = ma, a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta r}.$$

Вследствие того, что конечная скорость тела $v = 0$, получаем

$$A = -m \left(\frac{-v_0^2}{2\Delta r} \right) \Delta r = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Таким образом, при поступательном движении твердого тела его кинетическая энергия определяется по формуле

$$W_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (1)$$

где m — масса тела, v — скорость любой точки тела (например, центра тяжести).

Отметим, что эта формула верна лишь для скоростей движения v , намного меньших скорости света c , т. е. при $v \ll c$.

Теорема о кинетической энергии:

изменение кинетической энергии ΔW_k тела при его переходе из одного состояния в другое равно работе A всех сил, действующих на тело:

$$\Delta W_k = W_{k_2} - W_{k_1} = A, \quad (2)$$

где W_{k_1} , W_{k_2} — кинетическая энергия тела в начальном и конечном состоянии соответственно.

Потенциальная энергия (энергия положения) — вид механической энергии, обусловленной взаимодействием тел или частей одного и того же тела и зависящей только от координат тел.

Потенциальная энергия системы взаимодействующих тел — это физическая величина, численно равная работе, совершаемой силами взаимодействия при взаимном удалении всех тел системы из данного положения на бесконечное расстояние друг от друга. В этом положении потенциальная энергия считается равной нулю.

На тело, находящееся у поверхности Земли, действует сила тяжести. Для изменения положения тела над поверхностью Земли сила тяжести $m\vec{g}$ должна совершить работу, равную изменению потенциальной энергии ΔW_n , взятую с противоположным знаком

$$A = -\Delta W_n = -(W_{n_2} - W_{n_1}). \quad (3)$$

Такой выбор знака приводит к тому, что работа силы тяжести положительна при движении тела вниз, а значит, потенциальная энергия W_n убывает. И, наоборот, при движении тела вверх энергия W_n возрастает, а работа — отрицательна.

В однородном поле силы тяжести (вблизи поверхности Земли) потенциальной энергией W_n называют физическую величину

$$W_n = mgh, \quad (4)$$

где h — высота над уровнем, условно принятым за нулевой. Отметим, что эта высота должна быть намного меньше радиуса R планеты, т. е. $h \ll R$.

Выбор состояния, энергия которого принимается за **нулевой уровень**, совершенно произволен и определяется только соображениями удобства.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела определяется работой, которую совершают силы упругости, возвращая тело в недеформированное состояние. Модуль силы упругости $F_{\text{упр}} = k|\Delta l|$ по мере возвращения тела в недеформированное состояние будет равномерно убывать до нуля. Следовательно, в данном случае необходимо рассчитать работу переменной силы. Вследствие того, что зависимость силы упругости от абсолютного удлинения (сжатия) Δl линейная, находим

$$A = \langle F_{\text{упр}} \rangle \Delta l = \frac{F_{\text{max}} + 0}{2} \Delta l = \frac{k(\Delta l)^2}{2}.$$

Потенциальной энергией упруго деформированного тела является величина

$$W_{\text{п}} = k \frac{(\Delta l)^2}{2},$$

где k — жесткость образца, Δl — абсолютное удлинение (сжатие).

Единицей энергии, как и работы, в СИ является *джоуль* (1 Дж).

Сумма кинетической и потенциальной энергий называется **полной механической энергией системы**:

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = W.$$

Таким образом, в общем случае работа A , совершенная над системой тел, равна приращению ее энергии ΔW :

$$\Delta W = A.$$

Если механическая система является **консервативной**, т. е. если внешние и внутренние силы, действующие на тела системы, являются потенциальными и работа внешних сил равна нулю, то

$$\Delta W = A = 0.$$

Следовательно,

$$W_2 = W_1,$$

т. е. механическая энергия системы сохраняется.

Для таких систем выполняется **закон сохранения механической энергии**:

полная механическая энергия консервативной физической системы является величиной постоянной:

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const.}$$



Закон сохранения механической энергии справедлив и для незамкнутых систем в том случае, если внешнее силовое поле потенциально и стационарно.

Закон сохранения механической энергии является частным случаем закона сохранения и превращения энергии:

при любых процессах энергия не увеличивается и не уменьшается. Энергия может превращаться из одного вида в другой и передаваться от одного тела другому, но ее полная величина сохраняется постоянной.



1. Что такое энергия?
2. Какую энергию называют кинетической?
3. Изменяется ли кинетическая энергия движущегося тела при изменении направления вектора его скорости?
4. Какую энергию называют потенциальной?
5. В каких единицах измеряется энергия в СИ?
6. Что такое полная механическая энергия?
7. Какую энергию называют энергией положения, а какую — энергией движения?
8. По какой формуле определяют энергию упруго деформированного тела?
9. Чему равна работа силы упругости, если тело, на которое она действует, пройдя некоторое расстояние, вернулось в исходную точку?

Упражнение 11

1. Определите, на какой высоте h потенциальная энергия $W_{\text{п}}$ тела, брошенного вертикально вверх со скоростью $v = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, будет в $k = 5$ раз больше его кинетической энергии.
2. Найдите среднюю силу сопротивления $\langle F_c \rangle$ движению пули в стенке вагона толщиной $d = 4,0$ см, который движется ей навстречу со скоростью $u_1 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, если масса пули $m = 10$ г, скорость пули до попадания в стенку $v_1 = 200 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а после вылета из нее — $v_2 = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
3. Определите кинетическую энергию $W_{\text{к}}$ тела массой $m = 1,5$ кг у основания наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 60^\circ$, если оно поднялось вверх по этой плоскости на высоту $h = 2,0$ м. Коэффициент трения скольжения между телом и плоскостью $\mu = 0,30$.
4. Санки соскальзывают с высоты $H = 12$ м по горе с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пройдя расстояние $l = 16$ м, санки поднимаются на другую гору с углом наклона $\beta = 45^\circ$. Определите высоту h , на которую поднимутся санки, если коэффициент трения скольжения на всем пути $\mu = 0,25$.

§ 16. Столкновения

Законы сохранения энергии и импульса позволяют провести теоретическое исследование процессов столкновения тел без описания сил, действующих между ними.

Под **столкновениями** понимают механические процессы взаимодействия между телами, происходящие за очень короткий промежуток времени. При этом силы взаимодействия между сталкивающимися телами настолько велики, что внешними силами, действующими на систему, можно пренебречь.

Вследствие того, что длительность столкновения мала по сравнению со временем наблюдения, различают механические состояния до и после столкновения, причем тела, находящиеся на большом расстоянии друг от друга, считают свободными.



Длительность столкновения бильярдных шаров $\Delta t \sim 10^{-4}$ с, что намного меньше характерного времени движения шаров по столу $\tau \sim 10^{-1}$ с.

Различают *упругие* (абсолютно упругие) и *неупругие* столкновения. В первом случае не происходит выделения теплоты, и механическая энергия сохраняется. Во втором случае выделяется некоторое количество теплоты, поэтому механическая энергия после столкновения уменьшается.

Примером упругих столкновений служат столкновения металлических шаров, а примером неупругих — столкновения пластилиновых шаров, которые при этом слипаются и продолжают движение как одно целое.

Для макроскопических тел в большей степени характерными являются неупругие столкновения, в то время как для физики элементарных частиц, ядер атомов, молекул определяющую роль играет упругое взаимодействие.

Если в процессе столкновения тел на них не действуют внешние силы, то к телам применим закон сохранения импульса, а во многих случаях — и закон сохранения механической энергии. Именно эти законы позволяют, зная скорости тел до столкновения, определить их скорости после столкновения, совершенно не интересуясь тем, что происходило во время него.

При абсолютно неупругом столкновении скорости обоих взаимодействующих тел оказываются одинаковыми. Примером таких тел являются тела из различных пластичных веществ. Такое столкновение можно наблюдать, если подвесить шары из пластилина, развести их в разные стороны и отпустить. После столкновения они оба будут двигаться вместе с одинаковой скоростью.

При абсолютно упругом столкновении в обоих телах не остается никаких деформаций. Кроме того, вся кинетическая энергия, которой тела обладали до столкновения, снова превращается в кинетическую энергию. Примерами таких тел являются шары из стали или слоновой кости.

Рассмотрим простейшее столкновение — *центральное*, когда скорости тел находятся на линии, соединяющей их центры. Очень часто такое столкновение называют *лобовым*.

Скорость движения \vec{v} после абсолютно неупругого столкновения тел массами m_1 и m_2 , движущихся до столкновения со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , можно определить из закона сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}. \quad (1)$$

Откуда находим

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Определим «потери» механической энергии, найдя кинетическую энергию тел до столкновения:

$$W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

и после столкновения:

$$W_2 = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Тогда часть механической энергии, перешедшая во внутреннюю, определяется выражением:

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2. \quad (2)$$

Следовательно, она зависит от масс сталкивающихся тел и относительной скорости $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ их движения до столкновения.



Задача о центральном абсолютно неупругом столкновении впервые была решена Дж. Валлисом в 1669 г.

При абсолютно упругом столкновении двух тел массами m_1 и m_2 на основании закона сохранения импульса и закона сохранения энергии можно записать (рис. 56):

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

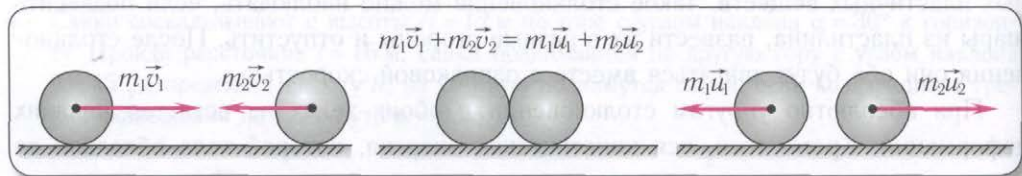


Рис. 56. Закон сохранения импульса при упругом столкновении шаров

Здесь \vec{v}_1 и \vec{v}_2 — скорости тел до столкновения, \vec{u}_1 и \vec{u}_2 — после столкновения.

Преобразуем систему уравнений (3), перенеся в правую часть все величины, относящиеся к первому телу, а в левую — ко второму:

$$\begin{cases} m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2), \\ m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2). \end{cases}$$

Разделив второе уравнение на первое, получим

$$\vec{v}_1 + \vec{u}_1 = \vec{v}_2 + \vec{u}_2. \quad (4)$$

Перепишем это уравнение в виде $\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{u}_2 - \vec{u}_1$.

Из него следует, что *при центральном абсолютно упругом столкновении тел любой массы их относительная скорость до и после столкновения не изменяется.*

Теперь можно дать еще одно определение неупругого столкновения: если относительная скорость тел при центральном столкновении изменяется, то такое столкновение называется **неупругим**.



Меру неупругости k можно определить как отношение относительных скоростей сталкивающихся тел после и до столкновения:

$$k = \frac{|u_1 - u_2|}{|v_1 - v_2|}.$$

Она называется коэффициентом восстановления и впервые была измерена Ньютоном в 1687 г. В частности, Ньютон получил значения коэффициента для стали $k = 0,55$ и стекла $k = 0,94$, которые приводят и современные справочники.

Абсолютно неупругим является столкновение, при котором скорости тел после столкновения равны ($u_1 = u_2$), т. е. $k = 0$.

Решая уравнение (4) совместно с первым уравнением системы (3), находим скорости тел после столкновения:

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 - (m_2 - m_1)\vec{v}_1}{m_1 + m_2}, \quad \vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 - (m_1 - m_2)\vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

На самом деле при столкновении всегда происходят «потери» механической энергии, т. е. переход части ее в теплоту. Но при малых «потерях» действительный процесс достаточно хорошо описывается абсолютно упругим столкновением.



Задача о центральном абсолютно упругом столкновении впервые была решена Х. Пойгенсом и К. Реном в 1669 г.

Отметим, что осуществить центральное, или лобовое, столкновение на практике очень трудно. Подавляющее число столкновений являются нецентральными.



1. Что называют столкновением тел?
2. Чем отличается абсолютно упругое столкновение от абсолютно неупругого?
3. Какое столкновение называется центральным (лобовым)?
4. Что можно сказать об относительных скоростях при центральном абсолютно упругом столкновении?

Упражнение 12

1. Хоккейный защитник массой $m_1 = 120$ кг бежит со скоростью $v_1 = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и применяет силовой прием против нападающего массой $m_2 = 80$ кг, двигавшегося ему навстречу со скоростью $v_2 = 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите совместную скорость \vec{v} этой пары непосредственно после столкновения.
2. Шар массой m_1 абсолютно упруго сталкивается с другим шаром и отлетает от него в сторону, противоположную начальному движению со скоростью, равной одной четверти начальной. Определите массу m_2 второго шара, если до лобового столкновения он покоился.
3. Определите, при каком условии шары массами m_1 и m_2 , летящие навстречу друг другу, после неупругого центрального столкновения будут двигаться в сторону начального движения шара, обладавшего меньшей энергией, если второй шар обладает в $k = 10$ раз большей кинетической энергией.
4. Шары массами $m_1 = 2,0$ кг и $m_2 = 3,0$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и $v_2 = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ соответственно. Определите количество теплоты Q , которое выделится при их абсолютно неупругом столкновении.
5. В шар массой $M = 800$ г, висающий на невесомом стержне, попадает горизонтально летящая пуля массой $m = 10$ г и застревает в нем. Определите скорость v пули, если шар после попадания в него пули поднимается на высоту $h = 25$ см от своего начального положения.
6. Определите, во сколько раз k масса m_1 одного из сталкивающихся абсолютно упругих шаров больше массы m_2 другого, если до столкновения шар большей массы покоился, а в результате центрального столкновения кинетическая энергия W_2 шара меньшей массы уменьшилась на $\Delta W = 0,8W_2$.

Основные формулы в главе 3

Импульс тела \vec{p} :

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Закон изменения импульса системы тел:

$$\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\Delta t.$$

Закон сохранения импульса системы тел:

$$\vec{p} = \vec{p}_0.$$

Работа:

$$A = F\Delta r \cos \alpha.$$

Средняя мощность:

$$\langle P \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность:

$$P = Fv \cos \alpha.$$

Кинетическая энергия:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Теорема о кинетической энергии:

$$\Delta W_k = W_{k_2} - W_{k_1} = A.$$

Потенциальная энергия:

$$W_n = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$W_n = k \frac{(\Delta l)^2}{2}.$$

Закон сохранения механической энергии:

$$W_k + W_n = W = \text{const}.$$

Электричество и магнетизм

Глава 4. Электростатика

§ 17. Электрический заряд. Электрическое поле



Перераспределение зарядов в теле, вызываемое воздействием другого заряженного тела, называется электризацией через влияние или электростатической индукцией.

Существуют заряды двух видов: положительные и отрицательные.

Элементарный заряд $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрические явления известны с древних времен. Но только XX в. можно назвать «веком электричества». Вряд ли можно представить себе нашу жизнь без компьютеров, телевизоров, телефонов, светильников и различной бытовой техники.

Само слово «электричество» происходит от греческого названия янтаря *ήλεκτρον* — *электрон*. Еще в древние времена заметили, что если янтарь потереть куском ткани, то он будет притягивать различные легкие предметы. Пластмассовая линейка, потертая бумажной салфеткой, также притягивает мелкие кусочки бумаги. Таким образом проявляется **статическое электричество**.

И янтарь, и линейка приобретают **электрический заряд** благодаря трению, т. е. происходит *электризация трением*. Но для электризации существенным является не столько трение, сколько контакт (соприкосновение) тел. Трение играет лишь вспомогательную роль. Благодаря ему достигается более тесный контакт, что приводит к более сильной электризации. Простейшим способом электризации является **контактный**, при котором заряженное и незаряженное тела приводят в соприкосновение. В результате часть заряда с заряженного тела переходит на незаряженное.

Следовательно, **электрический заряд** — это физическая скалярная величина, определяющая способность тел участвовать в электромагнитных взаимодействиях и их интенсивность.

Существующие два вида электрических зарядов в 1733 г. французский физик Шарль Франсуа Дюфе (1698 — 1739) назвал смоляным и стеклянным. «Я не сомневаюсь, что стекло и горный хрусталь ведут себя совершенно противоположно копаловой смоле, янтарю или испанскому воску» — писал он в мемуарах Парижской академии наук. Он отметил также, что «наэлектризованные тела отталкиваются теми телами, которые сообщили им электричество, но

притягиваются некоторыми другими наэлектризованными телами». Это доказывают и эксперименты, которые Вы можете проделать сами. Если подвесить наэлектризованную линейку на нити и поднести к ней такую же наэлектризованную линейку, то они оттолкнутся (рис. 57, а, б). Если же заряды линеек различны, то они притягиваются друг к другу (рис. 57, в).

В 1750 г. американский ученый Бенджамин Франклин (1706—1790) разработал теорию электрических явлений. Основная идея этой теории: существует универсальная электрическая материя (субстанция), которая не наблюдается в нормальном состоянии тел. По терминологии Франклина тело, получившее избыток такой материи, например, в результате трения, оказывается заряженным положительно, а тело, потерявшее часть материи, — отрицательно. Он предложил считать заряды, возникающие на стекле, потертом о шелк, — **положительными**, а заряды, возникающие на поверхности эбонита, потертого о мех, — **отрицательными**. **Одноименные заряды отталкиваются, а разноименные — притягиваются.**

В обычных условиях тела содержат одинаковое количество положительных и отрицательных зарядов, т. е. они не заряжены, или **электрически нейтральны**. Тело можно наэлектризовать, т. е. создать на нем избыток или недостаток зарядов. Явление перераспределения зарядов между телами, называется **электризацией**, а тело, обладающее избытком или недостатком зарядов какого-либо знака, — **наэлектризованным телом**. Простейший способ электризации тел — электризация трением, при котором электризуются оба тела и притом разноименно. Например, при натирании янтаря тканью происходит разделение зарядов между ними, но сумма разделившихся зарядов равна нулю. Поэтому названия «положительный» и «отрицательный» следует понимать как знаки перед абсолютной величиной электрического заряда.

Явление электризации иллюстрирует один из фундаментальных законов природы — **закон сохранения электрического заряда**:

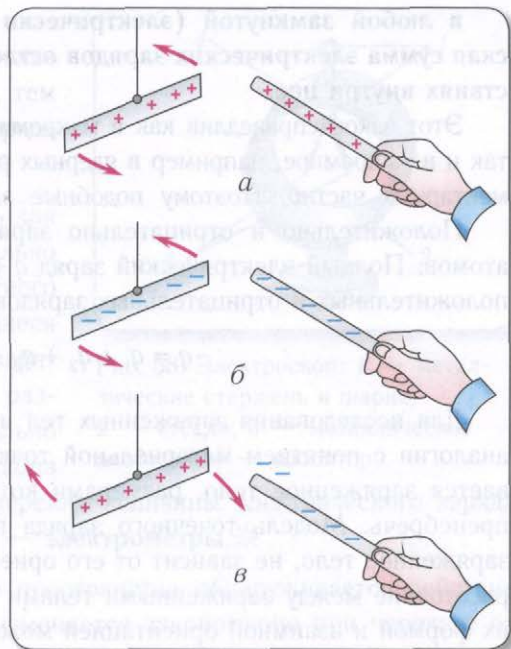


Рис. 57. Опыты Дюфе

в любой замкнутой (электрически изолированной) системе алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной при любых взаимодействиях внутри нее.

Этот закон справедлив как в макромире, например при зарядке конденсаторов, так и в микромире, например в ядерных реакциях и процессах взаимодействия элементарных частиц. Поэтому подобные законы называются *фундаментальными*.

Положительно и отрицательно заряженные частицы входят в состав всех атомов. Полный электрический заряд q системы равен алгебраической сумме ее положительных и отрицательных зарядов:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1)$$

Для исследования заряженных тел используют модель точечного заряда. По аналогии с понятием материальной точки в механике **точечным зарядом** называется заряженное тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Модель точечного заряда применима, если сила, действующая на заряженное тело, не зависит от его ориентации. Это условие выполняется, когда расстояние между заряженными телами велико по сравнению с их размерами и их формой и взаимной ориентацией можно пренебречь.

Эксперименты показывают, что ни у одного из заряженных тел не встречается заряд, который был бы по абсолютной величине меньше, чем заряд электрона. Поэтому абсолютное значение заряда электрона называют **элементарным зарядом**.

Носителями элементарных зарядов являются элементарные частицы: электроны ($-e$) и протоны ($+e$), которые входят в состав всех тел.

В СИ основной единицей заряда является *кулон* (1 Кл).

Один кулон — заряд, проходящий за одну секунду через поперечное сечение проводника, в котором проходит постоянный ток силой один ампер ($1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$).

1 Кл — очень большой заряд. Он в $6,24 \cdot 10^{18}$ раз больше элементарного электрического заряда. Экспериментально установлено, что заряды частиц и тел кратны элементарному заряду $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.



Название «протон» от греческого слова *протоζ* — *простейший* было введено Э. Резерфордом (1871—1937) в 1919 г.

Для обнаружения электрического заряда используется **электроскоп** (рис. 58). Он состоит из корпуса, внутри которого находятся два (или один) подвижных листочка. Листочки укреплены на металлическом стержне, который изолирован от корпуса и заканчивается металлическим шариком. Если поднести заряженный

предмет близко к шарiku, то листочки окажутся одноименно заряженными и оттолкнутся друг от друга. Чем больше заряд, тем больше расходятся листочки. Знак заряда таким образом определить невозможно.

* Электроскоп можно использовать для определения знака заряда, предварительно сообщив ему какой-либо заряд известного знака, например отрицательный. Поднеся к шарiku электроскопа отрицательно заряженное тело, мы увидим, что листочки раздвинутся больше. В случае положительно заряженного тела листочки электроскопа сблизятся. В настоящее время для измерения величины электрического заряда используются чувствительные приборы — **электрометры**.*

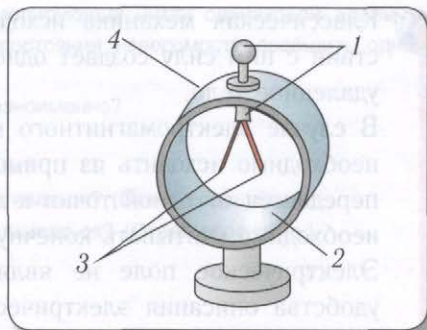


Рис. 58. Электроскоп: 1 — металлический стержень и шарик; 2 — стекло; 3 — металлические листочки; 4 — изолятор

Если в каждой точке исследуемого пространства обнаруживается действие некоторой силы, причем это действие изменяется закономерно при переходе от одной точки к другой, то говорят, что в пространстве существует поле сил.

В случае, когда поле характеризуется векторными величинами (т. е. не только их модулями, но и направлениями), оно называется **векторным**.

Электрическим полем называют вид материи, посредством которого происходит взаимодействие электрических зарядов, т. е. поле играет роль передатчика взаимодействий между заряженными телами.

Понятие электрического поля было введено Майклом Фарадеем (1791—1867) в 30-х гг. XIX в. Согласно Фарадею, каждый заряд создает в окружающем пространстве электрическое поле. Поле одного заряда действует на другой заряд, и наоборот. Так осуществляется взаимодействие зарядов.

Свойства электрического поля:

- 1) является материальным (обладает импульсом, энергией);
- 2) порождается электрическим зарядом;
- 3) обнаруживается по действию на заряд (действует на заряды с некоторой силой).

Поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами, называется **электростатическим**.

Раздел физики, в котором изучают свойства и взаимодействие неподвижных электрических зарядов и создаваемых ими электрических полей, называется **электростатикой**.



Классическая механика исходила из принципа дальнего действия. В соответствии с ним силу создает одно тело, которое мгновенно действует на другое удаленное тело.

В случае электромагнитного взаимодействия, как показало развитие науки, необходимо исходить из принципа ближнего действия, при котором воздействие передается от одной точки к другой в окружающем пространстве. При этом необходимо учитывать конечную скорость передачи действия.

Электрическое поле не является абстрактным понятием, введенным для удобства описания электрических взаимодействий. Оно представляет собой объективную реальность, особую форму материи, обладающую определенными физическими свойствами. При наличии в электрическом поле других зарядов оно взаимодействует с ними.

Электростатическое поле можно описать различными способами, например с помощью формул (аналитически), в виде таблиц, графически.

Помимо электростатического поля, порождаемого неподвижными зарядами, существует электрическое поле, порождаемое иными источниками, о которых речь пойдет в дальнейшем.

При изучении общих свойств этих полей мы будем говорить об электрическом поле.



Любой технологический процесс, связанный с распылением, разделением, дроблением, смешиванием, перемещением по трубам и т. п. различных диэлектрических материалов, сопровождается электризацией. В результате этого ежегодно в мире происходят сотни взрывов и пожаров на нефтяных базах, бензохранилищах, танкерах, самолетах, причиной которых является статическое электричество. Так, при заправке самолетов горючим разность потенциалов между Землей и горючим в топливных баках может достигать 160 000 В.



1. Что такое электрический заряд?
2. Какой электрический заряд можно считать точечным?
3. Из каких экспериментальных фактов следует, что существует два вида электрических зарядов?
4. Когда тело является электрически нейтральным, а когда — заряженным?
5. Может ли одно и то же тело, например из эбонита, при трении электризоваться то положительно, то отрицательно?
6. Можно ли электрический заряд делить бесконечно?
7. Какой заряд называют элементарным?
8. Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.

9. Два маленьких шарика подвешены на тонких изолирующих нитях одинаковой длины в одной точке. Что произойдет, если шарикам в состоянии невесомости сообщить одноименные заряды?
10. Можно ли концы стеклянной палочки зарядить разноименно?
11. Что такое электростатическое поле?
12. Какие основные свойства электростатического поля?
- * 13. Могут ли два одноименно заряженных тела притягиваться? (Ответ обоснуйте.)
- * 14. Могут ли два разноименно заряженных тела отталкиваться? (Ответ обоснуйте.)

§ 18. Закон Кулона



Радиус-вектор \vec{r} точки проводится из начала координат в данную точку пространства.

Закон всемирного тяготения: две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс, обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними и направленной по прямой,

соединяющей эти точки: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$.

Единицы в СИ: силы тока — ампер (1 А); силы — ньютон (1 Н).

Масса электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

В 1785 г. появились первые мемуары Шарля Огюстена Кулона (1736—1806), в которых описывалось экспериментальное определение закона взаимодействия наэлектризованных тел. Прибор, которым пользовался Кулон для своих опытов, назывался крутильными весами (рис. 59). Он состоял из подвижного коромысла ac длиной 21,7 см, подвешенного на тонкой серебряной нити диаметром 40 мкм длиной 75,8 см. На одном конце коромысла крепился шарик a диаметром 4,5—6 мм, а на втором — противовес c . Второй шарик b находился на неподвижном стержне, прикрепленном к крышке весов. В опытах измерялась сила отталкивания между одноименно заряженными шариками при различных расстояниях между ними.

На поверхность цилиндра, защищавшего всю систему от внешних воздействий, была

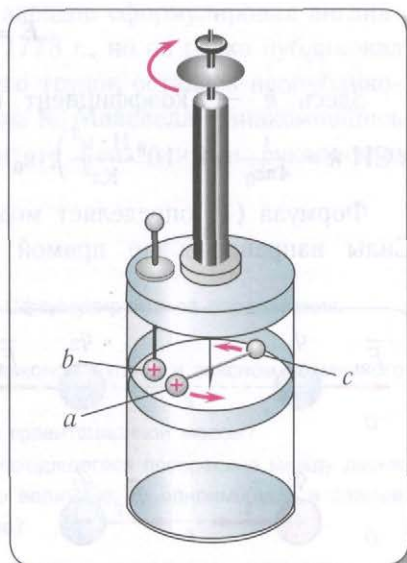


Рис. 59. Крутильные весы: ac — коромысло; b — неподвижный заряженный шарик

нанесена шкала, позволявшая определять расстояние между шариками при их различных положениях. При зарядке шариков коромысло под действием силы отталкивания поворачивалось.

Для его возвращения в исходное положение необходимо было закрутить упругую нить в противоположную сторону на некоторый угол. По углу закручивания нити определялась сила взаимодействия заряженных шариков. Таким образом, удалось измерить силу отталкивания между одноименно заряженными шариками при различных расстояниях между ними.

При помощи крутильных весов Кулон установил количественный закон электростатического взаимодействия, называемый в настоящее время **законом Кулона**:

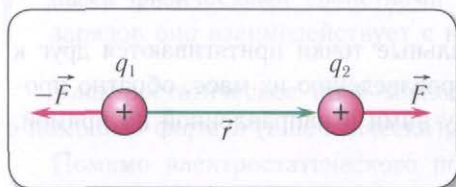


Рис. 60. Силы взаимодействия между точечными зарядами

силы взаимодействия F двух точечных электрических зарядов в вакууме, покоящихся в данной инерциальной системе отсчета, прямо пропорциональны их величинам q_1 и q_2 , обратно пропорциональны квадрату расстояния r между ними и направлены вдоль прямой, соединяющей эти заряды (рис. 60):

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (1)$$

Здесь k — коэффициент пропорциональности (как видно из формулы, в СИ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$ — электрическая постоянная).

Формула (1) определяет модули сил, с которыми взаимодействуют заряды. Силы направлены по прямой линии, соединяющей заряды. Заряд q_1 дей-

ствует на заряд q_2 с силой \vec{F}_{12} , а заряд q_2 действует на заряд q_1 с силой \vec{F}_{21} (рис. 61).

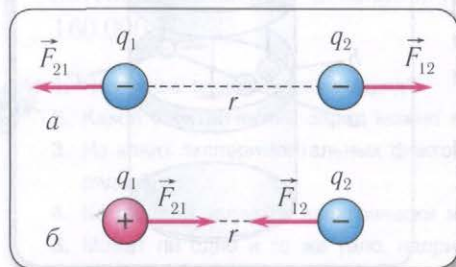


Рис. 61. Силы взаимодействия между зарядами: а — одноименными; б — разноименными

В соответствии с третьим законом Ньютона $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Если заряды одноименные, то действующие на них силы направлены в противоположные стороны (см. рис. 61, а). Если же заряды разноименные, то действующие на них силы направлены навстречу друг другу (см. рис. 61, б).

✱ В векторном виде закон Кулона записывается так: $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$, где \vec{r} — радиус-вектор, проведенный от первого заряда ко второму, а \vec{F} — сила, действующая со стороны первого заряда на второй.

В аналогичном виде можно записать и закон всемирного тяготения с учетом того, что радиус-вектор \vec{r} направлен в сторону, противоположную силе притяжения \vec{F} :

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}. \quad \text{✱}$$

Модуль силы взаимодействия F уменьшается, если заряды взаимодействуют не в вакууме, а в веществе (это изменение будет обсуждаться позже).

Наиболее простой вид законы взаимодействия заряженных тел имеют в случае точечных зарядов. Подчеркнем, что закон Кулона применим не только к взаимодействию точечных зарядов, но и к равномерно заряженным телам сферической формы независимо от величины расстояния между центрами сфер.

✱ Справедливость закона Кулона подтверждена тщательными многочисленными экспериментами, и в настоящее время показатель степени при r^2 установлен с погрешностью до 10^{-16} . ✱



Первым закон взаимодействия неподвижных зарядов сформулировал английский физик Генри Кавендиш (1731—1810) в 1773 г., но он редко публиковал свои исследования, поэтому большая часть его трудов осталась неопубликованной. Только в 1879 г. английский физик Дж. К. Максвелл, ознакомившись с хранившимися в Кембриджском университете неизданными рукописями Кавендиша, опубликовал его работы.



1. Что определяет закон Кулона?
2. Как формулируют и записывают закон Кулона?
3. Чему равна единица электрического заряда в СИ? Сформулируйте ее определение.
4. Чему равны значения заряда и массы электрона?
- ✱ 5. Найдите формальные сходство и различие между законом Кулона и законом всемирного тяготения.
- ✱ 6. В чем сходство и отличие электрического заряда и гравитационной массы?
- ✱ 7. Устойчиво ли равновесие положительного заряда, находящегося посередине между двумя зарядами, если они: а) разноименные и равные по величине; б) одноименные и равные по величине; в) одноименные и разные по величине?

Упражнение 13

1. С какой силой взаимодействовали бы в вакууме два точечных заряда $q_1 = q_2 = 1$ Кл, расположенные на расстоянии $r = 1$ м друг от друга?

2. На каком расстоянии r друг от друга сила взаимодействия двух точечных зарядов $q_1 = q_2 = 0,20$ Кл в вакууме будет $F = 4,0$ Н?
3. Как изменится сила взаимодействия двух одинаковых металлических шаров, имеющих заряды $+q_1$ и $+q_2$, если шары привести в соприкосновение и затем раздвинуть на прежнее расстояние, существенно превышающее радиус шаров?
4. Модуль силы электростатического взаимодействия двух точечных заряженных тел $F = 480$ мН. Определите модуль силы F_1 их взаимодействия, если расстояние между ними уменьшить в $n = 8$ раз.
5. Два одинаковых металлических шарика массами $m_1 = m_2 = 1$ г подвешены на шелковых нитях длиной $l_1 = l_2 = 1$ м и соприкасаются. После сообщения каждому шару некоторого заряда q они разошлись на расстояние $r = 0,1$ м. Определите величину сообщенного шарикам заряда q .
- *6. В простейшей (ядерной) модели атома водорода предполагается, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите со скоростью $v = 1,1 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите радиус r его орбиты.
- *7. Два точечных заряда составляют в сумме $q_1 + q_2 = 400$ мкКл. При расстоянии $r = 240$ см между ними действует сила отталкивания $F = 30,0$ Н. Чему равен каждый заряд? Решите задачу в случае притяжения зарядов.

§ 19. Напряженность электрического поля.

Принцип суперпозиции электрических полей

Для количественной характеристики электрического поля вводят физическую векторную величину — *напряженность электрического поля*.

Исследуют электростатическое поле с помощью *пробного* заряда, который условились считать положительным. Под **пробным** понимается точечный заряд, собственное поле которого не изменяет механического состояния и распределения остальных зарядов, создающих исследуемое поле.

Внесем в электрическое поле неподвижного точечного электрического заряда q пробный заряд q_1 . Заряд q , создающий электростатическое поле, называется *источником поля*. Электростатическое поле не действует на свой источник. На заряд q_1 будет действовать сила, модуль которой согласно закону Кулона $F_1 = k \frac{qq_1}{r^2}$ различен в разных точках поля, но пропорционален заряду q_1 . Вследствие этого отношение модуля этой силы к заряду q_1 ($\frac{F_1}{q_1} = k \frac{q}{r^2}$) не зависит от выбора заряда q_1 и характеризует электрическое поле в точке, где находится заряд q_1 . Если теперь поместить в ту же точку поля заряда q другой заряд q_2 , то

отношение $\frac{F_2}{q_2} = k \frac{q}{r^2}$ также не будет зависеть от выбора заряда q_2 . Таким образом, выполняется соотношение

$$\frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} = k \frac{q}{r^2} = \text{const.}$$

Эта величина обозначается буквой E и называется модулем напряженности электрического поля. Напряженность поля является величиной векторной, так как получается посредством деления векторной величины — силы Кулона на скалярную величину — заряд. Поэтому можно дать следующее определение:

напряженность электрического поля \vec{E} , векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой электрического поля, определяется отношением силы, действующей со стороны поля на положительный точечный электрический заряд, находящийся в данной точке поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (1)$$

В случае положительного заряда направления вектора напряженности электростатического поля и вектора силы совпадают, а в случае отрицательного заряда — противоположны.

Единицей напряженности электрического поля в СИ является *ньютон на кулон* ($1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$).

Модуль напряженности E электрического поля в данной точке пространства, находящейся на расстоянии r от точечного заряда q , может быть вычислен по формуле

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k \frac{q}{r^2}. \quad (2)$$

✱ В векторном виде напряженность электростатического поля можно определить следующим образом:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r} = k \frac{q}{r^3} \vec{r}, \quad (3)$$

где \vec{r} — радиус-вектор данной точки пространства. Заряд q расположен в начале координат.

Таким образом, вектор напряженности определяется во всех точках пространства и зависит только от положения точки наблюдения, задаваемой радиус-вектором \vec{r} в данной системе отсчета: $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$. ✱

А можно ли определить напряженность электрического поля в точке, где находится сам заряд, т. е. при $r=0$? Оказывается, напряженность поля в этой точке для точечного заряда не определена. Но в этом случае модель точечного

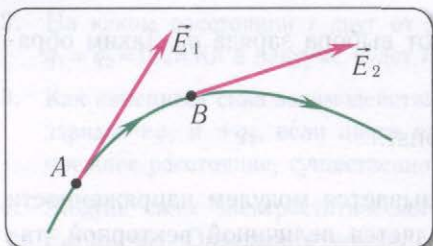


Рис. 62. Силовая линия электрического поля

которая будет действовать на точечный заряд, помещенный в данную точку. При этом нас не интересует расположение точечных зарядов — источников этого поля.

Часто в экспериментальных задачах напряженность электрического поля измеряется в большом числе точек, и результаты записываются в виде *таблицы*. Это еще один способ задания поля — *табличный*.

Гораздо нагляднее представлять поля *графически*. Этот способ придумал Майкл Фарадей в 1845 г. Он изображал электрическое поле с помощью *силовых линий* и получал своеобразные карты, или диаграммы, поля. **Силовая линия** — воображаемая направленная линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке направлена вдоль вектора напряженности поля \vec{E} в этой точке (рис. 62).

Условились считать, что силовые линии начинаются на положительных и оканчиваются на отрицательных зарядах (это следует из выбора знака пробного заряда). Линии могут начинаться на положительных зарядах и уходить в бесконечность (рис. 63, а) или приходить из бесконечности к отрицательному заряду (рис. 63, б).

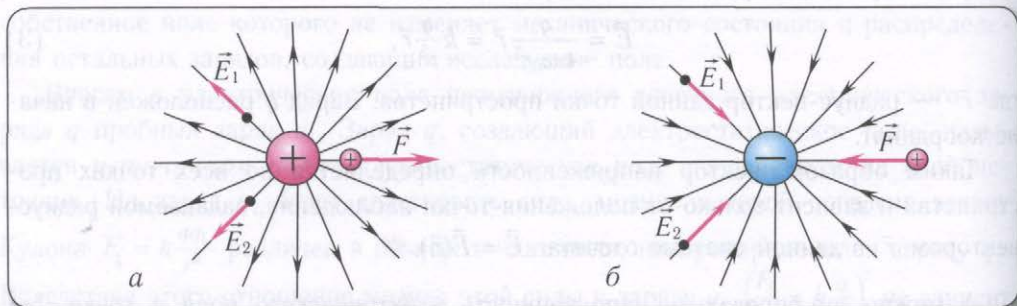


Рис. 63. Силовые линии электростатического поля равномерно заряженных шариков: а — положительного; б — отрицательного

Графическое изображение поля с помощью силовых линий наглядно показывает направление сил Кулона в каждой точке поля. Кроме того, силовые линии проводят таким образом, чтобы их густота была пропорциональна модулю напряженности поля. А поскольку модуль напряженности электрического поля пропорционален заряду ($E \sim q$), то число линий, выходящих из заряда или входящих в него, пропорционально величине заряда. Там, где силовые линии расположены гуще, напряженность поля больше, и наоборот.

Силовые линии поля не могут пересекаться (рис. 64), так как в этом случае вектор напряженности поля в точке пересечения имел бы несколько различных направлений.

Силовые линии двух точечных разноименных и одноименных зарядов приведены на рисунках 65 а, б, 66 и 67 соответственно.

Подчеркнем, что если в случае одинаковых по модулю зарядов силовые линии симметричны (см. рис. 65), то при различных значениях зарядов это не так (рис. 68).

Эксперименты показывают, что напряженности электрических полей подчиняются **принципу суперпозиции**:

напряженность \vec{E} электрического поля системы точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_n в некоторой точке пространства равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из этих зарядов по отдельности в той же точке (рис. 69):

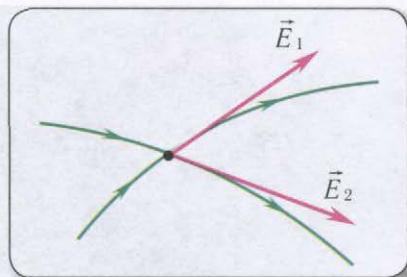


Рис. 64. Неопределенность направления вектора напряженности \vec{E} в случае пересечения силовых линий

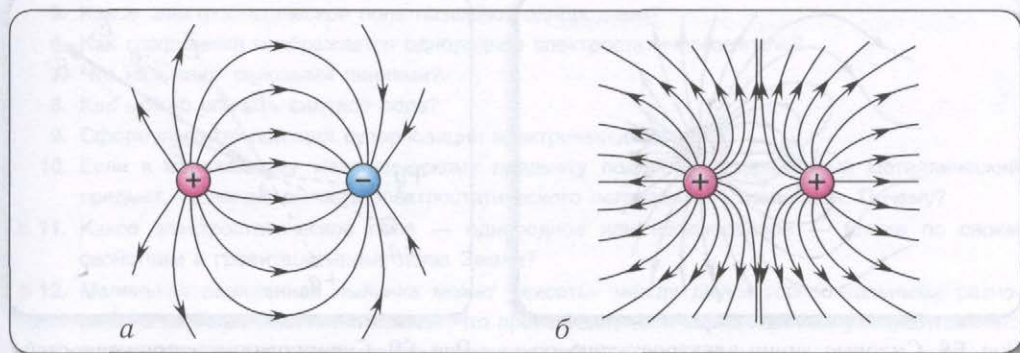


Рис. 65. Силовые линии электростатических полей двух заряженных шариков: а — при разноименных зарядах; б — при одноименных зарядах

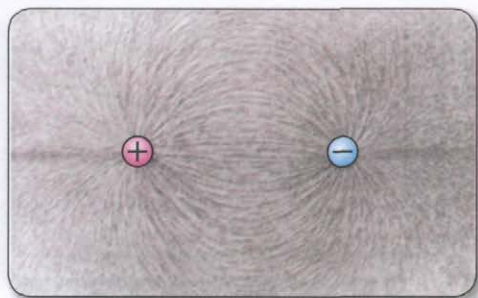


Рис. 66. Демонстрация силовых линий электростатического поля для разноименных зарядов с помощью нитей вискозы

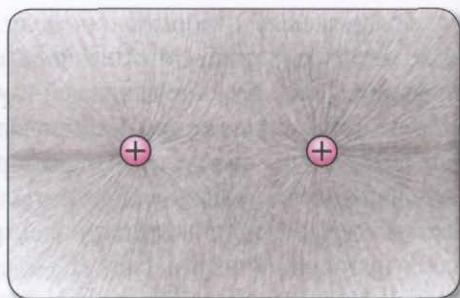


Рис. 67. Демонстрация силовых линий электростатического поля для одноименных зарядов с помощью нитей вискозы

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n. \quad (4)$$



Принципы суперпозиции (от латинского слова *superposition* — добавление) устанавливают правила сложения физических величин одинаковой природы.

Принцип суперпозиции означает, что присутствие других точечных зарядов никак не сказывается на поле, создаваемом данным точечным зарядом, т. е. поля существуют независимо друг от друга.

Электрическое поле называется **однородным**, если в каждой его точке вектор напряженности \vec{E} одинаков по модулю и направлению, т. е. $\vec{E} = \text{const}$. Графически однородное поле представляется набором параллельных равноотстоящих силовых линий.

Примерами однородного электростатического поля являются:

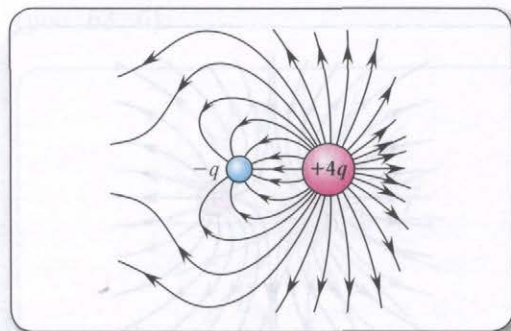


Рис. 68. Силовые линии электростатического поля двух разноименных неодинаковых по величине зарядов

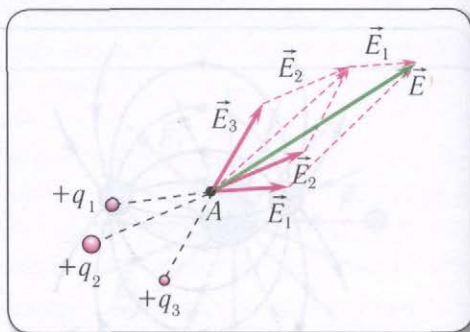


Рис. 69. Суперпозиция напряженностей электрических полей трех точечных зарядов

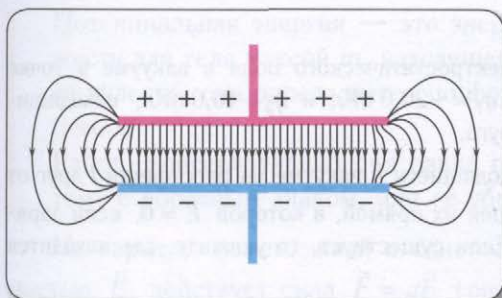


Рис. 70. Однородное электрическое поле в центральной части между параллельными пластинами

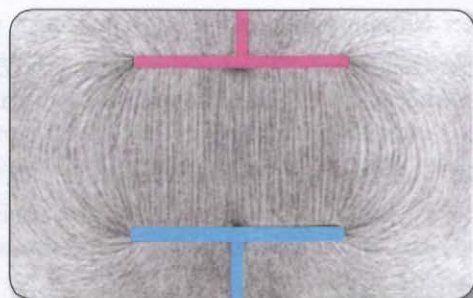


Рис. 71. Демонстрация силовых линий однородного поля с помощью нитей вискозы

поле между двумя пластинами, заряды которых равны по модулю и противоположны по знаку (рис. 70, 71);

поле равномерно заряженной бесконечной плоскости в вакууме (рис. 72).

Отметим, что у краев пластин существуют области *краевых эффектов*, в которых поля являются неоднородными.

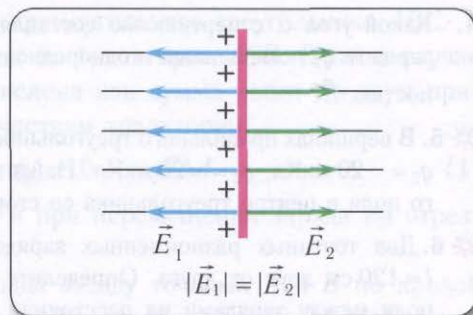


Рис. 72. Силовые линии электростатического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости



1. Какой заряд называется пробным?
2. Как найти силу, действующую на заряд со стороны электростатического поля?
3. Чему равна напряженность электростатического поля точечного заряда?
4. Какое направление имеет вектор напряженности электростатического поля?
5. Какое электростатическое поле называют однородным?
6. Как графически изображается однородное электростатическое поле?
7. Что называют силовыми линиями?
8. Как можно описать силовое поле?
9. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей.
10. Если к заряженному металлическому предмету поднести незаряженный металлический предмет, то напряженность электростатического поля заметно изменится. Почему?
- * 11. Какое электростатическое поле — однородное или неоднородное — ближе по своим свойствам к гравитационному полю Земли?
- * 12. Маленькая заряженная пылинка может «висеть» между двумя горизонтальными разноименно заряженными пластинками. Что произойдет, если заряд пылинки уменьшится? Что нужно сделать для восстановления равновесия?
- * 13. Правильно ли утверждение, что силовая линия — это траектория движения положительного пробного заряда в поле?

Упражнение 14

1. Определите модуль напряженности E электростатического поля в вакууме в точке посередине между точечными зарядами $q_1 = -20,0$ пКл и $q_2 = 40,0$ пКл, находящимися на расстоянии $r = 40,0$ см друг от друга.
2. Имеются два точечных заряда q и $2q$, находящиеся в вакууме на расстоянии l друг от друга. Существует ли точка на соединяющей их прямой, в которой $\vec{E} = \vec{0}$, если заряды: а) одноименные; б) разноименные? Если существует, то укажите, где находится эта точка.
3. Два разноименных точечных заряда $q_1 = 20$ мкКл и $q_2 = -30$ мкКл находятся в вакууме на расстоянии $r = 50$ см друг от друга. Найдите модуль напряженности E электростатического поля в точке, находящейся на расстояниях соответственно $r_1 = 40$ см и $r_2 = 30$ см от данных зарядов.
4. Какой угол α с вертикалью составляет нить, на которой висит шарик массой m и зарядом q , помещенный в однородное горизонтальное электрическое поле напряженностью \vec{E} ?
- * 5. В вершинах правильного треугольника расположены точечные заряды $q_1 = +20$ мкКл, $q_2 = -20$ мкКл, $q_3 = -20$ мкКл. Найдите модуль напряженности E электростатического поля в центре треугольника со стороной $a = 1,0$ м.
- * 6. Два точечных разноименных заряда $q_1 = -q_2 = 50$ мкКл находятся на расстоянии $l = 120$ см друг от друга. Определите модуль напряженности E электростатического поля между зарядами на расстоянии $r = 2,5$ см от положительного заряда. С какой стороны от положительного заряда (сверху, снизу, справа или слева) напряженность поля максимальна? Минимальна?

§ 20. Работа электростатического поля при перемещении заряда



Работа силы — это физическая скалярная величина, равная произведению модулей силы, перемещения и косинуса угла между направлениями силы и перемещения: $A = F \Delta r \cos \alpha$.

Единица работы в СИ — джоуль (1 Дж).

Внешние силы — это силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в исследуемую систему.

Внутренние силы в любой механической системе — это силы взаимодействия между телами, входящими в исследуемую систему.

Силы, работа которых не зависит от траектории, а определяется только начальным и конечным положениями тела в пространстве, называются потенциальными или консервативными.

Потенциальная энергия — это энергия взаимодействия тел. В поле силы тяжести для тела массой m , находящегося на высоте h над уровнем, выбранным за нулевой, она определяется по формуле $W_n = mgh$ ($h \ll R$), где R — радиус Земли.

Работа консервативных сил равна приращению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком, или ее убыли: $A = -\Delta W = -(W_2 - W_1) = W_1 - W_2$.

На заряд q , помещенный в однородное электростатическое поле напряженностью \vec{E} , действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$ (рис. 73). Поэтому при перемещении заряда вдоль отрезка AB электростатическим полем будет совершена работа

$$\begin{aligned} A &= F\Delta r \cos \alpha = F(d_1 - d_2) = \\ &= -F(d_2 - d_1) = -F\Delta d = -qE\Delta d, \end{aligned}$$

где $\Delta r \cos \alpha = d_1 - d_2 = AC$ — длина катета прямоугольного треугольника ABC .

Рассмотрим теперь перемещение заряда по траектории ACB . В этом случае работа однородного поля может быть вычислена как сумма работ по двум прямолинейным взаимно перпендикулярным участкам траектории:

$$A = A_{AC} + A_{CB} = qE(d_1 - d_2) + 0 = -qE\Delta d. \quad (1)$$

Как видно, работа поля такая же, как и при перемещении заряда по отрезку AB .

Наконец рассмотрим перемещение заряда между точками A и B по кривой AB (рис. 74). Его можно представить как совокупность n малых перемещений в виде ступенек. На этих малых участках кривой AB работа совершается только

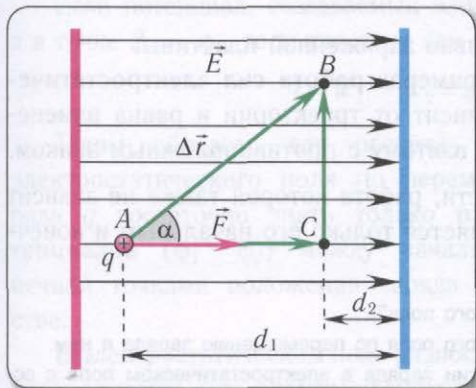


Рис. 73. Вычисление работы, совершаемой электростатическим полем при перемещении заряда q по отрезку прямой AB

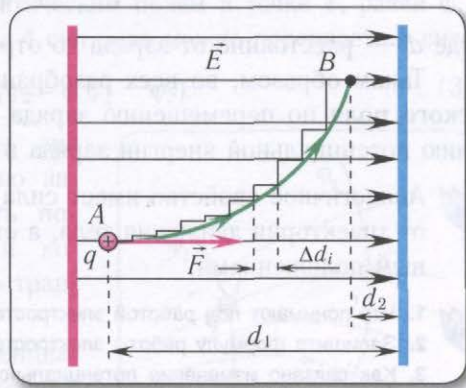


Рис. 74. Вычисление работы, совершаемой электростатическим полем при перемещении заряда q по произвольной кривой AB

на участках, параллельных напряженности \vec{E} . Работа в этом случае может быть найдена как сумма работ на каждом из отрезков d_i :

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 + \dots + A_n = -qE\Delta d_1 - qE\Delta d_2 - \dots - qE\Delta d_n = \\ &= -qE(\Delta d_1 + \Delta d_2 + \dots + \Delta d_n) = -qE\Delta d. \end{aligned} \quad (2)$$

Если работа сил электростатического поля не зависит от траектории, то такое поле является **потенциальным**, или **консервативным**.

Следовательно, сила Кулона является консервативной, так же как и сила тяжести. Это следует и из сравнения формул закона Кулона и закона всемирного тяготения:

$$F_K = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{и} \quad F_T = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Работу консервативных сил системы «заряд — поле» можно представить как разность потенциальных энергий в начале и в конце траектории:

$$A = -qE(d_2 - d_1) = -(qEd_2 - qEd_1) = -(W_2 - W_1) = W_1 - W_2 = -\Delta W, \quad (3)$$

где W_1 , W_2 — потенциальные энергии заряда q в точках A и B , ΔW — приращение потенциальной энергии.



Напомним, что убыль физической величины ($W_1 - W_2$) равна разности ее начального и конечного значений, а приращение ($W_2 - W_1 = \Delta W$) — наоборот, разности конечного и начального значений.

Как мы показали, потенциальная энергия заряда q в однородном электростатическом поле напряженностью \vec{E} определяется соотношением

$$W = qEd,$$

где d — расстояние от заряда до отрицательно заряженной пластины.

Таким образом, во всех разобранных примерах **работа сил электростатического поля** по перемещению заряда не зависит от траектории и равна изменению потенциальной энергии заряда в поле, взятому с противоположным знаком.



Аналогичное свойство имеет сила тяжести, работа которой также не зависит от траектории движения тела, а определяется только его начальным и конечным положениями.



1. Что понимают под работой электростатического поля?
2. Запишите формулу работы электростатического поля по перемещению заряда в нем.
3. Как связано изменение потенциальной энергии заряда в электростатическом поле с совершаемой им работой?
4. От чего зависит работа по перемещению заряда из одной точки поля в другую?
5. Чему равна работа электростатического поля по перемещению заряда по замкнутому контуру?
6. Какие поля называют потенциальными?
7. Как понимать выражение «электростатическое поле потенциально»?

§ 21. Потенциал. Разность потенциалов. Напряжение.

Принцип суперпозиции потенциалов

Электростатическое поле в каждой точке пространства можно описывать не только векторной силовой характеристикой — напряженностью \vec{E} , но и *скалярной энергетической характеристикой* — *потенциалом электростатического поля* ϕ .

Потенциал электростатического поля ϕ — скалярная физическая величина, равная отношению потенциальной энергии W , которой обладает точечный заряд q в данной точке пространства, к величине этого заряда:

$$\phi = \frac{W}{q}. \quad (1)$$

Единицей потенциала в СИ является *вольт*: $1 \text{ В} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}$.

Один вольт — потенциал, создаваемый электростатическим полем в точке, в которой потенциальная энергия пробного заряда величиной один кулон равна одному джоулю.

Из определения потенциала ϕ следует, что энергию W заряда q в данной точке пространства можно найти по формуле $W = q\phi$.

Как было показано в предыдущем параграфе, работу сил электростатического поля по перемещению заряда q из произвольной точки 1 пространства в произвольную точку 2 (рис. 75) можно вычислить как

$$A = W_1 - W_2. \quad (2)$$

Если потенциал, создаваемый электростатическим полем в точке 1, равен ϕ_1 , а в точке 2 — ϕ_2 , то выражение для работы A сил поля можно переписать в виде

$$A = W_1 - W_2 = q\phi_1 - q\phi_2 = q(\phi_1 - \phi_2). \quad (3)$$

Таким образом, для расчета работы сил электростатического поля по перемещению заряда q достаточно знать только **разность потенциалов** ($\phi_1 - \phi_2$) между начальной и конечной точками положения заряда в пространстве.

В электростатическом поле разность потенциалов называют еще **электрическим напряжением** и обозначают U .

Таким образом, под **разностью потенциалов** (**электрическим напряжением**) между двумя точками в пространстве понимают отношение рабо-

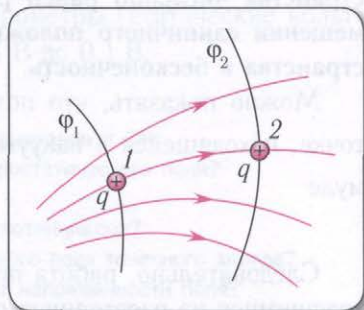


Рис. 75. Определение разности потенциалов между точками 1 и 2

ты сил электростатического поля по перемещению точечного заряда q из точки 1 в точку 2 к величине этого заряда:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi = \frac{A}{q}. \quad (4)$$

Поскольку при вычислении работы сил поля необходимо знать только разность потенциалов, то выбирать нулевой уровень отсчета потенциала можно произвольно. Для удобства проведения расчетов часто за нулевой потенциал (уровень) выбирают потенциал поверхности Земли или проводника, соединенного с Землей. Такой проводник называют *заземленным*.

Заметим, что под действием сил электростатического поля свободный положительный точечный заряд будет перемещаться из точки с более высоким потенциалом в точку с более низким потенциалом, а отрицательный — наоборот.

Это различие объясняется тем, что силы, действующие со стороны поля на заряды различных знаков, имеют различные направления. В качестве механической аналогии движения положительного заряда в сторону убывания потенциала можно привести пример со скатывающимся с горы мячиком, который также движется в направлении «убывания» высоты горки (потенциальной энергии).

Если полагать, что в бесконечности поле отсутствует, т. е. потенциальная энергия находящегося там заряда равна нулю, то выражение для потенциала принимает вид

$$\varphi_1 = \frac{A_{1 \rightarrow \infty}}{q},$$

где $A_{1 \rightarrow \infty}$ — работа поля по перемещению заряда q из данной точки пространства в бесконечность.

Таким образом, **потенциал электростатического поля в данной точке пространства численно равен работе, которую совершают силы поля при перемещении единичного положительного точечного заряда из данной точки пространства в бесконечность.**

Можно показать, что потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q , в точке, находящейся в вакууме на расстоянии r от заряда, определяется по формуле

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = k \frac{q}{r}. \quad (5)$$

Следовательно, работа по перемещению заряда q_0 между точками 1 и 2, находящимися на расстояниях r_1 и r_2 от точечного заряда q , может быть вычислена по формуле

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = kq_0q\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \quad (6)$$

Рассмотрим систему, состоящую из n точечных зарядов, произвольным образом расположенных в пространстве. Для вычисления потенциала электростатического поля, создаваемого данной системой, в некоторой точке пространства используется **принцип суперпозиции потенциалов**:

потенциал φ электрического поля системы точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_n в некоторой точке пространства равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из этих зарядов по отдельности в этой же точке:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (7)$$

Знак потенциала φ_i совпадает со знаком заряда.

Потенциал любого изолированного проводника можно измерить, отсчитывая его от потенциала Земли. Сделать это можно с помощью прибора, называемого **электрометром** или **электростатическим вольтметром**.

Один из простейших электрометров — электрометр Брауна (рис. 76) — аналогичен по устройству обычному электроскопу. Для определения потенциала заряженного проводника необходимо соединить его со стержнем электрометра, а металлический корпус электрометра соединить с Землей.

Часть заряда перейдет на стержень электрометра и подвижную легкую стрелку, которая, отталкиваясь от стержня, отклонится на некоторый угол и укажет на шкале значение потенциала проводника относительно Земли.

Электрометр Брауна пригоден для измерения разностей потенциалов от 1 кВ до 10 кВ. Существуют более чувствительные электрометры (статические вольтметры), позволяющие измерять напряжения от 0,01 В до 0,1 В.

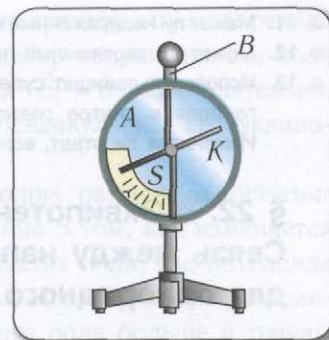


Рис. 76. Электрометр Брауна: S — шкала; A — заземленный металлический корпус; B — изолятор; K — подвижная стрелка



1. Что называют потенциалом электростатического поля?
2. Дайте определения единиц потенциала и разности потенциалов в СИ.
3. По какой формуле можно определить потенциал электростатического поля?
4. Что называют электрическим напряжением?
5. Какова связь электрического напряжения с разностью потенциалов?
6. По какой формуле находят потенциал электростатического поля точечного заряда?
7. В чем отличие потенциала электростатического поля от напряженности поля?
8. Изобразите графически зависимость потенциала поля точечного заряда от расстояния до него.
9. Сформулируйте принцип суперпозиции потенциалов.
10. Для каких зарядов справедлив принцип суперпозиции потенциалов?

- * 11. Может ли незаряженный проводник иметь относительно Земли потенциал, отличный от нуля?
- * 12. Может ли заряженный проводник иметь относительно Земли потенциал, равный нулю?
- * 13. Используя принцип суперпозиции потенциалов, вычислите потенциал электростатического поля в центре равномерно заряженного тонкого кольца. Будет ли он равен нулю? Изменится ли ответ, если кольцо будет заряжено неравномерно?

§ 22. * Эквипотенциальные поверхности. *

Связь между напряжением и напряженностью для однородного поля

* Для графического изображения полей, кроме силовых линий электрического поля, удобно использовать **эквипотенциальные поверхности**, или **поверхности равного потенциала**: $\varphi(\vec{r}) = \text{const}$.

Пересекаясь с плоскостью чертежа, эквипотенциальные поверхности дают **эквипотенциальные линии**.

Через каждую точку поля проходит только одна силовая линия и одна эквипотенциальная поверхность, причем в каждой точке поля силовая линия и соответствующая эквипотенциальная поверхность взаимно перпендикулярны (рис. 77).

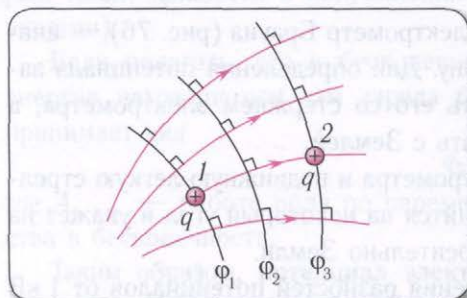


Рис. 77. Перпендикулярность силовых линий электростатического поля и его эквипотенциальных поверхностей

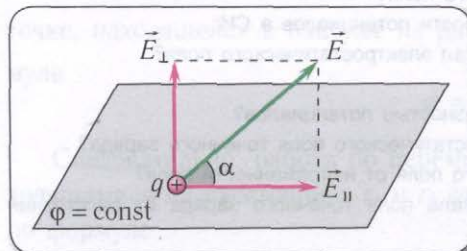


Рис. 78

Докажем свойство перпендикулярности силовых линий и эквипотенциальных поверхностей методом «от противного». Для этого предположим, что справедливо обратное утверждение — перпендикулярность отсутствует. Тогда должен существовать компонент вектора напряженности \vec{E}_{\parallel} электрического поля, параллельный данной поверхности (рис. 78), и, соответственно, должна появиться сила, действующая на заряд по касательной к эквипотенциальной поверхности.

Следовательно, при перемещении заряда по эквипотенциальной поверхности эта сила будет совершать отличную от нуля работу. Но тогда согласно определению разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}$ рассматриваемая поверхность уже не будет эквипотенциальной, так как ее потенциал в разных точках различен ($\varphi_1 \neq \varphi_2$).

Таким образом, применив метод «от противного», мы пришли к противоречию. Это значит, что истинно утверждение: при $\varphi = \text{const}$ вектор напряженности поля не имеет касательного (тангенциального) компонента $\vec{E}_t = \vec{0}$. Следовательно, силовые линии электростатического поля всегда перпендикулярны его эквипотенциальным поверхностям.

Начертив эквипотенциальные линии, соответствующие различным значениям потенциала, можно получить наглядное представление о том, как изменяется потенциал в данном поле (рис. 79, 80, 81). В тех областях поля, где потенциал быстрее изменяется от точки к точке, эквипотенциальные поверхности расположены гуще. Модуль напряженности электростатического поля больше в точках, расположенных в таких областях. ✱

Найдем связь между напряженностью \vec{E} однородного электростатического поля и напряжением U , создаваемым этим полем между точками 1 и 2 в пространстве (см. рис. 79).

Для этого вычислим работу сил поля двумя различными способами.

С одной стороны, при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2 электрическим полем будет совершена работа

$$A = F \Delta r \cos \alpha = F(d_1 - d_2). \quad (1)$$

С учетом определения напряженности поля $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ находим

$$A = qE(d_1 - d_2). \quad (2)$$

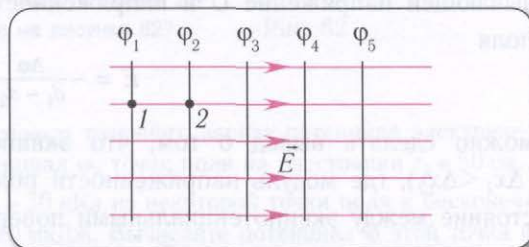


Рис. 79. Эквипотенциальные линии поля равномерно заряженной плоскости

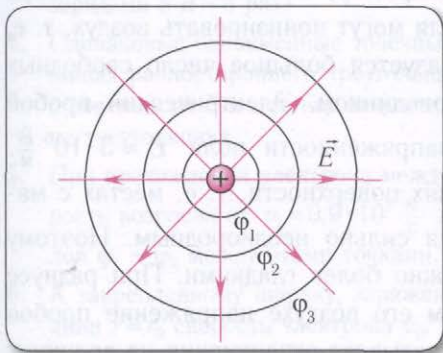


Рис. 80. Эквипотенциальные линии поля точечного заряда

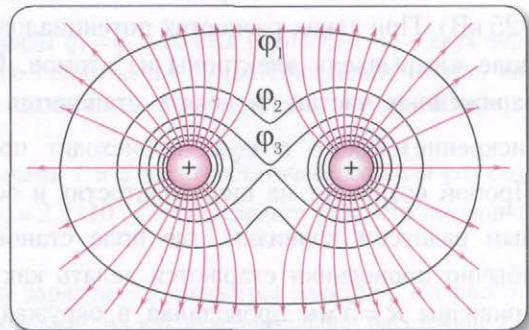


Рис. 81. Эквипотенциальные и силовые линии поля двух одноименно заряженных металлических шаров

С другой стороны, работу сил поля можно определить через электрическое напряжение:

$$A = qU = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3)$$

Приравнявая правые части соотношений (2) и (3), получим

$$E = \frac{F}{q} = \frac{U}{d_1 - d_2} = -\frac{\Delta\varphi}{d_2 - d_1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta d}. \quad (4)$$

Из соотношения (4) видно, что напряженность электрического поля можно измерять как в *вольтах на метр*, так и в *ньютонх на кулон* ($E = \frac{F}{q}$). Покажем, что эти единицы эквивалентны:

$$1 = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

✱ Поскольку двум соседним эквипотенциальным поверхностям соответствует одна и та же разность потенциалов $\Delta\varphi = \text{const}$, то на основании формулы, связывающей напряжение U и напряженность E однородного электростатического поля

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{d_1 - d_2} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}, \quad (5)$$

можно сделать вывод о том, что эквипотенциальные поверхности гуще там ($\Delta x_1 < \Delta x_2$), где модуль напряженности поля больше ($E_1 > E_2$). И наоборот, расстояние между эквипотенциальными поверхностями больше там, где модуль напряженности поля меньше. ✱

Во многих электрических установках используются очень высокие разности потенциалов — порядка 10—100 кВ (например, в кинескопе телевизора ~25 кВ). При таких разностях потенциалов поля могут ионизировать воздух, т. е. поле «вырывает» электроны из атомов. Образуется большое число свободных заряженных частиц, и воздух становится проводником. Электрический пробой (искрение) сухого воздуха происходит при напряженности поля $E \approx 3 \cdot 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Пробой возникает на шероховатостях и остриях поверхности, т. е. местах с малым радиусом кривизны, где поле становится сильно неоднородным. Поэтому обычно проводники стараются делать как можно более гладкими. При радиусе кривизны $R = 5$ мм проводника в окружающем его воздухе напряжение пробоя составляет $U \sim 15$ кВ. Это обстоятельство накладывает ограничения на величину напряжения, передаваемого по линиям электропередач, так как вследствие пробоя начинаются существенные потери электроэнергии через воздух.



Формулы для напряжения позволяют также выражать работу и энергию во внесистемных энергетических величинах — электрон-вольтах, которые часто применяются при исследовании элементарных частиц, движущихся в электрических и магнитных полях.

Электрон-вольт — энергия, которую приобретет частица с зарядом, равным по модулю заряду электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, пройдя разность потенциалов в 1 В: $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.



- * 1. Какие поверхности называют эквипотенциальными?
- * 2. Под каким углом пересекаются силовые линии и эквипотенциальные поверхности?
- * 3. Могут ли эквипотенциальные линии пересекаться?
4. В чем различие между электрометром и электроскопом?
5. Если потенциал φ в некоторой области постоянен, что можно сказать о напряженности электрического поля \vec{E} ?
6. Если напряженность электростатического поля \vec{E} в некоторой области пространства постоянна, что можно сказать о потенциале φ в этой области?
7. Можно ли создать электростатическое поле, силовые линии которого имеют вид, изображенный на рисунке 82?

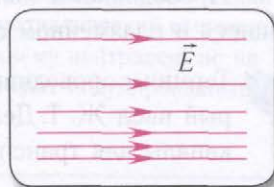


Рис. 82

Упражнение 15

1. На расстоянии $r_1 = 20$ см от положительного точечного заряда потенциал электрического поля $\varphi_1 = 60$ В. Определите потенциал φ_2 точек поля на расстоянии $r_2 = 50$ см.
2. При перемещении точечного заряда $q_0 = 50$ нКл из некоторой точки поля в бесконечность им была совершена работа $A = 10$ мкДж. Вычислите потенциал φ этой точки и определите знак заряда, создающего поле.
3. Два точечных заряда $q_1 = 20$ нКл и $q_2 = 5,0$ нКл находятся на расстоянии $r = 5,0$ см друг от друга. Какую работу A надо совершить, чтобы уменьшить расстояние между зарядами в $n = 5$ раз?
4. Одинаковые одноименные точечные заряды $q_1 = q_2 = 20$ нКл расположены в двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 50$ см. Определите модуль напряженности E и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами, в третьей вершине треугольника.
5. При прохождении электрона между точками 1 и 2 электростатического поля его скорость возросла от $v_1 = 0,9 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $v_2 = 2,2 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между этими точками.
6. К закрепленному шарiku, заряженному зарядом $-q$, движется электрон. На расстоянии $r = r_0$ скорость электрона v_0 . Определите, на какое минимальное расстояние r_{\min} приблизится электрон к шарiku.
- * 7. N одинаковых уединенных сферических капель ртути имеют один и тот же потенциал φ_0 . Каким будет потенциал φ большой капли, если все капли сольются в одну?

§ 23. Проводники в электростатическом поле.

Электростатическая защита



Электролиты — вещества, растворы или расплавы которых проводят электрический ток (кислоты, основания, соли); плазма — четвертое состояние вещества с высокой степенью ионизации его частиц; ион — атом (или группа атомов), потерявший или приобретший один или несколько электронов.

Проводники — вещества, по которым могут свободно перемещаться электрические заряды.

Проводниками являются металлы, электролиты, а также вещества, находящиеся в плазменном состоянии.



Термин «проводник» является переводом английского слова *conductor*, который ввел Ж. Т. Деагюлье в 1739 г. для обозначения «тел, действующих как каналы для транспорта электрической силы».

В металлах носителями заряда являются свободные электроны (электроны проводимости), в электролитах — положительные и отрицательные ионы, в плазме — свободные электроны и ионы.

В отсутствие внешнего электростатического поля носители зарядов в проводнике находятся в равновесии. Если бы это условие не выполнялось, то свободные легкоподвижные заряженные частицы, имеющиеся в достаточном количестве во всяком проводнике, под действием сил поля пришли бы в движение, и равновесие было бы нарушено. Они двигались бы до тех пор, пока действующая на них сила не обратилась бы в нуль. Следовательно, напряженность электростатического поля в любой точке внутри проводника равна нулю. Это означает также, что потенциал проводника одинаков во всех его точках.

Незаряженный проводник содержит в себе в равных количествах положительные и отрицательные заряды. Во внешнем электростатическом поле в первоначально незаряженном проводнике происходит движение свободных зарядов: положительных по направлению приложенного поля, отрицательных — в противоположном направлении.

Полный заряд проводника в соответствии с законом сохранения электрического заряда, остается равным нулю, хотя на одной части поверхности проводника накапливаются положительные, а на другой — отрицательные заряды (рис. 83). Такие заряды называют **индуцированными**.

✱ Явление разделения разноименных зарядов в проводнике, помещенном в электрическое поле, называется **электростатической индукцией**. Возникшее разделение зарядов исчезает при отключении внешнего поля.

Явление электростатической индукции доказывает факт существования разноименных электрических зарядов в любом незаряженном проводнике.

В незаряженном проводнике, помещенном во внешнее электростатическое поле (создаваемое зарядами на других телах), происходит перераспределение свободных зарядов до тех пор, пока напряженность поля во всех точках внутри проводника не станет равной нулю.

Таким образом, условие $\vec{E} = \vec{0}$ должно выполняться для всех точек внутри проводника независимо от того, заряжен он сам или помещен во внешнее электростатическое поле.

Явление электростатической индукции позволяет осуществлять бесконтактное разделение зарядов (рис. 84) и получение заряда необходимого знака с помощью заземления (рис. 85).*

Значок \perp на электрических схемах обозначает заземление. Благодаря своим огромным размерам Земля действует как резервуар зарядов, принимая и отдавая электроны. Поднесем отрицательно заряженный стержень к заземленному металлическому предмету, не касаясь его. Тогда свободные электроны в металле под действием силы Кулона со стороны одноименно заряженного стержня будут отталкиваться и уходить в Землю. Если отсоединить заземление и убрать стержень, то на металлическом предмете останется избыточный положительный заряд. Таким образом, можно зарядить предмет положительным зарядом.

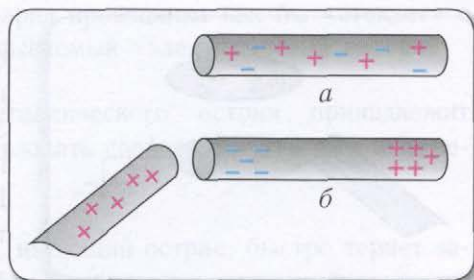


Рис. 83. Появление индуцированных зарядов: *а* — нейтральный металлический стержень; *б* — металлический стержень в целом по-прежнему нейтрален, но на его концах возникают индуцированные заряды

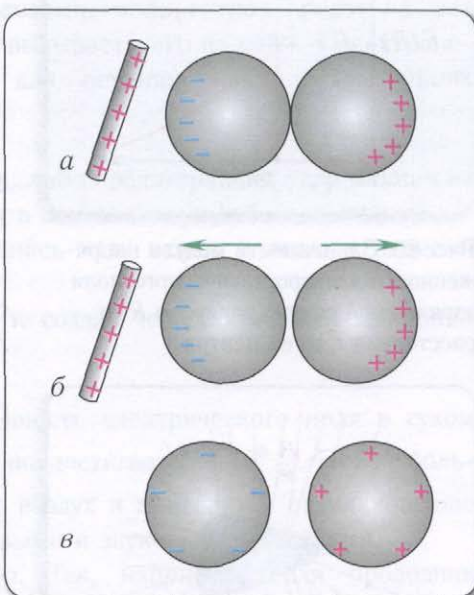


Рис. 84. Бесконтактное разделение зарядов: *а* — заряженный стержень вблизи двух соединенных незаряженных сфер; *б* — сферы отодвинуты друг от друга; *в* — заряженный стержень удален, сферы остаются с зарядами равной величины, но противоположных знаков

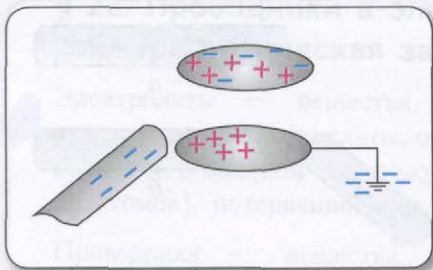


Рис. 85. Получение заряда необходимого знака с помощью заземления

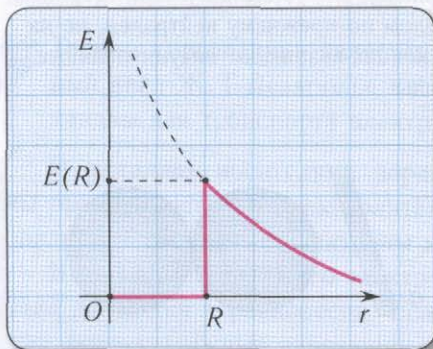


Рис. 86. Зависимость модуля напряженности электростатического поля заряженной сферы радиусом R от расстояния r до ее центра

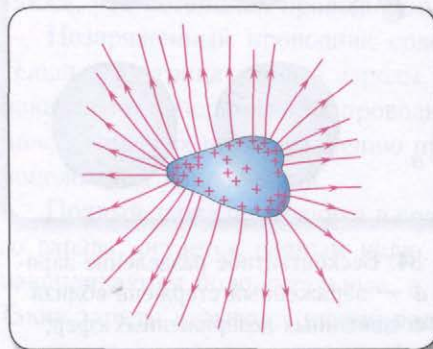


Рис. 87. Силовые линии электростатического поля вокруг заряженного проводника произвольной формы

* Рассмотрим проводник сферической формы. Будем считать, что он достаточно удален от других тел и от поверхности Земли. Его избыточный заряд будет распределяться по поверхности равномерно. Если заряд сферы q , а площадь поверхности S , то величина σ , равная заряду, приходящемуся на единицу площади поверхности сферы ($\sigma = \frac{q}{S}$), называется **поверхностной плотностью заряда**.

Модуль напряженности электростатического поля в вакууме у поверхности сферы радиусом R , равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ , определяется соотношением

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 4\pi R^2}{R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Внутри сферы $E = 0$, поскольку поля, создаваемые различными ее участками, компенсируют друг друга (рис. 86).*

Когда форма проводника отличается от сферической, то распределение силовых линий вокруг него неравномерно (рис. 87).

Как показывают эксперименты, наибольшая плотность силовых линий (поверхностная плотность заряда) возникает на острых частях проводника, которые имеют наибольшую кривизну (наименьший радиус кривизны).

Если проводник имеет острие, то поверхностная плотность заряда на конце такого острия будет настолько велика, что под действием сильного электрического поля воздух вблизи острия будет ионизироваться. При этом молекулы воздуха «отнимают» заряды от острия и, зарядившись, устремляются от него вдоль силовых линий

поля (если пренебречь массой молекул). Заряд проводника как бы «стекает» с острия по силовым линиям, образуя так называемый «**электрический ветер**».



Открытие разряжающих свойств металлического острия принадлежит Б. Франклину. Он же предложил использовать свойства острия для молниеотвода (громоотвода).

В силу этого обстоятельства проводник, имеющий острие, быстро теряет заряд. Для того чтобы заряд на изолированном проводнике мог достаточно долго сохраняться, проводник должен иметь «плавные» формы.

На явлении «электрического ветра» основано устройство молниеотвода. Во время грозы вблизи концов проводников возникает электрическое поле такой напряженности, что оно ионизирует окружающий воздух. Возникает «электрический ветер», «дующий» с острия молниеотвода навстречу заряженному грозовому облаку. Этот «ветер» разряжает облако и предотвращает попадание молнии в защищаемый объект. Иными словами, молниеотвод предотвращает разряд атмосферного электричества, а не «вызывает» его на себя. «Электрический ветер» используется в медицине для лечения кожи и внутренних органов.



По словам Б. Франклина, молниеотвод «...либо предотвращает удар молнии из облака, либо уже при ударе отводит его в землю без ущерба для здания».

На бюсте Б. Франклина вырезана надпись «Он отнял молнию у небес и власть у тиранов».

Первый молниеотвод в Европе в 1754 г. создал чешский ученый Прокопий Дивиш (1698—1756).

Установлено, что наибольшая напряженность электрического поля в сухом воздухе при нормальном атмосферном давлении достигает $E \sim 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Поле с большим значением напряженности ионизирует воздух и приводит к возникновению искрового разряда, сопровождаемого световыми и звуковыми явлениями.

Поле внутри проводника равно нулю. Так, например, если проводник заряжен отрицательно, то отрицательные заряды внутри проводника будут стремиться к его поверхности, чтобы расположиться как можно дальше друг от друга. Параллельная поверхности проводника составляющая вектора напряженности электрического поля отсутствует, иначе в проводнике возник бы электрический ток. Это означает, что внешнее электростатическое поле никаких «действий» во внутренних частях проводника произвести не может. Следовательно, замкнутая проводящая оболочка защищает все, что нахо-

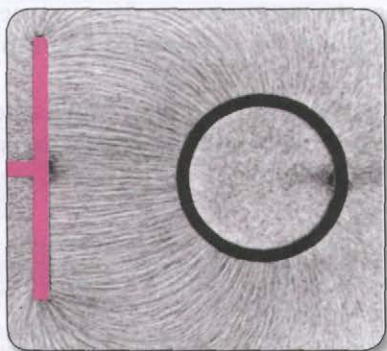


Рис. 88. Электростатическая защита: силовые линии внешнего электрического поля не проникают внутрь проводящей оболочки

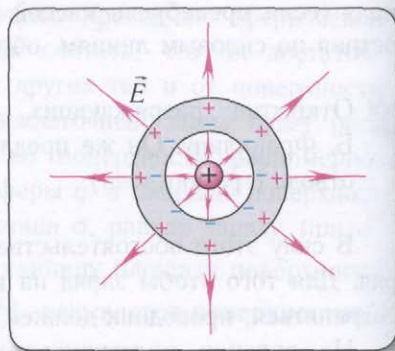


Рис. 89. Силовые линии электростатического поля проводящей оболочки с зарядом внутри нее

дится внутри нее, от действия внешнего электростатического поля (рис. 88).

Силовые линии внешнего электростатического поля заканчиваются на индуцированных зарядах, располагающихся только на поверхности проводника. Кроме того, у поверхности проводника силовые линии должны быть направлены перпендикулярно поверхности вследствие отсутствия составляющей вектора напряженности электрического поля, параллельной поверхности.

В этом и заключается принцип **электростатической защиты**: чувствительные приборы помещают внутрь проводящей оболочки, например металлической сетки, предотвращая таким образом влияние на них внешних электростатических полей.

Отметим, что проводящая оболочка экранирует только поле внешних зарядов. Если заряды находятся внутри оболочки, индуцированные заряды возникают и на ее внутренней поверхности. Поэтому замкнутая проводящая оболочка не экранирует поле электрических зарядов, помещенных внутри нее (рис. 89).



1. Какие вещества называют проводниками?
2. Какие частицы являются носителями свободных зарядов в металлах?
3. Какой заряд называется индуцированным, где и когда он возникает?
4. Что происходит в металле, помещенном в электрическое поле?
5. Если находящийся в электрическом поле проводник разделить на две части, как будут заряжены эти части?
6. Почему для молниеотвода используют заостренный стержень?
7. Кусок металла, ударяясь о жесткую преграду, электризуется. Какова причина этой электризации? Заряд какого знака появляется на куске металла?
- * 8. Исходя из особенностей строения и формы кроны, высоты дерева и т. д., ответьте на вопрос «Одинакова ли вероятность поражения молнией дуба и ели?».
- * 9. Почему во время грозы опасно укрываться под одиноким деревом? В стогу сена на лугу? Идти по открытой местности?

§ 24. Диэлектрики в электрическом поле.

Диэлектрическая проницаемость вещества



Вещество называется изотропным, если его свойства во всех направлениях одинаковы.

Диэлектрики (изоляторы) — вещества, в которых практически отсутствуют свободные носители зарядов. В таких веществах не может проходить электрический ток.

Диэлектриками являются все газы (неионизированные), ряд жидкостей (дистиллированная вода, спирт и др.) и твердых веществ (стекло, эбонит, фарфор, слюда, шелк и др.).



Термин «диэлектрик» происходит от греческого слова *δια* — *через, сквозь* и английского слова *electric* — *электрический*.

Этот термин введен М. Фарадеем в 1838 г. для обозначения веществ, в которые проникает электрическое поле.

Термин «изолятор» происходит от французского слова *isoler* — *разобщать*.

В диэлектриках, в отличие от проводников, свободные электрические заряды практически отсутствуют. Заряженные частицы внутри диэлектрика могут только незначительно смещаться относительно своих равновесных положений, что объясняет плохую электропроводность диэлектриков.



Диэлектрики все же незначительно проводят электрический ток, поскольку в них есть свободные носители тока, но их в 10^{15} — 10^{20} раз меньше, чем в проводниках.

* Существуют *полярные* и *неполярные* диэлектрики.

Неполярный диэлектрик состоит из атомов или молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают. К таким диэлектрикам относятся, например, инертные газы, кислород, водород, бензол (рис. 90, а).

Полярный диэлектрик состоит из молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают (рис. 90, б). Такие молекулы можно рассматривать как электрические диполи. Слово «диполь» происходит от двух греческих слов: *ди* — *два* и *пера* —

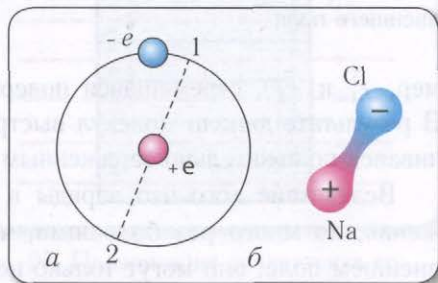


Рис. 90. Молекулы неполярного (а) и полярного (б) диэлектриков

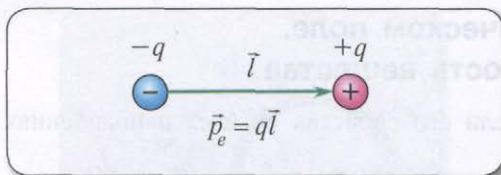


Рис. 91. Электрический диполь

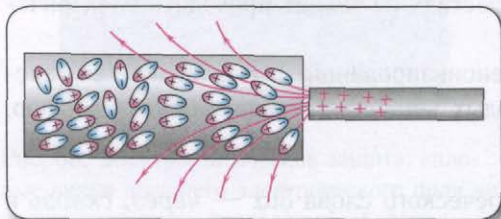


Рис. 92. Ориентация молекул полярного диэлектрика под действием электрического поля заряженной палочки

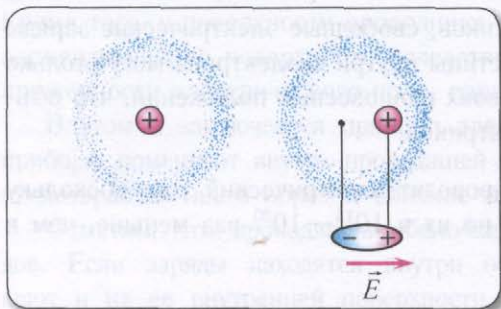


Рис. 93. Превращение молекулы неполярного диэлектрика в диполь под действием внешнего поля

мер, \vec{F}_1 и \vec{F}_2), стремящаяся повернуть их вдоль силовой линии (рис. 94, а, б). В результате диполи молекул выстраиваются вдоль силовых линий поля, поворачиваясь положительно заряженным концом в сторону силовых линий (рис. 94, в).

