

**ОГЭ
2020**

**Подготовка
к ОГЭ**

**ОГЭ
2020**

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

МАТЕМАТИКА

ФГОС

Библиотечка



Математика

Подготовка к ОГЭ в 2020 году

Диагностические работы

Библиотечка СтатГрад

Издание соответствует Федеральному государственному
образовательному стандарту (ФГОС)

МЗЗ Математика. Подготовка к ОГЭ в 2020 году. Диагностические работы / Автор-составитель К. А. Спирина. — М.: МЦНМО, 2020.

ISBN 978-5-4439-1459-6

Данное пособие предназначено для отработки практических умений и навыков учащихся при подготовке к экзамену по математике в 9 классе в форме ОГЭ. Оно содержит варианты диагностических работ по математике, содержание которых соответствует контрольно-измерительным материалам, разработанным Федеральным институтом педагогических измерений для проведения государственной итоговой аттестации. В книгу входят также ответы к заданиям и критерии проверки и оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом.

Материалы книги рекомендованы учителям и методистам для выявления уровня и качества подготовки учащихся по предмету, определения степени их готовности к государственной итоговой аттестации.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Оригинал-макет издания подготовлен в ГАОУ ДПО ЦПМ.

В сборнике использованы задания открытого банка математических задач, в разработке которого участвовали:

И. В. Яценко, Е. А. Бунимович, И. Р. Высоцкий, Л. В. Кузнецова, Е. А. Кукса, Л. О. Рослова, А. В. Семенов, В. А. Смирнов, С. Б. Суворова, А. С. Трепалин, А. В. Хачатурян, С. А. Шестаков, Д. Э. Шноль

Учебно-методическое издание

МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ОГЭ В 2020 ГОДУ.

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Подписано в печать 05.12.2019 г. Формат 70 × 90 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Тираж 3000 экз. Заказ № 10383

Издательство Московского центра

непрерывного математического образования.

119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-08-04.

Отпечатано в ООО «Типография „Миттель Пресс“».

г. Москва, ул. Руставели, д. 14, стр. 6.

Тел./факс: +7(495) 619-08-30, 647-01-89. E-mail: mittelpress@mail.ru.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»:
Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745-80-31. E-mail: biblio@mcme.ru

Предисловие

СтатГрад — это всероссийский интернет-проект, созданный для того, чтобы обеспечить каждое образовательное учреждение качественными дидактическими и методическими материалами. Основные направления деятельности СтатГрада — система диагностики образовательных достижений учащихся, методическая поддержка систем внутришкольного контроля, учебно-методические материалы для подготовки учащихся к ЕГЭ и ОГЭ. СтатГрад предоставляет методические материалы по всем ведущим дисциплинам школьной программы — по математике, физике, биологии, русскому языку, литературе, истории, обществознанию, химии, информатике, географии, иностранным языкам. Использование на уроках и при самостоятельной работе тренировочных и диагностических работ в формате ЕГЭ и ОГЭ, диагностических работ для 5–11 классов позволит учителям выявить пробелы в знаниях учащихся, а учащимся — подготовиться к государственным экзаменам, заранее попробовать свои силы. Авторы и эксперты СтатГрада — специалисты высокого класса, кандидаты и доктора наук, авторы учебной литературы для средней и высшей школы. В настоящее время СтатГрад сотрудничает более чем с 13 000 образовательных организаций России.

Настоящий сборник содержит диагностические материалы, разработанные специалистами СтатГрада для подготовки учащихся выпускных классов основной школы к ОГЭ по математике. Материалы соответствуют нормативным документам ФИПИ 2020 года.

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

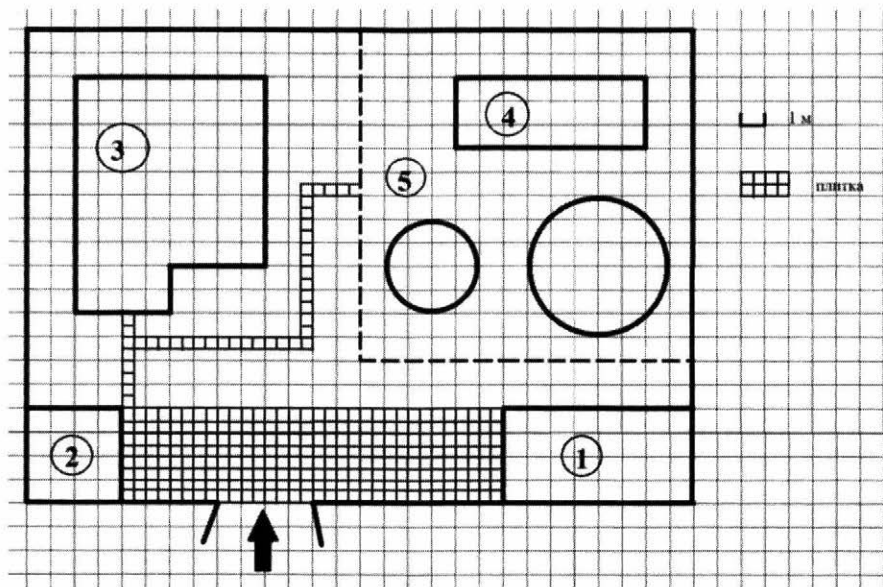
Желаем успеха!

Вариант 1

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Кондратьево, 2-й Прудовой пер., д. 7 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа гараж. Площадь, занятая сараем, равна 16 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеются теплица и две круглые клумбы, расположенные на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Все дорожки внутри участка имеют ширину 0,5 м и вымощены тротуарной плиткой размером 0,5 м × 0,5 м. Между сараем и гаражом имеется площадка, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	теплица	гараж	сарай
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь, которую занимают две клумбы вместе. Ответ округлите до сотых (число π возьмите равным 3,14). Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 12 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки до 15 тонн (руб.)	Специальные условия
А	12,48	8000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 50 000 руб.
Б	14,68	5000	Доставка со скидкой 50 %, если сумма заказа превышает 55 000 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $-0,7 \cdot (-10)^2 + 90$.

Ответ: _____.

7 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $0,0137$; $0,103$; $0,03$; $0,021$.



Какой точке соответствует число $0,03$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ: ☐

8 Найдите значение выражения $(\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3)$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $(-5x + 3)(-x + 6) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

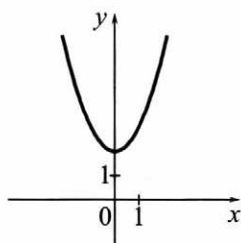
10 У бабушки 20 чашек: 12 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

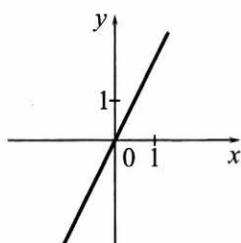
- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

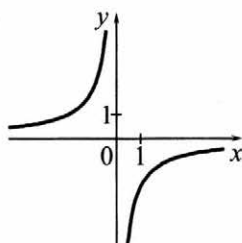
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = x^2 + 2$

2) $y = -\frac{2}{x}$

3) $y = 2x$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Последовательность (c_n) задана условиями

$$c_1 = 6, c_{n+1} = c_n + 2.$$

Найдите c_7 .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{18x} \cdot \frac{9x}{x + y}$ при $x = -9,6$, $y = -0,4$.

Ответ: _____.

- 14** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 11$, $\sin \alpha = \frac{1}{8}$, а $S = 8,25$.

Ответ: _____.

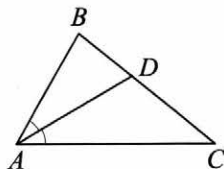
- 15 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -10 + 2x > 0, \\ 7 - 6x > -5. \end{cases}$$

- 1) нет решений
- 2) $(5; +\infty)$
- 3) $(2; 5)$
- 4) $(-\infty; 2)$

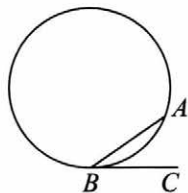
Ответ:

- 16 В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 64^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.



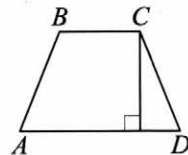
Ответ: _____.

- 17 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 72° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



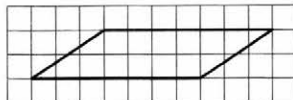
Ответ: _____.

- 18 Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 10 и 11. Найдите длину основания BC .



Ответ: _____.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 2) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 3) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите неравенство $(x-9)^2 < \sqrt{2}(x-9)$.

22 Баржа прошла по течению реки 72 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 9 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

23 Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

24 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 34$, а сторона BC в 2 раза меньше стороны AB .

