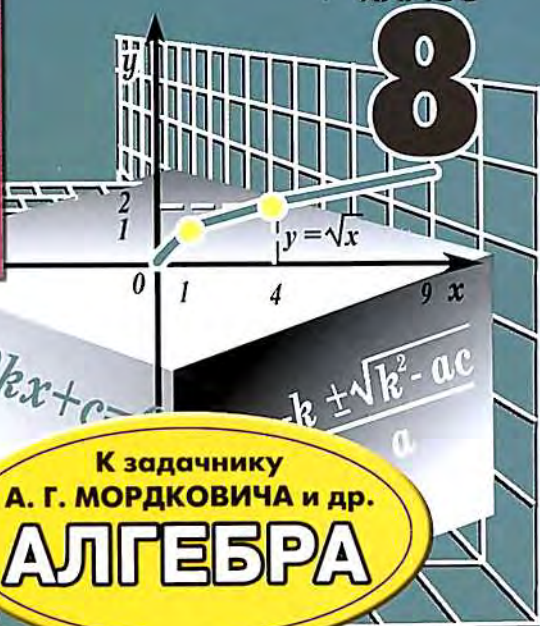


ОТВЕТЫ и РЕШЕНИЯ



КЛАСС

8



К задачкинику
А. Г. МОРДКОВИЧА и др.

АЛГЕБРА

К.С. Сыволябин

ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР ЗАДАНИЙ

из задачника

ПО АЛГЕБРЕ

авторов

**А.Г. Мордковича и др.
(М.: Мнемозина)**

8 класс

Москва • «ВАКО» • 2010

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721
С95

Сыволябин К.С.

С95 Подробный разбор заданий из задачника по алгебре:
8 класс. – М.: ВАКО, 2010. – 336 с. – (Сам себе репетитор).

ISBN 978-5-94665-972-7

Издание содержит алгоритмы решения типовых задач, подробный разбор абсолютно всех заданий, включая задачи на построение графиков, а также всех домашних контрольных работ из задачника по алгебре для 8 класса А.Г. Мордковича (М.: Мнемозина).

Пособие будет незаменимым помощником школьникам при написании домашних работ, подготовке к экзамену, а также будет способствовать обретению прочных навыков самопроверки.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721

ОГЛАВЛЕНИЕ

Повторение курса алгебры 7 класса.....	5
1. Числовые и алгебраические выражения.....	5
2. Графики и функции.....	16
3. Линейные уравнения и системы.....	19
1 глава. Алгебраические дроби.....	27
§ 1. Основные понятия.....	27
§ 2. Основное свойство алгебраической дроби.....	34
§ 3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями.....	42
§ 4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями.....	49
§ 5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень.....	64
§ 6. Преобразование рациональных выражений.....	72
§ 7. Первые представления о рациональных уравнениях.....	80
Домашняя контрольная работа № 1.....	89
2 глава. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$.....	93
§ 8. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график.....	93
§ 9. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график.....	116
§ 10. Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$	128
§ 11. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	140
§ 12. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	146
§ 13. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график.....	155
§ 14. Графическое решение квадратных уравнений.....	167
Домашняя контрольная работа № 2.....	173
3 глава. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня.....	178
§ 15. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа.....	178
§ 16. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график.....	186
§ 17. Свойства квадратных корней.....	193
§ 18. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня.....	198
Домашняя контрольная работа № 3.....	218
4 глава. Квадратные уравнения.....	221
§ 19. Основные понятия.....	221
§ 20. Формулы корней квадратного уравнения.....	229
§ 21. Рациональные уравнения.....	242

§ 22. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	259
§ 23. Еще одна формула корней квадратного уравнения.....	265
§ 24. Теорема Виета	269
§ 25. Иррациональные уравнения	279
Домашняя контрольная работа № 4	285
5 глава. Действительные числа.....	289
§ 26. Множество рациональных чисел.....	289
§ 27. Иррациональные числа	291
§ 28. Множество действительных чисел	294
§ 29. Модуль действительного числа.....	296
§ 30. Приближенные значения действительных чисел	309
§ 31. Степень с отрицательным целым показателем	310
§ 32. Стандартный вид числа.....	313
Домашняя контрольная работа № 5	315
6 глава. Неравенства	318
§ 33. Свойства числовых неравенств	318
§ 34. Решение линейных неравенств.....	322
§ 35. Решение квадратных неравенств.....	326
§ 36. Исследование функций на монотонность.....	330
Домашняя контрольная работа № 6	333

Повторение курса алгебры 7 класса

1. Числовые и алгебраические выражения

№ 1.

$$\text{а) } \left(8\frac{13}{18} - 6\frac{17}{110}\right) \cdot 1\frac{3}{217} = \left(2\frac{13 \cdot 55}{990} - \frac{17 \cdot 9}{990}\right) \cdot 1\frac{3}{217} = \left(2\frac{715}{990} - \frac{153}{990}\right) \cdot 1\frac{3}{217} = \\ = 2\frac{562}{990} \cdot 1\frac{3}{217} = 2\frac{281}{495} \cdot 1\frac{3}{217} = \frac{1271 \cdot 220}{495 \cdot 217} = \frac{41 \cdot 4}{9 \cdot 7} = \frac{164}{63} = 2\frac{38}{63};$$

$$\text{б) } 4,625 - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26} = 4,625 - \frac{1}{4} = 4,625 - 0,25 = 4,375;$$

$$\text{в) } 4:6\frac{1}{4} - 0,2 + 0,26 = \frac{4 \cdot 4}{25} - 0,2 + 0,26 = 0,64 - 0,2 + 0,26 = 0,7;$$

$$\text{г) } \frac{5}{9} \cdot \left(0,8 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 6} - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{2}{15} - \frac{5}{15}\right) = \frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{3}{15}\right) = -\frac{1}{9}.$$

№ 2.

$$\text{а) } \left(4\frac{1}{12} - 3,125 + 1\frac{5}{72}\right) \cdot 5\frac{1}{7} = \left(4\frac{1}{12} - 3\frac{125}{1000} + 1\frac{5}{72}\right) \cdot 5\frac{1}{7} = \\ = \left(4\frac{1}{12} - 3\frac{1}{8} + 1\frac{5}{72}\right) \cdot 5\frac{1}{7} = 2\frac{6-9+5}{72} \cdot 5\frac{1}{7} = 2\frac{1}{36} \cdot 5\frac{1}{7} = \frac{73}{36} \cdot \frac{36}{7} = \frac{73}{7} = 10\frac{3}{7};$$

$$\text{б) } 2\frac{43}{105} : \left(6\frac{1}{15} - 1,2 + 12\right) = 2\frac{43}{105} : \left(18\frac{1}{15} - 1\frac{1}{5}\right) = 2\frac{43}{105} : \left(17\frac{1}{15} - \frac{3}{15}\right) = \\ = 2\frac{43}{105} : 16\frac{13}{15} = \frac{253}{105} : \frac{253}{15} = \frac{253}{105} \cdot \frac{15}{253} = \frac{1}{7};$$

$$\text{в) } 31,5 : 1,4 - \left(3,5 \cdot 4\frac{2}{5} - 3,4 \cdot 3\frac{1}{2}\right) \cdot 3\frac{1}{2} = 22,5 - 3,5(4,4 - 3,4) \cdot 3,5 = \\ = 22,5 - 3,5 \cdot 1 \cdot 3,5 = 22,5 - 12,25 = 10,25;$$

$$\text{г) } 9\frac{2}{7} + 1\frac{7}{9} : \left(2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{7} = 9\frac{2}{7} + 1\frac{7}{9} : \left(2\frac{6}{15} - 1\frac{5}{15}\right) \cdot \frac{3}{7} = 9\frac{2}{7} + 1\frac{7}{9} : 1\frac{1}{15} \cdot \frac{3}{7} = \\ = 9\frac{2}{7} + \frac{16}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{3}{7} = 9\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = 10.$$

№ 3.

$$\text{а) } \frac{\left(3,25 - 3\frac{1}{20}\right) : 0,2 - \frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3}}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} = \frac{(3,25 - 3,05) : 0,2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}}{0,025 - 0,1} = \frac{0,2 : 0,2 - 1}{-0,075} =$$

$$= \frac{1 - 1}{-0,075} = \frac{0}{-0,075} = 0;$$

$$\text{б) } \frac{\left(1,24 - \frac{1}{25}\right) \cdot 2,5 - \frac{1}{6} : \frac{1}{18}}{1,4 : 0,1 - 2} = \frac{(1,24 - 0,04) \cdot 2,5 - \frac{1}{6} \cdot 18}{14 - 2} = \frac{1,2 \cdot 2,5 - 3}{12} = \frac{3 - 3}{12} = \frac{0}{12} = 0;$$

$$\text{в) } \frac{\left(1\frac{3}{40} - 1,275\right) : 0,1 + 2,4 \cdot \frac{5}{6}}{0,7 : 0,01 + 4} = \frac{(1,075 - 1,275) : 0,1 + 0,4 \cdot 5}{70 + 4} = \frac{-0,2 : 0,1 + 2}{74} =$$

$$= \frac{-2 + 2}{74} = \frac{0}{74} = 0;$$

$$\text{г) } \frac{\left(1\frac{7}{40} - 1,3\right) \cdot 0,4 + \frac{3}{50} : 1\frac{1}{5}}{1,1 : 0,1 - 9} = \frac{(1,175 - 1,3) \cdot 0,4 + \frac{3}{50} \cdot \frac{5}{6}}{11 - 9} = \frac{-0,125 \cdot 0,4 + \frac{1}{20}}{2} =$$

$$= \frac{-0,05 + 0,05}{2} = \frac{0}{2} = 0.$$

№ 4.

$$\text{а) } \frac{6,2 \cdot 5 - 4}{\left(\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}\right) : \frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}} = \frac{31 - 4}{\left(\frac{1}{6} - 1\frac{4}{6}\right) \cdot \frac{3}{2} + 2\frac{1}{4}} = \frac{27}{-\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} + 2\frac{1}{4}} = \frac{27}{-\frac{9}{4} + 2\frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{27}{-2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4}} = \frac{27}{0}, \text{ не имеет смысла, т.к. знаменатель дроби равен } 0;$$

$$\text{б) } \frac{1,4 \cdot 3 + 1}{(0,4 \cdot 0,01) : 0,25 + 0,384 - 0,4} = \frac{4,2 + 1}{0,004 : 0,25 + 0,384 - 0,4} = \frac{5,2}{0,016 + 0,384 - 0,4} =$$

$$= \frac{5,2}{0,4 - 0,4} = \frac{5,2}{0}, \text{ не имеет смысла, т.к. знаменатель дроби равен } 0;$$

$$\text{в) } \frac{4,2 : 2 - 1}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \cdot \left(0,8 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)} = \frac{2,1 - 1}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{0,4}{3} - \frac{1}{3}\right)} = \frac{1,1}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{-0,6}{3}\right)} = \frac{1,1}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \cdot (-0,2)} =$$

$$= \frac{1,1}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)} = \frac{1,1}{\frac{1}{9} - \frac{1}{9}} = \frac{1,1}{0}, \text{ не имеет смысла, т.к. знаменатель дроби равен } 0;$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{8,4:3-5}{1,8+0,4 \cdot (0,002:0,01-4,7)} &= \frac{2,8-5}{1,8+0,4 \cdot (0,2-4,7)} = \frac{-2,2}{1,8+0,4 \cdot (-4,5)} = \\ &= \frac{-2,2}{1,8-1,8} = \frac{-2,2}{0}, \text{ не имеет смысла, т.к. знаменатель дроби равен } 0. \end{aligned}$$

№ 5.

$$\text{а)} \quad 47 \cdot 15 + 53 \cdot 15 = 15 \cdot (47 + 53) = 15 \cdot 100 = 1500;$$

$$\text{б)} \quad 29 \cdot 72 - 29 \cdot 22 = 29 \cdot (72 - 22) = 29 \cdot 50 = 1450;$$

$$\text{в)} \quad 9,3 \cdot 34 + 16 \cdot 9,3 = 9,3 \cdot (34 + 16) = 9,3 \cdot 50 = 465;$$

$$\text{г)} \quad 8,3 \cdot 18 - 18 \cdot 5,8 = 18 \cdot (8,3 - 5,8) = 18 \cdot 2,5 = 45.$$

№ 6.

$$\text{а)} \quad \frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}\right) + \left(2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3}\right) = 2 + 4 = 6;$$

$$\text{б)} \quad 3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7 = \left(3\frac{2}{5} \cdot 5\right) \cdot \left(2\frac{3}{7} \cdot 7\right) = (15 + 2) \cdot (14 + 3) = 17 \cdot 17 = 289;$$

$$\text{в)} \quad \left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7} + \frac{1}{2}\right) \cdot 14 = \frac{3}{14} \cdot 14 - \frac{2}{7} \cdot 14 + \frac{1}{2} \cdot 14 = 3 - 4 + 7 = 6;$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \left(12\frac{2}{9} + 24\frac{2}{3} - 16\frac{2}{15}\right) : 2 &= 12\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} + 24\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - 16\frac{2}{15} \cdot \frac{1}{2} = 6\frac{1}{9} + 12\frac{1}{3} - 8\frac{1}{15} = \\ &= 10\frac{5+15-3}{45} = 10\frac{17}{45}. \end{aligned}$$

№ 7.

$$\text{а)} \quad 3\% = 0,03, \quad 45 \cdot 0,03 = 1,35;$$

$$\text{в)} \quad 12\% = 0,12, \quad 48 \cdot 0,12 = 5,76;$$

№ 8.

$$\text{а)} \quad 125\% = 1,25, \quad 12 \cdot 1,25 = 15;$$

$$\text{в)} \quad 104\% = 1,04, \quad 25 \cdot 1,04 = 26;$$

№ 9.

$$\text{а)} \quad 25\% = 0,25, \quad 13 : 0,25 = 52;$$

$$\text{в)} \quad 48\% = 0,48, \quad 3,6 : 0,48 = 7,5;$$

№ 10.

$$\text{а)} \quad 30\% = 0,3, \quad 0,3 \cdot (0,3b) = 7,2, \quad 0,09b = 7,2, \quad b = 7,2 : 0,09 = 800;$$

$$\text{б)} \quad 2\% = 0,02, \quad 15 \cdot 0,02 = 0,3;$$

$$\text{г)} \quad 24\% = 0,24, \quad 125 \cdot 0,24 = 30.$$

$$\text{б)} \quad 206\% = 2,06, \quad 250 \cdot 2,06 = 515;$$

$$\text{г)} \quad 175\% = 1,75, \quad 64 \cdot 1,75 = 112.$$

$$\text{б)} \quad 56\% = 0,56, \quad 274,4 : 0,56 = 490;$$

$$\text{г)} \quad 74\% = 0,74, \quad 3,7 : 0,74 = 5.$$

б) $25\% = 0,25$, $24\% = 0,24$, $0,25 \cdot (0,24b) = 2,94$, $0,06b = 2,94$,
 $b = 2,94 : 0,06 = 49$;

в) $38\% = 0,38$, $80\% = 0,8$, $0,38 \cdot (0,8b) = 136,8$, $0,304b = 136,8$,
 $b = 136,8 : 0,304 = 450$;

г) $35\% = 0,35$, $70\% = 0,7$, $0,35 \cdot (0,7b) = 0,98$, $0,245b = 0,98$,
 $b = 0,98 : 0,245 = 4$.

№ 11.

а) $25\% = 0,25$, $0,25 \cdot 52 = 13$, $2,5\% = 0,025$, $0,025 \cdot 212 = 5,3$, $13 > 5,3$,
 значит, 25% числа 52 больше, чем 2,5% числа 212;

б) $41\% = 0,41$, $0,41 \cdot 83 = 34,03$, $15\% = 0,15$, $0,15 \cdot 20 = 3$, $34,03 > 3$,
 значит, 41% числа 83 больше, чем 15% числа 20;

в) $12\% = 0,12$, $0,12 \cdot 16 = 1,92$, $1,2\% = 0,012$, $0,012 \cdot 160 = 1,92$, $1,92 = 1,92$,
 значит, 12% числа 16 равны 1,2% числа 160;

г) $3\% = 0,03$, $0,03 \cdot 72 = 2,16$, $0,5\% = 0,005$, $0,005 \cdot 13 = 0,065$, $2,16 > 0,065$,
 значит, 3% числа 72 больше, чем 0,5% числа 13.

№ 12.

а) $20\% = 0,2$, $0,2a = 36$, $a = 36 : 0,2$, $a = 180$,
 $12\% = 0,12$, $0,12b = 14,4$, $b = 14,4 : 0,12$, $b = 120$, $180 > 120$, значит, $a > b$;

б) $13\% = 0,13$, $0,13a = 1,95$, $a = 1,95 : 0,13$, $a = 15$,
 $18\% = 0,18$, $0,18b = 2,16$, $b = 2,16 : 0,18$, $b = 12$, $15 > 12$, значит, $a > b$;

в) $7\% = 0,07$, $0,07a = 4,9$, $a = 4,9 : 0,07$, $a = 70$,
 $21\% = 0,21$, $0,21b = 10,5$, $b = 10,5 : 0,21$, $b = 50$, $70 > 50$, значит, $a > b$;

г) $45\% = 0,45$, $0,45a = 9$, $a = 9 : 0,45$, $a = 20$,
 $30\% = 0,3$, $0,3b = 9,6$, $b = 9,6 : 0,3$, $b = 32$, $20 < 32$, значит, $a < b$.

№ 13.

а) $\frac{13^6 \cdot 2^6}{26^5} = \frac{26^6}{26^5} = 26$;

б) $\frac{7^{11} \cdot 9^{11}}{63^5} = \frac{63^{11}}{63^5} = 63^6$;

в) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^4} = \frac{6^8}{6^4} = 6^4 = 1296$;

г) $\frac{12^6}{3^5 \cdot 4^5} = \frac{12^6}{12^5} = 12$.

№ 14.

а) $625 = 25^2 = 5^4$; б) $196 = 14^2$; в) $81 = 9^2 = 3^4$; г) $64 = 8^2 = 4^3 = 2^6$.

№ 15.

а) $256 = 16^2$; б) $256 = 4^4$.

№ 16.

а) $729 = 9^3$; б) $729 = 27^2$.

№ 17. $100 = 25 \cdot 4 = 5^2 \cdot 2^2$.

№ 18. $216 = 6^3 = (2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$.

№ 19.

$$a) \frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6} = \frac{(5^2)^3 \cdot (2 \cdot 7)^2}{7^2 \cdot (2 \cdot 5)^6} = \frac{5^6 \cdot 2^2 \cdot 7^2}{7^2 \cdot 2^6 \cdot 5^6} = \frac{2^2}{2^6} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16};$$

$$б) \frac{12^2 \cdot 35^3}{28^2 \cdot 15^4} = \frac{(4 \cdot 3)^2 \cdot (5 \cdot 7)^3}{(4 \cdot 7)^2 \cdot (3 \cdot 5)^4} = \frac{4^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^3}{4^2 \cdot 7^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4} = \frac{7}{3^2 \cdot 5} = \frac{7}{45};$$

$$в) \frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3} = \frac{(6^2)^3 \cdot (3 \cdot 5)^2}{(3 \cdot 6)^4 \cdot (2 \cdot 5)^3} = \frac{6^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{3^4 \cdot 6^4 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = \frac{6^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 5} = \frac{3^2 \cdot 2^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 5} = \frac{1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10};$$

$$г) \frac{22^4 \cdot 3^3}{6^2 \cdot 121^2} = \frac{(11 \cdot 2)^4 \cdot 3^3}{(2 \cdot 3)^2 \cdot (11^2)^2} = \frac{11^4 \cdot 2^4 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 2^2 \cdot 11^4} = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12.$$

№ 20.

$$a) \frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9} = \frac{3^{19} \cdot (2 \cdot 3 - 5)}{(3^2)^9} = \frac{3^{19} \cdot (6 - 5)}{3^{18}} = 3;$$

$$б) \frac{(3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19}) \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2} = \frac{2^{19} \cdot (3 \cdot 2 + 7) \cdot 4 \cdot 13}{13^2 \cdot 8^8} = \frac{2^{19} \cdot 13 \cdot 2^2 \cdot 13}{13^2 \cdot (2^3)^8} = \frac{2^{21}}{2^{24}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8};$$

$$в) \frac{25 \cdot (108 \cdot 6^7 - 108 \cdot 6^6)}{216^3 - 36^4} = \frac{25 \cdot 108 \cdot 6^6 \cdot (6 - 1)}{(6^3)^3 - (6^2)^4} = \frac{25 \cdot 36 \cdot 3 \cdot 6^6 \cdot 5}{6^9 - 6^8} = \frac{5^2 \cdot 6^2 \cdot 3 \cdot 6^6 \cdot 5}{6^8 \cdot (6 - 1)} = \frac{5^2 \cdot 6^8 \cdot 3 \cdot 5}{6^8 \cdot 5} = 5^2 \cdot 3 = 25 \cdot 3 = 75;$$

$$г) \frac{(3^{15} + 3^{13}) \cdot 2^9}{(3^{14} + 3^{12}) \cdot 1024} = \frac{3^{13}(3^2 + 1) \cdot 2^9}{3^{12} \cdot (3^2 + 1) \cdot 2^{10}} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

№ 21.

$$a) a^5 \cdot a^7 = a^{12}; \quad б) c^3 \cdot c^4 = c^7; \quad в) r^2 \cdot r^9 = r^{11}; \quad г) p^6 \cdot p^3 = p^9.$$

№ 22.

$$a) a^3 b^5 \cdot a^4 b^7 = a^7 \cdot b^{12}; \quad б) c^4 d^7 \cdot c^8 d^3 = c^{12} \cdot d^{10};$$

$$в) m^9 n^2 \cdot n^5 m^3 = m^{12} \cdot n^7; \quad г) p^2 q^7 \cdot p^3 q^6 = p^5 \cdot q^{13}.$$

№ 23.

$$a) (z^2)^4 = z^8; \quad б) (a^6)^2 = a^{12}; \quad в) (x^5)^6 = x^{30}; \quad г) (d^3)^3 = d^9.$$

№ 24.

$$a) (a^3)^2 \cdot a^5 = a^6 \cdot a^5 = a^{11}; \quad б) (d^4)^3 \cdot d^2 = d^{12} \cdot d^2 = d^{14};$$

$$в) (f^6)^2 \cdot f^4 = f^{12} \cdot f^4 = f^{16}; \quad г) (x^4)^4 \cdot x^3 = x^{16} \cdot x^3 = x^{19}.$$

№ 25.

$$a) (x^3 y^2)^2 \cdot y^5 x^4 = x^6 y^4 y^5 x^4 = x^{10} y^9; \quad б) s^5 (t^4)^3 \cdot (s^4)^6 \cdot t^2 = s^5 t^{12} s^{24} t^2 = s^{29} t^{14};$$

$$в) (k^5)^3 \cdot l^7 k^4 (l^2)^8 = k^{15} l^7 k^4 l^{16} = k^{19} l^{23}; \quad г) a^3 b^5 (b^2)^7 \cdot a^4 = a^3 b^5 b^{14} a^4 = a^7 b^{19}.$$

№ 26.

$$\text{а) } (x - 2y^2)(3y - 2x) = 3yx - 6y^3 - 2x^2 + 4xy^2;$$

$$\text{б) } (t + 7s)(s + 3t) = ts + 7s^2 + 3t^2 + 21ts = 7s^2 + 3t^2 + 22ts;$$

$$\text{в) } (4 + 5b)(2b - a^2) = 8b + 10b^2 - 4a^2 - 5a^2b;$$

$$\text{г) } (2m^2 - n)(5n^2 - 2m) = 10m^2n^2 - 5n^3 + 4m^3 - 2mn.$$

№ 27.

$$\text{а) } (3k - 2)(2k^2 + 4k - 7) = 6k^3 - 4k^2 + 12k^2 - 8k - 21k + 14 = 6k^3 + 8k^2 - 29k + 14;$$

$$\text{б) } (2 + 7q)(3q^3 - 4q^2 + 2q + 1) = 6q^3 + 21q^4 - 8q^2 - 28q^3 + 4q + 14q^2 + 2 + 7q = \\ = 21q^4 - 22q^3 + 6q^2 + 11q + 2;$$

$$\text{в) } (a + 5)(2a^4 + 3a^2 - 4) = 2a^5 + 10a^4 + 3a^3 + 15a^2 - 4a - 20;$$

$$\text{г) } (3 + 2m^3)(7m^5 + 3m^2 - 4) = 21m^5 + 14m^8 + 9m^2 + 6m^5 - 12 - 8m^3 = \\ = 14m^8 + 27m^5 - 8m^3 + 9m^2 - 12.$$

$$\text{№ 28. Пусть } a = 3x^2 + 4x - 8, \quad b = 2x^2 - 7x + 12, \quad c = 5x^2 + 3x - 27:$$

$$\text{а) } 2a + 3c - 4b = 2(3x^2 + 4x - 8) + 3(5x^2 + 3x - 27) - 4(2x^2 - 7x + 12) = \\ = 6x^2 + 8x - 16 + 15x^2 + 9x - 81 - 8x^2 + 28x - 48 = 13x^2 + 45x - 145;$$

$$\text{б) } 7xa - 12xb + 15xc - 13 = 7x(3x^2 + 4x - 8) - 12x(2x^2 - 7x + 12) + 15x(5x^2 + 3x - 27) - 13 = \\ = 21x^3 + 28x^2 - 56x - 24x^3 + 84x^2 - 144x + 75x^3 + 45x^2 - 405x - 13 = 72x^3 + 157x^2 - 605x - 13;$$

$$\text{в) } 2xa - 4b + 3xc + 48 = 2x(3x^2 + 4x - 8) - 4(2x^2 - 7x + 12) + 3x(5x^2 + 3x - 27) + 48 = \\ = 6x^3 + 8x^2 - 16x - 8x^2 + 28x - 48 + 15x^3 + 9x^2 - 81x + 48 = 21x^3 + 9x^2 - 69x;$$

$$\text{г) } 0,1x^2a + 0,5xc - 0,6x^3b - 17 = 0,1x^2(3x^2 + 4x - 8) + 0,5x(5x^2 + 3x - 27) - \\ - 0,6x^3(2x^2 - 7x + 12) - 17 = 0,3x^4 + 0,4x^3 - 0,8x^2 + 2,5x^3 + 1,5x^2 - 13,5x - 1,2x^5 + \\ + 4,2x^4 - 7,2x^3 - 17 = -1,2x^5 + 4,5x^4 - 4,3x^3 + 0,7x^2 - 13,5x - 17.$$

$$\text{№ 29. Пусть } x = 3a^2 + 4, \quad y = 12a - 13, \quad z = a^2 - a + 1, \quad k = 5a^2, \quad l = 12a^2, \quad m = 4a:$$

$$\text{а) } 2x + ky - lz = 2(3a^2 + 4) + 5a^2(12a - 13) - 12a^2(a^2 - a + 1) = \\ = 6a^2 + 8 + 60a^3 - 65a^2 - 12a^4 + 12a^3 - 12a^2 = -12a^4 + 72a^3 - 71a^2 + 8;$$

$$\text{б) } lx - 3my = 12a^2(3a^2 + 4) - 3 \cdot 4a(12a - 13) = 36a^4 + 48a^2 - 144a^2 + 156a = \\ = 36a^4 - 96a^2 + 156a;$$

$$\text{в) } kx + ly - mz = 5a^2(3a^2 + 4) + 12a^2(12a - 13) - 4a(a^2 - a + 1) = \\ = 15a^4 + 20a^2 + 144a^3 - 156a^2 - 4a^3 + 4a^2 - 4a = 15a^4 + 140a^3 - 132a^2 - 4a;$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad mx - lz + 4kx - 14 &= 4a(3a^2 + 4) - 12a^2(a^2 - a + 1) + 4 \cdot 5a^2(3a^2 + 4) - 14 = \\ &= 12a^3 + 16a - 12a^4 + 12a^3 - 12a^2 + 60a^4 + 80a^2 - 14 = 48a^4 + 24a^3 + 68a^2 + 16a - 14. \end{aligned}$$

№ 30.

$$\text{а)} \quad (z-11)(z+10)+10 = (z-5)(z+4)-80,$$

$$(z-11)(z+10)+10 = z^2 - 11z + 10z - 110 + 10 = z^2 - z - 100,$$

$$(z-5)(z+4)-80 = z^2 - 5z + 4z - 20 - 80 = z^2 - z - 100, \text{ тождество доказано;}$$

$$\text{б)} \quad (b+c-2a)(c-b) + (c+a-2b)(a-c) - (a+b-2c)(a-b) =$$

$$\begin{aligned} &= bc + c^2 - 2ac - b^2 - bc + 2ab + ac + a^2 - 2ba - c^2 - ab + 2bc - a^2 - \\ &- ab + 2ca + ab + b^2 - 2cb = 0, \text{ тождество доказано.} \end{aligned}$$

№ 31.

$$\text{а)} \quad (a+2)^2 = a^2 + 4a + 4;$$

$$\text{б)} \quad (3b-1)^2 = 9b^2 - 6b + 1;$$

$$\text{в)} \quad (x-8)^2 = x^2 - 16x + 64;$$

$$\text{г)} \quad (1+4y)^2 = 1 + 8y + 16y^2.$$

№ 32.

$$\text{а)} \quad (4m+5n)^2 = 16m^2 + 40mn + 25n^2;$$

$$\text{б)} \quad (2z-3t)^2 = 4z^2 - 12zt + 9t^2;$$

$$\text{в)} \quad (9p-7q)^2 = 81p^2 - 126pq + 49q^2;$$

$$\text{г)} \quad (8r+11s)^2 = 64r^2 + 176rs + 121s^2.$$

№ 33.

$$\text{а)} \quad (3x-1)(3x+1) = 9x^2 - 1;$$

$$\text{б)} \quad (13m-11n)(13m+11n) = 169m^2 - 121n^2;$$

$$\text{в)} \quad (10p+7q)(7q-10p) = 49q^2 - 100p^2;$$

$$\text{г)} \quad (4-5y)(5y+4) = 16 - 25y^2.$$

№ 34.

$$\text{а)} \quad (x+3)(x^2-3x+9) = x^3 + 27;$$

$$\text{б)} \quad (2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2) = 8a^3 - 27b^3;$$

$$\text{в)} \quad (x+1)(x^2-x+1) = x^3 + 1;$$

$$\text{г)} \quad (7y^2-1)(49y^4+7y^2+1) = 343y^6 - 1.$$

$$\text{№ 35.} \quad (a-2)(a^2+2a+4) - (a+c)(a^2-ac+c^2) + (c+2)(c^2-2c+4) = 0,$$

$$\begin{aligned} &(a-2)(a^2+2a+4) - (a+c)(a^2-ac+c^2) + (c+2)(c^2-2c+4) = \\ &= a^3 - 8 - a^3 - c^3 + c^3 + 8 = 0. \end{aligned}$$

№ 36.

$$\text{а)} \quad 69 \cdot 71 = (70-1)(70+1) = 4900 - 1 = 4899;$$

$$\text{б)} \quad 42 \cdot 38 = (40+2)(40-2) = 1600 - 4 = 1596;$$

$$\text{в)} \quad 89 \cdot 91 = (90-1)(90+1) = 8100 - 1 = 8099;$$

$$\text{г)} \quad 58 \cdot 62 = (60-2)(60+2) = 3600 - 4 = 3596.$$

№ 37.

$$\text{а)} \quad 21^2 = (20+1)^2 = 400 + 40 + 1 = 441;$$

$$\text{б)} 59^2 = (60-1)^2 = 3600 - 120 + 1 = 3481;$$

$$\text{в)} 82^2 = (80+2)^2 = 6400 + 320 + 4 = 6724;$$

$$\text{г)} 68^2 = (70-2)^2 = 4900 - 280 + 4 = 4624.$$

№ 38.

$$\text{а)} \frac{910}{137^2 - 123^2} = \frac{910}{(137+123)(137-123)} = \frac{910}{260 \cdot 14} = \frac{91}{26 \cdot 14} = \frac{7}{2 \cdot 14} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4};$$

$$\text{б)} \frac{274^2 - 34^2}{960} = \frac{(274+34)(274-34)}{960} = \frac{308 \cdot 240}{960} = \frac{308 \cdot 24}{96} = \frac{308}{4} = 77;$$

$$\text{в)} \frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2} = \frac{(53+27)(53-27)}{(79+51)(79-51)} = \frac{80 \cdot 26}{130 \cdot 28} = \frac{8 \cdot 26}{13 \cdot 28} = \frac{2 \cdot 2}{7} = \frac{4}{7};$$

$$\text{г)} \frac{14400}{324^2 - 36^2} = \frac{14400}{(324-36)(324+36)} = \frac{120^2}{288 \cdot 360} = \frac{144 \cdot 100}{288 \cdot 360} = \frac{10}{2 \cdot 36} = \frac{5}{36}.$$

№ 39.

$$\text{а)} 2d^2 + 2cd = 2d(d+c);$$

$$\text{б)} np^4 - mp^4 = p^4(n-m);$$

$$\text{в)} r^3s^4 + r^4s^3 = r^3s^3(s+r);$$

$$\text{г)} 20a^3x - 15a^4x^2 = 5a^3x(4-3ax).$$

№ 40.

$$\begin{aligned} \text{а)} a^2 - ab - bc - c^2 &= (a^2 - c^2) - (ab + bc) = (a-c)(a+c) - b(a+c) = \\ &= (a+c)(a-c-b); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} 12z^2 - 9kz + 4nz - 3kn &= (12z^2 - 9kz) + (4nz - 3kn) = 3z(4z - 3k) + n(4z - 3k) = \\ &= (4z - 3k)(3z + n); \end{aligned}$$

$$\text{в)} 3x - 2x^2 + 3y - 2xy = (3x + 3y) - (2x^2 + 2xy) = 3(x+y) - 2x(x+y) = (x+y)(3-2x);$$

$$\begin{aligned} \text{г)} 20z^2 + 3kn - 15kz - 4nz &= (20z^2 - 15kz) + (3kn - 4nz) = \\ &= 5z(4z - 3k) - n(-3k + 4z) = (4z - 3k)(5z - n). \end{aligned}$$

№ 41.

$$\text{а)} a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2;$$

$$\text{б)} 9x^2 - 6xm + m^2 = (3x-m)^2;$$

$$\text{в)} 16t^2 + 8ts^2 + s^4 = (4t+s^2)^2;$$

$$\text{г)} b^4 - 16b^2c + 64c^2 = (b^2-8c)^2.$$

№ 42.

$$\text{а)} 4d^2 - 2d = 0, \quad 2d(2d-1) = 0, \quad 2d = 0, \quad d = 0 \quad \text{или} \quad 2d-1 = 0, \quad d = \frac{1}{2};$$

$$\text{б)} 5n^2 + 25n = 0, \quad 5n(5n+1) = 0, \quad 5n = 0, \quad n = 0 \quad \text{или} \quad n+5 = 0, \quad n = -5;$$

в) $2x - 4x^3 = 0$, $2x(1 + 2x^2) = 0$, $2x = 0$, $x = 0$ или $1 + 2x^2 \neq 0$;

г) $4x^2 - 9 = 0$, $(2x - 3)(2x + 3) = 0$, $2x - 3 = 0$, $x = 1,5$ или $2x + 3 = 0$, $x = -1,5$.

№ 43.