Вследствие того что заряды в атомах и молекулах связаны силами притяжения, во много раз большими, чем силы, действующие на эти же заряды во внешнем поле, они могут только немного сместиться под действием поля на расстояния порядка размеров самого атома. На поверхности диэлектрика возникают заряды. Их называют, в отличие от свободных, **поляризационными** или **связан-**

ось, полюс. Электрический диполь — система двух равных по величине зарядов противоположного знака $+q$ и $-q$, находящихся на расстоянии l друг от друга, малом по сравнению с расстоянием r до рассматриваемой точки поля. На рисунке диполь схематически изображают в виде гантели (рис. 91). Векторная физическая величина, обозначаемая $\vec{p}_e = q\vec{l}$, называется **электрическим дипольным моментом**, который направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному (см. рис. 91).

Полярными диэлектриками являются спирты, вода. Взаимодействие молекул полярного диэлектрика с заряженной палочкой представлено на рисунке 92.

Любой диэлектрик, как и проводник, электризуется при внесении его во внешнее электрическое поле. В неполярных диэлектриках центры разноименных зарядов молекул под действием внешнего электрического поля смещаются в противоположные стороны и молекулы превращаются в диполи (рис. 93).

В полярных диэлектриках на диполи будет действовать пара сил (напри-

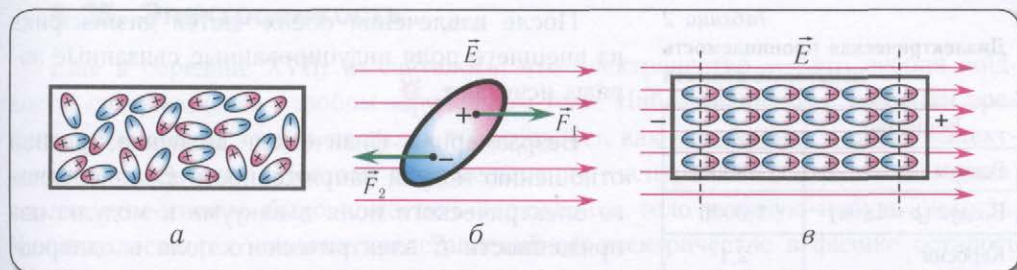


Рис. 94. а, б — силы, действующие на диполь в однородном электрическом поле; в — под действием сил электрического поля диполи ориентируются вдоль силовых линий

ными. На ближайшей к заряженному телу части возникают заряды, разноименные с зарядом влияющего тела, а на удаленной части диэлектрика — одноименные. Явление смещения разноименных связанных зарядов в противоположные стороны под действием приложенного внешнего электростатического поля называется **поляризацией**.

Смещение поляризационных зарядов в диэлектрике приводит к возникновению дополнительного электрического поля \vec{E}_d , направленного противоположно прикладываемому внешнему полю \vec{E}_0 (рис. 95). Напряженность результирующего поля \vec{E} в диэлектрике согласно принципу суперпозиции станет $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_d$, или по модулю $E = E_0 - E_d$. Это означает, что напряженность поля внутри диэлектрика меньше, чем в вакууме.

Уменьшение внешнего поля определяется способностью диэлектрика поляризоваться, и оно тем сильнее, чем больше поляризационных зарядов появится на поверхности диэлектрика.

Диэлектрическая проницаемость ϵ — величина, характеризующая поляризацию диэлектрика под действием электрического поля. Она зависит от рода вещества и его состояния (давления, температуры и т. д.).

Попытка разделить диэлектрик на две части во внешнем поле не приводит к появлению разноименно заряженных тел, как это происходит с проводником. Особенности поляризации диэлектрика проявляются в том, что на противоположных сторонах каждой из частей появляются разноименные заряды.

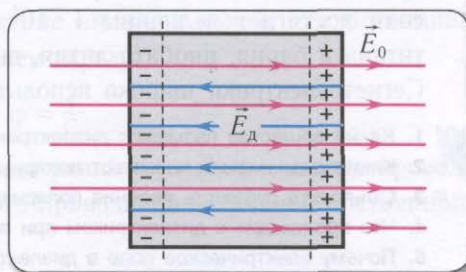


Рис. 95. Поляризация диэлектрика во внешнем электрическом поле \vec{E}_0 и возникновение поля \vec{E}_d поляризационных зарядов

Таблица 2
Диэлектрическая проницаемость
некоторых веществ

Вещество	ϵ
Вакуум	1,0000
Воздух ($p = 1 \text{ атм}$)	1,0006
Керосин	2,1
Парафин	2,2
Плексиглас	3,3
Кварц	4,3
Стекло	7,0
Слюда	7,0
Этиловый спирт	24
Вода	81

После извлечения обеих частей диэлектрика из внешнего поля индуцированные связанные заряды исчезают. ✱

Безразмерная физическая величина, равная отношению модуля напряженности E_0 однородного электрического поля в вакууме к модулю напряженности E электрического поля в однородном диэлектрике, внесенном во внешнее поле, называется **диэлектрической проницаемостью**:

$$\epsilon = \frac{E_0}{E}. \quad (1)$$

Диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз напряженность электрического поля внутри однородного изотропного диэлектрика меньше, чем в вакууме.

Диэлектрические проницаемости веществ приведены в таблице 2.

При графическом изображении полей вне и внутри диэлектрика густота силовых линий внутри должна быть в ϵ раз меньше, чем снаружи.

При расчете модулей кулоновской силы взаимодействия, напряженности поля и потенциала точечных зарядов необходимо учитывать ослабление электрического поля внутри диэлектрика и руководствоваться формулами, содержащими диэлектрическую проницаемость данной среды:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad E = k \frac{q}{\epsilon r^2}, \quad \phi = k \frac{q}{\epsilon r}. \quad (2)$$



Сегнетоэлектрики — вещества, имеющие очень большую диэлектрическую проницаемость. Например, диэлектрическая проницаемость ϵ сегнетовой соли достигает величины $1 \cdot 10^5$. Сегнетоэлектриками являются кристаллы титаната бария, ниобата лития, дигидрофосфата калия.

Сегнетоэлектрики широко используются в детекторах электромагнитных волн.



1. Какие вещества называют диэлектриками?
- ✱ 2. Какие диэлектрики называют полярными, а какие — неполярными?
- ✱ 3. Объясните сущность явления поляризации диэлектриков.
4. Что происходит с диэлектриком при внесении его в электрическое поле?
5. Почему электрическое поле в диэлектрике слабее, чем в вакууме?
6. Незаряженный диэлектрик внесен в электрическое поле отрицательного электрического заряда, а затем разделен на части. Какими электрическими зарядами обладают обе части после разделения?
- ✱ 7. Положительный и отрицательный точечные заряды притягиваются друг к другу с силой \vec{F} . Как изменится эта сила, если между зарядами поместить шарик из диэлектрика?

§ 25. Емкость

Еще в середине XVIII в. считалось, что электричество — это особая жидкость, содержащаяся в любом заряженном теле. Наблюдавшееся с течением времени уменьшение заряда на телах трактовалось как «испарение» такой «электрической жидкости». Поэтому для уменьшения «испарения» (сохранения заряда) вполне естественно было поместить заряженное тело в какую-нибудь емкость. Как отголосок тех наивных представлений об электричестве в физике осталось слово *емкость*.

Чтобы разобраться со значением этого понятия, рассмотрим два проводника произвольной формы, находящиеся в однородном изотропном диэлектрике. Зарядим их равными разноименными зарядами $+q$ и $-q$. При этом между проводниками установится некоторая разность потенциалов (напряжение):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi = U. \quad (1)$$

Эксперимент показывает, что увеличение заряда каждого проводника, например, в 2 раза приводит к увеличению напряжения между ними также в 2 раза, т. е. отношение $\frac{q}{U}$ для данной пары проводников остается постоянным:

$$\frac{q_1}{U_1} = \frac{q_2}{U_2} = \dots = \frac{q_n}{U_n} = \text{const} = C, \quad C = \frac{q}{U}. \quad (2)$$

Физическую скалярную величину, определяемую данным отношением, обозначают C и называют **емкостью**. Она характеризует способность системы проводников накапливать электрический заряд.

✱ Понятием емкости можно охарактеризовать и уединенный проводник, считая, что заряды противоположного знака при этом находятся в бесконечности. Рассмотрим уединенный заряженный проводник, находящийся в однородном изотропном диэлектрике в отсутствие внешних полей. Его потенциал (относительно бесконечности) пропорционален заряду:

$$U = \varphi - \varphi_\infty = \varphi = \frac{q}{C}.$$

Емкость уединенного проводника равна отношению заряда проводника к его потенциалу и является для данного проводника величиной постоянной:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость определяется геометрической формой, размерами проводника и диэлектрической проницаемостью среды, в которой он находится. Она не зависит от вещества проводника, находящегося на нем заряда и его потенциала.

Определим емкость уединенного шара. При сообщении шару заряда q вокруг него возникает электрическое поле, такое же, как поле точечного заряда q . Поэтому потенциал шара относительно бесконечности будет

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = k \frac{q}{R}. \quad (3)$$

С другой стороны,

$$\varphi = \frac{q}{C}.$$

Получаем емкость уединенного шара радиусом R в однородном диэлектрике:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (4)$$

В СИ единицей емкости является *фарад* — это емкость уединенного проводника, потенциал которого увеличивается на один вольт при сообщении ему заряда один кулон ($1 \text{ Ф} = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{В}}$).



1 Ф — это очень большая величина. Такой емкостью обладает в вакууме уединенный шар радиусом $R = 9 \cdot 10^9$ км, т. е. шар, превышающий свои размеры Землю в 1400 раз. (Емкость земного шара равна 709 мкФ.) Поэтому на практике используют следующие дольные единицы: микрофарад, нанофарад, пикофарад.



1. Что называется емкостью системы двух проводников?
- * 2. Что называется емкостью уединенного проводника?
3. От чего зависит емкость проводника?
4. Влияет ли среда на емкость проводника?
5. Назовите единицу емкости в СИ.
- * 6. Запишите формулу для расчета емкости уединенного заряженного шара.
- * 7. Массы алюминиевого и медного шаров одинаковы. Емкость какого из них больше?
- * 8. Какую форму должен иметь сосуд для того, чтобы между его емкостью и емкостью существовала аналогия?

§ 26. Конденсаторы

Для практического использования электрической энергии необходимо уметь ее накапливать. Эта задача решается с помощью *конденсатора* — специального электрического устройства. **Конденсатор** — устройство, состоящее из изолированных друг от друга проводников, предназначенное для накопления (аккумуляции) электрического заряда и энергии.

Проводники, образующие конденсатор, называются его *обкладками*. Как правило, при зарядке конденсатора заряды его обкладок равны по величине и

противоположны по знаку. Под зарядом конденсатора понимают значение заряда положительно заряженной обкладки.



Термин «конденсатор» от латинского слова *condensare* — *сгущать* ввел А. Вольт в 1782 г.

Первые электрические конденсаторы были изготовлены Э. Клейстом и П. Ван Мушенбреком в 1745 г. По имени города Лейдена, где работал Мушенбрек, французский физик Жан Нолле назвал их лейденскими банками (рис. 96).

Плоским называется конденсатор, состоящий из двух параллельных металлических пластин (обкладок), расположенных на небольшом расстоянии друг от друга и разделенных слоем диэлектрика (рис. 97).

Емкостью (емкостью) конденсатора называется физическая скалярная величина, равная отношению заряда конденсатора к разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (1)$$

При использовании этой формулы предполагается, что расстояние между обкладками плоского конденсатора намного меньше их собственных размеров. Тогда внутри конденсатора электрическое поле однородное, а вне его равно нулю.

Емкость конденсатора зависит от его размеров и формы, а также свойств заполняющего его диэлектрика.

* Найдём емкость плоского конденсатора. Внутри него электрическое поле складывается из полей положительно и отрицательно заряженных обкладок. Вследствие того что расстояние между обкладками намного меньше их размеров, поле внутри конденсатора можно

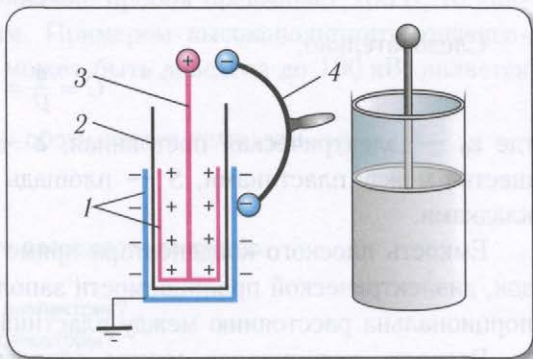


Рис. 96. Лейденская банка: 1 — станиолевые (металлические) цилиндры; 2 — стеклянный стакан (изолятор); 3 — металлический стержень; 4 — разрядник

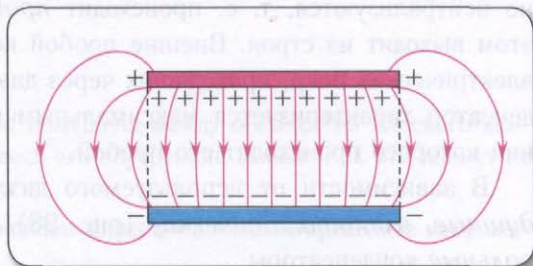


Рис. 97. Однородное электростатическое поле внутри плоского конденсатора

найти согласно принципу суперпозиции полей, создаваемых равномерно заряженными бесконечными плоскостями, с учетом диэлектрической проницаемости заполняющего его вещества:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Исходя из определения поверхностной плотности заряда

$$\sigma = \frac{q}{S},$$

находим

$$E = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}. \quad *$$

Искомое напряжение между обкладками

$$U = Ed = \frac{qd}{\epsilon\epsilon_0 S}. \quad (3)$$

Следовательно,

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (4)$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная, ϵ — диэлектрическая проницаемость вещества между пластинами, S — площадь обкладки, d — расстояние между обкладками.

Емкость плоского конденсатора прямо пропорциональна площади его обкладок, диэлектрической проницаемости заполняющего его вещества и обратно пропорциональна расстоянию между пластинами.

Разность потенциалов между обкладками конденсатора нельзя повышать беспредельно, так как увеличиваются электрические силы, стремящиеся оторвать друг от друга разноименно заряженные части молекул диэлектрика. При некотором предельном для данного конденсатора значении разности потенциалов происходит разрушение диэлектрика. Заряды обкладок практически мгновенно нейтрализуются, т. е. происходит *пробой конденсатора*. Конденсатор при этом выходит из строя. Внешне пробой конденсатора часто проявляется в виде электрических искр, проходящих через диэлектрик. Таким образом, каждый конденсатор характеризуется максимальным рабочим напряжением, при превышении которого происходит его пробой.

В зависимости от используемого диэлектрика различают *бумажные, воздушные, электролитические* (рис. 98), *керамические, слюдяные, полистирольные* конденсаторы.

Кроме того, по используемому рабочему напряжению конденсаторы подразделяются на *низковольтные* и *высоковольтные*.

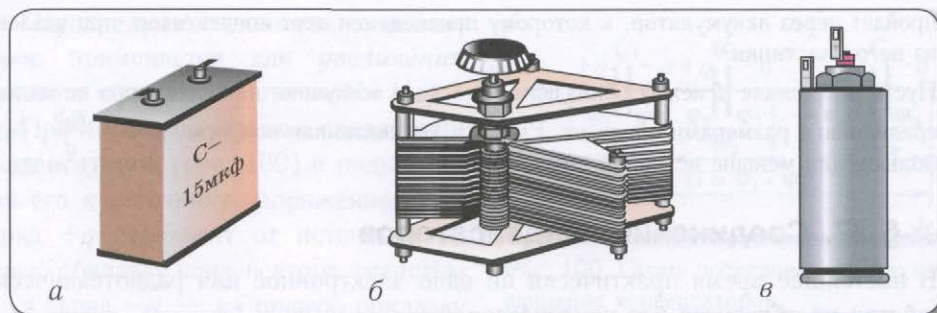


Рис. 98. Виды конденсаторов: *а* — бумажный; *б* — воздушный; *в* — электролитический

К низковольтным относятся электролитические и слюдяные конденсаторы с напряжением пробоя 100 В. Если напряжение пробоя превышает 100 В, то конденсаторы относятся к высоковольтным. Примером высоковольтного конденсатора, разность потенциалов в котором может быть доведена до 100 кВ, является лейденская банка.

На электрических схемах конденсатор обозначается символом $\text{---}||\text{---}$.



1. Что называют конденсатором?
2. Что называют зарядом конденсатора?
3. Запишите формулу для расчета емкости плоского конденсатора.
4. Что такое пробой конденсатора?
5. Для чего в конденсаторе используется диэлектрик?
6. Где и с какой целью используются конденсаторы?
- * 7. Почему обкладки подключенного к аккумулятору конденсатора приобретают равный по модулю заряд? Будет ли заряд равным, если обкладки различаются размером и формой?
- * 8. Если одну из обкладок плоского конденсатора сдвинуть относительно другой так, чтобы они были по-прежнему параллельны, но площадь их перекрытия уменьшилась вдвое, то как изменится его емкость?
- * 9. Возможна ли ситуация, когда обкладки конденсатора имеют различные по модулю заряды? Ответ обоснуйте.

Упражнение 16

1. Большая медная пластинка толщиной d помещена между обкладками плоского конденсатора (не касаясь их) и занимает весь его внутренний объем. Как это влияет на емкость конденсатора?
2. Конденсатором емкостью $C = 12$ нФ накоплен заряд $q = 80$ нКл. Определите напряжение U на обкладках конденсатора.
3. Пластика из слюды ($\epsilon = 7,0$) находится между обкладками плоского конденсатора и занимает весь его внутренний объем. Заряд обкладки $q_1 = 28$ мКл. Какой заряд q_2

пройдет через аккумулятор, к которому присоединен этот конденсатор, при удалении из него пластины?

- *4. Пусть расстояние d между обкладками плоского воздушного конденсатора не мало по сравнению с размерами обкладок. Емкость, рассчитанная по формуле $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$, будет больше или меньше истинной емкости?

*§ 27. Соединения конденсаторов

В настоящее время практически ни одно электронное или радиотехническое устройство не обходится без конденсаторов.

Конденсаторы соединяют в **батареи**, чтобы обеспечить требуемую электроемкость при заданном напряжении. Соединение конденсаторов в батарее может быть параллельным, последовательным или смешанным.

При **параллельном соединении конденсаторов** (рис. 99) и подключении его к источнику напряжением $U_{\text{ист}}$ обкладки конденсаторов соединены между собой проводником, и поэтому имеют одинаковый потенциал: верхние — ϕ_1 , а нижние — ϕ_2 . Эту разность потенциалов между обкладками конденсатора $\phi_1 - \phi_2 = U$ называют **напряжением** U .

Напряжение U на обкладках всех конденсаторов одно и то же, т. е. $U = U_{\text{ист}}$ и

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U = U_{\text{ист}}.$$

Кроме того, знаки зарядов нижних обкладок конденсаторов одинаковы и противоположны знакам зарядов верхних обкладок, а суммарный заряд батареи q равен сумме зарядов на каждом из конденсаторов (см. рис. 99):

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n. \quad (1)$$

Разделив это выражение на U , получим

$$\frac{q}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U} + \dots + \frac{q_n}{U}.$$

Следовательно, электроемкость батареи при параллельном соединении конденсаторов определяется по формуле

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n. \quad (2)$$

В случае, когда $C = C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_n = C_0$, емкость батареи $C = nC_0$. Таким образом, электроемкость батареи параллельно соединенных конденсаторов *всегда* превышает наибольшую из электроемкостей конденсаторов, составляющих ее.

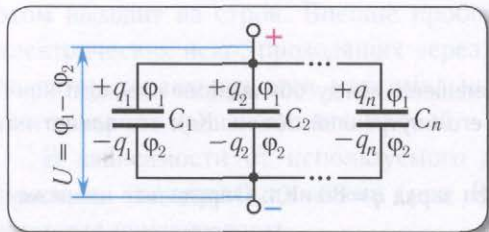


Рис. 99. Схема параллельного соединения конденсаторов

Параллельное соединение конденсаторов применяется для *увеличения емкости* системы, при этом $U = U_{\text{ист}}$.

При **последовательном соединении конденсаторов** (рис. 100) и подключении его к источнику напряжением $U_{\text{ист}}$ заряд $+q$ переходит от источника на левую обкладку конденсатора емкостью C_1 , а заряд $-q$ — на правую обкладку конденсатора емкостью C_n . Если участок между конденсаторами C_1 и C_n до подключения к источнику был электрически нейтральным, то согласно закону сохранения заряда результирующий заряд на нем должен остаться равным нулю. Вследствие электризации через влияние на правой обкладке первого конденсатора появится заряд $-q$, а на левой обкладке последнего конденсатора — $+q$. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов соединяются обкладки с разными знаками зарядов (см. рис. 100).

В результате одинаковым является заряд q каждого конденсатора, равный полному заряду батареи:

$$q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n = q,$$

а напряжение батареи последовательно соединенных конденсаторов равно сумме напряжений на всех конденсаторах:

$$U_{\text{ист}} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = U.$$

Если учесть, что $U = \frac{q}{C}$, то емкость батареи конденсаторов при их последовательном соединении можно определить из соотношения

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

В случае, когда $C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_n = C_0$, емкость батареи $C = \frac{C_0}{n}$.

Таким образом, при последовательном соединении емкость батареи всегда *не превышает* наименьшую из емкостей конденсаторов, составляющих ее.

Последовательное соединение конденсаторов применяется для *увеличения предельного рабочего напряжения* батареи, так как $U = \sum_{i=1}^n U_i$, максимально допустимое напряжение батареи будет больше, чем у любого составляющего ее конденсатора.

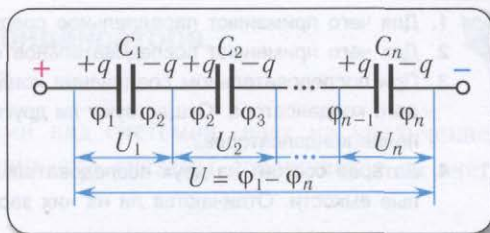


Рис. 100. Схема последовательного соединения конденсаторов



1. Для чего применяют параллельное соединение конденсаторов?
2. Для чего применяют последовательное соединение конденсаторов?
3. При последовательном соединении конденсаторов емкость батареи меньше емкости каждого конденсатора. Существуют ли другие причины применения последовательного соединения конденсаторов?
4. Батарея состоит из двух последовательно соединенных конденсаторов, имеющих различные емкости. Отличаются ли на них заряды и напряжения?

Упражнение 17

1. Два конденсатора соединены последовательно. Один из них имеет постоянную емкость $C_1 = 10$ пФ, а второй — переменную, изменяющуюся от значения $C_2 = 5,0$ пФ до значения $C_3 = 25$ пФ. В каких пределах изменяется емкость батареи конденсаторов?
2. Конденсаторы емкостями $C_1 = 3,0$ мкФ, $C_2 = 4,0$ мкФ и $C_3 = 5,0$ мкФ соединены последовательно и присоединены к источнику постоянного напряжения $U = 220$ В. Определите заряды q_1, q_2, q_3 на конденсаторах.
3. Конденсатором емкостью C_1 накоплен заряд q_0 . К нему присоединили параллельно незаряженный конденсатор емкостью C_2 . Как распределится заряд q_0 между конденсаторами? Каким будет напряжение на каждом конденсаторе?
4. Шесть конденсаторов емкостью $C_0 = 1,5$ мкФ каждый соединены параллельно. Определите емкость C батареи. Чему равна емкость C_1 батареи при их последовательном соединении?
5. В схеме установлен конденсатор емкостью $C_0 = 3,0$ мкФ. Инженер решил, что емкость необходимо увеличить до $C = 4,8$ мкФ. Какую емкость C_1 должен иметь дополнительный конденсатор и как его следует присоединить?
6. Имеются три конденсатора емкостями $C_1 = 2,0$ нФ, $C_2 = 5,0$ нФ и $C_3 = 0,010$ мкФ. Определите максимальную C_{\max} и минимальную C_{\min} емкости батареи, составленной из этих конденсаторов.
7. Как изменится емкость плоского конденсатора, если между его пластинами поместить металлическую пластину толщиной в четверть расстояния между обкладками?
8. В плоский воздушный конденсатор вносится пластина с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$, которая занимает половину пространства между обкладками (рис. 101). Во сколько раз n изменится электроемкость конденсатора при этом?

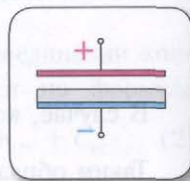


Рис. 101

§ 28. Энергия заряженного конденсатора.

Энергия электрического поля



Работа, совершаемая внешними силами над системой, идет на увеличение ее энергии: $A_{\text{вн}} = \Delta W$. Работа внутренних сил системы совершается за счет уменьшения ее энергии: $A = -\Delta W$.

Заряженный конденсатор обладает энергией, которую можно рассматривать либо как потенциальную энергию взаимодействия зарядов, сосредоточенных на обкладках, либо как энергию создаваемого этими зарядами электрического поля, заключенного между обкладками конденсатора.

При зарядке конденсатора в нем создается электростатическое поле, при разрядке оно исчезает. Работа, совершенная внешним источником для зарядки конденсатора, идет на увеличение энергии поля, а работа при разрядке конденсатора совершается за счет уменьшения энергии поля. Можем сделать вывод, что электростатическое поле обладает определенным количеством потенциальной энергии.

Энергия заряженного конденсатора определяется работой, совершенной для его зарядки (способ зарядки на величину энергии не влияет), т. е. на перемещение заряда с одной обкладки на другую для создания заданного напряжения U на обкладках:

$$U = \phi_1 - \phi_2. \quad (1)$$

Работа A , совершаемая электрическим полем при разрядке конденсатора, определяется площадью S треугольника OAB в предположении, что напряжение U на конденсаторе равномерно уменьшалось до нуля в процессе разрядки (рис. 102):

$$A = S = \frac{1}{2} qU = q\langle U \rangle. \quad (2)$$

Здесь $\langle U \rangle = \frac{U}{2}$ — среднее значение разности потенциалов при разрядке.

Изменение энергии электрического поля равно работе, совершенной при разрядке конденсатора: $\Delta W = W - 0 = W = A = \frac{qU}{2}$.

С учетом определения емкости $C = \frac{q}{U}$ находим

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \quad (3)$$

Получим формулу для энергии плоского конденсатора аналитически, исходя из того, что для

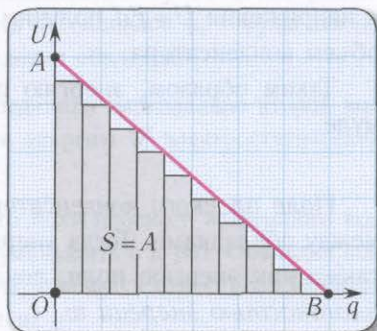


Рис. 102 Определение графически работы, совершаемой полем при разрядке конденсатора

полной разрядки конденсатора необходимо совершить работу A , чтобы переместить электроны, создающие отрицательный заряд $-q$ обкладки, на положительно заряженную обкладку. В результате электрическое поле исчезнет.

С одной стороны, если U — напряжение на обкладках конденсатора, \vec{E} — напряженность электростатического поля, d — расстояние между обкладками конденсатора, то для разрядки конденсатора необходимо совершить работу

$$A = qU = qEd.$$

С другой стороны, работа электростатических сил совершается за счет убыли потенциальной энергии конденсатора:

$$A = W_1 - W_2 = W_1 = qEd. \quad (4)$$

В конденсаторе, напряженность поля внутри которого E , заряд одной обкладки создает поле, модуль напряженности которого $\frac{E}{2}$. В поле этой обкладки находится заряд q , распределенный по поверхности другой обкладки. Потенциальная энергия этого заряда в поле конденсатора будет

$$W = q \frac{E}{2} d.$$

Здесь d — расстояние между обкладками.

Вследствие того что напряжение U на обкладках конденсатора и модуль напряженности поля в нем связаны соотношением $E = Ud$, энергия конденсатора определяется полученным ранее графически соотношением

$$W = \frac{qU}{2}. \quad (5)$$

* С учетом выражения для электроемкости плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$ и напряжения $U = Ed$ получим $W = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} V$, где $Sd = V$ — внутренний объем конденсатора.

Таким образом, энергию плоского конденсатора можно рассчитать по формуле

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} V.$$

Поле плоского конденсатора существует практически только внутри него — между обкладками. Тогда энергию заряженного конденсатора можно представить также как энергию поля, локализованного в пространстве между обкладками с плотностью энергии w .

Плотность энергии поля численно равна энергии поля, находящейся в единичном объеме:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}. \quad (6)$$

Она пропорциональна квадрату напряженности электрического поля в этой области. Это выражение справедливо не только для однородных полей, но и для электростатических полей любой конфигурации в случае, когда вещество, заполняющее пространство, изотропное.

Впервые понятие плотности энергии электрического поля ввел Дж. Максвелл. Он полагал, что энергия электрического поля рассредоточена по всему объему с плотностью w . Наличие энергии у электрического поля является доказательством того, что поле является *особым видом материи*. *



1. Какие экспериментальные факты доказывают, что заряженный конденсатор обладает энергией?
2. По каким формулам определяется энергия заряженного конденсатора?
3. Где сосредоточена энергия заряженного конденсатора?
- * 4. Что такое плотность энергии электрического поля?
- * 5. Какой формулой выражается плотность энергии электрического поля?

Упражнение 18

1. Диэлектрик удаляют из пространства между обкладками плоского конденсатора, подключенного к источнику напряжения U . Как при этом изменяются емкость конденсатора C , его заряд q , напряжение U и напряженность \vec{E} электрического поля внутри конденсатора?
- * 2. Напряженность электрического поля, при которой происходит электрический пробой сухого воздуха, составляет $E = 3,0 \cdot 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Какой заряд q может накопить плоский воздушный конденсатор с площадью каждой обкладки $S = 8,5 \text{ см}^2$?
3. Плоский конденсатор имеет заряд q . Надо ли прикладывать силу \vec{F} , чтобы раздвинуть его обкладки? Изменится ли при этом разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на его обкладках? На что затрачивается работа A при разведении обкладок?
- * 4. К незаряженному конденсатору емкостью C присоединили параллельно второй конденсатор такой же емкости зарядом q . Определите энергию W электростатического поля полученной батареи конденсаторов.
5. Определите изменение энергии электростатического поля плоского воздушного конденсатора, если расстояние между его пластинами уменьшить в n раз. Обкладки конденсатора отключены от источника напряжения. Как изменится ответ, если обкладки конденсатора не отключать от источника напряжения?
6. Конденсатор емкостью $C = 0,2 \text{ мкФ}$ заряжается до напряжения $U = 100 \text{ В}$. Найдите энергию W конденсатора. Определите изменение энергии ΔW конденсатора, если напряжение U увеличить вдвое.

- *7. Между горизонтально расположенными обкладками плоского конденсатора с высоты h свободно падает незаряженный металлический шарик массой m . На какую высоту H поднимется шарик после абсолютно упругого удара о нижнюю пластину, если в момент удара на него переходит заряд q ? Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U , расстояние между пластинами d .

Основные формулы в главе 4

Закон сохранения электрического заряда:

$$\Sigma \pm q_i = \text{const.}$$

Закон Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Напряженность электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Принцип суперпозиции:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

Работа сил электростатического поля:

$$A = -qE\Delta d = -\Delta W.$$

Потенциал φ электрического поля:

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Потенциал φ электрического поля системы точечных зарядов:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

Разность потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi = U = \frac{A}{q}.$$

Диэлектрическая проницаемость вещества:

$$\epsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

✱ Последовательное соединение конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

Параллельное соединение конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Емкость уединенного проводника:

$$C = \frac{q}{\phi}. \quad \text{✱}$$

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

✱ Плотность энергии электростатического поля:

$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}. \quad \text{✱}$$

Элементарный заряд:

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Электрическая постоянная:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}.$$

Единицы измерения основных величин, встречающихся в электростатике

Наименование величины	Обозначение	Название единицы	Выражение через основные единицы СИ
Электрический заряд	q	Кулон (Кл)	$\text{А} \cdot \text{с}$
Электрический потенциал, разность потенциалов, напряжение	ϕ $\phi_1 - \phi_2$ U	Вольт (В)	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Напряженность электрического поля	E	Вольт на метр $\left(\frac{\text{В}}{\text{м}}\right)$	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
✱ Плотность энергии электрического поля	w	Джоуль на кубический метр $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}\right)$	$\text{м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Емкость	C	Фарад (Ф)	$\text{А}^2 \cdot \text{с}^4 \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1}$

Глава 5. Законы постоянного тока

§ 29. Электрический ток. Условия существования электрического тока. Сила тока



Электрическим током называется направленное движение заряженных частиц, которые являются носителями тока. Вещества, проводящие электрический ток, называют проводниками.

Проводниками являются металлы в твердом и жидком состояниях, жидкие растворы и расплавы электролитов, а также ионизованные газы.

Носителями тока в металлах являются свободные электроны, в электролитах — положительные и отрицательные ионы, в ионизированных газах — ионы и электроны.

Устройство, поддерживающее постоянную разность потенциалов, называют источником тока.

Сочетание источника тока, нагрузки и соединительных проводов называют электрической цепью.

1 А — сила такого неизменяющегося тока, который при прохождении по двум прямым параллельным проводникам бесконечной длины и пренебрежимо малого радиуса, расположенным на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызывает между этими проводниками силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводников.

До 1800 г. развитие электротехники основывалось на получении статического заряда с помощью трения, что позволяло достигать довольно высоких значений потенциалов на непродолжительное время. Однако после создания в начале XIX в. первых источников тока изучение электрических явлений вступило в новую фазу — начались интенсивные исследования законов постоянного тока.

Начало новой эпохи в изучении электричества связано с именем Алессандро Вольта, который изобрел первую электрическую батарею — вольтов столб (рис. 103). Вольта назвал свой аппарат «двигателем электрической жидкости» или «электродвижущим аппаратом» и указал на возможность увеличения электрических эффектов при увеличении числа элементов батареи.



20 марта 1800 г. Вольта написал знаменитое письмо с описанием своего столба, состоящего из 20 цинковых, 20 медных и 20 суконных кружочков, смоченных серной кислотой, положенных друг на друга (см. рис. 103).

Жизнь современного общества невозможно представить без электричества, поскольку оно практически повсеместно используется в быту и народном хозяйстве. Сегодня электроэнергия необходима для работы станков и машин, освещения, приготовления пищи, а также для работы многочисленных бытовых приборов и устройств: от холодильника до мобильного телефона.

При работе каждого из этих устройств используются различные свойства электрического тока, проходящего в замкнутой цепи.

В металле при отсутствии электрического поля свободные электроны участвуют в хаотическом тепловом движении, подобно тому как движутся молекулы газов и жидкостей. Скорости электронов при хаотическом движении отличаются как по модулям, так и по направлениям. При тепловом движении заряженных частиц не наблюдается направленного переноса заряда через выделенное поперечное сечение проводника, поскольку при хаотическом движении все направления равновероятны.

Однако если приложить к металлическому проводнику напряжение, то внутри него возникнет электрическое поле, которое будет перемещать свободные электроны вдоль проводника в направлении положительного полюса источника тока. Вследствие этого возникнет направленное (упорядоченное) движение заряженных частиц от одного полюса источника тока к другому. Заметим, что именно направленное движение заряженных частиц, происходящее на фоне их теплового (хаотического) движения, приводит к переносу электрического заряда через произвольное поперечное сечение проводника.

Направление упорядоченного движения положительно заряженных частиц в замкнутой цепи условились считать **направлением электрического тока**. Поскольку свободные положительно заряженные частицы под действием поля всегда движутся в сторону убывания потенциала, то электрический ток в замкнутой цепи направлен от положительного полюса (+) источника к отрицательному (-).

Движение заряженных частиц внутри проводника нельзя наблюдать непосредственно, но судить о наличии электрического тока можно по его действиям:

- 1) тепловому (проводник, по которому проходит ток, нагревается);
- 2) химическому (химический состав проводника, по которому проходит ток, изменяется);
- 3) магнитному (электрический ток создает в окружающем пространстве магнитное поле);



Рис. 103. Вольтов столб

4) световому (прохождение тока в газах вызывает их свечение).

Подчеркнем, что магнитное действие тока проявляется у всех проводников без исключения, а тепловое у сверхпроводников отсутствует.



По химическому действию электрического тока на проводники они делятся на два класса. Проводники первого класса — те, проходя через которые ток не вызывает химических действий (металлы, уголь). Ко второму классу относятся проводники, при прохождении тока через которые их химический состав изменяется (электролиты).

По типу носителей тока проводники разделяются на три рода. В проводниках первого рода (металлы и полупроводники) носителями тока являются электроны, а в проводниках второго (электролиты) — положительные и отрицательные ионы. В проводниках третьего рода (ионизованные газы) носителями тока являются электроны и ионы.

Заметим, что наличие носителей тока (свободных электрических зарядов) в проводнике не является достаточным условием для возникновения и существования электрического тока. Все рассмотренные действия электрического тока в замкнутой цепи возможны благодаря работе источника тока, осуществляющего непрерывное разделение зарядов при помощи **сторонних сил**, имеющих неэлектростатическую (некулоновскую) природу.

Таким образом, для продолжительного существования электрического тока в замкнутой цепи необходимо выполнение следующих условий:

- 1) наличие свободных заряженных частиц (носителей тока);
- 2) наличие электрического поля, силы которого, действуя на заряженные частицы, заставляют их двигаться упорядоченно;
- 3) наличие источника тока, внутри которого сторонние силы перемещают свободные заряды против направления электростатических (кулоновских) сил.

Количественной характеристикой электрического тока является *сила тока*.

Сила тока I — физическая скалярная величина, равная отношению заряда Δq , прошедшего за промежуток времени Δt через поперечное сечение проводника, к этому промежутку:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (1)$$

Как следует из определения, сила тока численно равна заряду, проходящему через выделенное поперечное сечение проводника в единицу времени.

Электрический ток называют **постоянным**, если его сила и направление не изменяются с течением времени.

При постоянном электрическом токе за любые равные промежутки времени через произвольное поперечное сечение проводника проходят одинаковые заря-

ды. При этом направление упорядоченного движения заряженных частиц остается неизменным.

Единицей силы тока в СИ является *ампер* (1 А). Это основная единица в СИ, определяемая экспериментально посредством измерения силы взаимодействия параллельных проводников с током в вакууме.

При силе тока **один ампер** через любое поперечное сечение проводника за одну секунду проходит заряд один кулон ($1 \text{ А} = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{с}}$).

✳ Для характеристики распределения электрического тока по поперечному сечению проводника, расположенному перпендикулярно направлению движения зарядов, вводится понятие *плотности тока*.

Плотностью тока \vec{j} называется векторная физическая величина, модуль которой равен отношению силы тока I к площади S поперечного сечения проводника:

$$j = \frac{I}{S}. \quad (2)$$

Направление вектора плотности тока \vec{j} совпадает с направлением вектора скорости \vec{v} упорядоченного движения положительных носителей тока.

Как следует из определения плотности тока, ее модуль численно равен силе тока, проходящего через перпендикулярное поперечное сечение единичной площади.

Выразим силу тока I в проводнике поперечным сечением S через среднюю скорость дрейфа (направленного движения) $\langle v_d \rangle$ свободных зарядов под действием внешнего электрического поля напряженностью \vec{E} (рис. 104). За промежуток времени Δt заряженные частицы пройдут вдоль проводника расстояние $l = \langle v_d \rangle \Delta t$. Следовательно, через поперечное сечение S проводника за рассматриваемый промежуток времени Δt пройдут заряженные частицы, содержащиеся в цилиндре объемом $V = Sl$.

Если концентрация (число частиц в единице объема $n = \frac{N}{V}$) свободных заряженных частиц в проводнике n , то заряд Δq , прошедший через поперечное сечение проводника за время Δt , найдем как

$$\Delta q = qN = qnV = qnSl = qnS\langle v_d \rangle \Delta t,$$

где q — заряд одной частицы.

Подставив найденный заряд Δq в формулу для силы тока, получим

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = qn\langle v_d \rangle S.$$

Соответственно, модуль плотности тока определится соотношением

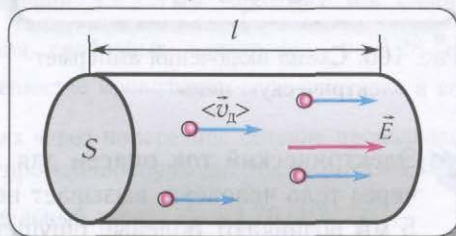


Рис. 104. Определение силы тока I через среднюю скорость дрейфа $\langle v_d \rangle$ свободных зарядов

$$\vec{j} = \frac{I}{S} = qn\langle v_d \rangle.$$

Для вектора плотности тока \vec{j} получим выражение

$$\vec{j} = qn\langle \vec{v}_d \rangle. \quad (3)$$

Отметим, что с помощью полученной формулы можно оценить скорость дрейфа свободных носителей тока при остальных известных параметрах:

$$\langle \vec{v}_d \rangle = \frac{\vec{j}}{qn}.$$

Единицей плотности тока в СИ является *ампер на метр квадратный* ($1 \frac{A}{m^2}$). При плотности тока $1 \frac{A}{m^2}$ через поперечное сечение проводника площадью $1 m^2$ проходит ток силой $1 A$. *

Для тока силой $I = 1 A$ в проводнике сечением $S = 1 mm^2$ средняя скорость направленного движения электронов $\langle v_d \rangle \sim 10^{-4} \frac{m}{c}$, а средняя скорость теплового (хаотического) движения электронов при комнатной температуре $\langle v \rangle \sim 10^5 \frac{m}{c}$.

Силу тока измеряют **амперметром**. Он включается в цепь последовательно с тем элементом цепи, силу тока в котором нужно измерить. Условное обозначение амперметра (A) на электрических схемах показано на рисунке 105.

На практике используются амперметры (A), миллиамперметры (mA), микроамперметры (μA), имеющие различную чувствительность и разные диапазоны.

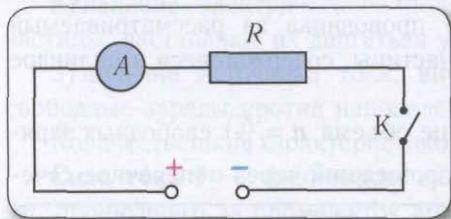


Рис. 105. Схема включения амперметра в электрическую цепь

Поскольку включение амперметра в электрическую цепь не должно сильно изменять силу тока в ней, то сопротивление амперметра должно быть как можно меньше. Обычно сопротивление амперметра составляет величину порядка $0,1 \text{ Ом}$, что, как правило, мало по сравнению с суммарным сопротивлением элементов, включенных в цепь.



Электрический ток опасен для жизни! Ток силой около 1 mA , проходящий через тело человека, вызывает неприятные ощущения, а при силе тока выше 5 mA возникают болевые ощущения. Ток силой свыше 10 mA вызывает резкое сокращение мышц, при этом может произойти остановка дыхания. При прохождении тока силой свыше 70 mA начинается беспорядочное сокращение мышц сердца (фибрилляция), которая может привести к смерти.

Как следует из закона Ома, при фиксированном напряжении сила тока зависит от электрического сопротивления тела человека. Если кожа человека сухая, то это сопротивление находится в пределах от 10^4 Ом до 10^6 Ом. При влажной коже сопротивление тела человека может значительно уменьшиться (до значений порядка 10^3 Ом).

Следовательно, при контакте с проводом, находящимся под напряжением 120 В, через тело человека пройдет ток силой 120 мА, что чрезвычайно опасно для жизни.

В то же время токи небольшой силы широко применяются при медицинских процедурах, таких, как высокочастотное прогревание, электростатический душ, электроанестезия, электросон, помогая человеку в борьбе с болезнью.



1. Что называют электрическим током?
2. Что называют силой тока?
3. Какой ток называют постоянным?
4. Какие условия необходимы для существования электрического тока?
- * 5. Что называется плотностью тока?
6. Каким прибором измеряется сила тока?
7. Как на электрической схеме условно обозначается амперметр? Как включается в цепь?
- * 8. От чего зависит средняя скорость направленного движения заряженных частиц в проводнике?

Упражнение 19

1. При лечении больного за время $\Delta t = 10$ мин процедуры между электродами проходит заряд $q = 16$ мКл. Определите среднюю силу тока $\langle I \rangle$.
- * 2. Определите плотность тока j в проводнике, если за промежуток времени $\Delta t = 30$ с через его поперечное сечение проходит $N = 2 \cdot 10^{21}$ электронов, диаметр проводника $d = 2,0$ мм.
- * 3. По проводнику площадью поперечного сечения $S = 2,5 \text{ мм}^2$ проходит ток силой $I = 4,5$ А. Скорость направленного движения свободных электронов $v = 0,28 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите концентрацию n электронов в веществе проводника.
- * 4. Определите массу m электронов, проходящих через поперечное сечение проводника за промежуток времени $\Delta t = 1,0$ год, если по проводнику проходит ток силой $I = 1,0$ А. Отношение заряда электрона к его массе (удельный заряд) $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

✳ § 30. Закон Ома для однородного участка электрической цепи. Электрическое сопротивление



Электрическое сопротивление — величина, характеризующая способность проводника противодействовать прохождению электрического тока.

Сопротивление однородного проводника цилиндрической формы длиной l постоянного поперечного сечения S , имеющего удельное сопротивление ρ , определяется по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Единицей удельного сопротивления в СИ является ом на метр (1 Ом · м), поскольку $\rho = \frac{RS}{l}$.

В 1826 г. немецкий физик Георг Ом экспериментально установил зависимость между силой тока и разностью потенциалов (напряжением) на проводнике:

сила тока в проводнике прямо пропорциональна разности потенциалов (напряжению) на его концах:

$$I = G(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности G , характеризующий электрические свойства вещества, из которого изготовлен данный проводник, получил название **электрической проводимости** или **электропроводности** вещества.

Следовательно, отношение разности потенциалов между концами данного проводника к силе тока в цепи есть величина постоянная:

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I} = \text{const} = R. \quad (2)$$

Величина R называется **электрическим сопротивлением** данного проводника. Как видно из соотношений (1) и (2), сопротивление — величина, обратная электропроводности:

$$R = \frac{1}{G}.$$

Замкнутая электрическая цепь может рассматриваться как совокупность участков цепи. Если на участке цепи на заряды действуют только электростатические силы, то он называется **однородным**. Если же наряду с электростатическими силами на участке цепи на заряды действуют и сторонние силы, то он называется **неоднородным**. Как следует из определения, неоднородный участок цепи содержит источники тока.

Напряжением U на участке цепи называется физическая скалярная величина, численно равная полной работе A , которая совершается электростатическими (кулоновскими) и сторонними силами при перемещении вдоль участка цепи положительного единичного заряда q :

$$U = \frac{A}{q}.$$

Для однородного участка AB электрической цепи (рис. 106), на котором действуют только силы электростатической природы, закон Ома выражает связь между силой тока I в цепи, напряжением U и сопротивлением R .

В этом случае $U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi$ и **закон Ома для однородного участка цепи AB** формулируется следующим образом:

сила тока I на однородном участке цепи прямо пропорциональна напряжению U на концах этого участка. Коэффициент пропорциональности $G = \frac{1}{R}$ характеризует электрические свойства проводника и называется электропроводностью:

$$I = GU = \frac{U}{R}. \quad (3)$$

Зависимость силы тока от напряжения между его концами $I(U)$ называется **вольт-амперной характеристикой** данного проводника (рис. 107).

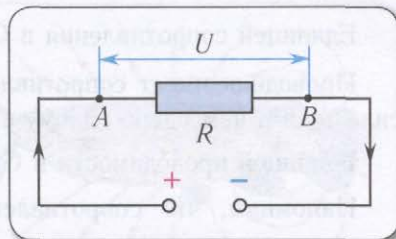


Рис. 106. Однородный участок AB электрической цепи



Рис. 107. Вольт-амперная характеристика проводника

В общем случае для любых проводников (металлов, полупроводников, электролитов, ионизированных газов) зависимость $I(U)$ является нелинейной. Однако всякую нелинейную зависимость можно разделить на небольшие линейные участки, соответствующие закону Ома, с определенным сопротивлением.

Сопротивление, как и проводимость проводника, является его основной электрической характеристикой, определяющей вид зависимости силы тока от напряжения.

Для расчетов сопротивления применяют простейшую модель проводника — резистор (от латинского слова *resisto* — *сопротивляюсь*), или линейный проводник. Длина линейного проводника значительно больше его радиуса, при этом напряженность электрического поля внутри него направлена вдоль длинной стороны. Резистор характеризуется только одним параметром — электрическим сопротивлением.

Условное обозначение резисторов на электрических схемах показано на рисунках 105 и 106.


Единицей сопротивления в СИ является *ом*: $R = \frac{U}{I} \Rightarrow 1 \text{ Ом} = 1 \frac{\text{В}}{\text{А}}$.

Проводник имеет сопротивление **один ом**, если при напряжении один вольт сила тока в нем равна одному амперу.

Единицей проводимости в СИ является *сименс*: $G = \frac{1}{R} \Rightarrow 1 \text{ См} = \frac{1}{1 \text{ Ом}}$.

Напомним, что сопротивление (проводимость) зависит от рода вещества проводника, его геометрических размеров и формы (для линейного проводника $R = \rho \frac{l}{S}$). Удельное сопротивление ρ вещества зависит также от его температуры.

Сопротивление металлов обусловлено столкновениями электронов проводимости с ионами кристаллической решетки (говорят, что поток частиц рассеивается ионами). При этом электроны передают часть своей кинетической энергии ионам кристаллической решетки, в результате чего проводник нагревается.



Рассеяние электронов происходит также на структурных неоднородностях кристаллической решетки (дефектах, примесях), что увеличивает сопротивление проводника. Используя закон Ома и формулу для вычисления сопротивления, можно показать, что модуль напряженности электрического поля внутри проводника и модуль плотности тока связаны соотношением

$$j = \frac{I}{S} = \frac{U}{RS} = \frac{U}{\left(\frac{\rho l}{S}\right)S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l} = \gamma E,$$

где $\gamma = \frac{1}{\rho}$ — удельная проводимость вещества в любой точке проводника.

В векторном виде это соотношение называют законом Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E}.$$

Из закона Ома, записанного в дифференциальной форме, следует, что плотность тока вблизи некоторой точки проводника пропорциональна напряженности электрического поля в данной точке.

Из закона Ома следует, что для прохождения тока силой I через резистор сопротивлением R к нему должно быть приложено напряжение U :

$$U = IR.$$

Эту величину называют **падением напряжения** на резисторе. Для однородного участка цепи падение напряжения всегда совпадает с напряжением на нем.

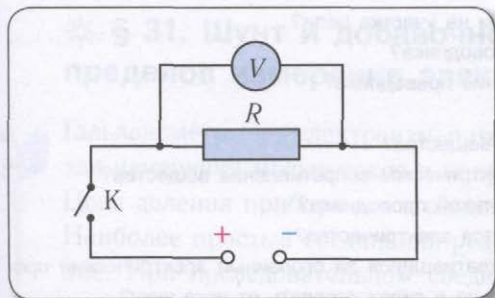


Рис. 108. Схема включения вольтметра в электрическую цепь

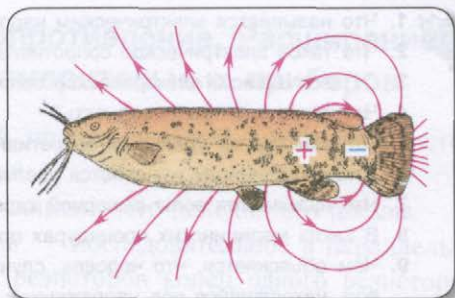


Рис. 109. Электрический сом

Для измерения напряжения на участке цепи используется **вольтметр**. Условное обозначение вольтметра (V) на электрических схемах показано на рисунке 108.

Вольтметр включают параллельно участку цепи (элементу), на котором измеряют напряжение (см. рис. 108). Чтобы подключение вольтметра существенно не изменяло силу тока и распределение напряжений на участках цепи, его сопротивление должно быть как можно большим. При этом сила тока, проходящего через вольтметр, будет мала по сравнению с силой тока в цепи, поскольку сопротивление вольтметра велико по сравнению с сопротивлением участка цепи. Обычно сопротивление вольтметров достигает нескольких тысяч ом.

Как уже отмечалось, тело человека является неплохим проводником, поэтому Вам необходимо знать, что максимальные безопасные для человека напряжения составляют: в сыром помещении — 12 В; в сухом помещении — 36 В.

Стандартные промышленные значения напряжений (220 В, 380 В), широко используемые в быту, опасны для жизни человека, поэтому следует строго соблюдать правила техники безопасности при пользовании бытовыми электроприборами.



Электрический ток используется некоторыми животными для защиты или охоты. Поскольку морская вода обладает хорошей электропроводностью, то даже слабые электрические сигналы от объектов добычи «улавливаются» хищниками на значительных расстояниях. Кроме того, мощные кратковременные электрические разряды в морской воде служат надежным оружием и защитой для некоторых обитателей моря. Так электрический скат может создавать кратковременный электрический разряд напряжением до 300 В, электрический сом (рис. 109) — до 350 В, угорь-электрофорус — до 500 В.



1. Что называется электрическим напряжением на участке цепи?
2. Что такое электрическое сопротивление проводника?
3. От чего зависит электрическое сопротивление проводника?
4. Что такое электропроводность?
5. Что называется удельным сопротивлением вещества?
6. В каких единицах измеряется удельное электрическое сопротивление вещества?
7. Что называется вольт-амперной характеристикой проводника?
8. В каких медицинских процедурах применяется электричество?
9. Чем объясняется, что человек, случайно схватившийся за оголенный электрический провод, находящийся под напряжением, иногда не в силах оторвать от него руку?
10. Течения воды и электрического тока во многом подобны. Установите аналоги для силы тока, напряжения, источника тока при течении воды.
11. От чего зависит угол наклона вольт-амперной характеристики металлического проводника?
12. Для замыкания электрической цепи используются две клеммы. Соответственно, троллейбус имеет две контактные штанги («рога»). Как тогда объяснить тот факт, что трамвай имеет один видимый провод, а поезд метро — ни одного видимого?

Упражнение 20

1. Определите массу m мотка медной проволоки диаметром $d = 1,0$ мм, если ее сопротивление $R = 10$ Ом. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом \cdot м, плотность меди $D = 8,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.
2. Через спираль электрической лампочки и соединительные провода проходит ток одной и той же силы I . Почему подводящие провода холодные, тогда как спираль электрической лампочки накалилась до температуры около $t = 2000^\circ\text{C}$?
3. Металлическую проволоку, имеющую по всей длине одинаковую площадь поперечного сечения, разрезали на $n = 5$ равных частей, которые затем плотно скрутили в один проводник. Его сопротивление оказалось $R = 1,0$ Ом. Определите сопротивление R_0 проволоки до того, как ее разрезали.
4. Найдите силу электрического тока I , который пройдет через тело человека, если он коснется проводов электропроводки, находящихся под напряжением $U = 220$ В. Считайте, что сопротивление тела человека $R = 1,5$ кОм.

✳ § 31. Шунт и добавочное сопротивление. Расширение пределов измерения электроизмерительных приборов



Гальванометр — электроизмерительный прибор высокой чувствительности для измерения малых токов и напряжений.

Цена деления прибора — это значение наименьшего деления его шкалы.

Наиболее простые соединения резисторов — последовательное и параллельное. При последовательном соединении резисторов конец одного резистора соединяется с началом другого. При этом сила тока одинакова во всех резисторах: $I_1 = I_2 = \dots = I_n = I$. Напряжение U на участке цепи равно сумме напряжений на каждом резисторе: $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$, а их сопротивления складываются: $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$.

При параллельном соединении все резисторы одним концом соединены в один узел, а вторым концом — в другой. Точки разветвленной цепи, в которых сходится не менее трех проводников, называются узлами цепи. При этом напряжение на каждом резисторе одинаковое и равно напряжению на участке цепи: $U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U$. Сила тока в цепи равна сумме сил токов в ветвях: $I_1 + I_2 + \dots + I_n$, а их проводимости складываются: $G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$

или $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$.

Каждый электроизмерительный прибор, в том числе амперметр и вольтметр, рассчитан на определенный предел измерения, который нельзя превышать во избежание его порчи. Однако, расширив шкалу измерения прибора, можно измерить значение, превышающее максимально допустимое для него.

Для расширения диапазона измерений амперметра параллельно к нему присоединяют резистор. Он имеет специальное название — **шунт**. При этом сопротивление шунта $R_{ш}$ подбирается таким образом, чтобы сила тока, проходящего через амперметр, не превышала максимально допустимого значения I_A (рис. 110).

Сила тока в неразветвленной части цепи

$$I = I_A + I_{ш},$$

где $I_{ш}$ — сила тока, проходящего через шунт.

Поскольку амперметр и шунт соединены параллельно, то падения напряжений на них одинаковы:

$$I_A R_A = I_{ш} R_{ш}. \quad (1)$$

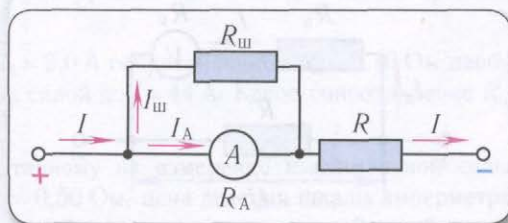


Рис. 110. Схема включения шунта в электрическую цепь

Из этого соотношения находим

$$I_{\text{ш}} = I_A \frac{R_A}{R_{\text{ш}}}.$$

Подставив выражение для силы тока $I_{\text{ш}}$ в соотношение для силы тока в цепи, получим

$$I = I_A \left(1 + \frac{R_A}{R_{\text{ш}}} \right). \quad (2)$$

Если необходимо измерить силу тока, в n раз большую, чем та, на которую рассчитан амперметр, т. е. $\frac{I}{I_A} = n$, то к амперметру необходимо присоединить шунт сопротивлением

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n-1} \quad \text{или} \quad R_{\text{ш}} = \frac{I_A R_A}{I - I_A}. \quad (3)$$

Следует иметь в виду, что цена деления прибора при шунтировании его сопротивлением $R_{\text{ш}}$, позволяющем измерять в n раз большую силу тока, увеличится в n раз.

Таким образом, для существенного увеличения диапазона измерений амперметра необходимо, чтобы сопротивление шунта $R_{\text{ш}}$ было намного меньше сопротивления амперметра R_A ($R_{\text{ш}} \ll R_A$). (Напомним, что сопротивление амперметра мало, так как его подключение не должно существенным образом влиять на значение силы тока в цепи.)

Для увеличения пределов измерения напряжения вольтметра последовательно с ним включают резистор сопротивлением R_d , который называют **добавочным сопротивлением** (рис. 111). Тогда измеряемое напряжение U на участке цепи будет:

$$U = U_V + U_d,$$

где U_V — максимальное напряжение, на которое рассчитан данный вольтметр, U_d — падение напряжения на добавочном сопротивлении R_d .

Поскольку вольтметр и добавочное сопротивление соединены последовательно, то сила проходящего через них тока одинакова: $I_V = I_d$.

С учетом закона Ома для однородного участка цепи

$$\frac{U_V}{R_V} = \frac{U_d}{R_d}, \quad (4)$$

где R_V — сопротивление вольтметра.

Откуда находим, что

$$U = U_V \left(1 + \frac{R_d}{R_V} \right). \quad (5)$$

Если необходимо измерить напряжение, в n раз большее, чем напряжение, на которое рассчитан данный

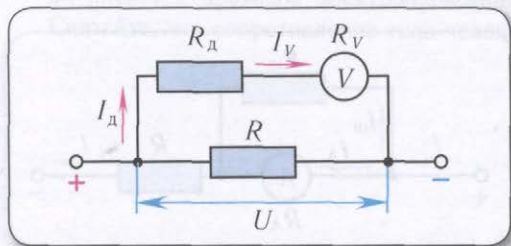


Рис. 111. Схема включения добавочного сопротивления в электрическую цепь

вольтметр, т. е. $n = \frac{U}{U_V}$, то к нему надо присоединить добавочное сопротивление $R_d = (n - 1)R_V$, или $R_d = R_V \left(\frac{U}{U_V} - 1 \right)$.

Подчеркнем, что так же, как и при шунтировании амперметра, цена деления вольтметра при подключении добавочного сопротивления R_d , позволяющего измерять в n раз большее напряжение, увеличится в n раз. Для значительного расширения диапазона измерения вольтметра необходимо, чтобы $R_d \gg R_V$.



1. Почему шунт подключается параллельно амперметру?
2. Почему добавочное сопротивление подключается последовательно с вольтметром?
3. Изменяется ли точность измерения силы тока амперметром с шунтом?
4. Можно ли зашунтировать вольтметр? Почему этот прием не используется на практике?

Упражнение 21

1. Есть три резистора сопротивлениями $R_1 = 600 \text{ Ом}$, $R_2 = 800 \text{ Ом}$ и $R_3 = 1,20 \text{ кОм}$. Какое наибольшее R_{\max} и наименьшее R_{\min} сопротивления можно получить при различных соединениях резисторов?
2. Имеются три резистора сопротивлениями $R_1 = 1,0 \text{ Ом}$, $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$, $R_3 = 3,0 \text{ Ом}$. Как их нужно соединить, чтобы получить сопротивления $R_4 = 0,75 \text{ Ом}$ и $R_5 = 2,2 \text{ Ом}$?
3. Найдите общее сопротивление R участка цепи, изображенного на рисунке 112, если $R_1 = R_5 = R_6 = 1,0 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$, $R_4 = 8,0 \text{ Ом}$.
4. Вольтметр имеет сопротивление $R_V = 2,0 \text{ кОм}$ и измеряет напряжение до $U = 5,0 \text{ В}$. Какое добавочное сопротивление R_d надо подключить, чтобы измерять напряжения до $U_1 = 80 \text{ В}$?
5. Шунт какого сопротивления $R_{\text{ш}}$ надо подключить к амперметру с внутренним сопротивлением $R_A = 0,50 \text{ Ом}$, чтобы понизить его чувствительность (увеличить пределы шкалы измерения) в $n = 5$ раз?
6. Амперметр для измерения силы тока до $I_A = 2,0 \text{ А}$ сопротивлением $R_A = 0,10 \text{ Ом}$ необходимо использовать для измерения токов силой до $I = 44 \text{ А}$. Какое сопротивление $R_{\text{ш}}$ должен иметь шунт?
7. При подключении к амперметру, рассчитанному на измерение максимальной силы тока $I_A = 4,0 \text{ А}$, шунта сопротивлением $R_{\text{ш}} = 0,50 \text{ Ом}$, цена деления шкалы амперметра возрастает в $n = 5$ раз. Определите, какое добавочное сопротивление R_d необходимо подключить к этому же амперметру, чтобы его можно было использовать как вольтметр для измерения напряжений $U = 220 \text{ В}$.

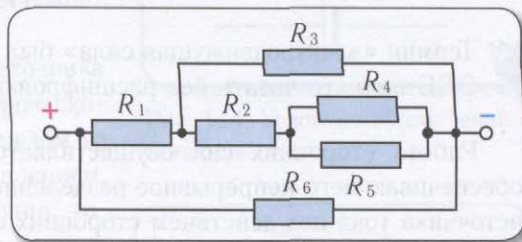


Рис. 112

§ 32. Электродвижущая сила.

Источники тока



Простейшая электрическая цепь состоит из источника тока, потребителей (электробытовые приборы, лампочки, резисторы, электроизмерительные приборы), соединительных проводов и выключателя.

Для существования постоянного тока в цепи необходимо поддерживать постоянную разность потенциалов между полюсами электрической цепи. Можно сказать иначе — следует непрерывно разделять электрические заряды противоположных знаков, которые под действием сил Кулона стремятся соединиться. Для этой цели необходимы силы иной природы, так называемые *сторонние силы*, работа которых по замкнутому контуру, в отличие от потенциальных кулоновских сил, не равна нулю.

Характеристикой действия сторонних сил является **электродвижущая сила (ЭДС)**, которая численно равна работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда внутри источника тока:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \quad (1)$$

ЭДС измеряется в *вольтах*: $1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}}$.



Термин «электродвижущая сила» был введен Ампером в 1822 г. Аббревиатуру ЭДС принято читать без расшифровки.

Работа сторонних сил осуществляется внутри источника тока (рис. 113), обеспечивающего непрерывное разделение электрических зарядов в цепи. Внутри источника тока под действием сторонних сил $\vec{F}_{\text{ст}}$ электрические заряды движутся против направления действия кулоновских сил $\vec{F}_{\text{К4}}$ (см. рис. 113).

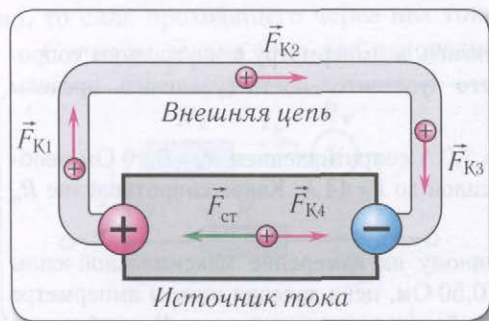


Рис. 113. Действие сторонних сил внутри источника тока

Именно за счет работы, совершаемой сторонними силами внутри источника тока, восстанавливается энергия электрического поля, расходуемая в различных элементах замкнутой электрической цепи.

Таким образом, источник тока обеспечивает замкнутое движение электрических зарядов в одном направлении. Проводник, соединяющий клеммы источника снаружи, называют **внешним участком цепи**. Внутри самого источ-

ника заряды движутся по **внутреннему участку цепи**. Сопротивление источника обозначают r и называют **внутренним сопротивлением**.

Устройство, способное поддерживать разность потенциалов между концами электрической цепи и обеспечивать упорядоченное движение электрических зарядов во внешней цепи, называется **источником тока**.



Отметим, что источники ЭДС, вообще говоря, делятся на два вида: источники тока, у которых $r \gg R$, и источники напряжения, у которых $r \ll R$, где r — внутреннее сопротивление источника, R — сопротивление внешнего участка цепи. Так, розетка бытовой сети является источником напряжения, поскольку сопротивление лампы накаливания мощностью $P = 60$ Вт ($R \sim 400$ Ом) гораздо больше внутреннего сопротивления ($r \sim 0,1$ Ом).

Источник электрического тока имеет два полюса (две клеммы), к которым присоединяются концы проводников, образующих внешний участок цепи.

На электрических схемах источник тока обозначается так, как показано на рисунке 114. Положительный полюс (клемма) источника тока условно изображается более длинной чертой, чем отрицательный. Основные характеристики источника тока — величину ЭДС \mathcal{E} и его внутреннее сопротивление r — также указывают на электрических схемах.

Положительный полюс (клемма) источника тока имеет наибольшее значение электрического потенциала в цепи. Поскольку на каждом из элементов цепи, обладающих сопротивлением, происходит некоторое падение напряжения, то чем дальше точка внешней части цепи от положительного полюса источника, тем ниже ее потенциал относительно данного полюса.

Иными словами, потенциал уменьшается (падает) вдоль внешней части цепи от точки к точке в направлении прохождения тока. Соответственно, наименьший потенциал в цепи имеет отрицательный полюс источника тока.

Схема распределения потенциала вдоль цепи, содержащей источник тока, может быть представлена при помощи механической аналогии с катящимся шариком, изображенной на рисунке 115.

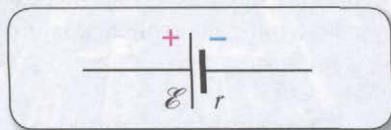


Рис. 114. Условное обозначение источника тока

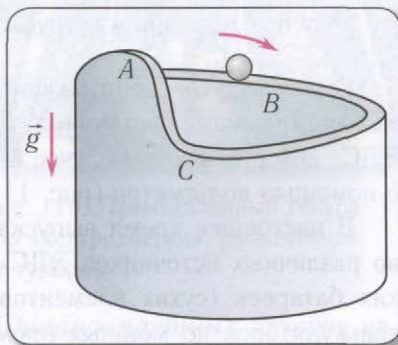


Рис. 115. Механическая аналогия распределения потенциала на внутренней и внешней частях электрической цепи

Внешняя часть замкнутой цепи соответствует участку ABC контура, внутренняя (источник тока) — участку CA . Самостоятельно шарик будет катиться только от точки A к точке C , а для подъема его от точки C к точке A необходимо действие сторонних сил.



Сравнивая электрический ток с течением жидкости в трубах, можно отметить, что потенциал является аналогом гидростатического давления в жидкости. Действительно, распределение гидростатического давления в трубе, по которой течет вода, аналогично распределению потенциалов вдоль проводника с током. Как течение воды обусловлено разностью гидростатических давлений (напором) на участке трубы, так и ток обусловлен разностью потенциалов (напряжением) на однородном участке цепи.

Участок цепи, на котором есть источник тока, является **неоднородным участком цепи**.

Электрические заряды внутри источника тока (на внутреннем участке цепи) движутся против кулоновских сил под действием сторонних сил, а во всей остальной цепи (на внешнем участке цепи) их приводит в движение электрическое поле, создаваемое источником.



Продолжая аналогию между течением электрического тока и течением жидкости по трубам, можно сказать, что источник тока является аналогом насоса, подающего воду под давлением в трубы (рис. 116).

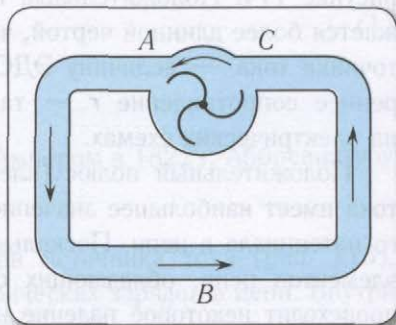


Рис. 116. Механический аналог источника тока

В разомкнутой цепи разность потенциалов между клеммами источника тока равна его ЭДС, которую в этом случае можно измерить с помощью вольтметра (рис. 117).

В настоящее время выпускается множество различных источников ЭДС — от маленьких батареек (сухих элементов) для часов и калькуляторов до мощных промышленных генераторов.

Простейшая батарея (гальванический элемент) состоит из двух электродов (пластин или стержней) из разнородных металлов, погружен-

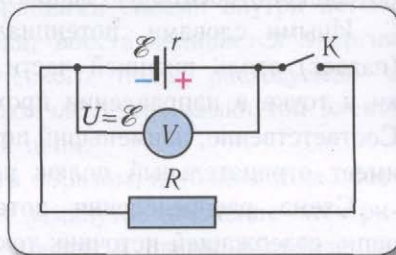


Рис. 117. Схема цепи для измерения ЭДС источника тока (цепь разомкнута)

ных в разбавленную кислоту (электролит). В сухом элементе электролит представляет собой желеобразную массу. При соединении проводником электродов в замкнутой цепи будет проходить ток вследствие возникновения ЭДС на границе соприкосновения различных проводников. Кроме того, один из проводников меняет химический состав под действием электрического тока. В результате химических превращений внутренняя (химическая) энергия тел, составляющих цепь, уменьшается, и таким образом поддерживается ток в цепи. Гальванический элемент является химическим источником тока, так как в нем происходит прямое преобразование химической энергии в электрическую.

На рисунке 118 приведено устройство устройства наиболее широко распространенного марганцево-цинкового сухого элемента. В цинковый корпус 1, выполняющий роль отрицательного электрода, помещен угольный стержень 2, являющийся положительным электродом батареи. Свободное пространство 3 между электродами заполнено вязким раствором щелочи или раствором хлорида аммония.

Перечислим наиболее распространенные источники тока.

Гальванические элементы (1—2 В) и аккумуляторы (2—20 В) расходуют химическую энергию веществ, способных взаимодействовать с растворами кислот, щелочей, солей.

Для промышленного производства электроэнергии используются мощные *генераторы (динамо-машины)*, дающие напряжение до 15 кВ за счет использования механической энергии, производимой турбинами (рис. 119), двигателями внутреннего сгорания и т. д.

В последнее время широкое распространение получили так называемые *альтернативные* источники электроэнергии. К ним относятся *термоэлементы*,

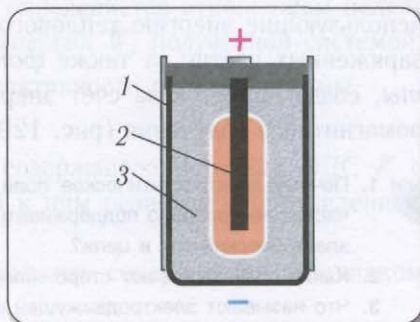


Рис. 118. Устройство сухого гальванического элемента

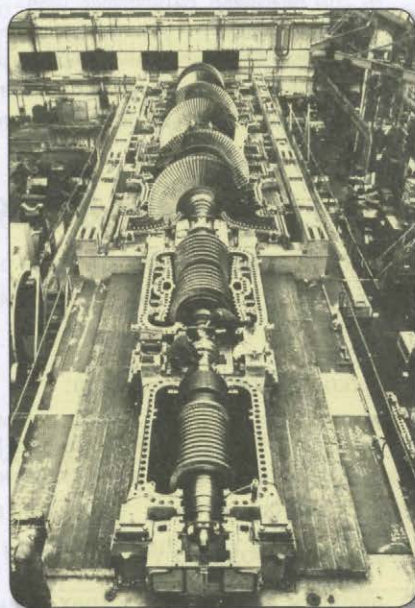


Рис. 119. Промышленный генератор электроэнергии, работающий от турбины

использующие энергию теплового движения заряженных частиц, а также *фотоэлементы*, создающие ток за счет энергии электромагнитного излучения (рис. 120).



1. Почему электростатическое поле заряженных частиц не способно поддерживать постоянный электрический ток в цепи?
2. Какие силы называют сторонними?
3. Что называют электродвижущей силой (ЭДС)?
4. В каких единицах измеряют ЭДС?
5. Могут ли сторонние силы иметь электростатическую природу? Ответ обоснуйте.
6. Что называют источником тока?
7. Какой полюс источника тока называется положительным, а какой — отрицательным?
8. Какими электрическими параметрами характеризуется источник тока?
9. Из каких основных частей состоит простейший источник тока?
10. Приведите примеры источников тока.

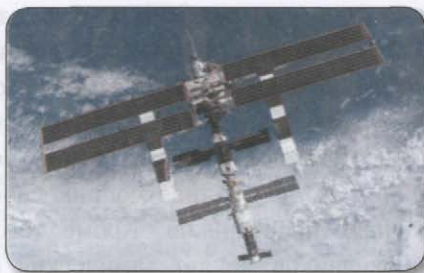


Рис. 120. Фотоэлементы (солнечные батареи), питающие космическую станцию

§ 33. Закон Ома для полной цепи



Работа тока на участке цепи равна произведению силы тока, напряжения на этом участке и промежутка времени, в течение которого совершалась работа:

$$A = IU\Delta t.$$

Закон Джоуля — Ленца:

количество теплоты, выделяемое проводником с током, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления и времени прохождения тока по проводнику:

$$Q = I^2 R \Delta t.$$

Для однородного участка цепи количество выделившейся теплоты можно вычислить по любой из трех эквивалентных формул: $Q = IU\Delta t = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t$.

Мощность, идущая на нагревание проводника, равна работе, которая совершается током за единицу времени:

$$P = \frac{A}{\Delta t} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R.$$

Единицей мощности электрического тока, так же как и механической мощности, является ватт (1 Вт):

$$1 \text{ Вт} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ с}} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ В}.$$

Коэффициент полезного действия (КПД) η определяется отношением полезно использованной энергии $W_{\text{пол}}$ к полной энергии W , полученной системой: $\eta = \frac{W_{\text{пол}}}{W}$, и является характеристикой эффективности работы системы.

Рассмотрим полную электрическую цепь, содержащую источник ЭДС \mathcal{E} с внутренним сопротивлением r и подключенный к ним резистор сопротивлением R (рис. 121).

Из определения ЭДС источника тока следует, что совершаемая источником работа

$$A_{\text{ст}} = \mathcal{E}q = \mathcal{E}I\Delta t. \quad (1)$$

Из закона сохранения энергии следует, что в такой цепи происходит превращение энергии, запасенной источником тока, только в теплоту. При этом работа сторонних сил за промежуток времени Δt равна выделившемуся в цепи количеству теплоты:

$$A_{\text{ст}} = Q.$$

По закону Джоуля — Ленца

$$Q = I^2 R \Delta t + I^2 r \Delta t = I^2 (R + r) \Delta t.$$

Таким образом,

$$\mathcal{E}I\Delta t = I^2 (R + r) \Delta t,$$

откуда

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (2)$$

Полученное выражение представляет собой **закон Ома для полной цепи**: **сила тока в полной цепи прямо пропорциональна электродвижущей силе источника тока и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи.**

Заметим, что максимально возможный ток в цепи с данным источником тока возникает в том случае, если сопротивление внешней части цепи стремится к нулю.

Максимально возможный ток через источник называют также **током короткого замыкания** ($I_{\text{к}}$):

$$I_{\text{к}} = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Короткое замыкание представляет серьезную опасность для мощных источников тока, поскольку может вывести их из строя.

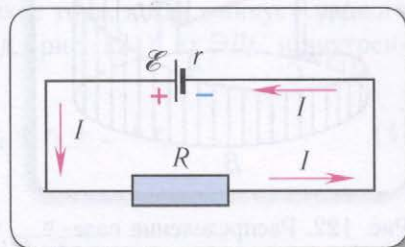


Рис. 121. Схема полной электрической цепи

У гальванических элементов (батареек) сила тока короткого замыкания небольшая, поэтому оно для них не очень опасно.

Внутреннее сопротивление свинцовых аккумуляторов имеет значение от $r = 0,1$ Ом до $r = 0,01$ Ом, и сила тока короткого замыкания в них может быть от $I_k = 20$ А до $I_k = 200$ А. А поскольку при этом возможно разрушение пластин аккумуляторов, то следует соблюдать меры безопасности при работе с ними.

В быту, в осветительных сетях, на распределительных станциях ЭДС имеет величины свыше 100 В, а внутреннее сопротивление цепи очень мало, и согласно закону Ома для замкнутой цепи сила тока короткого замыкания может достигать до 1000 А. Вследствие этого короткое замыкание может привести к пожару. Для защиты от пожаров в электрические цепи включаются **плавкие предохранители**, которые плавятся при определенной силе тока и размыкают цепь.

Короткое замыкание может возникнуть из-за плохой изоляции, когда два токоведущих провода соединяются между собой (закорачиваются). Внешнее сопротивление цепи в этом случае стремится к нулю, и сила тока резко возрастает.



Короткое замыкание электропроводки в быту может стать причиной пожара, поэтому ни в коем случае не занимайтесь ремонтом электрических сетей самостоятельно!

Закон Ома для полной цепи можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \quad (3)$$

Таким образом, ЭДС источника равна сумме падений напряжений на внешнем и внутреннем участках замкнутой цепи.

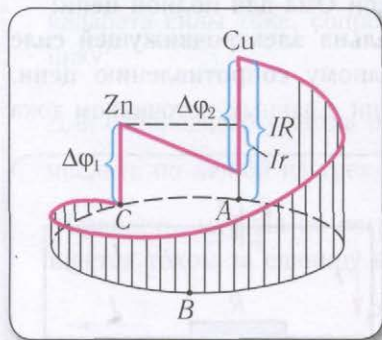


Рис. 122. Распределение падений напряжения на внешнем и внутреннем участках электрической цепи

Закон Ома для полной цепи наглядно можно показать с помощью рисунка 122, где в качестве источника тока взят гальванический элемент Вольта (Cu—Zn).

Потенциал клеммы у цинковой пластины условно принят за нуль. Длина перпендикуляра к проводнику ABC в данной точке цепи пропорциональна ее потенциалу.

Падение напряжения на внешнем участке цепи равно IR , внутри источника — Ir .

Скачки потенциалов на цинковой и медной пластинах $\Delta\phi_1$ и $\Delta\phi_2$ соответственно обусловлены химическими процессами.

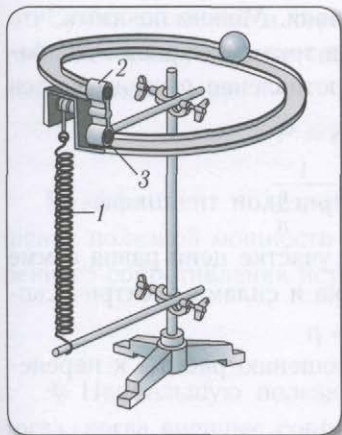


Рис. 123. Механический аналог источника тока

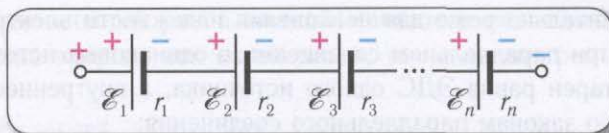


Рис. 124. Схема последовательного соединения источников тока

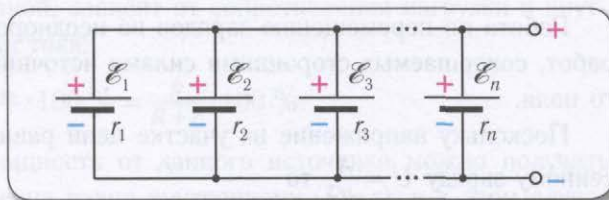


Рис. 125. Схема параллельного соединения источников тока

Для лучшего понимания процессов, происходящих в замкнутой электрической цепи рассмотрим аналогичную механическую модель (рис. 123).

Подобно тому как шарик скатывается по винтовой наклонной плоскости под действием силы тяжести из положения 2 в положение 3, так электроны движутся на внешнем участке цепи под действием сил электрического поля.

Для того чтобы поднять шарик в исходное положение 2, необходимо совершить работу против силы тяжести, которая в случае электрической цепи аналогична работе сторонних сил внутри источника тока.

В данном случае пружинное устройство 1, совершающее работу за счет энергии упругой деформации, является механическим аналогом источника ЭДС в замкнутой цепи.

✱ Для работы различных устройств мы используем батарейки (гальванические элементы), которые включаем последовательно с соблюдением полярности.

При последовательном соединении n источников тока, когда «минус» первого источника соединяется с «плюсом» второго и т. д. (рис. 124), их ЭДС и внутренние сопротивления суммируются:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_n, \quad r = r_1 + r_2 + \dots + r_n. \quad (4)$$

В частном случае, если $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \dots = \mathcal{E}_n$, то

$$\mathcal{E} = n\mathcal{E}_1, \quad r = nr_1 \quad \text{и} \quad I = \mathcal{E}_1 \frac{n}{R + nr_1}.$$

Параллельное соединение источников тока, когда «плюсы» всех источников соединяются в один узел, а «минусы» — в другой (рис. 125), используется зна-

чительно реже для повышения надежности электропитания. Можно показать, что при параллельном соединении n одинаковых источников тока суммарная ЭДС батареи равна ЭДС одного источника, а внутреннее сопротивление рассчитывается по законам параллельного соединения:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \dots = \mathcal{E}_n, \quad r = \frac{r_1}{n} \quad \text{и} \quad I = \mathcal{E}_1 \frac{1}{R + \frac{r_1}{n}}.$$

Работа по перемещению зарядов на неоднородном участке цепи равна сумме работ, совершаемых сторонними силами источника тока и силами электрического поля.

Поскольку напряжение на участке цепи равно отношению работы к перенесенному заряду $U = \frac{A}{q}$, то

$$U = \frac{A_{\text{эл}} + A_{\text{ст}}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathcal{E}.$$

Знак перед \mathcal{E} берется положительный, если ЭДС увеличивает потенциал в цепи в направлении прохождения тока, и отрицательный — если уменьшает.

С учетом того, что $U = IR$ (R — полное сопротивление резисторов и источников ЭДС на участке цепи), находим силу тока на участке цепи:

$$I = \frac{1}{R}(\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}). \quad (5)$$

Эта формула выражает **закон Ома для неоднородного участка цепи**:

падение напряжения на неоднородном участке цепи — произведение силы тока I и сопротивления участка цепи R :

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}. \quad *$$

Отметим, что падение напряжения пропорционально суммарной работе всех сил, в то время как напряжение U пропорционально работе только электростатических сил.

Мощность, выделяемая на внешнем участке цепи, в которую включены тепловые потребители энергии, называется **полезной мощностью**. Для ее вычисления используются формулы:

$$P_{\text{полезн}} = I^2 R = \mathcal{E}^2 \frac{R}{(R + r)^2}. \quad (6)$$

Мощность, выделяемая на внутреннем сопротивлении источника тока, называется **теряемой мощностью** и вычисляется по формулам:

$$P_{\text{тер}} = I^2 r = \mathcal{E}^2 \frac{r}{(R + r)^2}.$$

Сумма полезной и теряемой мощностей равна **полной мощности** источника тока, которая учитывает выделение энергии как на внешнем, так и на внутреннем участках цепи:

$$P = \mathcal{E}^2 \frac{R}{(R+r)^2} + \mathcal{E}^2 \frac{r}{(R+r)^2} = \mathcal{E}^2 \frac{1}{R+r}.$$

Коэффициент полезного действия источника тока, определяемый как отношение полезной мощности к полной, зависит от сопротивления нагрузки и внутреннего сопротивления источника тока:

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P} \cdot 100 \% = \frac{R}{R+r} \cdot 100 \%.$$

✱ Наибольшую полезную мощность от данного источника можно получить тогда, когда внешнее сопротивление равно внутреннему ($R = r$), и в этом случае максимальный КПД $\eta_{\text{max}} = 50 \%$ (докажите это).✱



1. Что понимают под внешним и внутренним участками цепи?
2. Что показывает вольтметр, присоединенный к полюсам источника тока, при разомкнутой внешней цепи?
3. Что показывает вольтметр, присоединенный к полюсам источника тока, при полной внешней цепи?
4. Сформулируйте закон Ома для полной цепи.
5. Как можно определить силу тока при коротком замыкании?
- ✱ 6. Как определяются ЭДС и внутреннее сопротивление нескольких последовательно (параллельно) соединенных источников тока?

Упражнение 22

1. Определите силу тока I в лампе мощностью $P = 6,0$ Вт, если она рассчитана на подключение к источнику напряжения $U = 12$ В.
2. Определите диаметр d алюминиевого провода длиной $l = 6,8$ м в нагревательном элементе электрокамина мощностью $P = 1,8$ кВт, рассчитанном на напряжение $U = 120$ В.
3. Определите силу тока I , потребляемого кипятильником от автомобильного аккумулятора напряжением $U = 12$ В, если за промежуток времени $\Delta t = 5,0$ мин он нагревает объем воды $V = 200$ мл от температуры $t_1 = 5^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 95^\circ\text{C}$?
4. Уходя спать, Вы забыли выключить на кухне лампу мощностью $P = 100$ Вт, которая горела в течение промежутка времени $\Delta t = 8,0$ ч. Во что это Вам обойдется, если тариф на электроэнергию составляет 75 р. за 1 кВт·ч?
5. Батарейка с ЭДС $\mathcal{E} = 6,0$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,50$ Ом подключена к цепи с общим сопротивлением $R = 11,6$ Ом. Определите разность потенциалов $\phi_1 - \phi_2$ на клеммах батарейки.