25 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

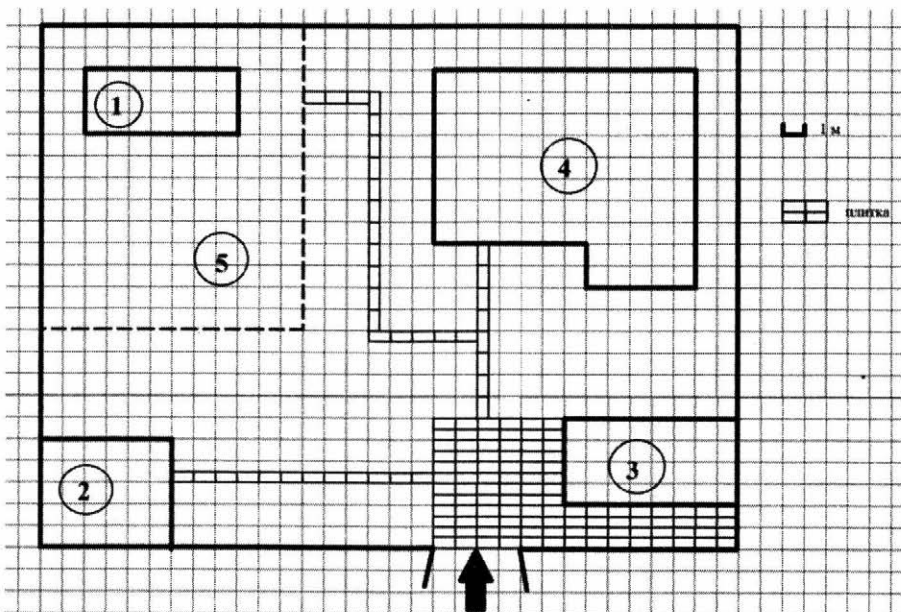
26 Углы при одном из оснований трапеции равны 53° и 37° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 6 и 2. Найдите основания трапеции.

Вариант 2

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Сосновое, 2-й Зелёный пер., д. 9 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа — гараж. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется теплица, расположенная на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Все дорожки внутри участка имеют ширину 0,5 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 0,5 м. Перед гаражом имеется площадка, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	теплица	сарай	жилой дом	гараж
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите расстояние от сарая до жилого дома (под расстоянием между двумя объектами следует понимать расстояние между их ближайшими точками). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 12 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки до 15 тонн (руб.)	Специальные условия
А	11,56	7000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 50 000 руб.
Б	13,48	6000	Доставка со скидкой 50 %, если сумма заказа превышает 55 000 руб.

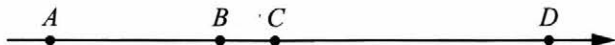
Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $45 + 0,6 \cdot (-10)^2$.

Ответ: _____.

7 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $-0,032$; $0,023$; $0,302$; $-0,203$.



Какой точке соответствует число $-0,203$?

1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ:

8 Найдите значение выражения $(\sqrt{31} - 3)(\sqrt{31} + 3)$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $(-5x - 3)(2x - 1) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

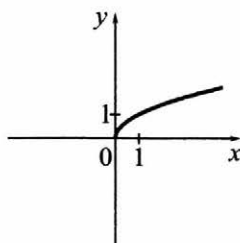
10 У бабушки 25 чашек: 2 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

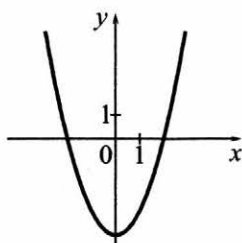
- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

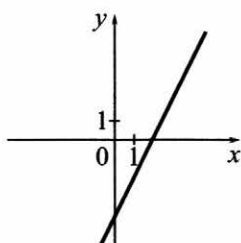
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = \sqrt{x}$

2) $y = 2x - 4$

3) $y = x^2 - 4$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Последовательность (a_n) задана условиями

$$a_1 = 3, a_{n+1} = a_n - 4.$$

Найдите a_5 .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{18x} \cdot \frac{6x}{x + y}$ при $x = 6,9$, $y = -9,3$.

Ответ: _____.

- 14** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 18$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, а $S = 27$.

Ответ: _____.

- 15 Укажите решение системы неравенств

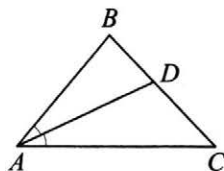
$$\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$$

- 1) $(7; 8)$
- 2) $(-\infty; 7)$
- 3) $(-\infty; 8)$
- 4) $(7; +\infty)$

Ответ:

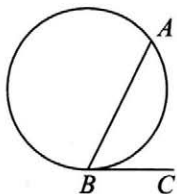
- 16 В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 48^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



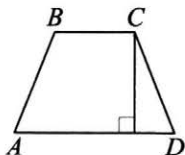
- 17 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 92° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



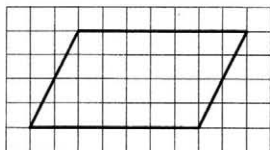
- 18 Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 11 и 14. Найдите длину основания BC .

Ответ: _____.



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
- 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- 3) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите неравенство $(x-4)^2 < \sqrt{6}(x-4)$.

22 Баржа прошла по течению реки 84 км и, повернув обратно, прошла ещё 66 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

23 Постройте график функции $y = \frac{4,5|x|-1}{|x|-4,5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

24 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 30$, а сторона BC в 1,2 раза меньше стороны AB .

25 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

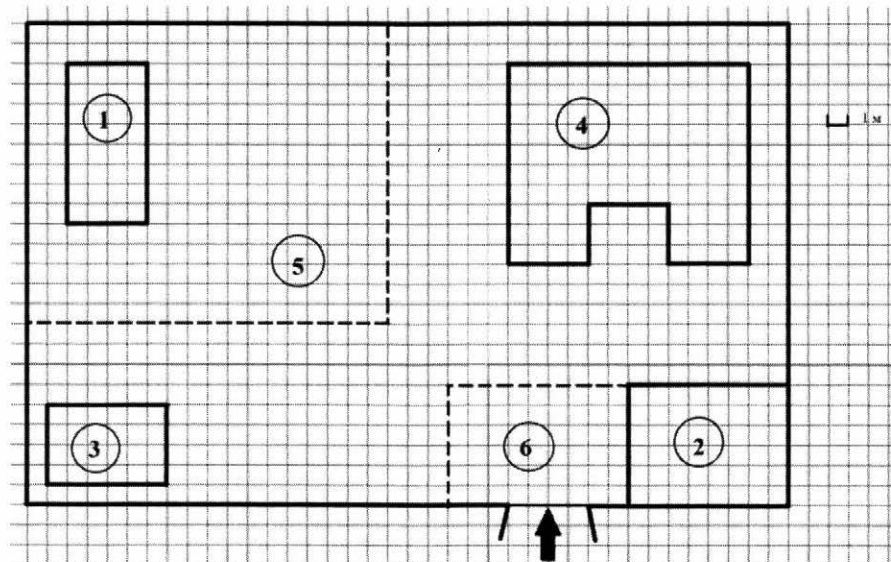
26 Углы при одном из оснований трапеции равны 50° и 40° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 13. Найдите основания трапеции.

Вариант 3

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Иволгино, 5-й Заречный пер., д. 3 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа — гараж. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется теплица, расположенная на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Перед гаражом имеется площадка, вымощенная тротуарной плиткой размером 0,2 м × 0,1 м и отмеченная на плане цифрой 6.

- 1** Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	гараж	теплица	жилой дом	сарай
Цифры				

- 2** Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 40 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4** Найдите расстояние между противоположными углами гаража (длину диагонали) в метрах.

Ответ: _____.

- 5** Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 15 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки до 16 тонн (руб.)	Специальные условия
А	11,86	7000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 65 000 руб.
Б	13,18	6000	Доставка со скидкой 50 %, если сумма заказа превышает 60 000 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $-0,2 \cdot (-10)^2 + 55$.

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $0,29$; $-0,02$; $0,109$; $0,013$.



Какой точке соответствует число $0,109$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ: ☐

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{37} - 5)(\sqrt{37} + 5)$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение $(-x - 4)(3x + 3) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

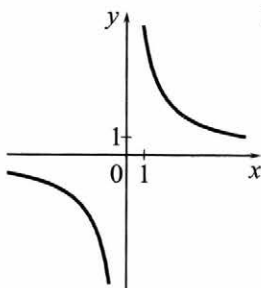
- 10 У бабушки 25 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

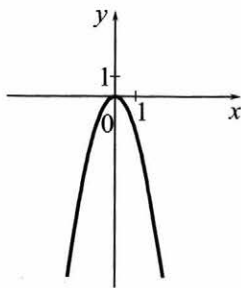
- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

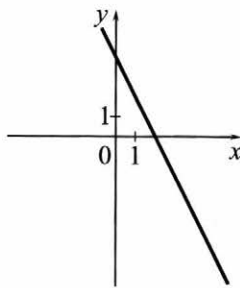
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{6}{x}$

2) $y = -2x + 4$

3) $y = -2x^2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Последовательность (a_n) задана условиями

$$a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + 3.$$

Найдите a_8 .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x + y}$ при $x = 9,5$, $y = -6$.

Ответ: _____.

- 14 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 6$, $\sin \alpha = \frac{3}{7}$, а $S = 18$.

Ответ: _____.

- 15 Укажите решение системы неравенств

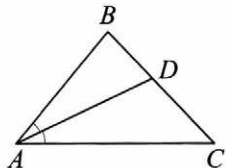
$$\begin{cases} -12 + 3x < 0, \\ 9 - 4x > -23. \end{cases}$$

- 1) $(-\infty; 8)$
- 2) $(-\infty; 4)$
- 3) $(4; 8)$
- 4) $(4; +\infty)$

Ответ:

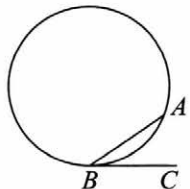
☐

- 16 В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 46^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

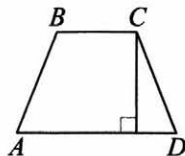
- 17 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 56° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

18

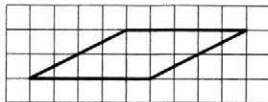
Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 17 и 19. Найдите длину основания BC .



Ответ: _____.