а) $4x - 12 + xb - 3b = 0$, $(4x + xb) - (12 + 3b) = 0$, $x(4 + b) - 3(4 + b) = 0$,
 $(4 + b)(x - 3) = 0$, $4 + b = 0$, $b = -4$ или $x - 3 = 0$, $x = 3$;

б) $x - 5 + ax - 5a = 0$, $(x + ax) - (5 - 5a) = 0$, $x(1 + a) - 5(1 - a) = 0$,
 $(1 + a)(x - 5) = 0$, $1 + a = 0$, $a = -1$ или $x - 5 = 0$, $x = 5$;

в) $2x + 7y + 14 + xy = 0$, $(2x + xy) + (7y + 14) = 0$, $x(2 + y) + 7(y + 2) = 0$,
 $(2 + y)(x + 7) = 0$, $2 + y = 0$, $y = -2$ или $x + 7 = 0$, $x = -7$;

г) $5m + 6n + 30 - nm = 0$, $(5m + 30) + (6n + nm) = 0$, $5(m + 6) + n(6 + m) = 0$,
 $(m + 6)(5 + n) = 0$, $m + 6 = 0$, $m = -6$ или $5 + n = 0$, $n = -5$.

№ 44.

а) $\frac{a^2 + a}{a^3 + a^2} = \frac{a(a+1)}{a^2(a+1)} = \frac{1}{a}$;

б) $\frac{3p + 6q}{p^2 + 2pq} = \frac{3(p + 2q)}{p(p + 2q)} = \frac{3}{p}$;

в) $\frac{8m - 8n}{9n - 9m} = \frac{8(m - n)}{-9(m - n)} = -\frac{8}{9}$;

г) $\frac{3x^3 + 3xy^2}{6yx^2 + 6y^3} = \frac{3x(x^2 + y^2)}{6y(x^2 + y^2)} = \frac{x}{2y}$.

№ 45.

а) $\frac{a^2 + 4a + 4}{a + 2} = \frac{(a + 2)^2}{a + 2} = a + 2$;

б) $\frac{3n - m}{9n^2 - 6nm + m^2} = \frac{3n - m}{(3n - m)^2} = \frac{1}{3n - m}$;

в) $\frac{k^2 - 8k + 16}{k - 4} = \frac{(k - 4)^2}{k - 4} = k - 4$;

г) $\frac{p - 2q}{p^2 - 4pq + 4q^2} = \frac{p - 2q}{(p - 2q)^2} = \frac{1}{p - 2q}$.

№ 46.

а) $\frac{b^2 - 25}{b + 5} = \frac{(b + 5)(b - 5)}{b + 5} = b - 5$;

б) $\frac{2m - 3}{4m^2 - 9} = \frac{2m - 3}{(2m + 3)(2m - 3)} = \frac{1}{2m + 3}$;

в) $\frac{t^2 - 36}{6 + t} = \frac{(t + 6)(t - 6)}{6 + t} = t - 6$;

г) $\frac{5k - 2l}{25k^2 - 4l^2} = \frac{5k - 2l}{(5k + 2l)(5k - 2l)} = \frac{1}{5k + 2l}$.

№ 47.

а) $\frac{4p^2 - 2p + 1}{8p^3 + 1} = \frac{4p^2 - 2p + 1}{(2p + 1)(4p^2 - 2p + 1)} = \frac{1}{2p + 1}$;

б) $\frac{27a^3 + 8}{2 + 3a} = \frac{(3a + 2)(9a^2 - 6a + 4)}{2 + 3a} = 9a^2 - 6a + 4$;

$$b) \frac{9+12z+16z^2}{27-64z^3} = \frac{9+12z+16z^2}{(3-4z)(9+12z+16z^2)} = \frac{1}{3-4z};$$

$$r) \frac{5+2m}{125+8m^3} = \frac{5+2m}{(5+2m)(25-10m+4m^2)} = \frac{1}{25-10m+4m^2}.$$

№ 48.

$$a) \frac{9x^2-6x+1}{9x^2-1} = \frac{(3x-1)^2}{(3x+1)(3x-1)} = \frac{3x-1}{3x+1};$$

$$b) \frac{16a^2-25b^2}{16a^2+40ab+25b^2} = \frac{(4a+5b)(4a-5b)}{(4a+5b)^2} = \frac{4a-5b}{4a+5b};$$

$$b) \frac{4m^2-9n^2}{9n^2-12mn+4m^2} = \frac{(2m+3n)(2m-3n)}{(2m-3n)^2} = \frac{2m+3n}{2m-3n};$$

$$r) \frac{36t^2+12st+s^2}{s^2-36t^2} = \frac{(6t+s)^2}{(s+6t)(s-6t)} = \frac{6t+s}{s-6t}.$$

№ 49.

$$a) \frac{25x^2-20xy+4y^2}{10xy-4y^2} = \frac{(5x-2y)^2}{2y(5x-2y)} = \frac{5x-2y}{2y};$$

$$b) \frac{8s^3-27t^3}{12s^3+18s^2t+27st^2} = \frac{(2s-3t)(4s^2+6st+9t^2)}{3s(4s^2+6st+9t^2)} = \frac{2s-3t}{3s};$$

$$b) \frac{18ab^2-3b^3}{36a^2-12ab+b^2} = \frac{3b^2(6a-b)}{(6a-b)^2} = \frac{3b^2}{6a-b};$$

$$r) \frac{9k^2+27kl}{k^3+27l^3} = \frac{9k(k+3l)}{(k+3l)(k^2-3kl+9l^2)} = \frac{9k}{k^2-3kl+9l^2}.$$

№ 50.

$$a) \frac{16a^2-8ab+b^2}{64a^3-b^3} = \frac{(4a-b)^2}{(4a-b)(16a^2+4ab+b^2)} = \frac{4a-b}{16a^2+4ab+b^2};$$

$$b) \frac{8p^3+27q^3}{4p^2+12pq+9q^2} = \frac{(2p+3q)(4p^2-6pq+9q^2)}{(2p+3q)^2} = \frac{4p^2-6pq+9q^2}{2p+3q};$$

$$b) \frac{125x^3-y^3}{25x^2-10xy+y^2} = \frac{(5x-y)(25x^2+5xy+y^2)}{(5x-y)^2} = \frac{25x^2+5xy+y^2}{5x-y};$$

$$r) \frac{27n^3+64m^3}{9n^2+24mn+16m^2} = \frac{(3n+4m)(9n^2-12mn+16m^2)}{(3n+4m)^2} = \frac{9n^2-12mn+16m^2}{3n+4m}$$

№ 51.

$$a) \frac{p-t+2pt-2t^2}{p-t+pt-t^2} = \frac{(p-t)+2t(p-t)}{(p-t)+t(p-t)} = \frac{(p-t)(1+2t)}{(p-t)(1+t)} = \frac{1+2t}{1+t};$$

$$б) \frac{12m+8n-3m^2-2mn}{3m^2+2mn-3m-2n} = \frac{4(3m+2n)-m(3m+2n)}{m(3m+2n)-(3m+2n)} = \frac{(3m+2n)(4-m)}{(3m+2n)(m-1)} = \frac{4-m}{m-1};$$

$$в) \frac{a-b+4ab-4b^2}{a-b+ab-b^2} = \frac{(a-b)+4b(a-b)}{(a-b)+b(a-b)} = \frac{(a-b)(1+4b)}{(a-b)(1+b)} = \frac{1+4b}{1+b};$$

$$г) \frac{24k+16l+6k^2+4kl}{6k^2+4kl+6k+4l} = \frac{(24k+6k^2)+(16l+4kl)}{(6k^2+6k)+(4kl+4l)} = \frac{6k(4+k)+4l(4+k)}{6k(k+1)+4l(k+1)} =$$

$$= \frac{(6k+4l)(4+k)}{(6k+4l)(k+1)} = \frac{4+k}{k+1}.$$

№ 52.

$$a) \frac{p-t+2pt-2t^2}{1+4t+4t^2} = \frac{(p-t)+2t(p-t)}{(1+2t)^2} = \frac{(p-t)(1+2t)}{(1+2t)^2} = \frac{p-t}{1+2t};$$

$$б) \frac{m^3-1}{4m^2+3mn-4m-3n} = \frac{(m-1)(m^2+m+1)}{m(4m+3n)-(4m+3n)} = \frac{(m-1)(m^2+m+1)}{(4m+3n)(m-1)} = \frac{m^2+m+1}{4m+3n};$$

$$в) \frac{a^2-2ab+b^2}{a-b-ab+b^2} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)-b(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(1-b)} = \frac{a-b}{1-b};$$

$$г) \frac{6k+5l+6k^2+5kl}{k^3+1} = \frac{6k(1+k)+5l(1+k)}{(k+1)(k^2-k+1)} = \frac{(1+k)(6k+5l)}{(k+1)(k^2-k+1)} = \frac{6k+5l}{k^2-k+1}.$$

№ 53.

$$a) \frac{2m-2n+3mn-3n^2}{16m+54mn^3} = \frac{2(m-n)+3n(m-n)}{2m(8+27n^3)} = \frac{(m-n)(2+3n)}{2m(2+3n)(4-6n+9n^2)} =$$

$$= \frac{m-n}{2m(4-6n+9n^2)};$$

$$б) \frac{8x^2+10xy}{4x^2+5xy-4x-5y} = \frac{2x(4x+5y)}{4x(x-1)+5y(x-1)} = \frac{2x(4x+5y)}{(x-1)(4x+5y)} = \frac{2x}{x-1};$$

$$в) \frac{a-b+4ab-4b^2}{48ab^3+3ab+24ab^2} = \frac{(a-b)+4b(a-b)}{3ab(16b^2+1+8b)} = \frac{(a-b)(1+4b)}{3ab(1+4b)^2} = \frac{a-b}{3ab(1+4b)};$$

$$г) \frac{p^3+p^2}{3p^2+4pq+3p+4q} = \frac{p^2(p+1)}{p(3p+4q)+(3p+4q)} = \frac{p^2(p+1)}{(3p+4q)(p+1)} = \frac{p^2}{3p+4q}.$$

№ 54. Найдем значение выражения при заданном значении переменной:

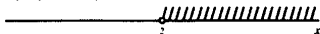
$$\frac{a^3 - 6a^2 + 7a}{a^3(a-3)^2 - 2a^3} = \frac{a(a^2 - 6a + 7)}{a^3((a-3)^2 - 2)} = \frac{a(a^2 - 6a + 7)}{a^3(a^2 - 6a + 9 - 2)} = \frac{a(a^2 - 6a + 7)}{a^3(a^2 - 6a + 7)} = \frac{1}{a^2},$$

при $a = -\frac{1}{2} : \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4.$

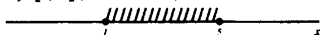
2. Графики и функции

№ 55.

а) $(2; +\infty)$, $x > 2$;

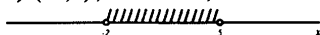


в) $[1; 5]$, $1 \leq x \leq 5$;

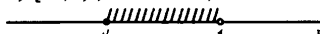


№ 56.

а) $(-2; 5)$, $-2 < x < 5$;

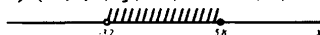


в) $[-1; 4)$, $-1 \leq x < 4$;

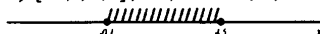


№ 57.

а) $(-3; 2; 5; 8]$, $-3, 2 < x \leq 5, 8$;

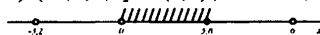


в) $[-0, 1; 4, 5]$, $-0, 1 \leq x \leq 4, 5$;

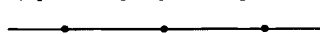


№ 58.

а) $(-3; 2; 5; 8]$ и $(0; 6)$, $0 < x \leq 5, 8$;

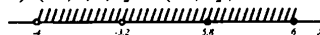


в) $[-0, 1; 4, 5]$ и $[-2; -0, 1]$, $x = -0, 1$;

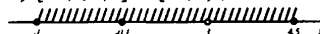


№ 59.

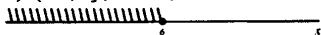
а) $(-3; 2; 5; 8]$ и $(-4; 6]$, $-4 < x \leq 6$;



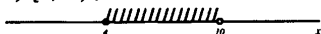
в) $[-0, 1; 4, 5]$ и $[-1; 3]$, $-1 \leq x \leq 4, 5$;



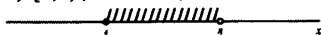
б) $(-\infty; 6]$, $x \leq 6$;



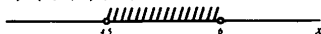
г) $[4; 10)$, $4 \leq x < 10$.



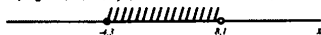
б) $[4; 8)$, $4 \leq x < 8$;



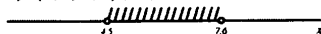
г) $(4, 5; 6)$, $4, 5 < x < 6$.



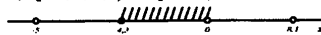
б) $[-4, 3; 8, 1)$, $-4, 3 \leq x < 8, 1$;



г) $(4, 5; 7, 6)$, $4, 5 < x < 7, 6$.



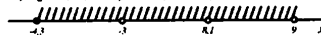
б) $[-4, 3; 8, 1)$ и $[-5; 0)$, $-4, 3 \leq x < 0$;



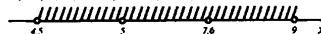
г) $(4, 5; 7, 6)$ и $(0; 4, 5]$, точек нет.



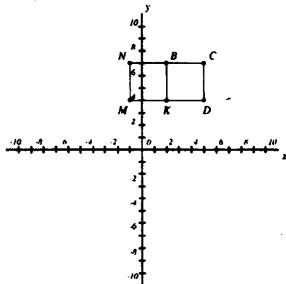
б) $[-4, 3; 8, 1)$ и $(-3; 9)$, $-4, 3 \leq x < 9$;



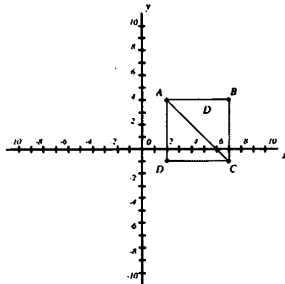
г) $(4, 5; 7, 6)$ и $(5; 9)$, $4, 5 < x < 9$.



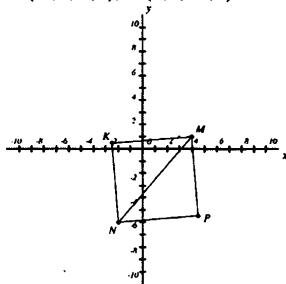
№ 60.

 $M(-1; 4), N(-1; 7), C(5; 7), D(5; 4)$


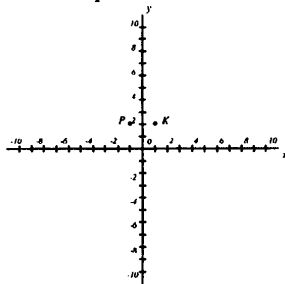
№ 61.

 $A(2; 4), B(7; 4), C(7; -1), D(2; -1)$


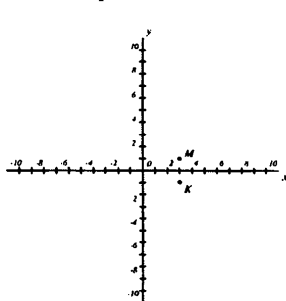
№ 62.

 $M(4; 1), N(-2; -6),$
 $K(-2; 0.5), P(4; 5; -5, 5)$


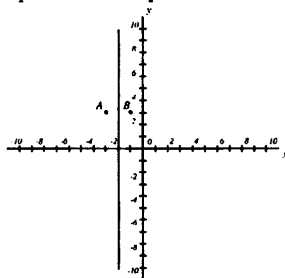
№ 63.

 $P(-1; 2), K(1; 2),$
 К симметрична Р относительно оси у


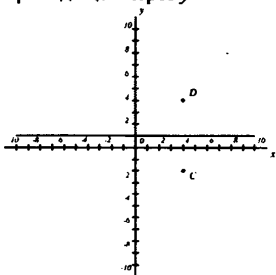
№ 64.

 $K(3; -1), M(3; 1),$
 М симметрична К относительно оси x


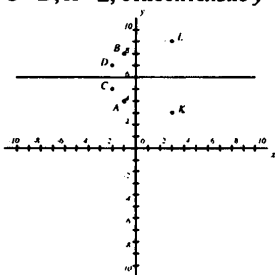
№ 65.

 $A(-3; 3), B(-1; 3),$
 В симметрична А относительно оси,
 проходящей через $x = -2$


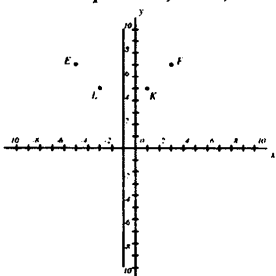
№ 66.

 $C(4; -2), D(4; 4)$, D симметрична C относительно оси, проходящей через $y = 1$ 

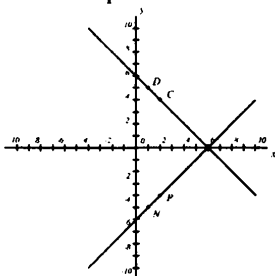
№ 67.

 $A(-1; 4), B(-1; 8), C(-2; 5), D(-2; 7)$, $K(3; 3), L(3; 9)$, A симметрична B ,
 $C - D, K - L$, относительно $y = 6$ 

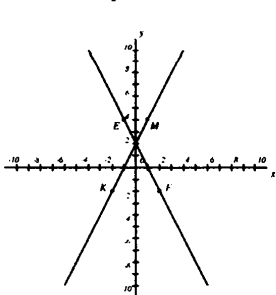
№ 68.

 $K(1; 5), L(-3; 5), F(3; 7), E(-5; 7)$ K симметрична L , $F - E$, относ. $x = -1$ 

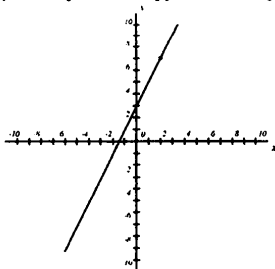
№ 69.

 $C(2; 4), D(1; 5), N(1; -5), P(2; -4)$, NP симметрична CD относительно x 

№ 70.

 $E(-1; 4), F(2; -2), M(1; 4), K(-2; -2)$ KM симметрична EF относительно y 

№ 71.

 $y = 2x + 3; y = 7$ при $x = 2$; $y = -1$ при $x = -2; y < 0$ при $x < -1,5$; $y > 3$ при $x > 0$; функция возрастает

№ 72. $y = -3x + 2$;

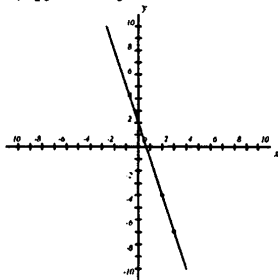
а) $y = -4$ при $x = 2$;

б) $y = -7$ при $x = 3$;

в) $y > 0$ при $x < 2/3$;

г) $y > -1$ при $x < 1$;

д) функция убывает.



№ 73. $y = -x + 4$;

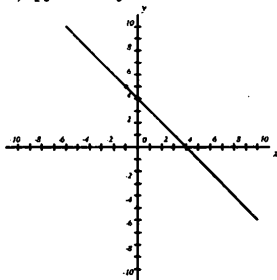
а) $y = 0$ при $x = 4$;

б) $y = 5$ при $x = -1$;

в) $y < 0$ при $x > 4$;

г) $y < 5$ при $x > -1$;

д) функция убывает.



№ 74. $y = x - 5$

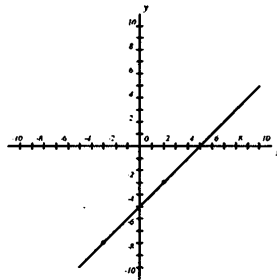
а) $y = -3$ при $x = 2$;

б) $y = -8$ при $x = -3$;

в) $y > 0$ при $x > 5$;

г) $y < 3$ при $x < 8$;

д) функция возрастает.



№ 75.

а) $y = 2x - 1$ и $y = 5 - x$; $2x - 1 = 5 - x$, $3x = 6$, $x = 2$ $y = 5 - 2 = 3$;

б) $y = 0,5x - 1$ и $y = -x - 4$; $0,5x - 1 = -x - 4$, $1,5x = -3$, $x = -2$, $y = 2 - 4 = -2$;

в) $y = 2x + 3$ и $y = 3x + 2$; $2x + 3 = 3x + 2$, $-x = -1$, $x = 1$, $y = 3 + 2 = 5$;

г) $y = -3x + 4$ и $y = 2x - 1$; $-3x + 4 = 2x - 1$, $-5x = -5$, $x = 1$, $y = 2 - 1 = 1$.

3. Линейные уравнения и системы

№ 76.

а) $3a + 4b = 0$, $3a = -4b$, $a = -\frac{4}{3}b$, $4b = -3a$, $b = -\frac{3}{4}a$;

б) $2c - 8d = 16$, $2c = 16 + 8d$, $c = 8 + 4d$, $2c - 16 = 8d$, $d = \frac{1}{4}c - 2$;

в) $45x - 19y - 11 = 0$, $45x = 19y + 11$, $45x - 11 = 19y$, $y = \frac{45x - 11}{19}$, $x = \frac{19y + 11}{45}$;

г) $3t - 2s = 0$, $3t = 2s$, $2s = 3t$, $t = \frac{2}{3}s$, $s = 1,5t$.

№ 77.

а) $19x - 3x + 4x = 80$, $20x = 80$, $x = 80 : 20$, $x = 4$;

б) $0,17x - 13 = 10 - 0,29x$, $0,17x + 0,29x = 10 + 13$, $0,46x = 23$, $x = 23 : 0,46$, $x = 50$

в) $20x - 13x - 12x = 6$, $-5x = 6$, $x = 6 : (-5)$, $x = -1,2$;

г) $8x + 0,77 = 4,61 - 8x$, $8x + 8x = 4,61 - 0,77$, $16x = 3,84$, $x = 3,84 : 16$, $x = 0,24$.

№ 78.

а) $(x+1)(x+2) - (x+3)(x+4) = 0$, $x^2 + x + 2x + 2 - x^2 - 3x - 4x - 12 = 0$,
 $-4x = 10$, $x = -2,5$;

б) $(x-2)(x-3) - (x-1)(x-4) = 0$, $x^2 - 2x - 3x + 6 - x^2 + x + 4x - 4 = 0$,
 $2 \neq 0$ – уравнение не имеет корней;

в) $10x^2 - (2x-3)(5x-1) = 31$, $10x^2 - 10x^2 + 15x + 2x - 3 = 31$, $17x = 34$,
 $x = 34 : 17$, $x = 2$;

г) $12x^2 - (4x-3)(3x+1) = -2$, $12x^2 - 12x^2 + 9x - 4x + 3 = -2$, $5x = -5$, $x = -1$.

№ 79.

а) $9x^2 - 1 - (3x-2)^2 = 0$, $9x^2 - 1 - 9x^2 + 12x - 4 = 0$, $12x = 5$, $x = \frac{5}{12}$;

б) $(2x-3)^2 - 2x(4+2x) = 11$, $4x^2 - 12x + 9 - 8x - 4x^2 = 11$, $-20x = 11 - 9$,
 $-20x = 2$, $x = -0,1$;

в) $x + (5x+2)^2 = 25(1+x^2)$, $x + 25x^2 + 20x + 4 = 25 + 25x^2$, $21x = 25 - 4$,
 $21x = 21$, $x = 1$;

г) $(4x-3)(3+4x) - 2x(8x-1) = 0$, $16x^2 - 9 - 16x^2 + 2x = 0$, $2x = 9$, $x = 4,5$.

№ 80.

$\frac{2x-1}{3} - \frac{4-x}{2} - x = 1 + \frac{x-3}{6}$, $2(2x-1) - 3(4-x) - 6x = 6 + x - 3$,

$4x - 2 - 12 + 3x - 6x = 6 + x - 3$, $0 \cdot x = 17$, $0 \neq 17$ – уравнение не имеет корней,
 что и требовалось доказать.

№ 81.

$$a) \begin{cases} 3x-2y=12 \\ x+2y=-4 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ 2+2y=-4 \end{cases} \quad 4x=8, \quad x=2, \quad \begin{cases} x=2 \\ 2y=-6 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} 3x-y=4 \\ 2x+3y=10 \end{cases} \begin{cases} 9x-3y=12 \\ 2x+3y=10 \end{cases} \quad 11x=22, \quad x=2, \quad \begin{cases} x=2 \\ 4+3y=10 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ 3y=6 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases};$$

$$в) \begin{cases} 4x+3y=10 \\ x-2y=-3 \end{cases} \begin{cases} 4x+3y=10 \\ 4x-8y=-12 \end{cases} \quad 11y=22, \quad y=2, \quad \begin{cases} y=2 \\ x-4=-3 \end{cases} \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases};$$

$$г) \begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=7 \end{cases} \begin{cases} 3x-3y=9 \\ 3x-4y=7 \end{cases} \quad y=2, \quad \begin{cases} y=2 \\ x-2=3 \end{cases} \begin{cases} y=2 \\ x=5 \end{cases}.$$

№ 82.

$$a) \begin{cases} 3x+4y=55 \\ 7x-y=56 \end{cases} \begin{cases} 3x+4y=55 \\ 28x-4y=224 \end{cases} \quad 31x=279, \quad x=9, \quad \begin{cases} x=9 \\ 4y=28 \end{cases} \begin{cases} x=9 \\ y=7 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} 5x-3y=17 \\ 2x-8y=17 \end{cases} \quad 5x-3y=2x-8y, \quad 3x=-5y, \quad y=-0,6x, \quad \begin{cases} y=-0,6x \\ 2x-8 \cdot (-0,6x)=17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-0,6x \\ 2x+4,8x=17 \end{cases} \begin{cases} y=-0,6x \\ 6,8x=17 \end{cases} \begin{cases} y=-0,6x \\ x=2,5 \end{cases} \begin{cases} x=2,5 \\ y=-1,5 \end{cases};$$

$$в) \begin{cases} 3x-5y=14 \\ x+2y=1 \end{cases} \begin{cases} 3x-5y=14 \\ 3x+6y=3 \end{cases} \quad -11y=11, \quad y=-1, \quad \begin{cases} y=-1 \\ x-2=1 \end{cases} \begin{cases} y=-1 \\ x=3 \end{cases};$$

$$г) \begin{cases} 3y-4x=-6 \\ 5x-9y=-10 \end{cases} \begin{cases} -12x+9y=-18 \\ 5x-9y=-10 \end{cases} \quad -7x=-28, \quad x=4, \quad \begin{cases} x=4 \\ 20-9y=-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ -9y=-30 \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ y=3\frac{1}{3} \end{cases}.$$

№ 83.

$$a) \begin{cases} 9x+8y=21 \\ 6x+4y=13 \end{cases} \begin{cases} 9x+8y=21 \\ 12x+8y=26 \end{cases} \quad -3x=-5, \quad x=\frac{5}{3}, \quad \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ 6 \cdot \frac{5}{3} + 4y=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ 10+4y=13 \end{cases} \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ 4y=3 \end{cases} \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ y=\frac{3}{4} \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 6x - 3y = 9 \end{cases} \begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ 6x - 3y = 9 \end{cases} \begin{cases} x - \text{любое число} \\ 6x - 9 = 3y \end{cases} \quad 0 = 0 \quad \begin{cases} x - \text{любое число} \\ y = 2x - 3 \end{cases},$$

бесконечное множество решений вида $(x; 2x - 3)$;

$$в) \begin{cases} 3x - 2y = -12 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \quad 11x = -28, \quad x = -\frac{28}{11},$$

$$\begin{cases} x = -\frac{28}{11} \\ 3 \cdot \left(-\frac{28}{11}\right) - 2y = -12 \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{28}{11} \\ -2y = -12 + \frac{84}{11} \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{28}{11} \\ y = 6 - \frac{42}{11} \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{28}{11} \\ y = 6 - 3\frac{9}{11} \end{cases} \begin{cases} x = -2\frac{6}{11} \\ y = 2\frac{2}{11} \end{cases};$$

$$г) \begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 15 \end{cases} \begin{cases} 4x + 10y = 20 \\ 4x + 10y = 15 \end{cases} \quad 0 \neq 5 \text{ — не имеет решений.}$$

№ 84. Пусть x – скорость первого мотоциклиста, а $(x + 10)$ – скорость второго. Их общая скорость равна $(x + x + 10)$. В пути они были 3 часа, т.е. их путь составил $(2x + 10)$ км, но т.к. до встречи им осталось пройти 20 км, а расстояние между городами равно 350 км, то за 3 часа они проехали $(350 - 20)$ км. Составим уравнение:

$3(2x + 10) = 350 - 20$; $6x + 30 = 330$; $6x = 300$; $x = 50$ км/ч (скорость первого мотоциклиста), $50 + 10 = 60$ км/ч (скорость второго мотоциклиста).

№ 85. Пусть x – длина второго куска провода, а $(x + 54)$ – длина первого. После того как от каждого куска отреза по 12 м, во втором куске осталось $(x - 12)$ м, а в первом – $(x + 54 - 12)$ м. По условию второй кусок в 4 раза короче первого. Составим уравнение:

$4(x - 12) = x + 54 - 12$; $4x - 48 = x + 42$; $3x = 90$; $x = 30$ м (длина второго куска), $30 + 54 = 84$ м (длина первого куска).

№ 86. Пусть x – вагонов было сначала в одном составе, а $(x - 12)$ – вагонов было в другом составе. От каждого состава оцепили по 6 вагонов: в одном составе осталось $(x - 6)$ вагонов, а во втором – $(x - 12 - 6)$ вагонов. По условию в одном составе стало в 3 раза больше вагонов, чем в другом. Составим уравнение:

$x - 6 = 3(x - 18)$; $x - 6 = 3x - 54$; $-2x = -48$; $x = 24$ вагона (в первом составе), $24 - 12 = 12$ вагонов (во втором составе).

№ 87.

1) $100 - 20 = 80\%$ – ковров машинной работы;

2) $150 : 100 \cdot 80 = 120$ – ковров машинной работы.

№ 88. $24,5\% = 0,245$; $78,4 : 0,245 = 320$ кг картофеля было запасено.

№ 89. Пусть x – расстояние, которое велосипедист проехал до встречи, а $(4x)$ – проехал до встречи автомобиль, тогда $(x + 4x)$ – расстояние между пунктами, равное по условию 40 км. Составим уравнение: $x + 4x = 40$;

$5x = 40$; $x = 8$; $4 \cdot 8 = 32$ км.

№ 90.

- 1) $60 \cdot \frac{1}{2} = 30$ км (проехал мотоциклист из пункта А за $\frac{1}{2}$ ч),
- 2) $60 + 50 = 110$ км/ч (скорость сближения),
- 3) $162 - 30 = 132$ км (путь пройденный двумя мотоциклистами),
- 4) $132 : 110 = 1,2$ ч (время, затраченное 1-м мотоциклистом до встречи со 2-м).

№ 91. Пусть x – количество молока в первом бидоне, а $(70 - x)$ – во втором бидоне. $0,125x$ литров перелили из первого во второй бидон, тогда в первом стало $(x - 0,125x)$ л, а во втором – $(70 - x + 0,125x)$ л, а по условию поровну. Составим уравнение:

$$x - 0,125x = 70 - x + 0,125x, \quad x + x - 0,125x - 0,125x = 70, \quad 1,75x = 70,$$

$$x = 70 : 1,75 = 40 \text{ л (в первом бидоне)}, \quad 70 - 40 = 30 \text{ л (во втором бидоне)}.$$

№ 92. Пусть x – количество винограда в корзине, а $2x$ – в ящике. В корзину добавили 2 кг и в ней стало $(x + 2)$ кг, т.е. по условию в ней стало на 0,5 кг больше, чем в ящике. Составим уравнение:

$$x + 2 - 2x = 0,5; \quad -x = 0,5 - 2; \quad -x = -1,5; \quad x = 1,5 \text{ кг}.$$

№ 93.

- 1) $270 \cdot \frac{5}{9} = 150$ т (вывезли в первый раз),
- 2) $150 \cdot 0,45 = 67,5$ т (вывезли во второй раз),
- 3) $\frac{67,5}{270} = \frac{1}{4}$ (часть картофеля, вывезенная во второй раз),
- 4) $270 - 150 - 67,5 = 52,5$ т (осталось на складе).

№ 94. Пусть x – собственная скорость катера, тогда $(x + 3)$ – скорость по течению реки, а $(x - 3)$ – скорость против течения. Путь катера равен $5(x + 3) + 3(x - 3)$ км, т.е. по условию 126 км. Составим уравнение:

$$5(x + 3) + 3(x - 3) = 126; \quad 5x + 15 + 3x - 9 = 126; \quad 8x = 126 - 15 + 9; \quad 8x = 120;$$

$$x = 120 : 8; \quad x = 15 \text{ км/ч}.$$

№ 95. Пусть x – первое нечетное число, тогда $(x + 2)$ – второе, а $(x + 4)$ – третье. Сумма чисел равен $x + (x + 2) + (x + 4)$, т.е. по условию 81. Составим уравнение:

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 81; \quad x + x + 2 + x + 4 = 81; \quad 3x = 81 - 6; \quad 3x = 75; \quad x = 75 : 3;$$

$$x = 25 \text{ (первое число)}, \quad 25 + 2 = 27 \text{ (второе число)}, \quad 25 + 4 = 29 \text{ (третье число)}.$$

№ 96. Пусть x – скорость автобуса, а $(x + 18)$ – скорость легкового автомоби-

ля. Автобус был в пути 1 ч 50 мин, т.е. $1\frac{5}{6}$ ч, и прошел $\left(1\frac{5}{6}x\right)$ км, а автомо-

бил был в пути 1 ч 20 мин, т.е. $1\frac{1}{3}$ ч, и прошел $1\frac{1}{3}(x+18)$ км, т.е. по условию на 3 км больше. Составим уравнение:

$$1\frac{1}{3}(x+18) - 1\frac{5}{6}x = 3, \quad 1\frac{1}{3}x + 24 - 1\frac{5}{6}x = 3, \quad 1\frac{2}{6}x - 1\frac{5}{6}x = 3 - 24, \quad -\frac{3}{6}x = -21,$$

$\frac{1}{2}x = 21$, $x = 42$, $1\frac{5}{6} \cdot 42 = 77$ км (путь автобуса), тогда $77 + 3 = 80$ км (путь автомобиля), а $77 + 80 = 157$ км (расстояние между пунктами).

№ 97. Пусть x – скорость первого пешехода, а y – скорость второго пешехода.

Расстояние между пунктами А и В равно $(x+y) \cdot 3\frac{3}{4}$ км, т.е. по условию 30 км.

Если бы первый пешеход был на 2 ч больше в пути, то он прошел бы $4,5x$ км, а второй $2,5y$ км, а вместе – 30 км. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 3\frac{3}{4} = 30 \\ 4,5x + 2,5y = 30 \end{cases} \begin{cases} x+y=8 \\ 4,5x+2,5y=30 \end{cases} \begin{cases} x=8-y \\ 4,5 \cdot (8-y) + 2,5y = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8-y \\ 36-4,5y+2,5y=30 \end{cases} \begin{cases} x=8-y \\ -2y=-6 \end{cases} \begin{cases} x=8-y \\ y=3 \end{cases} \begin{cases} x=8-3 \\ y=3 \end{cases} \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$$

Итак, скорость первого пешехода 5 км/ч, а второго – 3 км/ч.

№ 98. Пусть x – масса стали с 5% содержанием никеля, а y – масса стали с 40% содержанием никеля. Всего стали с 30% содержанием никеля – 140 т. 30% от 140 т это 42 т, значит 5% – это $0,05x$, а 40% – $0,4y$. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=140 \\ 0,05x+0,4y=42 \end{cases} \begin{cases} x=140-y \\ 0,05 \cdot (140-y) + 0,4y = 42 \end{cases} \begin{cases} x=140-y \\ 7-0,05y+0,4y=42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=140-y \\ 0,35y=35 \end{cases} \begin{cases} x=140-y \\ y=100 \end{cases} \begin{cases} x=140-100 \\ y=100 \end{cases} \begin{cases} x=40 \\ y=100 \end{cases}$$

Итак, стали первого сорта надо взять 40 т, а второго сорта – 100 т.