6. К батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 6,0$ В подключили резистор сопротивлением $R = 60$ Ом. Определите силу тока короткого замыкания I_k , если падение напряжения на резисторе $U = 1,0$ В.
- * 7. За промежуток времени Δt_1 в цепи, состоящей из трех одинаковых резисторов, включенных в цепь параллельно, выделилось некоторое количество теплоты. За какой промежуток времени Δt_2 в цепи выделится такое же количество теплоты, если резисторы включить в цепь последовательно?
- * 8. Определите КПД η источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 8,0$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,50$ Ом, подключенного к нагрузке сопротивлением $R = 1,0$ Ом. Определите полезную мощность $P_{\text{полез}}$, выделяемую на нагрузке при этих условиях. Какую максимальную полезную мощность P_{max} он может дать?

* § 34. Электрическое поле Земли и электрические явления в атмосфере

Измерения электрометром показывают, что у поверхности Земли существует электрическое поле, даже если вблизи нет заряженных тел. Это означает, что наша планета обладает некоторым электрическим зарядом, т. е. представляет собой заряженный шар большого радиуса.

Исследование электрического поля Земли показало, что в среднем модуль его напряженности $E \approx 130 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, а силовые линии вертикальны и направлены к Земле. Наибольшее значение напряженности электрического поля имеет в средних широтах, а к полюсам и экватору она уменьшается. Следовательно, наша планета в целом обладает **отрицательным** зарядом, который оценивается величиной $q \approx -3 \cdot 10^5$ Кл, а атмосфера в целом заряжена положительно.

Электризация грозных облаков осуществляется совместным действием различных механизмов. Во-первых, дроблением дождевых капель потоками воздуха. В результате дробления падающие более крупные капли заряжаются положительно, а остающиеся в верхней части облака более мелкие — отрицательно. Во-вторых, электрические заряды разделяются электрическим полем Земли, имеющей отрицательный заряд. В-третьих, электризация возникает как результат избирательного накопления ионов находящимися в атмосфере капельками разных размеров. Основным из механизмов является падение достаточно крупных частиц, электризуемых трением об атмосферный воздух.

Атмосферное электричество данного района зависит от глобальных и локальных факторов. Районы, где преобладает действие глобальных факторов, рассматриваются как зоны «хорошей», или ненарушенной, погоды, а где преобладает действие локальных факторов — как зоны нарушенной погоды (районы гроз, осадков, пылевых бурь и др.).

Измерения показывают, что разность потенциалов между поверхностью Земли и верхним краем атмосферы равна примерно 400 кВ.

Где же начинаются силовые линии поля, заканчивающиеся на Земле? Иными словами, где те положительные заряды, которые компенсируют отрицательный заряд Земли?

Исследования атмосферы показали, что на высоте нескольких десятков километров над Землей существует слой положительно заряженных (ионизованных) молекул, называемых **ионосферой**. Именно заряд ионосферы компенсирует заряд Земли, т. е. фактически силовые линии земного электричества идут от ионосферы к поверхности Земли, как в сферическом конденсаторе, обкладками которого являются концентрические сферы.

Под действием электрического поля в атмосфере к Земле идет ток проводимости. Через каждый квадратный метр атмосферы перпендикулярно к земной поверхности в среднем проходит ток силой $I \sim 10^{-12}$ А ($j \sim 10^{-12} \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$). На всю поверхность Земли приходится ток силой примерно 1,8 кА. При такой силе тока отрицательный заряд Земли должен был бы исчезнуть в течение нескольких минут, однако этого не происходит. Благодаря процессам, идущим в земной атмосфере и вне ее, заряд Земли остается в среднем неизменным. Следовательно, существует механизм непрерывной электризации нашей планеты, приводящий к появлению у нее отрицательного заряда. Что же является такими атмосферными «генераторами», заряжающими Землю? Это дожди, метели, песчаные бури, торнадо, извержение вулканов, разбрызгивание воды водопадами и прибоем, пар и дым промышленных объектов и т. д. Но наибольший вклад в электризацию атмосферы вносят облака и осадки. Как правило, облака в верхней части заряжены положительно, а в нижней части — отрицательно.

Тщательные исследования показали, что сила тока в атмосфере Земли максимальна в 19^{00} и минимальна в 4^{00} по Гринвичу.

Долгое время считалось, что около 1800 гроз, одновременно происходящих на Земле, дают ток силой ~ 2 кА, который компенсирует потери отрицательного заряда Земли за счет токов проводимости в зонах «хорошей» погоды. Однако оказалось, что ток гроз значительно меньше указанного и необходимо учитывать процессы конвекции по всей поверхности Земли.

В зонах, где напряженность поля и плотность объемных зарядов наибольшие, могут зарождаться молнии. Разряду предшествует возникновение значительной разности электрических потенциалов между облаком и Землей или между соседними облаками. Возникшая таким образом разность потенциалов может достигать миллиарда вольт, а последующий разряд накопленной электрической энергии через атмосферу может создавать кратковременные токи силой от 3 кА до 200 кА.

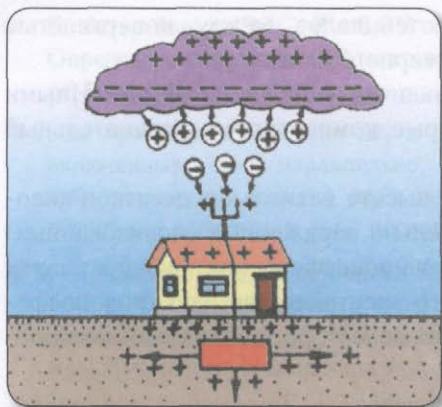


Рис. 126. Стекание заряда с молниеотвода, предотвращающее возникновение молнии



Рис. 127. Молниеотвод защищает пространство на поверхности Земли в радиусе, равном высоте молниеотвода



Рис. 128. Многоканальная молния

Выделяют два класса линейных молний: наземные (ударяющие в Землю) и внутриоблачные. Средняя длина молниевых разрядов обычно составляет несколько километров, но иногда внутриоблачные молнии достигают 50—150 км.

Процесс развития наземной молнии состоит из нескольких стадий. На первой стадии в зоне, где электрическое поле достигает критического значения, начинается ударная ионизация, создаваемая свободными электронами, имеющимися в небольшом количестве. Под действием электрического поля электроны приобретают значительные скорости по направлению к Земле и, сталкиваясь с молекулами, составляющими воздух, ионизируют их. Таким образом возникают электронные лавины, переходящие в нити электрических разрядов — стримеры, представляющие собой хорошо проводящие каналы, которые, сливаясь, дают начало яркому термоионизованному каналу с высокой проводимостью — *ступенчатому лидеру молнии*. По мере продвижения лидера к Земле напряженность поля на его конце усиливается и под его действием из выступающих на поверхности Земли предметов выбрасывается ответный стример, соединяющийся с лидером. Если не дать возникнуть стримеру (рис. 126), то удар молнии будет предотвращен. Эта особенность молнии используется для создания *молниеотвода* (рис. 127).

Обычное явление — многоканальные молнии. Они могут насчитывать до 40 разрядов с интервалами от 500 мкс до 0,5 с, а полная продолжительность многократного разряда может достигать 1 с. Он обычно глубоко проникает внутрь облака, образуя множество разветвленных каналов (рис. 128).

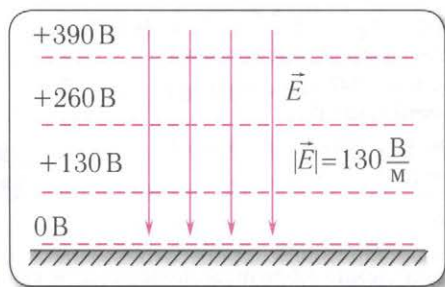


Рис. 129. Электрическое поле Земли

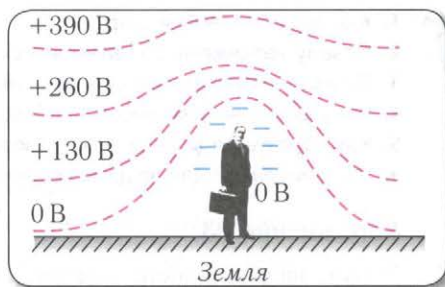


Рис. 130. Искажение электрического поля Земли вокруг человека

Наиболее часто молния возникает в кучево-дождевых облаках, тогда они называются грозовыми; иногда молния образуется в слоисто-дождевых облаках, а также при вулканических извержениях, торнадо и пылевых бурях.

Молния с большой вероятностью повторно ударяет в ту же точку, если только объект не разрушен предыдущим ударом.

Разряды молний сопровождаются видимым электромагнитным излучением. При нарастании силы тока в канале молнии происходит повышение температуры до 10^4 К. Изменение давления в канале молнии при изменении силы тока и прекращение разряда вызывает звуковые явления, называемые громом.

Грозы с молниями происходят практически по всей планете, за исключением ее полюсов и засушливых районов.

Таким образом, систему «Земля — атмосфера» можно считать непрерывно работающей электрофорной машиной, осуществляющей электризацию поверхности планеты и ионосферы.

Молнии издавна являлись для человека символом «небесного могущества» и источником опасности. С выяснением природы электричества человек научился защищаться от этого опасного атмосферного явления с помощью молниеотвода.

Первый в России молниеотвод был сооружен в 1856 г. над Петропавловским собором в Санкт-Петербурге после того, как молния дважды ударила в шпиль и подожгла собор.

Мы с вами живем в постоянном электрическом поле значительной напряженности (рис. 129). И, казалось бы, между макушкой и пятками человека должна существовать разность потенциалов ~ 200 В. Почему же при этом по телу не проходит электрический ток? Это объясняется тем, что тело человека является хорошим проводником, и вследствие этого некоторый заряд с поверхности Земли переходит на него. В результате поле вокруг каждого из нас изменяется (рис. 130) и наш потенциал становится равным потенциалу Земли.



1. Как заряжен земной шар?
2. Почему напряженность электрического поля направлена вертикально вниз?
3. Почему потенциал земного поля увеличивается с высотой?
4. Чему равна напряженность поля вблизи поверхности Земли?
5. Как образуется молния между грозовым облаком и поверхностью Земли?
6. Что применяют для защиты сооружений от молний?

Упражнение 23

1. Модуль напряженности электростатического поля Земли вблизи ее поверхности составляет в среднем $\langle E \rangle = 1,3 \frac{\text{В}}{\text{см}}$, причем потенциал вблизи поверхности Земли возрастает с высотой. Определите по этим данным модуль и знак заряда Земли, если ее радиус $R = 6400 \text{ км}$.
2. Шарик массой $m = 10 \text{ г}$ имеет заряд $q = +30 \text{ мКл}$. Как изменится его ускорение при падении вследствие действия электрического поля Земли?

Основные формулы в главе 5

Закон Ома для однородного участка цепи: $I = \frac{U}{R} = -\frac{\Delta\phi}{R}$.

Последовательное соединение резисторов: $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$.

Параллельное соединение резисторов: $G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$.

Закон Ома для полной цепи: $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$.

✱ Закон Ома для неоднородного участка цепи: $IR = \phi_1 - \phi_2 \pm \mathcal{E}$. ✱

Коэффициент полезного действия источника тока: $\eta = \frac{R}{R + r} \cdot 100 \%$.

Единицы основных величин электрического тока в СИ

Наименование величины	Обозначение	Название единицы	Выражение через основные единицы СИ
Сила тока	I	Ампер (1 А)	А
✱ Плотность тока	j	Ампер на метр квадратный $\left(1 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}\right)$	$\text{А} \cdot \text{м}^2$
Разность потенциалов, напряжение, электродвижущая сила	$\phi_1 - \phi_2$ U \mathcal{E}	Вольт (1 В)	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}^{-3}$
Электрическое сопротивление	R	Ом (1 Ом)	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{с}^{-3}$
Удельное электрическое сопротивление	ρ	Ом · метр (1 Ом · м)	$\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{с}^{-3}$
Электрическая проводимость	G	Сименс (1 См)	$\text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{А}^{-2} \cdot \text{с}^3$

Глава 6. Магнитное поле

§ 35. Магнитное поле



Полем физической величины называют множество ее значений, заданных непрерывным образом в пространстве. Если физическая величина — скаляр, то поле называется скалярным, например поле температур нагретого металлического шара. Если физическая величина — вектор, то поле называется векторным. Примером может служить электростатическое поле, задаваемое в пространстве вектором его напряженности.

Вокруг магнитов существует особое состояние пространства — магнитное поле. Земля является гигантским магнитом.

Уже в VI в. до н. э. в Китае было известно, что некоторые руды (например, магнитный железняк) обладают способностью притягиваться друг к другу и притягивать на расстоянии железные предметы. Поскольку впервые куски таких руд были обнаружены возле города Магнезии в Малой Азии, то в Древней Греции они получили название **магнитов (естественных магнитов)**.

После того как в Древнем Китае обратили внимание на способность естественных магнитов ориентироваться в магнитном поле Земли, магниты стали применяться как компасы и получили название «указатель юга» (рис. 131).

Позже, в XI в., китайцы изобрели компас со стрелкой, позволяющий быстро ориентироваться на местности при любой погоде (рис. 132).

Наибольшим притягивающим действием обладают определенные зоны магнита, называемые **полюсами**.



Термин «полюсы магнита» от греческого слова *περαζ* — *ось, конец оси* был введен Петром Перегрином в 1269 г. в книге «Письма о магнитах».

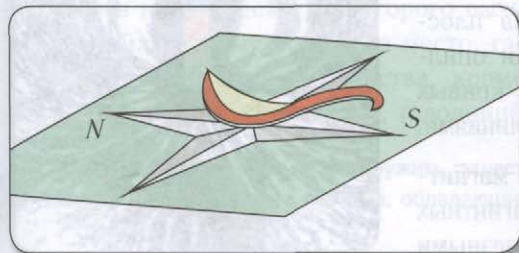


Рис. 131. Древнекитайский «указатель юга» с магнитной «ложкой»

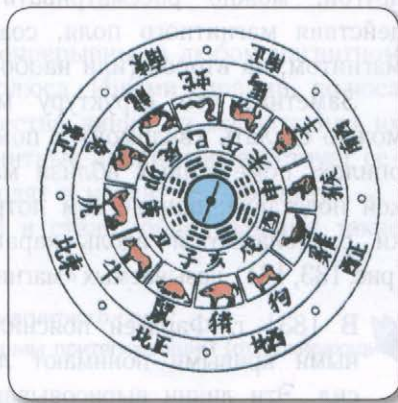


Рис. 132. Китайский компас со стрелкой

Северным магнитным полюсом магнита называют обращенный на север конец свободно ориентирующегося в пространстве магнита. Обозначают северный полюс буквой **N**.


Противоположный конец магнита, направленный на юг, называется **южным магнитным полюсом**. Его обозначают буквой **S**.

Простейшие опыты с магнитной стрелкой показывают, что магниты могут притягиваться или отталкиваться. Разноименные магнитные полюса (как и в случае электрических зарядов) притягиваются, а одноименные — отталкиваются.

Таким образом, в пространстве вокруг магнита существует **магнитное поле**, которое можно обнаружить по действию сил на другие магниты, внесенные в область существования поля.

Так как сила — величина векторная, то и магнитное поле является векторным полем.


Для количественной характеристики магнитного поля в каждой точке пространства вводится физическая векторная величина — вектор **индукции** \vec{B} магнитного поля.

 Термин «индукция» происходит от латинского слова *induction* — *наведение*.

Для определения вектора индукции \vec{B} магнитного поля в данной точке пространства необходимо знать его модуль и направление. За направление вектора индукции \vec{B} магнитного поля в данной точке пространства принимается направление, которое указывает северный полюс свободной магнитной стрелки, помещенной в исследуемую область пространства.

Силу, с которой один магнит действует на другой, можно рассматривать как результат действия магнитного поля, созданного первым магнитом, на второй (или наоборот).

Заметим, что структуру магнитного поля можно сделать «видимой» с помощью железных опилок, помещенных вблизи магнита на плоской подставке: при легком потряхивании опилки располагаются вдоль характерных кривых (рис. 133, 134), называемых «магнитными» линиями.

 В 1831 г. Фарадей пояснил: «Под магнитными кривыми понимают линии магнитных сил. Эти линии вырисовываются железными опилками; к ним касательно располагались бы весьма небольшие магнитные стрелочки».

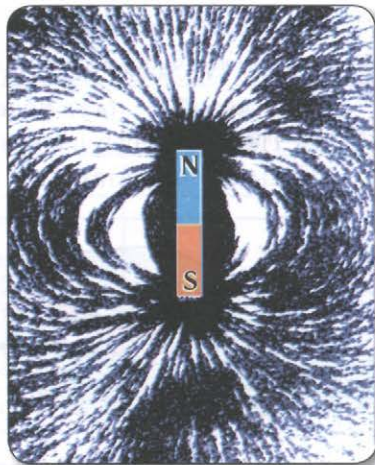


Рис. 133. Магнитные линии прямого магнита

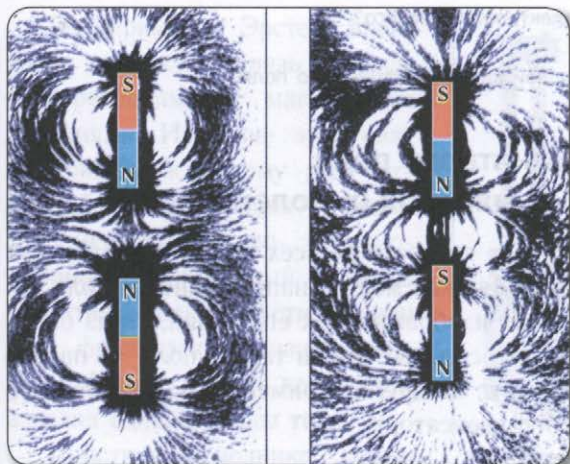


Рис. 134. Магнитные линии двух прямых магнитов, ориентированных друг к другу одинаковыми полюсами и разными

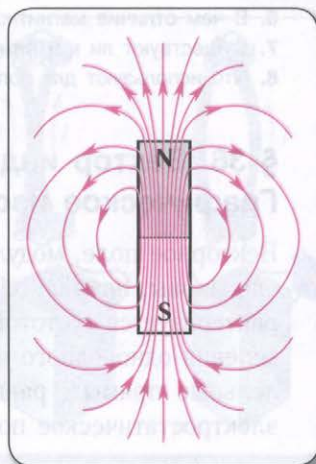


Рис. 135. Вихревой характер магнитного поля

При несомненном сходстве электростатического и магнитного полей между ними имеется существенное отличие. Электростатическое поле потенциально, и его силовые линии разомкнуты — они начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.

Магнитное поле является **вихревым**, поскольку его магнитные линии замкнуты: они не имеют ни начала, ни конца (рис. 135). Эти линии не начинаются на северном полюсе и не заканчиваются на южном — они замыкаются внутри магнита, нигде не прерываясь. Это значит, что магнитное поле не имеет источников — магнитных зарядов.

Вследствие того что магнитные линии поля непрерывны, в любом магнитном образце всегда существуют два разноименных полюса. Иными словами, полюса магнита — места «выхода» наибольшего количества линий из магнита или их «входа» в него. Место, из которого выходят магнитные линии, соответствует северному магнитному полюсу, а место, где они входят в магнит, — южному.

Сильные магнитные свойства, кроме железа и стали, обнаруживают такие металлы, как никель, кобальт, гадолиний.



1. Как экспериментально обнаружить существование магнитного поля?
2. Как называют места магнита, обладающие наибольшим притягивающим (отталкивающим) действием?
3. Какой полюс магнитной стрелки назван северным, а какой — южным?
4. Что называется магнитным полем? Каковы его основные свойства?
5. Почему магнитное поле является вихревым?

6. В чем отличие магнитного поля от электростатического?
7. Существуют ли магнитные заряды?
8. Что используют для получения наглядной картины магнитного поля?

§ 36. Вектор индукции магнитного поля.

Графическое изображение магнитных полей



Векторное поле, модуль и направление которого во всех точках пространства одинаковы, называется **однородным**. Так как модуль напряженности поля характеризуется густотой расположения изображающих его линий, то из определения однородного поля следует, что силовые линии такого поля — параллельные прямые, равноотстоящие друг от друга. Примером может служить электростатическое поле плоского конденсатора.

В 1820 г. Ханс Кристиан Эрстед обнаружил действие проводника с током на магнитную стрелку. Расположив прямой провод параллельно стрелке компаса до включения тока (рис. 136, *а*), он заметил, что после включения тока стрелка поворачивается на некоторый угол, стремясь установиться в плоскости, перпендикулярной проводнику (рис. 136, *б*, *в*).

Эрстед также заметил, что направление вращения стрелки менялось на противоположное при изменении направления тока в цепи (полярности батареи) (см. рис. 136, *б*, *в*).

Угол поворота стрелки зависел от силы тока в проводнике и расстояния от него до стрелки, но не зависел от материала, из которого был изготовлен проводник.

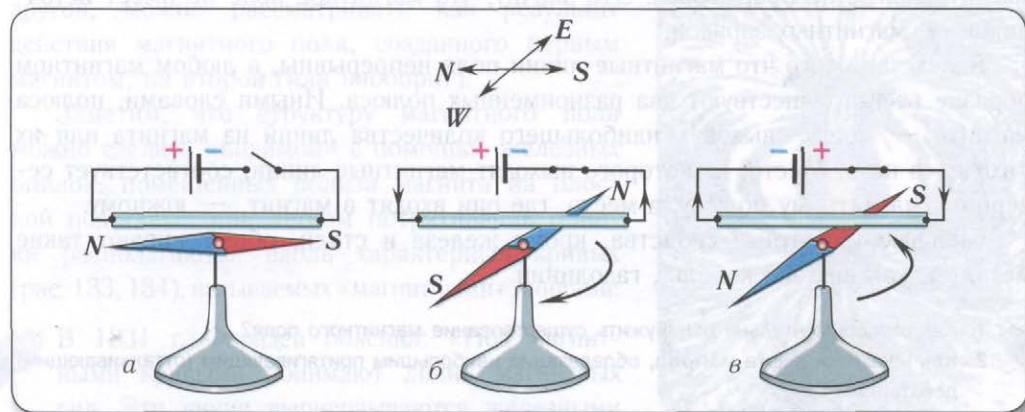


Рис. 136. Опыты Эрстеда: *а* — при отсутствии тока в проводнике; *б*, *в* — действие тока на магнитную стрелку

Эксперименты Эрстеда впервые показали связь между электрическими и магнитными явлениями. Изучение этой связи привело к целому ряду открытий, позволивших создать современную электро- и радиотехнику. Значительный вклад в развитие новой области физики внес французский физик Андре Мари Ампер, в честь которого и названа единица силы тока.

Действие проводника с током на магнитную стрелку показывает, что в пространстве, окружающем такой проводник, существует магнитное поле, связанное с током в проводнике. Таким образом, причина появления этого поля — движение электрических зарядов, так как проводник, по которому проходит ток, остается электрически нейтральным и сила Кулона между ним и стрелкой не действует.

Ампер в 1820 г. обнаружил, что два гибких проводника с током (рис. 137, а), расположенных параллельно друг другу, притягиваются (рис. 137, б), если по ним проходят токи одинакового направления, и отталкиваются (рис. 137, в), если по ним проходят токи противоположных направлений.

С увеличением силы тока проводники будут притягиваться или отталкиваться сильнее. При уменьшении или увеличении расстояния между проводниками их взаимодействие соответственно возрастает или убывает.

Притяжение или отталкивание электрически нейтральных проводников при прохождении через них электрического тока называют **магнитным взаимодействием токов**. Так как ток — это упорядоченное движение электрических зарядов, то магнитное взаимодействие токов — это взаимодействие упорядоченно движущихся электрических зарядов. Магнитное взаимодействие движущихся зарядов объясняется тем, что всякий движущийся заряд создает в окружающем пространстве магнитное поле, способное действовать на другие движущиеся заряды.

Основные свойства магнитного поля:

- 1) оно материально, т. е. является одной из форм существования материи;
- 2) порождается только движущимися электрическими зарядами;
- 3) действует только на движущиеся электрические заряды;

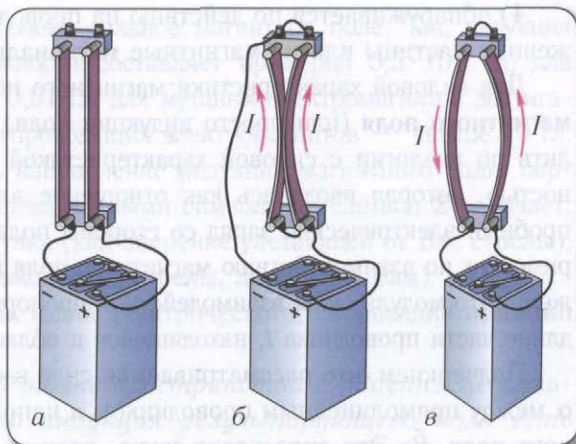


Рис. 137. Взаимодействие параллельных проводников с током

4) обнаруживается по действию на проводники с током, на движущиеся заряженные частицы или на магнитные материалы.

Для силовой характеристики магнитного поля был введен **вектор индукции \vec{B} магнитного поля** (или просто индукции поля). Модуль вектора \vec{B} можно определить по аналогии с силовой характеристикой электрического поля — напряженностью, которая вводилась как отношение электрической силы, действующей на пробный электрический заряд со стороны поля, к величине этого заряда. В экспериментах по взаимодействию магнитного поля и проводников с током было обнаружено, что модуль силы взаимодействия пропорционален силе тока I в проводнике и длине части проводника l , находящейся в области магнитного поля индукции \vec{B} .

Подчеркнем, что рассматриваемая сила взаимодействия зависит также от угла α между прямолинейным проводником и направлением вектора индукции магнитного поля \vec{B} . Эта сила равна нулю, если направление вектора \vec{B} параллельно проводнику, и максимальна, если направление вектора \vec{B} перпендикулярно ему.

Таким образом, модуль вектора индукции магнитного поля можно определить как отношение максимальной магнитной силы, действующей на проводник с током единичной длины, к силе тока:

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}. \quad (1)$$

За направление вектора индукции магнитного поля в данной точке пространства принимается направление, указываемое северным полюсом свободной магнитной стрелки, которая является аналогом пробного заряда в электростатике (рис. 138).

В СИ единицей индукции магнитного поля является *тесла*:

$$1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}}.$$

Один тесла — индукция такого однородного магнитного поля, в котором на один метр длины прямого проводника, перпендикулярного вектору магнитной индукции \vec{B} , с током силой один ампер действует сила один ньютон.



Наименование «тесла» присвоено единице индукции магнитного поля в честь сербского ученого, инженера и видного изобретателя электро- и радиотехники Николы Тесла.

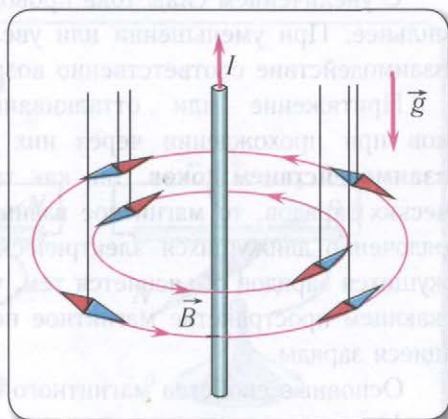


Рис. 138. Исследование магнитного поля с помощью магнитных стрелок

Поле с индукцией 1 Тл — это очень сильное магнитное поле. Так, индукция магнитного поля Земли у ее поверхности составляет примерно $0,5 \cdot 10^{-5}$ Тл, для обычных магнитов — не превышает 0,01 Тл, для мощных электромагнитов достигает величин от 1 Тл до 2 Тл, для сверхпроводящих электромагнитов — свыше 10 Тл.

На рисунках принято обозначать направление индукции магнитного поля, перпендикулярного плоскости рисунка, специальными символами. Символ \otimes означает, что линии \vec{B} входят в плоскость рисунка (как оперение улетающей от Вас стрелы), символ \odot — выходят из нее (как наконечник стрелы, летящей к Вам).

Для магнитного поля, так же как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**:

если магнитное поле в данной точке пространства создается несколькими проводниками с током, то индукция результирующего поля есть векторная сумма индукций полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n. \quad (2)$$

Графически магнитные поля изображаются с помощью специальных линий, называемых **линиями индукции магнитного поля**. Касательная к любой линии в каждой точке направлена вдоль индукции магнитного поля \vec{B} . Свойства линий индукции, с одной стороны, сходны со свойствами силовых линий электростатического поля — они не могут пересекаться; густота линий больше там, где модуль вектора \vec{B} больше. С другой стороны, отличаются — линии индукции магнитного поля всегда замкнуты, так как магнитное поле является вихревым (непотенциальным).

Для определения направления вектора индукции магнитного поля прямого тока Джеймс Клерк Максвелл предложил **правило буравчика** (рис. 139):

направление вектора индукции магнитного поля соответствует направлению вращения буравчика (правого винта), если движение острия буравчика совпадает с направлением тока в проводнике.

Правило буравчика можно также использовать для определения направления вектора индукции магнитного поля в центре кругового проводника с током (рис. 140):

направление вектора индукции магнитного поля соответствует направлению движения острия буравчика, если вращение рукоятки буравчика совпадает с направлением тока в проводнике.

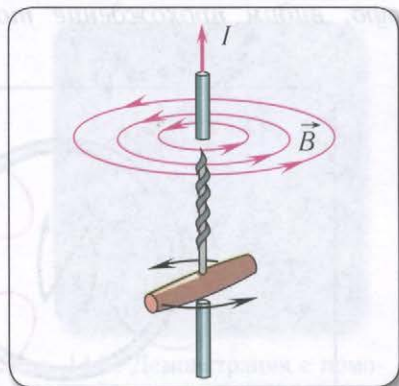


Рис. 139. Правило буравчика для прямого проводника с током

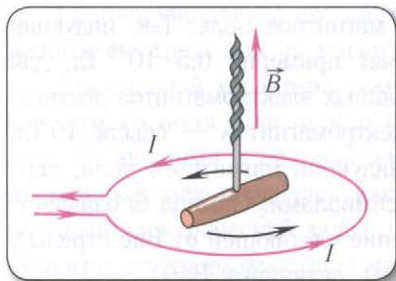


Рис. 140. Правило буравчика для кругового проводника с током

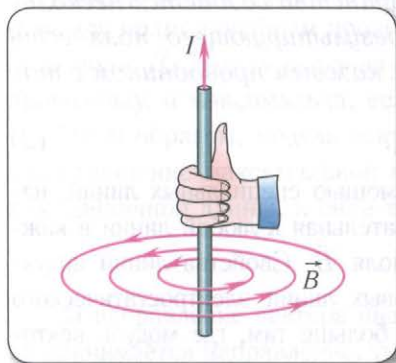


Рис. 141. Правило обхвата правой руки

вой стрелки; **южный полюс** — с той стороны витка, глядя на которую, видим прохождение тока через виток по ходу часовой стрелки.

✱ Для определения направления линий индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током можно также использовать **правило обхвата правой руки** (рис. 141):

проводник мысленно обхватывается правой рукой так, чтобы большой палец указывал направление тока, тогда остальные пальцы окажутся согнуты в направлении линий индукции магнитного поля. ✱

Для определения направления силы взаимодействия магнита и витка с током необходимо знать положение магнитных полюсов витка. Это можно сделать с помощью правила буравчика, анализируя места «выхода» линий индукции магнитного поля из плоскости витка и их «входа» в плоскости витка.

Для определения «полюсов» кругового тока удобно пользоваться **правилом часовой стрелки** (рис. 142):

северный полюс кругового тока находится с той стороны плоскости витка с током, глядя на которую, мы видим прохождение тока через виток в направлении против хода часовой стрелки;

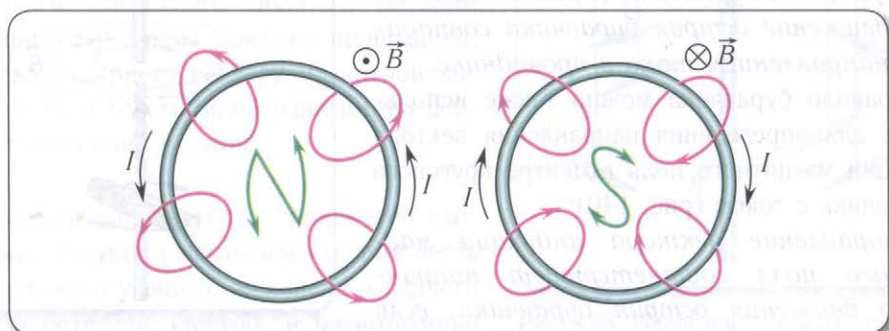


Рис. 142. Правило часовой стрелки для определения полюсов кругового тока



1. Перечислите основные свойства магнитного поля.
2. Что называют магнитным взаимодействием токов?
3. Как определяется модуль вектора индукции магнитного поля?
4. Как определяется направление вектора индукции магнитного поля?
5. В каких единицах измеряется индукция магнитного поля в СИ? Сформулируйте определение этой единицы.
6. Как обозначается на рисунках вектор индукции магнитного поля, перпендикулярного плоскости рисунка?
7. Сформулируйте принцип суперпозиции магнитных полей.
8. Что называется линиями индукции магнитного поля?
9. Сформулируйте правила для определения направления линий индукции магнитного поля.
10. Покажите, что линии индукции магнитного поля вокруг прямого проводника с током являются концентрическими окружностями, лежащими в плоскости, перпендикулярной проводнику: центры этих окружностей находятся на оси проводника.
11. Сформулируйте правило определения полюсов кругового тока.
12. Как направлены линии индукции магнитного поля прямолинейного проводника, по которому ток проходит в направлении «к нам»?

✳ § 37. Примеры магнитных полей

Для решения задач важно знать формулы, которые описывают магнитные поля, создаваемые проводниками с токами для их различных простейших конфигураций.

Модуль индукции магнитного поля бесконечного прямолинейного проводника с током силой I на расстоянии r от проводника в вакууме (рис. 143, 144) определяется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}}$ — магнитная постоянная.

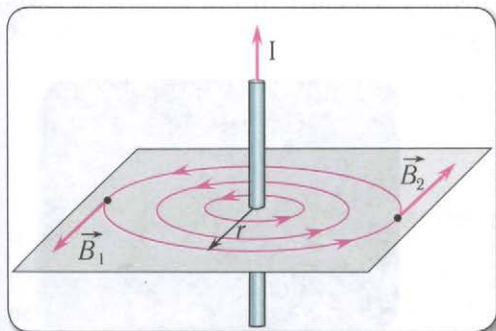


Рис. 143. Схематическое изображение линий индукции магнитного поля прямолинейного бесконечного проводника с током



Рис. 144. Демонстрация с помощью металлических опилок линий магнитной индукции поля прямолинейного проводника с током

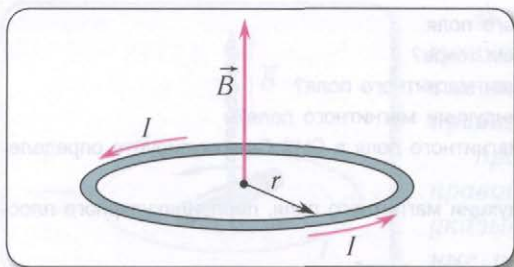


Рис. 145. Схематическое изображение линий индукции магнитного поля в центре кругового витка с током



Рис. 146. Демонстрация с помощью металлических опилок линий магнитной индукции поля кругового витка с током

Модуль индукции магнитного поля тока силой I в центре тонкого кругового витка радиусом r в вакууме (рис. 145, 146) определяется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}. \quad (2)$$

Катушка, витки которой последовательно обходятся током в определенном направлении, называется **соленоидом**. Если длина соленоида гораздо больше радиуса его витков, магнитное поле внутри него при плотной намотке витков можно считать однородным (по аналогии с электрическим полем внутри плоского конденсатора). Магнитное поле соленоида аналогично магнитному полю прямого магнита. Для определения полюсов соленоида удобно пользоваться правилом буравчика или правилом часовой стрелки.

Термин «соленоид» (от греческого слова σωληνοειδής — *трубкообразный*) введен Ампером в 1826 г.

Модуль индукции магнитного поля, создаваемого током силой I , проходящим по соленоиду внутри него, в точках, достаточно удаленных от его концов, в вакууме (рис. 147, 148) определяется по формуле

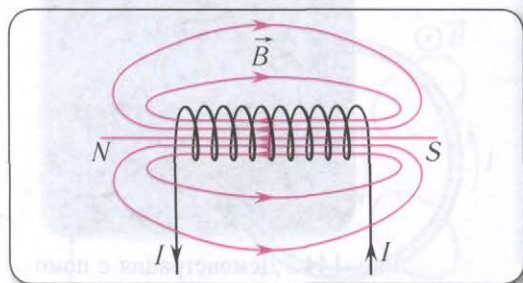


Рис. 147. Схематическое изображение линий индукции магнитного поля соленоида

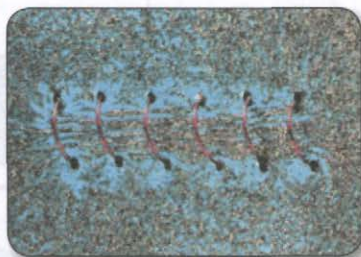


Рис. 148. Демонстрация с помощью металлических опилок линий магнитного поля соленоида

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l},$$

где N — число витков обмотки соленоида, l — длина соленоида.

Интересно, что замкнутый в кольцо соленоид (тороид) не имеет полюсов, так как все его линии магнитной индукции замыкаются внутри него (рис. 149).

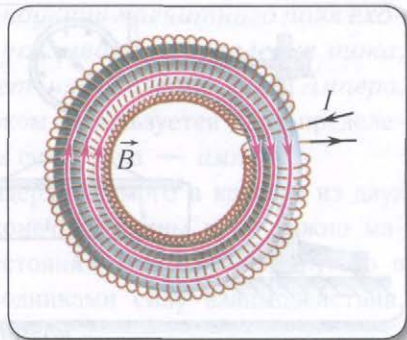


Рис. 149. Линии индукции магнитного поля тороида



Запишите выражение для модуля индукции магнитного поля: а) бесконечного прямолинейного проводника с током; б) тонкого кругового витка; в) соленоида.

Упражнение 24

1. В однородном магнитном поле индукцией $B = 50$ мТл перпендикулярно к его линиям индукции расположен проводник, сила тока в котором $I = 10$ А. Определите точки, в которых индукция результирующего магнитного поля равна нулю.
2. Определите индукцию B магнитного поля на оси соленоида длиной $l = 28$ см и диаметром $d = 2,4$ см, если сила тока в его обмотке, содержащей $N = 200$ витков, $I = 2,5$ А.
3. Два прямолинейных проводника большой длины расположены параллельно в вакууме на расстоянии $l = 1,0$ м параллельно друг другу. В первом проводнике сила тока $I_1 = 10$ А, во втором — $I_2 = 12$ А. Определите индукцию \vec{B} магнитного поля в точке, находящейся на расстояниях $r_1 = 80$ см от первого и $r_2 = 60$ см от второго проводника, если токи направлены в противоположные стороны. Где расположена точка, в которой индукция поля равна нулю?
4. Два одинаковых круговых проводящих витка радиусом $R_1 = R_2 = R = 5,0$ см, силы токов в которых $I_1 = 1,0$ А и $I_2 = 2,0$ А, расположены в воздухе во взаимно перпендикулярных плоскостях так, что их центры совпадают. Определите индукцию \vec{B} магнитного поля в центре витков.

§ 38. Сила Ампера. Закон Ампера

Действие магнитного поля на проводник с током в 1820 г. исследовал экспериментально Андре Мари Ампер. Меняя форму проводников и их расположение в магнитном поле, Ампер сумел определить силу, действующую на отдельный участок проводника с током (элемент тока). В его честь ее назвали **силой Ампера**.

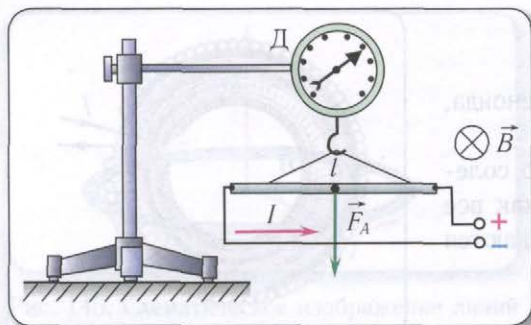


Рис. 150. Схема экспериментов по определению силы Ампера

Исследуем с помощью динамометра модуль силы Ампера, действующей на участок прямолинейного проводника длиной l с током силой I со стороны магнитного поля индукцией B (рис. 150).

Согласно экспериментальным данным и результатам вычислений модуль силы:

пропорционален длине проводника, находящегося в магнитном поле ($F \sim l$);

пропорционален модулю индукции магнитного поля ($F \sim B$);

пропорционален силе тока в проводнике ($F \sim I$);

зависит от ориентации проводника в магнитном поле, т. е. от угла α между направлением тока и \vec{B} .

Обобщая полученные результаты, запишем выражение для силы Ампера F_A в виде

$$F_A = IBl \sin \alpha,$$

где B — индукция магнитного поля, l — длина участка проводника, находящегося в магнитном поле, I — сила тока в проводнике, α — угол, образованный направлением тока и \vec{B} .

Это выражение называют **законом Ампера**:

модуль силы, с которой магнитное поле действует на находящийся в нем

прямолинейный проводник с током, равен произведению индукции B этого поля, силы тока I , длины участка проводника l и синуса угла между направлениями тока и индукции магнитного поля.

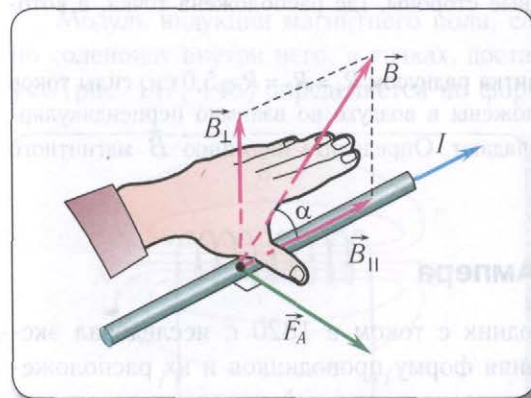


Рис. 151. Определение направления силы Ампера по правилу левой руки

Сила Ампера \vec{F}_A всегда перпендикулярна направлению тока в проводнике и вектору индукции \vec{B} магнитного поля. Для определения направления силы Ампера используют **правило левой руки** (рис. 151):

если ладонь левой руки расположить так, чтобы перпендику-

лярная к проводнику составляющая вектора индукции магнитного поля входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца указывали направление тока, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы Ампера.

Магнитное взаимодействие проводников с током используется для определения в СИ одной из основных единиц — единицы силы тока — *ампера*.

Один ампер есть сила постоянного тока, поддерживаемого в каждом из двух прямолинейных параллельных проводниках бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенных на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, который вызывает между этими проводниками силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводников.



1. Что устанавливает закон Ампера?
2. Сформулируйте правило, позволяющее определить направление силы Ампера.
3. Как взаимодействуют одинаково и противоположно направленные токи?
4. В каком случае магнитное поле не действует на проводник с током?
5. Как взаимодействуют соседние витки соленоида, когда по ним проходит ток?
- * 6. Какую форму стремится принять замкнутый гибкий проводник, по которому проходит ток?
- * 7. Витки обмоток электрических генераторов или трансформаторов могут деформироваться или даже разрываться при прохождении по ним тока большой силы (например, при коротком замыкании). Почему?

Упражнение 25

1. Определите модуль силы F , действующей на прямолинейный проводник длиной $l = 3,0$ м с током силой $I = 2,5$ А со стороны однородного магнитного поля индукцией $B = 3,4$ Тл, если проводник расположен под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению \vec{B} .
2. Определите модуль силы \vec{F} , действующей со стороны однородного магнитного поля Земли ($B = 5,0 \cdot 10^{-5}$ Тл) на проводник длиной $l = 240$ м с током силой $I = 150$ А, который натянут между двумя опорами и составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением вектора индукции магнитного поля.
3. Шнур настольной лампы, включенной в сеть переменного тока, поднесли к магнитной стрелке. Отклонится ли стрелка в магнитном поле тока и почему?
4. На прямолинейный проводник, находящийся в однородном магнитном поле индукцией $B = 0,20$ Тл, действует сила Ампера $F_A = 1,65$ Н при силе тока в нем $I = 16,5$ А. Определите длину l проводника, находящегося в магнитном поле, если он расположен под углом $\alpha = 45^\circ$ к направлению вектора индукции поля.
- * 5. В однородном вертикальном магнитном поле индукцией $B = 0,50$ Тл на двух невесомых и нерастяжимых нитях горизонтально подвешен прямолинейный проводник длиной $l = 98$ м и массой $m = 200$ г. Определите силу тока I в проводнике, если под действием силы Ампера он отклонился так, что нити образуют с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$.

§ 39. Закон взаимодействия прямолинейных параллельных проводников с током

Если взять два длинных прямолинейных проводника, расположенных в вакууме параллельно на расстоянии r друг от друга, по которым идут токи силами I_1 и I_2 , то каждый из проводников будет находиться в магнитном поле, созданном током другого проводника.

Применяя правило буравчика для определения направления вектора индукции магнитного поля и правило левой руки для определения направления силы Ампера, найдем силы, действующие на каждый проводник со стороны другого.

Как видно из рисунка 152, на проводники с током будут действовать силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Проводники притягиваются друг к другу, если токи в них идут в одинаковых направлениях (см. рис. 152, а), и отталкиваются, если токи идут в противоположных направлениях (см. рис. 152, б).

Ток силой I_1 в первом проводнике создает магнитное поле индукцией \vec{B}_1 , действующее на второй проводник длиной l с силой $F_1 = B_1 I_2 l$. Ток силой I_2 во втором проводнике создает магнитное поле индукцией \vec{B}_2 , действующее на первый проводник длиной l с силой $F_2 = B_2 I_1 l$.

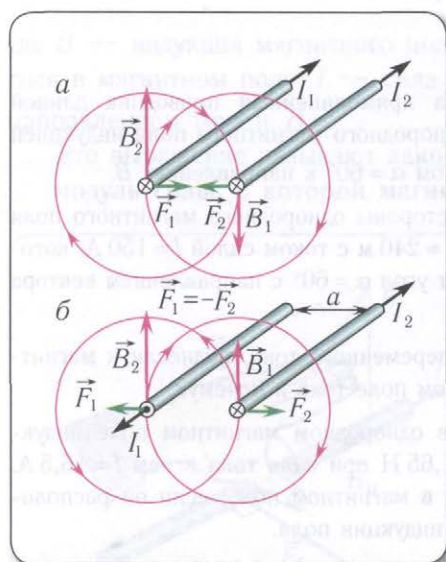


Рис. 152. Взаимодействие двух параллельных проводников с токами:
а — одинаковых направлений;
б — противоположных направлений

Индукция магнитного поля B_1 , созданного током силой I_1 в тех точках пространства, где находится второй проводник, определяется по формуле $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$. Ток силой I_2 , проходящий по второму проводнику, создает в точках пространства, где расположен первый проводник, магнитное поле, индукция которого определяется по формуле $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$. Подставляя значения магнитных индукций B_1 и B_2 в выражения для сил F_1 и F_2 , находим, что

$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad (1)$$

Это выражение было использовано для определения единицы силы тока. Теперь можно установить размерность магнитной постоянной и ее числовое значение. Для этого из выражения для силы взаимодей-

ствия параллельных токов выразим μ_0 , подставим в полученную формулу числовые значения, взятые для определения единицы силы тока — одного ампера, и вычислим ее значение при $F_0 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$:

$$\mu_0 = \frac{2\pi r F_0}{I^2 l},$$

$$\mu_0 = \frac{2\pi \cdot 1 \text{ м} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}}{1 \text{ А}^2 \cdot 1 \text{ м}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{А}^2 \cdot \text{м}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}}.$$

Таким образом,

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}}.$$

✱ Если взаимодействие прямолинейных параллельных токов происходит не в вакууме, а в каком-либо веществе, то сила их взаимодействия определяется по формуле

$$F = \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad (2)$$

Величина μ , характеризующая зависимость силы взаимодействия электрических токов от окружающего вещества, называется **магнитной проницаемостью**. Она определяется свойствами вещества и зависит от рода вещества и его состояния (давления, температуры и т. п.). ✱



1. Как взаимодействуют между собой параллельные токи? Чем вызвано их взаимодействие?
2. Два одинаковых железных стержня притягиваются друг к другу, какими бы концами их не сближали. Могут ли оба они быть постоянными магнитами?
3. Провод расположен над магнитной стрелкой компаса вдоль стрелки. При замыкании цепи северный конец стрелки отклонился к востоку. Определите направление тока.
4. У Вас есть два одинаковых металлических стержня, один из которых намагничен, а другой — нет. Как определить, не используя других предметов, какой из стержней является магнитом?

§ 40. Сила Лоренца



Центростремительное (нормальное) ускорение появляется при криволинейном движении тела и характеризует скорость изменения направления скорости с течением времени. Оно вычисляется по формуле $a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$, где v — линейная скорость, R — радиус кривизны траектории в данной точке.

Согласно закону Ампера на проводник с током в магнитном поле действует сила, которую можно рассматривать как результат действия магнитного поля на все движущиеся в проводнике заряды. Отсюда можно сделать вывод, что магнитное поле оказывает силовое действие на каждый движущийся заряд.

По закону Ампера на проводник длиной Δl , помещенный в магнитное поле индукцией \vec{B} , по которому проходит ток силой I , действует сила

$$F = IB\Delta l \sin \alpha, \quad (1)$$

где α — угол между индукцией магнитного поля \vec{B} и направлением тока.

Поскольку электрический ток — направленное движение заряженных частиц, то силу тока можно представить в виде

$$I = qn\langle v \rangle S,$$

где q — величина заряда одной частицы, n — концентрация заряженных частиц (число частиц в единице объема проводника), $\langle v \rangle$ — средняя скорость упорядоченного движения заряженных частиц, S — площадь поперечного сечения проводника.

Тогда

$$F = q\langle v \rangle B \sin \alpha \cdot nS\Delta l,$$

где $nS\Delta l = N$ — число заряженных частиц, упорядоченно движущихся во всем объеме проводника длиной Δl .

Разделив модуль силы F на число частиц N , получим модуль силы, действующей на один движущийся заряд со стороны магнитного поля:

$$F_{\text{л}} = \frac{F}{N} = qvB \sin \alpha,$$

где v — модуль скорости движущегося заряда.

Выражение для силы, с которой магнитное поле действует на движущийся заряд, в 1895 г. впервые получил голландский физик Хендрик Антон Лоренц. В его честь эта сила называется **силой Лоренца**:

$$F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha. \quad (2)$$

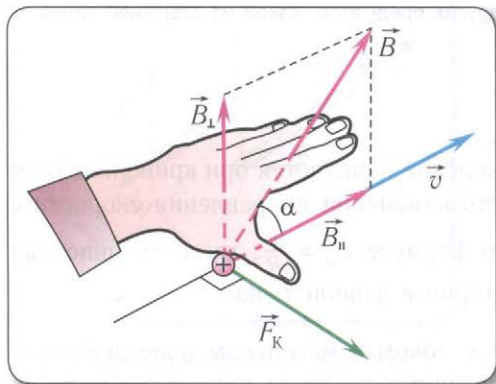


Рис. 153. Определение направления силы Лоренца по правилу левой руки

Направление силы Лоренца определяется по **правилу левой руки** (рис. 153):

если левую руку расположить так, чтобы перпендикулярная к скорости \vec{v} составляющая вектора индукции \vec{B} магнитного поля вошла в ладонь, а четыре вытянутых пальца указывали направление движения положительно заряженной частицы, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы Лоренца $\vec{F}_{\text{л}}$, действующей на

частицу со стороны магнитного поля. Для отрицательно заряженной частицы (например, для электрона) направление силы будет противоположным.

Поскольку сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости, то она не может изменить модуль скорости, а изменяет только ее направление и, следовательно, работы не совершает.

Таким образом, если поле однородно, то при движении частицы перпендикулярно к магнитной индукции поля ее траекторией будет окружность (рис. 154, а), плоскость которой перпендикулярна к магнитному полю.

✳ Ускорение частицы $a = \frac{v^2}{R}$ (R — радиус окружности) направлено к центру окружности. Используя второй закон Ньютона, можем найти период обращения частицы по окружности

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

и радиус окружности

$$R = \frac{mv}{qB},$$

описываемой частицей в магнитном поле.

Если скорость направлена под углом к индукции магнитного поля, движение заряда можно представить в виде двух независимых движений (рис. 154, б):

равномерного вдоль поля со скоростью \vec{v}_{\parallel} (\vec{v}_{\parallel} — составляющая вектора скорости, параллельная вектору индукции \vec{B} магнитного поля);

по окружности радиусом R в плоскости, перпендикулярной к вектору \vec{B} , с постоянной по модулю скоростью v_{\perp} (v_{\perp} — составляющая вектора скорости, перпендикулярная вектору индукции \vec{B} магнитного поля).

В результате сложения обоих движений возникает движение по винтовой линии, ось которой параллельна магнитному полю (см. рис. 154, б). Период этого движения определяется по формуле

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad \star$$

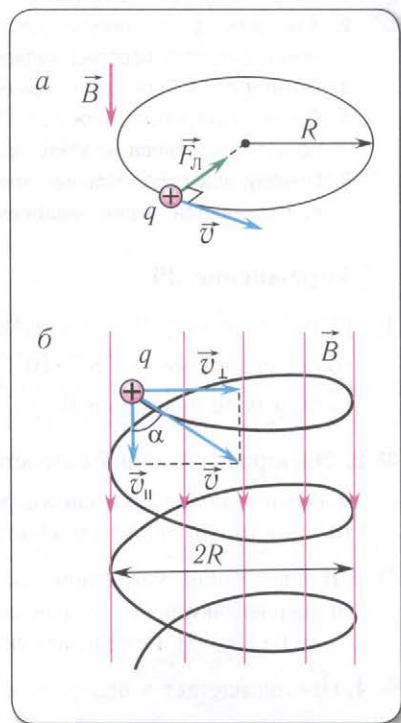


Рис. 154, а — траектория заряженной частицы, движущейся перпендикулярно индукции однородного магнитного поля; б — траектория заряженной частицы, движущейся под углом α к вектору индукции магнитного поля

Действие силы Лоренца широко применяется в различных электротехнических устройствах:

- 1) электронно-лучевых трубках телевизоров и дисплеев;
- 2) ускорителях заряженных частиц (циклотронах);
- 3) масс-спектрометрах — приборах, определяющих отношение зарядов частиц к их массе по радиусу окружности, описываемой ими в магнитном поле;
- 4) магнитогидродинамических генераторах ЭДС (МГД-генератор — устройство для генерации электрических токов, использующее проводящие жидкости, движущиеся в магнитном поле).



1. Какую силу называют силой Лоренца? Как определяется ее направление?
2. Как движется заряженная частица в однородном магнитном поле в случае, когда направление скорости перпендикулярно магнитной индукции?
3. Почему сила Лоренца не изменяет модуля скорости заряженной частицы?
4. Пучок электронов движется параллельно прямолинейному горизонтальному проводнику, по которому слева направо проходит ток. В какую сторону отклонится пучок?
5. Почему два параллельных проводника, по которым проходят токи в одном направлении, притягиваются, а два параллельных электронных пучка отталкиваются?

Упражнение 26

1. Определите силу \vec{F} , действующую на электрон, движущийся горизонтально на восток со скоростью $v = 8,7 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в направленном вертикально вверх однородном магнитном поле индукцией $B = 0,75 \text{ Тл}$.
- * 2. Электрон, имеющий скорость $v = 4,8 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, влетает в вертикальное однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Определите радиус R окружности, по которой движется электрон в поле, индукция которого $B = 91 \text{ мТл}$.
- * 3. В однородном магнитном поле индукцией $B = 8,5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ на электрон, движущийся перпендикулярно направлению поля, действует сила Лоренца, модуль которой $F_L = 6,0 \cdot 10^{-16} \text{ Н}$. Определите скорость v , с которой электрон движется в магнитном поле.
- * 4. Протон влетает в однородное вертикальное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 1,6 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите индукцию B магнитного поля, если протон движется в нем по окружности радиусом $R = 1,67 \text{ мм}$.
- * 5. Электрон влетает со скоростью $v = 3,0 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в однородное магнитное поле индукцией $B = 0,23 \text{ Тл}$ под углом $\alpha = 45^\circ$ к направлению \vec{B} . Определите радиус R и шаг h (расстояние между витками) винтовой траектории электрона.

✱ § 41. Ускорители заряженных частиц

Частицы высоких энергий, т. е. разогнанные до скоростей, близких к скорости света, находят широкое применение в физических исследованиях и в технике. Использование таких частиц в качестве «снарядов» для изучения столкновений ядерных частиц позволило получить богатую информацию об атомных ядрах и элементарных частицах.

Простейший способ получения таких высокоэнергетических частиц состоит в ускорении их с помощью электрических полей высоких и сверхвысоких напряжений.

Существующие ускорители можно разделить на четыре группы: ускорители прямого действия, линейные ускорители, циклические ускорители и ускорители на встречных пучках.

Наиболее просты по принципу работы *ускорители прямого действия*. В них частицы разгоняются в постоянном электрическом поле. В данном случае не удастся достичь энергий выше 10 МэВ, поскольку при дальнейшем повышении напряжения между электродами возникает электрический пробой.

В *линейном ускорителе* частицы движутся по прямой линии, последовательно проходя через систему трубчатых электродов, называемых трубками дрейфа, на которые подается переменное напряжение (рис. 155). Внутри трубок поля нет, там частица движется равномерно. Частица ускоряется тогда, когда она попадает в промежуток между соседними трубками дрейфа, который называют ускоряющим промежутком. Для ускорения частицы необходимо, чтобы время пролета частицы от одного промежутка к другому равнялось половине периода T переменного напряжения, т. е. длина n -й трубки должна быть $l_n = \frac{v_n T}{2}$, где v_n — скорость частицы в трубке. Для уменьшения длины ускорителя трубки

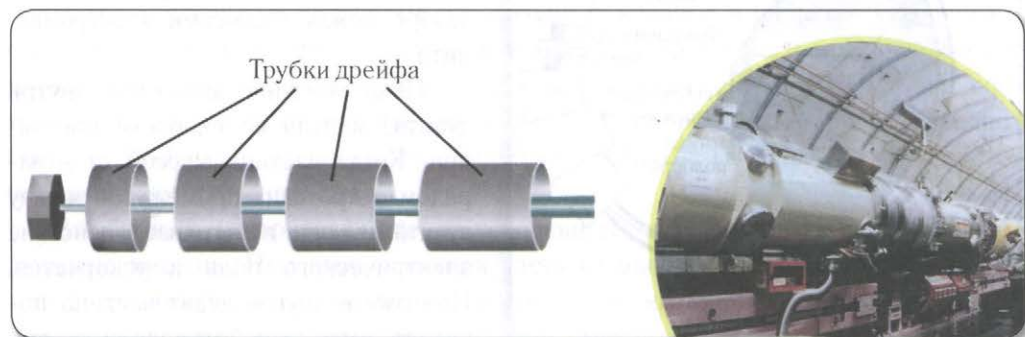


Рис. 155. Линейный ускоритель

дрейфа должны быть как можно более короткими, для этого приходится увеличивать частоту ускоряющего поля. В протонных ускорителях используют частоты 200—300 МГц, а в электронных — еще больше. Большинство существующих линейных ускорителей позволяют достигать энергии электронов до 10 ГэВ. В ускорителе длиной 3 км, установленном в г. Стэнфорде (США), достигнута энергия 20 ГэВ.



Самый крупный из построенных протонных линейных ускорителей работает в г. Лос-Аламосе (США). Он ускоряет протоны до энергии 800 МэВ при силе тока в пучке около 1 мА.

Простейшим представителем и родоначальником *циклических ускорителей* является *циклотрон*.



Рис. 156. Циклотрон

Принцип действия циклотрона основан на том, что период обращения частиц в магнитном поле не зависит от скорости (энергии) их движения.

В циклотроне (рис. 156) частицы движутся под действием однородного магнитного поля \vec{B} , перпендикулярного плоскости движения частиц, по раскручивающимся спиральям 1 . При этом частицы многократно возвращаются к ускоряющим узлам циклотрона — дуантам.

Дуанты представляют собой полую цилиндрические электроды, помещенные в вакуумную камеру в зазоре между полюсами электромагнита.

Пока частица движется внутри дуанта, модуль ее скорости постоянен. Когда частица массой m и зарядом q проходит промежуток между дуантами, она испытывает действие электрического поля и ускоряется. Поэтому в другой дуант частица попадает, имея уже большую скорость, и движется по окружности большего

радиуса $R = \frac{mv}{qB}$. Независимо от радиуса траектории время движения частицы внутри дуанта одно и то же:

$$\Delta t = \frac{\pi m}{qB}.$$

Период изменения высокочастотного напряжения, подаваемого на дуанты, подбирают таким образом, чтобы он был равен

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

В этом случае частицы будут ускоряться всякий раз, попадая в промежуток между дуантами. Таким образом, на выходе из ускорителя заряженные частицы имеют максимальную энергию:

$$W_{\max} = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2 R_{\max}^2}{m},$$

где R_{\max} определяется размером дуанта.

В дальнейшем пучок ускоренных заряженных частиц направляется на исследуемую мишень 2 (см. рис. 191, б).



Первый циклотрон был построен в 1932 г. в Калифорнийском университете в г. Беркли (США) Э. Лоуренсом.

Циклотроны применяют для ускорения протонов и ионов. Они позволяют достичь энергий в несколько десятков мегаэлектронвольт.



Типичный циклотрон средней величины ($B = 1,0$ Тл, $R = 0,50$ м) при ускорении ионов водорода ($\frac{e}{m} = 0,96 \cdot 10^8 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$) позволяет достичь их максимальной энергии $W_{\max} = 12$ МэВ.

Для ускорения тяжелых частиц до предельно больших скоростей используют *синхрофазотроны* — кольцевые ускорители, у которых в процессе ускорения в строгом соответствии друг с другом меняются одновременно и модуль индукции магнитного поля, и частота ускоряющего напряжения. Это позволяет при росте энергии частиц сохранять постоянным радиус их орбиты и достигать больших энергий. Например, на синхрофазотроне в г. Серпухов (Россия) энергии протонов достигают значения 76 ГэВ.

В обычных ускорителях пучок ускоренных частиц направляют на неподвижную мишень. При этом основная часть их энергии переходит в кинетическую энергию продуктов реакции. В *ускорителе на встречных пучках* 1 и 2 используют взаимодействие движущихся навстречу друг другу частиц (рис. 157). Это позволяет в области пересечения пучков 3 достичь энергии их взаимодей-

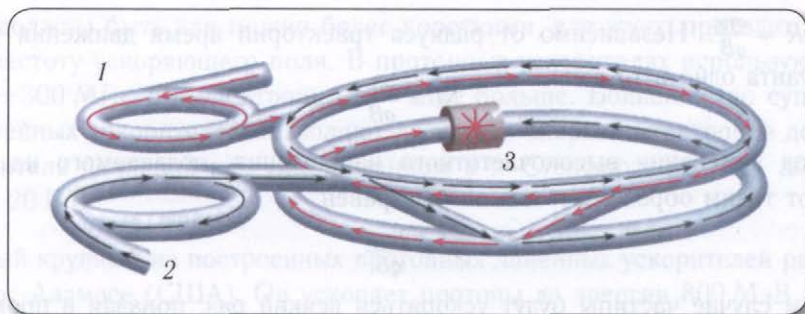


Рис. 157. Ускоритель на встречных протонных пучках

ствия, эквивалентной энергии нескольких тысяч гигаэлектронвольт в обычном ускорителе.

В настоящее время проектируются ускорители с энергией до нескольких десятков тераэлектронвольт.

Ускорители относительно невысоких энергий широко применяются в медицине и технике — для лечения онкологических заболеваний, производства радиоактивных изотопов, улучшения свойств полимерных материалов.

Без ускорителей не было бы возможности изучать фундаментальные свойства и взаимодействие элементарных частиц. Большинство элементарных частиц было открыто с помощью ускорителей частиц высоких энергий.

Совершенствование ускорителей преобразует не только физику, но также технику и технологию. Существуют ускорители для модификации свойств материалов, например резины, полиэтилена и т. д., ускорители для стерилизации, используемые в пищевой промышленности, животноводстве, медицине, ускорители для наработки радиоактивных изотопов и для облучения больных (диагностика, терапия). Без них невозможно представить современное производство и медицину.

Для прикладных целей не нужно ускорять частицы до сверхвысоких энергий. Энергии электронов обычно не превышают 10 МэВ. Для производства радионуклидов нужны протоны или дейтроны с энергией до 70 МэВ, а в лучевой терапии используются электроны с энергией до 50 МэВ и протоны, ускоренные до 200—250 МэВ.



Электронные пучки в химии применяются в основном для ускорения процесса полимеризации и для изменения свойств полимерных материалов. Именно радиационная модификация полиэтилена была первым примером широкого практического применения ускорителей. В результате облучения температура размягчения полиэтилена увеличивается с 98 °С до 350 °С.

С помощью ускоренных на циклотронах тяжелых ионов производятся тончайшие фильтры для пищевой промышленности. Электронными пучками осуществляют микросварку различных изделий. Электронный луч плавит тугоплавкие материалы и сваривает разнородные материалы друг с другом.

Пучки ускоренных частиц применяются для технологического контроля за качеством массивных металлических изделий, сквозь которые рентгеновское излучение не проходит.

Ускорители широко применяются для внедрения (имплантации) примесных ионов в полупроводниковой микроэлектронике, причем глубина внедрения ионов зависит от их энергии.

Радиационная стерилизация медицинских инструментов имеет ряд преимуществ перед обычно применяемым методом высокотемпературной обработки.

При радиационной обработке пищевых продуктов обычно преследуют одну из двух целей: стерилизацию или пастеризацию пищи, позволяющую долго хранить ее в герметичной упаковке, или задержку процессов естественного развития, например замедление процесса прорастания картофеля.



1. Назовите группы ускорителей заряженных частиц и охарактеризуйте их.
2. Выведите условие ускорения частиц в циклотроне.
3. В каких областях науки, техники, медицины, промышленности применяются ускорители заряженных частиц?

Основные формулы в главе 6

Сила Ампера:

$$F_A = IBl \sin \alpha.$$

Сила Лоренца:

$$F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha.$$

Магнитная постоянная:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}}.$$

Единицы измерения магнитных величин

Наименование величины	Обозначение	Название единицы	Выражение через основные единицы СИ
Индукция магнитного поля	B	Тесла (Тл)	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитная постоянная	μ_0	$\frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}}$	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$

Глава 7. Электромагнитная индукция

§ 42. Магнитный поток

Вектор индукции \vec{B} магнитного поля характеризует силовые свойства магнитного поля в данной точке пространства. Линии индукции магнитного поля создают наглядную графическую картину поля, причем их «густота» позволяет судить о модуле вектора \vec{B} в данной области пространства.

Как показывают эксперименты, для определения работы, совершаемой силой Ампера по перемещению проводника с током, необходимо знать не только индукцию \vec{B} магнитного поля, но и характеристики контура с током: его размеры и ориентацию по отношению к вектору \vec{B} .

Для характеристики числа линий индукции магнитного поля, пронизывающих некоторую площадку, вводится физическая скалярная величина, называемая *магнитным потоком* и обозначаемая греческой буквой Φ .

Магнитный поток Φ однородного поля через плоскую поверхность равен произведению модуля индукции B магнитного поля, площади поверхности S и косинуса угла α между \vec{B} и нормалью \vec{n} к поверхности (рис. 158):

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (1)$$

В СИ единицей магнитного потока является *вебер*: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2$.

Магнитный поток в 1 Вб через плоскую поверхность площадью 1 м^2 создается однородным магнитным полем индукцией 1 Тл, направление которой перпендикулярно поверхности.

Магнитный поток через плоскую поверхность может изменяться как вследствие изменения модуля индукции B магнитного поля, так и вследствие изменения площади S плоской поверхности или угла α , определяющего ориентацию поверхности по отношению к \vec{B} . Подчеркнем, что изменение магнитного потока через плоскую поверхность возможно также и вследствие одновременного изменения всех трех указанных величин.

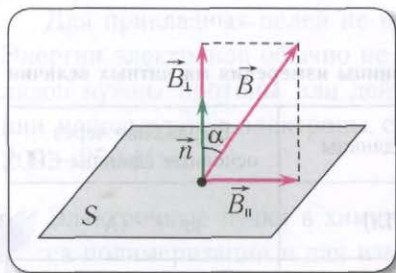


Рис. 158. Магнитный поток через плоскую поверхность площадью S

* Рассмотрим прямоугольный контур $AECD$ (рис. 159), одна из сторон AD которого длиной l не закреплена и может без трения скользить по направляющим, увеличивая площадь контура.

Если по контуру проходит постоянный ток силой I и контур находится в однородном внешнем магнитном поле индукцией \vec{B} , перпендикулярном плоскости контура, то на проводник действует сила Ампера \vec{F}_A , направленная влево (см. рис. 159). Таким образом, для перемещения проводника вправо необходимо приложить внешнюю силу, равную по модулю и противоположную по направлению силе Ампера. При перемещении проводника на расстояние Δx эта внешняя сила совершает работу

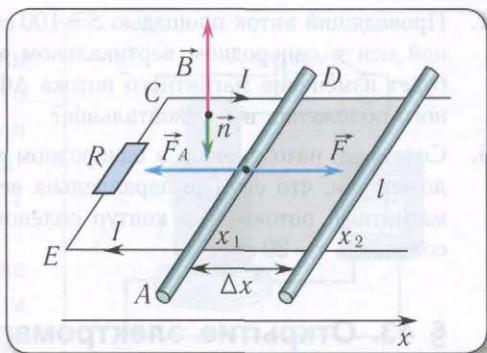


Рис. 159. Контур с током с подвижной перемычкой в магнитном поле \vec{B}

$$A = F\Delta x = BIl\Delta x = BI\Delta S = I\Delta\Phi \cdot (-1) = -I\Delta\Phi.$$

При этом работа A' , совершаемая силой Ампера, будет такой же по модулю, но противоположной по знаку:

$$A' = -A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Phi_2 - I\Phi_1.$$

Таким образом, работа A' определяется изменением магнитного потока $\Delta\Phi$, пронизывающего контур.

С другой стороны, работа силы Ампера определяется разностью энергий контура с током в начальном W_1 и конечном W_2 положениях. Поэтому формулу для работы A' можно переписать в виде

$$A' = -\Delta W = -(W_2 - W_1) = W_1 - W_2. \quad (2)$$

Сравнивая полученные выражения для работы A' , видим, что энергия контура с током в магнитном поле определяется силой проходящего в нем тока и магнитным потоком, пронизывающим его: $W = I\Phi$. ✱



1. Что такое магнитный поток? В каких единицах он измеряется?
2. Как вычисляется работа магнитного поля?
3. В однородное горизонтальное магнитное поле поместили проводящую рамку так, что вектор индукции поля находится в плоскости рамки. Изменит ли свою ориентацию эта рамка, если по ней пропустить ток? Ответ обоснуйте.

Упражнение 27

1. Определите магнитный поток Φ через проводящую рамку площадью $S = 0,50 \text{ м}^2$, находящуюся в однородном магнитном поле индукцией $B = 0,10 \text{ Тл}$, если угол между вектором индукции и нормалью к плоскости рамки $\alpha = 60^\circ$.

2. Проводящий виток площадью $S = 100 \text{ см}^2$ равномерно вращается вокруг горизонтальной оси в однородном вертикальном магнитном поле индукцией $B = 50 \text{ мТл}$. Каким будет изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через виток при переходе его из вертикального положения в горизонтальное?
3. Соленоид, находящийся в однородном магнитном поле индукцией $B = 0,20 \text{ Тл}$, расположен так, что его ось параллельна вектору индукции магнитного поля. Определите магнитный поток через контур соленоида, содержащего $N = 50$ витков, если радиус соленоида $r = 20 \text{ см}$.

§ 43. Открытие электромагнитной индукции.

Закон электромагнитной индукции

Вам уже известно, что электрический ток, или движущиеся заряды, создают в окружающем пространстве магнитное поле. А возможен ли обратный процесс, при котором с помощью магнитного поля в замкнутом проводнике будет создан электрический ток?

Именно такой вопрос заинтересовал выдающегося английского физика Майкла Фарадея, который в 1821 г. в своем дневнике поставил перед собой задачу: «Превратить магнетизм в электричество». Через 10 лет упорного труда эта задача была им успешно решена. В августе 1831 г. Фарадей сделал фундаментальное открытие в области электромагнитных явлений.

При проведении опытов Фарадей обнаружил, что при введении постоянного магнита в катушку (рис. 160, а) или при выведении из нее (рис. 160, б) стрелка гальванометра в цепи катушки отклонялась, т. е. в цепи возникал кратковременный электрический ток. Изменение направления движения магнита приводило к отклонению стрелки гальванометра в противоположную сторону (см. рис. 160).

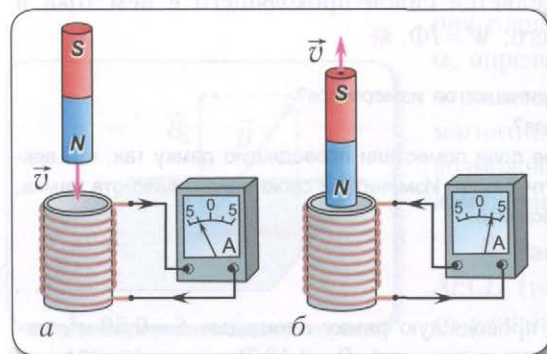


Рис. 160. Опыты Фарадея

Таким образом, при изменении индукции магнитного поля, пронизывающей витки катушки, в замкнутой цепи возникает электрический ток, называемый **индукционным**. Следовательно, в цепи появился источник тока. Можно сделать вывод о том, что изменение индукции магнитного поля в пределах площади, ограниченной контуром, приводит к появлению в контуре ЭДС, называемой **электродвижущей силой индукции**.

Фарадей наблюдал возникновение индукционного тока в цепи исследуемой катушки 1 не только при перемещении постоянного магнита, но и в том случае, если замыкали (размыкали) ключ в цепи, содержащей катушку 2, расположенную внутри катушки 1 (рис. 161).

Индукционный ток возникал в катушке 1 также при перемещении контура с током 2 в непосредственной близости от исследуемой катушки.

Таким образом, в результате серии экспериментов Фарадей установил, что возникновение индукционного тока в замкнутом контуре достигается при изменении магнитного потока через него.

Явление возникновения ЭДС индукции при изменении магнитного потока через площадь, ограниченную контуром, называется **явлением электромагнитной индукции**.

Эксперименты Фарадея позволили установить **закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)**, количественно определяющий ЭДС индукции в контуре:

ЭДС электромагнитной индукции \mathcal{E}_i , возникающая в замкнутом контуре, прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока через него:

$$\mathcal{E}_i \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Как видно из приведенного соотношения, ЭДС индукции не зависит от материала проводника, его сопротивления, температуры и от носителей тока, а определяется только характером изменения магнитного поля.

✱ Для объяснения возникновения ЭДС в неподвижном замкнутом контуре при изменении магнитного поля внутри него английский ученый Джеймс Клерк Максвелл предложил такую гипотезу: изменяющееся магнитное поле создает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и приводит свободные заряды проводника в движение, т. е. создает индукционный ток. На основе этой гипотезы Максвелл создал теорию электромагнитного поля, подтвердившуюся на опыте. Согласно этой теории при изменении магнитного поля в некоторой области пространства обязательно возникает электрическое поле с замкнутыми силовыми линиями. Причем это происходит даже при отсутствии проводящего контура, например в вакууме.

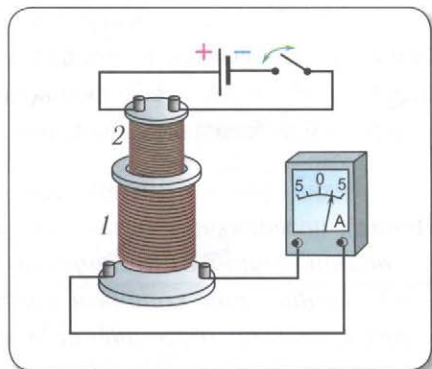


Рис. 161. Возникновение индукционного тока в цепи катушки 1 при замыкании ключа в цепи катушки 2

Таким образом, явление электромагнитной индукции в более широком понимании заключается не только в возникновении индукционного тока, или ЭДС индукции \mathcal{E}_i , но и в возникновении электрического поля, силы которого могут ускорять или замедлять движение заряженных частиц. *

Русский физик Эмилий Ленц в 1833 г. сформулировал правило (**правило Ленца**), позволяющее установить направление индукционного тока в цепи:

возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, при котором созданный им собственный магнитный поток через площадь, ограниченную контуром, стремится компенсировать изменение внешнего магнитного потока, вызвавшее данный ток.

Согласно этому правилу в формуле, выражающей закон Фарадея, следует ставить знак «минус».

Максвелл в 1873 г. дал современную формулировку закона электромагнитной индукции:

ЭДС индукции в замкнутом проводящем контуре равна скорости изменения пронизывающего его магнитного потока, взятой с противоположным знаком:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Знак «минус» в законе электромагнитной индукции (в формуле для \mathcal{E}_i) следует из правила Ленца.

Отметим, что в таком виде закон применим только, когда скорость изменения магнитного потока постоянна. В общем случае эта формула дает среднее значение ЭДС индукции $\langle \mathcal{E}_i \rangle$.

* Покажем, что если бы правило Ленца не выполнялось, то взаимодействие индукционного тока с внешними полями приводило бы к неограниченному росту энергии системы без подвода ее извне, т. е. к нарушению закона сохранения энергии.

Действительно, ток, возникающий за счет ЭДС индукции, сам является источником магнитного поля. Если бы индуцированное магнитное поле «помогало» расти магнитному потоку через контур, то тем самым увеличивался бы индукционный ток, что вызывало бы еще большее увеличение первоначального магнитного поля. Это сопровождалось бы еще большим изменением магнитного потока через контур, и так до бесконечности.

В результате сила индукционного тока и связанная с ним энергия возрастали бы неограниченно, что является нарушением закона сохранения энергии. *

Для наглядной демонстрации правила Ленца используется прибор, состоящий из двух колец (замкнутого и незамкнутого), уравновешенных для уменьшения трения на игольчатой опоре (рис. 162). При введении постоянного магнита в замкнутое кольцо оно «уходит» от него, а при выведении — «догоняет» магнит. Разрезанное кольцо никак не «реагирует» на движения магнита, поскольку в нем не может возникнуть индукционный ток.

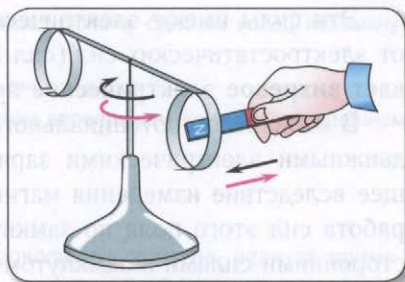


Рис. 162. Действие прибора для демонстрации правила Ленца

Рассмотрим более подробно движение постоянного магнита вблизи проводящего кольца.

При движении магнита вправо магнитный поток через кольцо увеличивается (рис. 163, а). В соответствии с правилом Ленца индукционный ток силой I создает магнитное поле \vec{B}' , направленное противоположно исходному полю \vec{B} .

Движение магнита влево приводит к уменьшению магнитного потока через кольцо. Возникающий индукционный ток силой I создает поле \vec{B}' , препятствующее изменению начального магнитного потока, т. е. стремится сохранить начальную величину магнитного потока (рис. 163, б).

Таким образом, замкнутый контур как бы «сопротивляется» изменению пронизывающего его магнитного потока. Следовательно, возникновение индукционного тока можно рассматривать как проявление инерции системы.

В то же время возникновение индукционного тока в замкнутом контуре при изменении магнитного потока через него означает, что заряженные частицы пришли в движение под действием каких-то сил. Это не могут быть силы Лоренца, поскольку они действуют только на движущиеся заряды. Какие же силы заставляют двигаться электроны в покоем проводнике при изменении индукции магнитного поля?

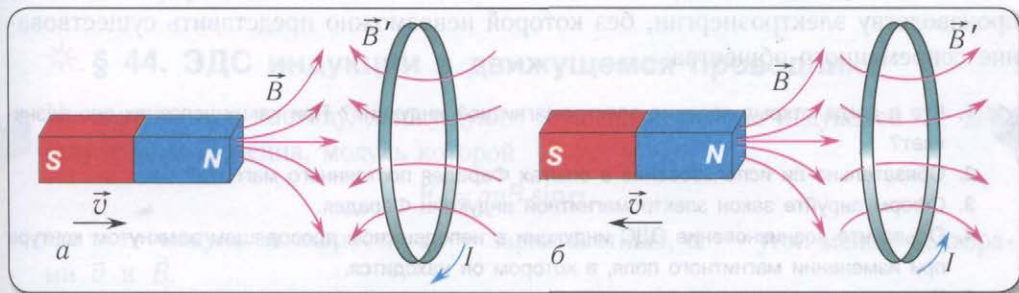


Рис. 163. Возникновение индукционного тока силой I в кольце и создаваемого им магнитного поля \vec{B}' . Направление тока определяется по правилу Ленца

Эти силы имеют электрическую природу, но по своим свойствам отличаются от электростатических сил (сил Кулона). При электромагнитной индукции возникает **вихревое электрическое поле**, действующее на заряженные частицы.

В отличие от потенциального электростатического поля, создаваемого неподвижными электрическими зарядами, вихревое электрическое поле, возникающее вследствие изменения магнитного поля, **непотенциально**. Это означает, что работа сил этого поля по замкнутой траектории не равна нулю, и они являются сторонними силами в замкнутом контуре при возникновении индукционного тока. Следовательно, работа сил вихревого электрического поля по перемещению единичного заряда по замкнутому контуру определяет ЭДС электромагнитной индукции.

* Подчеркнем, что вихревое электрическое поле, возникающее при изменении магнитного поля, существует независимо от того, имеется или нет в этом месте замкнутый проводящий контур. Проводящий контур является лишь своеобразным индикатором, обнаруживающим наличие этого вихревого поля.

В отличие от электростатического вихревое электрическое поле имеет замкнутые силовые линии. Это связано с тем, что источниками электростатического поля являются электрические заряды, а источником вихревого электрического поля — переменное во времени магнитное поле. *

Индукционные токи, возникающие в массивных проводниках под действием переменного магнитного поля, называются токами Фуко или вихревыми токами. В соответствии с законом Джоуля — Ленца они приводят к нагреванию проводников (выделению теплоты) и переходу энергии системы во внутреннюю энергию. Токи Фуко эффективно используются на практике: в плавильных печах, в установках для закалки металлических деталей, в сушильных установках, в медицине.

Открытие Фарадеем явления электромагнитной индукции позволило создать мощные генераторы электрического тока и положило начало промышленному производству электроэнергии, без которой невозможно представить существование современного общества.



1. Кто и когда открыл явление электромагнитной индукции? При каких условиях оно возникает?
2. Обязательно ли использование в опытах Фарадея постоянного магнита?
3. Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея.
4. Объясните возникновение ЭДС индукции в неподвижном проводящем замкнутом контуре при изменении магнитного поля, в котором он находится.
5. Как направлено вихревое электрическое поле в проводнике по отношению к направлению тока в нем, если сила тока: а) увеличивается; б) уменьшается?
6. Сформулируйте правило Ленца.

7. Как устроен прибор для демонстрации правила Ленца? Почему одно из колец незамкнутое (разрезное)?
8. Почему в законе электромагнитной индукции стоит знак «минус»?
- * 9. Может ли возникнуть индукционный ток в незамкнутом проводящем контуре, помещенном в переменное магнитное поле?

Упражнение 28

1. Определите ЭДС индукции \mathcal{E}_i , возникающую в проводящем контуре, если за промежуток времени $\Delta t = 0,10$ с магнитный поток через него $\Phi_0 = 0,15$ Вб полностью исчезает.
2. Определите ЭДС индукции \mathcal{E}_i в проводящем контуре, если за промежуток времени $\Delta t = 0,01$ с магнитный поток через него возрастает от $\Phi_0 = 0,02$ Вб до $\Phi_1 = 0,08$ Вб.
3. За промежуток времени $\Delta t = 2$ с магнитный поток, пронизывающий проводящий контур, равномерно уменьшился с $\Phi_0 = 8$ Вб до $\Phi_1 = 2$ Вб. Определите ЭДС индукции \mathcal{E}_i в контуре.
4. Определите ЭДС индукции \mathcal{E}_i в круговом проводящем контуре, расположенном перпендикулярно линиям индукции магнитного поля, если магнитный поток через него равномерно изменяется от $\Phi_0 = 0,50$ Вб до $\Phi_1 = 0$ Вб за промежуток времени $\Delta t = 0,04$ с.
- * 5. Проволочная прямоугольная рамка, содержащая $N = 100$ витков, расположена в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Размер рамки 10×40 см, ее сопротивление $R = 2,0$ Ом. Концы рамки замкнуты на амперметр. Определите модуль B_0 индукции магнитного поля, если при ее уменьшении до нуля за время $\Delta t = 0,12$ мс амперметр показывает силу тока $I = 2,5$ А.
- * 6. Индукция магнитного поля, перпендикулярного плоскости витка диаметром $D = 12$ см, изготовленного из медной проволоки диаметром $d = 1,25$ мм, уменьшается с постоянной скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,35 \frac{\text{Тл}}{\text{с}}$. Определите силу тока I , проходящего при этом по витку.

* § 44. ЭДС индукции в движущемся проводнике



На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле индукцией \vec{B} , действует сила Лоренца, модуль которой

$$F_L = qvB \sin \alpha,$$

где v — модуль ее скорости, q — заряд частицы, α — угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Рассмотрим проводник, находящийся в магнитном поле. Свободные заряды внутри проводника участвуют в тепловом движении. Вследствие хаотичности

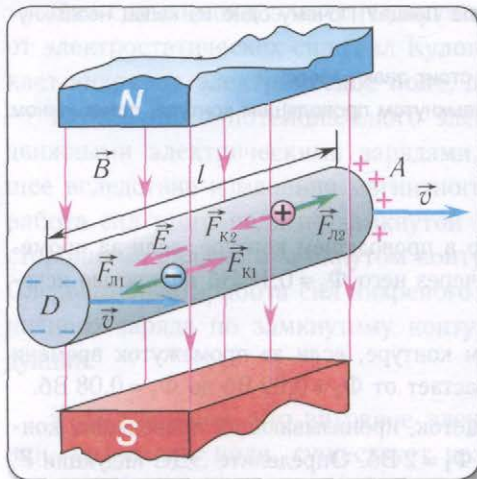


Рис. 164. Движение проводника со скоростью \vec{v} в магнитном поле индукцией \vec{B}

с скоростью \vec{v} (рис. 164), то под действием силы Лоренца \vec{F}_L они будут смещаться вдоль проводника к его концу D . Направление силы Лоренца можно определить по правилу левой руки с учетом знака заряда электрона.

Вследствие этого на торцах D и A проводника появятся, соответственно, отрицательные и положительные заряды, которые создадут электрическое поле, а значит, и некоторую разность потенциалов $\phi_1 - \phi_2$ между торцами проводника.

Процесс разделения зарядов (поляризации проводника) будет продолжаться до тех пор, пока сила, действующая на любой свободный электрон со стороны электрического поля \vec{F}_K (см. рис. 164), не уравнивает силу Лоренца \vec{F}_L , действующую на электрон со стороны магнитного поля.