19

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

20

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 2) Диагонали ромба перпендикулярны.
- 3) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

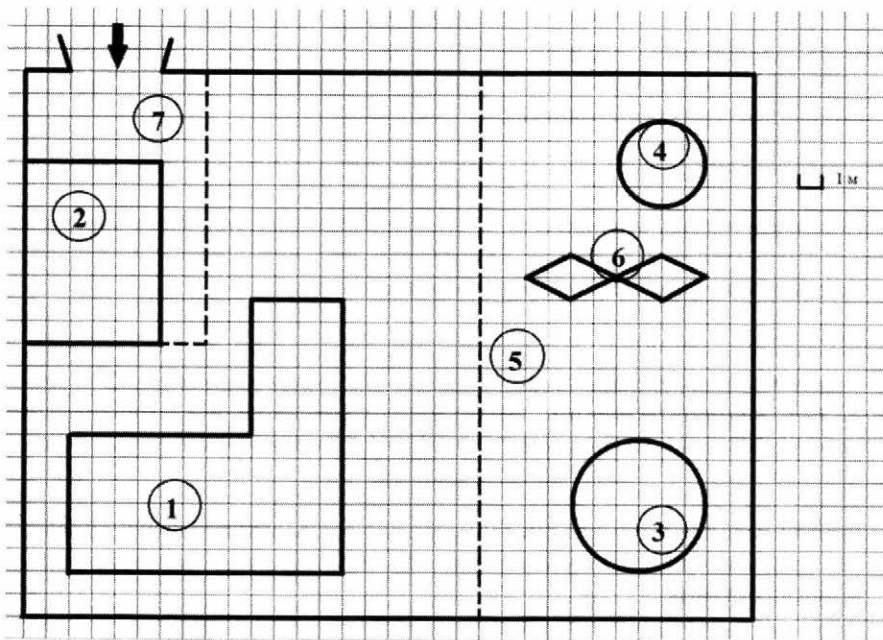
- 21 Решите неравенство $(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$.
- 22 Баржа прошла по течению реки 80 км и, повернув обратно, прошла ещё 60 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.
- 23 Постройте график функции $y = \frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.
- 24 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC .
- 25 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.
- 26 Углы при одном из оснований трапеции равны 80° и 10° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 20 и 17. Найдите основания трапеции.

Вариант 4

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Сергеево, 8-й Кленовый пер., д. 1 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок напротив ворот находится гараж, а за гаражом — жилой дом. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м. Слева от ворот находится большой газон, отмеченный на плане цифрой 5. На газоне имеются круглый бассейн, беседка и две ромбовидные клумбы. Беседка отмечена на плане цифрой 4. При въезде на участок имеется площадка, вымощенная тротуарной плиткой размером 0,2 м × 0,1 м и обозначенная на плане цифрой 7.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	гараж	бассейн	клумбы
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 45 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь, которую занимает одна клумба. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 Во сколько раз площадь бассейна больше площади беседки?

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка хочет обновить газон к новому дачному сезону. Для этого он планирует купить семена газонной травы. Цена одной упаковки семян, её масса и рекомендуемый расход указаны в таблице.

Поставщик	Цена 1 упаковки семян (руб.)	Масса 1 упаковки семян (кг)	Рекомендуемый расход 1 упаковки семян (кв. м.)
А	500	1,8	63
Б	330	1	40
В	340	1	45
Г	290	1	35

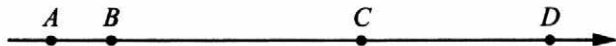
Территорию, занятую бассейном и беседкой, засеивать не предполагается. Клумбы планируется убрать и на их месте тоже засеять газонную траву. Число π возьмите равным 3. Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $30 - 0,8 \cdot (-10)^2$.

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $0,508$; $0,85$; $-0,05$; $0,058$.



Какой точке соответствует число $0,058$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{23} - 2)(\sqrt{23} + 2)$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение $(x - 6)(4x - 6) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

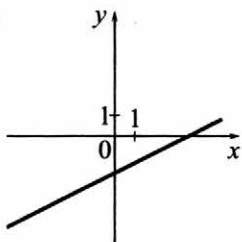
- 10 У бабушки 20 чашек: 9 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

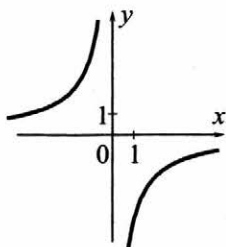
- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

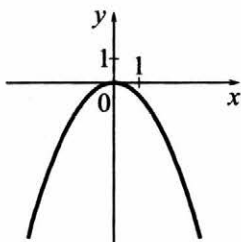
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = -\frac{6}{x}$

2) $y = -\frac{1}{2}x^2$

3) $y = \frac{1}{2}x - 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Последовательность (c_n) задана условиями

$$c_1 = -4, c_{n+1} = c_n - 2.$$

Найдите c_8 .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{8x} \cdot \frac{4x}{x + y}$ при $x = 6,5$, $y = -5,2$.

Ответ: _____.

- 14 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 10$, $\sin \alpha = \frac{1}{11}$, а $S = 5$.

Ответ: _____.

- 15 Укажите решение системы неравенств

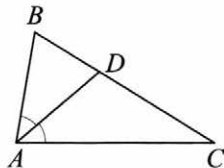
$$\begin{cases} -5 + 5x < 0, \\ 4 - 3x < 31. \end{cases}$$

- 1) $(-9; 1)$
- 2) нет решений
- 3) $(-9; +\infty)$
- 4) $(-\infty; 1)$

Ответ:

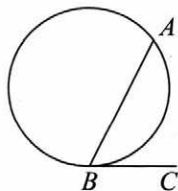
☐

- 16 В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 82^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.



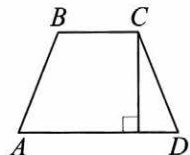
Ответ: _____.

- 17 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 152° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



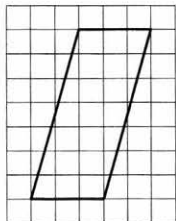
Ответ: _____.

- 18 Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 8 и 17. Найдите длину основания BC .



Ответ: _____.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 21** Решите неравенство $(x-3)^2 < \sqrt{5}(x-3)$.
- 22** Баржа прошла по течению реки 64 км и, повернув обратно, прошла ещё 48 км, затратив на весь путь 8 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.
- 23** Постройте график функции $y = \frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.
- 24** Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 7$, а сторона AC в 1,4 раза больше стороны BC .
- 25** Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.
- 26** Углы при одном из оснований трапеции равны 18° и 72° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 4. Найдите основания трапеции.

Вариант 5

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года в соответствии со следующей таблицей.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М
5	0,9	6	3	1	М	М
6	0,85	7	4	2	М	М
7	0,8	8	4	2	М	М
8	0,75	9	5	2	М	М
9	0,7	10	5	2	1	М
10	0,65	11	6	3	1	М
11	0,6	12	6	3	1	М
12	0,55	13	6	3	1	М
13	0,5	13	7	3	1	М

- 1 Павел страховал свою гражданскую ответственность три года. В течение первого года были сделаны две страховые выплаты, после этого выплат не было.

Какой класс будет присвоен Павлу на начало четвёртого года страхования?

Ответ: _____.

- 2 Чему равен КБМ на начало четвёртого года страхования?

Ответ: _____.

- 3 Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу).

<div>Стаж, лет</div> <div>Возраст, лет</div>	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Когда Павел получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 24 года.

Чему равен КВС на начало 4-го года страхования?

Ответ: _____.

- 4 В начале третьего года страхования Павел заплатил за полис 18 745 руб. Во сколько рублей обойдётся Павлу полис на четвёртый год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

Ответ: _____.

- 5 Павел въехал на участок дороги протяжённостью 2,7 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге – 60 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Павел въехал на участок в 11:03:16, а покинул его в 11:05:31. Нарушил ли Павел скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $5,7 - 7,6$.

Ответ: _____.

- 7 Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[3; 4]$?

- 1) $\frac{45}{19}$ 2) $\frac{52}{19}$ 3) $\frac{68}{19}$ 4) $\frac{77}{19}$

Ответ: ☐

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения $8 + 7x = 9x + 4$.

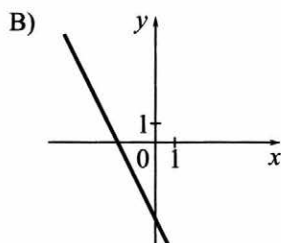
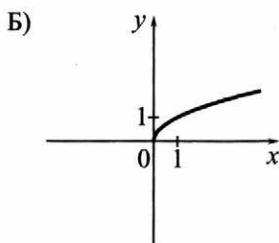
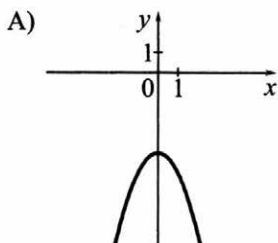
Ответ: _____.

- 10 В магазине канцтоваров продаётся 264 ручки: 38 красных, 30 зелёных, 8 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

Ответ: _____.

- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = -x^2 - 4$

2) $y = -2x - 4$

3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

..., -6; x ; -24; -48; ...

Найдите x .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $(x-4) \cdot \frac{x^2-8x+16}{x+4}$ при $x = 36$.

Ответ: _____.

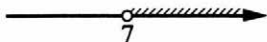
- 14** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 180 Вт, а сила тока равна 6 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 15 Укажите решение неравенства

$$(x+2)(x-7) > 0.$$

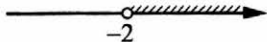
1)



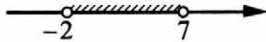
3)



2)



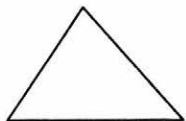
4)



Ответ:

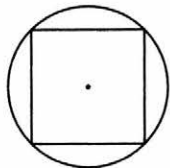
- 16 В треугольнике два угла равны 54° и 58° .
Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



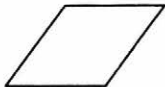
- 17 Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $16\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

Ответ: _____.