№ 99. Пусть первый рабочий за день изготовлял x деталей, тогда второй – y деталей. Первый за 15 дней изготовил $15x$ деталей, а второй за 14 дней – $14y$ деталей. Вместе они изготовили $15x + 14y$ деталей, а по условию – 1020 штук. Первый за 3 дня изготовлял на 60 деталей больше, чем второй за 2 дня. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 15x+14y=1020 \\ 3x-2y=60 \end{cases} \begin{cases} 15x+14y=1020 \\ 15x-10y=300 \end{cases} \quad 24y=720 \quad y=720:24=30$$

$$\begin{cases} y = 30 \\ 3x - 2 \cdot 30 = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 30 \\ 3x = 120 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 30 \\ x = 40 \end{cases}$$

Итак, первый рабочий изготавливал за день 40 деталей, а второй – 30.

№ 100. Пусть x – число десятков, а y – число единиц. Искомое число $(10x + y)$, а число, полученное перестановкой цифр, равно $(y + 10x)$. Известно, что оно меньше искомого на 36. При делении искомого числа на сумму его цифр в частном получается 7, а в остатке 3. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} (10x + y) - (10y + x) = 36 \\ 10x + y = 7 \cdot (x + y) + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + y - 10y - x = 36 \\ 10x + y = 7x + 7y + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 9y = 36 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 4 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$y = 3 \quad \begin{cases} y = 3 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 \\ x - 3 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 \\ x = 7 \end{cases}$$

Итак, искомое число равно 73.

№ 101. Пусть x – первое число, а y – второе число. Разность двух чисел равна 52. При делении первого числа на второе получается 3, а в остатке 4. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 52 \\ x = 3y + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 52 + y \\ x = 3y + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 52 + y \\ 52 + y = 3y + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 52 + y \\ -2y = -48 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 52 + y \\ y = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 24 \\ x = 76 \end{cases}$$

Итак, искомые числа равны 76 и 24.

№ 102. Пусть x – число десятков, а $(7 - x)$ – число единиц. $(10x + (7 - x))$ – задуманное число. $(x + 2)$ – число десятков второго числа, а $(7 - x + 2)$ – число единиц второго числа. Известно, что второе число на 3 меньше удвоенного заданного числа. Составим уравнение:

$$2(10x + (7 - x)) - (10(x + 2) + (7 - x + 2)) = 3,$$

$$2(10x + 7 - x) - (10x + 20 + 7 - x + 2) = 3, \quad 20x + 14 - 2x - 10x - 20 - 7 + x - 2 = 3,$$

$$9x - 15 = 3, \quad 9x = 18, \quad x = 2.$$

Итак 2 – число десятков, а $7 - 2 = 5$ – число единиц, т.е. задуманное число 25.

№ 103. Пусть первый изобретатель получил x рублей, тогда второй получил

$$\left(33\frac{1}{3} \cdot \frac{x}{100} + 60\right) \text{ руб.}, \text{ а третий получил } \left(\left(33\frac{1}{3} \cdot \frac{x}{100} + 60\right) : 100 \cdot 33\frac{1}{3} + 30\right) \text{ руб.}$$

Вместе они получили 1410 руб. Составим уравнение:

$$x + \left(33\frac{1}{3} \cdot \frac{x}{100} + 60\right) + \left(\left(33\frac{1}{3} \cdot \frac{x}{100} + 60\right) : 100 \cdot 33\frac{1}{3} + 30\right) = 1410,$$

$$x + \frac{100 \cdot x}{3 \cdot 100} + 60 + \left(\frac{x}{3} + 60\right) \cdot \frac{1}{3} + 30 = 1410, \quad x + \frac{x}{3} + 60 + \frac{x}{9} + 20 + 30 = 1410,$$

$$1\frac{4}{9}x + 110 = 1410, \quad 1\frac{4}{9}x = 1300, \quad \frac{13}{9}x = 1300, \quad x = \frac{1300 \cdot 9}{13}, \quad x = 900 \text{ руб. получил}$$

$$\text{первый изобретатель, } 33\frac{1}{3} \cdot \frac{900}{100} + 60 = \frac{900}{3} + 60 = 300 + 60 = 360 \text{ руб. получил}$$

$$\text{второй изобретатель, } \frac{360}{3} + 30 = 120 + 30 = 150 \text{ руб. получил третий.}$$

№ 104. Два поезда прошли за 2 часа $340 - 30 = 310$ км. Скорость сближения поездов равна $310 : 2 = 155$ км/ч.

Существует бесконечное множество решений, т.к. $V_1 + V_2 = 155$ км/ч.

№ 105. Пусть x – собственная скорость лодки, а y – скорость течения реки. Скорость лодки против течения равна $(x - y)$, а скорость плота – y . Лодка и плот встретились через 2 часа, проплыв 16 км. Составим уравнение:

$$(x - y) \cdot 2 + 2y = 16, \quad 2x - 2y + 2y = 16, \quad 2x = 16, \quad x = 8 \text{ км/ч (собственная скорость лодки, а скорость течения – любое положительное число меньше 8).}$$

№ 106. $21 : 3 = 7$ км/ч. Скорость катера на 7 км/ч больше скорости лодки.

№ 107. Пусть x и y – стороны прямоугольника, тогда его площадь равна xy . Когда стороны увеличили на 2 см, площадь прямоугольника увеличилась на 16 см². Составим уравнение:

$$(x + 2)(y + 2) - xy = 16, \quad xy + 2y + 2x + 4 - xy = 16, \quad 2y + 2x = 12, \quad y + x = 6, \quad \text{т.к. стороны прямоугольника целые числа, то стороны могут быть 5 и 1 см, 2 и 4 см, 3 и 3 см.}$$

№ 108.

$$5V_1 - 6V_2 = 40$$

$$V_1 : 10, \quad 5V_1 = 40 + 6V_2, \quad 50 < V_1 < 100;$$

$$V_2 : 10, \quad V_1 = 8 + 1,2V_2, \quad 50 < V_2 < 100, \quad V_2 = \frac{5V_1 - 40}{6},$$

$$\text{т.к. } 50 < V_2 < 100, \text{ то } 60 < 1,2V_2 < 120,$$

$68 < 8 + 1,2V_2 < 128$, но $8 + 1,2V_2 = V_1$, а $50 < V_2 < 100$, то V_1 может быть 70, 80 или 90 км/ч. Проверим, чтобы при этом V_2 делилось на 10.

$$V_2 = \frac{5V_1 - 40}{6}, \quad V_1 = 70 \text{ км/ч, } V_2 = \frac{350 - 40}{6} = \frac{310}{6}, \quad \frac{310}{6} \text{ не делится на 10.}$$

$$V_2 = \frac{5V_1 - 40}{6}, \quad V_1 = 80 \text{ км/ч, } V_2 = \frac{400 - 40}{6} = 60 \text{ км/ч,}$$

$$V_2 = \frac{5V_1 - 40}{6}, \quad V_1 = 90, \quad V_2 = \frac{450 - 40}{6} = \frac{410}{6}, \quad \frac{410}{6} \text{ не делится на 10.}$$

Значит, скорость скорого поезда 80 км/ч, а пассажирского – 60 км/ч.

§ 1. Основные понятия

№ 1. а) дробь; б) многочлен; в) дробь; г) дробь.

№ 2. а) многочлен; б) дробь; в) дробь; г) дробь.

№ 3.

а) при $a = -5$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

б) при $x = -1$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

в) при $c = -0,4$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

г) знаменатель $m^2 + 1 > 0$, значит, дробь имеет смысл при любых значениях m .

№ 4.

а) при $x = 0$ и $x = -2$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

б) при $y = 0$ и $y = 2$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

в) при $z = 0$ и $z = -3$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

г) при $t = 0$ и $t = 4$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0.

№ 5.

а) при $a = -2$ и $a = -3$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

б) при $b = 7$ и $b = -9$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

в) при $c = -12$ и $c = 19$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

г) при $d = 41$ и $d = 85$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0.

№ 6.

а) при $x = 3$ и $x = -3$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

б) при $p = -4$ и $p = 4$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

в) при $s = 2$ и $s = -2$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0;

г) при $t = \frac{2}{3}$ и $t = -\frac{2}{3}$, т.к. знаменатель дроби обращается в 0.

№ 7.

а) $\frac{1}{x-3}$; б) $\frac{2}{y(y-12)}$; в) $\frac{1}{z(z+4)(z+7)}$; г) $\frac{2}{x^2+4}$.

№ 8.

а) при $x = 4$, т.к. числитель дроби обращается в 0;

б) при $x = -2$, т.к. числитель дроби обращается в 0;

в) числитель $x^2 + 1 > 0$, значит, при любых значениях x дробь не равна 0;

г) при $x = 0$, т.к. числитель дроби обращается в 0.

№ 9. Найдем значение дроби при заданном значении переменной:

а) $\frac{x-2}{x} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{y+6}{y-2} = \frac{4+6}{4-2} = \frac{10}{2} = 5$;

$$\text{в)} \frac{(p+8)^2}{p^2} = \frac{(2+8)^2}{2^2} = \frac{10^2}{4} = \frac{100}{4} = 25; \quad \text{г)} \frac{s^2-1}{2s} = \frac{3^2-1}{2 \cdot 3} = \frac{9-1}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}.$$

№ 10. Найдем значение дроби при заданном значении переменной:

$$\text{а)} \frac{(t+7)^2}{2s} = \frac{(4+7)^2}{2 \cdot (-1)} = -\frac{11^2}{2} = -\frac{121}{2} = -60,5;$$

$$\text{б)} \frac{x-5}{(2y+3)^2} = \frac{2-5}{(2 \cdot (-2)+3)^2} = \frac{-3}{-1^2} = -3;$$

$$\text{в)} \frac{(a+b)^2}{ab} = \frac{(2,5-3)^2}{2,5 \cdot (-3)} = \frac{-0,5^2}{-7,5} = -\frac{1}{4} : \frac{15}{2} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{15} = -\frac{1}{30};$$

$$\text{г)} \frac{(ps-1)^2}{p^2s} = \frac{(-1 \cdot 2-1)^2}{-1^2 \cdot 2} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

№ 11. Найдем значение дроби при заданном значении переменной:

$$\text{а)} 2b-a = -(a-2b) = -3; \quad \text{б)} 2a-4b = 2(a-2b) = 2 \cdot 3 = 6;$$

$$\text{в)} \frac{4b-2a}{3} = \frac{-2(a-2b)}{3} = \frac{-2 \cdot 3}{3} = -2; \quad \text{г)} \frac{6}{2a-4b} = \frac{6}{2(a-2b)} = \frac{6}{2 \cdot 3} = 1.$$

№ 12. Пусть x – скорость первого автомобиля, тогда $(x+20)$ – скорость второго. Составим уравнение:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1.$$

№ 13. Пусть x – скорость грузовика, тогда $(x+20)$ – скорость автомобиля. По условию задачи грузовик был в пути на $\frac{10}{60}$ ч дольше автомобиля. Составим

$$\text{уравнение: } \frac{40}{x} - \frac{10}{x+20} = \frac{10}{60}.$$

№ 14. Пусть x – скорость первой группы, тогда $(x+1)$ – скорость второй группы. Время, затраченное на путь первой группой, равно $\frac{12}{x}$ ч, а второй – $\frac{10}{x+1}$ ч.

$$\text{Составим уравнение: } \frac{12}{x} - \frac{10}{x+1} = 1.$$

№ 15. Пусть x – скорость течения реки, тогда $(30+x)$ – скорость лодки по течению, а $(30-x)$ – скорость лодки против течения. По течению лодка прошла 48 км, затратив $\frac{48}{30+x}$ ч, а против течения – 42 км, затратив $\frac{42}{30-x}$ ч.

$$\text{Составим уравнение: } \frac{48}{30+x} - \frac{42}{30-x} = 0, \quad \frac{48(30-x) - 42(30+x)}{(30+x)(30-x)} = 0,$$

$$30(48-42)-90x=0, -90x=-180, x=2 \text{ км/ч.}$$

При $x=2$ знаменатель $(30+x)(30-x) \neq 0$, значит, решение не подходит.

№ 16. Пусть x – скорость автобуса, тогда $x+30$ – скорость автомобиля. Время, затраченное автобусом, равно $\frac{160}{x}$ ч, а автомобилем – $\frac{280}{x+30}$ ч, и по

условию задачи оно одинаково $\frac{160}{x} = \frac{280}{x+30}$. Составим уравнение:

$$\frac{160}{x} - \frac{280}{x+30} = 0, 160x + 4800 - 280x = 0, -120x = -4800, x = 40 \text{ км/ч.}$$

№ 17.

а) при $x > 0, y > 0$; $\frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} > 0$;

б) при $x > 0, y < 0$; $\frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} > 0$;

в) при $x < 0, y > 0$; $\frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} < 0$;

г) при $x < 0, y < 0$; $\frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} < 0$.

№ 18.

а) $\frac{5}{a^2+7} > 0$, т.к. $5 > 0$, и $a^2+7 \geq 7$ при любых a , т.к. квадрат любого числа число неотрицательное;

б) $\frac{-3}{b^2+4} < 0$, т.к. числитель – отрицательное число, а знаменатель $b^2+4 \geq 4$ при любых b , т.к. квадрат любого числа число неотрицательное;

в) $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0$, т.к. знаменатель $a^2+8 \geq 8$ при любых a , т.к. квадрат любого числа число неотрицательное, а числитель $(x-3)^2 \geq 0$, т.е. $x-3=0$ при $x=3$;

г) $\frac{(y-6)^2}{-y^2-3} \leq 0$, т.к. числитель $(y-6)^2 \geq 0$ т.е. $y-6=0$ при $y=6$, а знаменатель $-y^2-3=-(y^2+3) \leq -3$.

№ 19.

а) при $a=4$ и $b=-2$; $\frac{(3a-b)^2}{a+b} = \frac{(3 \cdot 4 + 2)^2}{4-2} = 98$;

б) при $c = -2$ и $d = 1$; $\frac{c^6 - 1}{d^4 + 2} = \frac{-2^6 - 1}{1^4 + 2} = \frac{64 - 1}{1 + 2} = \frac{63}{3} = 21$;

в) при $x = 3$ и $y = 4$; $\frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = x^2 - y^2 = 3^2 - 4^2 = 9 - 16 = -7$;

г) при $m = 2$ и $n = -1$; $\frac{2mn}{m^3 + n^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)}{2^3 + (-1)^3} = \frac{-4}{8 - 1} = -\frac{4}{7}$.

№ 20.

а) $\frac{3x^2 + 2x + 5}{(3x - 1)(2x + 5)}$, $(3x - 1)(2x + 5) = 0$, $3x - 1 = 0$ или $2x + 5 = 0$,

т.е. $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -2\frac{1}{2}$;

б) $\frac{9y^2 - 5y + 4}{(5y - 3)(31 + 93y)}$, $(5y - 3)(31 + 93y) = 0$, $5y - 3 = 0$ или $31 + 93y = 0$,

т.е. $y_1 = \frac{3}{5}$, $y_2 = -\frac{1}{3}$;

в) $\frac{17s^2 + 24s + 1}{(44s + 1)(32s - 3)}$, $(44s + 1)(32s - 3) = 0$, $44s + 1 = 0$ или $32s - 3 = 0$,

т.е. $s_1 = -\frac{1}{44}$, $s_2 = \frac{3}{32}$;

г) $\frac{52r^2 + 13r - 5}{(5r - 15)(9r - 25)}$, $(5r - 15)(9r - 25) = 0$, $5r - 15 = 0$ или $9r - 25 = 0$,

т.е. $r_1 = \frac{15}{5} = 3$, $r_2 = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$.

№ 21.

а) $\frac{a^2 + 5}{(a - 1)^2}$, $(a - 1)^2 = 0$ при $a = 1$;

б) $\frac{b^2 + 12}{4b^2 - 4b + 1} = \frac{b^2 + 12}{(2b - 1)^2}$, $(2b - 1)^2 = 0$ при $b = \frac{1}{2}$;

в) $\frac{12c^2 - 7}{c^2 + 6c + 9} = \frac{12c^2 - 7}{(c + 3)^2}$, $(c + 3)^2 = 0$ при $c = -3$;

г) $\frac{27m^3 - 15}{4m^2 + 36m + 81} = \frac{3(9m^3 - 5)}{(2m + 9)^2}$, $(2m + 9)^2 = 0$ при $m = -\frac{9}{2} = -4,5$.

№ 22.

а) $\frac{15b+1}{b^2(b^2+1)}$, $b^2(b^2+1)=0$ при $b=0$;

б) $\frac{14k}{(k^2-1)(k^2+2)}$, $(k^2-1)(k^2+2)=0$ при $k^2-1=0$, $(k-1)(k+1)=0$
при $k_1=1$, $k_2=-1$;

в) $\frac{4s+t}{(s^2+1)(t^2+2)} \geq 2$, т.е. не существует таких значений;

г) $\frac{8m-3}{m^2(m^2-4)}$, $m^2(m^2-4)=0$ при $m_1=0$ или $m^2-4=0$, $(m-2)(m+2)=0$,
при $m_2=2$, $m_3=-2$.

№ 23.

а) $\frac{7a^2-5}{(a+8)(a-9)(a+17)}$, $(a+8)(a-9)(a+17)=0$ при $a+8=0$, $a-9=0$ или
 $a+17=0$, т.е. при $a_1=-8$, $a_2=9$, $a_3=-17$;

б) $\frac{101b^3-58b^2+5}{(2b+1)(3b+4)(3b-8)}$, $(2b+1)(3b+4)(3b-8)=0$ при $2b+1=0$, $3b+4=0$
или $3b-8=0$, т.е. при $b_1=-\frac{1}{2}$, $b_2=-\frac{4}{3}$, $b_3=\frac{8}{3}$;

в) $\frac{73c^3-b}{(4c-2)(7c+8)(13c+39)}$, $(4c-2)(7c+8)(13c+39)=0$ при $4c-2=0$,
 $7c+8=0$ или $13c+39=0$, т.е. при $c_1=\frac{1}{2}$, $c_2=-\frac{8}{7}$, $c_3=-3$;

г) $\frac{d^3+4d^2+8d-16}{(d+1)(4d+4)(7d+5)}$, $(d+1)(4d+4)(7d+5)=0$, $4(d+1)(d+1)(7d+5)=0$
при $d+1=0$ или $7d+5=0$, т.е. при $d_1=-1$, $d_2=-\frac{5}{7}$.

№ 24.

$\frac{45m+8}{m(m+1)(m-2)}$, дробь обращается в ноль при $45m+8=0$, $m=-\frac{8}{45}$,

дробь не имеет смысла при $m(m+1)(m-2)=0$, т.е. при $m_1=0$ или $m+1=0$,
 $m-2=0$, т.е. при $m_2=-1$, $m_3=2$.

№ 25. Найдем значение выражения.

Сначала преобразуем: $5a - 10b = 18$, $5(a - 2b) = 18$, $a - 2b = \frac{18}{5} = 3,6$, тогда:

а) $3a - 6b = 3(a - 2b) = 3 \cdot 3,6 = 10,8$;

б) $\frac{7,2}{a - 2b} = 7,2 : 3,6 = 2$;

в) $\frac{8b - 4a}{3} = \frac{-4(a - 2b)}{3} = \frac{-4 \cdot 3,6}{3} = -4,8$;

г) $\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{3,6} = \frac{(a - 2b)^2}{3,6} = \frac{3,6^2}{3,6} = 3,6$.

№ 26. Найдем значение выражения:

а) $-\frac{a}{b} = -3$; б) $\frac{b}{a} = 1 : \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$; в) $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = 4$;

г) $\frac{b+a}{2a} = \frac{b}{2a} + \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} : \frac{a}{b} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : 3 + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

№ 27. Найдем значение выражения:

а) при $\frac{x}{y} = 0,2$; $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + 1 : \frac{x}{y} = 1 + 1 : 0,2 = 6$;

б) при $\frac{x}{y} = 0,4$; $\frac{3x-8y}{y} = \frac{3x}{y} - \frac{8y}{y} = 3 \cdot 0,4 - 8 = -6,8$.

№ 28. Найдем значение выражения.

Сначала преобразуем: $3x - 9y = 1$, $x - 3y = \frac{1}{3}$, тогда:

а) $x - 3y = \frac{1}{3}$; б) $\frac{6}{x-3y} = 6 : \frac{1}{3} = 18$;

в) $\frac{12y-4x}{5} = \frac{-4(x-3y)}{5} = -\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{4}{15}$;

г) $(9y^2 - 6xy + x^2) \cdot 3 = (3y - x)^2 \cdot 3 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 3 = \frac{1}{3}$.

№ 29. Найдем значение выражения.

Сначала преобразуем: $\frac{a+2b}{b} = 7$, $\frac{a}{b} + \frac{2b}{b} = 7$, $\frac{a}{b} + 2 = 7$, $\frac{a}{b} = 5$, тогда:

а) $\frac{a}{b} = 5$; б) $\frac{2a-b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 - 1 = 9$;

$$в) \frac{2a+3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} + 3 \cdot \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 + 3 = 13;$$

$$г) \frac{4b-a}{2a} = \frac{4b}{2a} - \frac{a}{2a} = 2 : \frac{a}{b} - \frac{1}{2} = 2 : 5 - \frac{1}{2} = -0,1.$$

№ 30. Найдем значение выражения.

Сначала преобразуем: $\frac{x-3y}{y} = 12$, $\frac{x}{y} - \frac{3y}{y} = 12$, $\frac{x}{y} - 3 = 12$, $\frac{x}{y} = 15$, тогда:

$$а) \frac{x}{y} = 15; \quad б) \frac{y}{x} = 1 : \frac{x}{y} = 1 : 15 = \frac{1}{15};$$

$$в) \frac{2x+y}{y} = 2 \cdot \frac{x}{y} + \frac{y}{y} = 2 \cdot 15 + 1 = 31;$$

$$г) \frac{3x-y}{2x} = \frac{3x}{2x} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{44}{30} = 1 \frac{14}{30}.$$

№ 31.

а) Из пункта М в пункт N вышли 2 пешехода. Скорость одного на 1 км/ч больше скорости другого, поэтому он пришел в пункт N на 1 ч раньше. Найдите скорость каждого пешехода, если расстояние между пунктами М и N равно 12 км. Составим уравнение:

$$\frac{12}{x} - \frac{12}{x+1} = 1;$$

б) Катер проплыл по течению реки 24 км, за то же время, что он проходит 16 км против течения реки. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Составим уравнение:

$$\frac{24}{x+2} = \frac{16}{x-2};$$

в) Велосипедист за одно и то же время проехал 20 км по лесной дороге и 25 км по шоссе. Найдите скорость велосипедиста по шоссе, если она больше скорости по лесной дороге на 1 км/ч. Составим уравнение:

$$\frac{20}{x} = \frac{25}{x+1};$$

г) Две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью должны были доставить рыбаков к месту пересечения двух рек. Одной лодке нужно было проплыть 10 км против течения реки, скорость которой 1 км/ч, а другой – 9 км по течению реки, скорость которой 2 км/ч. Первая лодка опоздала на встречу на 30 мин. Найдите собственную скорость лодок. Составим уравнение:

$$\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x+2} = \frac{1}{2}.$$

§ 2. Основное свойство алгебраической дроби

№ 32.

а) $\frac{4}{7} = \frac{*}{21}$, $\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$;

б) $\frac{-a}{b} = \frac{a^2}{*}$, $\frac{-a}{b} = \frac{-a \cdot (-a)}{b \cdot (-a)} = \frac{a^2}{-ab} = -\frac{a^2}{ab}$;

в) $\frac{m^2}{n} = \frac{*}{rn}$, $\frac{m^2}{n} = \frac{m^2 r}{rn}$;

г) $\frac{-pq}{p^2 s} = \frac{-q}{*}$, $\frac{-pq}{p^2 s} = \frac{-(pq) : p}{(p^2 s) : p} = \frac{-q}{ps}$.

№ 33.

а) $\frac{x}{x+y} = \frac{xn}{xn+yn}$, является тождеством, т.к. $\frac{xn}{n(x+y)} = \frac{x}{x+y}$;

б) $\frac{c}{d} = \frac{c+s}{d+s}$, не является тождеством;

в) $\frac{a-b}{a} = \frac{a^2-ab}{a^2}$, является тождеством, т.к. $\frac{a^2-ab}{a^2} = \frac{a(a-b)}{a \cdot a} = \frac{a-b}{a}$;

г) $\frac{mx+n}{qx+p} = \frac{m+n}{q+p}$, не является тождеством.

№ 34.

а) $\frac{15ab}{12bc} = \frac{5a}{4c}$; б) $\frac{14k^2 l}{7kl^2} = \frac{2k}{l}$; в) $\frac{144xy}{63yz} = \frac{16x}{7z}$; г) $\frac{135p^3 q^2}{25q^2 p} = \frac{27p^2}{5}$.

№ 35.

а) $\frac{4(a-b)}{5(a-b)^2} = \frac{4}{5(a-b)}$;

б) $\frac{13(x+4)^3}{26x(x+4)} = \frac{(x+4)^2}{2x}$;

в) $\frac{8(k+l)^2}{9(k+l)^3} = \frac{8}{9(k+l)}$;

г) $\frac{48m(2m-n)^3}{60n(2m-n)^3} = \frac{4m}{5n}$.

№ 36.

а) $\frac{2^4}{2^6} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$; б) $\frac{4^3}{4^2} = 4$; в) $\frac{7^{12}}{7^{10}} = 7^2 = 49$; г) $\frac{6^3}{6^2} = 6$.

№ 37.

а) $\frac{24}{2^3} = \frac{8 \cdot 3}{2^3} = \frac{2^3 \cdot 3}{2^3} = 3$;

б) $\frac{3^3}{27} = \frac{3^3}{3^3} = 1$;

в) $\frac{625}{5^5} = \frac{25 \cdot 25}{5^5} = \frac{5^2 \cdot 5^2}{5^5} = \frac{1}{5}$;

г) $\frac{64}{4^2} = \frac{4^3}{4^2} = 4$.

№ 38. Приведем дроби к указанному знаменателю:

а) $\frac{5a}{7} = \frac{40a}{56}$; б) $\frac{26m}{112} = \frac{13m}{56}$; в) $\frac{3k}{8} = \frac{21k}{56}$; г) $\frac{27t}{168} = \frac{9t}{56}$.

№ 39. Приведем дроби к указанному знаменателю:

$$\text{а) } \frac{2b}{3a} = \frac{24b}{36a}; \quad \text{б) } \frac{5an}{36a^2} = \frac{5n}{36a}; \quad \text{в) } \frac{7s}{36} = \frac{7as}{36a}; \quad \text{г) } \frac{9d}{108ad} = \frac{3}{36a}.$$

№ 40. Приведем дроби к указанному знаменателю:

$$\text{а) } \frac{58l}{28mn} = \frac{29l}{14mn}; \quad \text{б) } \frac{1}{2n} = \frac{7m}{14mn}; \quad \text{в) } \frac{3}{7m} = \frac{6n}{14mn}; \quad \text{г) } \frac{27mk}{42m^2n} = \frac{9k}{14mn}.$$

№ 41. Приведем дроби к указанному знаменателю:

$$\text{а) } \frac{1}{8xy} = \frac{3x}{24x^2y}; \quad \text{б) } \frac{15xz}{120x^3y} = \frac{3xz}{24x^2y}; \quad \text{в) } \frac{2x}{3y} = \frac{16x^3}{24x^2y}; \quad \text{г) } \frac{21a^2y^2}{48x^2y^3} = \frac{10,5a^2}{24x^2y}.$$

№ 42. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{5a}{6} \text{ и } \frac{7b}{12}, \frac{10a}{12} \text{ и } \frac{7b}{12}; & \quad \text{б) } \frac{16x}{17} \text{ и } \frac{35y}{34}, \frac{32x}{34} \text{ и } \frac{35y}{34}; \\ \text{в) } \frac{37d}{16} \text{ и } \frac{42c}{48}, \frac{111d}{48} \text{ и } \frac{42c}{48}; & \quad \text{г) } \frac{5z}{144} \text{ и } \frac{7t}{36}, \frac{5z}{144} \text{ и } \frac{28t}{144}. \end{aligned}$$

№ 43. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{6a^2}{8} \text{ и } \frac{5ab}{12}, \frac{18a^2}{24} \text{ и } \frac{10ab}{24}; & \quad \text{б) } \frac{19x^2}{5} \text{ и } \frac{21y^2}{3}, \frac{19x^2}{5} \text{ и } \frac{35y^2}{5}; \\ \text{в) } \frac{3m^2}{14} \text{ и } \frac{6n^2}{21}, \frac{3m^2}{14} \text{ и } \frac{4n^2}{14}; & \quad \text{г) } \frac{18t^2}{35} \text{ и } \frac{27z^2}{50}, \frac{180t^2}{350} \text{ и } \frac{189z^2}{350}. \end{aligned}$$

№ 44. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{8mn}{a^2} \text{ и } \frac{9p}{a^3}, \frac{8mna}{a^3} \text{ и } \frac{9p}{a^3}; & \quad \text{б) } \frac{4p}{b^2} \text{ и } \frac{5q}{b}, \frac{4p}{b^2} \text{ и } \frac{5bq}{b^2}; \\ \text{в) } \frac{a^2b}{c^{12}} \text{ и } \frac{ab^2}{c^{24}}, \frac{a^2bc^{12}}{c^{24}} \text{ и } \frac{ab^2}{c^{24}}; & \quad \text{г) } \frac{18s}{d^{101}} \text{ и } \frac{19t}{d^{100}}, \frac{18s}{d^{101}} \text{ и } \frac{19td}{d^{101}}. \end{aligned}$$

№ 45. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{1}{3a} \text{ и } \frac{2}{a}, \frac{1}{3a} \text{ и } \frac{6}{3a}; & \quad \text{б) } \frac{5}{b} \text{ и } \frac{6}{4b}, \frac{20}{4b} \text{ и } \frac{6}{4b}; \\ \text{в) } \frac{7}{12c} \text{ и } \frac{11}{18c}, \frac{21}{36c} \text{ и } \frac{22}{36c}; & \quad \text{г) } \frac{13}{48d} \text{ и } \frac{15}{54d}, \frac{39}{144d} \text{ и } \frac{40}{144d}. \end{aligned}$$

№ 46. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{y^2}{x} \text{ и } \frac{x}{y}, \frac{y^3}{xy} \text{ и } \frac{x^2}{xy}; & \quad \text{б) } \frac{n^3}{m} \text{ и } \frac{m}{n}, \frac{n^4}{mn} \text{ и } \frac{m^2}{mn}; \\ \text{в) } \frac{q^4}{p} \text{ и } \frac{p}{q}, \frac{q^5}{pq} \text{ и } \frac{p^2}{pq}; & \quad \text{г) } \frac{s^8}{r} \text{ и } \frac{r^{10}}{s}, \frac{s^9}{rs} \text{ и } \frac{r^{11}}{rs}. \end{aligned}$$

№ 47. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{3b^2}{2a}$ и $\frac{6a^2}{4b}$, $\frac{6b^3}{4ab}$ и $\frac{6a^3}{4ab}$; б) $\frac{7d^3}{60c}$ и $\frac{8c^2}{12d}$, $\frac{7d^4}{60cd}$ и $\frac{40c^3}{60cd}$;
 в) $\frac{12t^4}{15z}$ и $\frac{3z^2}{45t}$, $\frac{36t^5}{45zt}$ и $\frac{3z^3}{45zt}$; г) $\frac{15q^2}{90p}$ и $\frac{2p^8}{9q}$, $\frac{15q^3}{90pq}$ и $\frac{20p^9}{90pq}$.

№ 48. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{5n^2}{12m}$ и $\frac{3m^3}{26n}$, $\frac{65n^3}{156mn}$ и $\frac{18m^4}{156mn}$; б) $\frac{10y^2}{18x}$ и $\frac{8x^3}{20y}$, $\frac{100y^3}{180xy}$ и $\frac{72x^4}{180xy}$;
 в) $\frac{2n^3}{27m}$ и $\frac{7m^4}{30n}$, $\frac{20n^4}{270mn}$ и $\frac{63m^5}{270mn}$; г) $\frac{b}{85a}$ и $\frac{a}{100b}$, $\frac{20b^2}{1700ab}$ и $\frac{17a^2}{1700ab}$.

№ 49. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{b}{a}$ и $\frac{c}{2ab}$, $\frac{2b^2}{2ab}$ и $\frac{c}{2ab}$; б) $\frac{x^4}{5y}$ и $\frac{z}{y^2}$, $\frac{x^4y}{5y^2}$ и $\frac{5z}{5y^2}$;
 в) $\frac{m}{3n}$ и $\frac{6x}{8mn}$, $\frac{8m^2}{24mn}$ и $\frac{18x}{24mn}$; г) $\frac{3c}{2d}$ и $\frac{c}{6ad}$, $\frac{9ac}{6ad}$ и $\frac{c}{6ad}$.

№ 50. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{5}{a}$ и $\frac{7}{a-b}$, $\frac{5(a-b)}{a(a-b)}$ и $\frac{7a}{a(a-b)}$; б) $\frac{14}{a}$ и $\frac{3}{a-1}$, $\frac{14(a-1)}{a(a-1)}$ и $\frac{3a}{a(a-1)}$;
 в) $\frac{b}{a+b}$ и $\frac{b}{a}$, $\frac{ab}{a(a+b)}$ и $\frac{b(a+b)}{a(a+b)}$; г) $\frac{c}{x}$ и $\frac{d}{x+3}$, $\frac{c(x+3)}{x(x+3)}$ и $\frac{dx}{x(x+3)}$.

№ 51. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{17}{3x-3}$ и $\frac{22}{6x-6}$, $\frac{17}{3(x-1)}$ и $\frac{11}{3(x-1)}$;
 б) $\frac{5m}{m-8}$ и $\frac{6n}{m+8}$, $\frac{5m(m+8)}{m^2-64}$ и $\frac{6n(m-8)}{m^2-64}$;
 в) $\frac{5x}{8x+8y}$ и $\frac{6y}{4x+4y}$, $\frac{5x}{8(x+y)}$ и $\frac{12y}{8(x+y)}$;
 г) $\frac{42}{q-10}$ и $\frac{3}{q+10}$, $\frac{42(q+10)}{q^2-100}$ и $\frac{3(q-10)}{q^2-100}$.

№ 52. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{15}{m-n}$ и $\frac{16}{n-m}$, $\frac{15}{m-n}$ и $-\frac{16}{m-n}$; б) $\frac{48}{p-q}$ и $\frac{11}{q-p}$, $\frac{48}{p-q}$ и $-\frac{11}{p-q}$;
 в) $\frac{15a}{a+b}$ и $\frac{6b}{-a-b}$, $\frac{15a}{a+b}$ и $-\frac{6b}{a+b}$; г) $\frac{4s}{-2t-3s}$ и $\frac{8t}{2t+3s}$, $\frac{4s}{-2t+3s}$ и $\frac{8t}{2t+3s}$.