С учетом выражения для силы Кулона, действующей на каждый электрон $\vec{F}_K = e\vec{E}$, где \vec{E} — напряженность созданного электрического поля, и силы Лоренца $F_L = evB$ можно записать:

$$eE = evB.$$

Откуда

$$E = vB.$$

Под действием сил Кулона и Лоренца заряды будут находиться в равновесии, и дальнейшее их разделение прекратится. По всей длине проводника установится однородное электрическое поле. Между концами проводника (в разомкнутой цепи) длиной l появится разность потенциалов

$$\phi_1 - \phi_2 = El = Bvl = \mathcal{E}_i,$$

теплового движения средняя скорость перемещения и среднее смещение частиц равны нулю. Следовательно, при тепловом движении заряженных частиц внутри проводника среднее значение силы Лоренца также равно нулю. При поступательном движении проводника как целого ситуация меняется, поскольку наряду с тепловым (беспорядочным) движением свободные заряды участвуют в направленном движении вместе с проводником.

Рассмотрим движение проводника длиной l со скоростью \vec{v} перпендикулярно магнитному полю индукцией \vec{B} . Поскольку свободные электроны движутся вместе с проводником со скоростью \vec{v}

которая является частным случаем возникновения ЭДС электромагнитной индукции.

Таким образом, при движении проводника длиной l со скоростью \vec{v} в постоянном магнитном поле индукцией \vec{B} в нем возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = Blv.$$

Причиной появления этой ЭДС является сила Лоренца, действующая на свободные электроны в движущемся проводнике.

Подчеркнем, что полная работа силы Лоренца в движущемся проводнике равна нулю. Продольная составляющая силы Лоренца $F_{L\parallel} = qBv$, действующая на заряды, совершает работу $A_{\parallel} = qBvl$ по их разделению (рис. 165). Поперечная составляющая $F_{L\perp} = qBv$, направленная противоположно скорости движения проводника, совершает работу $A_{\perp} = -qBvl$. Полная работа силы Лоренца (сумма этих работ) равна нулю ($A = A_{\parallel} + A_{\perp} = 0$). Вследствие того что работа поперечной составляющей силы Лоренца отрицательна, при движении проводника в магнитном поле происходит его торможение. Поэтому для движения проводника с постоянной скоростью на него необходимо действовать постоянной внешней силой, равной по модулю поперечной составляющей силы Лоренца.

Если проводник замкнуть расположенным вне магнитного поля проводом (рис. 166), то по этому проводу от точки D к точке A электроны будут перемещаться под действием ЭДС электромагнитной индукции.

Существование ЭДС индукции приводит к появлению в замкнутом контуре *индукционного тока*. Таким образом, электроны в проводнике движутся от точки A к точке D

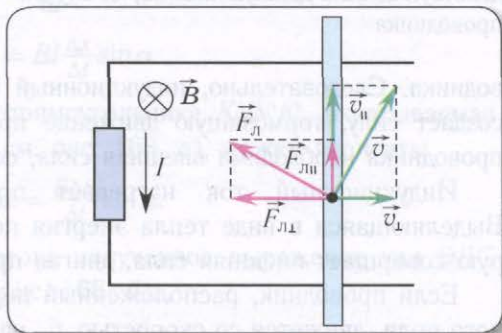


Рис. 165. Составляющие силы Лоренца, действующие на заряды в движущемся проводнике вдоль проводника $\vec{F}_{L\parallel}$ и перпендикулярно проводнику $\vec{F}_{L\perp}$

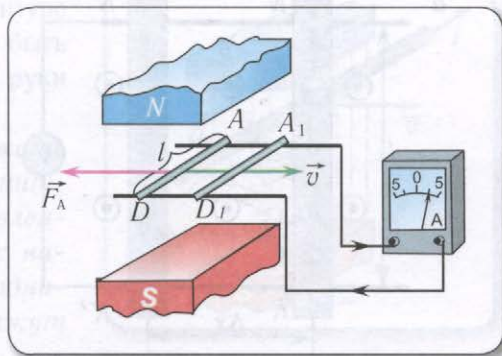


Рис. 166. Появление индукционного тока в замкнутом контуре

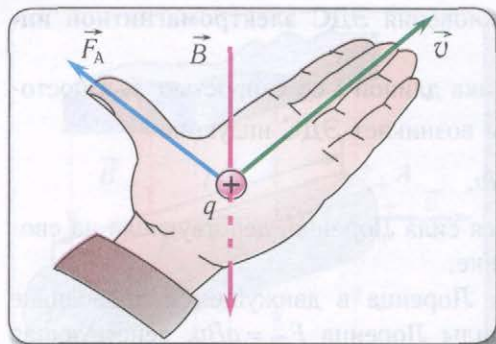


Рис. 167. Определение направления силы, действующей на движущийся заряд внутри проводника

против сил электрического поля под действием силы Лоренца, а от точки D к точке A по проводу (во внешней цепи) их движение происходит под действием сил электрического поля.

Когда проводник длиной l с индукционным током силой I движется в магнитном поле индукцией \vec{B} , то на него со стороны поля действует сила Ампера, модуль которой $F_A = BIl$. Для определения направления этой силы применим правило левой руки (рис. 167). Направление силы противоположно направлению движения про-

водника. Следовательно, индукционный ток, взаимодействуя с магнитным полем, создает силу, тормозящую движение проводника. Таким образом, для движения проводника необходима внешняя сила, совершающая работу против силы Ампера.

Индукционный ток нагревает проводник, по которому он проходит. Выделяющаяся в виде тепла энергия поступает в цепь благодаря работе, которую совершает внешняя сила, двигая проводник против сил поля.

Если проводник, расположенный перпендикулярно линиям индукции магнитного поля, движется со скоростью \vec{v} , направленной под углом α к линиям индукции (рис. 168, a), то ее можно разложить на две составляющие — параллельную (\vec{v}_{\parallel}) и перпендикулярную (\vec{v}_{\perp}) направлению магнитного поля (рис. 168, b):

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}.$$

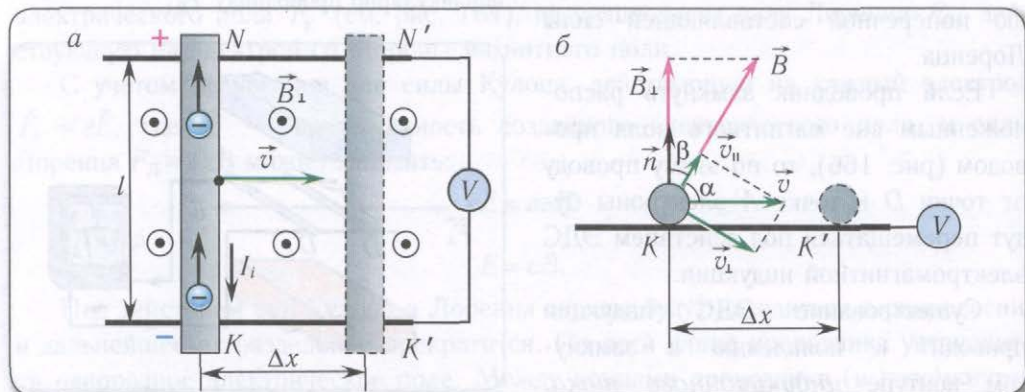


Рис. 168. Изменение магнитного потока при движении проводника: a — вид сверху; b — вид сбоку (\vec{n} — нормаль к поверхности контура)

При движении проводника вдоль линии индукции в нем не возникает ЭДС индукции, поэтому вклад в \mathcal{E}_i вносит только перпендикулярная составляющая скорости $v_{\perp} = v \sin \alpha$. Вследствие этого выражение для ЭДС индукции в общем виде представляется соотношением

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = Blv_{\perp} = Blv \sin \alpha.$$

Таким образом, в общем случае необходимо учитывать угол между направлением скорости движения проводника (скорости электронов) и вектором индукции магнитного поля (как это делалось для силы Лоренца).

Вернемся к рассмотрению ЭДС электромагнитной индукции, возникающей в проводнике, движущемся равномерно и прямолинейно в магнитном поле. Поскольку скорость определяется, как $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, то выражение для ЭДС можно представить в виде

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = Blv \sin \alpha = Bl \frac{\Delta x}{\Delta t} \sin \alpha.$$

Учитывая, что $l \Delta x = \Delta S$ — площадь прямоугольника $KNN'K'$, охватываемая проводником за промежуток времени Δt (см. рис. 168, а), можем записать:

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = Bl \frac{\Delta x}{\Delta t} \sin \alpha = \frac{B \Delta S}{\Delta t} \sin \alpha.$$

С учетом определения магнитного потока полученное выражение для ЭДС индукции можно представить в виде (см. рис. 168, б):

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = \frac{B \Delta S}{\Delta t} \sin \alpha = \frac{B \Delta S}{\Delta t} \sin(90^\circ - \beta) = \frac{B \Delta S}{\Delta t} \cos \beta = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Здесь $\Delta \Phi = B \Delta S \cos \beta$ — изменение магнитного потока через контур за промежуток времени Δt (число пересеченных проводником линий индукции магнитного поля).

Направление индукционного тока в контуре с перемещающимся проводником может быть установлено с помощью **правила правой руки** (рис. 169):

если ладонь правой руки расположить так, чтобы вектор индукции \vec{B} магнитного поля входил в ладонь, а отставленный на 90° большой палец совпадал с направлением скорости движения проводника, то четыре вытянутых пальца укажут направление индукционного тока.

Таким образом, явление электромагнитной индукции связано с изменением магнитного

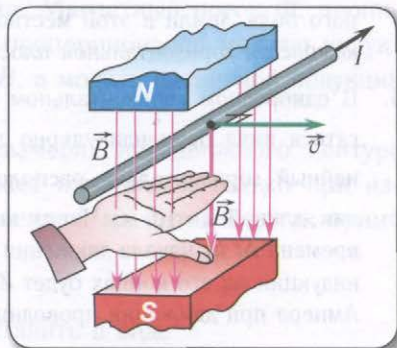


Рис. 169. Определение направления индукционного тока по правилу правой руки

потока через контур вне зависимости от характера причин, обуславливающих это изменение. ЭДС электромагнитной индукции прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока, т. е. изменению магнитного потока через контур в единицу времени.

Подчеркнем еще раз, что изменение магнитного потока через контур возникает при изменении:

- индукции \vec{B} магнитного поля;
- площади S контура;
- ориентации контура в магнитном поле (угла α).



1. В чем сущность явления электромагнитной индукции?
2. Какая сила является сторонней при возникновении индукционного тока в движущемся в магнитном поле проводнике?
3. От каких параметров зависит ЭДС индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле?
4. Запишите выражение для ЭДС индукции в проводнике, движущемся в однородном магнитном поле.
5. Как определяется направление индукционного тока в прямолинейном проводнике, движущемся в однородном магнитном поле?
6. В каком случае при движении проводника в магнитном поле возникает максимальная ЭДС индукции?

Упражнение 29

1. Стержень длиной $l = 22,0$ см движется со скоростью $v = 35,0 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ перпендикулярно однородному магнитному полю. При этом возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = 88,5$ мВ. Определите индукцию B магнитного поля.
2. Самолет, размах крыльев которого $l = 25$ м, летит горизонтально со скоростью $v = 800 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите ЭДС индукции \mathcal{E}_i на концах крыльев, если индукция магнитного поля Земли в этой местности $B = 50$ мкТл, а угол между направлением стрелки компаса и горизонтальной плоскостью (магнитное склонение) $\alpha = 60^\circ$.
3. В однородном горизонтальном магнитном поле индукцией $B = 10$ мТл начинает двигаться вниз перпендикулярно линиям индукции с ускорением $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ прямолинейный горизонтально расположенный проводник длиной $l = 1,5$ м. Через какой промежуток времени Δt от начала движения проводника ЭДС индукции на его концах будет $\mathcal{E}_i = 98$ мВ? Силой Ампера при движении проводника пренебречь.
4. Стержень длиной $l = 34$ см движется со скоростью $v = 2,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (рис. 170) и обладает пренебрежимо малым сопротивлением. Индукция од-

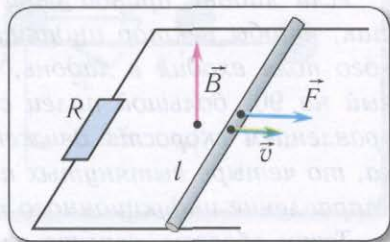


Рис. 170

нородного магнитного поля $B = 0,25$ Тл, а сопротивление U-образного проводника $R = 25$ Ом. Рассчитайте ЭДС индукции \mathcal{E}_i , возникающую в стержне, и силу тока I в цепи.

5. Покажите, что мощность P , необходимая для перемещения проводящего стержня длиной l по гладкому проводнику со скоростью v (см. рис. 170) в перпендикулярном плоскости проводника магнитном поле индукцией \vec{B} , может быть вычислена по формуле $P = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$, где R — полное сопротивление контура. Покажите, что эта мощность равна тепловой мощности, выделяющейся в контуре $P = I^2 R$.
6. Электромагнит создает между двумя квадратными полюсными наконечниками, площадь каждого из которых $S = 100$ см², однородное поле индукцией $B = 5,0$ Тл. С какой наименьшей скоростью v_{\min} и как надо перемещать между полюсами проводник, чтобы возбудить в нем ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = 10$ В?

§ 45. Явление самоиндукции.

Индуктивность



Масса — мера инертности тела. Основной закон динамики (второй закон Ньютона): $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$.

Согласно закону Фарадея явление электромагнитной индукции наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток, пронизывающий рассматриваемый контур. Важным частным случаем этого явления служит явление **самоиндукции**, когда изменяющийся магнитный поток через проводящий контур создается изменяющимся в нем током. Такой магнитный поток называется собственным магнитным потоком. ЭДС индукции согласно закону Фарадея пропорциональна скорости изменения магнитного потока. Магнитный поток Φ , пронизывающий проводящий контур, в свою очередь, пропорционален модулю индукции магнитного поля B внутри контура, т. е. $\Phi \sim B$, а модуль магнитной индукции пропорционален силе тока I в контуре, т. е. $B \sim I$.

Следовательно, при неизменных форме и размерах неподвижного контура собственный магнитный поток через контур может изменяться только при изменении силы тока в нем. Таким образом, собственный магнитный поток прямо пропорционален силе тока в контуре:

$$\Phi \sim I.$$

Эту зависимость математически можно представить в виде

$$\Phi = LI,$$

где L — коэффициент пропорциональности, который называют **индуктивностью** контура или его **коэффициентом самоиндукции**.

Индуктивность — скалярная физическая величина, численно равная собственному магнитному потоку, пронизывающему контур, при силе тока в контуре 1 А:

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

В СИ единицей индуктивности является *генри*: $1 \text{ Гн} = 1 \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

1 Гн — это индуктивность контура, магнитный поток через который равен 1 Вб при силе тока в контуре, равной 1 А.

Индуктивность контура зависит от его формы и размеров, а также от магнитных свойств окружающей среды и не зависит от силы тока в контуре.

✱ Так, индуктивность соленоида длиной l и площадью поперечного сечения S , содержащего N витков, в вакууме определяется по формуле $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$. ✱

Используя закон электромагнитной индукции для контура индуктивностью L , получаем выражение для **ЭДС самоиндукции**:

$$\mathcal{E}_s = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Отсюда следует, что индуктивность контура численно равна ЭДС самоиндукции, возникающей в нем при изменении силы тока на 1 А в течение 1 с. Это означает также, что катушка имеет индуктивность 1 Гн, если при изменении в ней силы тока на 1 А в течение 1 с в ней возникает ЭДС самоиндукции в 1 В:

$$1 \text{ Гн} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}}.$$

Таким образом, под **явлением самоиндукции** понимают возникновение в контуре ЭДС индукции, создаваемой вследствие изменения силы тока в самом контуре.

Рассмотрим этот процесс подробнее. При изменении (увеличении или уменьшении) силы тока в контуре изменяется и индукция собственного магнитного поля в пространстве, окружающем проводник. Это изменение магнитного поля вызывает возникновение вихревого электрического поля. Его энергетической характеристикой является появляющаяся в проводнике ЭДС самоиндукции, которая согласно правилу Ленца стремится противодействовать вызвавшей ее причине. Вследствие этого сила тока в проводнике не может мгновенно увеличиться или уменьшиться, т. е. электромагнитным процессам в электрических цепях присуще свойство инертности. Таким образом, индуктивность является мерой инертности электромагнитных процессов, происходящих в контуре по отношению к изменению тока.

✱ Свойство инертности впервые обсуждалось в механике при изучении законов Ньютона, где мерой инертности являлась масса тела. Напомним, что, благодаря наличию массы, скорость тела не может мгновенно увеличиться или уменьшиться.

Рассмотрим тело массой m , поступательно движущееся под действием силы \vec{F} . Согласно второму закону Ньютона $\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ для изменения скорости тела на $\Delta \vec{v} = \frac{\vec{F} \Delta t}{m}$ необходимо время Δt . Сравнивая модули силы и ЭДС самоиндукции, видим, что аналогом массы m является индуктивность L , аналогом модуля скорости v — сила тока I , аналогом модуля силы F — ЭДС \mathcal{E}_{si} . Таким образом, как для изменения скорости тела на некоторую величину $\Delta \vec{v}$ требуется конечный промежуток времени $\Delta t = m \frac{|\Delta \vec{v}|}{F}$, так и для изменения силы тока в контуре на ΔI требуется некоторый конечный промежуток времени $\Delta t = L |\Delta I| \frac{1}{\mathcal{E}_{si}}$. Из последнего соотношения видно, что промежуток времени тем больше, чем больше индуктивность контура. ✱

Явление самоиндукции можно наблюдать при замыкании и размыкании электрических цепей, содержащих элементы значительной индуктивности.

На рисунке 171 изображена схема электрической цепи, содержащей две одинаковые лампочки 1 и 2, подключенные параллельно к источнику тока. Первая лампочка подключена к источнику через резистор сопротивлением R , а вторая — через катушку с железным сердечником индуктивностью L , имеющую такое же сопротивление R .

При замыкании ключа К первая лампочка вспыхивает практически сразу, а вторая — с заметным опозданием. Причиной этой задержки является действие ЭДС самоиндукции, препятствующей нарастанию тока в цепи лампочки 2. Действительно, после замыкания ключа К сила тока в цепи лампочки 2 увеличивается, что приводит к увеличению магнитного потока через катушку. В соответствии с правилом Ленца в катушке при этом возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая нарастанию тока. График зависимости силы тока от времени в цепи лампочки 2 после замыкания цепи представлен на рисунке 172.

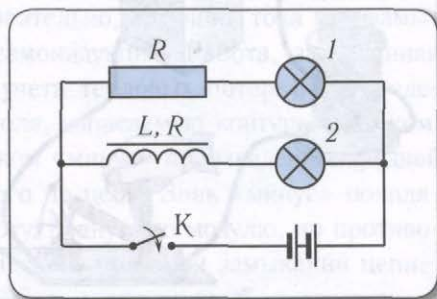


Рис. 171. Электрическая цепь для демонстрации явления самоиндукции

✱ ЭДС самоиндукции в катушке существует до тех пор, пока про-

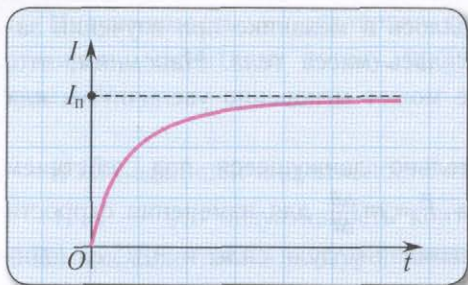


Рис. 172. Зависимость силы тока от времени в цепи с катушкой индуктивности

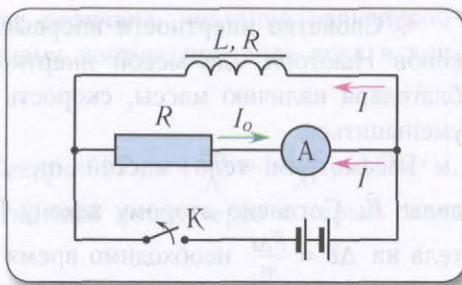


Рис. 173. Действие ЭДС самоиндукции при размыкании цепи

исходит увеличение силы тока. Как видно из графика на рисунке 172, скорость увеличения силы тока с течением времени замедляется. Это приводит к постепенному уменьшению ЭДС самоиндукции в цепи катушки вплоть до полного исчезновения в момент установления режима постоянного тока. *

Поскольку катушка индуктивности в цепи лампочки I отсутствует, то и сила тока нарастает в ней гораздо быстрее, в результате чего она и вспыхивает первой.

Проявление действия ЭДС самоиндукции при размыкании цепи можно наблюдать в цепи, изображенной на рисунке 173.

При размыкании ключа в катушке индуктивности L возникает ЭДС самоиндукции, поддерживающая первоначальный ток. В результате в этот момент через гальванометр идет ток обратного направления.

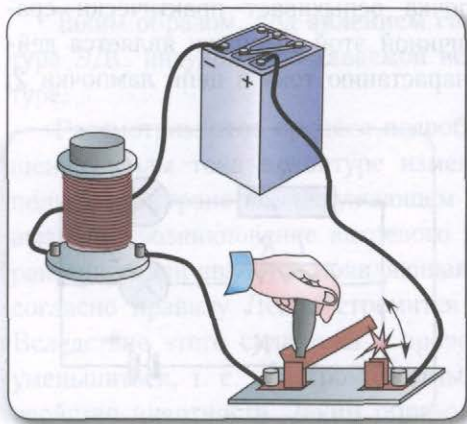


Рис. 174. Возникновение искры при размыкании цепи

Заметим, что при размыкании цепи изменение тока происходит более резко, чем при замыкании. Поэтому ЭДС самоиндукции, возникающая при размыкании цепи, гораздо больше, чем при замыкании. Более того, величина ЭДС самоиндукции при размыкании цепи может превысить ЭДС источника. Вследствие этого размыкание электрической цепи всегда сопровождается искрой, возникающей в месте разрыва цепи (рис. 174). Это обстоятельство является причиной перегорания некоторых электрических лампочек при их выключении.



1. Что понимают под явлением самоиндукции?
2. Что такое индуктивность контура?
3. В чем измеряется индуктивность?
4. От чего зависит индуктивность контура?
5. Запишите формулу, по которой определяется ЭДС самоиндукции.
6. Проведите аналогию между динамическими и электромагнитными величинами.
7. Почему лампочки иногда перегорают при выключении света?
- * 8. Постоянный магнит вдвигают в алюминиевое кольцо южным полюсом. Притягивается кольцо к магниту или отталкивается от него? Какое направление имеет индукционный ток в кольце со стороны магнита?

Упражнение 30

1. Определите индуктивность L проволочной рамки, если при силе тока $I = 3$ А пронизывающий ее магнитный поток $\Phi = 6$ Вб.
2. Определите ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_{si} в катушке индуктивностью $L = 2$ Гн при равномерном уменьшении силы тока от $I_1 = 3$ А до $I_2 = 1$ А за промежуток времени $\Delta t = 2$ с.
3. При размыкании электрической цепи сила тока в ней уменьшается от $I_0 = 10$ А до $I = 0$ А за промежуток времени $\Delta t = 1,0$ мс. Определите силу тока I самоиндукции в момент размыкания цепи, если индуктивность цепи $L = 2,0$ Гн, а ее сопротивление $R = 10$ Ом.
4. При равномерном увеличении силы тока от $I_0 = 0$ А до $I = 10$ А за промежуток времени $\Delta t = 0,10$ с в катушке возникла ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si} = 10$ В. Определите ее индуктивность L .

§ 46. Энергия магнитного поля

Сила тока в контуре (а значит, и связанное с ним магнитное поле) достигает своего постоянного значения не мгновенно, а в течение конечного промежутка времени после замыкания цепи. При этом в цепи возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая нарастанию силы тока. Следовательно, источник тока при замыкании цепи совершает работу против ЭДС самоиндукции. Работа, затраченная источником на создание тока в контуре (без учета тепловых потерь), и определяет, в конечном счете, энергию магнитного поля, запасаемую контуром с током. Рассматриваемая работа равна взятому со знаком «минус» произведению средней ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_{si} и заряда Δq , прошедшего по цепи. Знак «минус» появляется потому, что источник тока совершает работу, равную по модулю, но противоположную по знаку работе вихревого электрического поля при замыкании цепи.

Подчеркнем, что при нарастании тока ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_{si} изменяется с течением времени, поэтому для вычисления работы рассмотрим малые промежутки времени, в течение которых будем считать \mathcal{E}_{si} неизменной.

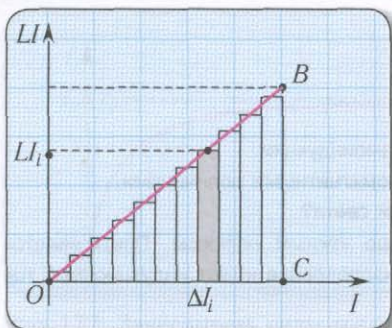


Рис. 175. Вычисление работы ЭДС самоиндукции

Величина ΔA соответствует площади закрашенного прямоугольника (рис. 175). Тогда всю работу можно вычислить, складывая площади подобных прямоугольников под графиком зависимости $L I(I)$. В результате при уменьшении интервала ΔI разбиений получится площадь прямоугольного треугольника OBC :

$$A = \frac{LI^2}{2}.$$

Следовательно, энергию магнитного поля контура с током можно определить по формулам (с учетом $\Phi = LI$):

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}.$$

✱ Энергию магнитного поля, заключенную в единице объема пространства, занятого полем, называют **объемной плотностью энергии магнитного поля** w_m :

$$w_m = \frac{W_m}{V}.$$

Если магнитное поле создано внутри соленоида длиной l и площадью поперечного сечения S , содержащего N витков, то с учетом выражений для индуктивности соленоида $L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l}$ и модуля вектора индукции магнитного поля внутри соленоида $B = \frac{\mu\mu_0 NI}{l}$ получаем

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} \left(\frac{Bl}{\mu\mu_0 N} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu\mu_0} Sl.$$

Здесь μ — магнитная проницаемость вещества внутри соленоида.

Так как $Sl = V$, то для вычисления плотности энергии магнитного поля получим выражение

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad \text{✱}$$



1. Почему для создания и поддержания тока в цепи должна быть совершена работа?
2. За счет какой энергии совершается работа по созданию тока в проводнике?
3. Запишите формулу для расчета энергии магнитного поля.

- ✱ 4. По какой формуле рассчитывается плотность энергии магнитного поля?
- ✱ 5. Почему при размыкании цепей большой индуктивности в розетке «проскакивает» искра?

Упражнение 31

1. При какой силе тока I энергия магнитного поля катушки индуктивностью $L = 1,0$ Гн будет $W = 1,0$ Дж?
2. Определите энергию W магнитного поля катушки, индуктивность которой $L = 0,10$ Гн при силе тока в ней $I = 1,6$ А.
3. Определите конечное значение силы тока I , протекающего через соленоид, если энергия магнитного поля соленоида возросла в $n = 8$ раз, а начальная сила тока $I_0 = 1,0$ А.
4. Определите ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_{si} в катушке, энергия магнитного поля которой за время $\Delta t = 0,20$ с возрастает в $n = 4$ раза. Индуктивность катушки $L = 1,0$ Гн, а начальная сила тока $I_0 = 4,0$ А.
5. Энергия магнитного поля соленоида $W_1 = 5,00$ Дж при силе тока в нем $I_1 = 1,00$ А. Определите энергию W_2 магнитного поля этого соленоида при силе тока $I_2 = 5,00$ А.

*§ 47. Магнитное поле Земли. Радиационные пояса Земли

Вопрос о происхождении магнитного поля Земли до сих пор остается открытым.

Магнитные свойства Земли и железных руд (магнитный железняк) были известны нашим предкам раньше электрических. В XIV в. появился магнитный компас, позволявший ориентироваться на поверхности планеты в любое время и при любой погоде. Действительно, если продолговатый кусочек магнитного железняка (магнитную стрелку) подвесить на нити или дать возможность плавать в воде, то он примет определенное положение относительно Земли: ориентируется в направлении север (С) — юг (Ю). Конец стрелки компаса, указывающий на север, называется *северным полюсом* (N), а указывающий на юг, — *южным* (S).

Еще в 1600 г. в книге английского естествоиспытателя Гильберта «О магните, магнитных телах и великом магните Земли» магнитное поле земного шара рассматривалось как поле стержнеобразного магнита. Многочисленные исследования подтвердили, что магнитное поле Земли действительно подобно полю прямого (стержневого) магнита гигантских размеров.

Южный полюс Земли как магнита расположен на севере Канады примерно в 1500 км от Северного географического полюса планеты (рис. 176). Северный по-

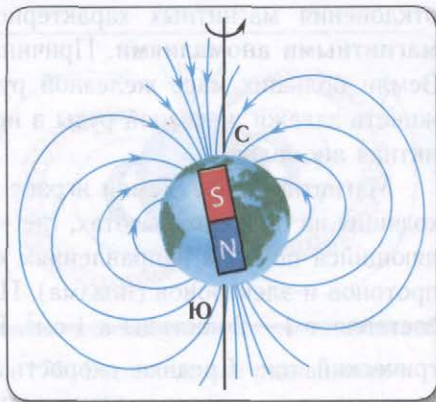


Рис. 176. Магнитное поле Земли

люс Земли как магнита находится на берегах Антарктиды примерно в 1500 км от Южного (Ю) географического полюса (см. рис. 176). Магнитные полюса лежат не на поверхности Земли, а под ней. Ось, соединяющая магнитные полюса (S—N), наклонена к оси вращения Земли, соединяющей географические полюса (C—Ю), и не проходит через центр Земли.



Угол между географическим меридианом и направлением стрелки компаса называется **склонением**. Это обстоятельство требует введения некоторой поправки (магнитного склонения) при практическом использовании магнитного компаса. Угол между направлением стрелки и горизонтальной плоскостью называли **наклонением**.

Для описания магнитного поля Земли применялась модель магнитного диполя (см. рис. 176), форма поля которого примерно такая же, как у стержнеобразного магнита. Ось диполя расположена так, что пересекает поверхность Земли в точках, называемых магнитными полюсами.

На полюсах модуль индукции магнитного поля почти вдвое больше, чем на магнитном экваторе ($B_{\text{пол}} = 0,7 \cdot 10^{-4}$ Тл, $B_{\text{экв}} = 0,4 \cdot 10^{-4}$ Тл). Таким образом, при оценках магнитного поля Земли можно использовать среднее значение $B = 0,5 \cdot 10^{-4}$ Тл. Отметим, что для Курской магнитной аномалии $B \sim 2,5 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Характеристики земного магнетизма изменяются с течением времени весьма медленно. Они называются *вековыми*. Однако время от времени происходят **магнитные бури**, когда в течение нескольких часов магнитное поле Земли сильно искажается, а затем постепенно возвращается к обычным значениям. Резкое изменение магнитного поля Земли может влиять на самочувствие людей, поэтому информация о магнитных бурях публикуется заранее.

На земном шаре встречаются местности, в которых наблюдаются сильные отклонения магнитных характеристик от средних значений. Они называются **магнитными аномалиями**. Причина их появления — наличие под поверхностью Земли больших масс железной руды. Магнитные аномалии позволяют обнаруживать залежи железной руды в недрах. Примером может служить Курская магнитная аномалия.


Магнитное поле Земли играет важную роль в физических процессах, происходящих на больших высотах, где «дует» **солнечный ветер** — поток «газа», удаляющийся по всем направлениям от Солнца. Этот «газ» состоит в основном из протонов и электронов (плазма). Плотность плазмы в окрестности орбиты Земли составляет 1—2 частицы в 1 см^3 . В таком состоянии она хорошо проводит электрический ток. Средняя скорость солнечного ветра около $450 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Солнечный ветер не достигает поверхности Земли, так как этому препятствует магнитное поле, тормозящее и отклоняющее движущийся поток заряженных частиц.

Поток частиц обтекает Землю в области, называемой **магнитосферой**, где сосредоточено ее магнитное поле. В ней индукция геомагнитного поля существенно превышает индукцию межпланетного магнитного поля (рис. 177).

Магнитосфера играет роль щита, прикрывающего Землю от частиц, проникающих из космоса. В плоскости магнитного экватора поток частиц тормозится далеко от поверхности Земли на расстоянии $8-9R$ (R — радиус Земли). Вблизи магнитных полюсов вследствие особенности конфигурации линий индукции магнитного поля потоки частиц подходят гораздо ближе к поверхности Земли и вызывают сильные возмущения в ионосфере Земли.

Исследования с помощью космических аппаратов показали, что на больших расстояниях от Земли ее магнитное поле имеет очень сложную структуру, определяемую взаимодействием поля Земли с солнечным ветром. С дневной стороны магнитосфера оказывается сжатой до $8-14R$. На ночной стороне образуется вытянутый хвост диаметром около $40R$ и длиной более $900R$ (см. рис. 177). Начиная с расстояния примерно $8R$ этот хвост разделен на части плоским нейтральным слоем, в котором индукция поля близка к нулю.

Таким образом, магнитосфера является своеобразным резервуаром заряженных частиц. Геомагнитное поле захватывает и удерживает огромное количество протонов и электронов.

 Общая масса захваченных геомагнитным полем частиц, по различным оценкам, составляет от 1 кг до 10 кг.

Измерения со спутников показали, что Земля окружена так называемым **радиационным поясом**, состоящим из захваченных частиц солнечного ветра. Пояс охватывает Землю со всех сторон, кроме приполярных областей (рис. 178). Его условно разделяют на два — внутренний (A) и внешний (B). Нижняя граница

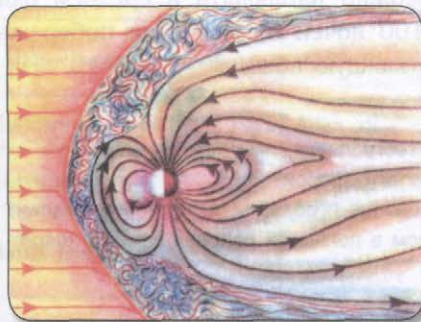


Рис. 177. Траектории заряженных частиц солнечного ветра и линии индукции магнитного поля в магнитосфере Земли

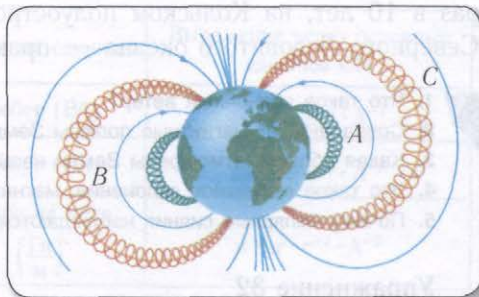


Рис. 178. Расположение радиационных поясов Земли

внутреннего пояса находится на высоте около 500 км, его толщина — несколько тысяч километров. Внешний пояс находится на высоте 10—15 тыс. км.

Вследствие особой конфигурации линий индукции магнитное поле Земли создает для заряженных частиц магнитную ловушку, в которой они могут долго находиться. Частицы под действием силы Лоренца совершают сложные периодические движения из Северного полушария в Южное и обратно (С), одновременно медленно перемещаясь вокруг Земли по азимуту. В зависимости от энергии частицы совершают полный оборот вокруг Земли за время от нескольких минут до суток.

При мощных солнечных вспышках магнитосфера начинает деформироваться. Все магнитное поле Земли «сотрясается» — возникает магнитная буря.

Частицы, находящиеся в радиационном поясе, иногда попадают в верхние слои атмосферы, где сталкиваются с частицами газа и отдают им свою энергию. При этом возникают удивительные по красоте **полярные сияния**.

Полярные сияния — это свечение верхних разреженных слоев атмосферы на высотах от 100 км до 1000 км под действием потока быстро движущихся протонов и электронов, образующих солнечный ветер. Скорость частиц вблизи Земли может достигать $400 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Столкновения протонов и электронов с атомами кислорода и молекулами азота вызывают яркое видимое свечение. Атомы кислорода дают излучение в зеленой и красной областях, а молекулы азота — в фиолетовой. Сочетание этих цветов придает полярным сияниям красивую, часто меняющуюся окраску.

Полярные сияния происходят непрерывно, однако их интенсивность обычно недостаточна для наблюдения. Их можно увидеть не только на севере, но по мере приближения к полюсу частота полярных сияний резко увеличивается. На побережье Черного моря полярные сияния можно наблюдать в среднем один раз в 10 лет, на Кольском полуострове — 100 ночей в году, а на побережье Северного Ледовитого океана — практически каждую ночь.



1. Что такое солнечный ветер?
2. Совпадают ли магнитные полюсы Земли с ее географическими полюсами?
3. Какая область атмосферы Земли называется магнитосферой?
4. Что такое магнитное склонение, магнитное наклонение и область магнитной аномалии?
5. Почему полярные сияния наблюдаются в основном в полярных районах земного шара?

Упражнение 32

1. Найдите модуль силы F_1 , действующей на самолет со стороны магнитного поля Земли ($B = 5,0 \cdot 10^{-5}$ Тл), который приобрел электрический заряд $q = 180$ Кл и летит перпендикулярно линиям индукции магнитного поля со скоростью $v = 280 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2. Электрон, движущийся со скоростью $v = 3,0 \cdot 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$, влетает в магнитное поле Земли перпендикулярно его линиям индукции. На какое расстояние d отклонится электрон от исходного направления под действием магнитного поля Земли, пролетев расстояние $l = 1,0 \text{ м}$?

Основные формулы в главе 7

Магнитный поток:

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

Закон электромагнитной индукции:

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

* ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = Blv \sin \alpha. *$$

Собственный магнитный поток:

$$\Phi = LI.$$

ЭДС самоиндукции:

$$\langle \mathcal{E}_s \rangle = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Энергия магнитного поля:

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}.$$

Единицы измерения электромагнитных величин

Наименование величины	Обозначение	Название единицы	Выражение через основные единицы СИ
Магнитный поток	Φ	Вебер (Вб)	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Индуктивность	L	Генри (Гн)	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Магнитная постоянная	μ_0	Генри на метр $\left(\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right)$	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$

Колебания и волны

* Глава 8. Колебательное движение

§ 48. Основные характеристики колебательного движения



При движении материальной точки по окружности радиусом R с постоянной по модулю линейной скоростью v угол поворота φ ее радиус-вектора изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t$, где ω — угловая скорость. Такое движение характеризуется центростремительным (нормальным) ускорением, которое вычисляется по формуле $a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$.

Положение системы, при котором равнодействующая всех сил, приложенных к системе, равна нулю, называется положением равновесия.

Равновесие механической системы устойчиво, если при малом отклонении от положения равновесия система под действием внутренних сил возвращается в исходное положение.

Колебательным движением (колебаниями) называют всякий процесс, который обладает свойством повторяемости во времени. **Периодическим** называется движение, при котором физические величины, характеризующие колебательную систему, через равные промежутки времени принимают одни и те же значения. Периодическое движение называется колебательным, если тело (МТ) перемещается вблизи устойчивого положения равновесия, отклоняясь то в одну, то в другую сторону. При этом через любую точку траектории, за исключением крайних, тело проходит как в прямом, так и в обратном направлении. Следовательно, отличительным признаком колебательного движения является его *возвратность*.

Например, механическим колебательным движением является движение небольшого тела, подвешенного на нити, груза на пружине, поршня в цилиндре двигателя автомобиля. Колебания могут быть не только механическими, но и электромагнитными (периодические изменения напряжения и силы тока в цепи), термодинамическими (колебания температуры днем и ночью).

Таким образом, колебания — это особая форма движения. Ее особенностью является то, что разнородные по своей природе физические процессы, например механические и электромагнитные, описываются одинаковыми зависимостями физических величин от времени.

Для существования механических колебаний необходимо:

наличие силы, стремящейся вернуть тело в положение равновесия при малом смещении из этого положения;

достаточно малое трение в системе, поскольку, в противном случае, колебания быстро затухнут или вообще не возникнут.

Рассмотрим простейшую модель колебательного движения. Небольшое тело, рассматриваемое как материальная точка (точка M), движется по окружности радиусом R с постоянной по модулю скоростью v_0 (рис. 179) против хода часовой стрелки. Выберем ось Ox , как показано на рисунке. Если в начальный момент времени $t_0 = 0$ тело находилось в точке M_1 , а через промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ — в точке M , то проекция радиус-вектора которой на ось Ox (точка B) будет равна x . Точка B при движении тела по окружности совершает колебательное движение вдоль оси Ox , и ее координата x является координатой колеблющегося тела.

В соответствии с принципом независимости движений можно сказать, что проекция линейной скорости \vec{v}_0 тела на ось Ox дает проекцию скорости v_x перемещения точки B , а проекция центростремительного ускорения \vec{a}_0 тела на ось Ox — проекцию ускорения a_x точки B .

Радиус-вектор точки M за время Δt повернулся на угол φ , называемый **фазовым углом** или просто **фазой**.

Из рисунка 179 видно, что $x = R \cos \varphi$, $v_x = -v_0 \sin \varphi$, $a_x = -a_0 \cos \varphi$.

Если ω — угловая скорость движения тела по окружности, то при $t_0 = 0$

$$\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T}, \quad v_0 = \omega R = \frac{2\pi}{T} R = \omega x_{\max},$$

$$a_0 = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} = \omega^2 x_{\max} = \omega v_0,$$

где T — период движения тела по окружности.

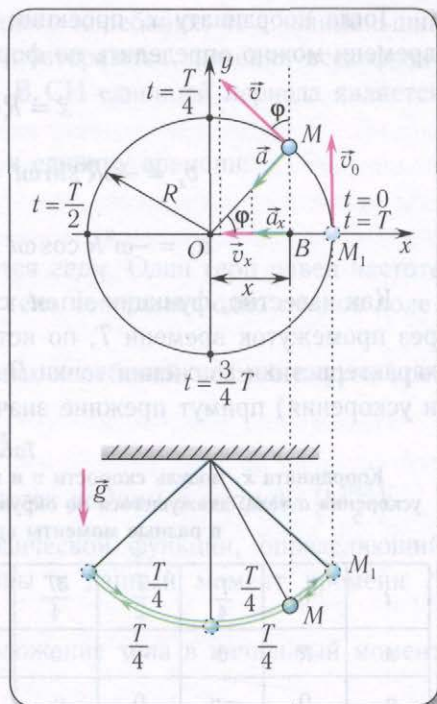


Рис. 179. Движение тела по окружности как простейшая модель колебательного движения

Тогда координату x , проекции скорости v_x и ускорения a_x в любой момент времени можно определить по формулам:

$$x = R \cos \omega t = R \cos \frac{2\pi}{T} t,$$

$$v_x = -\omega R \sin \omega t = -\frac{2\pi}{T} R \sin \frac{2\pi}{T} t = -v_0 \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

$$a_x = -\omega^2 R \cos \omega t = -\frac{4\pi^2}{T^2} R \cos \frac{2\pi}{T} t = -a_0 \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

Как известно, функции $\sin \omega t$, $\cos \omega t$ — периодические. Это означает, что через промежуток времени T , по истечении которого угол φ изменится на 2π , все характеристики движения точки B вдоль оси Ox (координата, проекции скорости и ускорения) примут прежние значения (см. таблицу 3). Точка B в течение этого промежутка времени дважды проходит через точку O (центр окружности), двигаясь в противоположных направлениях оси Ox (см. рис. 179). Как отмечалось выше, возвратность — основной признак колебательного движения.

Таблица 3

Координата x , модуль скорости v и модуль ускорения a тела, движущегося по окружности, в разные моменты времени

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
x	R	0	$-R$	0	R
v_x	0	$-v_0$	0	v_0	0
a_x	$-a_0$	0	a_0	0	0

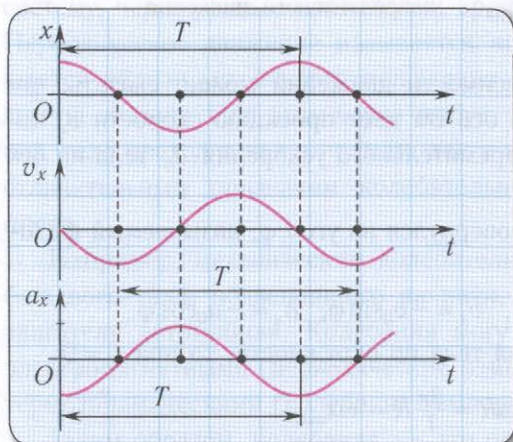


Рис. 180. Зависимость координаты, проекции скорости и проекции ускорения от времени при колебательном движении

Зависимость координаты x , проекции скорости v_x и проекции ускорения a_x от времени показана на рисунке 180.

Пуст t — время, отсчитываемое от момента начала колебаний. Наиболее важными величинами, характеризующими механические колебания, являются:

$x(t)$ — координата тела (смещение тела из положения равновесия) в момент времени t :

$x(t) = f(t)$, $f(t) = f(t + T)$, где $f(t)$ — заданная периодическая функция времени t , T — период этой функции;

A ($A > 0$) — амплитуда — максимальное смещение x_{\max} тела или системы тел из положения равновесия;

T — **период** — длительность одного полного колебания, т. е. наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения всех физических величин, характеризующих колебание. В СИ единицей периода является **секунда** (1 с);

ν — **частота** — число полных колебаний в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

В СИ единицей частоты колебаний является **герц**. Один герц равен частоте колебаний тела, при которой за одну секунду тело совершает одно полное колебание ($1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$);

ω — **циклическая частота** — число полных колебаний за промежуток времени Δt , равный 2π секунд:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

В СИ единицей циклической частоты является **радиан в секунду** ($1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$);

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ — **фаза** — аргумент периодической функции, определяющий значение изменяющейся физической величины в данный момент времени t . Единицей фазы является **радиан** (1 рад);

φ_0 — **начальная фаза**, определяющая положение тела в начальный момент времени ($t_0 = 0$).

Колебания, при которых зависимость координаты (смещения) тела от времени описывается формулами

$$x(t) = x_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или } x(t) = x_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

называются **гармоническими**.

Зависимость координаты от времени $x(t)$ называется кинематическим **законом гармонических колебаний (законом движения)**, поскольку позволяет определить положение тела, его скорость, ускорение в произвольный момент времени. Систему (тело), которая совершает гармонические колебания, называют **гармонической колебательной системой** или одномерным **гармоническим осциллятором**.

Обратим внимание на то, что координата $x(t)$ ($x = R \cos \omega t$) и проекция ускорения $a_x(t)$ ($a_x = -\omega^2 R \cos \omega t$) точки B (см. рис. 180) в любой момент времени связаны соотношением $a_x(t) = -\omega^2 x(t)$. Это соотношение позволяет сделать вывод, что при гармонических колебаниях **проекция ускорения точки прямо пропорциональна ее смещению из положения равновесия и противоположна ему по знаку**.

Данное соотношение, записанное в виде

$$a_x(t) + \omega^2 x(t) = 0,$$

представляет собой **уравнение гармонических колебаний** (гармонического осциллятора).

Так как ускорение всегда обусловлено действием силы, то $F_x = ma_x = -m\omega^2 x$, т. е. $F_x \sim x$. При гармонических колебаниях модуль силы, возвращающей тело в положение равновесия ($x=0$), пропорционален ее координате ($F_x = -kx$), причем знак «минус» отражает «возвратный» характер возникающей силы. Как уже отмечалось, появление возвращающей силы при отклонении тела от положения равновесия является необходимым условием возникновения колебаний.



При достаточно малой амплитуде колебаний любой колебательный процесс можно приближенно считать гармоническим.

Положению равновесия соответствует точка $x=0$, так как при этом сила, действующая на тело, равна нулю ($\vec{F} = \vec{0}$).

Таким образом, колебания материальной точки являются **гармоническими**, если они происходят под действием возвращающей силы, модуль которой прямо пропорционален смещению точки из положения равновесия и направлен к положению равновесия колеблющегося тела.

Уравнение гармонических колебаний можно получить и с помощью законов динамики, анализируя силы, действующие на систему. Подобное (динамическое) описание не содержит никаких сведений ни об амплитуде, ни о начальной фазе. Его необходимо дополнять начальными условиями, а именно: задавать положение тела и его скорость в начальный момент времени.

Заметим, что гармонические колебания вдоль оси Oy будет совершать и координата y тела, вращающегося по окружности с постоянной по модулю скоростью (см. рис. 179).

Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью можно рассматривать как два гармонических колебательных движения, совершаемых в двух взаимно перпендикулярных направлениях.



1. Какое движение называют колебательным?
2. Какие колебания называют свободными?
3. Какое уравнение описывает гармонические колебания?
4. Что такое закон движения? Запишите закон движения при гармонических колебаниях.
5. Что называют амплитудой колебаний? Периодом? Частотой?
6. Как связаны между собой частота ν с циклической частотой ω ?
7. Что называется фазой гармонического колебания? Начальной фазой гармонического колебания?
8. В чем сходство вращательного и колебательного движений, а в чем их различие?
9. Могут ли в какой-то момент совпасть направления смещения и скорости гармонического осциллятора?

Упражнение 33

1. Амплитуда колебаний материальной точки $A = 1,0$ см, частота $\nu = 0,50$ Гц. Запишите закон движения $x(t)$ и постройте график зависимости координаты точки от времени. Найдите фазу ϕ и координату x точки через промежуток времени $\Delta t = 2,5$ с. Считать, что в начальный момент времени $t_0 = 0$ начальная фаза $\phi_0 = 0$.
2. Материальная точка за промежуток времени $\Delta t = 1,0$ мин совершила $N = 180$ колебаний. Определите период T , частоту ν и циклическую частоту ω колебаний.
3. Амплитуда колебаний материальной точки $A = 5,0$ см, период колебаний — $T = 3,0$ с. Определите наибольшие значения скорости v_{\max} и ускорения a_{\max} колеблющейся точки.
4. Материальная точка совершает колебания по закону $x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0)$. В некоторый момент времени t_1 фаза колебаний $\phi = 0,20\pi$. Определите координату $x(t_1)$ материальной точки в данный момент времени, если за период точка проходит путь $l = 40$ см.
5. Запишите закон движения $x(t)$ точки, если за промежуток времени $\Delta t = 1,0$ мин она совершает $N = 120$ колебаний с амплитудой $A = 10$ см. В начальный момент времени $t_0 = 0$ точка двигалась в направлении оси Ox и ее координата $x(0) = 5,0$ см.

§ 49. Пружинный и математический маятники



Второй закон Ньютона (основной закон динамики): ускорение, приобретаемое материальной точкой, прямо пропорционально равнодействующей всех сил, действующих на нее, и обратно пропорционально массе материальной точки:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}{m}.$$

Закон Гука: модуль силы упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей в теле при упругих деформациях, прямо пропорционален его абсолютному удлинению (сжатию) Δl :

$$F_{\text{упр}} = k |l - l_0| = k |\Delta l|,$$

где k — жесткость тела, l_0 — длина недеформированного тела, l — длина деформированного тела.

Простейшая колебательная система может быть получена с использованием груза и пружины.

Прикрепим груз массой m , лежащий на гладкой горизонтальной поверхности, к невесомой упругой пружине жесткостью k , второй конец которой зафиксирован (рис. 181). Такая система называется **пружинным маятником**.

Запишем второй закон Ньютона для этой системы

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}.$$

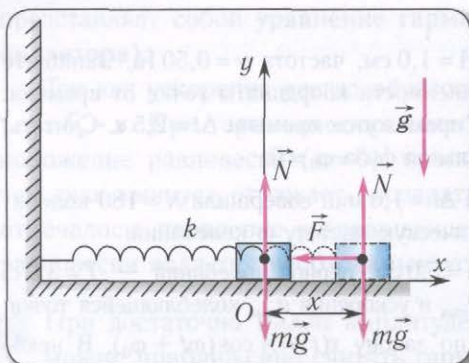


Рис. 181. Пружинный маятник

В проекции на ось Ox с учетом закона Гука получаем

$$ma_x = -kx,$$

или

$$ma_x + kx = 0.$$

Запишем это уравнение в форме, аналогичной уравнению движения гармонического осциллятора:

$$a + \frac{k}{m}x = 0.$$

Сравнивая полученное выражение с уравнением гармонических колебаний

$$a_x(t) + \omega^2 x(t) = 0,$$

находим циклическую частоту колебаний пружинного маятника

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Тогда период колебаний пружинного маятника можно найти по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Свойство независимости периода колебаний маятника от амплитуды, открытое Галилеем, называется **изохронностью** (от греческих слов *ισος* — *равный* и *χρονος* — *время*).

Как видим, пружинный маятник обладает свойством изохронности, поскольку период его колебаний не зависит от амплитуды.

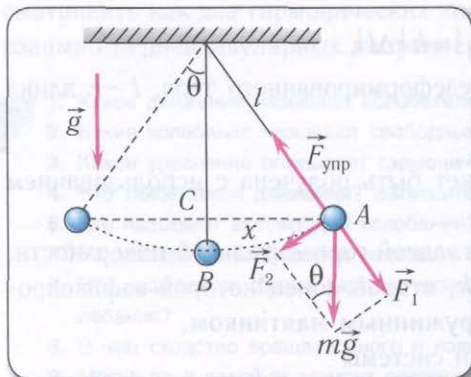


Рис. 182. Математический маятник

Одной из наиболее распространенных колебательных систем является **математический маятник**.

Математическим маятником называется материальная точка массой m , подвешенная на невесомой нерастяжимой нити длиной l в поле каких-либо сил, например силы тяжести Земли (рис. 182).

Галилео Галилей экспериментально установил, что период колебаний математического маятника в поле силы тяжести не зависит от его массы и ампли-

туды колебаний (угла начального отклонения). Он установил также, что период колебаний прямо пропорционален \sqrt{l} .

Период малых колебаний математического маятника в поле силы тяжести Земли определяется по **формуле Гюйгенса**:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$



При углах отклонения математического маятника $\alpha \leq 20^\circ$ погрешность формулы Гюйгенса не превышает 1 %.

Отклонение маятника от положения равновесия будем характеризовать углом θ , который нить образует с вертикалью.

Из второго закона Ньютона следует (см. рис. 182):

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} = m\vec{a}.$$

Смещение маятника вдоль дуги $x = l\theta$, где угол θ выражен в радианах. Возвращающей силой в данном случае является проекция на касательную к дуге силы тяжести F_x (см. рис. 182), которая определяется по формуле

$$F_x = -mg \sin \theta.$$

Заметим, что при малых углах θ длина дуги $AB = x = l\theta$ очень мало отличается от длины хорды $AC = l \sin \theta$, так как при малых θ — $\sin \theta \approx \theta$ и $AC = l \sin \theta \approx l\theta$. Для небольших углов (до 10°) значения θ и $\sin \theta$ различаются меньше чем на 1 %. Поэтому для таких углов равенство

$$F_x = -mg \sin \theta \approx -mg\theta$$

является очень хорошим приближением.

Используя полученное соотношение между координатой x и углом θ , находим $\theta = \frac{x}{l}$. Подставляем его в выражение для проекции силы:

$$F_x \approx -\left(\frac{mg}{l}\right)x.$$

Таким образом, уравнение движения маятника запишется в виде

$$ma_x = -\frac{mg}{l}x \Rightarrow a_x + \frac{g}{l}x = 0.$$

Поскольку полученное уравнение совпадает с уравнением гармонических колебаний $a_x(t) + \omega^2 x(t) = 0$, то можно сделать вывод, что при малых отклонениях маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Как видно из этой формулы, циклическая частота не зависит от массы маятника и амплитуды его колебаний, а определяется только его длиной и ускорением свободного падения.

В общем случае, когда маятник находится в однородных полях нескольких сил, для определения периода колебаний следует ввести «эффективное ускорение» \bar{g}^* , характеризующее результирующее действие этих полей, и период колебаний маятника будет определяться по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g^*}}.$$



1. Какой маятник называют пружинным?
2. По какой формуле определяется собственная частота колебаний пружинного маятника? Период его колебаний?
3. Запишите закон движения пружинного маятника.
4. Как изменится характер колебаний шарика, закрепленного на пружине, если система перейдет в состояние невесомости?
5. Изменится ли период колебаний пружинного маятника, если его «перенести» с Земли на Луну?
6. Какой маятник называют математическим?
7. Запишите закон движения математического маятника.
8. Как направлена равнодействующая сил, приложенных к маятнику, в моменты, когда он находится в крайних положениях? Проходит через положение равновесия?
9. По какой формуле определяется период колебаний математического маятника?
10. Какое свойство маятника называется изохронностью?
11. Каким образом с помощью математического маятника можно определить ускорение силы тяжести в данном месте?
12. Какую длину должен иметь математический маятник на поверхности Земли, чтобы период его колебаний был равен 1 с?
13. Влияет ли изменение температуры на точность хода маятниковых часов?

Упражнение 34

1. Определите период T и частоту ν колебаний груза массой $m = 100$ г, подвешенного на пружине жесткостью $k = 0,050 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.
2. Два тела с одинаковыми массами подвешены к двум одинаковым пружинам. Тела смещают вниз: одно на $x_1 = 10$ см, другое на $x_2 = 20$ см — и затем одновременно отпускают. Какое из них первым пройдет положение равновесия?
3. На пружине с частотой $\nu = 0,620$ Гц колеблется груз массой m . Когда к нему прикрепili дополнительный груз массой $\Delta m = 700$ г, частота колебаний стала $\nu_1 = 0,480$ Гц. Найдите начальную массу m груза.
4. Ваши маятниковые часы спешат. Как надо изменить длину подвеса, чтобы они шли точно?
5. Период колебаний математического маятника на поверхности Земли $T = 0,60$ с. Каким будет его период T_1 колебаний на Марсе, где ускорение свободного падения $a = 0,37g$?

6. Один из двух математических маятников совершил за некоторое время $N_1 = 10$ колебаний, второй за то же время — $N_2 = 8$ колебаний. Разность длин маятников $\Delta l = 20$ см. Определите длину l_2 второго маятника.
7. Две пружины жесткостями k_1 и k_2 соединены один раз последовательно, другой раз — параллельно. Во сколько раз n будут отличаться периоды колебаний груза на таких пружинах?

§ 50. Превращения энергии при колебательном движении

Механическая энергия системы равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий. Кинетической энергией тело обладает вследствие своего движения, а потенциальная энергия определяется взаимодействием тела с другими телами или полями. Механическая энергия замкнутой системы, в которой не действуют силы трения (сопротивления), сохраняется.

Поскольку при одномерных колебаниях гармонического осциллятора силу трения не учитывают, то его механическая энергия сохраняется.

Рассмотрим превращения энергии при колебаниях математического маятника. Выберем систему отсчета таким образом, чтобы в положении равновесия его потенциальная энергия была равна нулю.

При отклонении маятника на угол α (рис. 183), соответствующий максимальному смещению от положения равновесия, потенциальная энергия максимальна, а кинетическая энергия равна нулю:

$$(W_{\text{п}})_{\text{max}} = mgh_{\text{max}}, \quad W_{\text{к}} = 0.$$

Поскольку в положении равновесия его потенциальная энергия равна нулю, то кинетическая энергия (а следовательно, и скорость) будет максимальна:

$$(W_{\text{к}})_{\text{max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \quad W_{\text{п}} = 0.$$

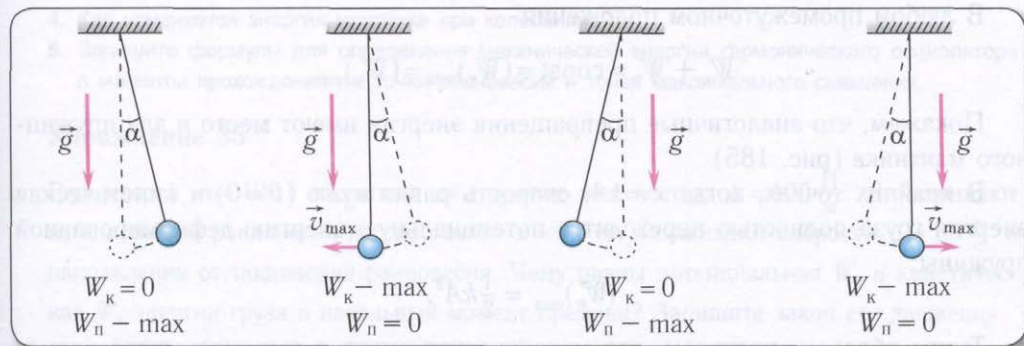
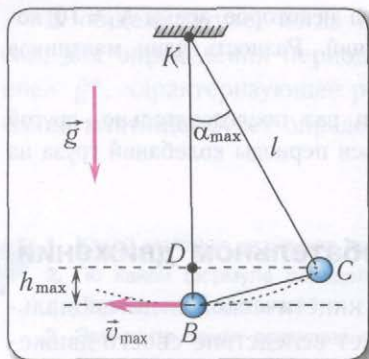


Рис. 183. Превращения энергии при колебаниях математического маятника

Рис. 184. Определение v_{\max} и h_{\max}

Из закона сохранения механической энергии следует (рис. 184), что

$$(W_k)_B = (W_n)_C \Rightarrow \frac{mv_{\max}^2}{2} = mgh_{\max}. \quad (1)$$

Отсюда найдем максимальную скорость маятника:

$$v_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}}. \quad (2)$$

Высоту h_{\max} можно выразить через длину маятника l и амплитуду колебаний A . Если колебания малы, то $A \approx l\alpha_{\max}$. Из треугольника KCD на рисунке 184 находим

$$h_{\max} = l - l \cos \alpha_{\max} = l(1 - \cos \alpha_{\max}) = l \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha_{\max}}{2} \approx 2l \left(\frac{\alpha_{\max}}{2} \right)^2 = \frac{l\alpha_{\max}^2}{2}.$$

Отсюда имеем

$$h_{\max} = \frac{l\alpha_{\max}^2}{2} = \frac{(l\alpha_{\max})^2}{2l} = \frac{A^2}{2l}.$$

Подставив выражение для h_{\max} в формулу (2), получим

$$v_{\max} = A \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Подставляя выражения для v_{\max} и h_{\max} в соотношение (1), находим

$$(W_k)_{\max} = (W_n)_{\max} = m \frac{g}{2l} A^2.$$

Таким образом, в положении равновесия потенциальная энергия полностью переходит в кинетическую, а в положениях максимального отклонения кинетическая энергия полностью переходит в потенциальную.

В любом промежуточном положении

$$W_k + W_n = \text{const} = (W_k)_{\max} = (W_n)_{\max}.$$

Покажем, что аналогичные превращения энергии имеют место и для пружинного маятника (рис. 185).

В крайних точках, когда $x = \pm A$, скорость равна нулю ($v = 0$) и кинетическая энергия груза полностью переходит в потенциальную энергию деформированной пружины:

$$(W_n)_{\max} = \frac{1}{2} k A^2.$$

Таким образом, получаем, что механическая энергия гармонического осциллятора пропорциональна квадрату амплитуды колебаний.

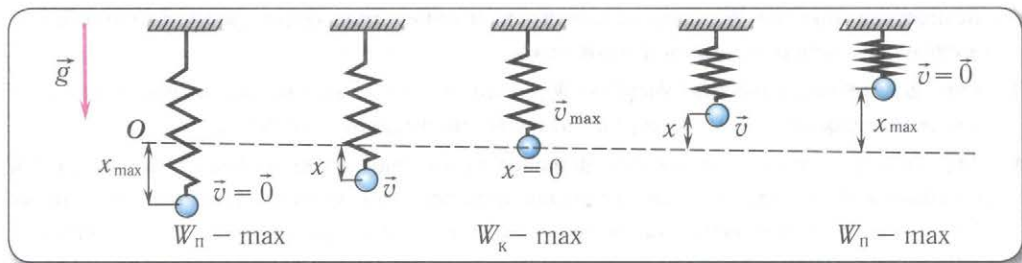


Рис. 185. Превращения энергии при колебаниях пружинного маятника

В положении равновесия, когда $x = 0$, вся энергия осциллятора переходит в кинетическую энергию груза:

$$(W_k)_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2,$$

где v_{\max} — максимальная скорость при колебаниях.

В промежуточных точках полная энергия равна

$$W_{\text{мех}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = (W_n)_{\max} = (W_k)_{\max}.$$

Отсюда можно вывести выражение для проекции скорости v_x груза в точке с координатой x :

$$v_x = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}.$$

Так как максимальная скорость $v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}}$, то $v_x = \pm v_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$.



1. Какой энергией обладает математический маятник при прохождении положения равновесия?
2. Какой энергией обладает пружинный маятник при наибольшем смещении от положения равновесия?
3. Чем отличаются потенциальные энергии математического и пружинного маятников?
4. Как изменяется энергия маятника при колебаниях?
5. Запишите формулы для определения механической энергии гармонического осциллятора в моменты прохождения им точки равновесия и точек максимального смещения.

Упражнение 35

1. Груз массой $m = 100$ г закреплен на пружине жесткостью $k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Его смещают из положения равновесия на расстояние $x = 5,0$ см и сообщают скорость $v = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в направлении от положения равновесия. Чему равны потенциальная W_n и кинетическая W_k энергии груза в начальный момент времени? Запишите закон его движения.
2. Пружинный маятник, находящийся на гладкой горизонтальной поверхности, вывели из положения равновесия и без толчкапустили. Через какую часть τ периода ки-

нетическая энергия W_k прикрепленного к пружине тела будет равна потенциальной энергии W_n деформированной пружины?

3. Определите механическую энергию $W_{\text{мех}}$ гармонических колебаний материальной точки, если известны ее масса m , частота ν и амплитуда A колебаний.
4. Материальная точка массой m совершает гармонические колебания с периодом T и начальной фазой $\varphi_0 = 0$. Максимальная кинетическая энергия колеблющейся точки $(W_k)_{\text{max}}$. Определите амплитуду A колебаний, максимальную скорость v_{max} материальной точки и запишите закон ее движения.
5. Пуля массой $m = 10$ г, движущаяся со скоростью $v = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, попала в подвешенный на невесомой нити деревянный шар массой $M = 1,0$ кг и застряла в нем. При этом нить отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 20^\circ$. Определите период T колебаний шара.

§ 51. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс

Как Вам уже известно, механическая энергия одномерного гармонического осциллятора пропорциональна квадрату амплитуды его колебаний. В любой реальной системе всегда присутствуют силы трения (сопротивления), поэтому механическая энергия системы с течением времени уменьшается, переходя во внутреннюю энергию. Вместе с тем убыль полной энергии означает и уменьшение амплитуды колебаний.

Колебания, происходящие с постоянной во времени амплитудой, называются **незатухающими колебаниями**.

Примерами таких колебаний служат колебания математического и пружинного маятников, происходящие в отсутствие сил трения.

Колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени вследствие потери энергии колебательной системой, называются **затухающими колебаниями** (рис. 186, а, б).

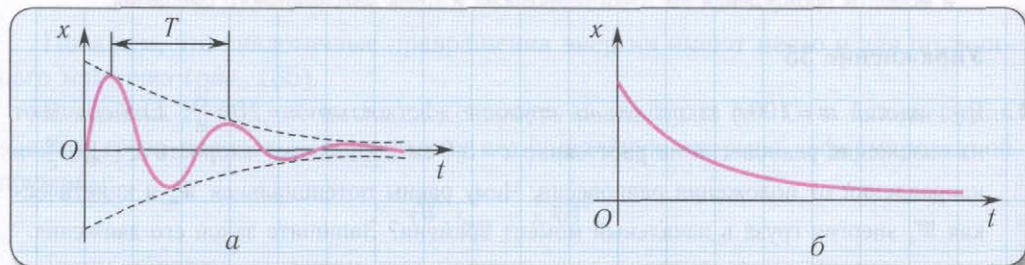


Рис. 186. Затухающие колебания: а — малая сила трения; б — большая сила трения

Уменьшение механической энергии системы (превращение ее в теплоту) происходит вследствие трения и сопротивления окружающей среды. Такие системы называют *диссипативными* (от латинского слова *dissipation* — *рассеяние*).

При малых потерях энергии колебания можно считать периодическими и пользоваться такими понятиями, как период и частота колебаний. Так, например, период — промежуток времени между двумя последовательными максимумами колеблющейся физической величины (см. рис. 186, а).

Незатухающие колебания, вызванные кратковременным внешним возбуждением, называются *свободными* или *собственными*. Они происходят под действием внутренних сил, возникающих в самой системе. **Собственные колебания** — это колебания, происходящие в отсутствие внешних воздействий на систему, со строго определенной частотой, называемой **частотой собственных колебаний системы**. Эта частота зависит только от параметров системы. Примерами таких колебаний могут служить колебания математического и пружинного маятников.

Любые собственные колебания в реальной системе рано или поздно затухают. Чтобы колебания не затухали, необходимо воздействие внешней силы. Однако не всякая внешняя сила заставляет систему двигаться периодически. Например, невозможно раскачать качели, если действовать на них с постоянной по модулю и направлению силой. Внешняя сила тоже должна быть *периодической*.

Колебания тел под действием внешней периодической силы (в частном случае гармонической силы $F(t) = F_0 \sin \omega t$ или $F(t) = F_0 \cos \omega t$, в общем случае $F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$) называют **вынужденными**, а сила называется **вынуждающей**. Эксперименты показывают, что частота установившихся вынужденных колебаний всегда равна частоте вынуждающей силы.

Амплитуда колебаний и энергия, передаваемая системе за период вынужденных колебаний, зависят от того, насколько различаются частота вынуждающей силы ω и частота собственных колебаний ω_0 , а также от величины трения в системе.

При вынужденных колебаниях возможно явление, называемое *резонансом* (от латинского слова *resono* — *откликаюсь, звучу в ответ*).

Резонанс — это явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при действии на колебательную систему внешней силы с частотой, совпадающей с собственной частотой системы ($\omega = \omega_0$) (рис. 187).

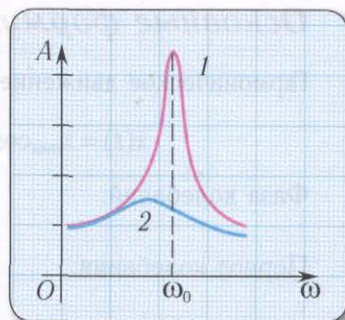


Рис. 187. Резонанс: 1 — малая сила трения; 2 — большая сила трения

При резонансе создаются оптимальные условия для передачи энергии внешнего источника системе, так как в течение всего периода работа внешней силы источника над системой положительна. Вспомните процесс раскачивания на качелях: если качели толкать с очень большой частотой или с очень малой, их практически невозможно будет раскачать. Если же подбирать частоту толчков, близкую к частоте собственных колебаний качелей, то раскачивание будет эффективным.



1. Почему собственные колебания маятника затухают с течением времени?
2. От чего зависит частота собственных колебаний системы?
3. Какие колебания называются вынужденными?
4. От чего зависит частота вынужденных колебаний системы?
5. Почему для возникновения колебаний в системе внешняя сила должна быть периодической?
6. Что такое резонанс?
7. Вода, которую мальчик несет в ведре, начинает сильно расплескиваться. Почему расплескивание прекращается при изменении темпа ходьбы?

Упражнение 36

1. Математический маятник какой длины l необходимо подвесить в вагоне, чтобы при движении со скоростью $v = 67,5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ он раскачивался наиболее сильно? Длина рельса $L = 12,5 \text{ м}$.
2. Через ручей переброшена длинная узкая доска. Когда девочка стоит на ней неподвижно, доска прогибается на $\Delta x = 10 \text{ см}$. Определите длину l шагов девочки, при которых доска начнет раскачиваться так, что девочка с трудом будет удерживать равновесие при скорости ее движения $v = 3,6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Основные формулы в главе 8

Гармоническое движение:

$$x(t) = x_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или } x(t) = x_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Фаза колебаний:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0.$$

Период колебания:

$$T = \frac{t}{N}.$$

Циклическая частота ω :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Уравнение гармонических колебаний:

$$a_x(t) + \omega^2 x(t) = 0.$$

Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Единицы измерения основных величин колебаний

Наименование величины	Обозначение	Название единицы	Выражение через основные единицы СИ
Частота	ν	Герц (Гц)	с^{-1}
Период	T	Секунда (с)	с
Циклическая (круговая) частота	ω	РадIAN в секунду $\left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$	с^{-1}

Глава 9. Электромагнитные колебания

§ 52. Электромагнитные колебания в контуре.

Формула Томсона



Основные характеристики и уравнение механических колебаний

Перемещение проекции точки, движущейся по окружности

$x(t)$ — координата (смещение) материальной точки в момент времени t .

T — период — длительность одного полного колебания, т. е. наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения всех физических величин, характеризующих колебание.

ω — циклическая частота — число полных колебаний за промежуток времени Δt , равный 2π секунд:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

R — амплитуда — максимальное смещение тела из положения равновесия. Зависимость координаты (смещения) материальной точки, совершающей гармонические колебания, от времени:

$$x = R \cos \omega t = R \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

Зависимость проекции скорости $v_x(t)$ материальной точки, совершающей гармонические колебания, от времени:

$$v_x(t) = -\omega R \sin \omega t = -\frac{2\pi}{T} R \sin \frac{2\pi}{T} t = -v_0 \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Зависимость проекции ускорения $a_x(t)$ материальной точки, совершающей гармонические колебания, от времени:

$$a_x(t) = -\omega^2 R \cos \omega t = -\frac{4\pi^2}{T^2} R \cos \frac{2\pi}{T} t = -a_0 \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

Уравнение гармонических колебаний:

$$a_x(t) + \omega^2 x(t) = 0.$$

$x(t)$ — зависимость координаты материальной точки, совершающей гармонические колебания, от времени (решение уравнения гармонических колебаний).

$$x(t) = x_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$x(t) = x_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Пружинный маятник

Период колебаний и циклическая частота пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Уравнение движения пружинного маятника:

$$a + \frac{k}{m}x = 0.$$

Математический маятник

Период колебаний и циклическая частота математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Уравнение движения математического маятника:

$$a + \frac{g}{l}x = 0.$$

Резонанс

Резонанс — явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении циклической частоты ω внешней вынуждающей силы $F(t) = F_0 \sin \omega t$ с циклической частотой ω_0 собственных колебаний системы ($\omega = \omega_0$).

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую конденсатор электроемкостью C и катушку (соленоид) индуктивностью L (рис. 188). Такая цепь называется **идеальным колебательным контуром** или **LC-контуром**.

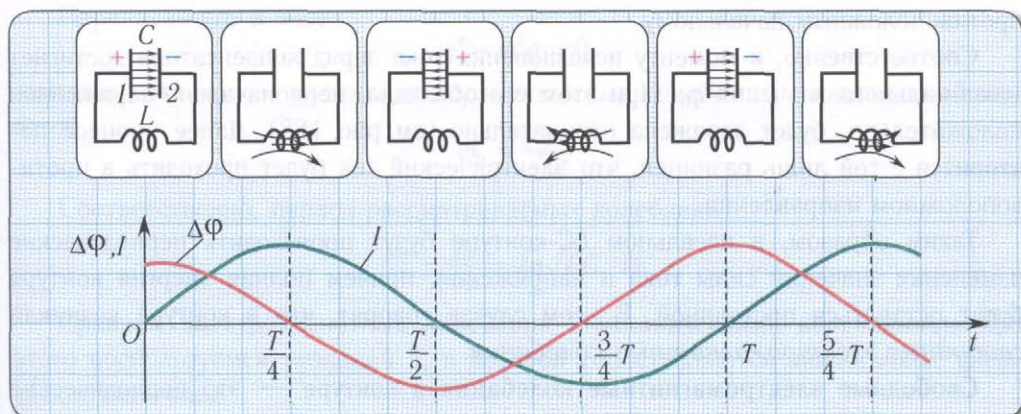


Рис. 188. Электромагнитные колебания в идеальном LC-контуре: зависимость силы тока в катушке и разности потенциалов на конденсаторе от времени

Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) конденсатор C заряжен так, что на его первой обкладке находится заряд $+q_0$, а на второй — $-q_0$. При этом конденсатор обладает энергией $W_C = \frac{q_0^2}{2C}$.

После замыкания цепи конденсатор начнет разряжаться, и в цепи появится электрический ток, сила $I(t)$ которого будет меняться с течением времени. Поскольку при прохождении электрического тока через катушку индуктивности возникнет изменяющийся во времени магнитный поток, то в ней возникнет ЭДС самоиндукции, препятствующая изменению силы тока.

Вследствие этого, сила тока в колебательном контуре будет возрастать от нуля до некоторого максимального значения не мгновенно, а в течение некоторого промежутка времени, определяемого индуктивностью катушки.

В момент полной разрядки конденсатора ($q = 0$) сила тока в катушке $I(t)$ достигнет своего максимального значения I_0 . В соответствии с законом сохранения энергии первоначально запасенная в конденсаторе энергия электростатического поля перейдет в энергию магнитного поля, запасенную в катушке:

$$W_L = L \frac{I_0^2}{2}.$$

После разрядки конденсатора сила тока в катушке начинает убывать. Это также происходит не мгновенно, поскольку теперь ЭДС самоиндукции стремится скомпенсировать уменьшение тока и «поддерживает» его. Ток, создаваемый ЭДС самоиндукции катушки, заряжает обкладки конденсатора до начального напряжения обратной полярности — знак заряда на каждой обкладке оказывается противоположным начальному.

Соответственно, к моменту исчезновения тока заряд конденсатора достигнет максимального значения q_0 . При этом его обкладка, первоначально заряженная положительно, будет заряжена отрицательно (см. рис. 188). Далее процесс повторится с той лишь разницей, что электрический ток будет проходить в противоположном направлении.

Таким образом, в идеальном LC -контуре будут происходить периодические изменения значений силы тока и напряжения, причем полная энергия контура будет оставаться постоянной. В этом случае говорят, что в контуре возникли *свободные электромагнитные колебания*.

Свободные электромагнитные колебания в контуре — это периодические изменения заряда на обкладках конденсатора, силы тока в контуре и разности потенциалов на обоих элементах контура, происходящие без потребления энергии от внешних источников.

Таким образом, возникновение свободных электромагнитных колебаний в контуре обусловлено перезарядкой конденсатора и возникновением ЭДС самоиндукции в катушке, которая «обеспечивает» эту перезарядку. Заметим, что заряд конденсатора $q(t)$ и сила тока в катушке $I(t)$ достигают своих максимальных значений q_0 и I_0 в различные моменты времени (см. рис. 188).

Наименьший промежуток времени, за который LC -контур возвращается в исходное состояние (к начальному значению заряда данной обкладки), называется **периодом** свободных (собственных) электромагнитных колебаний в контуре.

Период свободных электромагнитных колебаний в контуре определяется по формуле Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Поскольку полная энергия идеального LC -контра, равная сумме энергий электростатического поля конденсатора и магнитного поля катушки, сохраняется, то в любой момент времени справедливо равенство

$$W = \frac{q_0^2}{2C} = L\frac{I_0^2}{2} = \frac{q^2(t)}{2C} + \frac{LI^2(t)}{2} = \text{const}.$$

* Получим уравнение колебаний в LC -контуре, используя закон сохранения энергии. Продифференцировав выражение для его полной энергии по времени, с учетом того, что $W'_t = 0$, а $q'_t = I(t)$, $I'_t = q''(t)$, получим уравнение, описывающее свободные колебания в идеальном контуре:

$$q'' + \frac{1}{LC}q = 0.$$

Переписав его в виде

$$q'' + \omega_0^2 q = 0,$$

замечаем, что это — *уравнение гармонических колебаний* с циклической частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Соответственно, период рассматриваемых колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. *$$

Сравним электромагнитные колебания с механическими колебаниями. Для этого воспользуемся таблицей 4, в которой сопоставляются аналогичные физические величины.

Из таблицы 4 следует, что аналогом энергии упругой деформации пружины можно считать электростатическую энергию конденсатора, аналогом кинетической энергии груза — энергию магнитного поля катушки.

Таблица 4

Сопоставление физических величин, характеризующих электромагнитные
и механические колебания

Механические колебания пружинного маятника	Электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре
m (масса тела)	L (индуктивность катушки)
k (жесткость пружины)	$\frac{1}{C}$ (величина, обратная емкости)
$x(t)$ (отклонение от положения равновесия)	$q(t)$ (заряд конденсатора)
$v_x(t)$ (скорость тела)	$I(t)$ (сила тока)
$W_n = \frac{kx^2}{2}$ (потенциальная энергия упругой деформации пружины)	$W_C = \frac{q^2}{2C}$ (энергия электростатического поля конденсатора)
$W_k = \frac{mv^2}{2}$ (кинетическая энергия груза)	$W_L = \frac{LI^2}{2}$ (энергия магнитного поля катушки)
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (период колебаний) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (циклическая частота колебаний)	$T = 2\pi\sqrt{LC}$ (период колебаний) $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (циклическая частота колебаний)
$x'' + \omega^2 x = 0$ (уравнение колебательного процесса)	$q'' + \omega^2 q = 0$ (уравнение колебательного процесса)
$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ (закон движения) $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ (фаза колебаний)	$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ (закон изменения заряда) $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ (фаза колебаний)

Соответственно, зависимость заряда конденсатора от времени будет иметь такой же характер, как и зависимость координаты (смещения) тела, совершающего гармонические колебания, от времени:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Также по гармоническому закону (но с другими начальными фазами) будут изменяться сила тока в цепи, напряжение на конденсаторе (катушке).

✳ Для определения начальной фазы φ_0 и амплитуды колебаний заряда q_0 необходимо знать заряд конденсатора и силу тока в катушке в начальный момент времени ($t = 0$). ✳

Полная энергия идеального колебательного контура сохраняется с течением времени, поскольку согласно закону Джоуля — Ленца в нем вследствие

отсутствия резисторов не выделяется теплота. Реальный колебательный контур всегда имеет некоторое сопротивление R , обусловленное сопротивлением катушки, соединительных проводов и т. д. Это приводит к тому, что электромагнитные колебания в реальном контуре с течением времени затухают, тогда как в идеальном контуре они будут продолжаться сколь угодно долго.

С точки зрения механической аналогии идеальному колебательному контуру соответствует пружинный маятник без трения, а реальному — с трением.



1. Какие электромагнитные колебания в контуре называются свободными?
2. Из каких основных элементов состоит идеальный колебательный контур?
3. Запишите формулу для периода свободных колебаний в идеальном колебательном контуре (формулу Томсона).
4. Запишите формулу зависимости заряда конденсатора и силы тока в катушке колебательного контура от времени.
5. Почему в контуре, состоящем из конденсатора и резистора, не могут возникнуть электромагнитные колебания?
6. В колебательном контуре изменили начальное значение заряда конденсатора. Какие величины, характеризующие электромагнитные колебания в контуре, изменятся, а какие останутся неизменными?
- * 7. Как распределена энергия электромагнитных колебаний между конденсатором и катушкой в идеальном колебательном контуре в моменты времени $\frac{T}{4}$; $\frac{T}{2}$; $\frac{3T}{4}$; T после начала разрядки конденсатора?
- * 8. Почему свободные электромагнитные колебания в реальном колебательном контуре ($R \neq 0$) являются затухающими?

Упражнение 37

1. Найдите период T свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкостью $C = 15$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 2,5$ мГн.
2. Конденсатор емкостью $C = 1,2$ мкФ соединен с катушкой индуктивностью $L = 16$ мГн. Определите частоту ν свободных электромагнитных колебаний в контуре.
3. Как изменится период свободных электромагнитных колебаний в контуре, если индуктивность L контура увеличить (уменьшить) в $n = 16$ раз при неизменной емкости?
4. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, соединенных параллельно. Период собственных колебаний в контуре при этом $T_0 = 20$ мкс. Определите период T электромагнитных колебаний, если конденсаторы соединить последовательно.
5. Входной контур радиоприемника содержит катушку индуктивностью $L = 0,32$ мГн. В каких пределах должна изменяться емкость C конденсатора контура, чтобы радиоприемник мог принимать сигналы радиостанции, работающей в диапазоне частот от $\nu_1 = 8,0$ МГц до $\nu_2 = 24$ МГц?

- * 6. В колебательном контуре индуктивность катушки $L = 0,20$ Гн, а амплитудное значение силы тока $I_0 = 40$ А. Найдите энергию электростатического поля W_C конденсатора и магнитного поля W_L катушки в тот момент, когда мгновенное значение силы тока будет в $n = 2$ раза меньше его амплитудного значения.
- * 7. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 400$ пФ и катушки индуктивностью $L = 10$ мГн. Найдите амплитудное значение I_0 силы тока, если амплитудное значение напряжения $U_0 = 500$ В.

* § 53. Генератор электрического тока



В динамике вращательного движения используется понятие момента силы, действующей на тело. Моментом силы называется произведение силы и ее плеча: $M = Fl$. Плечо l силы определяется как кратчайшее расстояние от оси вращения до линии, вдоль которой действует сила.

Тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех сил, приложенных к нему, относительно этой оси равна нулю.

Любые собственные колебания в реальной (неидеальной) механической системе затухают с течением времени. Для того чтобы колебания в системе не затухали, необходимо воздействие на нее некоторой внешней силы.

Вынужденные колебания возникают в механической системе при действии на нее внешней периодической силы.

Аналогично этому вынужденные электромагнитные колебания в электрической цепи происходят под действием внешней периодически изменяющейся ЭДС или внешнего изменяющегося напряжения.

Вынужденные электромагнитные колебания в электрической цепи представляют собой *переменный электрический ток*. **Ток, сила и направление которого периодически меняются, называется переменным.**

Основная часть электроэнергии в мире в настоящее время вырабатывается генераторами переменного тока, создающими *синусоидальное напряжение*, которое позволяет наиболее просто и экономично осуществлять передачу, распределение и использование электрической энергии.

Электротехническое устройство, предназначенное для преобразования механической энергии в энергию переменного тока, называется **генератором переменного тока**.

Принцип действия генератора переменного тока основан на явлении электромагнитной индукции.

Пусть проводящая рамка площадью S вращается с частотой n оборотов в секунду вокруг оси, расположенной в плоскости рамки перпендикулярно однородному магнитному полю индукцией \vec{B} (рис. 189).

Магнитный поток, пронизывающий рамку, определяется по формуле

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

При равномерном вращении рамки угол α между направлениями индукции магнитного поля и нормали к плоскости рамки меняется со временем по линейному закону. Если в момент времени $t_0 = 0$ угол $\alpha_0 = 0$ (см. рис. 189), то

$$\alpha = 2\pi n t = \omega t,$$

где ω — угловая скорость вращения рамки.

Поскольку магнитный поток, пронизывающий рамку, изменяется с течением времени (рис. 190), то в ней согласно закону Фарадея индуцируется ЭДС:

$$\mathcal{E}(t) = -\Phi'(t) = BS\omega \sin \omega t.$$

Как видно, ЭДС индукции изменяется по синусоидальному закону:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

где $\mathcal{E}_0 = BS\omega$ — амплитудное (максимальное) значение ЭДС.