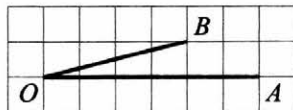


- 18 Периметр ромба равен 24, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.

Ответ: _____.



- 19 Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) В любой прямоугольник можно вписать окружность.
- 3) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $x(x^2 + 6x + 9) = 4(x + 3)$.

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23 Постройте график функции $y = x|x| - |x| - 6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

24 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 73° и 77° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 9.

25 В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

26 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 15 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Вариант 6

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (**КБМ**) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года в соответствии со следующей таблицей.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М
5	0,9	6	3	1	М	М
6	0,85	7	4	2	М	М
7	0,8	8	4	2	М	М
8	0,75	9	5	2	М	М
9	0,7	10	5	2	1	М
10	0,65	11	6	3	1	М
11	0,6	12	6	3	1	М
12	0,55	13	6	3	1	М
13	0,5	13	7	3	1	М

- 1** Максим страховал свою гражданскую ответственность два года. В течение второго года была сделана одна страховая выплата, но ранее выплат не было. Какой класс будет присвоен Максиму на начало третьего года страхования?

Ответ: _____.

- 2** Чему равен КБМ на начало третьего года страхования?

Ответ: _____.

- 3** Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу).

<div> <div>Стаж, лет</div> <div>Возраст, лет</div> </div>	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Когда Максим получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 25 лет.

Чему равен КВС на начало 3-го года страхования?

Ответ: _____.

- 4** В начале второго года страхования Максим заплатил за полис 16 055 руб. Во сколько рублей обойдётся Максиму полис на третий год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

Ответ: _____.

- 5 Максим въехал на участок дороги протяжённостью 3,4 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге – 80 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Максим въехал на участок в 10:05:23, а покинул его в 10:07:39. Нарушил ли Максим скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $4,4 - 1,7$.

Ответ: _____.

- 7 Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[3; 4]$?

- 1) $\frac{47}{14}$ 2) $\frac{57}{14}$ 3) $\frac{61}{14}$ 4) $\frac{65}{14}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{19} - \sqrt{5})(\sqrt{19} + \sqrt{5})$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения $-1 - 3x = 2x + 1$.

Ответ: _____.

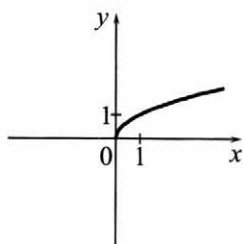
- 10 В магазине канцтоваров продаётся 165 ручек: 37 красных, 16 зелёных, 46 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет синей или чёрной.

Ответ: _____.

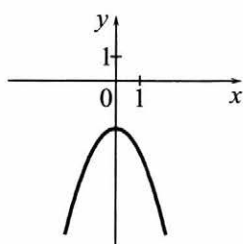
- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

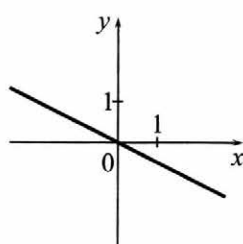
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = -\frac{1}{2}x$

2) $y = -x^2 - 2$

3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

..., 3; x ; 75; -375; ...

Найдите x .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $(x-7) \cdot \frac{x^2-14x+49}{x+7}$ при $x = -13$.

Ответ: _____.

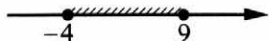
- 14** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 98 Вт, а сила тока равна 7 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

15 Укажите решение неравенства

$$(x + 4)(x - 9) \geq 0.$$

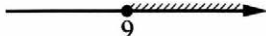
1)



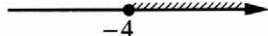
3)



2)



4)



Ответ:

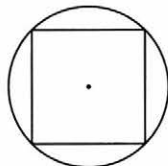
16 В треугольнике два угла равны 72° и 42° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



17 Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $28\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

Ответ: _____.



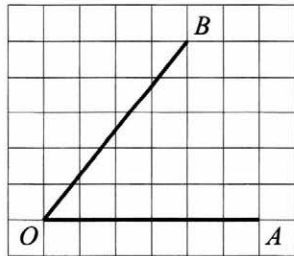
18 Периметр ромба равен 28, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.

Ответ: _____.



19 Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.

Ответ: _____.



20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Все хорды одной окружности равны между собой.
- 2) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 3) Все углы прямоугольника равны.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$.

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 42 км/ч, а вторую — со скоростью 48 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23 Постройте график функции $y = x|x| + |x| - 6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

24 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 72° и 78° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 17.

25 В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

26 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Вариант 7

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года в соответствии со следующей таблицей.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М
5	0,9	6	3	1	М	М
6	0,85	7	4	2	М	М
7	0,8	8	4	2	М	М
8	0,75	9	5	2	М	М
9	0,7	10	5	2	1	М
10	0,65	11	6	3	1	М
11	0,6	12	6	3	1	М
12	0,55	13	6	3	1	М
13	0,5	13	7	3	1	М

- 1 Игорь страховал свою гражданскую ответственность три года. В течение первого года была сделана одна страховая выплата, после этого выплат не было.
Какой класс будет присвоен Игорю на начало четвёртого года страхования?

Ответ: _____.

- 2 Чему равен КБМ на начало четвёртого года страхования?

Ответ: _____.

- 3 Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу).

<div> <div>Стаж, лет</div> <div>Возраст, лет</div> </div>	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Когда Игорь получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 22 года.

Чему равен КВС на начало 4-го года страхования?

Ответ: _____.

- 4 В начале третьего года страхования Игорь заплатил за полис 18 585 руб. Во сколько рублей обойдётся Игорю полис на четвёртый год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

Ответ: _____.

- 5 Игорь въехал на участок дороги протяжённостью 2,6 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге – 100 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Игорь въехал на участок в 11:10:33, а покинул его в 11:11:51. Нарушил ли Игорь скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $3,6 - 4,1$.

Ответ: _____.

- 7 Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[8; 9]$?

- 1) $\frac{46}{7}$ 2) $\frac{53}{7}$ 3) $\frac{55}{7}$ 4) $\frac{61}{7}$

Ответ: ☐

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{17} - \sqrt{3})(\sqrt{17} + \sqrt{3})$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения $-4 - 6x = 4x - 3$.

Ответ: _____.

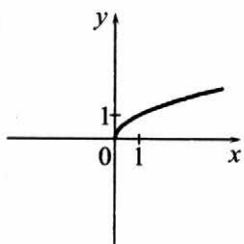
- 10 В магазине канцтоваров продаётся 200 ручек: 23 красные, 9 зелёных, 8 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет синей или чёрной.

Ответ: _____.

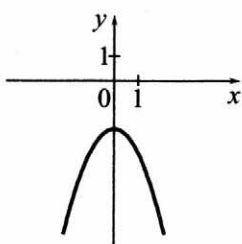
- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

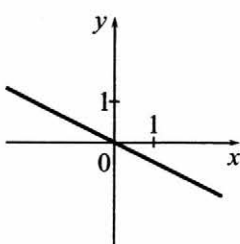
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = -\frac{1}{2}x$

2) $y = -x^2 - 2$

3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

..., 150; x ; 6; 1,2; ...

Найдите x .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $(x+1) \cdot \frac{x^2+2x+1}{x-1}$ при $x=4$.

Ответ: _____.

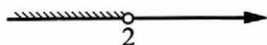
- 14** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 144 Вт, а сила тока равна 6 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

15 Укажите решение неравенства

$$(x + 5)(x - 2) < 0.$$

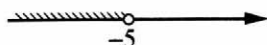
1)



3)



2)



4)



Ответ:

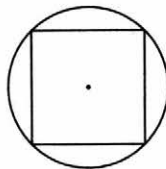
16 В треугольнике два угла равны 47° и 64° .
Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



17 Радиус окружности, описанной около квадрата,
равен $34\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого
квадрата.

Ответ: _____.



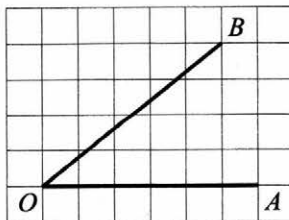
18 Периметр ромба равен 48, а один из углов равен
 30° . Найдите площадь этого ромба.

Ответ: _____.



19 Найдите тангенс угла AOB , изображённого
на рисунке.

Ответ: _____.



20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $(x-1)(x^2+8x+16)=6(x+4)$.

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 34 км/ч, а вторую — со скоростью 51 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23 Постройте график функции $y = x|x| + 2|x| - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

24 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 62° и 88° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 12.

25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

26 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 19 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Вариант 8

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года в соответствии со следующей таблицей.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М
5	0,9	6	3	1	М	М
6	0,85	7	4	2	М	М
7	0,8	8	4	2	М	М
8	0,75	9	5	2	М	М
9	0,7	10	5	2	1	М
10	0,65	11	6	3	1	М
11	0,6	12	6	3	1	М
12	0,55	13	6	3	1	М
13	0,5	13	7	3	1	М

- 1 Вячеслав страховал свою гражданскую ответственность два года. В течение первого года была сделана одна страховая выплата, после этого выплат не было.

Какой класс будет присвоен Вячеславу на начало третьего года страхования?