№ 53. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{1}{(x-y)^2}$ и $\frac{1}{(y-x)^2}$, $\frac{1}{(x-y)^2}$ и $\frac{1}{(x-y)^2}$;
- б) $\frac{15m}{(a-b)^2}$ и $\frac{17n}{-(b-a)^2}$, $\frac{15m}{(a-b)^2}$ и $-\frac{17n}{(a-b)^2}$;
- в) $\frac{25p}{(p-q)^2}$ и $\frac{5q}{(q-p)^2}$, $\frac{25p}{(p-q)^2}$ и $\frac{5q}{(p-q)^2}$;
- г) $\frac{3k}{-(l-k)^2}$ и $\frac{8l}{(k-l)^2}$, $-\frac{3k}{(k-l)^2}$ и $\frac{8l}{(k-l)^2}$.

№ 54. Приведем тройки дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{b}{a}$ и $\frac{d^2}{4a^2}$ и $\frac{1}{6a^3}$, $\frac{12ba^2}{12a^3}$ и $\frac{3ad^2}{12a^3}$ и $\frac{2}{12a^3}$;
- б) $\frac{t}{-s}$ и $\frac{2t}{s^2}$ и $\frac{5}{s^3}$, $\frac{-ts^2}{s^3}$ и $\frac{2ts}{s^3}$ и $\frac{5}{s^3}$;
- в) $\frac{3}{2x^2}$ и $\frac{5y}{3x}$ и $\frac{2}{-x^3}$, $\frac{9x}{6x^3}$ и $\frac{10x^2y}{6x^3}$ и $\frac{-12}{6x^3}$;
- г) $\frac{n}{m^2}$ и $\frac{5n}{m}$ и $\frac{7}{m^4}$, $\frac{nm^2}{m^4}$ и $\frac{5nm^3}{m^4}$ и $\frac{7}{m^4}$.

№ 55. Приведем тройки дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{k}{5l}$ и $\frac{2k}{4lm}$ и $\frac{1}{6m^3}$, $\frac{12km^3}{60lm^3}$ и $\frac{30km^2}{60lm^3}$ и $\frac{10l}{60lm^3}$;
- б) $\frac{p}{2q}$ и $\frac{3}{q+p}$ и $\frac{2p}{q}$, $\frac{p(q+p)}{2q(q+p)}$ и $\frac{6q}{2q(q+p)}$ и $\frac{4p(q+p)}{2q(q+p)}$;
- в) $\frac{2}{3c^2}$ и $\frac{5y}{4cd}$ и $\frac{2}{d^2}$, $\frac{8d^2}{12c^2d^2}$ и $\frac{15ycd}{12c^2d^2}$ и $\frac{24c^2}{12c^2d^2}$;
- г) $\frac{2x}{y^2}$ и $\frac{5x-y}{x+y}$ и $\frac{3}{y}$, $\frac{2x(x+y)}{y^2(x+y)}$ и $\frac{(5x-y)y^2}{y^2(x+y)}$ и $\frac{3y(x+y)}{y^2(x+y)}$.

№ 56. Приведем тройки дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{t}{s+t}$ и $\frac{2s}{t}$ и $\frac{1}{s}$, $\frac{st^2}{st(s+t)}$ и $\frac{2s^2(s+t)}{st(s+t)}$ и $\frac{t(s+t)}{st(s+t)}$;
- б) $\frac{m}{m+n}$ и $\frac{1}{m-n}$ и $\frac{7}{m}$, $\frac{m^2(m-n)}{m(m^2-n^2)}$ и $\frac{m(m+n)}{m(m^2-n^2)}$ и $\frac{7(m^2-n^2)}{m(m^2-n^2)}$;
- в) $\frac{a+b}{a^2}$ и $\frac{b}{3a}$ и $\frac{a}{a+b}$, $\frac{3(a+b)^2}{3a^2(a+b)}$ и $\frac{ab(a+b)}{3a^2(a+b)}$ и $\frac{3a^3}{3a^2(a+b)}$;

$$\text{г)} \frac{kl}{k+l} \text{ и } \frac{kl}{k-l} \text{ и } \frac{k+l}{kl}, \frac{k^2 l^2 (k-l)}{kl(k^2-l^2)} \text{ и } \frac{k^2 l^2 (k+l)}{kl(k^2-l^2)} \text{ и } \frac{(k+l)(k^2-l^2)}{kl(k^2-l^2)}.$$

№ 57. Приведем тройки дробей к общему знаменателю:

$$\text{а)} \frac{4}{c^2-25} \text{ и } \frac{2}{c+5} \text{ и } \frac{c+2}{c-5}, \frac{4}{c^2-25} \text{ и } \frac{2(c-5)}{c^2-25} \text{ и } \frac{(c+2)(c+5)}{c^2-25};$$

$$\text{б)} \frac{a}{a-x} \text{ и } \frac{2a^2}{x^2-a^2} \text{ и } \frac{a}{a+x}, \frac{-a(a+x)}{x^2-a^2} \text{ и } \frac{2a^2}{x^2-a^2} \text{ и } \frac{a(x-a)}{x^2-a^2};$$

$$\text{в)} \frac{3}{x+2} \text{ и } \frac{5}{x-2} \text{ и } \frac{2x-5}{4-x^2}, \frac{3(x-2)}{x^2-4} \text{ и } \frac{5(x+2)}{x^2-4} \text{ и } \frac{5-2x}{x^2-4};$$

$$\text{г)} \frac{n^2}{n^2-y^2} \text{ и } \frac{n+y}{n-y} \text{ и } \frac{y^2}{y^2-n^2}, \frac{n^2}{n^2-y^2} \text{ и } \frac{(n+y)^2}{n^2-y^2} \text{ и } \frac{-y^2}{n^2-y^2}.$$

№ 58. Приведем тройки дробей к общему знаменателю:

$$\text{а)} \frac{x+1}{2(x-1)} \text{ и } \frac{x^2}{2(x^2-1)} \text{ и } \frac{2x+3}{x+1}, \frac{(x+1)^2}{2(x^2-1)} \text{ и } \frac{x^2}{2(x^2-1)} \text{ и } \frac{2(2x+3)(x-1)}{2(x^2-1)};$$

$$\text{б)} \frac{1}{2-y} \text{ и } \frac{1}{2+y} \text{ и } \frac{y^2+4}{2y^3-8y}, \frac{2y(2+y)}{2y(4-y^2)} \text{ и } \frac{2y(2-y)}{2y(4-y^2)} \text{ и } -\frac{y^2-4}{2y(4-y^2)};$$

$$\text{в)} \frac{2a+b}{2a^2-ab} \text{ и } \frac{16a}{4a^2-b^2} \text{ и } \frac{2a-b}{2a^2+ab}, \frac{(2a+b)^2}{a(4a^2-b^2)} \text{ и } \frac{16a^2}{a(4a^2-b^2)} \text{ и } \frac{(2a-b)^2}{a(4a^2-b^2)};$$

$$\text{г)} \frac{1}{(z-3)^2} \text{ и } \frac{2}{z^2-9} \text{ и } \frac{1}{(z+3)^2}, \frac{(z+3)^2}{(z-3)^2(z+3)^2} \text{ и } \frac{2(z^2-9)}{(z-3)^2(z+3)^2} \text{ и } \frac{(z-3)^2}{(z-3)^2(z+3)^2}.$$

№ 59.

$$\text{а)} \frac{4,5a^2+0,5ab}{40,5a^2-0,5b^2} = \frac{0,5a(9a+b)}{0,5(81a^2-b^2)} = \frac{a(9a+b)}{(9a-b)(9a+b)} = \frac{a}{9a-b}, \text{ доказано};$$

$$\text{б)} \frac{24,5x^2-0,5y^2}{3,5x^2-0,5xy} = \frac{0,5(49x^2-y^2)}{0,5x(7x-y)} = \frac{(7x-y)(7x+y)}{x(7x-y)} = \frac{7x+y}{x}, \text{ доказано}.$$

№ 60.

$$\text{а)} \frac{3^3 \cdot 12^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^3 \cdot 3^4 \cdot 4^4}{3^5 \cdot 4^2} = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144;$$

$$\text{б)} \frac{14^7 \cdot 28^2}{7^9 \cdot 2^4} = \frac{2^7 \cdot 7^7 \cdot 7^2 \cdot 4^2}{7^9 \cdot 2^4} = 2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128;$$

$$\text{в)} \frac{625 \cdot 15^3}{5^5} = \frac{25 \cdot 25 \cdot 5^3 \cdot 3^3}{5^5} = \frac{5^7 \cdot 3^3}{5^5} = 5^2 \cdot 3^3 = 25 \cdot 9 = 675;$$

$$\text{г)} \frac{11^5 \cdot 5^6}{55^5} = \frac{11^5 \cdot 5^6}{11^5 \cdot 5^5} = 5^1 = 5.$$

№ 61.

$$\text{а) при } x = 0,5, y = 0,25; \quad \frac{9x^2 - 3xy}{12xy - 4y^2} = \frac{3x(3x - y)}{4y(3x - y)} = \frac{3x}{4y} = \frac{3 \cdot 0,5}{4 \cdot 0,25} = \frac{1,5}{1} = 1,5;$$

$$\text{б) при } a = -2,4, b = 0,2; \quad \frac{a^2 - 2ab}{12b^2 - 6ab} = \frac{a(a - 2b)}{-6b(a - 2b)} = -\frac{a}{6b} = -\frac{-2,4}{6 \cdot 0,2} = \frac{2,4}{1,2} = 2;$$

$$\text{в) при } m = 1,5, n = -4,5;$$

$$\frac{16m^2 - 4n^2}{6m - 3n} = \frac{4(2m - n)(2m + n)}{3(2m - n)} = \frac{4}{3}(2m + n) = \frac{4}{3}(2 \cdot 1,5 + (-4,5)) = \frac{4}{3} \cdot (-1,5) = -2;$$

$$\text{г) при } k = \frac{1}{5}, l = \frac{1}{6}; \quad \frac{30kl - 15k^2}{8l^2 - 4kl} = \frac{15k(2l - k)}{4l(2l - k)} = \frac{15k}{4l} = \frac{15 \cdot \frac{1}{5}}{4 \cdot \frac{1}{6}} = 4,5.$$

№ 62.

$$\text{а) при } x + 3y = 8;$$

$$\frac{2x - 6y}{0,25x^2 - 2,25y^2} = \frac{2(x - 3y)}{0,25(x^2 - 9y^2)} = \frac{8(x - 3y)}{(x - 3y)(x + 3y)} = \frac{8}{x + 3y} = \frac{8}{8} = 1;$$

$$\text{б) при } a + 2b = 5;$$

$$\frac{2a - 4b}{0,2a^2 - 0,8b^2} = \frac{2(a - 2b)}{0,2(a^2 - 4b^2)} = \frac{10(a - 2b)}{(a - 2b)(a + 2b)} = \frac{10}{5} = 2.$$

№ 63. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

$$\text{а) } \frac{1}{6mn} \text{ и } \frac{1}{3n^2}, \frac{n}{6mn^2} \text{ и } \frac{2m}{6mn^2}; \quad \text{б) } \frac{8}{15a^2b} \text{ и } \frac{3}{10a^2b^4}, \frac{16b^3}{30a^2b^4} \text{ и } \frac{9}{30a^2b^4};$$

$$\text{в) } \frac{42}{7x^3y^3} \text{ и } \frac{12}{3x^2y^3}, \frac{126}{21x^3y^3} \text{ и } \frac{84x}{21x^3y^3};$$

$$\text{г) } \frac{11}{42p^3q^{31}} \text{ и } \frac{4}{40p^8q}, \frac{55p^5}{210p^8q^{31}} \text{ и } \frac{84q^{30}}{210p^8q^{31}}.$$

№ 64. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

$$\text{а) } \frac{7a}{x^2 - 4} \text{ и } \frac{9b}{x - 2}, \frac{7a}{(x - 2)(x + 2)} \text{ и } \frac{9b(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)};$$

$$\text{б) } \frac{8c}{y^2 - 9} \text{ и } \frac{10}{y + 3}, \frac{8c}{(y - 3)(y + 3)} \text{ и } \frac{10(y - 3)}{(y - 3)(y + 3)};$$

$$\text{в) } \frac{m + n}{m - n} \text{ и } \frac{5}{m^2 - n^2}, \frac{(m + n)^2}{(m - n)(m + n)} \text{ и } \frac{5}{(m - n)(m + n)};$$

$$\text{г) } \frac{8}{c^2 - d^2} \text{ и } \frac{c + d}{c - d}, \frac{8}{c^2 - d^2} \text{ и } \frac{(c + d)^2}{c^2 - d^2}.$$

№ 65. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

а) $\frac{54}{x-y}$ и $\frac{49}{(x-y)^2}$, $\frac{54(x-y)}{(x-y)^2}$ и $\frac{49}{(x-y)^2}$;

б) $\frac{p}{(a-b)^2}$ и $\frac{9}{a-b}$, $\frac{p}{(a-b)^2}$ и $\frac{9(a-b)}{(a-b)^2}$;

в) $\frac{32a}{(z-t)^8}$ и $\frac{42b}{(z-t)^7}$, $\frac{32a}{(z-t)^8}$ и $\frac{42b(z-t)}{(z-t)^8}$;

г) $\frac{7a^2}{(a+b)^2}$ и $\frac{b}{(a+b)^{10}}$, $\frac{7a^2(a+b)^8}{(a+b)^{10}}$ и $\frac{b}{(a+b)^{10}}$.

№ 66. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

а) $\frac{a-b}{5a+5b}$ и $\frac{a^2}{a^2-b^2}$, $\frac{(a-b)^2}{5(a^2-b^2)}$ и $\frac{5a^2}{5(a^2-b^2)}$;

б) $\frac{x+y}{6x-6y}$ и $\frac{y^3}{x^2-y^2}$, $\frac{(x+y)^2}{6(x^2-y^2)}$ и $\frac{6y^3}{6(x^2-y^2)}$;

в) $\frac{13c}{12c-12d}$ и $\frac{17d}{d^2-c^2}$, $\frac{13c(c+d)}{12(c^2-d^2)}$ и $-\frac{204d}{12(c^2-d^2)}$;

г) $\frac{26z^2}{45t-45z}$ и $\frac{3t}{z^2-t^2}$, $\frac{26z^2(t+z)}{45(t^2-z^2)}$ и $-\frac{135t}{45(t^2-z^2)}$.

№ 67. Приведем пары дробей к общему знаменателю:

а) $\frac{2y}{x-1}$ и $\frac{6}{x^3-1}$, $\frac{2y(x^2+x+1)}{x^3-1}$ и $\frac{6}{x^3-1}$;

б) $\frac{p}{p-2}$ и $\frac{2p}{4-p^2}$, $\frac{-p(2+p)}{(2-p)(2+p)}$ и $\frac{2p}{(2-p)(2+p)}$;

в) $\frac{1}{8-4a}$ и $\frac{35a}{3(a^2-4)}$, $\frac{-3(a+2)}{12(a-2)(a+2)}$ и $\frac{140a}{12(a-2)(a+2)}$;

г) $\frac{2a}{a^2-3a+9}$ и $\frac{3b}{a^3+27}$, $\frac{2a(a+3)}{a^3+27}$ и $\frac{3b}{a^3+27}$.

№ 68. Приведем тройки дробей к общему знаменателю:

а) $\frac{5x}{x^2-4}$ и $\frac{3y}{x^2+4x+4}$ и $\frac{x}{x^2-4x+4}$, $\frac{5x(x^2-4)}{(x^2-4)^2}$ и $\frac{3y(x-2)^2}{(x^2-4)^2}$ и $\frac{x(x+2)^2}{(x^2-4)^2}$;

б) $\frac{5a}{2a-3}$ и $\frac{4a}{2a+3}$ и $\frac{5b}{4a^2c-9c}$, $\frac{5ac(2a+3)}{c(4a^2-9)}$ и $\frac{4ac(2a-3)}{c(4a^2-9)}$ и $\frac{5b}{c(4a^2-9)}$;

в) $\frac{3m}{m^2-9}$ и $\frac{7m}{m^2+6m+9}$ и $\frac{m}{m^2-6m+9}$, $\frac{3m(m^2-9)}{(m^2-9)^2}$ и $\frac{7m(m^2-6m+9)}{(m^2-9)^2}$ и $\frac{m(m^2+6m+9)}{(m^2-9)^2}$;

$$г) \frac{4p}{8p-9} \text{ и } \frac{3p}{8p+9} \text{ и } \frac{12}{64p^2q-81q}, \frac{4pq(8p+9)}{q(64q^2-81)} \text{ и } \frac{3pq(8p-9)}{q(64q^2-81)} \text{ и } \frac{12}{q(64q^2-81)}.$$

№ 69. Приведем тройки дробей к общему знаменателю:

$$а) \frac{c+2b}{(a+2b)(c-3a)} \text{ и } \frac{2b}{a(a+2b)} \text{ и } \frac{b}{a(c-3a)},$$

$$\frac{a(c+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} \text{ и } \frac{2b(c-3a)}{a(a+2b)(c-3a)} \text{ и } \frac{b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)};$$

$$б) \frac{1}{y-5z} \text{ и } \frac{z}{x(x+2y)} \text{ и } \frac{7}{(y-5z)(x+2y)},$$

$$\frac{x(x+2y)}{x(y-5z)(x+2y)} \text{ и } \frac{z(y-5z)}{x(y-5z)(x+2y)} \text{ и } \frac{7x}{x(y-5z)(x+2y)};$$

$$в) \frac{5a}{2(2a+c)} \text{ и } \frac{2b}{3(3a+b)} \text{ и } \frac{6a^2}{3a(2a+c)+b(2a+c)},$$

$$\frac{15a(3a+b)}{6(2a+c)(3a+b)} \text{ и } \frac{4b(2a+c)}{6(2a+c)(3a+b)} \text{ и } \frac{36a^2}{6(2a+c)(3a+b)};$$

$$г) \frac{a^2}{a(a-b)-c(a-b)} \text{ и } \frac{-3b}{2(a-b)} \text{ и } \frac{a}{3(a-c)},$$

$$\frac{6a^2}{6(a-b)(a-c)} \text{ и } -\frac{9b(a-c)}{6(a-b)(a-c)} \text{ и } \frac{2a(a-b)}{6(a-b)(a-c)}.$$

№ 70. Заменяем a на pa , а b на pb и получим:

$$\frac{(pa)^3 - 2(pb)^3}{3(pa)^3 - (pa)^2(pb) - 4(pa)(pb)^2} = \frac{p^3(a^3 - 2b^3)}{p^3(3a^3 - a^2b - 4ab^2)} = \frac{a^3 - 2b^3}{3a^3 - a^2b - 4ab^2},$$

теперь найдем значение дроби при заданных значениях переменных:

$$а) \text{ при } a = \frac{5}{113}, b = \frac{4}{113};$$

$$\frac{5^3 - 2 \cdot 4^3}{3 \cdot 5^3 - 5^2 \cdot 4 - 4 \cdot 5 \cdot 4^2} = \frac{125 - 128}{375 - 100 - 320} = \frac{-3}{-45} = \frac{1}{15};$$

$$б) \text{ при } a = 65 = 13 \cdot 5, b = 52 = 13 \cdot 4;$$

$$\frac{5^3 - 2 \cdot 4^3}{5(3 \cdot 25 - 5 \cdot 4 - 64)} = \frac{125 - 128}{375 - 100 - 320} = \frac{-3}{5(-9)} = \frac{1}{15}.$$

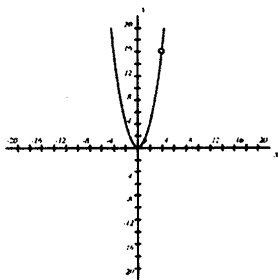
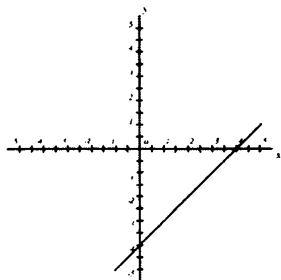
№ 71. Построим графики функций:

$$а) y = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 8}{x^2 + 2} =$$

$$б) y = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 8}{x - 4} - 2 = x^2 + 2 - 2,$$

$$= \frac{(x-4)(x^2+2)}{x^2+2} = x-4$$

$$y = x^2, \quad x \neq 4$$



§ 3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

№ 72.

а) $\frac{a}{5} + \frac{b}{5} = \frac{a+b}{5}$; б) $\frac{x}{12} - \frac{y}{12} = \frac{x-y}{12}$; в) $\frac{c}{100} + \frac{d}{100} = \frac{c+d}{100}$; г) $\frac{z}{63} - \frac{t}{63} = \frac{z-t}{63}$

№ 73.

а) $\frac{m}{n} + \frac{3}{n} = \frac{m+3}{n}$; б) $\frac{6}{p} - \frac{q}{p} = \frac{6-q}{p}$; в) $\frac{r}{s} + \frac{5}{s} = \frac{r+5}{s}$; г) $\frac{17}{w} - \frac{a}{w} = \frac{17-a}{w}$.

№ 74.

а) $\frac{7a^2}{x} + \frac{9a^2}{x} = \frac{16a^2}{x}$;

б) $\frac{15b^3}{y} - \frac{25b^3}{y} = -\frac{10b^3}{y}$;

в) $\frac{48p^8}{n} - \frac{24p^8}{n} = \frac{24p^8}{n}$;

г) $\frac{104m^2}{q} + \frac{6m^2}{q} = \frac{110m^2}{q}$.

№ 75.

а) $\frac{x-y}{14} - \frac{x}{14} = \frac{x-y-x}{14} = -\frac{y}{14}$;

б) $\frac{d}{25} - \frac{c+d}{25} = \frac{d-c-d}{25} = -\frac{c}{25}$;

в) $\frac{m+n}{19} - \frac{n}{19} = \frac{m+n-n}{19} = \frac{m}{19}$;

г) $\frac{p}{36} - \frac{p-q}{36} = \frac{p-p+q}{36} = \frac{q}{36}$.

№ 76.

а) $\frac{m+38}{17} - \frac{m+19}{17} = \frac{m+38-m-19}{17} = \frac{19}{17} = 1\frac{2}{17}$;

$$\text{б)} \frac{a+b}{6} + \frac{a-2b}{6} = \frac{a+b-a+2b}{6} = \frac{3b}{6} = \frac{b}{2};$$

$$\text{в)} \frac{2a-b}{3} + \frac{a+b}{3} = \frac{2a-b+a+b}{3} = \frac{3a}{3} = a;$$

$$\text{г)} \frac{3x+7y}{4} - \frac{y-3x}{4} = \frac{3x+7y-y+3x}{4} = \frac{6x+6y}{4} = \frac{6(x+y)}{4} = 1,5(x+y).$$

№ 77.

$$\text{а)} \frac{10x-6}{x} - \frac{3x-19}{x} = \frac{10x-6-3x+19}{x} = \frac{7x+13}{x};$$

$$\text{б)} \frac{15a-y}{c} - \frac{y-15a}{c} = \frac{15a-y-y+15a}{c} = \frac{30a-2y}{c} = \frac{2(15a-y)}{c};$$

$$\text{в)} \frac{7m+2n}{n} + \frac{7m-3n}{n} = \frac{7m+2n+7m-3n}{n} = \frac{14m-n}{n};$$

$$\text{г)} \frac{8z-t}{d} - \frac{t-8z}{d} = \frac{8z-t-t+8z}{d} = \frac{16z-2t}{d} = \frac{2(8z-t)}{d}.$$

№ 78.

$$\text{а)} \frac{7p-13}{10p} - \frac{2p+3}{10p} = \frac{7p-13-2p-3}{10p} = \frac{5p-16}{10p};$$

$$\text{б)} \frac{4a+3b-7}{3a} - \frac{a-1}{3a} = \frac{4a+3b-7-a+1}{3a} = \frac{3a+3b-6}{3a} = \frac{a+b-2}{a};$$

$$\text{в)} \frac{c+d}{2a} - \frac{2c-d}{2a} = \frac{c+d-2c+d}{2a} = \frac{2d-c}{2a};$$

$$\text{г)} \frac{13+5n-8r}{4n} + \frac{3-n}{4n} = \frac{13+5n-8r+3-n}{4n} = \frac{16+4n-8r}{4n} = \frac{4+n-2}{n}.$$

№ 79.

$$\text{а)} \frac{b-2c}{3a} + \frac{b+c}{3a} = \frac{b-2c+b+c}{3a} = \frac{2b-c}{3a};$$

$$\text{б)} -\frac{a-3x}{2b} + \frac{a+x}{2b} = \frac{-a+3x+a+x}{2b} = \frac{4x}{2b} = \frac{2x}{b};$$

$$\text{в)} \frac{x-7y}{8y} - \frac{x+y}{8y} = \frac{x-7y-x-y}{8y} = \frac{-8y}{8y} = -1;$$

$$\text{г)} -\frac{m-12n}{27m} + \frac{m+15n}{27m} = \frac{-m+12n+m+15n}{27m} = \frac{27n}{27m} = \frac{n}{m}.$$

№ 80.

$$\text{а)} \frac{a-2}{8a} + \frac{2a+5}{8a} - \frac{3-a}{8a} = \frac{a-2+2a+5-3+a}{8a} = \frac{4a}{8a} = \frac{1}{2};$$

$$\text{б)} \frac{11x-7}{4x} - \frac{2x-3}{4x} + \frac{x-2y}{4x} = \frac{11x-7-2x+3+x-2y}{4x} = \frac{10x-2y-4}{4x} = \frac{5x-y-2}{2x};$$

$$\text{в)} \frac{4p-2}{3p} + \frac{2p-1}{3p} - \frac{1}{3p} = \frac{4p-2+2p-1-1}{3p} = \frac{6p-4}{3p};$$

$$\text{г)} \frac{3c-9}{5c} - \frac{2c+6d}{5c} - \frac{c-2d}{5c} = \frac{3c-9-2c-6d-c+2d}{5c} = \frac{-9-4d}{5c}.$$

№ 81.

$$\text{а)} \frac{x-7a}{ab} - \frac{x-a}{ab} = \frac{x-7a-x+a}{ab} = \frac{-6a}{ab} = -\frac{6}{b};$$

$$\text{б)} -\frac{2x-3c}{2cn} + \frac{2x+5c}{2cn} = \frac{-2x+3c+2x+5c}{2cn} = \frac{8c}{2cn} = \frac{4}{n};$$

$$\text{в)} \frac{b+4d}{bd} - \frac{b-4d}{bd} = \frac{b+4d-b+4d}{bd} = \frac{8d}{bd} = \frac{8}{b};$$

$$\text{г)} -\frac{4m-3n}{3mn} + \frac{4m+3n}{3mn} = \frac{-4m+3n+4m+3n}{3mn} = \frac{2}{m}.$$

№ 82.

$$\text{а)} \frac{a}{a-2} - \frac{1}{a-2} = \frac{a-1}{a-2};$$

$$\text{б)} \frac{x}{x+3} + \frac{2}{x+3} = \frac{x+2}{x+3};$$

$$\text{в)} \frac{6}{y+7} - \frac{y}{y+7} = \frac{6-y}{y+7};$$

$$\text{г)} \frac{9}{b-12} + \frac{b}{b-12} = \frac{9+b}{b-12}.$$

№ 83.

$$\text{а)} \frac{c}{c+2} + \frac{2}{c+2} = \frac{c+2}{c+2} = 1;$$

$$\text{б)} \frac{3}{3+p} + \frac{p}{3+p} = \frac{3+p}{3+p} = 1;$$

$$\text{в)} \frac{1}{1+d} + \frac{d}{1+d} = \frac{1+d}{1+d} = 1;$$

$$\text{г)} \frac{4}{q+4} + \frac{4}{q+4} = \frac{4+4}{q+4} = \frac{8}{q+4}.$$

№ 84.

$$\text{а)} \frac{m}{m-8} - \frac{8}{m-8} = \frac{m-8}{m-8} = 1;$$

$$\text{б)} \frac{7}{z-7} - \frac{z}{z-7} = \frac{7-z}{z-7} = -1;$$

$$\text{в)} \frac{n}{n-13} - \frac{13}{n-13} = \frac{n-13}{n-13} = 1;$$

$$\text{г)} \frac{t}{3-t} - \frac{3}{3-t} = \frac{t-3}{3-t} = -1.$$

№ 85.

$$\text{а)} \frac{x}{a-1} + \frac{2}{1-a} = \frac{x}{a-1} - \frac{2}{a-1} = \frac{x-2}{a-1};$$

$$\text{б)} \frac{c}{b-12} + \frac{8}{12-b} = \frac{c}{b-12} - \frac{8}{b-12} = \frac{c-8}{b-12};$$

$$\text{в)} \frac{a}{c-12} + \frac{15}{12-c} = \frac{a}{c-12} - \frac{15}{c-12} = \frac{a-15}{c-12}; \quad \text{г)} \frac{3}{d-51} + \frac{x}{51-d} = \frac{3}{d-51} - \frac{x}{d-51} = \frac{3-x}{d-51}$$

№ 86.

$$a) \frac{7}{x-2} - \frac{m}{2-x} = \frac{7}{x-2} + \frac{m}{x-2} = \frac{7+m}{x-2}; \quad б) \frac{a}{y-5} - \frac{5}{5-y} = \frac{a}{y-5} + \frac{5}{y-5} = \frac{a+5}{y-5};$$

$$в) \frac{n}{40-z} - \frac{4}{z-40} = \frac{n}{40-z} + \frac{4}{40-z} = \frac{n+4}{40-z}; \quad г) \frac{d}{1-t} - \frac{4}{t-1} = \frac{d}{1-t} + \frac{4}{1-t} = \frac{d+4}{1-t}.$$

№ 87.

$$a) \frac{2m}{m-n} + \frac{2n}{n-m} = \frac{2m}{m-n} - \frac{2n}{m-n} = \frac{2m-2n}{m-n} = \frac{2(m-n)}{m-n} = 2;$$

$$б) \frac{5x}{x-y} + \frac{5y}{y-x} = \frac{5x}{x-y} - \frac{5y}{x-y} = \frac{5x-5y}{x-y} = \frac{5(x-y)}{x-y} = 5;$$

$$в) \frac{3c}{c-d} + \frac{3d}{d-c} = \frac{3c}{c-d} - \frac{3d}{c-d} = \frac{3c-3d}{c-d} = \frac{3(c-d)}{c-d} = 3;$$

$$г) \frac{8p}{p-q} + \frac{8q}{q-p} = \frac{8p}{p-q} - \frac{8q}{p-q} = \frac{8p-8q}{p-q} = \frac{8(p-q)}{p-q} = 8.$$

№ 88.

$$a) \frac{a+b}{2-x} + \frac{b}{x-2} = \frac{a+b}{2-x} - \frac{b}{2-x} = \frac{a+b-b}{2-x} = \frac{a}{2-x};$$

$$б) \frac{m-1}{m-3} + \frac{m+1}{3-m} = \frac{m-1}{m-3} - \frac{m+1}{m-3} = \frac{m-1-m-1}{m-3} = -\frac{2}{m-3} = \frac{2}{3-m};$$

$$в) \frac{x-c}{5-c} + \frac{x-5}{c-5} = \frac{x-c}{5-c} - \frac{x-5}{5-c} = \frac{x-c-x+5}{5-c} = \frac{5-c}{5-c} = 1;$$

$$г) \frac{3a-2b}{a-3b} - \frac{5b-4a}{3b-a} = \frac{3a-2b}{a-3b} + \frac{5b-4a}{a-3b} = \frac{3a-2b+5b-4a}{a-3b} = \frac{-a+3b}{a-3b} = -1.$$

№ 89.

$$a) \frac{a^2}{a-3} - \frac{9}{a-3} = \frac{a^2-9}{a-3} = \frac{(a-3)(a+3)}{a-3} = a+3;$$

$$б) \frac{b^2}{b-5} - \frac{25}{b-5} = \frac{b^2-25}{b-5} = \frac{(b-5)(b+5)}{b-5} = b+5;$$

$$в) \frac{c^2}{c+9} - \frac{81}{c+9} = \frac{c^2-81}{c+9} = \frac{(c-9)(c+9)}{c+9} = c-9;$$

$$г) \frac{b^2}{b+12} - \frac{144}{b+12} = \frac{b^2-144}{b+12} = \frac{(b-12)(b+12)}{b+12} = b-12.$$

№ 90.

$$a) \frac{t^2}{2a+t} - \frac{4a^2}{2a+t} = \frac{t^2-4a^2}{2a+t} = \frac{(t-2a)(t+2a)}{2a+t} = t-2a;$$

$$\text{б)} \frac{y^2}{7x-y} - \frac{49x^2}{7x-y} = \frac{y^2 - 49x^2}{7x-y} = -\frac{(7x-y)(7x+y)}{7x-y} = -(7x+y);$$

$$\text{в)} \frac{x^2}{4y+x} - \frac{16y^2}{4y+x} = \frac{x^2 - 16y^2}{4y+x} = \frac{(x-4y)(x+4y)}{4y+x} = x-4y;$$

$$\text{г)} \frac{z^2}{13a-z} - \frac{169a^2}{13a-z} = \frac{z^2 - 169a^2}{13a-z} = -\frac{(13a-z)(13a+z)}{13a-z} = -(13a+z).$$

№ 91.

$$\text{а)} \frac{x^2}{x(x-2)} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x^2 - 4}{x(x-2)} = \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)} = \frac{x+2}{x};$$

$$\text{б)} \frac{y^2}{y(y+3)} - \frac{9}{y(y+3)} = \frac{y^2 - 9}{y(y+3)} = \frac{(y-3)(y+3)}{y(y+3)} = \frac{y-3}{y};$$

$$\text{в)} \frac{z^2}{z(z+8)} - \frac{64}{z(z+8)} = \frac{z^2 - 64}{z(z+8)} = \frac{(z-8)(z+8)}{z(z+8)} = \frac{z-8}{z};$$

$$\text{г)} \frac{t^2}{t(t-10)} - \frac{100}{t(t-10)} = \frac{t^2 - 100}{t(t-10)} = \frac{(t-10)(t+10)}{t(t-10)} = \frac{t+10}{t}.$$

№ 92.

$$\text{а)} \frac{b^2}{b^2+1} + \frac{2b^2+1}{b^2+1} - \frac{2(2b^2+1)}{b^2+1} = \frac{b^2 + 2b^2 + 1 - 4b^2 - 2}{b^2+1} = \frac{-b^2 - 1}{b^2+1} = \frac{-(b^2+1)}{b^2+1} = -1;$$

$$\text{б)} \frac{3c^2+4}{2c^2+3} - \frac{2(c^2+2)}{2c^2+3} + \frac{c^2+3}{2c^2+3} = \frac{3c^2+4-2c^2-4+c^2+3}{2c^2+3} = \frac{2c^2+3}{2c^2+3} = 1.$$

№ 93.

$$\text{а)} \frac{a^2}{a-3} - \frac{6a-9}{a-3} = \frac{a^2 - 6a + 9}{a-3} = \frac{(a-3)^2}{a-3} = a-3;$$

$$\text{б)} \frac{b^2}{b+5} + \frac{10b+25}{b+5} = \frac{b^2 + 10b + 25}{b+5} = \frac{(b+5)^2}{b+5} = b+5;$$

$$\text{в)} \frac{c^2}{c-10} - \frac{20c-100}{c-10} = \frac{c^2 - 20c + 100}{c-10} = \frac{(c-10)^2}{c-10} = c-10;$$

$$\text{г)} \frac{d^2}{d+7} + \frac{14d+49}{d+7} = \frac{d^2 + 14d + 49}{d+7} = \frac{(d+7)^2}{d+7} = d+7.$$

№ 94.

$$\text{а)} \frac{5x+9}{x^2-1} - \frac{4x+8}{x^2-1} = \frac{5x+9-4x-8}{x^2-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1};$$

$$\text{б)} \frac{3y+5}{y^2-4} - \frac{2y+7}{y^2-4} = \frac{3y+5-2y-7}{y^2-4} = \frac{y-2}{(y-2)(y+2)} = \frac{1}{y+2};$$

$$в) \frac{3a-1}{a^2-b^2} - \frac{3b-1}{a^2-b^2} = \frac{3a-1-3b+1}{a^2-b^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b};$$

$$г) \frac{c^2-3c}{c^2-64} + \frac{11c}{c^2-64} = \frac{c^2-3c+11c}{c^2-64} = \frac{c(c+8)}{(c-8)(c+8)} = \frac{c}{c-8}.$$

№ 95.

$$а) \frac{y}{y^2-9} + \frac{3}{9-y^2} = \frac{y-3}{(y-3)(y+3)} = \frac{1}{y+3};$$

$$б) \frac{a^2}{(a-5)^2} - \frac{25}{(a-5)^2} = \frac{a^2-25}{(a-5)^2} = \frac{(a-5)(a+5)}{(a-5)^2} = \frac{a+5}{a-5};$$

$$в) \frac{10}{p^2-100} + \frac{p}{100-p^2} = \frac{10-p}{(p-10)(p+10)} = -\frac{1}{p+10};$$

$$г) \frac{d^2}{(d-6)^2} - \frac{36}{(6-d)^2} = \frac{d^2-36}{(d-6)^2} = \frac{(d-6)(d+6)}{(d-6)^2} = \frac{d+6}{d-6}.$$

№ 96.