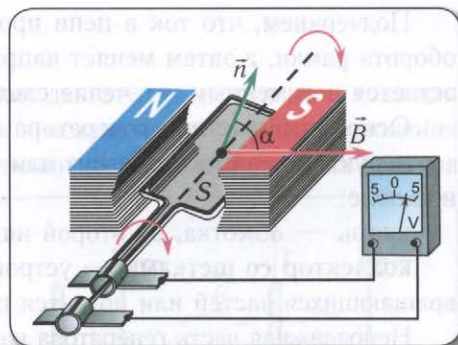


Рис. 189. Вращение проводящей рамки в магнитном поле

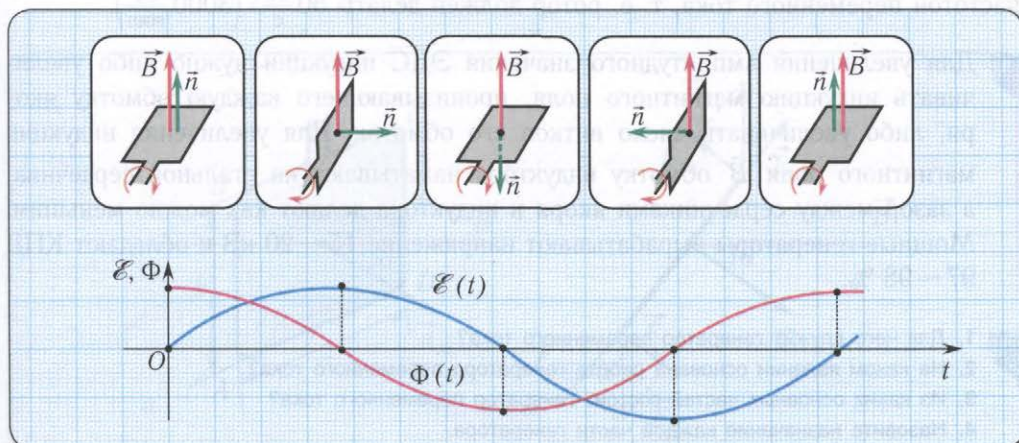


Рис. 190. Возникновение ЭДС индукции при вращении рамки в магнитном поле

Подчеркнем, что ток в цепи проходит в одном направлении в течение полуоборота рамки, а затем меняет направление на противоположное, которое также остается неизменным в течение следующего полуоборота.

Основными частями генератора переменного тока являются:

индуктор — электромагнит или постоянный магнит, который создает магнитное поле;

якорь — обмотка, в которой индуцируется переменная ЭДС;

коллектор со щетками — устройство, посредством которого ток снимается с вращающихся частей или подается по ним.

Неподвижная часть генератора называется **статором**, а подвижная — **ротором**.



В зависимости от конструкции генератора его якорь может быть как ротором, так и статором. Для получения переменных токов большой мощности якорь делают неподвижным, чтобы конструктивно упростить схему передачи тока в промышленную сеть.

На современных гидроэлектростанциях вода вращает вал электрогенератора с частотой 1—2 оборота в секунду. Таким образом, если бы якорь генератора имел только одну рамку (обмотку), то получался бы переменный ток частотой 1—2 Гц.

Поэтому для получения переменного тока промышленной частоты 50 Гц якорь должен содержать несколько обмоток, позволяющих увеличить частоту вырабатываемого тока.

Для паровых турбин, ротор которых вращается очень быстро, используют якорь с одной обмоткой. В этом случае частота вращения ротора совпадает с частотой переменного тока, т. е. ротор должен делать $50 \frac{\text{об}}{\text{с}}$ ($3000 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$).



Для увеличения амплитудного значения ЭДС индукции нужно либо увеличивать индукцию магнитного поля, пронизывающего каждую обмотку якоря, либо увеличивать число витков его обмоток. Для увеличения индукции магнитного поля \vec{B} обмотку индуктора наматывают на стальной сердечник, а зазор между сердечниками якоря и индуктора делают как можно меньшим. Мощные генераторы вырабатывают напряжение 15—20 кВ и обладают КПД 97—98 %.



1. Для чего служит генератор переменного тока?
2. На каком явлении основана работа генератора переменного тока?
3. Из каких основных частей состоит генератор переменного тока?
4. Назовите назначение каждой части генератора.
5. Запишите формулу для расчета ЭДС индукции, возникающей в рамке, вращающейся в магнитном поле.

§ 54. Электродвигатель

Сила Ампера используется в электрических двигателях постоянного тока для преобразования энергии электрического тока в механическую энергию вращения вала. Принцип действия такого двигателя основан на явлении вращения контура с током под действием магнитного поля (рис. 191).

Рассмотрим силы, действующие на рамку с током силой I , помещенную в однородное магнитное поле индукцией \vec{B} (рис. 192, а). Сила Ампера, действующая на провод длиной l с током силой I в однородном магнитном поле, определяется по формуле

$$F = IlB \sin \alpha.$$

Силы, действующие на противоположные стороны AD и BC рамки, лежат в плоскости рамки и стремятся ее растянуть (при изменении направления тока эти силы будут сжимать рамку).

Силы, действующие на стороны AB и CD (рис. 192, б), равны по модулю и противоположны по направлению. Поэтому на рамку действует момент сил

$$M = F_{1\perp} \frac{a}{2} + F_{2\perp} \frac{a}{2} = F_{\perp} a = (F_1 \sin \alpha) a = IabB \sin \alpha = ISB \sin \alpha,$$

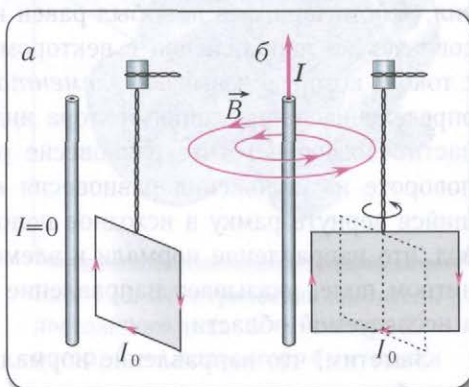


Рис. 191. Ориентирующее действие магнитного поля на рамку с током: а — поле отсутствует; б — при появлении магнитного поля рамка поворачивается

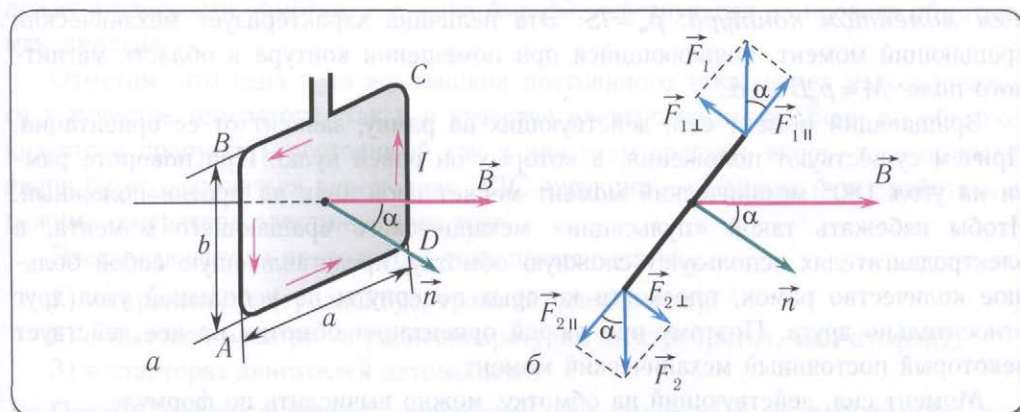


Рис. 192. Рамка с током в магнитном поле: а — вид спереди; б — вид сверху

где a, b — длины сторон рамки, S — ее площадь, α — угол между направлением нормали к рамке и направлением индукции магнитного поля \vec{B} .

Из полученного выражения видно, что момент сил, вращающих рамку, равен нулю только в случае, когда $\alpha = 0$. Следовательно, рамка с током, помещенная в однородное магнитное поле, повернется (сориентируется) так, чтобы момент сил, действующих на нее, был равен нулю. При этом вектор нормали \vec{n} к рамке совпадет по направлению с вектором индукции \vec{B} магнитного поля, т. е. рамку с током, которую называют *элементарным контуром*, можно использовать для определения направления вектора индукции магнитного поля в исследуемой области. Подчеркнем, что равновесие рамки будет устойчивым, поскольку при ее повороте из положения равновесия возникнет момент M сил Ампера, стремящийся вернуть рамку в исходное положение. Таким образом, можно сделать вывод, что направление нормали к элементарному контуру, расположенному в магнитном поле, указывает направление вектора индукции магнитного поля ($\alpha = 0$) в исследуемой области.

Заметим, что направление нормали к плоскости рамки определяется по **правилу буравчика**:

направление нормали совпадает с направлением движения буравчика, если его вращать по направлению тока в рамке.

Максимальный момент сил M_{\max} достигается при угле $\alpha = 90^\circ$. Таким образом, в данной точке поля отношение $\frac{M_{\max}}{IS}$ характеризует модуль вектора индукции магнитного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{IS},$$

где I — сила тока в рамке, S — площадь рамки.

Произведение силы тока в контуре и площади контура называют *магнитным моментом контура*: $p_m = IS$. Эта величина характеризует механический вращающий момент, появляющийся при помещении контура в область магнитного поля: $M = p_m B \sin \alpha$.

Вращающий момент сил, действующих на рамку, зависит от ее ориентации. Причем существуют положения, в которых он равен нулю. При повороте рамки на угол 180° механический момент меняет свой знак на противоположный. Чтобы избежать такой «пульсации» механического вращающего момента, в электродвигателях используют сложную обмотку, представляющую собой большое количество рамок, плоскости которых повернуты на небольшой угол друг относительно друга. Поэтому при любой ориентации обмотки на нее действует некоторый постоянный механический момент.

Момент сил, действующий на обмотку, можно вычислить по формуле

$$M = 2FrN = 2IBlrN,$$

где r — радиус обмотки, N — число витков в обмотке, I — сила тока в обмотке, B — индукция магнитного поля, l — длина проводника.

Основными частями **электрического двигателя постоянного тока** являются: *индуктор* — постоянный магнит или электромагнит со стальным сердечником и *якорь* — катушка с проводом, в обмотке которой вырабатывается ЭДС индукции. Индуктор является неподвижной частью двигателя — *статором*, а якорь — его вращающейся частью — *ротором* (рис. 193). Для того чтобы ротор непрерывно вращался в одном и том же направлении, необходимо изменять направление электрического тока в его обмотках.

В двигателях постоянного тока это переключение осуществляется с помощью **коллектора и щеток** (неподвижных контактов, которые скользят по пластинам).

Через каждые пол-оборота коллектор переключается на другую щетку, и в результате направление тока в катушке изменяется на противоположное. При этом вращающий момент двигателя сохраняет свой знак. Таким образом, ротор все время вращается в одну и ту же сторону. Переключение с одной щетки на другую происходит в тот момент времени, когда вектор индукции магнитного поля лежит в плоскости обмотки, т. е. сила Ампера, действующая на провода обмотки, максимальна.

Отметим, что одна и та же машина постоянного тока может использоваться в качестве генератора, так и в качестве электродвигателя. Если по обмотке индуктора пропустить постоянный ток и при этом вращать якорь, то в обмотке якоря будет создаваться переменная ЭДС индукции — машина будет работать в режиме генератора электрического тока.

Электродвигатели постоянного тока применяются:

- 1) на транспорте (троллейбус, трамвай, электровоз);
- 2) в бытовой электро- и радиоаппаратуре (электробритва, магнитофон);
- 3) в стартерах двигателей автомобилей.

Первый электродвигатель, пригодный для практического применения, построил русский ученый Борис Семенович Якоби в 1834 г.

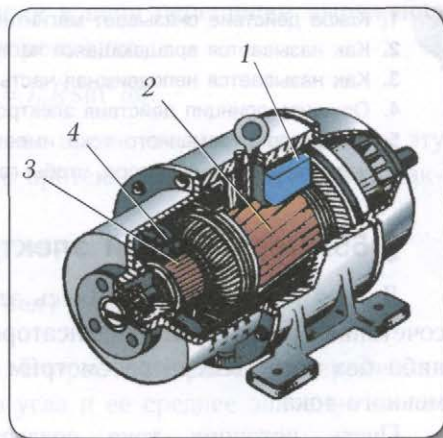


Рис. 193. Электрический двигатель постоянного тока: 1 — статор; 2 — ротор; 3 — коллектор; 4 — щетки



1. Какое действие оказывает магнитное поле на рамку с током?
2. Как называется вращающаяся часть электродвигателя? Что она собой представляет?
3. Как называется неподвижная часть электродвигателя? Что она собой представляет?
4. Опишите принцип действия электродвигателя.
5. Генератор переменного тока имеет на роторе шесть пар полюсов. Какой должна быть частота вращения ротора, чтобы генератор вырабатывал ток стандартной частоты?

§ 55. Переменный электрический ток

До сих пор рассматривались электрические цепи, содержащие в различных сочетаниях резисторы, конденсаторы и катушки, с источником постоянного тока либо без него. Теперь рассмотрим подключение таких цепей к источнику переменного тока.

Пусть источник тока создает переменное гармоническое напряжение (рис. 194)

$$U(t) = U_0 \sin \omega t. \quad (1)$$

Согласно закону Ома сила тока на участке цепи, содержащем только резистор сопротивлением R , подключенный к этому источнику, изменяется со временем также по синусоидальному закону:

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t, \quad (2)$$

где $I_0 = \frac{U_0}{R}$ — амплитудное значение силы тока в цепи.

Как видно, сила тока в такой цепи также меняется с течением времени по синусоидальному закону.

Величины U_0 , $I_0 = \frac{U_0}{R}$ называются **амплитудными значениями** напряжения и силы тока. Значения напряжения $U(t)$ и силы тока $I(t)$, зависящие от времени, называют **мгновенными**.

Зная мгновенные значения $U(t)$ и $I(t)$, можно вычислить мгновенную мощность $P(t) = U(t)I(t)$, которая, в отличие от цепей постоянного тока, изменяется с течением времени.

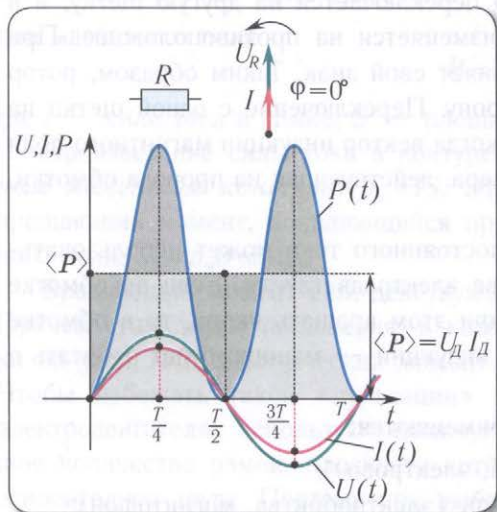


Рис. 194. Зависимость напряжения, силы тока и мощности от времени в электрической цепи с активным сопротивлением

С учетом зависимости силы тока от времени в цепи перепишем выражение для мгновенной тепловой мощности на резисторе в виде

$$P(t) = U(t)I(t) = I^2(t)R = I_0^2 R \sin^2 \omega t.$$

Поскольку мгновенная мощность меняется со временем, то использовать эту величину в качестве характеристики длительно протекающих процессов на практике крайне неудобно.

Перепишем формулу для мощности по-другому:

$$P = UI = U_0 I_0 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} U_0 I_0 (1 - \cos^2 2\omega t) = \frac{U_0 I_0}{2} - \frac{U_0 I_0}{2} \cos^2 2\omega t.$$

Первое слагаемое не зависит от времени. Второе слагаемое — переменная составляющая — функция косинуса двойного угла и ее среднее значение за период колебаний равно нулю (см. рис. 194).

Поэтому среднее значение мощности переменного электрического тока за длительный промежуток времени можно найти по формуле

$$\langle P \rangle = \frac{U_0 I_0}{2} = \frac{I_0^2 R}{2}. \quad (3)$$

Это выражение позволяет ввести *действующие (эффективные)* значения силы тока и напряжения, которые используются в качестве основных характеристик переменного тока.

Действующим (эффективным) значением силы переменного тока называется сила такого постоянного тока, который, проходя по цепи, выделяет в единицу времени такое же количество теплоты, что и данный переменный ток.

Поскольку для постоянного тока $P_{\text{пост}} = I^2 R$, то с учетом ранее полученного выражения для среднего значения мощности переменного тока действующее значение силы тока

$$I_d = \frac{I_0}{\sqrt{2}}. \quad (4)$$

Аналогично можно ввести действующее значение и для напряжения

$$U_d = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (5)$$

Таким образом, выражения для расчета мощности, потребляемой в цепях постоянного тока, остаются справедливыми и для переменного тока, если использовать в них действующие значения силы тока и напряжения:

$$P = U_d I_d = I_d^2 R = \frac{U_d^2}{R}; \quad I_d = \frac{U_d}{R}. \quad (6)$$

Необходимо отметить, что закон Ома для цепи переменного тока, содержащей только резистор сопротивлением R , выполняется как для амплитудных и

действующих, так и для мгновенных значений напряжения и силы тока, вследствие того, что их колебания совпадают по фазе (см. рис. 194).

Таким образом, резисторы оказывают сопротивление как постоянному, так и переменному току, при этом в обоих случаях в них происходит превращение электрической энергии во внутреннюю. Вследствие этого сопротивление резисторов R получило название **активного** или **омического** сопротивления.



1. Какой ток называют переменным?
2. Что такое период, частота, фаза переменного тока?
3. Какое значение переменного тока называют мгновенным? Амплитудным?
4. Что называется действующим значением переменного тока?
5. Можно ли для расчета мощности переменного тока пользоваться формулой $P = UI$?

Упражнение 38

1. Включенный в сеть переменного тока вольтметр показывает напряжение $U = 220$ В. Найдите максимальное значение напряжения U_{\max} в сети.
2. Напряжение в цепи переменного тока изменяется по закону $U = U_0 \sin \omega t$, где $U_0 = 200$ В, $\omega = 50\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Определите частоту ν колебаний напряжения в цепи и его действующее U_d значение. На какое напряжение U_1 должна быть рассчитана изоляция проводов?
3. Сила тока в цепи переменного тока изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 3,0$ А, $\omega = 100\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Определите частоту ν колебаний тока в цепи и его действующее I_d значение.
4. Плоский проводящий прямоугольный виток площадью $S = 0,12$ м² вращается в однородном магнитном поле, совершая $n = 5 \frac{\text{об}}{\text{с}}$ вокруг оси, расположенной в плоскости витка и перпендикулярной полю. Как изменяется ЭДС индукции в витке с течением времени, если модуль индукции магнитного поля $B = 50$ мТл и в начальный момент времени плоскость витка перпендикулярна магнитному полю? Определите амплитудное значение ЭДС \mathcal{E}_0 в витке.

✳ § 56. Катушка индуктивности в цепях переменного тока

Реальный соленоид (катушка индуктивности) обладает активным сопротивлением R и индуктивностью L . В цепях постоянного тока главную роль играет его сопротивление R , тогда как в цепях переменного тока — его индуктивность L .

Рассмотрим физические процессы, происходящие в идеальной катушке, у которой отсутствует активное сопротивление ($R = 0$), при включении ее в цепь переменного тока.

В катушке индуктивностью L переменный ток $I(t) = I_0 \sin \omega t$ вызывает появление ЭДС самоиндукции:

$$\mathcal{E}_{si}(t) = -LI'_t = -LI_0 \omega \cos \omega t = \mathcal{E}_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

где $\mathcal{E}_0 = LI_0 \omega$ — амплитудное значение ЭДС самоиндукции (рис. 195).

При возрастании силы тока ЭДС самоиндукции согласно правилу Ленца будет препятствовать его увеличению. Для *идеальной катушки*, активное сопротивление которой равно нулю ($R=0$), согласно закону Ома для полной цепи $\mathcal{E}_{si}(t) + U(t) = 0$, где $U(t)$ напряжение на концах катушки.

Следовательно, в любой момент времени внешнее напряжение на концах катушки равно по модулю и противоположно по знаку ЭДС самоиндукции в катушке:

$$U(t) = -\mathcal{E}_{si}(t) = LI'_t = L\omega I_0 \cos \omega t = U_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Сравнивая выражения для мгновенных значений силы тока $I(t)$ и напряжения $U(t)$, видим, что для их амплитудных значений можно записать закон Ома в виде

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L} = \frac{U_0}{X_L}.$$

Величину $X_L = \omega L$ называют **индуктивным сопротивлением** катушки. Оно пропорционально индуктивности катушки и частоте переменного тока в цепи ($1 \text{ с}^{-1} \cdot 1 \text{ Гн} = 1 \text{ с}^{-1} \cdot 1 \text{ Ом} \cdot 1 \text{ с} = 1 \text{ Ом}$).

Обратите внимание на то, что фазы колебаний силы тока и напряжения не совпадают. Наличие сдвига фаз означает, что *мгновенное значение напряжения U на катушке индуктивности опережает мгновенное значение силы I переменного тока по фазе на $\frac{\pi}{2}$* . Такой сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения характерен в целом для цепей переменного тока, содержащих элементы, обладающие индуктивностью.

Закон Ома для цепи переменного тока, содержащей только катушку индуктивности, выполняется и для действующих значений силы тока $I_d = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ и напряжения $U_d = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$, так как $\frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\omega L}$, тогда $I_d = \frac{U_d}{\omega L}$.

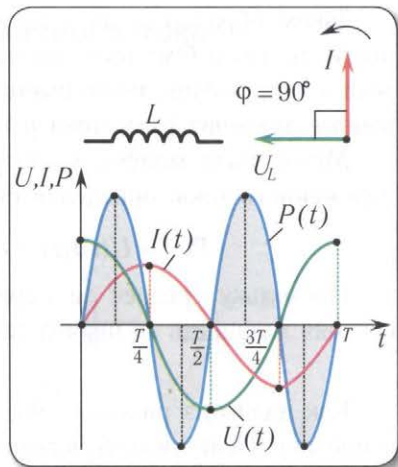


Рис. 195. Зависимость напряжения, силы тока и мощности тока от времени в электрической цепи с индуктивным сопротивлением

Таким образом, если в цепь переменного тока включена катушка индуктивности, то закон Ома выполняется для амплитудных и действующих значений силы тока и напряжения, но не выполняется для их мгновенных значений, так как мгновенные значения силы тока и напряжения не совпадают по фазе (см. рис. 195).

Мгновенная мощность, потребляемая катушкой индуктивности от источника переменного тока, определяется по формуле

$$P(t) = U(t)I(t) = U_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) I_0 \sin \omega t = \frac{U_0 I_0}{2} \sin 2\omega t.$$

Поскольку среднее за период значение функции $\sin 2\omega t$ равно нулю, то и средняя мощность за период также равна нулю:

$$\langle P \rangle = 0.$$

Как видно из рисунка 195, цепь с идеальной катушкой индуктивности в течение первой и третьей четвертей периода работает в режиме потребителя, запасая энергию магнитного поля $W_L(t) = L \frac{I^2(t)}{2}$ в катушке, а в течение второй и четвертой — в режиме генератора, возвращая источнику запасенную энергию. Поскольку потерь энергии в этом случае не происходит, то **индуктивное сопротивление** называют **реактивным**.



1. Запишите формулу для расчета индуктивного сопротивления.
2. Чему равен сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения на катушке индуктивности?
3. В электрическую цепь включена катушка индуктивности, по которой пропускают сначала постоянный, а затем переменный ток, амплитудное значение которого равно силе постоянного тока. В каком случае катушка нагреется сильнее?
4. Почему индуктивное сопротивление называется реактивным?

Упражнение 39

1. Определите индуктивное сопротивление X_L катушки индуктивностью $L = 0,10$ Гн, включенной в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц.
2. На какой частоте ν индуктивное сопротивление катушки индуктивностью $L = 20,0$ мГн будет $X_L = 880$ Ом?
3. Индуктивное сопротивление катушки $X_L = 80$ Ом. Определите индуктивность L катушки, если циклическая частота переменного тока $\omega = 50 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.
4. К катушке подведено напряжение $U = 310 \cos \pi t$, при этом ее индуктивное сопротивление $X_L = 62,8$ Ом. Рассчитайте индуктивность L катушки.
5. В городскую сеть переменного тока с действующим значением $U_d = 220$ В включена идеальная катушка индуктивности, активным сопротивлением которой можно пренебречь. Определите индуктивность L катушки, если амплитудное значение силы тока в цепи $I_0 = 1,0$ А.

§ 57. Конденсатор в цепях переменного тока

Рассмотрим конденсатор емкостью C в цепи переменного тока. Заряд конденсатора $q(t) = CU(t)$ изменяется с течением времени вследствие изменения напряжения на нем. Если напряжение в цепи переменного тока

$$U(t) = U_0 \sin \omega t,$$

то заряд конденсатора будет изменяться со временем также по синусоидальному закону.

Согласно определению мгновенное значение силы тока в цепи равно производной заряда по времени, т. е. скорости изменения заряда:

$$I(t) = q'_t = C\omega U_0 \cos \omega t = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Следовательно, колебания силы тока опережают по фазе колебания напряжения на угол $\frac{\pi}{2}$ (четверть периода), а его амплитуда равна $I_0 = C\omega U_0$ (рис. 196).

Таким образом, для амплитудных значений переменного тока и напряжения закон Ома можем записать в виде

$$I_0 = \frac{U_0}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_0}{X_C}.$$

Величину $X_C = \frac{1}{\omega C}$ называют **емкостным сопротивлением** конденсатора. Оно обратно пропорционально емкости конденсатора и частоте переменного тока в цепи $\left(\frac{1}{1\text{ с}^{-1} \cdot 1\text{ Ф}} = \frac{1\text{ В}}{1\text{ с}^{-1} \cdot 1\text{ Кл}} = \frac{1\text{ В}}{1\text{ А}} = 1\text{ Ом}\right)$.

Для действующих значений напряжения и тока, так же как и для амплитудных значений, выполняется закон Ома:

$$\frac{I_0}{\sqrt{2}} = C\omega \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{X_C} \cdot \frac{U_0}{\sqrt{2}}; \quad I_d = \frac{U_d}{X_C}.$$

В цепи постоянного тока ($\omega = 0$) емкостное сопротивление X_C становится бесконечно большим, и ток через конденсатор (при условии отсутствия тока утечки) не проходит. В этом случае конденсатор представляет собой «разрыв» цепи. В цепи переменного тока конденсатор постоянно перезаряжается, что и приводит к появлению в ней отличного от нуля тока.

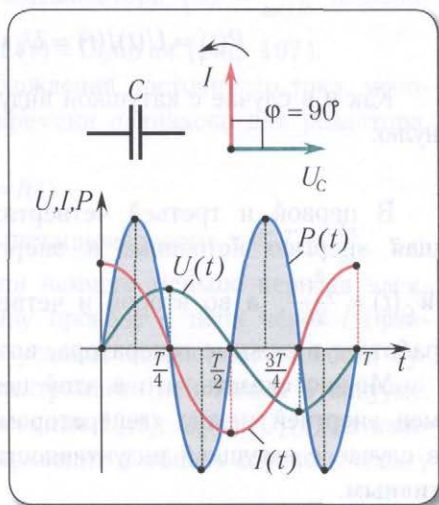


Рис. 196. Зависимость напряжения, силы тока и мощности тока от времени в электрической цепи с емкостным сопротивлением

Так же как и для цепи с катушкой индуктивности, для цепи с конденсатором закон Ома не применим для мгновенных значений силы тока и напряжения, поскольку они не совпадают по фазе (см. рис. 196).

Мгновенная мощность в цепи переменного тока, содержащей конденсатор, определяется по формуле

$$P(t) = U(t)I(t) = U_0 \sin \omega t I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{U_0 I_0}{2} \sin 2\omega t.$$

Как и в случае с катушкой индуктивности, средняя за период мощность равна нулю:

$$\langle P \rangle = 0.$$

В первой и третьей четвертях периода конденсатор заряжается, превращая энергию источника в энергию электростатического поля конденсатора $W_C(t) = \frac{q^2(t)}{2C}$, а во второй и четвертой — конденсатор разряжается, т. е. цепь работает в режиме генератора, возвращая запасенную энергию источнику.

Можно сказать, что в этой цепи происходит без потерь периодический обмен энергией между «генератором» и конденсатором. По этой причине (как и в случае с катушкой индуктивности) **емкостное сопротивление** называют **реактивным**.



1. Запишите формулу для расчета емкостного сопротивления.
2. Назовите виды сопротивлений в цепи переменного тока.
3. Чему равен сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения на конденсаторе?
4. Лампа и конденсатор включены последовательно в цепь переменного тока. Как изменится накал лампы, если параллельно первому включить еще один конденсатор?

Упражнение 40

1. На какой частоте ν емкостное сопротивление конденсатора емкостью $C = 14$ мкФ будет $X_C = 28,2$ кОм?
2. Определите сопротивление X_{C_i} конденсатора емкостью $C = 2,0$ мкФ в цепи переменного тока частотой $\nu_1 = 50$ Гц; $\nu_2 = 200$ Гц.
3. Конденсатор включен в сеть переменного тока промышленной частоты. Действующее значение напряжения в сети $U_d = 220$ В, действующее значение силы тока $I_d = 4,0$ А. Определите емкость C конденсатора.

✳ § 58. Закон Ома для цепи переменного тока с последовательным соединением сопротивлений

Рассмотрим участок цепи, состоящий из последовательно соединенных резистора (R), катушки индуктивности ($X_L = \omega L$) и конденсатора ($X_C = \frac{1}{\omega C}$), подключенный к источнику переменного напряжения $U(t) = U_0 \sin \omega t$ (рис. 197).

При таком соединении, как и в случае прохождения постоянного тока, мгновенное значение силы тока в любой момент времени одинаково для резистора, катушки и конденсатора:

$$I_R(t) = I_C(t) = I_L(t) = I(t).$$

Это возможно при выполнении условия квазистационарности $\tau \ll T = \frac{2\pi}{\omega}$, т. е. если время распространения возмущения в цепи намного меньше периода электромагнитных колебаний. Если обозначить длину провода в цепи через l (фактически длина провода в обмотке катушки), то условие квазистационарности будет выполняться при $l \ll \lambda$, где λ — длина электромагнитной волны в вакууме.

В то же время мгновенные значения напряжения $U_R(t)$, $U_C(t)$, $U_L(t)$ на каждом из элементов не совпадают по фазе, что приводит в общем случае к сдвигу фаз между колебаниями напряжения источника и силы тока в цепи. Вследствие этого можно говорить о выполнении закона Ома только для амплитудных I_0 , U_0 (действующих I_d , U_d) значений, но нельзя — для мгновенных $U(t)$, $I(t)$.

Запишем окончательный результат, не вдаваясь в подробности его вывода. **Закон Ома** для последовательного участка цепи переменного тока, содержащего резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C , имеет вид:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_0}{Z},$$

где $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ — полное сопротивление цепи (рис. 198).

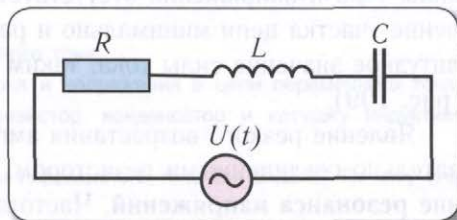


Рис. 197. Резистор, катушка индуктивности и конденсатор в электрической цепи переменного тока

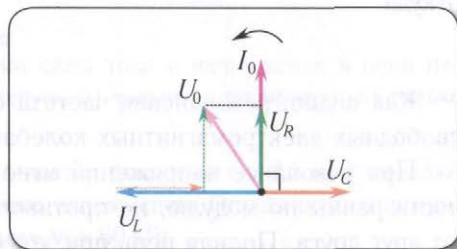


Рис. 198. Связь между силой тока и напряжением в общем виде

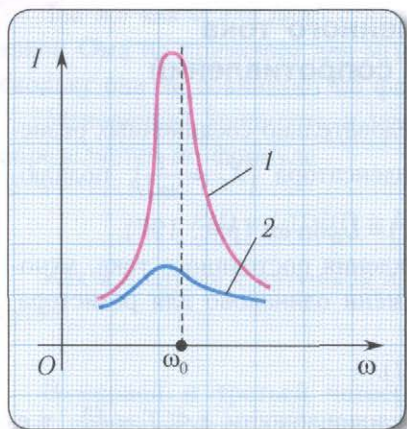


Рис. 199. Резонанс напряжений в электрической цепи: 1 — для малых значений R ; 2 — для больших значений R

увеличивается, а емкостное — уменьшается. При этом возможна ситуация, когда эти сопротивления равны друг другу ($X_L = X_C$) и сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения отсутствует ($\operatorname{tg} \varphi = 0$). В этом случае полное сопротивление участка цепи минимально и равно его активному сопротивлению R , а амплитудное значение силы тока, таким образом, принимает максимальное значение (рис. 199).

Явление резкого возрастания амплитуды переменного тока в цепи с последовательно соединенными резистором, катушкой и конденсатором получило название **резонанса напряжений**. Частота, при которой наблюдается резонанс, называется **резонансной частотой**. На резонансной частоте

$$X_L = X_C, \text{ т. е. } \omega L = \frac{1}{\omega C},$$

откуда

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Как видно, резонансная частота ω в рассматриваемой цепи равна частоте ω_0 свободных электромагнитных колебаний в LC -контуре.

При резонансе напряжений мгновенные напряжения на емкости и индуктивности равны по модулю, но противоположны по фазе. Поэтому они компенсируют друг друга. Полная цепь при этом как бы «не замечает» присутствия емкости и индуктивности, а полная сила тока определяется только активным сопротивлением проводника.

Между мгновенными значениями силы тока $I(t)$ и напряжения $U(t)$ в цепи переменного тока существует сдвиг фаз φ , поэтому можно записать

$$U = U_0 \sin \omega t, \quad I = I_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Величину сдвига фаз можно определить по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Как видно из формулы, сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения зависит от значений реактивных сопротивлений катушки и конденсатора, которые, в свою очередь, зависят от частоты переменного тока. С ростом частоты индуктивное сопротивление



Тело человека можно рассматривать как соединенные параллельно резистор и конденсатор. Поэтому его сопротивление переменному току может оказаться значительно меньшим, чем постоянному. По этой причине переменный ток более опасен для жизни человека, чем постоянный. В связи с этим будьте осторожны при работе с электрическими цепями переменного тока.

Сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения влияет на **мощность переменного тока**, выделяемую только на активном сопротивлении цепи:

$$P = I_{\text{д}} U_{\text{д}} \cos \varphi = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi.$$

Коэффициент $\cos \varphi$ называется *коэффициентом мощности*. Уменьшение $\cos \varphi$, величина которого определяется потребителем энергии, вызывает неполное использование мощности генератора.



У широко применяемых асинхронных двигателей при холостом ходе коэффициент мощности составляет 0,2—0,3, а при номинальной нагрузке — 0,83—0,85. Следовательно, необходимо избегать холостой работы двигателя. Для повышения коэффициента мощности параллельно двигателю включают батарею конденсаторов. В этом случае происходит обмен энергией между ней и двигателем, что уменьшает силу тока в подводящих проводах.



1. Сформулируйте закон Ома для цепи переменного тока.
2. Чему равен сдвиг фаз между колебаниями тока и напряжения в цепи переменного тока, содержащей последовательно соединенные резистор, конденсатор и катушку индуктивности?
3. Какие виды реактивных сопротивлений в цепи переменного тока Вы знаете? Почему они так называются?
4. По какой формуле рассчитывается мощность, потребляемая на участке цепи переменного тока?
5. Что такое резонанс напряжений в цепи переменного тока?
6. При каком условии наступает резонанс напряжений в цепи переменного тока?

Упражнение 41

1. Чему равен сдвиг фаз $\Delta \varphi$ между колебаниями силы тока и напряжения в цепи переменного тока, содержащей: а) только активную; б) только индуктивную; в) только емкостную нагрузку?
2. Резистор сопротивлением $R = 2,1$ кОм и конденсатор емкостью $C = 2,5$ мкФ подключены последовательно к источнику переменного напряжения. Определите сопротивление Z_i цепи на частоте $\nu_1 = 60$ Гц и на частоте $\nu_2 = 60$ кГц.
3. Конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ зарядили от источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 4,6$ В, а затем, отключив от источника, подсоединили к катушке индуктивностью $L = 2,0$ мГн.

Пренебрегая активным сопротивлением катушки, определите действующее значение I_d силы тока в контуре.

4. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 0,40$ мФ, катушки индуктивностью $L = 20$ мГн и резистора сопротивлением $R = 10$ Ом. Определите отношение энергии магнитного поля катушки к энергии электростатического поля конденсатора $\frac{W_L}{W_C}$ в момент времени, когда сила тока достигает максимального значения, если действующее значение напряжения $U_d = 220$ В.
5. Катушка индуктивностью $L = 0,13$ Гн включена в сеть переменного тока последовательно с конденсатором емкостью $C = 1,5$ мкФ. Определите тепловую мощность P , выделяемую на катушке индуктивности, если действующее значение напряжения в сети $U_d = 100$ В, частота $\nu = 400$ Гц, а активное сопротивление катушки $R = 15$ Ом.
6. Ток силой $I_d = 70$ мА от сети напряжением $U_d = 120$ В и частотой $\nu = 50$ Гц, проходящий через тело человека в течение промежутка времени $\Delta t = 1,0$ с, может оказаться смертельным. Каким должно быть сопротивление R человеческого тела, чтобы сила тока достигла этой величины?

✳ § 59. Электрические измерительные приборы

В зависимости от физических закономерностей, лежащих в основе действия измерительного механизма, различают электроизмерительные приборы *магнитоэлектрической, электромагнитной, электродинамической и электростатической* систем.

Действие электрических измерительных приборов **магнитоэлектрической системы** основано на магнитном действии электрического тока. Основной частью этих приборов является **гальванометр**, в котором сила Ампера действует на катушку проволоки, намотанной на железный каркас,

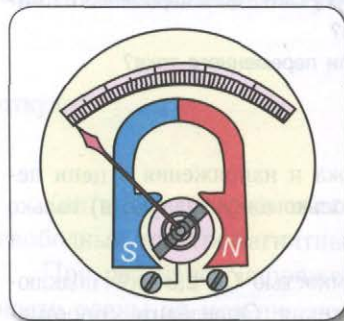


Рис. 200. Схема прибора магнитоэлектрической системы

по которой проходит ток. Как видно из рисунка 200, катушка (обычно прямоугольной формы), содержащая N витков проволоки, размещена в поле \vec{B} постоянного магнита и может вращаться вокруг неподвижной оси. Когда по рамке проходит ток силой I , в магнитном поле возникает вращающий момент сил Ампера. Измеряемый ток проходит к катушке через спиральную пружину.

Силы упругости, возникающие при закручивании пружины, препятствуют повороту рамки. Они прямо пропорциональны углу закручивания пружины. Катушка с прикрепленной к ней стрелкой по-

ворачивается до тех пор, пока вращающий момент, создаваемый пружиной, не скомпенсирует вращающий момент, создаваемый магнитными силами.

Отклонение стрелки гальванометра пропорционально силе тока, проходящего через катушку. Это дает возможность на шкале прибора нанести значения силы тока, соответствующие различным углам поворота рамки, т. е. проградуировать прибор. Сила тока, соответствующая отклонению стрелки гальванометра на всю шкалу, характеризует чувствительность прибора. Согласно закону Ома для участка цепи сила тока прямо пропорциональна напряжению, поэтому шкала прибора может быть проградуирована и в единицах напряжения. Таким образом, измерительные приборы, применяемые в цепях постоянного тока, представляют собой гальванометры, включенные по схеме амперметров или вольтметров.

Вследствие малого сопротивления катушки гальванометра ($R \sim 10 \text{ Ом}$) им можно измерить максимальную силу тока $I_{\text{max}} \sim 10 \text{ мА}$ и максимальное напряжение $U_{\text{max}} \sim 100 \text{ мВ}$. Для использования гальванометра в качестве амперметра параллельно катушке подключается шунт, сопротивление которого значительно меньше сопротивления катушки. А для использования гальванометра в качестве вольтметра последовательно с ним присоединяют добавочное сопротивление, сопротивление которого значительно больше сопротивления катушки.

На основе магнитоэлектрического измерительного механизма выпускается большое количество разнообразных амперметров и вольтметров постоянного и переменного тока (в цепях переменного тока к гальванометру, кроме шунта или добавочного сопротивления, подключают диод).

Действие приборов **электромагнитной системы** основано на явлении втягивания железного сердечника в катушку с током (рис. 201). Они обладают меньшей чувствительностью по сравнению с приборами других систем.

В приборах электромагнитной системы измеряемый ток пропускается по неподвижной катушке, а поворот подвижной системы вызывается втягиванием в эту катушку стального сердечника, связанного с подвижной системой. Обмотка катушки амперметра состоит из нескольких витков или нескольких десятков витков. В вольтметре обмотка катушки имеет несколько тысяч витков и добавочное сопротивление.

Приборы этой системы применяются в основном в качестве щитовых амперметров и вольтметров для измерений в цепях переменного тока промышленной частоты.

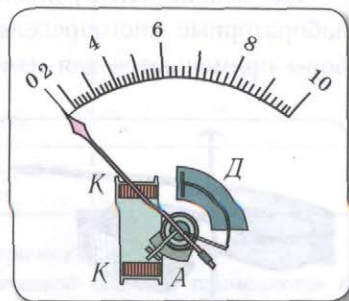


Рис. 201. Схема устройства прибора электромагнитной системы: А — железный сердечник; К — катушка с током; Д — демпфер

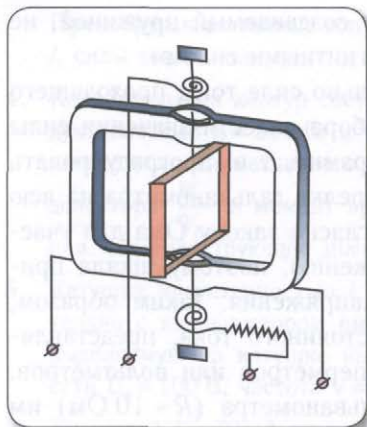


Рис. 202. Схема устройства прибора электродинамической системы

Приборы электродинамической системы могут применяться для измерения мощности, т. е. служить ваттметрами. Для этого неподвижную катушку включают в цепь последовательно с потребителем, а подвижную через дополнительный резистор включают параллельно с ним. Вращающий момент, действующий на подвижную катушку, пропорционален произведению сил токов в обеих катушках. Сила тока в первой катушке равна силе тока в рабочей цепи, а сила тока во второй пропорциональна напряжению на рабочем участке цепи. Их произведение пропорционально мощности.

На основе электродинамического измерительного механизма выпускаются лабораторные многопредельные амперметры, вольтметры и ваттметры. Эти приборы применяются для измерений в цепях как постоянного, так и переменного тока. В последнем случае они дают наиболее надежные показания.

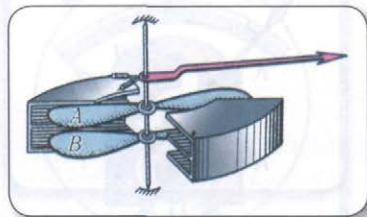


Рис. 203. Схема устройства измерительного механизма прибора электростатической системы

Приборы электромагнитной системы можно использовать для измерений в цепях как постоянного, так и переменного тока.

Действие приборов **электродинамической системы** основано на взаимодействии проводников с током (рис. 202). В отличие от приборов магнитоэлектрической системы в приборах электродинамической системы нет постоянного магнита. Внутри неподвижной катушки расположена подвижная катушка. Поворот подвижной части происходит в результате притяжения или отталкивания двух катушек, когда по ним проходит ток. В амперметре и вольтметре катушки включены последовательно, и по ним проходит одинаковый ток. В данном случае возникающий вращающий момент пропорционален квадрату силы тока.

Действие приборов **электростатической системы** основано на электростатическом взаимодействии разноименно заряженных проводников, один из которых является подвижным AB (рис. 203). Такие приборы позволяют измерять только напряжение.

Основная область применения приборов электростатической системы — измерение больших напряжений в цепях переменного и постоянного тока.

янного тока. Верхний предел измерений — до 100 кВ, диапазон частот — до 20 МГц.

Иногда действие измерительного механизма электроизмерительных приборов основано на *тепловом действии тока*. Главной частью измерительного механизма в этом случае является тонкая платиноиридиевая проволока AB , натянутая между двумя зажимами (рис. 204). При прохождении по ней тока проволока нагревается и становится длиннее. Удлинение проволоки вызывает вращение блока с укрепленной на той же оси стрелкой. Таким образом, каждому значению силы тока соответствует определенный угол поворота стрелки.

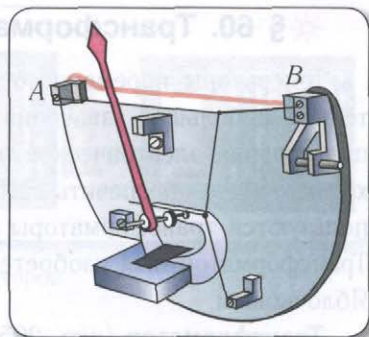


Рис. 204. Схема устройства прибора, основанного на тепловом действии тока

Следует отметить, что любой электроизмерительный прибор должен иметь такое устройство, чтобы его включение в цепь заметно не изменяло ни тока, ни напряжения в цепи, иначе измерить истинные значения этих величин будет невозможно.

В настоящее время широко применяются цифровые амперметры и вольтметры.

Условные обозначения электроизмерительных приборов и их назначения приведены в таблице 5.

Таблица 5
Условные обозначения электроизмерительных приборов

Система прибора	Условное обозначение	Измеряемая величина	Условное обозначение
Магнитоэлектрическая		постоянный ток	—
Электромагнитная		переменный ток	~
Электродинамическая		постоянный и переменный ток	\approx
Электростатическая		постоянное и переменное напряжение	\approx

1. Как устроен электроизмерительный прибор магнитоэлектрической системы?
2. Почему электроизмерительные приборы магнитоэлектрической системы применяются в основном в цепях постоянного тока?
3. Как устроен измерительный механизм приборов электродинамической системы?
4. Как устроен измерительный механизм приборов электромагнитной системы?
5. Почему приборы электродинамической и электромагнитной систем можно применять как в цепях постоянного, так и в цепях переменного тока?
6. Как устроены электроизмерительные приборы, основанные на тепловом действии тока?

✳ § 60. Трансформатор

Генераторы переменного тока создают в расчете на определенные, сравнительно небольшие, значения напряжения и мощности. Для практического использования электрической энергии в различных устройствах и приборах необходимо уметь обеспечить самые различные значения напряжений. Для этого используются трансформаторы (от латинского слова *transformo* — *преобразую*). Трансформатор был изобретен в 1878 г. русским ученым Павлом Николаевичем Яблочковым.

Трансформатор (рис. 205, а) — это электромагнитный аппарат, преобразующий переменный ток одного напряжения в переменный ток той же частоты, но другого напряжения. Трансформатор, который увеличивает напряжение, называют *повышающим*, а трансформатор, который его уменьшает, — *понижающим*. Схематическое изображение и условное обозначение трансформатора показаны на рисунке 205, б, в.

В простейшем случае трансформатор состоит из двух обмоток, надетых на общий сердечник, одна из которых с числом витков N_1 называется *первичной*, а другая с числом витков N_2 — *вторичной*. На первичную обмотку подается напряжение U_1 (действующее значение), а с вторичной снимается преобразованное напряжение U_2 (действующее значение).

Заметим, что обмотки трансформатора могут быть расположены различным образом на общем сердечнике (рис. 206).

Принцип действия трансформатора основан на явлении электромагнитной индукции. Магнитный поток, создаваемый переменным током в первичной обмотке, благодаря наличию сердечника практически без потерь пронизывает витки вторичной обмотки, возбуждая в ней ЭДС индукции. Таким образом, трансформатор может работать только на переменном токе.

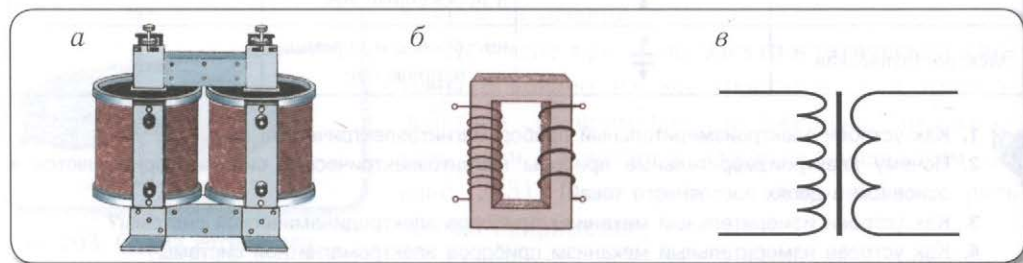


Рис. 205. Трансформатор: а — общий вид; б — схематическое изображение; в — условное обозначение

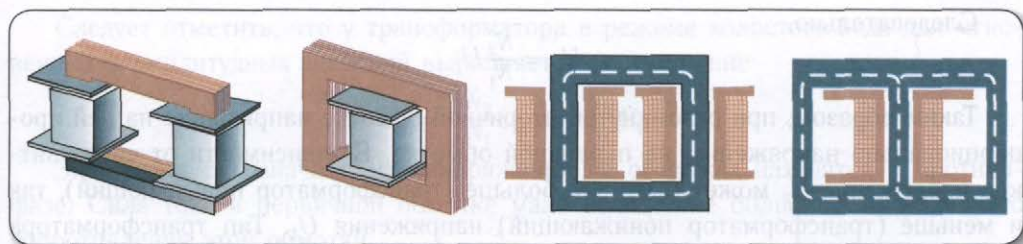


Рис. 206. Различные расположения обмоток трансформаторов

Первичную обмотку трансформатора, как любую катушку индуктивности, можно рассматривать как последовательно соединенные катушку индуктивности L и активное сопротивление R . Тогда действующие значения поданного на первичную обмотку напряжения и напряжений на сопротивлении и индуктивности связаны соотношением

$$U_1 = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}.$$

Изменение магнитного потока через первичную обмотку вследствие прохождения по ней переменного тока приводит к возникновению ЭДС самоиндукции, при этом на первичной обмотке

$$U_L = -\mathcal{E}_{si}.$$

Отметим, что это соотношение справедливо для мгновенных значений при $\omega L \gg R$, а значит, и для амплитудных.

Чем больше индуктивное сопротивление первичной обмотки по сравнению с ее активным сопротивлением, тем меньше отличается напряжение U_L от напряжения, подаваемого на первичную обмотку.

Пусть первичная обмотка трансформатора подключена к источнику тока с переменной ЭДС с действующим значением напряжения U_1 . Если весь магнитный поток, создаваемый переменным током в первичной обмотке, пронизывает вторичную обмотку без рассеяния, то в каждом витке вторичной обмотки будет индуцироваться точно такая же ЭДС индукции, как и ЭДС самоиндукции в каждом витке первичной обмотки. Следовательно, отношение ЭДС в первичной и вторичной обмотках равно отношению числа витков в них соответственно:

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = \frac{N_1 e}{N_2 e} = \frac{N_1}{N_2},$$

где e — значение ЭДС для одного витка.

Режимом холостого хода трансформатора называется режим с разомкнутой вторичной обмоткой. В этом случае напряжение на вторичной обмотке равно индуцируемой в ней ЭДС:

$$U_2 = \mathcal{E}_2.$$

Следовательно,

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1.$$

Таким образом, при разомкнутой вторичной обмотке напряжение на ней пропорционально напряжению на первичной обмотке. В зависимости от числа витков напряжение U_2 может быть как больше (трансформатор повышающий), так и меньше (трансформатор понижающий) напряжения U_1 . Тип трансформатора определяется **коэффициентом трансформации**, который равен отношению числа витков первичной обмотки к числу витков вторичной:

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2.$$

В режиме холостого хода отношение действующих значений напряжений на концах первичной и вторичной обмоток трансформатора равно коэффициенту трансформации:

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2.$$

Как видим из формулы, при $k > 1$ трансформатор будет понижающим, а при $k < 1$ — повышающим.

Включение во вторичную цепь нагрузки приводит к появлению в ней тока. Магнитный поток, создаваемый током во вторичной обмотке, согласно правилу Ленца стремится уменьшить магнитный поток через витки первичной обмотки. Ослабление магнитного потока в сердечнике уменьшает ЭДС индукции в первичной обмотке. Это приводит к тому, что сила тока в ней будет расти до тех пор, пока магнитный поток в сердечнике не достигнет прежней величины. Следовательно, в стационарном режиме работы один и тот же магнитный поток пронизывает обе обмотки.

С учетом того, что $\Phi = NLI$ и $\Phi_1 = \Phi_2$, находим

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{k}.$$

Коэффициентом полезного действия η трансформатора называется отношение мощности на нагрузке P_2 к мощности, потребляемой первичной обмоткой трансформатора P_1 :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1}.$$

Так как КПД трансформаторов близок к 100 %, то $P_1 \approx P_2$. Кроме того, если нагрузка трансформатора является активной, то $\cos \varphi_1 \approx \cos \varphi_2$. Откуда следует, что $I_1 U_1 \approx I_2 U_2$. Во сколько раз при помощи трансформатора увеличивается напряжение, во столько же раз уменьшается сила тока.

Следует отметить, что у трансформатора в режиме холостого хода для мгновенных и амплитудных значений выполняется соотношение

$$U_2 = -\frac{N_2}{N_1} U_L \approx -\frac{N_2}{N_1} U_1.$$

Знак «минус» означает, что напряжения на обмотках находятся в противофазе. Сила тока в первичной обмотке мала вследствие большого индуктивного сопротивления этой обмотки.

Рабочим ходом (режимом) трансформатора называется режим, при котором в цепь его вторичной обмотки включена нагрузка с отличным от нуля сопротивлением. В этом случае действующие значения ЭДС, напряжений и токов в первичной и вторичной цепях согласно закону Ома для полной цепи связаны соотношениями:

$$U_1 = \mathcal{E}_1 + I_1 R_1, \quad U_2 = \mathcal{E}_2 + I_2 R_2.$$

Режимом короткого замыкания называется режим, при котором вторичная обмотка трансформатора замкнута без нагрузки. Данный режим опасен для трансформатора, поскольку в этом случае ток во вторичной обмотке максимален и происходит электрическая и тепловая перегрузка системы.

При работе реального трансформатора всегда имеются энергетические потери, связанные с различными физическими процессами. В первую очередь они обусловлены вихревыми токами (**токами Фуко**), возникающими в сердечнике при изменении пронизывающего его магнитного потока. Они нагревают сердечник, что приводит к большим потерям энергии и разогреву трансформатора. Для предотвращения перегрева на мощных трансформаторах используется масляное охлаждение.

Для уменьшения тепловых потерь сердечники трансформаторов (магнитопроводы) изготавливают не из сплошного куска металла, а из тонких пластин специальной трансформаторной стали, разделенных тончайшими слоями диэлектрика (пластины покрывают лаком).

Перечислим процессы, приводящие к потерям энергии в трансформаторе: нагревание обмоток трансформатора при прохождении электрического тока; работа по перемагничиванию сердечника; рассеяние магнитного потока.

Современные трансформаторы имеют очень высокие КПД (до 95—99%), что позволяет им работать практически без потерь.



1. Опишите устройство простейшего трансформатора.
2. На каком явлении основан принцип действия трансформатора?
3. Как связаны между собой напряжения на входе и выходе трансформатора? Будет ли работать трансформатор, если его включить в цепь постоянного тока?

4. Какой режим работы трансформатора называется холостым ходом?
5. Что называют коэффициентом трансформации?
6. Что такое рабочий режим трансформатора?
7. Как определяют КПД трансформатора?
8. Какими неоспоримыми преимуществами перед другими видами энергии обладает электрическая энергия?
9. Что такое режим короткого замыкания трансформатора?

Упражнение 42

1. Первичная обмотка трансформатора содержит $N_1 = 185$ витков, вторичная — $N_2 = 65$. Какой это трансформатор, повышающий или понижающий? Во сколько раз k он изменяет напряжение, подаваемое на первичную обмотку?
2. Для питания неоновых трубок световой рекламы требуется действующее напряжение $U_1 = 12$ кВ. Каким должно быть отношение k числа витков во вторичной и первичной обмотках трансформатора для питания трубок от сети с действующим напряжением $U_2 = 120$ кВ? Определите действующее значение напряжения U на трансформаторе, если он включен в сеть наоборот.
3. Первичная обмотка трансформатора содержит $N_1 = 1800$ витков, вторичная — $N_2 = 120$. Определите действующее значение силы тока I_1 в первичной обмотке, если во вторичной обмотке оно — $I_2 = 8,0$ А. Найдите действующее значение напряжения U_2 на вторичной обмотке, если на первичной обмотке $U_1 = 120$ В.
4. В трансформаторе мощностью $P = 280$ Вт выходное значение действующего напряжения $U_2 = 6,0$ В, а действующее значение силы тока в первичной обмотке — $I_1 = 20$ А. Какой это трансформатор, понижающий или повышающий? Во сколько раз k изменится напряжение?
5. По двум проводам сопротивлением $R = 0,055$ Ом каждый, передается электрическая мощность $P = 80$ кВт. Каких потерь мощности в линии удастся избежать, если не подавать в линию действующее значение напряжения $U = 120$ В, а сначала повысить его до $U_1 = 1200$ В и в конце линии понизить снова до $U = 120$ В с помощью трансформаторов, КПД каждого из которых $\eta = 99\%$?
6. В радиоприемнике установлен трансформатор, имеющий две вторичные обмотки, действующее значение напряжения на первой $U_{21} = 4$ В, а на второй — $U_{22} = 40$ В. Действующее значение напряжения на первичной обмотке трансформатора, содержащей $N_1 = 180$ витков, $U_1 = 120$ В. Найдите число витков N_{21} и N_{22} во вторичных обмотках.

§ 61. Передача и использование электрической энергии

Трансформаторы широко применяются при передаче электрической энергии на большие расстояния, так как при этом возникает необходимость многократного преобразования электрического напряжения.

Как известно, тепловые потери в проводниках пропорциональны квадрату силы тока, поэтому для их уменьшения целесообразно передавать электроэнергию при



Рис. 207. Блок-схема передачи электроэнергии

малой силы тока. Уменьшение силы тока в n раз снижает тепловые потери в проводах в n^2 раз. Напряжение при этом следует повышать для сохранения передаваемой мощности, поэтому на практике применяют высоковольтные линии электропередачи.

Напряжение питания отдельных потребителей должно быть низким для упрощения их конструкции и безопасности обслуживания, что легко достигается при применении трансформаторов.

Рассмотрим блок-схему передачи и распределения электроэнергии (рис. 207): генератор переменного тока (~ 10 кВ) \Rightarrow повышающий трансформатор (~ 500 кВ) \Rightarrow высоковольтные линии электропередачи \Rightarrow понижающие трансформаторы (220 В, 127 В, 380 В) \Rightarrow потребитель.

В современном обществе потребление электроэнергии распределяется примерно следующим образом:

промышленность — 70 %;
 транспорт — 15 %;
 сельское хозяйство — 10 %;
 бытовое потребление — 5 %.

В настоящее время все большее распространение получают линии передач, использующие постоянный ток. Это происходит потому, что, хотя преобразование постоянного напряжения сложнее и дороже, постоянный ток по сравнению с переменным обладает рядом преимуществ.

Во-первых, постоянный ток, в отличие от переменного, не создает переменные магнитные поля, которые индуцируют токи в близлежащих проводах, что приводит к потерям мощности.

Во-вторых, постоянный ток можно передавать при более высоком напряжении — у постоянного тока эффективное напряжение равно амплитудному, и не

следует опасаться электрического пробоя изолятора или воздуха при амплитудном напряжении.

Электроэнергия вырабатывается на электростанциях. В зависимости от вида первоначально используемого носителя энергии все современные электростанции делятся на тепловые, атомные и гидроэлектростанции. Приведем их некоторые данные:

тепловые электростанции (ТЭС) работают на угле, нефти, мазуте, газе и др. (КПД $\eta = 40\%$);

гидроэлектростанции (ГЭС) используют энергию падающей воды (КПД $\eta = 95\%$);

атомные электростанции (АЭС) работают на энергии, выделяющейся при расщеплении ядер урана и плутония (КПД $\eta = 20\%$).

Работа электростанций вследствие их значительной мощности существенным образом влияет на состояние окружающей среды и приводит к появлению следующих экологических проблем:

ТЭС — загрязнение атмосферы продуктами сгорания, изменение природного теплового баланса из-за рассеяния тепловой энергии;

ГЭС — изменение климата, нарушение экологического равновесия, уменьшение пахотных площадей;

АЭС — опасность радиоактивного загрязнения среды при авариях, проблемы захоронения радиоактивных отходов.



В настоящее время существуют экологически чистые электростанции, использующие энергию Солнца, ветра или морских приливов. Их доля в производстве электроэнергии невелика, однако она непрерывно возрастает.



1. Какова частота промышленного переменного тока?
2. Какие типы электростанций вы знаете?
3. Как осуществляется передача электроэнергии на большое расстояние?
4. Почему, чем длиннее линия электропередачи, тем выгоднее использовать более высокое напряжение?
5. Назовите альтернативные способы получения электроэнергии, не загрязняющие окружающее пространство.

Основные формулы в главе 9

Формула Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Действующее (эффективное) значение силы переменного тока и напряжения:

$$I_d = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_d = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

* Емкостное сопротивление:

$$X_C = \frac{1}{\omega C},$$

Индуктивное сопротивление:

$$X_L = \omega L.$$

Закон Ома для переменного тока:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_0}{Z}.$$

Сдвиг фаз:

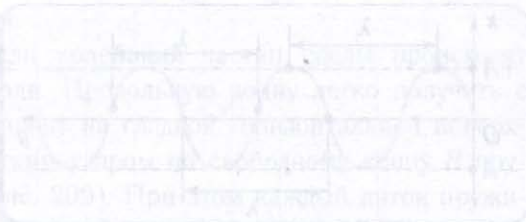
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Мощность переменного тока:

$$P = U_d I_d \cos \varphi = I_d^2 R \cos \varphi = \frac{U_d^2}{R} \cos \varphi.$$

Коэффициент трансформации:

$$k = \frac{N_1}{N_2}.*$$



Глава 10. Волновое движение

✳ § 62. Распространение колебаний в упругих средах. Продольные и поперечные волны

Опыт показывает, что колебания, возбужденные в какой-либо точке упругой среды, с течением времени передаются в ее другие точки. В качестве примера достаточно вспомнить, что измерение пульса осуществляется на запястье, хотя сердце расположено внутри грудной клетки. Такие явления связаны с распространением *механических волн*.

Механической волной называется процесс распространения колебаний в упругой среде, который *сопровождается передачей энергии* от одной точки среды к другой.



Механические волны не могут распространяться в вакууме.

Источником механических волн является колеблющееся тело. Если источник колеблется синусоидально, то и волна в упругой среде будет иметь форму синусоиды. Колебания, вызванные в каком-либо месте упругой среды, распространяются в ней с определенной скоростью, зависящей от плотности и упругих свойств среды.

Подчеркнем, что при распространении волны *отсутствует перенос вещества*, т. е. частицы колеблются вблизи положений равновесия. Среднее смещение частиц за большой промежуток времени равно нулю.

Рассмотрим основные характеристики волны.

Волновой фронт — это воображаемая поверхность, до которой дошло волновое возмущение в данный момент времени.

Линия, проведенная перпендикулярно волновому фронту в направлении распространения волны, называется **лучом**. Луч указывает направление распространения волны.

Основными характеристиками волны являются (рис. 208):

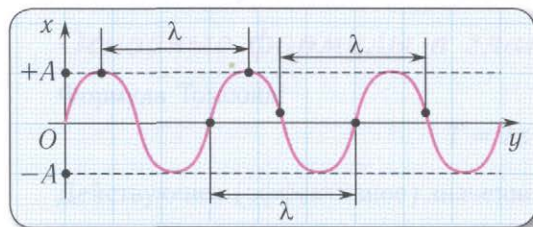


Рис. 208. Основные характеристики волны

амплитуда (A) — модуль максимального смещения точек среды из положений равновесия при колебаниях;

период (T) — время полного колебания (период колебаний точек среды равен периоду колебаний источника волны);

частота (ν) — число полных колебаний в данной точке в единицу времени. Частота волн определяется частотой источника;

скорость (v) — скорость перемещения гребня волны (это не скорость частиц!):

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \text{или} \quad v = \lambda \nu;$$

длина волны (λ) — наименьшее расстояние между двумя точками, колебания в которых происходят в одинаковой фазе, т. е. это расстояние, на которое волна распространяется за промежуток времени, равный периоду колебаний источника ($\lambda = vT$).

Рассмотрим колебания источника волны, происходящие с циклической частотой ω ($\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$) и амплитудой A :

$$x(t) = A \sin \omega t,$$

где $x(t)$ — смещение источника от положения равновесия.

В некоторую точку среды колебания придут не мгновенно, а через промежуток времени, определяемый скоростью волны и расстоянием от источника до точки наблюдения. Если скорость волны в данной среде равна v , то зависимость от времени t координаты (смещения) x колеблющейся точки, находящейся на расстоянии r от источника, описывается функцией

$$x(t, r) = A \sin \omega \left(t - \frac{r}{v} \right) = A \sin(\omega t - kr),$$

где k — **волновое число** ($k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi\nu$), $\varphi = kr - \omega t$ — **фаза** волны.

Выражение $x(t, r)$ называется **уравнением плоской волны**, распространяющейся (*бегущей*) вдоль направления радиус-вектора \vec{r} .

Бегущую волну можно наблюдать, проведя следующий опыт: если один конец резинового шнура, лежащего на гладком горизонтальном столе, закрепить и, слегка натянув шнур рукой, привести его второй конец в колебательное движение в направлении, перпендикулярном шнуру, то по нему побежит волна, описываемая уравнением плоской волны.

Рассмотрим классификацию бегущих волн по направлению колебаний частиц среды, в которой они распространяются.

Волна называется **продольной**, если колебания частиц среды происходят вдоль направления распространения волн. Продольную волну легко получить с помощью длинной пружины, которая лежит на гладкой горизонтальной поверхности и один конец ее закреплен. Легким ударом по свободному концу B пружины мы вызовем появление волны (рис. 209). При этом каждый виток пружины будет колебаться вдоль направления распространения волны BC . Примерами продольных волн являются звуковые волны в воздухе и жидкости.

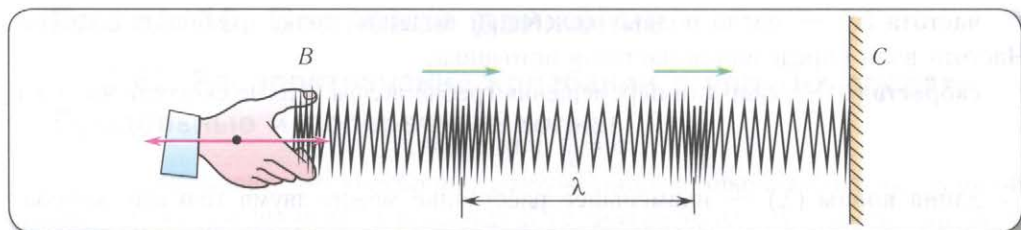


Рис. 209. Продольная волна

Волна называется **поперечной**, если частицы среды колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. С помощью длинной пружины можно продемонстрировать распространение поперечных волн, если совершать колебания незакрепленного конца перпендикулярно пружине (рис. 210). Поперечные волны вызывают звучание струн музыкальных инструментов при их возбуждении.

Продольные колебания симметричны относительно линии распространения BC , и их действие на любой регистрирующий прибор не изменяется, если прибор будет поворачиваться вокруг направления распространения.

Действие поперечных волн на регистрирующий прибор зависит от того, в какой плоскости, проходящей через линию распространения, происходит колебание. Эта особенность поперечных волн носит название **поляризации**. Если колебания происходят в одной плоскости, то волну называют **плоско** или **линейно поляризованной**. Если конец вектора колебаний, например вектора смещения, скорости, напряженности электрического поля, описывает эллипс или окружность, то волну называют **эллиптически** или **циркулярно поляризованной**.

До сих пор мы рассматривали волны, распространяющиеся в какой-либо среде. Волны, которые распространяются на границе раздела двух сред, называются **поверхностными волнами**. Примером данного типа волн служат волны на поверхности воды.

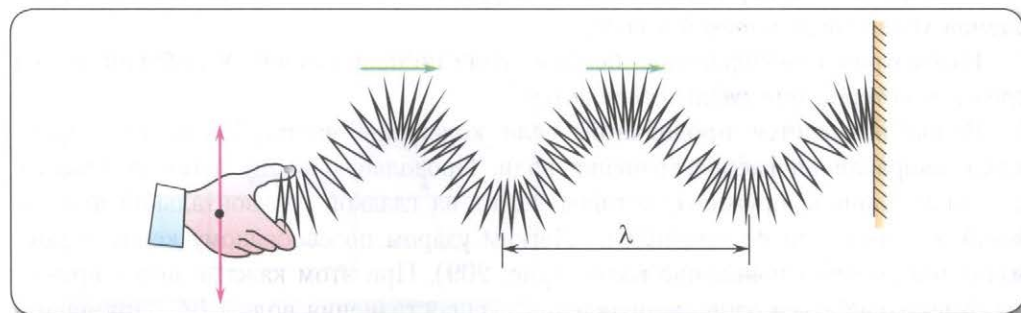


Рис. 210. Поперечная волна



1. Что называется механической волной?
2. Какими физическими величинами характеризуются волны?
3. Какая волна называется продольной? Поперечной?
4. Что такое волновой фронт?
5. Что такое длина волны?
6. Как связаны длина волны и частота?
7. Что такое поляризация волны?
8. Запишите уравнение волны, распространяющейся в положительном направлении оси Ox .

Упражнение 43

1. Определите скорость v распространения волны, если ее длина $\lambda = 15$ м, а период колебаний $T = 0,20$ с.
2. Мимо неподвижного наблюдателя за промежуток времени $\Delta t = 20$ с прошло $n = 8$ гребней волн. Определите период T колебаний частиц.
3. Волна от катера, проходящего по озеру, дошла до берега через промежуток времени $\Delta t = 5,0$ мин, причем расстояние между соседними гребнями оказалось равным $l = 1,5$ м, а промежуток времени между двумя последовательными ударами волн о берег $\Delta t = 4,0$ с. На каком расстоянии L от берега проходил катер?
4. Рыболов заметил, что за промежуток времени $\Delta t = 20$ с поплавок совершил $n_1 = 40$ колебаний на волнах. При этом расстояние между берегом и рыболовом $l = 12$ м, и на этом расстоянии укладывается $n_2 = 20$ гребней волны. Определите скорость v волны.
5. Определите расстояние l между точками шнура, по которому распространяется волна частотой $\nu = 100$ Гц со скоростью $v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, сдвиг фаз между которыми $\Delta\phi = \frac{2\pi}{3}$.
6. Волна частотой $\nu = 8,0$ Гц распространяется со скоростью $v = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите разность фаз $\Delta\phi$ точек волны, отстоящих друг от друга на $r = 1,0$ м.

* § 63. Звуковые волны. Скорость звука. Ультразвук

Звуком называются колебания среды, воспринимаемые органами слуха.

Раздел физики, в котором изучаются звуковые явления, называется **акустикой**.

Звуковая волна — упругая продольная волна, представляющая собой зоны сжатия и разрежения упругой среды (например, воздуха), распространяющиеся в пространстве с течением времени. Таким образом, в процессе распространения звуковой волны меняются такие характеристики среды, как давление и плотность.

Звуковые волны классифицируются по частоте следующим образом:

инфразвук ($\nu < 16$ Гц);

слышимый человеком звук ($16 \text{ Гц} < \nu < 20\,000 \text{ Гц}$);

ультразвук ($\nu > 20\,000$ Гц);
гиперзвук (10^9 Гц $< \nu < 10^{12}$ Гц — 10^{13} Гц).



Многие животные могут воспринимать ультразвуковые частоты. Например, собаки могут слышать звуки до 50 000 Гц, а летучие мыши — до 100 000 Гц. Инфразвук, распространяясь в воде на сотни километров, помогает китам и многим другим морским животным ориентироваться в толще воды.

Звуковые волны приносят человеку жизненно важную информацию — с их помощью мы общаемся, наслаждаемся мелодиями, узнаем по голосу знакомых людей. Мир окружающих нас звуков разнообразен и сложен, однако мы достаточно легко ориентируемся в нем и безошибочно можем отличить пение птиц от шума городской улицы.

Одной из важнейших характеристик звуковых волн является *спектр*. **Спектром** называется набор различных частот, образующих данный звуковой сигнал. Спектр может быть *сплошным* или *дискретным*.

В **сплошном спектре** присутствуют волны, частоты которых заполняют весь заданный спектральный диапазон.

В **дискретном спектре** — конечное число волн с определенными частотами и амплитудами, которые образуют рассматриваемый сигнал.

По типу спектра звуки разделяются на *шумы* и *музыкальные тона*.

Шум — совокупность множества разнообразных кратковременных звуков (*хруст, шелест, шорох, стук* и т. п.) — представляет собой наложение большого числа колебаний с близкими амплитудами, но различными частотами (*имеет сплошной спектр*).

Музыкальный тон создается периодическими колебаниями звучащего тела (*камертон, струна*) и представляет собой гармоническое колебание одной частоты. На основе музыкальных тонов создана музыкальная азбука — ноты (*до, ре, ми, фа, соль, ля, си*), которые позволяют воспроизводить одну и ту же мелодию на различных музыкальных инструментах.

Музыкальный звук (созвучие) — результат наложения нескольких одновременно звучащих музыкальных тонов, из которых можно выделить **основной тон**, соответствующий наименьшей частоте. Основной тон называется также *первой гармоникой*. Все остальные тоны называются **обертонами**. Обертоны называются *гармоническими*, если частоты обертонов кратны частоте основного тона. Таким образом, музыкальный звук имеет дискретный спектр.

Любой звук, помимо частоты, характеризуется *интенсивностью*.

Интенсивность I — это энергия W , переносимая волной в единицу времени $\Delta t = 1$ с через единичную площадку площадью $S = 1 \text{ м}^2$, расположенную перпендикулярно к направлению распространения волны:

$$I = \frac{W}{S\Delta t}.$$

Другими словами, интенсивность любой волны — мощность, переносимая волной через единичную площадку, расположенную перпендикулярно к направлению распространения волны.

Единицей интенсивности в СИ является *ватт на метр в квадрате* ($1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$).

Чтобы вызвать звуковые ощущения, волна должна обладать некоторой минимальной интенсивностью, называемой **порогом слышимости**.



С возрастом порог слышимости человека возрастает.

Интенсивность звуковых волн, при которой возникает ощущение боли, называют **порогом болевого ощущения** или **болевым порогом**. Интенсивность звука, улавливаемого ухом человека, лежит в широких пределах: от $10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ (порог слышимости) до $1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ (порог болевого ощущения). Человек может слышать и более интенсивные звуки, но при этом он будет испытывать боль.



Реактивный самолет может создать звук интенсивностью $\sim 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$, мощные усилители на концерте в закрытом помещении — до $1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$, поезд метро — около $10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Уровни интенсивности звука L определяют обычно, используя шкалу, единицей которой является **бел (Б)** или, что гораздо чаще, **децибел (дБ)** (одна десятая бела). 1 Б самый слабый звук, который воспринимает наше ухо. Единица названа в честь изобретателя телефона А. Г. Белла. Измерение уровня интенсивности в децибелах проще, поэтому принято в физике и технике.



Уровень интенсивности L любого звука в децибелах вычисляется через интенсивность звука по формуле

$$L = 10 \cdot \lg\left(\frac{I}{I_0}\right),$$

где I — интенсивность данного звука, I_0 — интенсивность $1 \frac{\text{пВт}}{\text{м}^2}$, соответствующая минимально возможной интенсивности звука, улавливаемого ухом человека.

Так, поезд метро создает уровень интенсивности звука 100 дБ, мощные усилители — 120 дБ, а реактивный самолет — 150 дБ. Тем, кто при работе подвергается воздействию шума свыше 100 дБ, следует пользоваться наушниками.

Физическим характеристикам звука соответствуют определенные (субъективные) характеристики, связанные с восприятием его конкретным человеком. Это связано с тем, что восприятие звука — процесс не только физический, но и физиологический. Действительно, человеческое ухо воспринимает звуковые колебания определенных частот и интенсивностей (это объективные, не зависящие от человека характеристики звука) по-разному, в зависимости от «характеристик приемника» (здесь влияют субъективные индивидуальные черты каждого человека).

Основными физиологическими характеристиками звука являются *громкость*, *высота* и *тембр*.

Громкость (степень слышимости звука) определяется как интенсивностью звука (амплитудой колебаний в звуковой волне), так и различной чувствительностью человеческого уха на разных частотах, т. е. его способностью улавливать звуки различных частот. Наибольшей чувствительностью человеческое ухо обладает в диапазоне частот от 1000 Гц до 5000 Гц. Порог слышимости зависит от частоты звука: при частоте 1000 Гц он примерно 120—130 дБ, а при частоте 50 Гц — примерно 50 дБ. С частотой изменяется также и кажущаяся громкость звука. Звук, имеющий уровень интенсивности 20 дБ на частоте 1000 Гц, вследствие особенностей восприятия будет иметь такую же громкость, как и звук в 50 дБ на частоте 100 Гц. Следует отметить, что болевой порог в зависимости от частоты изменяется не столь существенно, как порог слышимости.



При увеличении интенсивности в 10 раз уровень громкости увеличивается на 20 дБ. Вследствие этого звук в 50 дБ оказывается в 100 раз интенсивнее звука в 30 дБ.

Высота звука определяется частотой звуковых колебаний, обладающих наибольшей интенсивностью в спектре.

Тембр (отенок звука) зависит от того, сколько *обертонов* присоединяется к *основному тону* и какова их интенсивность и частота. По тембру мы легко отличаем звуки скрипки и рояля, флейты и гитары, голоса людей (табл. 6) и т. д.

Скорость звука зависит от упругих свойств, плотности и температуры среды. Чем больше упругие силы, тем быстрее передаются колебания частиц соседним частицам и тем быстрее распространяется волна. Поэтому скорость звука в газах меньше, чем в жидкостях, а в жидкостях, как правило, меньше, чем в твердых телах (табл. 7).

Скорость звука в идеальных газах с ростом температуры растет пропорционально \sqrt{T} , где T — абсолютная температура. В воздухе скорость звука $c = 331 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ при температуре $t = 0^\circ\text{C}$ и $c = 343 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ при температуре $t = 20^\circ\text{C}$. В жидкостях и металлах скорость звука, как правило, уменьшается с ростом температуры (исключение — вода).

Таблица 6

Частота колебаний различных источников звука

Источник звука	ν , Гц	Источник звука	ν , Гц
<i>Мужской голос:</i>	100—7000	Контрабас	60—8 000
бас	80—350	Виолончель	70—8 000
баритон	100—400	Труба	60—6 000
тенор	130—500	Саксофон	80—8 000
<i>Женский голос:</i>	200—9000	Рояль	90—9 000
контральто	170—780	<i>Музыкальные тона:</i>	
меццо-сопрано	200—900	нота <i>до</i>	261,63
сопрано	250—1000	нота <i>ре</i>	293,66
колоратурное сопрано	260—1400	нота <i>ми</i>	329,63
Орган	22—16 000	нота <i>фа</i>	349,23
Флейта	260—15 000	нота <i>соль</i>	392,0
Скрипка	260—15 000	нота <i>ля</i>	440,0
Арфа	30—15 000	нота <i>си</i>	493,88
Барабан	90—14 000		

Таблица 7

Скорость звука c в различных средах

Среда	t , °C	c , $\frac{м}{с}$
Воздух	0	331
Воздух	20	343
Вода	20	1490
Глицерин	20	1920
Ртуть	20	1450
Лед	0	3280
Сталь	20	5050
Стекло	20	5300
Чугун	20	3850

Впервые скорость распространения звука в воздухе была определена в 1640 г. французским физиком Мареном Мерсенном. Он измерял промежуток времени между моментами появления вспышки и звука при ружейном выстреле. Мерсенн определил, что скорость звука в воздухе равна $414 \frac{м}{с}$.

Способ ориентации или исследования окружающих объектов, основанный на излучении ультразвуковых импульсов с последующим восприятием отраженных импульсов (эха) от различных объектов, называется **эхолокацией**, а соответствующие приборы — **эхолокаторами**. Наиболее известные животные, обладающие способностью к эхолокации, — летучие мыши и дельфины. По своему совершенству эхолокаторы этих животных не уступают, а во многом и превосходят (по надежности, точности, энергетической экономичности) современные эхолокаторы, созданные человеком.



Эхолокацию используют различные китообразные, а также птицы гуахаро, гнездящиеся в глубоких пещерах Венесуэлы и на острове Тринидад, стрижи-салаганы, живущие в пещерах Юго-Восточной Азии.

Эхолокаторы, используемые под водой, называются **гидролокаторами** или **сонарами** (название *sonar* образовано из начальных букв трех английских слов: *sound* — звук, *navigation* — навигация, *range* — дальность). Сонары незаменимы при исследованиях морского дна (его профиля, глубины), для обнаружения и исследования различных объектов, движущихся глубоко под водой. При их помощи могут быть легко обнаружены как отдельные большие предметы или животные, так и стаи небольших рыб или моллюсков.



Волны ультразвуковых частот широко используются в медицине в диагностических целях. УЗИ-сканеры позволяют исследовать внутренние органы человека. Ультразвуковое излучение, в отличие от рентгеновского, безвредно для человека.



1. Какова природа звука и каковы его источники?
2. Как классифицируются звуки?
3. Какой диапазон звуковых частот воспринимает ухо человека?
4. Чему равна скорость распространения звука в воздухе?
5. Как зависит высота звука от частоты?
6. В каких пределах находятся частоты инфразвука и ультразвука?
7. Назовите основные характеристики звука.
8. Что такое порог слышимости? Болевой порог?
9. На какой частоте человеческое ухо обладает наилучшей чувствительностью?
10. Как по звукам, издаваемым мухой и комаром, определить, кто из них в полете чаще машет крыльями?
11. Почему понижается высота звука циркулярной пилы, когда к ней прижимают доску?

Упражнение 44

1. Расстояние между двумя железнодорожными станциями $l = 8,3$ км. Сколько времени распространяется звук от одной станции к другой по воздуху (Δt_1) и по рельсам (Δt_2)? Температура воздуха $t = 0,0$ °C.
2. Дельфины испускают ультразвуковые импульсы частотой $\nu = 250$ кГц. Определите длину волны такого ультразвука в воде (λ_1) и в воздухе (λ_2) при температуре $t = 20$ °C.
3. Определите глубину моря H в данном месте, если ультразвуковой импульс возвратился на судно через промежуток времени $\Delta t = 0,20$ с после послышки. Скорость ультразвука в морской воде $c = 1,5 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

4. Человек видит, как тяжелый камень падает на бетонный тротуар. Позже он слышит два звука от удара: один распространяется по воздуху, а другой — в бетоне. Промежуток времени между ними $\Delta t = 1,2$ с. На каком расстоянии l от человека упал камень, если скорость звука в бетоне $v_6 = 4500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?
5. При выстреле из орудия под углом $\alpha = 60,0^\circ$ к горизонту снаряд имеет начальную скорость $v_0 = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Через какой промежуток времени Δt артиллерист услышит звук от разрыва снаряда? Скорость звука в воздухе $c_{\text{в}} = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

§ 64. Электромагнитные волны. Скорость электромагнитных волн

Основные характеристики механических волн

Бегущая волна

Длина волны (λ) — наименьшее расстояние между двумя точками, колебания в которых происходят в одинаковой фазе, т. е. это расстояние, на которое волна распространяется за промежуток времени, равный периоду колебаний источника ($\lambda = vT$).

Скорость распространения волны:

$$v = \frac{\lambda}{T}, \quad v = \lambda \nu.$$

Уравнение бегущей волны:

$$x(t, r) = A \sin \omega \left(t - \frac{r}{v} \right) = A \sin (\omega t - kr).$$

Продольная волна

Волна называется **продольной**, если колебания происходят вдоль направления распространения волн.

Поперечная волна

Волна называется **поперечной**, если колебания происходят в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны.

Впервые гипотезу о существовании электромагнитных волн высказал в 1864 г. Максвелл. Он показал, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо магнитные поля, меняющиеся во времени. Магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическим током), либо переменными электрическими полями. Изменение индукции магнитного поля с течением времени вызывает появление в окружающем пространстве вихревого электрического поля. Силовые линии этого поля замкнуты, а вектор его напряженности $\vec{E}(t)$ в любой точке пространства

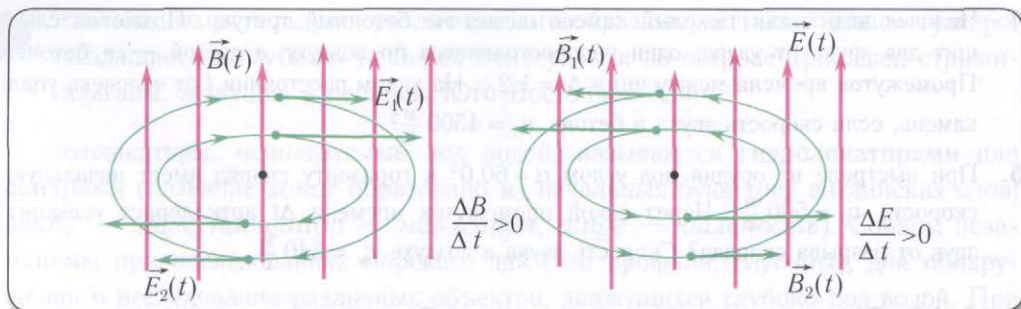


Рис. 211. Переменные электрические и магнитные поля, порождающие друг друга

перпендикулярен вектору индукции $\vec{B}(t)$ магнитного поля (рис. 211). Максвелл предположил, что любое изменение напряженности электрического поля сопровождается возникновением вихревого магнитного поля.

Совокупность связанных друг с другом периодически изменяющихся электрического и магнитного полей называют **электромагнитным полем**. Согласно теории Максвелла переменное электромагнитное поле распространяется в пространстве в виде электромагнитных волн.

✱ При ускоренном движении зарядов в проводнике создается переменное электрическое поле, которое порождает переменное магнитное поле, а последнее, в свою очередь, вызывает появление вихревого электрического поля уже на большем расстоянии от заряда и т. д. (рис. 212, а, б). Таким образом, попере-

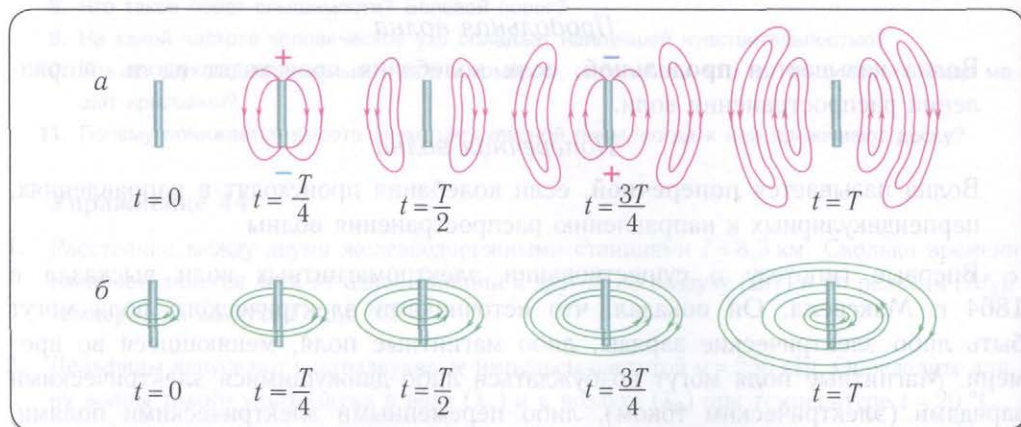


Рис. 212. Излучение электромагнитных волн простейшей антенной (диполем): а — расположение силовых линий электрического поля; б — расположение линий индукции магнитного поля

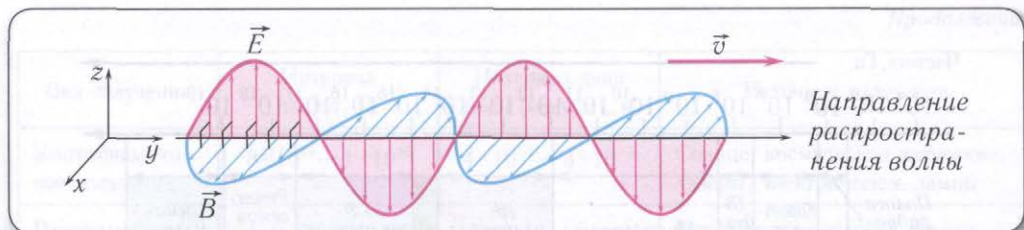


Рис. 213. Электромагнитная волна

менно порождая друг друга, в пространстве распространяется *электромагнитное поле*.✱

Электромагнитное поле, распространяющееся в вакууме или в какой-либо среде с течением времени с конечной скоростью, называется **электромагнитной волной** (рис. 213). Электромагнитные волны являются поперечными — вектор скорости \vec{v} , вектор напряженности \vec{E} электрического поля и вектор индукции \vec{B} магнитного поля взаимно перпендикулярны. Этим волнам свойственны все явления, характерные для механических волн (отражение, преломление и т. д.). Но в отличие от механических электромагнитные волны могут распространяться и в вакууме.