Ответ: _____.

- 2 Чему равен КБМ на начало третьего года страхования?

Ответ: _____.

- 3 Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу).

<div> <div>Стаж, лет</div> <div>Возраст, лет</div> </div>	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Когда Вячеслав получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 23 года.

Чему равен КВС на начало 3-го года страхования?

Ответ: _____.

- 4 В начале второго года страхования Вячеслав заплатил за полис 27 435 руб. Во сколько рублей обойдётся Вячеславу полис на третий год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

Ответ: _____.

- 5 Вячеслав въехал на участок дороги протяжённостью 3,3 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге – 80 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Вячеслав въехал на участок в 10:05:08, а покинул его в 10:07:20. Нарушил ли Вячеслав скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $4,7 - 8,2$.

Ответ: _____.

- 7 Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[4; 5]$?

1) $\frac{58}{17}$

2) $\frac{72}{17}$

3) $\frac{87}{17}$

4) $\frac{91}{17}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения $-5 + 9x = 10x + 4$.

Ответ: _____.

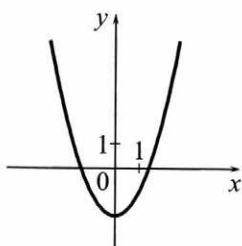
- 10 В магазине канцтоваров продаётся 145 ручек: 15 красных, 27 зелёных, 13 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет фиолетовой или синей.

Ответ: _____.

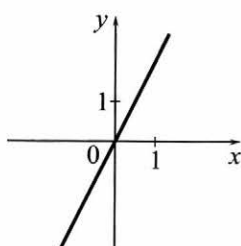
- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

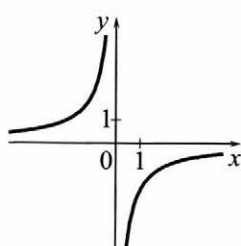
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = -\frac{2}{x}$

2) $y = 2x$

3) $y = x^2 - 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 12** Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

..., 189; x ; 21; 7; ...

Найдите x .

Ответ: _____.

- 13** Найдите значение выражения $(x+9) \cdot \frac{x^2+18x+81}{x-9}$ при $x=81$.

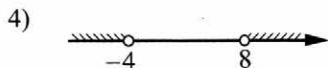
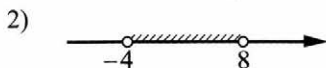
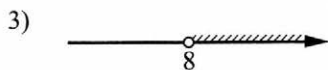
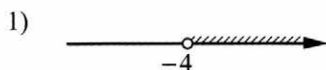
Ответ: _____.

- 14** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 15) Укажите решение неравенства

$$(x + 4)(x - 8) > 0.$$



Ответ:

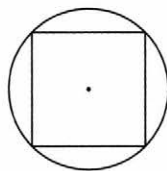
- 16) В треугольнике два угла равны 28° и 93° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 17) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $26\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

Ответ: _____.



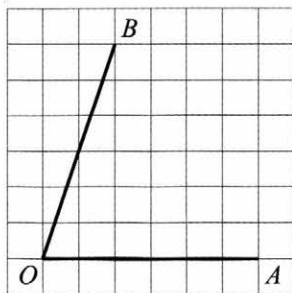
- 18) Периметр ромба равен 60, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.

Ответ: _____.



- 19) Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.

Ответ: _____.



20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 2) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
- 3) Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой она проведена.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $(x-1)(x^2+6x+9)=5(x+3)$.

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, а вторую — со скоростью 110 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23 Постройте график функции $y = x|x| - |x| - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

24 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 61° и 89° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 10.

25 В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники A_1BC_1 и ABC подобны.

26 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 7 и 5. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Справочные материалы

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии для $q \neq 1$:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиуса R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиуса R :

$$S = \pi R^2.$$

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	3412	1243	2143	1236
2	60	29	68	54
3	72	106	108	4
4	40,82	15	10	2,25
5	57 920	53 240	66 300	2000
6	20	105	35	–50
7	3	1	3	2
8	2	22	12	19
9	0,6	–0,6	–1	1,5
10	0,4	0,92	0,72	0,55
11	132	132	132	312
12	18	–13	26	–18
13	–0,2	–3,1	–1,2	–2,6
14	12	9	14	11
15	1	2	2	1
16	32	24	23	41
17	36	46	28	76
18	1	3	2	9
19	14	28	10	21
20	2	23; 32	23; 32	23; 32

Ответы к заданиям

№ задания	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
1	1	2	3	2
2	1,55	1,4	1	1,4
3	1,04	1,63	1,04	1,63
4	8060	22 820	7800	22 820
5	12	10	20	10
6	-1,9	2,7	-0,5	-3,5
7	3	1	4	2
8	2	14	14	3
9	2	-0,4	-0,1	-9
10	0,5	0,4	0,8	0,4
11	132	321	321	321
12	-12	-15	30	63
13	1,25	0,3	0,6	0,8
14	5	2	4	13
15	3	3	4	4
16	68	66	69	59
17	32	56	68	52
18	18	24,5	72	112,5
19	0,25	1,25	0,8	3
20	1	23; 32	13; 31	2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Вариант 1

- 21** Решите неравенство $(x-9)^2 < \sqrt{2}(x-9)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-9)(x-9-\sqrt{2}) < 0,$$

откуда $9 < x < 9 + \sqrt{2}$.

Ответ: $(9; 9 + \sqrt{2})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 22** Баржа прошла по течению реки 72 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 9 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть скорость баржи в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{72}{v+5} + \frac{54}{v-5} = 9;$$

$$72v - 360 + 54v + 270 = 9v^2 - 225;$$

$$v^2 - 14v - 15 = 0,$$

откуда $v = 15$.

Ответ: 15 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

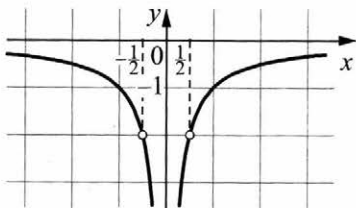
Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{2|x|-1}{|x|-2x^2} = \frac{2|x|-1}{|x| \cdot (1-2|x|)} = -\frac{1}{|x|}$ при условии,

что $x \neq \frac{1}{2}$ и $x \neq -\frac{1}{2}$.

Построим график.



Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $(-\frac{1}{2}; -2)$ или через точку $(\frac{1}{2}; -2)$. Получаем, что $k = -4$, $k = 0$ или $k = 4$.

Ответ: $k = -4$; $k = 0$; $k = 4$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

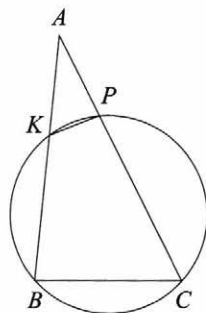
24

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 34$, а сторона BC в 2 раза меньше стороны AB .

Решение.

Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC + \angle KPC = 180^\circ$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180° . Получаем, что $\angle KBC = \angle APK$. В треугольниках ABC и APK угол A общий, $\angle ABC = \angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, $\frac{AP}{KP} = \frac{AB}{BC} = 2$, откуда получаем, что $KP = \frac{AP}{2} = 17$.

Ответ: 17.



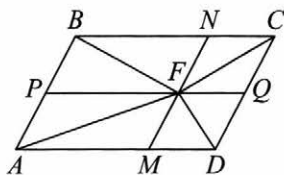
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

Доказательство.

Проведём через точку F прямые MN и PQ , параллельные сторонам параллелограмма (см. рисунок). Эти прямые разбивают исходный параллелограмм на четыре меньших, а отрезки FA , FB , FC , FD являются диагоналями этих параллелограммов и разбивают каждый из них на равные треугольники.



Пусть площади треугольников BFN , CFN , AFM и DFM равны S_1 , S_2 , S_3 , S_4 соответственно. Тогда площадь параллелограмма $ABCD$ равна

$$2(S_1 + S_2 + S_3 + S_4),$$

а сумма площадей треугольников BFC и AFD равна $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, что вдвое меньше площади параллелограмма $ABCD$.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

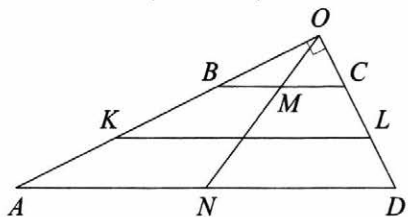
26

Углы при одном из оснований трапеции равны 53° и 37° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 6 и 2. Найдите основания трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $53^\circ + 37^\circ = 90^\circ$, так что это большее основание AD .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что $\angle AOD = 180^\circ - (53^\circ + 37^\circ) = 90^\circ$.



Пусть N — середина основания AD . Тогда $ON = \frac{AD}{2}$ — медиана прямоугольного треугольника AOD . Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD , параллельный стороне AD , она пересекает основание BC также в его середине M .

Значит, $OM = \frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN = \frac{AD - BC}{2}$. Средняя линия KL трапеции при этом равна $\frac{AD + BC}{2}$.

Получаем

$$\begin{aligned} AD &= MN + KL = 6 + 2 = 8, \\ BC &= KL - MN = 6 - 2 = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 8; 4.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 2

- 21** Решите неравенство $(x-4)^2 < \sqrt{6}(x-4)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-4)(x-4-\sqrt{6}) < 0,$$

откуда $4 < x < 4 + \sqrt{6}$.