а) при $a = 12$;

$$\frac{a^2-58}{a-8} - \frac{6}{a-8} = \frac{a^2-58-6}{a-8} = \frac{a^2-64}{a-8} = \frac{(a-8)(a+8)}{a-8} = a+8 = 12+8 = 20;$$

б) при $b = 3,5$;

$$\frac{b^2-108}{b+10} + \frac{8}{b+10} = \frac{b^2-108+8}{b+10} = \frac{b^2-100}{b+10} = \frac{(b-10)(b+10)}{b+10} = b-10 = 3,5-10 = -6,5.$$

№ 97.

а) при $c = -3,5$;

$$\frac{c^2-10}{c-4} - \frac{6}{c-4} = \frac{c^2-10-6}{c-4} = \frac{c^2-16}{c-4} = \frac{(c-4)(c+4)}{c-4} = c+4 = -3,5+4 = 0,5;$$

б) при $d = 4$;

$$\frac{d^2-2}{d+1} + \frac{1}{d+1} = \frac{d^2-2+1}{d+1} = \frac{d^2-1}{d+1} = \frac{(d-1)(d+1)}{d+1} = d-1 = 4-1 = 3.$$

№ 98.

$$а) \text{ при } x = \frac{1}{4}; \quad \frac{-x+5}{1-6x} + \frac{x-2}{6x-1} = \frac{-x+5-x+2}{1-6x} = \frac{7-2x}{1-6x} = \frac{7-2 \cdot \frac{1}{4}}{1-6 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{6,5}{-0,5} = -13;$$

$$б) \text{ при } c = 1,25: \quad \frac{4c+1}{3c-2} - \frac{2-5c}{2-3c} = \frac{4c+1+2-5c}{3c-2} = \frac{3-c}{3c-2} = \frac{3-1,25}{3 \cdot 1,25-2} = \frac{1,75}{1,75} = 1.$$

№ 99.

а) при $a = 3,5$;

$$\frac{1+4a}{2a-3} - \frac{1-5a}{3-2a} = \frac{1+4a+1-5a}{2a-3} = \frac{-a+2}{2a-3} = \frac{-3,5+2}{2 \cdot 3,5-3} = \frac{-1,5}{4} = -\frac{3}{8};$$

б) при $n = -4$;

$$\frac{n^2+n+1}{n^3-8} - \frac{n+3}{8-n^3} = \frac{n^2+n+1+n+3}{n^3-8} = \frac{n^2+2n+4}{(n-2)(n^2+2n+4)} = \frac{1}{n-2} = \frac{1}{-4-2} = -\frac{1}{6}.$$

№ 100.

$$\frac{9x^2}{9x^2-4} - \frac{12x}{(3x-2)(3x+2)} + \frac{4}{9x^2-4} = \frac{9x^2-12x+4}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{(3x-2)^2}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{3x-2}{3x+2}.$$

№ 101.

$$\frac{25a^2}{25a^2-1} - \frac{10a}{(5a-1)(5a+1)} - \frac{1}{1-25a^2} = \frac{25a^2-10a+1}{(5a-1)(5a+1)} = \frac{(5a-1)^2}{(5a-1)(5a+1)} = \frac{5a-1}{5a+1}.$$

№ 102.

$$\frac{100d^2}{100d^2-9} + \frac{60d}{(10d-3)(10d+3)} + \frac{9}{100d^2-9} = \frac{100d^2+60d+9}{(10d-3)(10d+3)} = \frac{(10d+3)^2}{(10d-3)(10d+3)} = \frac{10d+3}{10d-3}.$$

№ 103.

$$\begin{aligned} \frac{x^2+y^2}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^2}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2+y^2}{2xy-x^2-y^2} &= \frac{x^2+y^2}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^2}{(x-y)^2} - \frac{3xy^2+y^2}{(x-y)^2} = \\ &= \frac{x^2+y^2+3xy^2-y^2-3xy^2-y^2}{(x-y)^2} = \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x-y)} = \frac{x+y}{x-y}. \end{aligned}$$

№ 104.

$$\frac{2}{(3-a)(2-a)} + \frac{a-4}{(a-3)(a-2)} = \frac{2+a-4}{(3-a)(2-a)} = \frac{a-2}{(3-a)(2-a)} = \frac{-(2-a)}{(3-a)(2-a)} = -\frac{1}{3-a}.$$

№ 105.

$$\begin{aligned} \frac{8m^2+3m-2}{4m^2+4m+1} + \frac{5m-7}{4m^2+4m+1} - \frac{4m-9}{(2m+1)^2} &= \frac{8m^2+3m-2+5m-7-4m+9}{(2m+1)^2} = \\ &= \frac{8m^2+4m}{(2m+1)^2} = \frac{4m(2m+1)}{(2m+1)^2} = \frac{4m}{2m+1}. \end{aligned}$$

№ 106.

$$\text{а) } \frac{*}{2-3a} + \frac{3a-4}{2-3a} = 1, \quad *+3a-4=2-3a, \quad *=6-6a;$$

$$\text{б) } \frac{5x-4}{x-2} - \frac{*}{x-2} = 2, \quad 5x-4-*=2x-4, \quad *=3x;$$

$$\text{в) } \frac{*}{2y+5} + \frac{y-1}{2y+5} = -1, \quad *+y-1=-2y-5, \quad *=-3y-4;$$

$$г) \frac{4b-7}{8b+9} - \frac{*}{8b+9} = -3, \quad -*+4b-7 = -24b-27, \quad * = 28b+20.$$

№ 107.

$$а) \frac{n+3}{n} = 1 + \frac{3}{n}, \quad \frac{3}{n} \text{ — натуральное при } n = 1; 3;$$

$$б) \frac{2n+5}{n} = 2 + \frac{5}{n}, \quad \frac{5}{n} \text{ — натуральное при } n = 1; 5;$$

$$в) \frac{6-n}{n} = \frac{6}{n} - 1, \quad \frac{6}{n} \text{ — натуральное при } n = 1; 2; 3; 6, \text{ а } \frac{6}{n} - 1 \text{ — натуральное при}$$

$$\frac{6}{n} \geq 2, \text{ т.е. при } n = 1; 2; 3;$$

$$г) \frac{45-7n}{n} = \frac{45}{n} - 7, \quad \frac{45}{n} \text{ — натуральное при } n = 1; 3; 5; 9; 15; 45, \text{ а } \frac{45}{n} - 7 \text{ —}$$

$$\text{натуральное при } \frac{45}{n} \geq 7, \text{ т.е. при } n = 1; 3; 5.$$

№ 108.

$$\frac{x^2-3}{(x-2)^4} - \frac{5x-1}{(x-2)^4} + \frac{x+6}{(x-2)^4} = \frac{x^2-3-5x+1+x+6}{(x-2)^4} = \frac{x^2-4x+4}{(x-2)^4} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)^4} = \frac{1}{(x-2)^2} > 0,$$

т.к. $(x-2)^2 > 0$, т.е. $x = 2$ — недопустимое значение.

№ 109.

$$\frac{2-y^2}{(y-3)^4} - \frac{7-5y}{(y-3)^4} - \frac{4-y}{(y-3)^4} = \frac{2-y^2-7+5y-4+y}{(y-3)^4} = \frac{-(y^2-6y+9)}{(y-3)^4} = -\frac{(y-3)^2}{(y-3)^4} = -\frac{1}{(y-3)^2} < 0$$

при любых y , кроме $y = 3$.

§ 4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

№ 110.

$$а) \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3+5}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3};$$

$$б) \frac{3}{8} - \frac{7}{32} = \frac{12-7}{32} = \frac{5}{32};$$

$$в) \frac{4}{49} - \frac{6}{7} = \frac{4-42}{49} = -\frac{38}{49};$$

$$г) \frac{13}{100} + \frac{17}{20} = \frac{13+85}{100} = \frac{98}{100} = 0,98.$$

№ 111.

$$а) \frac{x+y}{4+5} = \frac{5x+4y}{20}; \quad б) \frac{a-b}{8-6} = \frac{3a-4b}{24}; \quad в) \frac{c-d}{10-4} = \frac{2c-5d}{20}; \quad г) \frac{m}{9} + \frac{n}{4} = \frac{4m+9n}{36}.$$

№ 112.

а) $\frac{x}{5} + \frac{2x}{3} = \frac{3x+10x}{15} = \frac{13x}{15}$;

б) $\frac{3b}{7} - \frac{b}{4} = \frac{12b-7b}{28} = \frac{5b}{28}$;

в) $\frac{6m}{7} - \frac{m}{11} = \frac{66m-7m}{77} = \frac{59m}{77}$;

г) $\frac{m}{42} + \frac{5m}{6} = \frac{m+35m}{42} = \frac{36m}{42} = \frac{6m}{7}$.

№ 113.

а) $\frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{4} = \frac{4x-4+3x+3}{12} = \frac{7x-1}{12}$;

б) $\frac{2y-5}{6} + \frac{y-4}{5} = \frac{10y-25+6y-24}{30} = \frac{16y-49}{30}$;

в) $\frac{c+5}{3} + \frac{2c+9}{8} = \frac{8c+40+6c+27}{24} = \frac{14c+67}{24}$;

г) $\frac{d+5}{7} + \frac{2d-9}{4} = \frac{4d+20+14d-63}{28} = \frac{18d-43}{28}$.

№ 114.

а) $\frac{a+8}{9} + \frac{a-2}{12} = \frac{4a+32+3a-6}{36} = \frac{7a-26}{36}$;

б) $\frac{b-2}{4} - \frac{b+1}{15} = \frac{15b-30-4b-4}{60} = \frac{11b-34}{60}$;

в) $\frac{3-z}{12} - \frac{3z-5}{8} = \frac{6-2z-9z+15}{24} = \frac{21-11z}{24}$;

г) $\frac{5t-s}{14} - \frac{t+s}{7} = \frac{5t-s-2t-2s}{14} = \frac{3t-3s}{14}$.

№ 115.

а) $\frac{2x-7y}{4} + \frac{3x-y}{6} = \frac{6x-21y+6x-2y}{12} = \frac{12x-23y}{12}$;

б) $\frac{3d+8}{15} - \frac{4d-7}{10} = \frac{6d+16-12d+21}{30} = \frac{37-6d}{30}$;

в) $\frac{3p-7}{9} - \frac{4p+1}{6} = \frac{6p-14-12p-3}{18} = \frac{-6p-17}{18}$;

г) $\frac{-4q+1}{6} + \frac{-2q-1}{10} = \frac{-20q+5-6q-3}{30} = \frac{2-26q}{30} = \frac{1-13q}{15}$.

№ 116.

а) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$; б) $\frac{x}{y} - \frac{y^2}{x} = \frac{x^2-y^3}{xy}$; в) $\frac{m^3}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^4+n^2}{nm}$; г) $\frac{p}{q} + \frac{q^2}{p} = \frac{p^2+q^3}{qp}$.

№ 117.

$$a) \frac{3c-5}{c} - \frac{3d-2}{d} = \frac{3cd-5d-3dc+2c}{cd} = \frac{2c-5d}{cd};$$

$$б) \frac{7-3r}{r} - \frac{8-3s}{s} = \frac{7s-3sr-8r+3rs}{rs} = \frac{7s-8r}{rs};$$

$$в) \frac{8a-15}{a} + \frac{3b-12}{b} = \frac{8ab-15b+3ab-12a}{ab} = \frac{11ab-15b-12a}{ab};$$

$$г) \frac{9-5z}{z} + \frac{5+4t}{t} = \frac{9t-5zt+5z+4zt}{zt} = \frac{9t+5z-zt}{zt}.$$

№ 118.

$$a) \frac{x}{7y} - \frac{1}{y} = \frac{x-7}{7y}; \quad б) \frac{a}{12b} - \frac{3}{b} = \frac{a-36}{12b}; \quad в) \frac{z}{a} + \frac{8}{15a} = \frac{15z+8}{15a}; \quad г) \frac{2}{x} + \frac{y}{27x} = \frac{54+y}{27x}.$$

№ 119.

$$a) \frac{4m-5}{m} - \frac{3m+6}{9m} = \frac{36m-45-3m-6}{9m} = \frac{33m-51}{9m};$$

$$б) \frac{7p+1}{p} + \frac{9p-8}{13p} = \frac{91p+13+9p-8}{13p} = \frac{100p+5}{13p};$$

$$в) \frac{3z-8}{5z} + \frac{4z+7}{z} = \frac{3z-8+20z+35}{5z} = \frac{23z+27}{5z};$$

$$г) \frac{5-9t}{2t} - \frac{6t+4}{t} = \frac{5-9t-12t-8}{2t} = \frac{-3-21t}{2t}.$$

№ 120.

$$a) \frac{5}{3x} - \frac{4}{2x} = \frac{10-12}{6x} = -\frac{2}{6x} = -\frac{1}{3x}; \quad б) \frac{a}{5c} + \frac{3a}{4c} = \frac{4a+15a}{20c} = \frac{19a}{20c};$$

$$в) \frac{7b}{24c} - \frac{25b}{36c} = \frac{21b-50b}{72c} = -\frac{29b}{72c}; \quad г) \frac{7p}{12z} - \frac{2p}{15z} = \frac{35p-8p}{60z} = \frac{27p}{60z} = \frac{9p}{20z}.$$

№ 121.

$$a) \frac{15m-n}{12m} - \frac{m-4n}{9m} = \frac{45m-3n-4m+16n}{36m} = \frac{41m+13n}{36m};$$

$$б) \frac{5x-3}{6x} + \frac{x+2}{4x} = \frac{10x-6+3x+6}{12x} = \frac{13x}{12x} = 1\frac{1}{12};$$

$$в) \frac{3c+5}{35c} + \frac{c-3}{21c} = \frac{9c+15+5c-15}{105c} = \frac{14c}{105c} = \frac{2}{15};$$

$$г) \frac{2d+3}{12d} - \frac{d-6}{16d} = \frac{8d+12-3d+18}{48d} = \frac{5d+30}{48d}.$$

№ 122.

$$\text{a) } \frac{b}{a} + \frac{1}{ab} = \frac{b^2 + 1}{ab}; \quad \text{б) } \frac{c}{xy} - \frac{3}{x} = \frac{c - 3y}{xy}; \quad \text{в) } \frac{d}{y} - \frac{4}{yt} = \frac{dt - 4}{yt}; \quad \text{г) } \frac{5}{zs} + \frac{m}{z} = \frac{5 + ms}{zs}.$$

№ 123.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{xy} + \frac{3}{yz} &= \frac{2z + 3x}{xyz}; & \text{б) } \frac{6}{mn} + \frac{9}{nk} &= \frac{6k + 9m}{mnk}; \\ \text{в) } \frac{7}{cd} - \frac{11}{dm} &= \frac{7m - 11c}{cdm}; & \text{г) } \frac{13}{pq} - \frac{18}{qs} &= \frac{13s - 18p}{pqs}. \end{aligned}$$

№ 124.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x-5}{3x} + \frac{y-6}{3y} &= \frac{xy - 5y + xy - 6x}{3xy} = \frac{2xy - 5y - 6x}{3xy}; \\ \text{б) } \frac{n+4}{5n} - \frac{m-2}{5m} &= \frac{mn + 4m - mn + 2n}{5mn} = \frac{2(2m+n)}{5mn}; \\ \text{в) } \frac{p+4}{12p} - \frac{q-8}{12q} &= \frac{pq + 4q - pq + 8p}{12pq} = \frac{4q + 8p}{12pq} = \frac{q + 2p}{3pq}; \\ \text{г) } \frac{d+2}{9d} + \frac{c+3}{9c} &= \frac{cd + 2c + cd + 3d}{9cd} = \frac{2cd + 2c + 3d}{9cd}. \end{aligned}$$

№ 125.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{a-b}{ab} - \frac{a-c}{ac} &= \frac{ac - bc - ab + cb}{abc} = \frac{ac - ab}{abc} = \frac{c-b}{bc}; \\ \text{б) } \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} &= \frac{xz - yz + yx - xz}{xyz} = \frac{yx - yz}{xyz} = \frac{x-z}{xz}; \\ \text{в) } \frac{2m-n}{mn} + \frac{n-2k}{nk} &= \frac{2mk - nk + nm - 2mk}{mnk} = \frac{nm - nk}{mnk} = \frac{m-k}{mk}; \\ \text{г) } \frac{3z+2t}{zt} - \frac{t+3s}{st} &= \frac{3zs + 2ts - tz - 3sz}{zts} = \frac{2ts - tz}{zts} = \frac{2s-z}{zs}. \end{aligned}$$

№ 126.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} &= \frac{c+b+a}{abc}; \\ \text{б) } \frac{xy-y}{x} - \frac{xy-x}{y} - \frac{x^2-y^2}{xy} &= \frac{xy^2 - y^2 - x^2y + x^2 - x^2 + y^2}{xy} = \frac{xy(y-x)}{xy} = y-x. \end{aligned}$$

№ 127.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{z-t}{zt} + \frac{p-z}{zp} - \frac{p-t}{pt} &= \frac{zp - tp + tp - tz - zp + tz}{ztp} = 0; \\ \text{б) } \frac{3mn+2n^2}{mn} - \frac{m+2n}{m} + \frac{m-2n}{n} &= \frac{3mn + 2n^2 - mn - 2n^2 + m^2 - 2mn}{mn} = \frac{m^2}{mn} = \frac{m}{n}. \end{aligned}$$

№ 128.

$$a) \frac{x^2+y}{x} - x = \frac{x^2+y-x^2}{x} = \frac{y}{x}; \quad б) 3z - \frac{9z^2-1}{3z} = \frac{9z^2-9z^2+1}{3z} = \frac{1}{3z};$$

$$в) \frac{(p-q)^2}{2p} + q = \frac{p^2-2pq+q^2+2pq}{2p} = \frac{p^2+q^2}{2p};$$

$$г) s - \frac{(b+s)^2}{2b} = \frac{2bs-b^2-2bs-s^2}{2b} = -\frac{b^2+s^2}{2b}.$$

№ 129.

$$a) a + \frac{a}{a-1} = \frac{a^2-a+a}{a-1} = \frac{a^2}{a-1}; \quad б) b + \frac{b}{b+4} = \frac{b^2+4b+b}{b+4} = \frac{b(b+5)}{b+4};$$

$$в) c - \frac{c^2}{c-1} = \frac{c^2-c-c^2}{c-1} = -\frac{c}{c-1}; \quad г) \frac{d^2}{d+1} - d = \frac{d^2-d^2-d}{d+1} = -\frac{d}{d+1}.$$

№ 130.

$$a) x+y - \frac{x^2+y^2}{x-y} = \frac{x(x-y)+y(x-y)-(x^2+y^2)}{x-y} = \frac{x^2-xy+xy-y^2-x^2-y^2}{x-y} = -\frac{2y^2}{x-y};$$

$$б) (c^2-cd+d^2) - \frac{c^3-d^3}{c+d} = \frac{(c^2-cd+d^2)(c+d)-(c^3-d^3)}{c+d} = \frac{c^3+d^3-c^3+d^3}{c+d} = \frac{2d^3}{c+d};$$

$$в) \frac{a^2+b^2}{a+b} + (a-b) = \frac{a^2+b^2+(a+b)(a-b)}{a+b} = \frac{a^2+b^2+a^2-b^2}{a+b} = \frac{2a^2}{a+b};$$

$$г) \frac{m^3+n^3}{m-n} - (m^2+mn+n^2) = \frac{m^3+n^3-(m^2+mn+n^2)(m-n)}{m-n} = \frac{m^3+n^3-m^3+n^3}{m-n} = \frac{2n^3}{m-n}.$$

№ 131.

$$a) \frac{x}{a} + \frac{y^2}{a^2} = \frac{xa+y^2}{a^2}; \quad б) 5 - \frac{2}{q} + \frac{3}{q^2} = \frac{5q^2-2q+3}{q^2};$$

$$в) \frac{1}{b^3} - \frac{c}{b^7} = \frac{b^4-c}{b^7}; \quad г) \frac{m}{n} - k + \frac{m^2}{n^2} = \frac{mn-kn^2+m^2}{n^2}.$$

№ 132.

$$a) \frac{1}{x^2} + \frac{x-2}{x} = \frac{1+x^2-2x}{x^2} = \frac{(x-1)^2}{x^2};$$

$$б) \frac{1+2p}{p^5} + \frac{p^2-2}{p^4} - \frac{1}{p^2} = \frac{1+2p+p^3-2p-p^3}{p^5} = \frac{1}{p^5};$$

$$в) \frac{m+1}{m} - \frac{3m-1}{m^2} = \frac{m^2+m-3m+1}{m^2} = \frac{m^2-2m+1}{m^2} = \frac{(m-1)^2}{m^2};$$

$$г) \frac{1-5d^2}{d^6} - \frac{d-5}{d^4} + \frac{1}{d^3} = \frac{1-5d^2-d^3+5d^2+d^3}{d^6} = \frac{1}{d^6}.$$

№ 133.

$$a) \frac{y-x}{xy} + \frac{y-x}{y^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{xy^2} = \frac{y^2-x^2}{xy^2};$$

$$б) \frac{a^2-b^2}{a^2b} + \frac{b-a}{a^2} = \frac{a^2-b^2+b^2-ab}{a^2b} = \frac{a^2-ab}{a^2b} = \frac{a(a-b)}{a^2b} = \frac{a-b}{ab};$$

$$в) \frac{-3c+1}{ac^2} - \frac{6-5c}{ac} = \frac{-3c+1-6c+5c^2}{ac^2} = \frac{5c^2-9c+1}{ac^2};$$

$$г) \frac{-2d-4}{d^2z} + \frac{6d+2}{dz} = \frac{-2d-4+6d^2+2d}{d^2z} = \frac{6d^2-4}{d^2z} = \frac{2(3d^2-2)}{d^2z}.$$

№ 134.

$$a) \frac{m+2}{m^2n} - \frac{n-3}{mn^2} = \frac{nm+2n-mn+3m}{m^2n^2} = \frac{2n+3m}{m^2n^2};$$

$$б) \frac{y-1}{xy^2} - \frac{2+x}{x^2y} = \frac{xy-x-2y-xy}{x^2y^2} = -\frac{x+2y}{x^2y^2};$$

$$в) \frac{2(a^2-1)}{a^3} - \frac{2(b^2+1)}{ab^2} = \frac{2a^2b^2-2b^2-2a^2b^2-2a^2}{a^3b^2} = -\frac{2b^2+2a^2}{a^3b^2} = -\frac{2(b^2+a^2)}{a^3b^2};$$

$$г) \frac{1-2c^2d}{c^2d} + \frac{2d^2-1}{d^2} = \frac{d-2c^2d^2+2c^2d^2-c^2}{c^2d^2} = \frac{d-c^2}{c^2d^2}.$$

№ 135.

$$a) \frac{2z-3t}{z^2t} + \frac{4z-2t}{zt^2} = \frac{2zt-3t^2+4z^2-2tz}{z^2t^2} = \frac{4z^2-3t^2}{z^2t^2};$$

$$б) \frac{m+n}{mn^3} - \frac{m^2-2n}{m^3n^2} = \frac{m^3+m^2n-m^2n+2n^2}{m^3n^3} = \frac{m^3+2n^2}{m^3n^3}.$$

№ 136.

$$a) \frac{2x-7y}{2x^2y} - \frac{5y-8x}{5xy^2} = \frac{10xy-35y^2-10xy+16x^2}{10x^2y^2} = \frac{16x^2-35y^2}{10x^2y^2};$$

$$б) \frac{3m+2n}{9m^2n} - \frac{2n-5m}{6mn^2} = \frac{6mn+4n^2-6mn+15m^2}{18m^2n^2} = \frac{4n^2+15m^2}{18m^2n^2}.$$

№ 137. Докажем тождество:

$$\frac{5}{18y} - \frac{2+3y}{3y^3} - \frac{y-3}{9y^2} = \frac{5y^2-12-18y-2y^2+6y}{18y^3} = \frac{3y^2-12y-12}{18y^3} = \frac{3(y^2-4y-4)}{18y^3} = \frac{y^2-4y-4}{6y^3}$$

$$\frac{y-2}{6y^2} - \frac{y+2}{3y^3} = \frac{y^2-2y-2y-4}{6y^3} = \frac{y^2-4y-4}{6y^3}, \text{ тождество доказано.}$$

№ 138.

$$a) \frac{4}{a-5} + \frac{1}{a} = \frac{4a+a-5}{a(a-5)} = \frac{5a-5}{a(a-5)} = \frac{5(a-1)}{a(a-5)};$$

$$б) \frac{x}{y} - \frac{x}{x+y} = \frac{x^2+xy-xy}{y(x+y)} = \frac{x^2}{y(x+y)}; \quad в) \frac{b}{b-2} - \frac{3}{b} = \frac{b^2-3b+6}{b(b-2)};$$

$$г) \frac{d}{c-d} - \frac{d}{c} = \frac{dc-d(c-d)}{c(c-d)} = \frac{d(c-c+d)}{c(c-d)} = \frac{d^2}{c(c-d)}.$$

№ 139.

$$a) \frac{1}{z+2} - \frac{2}{3z} = \frac{3z-2z-4}{3z(z+2)} = \frac{z-4}{3z(z+2)}; \quad б) \frac{1}{2t-1} - \frac{2}{5t} = \frac{5t-4t+2}{5t(2t-1)} = \frac{t+2}{5t(2t-1)};$$

$$в) \frac{15a-13b}{3a+b} - \frac{10a-b}{2a} = \frac{30a^2-26ab-30a^2+3ab-10ab+b^2}{2a(3a+b)} = \frac{b(b-33a)}{2a(3a+b)};$$

$$г) \frac{13n-4k}{6n-2k} - \frac{3n+2k}{k} = \frac{13kn-4k^2-18n^2-12kn+6nk+4k^2}{2k(3n-k)} = \frac{7kn-18n^2}{2k(3n-k)}.$$

№ 140.

$$a) \frac{3}{x+y} + \frac{5}{x-y} = \frac{3x-3y+5x+5y}{x^2-y^2} = \frac{8x+2y}{x^2-y^2};$$

$$б) \frac{a-3}{a+3} - \frac{a+2}{a-2} = \frac{a^2-3a-2a+6-a^2-2a-3a-6}{(a+3)(a-2)} = -\frac{10a}{(a+3)(a-2)};$$

$$в) \frac{p+2}{p+1} - \frac{p+6}{p+3} = \frac{p^2+2p+3p+6-p^2-6p-p-6}{(p+1)(p+3)} = -\frac{2p}{(p+1)(p+3)};$$

$$г) \frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} = \frac{m^2+mn-mn+n^2}{m^2-n^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}.$$

№ 141.

$$a) \frac{4x}{4x-1} - \frac{1}{4x+1} = \frac{16x^2+4x-4x+1}{16x^2-1} = \frac{16x^2+1}{16x^2-1};$$

$$б) \frac{z}{3z-1} - \frac{z}{3z+1} = \frac{3z^2+z-3z^2+z}{9z^2-1} = \frac{2z}{9z^2-1};$$

$$в) \frac{t}{2x+1} - \frac{t}{3x-2} = \frac{t(3x-2-2x-1)}{(2x+1)(3x-2)} = \frac{t(x-3)}{(2x+1)(3x-2)};$$

$$г) \frac{6a}{p-2q} + \frac{2a}{p+q} = \frac{2a(3p+3q+p-2q)}{(p-2q)(p+q)} = \frac{2a(4p+q)}{(p-2q)(p+q)}.$$

№ 142.

$$a) \frac{3a}{3(x+y)} + \frac{2a}{5(x+y)} = \frac{15a+6a}{15(x+y)} = \frac{21a}{15(x+y)} = \frac{7a}{5(x+y)};$$

$$б) \frac{2x}{3(a-b)} + \frac{x}{a-b} = \frac{2x+3x}{3(a-b)} = \frac{5x}{3(a-b)};$$

$$в) \frac{5}{6(m+1)} - \frac{3}{2(m+1)} = \frac{10-18}{12(m+1)} = -\frac{8}{12(m+1)} = -\frac{2}{3(m+1)};$$

$$г) \frac{6}{5(x-2)} + \frac{7}{3(x-2)} = \frac{18+35}{15(x-2)} = \frac{53}{15(x-2)}.$$

№ 143.

$$a) \frac{3}{a(a+1)} + \frac{5a}{b(a+1)} = \frac{3b+5a^2}{ab(a+1)};$$

$$б) \frac{y+c}{c(c+a)} + \frac{y-a}{a(c+a)} = \frac{a(y+c)+c(y-a)}{ac(c+a)} = \frac{ay+ac+cy-ac}{ac(c+a)} = \frac{y(a+c)}{ac(c+a)} = \frac{y}{ac};$$

$$в) \frac{5b}{a(x+y)} - \frac{2a}{b(x+y)} = \frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)};$$

$$г) \frac{y-a}{a(a+b)} + \frac{y+b}{b(a+b)} = \frac{b(y-a)+a(y+b)}{ab(a+b)} = \frac{by-ab+ay+ab}{ab(a+b)} = \frac{y(b+a)}{ab(a+b)} = \frac{y}{ab}.$$

№ 144.

$$a) \frac{5}{x(x+5)} + \frac{7}{y(x+5)} = \frac{5y+7x}{xy(x+5)};$$

$$б) \frac{13}{b(b+4)} - \frac{8}{z(b+4)} = \frac{13z-8b}{bz(b+4)};$$

$$в) \frac{9t}{p(p+14)} - \frac{6p}{t(p+14)} = \frac{9t^2-6p^2}{pt(p+14)}; \quad г) \frac{12n}{m(m+10)} + \frac{3m}{n(m+10)} = \frac{12n^2+3m^2}{mn(m+10)}.$$

№ 145.

$$a) \frac{17}{b(m-n)} - \frac{15}{c(n-m)} = \frac{17}{b(m-n)} + \frac{15}{c(m-n)} = \frac{17c+15b}{bc(m-n)};$$

$$б) \frac{p}{7(a-2)} + \frac{1}{2-a} = \frac{p}{7(a-2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{p-7}{7(a-2)};$$

$$в) \frac{8y}{3(2y-x)} - \frac{5x}{4(x-2y)} = \frac{8y}{3(2y-x)} + \frac{5x}{4(2y-x)} = \frac{32y+15x}{12(2y-x)};$$

$$г) \frac{3x}{z(5b-7)} + \frac{6y}{d(7-5b)} = \frac{3x}{z(5b-7)} - \frac{6y}{d(5b-7)} = \frac{3xd-6yz}{zd(5b-7)}.$$

№ 146.

$$a) \frac{a-1}{2a-8} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-1}{2(a-4)} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-1+2a}{2(a-4)} = \frac{3a-1}{2(a-4)};$$

$$б) \frac{x-1}{3x-12} - \frac{x-3}{2x-8} = \frac{x-1}{3(x-4)} - \frac{x-3}{2(x-4)} = \frac{2x-2-3x+9}{6(x-4)} = \frac{7-x}{6(x-4)};$$

$$в) \frac{y+1}{6-2y} + \frac{4}{3-y} = \frac{y+1}{2(3-y)} + \frac{4}{3-y} = \frac{y+1+8}{2(3-y)} = \frac{y+9}{2(3-y)};$$

$$г) \frac{5c}{6c+6} + \frac{3c}{7c+7} = \frac{5c}{6(c+1)} + \frac{3c}{7(c+1)} = \frac{35c+18c}{42(c+1)} = \frac{53c}{42(c+1)}.$$

№ 147.

$$а) \frac{2-a}{2a-4b} - \frac{3-a}{3a-6b} = \frac{2-a}{2(a-2b)} - \frac{3-a}{3(a-2b)} = \frac{6-3a-6+2a}{6(a-2b)} = \frac{a}{6(2b-a)};$$

$$б) \frac{p+1}{p^2-pq} - \frac{q-1}{pq-q^2} = \frac{p+1}{p(p-q)} - \frac{q-1}{q(p-q)} = \frac{pq+q-pq+p}{pq(p-q)} = \frac{p+q}{pq(p-q)};$$

$$в) \frac{1+a}{a^2+ab} - \frac{1+b}{b^2+ab} = \frac{1+a}{a(a+b)} - \frac{1+b}{b(a+b)} = \frac{b+ab-a-ab}{ab(a+b)} = \frac{b-a}{ab(a+b)};$$

$$г) \frac{d+2}{cd+d^2} - \frac{c-3}{cd+c^2} = \frac{d+2}{d(c+d)} - \frac{c-3}{c(c+d)} = \frac{cd+2c-cd+3d}{cd(c+d)} = \frac{2c+3d}{cd(c+d)}.$$

№ 148.

$$а) \frac{1+x}{x^2-xy} - \frac{1-y}{y^2-xy} = \frac{1+x}{x(x-y)} + \frac{1-y}{y(x-y)} = \frac{y+xy+x-xy}{xy(x-y)} = \frac{y+x}{xy(x-y)};$$

$$б) \frac{3a}{4a-4} + \frac{2a}{5-5a} = \frac{3a}{4(a-1)} - \frac{2a}{5(a-1)} = \frac{15a-8a}{20(a-1)} = \frac{7a}{20(a-1)};$$

$$в) \frac{1-c}{c^2-cd} - \frac{1+d}{d^2-cd} = \frac{1-c}{c(c-d)} + \frac{1+d}{d(c-d)} = \frac{d-cd+c+cd}{cd(c-d)} = \frac{d+c}{cd(c-d)};$$

$$г) \frac{z+1}{z-2} + \frac{2z-3}{10-5z} = \frac{z+1}{z-2} - \frac{2z-3}{5(z-2)} = \frac{5z+5-2z+3}{5(z-2)} = \frac{3z+8}{5(z-2)}.$$

№ 149.

$$а) \frac{x^2-3xy}{(x+y)(x-y)} - \frac{y}{x-y} = \frac{x^2-3xy-xy-y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2-4xy-y^2}{(x+y)(x-y)};$$

$$б) \frac{3c}{a-c} + \frac{a^2-3ac}{(a-c)(a+c)} = \frac{3ac+3c^2+a^2-3ac}{(a-c)(a+c)} = \frac{a^2+3c^2}{a^2-c^2};$$

$$в) \frac{b-2m}{b+m} - \frac{m^2-5bm}{(b-m)(b+m)} = \frac{b^2-2bm-bm+2m^2-m^2+5bm}{(b-m)(b+m)} =$$

$$= \frac{b^2+2bm+m^2}{(b-m)(b+m)} = \frac{(b+m)^2}{(b-m)(b+m)} = \frac{b+m}{b-m};$$

$$r) \frac{d}{d+4} - \frac{d^2-1}{(d-4)(d+4)} = \frac{d^2-4d-d^2+1}{(d-4)(d+4)} = \frac{1-4d}{(d-4)(d+4)}.$$