Одним из важнейших результатов теории Максвелла было теоретическое определение скорости электромагнитных волн. Согласно этой теории скорость c электромагнитной волны в вакууме связана с электрической постоянной ϵ_0 и магнитной постоянной μ_0 соотношением

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

Скорость распространения волны c в вакууме является предельной. В веществе скорость распространения меньше c и зависит от его электрических и магнитных свойств.

Экспериментально электромагнитные волны были открыты в 1887 г. немецким физиком Генрихом Рудольфом Герцем. Для их генерации он использовал специальное устройство (рис. 214). Длина волны, возникавшей при проскакивании искры между электродами устройства, была $\lambda = 10$ м. Это электромагнитное устройство впоследствии получило название *вибратора Герца*.

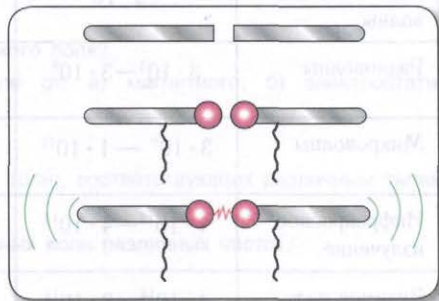


Рис. 214. Вибратор Герца

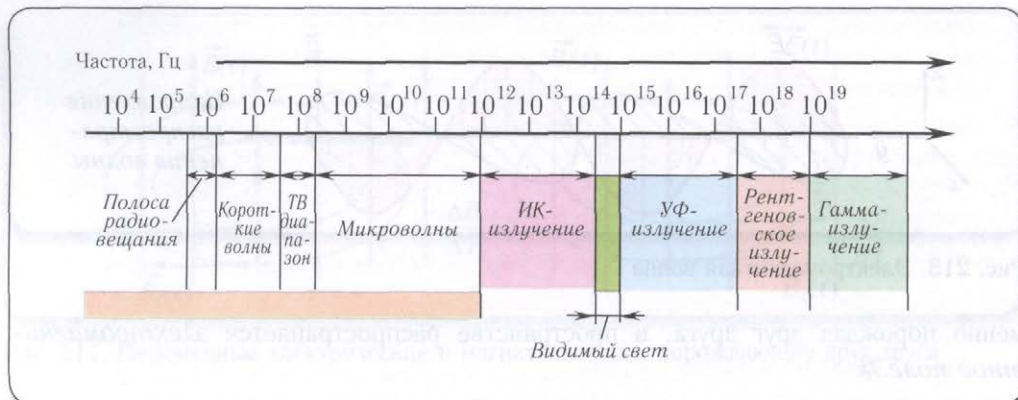


Рис. 215. Шкала электромагнитных волн

Герц считал, что такие волны невозможно использовать для передачи информации. Однако 7 мая 1905 г. русский ученый Александр Степанович Попов осуществил первую в мире передачу информации электромагнитными волнами — радиопередачу и положил начало эры радиовещания.

* Свойства электромагнитных волн очень сильно зависят от их частоты. Спектр электромагнитного излучения удобно изображать в виде шкалы электромагнитных волн, приведенной на рисунке 215, а их классификация в зависимости от частот (длин волн) дается в таблице 8.

Таблица 8
Классификация электромагнитных волн

Вид излучения	Интервал частот, Гц	Интервал длин волн (вакуум), м	Источник излучения
Низкочастотные волны	$< 3 \cdot 10^3$	$> 1 \cdot 10^6$	Генераторы переменного тока, электрические машины
Радиоволны	$3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^{-1}$	Колебательные контуры, вибраторы Герца
Микроволны	$3 \cdot 10^9 - 1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{-1} - 1 \cdot 10^{-4}$	Лазеры, полупроводниковые приборы
Инфракрасное излучение	$1 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{14}$	$1 \cdot 10^{-4} - 7 \cdot 10^{-7}$	Солнце, электролампы, лазеры, космическое излучение
Видимое излучение	$4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14}$	$7 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	Солнце, электролампы, люминесцентные лампы, лазеры

Продолжение

Вид излучения	Интервал частот, Гц	Интервал длин волн (вакуум), м	Источник излучения
Ультрафиолетовое излучение	$8 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{16}$	$4 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-8}$	Солнце, космическое излучение, лазеры, электрические лампы
Рентгеновское излучение	$1 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{20}$	$3 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-12}$	Бетатроны, солнечная корона, небесные тела, рентгеновские трубки
Гамма-излучение	$3 \cdot 10^{18} - 3 \cdot 10^{21}$	$1 \cdot 10^{-12} - 1 \cdot 10^{-13}$	Космическое излучение, радиоактивные распады, бетатроны *

В настоящее время электромагнитные волны находят широкое применение в науке и технике:

плавка и закалка металлов в электротехнической промышленности, изготовление постоянных магнитов (*низкочастотные волны*);

телевидение, радиосвязь, радиолокация (*радиоволны*);

мобильная связь, радиолокация (*микроволны*);

сварка, резка, плавка металлов лазерами, приборы ночного видения (*инфракрасное излучение*);

освещение, голография, лазеры (*видимое излучение*);

люминесценция в газоразрядных лампах, закаливание живых организмов, лазеры (*ультрафиолетовое излучение*);

рентгенотерапия, рентгеноструктурный анализ, лазеры (*рентгеновское излучение*);

дефектоскопия, диагностика и терапия в медицине, исследование внутренней структуры атомов, лазеры, военное дело (*гамма-излучение*).



1. Что является источником вихревого электрического поля?
2. Чем отличается вихревое электрическое поле от: а) магнитного; б) электростатического?
3. Что называется электромагнитной волной?
4. Перечислите основные интервалы частот (длин волн), соответствующих различным типам электромагнитных волн.
5. Приведите примеры применения электромагнитных волн различных частот.

✳ § 65. Изобретение радио. Принципы радиосвязи

Вспомним колебательный контур, состоящий из конденсатора и катушки индуктивности, в котором возникают электромагнитные колебания (рис. 216). Он называется *закрытым*, так как в нем происходит лишь обмен энергией между конденсатором, в котором сосредоточена энергия электрического поля, и катушкой, в которой сосредоточена энергия магнитного поля.

Потери энергии при электромагнитных колебаниях в контуре на излучение в окружающее пространство настолько малы, что можно считать: контур не создает электромагнитного излучения. Таким образом, вследствие изменения электрического и магнитного полей в закрытом пространстве внутри конденсатора и катушки закрытый колебательный контур не может служить источником электромагнитного излучения.

Для эффективного излучения контур нужно «открыть», раздвинув обкладки конденсатора, т. е. создать условия для того, чтобы поля «уходили» в пространство (см. рис. 216). Однако мощность электромагнитного излучения в этом случае невелика. И в таком виде его невозможно использовать на практике.

Исследования по передаче информации электромагнитными волнами, проведенные Поповым, показали, что колебательный контур можно использовать для радиосвязи, если одну обкладку конденсатора заземлить, а к другой присоединить вертикально натянутый провод, оставив его верхний конец свободным. Это устройство называется *антенной*. **Антенна** — незамкнутый провод или система проводов, подвешенных высоко над поверхностью Земли, по которым проходят переменные токи.

Применение антенны позволяет значительно увеличить мощность электромагнитного излучения. Колебательный контур, снабженный антенной, называется *открытым*, причем мощность излучения пропорциональна частоте излучения в четвертой степени (ν^4).

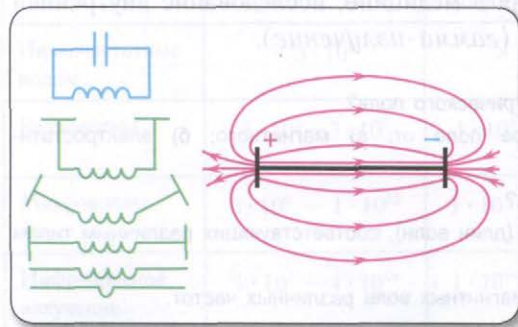


Рис. 216. Получение открытого колебательного контура

Рассмотрим устройство открытого колебательного контура. Основными его элементами являются конденсатор определенной емкости и катушка индуктивности. Отметим, что любой проводник имеет индуктивность, хоть и очень малую. Любые два проводника, разделенные изолятором, могут рассматриваться как конденсатор, имеющий определенную емкость (см. рис. 216). Эта система называ-

ется **открытым колебательным контуром (вибратором Герца)**. Радиосвязью называется передача информации электромагнитными волнами, частоты которых охватывают диапазон от $3 \cdot 10^4$ Гц до $3 \cdot 10^{11}$ Гц.

Рассмотрим принцип радиосвязи. В передающей антенне, настроенной в резонанс с генератором (рис. 217), возбуждаются высокочастотные токи, которые, в свою очередь, возбуждают электромагнитные волны в окружающем антенну пространстве. Эти волны, достигая приемной антенны, настроенной в резонанс с генератором, возбуждают токи той же частоты, которые могут быть усилены и использованы.

Токи звуковых частот, а также низкочастотные поля, применяемые в электротехнике, не годятся для радиосвязи по двум причинам:

- 1) электромагнитные волны, возбуждаемые такими токами, обладают очень малой энергией и поэтому не могут распространяться на большие расстояния;
- 2) для эффективного излучения таких волн размеры антенн должны быть очень большими (например, при частоте 1000 Гц длина антенны должна быть 150 км).

С учетом этих причин для радиосвязи используются электромагнитные волны высоких частот (от $1 \cdot 10^5$ Гц до $1 \cdot 10^8$ Гц), которые обладают достаточной энергией для передачи на большие расстояния и не требуют антенн значительных размеров. Однако электромагнитные волны высокой частоты, преобразованные в звуковые, не могут восприниматься ухом человека. Для передачи информации (речи, музыки) необходимы низкочастотные сигналы с частотами от 16 Гц до 20 000 Гц.

Инженеры нашли выход в специальном «смешивании» высокочастотных и низкочастотных сигналов. Поэтому радиопередачи осуществляются электромагнитными волнами высокой частоты (рис. 218, а), измененными низкочастотными сигналами (рис. 218, б, в). Этот прием получил название *модуляции*.

Модуляцией электромагнитной волны называется изменение ее параметров (амплитуды, частоты, фазы) по заданному закону. При этом модулируемые величины изменяются с частотой, намного меньшей частоты волны. Модулируемая волна (высокочастотная) называется *несущей* волной, а ее частота — *несущей* частотой.

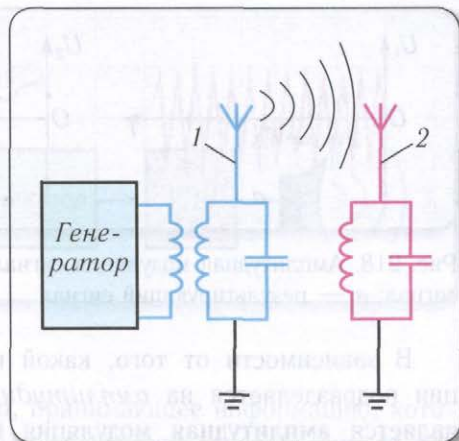


Рис. 217. Принцип радиосвязи: 1 — передающая антенна; 2 — приемная антенна

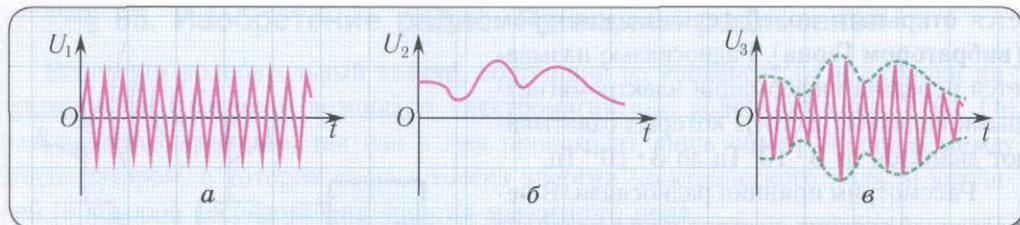


Рис. 218. Амплитудная модуляция сигнала: *а* — несущий сигнал; *б* — модулирующий сигнал; *в* — результирующий сигнал

В зависимости от того, какой параметр подвергается изменению, модуляция подразделяется на *амплитудную*, *частотную* и *фазовую*. Простейшей является **амплитудная** модуляция (см. рис. 218). При амплитудной модуляции в цепь высокочастотного генератора включается устройство, изменяющее ток в ней с частотой звукового сигнала, несущего информацию. При этом амплитуда несущей волны изменяется в соответствии с частотой низкочастотного сигнала.

Обратный процесс — процесс выделения низкочастотного звукового сигнала из модулированного высокочастотного — называется **детектированием**.

Любая радиосвязь включает работу *радиопередатчика* и *радиоприемника*.

Радиопередатчиком называется устройство, передающее информацию электромагнитными волнами радиочастотного диапазона.

Основные элементы радиопередатчика:

генератор незатухающих колебаний несущей частоты;

блок модуляции;

усилитель и передающая антенна.

Блок-схема радиопередатчика приведена на рисунке 219.

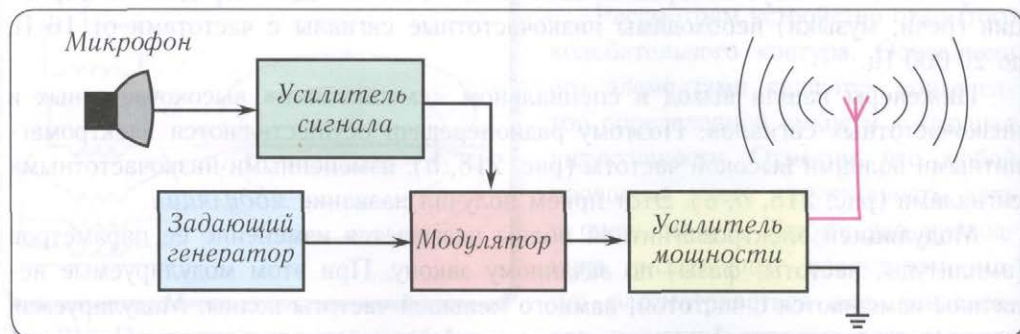


Рис. 219. Блок-схема радиопередатчика

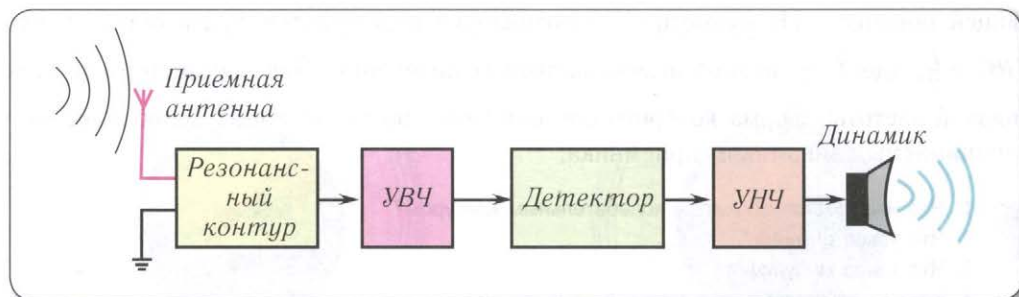


Рис. 220. Блок-схема радиоприемника

Радиоприемником называется устройство, принимающее информацию, которая передается электромагнитными волнами радиочастотного диапазона от радиопередатчика.

Основные элементы радиоприемника:

приемная антенна с резонансным контуром, преобразующая энергию радиоволн в энергию высокочастотных колебаний;

блок детектирования, который выделяет модулированные колебания, усиливает и демодулирует их;

воспроизводящее устройство (телефон, громкоговоритель), на которое подается низкочастотный модулирующий сигнал после его усиления.

Блок-схема радиоприемника приведена на рисунке 220.

Простейшим радиоприемником является так называемый детекторный приемник (рис. 221). Он состоит из приемной антенны, соединенной с перестраиваемым по частоте колебательным контуром, детектора (полупроводниковый диод — устройство, пропускающее ток только в одном направлении), конденсатора (конденсатор обладает малым сопротивлением для высокочастотного сигнала и большим для низкочастотного, поэтому высокочастотный сигнал идет через конденсатор, а низкочастотный — через динамик) и динамика.

Соединенные параллельно конденсатор емкостью C и резистор сопротивлением R являются сглажива-

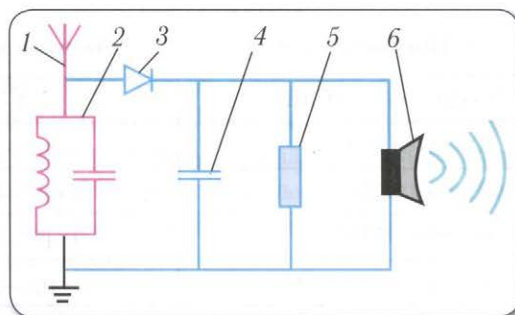


Рис. 221. Схема детекторного приемника: 1 — приемная антенна; 2 — перестраиваемый по частоте колебательный контур; 3 — диод; 4 — конденсатор; 5 — резистор; 6 — динамик

ющей цепочкой. Их емкость и сопротивление подбираются таким образом, что $RC \gg \frac{T}{2}$, где T — период высокочастотных колебаний. Через резистор идет ток низкой частоты, форма которого соответствует форме звуковых колебаний, воспринимаемых динамиком приемника.



1. Что называется открытым колебательным контуром?
2. Что такое антенна?
3. Что такое модуляция?
4. Какая модуляция используется в радиосвязи?
5. Почему на коротких волнах связь можно осуществлять на большие расстояния, чем на средних и длинных волнах?
6. Что такое детектирование?
7. Что чаще всего применяют в качестве детектора?
8. Назовите основные элементы радиопередатчика и объясните их назначение.
9. Назовите основные элементы радиоприемника и объясните их назначение.

* § 66. Радиовещание. Принципы телевидения

В современной технике используются радиоволны различных частот. Классификация радиоволн по длинам волн и частотам приведена в таблице 9.

Радиоволны сильно отличаются по своим свойствам. Например, длинные и средние волны хорошо огибают естественные препятствия. Но на средних волнах дальность приема резко отличается днем и ночью. Это связано с тем, что средние

Таблица 9
Классификация радиоволн по длинам волн и частотам

Наименование волн	Диапазон частот, Гц	Диапазон длин волн, м
Сверхдлинные (СДВ)	$< 3 \cdot 10^4$	$> 1 \cdot 10^4$
Длинные (ДВ)	$3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^4$
Средние (СВ)	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^2 - 1 \cdot 10^3$
Короткие (КВ)	$3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^1 - 1 \cdot 10^2$
Ультракороткие (УКВ):	$3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^{11}$	$0,001 - 1 \cdot 10^1$
Метровые	$3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^8$	$1 - 1 \cdot 10^1$
Дециметровые	$3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^9$	$0,1 - 1$
Сантиметровые	$3 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^{10}$	$0,01 - 0,1$
Миллиметровые	$3 \cdot 10^{10} - 3 \cdot 10^{11}$	$0,001 - 0,01$

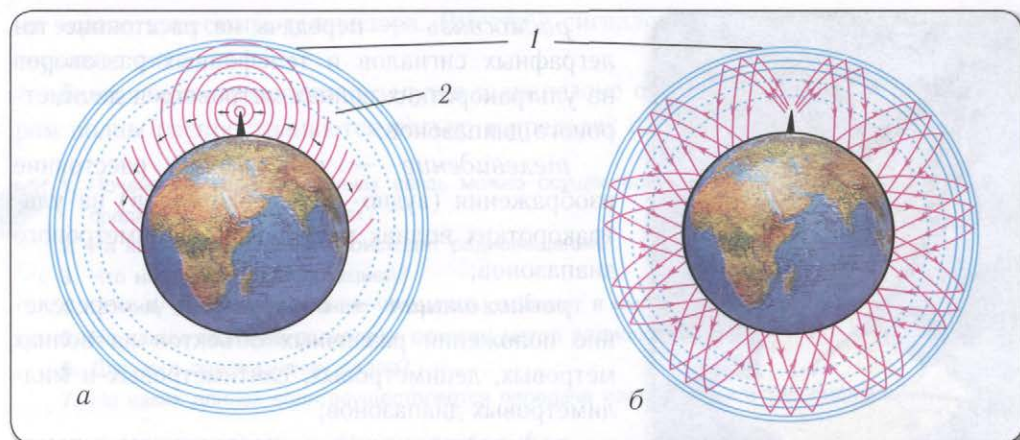




Рис. 222. Схема распространения: а — длинных электромагнитных волн; б — коротких электромагнитных волн

волны сильно поглощаются нижним слоем ионосферы 2 и отражаются от более отдаленного слоя 1 (рис. 222, а). Дальность их приема сильно возрастает ночью, так как из-за отсутствия солнечного излучения нижний слой ионосферы 2 пропадает.

Короткие волны отражаются от ионосферы и, таким образом, многократно отражаясь от поверхности Земли и ионосферы 1 (рис. 222, б), могут распространяться на очень большие расстояния.

 Советский радист Э. Кренкель, находясь в северной полярной экспедиции в 30-е годы XX в., с помощью маломощной радиостанции установил связь с австралийскими радистами.

Ультракороткие волны пропускаются ионосферой и не огибают препятствия. Осуществление связи такими волнами возможно только в пределах прямой видимости. Это привело к сооружению гигантских (400—500 м высотой) телевизионных башен, электромагнитные волны с которых могут попадать в приемники, находящиеся от них на расстоянии порядка 70—80 км. Только использование спутников на различных орбитах решило вопрос с приемом теле- и радиопередач и телефонных сообщений в любых уголках Земли.

 Останкинская телебашня имеет высоту 535 м и позволяет вести прием телевизионных передач на расстоянии до 120 км от Москвы.

Области использования радиоволн:

радиовещание — передача речи, музыки на длинных, средних, коротких, ультракоротких волнах метрового диапазона;

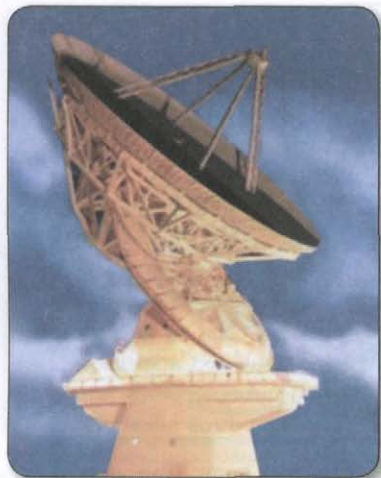


Рис. 223. Радиотелескоп

радиосвязь — передача на расстояние телеграфных сигналов и телефонных разговоров на ультракоротких волнах метрового и дециметрового диапазонов;

телевидение — передача на расстояние изображения (аудио- и видеосигналов) на ультракоротких волнах метрового и дециметрового диапазонов;

радиолокация — обнаружение и определение положения различных объектов на волнах метровых, дециметровых, сантиметровых и миллиметровых диапазонов;

радиоастрономия — исследование с помощью радиотелескопов (рис. 223) космических объектов по их ультракоротковолновому излучению.

Для радиолокации используются ультракороткие радиоволны, длина которых лежит в метровом, дециметровом, сантиметровом и миллиметровом диапазонах, вследствие того, что:

необходимы приемлемые размеры антенн радиолокатора;
размеры исследуемых объектов больше или сравнимы с длинами радиоволн;
чем меньше длина волны, тем легче обеспечить формирование достаточно короткого импульса;

ультразвуковые волны слабо поглощаются атмосферой независимо от погодных условий.

Радар (радиолокатор) — прибор, представляющий собой комбинацию ультракоротковолнового радиопередатчика и приемника. С помощью общей антенны для приема и передачи создается остронаправленный радиолуч. Излучение осуществляется короткими импульсами длительностью порядка 10^{-6} с. Импульсы отражаются от предметов, позволяя после приема и обработки сигнала установить расстояние до предмета, скорость и направление его движения.

Важнейшим преимуществом радиолокации является независимость работы радаров от погодных условий и времени суток.

Радиоволнами осуществляется передача на расстояние изображений предметов. На телевизионной станции производится преобразование передаваемого изображения в последовательность электрических сигналов. Сигнал изображения модулирует несущие высокочастотные колебания. Эти колебания излучаются антенной в виде радиоволн и передаются на большое расстояние. Они принимаются антенной телевизора. В результате детектирования снова получается электрический сигнал изображения. Он преобразуется в видимое изображение

на экране кинескопа телевизора. Вместе с сигналом изображения передаются и звуковые сигналы.

Телевизионные передачи ведутся в диапазоне от 50 МГц до 230 МГц, в котором волны распространяются только в пределах прямой видимости.



1. Почему на коротких волнах связь можно осуществлять на большие расстояния, чем на средних и длинных волнах?
2. На каких длинах волн происходит радиовещание?
3. Что называют радиолокацией?
4. Почему радиолокационные установки работают в импульсном режиме?
5. На каком свойстве радиоволн основан метод радиолокации?
6. Для чего предназначен радар?
7. На каких длинах волн осуществляется передача изображения в телевидении?

Упражнение 45

1. Рассчитайте расстояние l до объекта, если отраженный от него радиосигнал вернулся через промежуток времени $\Delta t = 3,0$ мкс.
2. При работе на волне длиной $\lambda = 3,2$ см судовая радиолокационная станция излучает импульсы с частотой $\nu = 2,0$ кГц. Определите радиус r действия этой станции в таком режиме работы.
3. Радиолокационная станция излучает импульс электромагнитных волн, содержащий $N = 937,5$ волн. Определите длительность Δt импульса, если длина излучаемой волны $\lambda = 1,6$ см.

* § 67. Мобильная сотовая связь

В течение полутора веков, прошедших с момента изобретения телефона, телефонная связь настолько прочно вошла в быт современного человека, что отсутствие телефона в квартире практически стало исключением. К достоинствам проводных телефонных сетей следует отнести надежность связи и развитую систему абонентских сетей, позволяющую пользователю связаться с абонентом практически в любой стране мира.

Однако «жесткая привязка» абонента к стационарному телефонному аппарату, «ограниченная» к тому же длиной провода телефонной трубки, не позволяла пользователю быть *мобильным*, т. е. свободно перемещаться в пространстве во время разговоров или между ними.

Во второй половине прошлого века по мере совершенствования техники и технологии стала развиваться идея создания всемирной (глобальной) сети **мобильной (сотовой) телефонной связи**, позволяющей пользователю иметь доступ к развитой абонентской сети при помощи портативной переносной (мобильной) трубки-телефона значительного (десятки километров) радиуса действия.



Рис. 224. Базовая станция сотовой сети (передатчик)

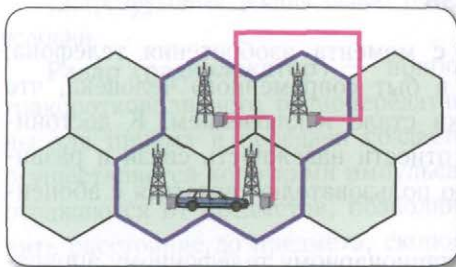


Рис. 225. Сотовая сеть передатчиков

Реализация этой идеи позволила бы вывести телефонную связь на новый уровень популярности и доступности с точки зрения пользователя, который имел бы свой индивидуальный телефонный номер и практически неограниченную свободу передвижения (мобильности) во время разговоров или между ними.

Предлагаемый принцип действия мобильной телефонной связи достаточно прост: при помощи трубки-телефона (мобильного телефона) абонент связывается с ближайшей базовой станцией (передатчиком) сети (рис. 224). Эта базовая станция, в свою очередь, связывается со следующим передатчиком сети и т. д. по мере требования абонента (рис. 225).

Описанный принцип создания развитой абонентской сети называется *сотовым* принципом, поскольку по такому же принципу пчелы выстраивают соты внутри улья. При этом каждая созданная ячейка служит основой для создания следующей точно такой же ячейки и т. д.

В силу этого обстоятельства мобильную телефонную связь принято называть также **сотовой телефонной** связью. При движении абонента (например, на автомобиле) (см. рис. 225) базовые станции самостоятельно следят за ним и «передают» друг другу, что происходит практически без потери качества связи, быстро

и совершенно незаметно для пользователя.

Самая простая часть структурной схемы сотовой связи — мобильный (переносной) телефон, состоит из двух частей: собственно «трубки» или ME (**M**obile **E**quipment) и модуля идентификации абонента, или **смарт-карты SIM** (**S**ubscriber **I**dentify **M**odule), получаемой при заключении контракта с тем или иным оператором.

Каждому сотовому телефону при производстве присваивается собственный номер или международный идентификатор мобильного устройства IMEI (International Mobile Equipment Identity), позволяющий отличить его от второго точно такого же.

В нашей стране используется стандарт сетей второго поколения GSM (Global System for Mobile Communications), который был разработан в 1990 г. Данный стандарт использует рабочую частоту $\nu = 900$ МГц, позволяющую значительно улучшить качество связи по сравнению со стандартами первого поколения.

Первый оператор GSM принял абонентов в 1991 году, а уже к началу 1994 г. мировые сети, основанные на данном стандарте, имели 1,3 миллиона абонентов. К концу 1995 г. их число увеличилось до 10 миллионов!

При включении мобильного телефона с активированной смарт-картой он «сам» находит ближайшую базовую станцию соответствующей сотовой сети, после чего весь пакет телефонных услуг данной сети становится доступным абоненту.

Каждый передатчик обеспечивает радиопокрытие в среднем на расстоянии до двух десятков километров от него (рис. 226). Для рационального использования сотовой сети передатчиков разрабатываются оптимальные схемы их взаиморасположения на местности с учетом ее рельефа.

Важнейшей характеристикой для выбора того или иного оператора сотовой сети является зона покрытия различных населенных пунктов нашей страны базовыми станциями данной сети.

Современные технологии позволяют в метро или других труднодоступных для электромагнитных волн местах устанавливать микробазовые станции или пикосоты (рис. 227), которые позволяют значительно разгружать мобильный трафик на напряженных направлениях.

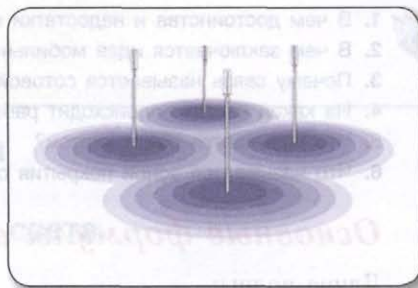


Рис. 226



Рис. 227. Пикосоты



1. В чем достоинства и недостатки проводной телефонной связи?
2. В чем заключается идея мобильной сотовой связи?
3. Почему связь называется сотовой?
4. На какой частоте происходит работа мобильных телефонов GSM-стандарта?
5. Что называется смарт-картой?
6. Что называется зоной покрытия сети?

Основные формулы в главе 10

Длина волны:

$$\lambda = vT.$$

Скорость волны:

$$v = \lambda \nu.$$

Уравнение бегущей волны:

$$x(t, r) = A \sin \omega \left(t - \frac{r}{v} \right) = A \sin (\omega t - kr).$$

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

Оптика

Глава 11. Волновая оптика

§ 68. Электромагнитная природа света.

Дисперсия света

Оптика — раздел физики, в котором изучают свойства света, его физическую природу и взаимодействие с веществом. Поэтому световые явления часто называют оптическими. Большинство сведений о природе и происходящих явлениях человек получал и получает с помощью зрительных ощущений, возникающих под действием света. Само слово *оптика* произошло от греческого слова *оратоζ* — *видимый, зримый*.



Зрение по количеству и качеству получаемой с его помощью информации намного превосходит слух. Это имеет простое физическое обоснование, связанное, прежде всего, с существенным различием длин волн видимого света и слышимого звука (меньше 10^{-6} м для света и больше 10^{-2} м для звука). Известно, что минимальные размеры изображения, создаваемого с помощью данного волнового процесса, не могут быть меньше соответствующей длины волны. Поэтому в человеческих глазах могут возникать оптические изображения, содержащие до 10^7 — 10^8 независимых элементов изображения с различной интенсивностью световых сигналов, которые передают большое количество информации об окружающих нас объектах.

Конкурентность слуха со зрением несколько повышается благодаря тому, что диапазон частот слышимых звуков (более 8 октав) примерно в 10 раз больше диапазона частот видимого света (менее 1 октавы). Напомним, что октава — это интервал частот между ближайшими одноименными звуками различной высоты. Диапазон электромагнитных волн, доступный для современной техники (от 10^{-11} м для γ -лучей при ядерных реакциях до 100 км для радиоволн), несоизмеримо шире диапазона звуков (от 10^{-6} м для ультразвука до 1 км для инфразвука).

Под **светом** в оптике понимают электромагнитные волны с частотами от $1,5 \cdot 10^{11}$ Гц до $3 \cdot 10^{16}$ Гц (длины волн находятся в диапазоне, соответствующем инфракрасному, видимому и ультрафиолетовому излучениям).

Современная оптика базируется на электромагнитной теории света.

Впервые гипотезу о том, что свет представляет собой быстро распространяющиеся поперечные волны, высказал английский ученый Роберт Гук в 1672 г. в докладе английскому Королевскому обществу. Теорию продольных световых волн разработал Христиан Гюйгенс в 1690 г. в «Трактате о свете». Гюйгенс, исходя из аналогии между акустическими и оптическими явлениями, полагал, что свет, как упругие волны, распространяется в особой среде — эфире, заполняющем все пространство как внутри материальных тел, так и между ними. В трактате с позиций волновой природы света объяснялось отражение и преломление света.

Во второй половине XIX в. шотландский физик Джеймс Максвелл неопровержимо доказал существование электромагнитных волн, которые, в отличие от упругих волн, распространяются и в вакууме. Их скорость распространения в вакууме совпадает со скоростью света. Максвеллом был сделан вывод, что световые явления тесно связаны с электромагнитными и что свет представляет собой один из видов электромагнитных волн.

К концу XIX в. после экспериментального подтверждения немецким физиком Генрихом Герцем теории Максвелла у физиков не оставалось сомнений, что свет — это электромагнитная волна.



Наблюдая за салютом, можно отметить, что световые волны в воздухе распространяются гораздо быстрее звуковых, так как сначала мы видим вспышку и только через некоторое время слышим звук разрыва.

Первые попытки измерения скорости света на расстоянии нескольких километров, предпринятые Галилеем в 1607 г., не увенчались успехом в силу недостаточной точности хронометрирования (измерения времени). Единственный вывод, который сделал Галилей, это что свет распространяется чрезвычайно быстро — почти мгновенно. Декарт впервые обратил внимание на то, что если скорость света очень большая, то для ее измерения необходимо использовать огромные (астрономические) расстояния.

Датский астроном Олаф Рёмер наблюдал в 1676 г. затмения спутника Юпитера Ио.

✳ Он заметил, что промежуток времени между затмениями Ио в ноябре (положение II на рис. 228) увеличился на 16 мин по сравнению с маем того же года (положение I на рис. 228).

Рёмер объяснил это различие конечностью скорости распространения света. ✳

На основании имевшихся в то время данных о диаметрах орбит Земли и Юпитера он получил для скорости света значение

$$c = 2,12 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

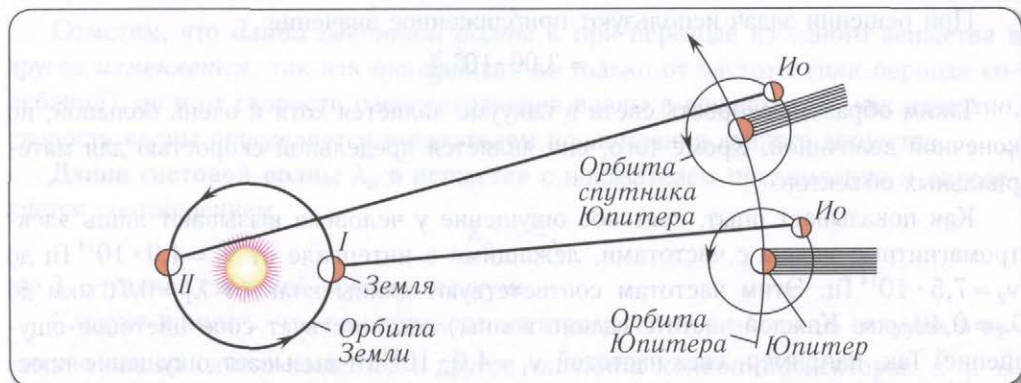


Рис. 228. Схема опыта Рёмера

✱ Описание опытов Рёмера выполнил Гюйгенс в своем «Трактате о свете».

Значение скорости света, полученное Рёмером, уточнил в 1849 г. лабораторным методом французский физик Арман Ипполит Луи Физо. Измеренное им значение скорости света — $3,13 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Американский физик Альберт Абрахам Майкельсон в 1926 г. для более точного измерения скорости света использовал метод вращающихся зеркал.

Этот метод основывался на том, что луч света от источника S сможет попасть в зрительную трубу T только в том случае, если за время его распространения по пути $ABOCD$ зеркальная призма повернется так, как показано на рисунке 229.

Майкельсон получил значение скорости света в вакууме, близкое к современным данным. ✱

Согласно современным измерениям скорость света в вакууме

$$c = (299\,792\,458,0 \pm 1,2) \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$



В 1983 г. на заседании Генеральной ассамблеи мер и весов было принято новое определение метра, из которого следовало, что скорость света в вакууме точно равна $299\,792\,458 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

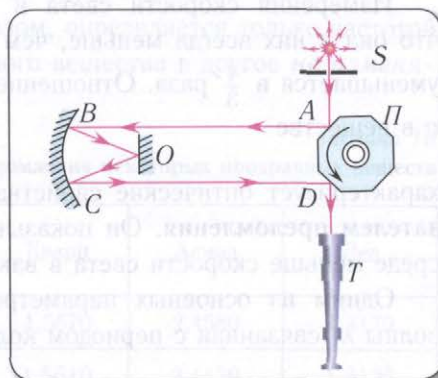


Рис. 229. Схема опыта Майкельсона: P — вращающаяся зеркальная призма; T — зрительная труба; S — источник света

При решении задач используют приближенное значение

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Таким образом, скорость света в вакууме является хотя и очень большой, но конечной величиной. Кроме того, она является предельной скоростью для материальных объектов.

Как показывает опыт, световое ощущение у человека вызывают лишь электромагнитные волны с частотами, лежащими в интервале от $\nu_1 = 4,0 \cdot 10^{14}$ Гц до $\nu_2 = 7,5 \cdot 10^{14}$ Гц. Этим частотам соответствуют длины волн от $\lambda_1 = 0,76$ мкм до $\lambda_2 = 0,40$ мкм. Каждой частоте (длине волны) соответствует свое цветовое ощущение. Так, например, свет частотой $\nu_1 = 4,0 \cdot 10^{14}$ Гц вызывает ощущение красного цвета, а $\nu_2 = 7,5 \cdot 10^{14}$ Гц — фиолетового. Из приведенных примеров видно, что свойства электромагнитных волн сильно зависят от их частоты.

Измерения скорости света в различных прозрачных веществах показали, что она в них всегда меньше, чем в вакууме. Например, в воде скорость света уменьшается в $\frac{4}{3}$ раза. Отношение скорости света c в вакууме к скорости света v в веществе

$$n = \frac{c}{v}$$

характеризует оптические свойства вещества и называется **абсолютным показателем преломления**. Он показывает, во сколько раз скорость света в данной среде меньше скорости света в вакууме.

Одним из основных параметров, характеризующих волну, является длина волны λ , связанная с периодом колебаний T соотношением

$$\lambda = cT$$

и с частотой ν соотношением

$$\lambda = \frac{c}{\nu}.$$

Подчеркнем, что абсолютный показатель преломления вещества n зависит от частоты ν волны. Зависимость показателя преломления вещества, а также скорости света от его частоты называется **дисперсией света** и проявляется при распространении света в веществе. Белый свет представляет собой совокупность волн всевозможных частот. Волна определенной частоты называется *монокроматической*. Цвет зависит от частоты световой волны, подобно тому как различным высотам звука соответствуют различные частоты звуковых волн.



Дисперсия света называется **нормальной** в случае, если показатель преломления монотонно возрастает с увеличением частоты (или убывает с увеличением длины волны). Если показатель преломления монотонно убывает с увеличением частоты, дисперсия света называется **аномальной**.

Отметим, что *длина световой волны* λ при переходе из одного вещества в другое *изменяется*, так как она зависит не только от частоты (или периода колебаний), но и от скорости распространения волны в веществе. А, как известно, скорость волны определяется показателем преломления данного вещества.

Длина световой волны λ_n в веществе с показателем преломления n определяется соотношением

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n},$$

где λ — длина световой волны в вакууме.

Следует помнить, что при переходе электромагнитной волны из вакуума в вещество или из одного вещества в другое *частота колебаний* векторов \vec{E} и \vec{B} в ней *не изменяется*, т. е.

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{vn}{\lambda} = \frac{v}{\lambda_n}.$$

Поскольку цвет волн, воспринимаемых глазом, определяется только частотой световой волны, то *цвет* при переходе из одного вещества в другое *не изменяется*.

Таблица 10

Показатели преломления некоторых прозрачных веществ

Длина волны в вакууме, нм	Цвет	Стекло	Кварц	Алмаз	Лед
410	фиолетовый	1,5380	1,5570	2,4580	1,3170
470	голубой	1,5310	1,5510	2,4439	1,3136
530	зеленый	1,5260	1,5468	2,4260	1,3110
590	желтый	1,5225	1,5438	2,4172	1,3087
610	оранжевый	1,5216	1,5432	2,4150	1,3080
670	красный	1,5200	1,5420	2,4100	1,3060



1. Что изучает оптика?
2. Что такое свет?
3. Чему равна скорость света в вакууме?
4. Что определяет абсолютный показатель преломления вещества?
5. Как изменяются частота, скорость и длина волны света при переходе света из одной среды в другую?
6. Что такое дисперсия света?
7. Какой свет называется монохроматическим?

Упражнение 46

1. Сколько времени распространяется свет от Солнца до Земли, расстояние между которыми $l = 150$ млн км? Влияет ли это время на моменты восхода и захода Солнца?
2. После вспышки молнии гром прогремел через промежуток времени $\Delta t = 5,0$ с. Найдите, на каком расстоянии l от наблюдателя произошел грозовой разряд. Скорость звука в воздухе $v = 330 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
3. Скорость желтого света в воде $v_1 = 2,250 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{с}}$, а в стекле — $v_2 = 1,982 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Определите отношение k показателей преломления стекла и воды.
4. Определите промежуток времени Δt , за который свет проходит расстояние $l = 450$ км в воде ($n = 1,33$).
5. При переходе света из вакуума в некоторое вещество длина волны уменьшилась в $k = 1,5$ раза. В какое вещество попал свет?
- * 6. С какой минимальной частотой ν должна вращаться восьмигранная зеркальная призма Π (см. рис. 229), чтобы источник света S был виден в трубу T ? Расстояние OB мало по сравнению с расстоянием AB .

* § 69. Принцип Гюйгенса. Законы отражения и преломления



Геометрическое место точек в пространстве, до которых дошло волновое возмущение в данный момент времени, называется волновым фронтом (поверхностью). Все точки фронта имеют одинаковую фазу, т. е. колеблются синфазно.

Углом падения α называется угол между падающим лучом света и перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным в точке падения.

Углом отражения β называется угол между отраженным лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности, восстановленным в точке падения.

Углом преломления γ называется угол между преломленным лучом и перпендикуляром к границе раздела двух сред, проведенным через точку падения.

Для изучения свойств электромагнитных волн необходимо знать как закономерности их распространения в однородной среде, так и отражения и преломления на границе раздела двух сред.

Рассмотрим распространение волн в изотропной среде. В этом случае скорость волн v по всем направлениям одинакова, и если источник излучения S точечный, то фронт волны имеет вид сферической поверхности (рис. 230). Фронт волны в момент времени t занимает положение I. Через промежуток времени Δt фронт займет положение II, точки которого будут удалены от начального фронта

волны на расстояние $l = v\Delta t$. Для определения положения волнового фронта в любой последующий момент времени по его положению в данный момент времени применяют **принцип Гюйгенса**, сформулированный в 1690 г. в «Трактате о свете»:

каждый элемент волнового фронта, которого достигла в данный момент волна, является источником вторичных сферических волн. Огибающая вторичных волн в следующий момент времени совпадает с новым положением волнового фронта.

Для нахождения положения волнового фронта согласно принципу Гюйгенса проведем окружности радиусом $l = v\Delta t$, представляющие собой фронты вторичных волн, с центром на фронте в положении I. Огибающая вторичных волн (1, 2, 3 и т. д.) определяет новое положение волнового фронта — положение II.

Напомним, что огибающей называется поверхность, касательная ко всем вторичным волнам. Линия, перпендикулярная волновому фронту, называется **лучом**. Световой луч, вдоль которого происходит распространение волны, определяет также направление переноса энергии волной.

На очень больших расстояниях от точечного источника волны, излучаемые им, можно считать плоскими. Например, световые лучи в приходящем на Землю солнечном излучении считаются параллельными друг другу.

Принцип Гюйгенса объясняет *прямолинейное распространение* волн. Как видно из рисунка 231, волновой фронт AB плоской волны с течением времени перемещается ($A'B'$) в одном и том же направлении, оставаясь параллельным своему начальному положению AB .

Рассмотрим процессы, происходящие при падении плоской волны на плоскую поверхность раздела однородных изотропных и прозрачных сред, при условии, что размеры поверхности раздела намного больше длины волны падающего излучения.

Пусть на плоскую поверхность LM раздела двух сред падает плоская волна, фронт которой AB

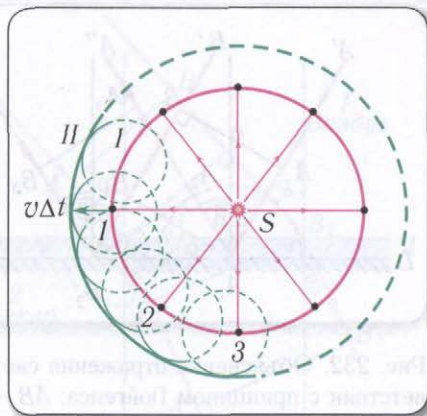


Рис. 230. Объяснение перемещения фронта волны по принципу Гюйгенса

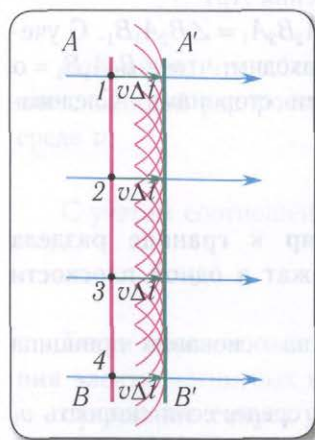


Рис. 231. Прямолинейное распространение волн (формирование фронта плоской волны)

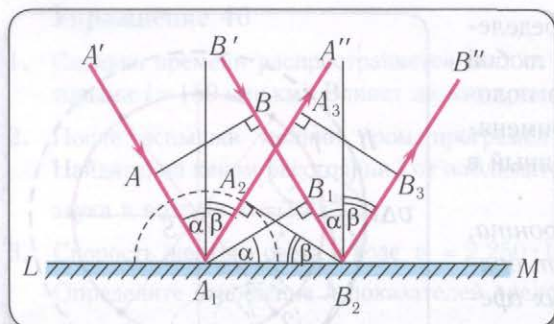


Рис. 232. Объяснение отражения света в соответствии с принципом Гюйгенса: AB — фронт плоской волны до отражения; $A'B'$ — фронт волны после отражения

раздела двух сред (точки B_2), вторичные волны из точки A_1 пройдут расстояние $A_1A_2 = v\Delta t$.

Падающая и возникающие вторичные волны распространяются в одной и той же среде, поэтому их скорости одинаковы, и они пройдут одинаковые расстояния $A_1A_2 = B_1B_2$.

Касательная, проведенная из точки B_2 к полуокружности радиусом $A_1A_2 = v\Delta t$, является огибающей вторичных волн и дает положение фронта волны через промежуток времени Δt . Затем он перемещается в направлении A_1A'' .

Из построения следует, что $\triangle A_1A_2B_2 = \triangle A_1B_2B_1$ и $\angle A_2B_2A_1 = \angle B_2A_1B_1$. С учетом определений **угла падения α** и **угла отражения β** находим, что $\angle B_2A_1B_1 = \alpha$ и $\angle CB_1A_1 = \beta$ как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Следовательно,

угол отражения равен углу падения ($\beta = \alpha$).

Кроме того, как показывает опыт,

луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости (см. рис. 232).

Таким образом, исходя из волновой теории света, на основании принципа Гюйгенса получен **закон отражения света**.

Рассмотрим теперь, что будет происходить во второй среде, если скорость v_2 распространения волн в ней меньше, чем в первой ($v_2 < v_1$) (рис. 233).

Фронт падающей волны AB будет перемещаться со скоростью v_1 по направлению AA_1 . К моменту времени $\left(\Delta t = \frac{B_2B_1}{v_1}\right)$, когда точка B фронта достигнет

(рис. 232). Если угол падения α отличен от нуля, то различные точки фронта AB волны достигнут границы раздела LM неодновременно.

Согласно принципу Гюйгенса точка A_1 , которой фронт волны достигнет раньше всего (см. рис. 232), станет источником вторичных волн. Вторичные волны будут распространяться со скоростью v и за промежуток времени $\Delta t = \frac{B_2B_1}{v}$, за который точка фронта B_1 достигнет границы

ка фронта B_1 достигнет границы

границы раздела двух сред (точка B_2), вторичная волна из точки A_1 (согласно принципу Гюйгенса) пройдет расстояние $l_2 = v_2 \Delta t$. Фронт волны, распространяющейся во второй среде, можно получить, проводя прямую линию, касательную к полусфере с центром в точке A_1 .

С учетом определения **угла преломления** γ из построения видно, что $\angle B_1 A_1 B_2 = \alpha$, $\angle A_1 B_2 A_2 = \gamma$ как углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

Из $\triangle A_1 B_1 B_2$ находим $A_1 B_2 = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha}$
и из $\triangle A_1 A_2 B_2$ — $A_1 B_2 = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \gamma}$.

Откуда получаем соотношение

$$\frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \gamma}.$$

Из него следует закон преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (1)$$

Вспомним, что абсолютным показателем преломления называется отношение скоростей распространения электромагнитной волны в вакууме c и в данной среде v :

$$n = \frac{c}{v}.$$

С учетом соотношения (1) закон преломления принимает вид:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2)$$

Таким образом, исходя из волновой теории света, получен **закон преломления** электромагнитных волн:

отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления γ есть величина постоянная для двух данных сред;

лучи падающий и преломленный лежат в одной плоскости с перпендикуляром, проведенным в точке падения луча к плоскости границы раздела двух сред.

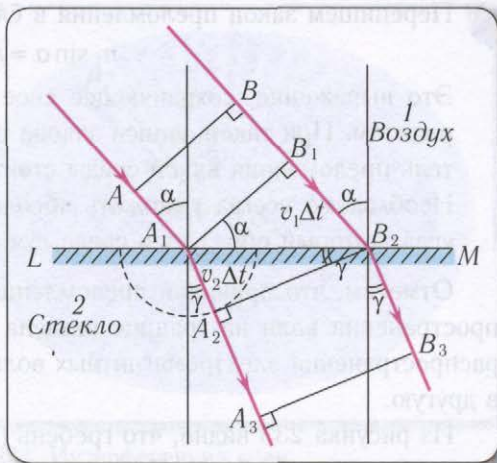


Рис. 233. Объяснение преломления света в соответствии с принципом Гюйгенса: AB — фронт падающей плоской волны; A_3B_3 — фронт волны после преломления



Перепишем закон преломления в следующем виде:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma = \text{const.} \quad (3)$$

Это выражение, сохраняющее свое значение, называется оптическим инвариантом. При такой записи закона преломления не надо запоминать, показатель преломления какой среды стоит в числителе, а какой — в знаменателе. Необходимо всегда умножать абсолютный показатель преломления на синус угла, который образует в среде луч с нормалью.

Отметим, что причиной преломления волн, т. е. изменения направления распространения волн на границе раздела двух сред, является изменение скорости распространения электромагнитных волн при переходе излучения из одной среды в другую.

Из рисунка 233 видно, что гребень (пик) волны соответствует линии, изображающей волновой фронт. Поэтому можно записать:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2 T}{v_1 T} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Если обозначить длину волны в вакууме λ , то *длина волны в среде с показателем преломления n* будет определяться соотношением

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}.$$

Отметим, что этот результат согласуется с постоянством частоты при переходе волны из одной среды в другую. Так как длина волны в вакууме $\lambda = \frac{c}{\nu}$, а в среде $\lambda_n = \frac{v}{\nu}$, получаем

$$\lambda_n = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{v\lambda}{n\nu} = \frac{\lambda}{n}.$$



1. Сформулируйте принцип Гюйгенса.
2. Применим ли принцип Гюйгенса к распространению звуковых волн? К распространению волн на поверхности воды?
3. Сформулируйте законы отражения и преломления.
4. Что является причиной преломления волн на границе раздела сред?
5. Какие характеристики волны изменяются при переходе границы раздела сред и какие остаются постоянными?

§ 70. Когерентность. Интерференция света

Если в некоторую точку пространства P приходят две монохроматические волны с одинаковой частотой от разных источников S_1 и S_2 , то они возбуждают в ней гармонические колебания той же частоты (рис. 234). Начальные фазы этих колебаний могут различаться, но разность фаз при этом остается постоянной.

Волны, разность фаз которых в данной точке пространства не изменяется с течением времени, называются **когерентными** (когерентность от латинского слова *cohaerens* — *связанный, сцепленный*), а явление согласованного протекания в пространстве и во времени нескольких колебательных или волновых процессов — **когерентностью**.

Эксперименты показывают, что амплитуда результирующего колебания в точке P не равна алгебраической сумме амплитуд исходных колебаний. Это означает, что волны *интерферируют* друг с другом.

Интерференция (от латинских слов *inter* — *взаимно, между собой* и *ferio* — *ударяю, поражаю*) — явление сложения двух или более когерентных волн, приводящее к образованию в пространстве устойчивой картины чередующихся максимумов и минимумов амплитуд результирующего колебания (рис. 235).

Устойчивое во времени распределение амплитуд колебаний в пространстве при интерференции называется **интерференционной картиной**.

✳ Рассмотрим простейший случай интерференции — сложение двух гармонических волн одинаковой частоты ω при совпадении направления колебаний в них.

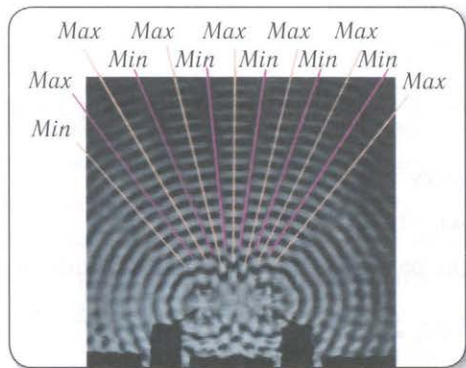


Рис. 235. Интерференционная картина поперечных волн на поверхности воды

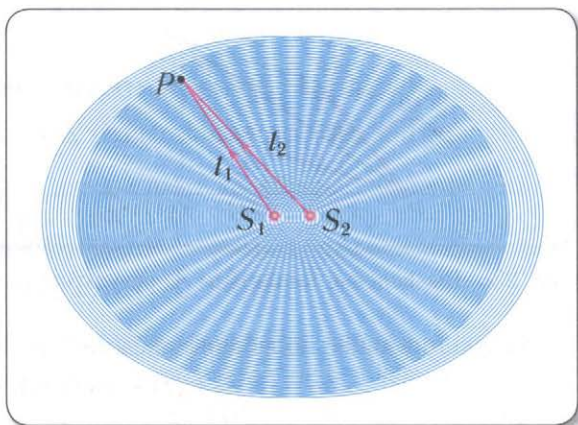


Рис. 234. Интерференция волн

Пусть в точку P (см. рис. 234) пришли две волны одинаковой частоты, прошедшие различные расстояния l_1 и l_2 от одинаковых когерентных источников. Амплитуда результирующего колебания согласно принципу суперпозиции в любой момент времени равна векторной сумме амплитуд каждой волны в отдельности. Тогда эти волны будут иметь в точке P одинаковую амплитуду, но разные фазы:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A \sin(\omega t - kl_1 + \alpha_1), \\ x_2(t) &= A \sin(\omega t - kl_2 + \alpha_2). \end{aligned}$$

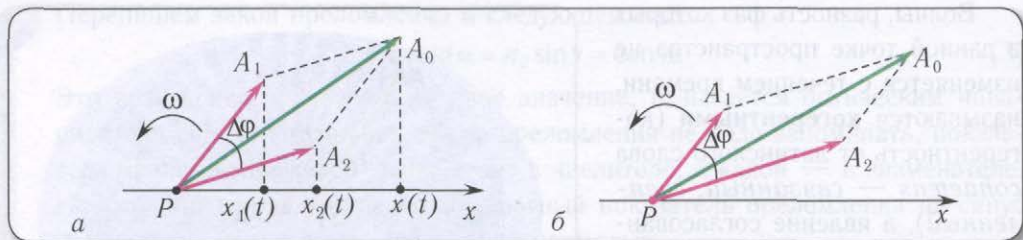


Рис. 236. Вычисление амплитуды A_0 результирующего колебания

Результирующее колебание представляет собой их сумму:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_0 \sin(\omega t + \alpha).$$

Амплитуду A_0 результирующего колебания в точке P можно найти по теореме косинусов (рис. 236, а):

$$A_0 = A \sqrt{2(1 + \cos \Delta\varphi)},$$

где $\Delta\varphi$ — разность фаз колебаний ($\Delta\varphi = k(l_2 - l_1) + (\alpha_1 - \alpha_2)$).

В случае, когда амплитуды складывающихся волн различны (например, $A_1 \neq A_2$), квадрат амплитуды результирующего колебания в точке P можно найти также, используя теорему косинусов (рис. 236, б):

$$A_0^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi$ — разность фаз колебаний ($\Delta\varphi = k(l_2 - l_1) + (\alpha_1 - \alpha_2)$). *

Амплитуда результирующего колебания зависит от величины $\Delta l = l_1 - l_2$, называемой **разностью хода** волн от источников до точки наблюдения. При распространении волн в средах с различными показателями преломления n_1 и n_2 необходимо учитывать **оптическую разность хода** волн:

$$\delta = n_1 l_1 - n_2 l_2 = c \left(\frac{l_1}{v_1} - \frac{l_2}{v_2} \right),$$

т. е. разность расстояний, пройденных волнами с учетом их различных скоростей v_1 и v_2 распространения в этих средах.

Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн

$$\delta = m\lambda \text{ (условие максимума), } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

то волны приходят в точку P (см. рис. 234) синфазно — разность фаз кратна 2π .

Действительно,

$$\Delta\varphi = k\delta = km\lambda = \frac{2\pi}{\lambda} m\lambda = 2\pi m.$$

* Складываясь, волны *усиливают* друг друга и дают колебание с удвоенной амплитудой: $A_0^2 = 2A^2(1 + \cos(2\pi m)) = 2A^2(1 + 1) = 4A^2$. Откуда $A_0 = 2A$. *

В случае, когда разность хода равна нечетному числу полуволен

$$\delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ (условие минимума), } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

волны приходят в точку P в противофазе, разность фаз $\Delta\varphi = (2\pi + 1)m$.

✱ В этом случае волны гасят друг друга и дают колебание с нулевой амплитудой:

$$\begin{aligned} A_0^2 &= 2A^2(1 + \cos(\pi(2m + 1))) = 2A^2(1 + \cos(2\pi + \pi)) = \\ &= 2A^2(1 + \cos\pi) = 2A^2(1 - 1) = 0 \quad \text{✱} \end{aligned}$$

Колебания в каждой точке среды, в которой происходит сложение когерентных колебаний (интерференция волн), характеризуются определенным, не изменяющимся с течением времени значением амплитуды. Вследствие того что энергия волны пропорциональна квадрату амплитуды, энергия результирующего колебания не равна в общем случае сумме энергий складываемых колебаний, так как $A_1^2 + A_2^2 \neq (A_1 + A_2)^2$. Например, результирующая амплитуда колебаний в точках максимума возрастет в два раза, а энергия, соответственно, в четыре. Отметим, что если бы в точке P складывались две некогерентные волны с одинаковыми амплитудами, то энергия результирующего колебания была бы равна сумме энергий отдельных волн, независимо от положения точки P относительно источника. Это означало бы просто удвоение энергии, принесенной одной из волн в данную точку.



Наиболее распространенные бытовые источники света (лампы накаливания, лампы дневного света, свечи и т. д.) не являются когерентными, т. е. не позволяют наблюдать явление интерференции.

Изобретение и распространение когерентных источников излучения — *лазеров* — сделало демонстрацию явления интерференции достаточно простой.

Для наблюдения интерференционной картины при отсутствии когерентных источников (лазеров) пользуются методом разделения волны, излучаемой одним источником A , на две. В качестве источника света используется щель A , выделяющая из волнового фронта падающего излучения небольшой участок постоянной амплитуды и фазы. В классической **интерференционной схеме (схеме Юнга)** пучок света разделяется на два когерентных пучка с помощью отверстий B и C в ширме (рис. 237). Эти пучки, созданные одним и тем же источником, являются когерентными. На экране в области DE наблюдается интерференционная картина.



Свой знаменитый эксперимент Томас Юнг провел в 1801 г. Он убедительно подтвердил волновую природу света и измерил длину световой волны.

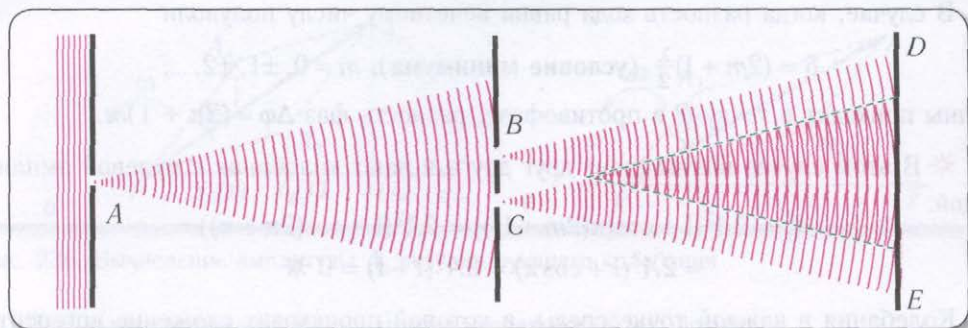


Рис. 237. Схема эксперимента Юнга по интерференции света

* Отметим еще один распространенный случай интерференции — сложение плоских волн одинаковой частоты, распространяющихся в противоположных направлениях (например, падающей и отраженной волн), приводящее к образованию в пространстве устойчивой картины чередования максимумов амплитуды колебаний (*пучностей*) и минимумов (*узлов*). Волна, возникающая в результате сложения двух волн одинаковой частоты, распространяющихся в противоположных направлениях, называется **стоячей волной** (рис. 238). *

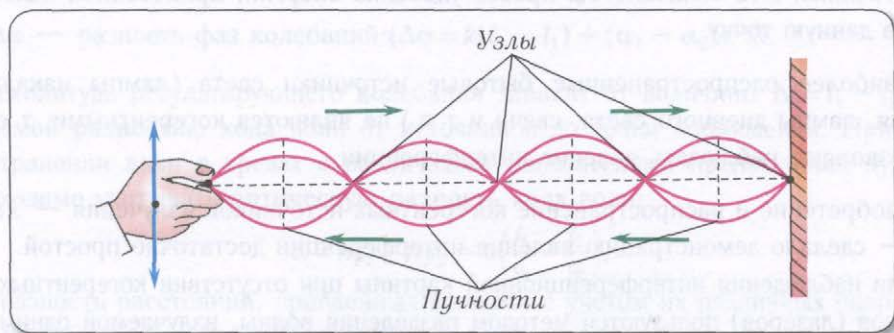


Рис. 238. Стоячая волна

Явление интерференции не противоречит закону сохранения энергии, так как энергия колебаний в среднем остается равной сумме энергий интерферирующих волн и лишь *перераспределяется* в пространстве.



1. Что такое когерентность? Какие волны называются когерентными?
2. Что называют интерференцией волн? При каких условиях происходит это явление?
3. Что называют разностью хода волн? Оптической разностью хода волн?
4. Как записываются условия образования интерференционных максимумов и минимумов?

5. Какой должна быть оптическая разность хода двух лучей, чтобы их интерференция приводила к ослаблению (усилению) результирующего сигнала?
6. Почему не возникает интерференционной картины от двух фар удаленной автомашины?
7. Если две волны интерферируют друг с другом, то влияет ли одна волна на распространение другой?

Упражнение 47

1. Две когерентные волны с длинами волн $\lambda = 404$ нм пересекаются в одной точке на экране. Что будет наблюдаться в этой точке (усиление или ослабление света), если оптическая разность хода $\delta = 17,17$ мкм?
2. Две когерентные волны на поверхности воды распространяются навстречу друг другу. Что наблюдается в точках схождения волн, для которых разность хода $\delta_1 = 2,0$ м и $\delta_2 = 2,1$ м, если длина волны $\lambda = 6,0$ см.
3. Сколько длин волн N монохроматического излучения частотой $\nu = 800$ МГц укладывается на отрезке длиной $l = 2,0$ м?
4. Две когерентные волны приходят в некоторую точку пространства с оптической разностью хода $\delta = 2,25$ мкм. Определите результат интерференции в этой точке для фиолетового света ($\lambda = 400$ нм).
5. Два когерентных источника белого света S_1 и S_2 освещают экран MN , плоскость которого параллельна отрезку S_1S_2 (рис. 239). Докажите, что в точке O будет максимум освещенности, если $S_1A = S_2A$.
- * 6. В установке Юнга расстояние между щелями $d = 1,5$ см, экран расположен на расстоянии $l = 2,0$ м от щелей. Щели освещаются источником с красным светофильтром ($\lambda = 687$ нм). Определите расстояние между интерференционными полосами на экране.
- * 7. На экран A от точечного источника, находящегося от него на большом расстоянии, падает свет. В экране имеются две параллельные щели на расстоянии $d = 1 \cdot 10^{-4}$ м одна от другой. Расстояние между интерференционными полосами на экране B , расположенном на расстоянии $l = 1$ м параллельно экрану A , $h = 5,6 \cdot 10^{-3}$ м. Определите длину волны излучения.

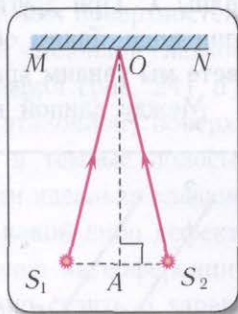


Рис. 239

§ 71. Применение интерференции

Наиболее известное проявление интерференции, с которым мы часто встречаемся в повседневной жизни, — радужное окрашивание мыльных пузырей или тонких пленок бензина (нефти) на воде или асфальте. Радужные цвета возникают вследствие интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки.

Рассмотрим падение монохроматической световой волны длиной λ под углом α на тонкую пленку толщиной d (рис. 240). Она частично отражается (волна 1) от верхней поверхности пленки, частично проходит в пленку и частично отражается (волна 2) от нижней поверхности пленки. В результате волна, отраженная от нижней поверхности, проходит дополнительное расстояние ($ABC - A'C$) по сравнению с волной, отраженной от верхней поверхности пленки. Между отраженными от пленки волнами (1' и 2') возникает оптическая разность хода $\delta = 2nd \cos \beta + \frac{\lambda}{2}$, которая зависит от угла преломления β волны, толщины пленки, показателя преломления и длины волны. Слагаемое $\frac{\lambda}{2}$ учитывает изменение фазы на $\Delta\varphi = \pi$ при отражении волны от одной из поверхностей пленки. Если оптическая разность хода δ равна целому числу длин волн, то будет наблюдаться интерференционный максимум, если нечетному числу полуволн, — минимум.

При падении белого света (400—800 нм) под некоторым углом на пленку максимум интерференционной картины будет только для определенной длины волны λ . При других углах падения максимумы будут наблюдаться для других длин волн. Таким образом, при падении на пленку белого света в отраженном свете мы увидим яркие разноцветные полосы, расположенные друг за другом.

Между длиной волны λ интерферирующих волн, их оптической разностью

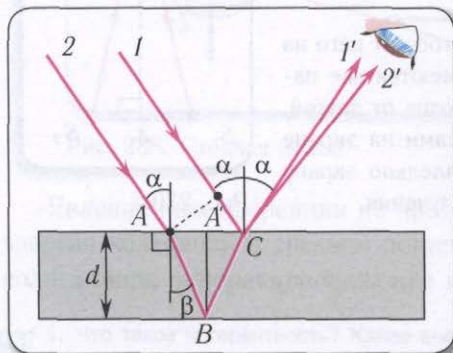


Рис. 240. Ход лучей в тонкой пленке при интерференции

хода δ ($\delta = n\Delta l = 2nd \cos \beta + \frac{\lambda}{2}$) и расположением максимумов и минимумов существует определенная связь. Это позволяет, с одной стороны, по расположению максимумов и минимумов интерференционной картины определять длину волны или измерять показатель преломления вещества. С другой стороны, зная положение максимумов и минимумов, можно определять разность хода интерферирующих волн и таким образом очень точно измерять расстояние.

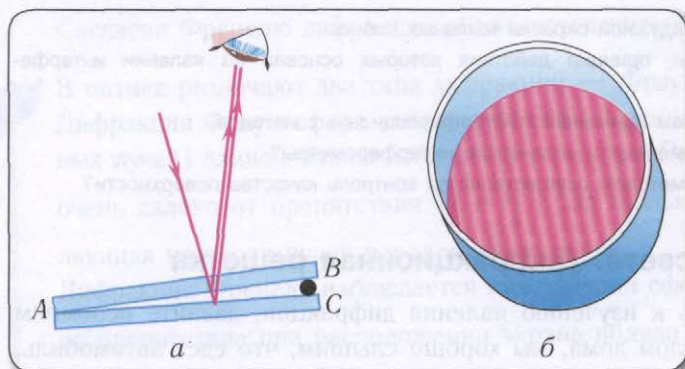


Рис. 241. Установка для контроля качества поверхности: а — схема; б — вид гладкой поверхности



Рис. 242. Искажение интерференционной картины на дефектах

Интерференция света находит широкое применение в различных областях науки и техники, так как позволяет значительно повысить точность измерений. Приборы, принцип действия которых основан на явлении интерференции, называются *интерферометрами*. Оптические интерферометры применяются для измерения показателей преломления прозрачных сред, длин волн, угловых размеров звезд.

Явление интерференции в тонких пленках используется для создания зеркал, фильтров, просветляющих покрытий, контроля качества шлифовки поверхностей.

Для проверки качества обработки поверхности между ней и эталонной гладкой пластинкой создают тонкую клиновидную прослойку ВАС воздуха (рис. 241, а). Волны, отражаясь от верхней (контролируемой) и нижней (эталонной) поверхностей, образуют интерференционную картину — светлые и темные полосы. Причем полосы будут ровными только тогда, когда поверхности идеально гладкие (рис. 241, б). Если на контролируемой поверхности имеется какой-либо дефект, например вмятина или царапина, то это приведет к искажению интерференционных полос (рис. 242). По форме полос и их ширине можно судить о характере дефектов и их глубине (высоте). Применение интерференционных методов позволяет измерять отклонение от плоскости с погрешностью порядка 0,01 мкм. При нормальном падении монохроматического света на образец повышается точность измерений, так как увеличивается резкость интерференционных полос.

Интерференционный метод — очень чувствительный метод проверки гладкости поверхностей, так как позволяет оценить качество обработки с точностью порядка $\frac{\lambda}{10}$ или 10^{-8} м.



1. Объясните образование радужной окраски мыльных пленок.
2. Как называются приборы, принцип действия которых основан на явлении интерференции?
3. Перечислите известные Вам применения интерференционных методов.
4. Для каких измерений применяются оптические интерферометры?
5. Как интерференционным методом осуществляется контроль качества поверхности?

§ 72. Дифракция света. Дифракционная решетка

Прежде чем переходить к изучению явления дифракции, давайте вспомним простой пример: стоя за углом дома, мы хорошо слышим, что едет автомобиль, хотя как бы находимся в «тени», т. е. не видим его. Таким образом, звуковые волны достигают нашего уха, «заворачивая за угол»!

Явление огибания волнами препятствий и проникновение их в «область тени» получило название **дифракции** (рис. 243, а, б, в). Оно является одним из подтверждений волновой природы света.

Для проявления дифракции размеры препятствий (отверстий) должны быть меньше или сравнимы с длиной волны, вот почему в рассмотренном примере звук ($v \approx 3 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\nu = 1 \cdot 10^2 \text{ Гц}$, $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1 \cdot 10^2 \text{ с}^{-1}} = 3 \text{ м}$) смог «завернуть за угол», а свет, отраженный от автомобиля ($\lambda = 500 \text{ нм} = 5,00 \cdot 10^{-7} \text{ м}$), — нет.

Французский физик Огюстен Жан Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн, которые являются когерентными.

*** Принцип Гюйгенса — Френеля** позволил охарактеризовать явление дифракции количественно:

все вторичные источники, расположенные на волновом фронте, когерентны между собой. Огибающая волна, получающаяся в результате интерференции вторичных волн, совпадает с волной, наблюдаемой как исходная от источника.

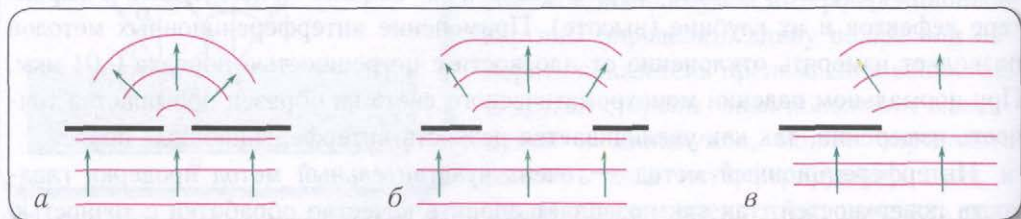


Рис. 243. Дифракция волн

Согласно Френелю дифракция объясняется интерференцией вторичных волн.



В оптике различают два типа дифракции — Фраунгофера и Френеля.

Дифракция Фраунгофера наблюдается при падении плоских волн (параллельных лучей) длиной волны λ на щель размером D , причем экран расположен очень далеко от препятствия ($L \gg \frac{D^2}{\lambda}$). За щелью находится линза, направляющая на экран пучок параллельных лучей.

Дифракция Френеля наблюдается при падении сферических или плоских волн на препятствие при расположении экрана вблизи щели ($L \sim \frac{D^2}{\lambda}$). Линзы для фокусировки лучей не применяются.

Рассмотрим дифракцию света на одной щели в непрозрачном экране. Предположим, что на щель шириной b падает плоская волна, длина которой λ , и на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы, получается дифракционная картина. Из принципа Гюйгенса следует, что волны, дифрагировавшие на щели, распространяются за ней по всем направлениям. Рассмотрим интерференцию волн, проходящих различные участки щели.

Если экран расположен достаточно далеко от щели, то волны, попадающие на любую из его точек, по существу, параллельны.

При нормальном падении волн (угол падения $\theta = 0$) на щель (рис. 244, а), все вторичные волны имеют одинаковую фазу, так как плоскость щели совпадает с фронтом волны. В центре экрана возникает светлое пятно, или *центральный максимум освещенности* (точка А на рисунке 244, з), так как направление наблюдения и первоначальное направление распространения волны совпадают, а вторичные волны не приобретают никакой разности фаз.

Рассмотрим вторичные волны, идущие после прохождения щели под углом θ (рис. 244, б). Если разность их хода от верхнего и нижнего краев щели равна длине волны λ , то разность хода волн, распространяющихся от верхнего края щели и от ее центра, составит $\frac{\lambda}{2}$. Следовательно, эти волны, интерферируя, будут гасить друг друга.

Аналогично будут попарно гасить друг друга волны, смещенные на одно и то же небольшое расстояние к нижнему краю щели относительно верхнего края щели и ее центра. Таким образом, волны, идущие от верхней половины щели, будут находиться в противофазе с волнами, идущими от ее нижней половины. Интерферируя, такие волны гасят друг друга. В результате на экране будет темное пятно (минимум) в точке В (см. рис. 244, з), соответствующее углу θ . Аналогично будут гаситься попарно все вторичные волны, соответствующие

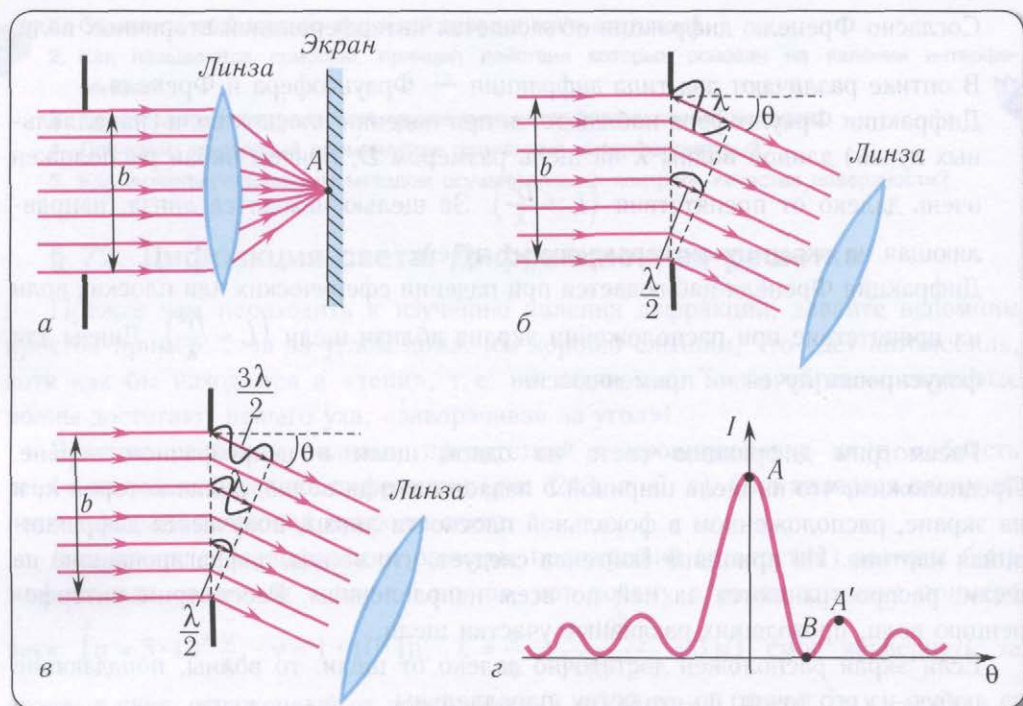


Рис. 244. Дифракция света на щели

углу $-\theta$. Минимумы будут располагаться симметрично относительно центра щели. Угол, соответствующий минимуму, удовлетворяет соотношению (см. рис. 244, б):

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b}.$$

Если разность хода волн от верхнего и нижнего краев щели равна нечетному числу полуволн, например $\pm \frac{3\lambda}{2}$ (рис. 244, в), то волны из нижней трети щели гасят волны из средней трети, так как, попарно интерферируя, оказываются в противофазе.

Когда свет из верхней трети щели достигает экрана, в этом месте возникает светлое пятно — максимум (точка A' на рис. 244, г), правда, не такой яркий, как центральный.

Таким образом, **максимумы** освещенности экрана наблюдаются под углами θ , удовлетворяющими условию $b \sin \theta \approx (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, где $m = \pm 1, \pm 2, \dots$, а **минимумы** — условию $b \sin \theta = m\lambda$, где $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ *

Эффект перераспределения энергии плоской волны в пространстве можно значительно усилить, если использовать специальные устройства, содержащие много однотипных щелей. Это устройство получило название *дифракционной решетки*.

Дифракционной решеткой называют оптический прибор, предназначенный для очень точного измерения длин волн и разложения света в спектр. Дифракционная решетка состоит из большого числа равноотстоящих параллельных штрихов, нанесенных на стеклянной или металлической поверхности. Длины решеток составляют 10—15 см. Решетки содержат 10 000—20 000 штрихов на 1 см. Наблюдения проводятся как в отраженном свете (на металлических решетках), так и в проходящем (на стеклянных).

Простейшая дифракционная решетка представляет собой систему из N одинаковых равноотстоящих параллельных щелей в плоском непрозрачном экране (рис. 245). Если ширина каждой щели b , ширина непрозрачной части между щелями a , то величина $d = a + b$ называется *постоянной решетки* или ее *периодом*. Условия главных дифракционных максимумов, наблюдаемых под углами θ , имеют вид

$$d \sin \theta = m\lambda.$$

Здесь $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — *порядок максимума*, или *порядок спектра*, λ — длина волны падающего излучения.

Полученное условие определяет направления распространения света в пространстве, по которым на отрезке $\Delta l = d \sin \theta$ укладывается целое число длин волн $m\lambda$. В этом случае вторичные волны от всех щелей решетки приходят в точку наблюдения с фазами, отличающимися на число, кратное 2π .

При помощи собирающей линзы (см. рис. 245) вторичные волны (параллельные лучи), идущие от всех щелей, фокусируются в точку на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы, и интерferируют, усиливая или ослабляя друг друга.

Таким образом, дифракционная картина на экране состоит из чередующихся максимумов и минимумов освещенности различных участков экрана. Дифракционные максимумы, соответ-

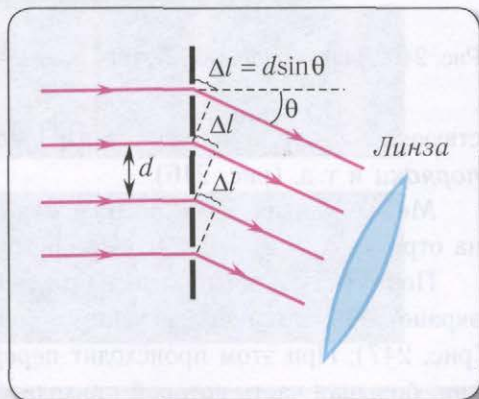


Рис. 245. Условие образования главных максимумов на дифракционной решетке

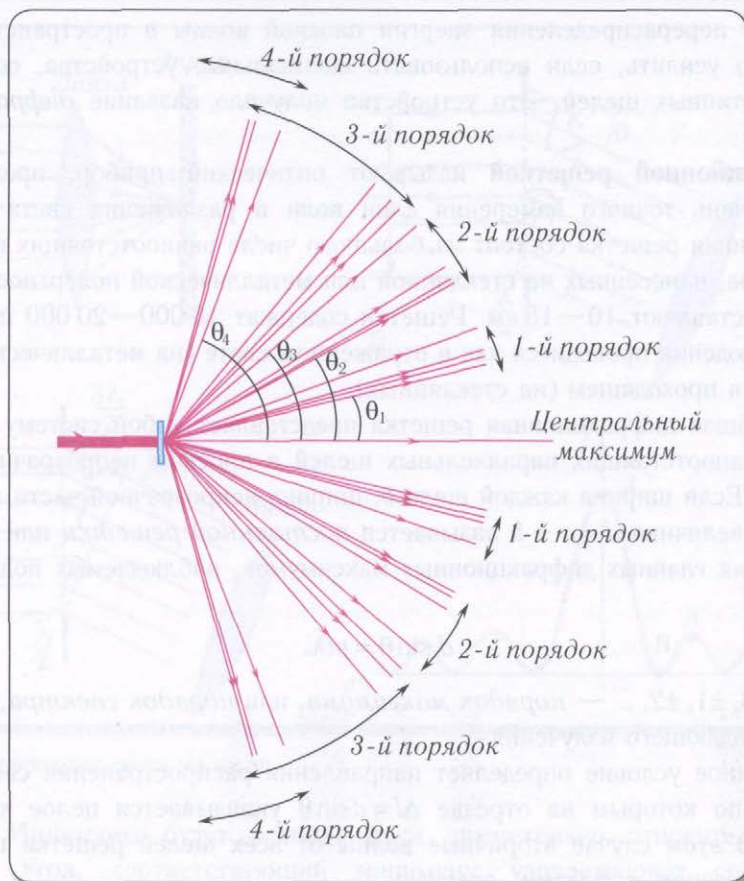


Рис. 246. Дифракционные спектры, полученные с помощью решетки, содержащей $500 \frac{\text{штр}}{\text{мм}}$

ствующие $m = 1$, образуют спектр *первого порядка*, $m = 2$ — спектр *второго порядка* и т. д. (рис. 246).

Между максимумами расположены минимумы, так как при изменении угла θ на отрезке Δl (см. рис. 245) уже не будет укладываться целое число длин волн.

По мере увеличения числа щелей дифракционной решетки максимумы на экране становятся более узкими, а расстояния между ними более широкими (рис. 247). При этом происходит перераспределение энергии падающего излучения, большая часть которой приходится на максимумы.

При падении на решетку белого света спектральные максимумы любого порядка (кроме нулевого) содержат все цвета радуги (рис. 248, а).

Кроме того, в дифракционном спектре больше всего отклоняются от начального направления распространения красные лучи (рис. 248, б), меньше всего — сине-фиолетовые (рис. 248, в), что и следует из формулы для определения максимумов дифракционной решетки.

* Отметим, что направления, в которых наблюдались минимумы интенсивности от одной щели, так и остаются минимумами для дифракции света на решетке. К ним добавляются минимумы, связанные с интерференцией излучения, идущего от каждой из щелей (см. рис. 247).