Ответ: $(4; 4 + \sqrt{6})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 22** Баржа прошла по течению реки 84 км и, повернув обратно, прошла ещё 66 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть скорость баржи в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{84}{v+5} + \frac{66}{v-5} = 10;$$

$$84v - 420 + 66v + 330 = 10v^2 - 250;$$

$$v^2 - 15v - 16 = 0,$$

откуда $v = 16$.

Ответ: 16 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

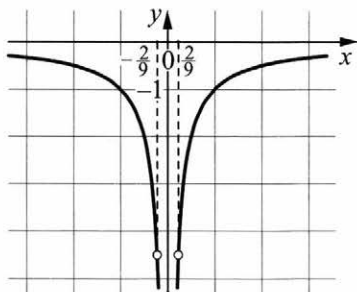
Постройте график функции $y = \frac{4,5|x|-1}{|x|-4,5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{4,5|x|-1}{|x|-4,5x^2} = \frac{4,5|x|-1}{|x| \cdot (1-4,5|x|)} = -\frac{1}{|x|}$ при условии,

что $x \neq \frac{2}{9}$ и $x \neq -\frac{2}{9}$.

Построим график.



Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $(-\frac{2}{9}; -\frac{9}{2})$ или через точку $(\frac{2}{9}; -\frac{9}{2})$. Получаем, что $k = -20,25$, $k = 0$ или $k = 20,25$.

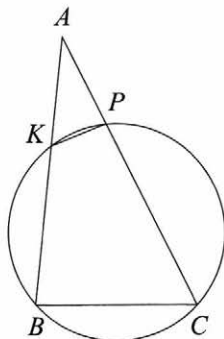
Ответ: $k = -20,25$; $k = 0$; $k = 20,25$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 30$, а сторона BC в 1,2 раза меньше стороны AB .

Решение.



Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC + \angle KPC = 180^\circ$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180° . Получаем, что $\angle KBC = \angle APK$.

В треугольниках ABC и APK угол A общий, $\angle ABC = \angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, $\frac{AP}{KP} = \frac{AB}{BC} = 1,2$, откуда получаем, что $KP = \frac{AP}{1,2} = 25$.

Ответ: 25.

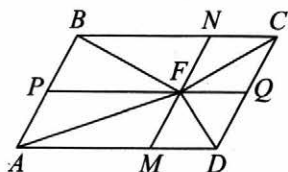
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

Доказательство.

Проведём через точку F прямые MN и PQ , параллельные сторонам параллелограмма (см. рисунок). Эти прямые разбивают исходный параллелограмм на четыре меньших, а отрезки FA , FB , FC , FD являются диагоналями этих параллелограммов и разбивают каждый из них на равные треугольники.



Пусть площади треугольников BFN , CFN , AFM и DFM равны S_1 , S_2 , S_3 , S_4 соответственно. Тогда площадь параллелограмма $ABCD$ равна

$$2(S_1 + S_2 + S_3 + S_4),$$

а сумма площадей треугольников BFC и AFD равна $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, что вдвое меньше площади параллелограмма $ABCD$.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

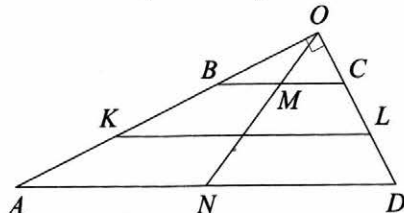
26

Углы при одном из оснований трапеции равны 50° и 40° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 13. Найдите основания трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, так что это большее основание AD .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что $\angle AOD = 180^\circ - (50^\circ + 40^\circ) = 90^\circ$.



Пусть N — середина основания AD . Тогда $ON = \frac{AD}{2}$ — медиана прямоугольного треугольника AOD . Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD , параллельный стороне AD , она пересекает основание BC также в его середине M .

Значит, $OM = \frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN = \frac{AD - BC}{2}$. Средняя линия KL трапеции при этом равна $\frac{AD + BC}{2}$.

Получаем

$$\begin{aligned} AD &= MN + KL = 15 + 13 = 28, \\ BC &= KL - MN = 15 - 13 = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 28; 2.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 3

21

Решите неравенство $(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-5)(x-5-\sqrt{7}) < 0,$$

откуда $5 < x < 5 + \sqrt{7}$.

Ответ: $(5; 5 + \sqrt{7})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Баржа прошла по течению реки 80 км и, повернув обратно, прошла ещё 60 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть скорость баржи в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{80}{v+5} + \frac{60}{v-5} = 10;$$

$$80v - 400 + 60v + 300 = 10v^2 - 250;$$

$$v^2 - 14v - 15 = 0,$$

откуда $v = 15$.

Ответ: 15 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

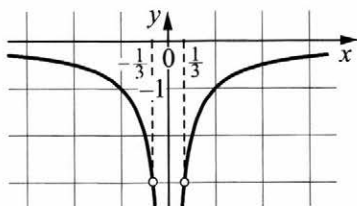
- 23 Постройте график функции $y = \frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{3|x|-1}{|x|-3x^2} = \frac{3|x|-1}{|x| \cdot (1-3|x|)} = -\frac{1}{|x|}$ при условии,

что $x \neq \frac{1}{3}$ и $x \neq -\frac{1}{3}$.

Построим график.



Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $(-\frac{1}{3}; -3)$ или через точку $(\frac{1}{3}; -3)$. Получаем, что $k = -9$, $k = 0$ или $k = 9$.

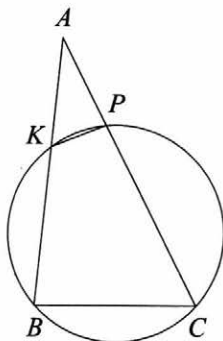
Ответ: $k = -9$; $k = 0$; $k = 9$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC .

Решение.



Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC + \angle KPC = 180^\circ$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180° . Получаем, что $\angle KBC = \angle APK$.

В треугольниках ABC и APK угол A общий, $\angle ABC = \angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, $\frac{AK}{KP} = \frac{AC}{BC} = 1,5$, откуда получаем, что $KP = \frac{AK}{1,5} = 4$.

Ответ: 4.

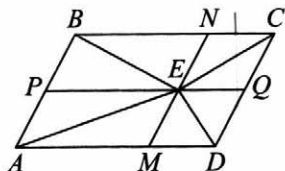
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Доказательство.

Проведём через точку E прямые MN и PQ , параллельные сторонам параллелограмма (см. рисунок). Эти прямые разбивают исходный параллелограмм на четыре меньших, а отрезки EA , EB , EC , ED являются диагоналями этих параллелограммов и разбивают каждый из них на равные треугольники.



Пусть площади треугольников BEN , CEN , AEM и DEM равны S_1 , S_2 , S_3 , S_4 соответственно. Тогда площадь параллелограмма $ABCD$ равна

$$2(S_1 + S_2 + S_3 + S_4),$$

а сумма площадей треугольников BEC и AED равна $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, что вдвое меньше площади параллелограмма $ABCD$.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

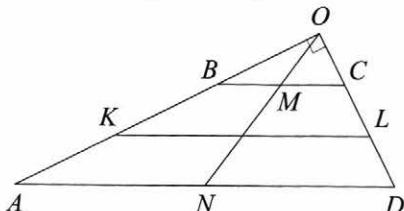
26

Углы при одном из оснований трапеции равны 80° и 10° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 20 и 17. Найдите основания трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $80^\circ + 10^\circ = 90^\circ$, так что это большее основание AD .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что $\angle AOD = 180^\circ - (80^\circ + 10^\circ) = 90^\circ$.



Пусть N — середина основания AD . Тогда $ON = \frac{AD}{2}$ — медиана прямоугольного треугольника AOD . Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD , параллельный стороне AD , она пересекает основание BC также в его середине M .

Значит, $OM = \frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN = \frac{AD - BC}{2}$. Средняя линия KL трапеции при этом равна $\frac{AD + BC}{2}$.

Получаем

$$\begin{aligned} AD &= MN + KL = 20 + 17 = 37, \\ BC &= KL - MN = 20 - 17 = 3. \end{aligned}$$

Ответ: 37; 3.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 4

- 21** Решите неравенство $(x-3)^2 < \sqrt{5}(x-3)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-3)(x-3-\sqrt{5}) < 0,$$

откуда $3 < x < 3 + \sqrt{5}$.

Ответ: $(3; 3 + \sqrt{5})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 22** Баржа прошла по течению реки 64 км и, повернув обратно, прошла ещё 48 км, затратив на весь путь 8 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть скорость баржи в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{64}{v+5} + \frac{48}{v-5} = 8;$$

$$64v - 320 + 48v + 240 = 8v^2 - 200;$$

$$v^2 - 14v - 15 = 0,$$

откуда $v = 15$.

Ответ: 15 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

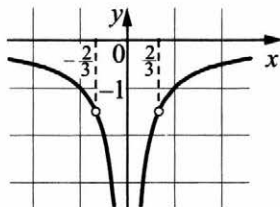
Постройте график функции $y = \frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2} = \frac{1,5|x|-1}{|x| \cdot (1-1,5|x|)} = -\frac{1}{|x|}$ при условии,

что $x \neq \frac{2}{3}$ и $x \neq -\frac{2}{3}$.

Построим график.



Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $(-\frac{2}{3}; -\frac{3}{2})$ или через точку $(\frac{2}{3}; -\frac{3}{2})$. Получаем, что $k = -2,25$, $k = 0$ или $k = 2,25$.

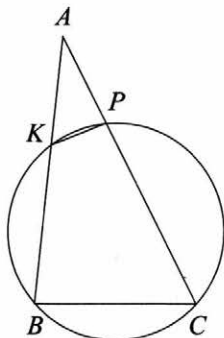
Ответ: $k = -2,25$; $k = 0$; $k = 2,25$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 7$, а сторона AC в 1,4 раза больше стороны BC .