№ 150.

$$a) \frac{a-b}{2d(c+d)} + \frac{a+b}{2d(c-d)} = \frac{(a-b)(c-d) + (a+b)(c+d)}{2d(c+d)(c-d)} =$$

$$= \frac{ac-bc+bd-ad+ac+bc+bd+ad}{2d(c^2-d^2)} = \frac{ac+bd}{d(c^2-d^2)};$$

$$б) \frac{x+2}{(2x-3)(2x+3)} - \frac{2}{3-2x} = \frac{x+2+4x+6}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{5x+8}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{5x+8}{4x^2+9};$$

$$в) \frac{x+4y}{3x(y+x)} - \frac{y-4x}{3x(y-x)} = \frac{xy+4y^2-x^2-4xy-y^2+4xy-xy+4x^2}{3x(y+x)(y-x)} =$$

$$= \frac{3y^2+3x^2}{3x(y+x)(y-x)} = \frac{3(y^2+x^2)}{3x(y+x)(y-x)} = \frac{y^2+x^2}{x(y^2-x^2)};$$

$$r) \frac{x-3}{x(5x-3y)} + \frac{y-5}{y(3y+5x)} = \frac{(x-3)(3y^2+5xy) + (y-5)(5x^2-3xy)}{xy(25x^2-9y^2)} =$$

$$= \frac{3xy^2-9y^2+5x^2y-15xy+5x^2y-25x^2-3xy^2+15xy}{xy(25x^2-9y^2)} = \frac{-9y^2+10x^2y-25x^2}{xy(25x^2-9y^2)}.$$

№ 151.

$$a) \frac{b}{1-b^2} + \frac{1}{1+b} = \frac{b}{(1-b)(1+b)} + \frac{1}{1+b} = \frac{b+1-b}{1-b^2} = \frac{1}{1-b^2};$$

$$б) \frac{5+c^2}{c^2-36} - \frac{c}{6+c} = \frac{5+c^2}{(c-6)(c+6)} - \frac{c}{c+6} = \frac{5+c^2-c^2+6c}{c^2-36} = \frac{5+6c}{c^2-36};$$

$$в) \frac{2a}{a^2-9} + \frac{1}{a+3} = \frac{2a}{(a-3)(a+3)} + \frac{1}{a+3} = \frac{2a+a-3}{a^2-9} = \frac{3a-3}{a^2-9} = \frac{3(a-1)}{a^2-9};$$

$$r) \frac{2}{m-4} - \frac{5m-2}{m^2-16} = \frac{2}{m-4} - \frac{5m-2}{(m-4)(m+4)} = \frac{2m+8-5m+2}{m^2-16} = \frac{10-3m}{m^2-16}.$$

№ 152.

$$a) \frac{2x}{x-4} - \frac{5x^2-2}{16-x^2} = \frac{2x}{x-4} + \frac{5x^2-2}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x^2+8x+5x^2-2}{x^2-16} = \frac{7x^2+8x-2}{x^2-16};$$

$$б) \frac{12n}{n^2-49} + \frac{6}{7-n} = \frac{12n}{(n-7)(n+7)} - \frac{6}{n-7} = \frac{12n-6n-42}{(n-7)(n+7)} = \frac{6(n-7)}{(n-7)(n+7)} = \frac{6}{n+7};$$

$$в) \frac{2x^2+5x+10}{4x^2-25} + \frac{x}{5-2x} = \frac{2x^2+5x+10-2x^2-5x}{4x^2-25} = \frac{10}{4x^2-25};$$

$$r) \frac{2z}{4-3z} + \frac{6z^2+8z-8}{9z^2-16} = \frac{-6z^2-8z+6z^2+8z-8}{9z^2-16} = -\frac{8}{9z^2-16}.$$

№ 153.

$$a) \frac{1}{a^2-b^2} - \frac{1}{a(a+b)} = \frac{1}{(a-b)(a+b)} - \frac{1}{a(a+b)} = \frac{a-a+b}{a(a^2-b^2)} = \frac{b}{a(a^2-b^2)};$$

$$б) \frac{2}{c(c-2)} - \frac{2}{c^2-4} = \frac{2(c+2-c)}{c(c^2-4)} = \frac{4}{c(c^2-4)};$$

$$в) \frac{3}{2p^2-2pq} + \frac{2}{p^2-q^2} = \frac{3}{2p(p-q)} + \frac{2}{(p-q)(p+q)} = \frac{3p+3q+4p}{2p(p^2-q^2)} = \frac{7p+3q}{2p(p^2-q^2)};$$

$$г) \frac{4}{m^2-n^2} - \frac{5}{3m^2-3mn} = \frac{4}{(m-n)(m+n)} - \frac{5}{3m(m-n)} = \frac{12m-5m-5n}{3m(m^2-n^2)} = \frac{7m-5n}{3m(m^2-n^2)}.$$

№ 154.

$$a) \frac{4}{a+2} + \frac{5a}{(a+2)^2} = \frac{4a+8+5a}{(a+2)^2} = \frac{9a+8}{(a+2)^2};$$

$$б) \frac{12y}{(x-y)^2} - \frac{9}{y-x} = \frac{12y}{(x-y)^2} + \frac{9}{x-y} = \frac{12y+9x-9y}{(x-y)^2} = \frac{3y+9x}{(x-y)^2};$$

$$в) \frac{p}{(3p+1)^2} + \frac{7}{3p+1} = \frac{p+21p+7}{(3p+1)^2} = \frac{22p+7}{(3p+1)^2};$$

$$г) \frac{8m}{(m-n)^2} - \frac{1}{n-m} = \frac{8m+m-n}{(m-n)^2} = \frac{9m-n}{(m-n)^2}.$$

№ 155.

$$a) \frac{m-n}{4m^2-n^2} - \frac{2}{3n-6m} = \frac{m-n}{(2m-n)(2m+n)} + \frac{2}{3(2m-n)} = \frac{3m-3n+4m+2n}{3(4m^2-n^2)} = \frac{7m-n}{3(4m^2-n^2)};$$

$$б) \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a}{4ax-x^2} = \frac{x-12a}{(x-4a)(x+4a)} + \frac{4a}{x(x-4a)} =$$

$$= \frac{x^2-12xa+4xa+16a^2}{x(x^2-16a^2)} = \frac{x^2-8xa+16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x-4a}{x(x+4a)};$$

$$в) \frac{3}{2b-6a} - \frac{2a-b}{9a^2-b^2} = \frac{3}{2(b-3a)} + \frac{2a-b}{(b-3a)(b+3a)} = \frac{3b+9a+4a-2b}{2(b-3a)(b+3a)} = \frac{b+13a}{2(b^2-9a^2)};$$

$$г) \frac{c-30d}{c^2-100d} - \frac{10d}{10cd-c^2} = \frac{c-30d}{(c-10d)(c+10d)} + \frac{10d}{c(c-10d)} =$$

$$= \frac{c^2-30cd+10cd+100d^2}{c(c-10d)(c+10d)} = \frac{(c-10d)^2}{c(c-10d)(c+10d)} = \frac{c-10d}{c(c+10d)}.$$

№ 156.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{b}{2a+2b} + \frac{a}{b-a} + \frac{a^2}{a^2-b^2} &= \frac{b}{2(a+b)} - \frac{a}{a-b} + \frac{a^2}{(a-b)(a+b)} = \\ &= \frac{ab-b^2-2a^2-2ab+2a^2}{2(a^2-b^2)} = \frac{-b^2-ab}{2(a-b)(a+b)} = -\frac{b(b+a)}{2(a-b)(a+b)} = -\frac{b}{2(a-b)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{1}{c^2-cd} - \frac{1}{d^2-cd} - \frac{4}{c^2-d^2} &= \frac{1}{c(c-d)} - \frac{1}{d(d-c)} - \frac{4}{(c-d)(c+d)} = \\ &= \frac{cd+d^2+c^2+cd-4cd}{cd(c^2-d^2)} = \frac{(d-c)^2}{cd(c^2-d^2)} = \frac{c-d}{cd(c+d)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{p-1}{2p+2} + \frac{p+1}{3-3p} + \frac{5p-1}{3p^2-3} &= \frac{p-1}{2(p+1)} + \frac{p+1}{3(1-p)} + \frac{5p-1}{3(p-1)(p+1)} = \\ &= \frac{3(p^2-2p+1)-2(p^2+2p+1)+10p-2}{6(p+1)(p-1)} = \frac{3p^2-6p+3-2p^2-4p-2+10p-2}{6(p+1)(p-1)} = \\ &= \frac{p^2-1}{6(p^2-1)} = \frac{1}{6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{4m}{4m^2-1} + \frac{2m+1}{3-6m} + \frac{2m-1}{4m+2} &= \frac{4m}{(2m-1)(2m+1)} + \frac{2m+1}{3(1-2m)} + \frac{2m-1}{2(2m+1)} = \\ &= \frac{24m-2(2m+1)^2+3(2m-1)^2}{6(2m-1)(2m+1)} = \frac{24m-8m^2-8m-2+12m^2-12m+3}{6(2m-1)(2m+1)} = \\ &= \frac{4m^2+4m+1}{6(2m-1)(2m+1)} = \frac{(2m+1)^2}{6(2m-1)(2m+1)} = \frac{2m+1}{6(2m-1)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 157. } \frac{abc-a^3}{a^2b} + \frac{abc-b^3}{b^2c} + \frac{abc-c^3}{c^2a} &= \frac{a(bc-a^2)}{a^2b} + \frac{b(ac-b^2)}{b^2c} + \frac{c(ab-c^2)}{c^2a} = \\ &= \frac{bc^2-a^2c+a^2c-b^2a+ab^2-c^2b}{abc} = 0. \end{aligned}$$

№ 158.

$$\text{а) } \frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{2a-2b} = \frac{2a^2-a^2+b^2}{2(a-b)^2} = \frac{a^2+b^2}{2(a-b)^2};$$

$$\text{б) } \frac{y}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{y^2-xy} = \frac{y^2+x^2-y^2}{y(x-y)^2} = \frac{x^2}{y(x-y)^2};$$

$$\text{в) } \frac{x+y}{3x-3y} + \frac{x^2}{(y-x)^2} = \frac{x^2-y^2+3x^2}{3(y-x)^2} = \frac{4x^2-y^2}{3(y-x)^2};$$

$$\text{г) } \frac{a+b}{a^2-ab} + \frac{a}{(b-a)^2} = \frac{a^2-b^2+a^2}{a(a-b)^2} = \frac{2a^2-b^2}{a(a-b)^2}.$$

№ 159.

$$a) \frac{3c}{c^2-4c+4} - \frac{5}{c-2} = \frac{3c}{(c-2)^2} - \frac{5}{c-2} = \frac{3c-5c+10}{(c-2)^2} = \frac{-2c+10}{(c-2)^2};$$

$$б) \frac{2m+7}{m^2+10m+25} + \frac{2}{m+5} = \frac{2m+7}{(m+5)^2} + \frac{2}{m+5} = \frac{2m+7+2m+10}{(m+5)^2} = \frac{4m+17}{(m+5)^2};$$

$$в) \frac{8p+13}{p^2-18p+81} - \frac{8}{p-9} = \frac{8p+13}{(p-9)^2} - \frac{8}{p-9} = \frac{8p+13-8p+72}{(p-9)^2} = \frac{85}{(p-9)^2};$$

$$г) \frac{3z+15}{z^2+14z+49} + \frac{9}{z+7} = \frac{3z+15}{(z+7)^2} + \frac{9}{z+7} = \frac{3z+15+9z+63}{(z+7)^2} = \frac{12z+78}{(z+7)^2}.$$

№ 160.

$$a) \frac{x+1}{x^3-1} - \frac{1}{x^2+x+1} = \frac{x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} - \frac{1}{x^2+x+1} = \frac{x+1-x+1}{x^3-1} = \frac{2}{x^3-1};$$

$$б) \frac{y^2+4}{y^3+8} - \frac{1}{y+2} = \frac{y^2+4}{(y+2)(y^2-2y+4)} - \frac{1}{y+2} = \frac{y^2+4-y^2+2y-4}{y^3+8} = \frac{2y}{y^3+8};$$

$$в) \frac{6c^3+64}{c^3+64} - \frac{3c^2}{c^2-4c+16} = \frac{6c^3+64-3c^3-12c^2}{c^3+64} = \frac{3c^3-12c^2+64}{c^3+64};$$

$$г) \frac{1}{b-3} - \frac{b^2}{b^3-27} = \frac{b^2+3b+9-b^2}{b^3-27} = \frac{9+3b}{b^3-27}.$$

№ 161.

$$a) \frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = \frac{a^3+b^3+a^3-b^3}{a^2-b^2} = \frac{2a^3}{a^2-b^2};$$

$$б) \frac{m^2-2mn+4n^2}{m-2n} + \frac{m^2+2mn+4n^2}{m+2n} = \frac{m^3+8n^3+m^3-8n^3}{m^2-4n^2} = \frac{2m^3}{m^2-4n^2};$$

$$в) \frac{9x^2-3xy+y^2}{3x-y} + \frac{9x^2+3xy+y^2}{3x+y} = \frac{27x^3+y^3+27x^3-y^3}{9x^2-y^2} = \frac{54x^3}{9x^2-y^2};$$

$$г) \frac{4l^2+6lk+9k^2}{2l+3k} + \frac{4l^2-6lk+9k^2}{2l-3k} = \frac{8l^3-27k^3+8l^3+27k^3}{4l^2-9k^2} = \frac{16l^3}{4l^2-9k^2}.$$

№ 162.

$$a) 1 - \frac{1}{a^3+1} - \frac{a}{a+1} = \frac{a^3+1-1-a^3+a^2-a}{a^3+1} = \frac{a^2-a}{a^3+1};$$

$$б) \frac{c}{c^2-1} - \frac{1}{c+1} - \frac{1}{c^3-1} = \frac{c}{(c-1)(c+1)} - \frac{1}{c+1} - \frac{1}{(c-1)(c^2+c+1)} = \\ = \frac{c^3+c^2+c-c^3+1-c-1}{(c+1)(c^3-1)} = \frac{c^2}{(c+1)(c^3-1)};$$

$$в) 1 - \frac{2d-1}{4d^2-2d+1} - \frac{2d}{2d+1} = \frac{8d^3+1-4d^2+1-8d^3+4d^2-2d}{8d^3+1} = \frac{2-2d}{8d^3+1};$$

$$г) \frac{1}{b+2} - \frac{b}{b^2-2b+4} - \frac{12}{b^3+8} = \frac{b^2-2b+4-b^2-2b-12}{b^3+8} = \frac{-4(b+2)}{(b+2)(b^2-2b+4)} = -\frac{4}{b^2-2b+4}.$$

№ 163.

$$а) \frac{3b^2+2b+4}{b^3-1} - \frac{1-2b}{b^2+b+1} - \frac{3}{b-1} = \frac{3b^2+2b+4-b+2b^2+1-2b-3b^2-3b-3}{b^3-1} =$$

$$= \frac{2(b^2-2b+1)}{(b-1)(b^2+b+1)} = \frac{2(b-1)^2}{(b-1)(b^2+b+1)} = \frac{2(b-1)}{b^2+b+1};$$

$$б) \frac{a-2}{a^2+2a+4} - \frac{6a}{a^3-8} + \frac{1}{a-2} = \frac{a^2-4a+4-6a+a^2+2a+4}{a^3-8} =$$

$$= \frac{2a^2-8a+8}{a^3-8} = \frac{2(a^2-4a+4)}{a^3-8} = \frac{2(a-2)^2}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{2(a-2)}{a^2+2a+4}.$$

№ 164.

$$а) \frac{2mn}{m^3+n^3} + \frac{2m}{m^2-n^2} - \frac{1}{m-n} = \frac{2mn}{(m+n)(m^2-mn+n^2)} + \frac{2m}{(m-n)(m+n)} - \frac{1}{m-n} =$$

$$= \frac{2m^2n-2mn^2+2m^3-2m^2n+2mn^2-m^3-n^3}{(m+n)(m-n)(m^2-mn+n^2)} = \frac{(m-n)(m^2+mn+n^2)}{(m+n)(m-n)(m^2-mn+n^2)} =$$

$$= \frac{m^2+mn+n^2}{m^3+n^3};$$

$$б) \frac{2xy}{x^3-y^3} - \frac{2x}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} = \frac{2xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} - \frac{2x}{(x-y)(x+y)} + \frac{1}{x+y} =$$

$$= \frac{2x^2y+2xy^2-2x^3-2x^2y-2xy^2+x^3-y^3}{(x-y)(x+y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{-(x^3+y^3)}{(x+y)(x^3-y^3)} =$$

$$= \frac{-(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x^3-y^3)} = \frac{x^2-xy+y^2}{x^3-y^3}.$$

№ 165.

$$а) \frac{1}{(b-5)^2} - \frac{2}{b^2-25} + \frac{1}{(b+5)^2} = \frac{b^2+10b+25-2b^2+50+b^2-10b+25}{(b-5)^2(b+5)^2} = \frac{100}{(b-5)^2(b+5)^2};$$

$$б) \frac{1}{(2m-5n)^2} - \frac{2}{25n^2-4m^2} + \frac{1}{(5n+2m)^2} =$$

$$= \frac{25n^2+20mn+4m^2-50n^2+8m^2+25n^2-20mn+4m^2}{(25n^2-4m^2)^2} = \frac{16m^2}{(25n^2-4m^2)^2}.$$

№ 166.

$$a) \frac{6}{x^2-9} - \frac{1}{(x-3)^2} - \frac{5}{(x+3)^2} = \frac{6x^2-54-x^2-6x-9-5x^2+30x-45}{(x^2-9)^2} = \frac{24x-108}{(x^2-9)^2};$$

$$b) \frac{2}{(2t-s)^2} + \frac{5}{4t^2-s^2} - \frac{7}{(s+2t)^2} = \frac{8t^2+8ts+2s^2+20t^2-5s^2-28t^2+28ts-7s^2}{(4t^2-s^2)^2} = \\ = \frac{36ts-10s^2}{(4t^2-s^2)^2}.$$

№ 167.

$$\frac{3a(16-3a)}{9a^2-4} + \frac{3(1+2a)}{2-3a} - \frac{2-9a}{3a+2} = \frac{3a(16-3a)}{(3a-2)(3a+2)} - \frac{3(1+2a)}{3a-2} - \frac{2-9a}{3a+2} = \\ = \frac{48a-9a^2-3(3a+6a^2+2+4a)-(6a-27a^2-4+18a)}{9a^2-4} = \\ = \frac{48a-9a^2-21a-18a^2-6+27a^2+4-24a}{9a^2-4} = \frac{3a-2}{(3a-2)(3a+2)} = \frac{1}{3a+2}.$$

$$\text{№ 168. } \frac{x^3+y^3}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^3}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2}{2xy-x^2-y^2} = \frac{x^3+y^3}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^3}{(y-x)^2} - \frac{3xy^2}{x^2-2xy+y^2} = \\ = \frac{x^3+y^3}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^3}{(y-x)^2} - \frac{3xy^2}{(x-y)^2} = \frac{x^3+y^3+3xy^2-y^3-3xy^2}{(x-y)^2} = \frac{x^3}{(x-y)^2}.$$

$$\text{№ 169. } \frac{x+2y}{x^2+2x+y^2} - \frac{x-2y}{x^2-y^2} + \frac{2y^2}{(x+y)(x^2-y^2)} = \frac{x+2y}{(x+y)^2} - \frac{x-2y}{(x-y)(x+y)} + \\ + \frac{2y^2}{(x+y)(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+2xy-xy-2y^2-x^2+2xy-xy+2y^2+2y^2}{(x+y)(x-y)(x+y)} = \\ = \frac{2xy+2y^2}{(x+y)^2(x-y)} = \frac{2y(x+y)}{(x+y)^2(x-y)} = \frac{2y}{x^2-y^2}.$$

$$\text{№ 170. } \frac{1}{2z^2+5z} - \frac{2}{25-10z} - \frac{4}{4z^2-25z} = \frac{1}{z(2z+5)} + \frac{2}{5(2z-5)} - \frac{4}{(2z-5)(2z+5)} = \\ = \frac{10z-25+4z^2+10z-20z}{5z(4z^2-25)} = \frac{4z^2-25}{5z(4z^2-25)} = \frac{1}{5z}.$$

$$\text{№ 171. } \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \\ = \frac{(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8)(1+a^{16})(1+a+1-a)}{1-a^{32}} + \frac{2(1-a^2)(1+a^4)(1+a^8)(1+a^{16})}{1-a^{32}} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{4(1-a^4)(1+a^8)(1+a^{16})}{1-a^{32}} + \frac{8(1-a^8)(1+a^{16})}{1-a^{32}} + \frac{16(1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\
 & = \frac{2(1+a^4)(1+a^8)(1+a^{16})(1+a^2+1-a^2) + 4(1-a^4)(1+a^8)(1+a^{16}) + 8(1-a^8)(1+a^{16}) + 16(1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\
 & = \frac{4(1+a^8)(1+a^{16})(1+a^4+1-a^4) + 8(1-a^8)(1+a^{16}) + 16(1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\
 & = \frac{8(1+a^{16})(1+a^8+1-a^8) + 16(1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{16(1+a^{16}+1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{32}{1-a^{32}}.
 \end{aligned}$$

§ 5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень

№ 172.

$$a) \frac{77}{34} \cdot \frac{17}{33} = \frac{7 \cdot 11 \cdot 17}{17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6};$$

$$b) \frac{20}{9} \cdot \frac{9}{40} = \frac{20 \cdot 9}{9 \cdot 40} = \frac{1}{2};$$

$$b) \frac{12}{25} : \frac{18}{35} = \frac{12 \cdot 35}{25 \cdot 18} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{14}{15};$$

$$r) \frac{13}{64} : \frac{65}{128} = \frac{13 \cdot 128}{64 \cdot 65} = \frac{2}{5}.$$

№ 173.

$$a) \frac{6x}{19} \cdot \frac{y}{5} = \frac{6xy}{19 \cdot 5} = \frac{6xy}{95};$$

$$b) \frac{11c}{12} \cdot \frac{5d}{13} = \frac{11c \cdot 5d}{12 \cdot 13} = \frac{55cd}{156};$$

$$b) \frac{5}{4a} : \frac{7}{9b} = \frac{5 \cdot 9b}{4a \cdot 7} = \frac{45b}{28a};$$

$$r) \frac{7m}{6} : \frac{3}{10t} = \frac{7m \cdot 10t}{6 \cdot 3} = \frac{7m \cdot 5t}{3 \cdot 3} = \frac{35mt}{9}.$$

№ 174.

$$a) \frac{5x}{6} : x = \frac{5x}{6x} = \frac{5}{6};$$

$$b) \frac{3}{z} \cdot \frac{5z}{27} = \frac{3 \cdot 5z}{z \cdot 27} = \frac{5}{9};$$

$$b) \frac{12y}{25} \cdot \frac{5}{y} = \frac{12y \cdot 5}{25 \cdot y} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5};$$

$$r) \frac{19t}{20} : t = \frac{19t}{20t} = \frac{19}{20}.$$

№ 175.

$$a) \frac{6a}{b} : \frac{3a}{b} = \frac{6a \cdot b}{b \cdot 3a} = 2;$$

$$b) \left(-\frac{9}{2x}\right) \cdot \left(-\frac{5x}{3}\right) = \frac{9 \cdot 5x}{2x \cdot 3} = \frac{15}{2} = 7,5;$$

$$b) -\frac{4p}{q} : \frac{q}{2n} = -\frac{4p \cdot q}{q \cdot 2n} = -\frac{2p}{n};$$

$$r) \frac{5c}{2d} : \left(-\frac{15c}{d}\right) = -\frac{5c \cdot d}{2d \cdot 15c} = -\frac{1}{6}.$$

№ 176.

$$a) \frac{a^2}{6} : \frac{a}{3} = \frac{a^2 \cdot 3}{6 \cdot a} = \frac{a}{2};$$

$$b) \frac{24}{b^2} \cdot \frac{b^3}{36} = \frac{24 \cdot b^3}{b^2 \cdot 36} = \frac{2b}{3};$$

$$в) \frac{m^5}{10} \cdot \frac{100}{m^{12}} = \frac{m^5 \cdot 100}{10 \cdot m^{12}} = \frac{10}{m^7};$$

$$г) \frac{n^{24}}{28} : \frac{n^{39}}{56} = \frac{n^{24} \cdot 56}{28 \cdot n^{39}} = \frac{2}{n^{15}}.$$

№ 177.

$$а) \frac{12x^5}{55} : \frac{6x^2}{5} = \frac{12x^5 \cdot 5}{55 \cdot 6x^2} = \frac{2x^3}{11};$$

$$б) \frac{4}{3y^3} \cdot \frac{y^8}{18} = \frac{4 \cdot y^8}{3y^3 \cdot 18} = \frac{2y^5}{27};$$

$$в) \frac{36c^{12}}{49} \cdot \frac{7}{6c^{15}} = \frac{36c^{12} \cdot 7}{49 \cdot 6c^{15}} = \frac{6}{7c^3};$$

$$г) \frac{16}{5d^3} : \frac{12}{d^4} = \frac{16 \cdot d^4}{5d^3 \cdot 12} = \frac{4d}{15}.$$

№ 178.

$$а) \frac{b^2}{xy} \cdot \frac{xy}{a^2b} = \frac{b}{a^2};$$

$$б) \frac{m^3}{cd} : \frac{m^2n}{cd} = \frac{m^3 \cdot cd}{cd \cdot m^2n} = \frac{m}{n};$$

$$в) \frac{p^2q^2}{z} : \frac{p^3q^3}{z^2} = \frac{p^2q^2 \cdot z^2}{z \cdot p^3q^3} = \frac{z}{pq};$$

$$г) \frac{a^3b}{c} \cdot \frac{c^2}{a^4} = \frac{a^3b \cdot c^2}{c \cdot a^4} = \frac{bc}{a}.$$

№ 179.

$$а) x \cdot \frac{ab}{x^2} = \frac{ab}{x};$$

$$б) a^2 : \frac{a}{m^2n} = \frac{a^2 \cdot m^2n}{a} = am^2n;$$

$$в) c \cdot \frac{an}{c^3} = \frac{an}{c^2};$$

$$г) q : \frac{aq}{p^2} = \frac{q \cdot p^2}{aq} = \frac{p^2}{a}.$$

№ 180.

$$а) 6mx \cdot \frac{ab}{2mx^2} = \frac{3ab}{x};$$

$$б) 15y^3 : \frac{25y^2}{4x} = \frac{15y^3 \cdot 4x}{25y^2} = \frac{12xy}{5};$$

$$в) \frac{4ab^2}{3cm^3} \cdot 6c^2m^2 = \frac{8ab^2c}{m};$$

$$г) 9xy : \frac{3x^2y}{ab} = \frac{9xy \cdot ab}{3x^2y} = \frac{3ab}{x}.$$

№ 181.

$$а) 6x^4y^5 : \frac{4x^3y^2}{p} = \frac{6x^4y^5p}{4x^3y^2} = \frac{3xy^3p}{2};$$

$$б) 34a^2b^8 \cdot \frac{m}{17a^2b^2} = 2b^6m;$$

$$в) 8p^3n^5 \cdot \frac{x}{6p^2n^3} = \frac{4pn^2x}{3};$$

$$г) 36x^3y^4 : \frac{4x^3y^4}{a} = \frac{36x^3y^4 \cdot a}{4x^3y^4} = 9a.$$

№ 182.

$$а) \frac{x-y}{4a} \cdot \frac{4}{x-y} = \frac{1}{a};$$

$$б) \frac{a+b}{8} : \frac{a+b}{8x} = \frac{(a+b) \cdot 8x}{8 \cdot (a+b)} = x;$$

$$в) \frac{2m-3n}{7} \cdot \frac{7s}{2m-3n} = s;$$

$$г) \frac{15p+12q}{13p} : \frac{15p+12q}{13} = \frac{(15p+12q) \cdot 13}{13p \cdot (15p+12q)} = \frac{1}{p}.$$

№ 183.

$$а) \frac{3a+4b}{8x^2} : \frac{4b+3a}{16x^2} = \frac{(3a+4b) \cdot 16x^2}{8x^2 \cdot (4b+3a)} = 2;$$

$$б) \frac{7c+9d}{13p^3} \cdot \frac{39p^{12}}{9d+7c} = \frac{(7c+9d) \cdot 39p^{12}}{13p^3 \cdot (9d+7c)} = 3p^9;$$

$$в) \frac{12ab}{19t+8} \cdot \frac{8+19t}{15b^2} = \frac{12ab \cdot (8+19t)}{(19t+8) \cdot 15b^2} = \frac{4a}{5b};$$

$$г) \frac{44c^3}{15m+4n} : \frac{52c}{4n+15m} = \frac{44c^3 \cdot (4n+15m)}{(15m+4n) \cdot 52c} = \frac{11c^2}{13}.$$

№ 184.

$$а) \frac{16u-13v}{21} : \frac{13v-16u}{p} = \frac{(16u-13v) \cdot p}{21 \cdot (13v-16u)} = -\frac{p}{21};$$

$$б) \frac{45m-n}{23c} \cdot \frac{c}{n-45m} = \frac{(45m-n) \cdot c}{23c \cdot (n-45m)} = -\frac{1}{23};$$

$$в) \frac{98p-17q}{4} : \frac{17q-98p}{16m} = \frac{(98p-17q) \cdot 16m}{4 \cdot (17q-98p)} = -4m;$$

$$г) \frac{64r-15s}{9c^2} \cdot \frac{18c}{15s-64r} = \frac{(64r-15s) \cdot 18c}{9c^2 \cdot (15s-64r)} = -\frac{2}{c}.$$

№ 185.

$$а) \frac{c+d}{c-d} \cdot \frac{c-d}{c} = \frac{c+d}{c};$$

$$б) \frac{a-b}{c+d} : \frac{3(a-b)}{2(c+d)} = \frac{(a-b) \cdot 2(c+d)}{(c+d) \cdot 3(a-b)} = \frac{2}{3};$$

$$в) \frac{m(m-n)}{p(p+q)} \cdot \frac{p+q}{m-n} = \frac{m}{p};$$

$$г) \frac{a-b}{2b} : \frac{a-b}{6b^2} = \frac{(a-b) \cdot 6b^2}{2b \cdot (a-b)} = 3b.$$

№ 186.

$$а) \frac{a}{x^2-3x} : \frac{a^3}{3x-9} = \frac{3a \cdot (x-3)}{x(x-3) \cdot a^3} = \frac{3}{a^2x};$$

$$б) \frac{a+a^2}{n} \cdot \frac{n^2}{3+3a} = \frac{a(1+a) \cdot n^2}{n \cdot 3(1+a)} = \frac{an}{3};$$

$$в) \frac{m^3-m^2}{y^4} \cdot \frac{y^2}{m^2-m} = \frac{m^2(m-1) \cdot y^2}{y^4 \cdot m(m-1)} = \frac{m}{y^2};$$

$$г) \frac{10c^2}{b^2-b^3} : \frac{5}{b-b^2} = \frac{10c^2 \cdot b(1-b)}{b^2(1-b) \cdot 5} = \frac{2c^2}{b}.$$

№ 187.

$$а) \frac{rx+r^2}{x^2} : \frac{x+r}{x} = \frac{r(x+r) \cdot x}{x^2 \cdot (x+r)} = \frac{r}{x};$$

$$б) \frac{mx+my}{ab^2} \cdot \frac{a^2b}{4x+4y} = \frac{m(x+y) \cdot a^2b}{ab^2 \cdot 4(x+y)} = \frac{am}{4b};$$

$$в) \frac{xy}{p^2+p^3} \cdot \frac{p+p^2}{x^2y^2} = \frac{xy \cdot p(1+p)}{p^2(1+p) \cdot x^2y^2} = \frac{1}{xyp};$$

$$г) \frac{6a}{n^2-n} : \frac{3an}{2n-2} = \frac{6a \cdot 2(n-1)}{n(n-1) \cdot 3an} = \frac{4}{n^2}$$

№ 188.

$$а) \frac{4p-p^2}{y-x} : \frac{8p-2p^2}{x-y} = \frac{p(4-p) \cdot (x-y)}{(y-x) \cdot 2p(4-p)} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{б)} \frac{a-b}{3q-q^2} \cdot \frac{6q-2q^2}{b-a} = \frac{(a-b) \cdot 2q(3-q)}{q(3-q) \cdot (b-a)} = -2;$$

$$\text{в)} \frac{c^3-c^2}{d^3+d} \cdot \frac{1+d^2}{c-c^2} = \frac{c^2(c-1) \cdot (1+d^2)}{d(d^2+1) \cdot c(1-c)} = -\frac{c}{d};$$

$$\text{г)} \frac{x+x^3}{n-n^2} : \frac{x^2+1}{n^3-n^2} = \frac{x(1+x^2) \cdot n^2(n-1)}{n(1-n) \cdot (x^2+1)} = -nx.$$

№ 189.

$$\text{а)} \frac{x^2-y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y) \cdot 3y}{3xy \cdot (x-y)} = \frac{x+y}{x};$$

$$\text{б)} \frac{5a^2}{a^2-16} : \frac{5a}{a+4} = \frac{5a^2 \cdot (a+4)}{(a-4)(a+4) \cdot 5a} = \frac{a}{a-4};$$

$$\text{в)} \frac{c^2-49}{10cd} : \frac{2c+14}{5d} = \frac{(c-7)(c+7) \cdot 5d}{10cd \cdot 2(c+7)} = \frac{c-7}{4c};$$

$$\text{г)} \frac{b-d}{d} \cdot \frac{3bd}{b^2-d^2} = \frac{(b-d) \cdot 3bd}{d \cdot (b-d)(b+d)} = \frac{3b}{b+d}.$$

№ 190.

$$\text{а)} \frac{1}{x+y} \cdot (x^3+y^3) = \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x+y} = x^2-xy+y^2;$$

$$\text{б)} (a^3+b^3) : (a^2-ab+b^2) = \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2} = a+b;$$

$$\text{в)} \frac{1}{n^3-m^3} \cdot (n^2+nm+m^2) = \frac{n^2+nm+m^2}{(n-m)(n^2+nm+m^2)} = \frac{1}{n-m};$$

$$\text{г)} (p^3-q^3) : (p-q) = \frac{(p-q)(p^2+pq+q^2)}{p-q} = p^2+pq+q^2.$$

№ 191.

$$\text{а)} \frac{1}{a^3-b^3} \cdot (a^2-b^2) = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} = \frac{a+b}{a^2+ab+b^2};$$

$$\text{б)} (8a^3+1) : \frac{4a^2-2a+1}{n} = \frac{(2a+1)(4a^2-2a+1) \cdot n}{4a^2-2a+1} = n(2a+1);$$

$$\text{в)} \frac{12n}{x^3-27} \cdot \frac{x^2+3x+9}{6n} = \frac{12n \cdot (x^2+3x+9)}{(x-3)(x^2+3x+9) \cdot 6n} = \frac{2}{x-3};$$

$$\text{г)} (m^2+2m+4) : \frac{m^3-8}{3} = \frac{(m^2+2m+4) \cdot 3}{(m-2)(m^2+2m+4)} = \frac{3}{m-2}.$$