Эти минимумы легко определить из условия, что разность хода света от соседних щелей в данном направлении должна быть кратна нечетному числу полу-волн. *

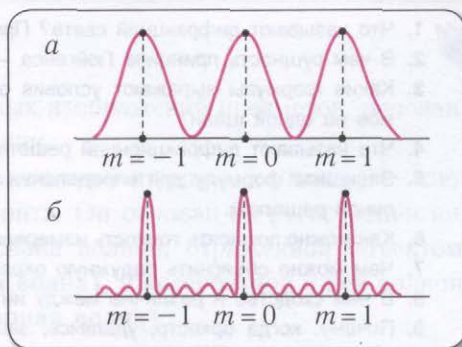


Рис. 247. Изменение дифракционной картины при увеличении числа щелей: а — две щели; б — шесть щелей

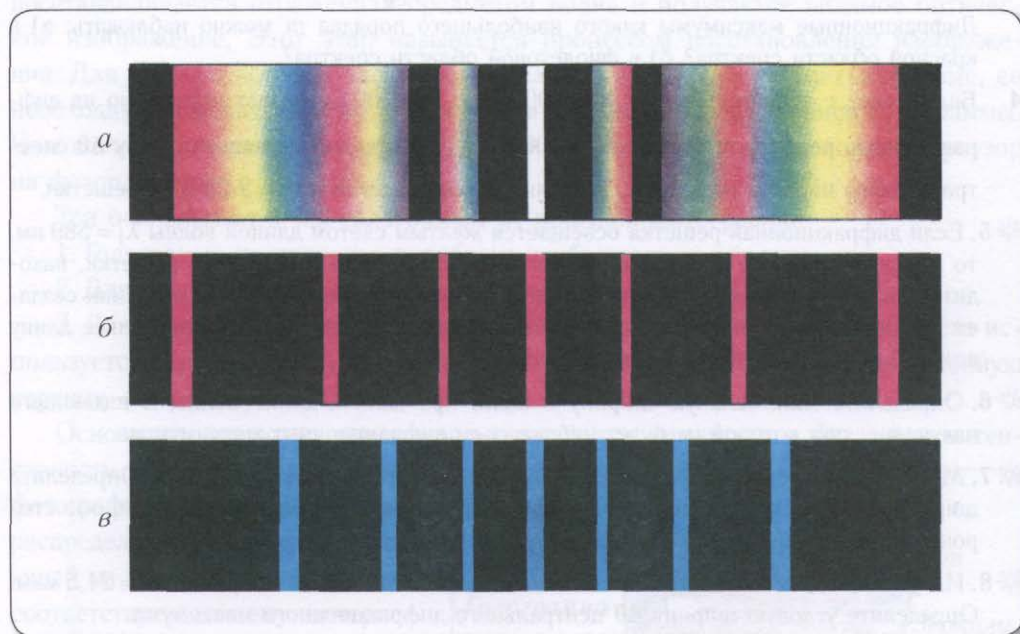


Рис. 248. Спектральное разложение света при падении на дифракционную решетку: а — белого; б — красного; в — синего



1. Что называют дифракцией света? При каких условиях ее наблюдают?
2. В чем сущность принципа Гюйгенса — Френеля?
3. Какие формулы выражают условия образования дифракционных максимумов и минимумов на одной щели?
4. Что называют дифракционной решеткой?
5. Запишите формулу для определения максимумов освещенности, создаваемой дифракционной решеткой.
6. Как можно повысить точность измерения длины волны с помощью дифракционной решетки?
7. Чем можно объяснить радужную окраску дисков для лазерных проигрывателей?
8. В чем сходство и различие между интерференцией и дифракцией?
9. Почему, когда оркестр, удаляясь, зашел за угол дома, через некоторое время слышны лишь звуки барабана и труб-басов?

Упражнение 48

1. Под каким углом θ наблюдается максимум третьего порядка при падении света длиной волны $\lambda = 840$ нм на дифракционную решетку с периодом $d = 2,35 \cdot 10^{-3}$ см?
2. В чем преимущество дифракционной решетки с большим числом щелей? С малым периодом?
3. Дифракционная решетка, имеющая $N = 5000 \frac{\text{штр}}{\text{см}}$, освещается белым светом. Дифракционные максимумы какого наибольшего порядка m можно наблюдать: а) в красной области спектра? б) в фиолетовой области спектра?
4. Белый свет с длинами волн от $\lambda_1 = 400$ нм до $\lambda_2 = 700$ нм падает нормально на дифракционную решетку, имеющую $N = 8000 \frac{\text{штр}}{\text{см}}$. Определите угловую ширину $\Delta\theta$ спектра первого порядка на экране, находящемся на расстоянии $l = 2,20$ м от решетки.
- * 5. Если дифракционная решетка освещается желтым светом длиной волны $\lambda_1 = 589$ нм, то максимум первого порядка на экране, отстоящем на $l = 42,0$ см от решетки, находится на расстоянии $x_1 = 2,48$ см от центрального максимума. Другой источник создает линию на расстоянии $x_2 = 3,84$ см от центрального максимума. Определите длину волны λ_2 света, излучаемого вторым источником.
- * 6. Определите минимальную ширину b щели при данной длине волны λ падающего излучения, при которой не будет наблюдаться дифракционных максимумов.
- * 7. Монохроматическое излучение длиной волны $\lambda = 589$ нм падает на щель. Определите ширину щели, если угол между первыми дифракционными максимумами по обе стороны от центрального $\alpha = 33,0^\circ$.
- * 8. Излучение длиной волны $\lambda = 680$ нм падает на щель шириной $b = 24,5$ мкм. Определите угловую ширину $\Delta\theta$ центрального дифракционного максимума.

✱ § 73. Голография

Голография — метод получения объемных изображений предметов, основанный на использовании явления интерференции.

Голография (от греческого $\sigma\lambda\omicron\varsigma$ — *весь, полный* и $\gamma\rho\alpha\phi\omega$ — *пишу*) — способ записи и восстановления волнового фронта. Он основан на регистрации интерференционной картины, которая образована волной, отраженной объектом, освещенным источником света (**предметная волна**), и когерентной с ней волной, идущей непосредственно от источника (**опорная волна**).

Голография — процесс, состоящий из двух этапов.

На первом этапе (*этапе записи*) регистрируется предметная волна, распространяющаяся от освещенного объекта и несущая информацию о нем. Эта информация записывается на фотопластинку в виде интерференционной картины от опорной и предметной волн. Образующаяся интерференционная картина представляет **голограмму**. Этот термин был впервые введен ее изобретателем — венгерским физиком Денисом Габором.

На втором этапе (*этапе восстановления*) с помощью этой голограммы восстанавливается отраженная предметом волна и получается видимое оптическое изображение. Этот этап называется процессом восстановления изображения. Для полного восстановления информации, закодированной в голограмме, ее необходимо освещать тем же когерентным светом, что и при записи голограммы. Чем сложнее объект, чем больше деталей он содержит, тем сложнее микроузор на фотопластинке.

Три основных отличия голограммы от обычной фотографии:

1. Голограмма не является подобным изображением объекта.
2. Для освещения объекта используется когерентный свет.
3. Для отражения части падающего на пластину пучка когерентного света используется зеркало (рис. 249). Фотопластинка регистрирует интерференционную картину, создаваемую волнами, отраженными зеркалом и объектом.

Основными характеристиками волны являются амплитуда и фаза, или интенсивность и частота. На обычной фотографии регистрируется лишь распределение амплитуды падающей на нее волны посредством соответствующего ему почернения фотоземлюли. На голограмме, кроме распределения амплитуды, регистрируется еще и рас-



Рис. 249. Получение голограммы



Рис. 250. Вид голограммы на фотопластинке

пределение фазы предметной волны относительно фазы опорной волны (разность фаз двух волн).

Информация об амплитуде предметной волны записана на голограмме в виде контраста интерференционной картины, а информация о фазе — в виде формы и частоты интерференционных полос (рис. 250).

Волна, восстановленная в голограмме, распространяется в обе стороны от нее (рис. 251). Расходящаяся волна образует мнимое изображение, а сходящаяся — действительное. Мнимое изображение, образованное дифракционным спектром первого порядка, можно увидеть, смотря сквозь голограмму как через окно. Можно без труда заглянуть за объект и увидеть ранее скрытый вид. Более того, можно перевести взгляд для того, чтобы рассмотреть дальний объект.

Каждая часть голограммы, как бы мала она ни была, может полностью представить все изображение. Поэтому каждый ее кусочек дает возможность представить полное трехмерное изображение объекта, но чем меньше этот кусочек, тем меньше четкость изображения и ощущение объемности.

На одну пластинку можно наложить несколько изображений путем последовательных экспозиций, причем каждое из них можно легко восстановить без всяких помех со стороны других. Это достигается либо записью различных изображений волнами с другими частотами, либо изменением направления опорной волны.

Емкость голограмм огромна: на пластине площадью 100 см^2 может быть записана информация, соответствующая $1 \cdot 10^7$ книжных страниц. Голографическая запись обеспечивает высокую помехоустойчивость и надежность ее хранения вследствие нечувствительности голограмм к царапинам, пыли и т. п.

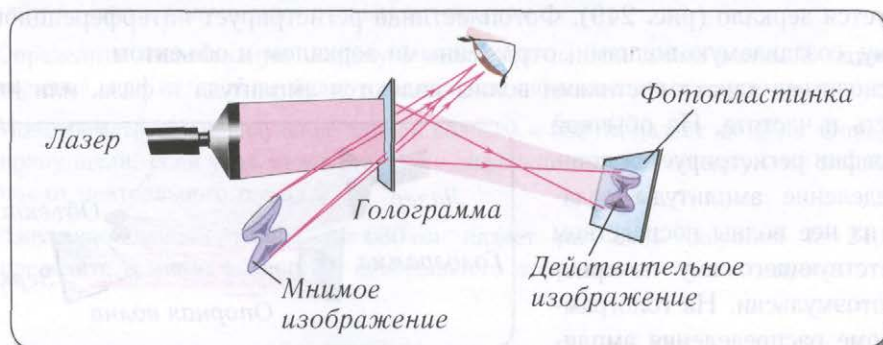


Рис. 251. Получение изображения с помощью голограммы

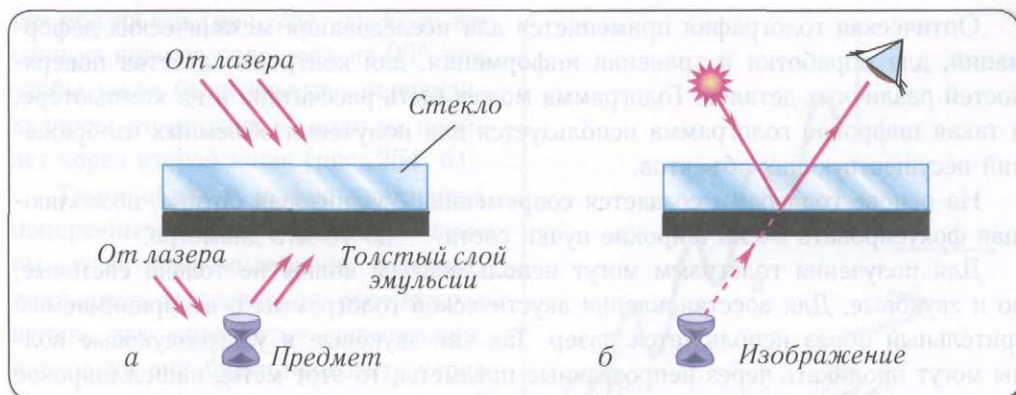


Рис. 252. Объемная голограмма: *а* — запись; *б* — восстановление с помощью солнечного света

Для получения цветного изображения в процессе восстановления изображения используются три монохроматические волны, относящиеся к трем основным цветам — красному, зеленому, синему.

Если фотослой тонкий, то голограмму называют *двухмерной*.

Для получения *трехмерных (объемных) голограмм* советский физик Юрий Николаевич Денисюк предложил использовать прозрачный фотослой толщиной 15—20 мкм. Такой фотослой позволяет освещать объект через пластину (рис. 252). Из нее выходят неослабленными только волны с разностью хода $\Delta = 2d \sin \theta = k\lambda$, где θ — угол скольжения (дополнительный к углу падения), k — целое число. Все остальные волны ослабляются, так как не удовлетворяют этому условию.

Для восстановления волны, рассеянной объектом, можно пользоваться обычным источником света и из широкого спектра голограмма сама выделит свет только определенного направления длиной волны λ с высокой степенью монохроматичности.

Монохроматичность источника необходима потому, что интерференционная картина зависит от длины волны падающего излучения. Свет должен выходить из точечного источника, так как если источник большой, то каждый его элемент будет порождать свои интерференционные полосы, смещенные относительно полос других элементов. В результате сумма всех этих полос усреднится почти до равномерного освещения. Вследствие этого широкое применение голографии началось только с появлением лазеров — источников, обладающих пространственной и временной когерентностью.

Оптическая голография применяется для исследования механических деформаций, для обработки и хранения информации, для контроля качества поверхностей различных деталей. Голограмма может быть рассчитана и на компьютере, и такая цифровая голограмма используется для получения объемных изображений несуществующих объектов.

На основе голограмм создается современная безлинзовая оптика, позволяющая фокусировать очень широкие пучки света — до 10 м в диаметре.

Для получения голограмм могут использоваться волны не только световые, но и звуковые. Для восстановления акустической голограммы в воспринимаемый зрительный образ используется лазер. Так как звуковые и ультразвуковые волны могут проникать через непрозрачные предметы, то этот метод нашел широкое применение во многих областях техники и медицины. Акустическая голография используется в геофизике для исследования строения земной коры, поиска полезных ископаемых, получения изображений морского дна. В медицине она применяется для получения изображений внутренних органов, сосудов и новообразований.



1. Что такое голограмма?
2. Как происходит запись и восстановление голографического изображения?
3. В чем преимущества голографического способа записи информации по сравнению с фотографическим?
4. На каких свойствах голограмм основано их применение?
5. Назовите перспективные способы применения голограмм.
6. Чем отличаются двухмерные голограммы от трехмерных?

✱ § 74. Поляризация света



В продольной волне колебания происходят вдоль направления распространения волны.

В поперечной волне колебания происходят в направлении, перпендикулярном направлению распространения.

Рассмотрим еще одно важное свойство света, которое состоит в том, что свет может быть *поляризован*. Слово **поляризация** происходит от латинского *polus* — *конец оси, полюс*. Применительно к свету термин «поляризация» ввел в 1704—1706 гг. Ньютон.

Для того чтобы лучше разобраться в этом явлении, рассмотрим пример волны, бегущей по веревке. С помощью веревки можно создать поперечные волны, колебания в которых могут происходить как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости (рис. 253, а, б).

Если в направлении распространения таких волн поставить два ящика со щелями, параллельными направлениям колебаний в волнах, то волны пройдут че-

рез оба из них (рис. 254, а). Если же один из ящиков повернуть на 90° , так чтобы щели были взаимно перпендикулярны, то ни одна из волн не пройдет через второй ящик (рис. 254, б).

Таким образом можно «погасить» поперечные волны. Продольные волны, в которых колебания совершаются вдоль направления распространения, так «погасить» невозможно, поскольку они будут проходить через щели ящиков при их произвольной взаимной ориентации.

Если представить теперь поперечную волну, колебания в которой происходят вдоль любых прямых линий в плоскости, перпендикулярной ее направлению распространения, то погасить такую волну можно, если пропустить ее через два ящика со скрещенными щелями. При пропускании такой волны через один ящик в ней будут оставаться колебания, параллельные его щели.

Поперечная волна называется **плоскополяризованной**, если колебания во всех ее точках происходят только в одной плоскости.

Прибор, превращающий неполяризованную волну в поляризованную, называется **поляризатором**. Прибор, позволяющий установить, поляризована или нет проходящая через него волна, называется **анализатором**.

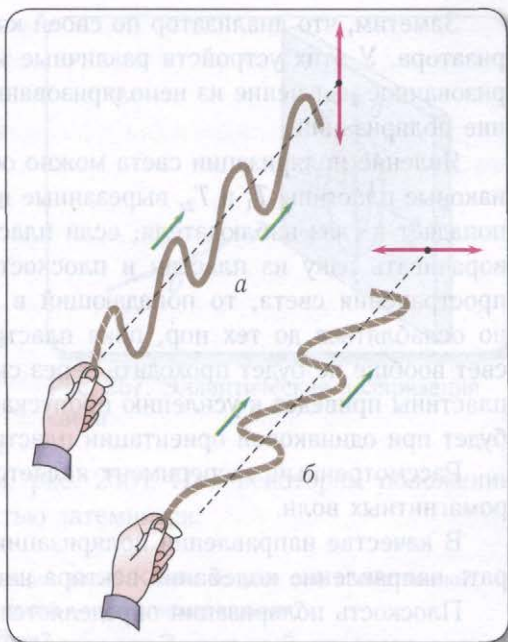


Рис. 253. Поперечные волны на веревке: а — колебания в вертикальной плоскости; б — колебания в горизонтальной плоскости

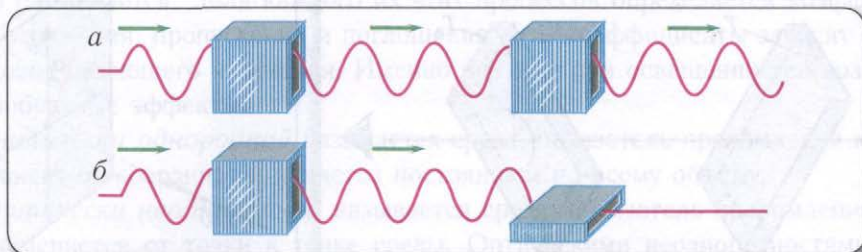


Рис. 254. Поперечная волна на веревке: а — свободно проходит через щели при их параллельном расположении; б — не проходит при взаимно перпендикулярном расположении щелей

Заметим, что анализатор по своей конструкции ничем не отличается от поляризатора. У этих устройств различные назначения: поляризатор выделяет поляризованное излучение из неполяризованного, а анализатор определяет направление поляризации.

Явление поляризации света можно обнаружить, пропуская его через две одинаковые пластины T_1 и T_2 , вырезанные из кристаллов турмалина (рис. 255). Свет попадает в глаз наблюдателя, если пластины расположены одинаково. Если поворачивать одну из пластин в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света, то попадающий в глаз наблюдателя свет будет постепенно ослабляться до тех пор, пока пластины не будут скрещены. В этот момент свет вообще не будет проходить через систему пластинок. Дальнейшее вращение пластины приведет к усилению пропускаемого света. Максимальное пропускание будет при одинаковой ориентации пластин T_1 и T_2 .

Рассмотренный эксперимент является доказательством поперечности электромагнитных волн.

В качестве направления поляризации электромагнитных волн принято выбирать направление колебаний вектора напряженности электрического поля \vec{E} .

Плоскость поляризации определяется как плоскость, содержащая вектор \vec{E} и вектор скорости \vec{v} волны. Если вектор \vec{E} колеблется только в этой плоскости, то свет называется плоско поляризованным или линейно поляризованным (рис. 256).

Если же конец вектора \vec{E} при колебаниях описывает окружность, то свет называется *поляризованным по кругу*, а если эллипс, то — *эллиптически поляризованным* (рис. 257). Круговая поляризация является частным случаем эллиптической поляризации.

Свет также может быть *неполяризованным*, или *естественно поляризованным*. В этом случае колебания вектора \vec{E} происходят неупорядоченно по

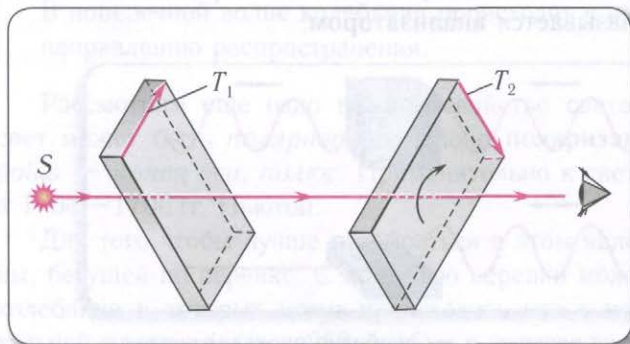


Рис. 255. Схема эксперимента по прохождению света через две пластины турмалина

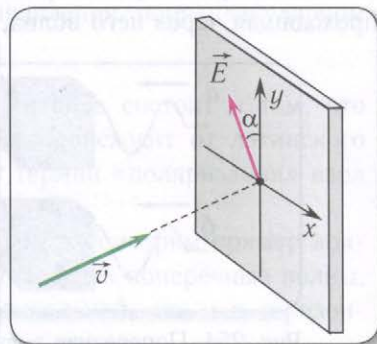


Рис. 256. Линейная поляризация света

всевозможным направлениям, но остаются все время перпендикулярными к направлению распространения.

Неполяризованный свет излучается большинством окружающих нас источников, к которым относятся Солнце, другие звезды, лампы накаливания и т. д.

Поляризованный свет дают экраны калькуляторов, мобильных телефонов и жидкокристаллические мониторы компьютеров. В этом легко убедиться с помощью поляроидных очков, вращая, например, экран мобильного телефона в плоскости, нормальной лучу зрения (см. рис. 255). При некотором положении телефона его экран практически полностью затемнится.

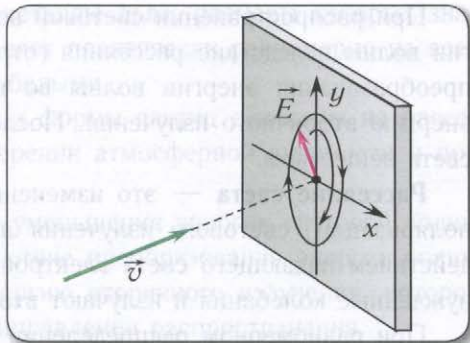


Рис. 257. Эллиптическая поляризация света



1. В чем состоит сущность явления поляризации волн? Каким волнам оно свойственно?
2. Какой свет является поляризованным, а какой — неполяризованным?
3. Чем поляризатор отличается от анализатора?
4. Что представляет собой естественный свет?
5. Какой вывод о природе света можно сделать на основании явления поляризации?
6. Как определить, обладают ли стекла солнцезащитных очков поляризующим действием?

✱ § 75. Рассеяние и поглощение света

Наше восприятие оптических явлений в окружающем мире определяется взаимодействием света с веществом.

Свет, падающий на тело, частично отражается, частично пропускается и частично поглощается. Доля каждого из этих процессов определяется коэффициентами отражения, пропускания и поглощения. Эти коэффициенты зависят от длины волны падающего излучения. Именно поэтому при освещении тел возникают разнообразные эффекты.

Оптически однородной называется среда, показатель преломления которой не зависит от координат и является постоянным по всему объему.

Оптически неоднородной называется среда, показатель преломления которой изменяется от точки к точке среды. Оптическими неоднородностями являются границы сред, включения инородных частиц. Примерами оптически неоднородных сред являются мутные среды — туманы, дымы, эмульсии, коллоидные растворы.

При распространении световой волны в среде происходит уменьшение энергии волны вследствие рассеяния (отражения) волны на неоднородностях среды, преобразования энергии волны во внутреннюю энергию вещества среды или энергию вторичного излучения. Последние два явления связаны с поглощением света веществом.

Рассеяние света — это изменение характеристик (интенсивности, частоты, поляризации) светового излучения при его взаимодействии с веществом. Под действием падающего света электроны атомов и молекул среды совершают вынужденные колебания и излучают вторичные волны.

При равномерном распределении молекул по объему среды рассеяние света отсутствует, так как по всем направлениям, кроме направления падающей волны, излучаемые когерентные вторичные волны взаимно «гасятся» в результате интерференции.

Если в объеме среды молекулы распределены неравномерно или имеются инородные частицы, то возбуждаемые вторичные волны имеют некогерентные составляющие. В результате наблюдается рассеяние света. Поэтому энергия распространяющейся волны убывает, и в начальном направлении распространения обнаруживается ослабление света.

Последовательное описание рассеяния света возможно только в рамках квантовых представлений о строении вещества. Но во многих случаях оказывается достаточным описание рассеяния в рамках волновой теории излучения.

Рассеяние света мелкими частицами, размеры которых намного меньше его длины волны ($r \ll \lambda$), обуславливает явления, которые можно описать на основе теории дифракции света на частицах. Рассеяние света большими частицами ($r \gg \lambda$) рассматривают на основе законов геометрической оптики с учетом интерференции волн, отраженных и преломленных на поверхностях частиц. Именно рассеяние на крупных частицах обуславливает ареолы, радуги, гало, явления, происходящие в туманах и аэрозолях.

Рассеяние света земной атмосферой зависит от его длины волны. Частицы, размеры которых намного меньше длины световой волны (например, молекулы кислорода и азота), слабее рассеивают длинные волны и сильнее короткие. С увеличением длины волны рассеяние ослабевает пропорционально $\frac{1}{\lambda^4}$. Следовательно, красный и оранжевый свет рассеивается гораздо слабее, чем фиолетовый и голубой, и поэтому небо выглядит голубым.

На закате солнечные лучи проходят максимальный слой атмосферы, и значительная часть голубого излучения рассеивается. Поэтому свет, достигающий поверхности Земли, кажется красноватым, так как он лишается голубой составляющей.

Облака содержат капельки воды и кристаллы льда, размеры которых значительно превышают λ . Они рассеивают свет практически равномерно на всех частотах. Именно поэтому облака кажутся белыми.

Многие методы определения размеров и формы частиц основаны на рассеянии света. Это особенно важно при измерении атмосферной видимости и при исследовании полимерных растворов.

Поглощением света называют явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе, вследствие преобразования энергии волны во внутреннюю энергию вещества или энергию вторичного излучения, которое имеет иной спектральный состав и иные направления распространения.

Под действием падающего излучения электроны атомов и молекул среды совершают вынужденные колебания с частотой, равной частоте падающего излучения. Энергия падающей волны переходит во внутреннюю энергию частиц вещества, и оно нагревается. Если частота световой волны приближается к частоте собственных колебаний атомов и молекул, то возникает явление резонанса. Частицы становятся источниками вторичных световых волн. В веществе под действием поглощенной энергии могут происходить также различные реакции, например химические.

При падении на поверхность непрозрачного тела часть света проникает внутрь вещества и поглощается в нем. Мы воспринимаем отраженную часть света, т. е. видим предмет в отраженном свете. Доля отраженного света зависит от длины волны. Тела, для которых поглощение для всех длин волн велико, будут черными непрозрачными телами. Если же на поверхность тела падает белый свет, а отраженный содержит больше синего света, чем красного, то воспринимаемый цвет будет представлять оттенок синего или даже зеленого цвета. Этим объясняется, например, зеленый цвет листьев растений.

Поверхности более темных цветов поглощают свет сильнее, чем поверхности более светлых цветов. Именно поэтому в светлой одежде Вам летом прохладнее, чем в темной. Белая поверхность отражает большую часть падающего солнечного света.



1. Какие явления наблюдаются при падении света на границу раздела сред?
2. Какая среда называется однородной?
3. Какая среда называется неоднородной?
4. Что называют рассеянием света?
5. Что называют поглощением света?

§ 76. Инфракрасное и ультрафиолетовое излучения.

Их применение

Распределение энергии какого-либо излучения по длинам волн или частотам колебаний называется *спектром* этого излучения. Оптическая область спектра включает *инфракрасный*, *видимый* и *ультрафиолетовый* диапазоны.

К **инфракрасной** области относят излучение с длиной волны от нескольких миллиметров до 0,75 мкм. **Видимая** область занимает участок спектра примерно от 0,75 мкм до 0,4 мкм. Электромагнитное излучение, соответствующее этой области, воспринимается глазом человека как видимый свет различных цветов в зависимости от частоты волны. **Ультрафиолетовая** область спектра примыкает непосредственно к фиолетовому участку видимой области и продолжается вплоть до рентгеновских лучей.

Ультрафиолетовую область, в свою очередь, разделяют на три участка: ближний и средний (0,4 — 0,23 мкм), дальний (0,23 — 0,185 мкм) и вакуумный (0,185 — 0,05 мкм) ультрафиолет.

Инфракрасные лучи были обнаружены в 1800 г. Их испускают все тела в природе. Этот вид излучения связан с тепловым движением молекул и атомов. Его часто еще называют тепловым излучением. При повышении температуры тела энергия инфракрасного излучения быстро возрастает.

Инфракрасное излучение способствует выравниванию температур различных тел на Земле. Тело с более высокой температурой теряет энергии больше, чем получает, и в результате охлаждается. Так, например, инфракрасное излучение Земли уносит энергию в мировое пространство, что способствует охлаждению поверхности планеты. И наоборот, более холодные тела, поглощая инфракрасное излучение, получают больше энергии, чем отдают, т. е. нагреваются.

Наиболее распространенным методом обнаружения и измерения инфракрасного излучения является тепловой, применяемый для любой длины волны. При этом используются очень чувствительные термометры (электрические, например термопары), позволяющие определять изменение температуры на миллионную долю градуса.

В технике инфракрасное излучение используют для сушки материалов, пищевых продуктов, для фотографирования в темноте, в приборах ночного видения. Специальные приборы — *тепловизоры* — широко применяются в медицинской диагностике, ветеринарии (рис. 258), энергетике, строитель-



Рис. 258. Инфракрасный снимок собаки

стве (помогают определять, например, качество теплоизоляции строений). В военной технике инфракрасные лучи используются для наведения ракет на цель, излучающую тепловые волны, для обнаружения замаскированного противника.

В научных исследованиях инфракрасное излучение применяется для изучения строения молекул излучающего вещества.

Ультрафиолетовые лучи были открыты в 1801 г. немецким ученым И. В. Риттером и независимо от него английским ученым У. Волластоном. Естественными источниками ультрафиолетового излучения являются Солнце, другие звезды, туманности. Однако лишь длинноволновая часть этого излучения ($\lambda > 290$ нм) достигает поверхности Земли, остальное излучение поглощается ее атмосферой на высотах от 30 до 200 км. Все тела, температура которых достигает нескольких тысяч градусов, излучают в ультрафиолетовой области спектра. Источниками ультрафиолетового излучения являются ртутные, ксеноновые и другие газоразрядные лампы. Интенсивное ультрафиолетовое излучение испускают электроны в ускорителях.

Исследование ультрафиолетового излучения проводят с помощью фотоэлектрических приемников.

Ультрафиолетовые лучи обладают ярко выраженным химическим действием и широко используются в фотографии. Их биологическое действие применяется в медицине. Малые дозы ультрафиолетового излучения способствуют образованию витаминов группы *D*, улучшают иммунологические свойства организмов. Загар объясняется образованием под действием ультрафиолетового излучения пигмента, придающего коже коричневый цвет. Большие дозы этого излучения могут вызвать повреждение глаз и ожог кожи.

В научных исследованиях спектры ультрафиолетового излучения используются для изучения внешних электронных оболочек атомов различных химических элементов.

✱ За ультрафиолетовым диапазоном следует рентгеновский, в котором излучение и поглощение связаны с изменением внутреннего строения атомов и ядер.

Существенная особенность рентгеновских лучей — их высокая проникающая способность во многие вещества, непрозрачные для видимого света. Рентгеновские лучи принято различать по их жесткости. Чем короче длина волны рентгеновского излучения, тем они считаются более жесткими. Чем жестче рентгеновские лучи, тем слабее они поглощаются и тем выше их проникающая способность.

Рентгеновское излучение широко используется в медицине для диагностики и лечения различных заболеваний, обнаружения в теле инородных предметов.

За рентгеновской расположена область γ -лучей, испускаемых веществом при различных ядерных превращениях. ✱



1. На какие виды электромагнитных излучений принято делить шкалу электромагнитных волн?
2. Где находится инфракрасный участок спектра?
3. Что является источником инфракрасных лучей?
4. Опишите свойства инфракрасных лучей.
5. Какое излучение называют ультрафиолетовым?
6. Что является источником ультрафиолетовых лучей?
7. Какими свойствами обладают ультрафиолетовые лучи?
- * 8. В каких пределах заключены длины волн рентгеновского излучения?

* § 77. Спектры испускания и поглощения. Спектральные приборы

Источником оптического излучения принято называть физическое тело, преобразующее любой вид энергии в энергию электромагнитных излучений оптического диапазона спектра. Любой источник света характеризуется полной энергией, которую он излучает в единицу времени. Эта энергия распределяется неравномерно между волнами различной длины. В общем случае произвольный электромагнитный сигнал состоит из набора различных электромагнитных волн, длины волн (или частоты) которых можно установить. Подобную процедуру называют *спектральным анализом* сигнала, а совокупность полученных «простейших» электромагнитных волн — *спектром*. Таким образом, спектр — распределение энергии, излучаемой или поглощаемой веществом, по частотам или длинам волн.

Направим луч белого света на стеклянную призму, за которой установлен экран. Вследствие явления дисперсии призма различным образом преломляет лучи

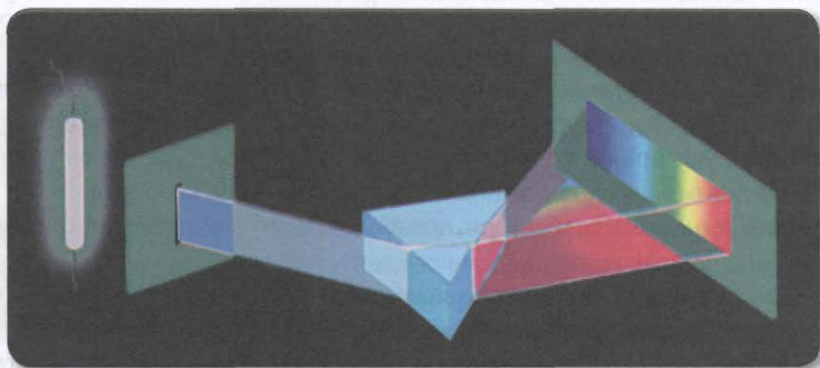


Рис. 259. Разложение белого света призмой

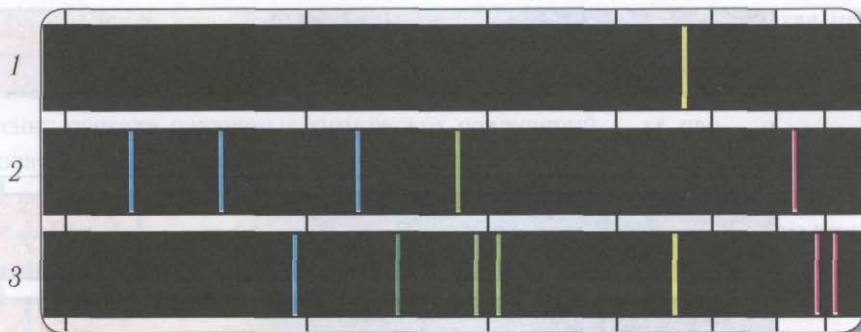


Рис. 260. Линейчатые спектры испускания: 1 — натрия; 2 — водорода; 3 — гелия

разных цветов. На экране увидим разноцветную полоску, которую Исаак Ньютон назвал *спектром* (рис. 259).

Спектры, полученные от самосветящихся тел, называются **спектрами испускания**. Они бывают трех типов: *линейчатые*, *полосатые* и *сплошные*.

Линейчатые спектры имеют все вещества в газообразном атомарном состоянии. Эти спектры состоят из отдельных узких линий различного цвета, разделенных темными промежутками (рис. 260).

Изучение линейчатых спектров показало, что каждый химический элемент обладает своим строго индивидуальным спектром. Такие спектры отличаются друг от друга цветом, положением и числом отдельных светящихся линий.

Полосатые спектры имеют газы, состоящие из слабо связанных друг с другом молекул. Эти спектры состоят из ряда цветных полос, разделенных темными промежутками (рис. 261).

Непрерывные (сплошные) спектры имеют нагретые тела, находящиеся в твердом и жидком состояниях, а также газы при высоком давлении и плазма. Вследствие интенсивного взаимодействия между молекулами индивидуальные черты, присущие отдельным частицам, в таких спектрах неразличимы. В них



Рис. 261. Полосатые спектры испускания угольной дуги (сверху) и молекул йода (снизу)



Рис. 262. Непрерывный (сплошной) спектр излучения Солнца

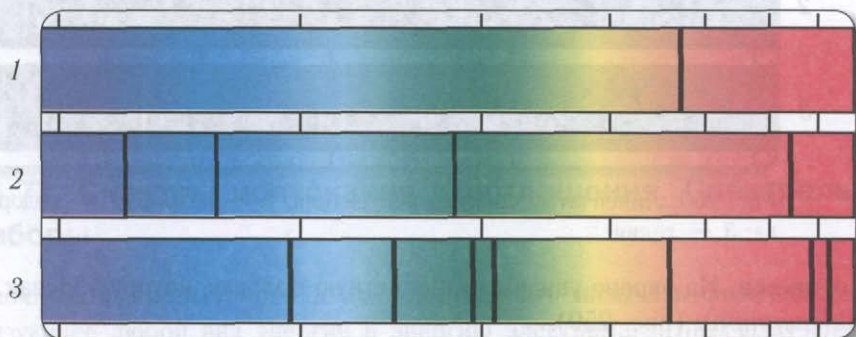


Рис. 263. Спектры поглощения различных веществ: 1 — натрия; 2 — водорода; 3 — гелия

представлены все длины волн, нет темных промежутков и на экране видна сплошная разноцветная полоса (рис. 262).

Прозрачные вещества поглощают часть падающего на них излучения, и в спектре, полученном после прохождения белого света через такие вещества, появляются темные линии, или полосы поглощения. Такой спектр называется **спектром поглощения** (рис. 263).

Так, вещество в газообразном состоянии поглощает наиболее сильно свет тех длин волн, которые оно испускает в нагретом состоянии. Это означает, что темные линии в спектре поглощения будут находиться как раз в тех местах, где находятся светящиеся линии в спектре испускания данного химического элемента. Эти строго установленные закономерности в линейчатых спектрах дают возможность обнаружить те или иные элементы в данном веществе.



Наиболее изученным спектром поглощения является спектр Солнца. Его сплошной спектр содержит значительное количество черных линий. Эти линии являются линиями поглощения, возникающими при прохождении света через газовую оболочку Солнца и атмосферу Земли. Они получили название **фраунгоферовых линий**, так как Фраунгофер впервые наблюдал спектр Солнца и установил, что закономерность их расположения не случайна и линии поглощения (темные линии) появляются всегда на строго определенных местах. Их принято обозначать латинскими буквами от *A* до *K*.

Для определения качественного и количественного состава вещества применяется метод, основанный на получении и исследовании его спектров. Этот метод называется **спектральным анализом**. Это самый быстрый и простой способ определения состава различных химических соединений.

Основатели спектрального анализа немецкие физики Роберт Бунзен и Густав Кирхгоф, исследуя спектр паров соединений щелочных металлов лития, натрия и калия, обнаружили новые элементы — рубидий и цезий, названные так по цвету наиболее ярких линий в их спектрах. У рубидия — красная, у цезия — синяя линия.

Спектральный анализ базируется на двух основных положениях:

1) каждый химический элемент или химическое соединение характеризуется определенным спектром;

2) интенсивность линий и полос в спектре зависит от концентрации того или иного элемента в веществе.

К достоинствам спектрального анализа можно отнести: высокую чувствительность (обнаруживает элементы с относительной концентрацией 10^{-7} — 10^{-8} , т. е. один атом вещества на сто миллионов других атомов!);

малое время измерения;

малые количества исследуемого вещества (достаточно 10^{-2} — 10^{-3} г и даже до 10^{-5} — 10^{-6} г) вплоть до детектирования отдельных молекул;

дистанционность измерений (можно проводить исследования, например, состава атмосферы далеких планет).

По спектрам определяют, из каких химических элементов состоит вещество и их количество.

Приборы для визуального наблюдения спектров называются **спектроскопами**, приборы с фотографической регистрацией спектров — **спектрографами** (применяются в различных областях спектра с соответствующей чувствительностью фотоматериалов), приборы с фотоэлектрическими и тепловыми приемниками излучения — **спектрометрами**, или **спектрофотометрами** (рис. 264).

Спектральные приборы в зависимости от способа спектрального разложения подразделяются на *призменные*, *интерференционные*, *дифракционные*.



Рис. 264. Призменный спектрофотометр

Электромагнитные волны переносят энергию. Именно благодаря этому энергия излучения Солнца достигает Земли и поддерживает жизнь на нашей планете. Известно, что свет нагревает тела, на которые падает. Нагревание означает сообщение этому телу энергии. Следовательно, распространение света сопровождается переносом энергии и передачей ее от светящегося тела к освещенному. Энергия электромагнитной волны складывается из энергий электрического и магнитного полей, составляющих ее. Объемная плотность энергии электрического поля в электромагнитной волне равна объемной плотности энергии магнитного поля ($w_э = w_м$) в каждой точке пространства и в любой момент времени. Плотность энергии электромагнитного поля, распространяющегося в вакууме, пропорциональна квадрату напряженности электрического поля

$$w = w_э + w_м = 2w_э = \epsilon_0 E^2.$$

Переносимая волнами энергия характеризуется также поверхностной плотностью потока излучения I , которая равна отношению энергии W , переносимой волной за промежуток времени Δt через перпендикулярную лучам поверхность площадью S , к произведению площади и промежутка времени Δt :

$$I = \frac{W}{S \cdot \Delta t}.$$

Эту величину называют *интенсивностью волны*.

Можно показать, что поверхностная плотность потока излучения равна произведению объемной плотности электромагнитной энергии и скорости ее распространения:

$$I = \frac{w c \Delta t S}{S \Delta t} = w \cdot c,$$

где c — скорость распространения света в вакууме, w — объемная плотность электромагнитной энергии волны, равная сумме объемных плотностей энергий электрического и магнитного полей. Энергия электромагнитного поля, заключенного в объеме ΔV , может быть вычислена по формуле

$$W = w \Delta V = w c \Delta t S.$$



1. Что называют спектром?
2. Какие виды спектров Вы знаете?
3. Какие виды спектров излучения Вы знаете?
4. Что называют спектром поглощения?
5. Что называют спектральным анализом?
6. Какие приборы применяются для наблюдения и регистрации спектров?
7. На чем основан спектральный анализ?
8. Что называется интенсивностью волны?

Основные формулы в главе 11

Скорость света в вакууме:

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Скорость света в веществе:

$$v = \frac{c}{n}.$$

Абсолютный показатель преломления вещества:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Длина волны света в веществе:

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}.$$

Монохроматическое колебание:

$$x = A \cos(2\pi\nu t + \varphi_0).$$

Результирующая амплитуда колебаний двух когерентных волн:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}.$$

* Закон отражения света:

$$\angle\beta = \angle\alpha.$$

Закон преломления света:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}. *$$

Дифракционная решетка (условие максимумов):

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



Глава 12. Геометрическая оптика

§ 78. Прямолинейное распространение света. Отражение света. Плоское зеркало

Геометрической оптикой называют раздел оптики, в котором изучаются законы распространения света в прозрачных средах на основе представления о нем как о совокупности световых лучей. Под лучом понимают линию, вдоль которой переносится энергия электромагнитной волны. Условимся изображать оптические лучи графически с помощью геометрических лучей со стрелками. В геометрической оптике волновая природа света не учитывается.

Уже в начальные периоды оптических исследований были экспериментально установлены четыре основных закона геометрической оптики:

закон прямолинейного распространения света;

закон независимости световых лучей;

закон отражения световых лучей;

закон преломления световых лучей.

Впервые закон прямолинейного распространения света, составляющий основу геометрической оптики, был сформулирован в III в. до н. э. в труде Евклида «Оптика и катоптрика». Закон утверждает, что:

свет в прозрачной однородной среде распространяется прямолинейно.

Доказательством закона служит образование **полной тени** и **полутени**, геометрически подобных препятствиям. Источник дает полную тень (рис. 265), если его размеры значительно меньше расстояния до препятствия, отбрасывающего тень. Такой **источник** принято называть **точечным**. Подчеркнем, что точечный источник света является идеализацией, подобно материальной точке в механике.

Несколько источников света, или неточечный (протяженный) источник, помимо области полной тени, создают также и область полутени (рис. 266).

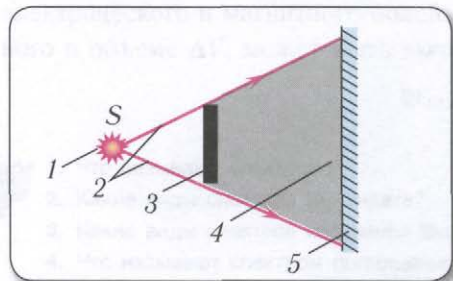


Рис. 265. Образование тени: 1 — источник света; 2 — лучи; 3 — препятствие; 4 — полная тень; 5 — экран

* В этих законах использовались понятия световой пучок или световой луч, т. е. предполагалось, что пучок и луч бесконечно тонкие.

Световые пучки получают при пропускании излучения, идущего от удаленного источника, через отверстие (диафрагму) в экране 1 (рис. 267). Эксперименты показывают, что если диаметр отверстия D

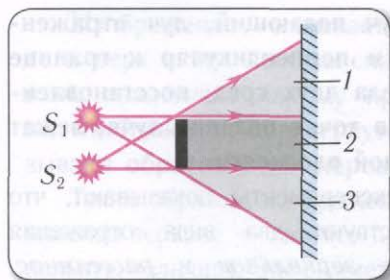


Рис. 266. Образование тени и полутени: 1, 3 — полутень; 2 — тень

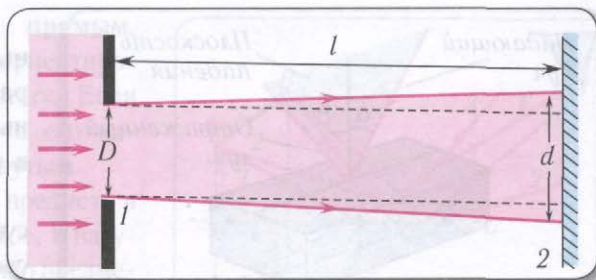


Рис. 267. Распространение света через щель

гораздо больше длины световой волны λ ($D \gg \lambda$) и расстояние l от отверстия до экрана 2 не очень велико, то выходящий из диафрагмы пучок можно считать параллельным. В этом случае соотношение $D \gg \sqrt{l\lambda}$.

Если же диаметр диафрагмы оказывается справедливо сравним с длиной световой волны, то выходящий световой пучок становится расходящимся, свет проникает в область геометрической тени, происходит дифракция света ($d > D$), т. е. проявляется волновой характер светового излучения. Следует отметить, что дифракция будет наблюдаться на очень больших расстояниях от экрана ($D \ll \sqrt{l\lambda}$) даже при диаметре диафрагмы $D \gg \lambda$.

Таким образом, луч — чисто геометрическое понятие. Луч указывает направление, перпендикулярное фронту волны, в котором она переносит энергию. *

Лучи, выходящие из одной точки, называют **расходящимися**, а собирающиеся в одной точке — **сходящимися**. Примером расходящихся лучей может служить любой точечный источник света, а примером сходящихся — совокупность лучей, попадающих в зрачок нашего глаза от различных предметов.

Пересекающиеся световые лучи не взаимодействуют друг с другом в рамках геометрической оптики, т. е. «исказить» изображение с помощью других лучей невозможно. Факт независимости распространения световых лучей от наличия (или отсутствия) других лучей устанавливается в следующем законе геометрической оптики.

Закон независимости световых лучей:

световые лучи распространяются независимо друг от друга.

Целый ряд оптических явлений (отражение облаков в воде, отражение предметов в зеркальной или любой полированной поверхности и т. д.) способствовали открытию следующего закона геометрической оптики — **закона отражения света** (рис. 268):

угол отражения равен углу падения ($\beta = \alpha$);

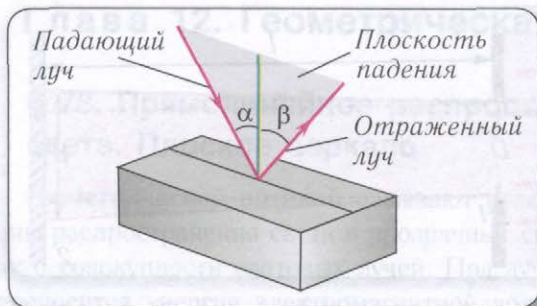


Рис. 268. Отражение света на границе раздела двух сред: α — угол падения; β — угол отражения

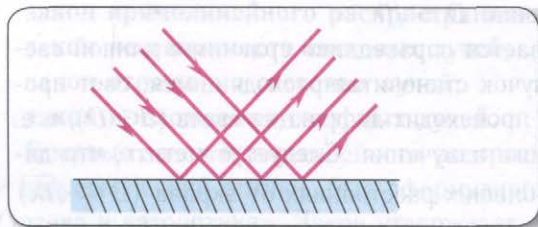


Рис. 269. Зеркальное отражение света

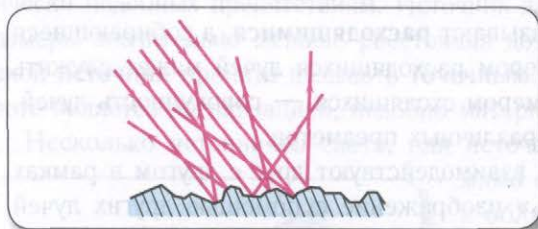


Рис. 270. Диффузное отражение света

луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.

Эксперименты показывают, что существуют два вида отражения света: *зеркальное* и *рассеянное*. Поверхность, размеры неровностей которой меньше длины световой волны, называют **зеркальной**. Лучи света, падающие на такую плоскую поверхность параллельным пучком, после отражения остаются параллельными. Такое отражение называют **зеркальным** (рис. 269).

Поверхность, размеры неровностей которой больше длины световой волны, отражает лучи света по всевозможным направлениям и называется **шероховатой**, а отраженный свет — **рассеянным** или **диффузным** (рис. 270).

Используя закон отражения света, можно построить изображение предмета AB в плоском зеркале (рис. 271), представляющем собой плоскую отражающую поверхность. Построив ход лучей 1 и 2 от точки A после отражения от зеркала KL , продолжим их до пересечения в точке A' . Аналогичные построения

сделаем для точки B , найдем ее изображение — точку B' . Глазу наблюдателя будет казаться, что лучи вышли из точек A' и B' , т. е. оттуда, где будет находиться мнимое изображение $A'B'$ предмета AB .

В оптике изображение называется **действительным**, если оно образовано самими лучами (т. е. в данную точку поступает световая энергия), если же изображение образовано не самими лучами, а их продолжениями, то говорят, что изображение **мнимое** (световая энергия не поступает в данную точку).

Изображение называется **прямым**, если верх и низ изображения ориентированы аналогично самому предмету. Если же изображение перевернуто, то его называют **обратным** или **перевернутым**.

Таким образом, изображение предмета в плоском зеркале — мнимое прямое, в натуральную величину. Оно симметрично предмету относительно плоскости зеркала и находится на таком же расстоянии за плоскостью зеркала, как и сам предмет (см. рис. 271).

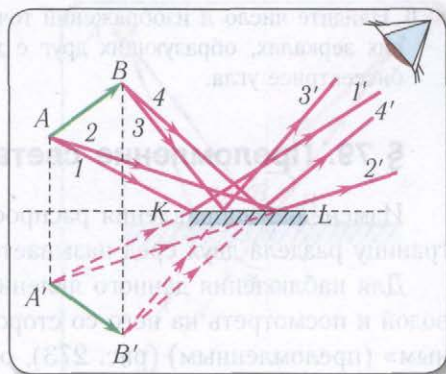


Рис. 271. Построение изображения предмета AB в плоском зеркале KL



1. Что называют лучом?
2. Можно ли считать лучом очень узкий пучок света?
3. Какому закону подчиняется распространение света в однородной прозрачной среде?
4. Сформулируйте закон отражения света.
5. Какое отражение света называют зеркальным? Диффузным?
6. Что называют мнимым изображением? Действительным?
7. Какое изображение называется прямым? Обратным?

Упражнение 49

1. Можно ли сфотографировать себя в зеркале с расстояния $l = 2,2$ м? Если «да», то какое расстояние x следует установить на объективе фотоаппарата?
2. Человек, глаза которого находятся на высоте $h = 1,48$ м над полом, стоит перед плоским вертикальным зеркалом на расстоянии $l = 2,70$ м от него; нижний край зеркала расположен на высоте $a = 40,0$ см над полом. На каком расстоянии b от зеркала находится ближайшая точка, которую видно в него?
3. Матовая лампочка в виде шара диаметром $d = 50$ мм освещает непрозрачный шар диаметром $D = 25$ см. Определите диаметр полной тени D_1 и полутени D_2 от шара на стене, если расстояние от центра лампочки до центра шара $l_1 = 1,0$ м и от центра шара до стены $l_2 = 2,0$ м.
4. Вертикальный шест высотой $h = 1,0$ м, расположенный недалеко от уличного фонаря, отбрасывает тень длиной $l_1 = 60$ см. Если расстояние между шестом и фонарным столбом увеличить на $\Delta l = 1,2$ м, то длина тени возрастет до $l_2 = 1,0$ м. Определите, на какой высоте H находится фонарь.
5. Постройте изображение предмета AB в плоском зеркале KL (рис. 272). Определите графически область видения изображения, т.е. область пространства, из которой можно увидеть предмет полностью.

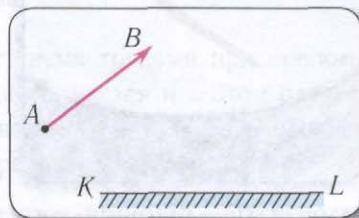


Рис. 272

- *6. Найдите число n изображений точечного источника света, полученных в двух плоских зеркалах, образующих друг с другом угол $\alpha = 90^\circ$, если источник находится на биссектрисе угла.

§ 79. Преломление света

Изменение направления распространения луча света при прохождении через границу раздела двух сред называется **преломлением света**.

Для наблюдения данного явления достаточно поместить карандаш в стакан с водой и посмотреть на него со стороны — карандаш будет казаться «надломленным» (преломленным) (рис. 273), оставаясь при этом совершенно целым.

Первые упоминания о преломлении света в воде и стекле встречаются в труде Клавдия Птолемея «Оптика», вышедшего в свет во II в. нашей эры.

Закон преломления света был экспериментально установлен в 1621 г. голландским ученым Виллебродом Снеллиусом и независимо от него теоретически обоснован в 1637 г. Рене Декартом.

Закон преломления световых лучей:

отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления γ есть величина постоянная для двух данных сред;

падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости с перпендикуляром, проведенным в точке падения луча к плоскости границы раздела двух сред

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Здесь n_1, n_2 — абсолютные показатели преломления сред.

Рассмотрим луч, падающий на плоскую границу раздела двух прозрачных сред под некоторым углом α (рис. 274). При этом наряду с отраженным лучом будет существовать и преломленный луч. Он распространяется во второй среде под некоторым углом γ в соответствии с законом преломления.



Рис. 273. Преломление света на границе раздела двух сред

* **Принцип Ферма.** Хотя законы геометрической оптики были открыты экспериментально, однако все они (за исключением закона независимости световых лучей) являются следствием принципа «**кратчайшего пути**» или «**минимального времени**», сформулированного в 1679 г. французским математиком Пьером Ферма:

распространение света из одной точки среды в другую происходит по траектории,

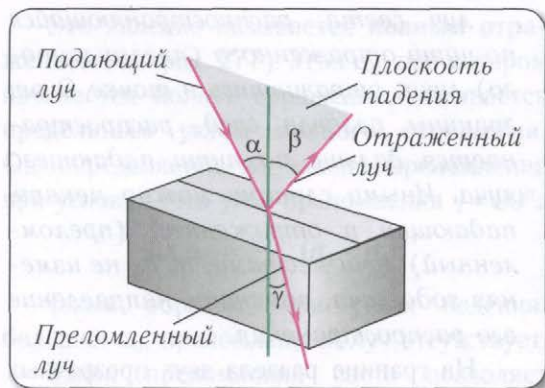


Рис. 274. Преломление и отражение света на границе раздела двух сред: α — угол падения; γ — угол преломления; β — угол отражения

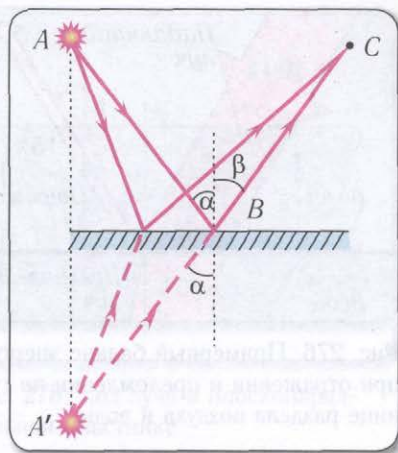


Рис. 275. Принцип Ферма

которой соответствует минимальное время по сравнению с другими возможными траекториями.

При помощи этого принципа Ферма вывел закон преломления света. Из этого принципа также следуют законы прямолинейного распространения и отражения света, т. е. принцип Ферма является **наиболее общим** принципом геометрической оптики.

Действительно, в однородной прозрачной среде, где скорость света постоянна ($v = \frac{c}{n}$), минимальному времени распространения света между двумя точками соответствует движение по прямой, т. е. приходим к закону прямолинейного распространения света.

При отражении от плоского зеркала в силу симметрии можем сказать, что сумма $|AB| + |BC|$ (рис. 275) будет минимальна в случае, когда $\alpha = \beta$. Это как раз и соответствует закону отражения света.



Впервые данный факт геометрически доказал Герон Александрийский (II в. н. э.) задолго до появления принципа Ферма.

Анализируя время распространения луча между двумя точками при преломлении света, можно показать, что принцип Ферма выполняется и в этом случае, т. е. при движении по «траектории» преломления свету потребуется наименьшее время по сравнению с любой другой возможной «траекторией». ✱

Для законов отражения и преломления выполняется **принцип обратимости световых лучей**:



Рис. 276. Примерный баланс энергий при отражении и преломлении на границе раздела воздуха и воды

Согласно закону сохранения энергии сумма энергий отраженной $W_{\text{отр}}$ и преломленной $W_{\text{прел}}$ волн равна энергии падающей волны $W_{\text{пад}}$:

$$W_{\text{пад}} = W_{\text{прел}} + W_{\text{отр}}.$$

Примерный баланс энергий между отраженной и преломленной волнами приведен на рисунке 276.

Как следует из закона преломления, при переходе света из *оптически более плотной* среды I (с большим абсолютным показателем преломления n_1) в *оптически менее плотную* среду II (с меньшим показателем преломления n_2), угол преломления γ становится больше угла падения α (рис. 277). По мере увеличения угла падения, при некотором его значении α_0 , угол преломления станет $\gamma = 90^\circ$, т. е. свет не будет попадать во вторую среду.

Энергия преломленной волны при этом станет равной нулю, а энергия отраженной волны будет равна энергии падающей. Следовательно, начиная с этого угла падения вся световая энергия отражается от границы раздела этих сред в среду I.

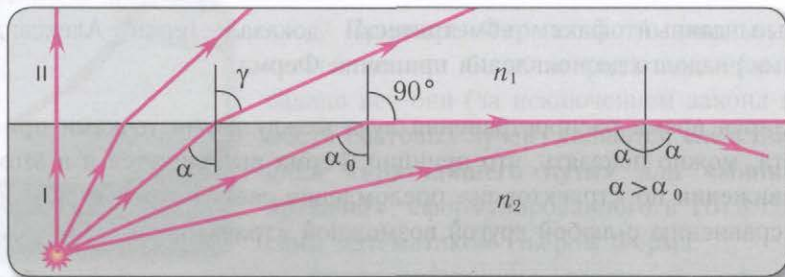


Рис. 277. Полное отражение света на границе раздела сред

луч света, распространяющийся по пути отраженного (преломленного) луча, отразившись в точке O от границы раздела сред, распространяется дальше по пути падающего луча. Иными словами можно менять падающий и отраженный (преломленный) лучи местами, т. е., не изменяя хода луча, поменять направление его распространения.

На границе раздела двух прозрачных сред обычно одновременно с преломлением наблюдается отражение волн.

Это явление называется **полным отражением** (см. рис. 277). Угол α_0 , при котором начинается полное отражение, называется **предельным углом полного отражения**. Он определяется из закона преломления при условии, что угол преломления $\gamma = 90^\circ$:

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}; \quad (n_2 < n_1).$$

Таким образом, при углах падения, больших α_0 , преломленный луч отсутствует.

Закон преломления света позволяет определять ход лучей в различных оптических системах.

✳ На рисунке 278 показан ход светового луча в плоскопараллельной пластинке толщиной d , находящейся в воздухе. Согласно закону преломления на первой и второй границах раздела для луча, падающего под углом α на первую границу, $\sin \alpha = n \sin \gamma$, $n \sin \alpha_1 = \sin \gamma_1$.

Здесь γ — угол преломления на первой границе, α_1 — угол падения луча на вторую границу, γ_1 — угол преломления на второй границе, n — показатель преломления вещества пластинки.

Накрест лежащие углы γ и α_1 при параллельных прямых AD и BK — перпендикулярах к первой и второй параллельным границам — равны, т. е. $\alpha_1 = \gamma$. Следовательно, $\sin \alpha = n \sin \gamma = n \sin \alpha_1 = \sin \gamma_1$. Откуда следует, что $\alpha = \gamma_1$.

Таким образом, луч света, проходя через плоскопараллельную пластинку, с обеих сторон которой находится одна и та же среда, смещается параллельно своему начальному направлению. Поэтому все предметы, если смотреть на них сквозь прозрачную плоскопараллельную пластинку под углом, не равным нулю, будут казаться смещенными на некоторое расстояние h . Найдем, от каких параметров пластинки зависит это смещение.

Из треугольника ABC следует, что

$$h = BC = AB \sin(\alpha - \gamma).$$

Из треугольника ABD находим

$$AB = \frac{AD}{\cos \gamma} = \frac{d}{\cos \gamma}.$$

Из этих двух соотношений получаем

$$h = \frac{d}{\cos \gamma} \sin(\alpha - \gamma) = \frac{d}{\cos \gamma} (\sin \alpha \cos \gamma - \sin \gamma \cos \alpha).$$

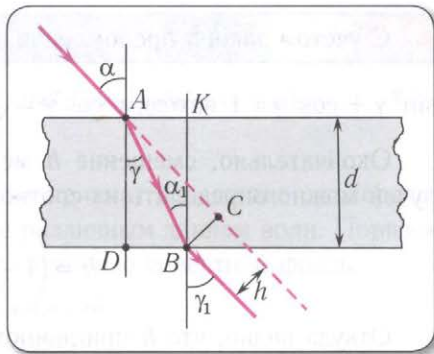


Рис. 278. Ход луча в плоскопараллельной пластинке

С учетом закона преломления $\sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{n}$ и тригонометрического тождества $\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$ находим $\cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n}$.

Окончательно, смещение h между направлениями входящего и выходящего лучей можно определить из соотношения

$$h = \left(1 - \sqrt{\frac{n^2 - \sin^2 \alpha}{n^2}} \right) d \sin \alpha.$$

Откуда видно, что h при данном угле падения α зависит от толщины d пластинки и ее показателя преломления n .

На рисунке 279 показан ход луча через стеклянную призму, находящуюся в воздухе. Грани, через которые проходит луч, называются *преломляющими* гранями; их ребро — *преломляющим* ребром, а угол θ между ними — *преломляющим* углом призмы. Угол φ между направлениями входящего и выходящего лучей называется **углом отклонения**:

$$\varphi = i_1 + i_2 - \theta.$$

Если угол падения i_1 на грань призмы и преломляющий угол призмы θ малы, то малыми будут и углы α_1 , α_2 и i_2 . Поэтому в законах преломления отношение синусов можно заменить отношением углов, выраженных в радианах, т. е. $i_1 = n\alpha_1$ и $n\alpha_2 = i_2$. Из геометрических соотношений следует равенство $\alpha_1 + \alpha_2 = \theta$. Используя эти соотношения для угла отклонения, находим

$$\varphi = (n - 1)\theta.$$

Из последнего равенства следует, что, во-первых, чем больше преломляющий угол θ , тем больше угол отклонения φ лучей призмой; во-вторых, угол отклонения лучей зависит от показателя преломления вещества призмы. А так как

показатель преломления зависит от частоты волны $n(\nu)$, то при падении на призму белого света он будет разлагаться в спектр.

Знание наименьшего угла отклонения лучей призмой φ_{\min} позволяет определить показатель преломления вещества, из которого она изготовлена:

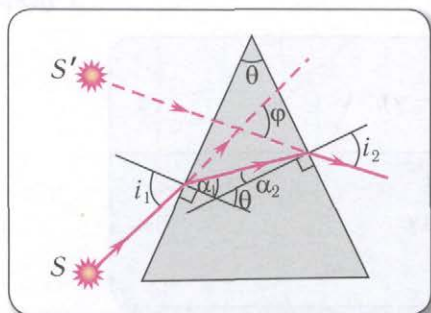


Рис. 279. Ход луча в призме

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\theta + \varphi_{\min}}{2}\right)}{\sin \frac{\theta}{2}}. *$$

Направив пучок лучей белого света на призму, мы обнаружим его сложную структуру: на экране за призмой появится радужная полоска — спектр (рис. 280).



Рис. 280. Спектр белого света

Образование спектра обусловлено тем, что призма, вследствие дисперсии, по-разному преломляет лучи, соответствующие различным длинам волн. Порядок следования лучей в спектре легко запомнить с помощью известной фразы:

красный — 770—630 нм

оранжевый — 630—590 нм

желтый — 590—570 нм

зеленый — 570—495 нм

голубой, синий — 495—435 нм

фиолетовый — 435—390 нм

каждый

охотник

желает

знать,

где сидят

фазаны

Явление дисперсии совместно с полным отражением приводит к образованию **радуги**, вследствие преломления солнечных лучей на мельчайших водяных капельках во время дождя, к нежелательному «окрашиванию» изображений в оптических системах (хроматическая аберрация) и т. д.



1. Сформулируйте закон преломления света.
2. По какой формуле рассчитывается предельный угол полного отражения света?
3. Чему равен угол преломления при нормальном падении света на границу двух сред?
4. Глубина бассейна при рассматривании его с бортика кажется большей или меньшей истинной? Ответ объясните.
5. Может ли луч света в воздухе испытать полное отражение, падая на гладкую поверхность воды под прямым углом?
6. В каком случае угол преломления равен углу падения?
7. Как расположены цвета радуги? Назовите их.
- * 8. Сформулируйте принцип Ферма.
- * 9. Нарисуйте ход светового луча в призме.
- * 10. Почему призма разлагает белый свет в спектр?

Упражнение 50

1. Определите глубину реки H , если человеку, смотрящему нормально к ее поверхности, она кажется равной $H' = 4,0$ м. Показатель преломления воды относительно воздуха принять $n = \frac{4}{3}$.
2. Угол отражения некоторого луча на границе раздела двух сред $\alpha = 40^\circ$, а угол его преломления — $\beta = 46^\circ$. Сравните оптические плотности сред.
3. Скорость звука в воздухе при нормальных условиях $v = 330 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а в воде — $v_1 = 1450 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Звуковая волна падает на поверхность воды под углом $\alpha = 60^\circ$. Определите угол преломления γ звуковой волны в воздухе.

- *4. Будет ли входящий луч параллелен выходящему, если под плоскопараллельной пластинкой и над ней находятся разные среды?
- *5. Луч света падает из воздуха на плоскопараллельную стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1,56$ под углом $\alpha = 60^\circ$. Определите толщину d пластинки, если на выходе из нее луч света сместился на расстояние $h = 1,5$ см.
- *6. Преломляющий луч призмы $\theta = 45^\circ$. Луч света выходит из призмы под тем же углом, под каким он на нее падает. При этом луч отклоняется от первоначального направления на угол $\varphi = 25^\circ$. Определите показатель преломления n вещества призмы.

§ 80. Линза. Построение изображения в линзах



Линза называется собирающей, если после преломления в ней параллельный пучок становится сходящимся. Если же после преломления в линзе параллельный пучок становится расходящимся, то линза называется рассеивающей.

Как известно, плоское зеркало дает мнимое изображение предмета в натуральную величину. Однако для практических нужд чаще необходимы изображения увеличенные или уменьшенные. Эта задача решается с помощью линз (или криволинейных зеркал).

Линза представляет собой прозрачное тело, ограниченное с двух сторон криволинейными поверхностями. Чаще всего применяются линзы с поверхностями, имеющими **сферическую** форму (сферические сегменты).

По форме ограничивающих поверхностей различают шесть типов линз. На рисунке 281, а, б показаны условные обозначения линз и типы линз.

Отметим условия, при **одновременном** выполнении которых линза является **собирающей**:

толщина в центре больше толщины у краев;

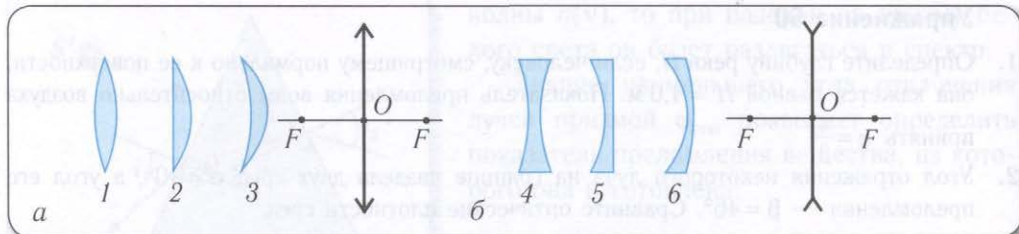


Рис. 281. Типы линз и их условные обозначения: а) собирающие: 1 — двояковыпуклая; 2 — плосковыпуклая; 3 — выпукло-вогнутая; б) рассеивающие: 4 — двояковогнутая; 5 — плосковогнутая; 6 — вогнуто-выпуклая

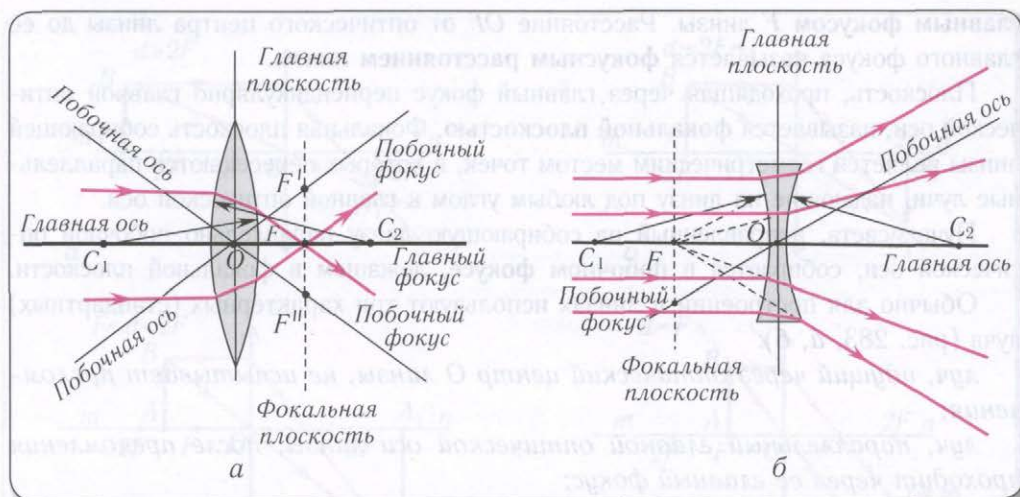


Рис. 282. Основные характеристики линз: а — собирающей; б — рассеивающей

ее показатель преломления больше показателя преломления окружающей среды.

При невыполнении (или выполнении) *только одного* из этих условий линза является **рассеивающей**.

Линза считается **тонкой**, если ее толщина в центре намного меньше радиусов ограничивающих ее поверхностей. Тонкая линза дает неискаженное изображение только в том случае, если свет монохроматический и предмет достаточно мал, следовательно, лучи распространяются вблизи главной оптической оси. Такие лучи получили название **параксиальных**.

Рассмотрим основные характеристики линзы (рис. 282, а, б).

Прямая линия, на которой лежат центры C_1 и C_2 обеих сферических поверхностей линзы, называется **главной оптической осью**.

Точка O линзы, проходя через которую луч не преломляется, называется **оптическим центром**.

Прямая линия, проходящая через оптический центр линзы, не совпадающая с главной оптической осью, называется **побочной оптической осью**. Каждая линза имеет только одну главную оптическую ось и бесконечно много побочных осей.

Плоскость, проходящая через оптический центр тонкой линзы перпендикулярно главной оптической оси, называют **главной плоскостью** линзы.

Точка, в которую собирается параксиальный пучок света после преломления в линзе, распространяющийся параллельно главной оптической оси, называется

главным фокусом F линзы. Расстояние OF от оптического центра линзы до ее главного фокуса называется **фокусным расстоянием** линзы.

Плоскость, проходящая через главный фокус перпендикулярно главной оптической оси, называется **фокальной плоскостью**. Фокальная плоскость собирающей линзы является геометрическим местом точек, в которых пересекаются параллельные лучи, падающие на линзу под любым углом к главной оптической оси.

Пучок света, направленный на собирающую линзу параллельно побочной оптической оси, собирается в **побочном фокусе**, лежащем в фокальной плоскости.

Обычно для построений в линзах используют три характерных (стандартных) луча (рис. 283, а, б):

луч, идущий через оптический центр O линзы, не испытывает преломления;

луч, параллельный главной оптической оси линзы, после преломления проходит через ее главный фокус;

луч, проходящий через главный фокус линзы, после преломления идет параллельно главной оптической оси.

Для построения изображения в линзе достаточно построить ход двух лучей от каждой точки предмета. Изображение находится в месте пересечения лучей после преломления на поверхностях линзы (действительное изображение) или в месте пересечения продолжений лучей (мнимое изображение).

В зависимости от типа линзы и расстояния до нее можно получать изображения: увеличенные и уменьшенные, прямые и обратные (перевернутые), действительные и мнимые (рис. 284).

Все приведенные примеры построений относились к предметам, которые имели определенные размеры. А как найти построением положение изображения точечного источника света, находящегося на главной оптической оси?

Для этого необходимы два любых луча, один из которых — самый простой, — проходящий не преломляясь через оптический центр линзы. Для построения хода

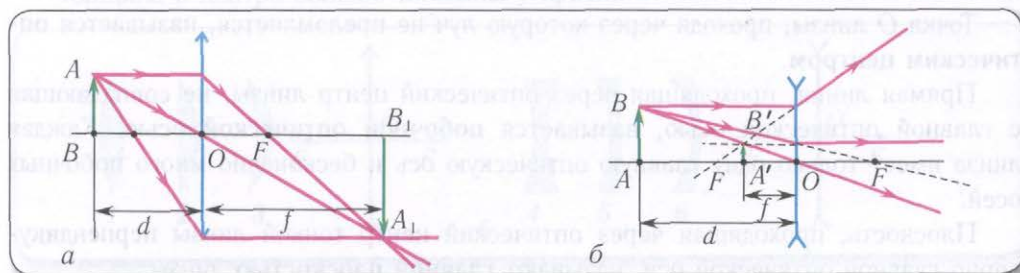


Рис. 283. Основные лучи для построения изображений в линзах: а — собирающей; б — рассеивающей

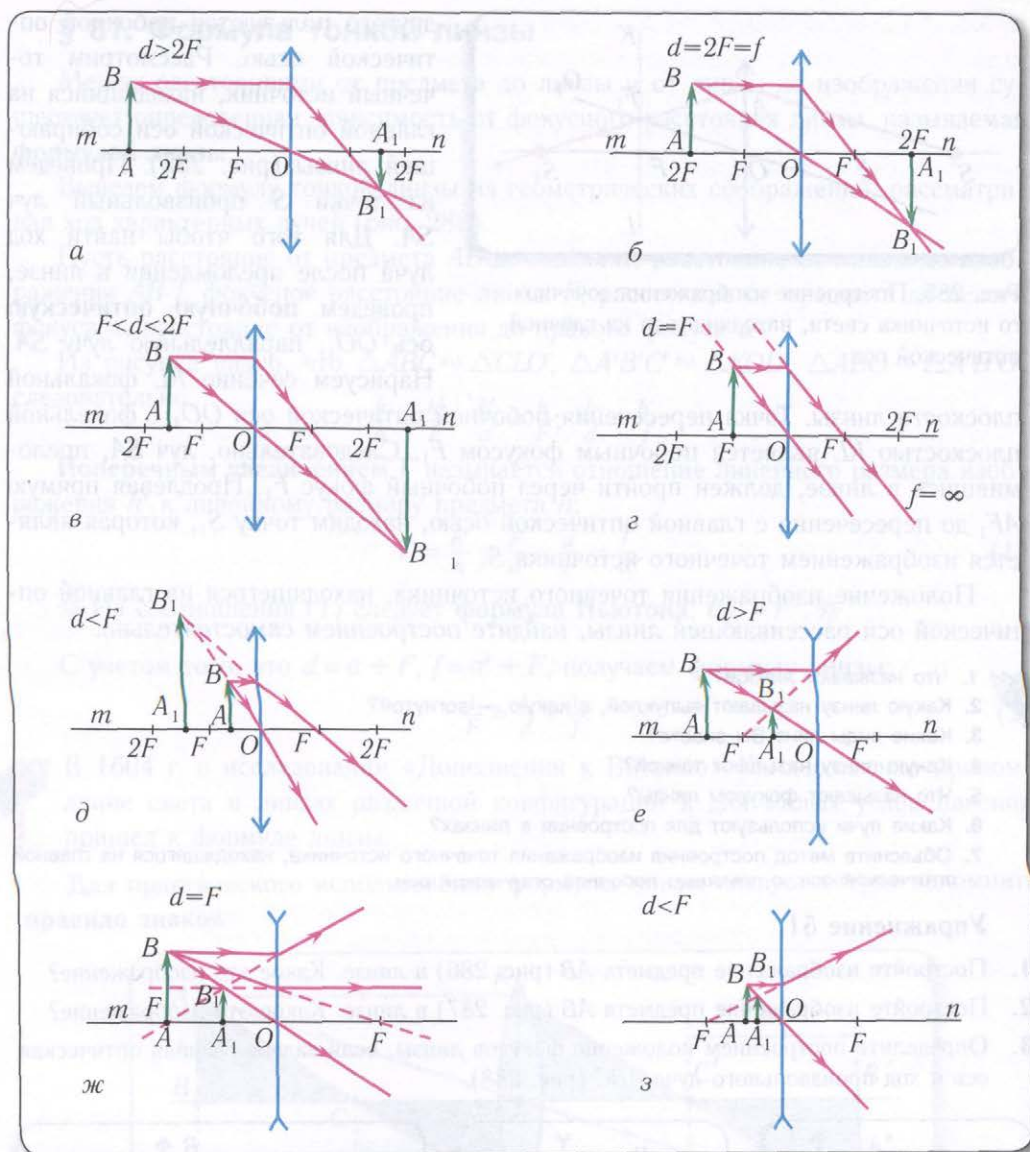


Рис. 284. Построения в линзах: а — изображение действительное, обратное, уменьшенное; б — изображение действительное, обратное, в натуральную величину; в — изображение действительное, обратное, увеличенное; г — изображение отсутствует (на бесконечности); д — изображение мнимое, прямое, увеличенное; е — изображение мнимое, прямое, уменьшенное; ж — изображение мнимое, прямое, уменьшенное в 2 раза; з — изображение мнимое, прямое, уменьшенное

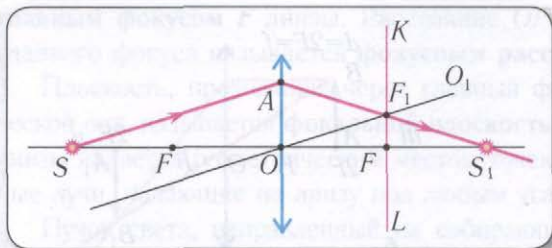


Рис. 285. Построение изображения точечного источника света, находящегося на главной оптической оси

Положение изображения точечного источника, находящегося на главной оптической оси рассеивающей линзы, найдите построением самостоятельно.

1. Что называют линзой?

2. Какую линзу называют выпуклой, а какую — вогнутой?

3. Какие виды линз Вы знаете?

4. Какую линзу называют тонкой?

5. Что называют фокусом линзы?

6. Какие лучи используют для построения в линзах?

7. Объясните метод построения изображения точечного источника, находящегося на главной оптической оси, с помощью побочной оптической оси.

Упражнение 51

1. Постройте изображение предмета AB (рис. 286) в линзе. Какое это изображение?

2. Постройте изображение предмета AB (рис. 287) в линзе. Какое это изображение?

3. Определите построением положение фокусов линзы, если задана главная оптическая ось и ход произвольного луча ABC (рис. 288).

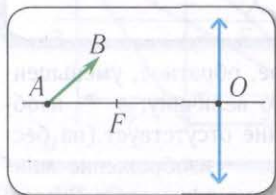


Рис. 286

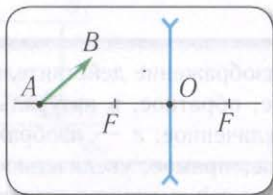


Рис. 287

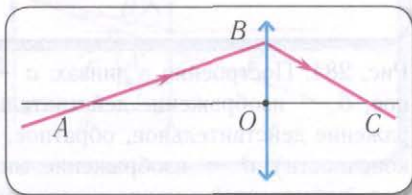


Рис. 288

§ 81. Формула тонкой линзы

Между расстояниями от предмета до линзы и от линзы до изображения существует определенная зависимость от фокусного расстояния линзы, называемая **формулой линзы**.

Выведем формулу тонкой линзы из геометрических соображений, рассматривая ход характерных лучей (рис. 289).

Пусть расстояние от предмета AB до линзы d , расстояние от линзы до изображения $AB' f$, фокусное расстояние линзы F , расстояние от предмета до левого фокуса a , расстояние от изображения до правого фокуса a' .

Из рисунка видно, что $\triangle ABC \sim \triangle CLO$, $\triangle A'B'C' \sim \triangle KOD$, $\triangle ABO \sim \triangle A'B'O$, следовательно,

$$\frac{h}{a} = \frac{h'}{F}, \quad \frac{h'}{a'} = \frac{h}{F}, \quad \frac{h}{d} = \frac{h'}{f}.$$

Поперечным увеличением Γ называется отношение линейного размера изображения h' к линейному размеру предмета h :

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{F}{a} = \frac{a'}{F} = \frac{f}{d}. \quad (1)$$

✱ Из соотношения (1) следует **формула Ньютона**: $aa' = F^2$. ✱

С учетом того, что $d = a + F$, $f = a' + F$, получаем **формулу линзы**:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \quad (2)$$



В 1604 г. в исследовании «Дополнения к Вителло» Кеплер изучал преломление света в линзах различной конфигурации и для малых углов падения пришел к формуле линзы.

Для практического использования формулы линзы следует твердо запомнить **правило знаков**:

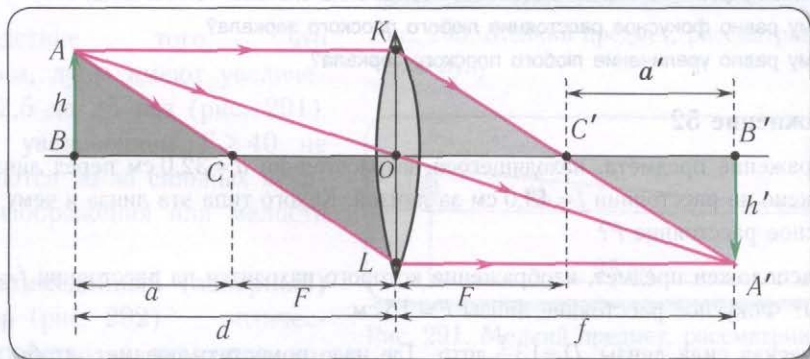


Рис. 289. К выводу формулы линзы

в случае собирающей линзы действительных источника и изображения величины F, d, f считают *положительными*; в случае рассеивающей линзы мнимых источника и изображения величины F, d, f считают *отрицательными*.

Заметим, что предмет или источник является *мнимым* только в том случае, если на линзу падает пучок сходящихся лучей.

Таким образом, линза с $F > 0$ является **собирающей** (положительной), а с $F < 0$ — **рассеивающей** (отрицательной).

Величина, обратная фокусному расстоянию линзы, выраженному в метрах, называется ее **оптической силой**:

$$D = \frac{1}{F}. \quad (3)$$

Единица оптической силы — **диоптрия** (1 дптр).

Одна диоптрия соответствует оптической силе линзы с фокусным расстоянием один метр: $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$.

Оптическая сила линзы зависит от свойств окружающей среды (вспомните, как плохо мы видим под водой без плавательных очков).

Современные оптические приборы для улучшения качества изображений используют **системы линз**. Оптическая сила D системы тонких линз, сложенных вплотную, равна сумме их оптических сил D_i :

$$D = D_1 + D_2 + \dots + D_n = \sum_{i=1}^n D_i. \quad (4)$$



1. Что называют оптической силой линзы? В каких единицах она измеряется?
2. По какой формуле определяется поперечное увеличение линзы?
3. Как известно, световые лучи обратимы. Как это утверждение можно применить для формулы линзы?
4. Какие типы изображений может дать собирающая линза? Рассеивающая?
5. По какой формуле определяется оптическая сила системы тонких линз?
- * 6. Чему равно фокусное расстояние любого плоского зеркала?
- * 7. Чему равно увеличение любого плоского зеркала?

Упражнение 52

1. Изображение предмета, находящегося на расстоянии $d = 32,0$ см перед линзой, расположено на расстоянии $f = 43,0$ см за линзой. Какого типа эта линза и чему равно ее фокусное расстояние F ?
2. Где расположен предмет, изображение которого находится на расстоянии $f = 40$ см от линзы? Фокусное расстояние линзы $F = 15$ см.
3. Оптическая сила линзы $D = 13\frac{1}{3}$ дптр. Где надо поместить предмет, чтобы получить мнимое изображение на расстоянии $f = -25$ см от линзы?

- *4. Предмет находится на расстоянии $l = 60$ см от экрана. С помощью линзы на экране получают уменьшенное изображение предмета. Перемещая линзу, получают на экране другое изображение, в $n = 2$ раза больше первого. Определите фокусное расстояние F линзы.
- *5. Выведите формулу для расчета оптической силы системы из двух тонких линз, расположенных вплотную друг к другу.

§ 82. Оптические приборы: лупа, мультимедийный проектор, фотоаппарат

Познакомимся с простейшими оптическими приборами, широко используемыми человеком.

Лупа — оптический прибор (собирающая линза), позволяющий увеличить угол зрения (т. е. увеличить мелкие детали предметов).

Лупа представляет собой короткофокусную линзу (F от 10 мм до 100 мм), которая располагается между глазом и предметом (рис. 290).

Мнимое увеличенное изображение предмета получается на *расстоянии наилучшего зрения* — 25 см для нормального глаза (или на бесконечности). Таким образом, изображение предмета рассматривается глазом практически без напряжения.

Видимое увеличение, даваемое лупой:

$$\Gamma = \frac{d_0}{F},$$

где d_0 — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Вследствие того, что $d_0 = 0,25$ м, лупы имеют увеличение от 2,5 до 25 раз (рис. 291). Лупы с увеличением $\Gamma > 40$ не применяются из-за сильных искажений изображения или малости обзора.

Мультимедийный (лазерный) проектор (рис. 292) — оптическое устройство, с помощью которого на экране получают дей-

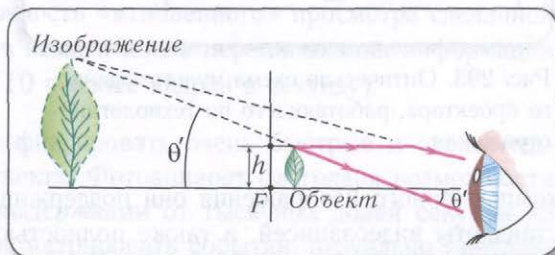


Рис. 290. Мелкий предмет, рассматриваемый через лупу

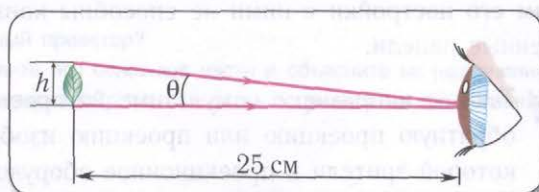


Рис. 291. Мелкий предмет, рассматриваемый невооруженным глазом на расстоянии наилучшего зрения



Рис. 292. Мультимедийный проектор

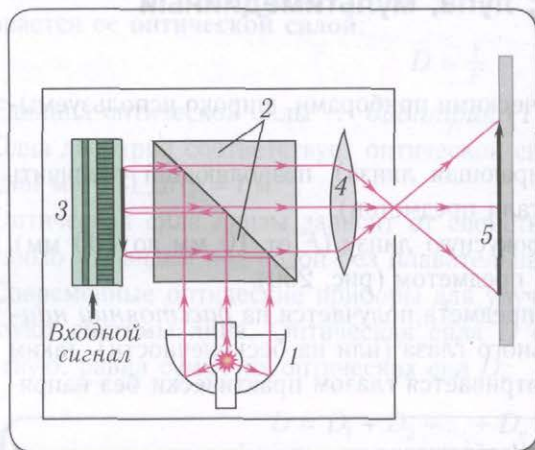


Рис. 293. Оптическая схема мультимедийного проектора, работающего по технологии отражения

компьютерного изображения они поддерживают практически все существующие стандарты видеозаписей, а также полностью совместимы с форматом телевидения высокой четкости.