Решение.



Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC + \angle KPC = 180^\circ$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180° . Получаем, что $\angle KBC = \angle APK$.

В треугольниках ABC и APK угол A общий, $\angle ABC = \angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, $\frac{AK}{KP} = \frac{AC}{BC} = 1,4$, откуда

получаем, что $KP = \frac{AK}{1,4} = 5$.

Ответ: 5.

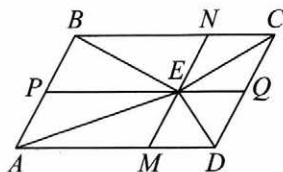
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Доказательство.

Проведём через точку E прямые MN и PQ , параллельные сторонам параллелограмма (см. рисунок). Эти прямые разбивают исходный параллелограмм на четыре меньших, а отрезки EA , EB , EC , ED являются диагоналями этих параллелограммов и разбивают каждый из них на равные треугольники.



Пусть площади треугольников BEN , CEN , AEM и DEM равны S_1 , S_2 , S_3 , S_4 соответственно. Тогда площадь параллелограмма $ABCD$ равна

$$2(S_1 + S_2 + S_3 + S_4),$$

а сумма площадей треугольников BEC и AED равна $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, что вдвое меньше площади параллелограмма $ABCD$.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

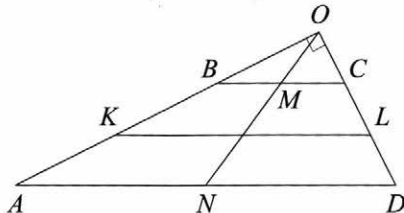
26

Углы при одном из оснований трапеции равны 18° и 72° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 4. Найдите основания трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $18^\circ + 72^\circ = 90^\circ$, так что это большее основание AD .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что $\angle AOD = 180^\circ - (18^\circ + 72^\circ) = 90^\circ$.



Пусть N — середина основания AD . Тогда $ON = \frac{AD}{2}$ — медиана прямоугольного треугольника AOD . Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD , параллельный стороне AD , она пересекает основание BC также в его середине M .

Значит, $OM = \frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN = \frac{AD - BC}{2}$. Средняя линия KL трапеции при этом равна $\frac{AD + BC}{2}$.

Получаем

$$AD = MN + KL = 15 + 4 = 19,$$

$$BC = KL - MN = 15 - 4 = 11.$$

Ответ: 19; 11.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 5

21

Решите уравнение $x(x^2 + 6x + 9) = 4(x + 3)$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$x(x+3)^2 = 4(x+3); (x+3)(x(x+3)-4)=0; (x+3)(x^2+3x-4)=0,$$

откуда $x = -3$, $x = -4$ или $x = 1$.

Ответ: -4 ; -3 ; 1 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{55}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{70}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{55} + \frac{s}{70}} = 61,6.$$

Ответ: 61,6 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

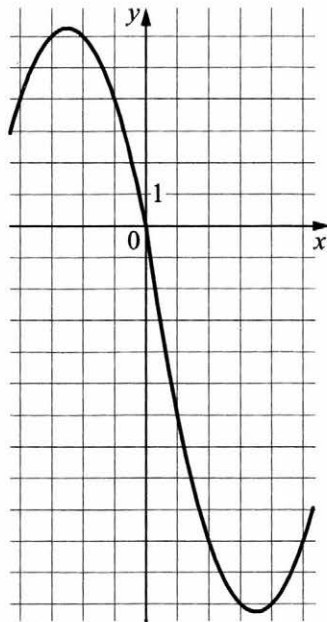
- 23 Постройте график функции $y = x|x| - |x| - 6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x^2 - 5x$ при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - 7x$ при $x \geq 0$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что $m = -12,25$ или $m = 6,25$.

Ответ: $m = -12,25$; $m = 6,25$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 73° и 77° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 9.

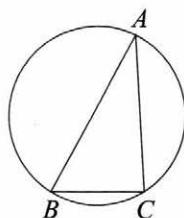
Решение.

Пусть R — радиус описанной окружности, тогда

$$R = \frac{BC}{2 \sin A}. \text{ Получаем, что}$$

$$BC = 9 \cdot 2 \cdot \sin(180^\circ - 73^\circ - 77^\circ) = 9 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 9.$$

Ответ: 9.



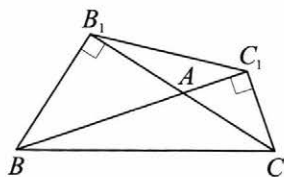
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

Доказательство.

Поскольку угол BAC тупой, основания B_1 и C_1 высот лежат на продолжениях сторон CA и BA соответственно. Диагонали четырёхугольника CC_1B_1B пересекаются, поэтому он выпуклый.



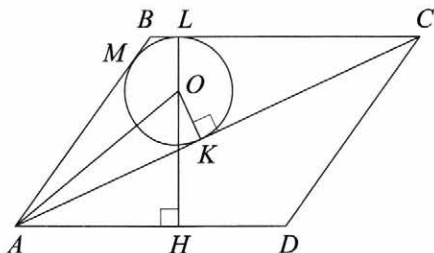
Поскольку $\angle CC_1B = \angle CB_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника CC_1B_1B можно описать окружность. Значит, углы CB_1C_1 и CBC_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу C_1C . Аналогично $\angle BC_1B_1 = \angle BCB_1$. Следовательно, треугольники AB_1C_1 и ABC подобны по двум углам.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

26

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 15 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Решение.



Пусть окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC и AC в точках M , L и K соответственно (см. рисунок), H — проекция точки O на прямую AD (точка H может лежать либо на стороне AD , либо на её продолжении). Тогда $OL = OK = 7$, точки O , L и H лежат на одной прямой, HL — высота параллелограмма $ABCD$, $HL = OL + OH = 7 + 15 = 22$. Из прямоугольного треугольника AOK находим, что

$$AK = \sqrt{OA^2 - OK^2} = 24.$$

Пусть p и S — полупериметр и площадь треугольника ABC соответственно, $r = 7$ — радиус окружности, вписанной в него. Обозначим $BC = x$. Тогда

$$p = AK + CL + BM = AK + CL + BL = AK + BC = 24 + x,$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot HL = \frac{1}{2} x \cdot 22 = 11x, \quad S = p \cdot r = 7(24 + x).$$

Из уравнения $11x = 7(24 + x)$ находим, что $BC = x = 42$. Следовательно,

$$S_{ABCD} = 2S = 2pr = 924.$$

Ответ: 924.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 6

21

Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$x(x+1)^2 = 6(x+1); \quad (x+1)(x(x+1)-6)=0; \quad (x+1)(x^2+x-6)=0,$$

откуда $x = -1$, $x = -3$ или $x = 2$.

Ответ: -3 ; -1 ; 2 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 42 км/ч, а вторую — со скоростью 48 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{42}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{48}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{42} + \frac{s}{48}} = 44,8.$$

Ответ: 44,8 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

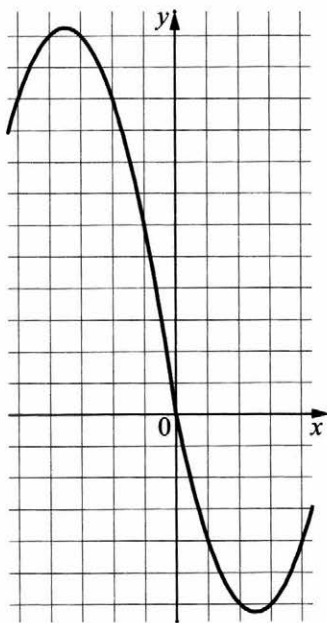
Постройте график функции $y = x|x| + |x| - 6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x^2 - 7x$ при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - 5x$ при $x \geq 0$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что $m = -6,25$ или $m = 12,25$.

Ответ: $m = -6,25$; $m = 12,25$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 72° и 78° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 17.

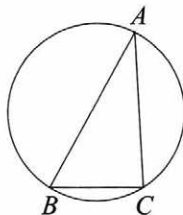
Решение.

Пусть R — радиус описанной окружности, тогда

$$R = \frac{BC}{2 \sin A}. \text{ Получаем, что}$$

$$BC = 17 \cdot 2 \cdot \sin(180^\circ - 72^\circ - 78^\circ) = 17 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 17.$$

Ответ: 17.



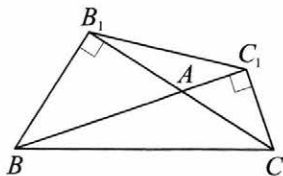
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

Доказательство.

Поскольку угол BAC тупой, основания B_1 и C_1 высот лежат на продолжениях сторон CA и BA соответственно. Диагонали четырёхугольника CC_1B_1B пересекаются, поэтому он выпуклый.



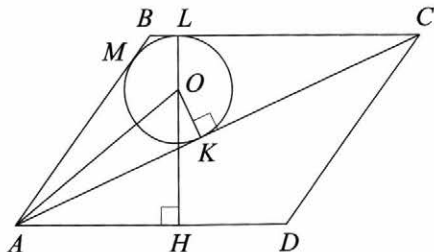
Поскольку $\angle CC_1B = \angle CB_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника CC_1B_1B можно описать окружность. Значит, углы CB_1C_1 и CBC_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу C_1C . Аналогично $\angle BC_1B_1 = \angle BCB_1$. Следовательно, треугольники AB_1C_1 и ABC подобны по двум углам.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

26

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Решение.