№ 192.

$$a) \frac{x^2 - 10x + 25}{3x + 12} \cdot \frac{2x - 10}{x^2 - 16} = \frac{(x-5)^2 \cdot (x-4)(x+4)}{3(x+4) \cdot 2(x-5)} = \frac{x^2 - 9x + 20}{6};$$

$$б) \frac{1-a^2}{4a+8b} \cdot \frac{a^2+4ab+4b^2}{3-3a} = \frac{(1-a)(1+a) \cdot (a+2b)^2}{4(a+2b) \cdot 3(1-a)} = \frac{(1+a)(a+2b)}{12};$$

$$в) \frac{c^2 - 25}{c^2 + 12c + 36} \cdot \frac{3c + 18}{2c + 10} = \frac{(c-5)(c+5) \cdot 3(c+6)}{(c+6)^2 \cdot 2(c+5)} = \frac{3(c-5)}{2(c+6)};$$

$$г) \frac{5m - 10n}{m - 5} \cdot \frac{4n^2 - 4mn + m^2}{15 - 3m} = \frac{5(m-2n) \cdot 3(5-m)}{-(5-m) \cdot (m-2n)^2} = \frac{15}{-(m-2n)} = \frac{15}{2n-m}.$$

№ 193.

$$a) \left(\frac{x}{y}\right)^8 = \frac{x^8}{y^8}; \quad б) \left(\frac{p}{qr}\right)^{12} = \frac{p^{12}}{q^{12}r^{12}}; \quad в) \left(\frac{cd}{m}\right)^{19} = \frac{c^{19}d^{19}}{m^{19}}; \quad г) \left(\frac{z}{ts}\right)^{23} = \frac{z^{23}}{t^{23}s^{23}}.$$

№ 194.

$$a) \left(\frac{a}{2x}\right)^5 = \frac{a^5}{32x^5}; \quad б) \left(\frac{5y}{3}\right)^3 = \frac{125y^3}{27}; \quad в) \left(\frac{8z}{9}\right)^2 = \frac{64z^2}{81}; \quad г) \left(\frac{t}{4}\right)^4 = \frac{t^4}{256}.$$

№ 195.

$$a) \left(\frac{2x}{3y}\right)^6 = \frac{64x^6}{729y^6}; \quad б) \left(\frac{-8z}{15t}\right)^2 = \frac{64z^2}{225t^2}; \quad в) \left(\frac{-4t}{5s}\right)^3 = -\frac{64t^3}{125s^3}; \quad г) \left(\frac{3m}{4n}\right)^4 = \frac{81m^4}{256n^4}.$$

№ 196.

$$a) \left(\frac{2x^2y^3}{3z^6}\right)^4 = \frac{16x^8y^{12}}{81z^{24}}; \quad б) \left(\frac{5a^4c^3}{2k^3}\right)^3 = \frac{125a^{12}c^9}{8k^9};$$

$$в) \left(-\frac{3n^6k^3}{10p^4}\right)^{35} = -\frac{3^{35}n^{210}k^{105}}{10^{35}p^{140}}; \quad г) \left(-\frac{5x^6y^3}{z^8}\right)^4 = \frac{625x^{24}y^{12}}{z^{32}}.$$

№ 197.

$$a) \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1, \text{ для всех } a \neq 0 \text{ и } b \neq 0;$$

$$б) \left(\frac{2a-b}{a+2}\right)^0 = 1, \text{ для всех } a \text{ и } b \neq -2 \text{ таких, что } 2a \neq b;$$

$$в) \left(\frac{a^2-9}{a}\right)^0 = 1, \text{ для всех } a \neq 0 \text{ и } a \neq \pm 3;$$

$$г) \left(\frac{16-a^2}{a^2-9}\right)^0 = 1, \text{ для всех } a \neq \pm 3 \text{ и } a \neq \pm 4.$$

№ 198.

$$a) \frac{a^2}{x} \cdot \left(\frac{x^2}{a^3}\right)^2 = \frac{a^2 \cdot x^4}{x \cdot a^6} = \frac{x^3}{a^4};$$

$$б) \left(\frac{p}{x^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{x^3}{p^2}\right)^2 = \frac{p^3 \cdot x^6}{x^9 \cdot p^4} = \frac{1}{x^3 p};$$

$$в) \left(\frac{a^3 b}{c^4}\right)^5 \cdot \left(\frac{c^7}{a^5 b^2}\right)^3 = \frac{a^{15} b^5 \cdot c^{21}}{c^{20} \cdot a^{15} b^6} = \frac{c}{b};$$

$$г) \left(\frac{x^6 y^8}{x^5}\right)^5 : \frac{x^{10} y^{13}}{z^8} = \frac{x^{30} y^{40} \cdot z^8}{x^{25} \cdot x^{10} y^{13}} = \frac{y^{27} z^8}{x^5}.$$

№ 199.

$$a) \frac{3m^2 n}{c} : \frac{m^2 n}{3c} = \frac{3m^2 n \cdot 3c}{c \cdot m^2 n} = 9;$$

$$б) \frac{x^3}{6y^{10}} \cdot \frac{3y^9}{x^{11}} = \frac{1}{2yx^8};$$

$$в) \frac{a^9}{8b^8} : \frac{a^{11}}{10b^{10}} = \frac{a^9 \cdot 10b^{10}}{8b^8 \cdot a^{11}} = \frac{5b^2}{4a^2};$$

$$г) \frac{5c^2 x}{a} \cdot \frac{15a}{c^3 x} = \frac{75}{c}.$$

№ 200.

$$a) \frac{18a^3}{11b^3} \cdot \frac{22b^4}{9a^2} = 4ab;$$

$$б) \frac{17x^2 y}{5a} : \left(-\frac{34xy^2}{25a^2}\right) = -\frac{17x^2 y \cdot 25a^2}{5a \cdot 34xy^2} = -\frac{5ax}{2y};$$

$$в) -\frac{35ax^2}{12b^2 y} \cdot \frac{8ab}{2xy} = -\frac{35a^2 x}{3by^2};$$

$$г) -\frac{27c^3}{4b^2} : \left(-\frac{45c^2}{32b}\right) = \frac{27c^3 \cdot 32b}{4b^2 \cdot 45c^2} = \frac{24}{5bc^2}.$$

№ 201.

$$a) -\frac{10y^2}{9a} : \left(-\frac{10y^3}{9b}\right) = \frac{10y^2 \cdot 9b}{9a \cdot 10y^3} = \frac{b}{ay};$$

$$б) \frac{25a^3 b^3}{14x^2 y} \cdot \frac{21xy}{10a^2 b^2} = \frac{15ab}{4x};$$

$$в) \frac{28a^2}{28x^3} : \left(-\frac{140a}{63x^4}\right) = -\frac{28a^2 \cdot 63x^4}{28x^3 \cdot 140a} = -\frac{9ax}{20};$$

$$г) \frac{45m^2}{49n^2} \cdot \frac{56n^3}{27m^2} = \frac{40n}{21}.$$

№ 202.

$$a) -\frac{2pq^5}{3ma^6} \cdot \frac{9m^2 a^2}{4p^3 q^3} = -\frac{3q^2 m}{2a^4 p^2};$$

$$б) \frac{20a^4 b^5}{33m^3 n^4} \cdot \frac{15a^2 b^3}{22m^2 n^5} = \frac{20a^4 b^5 \cdot 22m^2 n^5}{33m^3 n^4 \cdot 15a^2 b^3} = \frac{8a^2 b^2 n}{9m};$$

$$в) -\frac{12x^3 y^4}{25a^3 b^3} \cdot \left(-\frac{10a^4 b^3}{9x^2 y^5}\right) = \frac{8ax}{15y};$$

$$г) -\frac{10p^2 q^2}{9a^2} : \left(-\frac{5pq}{27a^3}\right) = \frac{10p^2 q^2 \cdot 27a^3}{9a^2 \cdot 5pq} = 6apq.$$

№ 203.

$$a) \frac{12cd^4}{5a^4 b} : \left(-\frac{4cd}{5a^3 b}\right) = -\frac{12cd^4 \cdot 5a^3 b}{5a^4 b \cdot 4cd} = -\frac{3d^3}{a};$$

$$б) -\frac{12m^2 n^3}{11x^2 y^3} \cdot \frac{11x^2 y^5}{18m^3 n^2} = -\frac{2ny^2}{3m};$$

$$в) \frac{54x^4 y^7}{77a^5} \cdot \frac{22a^5 x^5}{81y^6} = \frac{4x^9 y}{21};$$

$$г) \frac{8b^5 c^6}{33x^4} : \frac{12b^4}{55c^2 x^5} = \frac{8b^5 c^6 \cdot 55c^2 x^5}{33x^4 \cdot 12b^4} = \frac{10bc^8 x}{9}.$$

№ 204.

$$a) \frac{a^2 - 1}{a - b} \cdot \frac{9a - 9b}{a^2 + a} = \frac{(a-1)(a+1) \cdot 9(a-b)}{(a-b) \cdot a(a+1)} = \frac{9(a-1)}{a};$$

$$\text{б)} \frac{b^2 + 4bc}{b + 6} : \frac{b^2 - 16c^2}{2b + 12} = \frac{b(b + 4c) \cdot 2(b + 6)}{(b + 6) \cdot (b - 4c)(b + 4c)} = \frac{2b}{b - 4c};$$

$$\text{в)} \frac{(x + 4)^2}{3x - 9} : \frac{x^2 - 9}{3x + 12} = \frac{(x + 4)^2 \cdot (x - 3)(x + 3)}{3(x - 3) \cdot 3(x + 4)} = \frac{(x + 4)(x + 3)}{9};$$

$$\text{г)} \frac{(y - 5)^2}{3y + 18} : \frac{2y - 10}{y^2 - 36} = \frac{(y - 5)^2 \cdot (y - 6)(y + 6)}{3(y + 6) \cdot 2(y - 5)} = \frac{(y - 6)(y - 5)}{6}.$$

№ 205.

$$\text{а)} \frac{x^2 - 16}{8x^2} : \frac{x + 4}{4x} = \frac{(x - 4)(x + 4) \cdot 4x}{8x^2 \cdot (x + 4)} = \frac{x - 4}{2x};$$

$$\text{б)} \frac{5 - y}{y} : \frac{7y^2}{y^2 - 25} = \frac{(5 - y) \cdot 7y^2}{y \cdot (y - 5)(y + 5)} = -\frac{7y}{y + 5};$$

$$\text{в)} \frac{3a + 6b}{a + 7} : \frac{2a + 14}{a^2 - 4b^2} = \frac{3(a - 2b) \cdot 2(a + 7)}{(a + 7) \cdot (a - 2b)(a + 2b)} = \frac{6}{a + 2b};$$

$$\text{г)} \frac{(c + 2)^2}{2c - 6} : \frac{5c + 10}{c^2 - 9} = \frac{(c + 2)^2 \cdot (c - 3)(c + 3)}{2(c - 3) \cdot 5(c + 2)} = \frac{(c + 2)(c + 3)}{10}.$$

№ 206.

$$\text{а)} \frac{m^2 - n^2}{3m + 3n} : \frac{3m^2}{5n - 5m} = \frac{(m - n)(m + n) \cdot 3m^2}{3(m + n) \cdot 5(n - m)} = -\frac{m^2}{5};$$

$$\text{б)} \frac{5p^2 - 5q^2}{p^2 + q^2} : \frac{10q - 10p}{3p^2 + 3q^2} = \frac{5(p - q)(p + q) \cdot 3(p^2 + q^2)}{(p^2 + q^2) \cdot 10(q - p)} = -\frac{3(p + q)}{2};$$

$$\text{в)} \frac{z^2 - 25}{z^2 - 3z} : \frac{z + 5}{9 - z^2} = \frac{(z - 5)(z + 5) \cdot (3 - z)(3 + z)}{z(z - 3) \cdot (z + 5)} = \frac{(5 - z)(z + 3)}{z};$$

$$\text{г)} \frac{3c^2 - 3d^2}{c^2 + cp} : \frac{c + p}{6d - 6c} = \frac{3(c - d)(c + d) \cdot (c + p)}{c(c + p) \cdot 6(d - c)} = -\frac{c + d}{2c}.$$

№ 207.

$$\text{а)} \frac{x^2 y}{25y^2 - 4} : \frac{15y + 6}{3xy^2} = \frac{x^2 y \cdot 3(5y + 2)}{(5y - 2)(5y + 2) \cdot 3xy^2} = \frac{x}{y(5y - 2)};$$

$$\text{б)} \frac{7 - 2x}{22a^2 b^2} : \frac{4x^2 - 49}{11ab^3} = \frac{(7 - 2x) \cdot 11ab^3}{22a^2 b^2 \cdot (2x - 7)(2x + 7)} = -\frac{b}{2a(2x + 7)};$$

$$\text{в)} \frac{m^2 n}{64n^2 - 9} : \frac{5mn}{8n + 3} = \frac{m^2 n \cdot (8n + 3)}{(8n - 3)(8n + 3) \cdot 5mn} = \frac{m}{5(8n - 3)};$$

$$\text{г)} \frac{5 - 3p}{12cd^3} : \frac{24c^2 d}{9p^2 - 25} = \frac{(5 - 3p) \cdot 24c^2 d}{12cd^3 \cdot (3p - 5)(3p + 5)} = -\frac{2c}{d^2(3p + 5)}.$$

№ 208.

$$a) \frac{x^2-1}{x^3+1} : \frac{x^2-2x+1}{x^2-x+1} = \frac{(x-1)(x+1) \cdot (x^2-x+1)}{(x+1)(x^2-x+1) \cdot (x-1)^2} = \frac{1}{x-1};$$

$$б) \frac{y^3-8}{y^2-9} \cdot \frac{y+3}{y^2+2y+4} = \frac{(y-2)(y^2+2y+4) \cdot (y+3)}{(y-3)(y+3) \cdot (y^2+2y+4)} = \frac{y-2}{y-3};$$

$$в) \frac{z^2+6z+9}{z^3+27} : \frac{3z+9}{z^2-3z+9} = \frac{(z+3)^2 \cdot (z^2-3z+9)}{(z+3)(z^2-3z+9) \cdot 3(z+3)} = \frac{1}{3};$$

$$г) \frac{t^3+8}{12t^2+27t} \cdot \frac{4t+9}{t^2-2t+4} = \frac{(t+2)(t^2-2t+4) \cdot (4t+9)}{3t(4t+9) \cdot (t^2-2t+4)} = \frac{t+2}{3t}.$$

№ 209.

$$a) \frac{a^2-6a+9}{1-b^3} : \frac{2a-6}{b^2-1} = \frac{(a-3)^2 \cdot (b-1)(b+1)}{(1-b)(1+b+b^2) \cdot 2(a-3)} = \frac{(3-a)(b+1)}{2(1+b+b^2)};$$

$$б) \frac{b^2-6b+9}{4b^2-6b+9} \cdot \frac{27+8b^3}{6-2b} = \frac{(b-3)^2 \cdot (3+2b)(9-6b+4b^2)}{(9-6b+4b^2) \cdot 2(3-b)} = \frac{(3+2b)(3-b)}{2};$$

$$в) \frac{c^3-8d^3}{2c+4d} \cdot \frac{4d^2-c^2}{(2d-c)^2} = \frac{(c-2d)(c^2+2cd+4d^2) \cdot (2d-c)(2d+c)}{2(c+2d) \cdot (2d-c)^2} = -\frac{c^2+2cd+4d^2}{2};$$

$$г) \frac{(m-1)^2}{4+4m^3} : \frac{1-m^2}{(2m+2)^2} = \frac{(m-1)^2 \cdot 4(m+1)^2}{4(1+m)(1-m+m^2) \cdot (1-m)(1+m)} = \frac{1-m}{1-m+m^2}.$$

№ 210.

$$a) \frac{1-16a^2}{4a^2+10a+25} : \frac{4a-1}{8a^3-125} = \frac{(1-4a)(1+4a) \cdot (2a-5)(4a^2+10a+25)}{(4a^2+10a+25) \cdot (4a-1)} = (5-2a)(1+4a);$$

$$б) \frac{64a^3-27b^3}{(4a-3b)^2} \cdot \frac{9b^2-16a^2}{16a^2+12ab+9b^2} = \frac{(4a-3b)(16a^2+12ab+9b^2) \cdot (3b-4a)(3b+4a)}{(4a-3b)^2 \cdot (16a^2+12ab+9b^2)} = -(4a+3b);$$

$$в) \frac{4-9c^2}{9c^2-12c+16} : \frac{2-3c}{27c^3+64} = \frac{(2-3c)(2+3c) \cdot (3c+4)(9c^2-12c+16)}{(9c^2-12c+16) \cdot (2-3c)} = (2+3c)(3c+4);$$

$$г) \frac{125p^3+8q^3}{(5p+2q)^2} : \frac{25p^2-10pq+4q^2}{4q^2-25p^2} = \frac{(5p+2q)(25p^2-10pq+4q^2) \cdot (2q-5p)(2q+5p)}{(5p+2q)^2 \cdot (25p^2-10pq+4q^2)} = 2q-5p.$$

№ 211.

$$a) \left(\frac{x^2}{2a^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4a^4}{x^3}\right)^2 = \frac{x^6 \cdot 16a^8}{8a^9 \cdot x^6} = \frac{2}{a}; \quad б) \left(-\frac{2a^8b^3}{c^7}\right)^5 : \left(-\frac{4a^{10}b^4}{c^9}\right)^4 = -\frac{32a^{40}b^{15} \cdot c^{36}}{c^{35} \cdot 256a^{40}b^{16}} = -\frac{c}{8b};$$

$$в) \left(-\frac{2a^2}{b^3}\right)^8 \cdot \left(-\frac{b^2}{2a^3}\right)^2 = \frac{256a^{16} \cdot b^4}{b^{24} \cdot 4a^6} = \frac{64a^{10}}{b^{20}};$$

$$г) \left(-\frac{9x^7y^6}{a^{12}}\right)^4 \cdot \left(-\frac{a^8}{27x^5y^4}\right)^3 = -\frac{3^8 x^{28} y^{24} \cdot a^{24}}{a^{48} \cdot 3^9 x^{15} y^{12}} = -\frac{x^{13} y^{12}}{3a^{24}}.$$

№ 212.

$$\text{а) } \left(\frac{b^4(b-c)^2}{a^6(c-a)} \right)^3 : \left(\frac{b^2(b-c)}{a^3(a-c)} \right)^6 = \frac{b^{12}(b-c)^6 \cdot a^{18}(a-c)^6}{a^{18}(c-a)^3 \cdot b^{12}(b-c)^6} = (c-a)^3;$$

$$\text{б) } \left(\frac{a^2(a-b)}{x^4(a-x)^3} \right)^6 : \left(\frac{x^6(x-a)^5}{a^3(b-a)^2} \right)^4 = \frac{a^{12}(a-b)^6 \cdot x^{24}(x-a)^{20}}{x^{24}(a-x)^{18} \cdot a^{12}(b-a)^8} = \frac{(x-a)^2}{(b-a)^2};$$

$$\text{в) } \left(-\frac{a^2+ab}{ab^2-b^3} \right)^4 : \left(\frac{b-a}{a^2+2ab+b^2} \right)^3 = \frac{a^4(a+b)^4 \cdot (b-a)^3}{b^8(a-b)^4 \cdot (a+b)^6} = \frac{a^4}{b^8(b-a)(a+b)^2};$$

$$\text{г) } \left(\frac{x^2-4xy+4y^2}{x^2+xy} \right)^2 : \left(-\frac{x+y}{2xy-x^2} \right)^3 = -\frac{(x-2y)^4 \cdot (x+y)^3}{x^2(x+y)^2 \cdot x^3(2y-x)^3} = \frac{(x-2y)(x+y)}{x^3}$$

№ 213.

$$\text{а) } \frac{a^4-64ab^3}{a^2-2ab+b^2} : \frac{a^2-b^2}{a^2b-16b^3} : \frac{a^3+4a^2b+16ab^2}{ab+4b^2} =$$

$$= \frac{a(a-4b)(a^2+4ab+16b^2) \cdot (a-b)(a+b) \cdot b(a+4b)}{(a-b)^2 \cdot b(a-4b)(a+4b) \cdot a(a^2+4ab+16b^2)} = \frac{a+b}{a-b};$$

$$\text{б) } \frac{x^3z+125z}{x^2-16z^2} : \frac{x^3-25x}{x^2-8xz+16z^2} : \frac{x+4z}{x^2-5x+25} : \frac{x-4z}{x-5} =$$

$$= \frac{z(x+5)(x^2-5x+25) \cdot (x-4z)^2 \cdot (x+4z)(x-5)}{(x-4z)(x+4z) \cdot x(x-5)(x+5) \cdot (x^2-5x+25)(x-4z)} = \frac{z}{x}.$$

№ 214.

$$\text{а) } \frac{4x^2}{2x-y} : \frac{12x^3}{4x^2-y^2} : \frac{2x^2}{6x^2+3xy} = \frac{4x^2 \cdot (2x-y)(2x+y) \cdot 2x^2}{(2x-y) \cdot 12x^3 \cdot 3x(2x+y)} = \frac{2}{9};$$

$$\text{б) } \frac{a^2+a}{2a-8} : \frac{a^2+a}{2a+8} : \frac{3a^4+6a^3+3a^2}{a^2-16} = \frac{a(a+1) \cdot a(a+1) \cdot (a-4)(a+4)}{2(a-4) \cdot 2(a+4) \cdot 3a^2(a+1)^2} = \frac{1}{12}.$$

§ 6. Преобразование рациональных выражений

№ 215.

$$\text{а) } \left(m + \frac{m}{n} \right) : \left(m - \frac{m}{n} \right) = \frac{(mn+m)(mn-m)}{n^2} = \frac{m^2n^2-m^2}{n^2} = \frac{m^2(n^2-1)}{n^2};$$

$$\text{б) } \frac{\left(\frac{p}{q^2} + \frac{p^2}{q^3} \right)}{p + \frac{p^2}{q}} = \frac{\frac{pq+p^2}{q^3}}{\frac{pq+p^2}{q}} = \frac{p(q+p)}{q^3} \cdot \frac{q}{p(q+p)} = \frac{1}{q^2};$$

$$\text{в)} \frac{2 - \frac{r}{s}}{2 + \frac{r}{s}} = \frac{\frac{2s-r}{s}}{\frac{2s+r}{s}} = \frac{2s-r}{s} \cdot \frac{s}{2s+r} = \frac{2s-r}{2s+r}; \quad \text{г)} \frac{1 + \frac{u}{v}}{1 - \frac{u}{v}} = \frac{\frac{v+u}{v}}{\frac{v-u}{v}} = \frac{v+u}{v} \cdot \frac{v}{v-u} = \frac{v+u}{v-u}.$$

№ 216.

$$\text{а)} \frac{\frac{2x}{y^2} - \frac{1}{2x}}{\frac{1}{y} + \frac{1}{2x}} = \frac{\frac{4x^2 - y^2}{2xy^2}}{\frac{2x+y}{2xy^2}} = \frac{(2x+y)(2x-y) \cdot 2xy}{2xy^2 \cdot (2x+y)} = \frac{2x-y}{y};$$

$$\text{б)} \left(\frac{c}{2} + \frac{c}{3} \right) \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{3c+2c}{6} \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{5c}{6c^2} = \frac{5}{6c};$$

$$\text{в)} \frac{\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{b^2 a}}{\frac{a+b}{ba}} = \frac{(a-b)(a+b) \cdot ba}{b^2 a \cdot (a+b)} = \frac{a-b}{b};$$

$$\text{г)} \frac{d^2}{3} \cdot \left(\frac{d}{2} + \frac{2}{d^2} \right) = \frac{d^2}{3} \cdot \frac{(d^3+4)}{2d^2} = \frac{d^3+4}{6}.$$

№ 217.

$$\text{а)} \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{x^2 - y^2}{yx} \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y) \cdot 5xy}{yx \cdot (x-y)} = 5(x+y);$$

$$\text{б)} \left(\frac{z^2}{t^2} + \frac{2z}{t} + 1 \right) \cdot \frac{t}{t+z} = \frac{z^2 + 2zt + t^2}{t^2} \cdot \frac{t}{t+z} = \frac{(z+t)^2}{t^2} \cdot \frac{t}{z+t} = \frac{z+t}{t};$$

$$\text{в)} \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{3ab}{a+b} = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{3ab}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b) \cdot 3ab}{ab \cdot (a+b)} = 3(a-b);$$

$$\text{г)} \left(1 - \frac{2c}{d} + \frac{c^2}{d^2} \right) \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{d^2 - 2cd + c^2}{d^2} \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{(d-c)^2 \cdot d}{d^2 \cdot (c-d)} = \frac{(c-d)^2}{d(c-d)} = \frac{c-d}{d}.$$

№ 218.

$$\text{а)} \left(2 + \frac{t}{t+1} \right) \cdot \frac{3t^2+3t}{12t+8} = \frac{2t+2+t}{t+1} \cdot \frac{3t(t+1)}{4(3t+2)} = \frac{3t}{4};$$

$$\text{б)} \frac{z-3}{z+3} \cdot \left(z + \frac{z^2}{3-z} \right) = \frac{z-3}{z+3} \cdot \frac{3z - z^2 + z^2}{3-z} = -\frac{3z}{z+3};$$

$$\text{в)} \frac{\frac{p-5p}{p+2}}{\frac{p-3}{p+2}} = \frac{p^2+2p-5p}{p+2} \cdot \frac{p+2}{p-3} = \frac{p(p-3)}{p-3} = p;$$

$$\text{г)} \frac{\frac{q}{q-5} - 2q}{\frac{11-2q}{q-5}} = \frac{q-2q^2+10q}{q-5} \cdot \frac{q-5}{11-2q} = \frac{q(11-2q)}{11-2q} = q.$$

№ 219.

$$\text{а)} \left(\frac{6}{x-y} - \frac{5}{x+y} \right) \cdot \frac{x-y}{x+11y} = \frac{6x+6y-5x+5y}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{x-y}{x+11y} =$$

$$= \frac{(x+11y) \cdot (x-y)}{(x-y)(x+y) \cdot (x+11y)} = \frac{1}{x+y};$$

$$\text{б)} \left(a - \frac{a^2}{a+1} \right) \cdot \frac{a^2-1}{a^2+2a} = \frac{a^2+a-a^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a(a+2)} = \frac{a \cdot (a+1)(a-1)}{(a+1) \cdot a(a+2)} = \frac{a-1}{a+2};$$

$$\text{в)} \left(\frac{x-2y}{xy} + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{x^2 y^2}{x-y} = \frac{x-2y+y}{xy} \cdot \frac{x^2 y^2}{x-y} = \frac{(x-y) \cdot x^2 y^2}{xy \cdot (x-y)} = xy;$$

$$\text{г)} \frac{cd-d^2}{c^2+d^2} \cdot \left(\frac{c}{c+d} + \frac{d}{c-d} \right) = \frac{d(c-d)}{c^2+d^2} \cdot \frac{c^2-cd+cd+d^2}{c^2-d^2} = \frac{d(c-d) \cdot (c^2+d^2)}{(c^2+d^2) \cdot (c-d)(c+d)} = \frac{d}{c+d}.$$

№ 220.

$$\text{а)} \frac{b+3}{b^3+9b} \cdot \left(\frac{b+3}{b-3} + \frac{b-3}{b+3} \right) = \frac{b+3}{b(b^2+9)} \cdot \frac{b^2+6b+9+b^2-6b+9}{(b-3)(b+3)} =$$

$$= \frac{(b+3) \cdot 2(b^2+9)}{b(b^2+9) \cdot (b-3)(b+3)} = \frac{2}{b(b-3)};$$

$$\text{б)} \left(\frac{1+c^3}{1+c} - c \right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = \left(\frac{(1+c)(1-c+c^2)}{1+c} - c \right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = \frac{(1-2c+c^2) \cdot (1+c)}{1-c^2} =$$

$$= \frac{(1-c)^2(1+c)}{1-c^2} = 1-c;$$

$$\text{в)} \frac{\frac{3d+1}{2d+2} - 1}{\frac{6d-6}{d+1}} = \frac{3d+1-2d-2}{2(d+1)} \cdot \frac{d+1}{6d-6} = \frac{(d-1) \cdot (d+1)}{2(d+1) \cdot 6(d-1)} = \frac{1}{12};$$

$$\text{г)} \frac{x^2-9}{2x^2+1} \cdot \left(\frac{6x+1}{x-3} + \frac{6x-1}{x+3} \right) = \frac{x^2-9}{2x^2+1} \cdot \frac{6x^2+19x+3+6x^2-19x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x^2-9) \cdot 6(2x^2+1)}{(2x^2+1) \cdot (x^2-9)} = 6.$$

№ 221.

$$\text{а)} \left(\frac{m}{n^2-mn} + \frac{n}{m^2-mn} \right) \cdot \frac{mn}{n+m} = \frac{m^3-m^2n+n^3-mn^2}{(n^2-mn)(m^2-mn)} \cdot \frac{mn}{m+n} = \frac{(m-n)(m^2-n^2) \cdot mn}{mn(n-m)(m-n) \cdot (m+n)} = -1;$$

$$\text{б)} \frac{r^2-25}{r+3} \cdot \frac{1}{r^2+5r} - \frac{r+5}{r^2-3r} = \frac{(r-5)(r+5)}{(r+3) \cdot r(r+5)} - \frac{r+5}{r^2-3r} = \frac{r-5}{r(r+3)} - \frac{r+5}{r(r-3)} =$$

$$= \frac{r^2-8r+15-r^2-8r-15}{r(r+3)(r-3)} = -\frac{16r}{r(r^2-9)} = -\frac{16}{9-r^2};$$

$$\text{в)} \left(\frac{st}{s^2-t^2} + \frac{t}{2t-2s} \right) \cdot \frac{s^2-t^2}{2t} = \left(\frac{st}{(s-t)(s+t)} + \frac{t}{2(t-s)} \right) \cdot \frac{s^2-t^2}{2t} =$$

$$= \frac{(2st-ts-t^2)}{2(s-t)(s+t)} \cdot \frac{s^2-t^2}{2t} = \frac{t(s-t)(s^2-t^2)}{4t(s^2-t^2)} = \frac{s-t}{4};$$

$$\text{г)} \frac{a+b}{3a+b} + \frac{1}{b-a} \cdot \frac{a^2-b^2}{3a-b} = \frac{a+b}{3a+b} - \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(3a-b)} = \frac{(a+b)(3a-b-3a-b)}{9a^2-b^2} = -\frac{2b(a+b)}{9a^2-b^2}.$$

№ 222.

$$\text{а)} \text{ при } m = \frac{3}{14};$$

$$\frac{\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1}}{\frac{4m}{10m-5}} = \frac{4m^2+4m+1-4m^2+4m-1}{(2m-1)(2m+1)} \cdot \frac{5(2m-1)}{4m} = \frac{10(2m-1)}{(2m-1)(2m+1)} =$$

$$= \frac{10}{2m+1} = \frac{10}{2 \cdot \frac{3}{14} + 1} = 7;$$

$$\text{б)} \text{ при } a=23 \text{ и } b=33;$$

$$\left(\frac{a}{b-a} - \frac{a}{b+a} \right) \cdot \frac{b^2+2ab+a^2}{2a^2} = \frac{a(b+a-b+a)}{(b-a)(b+a)} \cdot \frac{(b+a)^2}{2a^2} = \frac{2a^2 \cdot (b+a)^2}{(b-a)(b+a) \cdot 2a^2} =$$

$$= \frac{b+a}{b-a} = \frac{33+23}{33-23} = \frac{56}{10} = 5,6.$$

№ 223.

$$\frac{ax}{a+x} \cdot \frac{bx}{x-b} = \frac{\frac{a^2b}{a-b}}{a+\frac{ab}{a-b}} + \frac{\frac{a^2b}{a-b}}{\frac{ab}{a-b}-b} = \frac{\frac{ab^2}{a-b}}{\frac{a^2-ab+ab}{a-b}} + \frac{\frac{ab^2}{a-b}}{\frac{ab-ab+b^2}{a-b}} = \frac{a^2b}{a^2} + \frac{a^2b}{a^2} = b+a.$$

№ 224.

$$\text{а)} \frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{x-y+x+y}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x-y-x-y}{(x+y)(x-y)}} = \frac{2x}{-2y} = -\frac{x}{y};$$

$$б) \frac{\frac{2}{x} - \frac{x-2}{x^2-x}}{\frac{3}{x} + \frac{x^2-x}{x^2-x}} = \frac{\frac{2x^2-2x+2x-x^2}{x(x^2-x)}}{\frac{3x^2-3x+x^2+3x}{x(x^2-x)}} = \frac{x^2}{4x^2} = \frac{1}{4};$$

$$в) \frac{\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{x+y-x+y}{(x-y)(x+y)}}{\frac{x-y+x+y}{(x+y)(x+y)}} = \frac{2y}{2x} = \frac{y}{x};$$

$$г) \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = \frac{\frac{x^2-x+x^2-5x+4}{(x-1)(x^2-x)}}{\frac{2x^2-2x-x^2-x+2}{(x-1)(x^2-x)}} = \frac{2x^2-6x+4}{x^2-3x+2} = 2.$$

№ 225.

$$а) \frac{\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}}{\frac{a^2+5a}{1-5a}} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{(a+5)(a+1+5a-1)}{(5a-1)(a+1)} \cdot \frac{1-5a}{a^2+5a} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= -\frac{6a(a+5) \cdot (1-5a)}{(1-5a)(a+1) \cdot a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} = -\frac{6}{a+1} + \frac{a^2-1}{a+1} = a-1;$$

$$б) \left(\frac{b-3}{7b-4} - \frac{b-3}{b-4} \right) \cdot \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} = \frac{(b-3)(b-4-7b+4)}{(7b-4)(b-4)} \cdot \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} =$$

$$= -\frac{6b(b-3)(7b-4)}{(7b-4)(b-4) \cdot 3b(3-b)} + \frac{b^2-14}{4-b} = \frac{6}{3(b-4)} + \frac{b^2-14}{4-b} = \frac{b^2-14}{4-b} - \frac{2}{4-b} =$$

$$= \frac{b^2-16}{4-b} = -(b+4) = -b-4.$$

№ 226.

$$а) \frac{\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}}{\frac{a}{a+b} - \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}} = \frac{\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{(a+b)^2}}{\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{(a-b)(a+b)}} = \frac{\frac{a^3+a^2b-a^3}{(a+b)^2}}{\frac{a^2-ab-a^2}{(a-b)(a+b)}} = \frac{a^2b}{(a+b)^2} \cdot \frac{(a-b)(a+b)}{-ab} = \frac{a(b-a)}{a+b}$$

$$б) \frac{\frac{z-2}{4z^2+16z+16}}{\frac{z}{2z-4} - \frac{z^2+4}{2z^2-8} - \frac{2}{z^2+2z}} = \frac{\frac{z-2}{4(z^2+4z+4)}}{\frac{z}{2(z-2)} - \frac{z^2+4}{2(z-2)(z+2)} - \frac{2}{z(z+2)}} = \frac{\frac{z-2}{4(z+2)^2}}{\frac{(z^2+2z) \cdot z - z^3 - 4z - 2(z-2) \cdot 2}{2z(z-2)(z+2)}} =$$

$$= \frac{z-2}{4(z+2)^2} \cdot \frac{2z(z-2)(z+2)}{4z-4z+8} = \frac{2z(z-2)^2}{8(z-2)^2(z+2)} = \frac{z}{4(z+2)}.$$

№ 227.

$$a) \frac{\frac{10m^2}{3+2m} - 5m}{\frac{30m^2 - 15m}{8m^3 + 27}} = \frac{10m^2 - 15m - 10m^2}{3+2m} \cdot \frac{(2m)^3 + 3^3}{15m(2m-1)} = \frac{-15m \cdot (3+2m)(4m^2 - 6m + 9)}{(3+2m) \cdot 15m(2m-1)} = \frac{4m^2 - 6m + 9}{1-2m};$$

$$b) \left(\frac{1+27n^3}{3n+1} + 3n \right) \cdot \frac{1-9n^2}{1-81n^2} = \frac{1+27n^3+9n^2+3n}{3n+1} \cdot \frac{1-9n^2}{1-(9n^2)^2} =$$

$$= \frac{(3n)^3 + 9n^2 + 3n + 1}{3n+1} \cdot \frac{1-9n^2}{(1-9n^2)(1+9n^2)} = \frac{9n^2(3n+1) + (3n+1)}{(3n+1)(1+9n^2)} = \frac{(1+9n^2)(3n+1)}{(3n+1)(1+9n^2)} = 1.$$

№ 228.

$$\left(\frac{8y^2 + 2y}{8y^3 - 1} - \frac{2y+1}{4y^2 + 2y + 1} \right) \cdot \left(1 + \frac{2y+1}{2y} - \frac{4y^2 + 10y}{4y^2 + 2y + 1} \right) : \frac{1}{2y} =$$

$$= \frac{8y^2 + 2y - 4y^2 + 1}{(2y-1)(4y^2 + 2y + 1)} \cdot \frac{4y^2 + 2y + 4y^2 + 1 - 4y^2 - 10y}{2y(2y+1)} \cdot 2y =$$

$$= \frac{(4y^2 + 2y + 1)(4y^2 - 4y + 1) \cdot 2y}{(2y-1)(4y^2 + 2y + 1) \cdot 2y(2y+1)} = \frac{(2y-1)^2}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{2y-1}{2y+1}.$$

№ 229.

$$\left(\frac{y^2 + 9}{27 - 3y^2} + \frac{y}{3y+9} - \frac{3}{y^2 - 3y} \right) : \frac{(3y+9)^2}{3y^2 - y^3} = \frac{y^3 + 9y + 3y^2 - y^3 + 27 + 9y}{3(3-y)(3+y) \cdot y} : \frac{(3y+9)^2}{y^2(3-y)} =$$

$$= \frac{27 + 18y + 3y^2}{3y(3-y)(3+y)} \cdot \frac{y^2(3-y)}{9y(3-y)(3+y)(3y+9)^2} = \frac{y}{9(3+y)} = \frac{y}{9y+27}.$$

№ 230.

$$\left(\frac{z}{z-2} - \frac{z^2}{z^3+8} \cdot \frac{z^2+2z}{z-2} \right) : \frac{8}{z^2-2z+4} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} = \frac{z^4+8z-z^4-2z^3}{(z^3+8)(z-2)} \cdot \frac{z^2-2z+6}{8} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} =$$

$$= \frac{z^4+8z-z^4-2z^3}{(z^3+8)(z-2)} \cdot \frac{z^2-2z+4}{8} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} =$$

$$= \frac{2z(4-z^2)}{(z+2)(z^2-2z+4)(z-2)} \cdot \frac{z^2-2z+4}{8} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} = -\frac{z}{4} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} = \frac{6-z}{4z+8}.$$

№ 231.

$$\frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} : \left(\frac{4}{4y^2-9x^2} - \frac{6y-9x}{8y^3+27x^3} \right) =$$

$$= \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} : \left(\frac{4}{(2y+3x)(2y-3x)} - \frac{3(2y-3x)}{(2y+3x)(4y^2-6xy+9x^2)} \right) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} : \left(\frac{16y^2 - 24xy + 36x^2 - 12y^2 + 36xy - 27x^2}{(2y+3x)(2y-3x)(4y^2 - 6xy + 9x^2)} \right) = \\
 &= \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} \cdot \frac{(2y+3x)(2y-3x)(4y^2 - 6xy + 9x^2)}{(2y+3x)^2} = \\
 &= \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{4y^2 - 6xy + 9x^2}{2y+3x} = \frac{(2y)^2 + 12xy + (3x)^2}{2y+3x} = \frac{(2y+3x)^2}{2y+3x} = 2y+3x.
 \end{aligned}$$

№ 232.

$$\begin{aligned}
 &\frac{2-a}{5} + \frac{1}{(1-2a)^2} : \left(\frac{a+2}{4a^3 - 4a^2 + a} - \frac{2-a}{1-8a^3} \cdot \frac{4a^2 + 2a + 1}{2a^2 + a} \right) = \\
 &= \frac{2-a}{5} + \frac{1}{(1-2a)^2} : \left(\frac{a+2}{a(4a^2 - 4a + 1)} - \frac{(2-a) \cdot (4a^2 + 2a + 1)}{(1-8a^3) \cdot a(2a+1)} \right) = \\
 &= \frac{2-a}{5} + \frac{1}{(1-2a)^2} : \frac{(a+2)(1+2a) - (2-a)(1-2a)}{a(1-2a)^2(1+2a)} = \\
 &= \frac{2-a}{5} + \frac{1}{(1-2a)^2} \cdot \frac{a(1-2a)^2(1+2a)}{2a^2 + 2 + 5a - 2a^2 - 2 + 5a} = \frac{2-a}{5} + \frac{a(1+2a)}{10a} = \frac{2-a}{5} + \frac{1+2a}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

№ 233.