Мультимедиа-проекторы активно работают на научных конференциях, выставках, семинарах и т. д., поскольку по размерам изображения и по возможностям его настройки с ними не способны конкурировать ни телевизоры, ни плазменные панели.



Так, например, мультимедиа-проекторы позволяют осуществить обратную проекцию или проекцию изображения на просветный экран, при которой зрители и проекционное оборудование находятся по разные стороны экрана. При такой установке проектора докладчик может находиться непосредственно перед экраном, не заслоняя собой проекцию, а освещение в помещении не так сильно влияет на качество изображения.

ствительное (прямое или обратное) увеличенное изображение, «снятое» с экрана компьютера, телевизора или других источников видеосигнала.

Для формирования изображения в мультимедиа-проекторах используются различные базовые технологии: жидкокристаллическая технология, технология цифровой обработки света или технология формирования цифровых изображений методом отражения.

При формировании цифрового изображения методом отражения источник света 1 при помощи разделяющих призм 2 освещает оптическую матрицу с изображением 3 и при помощи системы проекционных линз 4 передает увеличенное изображение на экран 5 (рис. 293).

Популярность мультимедийных проекторов обусловлен их универсальностью, поскольку помимо

Фотоаппарат (рис. 294) — прибор, предназначенный для получения действительных уменьшенных обратных изображений предметов на фотопленке. При этом предметы могут быть расположены на различном удалении от точки съемки.

Фотоаппарат состоит из закрытой светонепроницаемой камеры и системы линз, называемых **объективом** (O). С помощью перемещения объектива добиваются наводки на резкость, при которой изображение предмета AB формируется на фотопленке. В противном случае изображение $A'B'$ получается нечетким (размытым). Количество световой энергии, поступающей на пленку, определяется размерами **диафрагмы** и временем открытия затвора (**выдержка**).

Сегодня на смену пленочным приходят электронные (цифровые) фотокамеры, в которых изображение записывается не на фотопленку, а на специальный чувствительный элемент (матрицу), с которого информация считывается и хранится в электронном (цифровом) виде, как в памяти компьютера. К достоинствам электронных камер можно отнести возможность «мгновенного» просмотра сделанной фотографии, восстановление ресурсов памяти после переписывания информации в компьютер, высокий темп съемки (10 и более кадров в секунду).

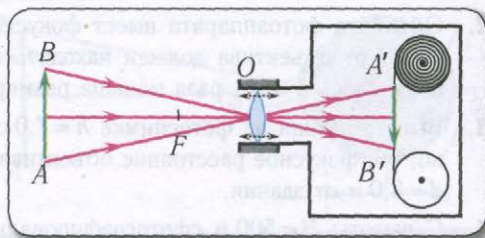


Рис. 294. Ход лучей в фотоаппарате: AB — предмет; $A'B'$ — изображение на фотопленке; O — объектив

Зрение человека не в состоянии фиксировать очень быстрые и очень медленные изменения положения объекта. Фотоаппарат благодаря возможности фотографировать с различными выдержками от тысячных долей секунды до нескольких секунд позволяет хронометрировать события, визуально «неулавливаемые».

1. Какой оптический прибор называют лупой? Для чего предназначена лупа?
 2. Как определяют увеличение лупы?
 3. Для чего предназначен мультимедийный проектор?
 4. Для чего служит фотоаппарат? Назовите его основные части и объясните их назначение.
 5. Можно ли сфотографировать себя в зеркале? Что при этом получится на фотопленке?
- Ответ обоснуйте.

Упражнение 53

1. Тонкая линза дает на экране изображение светящегося предмета высотой $h = 4,0$ см. Экран находится на расстоянии $f = 6,0$ м от линзы. Изображение предмета имеет высоту $H = 1,6$ м. Определите оптическую силу D тонкой линзы.

2. Объектив фотоаппарата имеет фокусное расстояние $F = 12,5$ см. На каком расстоянии d от объектива должен находиться предмет, чтобы на снимке его изображение получилось в $n = 4$ раза меньше размера предмета?
3. Высота здания на фотоснимке $h = 7,0$ см. Определите высоту H здания, если известно, что фокусное расстояние объектива $F = 20$ см, а съемка проводилась с расстояния $d = 8,0$ м от здания.
4. С высоты $H = 500$ м сфотографировали реку. Определите истинную ширину x реки, если на снимке ее ширина $b = 40$ мм. Оптическая сила объектива фотоаппарата $D = 8,0$ дптр.
5. Слайд размером 24×36 мм надо спроецировать на экран размером $1,20 \times 1,80$ м, установленный на расстоянии $l = 40,0$ м от проектора. Определите фокусное расстояние F объектива, при котором изображение будет охватывать весь экран.
- * 6. С какой выдержкой τ надо фотографировать конькобежца, скорость которого $v = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, чтобы размытость изображения (смещение за время съемки) не превышала $\Delta x = 0,1$ мм? Фокусное расстояние объектива $F = 15$ см, расстояние от фотоаппарата до конькобежца $d = 20$ м.

§ 83. Глаз, очки

Основную часть информации (примерно 90 %) об окружающем мире мы получаем с помощью органов зрения.

Глаз представляет собой сложную оптическую систему, подобную фотоаппарату (рис. 295). Преломляющая система глаза подобна объективу фотоаппарата, а сетчатка — фоточувствительному слою фотопленки.

У глаза имеется *радужная оболочка* (окрашенная часть глаза), которая играет роль диафрагмы и автоматически регулирует количество попадающего в глаз света. *Зрачок* — отверстие в радужной оболочке, через которое проходит свет. *Сетчатка* играет роль светочувствительной пленки, находится на задней поверхности глаза. Она состоит из «палочек» (нервные волокна) и «колбочек» (рецепторы), которые преобразуют световую энергию в электрические сигналы, распространяющиеся по нервным волокнам.

Днем свет воспринимается колбочками, а ночью — палочками. Днем мы отчетливо видим мелкие предметы и различаем их цвет. Слабо освещенные предметы (например, ночью) мы видим только

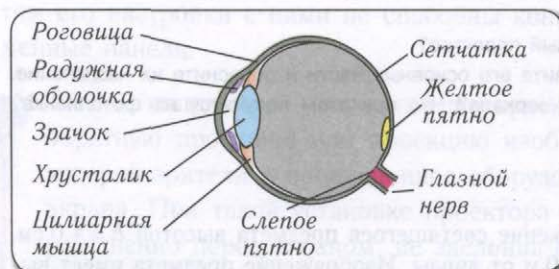


Рис. 295. Строение глаза человека

в черно-белых тонах (бесцветными). Недаром говорят, что «ночью все кошки серы». *Желтое пятно* — область диаметром около 0,25 мм — находится в центре сетчатой оболочки, в которой достигается особая острота зрения и наиболее четко различаются цвета. *Слепое пятно* — место входа глазного нерва — это область сетчатки, которая не участвует

в формировании изображения. *Роговица* — служит предохранительным покрытием и является первой поверхностью, преломляющей свет. *Хрусталик* — это эластичное линзоподобное тело, которое осуществляет настройку нашего зрения на различные расстояния. В оптической системе глаза фокусировка изображения на сетчатку называется *аккомодацией* (от латинского слова *commodus* — *удобный*). У человека аккомодация происходит за счет увеличения или уменьшения выпуклости хрусталика, которое осуществляется с помощью *цилиарных мышц*. При этом изменяется оптическая сила глаза.

Точка, видимая глазом при расслабленной цилиарной мышце, называется *дальней точкой*, а точка, видимая при максимальном напряжении этой мышцы, — *ближней точкой*.

Расстояние наилучшего зрения — это расстояние от предмета до глаза, при котором глаз не устает и угол зрения достаточно велик. Размер изображения на сетчатке (рис. 296) определяется *углом зрения* $\varphi = \frac{h}{F}$ с вершиной в оптическом центре глаза и лучами, направленными на крайние точки предмета.

От бесконечно удаленного предмета в глаз попадает пучок параллельных лучей. В этом случае ($d = \infty$) аккомодации не требуется. Если предмет приближается, то лучи становятся расходящимися. Для того чтобы сделать их снова параллельными, необходимо изменить оптическую силу глаза так, чтобы его фокусное расстояние совпало с расстоянием до предмета, т. е. $F = d$. В этом случае оптическая система глаза соберет параллельные лучи на сетчатке. Оптическую силу аккомодационной добавки или аккомодации найдем из условия

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d}.$$

Зрение человека с нормальным зрением характеризуется понятием «нормальный глаз», т. е. расстояние наилучшего зрения около 25 см, а предел зрения (дальняя точка) находится на бесконечности.

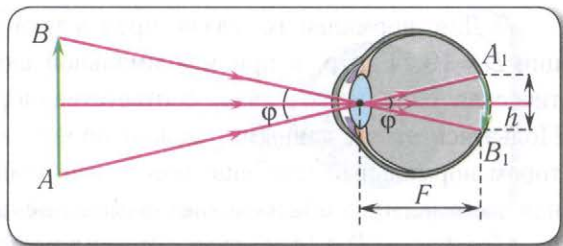


Рис. 296. Угол зрения глаза

✱ Для нормального глаза преломляющая сила хрусталика без аккомодации $D = 19,11$ дптр, а при максимальной аккомодации — $D_{\max} = 33,06$ дптр; оптическая сила всего глаза, соответственно, $D = 58,64$ дптр и $D_{\max} = 70,57$ дптр. Пользуясь этими данными, можно определить минимальное расстояние, на котором нормальный глаз еще может ясно видеть предмет. Максимально возможная аккомодация обеспечивает изменение оптической силы нормального глаза на $\Delta D = D_{\max} - D = 11,93$ дптр. Этому изменению оптической силы соответствует минимальное расстояние $d_{\min} = 8,4$ см. Следует отметить, что такая аккомодация возможна только в молодости (до 20 лет). ✱

С возрастом возможность аккомодации быстро уменьшается в основном из-за уплотнения хрусталика, теряющего способность достаточно сжиматься. Пожилой человек не может отчетливо видеть близкие предметы, а также различать буквы в газетах и книгах. К пятидесяти годам расстояние наилучшего зрения увеличивается в среднем до 50 см.

С возрастом, по болезни или при несоблюдении гигиены могут появиться дефекты зрения. Два наиболее распространенных дефекта — *близорукость* и *дальнозоркость*.

Близорукость (миопия) — дефект зрения, при котором глаз видит удаленные предметы не резко, а расплывчато (предел зрения не равен бесконечности). Изображения предметов при этом не попадают на сетчатку глаза, а фокусируются перед ней (точка M на рис. 297, а). Для исправления этого дефекта зрения используют очки с рассеивающими линзами (рис. 297, б). Поскольку оптическая сила этих линз отрицательна, то в повседневной жизни такие очки называют отрицательными.

Дальнозоркость (гиперопия) — дефект зрения, при котором глаз не в состоянии видеть резко близкие объекты, хотя удаленные предметы он видит хорошо. Изображения предметов при дальнозоркости получаются за сетчаткой (точ-

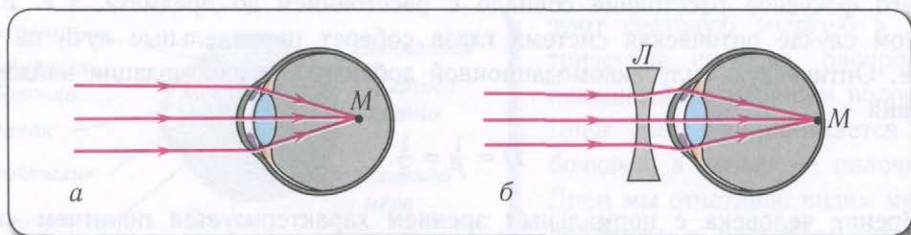


Рис. 297. Близорукость: а — ход лучей при близорукости; б — исправление близорукости рассеивающей линзой

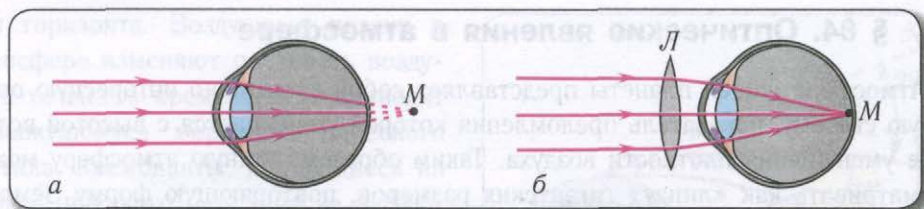


Рис. 298. Дальнозоркость: *а* — ход лучей при дальнозоркости; *б* — исправление дальнозоркости собирающей линзой

ка *P* на рис. 298, *а*), и для коррекции зрения необходимо применять собирающие линзы (рис. 298, *б*), оптическая сила которых положительна (положительные очки).



1. Назовите основные части глаза.
2. Что называют аккомодацией глаза? Как осуществляется настройка изображения в оптической системе глаза?
3. Что называют расстоянием наилучшего зрения?
4. Какой дефект зрения называется близорукостью? Дальнозоркостью?
5. Каким образом исправляют дальнозоркость? Близорукость?
6. В чем сходство фотоаппарата и глаза?

Упражнение 54

1. Лупа увеличением $\Gamma = 3$ для нормального глаза фокусируется на изображение вблизи расстояния наилучшего зрения. Определите фокусное расстояние F лупы.
2. Близорукий человек читает без очков, держа книгу на расстоянии $d = 15$ см от глаз. Определите оптическую силу D очков, необходимых ему для чтения.
3. У ребенка расстояние наилучшего зрения составляет $d_0 = 10$ см. С каким максимальным увеличением Γ он может рассматривать предмет, используя лупу с фокусным расстоянием $F = 8,8$ см?
4. Близорукий человек может четко видеть предметы, если они находятся на расстоянии не более $d_0 = 10$ см от глаз. Определите оптическую силу D очков, которые должен носить человек, чтобы четко видеть удаленные предметы ($d = \infty$).
5. Какую оптическую силу D должны иметь очки для чтения, чтобы их владелец, расстояние наилучшего зрения которого $d_0 = 120$ см, смог читать книгу на расстоянии $d = 25$ см? Считать, что расстояние от линз очков до глаз $f = 2,0$ см.

* § 84. Оптические явления в атмосфере

Атмосфера нашей планеты представляет собой достаточно интересную оптическую систему, показатель преломления которой уменьшается с высотой вследствие уменьшения плотности воздуха. Таким образом, земную атмосферу можно рассматривать как «линзу» гигантских размеров, повторяющую форму Земли и имеющую монотонно изменяющийся показатель преломления.

Это обстоятельство приводит к появлению целого ряда **оптических явлений в атмосфере**, обусловленных преломлением (рефракцией) и отражением (рефлексией) лучей в ней.

Рассмотрим некоторые наиболее существенные оптические явления в атмосфере.

Атмосферная рефракция — явление **искривления** световых лучей при прохождении света через атмосферу.

С высотой плотность воздуха (значит, и показатель преломления) убывает. Представим себе, что атмосфера состоит из оптически однородных горизонтальных слоев, показатель преломления в которых меняется от слоя к слою (рис. 299).

При распространении светового луча в такой системе он будет в соответствии с законом преломления «прижиматься» к перпендикуляру к границе слоя. Но плотность атмосферы уменьшается не скачками, а непрерывно, что приводит к плавному искривлению и повороту луча на угол α при прохождении атмосферы.

В результате атмосферной рефракции мы видим Луну, Солнце и другие звезды несколько выше того места, где они находятся на самом деле.

По этой же причине увеличивается продолжительность дня (в наших широтах на 10—12 мин), сжимаются диски Луны и Солнца у горизонта. Интересно,

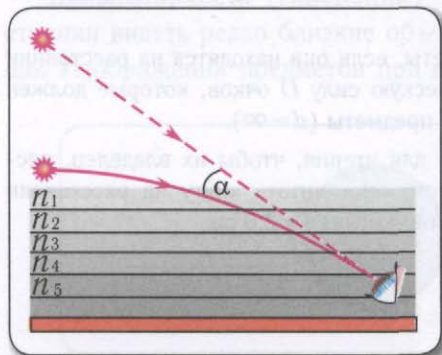


Рис. 299. Изменение показателя преломления в атмосфере Земли

что максимальный угол рефракции составляет $35'$ (для объектов у линии горизонта), что превышает видимый угловой размер Солнца ($32'$).

Из этого факта следует: в тот момент, когда мы видим, что нижний край светила коснулся линии горизонта, на самом деле солнечный диск находится уже под горизонтом (рис. 300).

Мерцание звезд также связано с астрономической рефракцией света. Давно было подмечено, что мерцание наиболее заметно у звезд, находящихся вблизи ли-

нии горизонта. Воздушные потоки в атмосфере изменяют плотность воздуха с течением времени, что приводит к кажущемуся мерцанию небесного светила. Космонавты, находящиеся на орбите, никакого мерцания не наблюдают.

В жарких пустынных или степных районах и в полярных областях сильный прогрев или охлаждение воздуха у земной поверхности приводит к появлению **миражей**: благодаря искривлению лучей становятся видимыми и кажутся близко расположенными предметы, которые на самом деле расположены далеко за горизонтом.

Иногда подобное явление называется **земной рефракцией**. Возникновение миражей объясняется зависимостью показателя преломления воздуха от температуры. Различают *нижние* и *верхние* миражи.

Нижние миражи можно увидеть в жаркий летний день на хорошо прогретой асфальтовой дороге: нам кажется, что впереди на ней есть лужи, которых на самом деле нет. В данном случае мы принимаем за «лужи» зеркальное отражение лучей от неоднородно разогретых слоев воздуха, находящихся в непосредственной близости от «раскаленного» асфальта.

Верхние миражи отличаются значительным разнообразием: в одних случаях они дают прямое изображение (рис. 301, а), в других — перевернутое (рис. 301, б), могут быть двойными и даже тройными. Эти особенности

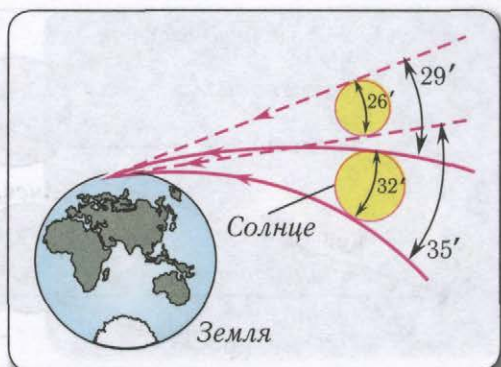


Рис. 300. Атмосферная рефракция лучей на закате Солнца

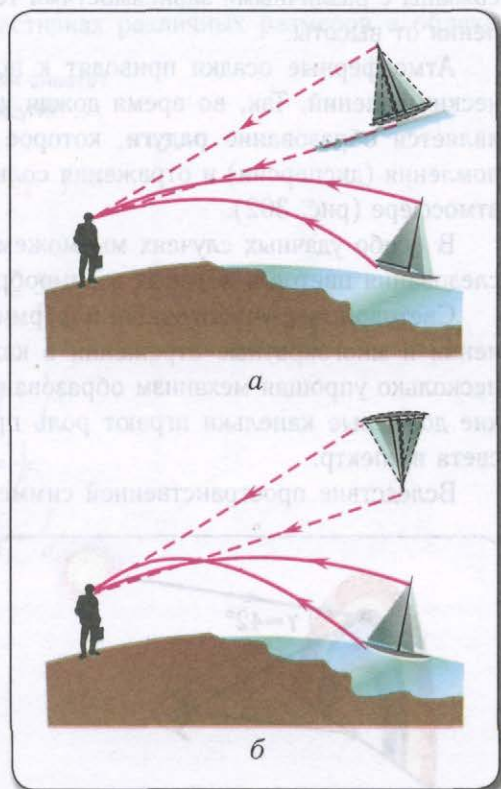


Рис. 301. Образование миражей: а — прямой мираж; б — обратный мираж

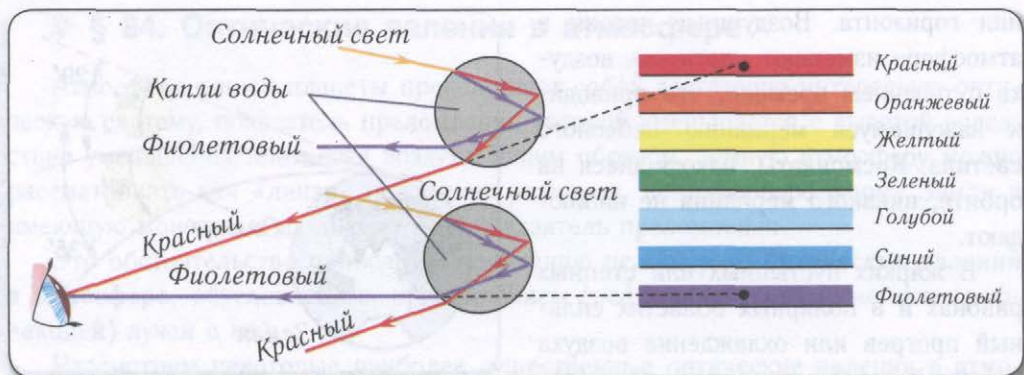


Рис. 302. Образование радуги

связаны с различными зависимостями температуры воздуха и показателя преломления от высоты.

Атмосферные осадки приводят к появлению в атмосфере эффектных оптических явлений. Так, во время дождя удивительным и незабываемым зрелищем является образование **радуги**, которое объясняется явлением различного преломления (дисперсии) и отражения солнечных лучей на мельчайших капельках в атмосфере (рис. 302).

В особо удачных случаях мы можем увидеть сразу несколько радуг, порядок следования цветов в которых взаимообратен.

Световой луч, участвующий в формировании радуги, испытывает два преломления и многократные отражения в каждой дождевой капле. В данном случае, несколько упрощая механизм образования радуги, можем сказать, что сферические дождевые капельки играют роль призмы в опыте Ньютона по разложению света в спектр.

Вследствие пространственной симметрии радуга видна в виде полуокружности с углом раствора около 42° , при этом наблюдатель (рис. 303) должен находиться между Солнцем и каплями дождя, спиной к Солнцу.

Преломление света в кристалликах льда, сопровождающееся разложением в спектр, приводит к появлению сравнительно редкого и не менее красивого оптического явления — **гало** (рис. 304).

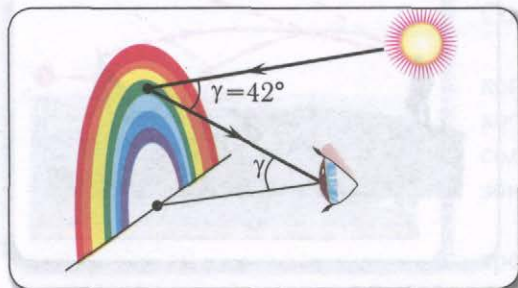


Рис. 303. Условия образования радуги

Гало проявляется в виде кругов (иногда столбов, крестов) вокруг Солнца и Луны. Для появления яркого гало необходимо достаточное количество ледяных кристаллов правильной формы.

Разнообразие цветов в атмосфере объясняется закономерностями **рассеяния света** на частичках различных размеров. Вследствие того, что *синий* цвет рассеивается сильнее, чем *красный*, — днем, когда Солнце находится высоко над горизонтом, мы видим небо голубым. По этой же причине вблизи линии горизонта (на закате или восходе) Солнце становится красным и не таким ярким, как в зените. Появление **цветных облаков** также связано с рассеянием света на частичках различных размеров в облаке.



Рис. 304. Гало

1. Какие оптические явления в атмосфере Вы знаете?
2. Как Вы объясните появление миражей, радуги?

Основные формулы в главе 12

Предельный угол полного отражения:

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$$

Оптическая сила линзы:

$$D = \frac{1}{F}.$$

Поперечное увеличение:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{f}{d}.$$

* Лабораторная работа 1

Проверка закона Гука

Цель работы: экспериментальная проверка закона Гука; измерение жесткости пружины; расчет относительной и абсолютной погрешностей косвенных измерений методом границ погрешностей.

Приборы и принадлежности: лабораторный штатив, динамометр со шкалой, миллиметровая бумага, скотч, клеящий карандаш, линейка, весы, разновес.

Расчетная формула

Формула для определения жесткости k пружины (получите самостоятельно):

$$k = \frac{mg}{x}.$$

Порядок выполнения работы

1. Соберите установку в соответствии с рисунком 305. Для градуировки динамометра закрепите миллиметровую бумагу на шкале и отметьте карандашом положение l_0 его указателя в ненагруженном вертикальном положении.

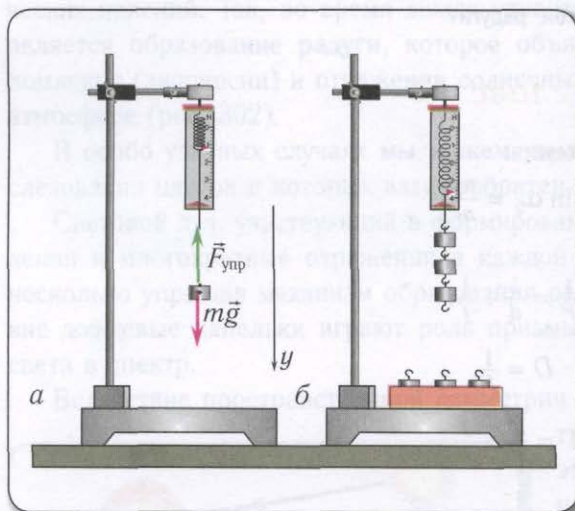


Рис. 305

2. Измерьте на весах не менее пяти раз массу одного из грузов и вычислите среднее значение $\langle m \rangle$. Подвесьте к пружине этот груз и отметьте новое положение l_1 указателя динамометра в состоянии равновесия. Измерьте абсолютное удлинение пружины $x_1 = l_1 - l_0$ не менее пяти раз. Вычислите среднее значение $\langle x_1 \rangle$. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу.

3. Выполните задания пункта 2, подвесив к пружине два, три, четыре груза. Данные измерений масс и абсолютных удлинений x_2, x_3, x_4 и вычислений их средних значений $\langle m \rangle, \langle x_2 \rangle, \langle x_3 \rangle, \langle x_4 \rangle$ занесите в таблицу.

№ опыта	m , г	l_i , мм	x_i , мм	$\langle k \rangle$, $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	Δk , $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$
Среднее значение					

4. Рассчитайте абсолютную погрешность прямых измерений массы груза и удлинения пружины динамометра с учетом абсолютной инструментальной погрешности и абсолютной погрешности отсчета:

$$\Delta m = \Delta_{\text{и}} m + \Delta_0 m, \quad \Delta x = \Delta_{\text{и}} x + \Delta_0 x.$$

5. Приняв абсолютную погрешность измерения ускорения свободного падения Δg равной $0,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, вычислите относительную и абсолютную погрешности измерения жесткости $\langle k \rangle$ пружины динамометра методом границ погрешностей для одного, двух, трех и четырех грузов по формулам

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta k}{\langle k \rangle} = \frac{\Delta m}{\langle m \rangle} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}, \quad \Delta k = \varepsilon_k \langle k \rangle.$$

6. Запишите значение жесткости пружины динамометра и относительную погрешность измерения в виде $k = (\langle k \rangle \pm \Delta k) \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, $\varepsilon_k = \dots \%$.

Контрольные вопросы

1. Почему необходимо производить градуировку динамометра в вертикальном положении?
2. Почему нельзя проводить измерения сразу после того, как груз подвешен к пружине?
3. Почему нельзя беспрестанно увеличивать число подвешиваемых грузов?

Выводы

Суперзадание. Как изменится жесткость пружины, если две одинаковые пружины соединить параллельно? Последовательно?

* Лабораторная работа 2

Проверка закона сохранения импульса

Цель работы: экспериментальная проверка закона сохранения импульса путем сравнения импульса замкнутой системы до и после взаимодействия тел, входящих в нее; расчет относительной и абсолютной погрешностей косвенных измерений методом границ погрешностей.

Приборы и принадлежности: два стальных шара на длинных нитях, весы, разновес, лабораторный штатив, линейка.

Расчетные формулы

Наиболее простой случай взаимодействия тел, в котором можно экспериментально проверить закон сохранения импульса — прямое центральное столкновение двух упругих шаров, висящих на длинных бифилярных подвесах (рис. 306).

Если один из шаров до столкновения покоился, то закон сохранения импульса имеет вид

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

где m_1 и m_2 — массы шаров, \vec{v}_1 — скорость первого шара до столкновения, \vec{u}_1 и \vec{u}_2 — скорости шаров после столкновения.

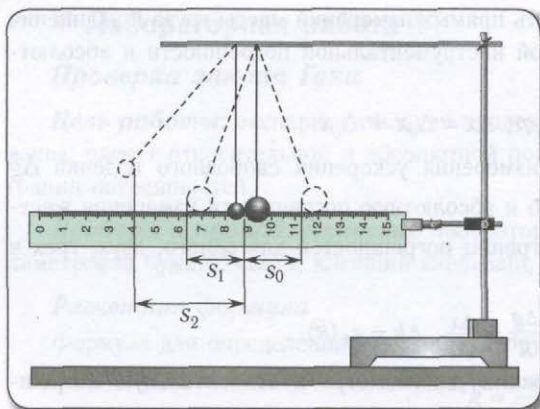


Рис. 306

Модули скоростей можно выразить так:

$$v_1 = s_0 \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad u_1 = s_1 \sqrt{\frac{g}{l}},$$

$$u_2 = s_2 \sqrt{\frac{g}{l}},$$

где s_0, s_1 — максимальные отклонения первого шара до и после столкновения; s_2 — максимальное отклонение второго шара после столкновения. При малых углах отклонения α величины отклонений s_0, s_1 и s_2 можно заменить соответствующими величинами, отсчитанными по горизонтальной шкале.

Порядок выполнения работы

1. Измерьте массы шаров m_1 и m_2 на весах и длину l их подвеса не менее 5 раз. Вычислите средние значения $\langle m_1 \rangle, \langle m_2 \rangle, \langle l \rangle$. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу 1.

2. Соберите установку в соответствии с рисунком 306. Отклоните шар большей массы на расстояние s_0 , равное 5—7 см от положения равновесия, и отпустите его. Отметьте максимальные отклонения шаров s_1 и s_2 после столкновения. Проведите измерения не менее пяти раз. Вычислите средние значения $\langle s_0 \rangle, \langle s_1 \rangle$ и $\langle s_2 \rangle$. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу 1.

Таблица 1

№ опыта	m_1 , кг	m_2 , кг	l , м	s_0 , см	s_1 , см	s_2 , см
Среднее значение						

3. Вычислите модуль среднего значения скорости первого шара $\langle u_1 \rangle$ до столкновения, модули средних значений скоростей $\langle u_1 \rangle$ и $\langle u_2 \rangle$ шаров после столкновения и модули средних значений их импульсов $\langle p_0 \rangle = \langle m_1 \rangle \langle v_1 \rangle, \langle p_1 \rangle = \langle m_1 \rangle \langle u_1 \rangle, \langle p_2 \rangle = \langle m_2 \rangle \langle u_2 \rangle$. Результаты вычислений занесите в таблицу 2.

Таблица 2

№ опыта	v_1 , $\frac{м}{с}$	p_0 , $\frac{кг \cdot м}{с}$	u_1 , $\frac{м}{с}$	u_2 , $\frac{м}{с}$	p_1 , $\frac{кг \cdot м}{с}$	p_2 , $\frac{кг \cdot м}{с}$
Среднее значение						

4. Сравните модуль импульса шара до столкновения с суммой модулей импульсов шаров после столкновения, рассчитав отношение

$$\left| 1 - \frac{\langle p_0 \rangle}{\langle p_1 \rangle + \langle p_2 \rangle} \right| \cdot 100 \%$$

Сделайте выводы.

5. Рассчитайте абсолютную погрешность прямого измерения массы груза Δm , длины нити Δl , отклонения Δs с учетом абсолютной инструментальной погрешности и абсолютной погрешности отсчета:

$$\Delta m = \Delta_{\text{и}} m + \Delta_0 m, \quad \Delta l = \Delta_{\text{и}} l + \Delta_0 l, \quad \Delta s = \Delta_{\text{и}} s + \Delta_0 s.$$

Приняв абсолютную погрешность измерения ускорения свободного падения Δg равной $0,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, вычислите относительную и абсолютную погрешности косвенного измерения модуля импульса одного из шаров методом границ погрешностей по формулам

$$\epsilon_p = \frac{\Delta p}{\langle p \rangle} = \frac{\Delta m}{\langle m \rangle} + \frac{\Delta s}{\langle s \rangle} + \frac{\Delta g}{2g} + \frac{\Delta l}{2\langle l \rangle}, \quad \Delta p = \epsilon_p \langle p \rangle.$$

6. Запишите значение модуля импульса тела и относительную погрешность его измерения в виде

$$p = (\langle p \rangle \pm \Delta p) \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}, \quad \epsilon_p = \dots \%$$

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон сохранения импульса для замкнутой механической системы.
2. Можно ли в данном случае систему, состоящую из двух шаров, считать замкнутой?
3. Будет ли выполняться закон сохранения импульса для пластилиновых шаров?
4. Может ли двигаться парусная лодка, если на ее паруса направить поток воздуха из мощного вентилятора, находящегося на лодке?

Выводы

Суперзадание. Подумайте, можно ли провести описанный опыт с тремя шарами? Ответ обоснуйте.

* Лабораторная работа 3

Проверка закона сохранения механической энергии

Цель работы: экспериментальная проверка закона сохранения механической энергии.

Приборы и принадлежности: штатив с лапкой, наклонный желоб, металлическая шайба диаметром не более одного сантиметра, лоток, листы белой и копировальной бумаги, линейка, весы, разновес, скотч.

Расчетная формула

Закон сохранения энергии имеет вид

$$mgh - \mu mg(d + l_2) = \frac{mv_0^2}{2}, \quad \text{где } v_0 = l \sqrt{\frac{g}{2h_1}}.$$

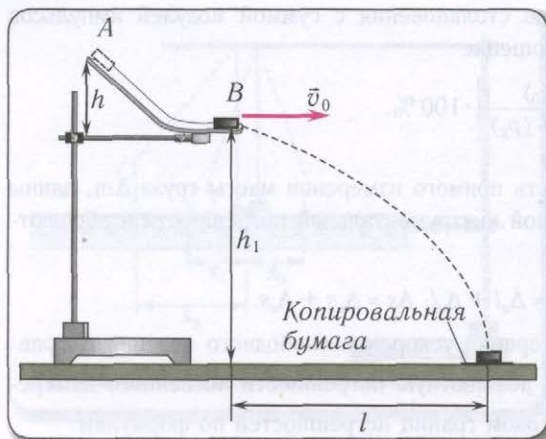


Рис. 307

Порядок выполнения работы

1. Соберите установку в соответствии с рисунком 307.

2. Измерьте массу шайбы m не менее 5 раз и вычислите ее среднее значение $\langle m \rangle$. Данные занесите в таблицу.

3. Отметьте мелом точку A на наклонном желобе. Измерьте не менее пяти раз высоту h , длину l_1 наклонной части желоба и длину l_2 горизонтальной части желоба. Вычислите их средние значения $\langle h \rangle$, $\langle l_1 \rangle$ и $\langle l_2 \rangle$ и данные занесите в таблицу. По теореме Пифагора вычислите среднее значение $\langle d \rangle = \sqrt{\langle l_1 \rangle^2 + \langle h \rangle^2}$.

4. Положите шайбу на лоток в точке A и отпустите ее. Эксперимент по спуску шайбы из точки A по желобу проделайте не менее пяти раз, отмечая точки приземления по следу от «копирки» на белой бумаге. Измерьте во всех опытах высоту h_1 и дальность полета l шайбы, вычислите их средние значения $\langle h_1 \rangle$, $\langle l \rangle$. Данные занесите в таблицу.

5. Вычислите среднее значение модуля скорости $\langle v_0 \rangle$: $\langle v_0 \rangle = \langle l \rangle \sqrt{\frac{g}{2\langle h_1 \rangle}}$, данные занесите в таблицу.

6. Вычислите средние значения кинетической энергии $\langle W_k \rangle = \frac{\langle m \rangle \langle v_0^2 \rangle}{2}$ и потенциальной энергии $\langle W_n \rangle = \langle m \rangle g \langle h \rangle$ шайбы, работы силы трения скольжения по всему желобу $\langle A \rangle = \mu \langle m \rangle g (\langle d \rangle + \langle l_2 \rangle)$, приняв $\mu = 0,20$. Данные занесите в таблицу.

№ опыта	m , кг	h , м	l_1 , м	l_2 , м	h_1 , м	d , м	v_0 , $\frac{м}{с}$	W_k , Дж	W_n , Дж	A , Дж
Среднее значение										

7. Сравните среднее значение потенциальной энергии $\langle W_n \rangle$ шайбы с суммой средних значений работы $\langle A \rangle$ силы трения скольжения шайбы и ее кинетической энергии $\langle W_k \rangle$, рассчитав отношение

$$\left| 1 - \frac{\langle W_n \rangle}{\langle A \rangle + \langle W_k \rangle} \right| \cdot 100 \%$$

8. Рассчитайте абсолютную погрешность прямых измерений массы шайбы Δm , дальности ее полета Δl , высоты падения шайбы Δh . Вычислите относительную и абсолютную погрешности косвенного измерения кинетической энергии шайбы

$$\varepsilon_{W_k} = \frac{\Delta W_k}{\langle W_k \rangle} = \frac{\Delta m}{\langle m \rangle} + \frac{2\Delta l}{\langle l \rangle} + \frac{\Delta h}{\langle h \rangle}, \quad \Delta W_k = \varepsilon_{W_k} \langle W_k \rangle.$$

9. Запишите значение кинетической энергии и относительную погрешность ее косвенных измерений в виде

$$W_k = (\langle W_k \rangle \pm \Delta W_k) \text{ Дж}, \quad \varepsilon_{W_k} = \dots \%$$

Контрольные вопросы

1. Зависит ли изменение потенциальной энергии шайбы от траектории ее движения в поле силы тяжести? Ответ обоснуйте.
2. При каких условиях применим закон сохранения механической энергии?
3. Как влияет действие силы сопротивления воздуха на результаты работы?
4. Рассчитайте, какая часть (%) механической энергии в нашем случае была затрачена на выполнение работы по преодолению силы трения.

Выводы

Лабораторная работа 4

Определение удельного сопротивления проводника

Цель работы: определение удельного сопротивления проводника.

Приборы и принадлежности: амперметр (миллиамперметр), вольтметр, штангенциркуль, источник тока, реостат, резистор (проволока из вещества с большим удельным сопротивлением), измерительная лента, ключ, соединительные провода.

Расчетная формула

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{US}{4Il}, \quad (*)$$

где ρ — удельное сопротивление вещества проводника, l — его длина, S — площадь поперечного сечения, U — напряжение, I — сила тока.

Порядок выполнения работы

1. Измерьте не менее пяти раз длину и диаметр проволоки. Вычислите их средние значения $\langle l \rangle$ и $\langle d \rangle$. Данные вычислений и измерений занесите в таблицу.

№ опыта	l , м	d , мм	U , В	I , А	$\rho \cdot 10^8$, Ом · м
Среднее значение					

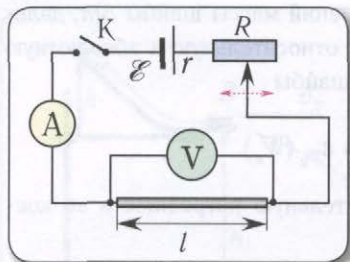


Рис. 308

2. Соберите электрическую цепь, соединив последовательно источник тока, резистор (проволоку), реостат, амперметр (миллиамперметр) и ключ (рис. 308).

3. Присоедините параллельно проволоке вольтметр. Замкните ключ K и с помощью реостата добейтесь максимальной силы тока I в цепи (стрелка амперметра (миллиамперметра) при этом должна отклоняться на всю шкалу). Измерьте не менее пяти раз силу тока I и напряжение U на концах проволоки. Вычислите средние значения $\langle I \rangle$ и $\langle U \rangle$. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

4. Вычислите удельное сопротивление $\langle \rho \rangle$ вещества проволоки по формуле (*).

5. Рассчитайте относительную ε и абсолютную $\Delta \rho$ погрешности измерения удельного сопротивления проводника:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\langle \rho \rangle} = \frac{\Delta U}{\langle U \rangle} + \frac{2\Delta d}{\langle d \rangle} + \frac{\Delta I}{\langle I \rangle} + \frac{\Delta l}{\langle l \rangle}, \quad \Delta \rho = \varepsilon \cdot \langle \rho \rangle.$$

6. Запишите значение удельного сопротивления проводника в виде

$$\rho = (\langle \rho \rangle \pm \Delta \rho) \text{ Ом} \cdot \text{м}, \quad \varepsilon = \dots \%$$

Контрольные вопросы

1. Почему для изготовления нагревательных элементов применяют проводники с большим удельным сопротивлением, а для соединительных проводников — с малым?
2. Каким должно быть удельное сопротивление вещества для плавкого предохранителя? Ответ обоснуйте.
3. Почему электрические провода и контакты часто изготавливают из алюминия или меди?

Выводы

Лабораторная работа 5

Определение ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока

Цель работы: вычисление ЭДС и внутреннего сопротивления источника постоянного тока, определение напряжения на участке цепи.

Приборы и принадлежности: источник постоянного тока (аккумулятор или батарейка), вольтметр, амперметр, резистор сопротивлением $R = 4,00 \text{ Ом}$, ключ, соединительные провода.

Расчетная формула

По закону Ома для замкнутой цепи внутреннее сопротивление r источника определяется из соотношения

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R,$$

где \mathcal{E} — ЭДС источника тока, R — сопротивление внешней цепи и I — сила тока в ней.

Порядок выполнения работы

1. Соберите электрическую цепь по схеме на рисунке 309, а и измерьте ЭДС \mathcal{E} источника при разомкнутом ключе К. Измеряемое вольтметром напряжение при этом будет незначительно отличаться от ЭДС, поскольку $R_V \gg r$. Повторите измерения не менее пяти раз и вычислите среднее значение $\langle \mathcal{E} \rangle$. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу.

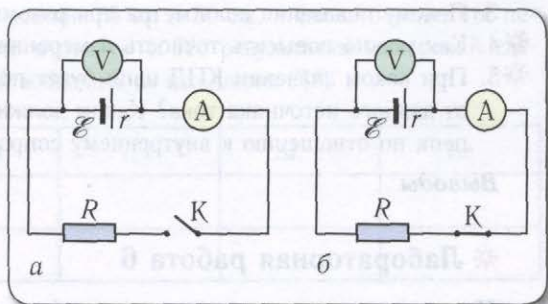


Рис. 309

№ опыта	I , А	\mathcal{E} , В	$\Delta \mathcal{E}$, В	r , Ом
Среднее значение				

2. Определите абсолютную $\Delta \mathcal{E}$ и относительную ε погрешности измерений ЭДС.

3. Замкните ключ К (рис. 309, б). Измерьте силу тока I в цепи не менее пяти раз. Вычислите среднее значение $\langle I \rangle$. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу.

4. Рассчитайте среднее значение внутреннего сопротивления $\langle r \rangle$ источника тока. Данные занесите в таблицу.

5. Рассчитайте абсолютную погрешность прямых измерений ЭДС источника тока и силы тока в цепи:

$$\Delta \mathcal{E} = \Delta_{\text{н}} \mathcal{E} + \Delta_0 \mathcal{E}, \quad \Delta I = \Delta_{\text{н}} I + \Delta_0 I.$$

6. Приняв абсолютную погрешность измерения сопротивления резистора $\Delta R = 0,12$ Ом, вычислите относительную и абсолютную погрешности косвенных измерений внутреннего сопротивления:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{\langle r \rangle} = \frac{\Delta \mathcal{E}}{\langle \mathcal{E} \rangle} + \frac{\Delta I}{\langle I \rangle} + \frac{\Delta R}{\langle R \rangle}, \quad \Delta r = \varepsilon_r \langle r \rangle.$$

7. Запишите значения ЭДС и внутреннего сопротивления и их относительные погрешности в виде

$$\mathcal{E} = \langle \mathcal{E} \rangle \pm \Delta \mathcal{E} \text{ В}, \quad \varepsilon_{\mathcal{E}} = \dots \%, \quad r = \langle r \rangle \pm \Delta r \text{ Ом}; \quad \varepsilon_r = \dots \%.$$

Контрольные вопросы

1. Почему вольтметр включают в цепь параллельно потребителю? Что произойдет, если вольтметр включить в цепь последовательно?
2. Почему сопротивление амперметра должно быть значительно меньше сопротивления цепи, в которой измеряют ток? Что произойдет, если амперметр включить параллельно потребителю?

3. Почему показания вольтметра при разомкнутом и замкнутом ключе различаются?
- * 4. Как можно повысить точность измерения ЭДС источника тока?
- * 5. При каком значении КПД цепи будет получена максимальная полезная мощность от данного источника тока? Каким должно быть при этом сопротивление внешней цепи по отношению к внутреннему сопротивлению источника тока?

Выводы

* Лабораторная работа 6

Изучение характеристик колебаний груза на нити

Цель работы: исследование зависимости характеристик нитяных маятников от длины нити, массы грузов, амплитуды колебаний.

Приборы и принадлежности: два нитяных маятника с подвесами для них (шарики различной массы), штатив с зажимом, метровая линейка с миллиметровыми делениями, секундомер или часы с секундной стрелкой, весы, разновес.

Расчетная формула

$$T = \frac{t}{n}.$$

Порядок выполнения работы

1. Поставьте штатив так, чтобы зажим штатива выступал за край стола (рис. 310).
2. Закрепите в зажиме штатива свободный конец нити маятника длиной не менее 1 м. Отведите шарик в сторону и отпустите его: маятник начнет колебаться.
3. Исследуйте, зависит ли период колебаний математического маятника от амплитуды. Для этого отведите шарик вдоль стола в сторону на расстояние ~ 10 см и осторожно отпустите его, стараясь избегать боковых толчков. Измерьте время сорока полных колебаний маятника. Определите период колебаний. Повторите измерения еще не менее 4 раз, и результаты занесите в таблицу. Определите период колебаний этого же маятника, отклоняя шарик на 20 см и на 30 см. Результаты измерений занесите в таблицу. По результатам измерений сделайте вывод: зависит ли период колебаний математического маятника от амплитуды колебаний $T(A)$.

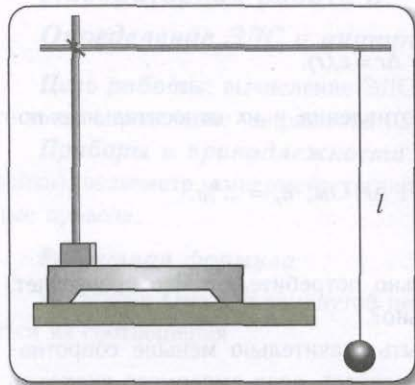


Рис. 310

4. Возьмите второй маятник той же длины, но с шариком иной массы. Повторяя процедуру, описанную в предыдущем пункте, определите период колебаний маятника с новым шариком. Сравните его с периодом, найденным в предыдущем пункте, и сделайте вывод: зависит ли период колебаний от массы шарика $T(m)$.

5. Измените длину маятника, взяв ее равной 75 см и 50 см, и снова определите период колебаний маятника, так как описано в пункте 4. По результатам измерений сделайте вывод: зависит ли период колебаний маятника от его длины $T(l)$.

№ опыта	l , м	Δl , м	t , с	Δt , с	T , с
Среднее значение					

Контрольные вопросы

1. Какую длину имеет секундный маятник?
2. Вычислите, каким должен быть период колебаний маятника длиной 64 см.
3. Определите экспериментально период колебаний маятника длиной 64 см и сравните с найденным значением.

Выводы

* Лабораторная работа 7

Измерение жесткости пружины при помощи пружинного маятника

Цель работы: изучение закономерности колебаний пружинного маятника и определение жесткости пружины.

Приборы и принадлежности: весы и разновес, держатель со спиральной пружиной, штатив, демонстрационный метр, секундомер или часы с секундной стрелкой.

Расчетная формула

Из формулы для периода колебаний пружинного маятника находим жесткость пружины

$$k = \frac{4\pi^2 mn^2}{t^2}, \quad (*)$$

где t — промежуток времени совершения маятником n колебаний, k — жесткость пружины, m — масса тела.

Порядок выполнения работы

1. Укрепите пружину в штативе и подвесьте к ней груз массой $m_1 = 0,1$ кг (рис. 311). Отклонив груз вертикально вниз на расстояние, примерно равное 2 см, отпустите его и измерьте время t_1 , необходимое для совершения $n = 10$ —20

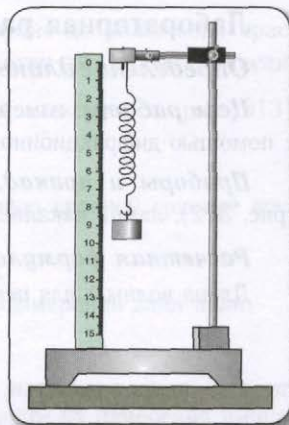


Рис. 311

полных колебаний. Определите период его колебаний по формуле $T_1 = \frac{t_1}{n}$. Найдите жесткость k пружины из соотношения (*). Повторите опыт не менее 5 раз. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

№ опыта	m , кг	n	t , с	Δm , кг	Δt , с	T , с	k , $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	ε , %	Δk , $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$
Среднее значение									

2. Оцените абсолютную и относительную погрешности измерения жесткости пружины с учетом погрешностей измерения массы и времени

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta k}{\langle k \rangle} = \frac{\Delta m}{\langle m \rangle} + \frac{2\Delta t}{\langle t \rangle}, \quad \Delta k = \varepsilon_k \langle k \rangle.$$

3. Запишите значение жесткости пружины и относительную погрешность ее измерения в виде

$$k = (\langle k \rangle \pm \Delta k) \frac{\text{Н}}{\text{м}}, \quad \varepsilon_k = \dots\%.$$

Контрольные вопросы

1. По какому закону происходит колебание тела, подвешенного на пружине?
2. Зависит ли частота колебаний пружинного маятника от амплитуды колебаний?
3. Каким был бы результат опыта в условиях невесомости?
4. Сравните значение жесткости пружины, полученное в данной работе, со значением, полученным в работе 1.

Выводы

Лабораторная работа 8

Определение длины световой волны с помощью дифракционной решетки

Цель работы: измерение длины волны света красной и фиолетовой границ спектра с помощью дифракционной решетки с известным периодом.

Приборы и принадлежности: прибор для определения длины световой волны (рис. 312), лампа накаливания, дифракционная решетка.

Расчетная формула

Длина волны λ для первого порядка дифракционного спектра определяется по формуле

$$\lambda = \frac{d l}{L}, \quad (*)$$

где d — период решетки, $\frac{l}{L} = \tan \theta \approx \sin \theta$ (из-за малости угла θ) (рис. 313).

В работе источником света служит узкая щель в экране прибора для измерения длины световой волны.

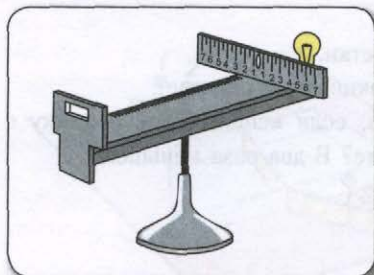


Рис. 312

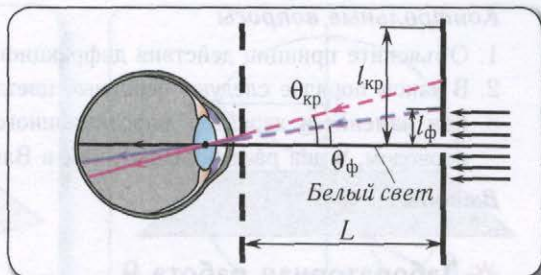


Рис. 313

Порядок выполнения работы

1. Включите лампу и расположите ее за экраном со щелью. Установите экран на расстоянии 45—50 см от дифракционной решетки. Измерьте L не менее 5 раз, рассчитайте среднее значение $\langle L \rangle$. Данные занесите в таблицу.

№ опыта	L , м	$l_{кр1}$, м	$l_{кр2}$, м	$l_{ф1}$, м	$l_{ф2}$, м	$\langle l_{кр} \rangle$, м	$\langle l_{ф} \rangle$, м	d , м	$\lambda_{кр} \cdot 10^7$, м	$\lambda_{ф} \cdot 10^7$, м	ε_{λ} , %	$\Delta \lambda \cdot 10^7$, м
Среднее значение												

2. Добейтесь наилучших условий видимости спектра, изменяя взаимное положение экрана и лампы.

3. Произведите измерение расстояний красного $l_{кр}$ и фиолетового $l_{ф}$ краев спектра от центра щели в экране. Эти расстояния измерьте справа и слева от щели в экране и найдите их средние значения $\langle l_{кр} \rangle$ и $\langle l_{ф} \rangle$.

4. По измеренному расстоянию $\langle l_{кр} \rangle$ от центра щели в экране до положения красного края спектра и расстоянию $\langle L \rangle$ от дифракционной решетки до экрана вычислите $\sin \theta_{кр}$, под которым наблюдается соответствующая полоса спектра (см. рис. 313): $\sin \theta_{кр} \approx \operatorname{tg} \theta_{кр} = \frac{l_{кр}}{L}$.

5. Вычислите по формуле длину волны $\lambda_{кр}$, соответствующую красной границе воспринимаемого глазом спектра.

6. Определите длину волны для фиолетового края спектра.

7. Рассчитайте относительную и абсолютную погрешности измерений длин волн:

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{\Delta \lambda}{\langle \lambda \rangle} = \frac{\Delta l}{\langle l \rangle} + \frac{\Delta L}{\langle L \rangle}, \quad \Delta \lambda = \varepsilon_{\lambda} \langle \lambda \rangle.$$

8. Запишите значения длин волн и относительной погрешности их измерения в виде:

$$\lambda = (\langle \lambda \rangle \pm \Delta \lambda) \text{ м}, \quad \varepsilon_{\lambda} = \dots \%$$

Контрольные вопросы

1. Объясните принцип действия дифракционной решетки.
2. В каком порядке следуют основные цвета в дифракционном спектре?
3. Как изменится характер дифракционного спектра, если использовать решетку с периодом, в два раза большим, чем в Вашем опыте? В два раза меньшим?

Выводы*** Лабораторная работа 9****Определение показателя преломления стекла**

Цель работы: наблюдение преломления света на границе раздела сред воздух — стекло, измерение показателя преломления стекла.

Приборы и принадлежности: лабораторный комплект по оптике, лист белой бумаги, линейка, карандаш, транспортир.

Расчетная формула

В соответствии с законом преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \approx n_2,$$

где α и γ — углы падения и преломления, n_2 — показатель преломления стекла.

Порядок выполнения работы

1. Установите источник света на столе, в окно прибора вставьте рамку со щелью. Щель должна быть расположена вертикально.
2. Соберите электрическую цепь, присоединив лампочку к источнику постоянного тока через выключатель. Замкните цепь и получите яркую, тонкую полосу света на бумаге (световой луч).
3. Наблюдайте явления преломления света при различных углах падения. Зафиксируйте ход лучей с помощью булавок (рис. 314).
4. Выполните построение в соответствии с рисунком 315. Измерьте отрезки AE и DC . Вычислите средние значения отрезков $\langle AE \rangle$ и $\langle DC \rangle$. Результаты измерения занесите в таблицу.

№ опыта	AE , мм	DC , мм	n	ΔAE , мм	ΔDC , мм	ϵ_n , %	Δn
Среднее значение							

5. Вычислите значение показателя преломления стекла

$$\langle n \rangle = \frac{\langle AE \rangle}{\langle DC \rangle}.$$

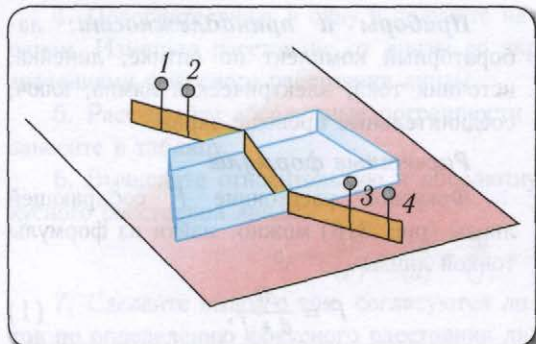


Рис. 314

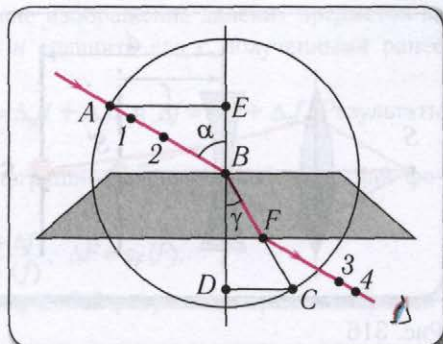


Рис. 315

6. Прodelайте данный эксперимент еще не менее двух раз, меняя угол падения луча на пластинку. Результаты занесите в таблицу.

7. Рассчитайте абсолютные погрешности измерения отрезков:

$$\Delta AE = \Delta_n AE + \Delta_o AE, \quad \Delta DC = \Delta_n DC + \Delta_o DC.$$

8. Вычислите относительную и абсолютные погрешности измерения показателя преломления стекла:

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta n}{\langle n \rangle} = \frac{\Delta AE}{\langle AE \rangle} + \frac{\Delta DC}{\langle DC \rangle}, \quad \Delta n = \varepsilon_n \langle n \rangle.$$

9. Запишите значение показателя преломления стекла и относительной погрешности его измерения в виде

$$n = (\langle n \rangle \pm \Delta n), \quad \varepsilon_n = \dots \%$$

Контрольные вопросы

1. Запишите формулу для вычисления скорости света в веществе с показателем преломления n .
2. От чего зависит показатель преломления вещества?
3. В чем заключается явление полного отражения света на границе раздела двух сред?

Выводы

Суперзадание. Попробуйте с помощью стеклянной пластинки наблюдать явление полного отражения. Запишите, как вы осуществляли этот эксперимент.

Лабораторная работа 10

Определение фокусных расстояний тонких линз с применением формулы линзы

Цель работы: определение фокусного расстояния и оптической силы собирающей линзы. * Определение фокусного расстояния и оптической силы рассеивающей линзы.*

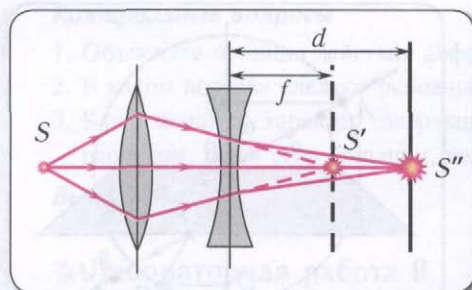


Рис. 316

где d — расстояние от линзы до предмета, f — расстояние от линзы до изображения. Оптическая сила линзы находится из соотношения

$$D = \frac{1}{F}. \quad (2)$$

✱ Фокусное расстояние рассеивающей линзы можно определить, если использовать собирающую линзу (см. рис. 316). Для этого поставим между собирающей линзой и экраном рассеивающую линзу. Действительное изображение источника света при этом смещается. Используя свойство обратимости световых лучей, можно считать, что световые лучи выходят из точки S'' , а в точке S' получается изображение точки S'' . Обозначив расстояния от точек S'' и S' до рассеивающей линзы соответственно через d и f , модуль фокусного расстояния линзы определяем по формуле

$$F = \frac{fd}{d - f}. \quad (3) \quad \text{✱}$$

Порядок выполнения работы

1. Для определения фокусного расстояния собирающей линзы установите на столе источник света, вставьте в его окно рамку с отверстием в виде стрелки. Установите вдоль одной прямой окно с рамкой, собирающую линзу и экран. Перемещая линзу между источником и экраном, добейтесь четкого изображения стрелки на экране.

2. Измерьте расстояние d от окна прибора до линзы и расстояние f от линзы до экрана не менее пяти раз. Вычислите средние значения $\langle d \rangle$ и $\langle f \rangle$. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу.

№ опыта	d , м	f , м	F , м	D , дптр	Δd , м	Δf , м	ε_F , %	ΔF , м
Среднее значение								

3. Вычислите средние значения по формуле (1) фокусного расстояния $\langle F \rangle$ и по формуле (2) оптической силы $\langle D \rangle$ линзы. Результаты вычислений запишите в таблицу.

Приборы и принадлежности: лабораторный комплект по оптике, линейка, источник тока, электрическая лампа, ключ, соединительные провода, экран.

Расчетные формулы

Фокусное расстояние F собирающей линзы (рис. 316) можно найти из формулы тонкой линзы

$$F = \frac{df}{d + f}, \quad (1)$$

4. Поверните линзу к окну и получите на экране изображение далеких предметов за окном. Измерьте расстояние от линзы до экрана и сравните его с полученными ранее значениями фокусного расстояния линзы.

5. Рассчитайте абсолютные погрешности $\Delta d = \Delta_{\text{и}}d + \Delta_{\text{о}}d$ и $\Delta f = \Delta_{\text{и}}f + \Delta_{\text{о}}f$. Результаты занесите в таблицу.

6. Вычислите относительную и абсолютную погрешности косвенных измерений фокусного расстояния линзы:

$$\varepsilon_F = \frac{\Delta F}{\langle F \rangle} = \frac{\Delta d}{\langle d \rangle} + \frac{\Delta f}{\langle f \rangle} + \frac{\Delta d + \Delta f}{\langle d \rangle + \langle f \rangle}, \quad \Delta F = \varepsilon_F \langle F \rangle.$$

7. Сделайте вывод о том, согласуются ли между собой результаты трех экспериментов по определению фокусного расстояния линзы.

8. Запишите значение фокусного расстояния собирающей линзы и относительной погрешности его измерения в виде

$$F = (\langle F \rangle \pm \Delta F) \text{ м}, \quad \varepsilon_F = \dots \%$$

* 9. С помощью собирающей линзы получите на экране действительное изображение нити лампы. Поставьте между собирающей линзой и экраном рассеивающую линзу. Измерьте расстояние f от экрана до рассеивающей линзы не менее 5 раз. Вычислите среднее значение $\langle f \rangle$. Результаты занесите в таблицу.

№ опыта	d , м	f , м	F , м	D , дптр	Δd , м	Δf , м	ε_F , %	ΔF , м
Среднее значение								

10. Отодвигая экран от рассеивающей линзы, вновь получите на экране четкое изображение нити. Измерьте расстояние d от экрана до рассеивающей линзы не менее 5 раз. Вычислите среднее значение $\langle d \rangle$. Результаты занесите в таблицу.

11. Вычислите средние значения фокусного расстояния $\langle F \rangle$ и оптической силы $\langle D \rangle$ рассеивающей линзы. Результаты занесите в таблицу.

12. Вычислите относительную и абсолютную погрешности измерения фокусного расстояния рассеивающей линзы:

$$\varepsilon_F = \frac{\Delta F}{\langle F \rangle} = \frac{\Delta d}{\langle d \rangle} + \frac{\Delta f}{\langle f \rangle} + \frac{\Delta d + \Delta f}{\langle d \rangle - \langle f \rangle}, \quad \Delta F = \varepsilon_F \langle F \rangle.$$

13. Запишите значение фокусного расстояния собирающей линзы и относительной погрешности его измерения в виде

$$F = (\langle F \rangle \pm \Delta F) \text{ м}, \quad \varepsilon_F = \dots \% \quad *$$

Контрольные вопросы

1. В каком случае линзу можно считать тонкой? Ответ обоснуйте.

2. Как можно получить формулу тонкой линзы?

3. Сформулируйте правило знаков для тонкой линзы.

* 4. Как определялось расстояние до мнимого изображения при выполнении задания?

Выводы

Упр. 1. 1. $s = 1,1 \text{ км}$; $|\Delta \vec{r}| = 0,78 \text{ км}$. 2. $v = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $x(t) = (10 + 2t) (\text{м})$. 3. $s = 12 \text{ м}$; $\Delta r = 2,0 \text{ м}$. 4. $\langle v \rangle = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 6. $t = 12 \text{ с}$; $a = 8,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 7. $a = 0,50 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $t = 20 \text{ с}$. 8. $t = 52 \text{ с}$. 9. $v = 45 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\beta = 9,1^\circ$. 10. $v_0 = \sqrt{2gh + \frac{g^2 \Delta t^2}{4}}$; $t = 2\sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{\Delta t^2}{4}}$.

Упр. 2. 1. $l = 1,20 \cdot 10^3 \text{ м}$. 2. $\Delta t = 2,8 \text{ с}$. 3. $l = 68 \text{ м}$. 4. $h_{\text{max}} = 8,2 \text{ м}$. 5. $l = 48 \text{ м}$.

Упр. 3. 1. $s_1 = \frac{\pi}{2} R$; $\Delta r_1 = R\sqrt{2}$; $s_2 = \pi R$; $\Delta r_2 = 2R$; $s_3 = 2\pi R$; $\Delta r_3 = 0$. 2. $\omega = 0,21 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$. 3. $v = 3,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 4. $\Delta t = 1,8 \text{ с}$. 5. $\alpha = 76^\circ$.

Упр. 4. 1. $F = 0,50 \text{ Н}$. 2. $a = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 3. $a = 0,20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $v = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 4. $v = 48 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 5. $F_T = 42 \text{ кН}$. 6. $v_{\text{min}} = 28 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 7. $a = 2,00 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Упр. 5. 1. $F = 3,6 \cdot 10^{22} \text{ Н}$. 2. $\langle \rho \rangle = 5,5 \cdot 10^{23} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. 3. $F = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ Н}$. 4. $r = 3,8 \cdot 10^4 \text{ км}$. 5. $g_C = 2,7 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 28g_3$. 6. Да, может при увеличении радиуса орбиты. а) $r = 4,0 \cdot 10^8 \text{ м}$; б) $r = 4,0 \cdot 10^{14} \text{ м}$. 7. Нет, так как при этом радиус орбиты спутника будет меньше радиуса Земли. 8. $M = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ кг}$.

Упр. 6. 1. $v_0 = 5,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 2. $F_T = 0,21 \text{ кН}$. 3. $F_{\text{тр}} = \mu(mg - F \sin \alpha)$. 4. $\Delta m = \frac{2(mg - F)}{g}$. 5. $F_{\text{min}} = 15 \text{ Н}$.

Упр. 7. 1. Равнодействующая двух сил натяжения тетивы лука. 2. $m = 9,2 \text{ кг}$. 3. $F = 3,2 \text{ мН}$. 4. $d = 9,8 \text{ мм}$; $\Delta l = 29 \text{ см}$. 5. $\Delta l = 2,0 \text{ см}$.

Упр. 8. 1. При сложении силы должны образовать прямоугольный треугольник. 2. $T = 7,4 \text{ кН}$. 3. $H = 0,35 \text{ м}$. 4. Вращающий момент равен нулю, так как в «мертвой точке» отсутствует плечо силы давления. 5. $F_1 = 1,1 \text{ кН}$; $F_2 = 0,82 \text{ кН}$. 6. $F_y = 61 \text{ Н}$, $F_x = 48 \text{ Н}$. 7. $T_0 = 26 \text{ Н}$. 8. $m_{\text{max}} = 25 \text{ кг}$.

Упр. 9. 1. $p = 1,0 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$. 2. $\Delta p = -5,0 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$. 3. $v = 0,40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 4. $p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} + 2p_1 p_2 \cos \alpha$. 5. $L = 1,5 \text{ м}$; ответ не изменится. 6. Не допрыгнет.

Упр. 10. 1. Нет, во втором случае работа больше. 2. $A = 3,9 \text{ кДж}$. 3. $A = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Дж}$. 4. $A = 21 \text{ кДж}$. 5. $A = 25 \text{ Дж}$.

Упр. 11. 1. $h = 27 \text{ м}$. 2. $\langle F_c \rangle = 4,0 \text{ кН}$. 3. $W_k = 34 \text{ Дж}$. 4. $h = 2,2 \text{ м}$.

Упр. 12. 1. $v = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в направлении движения нападающего. 2. $m_2 = \frac{5}{3} m_1$. 3. $m_1 > 10 m_2$. 4. $Q = 15 \text{ Дж}$. 5. $v = 0,18 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. 6. $k = 2,6$.

Упр. 13. 1. $F = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}$. 2. $r = 9,5 \text{ км}$. 3. Увеличится в $\eta = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4q_1 q_2}$ раз. 4. $F_1 = n^2 F = 30,7 \text{ Н}$. 5. $q = 0,7 \text{ нКл}$. 6. $r = 0,21 \text{ нм}$. 7. $q_1 = 344 \text{ мкКл}$, $q_2 = 56,0 \text{ мкКл}$ или $q_2 = 344 \text{ мкКл}$, $q_1 = 56,0 \text{ мкКл}$ в случае одноименных зарядов; $q_1 = 443 \text{ мкКл}$, $q_2 = -43,0 \text{ мкКл}$ или $q_1 = -43,0 \text{ мкКл}$, $q_2 = 443 \text{ мкКл}$ в случае разноименных зарядов.

- Упр. 14. 1. $E = 13,5 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$ 2. а) Да, на расстоянии $x = l(\sqrt{2} - 1)$ от заряда q между зарядами;
б) да, на расстоянии $x = l(\sqrt{2} + 1)$ от заряда q за ним. 3. $E = 3,2 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$ 4. $\text{tg} \alpha = \frac{qE}{mg}$.
5. $E = 1,1 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$ 6. $E = 7,2 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$

- Упр. 15. 1. $\varphi_2 = 24 \text{ В}$ 2. $\varphi = 0,20 \text{ кВ}$, $q > 0$. 3. $A = 7,2 \text{ мкДж}$ 4. $E = 2,5 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$, $\varphi = 7,2 \cdot 10^2 \text{ В}$.
5. $\varphi_1 - \varphi_2 = 1,1 \text{ кВ}$ 6. $r_{\min} = \frac{2keqr_0}{2keq + mv_0^2 r_0}$ 7. $\varphi = \varphi_0 N^{\frac{2}{3}}$.

- Упр. 16. 2. $U = 6,7 \text{ В}$ 3. $q_2 = 24 \text{ мКл}$.

- Упр. 17. 1. От 3,3 пФ до 7,1 пФ. 2. $q_1 = q_2 = q_3 = 0,28 \text{ мКл}$ 3. $q_1 = q_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2}$; $q_2 = q_0 \frac{C_2}{C_1 + C_2}$;
 $U = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_0}{C_1 + C_2}$ 4. $C = 9,0 \text{ мкФ}$; $C_1 = 0,25 \text{ мкФ}$ 5. $C_1 = 1,8 \text{ мкФ}$, параллельно. 6. $C_{\max} = 17 \text{ нФ}$;
 $C_{\min} = 1,3 \text{ нФ}$ 7. Емкость увеличится в $\frac{4}{3}$ раза. 8. Увеличится в $n = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon}$.

- Упр. 18. 1. $C_2 = \frac{C_1}{\varepsilon}$; $q_2 = \frac{q_1}{\varepsilon}$; $U_2 = U_1$; $E_2 = E_1$. 2. $q_{\max} = 23 \text{ нКл}$ 3. Да, $F \geq \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$; U воз-
растет; работа идет на увеличение электрической энергии. 4. $W = \frac{q^2}{4C}$ 5. $W_2 = \frac{W_1}{n}$; $W_2 = nW_1$.
6. $W = 1 \text{ мДж}$; энергия увеличится на $\Delta W = 3 \text{ мДж}$ 7. $H = \frac{mgdh}{mgd - qU}$.

- Упр. 19. 1. $\langle I \rangle = 27 \text{ мА}$ 2. $j = 3,4 \frac{\text{МА}}{\text{м}^2}$ 3. $n = 4,0 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ 4. $m = 0,18 \text{ г}$.

- Упр. 20. 1. $m = 3,2 \text{ кг}$ 3. $R_0 = 25 \text{ Ом}$ 4. $I = 0,15 \text{ А}$.

- Упр. 21. 1. $R_{\max} = 2,60 \text{ кОм}$; $R_{\min} = 2,67 \cdot 10^2 \text{ Ом}$ 3. $R = \frac{292}{339} \text{ Ом} = 0,86 \text{ Ом}$ 4. $R_d = 30 \text{ кОм}$.
5. $R_{\text{ш}} = 0,13 \text{ Ом}$ 6. $R_{\text{ш}} = 4,8 \text{ мОм}$ 7. $R_d = 53 \text{ Ом}$.

- Упр. 22. 1. $I = 0,50 \text{ А}$ 2. $d = 0,17 \text{ мм}$ 3. $I = 21 \text{ А}$ 4. 60 р. 5. $\varphi_1 - \varphi_2 = 5,8 \text{ В}$ 6. $I_k = 20 \text{ мА}$.
7. $\Delta t_2 = 9\Delta t_1$ 8. $\eta = 67 \%$; $P_{\text{полезн}} = 28 \text{ Вт}$, $P_{\max} = 32 \text{ Вт}$.

- Упр. 23. 1. $q = -0,59 \cdot 10^6 \text{ Кл}$ 2. $g^* = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.

- Упр. 24. 1. В точке на расстоянии $r = 40 \text{ мкм}$ от проводника, в которой вектор индукции
направлен противоположно вектору индукции однородного поля. 2. $B = 2,2 \text{ мТл}$ 3. $B = 4,7 \text{ мТл}$.
4. Поле индукцией $B = 28 \text{ мТл}$ под углом $\alpha = 63^\circ$ к плоскости витка, сила тока в котором больше.

- Упр. 25. 1. $F = 22 \text{ Н}$ 2. $F = 1,6 \text{ Н}$ 3. Не отклонится. 4. $l = 0,71 \text{ м}$ 5. $I = 6,9 \text{ А}$.

- Упр. 26. 1. Сила $F = 1,0 \cdot 10^{-13} \text{ Н}$ направлена на север. 2. $R = 0,30 \text{ мм}$ 3. $v = 4,4 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
4. $B = 1,0 \text{ Тл}$ 5. $R = 52 \text{ мкм}$; $h = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

- Упр. 27. 1. $\Phi = 25 \text{ мВб}$ 2. $\Delta\Phi = 0,5 \text{ мВб}$ 3. $\Phi = 1,3 \text{ Вб}$.

- Упр. 28. 1. $\mathcal{E}_i = 1,5 \text{ В}$ 2. $\mathcal{E}_i = -6 \text{ В}$ 3. $\mathcal{E}_i = 3 \text{ В}$ 4. $\mathcal{E}_i = 13 \text{ В}$ 5. $B_0 = 0,15 \text{ мТл}$ 6. $I = 0,76 \text{ А}$.

- Упр. 29. 1. $B = 1,11 \text{ Тл}$ 2. $\mathcal{E}_i = 0,24 \text{ В}$ 3. $\Delta t = 0,67 \text{ с}$ 4. $\mathcal{E}_i = 0,20 \text{ В}$; $I = 7,8 \text{ мА}$ 6. $v_{\min} = 14 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

- Упр. 30. 1. $L = 2 \text{ Гн}$ 2. $\mathcal{E}_{si} = 2 \text{ В}$ 3. $I = 2,0 \text{ кА}$ 4. $L = 0,10 \text{ Гн}$.

- Упр. 31. 1. $I = 1,4 \text{ А}$ 2. $W = 0,13 \text{ Дж}$ 3. $I = 2,8 \text{ А}$ 4. $\mathcal{E}_{si} = 20 \text{ В}$ 5. $W_2 = 125 \text{ Дж}$.

- Упр. 32. 1. $F = 2,5 \text{ Н}$ 2. $d = 15 \text{ см}$.

- Упр. 33. 1. $x(t) = 0,01 \sin(2\pi \nu t)$ (м); $x = 1$ см; $\varphi = 2,5\pi$. 2. $T = 0,33$ с; $\nu = 3,0$ Гц; $\omega = 19 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.
 3. $v_{\text{max}} = 0,10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a_{\text{max}} = 0,22 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 4. $x(t_1) = 8,0$ см. 5. $x(t) = 10 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (см).

- Упр. 34. 1. $T = 8,9$ с; $\nu = 0,11$ Гц. 2. Одновременно. 3. $m = 1,05$ кг. 4. Увеличить. 5. $T_1 = 1,6T$.
 6. $l_2 = 56$ см. 7. $n = \frac{\sqrt{k_1 k_2}}{k_1 + k_2}$.

- Упр. 35. 1. $W_n = 0,13$ Дж; $W_k = 50$ мДж; $x(t) = 0,05 \sin(10\sqrt{10}t)$ (м). 2. $\tau = \frac{T}{8}$.
 3. $W_{\text{мех}} = 2\pi^2 \nu^2 A^2 m$. 4. $A = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{W_{\text{max}}}{2m}}$; $v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2W_{\text{max}}}{m}}$; $x(t) = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{W_{\text{max}}}{2m}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$. 5. $T = 9,1$ мс.

- Упр. 36. 1. $l = 11$ см. 2. $l = 63$ см.

- Упр. 37. 1. $T = 1,2$ мс. 2. $\nu = 36$ кГц. 3. Период увеличится (уменьшится) в 4 раза. 4. $T = 10$ мкс.
 5. C изменяется от 1,2 пФ до 0,14 пФ. 6. $W_C = 0,12$ мДж; $W_L = 40$ мкДж. 7. $I_0 = 0,10$ А.

- Упр. 38. 1. $U_{\text{max}} = 311$ В. 2. $\nu = 25$ Гц; $U_d = 141$ В; $U_1 = 200$ В. 3. $\nu = 50$ Гц; $I_0 = 300$ А; $I_d = 212$ А.
 4. $\mathcal{E}_0 = 0,19$ В.

- Упр. 39. 1. $X_L = 31$ Ом. 2. $\nu = 7,00$ кГц. 3. $L = 1,6$ Гн. 4. $L = 20,0$ Гн. 5. $L = 0,99$ Гн.

- Упр. 40. 1. $\nu = 0,40$ Гц. 2. $X_{C1} = 1,6$ кОм; $X_{C2} = 0,40$ кОм. 3. $C = 58$ мкФ.

- Упр. 41. 1. а) $\Delta\varphi = 0$; б) $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$; в) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. 2. $Z_1 = 2,3$ кОм; $Z_2 = 2,1$ кОм. 3. $I_d = 0,23$ А.
 4. $\frac{W_L}{W_C} = 0,50$. 5. $P = 38$ Вт. 6. $R = 1,7$ кОм.

- Упр. 42. 1. Понижающий в $k = 2,8$ раза. 2. $k = 10$; $U = 1,2$ кВ. 3. $I_1 = 0,53$ А; $U_2 = 8,0$ В.
 4. Понижающий в $k = 2,3$ раза. 5. Потери уменьшатся на 47 кВт (на 59 %). 6. $N_{21} = 6$; $N_{22} = 60$.

- Упр. 43. 1. $\nu = 75 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 2. $T = 2,5$ с. 3. $L = 1,1 \cdot 10^2$ м. 4. $\nu = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 5. $l = 3,3$ см. 6. $\Delta\varphi = \frac{4\pi}{3}$.
 Упр. 44. 1. $\Delta t_1 = 25$ с; $\Delta t_2 = 1,5$ с. 2. $\lambda_1 = 6,0$ мм; $\lambda_2 = 1,4$ мм. 3. $H = 1,5 \cdot 10^2$ м. 4. 0,44 км.

5. Уменьшится в $k = 3$ раза. 6. $\tau = 153$ с.

- Упр. 45. 1. $l = 4,5 \cdot 10^2$ м. 2. $r = 75$ км. 3. $\Delta t = 50$ нс.

- Упр. 46. 1. $\Delta t = 500$ с, не влияет. 2. $l = 1,7$ км. 3. $k = 1,135$. 4. 2,00 мс. 5. В стекло.
 6. $2,2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$.

- Упр. 47. 1. Ослабление. 2. Ослабление; усиление. 3. $N = 5$. 4. Ослабление. 6. $a = 0,09$ мм.
 7. $\lambda = 5,6 \cdot 10^{-7}$ м.

- Упр. 48. 1. $\theta = 6,1^\circ$. 3. а) $m = 2$; б) $m = 4$. 4. $\Delta\theta = 15,4^\circ$. 5. $\lambda_2 = 912$ нм. 6. $b = \frac{\lambda}{2}$. 7. $b = 3,11$ мкм.
 8. $\Delta\theta = 1,2^\circ$.

- Упр. 49. 1. Да, можно, $x = 4,4$ м. 2. $b = 1,00$ м. 3. $D_1 = 0,40$ м; $D_2 = 0,60$ м. 4. $H = 4,0$ м. 6. $n = 3$.

- Упр. 50. 1. $H = 5,3$ м. 2. $\frac{n_1}{n_2} = 1,1$. 3. $\beta = 11^\circ$. 4. Не будет. 5. $d = 2,8$ см. 6. $n = 1,5$.

- Упр. 52. 1. Собирающая; $F = 18,3$ см. 2. $d = 24$ см. 3. $d = \frac{3}{52}$ м = 5,8 см. 4. $F = 15$ см.

- Упр. 53. 1. $D = 6,8$ дптр. 2. $d = 62,5$ см. 3. $H = 2,7$ м. 4. $x = 1,6 \cdot 10^2$ м. 5. $F = 77$ см. 6. $\tau = 2,2$ мс.

- Упр. 54. 1. $F = 8,3$ см. 2. $D = -2,7$ дптр. 3. $\Gamma = 1,1$. 4. $D = -10$ дптр. 5. $D = 5,3$ дптр.

Содержание

От авторов	3
------------------	---

Механика

Повторительно-обобщающий курс

* Глава 1. Кинематика	5
-----------------------------	---

§ 1. Кинематика прямолинейного движения. Равномерное движение	—
§ 2. Прямолинейное равноускоренное движение	13
§ 3. Движение тела, брошенного горизонтально и под углом к горизонту	19
§ 4. Кинематика вращательного движения	22
§ 5. Принцип относительности	26

* Глава 2. Динамика	29
---------------------------	----

§ 6. Законы динамики	—
§ 7. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона	32
§ 8. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Ускорение свободного падения	36
§ 9. Силы трения	40
§ 10. Силы упругости. Упругие деформации. Закон Гука	43
§ 11. Элементы статики. Момент силы. Условия равновесия тел. Виды равновесия	46
§ 12. Условия равновесия с энергетической точки зрения	50

* Глава 3. Законы сохранения в механике	55
---	----

§ 13. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Реактивное движение	—
§ 14. Механическая работа. Мощность	60
§ 15. Кинетическая и потенциальная энергии. Закон сохранения энергии в механике	63
§ 16. Столкновения	67

Электричество и магнетизм

Глава 4. Электростатика	72
-------------------------------	----

§ 17. Электрический заряд. Электрическое поле	—
§ 18. Закон Кулона	77
§ 19. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции электрических полей	80
§ 20. Работа электростатического поля при перемещении заряда	86
§ 21. Потенциал. Разность потенциалов. Напряжение. Принцип суперпозиции потенциалов	89
§ 22. *Эквипотенциальные поверхности*. Связь между напряжением и напряженностью для однородного поля	92
§ 23. Проводники в электростатическом поле. Электростатическая защита	96

§ 24. Диэлектрики в электрическом поле. Диэлектрическая проницаемость вещества	101
§ 25. Емкость	105
§ 26. Конденсаторы	106
* § 27. Соединения конденсаторов	110
§ 28. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электрического поля	113
Глава 5. Законы постоянного тока	118
§ 29. Электрический ток. Условия существования электрического тока. Сила тока	—
* § 30. Закон Ома для однородного участка электрической цепи. Электрическое сопротивление	124
* § 31. Шунт и добавочное сопротивление. Расширение пределов измерения электроизмерительных приборов	129
§ 32. Электродвижущая сила. Источники тока	132
§ 33. Закон Ома для полной цепи	136
* § 34. Электрическое поле Земли и электрические явления в атмосфере	142
Глава 6. Магнитное поле	147
§ 35. Магнитное поле	—
§ 36. Вектор индукции магнитного поля. Графическое изображение магнитных полей	150
* § 37. Примеры магнитных полей	155
§ 38. Сила Ампера. Закон Ампера	157
§ 39. Закон взаимодействия прямолинейных параллельных проводников с током ..	160
§ 40. Сила Лоренца	161
* § 41. Ускорители заряженных частиц	165
Глава 7. Электромагнитная индукция	170
§ 42. Магнитный поток	—
§ 43. Открытие электромагнитной индукции. Закон электромагнитной индукции ..	172
* § 44. ЭДС индукции в движущемся проводнике	177
§ 45. Явление самоиндукции. Индуктивность	183
§ 46. Энергия магнитного поля	187
* § 47. Магнитное поле Земли. Радиационные пояса Земли	189
Колебания и волны	
* Глава 8. Колебательное движение	194
§ 48. Основные характеристики колебательного движения	—
§ 49. Пружинный и математический маятники	199
§ 50. Превращения энергии при колебательном движении	203
§ 51. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс	206

Глава 9. Электромагнитные колебания	210
§ 52. Электромагнитные колебания в контуре. Формула Томсона	—
*§ 53. Генератор электрического тока	216
*§ 54. Электродвигатель	219
§ 55. Переменный электрический ток	222
*§ 56. Катушка индуктивности в цепях переменного тока	224
*§ 57. Конденсатор в цепях переменного тока	227
*§ 58. Закон Ома для цепи переменного тока с последовательным соединением сопротивлений	229
*§ 59. Электрические измерительные приборы	232
*§ 60. Трансформатор	236
§ 61. Передача и использование электрической энергии	240
Глава 10. Волновое движение	244
*§ 62. Распространение колебаний в упругих средах. Продольные и поперечные волны	—
*§ 63. Звуковые волны. Скорость звука. Ультразвук	247
*§ 64. Электромагнитные волны. Скорость электромагнитных волн	253
*§ 65. Изобретение радио. Принципы радиосвязи	258
*§ 66. Радиовещание. Принципы телевидения	262
*§ 67. Мобильная сотовая связь	265
Оптика	
Глава 11. Волновая оптика	269
§ 68. Электромагнитная природа света. Дисперсия света	—
*§ 69. Принцип Гюйгенса. Законы отражения и преломления	274
§ 70. Когерентность. Интерференция света	278
*§ 71. Применение интерференции	284
§ 72. Дифракция света. Дифракционная решетка	286
*§ 73. Гол로그фия	293
*§ 74. Поляризация света	296
*§ 75. Рассеяние и поглощение света	299
§ 76. Инфракрасное и ультрафиолетовое излучения. Их применение	302
*§ 77. Спектры испускания и поглощения. Спектральные приборы	304
Глава 12. Геометрическая оптика	310
§ 78. Прямолинейное распространение света. Отражение света. Плоское зеркало	—
§ 79. Преломление света	314
§ 80. Линза. Построение изображения в линзах	320
§ 81. Формула тонкой линзы	325
§ 82. Оптические приборы: лупа, мультимедийный проектор, фотоаппарат	327
§ 83. Глаз, очки	330
*§ 84. Оптические явления в атмосфере	334
Приложение	338
Ответы к упражнениям	354