Пусть окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC и AC в точках M , L и K соответственно (см. рисунок), H — проекция точки O на прямую AD (точка H может лежать либо на стороне AD , либо на её продолжении). Тогда $OL = OK = 3$, точки O , L и H лежат на одной прямой, HL — высота параллелограмма $ABCD$, $HL = OL + OH = 3 + 4 = 7$. Из прямоугольного треугольника AOK находим, что

$$AK = \sqrt{OA^2 - OK^2} = 4.$$

Пусть p и S — полупериметр и площадь треугольника ABC соответственно, $r = 3$ — радиус окружности, вписанной в него. Обозначим $BC = x$. Тогда

$$p = AK + CL + BM = AK + CL + BL = AK + BC = 4 + x,$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot HL = \frac{1}{2} x \cdot 7 = 3,5x, \quad S = p \cdot r = 3(4 + x).$$

Из уравнения $3,5x = 3(4 + x)$ находим, что $BC = x = 24$. Следовательно,

$$S_{ABCD} = 2S = 2pr = 168.$$

Ответ: 168.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 7

21

Решите уравнение $(x-1)(x^2+8x+16)=6(x+4)$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x-1)(x+4)^2=6(x+4); \quad (x+4)((x-1)(x+4)-6)=0;$$

$$(x+4)(x^2+3x-10)=0,$$

откуда $x=-4$, $x=-5$ или $x=2$.

Ответ: -5 ; -4 ; 2 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 34 км/ч, а вторую — со скоростью 51 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{34}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{51}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{34} + \frac{s}{51}} = 40,8.$$

Ответ: 40,8 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

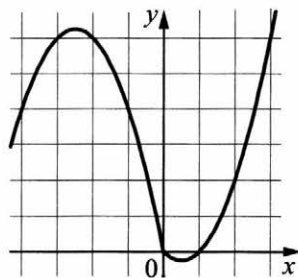
- 23 Постройте график функции $y = x|x| + 2|x| - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x^2 - 5x$ при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - x$ при $x \geq 0$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что $m = -0,25$ или $m = 6,25$.

Ответ: $m = -0,25$; $m = 6,25$.

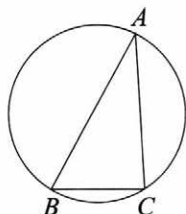


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 62° и 88° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 12.

Решение.



Пусть R — радиус описанной окружности, тогда $R = \frac{BC}{2 \sin A}$.

Получаем, что $BC = 12 \cdot 2 \cdot \sin(180^\circ - 62^\circ - 88^\circ) = 12 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 12$.

Ответ: 12.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

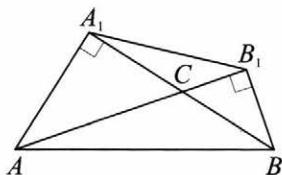
В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

Доказательство.

Поскольку угол ACB тупой, основания A_1 и B_1 высот лежат на продолжениях сторон BC и AC соответственно.

Диагонали четырёхугольника AA_1B_1B пересекаются, поэтому он выпуклый.

Поскольку $\angle AA_1B = \angle AB_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника AA_1B_1B можно описать окружность. Значит, углы AB_1A_1 и ABA_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу A_1A . Аналогично $\angle BA_1B_1 = \angle BAB_1$. Следовательно, треугольники A_1CB_1 и ACB подобны по двум углам.

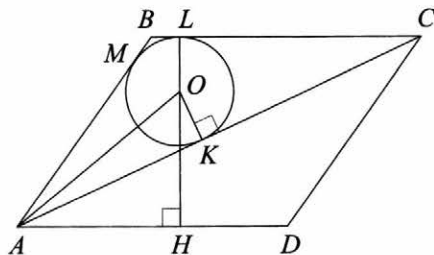


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

26

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 19 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Решение.



Пусть окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC и AC в точках M , L и K соответственно (см. рисунок), H — проекция точки O на прямую AD (точка H может лежать либо на стороне AD , либо на её продолжении). Тогда $OL = OK = 7$, точки O , L и H лежат на одной прямой, HL — высота параллелограмма $ABCD$, $HL = OL + OH = 7 + 19 = 26$. Из прямоугольного треугольника AOK находим, что

$$AK = \sqrt{OA^2 - OK^2} = 24.$$

Пусть p и S — полупериметр и площадь треугольника ABC соответственно, $r = 7$ — радиус окружности, вписанной в него. Обозначим $BC = x$. Тогда

$$p = AK + CL + BM = AK + CL + BL = AK + BC = 24 + x,$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot HL = \frac{1}{2} x \cdot 26 = 13x, \quad S = p \cdot r = 7(24 + x).$$

Из уравнения $13x = 7(24 + x)$ находим, что $BC = x = 28$. Следовательно,

$$S_{ABCD} = 2S = 2pr = 728.$$

Ответ: 728.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 8

- 21** Решите уравнение $(x-1)(x^2+6x+9)=5(x+3)$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x-1)(x+3)^2=5(x+3); \quad (x+3)((x-1)(x+3)-5)=0;$$

$$(x+3)(x^2+2x-8)=0,$$

откуда $x = -3$, $x = -4$ или $x = 2$.

Ответ: -4 ; -3 ; 2 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 22** Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, а вторую — со скоростью 110 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{90}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{110}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{90} + \frac{s}{110}} = 99.$$

Ответ: 99 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = x|x| - |x| - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

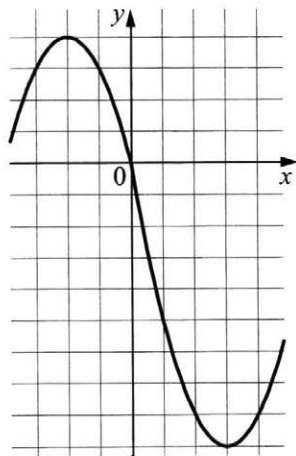
Решение.

Построим график функции $y = -x^2 - 4x$

при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - 6x$
при $x \geq 0$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что $m = -9$ или $m = 4$.

Ответ: $m = -9$; $m = 4$.

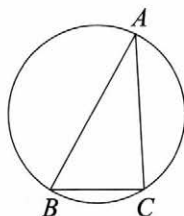


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 61° и 89° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 10.

Решение.



Пусть R — радиус описанной окружности, тогда $R = \frac{BC}{2\sin A}$.

Получаем, что $BC = 10 \cdot 2 \cdot \sin(180^\circ - 61^\circ - 89^\circ) = 10 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 10$.

Ответ: 10.

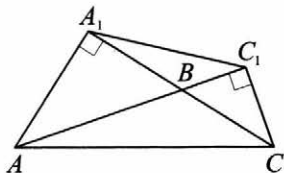
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники A_1BC_1 и ABC подобны.

Доказательство.

Поскольку угол ABC тупой, основания A_1 и C_1 высот лежат на продолжениях сторон CB и AB соответственно. Диагонали четырёхугольника AA_1C_1C пересекаются, поэтому он выпуклый.



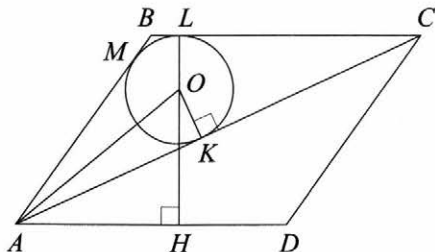
Поскольку $\angle AA_1C = \angle AC_1C = 90^\circ$, около четырёхугольника AA_1C_1C можно описать окружность. Значит, углы AC_1A_1 и ACA_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу A_1A . Аналогично $\angle CA_1C_1 = \angle CAC_1$. Следовательно, треугольники A_1BC_1 и ABC подобны по двум углам.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

26

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 7 и 5. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Решение.



Пусть окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC и AC в точках M , L и K соответственно (см. рисунок), H — проекция точки O на прямую AD (точка H может лежать либо на стороне AD , либо на её продолжении). Тогда $OL = OK = 5$, точки O , L и H лежат на одной прямой, HL — высота параллелограмма $ABCD$, $HL = OL + OH = 5 + 7 = 12$. Из прямоугольного треугольника AOK находим, что

$$AK = \sqrt{OA^2 - OK^2} = 12.$$

Пусть p и S — полупериметр и площадь треугольника ABC соответственно, $r = 5$ — радиус окружности, вписанной в него. Обозначим $BC = x$. Тогда

$$p = AK + CL + BM = AK + CL + BL = AK + BC = 12 + x,$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot HL = \frac{1}{2} x \cdot 12 = 6x, \quad S = p \cdot r = 5(12 + x).$$

Из уравнения $6x = 5(12 + x)$ находим, что $BC = x = 60$. Следовательно,

$$S_{ABCD} = 2S = 2pr = 720.$$

Ответ: 720.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Оглавление

Предисловие.....	3
Инструкция по выполнению работы.....	4
Вариант 1.....	5
Вариант 2.....	11
Вариант 3.....	17
Вариант 4.....	24
Вариант 5.....	31
Вариант 6.....	37
Вариант 7.....	43
Вариант 8.....	49
Справочные материалы	55
Система оценивания экзаменационной работы по математике	57
Ответы к заданиям	57
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом.....	59
Вариант 1.....	59
Вариант 2.....	63
Вариант 3.....	68
Вариант 4.....	73
Вариант 5.....	78
Вариант 6.....	82
Вариант 7.....	86
Вариант 8.....	91