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{b^2 - 2b + 4}{4b^2 - 1} \cdot \frac{2b^2 + b}{b^3 + 8} - \frac{b+2}{2b^2 - b} \right) : \frac{4}{b^2 + 2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \\
 &= \left(\frac{b(2b+1)}{(4b^2 - 1)(b+2)} - \frac{b+2}{b(2b-1)} \right) : \frac{4}{b^2 + 2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \\
 &= \left(\frac{b}{(2b-1)(b+2)} - \frac{b+2}{b(2b-1)} \right) : \frac{4}{b^2 + 2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{b^2 - b^2 - 4b - 4}{(2b-1) \cdot b(b+2)} \cdot \frac{b(b+2)}{4} - \frac{b+4}{3-6b} = \\
 &= \frac{b+1}{1-2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{-1+2b}{3-6b} = -\frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

№ 234.

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{1}{2x+1} - \frac{3}{8x^3+1} + \frac{3}{4x^2-2x+1} \right) : \left(2x - \frac{4x-1}{2x+1} \right) = \frac{4x^2 - 2x + 1 - 3 + 6x + 3}{(2x+1)(4x^2 - 2x + 1)} \cdot \frac{4x^2 + 2x - 4x + 1}{2x+1} = \\
 &= \frac{(4x^2 + 4x + 1)(4x^2 - 2x + 1)}{(2x+1)^2(4x^2 - 2x + 1)} = 1.
 \end{aligned}$$

№ 235.

$$\left(\frac{m-n}{(m+n)^2} - \frac{2m}{m^2 - n^2} + \frac{m+n}{(m-n)^2} \right) : \frac{8mn^2}{m^4 - n^4} + \frac{2n^2}{n^2 - m^2} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3mn^2 + 2mn^2 + 3mn^2}{(m+n)^2(m-n)^2} \cdot \frac{m^4 - n^4}{8mn^2} + \frac{2n^2}{n^2 - m^2} = \frac{(m^2 - n^2)(m^2 + n^2)}{(m+n)^2(m-n)^2} + \frac{2n^2}{n^2 - m^2} = \\
 &= \frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2} - \frac{2n^2}{m^2 - n^2} = \frac{m^2 - n^2}{m^2 - n^2} = 1.
 \end{aligned}$$

№ 236.

$$\begin{aligned}
 &\frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \left(\frac{3n+9}{n-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3n-9} + \frac{2}{9-n^2} - \frac{1}{n^2+3n}\right) = \\
 &= \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{(3n+9)^2(n^2+3n-6n-3n+9)}{(n-3)^2 \cdot 3(n-3)(n+3) \cdot n} = \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{9(n+3)^2(n-3)^2}{3(n-3)^3(n+3) \cdot n} = \\
 &= \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{9(n+3)}{3(n-3) \cdot n} = \frac{9n-27}{(3-n)n^2} + \frac{3n+9}{(n-3)n} = \frac{3n^2+9n-9n+27}{n^2(n-3)} = \frac{3(n^2+9)}{n^2(n-3)}.
 \end{aligned}$$

№ 237.

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{2}{2p-q} + \frac{6q}{q^2-4p^2} - \frac{4}{2p+q}\right) : \left(1 + \frac{4p^2+q^2}{4p^2-q^2}\right) = \\
 &= \frac{-4p-2q+6q-4q+8p}{q^2-4p^2} : \frac{4p^2-q^2+4p^2+q^2}{4p^2-q^2} = \frac{-4p}{4p^2-q^2} \cdot \frac{4p^2-q^2}{8p^2} = -\frac{1}{2p}.
 \end{aligned}$$

№ 238.

$$\begin{aligned}
 &\frac{k-4}{k-2} : \left(\frac{80k}{k^3-8} + \frac{2k}{k^2+2k+4} - \frac{k-16}{2-k}\right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \\
 &= \frac{k-4}{k-2} : \left(\frac{80k+2k^2-4k+k^3+2k^2+4k-16k^2-32k-64}{(k-2)(k^2+2k+4)}\right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \\
 &= \frac{k-4}{k-2} \cdot \frac{(k-4)(k^2+2k+4)}{k^3-12k^2+48k-64} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{(k-4)(k-2)(k^2+2k+4)}{(k-2)(k-4)^3} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \\
 &= \frac{k^2+2k+4-6k-4}{(k-4)^2} = \frac{k}{k-4}.
 \end{aligned}$$

№ 239.

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2\right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{x^2+4x+3+8x-4x^2-12x}{2x(x+3)} \cdot \frac{x+3}{x+1} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \\
 &= \frac{3(1-x^2)}{2x(x+1)} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{3-3x}{2x} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{2x-x^2}{2x} = \frac{x(2-x)}{2x} = \frac{2-x}{2},
 \end{aligned}$$

поскольку $x > 2$, то $(x-2) > 0$ и $(2-x) < 0$, следовательно $\frac{2-x}{2} < 0$,

что и требовалось доказать.

№ 240.

$$\begin{aligned} & \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} : \left(\frac{4}{4a^2-9} - \frac{6a-9}{8a^3+27} \right) = \\ & = \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} : \frac{16a^2-24a+36-12a^2+36a-27}{(2a-3)(2a+3)(4a^2-6a+9)} = \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \\ & + \frac{(2a-3)(2a+3)(4a^2-6a+9)}{(2a-3)(4a^2-12a+9)} = \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{4a^2-6a+9}{2a+3} = \frac{6a+9}{2a+3} = \frac{3(2a+3)}{2a+3} = 3, \end{aligned}$$

при любых значениях переменной a данное выражение принимает одно и то же значение, что и требовалось доказать.

§ 7. Первые представления о рациональных уравнениях

№ 241.

- а) $\frac{18a+9}{13a-26} = 0$, $18a+9=0$, $18a=-9$, $a=-\frac{1}{2}$;
- б) $\frac{2c^2+7}{5c+9} = 0$, $2c^2+7=0$, $c^2 \neq -\frac{7}{2}$, нет таких значений;
- в) $\frac{16b+4}{5b-15} = 0$, $16b+4=0$, $16b=-4$, $b=-\frac{1}{4}$;
- г) $\frac{9d^2+14}{3d-4} = 0$, $9d^2+14=0$, $d^2 \neq -\frac{14}{9}$, нет таких значений.

№ 242.

- а) $\frac{m^2+m}{5} = 0$, $m^2+m=0$, $m(m+1)=0$,
 $m=0$ или $m+1=0$, $m=-1$;
- б) $\frac{n^2-9n}{7} = 0$, $n^2-9n=0$, $n(n-9)=0$,
 $n=0$ или $n-9=0$, $n=9$;
- в) $\frac{2p^2+4p}{9} = 0$, $2p^2+4p=0$, $2p(p+2)=0$,
 $2p=0$, $p=0$ или $p+2=0$, $p=-2$;
- г) $\frac{q^2-12q}{3} = 0$, $q^2-12q=0$, $q(q-12)=0$,
 $q=0$ или $q-12=0$, $q=12$.

№ 243.

$$a) \frac{x^2-100}{41}=0, x^2-100=0, x^2=100, x=\pm 10;$$

$$б) \frac{y^2-9}{10}=0, y^2-9=0, y^2=9, y=\pm 3;$$

$$в) \frac{z^2-36}{19}=0, z^2-36=0, z^2=36, z=\pm 6;$$

$$г) \frac{t^2-225}{4}=0, t^2-225=0, t^2=225, t=\pm 15.$$

№ 244.

$$a) \frac{a^3-4a}{9}=0, a^3-4a=0, a(a^2-4)=0,$$

$$a=0 \text{ или } a^2-4=0, a^2=4, a=\pm 2;$$

$$б) \frac{b^3-81b}{17}=0, b^3-81b=0, b(b^2-81)=0,$$

$$b=0 \text{ или } b^2-81=0, b^2=81, b=\pm 9;$$

$$в) \frac{c^3-121c}{13}=0, c^3-121c=0, c(c^2-121)=0,$$

$$c=0 \text{ или } c^2-121=0, c^2=121, c=\pm 11;$$

$$г) \frac{d^3-16d}{19}=0, d^3-16d=0, d(d^2-16)=0,$$

$$d=0 \text{ или } d^2-16=0, d^2=16, d=\pm 4.$$

№ 245.

$$a) \frac{2x+1}{5}=1, \frac{2x+1}{5}-1=0, \frac{2x+1-5}{5}=0, \frac{2x-4}{5}=0, 2x-4=0, 2x=4, x=2;$$

$$б) \frac{3z-10}{2}=-1, \frac{3z-10}{2}+1=0, \frac{3z-10+2}{2}=0, \frac{3z-8}{2}=0, 3z-8=0, 3z=8, z=2\frac{2}{3};$$

$$в) \frac{11-3y}{4}=\frac{1}{2}, \frac{11-3y}{4}-\frac{1}{2}=0, \frac{11-3y-2}{4}=0, \frac{9-3y}{4}=0, 9-3y=0, 3y=9, y=3;$$

$$г) \frac{t+4}{11}=\frac{1}{5}, \frac{t+4}{11}-\frac{1}{5}=0, \frac{5t+20-11}{55}=0, \frac{5t+9}{55}=0, 5t+9=0, 5t=-9, t=-1\frac{4}{5}.$$

№ 246.

$$a) \frac{3u+75}{5}=\frac{6u+42}{5}, \frac{3u+75}{5}-\frac{6u+42}{5}=0, \frac{33-3u}{5}=0, 33-3u=0, 3u=33, u=11;$$

$$\text{б)} \frac{2v-1}{6} = \frac{6-v}{8}, \frac{2v-1}{6} - \frac{6-v}{8} = 0, \frac{8v-4-18+3v}{24} = 0, \frac{11v-22}{24} = 0,$$

$$11v-22=0, 11v=22, v=2;$$

$$\text{в)} \frac{8r+3}{7} = \frac{10r-1}{7}, \frac{8r+3}{7} - \frac{10r-1}{7} = 0, \frac{4-2r}{7} = 0, 4-2r=0, 2r=4, r=2;$$

$$\text{г)} \frac{s+2}{5} = \frac{3s-5}{4}, \frac{s+2}{5} - \frac{3s-5}{4} = 0, \frac{4s+8-15s+25}{20} = 0, \frac{33-11s}{20} = 0,$$

$$33-11s=0, 11s=33, s=3.$$

№ 247.

$$\text{а)} \frac{a}{4} - \frac{a-3}{5} = -1, \frac{a+12}{20} + 1 = 0, \frac{a+12+20}{20} = 0, \frac{a+32}{20} = 0, a+32=0, a=-32;$$

$$\text{б)} \frac{2b+1}{5} + \frac{3b+1}{7} = 2, \frac{29b+12}{35} - 2 = 0, \frac{29b+12-70}{35} = 0, \frac{29b-58}{35} = 0,$$

$$29b-58=0, 29b=58, b=2;$$

$$\text{в)} \frac{c}{7} - \frac{3c-1}{14} = 2, \frac{1-c}{14} - 2 = 0, \frac{1-c-28}{14} = 0, \frac{-c-27}{14} = 0, -c-27=0, c=-27;$$

$$\text{г)} \frac{6d+1}{5} - \frac{6d+1}{7} = 1, \frac{12d+2}{35} - 1 = 0, \frac{12d+2-35}{35} = 0, \frac{12d-33}{35} = 0,$$

$$12d-33=0, 12d=33, d=2\frac{3}{4}.$$

№ 248.

$$\text{а)} \frac{2m+3}{3} + \frac{4m-3}{3} = 1, \frac{6m-3}{3} = 0, 6m-3=0, 6m=3, m=\frac{1}{2};$$

$$\text{б)} \frac{p}{5} + \frac{p+12}{15} = \frac{1}{3}, \frac{4p+7}{15} = 0, 4p+7=0, 4p=-7, p=-1\frac{3}{4};$$

$$\text{в)} \frac{5n-9}{4} + \frac{5n-7}{4} = 1, \frac{10n-20}{4} = 0, 10n-20=0, 10n=20, n=2;$$

$$\text{г)} \frac{2-q}{5} - \frac{q}{15} = \frac{1}{5}, \frac{3-4q}{15} = 0, 3-4q=0, 4q=3, q=\frac{3}{4}.$$

№ 249.

$$\text{а)} \frac{8z-1}{5} - \frac{50-2z}{9} = \frac{3z+3}{4} + 1, \frac{72z-9-250+10z}{45} = \frac{3z+7}{4},$$

$$4(82z-259)=45(3z+7), 193z=1351, z=7;$$

$$\text{б)} \frac{3c-1}{7} - 12 = \frac{2c-5}{3} - \frac{4c-1}{5}, \frac{3c-1-84}{7} = \frac{10c-25-12c+3}{15},$$

$$15(3c-85)=7(-2c-22), 59c=1121, c=19;$$

$$в) \frac{27-b}{3} + \frac{3b-1}{5} = 15 - \frac{25-b}{4}, \frac{135-5b+9b-3}{15} = \frac{60-25-b}{4},$$

$$4(132+4b) = 15(35+b), b = -3;$$

$$г) 12 - \frac{4-5d}{7} = \frac{3d+20}{2} + \frac{11-2d}{5}, \frac{84-4+5d}{7} = \frac{15d+100+22-4d}{10},$$

$$10(80+5d) = 7(11d+122), 27d = -54, d = -2.$$

№ 250.

$$а) \frac{2}{x-1} + 1 = \frac{3}{x-1}, 1 - \frac{1}{x-1} = 0, \frac{x-2}{x-1} = 0, x-2=0, x=2;$$

$$б) \frac{4x-1}{x-2} = \frac{x+5}{x-2}, \frac{3x-6}{x-2} = 0, 3x-6=0, 3x=6, x=2;$$

$$в) \frac{2y^2-7y+3}{2y-1} - y = 1, \frac{2y^2-7y+3-2y^2+y-2y+1}{2y-1} = 0, \frac{-8y+4}{2y-1} = 0,$$

$$-8y+4=0, 8y=4, y=0,5;$$

$$г) 3t - \frac{3t^2+2}{t+5} = 4, \frac{3t^2+15t-3t^2-2-4t-20}{t+5} = 0, \frac{11t-22}{t+5} = 0,$$

$$11t-22=0, 11t=22, t=2.$$

№ 251.

$$а) \frac{1}{10x-1} + \frac{1}{5x-2} = 0, \frac{15x-3}{(10x-1)(5x-2)} = 0, 15x-3=0, 15x=3, x=\frac{1}{5};$$

$$б) \frac{1}{y} = \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3}, \frac{1}{y} = \frac{5y-15-4y+8}{(y-2)(y-3)}, \frac{1}{y} = \frac{y-7}{(y-2)(y-3)}, \frac{y^2+7y-y^2-5y+6}{y(y-2)(y-3)} = 0,$$

$$\frac{2y+6}{y(y-2)(y-3)} = 0, 2y+6=0, 2y=-6, y=-3;$$

$$в) \frac{3}{8-5t} + \frac{5}{2-7t} = 0, \frac{6-21t+40-25t}{(8-5t)(2-7t)} = 0, \frac{46-46t}{(8-5t)(2-7t)} = 0,$$

$$46-46t=0, 46t=46, t=1;$$

$$г) \frac{3}{z-2} + \frac{7}{z+2} = \frac{10}{z}, \frac{10z-8}{z^2-4} - \frac{10}{z} = 0, \frac{10z^2-8z-10z^2+40}{z(z^2-4)} = 0, \frac{40-8z}{z(z^2-4)} = 0,$$

$$40-8z=0, 8z=40, z=5.$$

№ 252.

1 этап: Пусть x – скорость велосипедиста, тогда $2,5x$ – скорость мотоциклиста.

Время велосипедиста в пути – $\frac{50}{x}$ ч, а время мотоциклиста – $\frac{50}{2,5x}$ ч. Велосипедист был в пути на 2,5 часа больше. Составим уравнение;

2 этап: $\frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5$, $50 - 20 = 2,5x$, $30 = 2,5x$, $x = 12$;

3 этап: скорость велосипедиста – 12 км/ч, тогда скорость мотоциклиста равна $12 \cdot 2,5 = 30$ км/ч.

№ 253.

1 этап: Пусть x – скорость первого автобуса, тогда $1,2x$ – скорость второго автобуса. Время первого автобуса в пути – $\frac{45}{x}$ ч, а время второго автобуса –

$\frac{45}{1,2x}$ ч. Первый автобус был в пути на 15 мин больше. Составим уравнение;

2 этап: $\frac{45}{x} - \frac{45}{1,2x} = \frac{1}{4}$, $45 \cdot 1,2 - 45 = 0,3x$, $9 = 0,3x$, $x = 30$;

3 этап: скорость первого автобуса – 30 км/ч.

№ 254.

1 этап: Пусть x – собственная скорость катера, тогда $(x + 4)$ – его скорость по течению, а $(x - 4)$ – его скорость против течения. Время движения катера по течению реки равно $\frac{12}{x+4}$ ч, а против течения – $\frac{12}{x-4}$ ч. На весь путь катер затратил 2 часа. Составим уравнение;

2 этап: $\frac{12}{x+4} + \frac{12}{x-4} = 2$, $12(x-4) + 4(x+4) = 2(x^2 - 16)$, $12x - 48 + 4x + 16 = 2x^2 - 32$,

$x^2 - 8x = 0$, $x(x-8) = 0$, $x = 0$ и $x = 8$;

3 этап: собственная скорость катера должна быть больше скорости течения реки, т.е. больше 4 км/ч, значит, скорость катера равна 8 км/ч.

№ 255. (В учебнике опечатка)

1 этап: Пусть x – собственная скорость лодки, тогда $(x + 3)$ – ее скорость по течению, а $(x - 3)$ – ее скорость против течения. Время движения лодки по течению реки равно $\frac{18}{x+3}$ ч, а против течения – $\frac{6}{x-3}$ ч. На весь путь лодка затратила 4 часа. Составим уравнение;

2 этап: $\frac{18}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 4$, $18(x-3) + 6(x+3) = 4(x^2 - 9)$, $18x - 54 + 6x + 18 = 4x^2 - 36$,

$x^2 - 6x = 0$, $x(x-6) = 0$, $x = 0$ и $x = 6$;

3 этап: собственная скорость лодки должна быть больше скорости течения реки, т.е. больше, чем 3 км/ч, значит, скорость лодки равна 6 км/ч.

№ 256.

1 этап: Пусть x – скорость грузовой машины, тогда $1,5x$ – скорость легковой

машины. Время движения грузовой машины равно $\frac{400}{x}$ ч, а время легковой машины — $\frac{400}{1,5x}$ ч. Грузовая машина была в пути на 3 часа 20 мин больше.

Составим уравнение;

2 этап: $\frac{400}{x} - \frac{400}{1,5x} = 3\frac{1}{3}$, $400 \cdot 1,5 - 400 = \frac{10}{3} \cdot 1,5x$, $600 - 400 = 5x$, $200 = 5x$, $x = 40$;

3 этап: скорость грузовой машины равна 40 км/ч.

№ 257.

1 этап: Пусть x — скорость автобуса, тогда $1,2x$ — скорость мотоциклиста. Время движения автобуса равно $\frac{100}{x}$ ч, а время мотоциклиста — $\frac{100}{1,2x}$ ч. Автобус был в пути на 20 мин больше. Составим уравнение;

2 этап: $\frac{100}{x} - \frac{100}{1,2x} = \frac{1}{3}$, $100 \cdot 1,2 - 100 = \frac{1,2x}{3}$, $120 - 100 = 0,4x$, $20 = 0,4x$, $x = 50$;

3 этап: скорость автобуса равна 50 км/ч, тогда скорость мотоциклиста равна 60 км/ч.

№ 258.

a) $\frac{5x-4}{3} + \frac{3x-2}{6} + \frac{2x-1}{2} = 3x-2$, $\frac{10x-8+3x-2+6x-3}{6} - 3x+2=0$,

$\frac{19x-13-18x+12}{6} = 0$, $x-1=0$, $x=1$;

б) $\frac{5x+1}{3} - \frac{16-x}{6} = \frac{x+10}{7} + 3$, $\frac{10x+2-16+x}{6} = \frac{x+10+21}{7}$,

$\frac{11x-14}{6} - \frac{x+31}{7} = 0$, $\frac{77x-98-6x-186}{42} = 0$, $71x-284=0$, $71x=284$, $x=4$;

в) $\frac{2y-3}{5} + \frac{y-1}{4} + \frac{5y+1}{20} = 3-y$, $\frac{8y-12+5y-5+5y+1}{20} = 3-y$,

$\frac{18y-16}{20} - 3+y=0$, $\frac{18y-16-60+20y}{20} = 0$, $38y-76=0$, $38y=76$, $y=2$;

г) $\frac{1-7t}{8} - \frac{t+30}{3} - \frac{t-1}{5} = 3$, $\frac{15-105t-40t-1200-24t+24}{120} = 3$, $\frac{-169t-1161}{120} - 3=0$,

$\frac{-169t-1161-360}{120} = 0$, $-169t-1521=0$, $169t=-1521$, $t=-9$.

№ 259.

$$a) a^2 - 3a - 1 - \frac{2a^2 + 3a - 5}{2} = 1,5, \quad \frac{2a^2 - 6a - 2 - 2a^2 - 3a + 5}{2} = \frac{3}{2}, \quad \frac{-9a + 3}{2} - \frac{3}{2} = 0,$$

$$\frac{-9a}{2} = 0, \quad -9a = 0, \quad a = 0;$$

$$б) b^2 - 5b + 3 - \frac{3b^2 - 5b - 7}{3} = \frac{1}{3}, \quad \frac{3b^2 - 15b + 9 - 3b^2 + 5b + 7}{3} = \frac{1}{3}, \quad \frac{-10b + 16}{3} - \frac{1}{3} = 0,$$

$$\frac{-10b + 15}{3} = 0, \quad -10b + 15 = 0, \quad 10b = 15, \quad b = 1,5.$$

№ 260.

$$a) \frac{4a + 0,5}{12} + \frac{a - 0,8}{8} + \frac{a + 0,2}{6} = 0, \quad \frac{8a + 1 + 3a - 2,4 + 4a + 0,8}{24} = 0, \quad 15a - 0,6 = 0$$

$$15a = 0,6, \quad a = 0,04;$$

$$б) \frac{0,01 - p}{0,02} - 2\frac{1}{2} = \frac{2 - 3p}{0,01}, \quad \frac{0,01 - p - 0,05}{0,02} = \frac{2 - 3p}{0,01}, \quad \frac{-p - 0,04}{0,02} - \frac{4 - 6p}{0,02} = 0,$$

$$5p - 4,04 = 0, \quad 5p = 4,04, \quad p = 0,808;$$

$$в) \frac{z - 0,5}{4} + \frac{z - 0,25}{3} + \frac{z - 0,125}{2} = 0, \quad \frac{3z - 1,5 + 4z - 1 + 6z - 0,75}{12} = 0,$$

$$13z - 3,25 = 0, \quad 13z = 3,25, \quad z = 0,25;$$

$$г) \frac{0,12q}{0,03} - 4\frac{1}{2} = -\frac{0,01 + 3q}{0,02}, \quad \frac{0,24 - 2q - 0,27}{0,06} = -\frac{0,01 + 3q}{0,02},$$

$$\frac{-0,03 - 2q}{0,06} + \frac{0,01 + 3q}{0,02} = 0, \quad \frac{7q - 0,03 + 0,03}{0,06} = 0, \quad 7q = 0, \quad q = 0.$$

№ 261.

$$a) \frac{3a + 9}{3a - 1} + \frac{2a + 13}{2a + 5} = 2, \quad \frac{6a^2 + 33a + 45 + 6a^2 + 37a - 13}{(3a - 1)(2a + 5)} - 2 = 0,$$

$$\frac{12a^2 + 70a + 32 - 12a^2 - 26a + 10}{(3a - 1)(2a + 5)} = 0, \quad \frac{44a + 42}{(3a - 1)(2a + 5)} = 0, \quad 44a + 42 = 0,$$

$$44a = -42, \quad a = -\frac{21}{22};$$

$$б) \frac{a - 1}{4a - 5} = \left(\frac{2a - 1}{4a - 5} \right)^2, \quad \frac{a - 1}{4a - 5} - \frac{(2a - 1)^2}{(4a - 5)^2} = 0, \quad \frac{(a - 1)(4a - 5) - (4a^2 - 4a + 1)}{(4a - 5)^2} = 0,$$

$$\frac{-5a + 4}{(4a - 5)^2} = 0, \quad -5a + 4 = 0, \quad 5a = 4, \quad a = 0,8;$$

$$в) \frac{5b+13}{5b+4} + \frac{6b-4}{3b-1} = 3, \frac{15b^2+34b-13+30b^2+4b-16}{(5b+4)(3b-1)} - 3 = 0,$$

$$\frac{45b^2+38b-29-45b^2-21b+12}{(5b+4)(3b-1)} = 0, \frac{17b-17}{(5b+4)(3b-1)} = 0,$$

$$17b-17=0, 17b=17, b=1;$$

$$г) \left(\frac{b-1}{b+3}\right)^2 = \frac{b+1}{b+3}, \frac{(b-1)^2}{(b+3)^2} - \frac{b+1}{b+3} = 0, \frac{b^2-2b+1-b^2-4b-3}{(b+3)^2} = 0,$$

$$\frac{-6b-2}{(b+3)^2} = 0, -6b-2=0, 6b=-2, b=-\frac{1}{3}.$$

№ 262.

$$а) \frac{c-2}{2c+6} + \frac{c+3}{3c-6} = 0, \frac{3c^2-12c+12+2c^2+12c+18}{(2c+6)(3c-6)} = 0, \frac{5c^2+30}{(2c+6)(3c-6)} = 0,$$

$$5c^2+30=0, 5c^2=-30, c^2=-6, \text{ т.е. корней нет;}$$

$$б) \frac{y+6}{y^2-7y} - \frac{4}{(7-y)^2} = \frac{1}{y-7}, \frac{y+6}{y(y-7)} - \frac{4}{(7-y)^2} - \frac{1}{y-7} = 0,$$

$$\frac{y^2-y-42-4y-y^2+7y}{y(y-7)^2} = 0, \frac{2y-42}{y(y-7)^2} = 0, 2y-42=0, 2y=42, y=21;$$

$$в) \frac{d+5}{5d-20} + \frac{d-4}{4d+20} = \frac{9}{20}, \frac{d+5}{5(d-4)} + \frac{d-4}{4(d+5)} - \frac{9}{20} = 0,$$

$$\frac{4d^2+40d+100+5d^2-40d+80}{20(d-4)(d+5)} - \frac{9}{20} = 0, \frac{9d^2+180-9d^2-9d+180}{20(d-4)(d+5)} = 0,$$

$$\frac{360-9d}{20(d-4)(d+5)} = 0, 360-9d=0, 9d=360, d=40;$$

$$г) \frac{2a-2}{a^2-36} - \frac{a-2}{a^2-6a} - \frac{a-1}{a^2+6a} = 0, \frac{2a-2}{a^2-6^2} - \frac{a-2}{a(a-6)} - \frac{a-1}{a(a+6)} = 0,$$

$$\frac{2a^2-2a-a^2-4a+12-a^2+7a-6}{a(a-6)(a+6)} = 0, \frac{a+6}{a(a-6)(a+6)} = 0, a+6=0, a=-6.$$

№ 263.

$$а) \frac{c+2}{c^2-5c} - \frac{c-5}{2c^2-50} = \frac{c+25}{2c^2-50}, \frac{c+2}{c^2-5c} - \frac{c-5+c+25}{2c^2-50} = 0,$$

$$\frac{c+2}{c(c-5)} - \frac{2c+20}{2(c-5)(c+5)} = 0, \frac{2c^2+14c+20-2c^2-20c}{2c(c-5)(c+5)} = 0, \frac{20-6c}{2c(c-5)(c+5)} = 0,$$

$$20-6c=0, 6c=20, c=3\frac{1}{3};$$

$$б) \frac{3y-1}{6y-3} - \frac{1}{1-4y^2} = \frac{y}{2y+1}, \quad \frac{3y-1}{3(2y-1)} - \frac{1}{(1-2y)(1+2y)} = \frac{1}{2y+1},$$

$$\frac{-6y^2 - y + 1 - 3 - 3y + 6y^2}{3(1-2y)(1+2y)} = 0, \quad \frac{-4y-2}{3(1-2y)(1+2y)} = 0, \quad -4y-2=0, \quad 4y=-2, \quad y=-\frac{1}{2},$$

корней нет, т.к. при $y = -\frac{1}{2}$; $3(1-2y)(1+2y) = 0$;

$$в) \frac{4(d+9)}{5d^2-45} + \frac{d+3}{5d^2-15d} = \frac{d-3}{d^2+3d}, \quad \frac{4(d+9)}{5(d-3)(d+3)} + \frac{d+3}{5d(d-3)} - \frac{d-3}{d(d+3)} = 0,$$

$$\frac{4d^2+36d+d^2+6d+9-5d^2+30d-45}{5d(d-3)(d+3)} = 0, \quad \frac{72d-36}{5d(d-3)(d+3)} = 0, \quad 72d-36=0$$

$$72d=36, \quad d=\frac{1}{2};$$

$$г) \frac{1}{4x-6} + \frac{2x-5}{18-8x^2} - \frac{1}{2x^2+3x} = 0, \quad \frac{1}{2(2x-3)} + \frac{2x-5}{2(3-2x)(3+2x)} - \frac{1}{x(2x+3)} = 0,$$

$$\frac{2x^2+3x-2x^2+5x+6-4x}{2x(2x-3)(2x+3)} = 0, \quad 4x+6=0, \quad 4x=-6, \quad x=-1,5,$$

нет корней, т.к. при $x = -1,5$; $2x(2x-3)(2x+3) = 0$.

№ 264. $\frac{12d-7}{10d+1} - \frac{d-3}{5d+1} = 1, \quad \frac{60d^2-23d-7-10d^2+29d+3}{(10d+1)(5d+1)} - 1 = 0,$

$$\frac{50d^2+6d-4-50d^2-15d-1}{(10d+1)(5d+1)} = 0, \quad -9d-5=0, \quad 9d=-5, \quad d=-\frac{5}{9},$$

при $d = -\frac{5}{9}$ разность соответствующих дробей равна 1.

№ 265. $\frac{18b+2}{b-4} - \frac{15b+1}{b+5} = 3, \quad \frac{18b^2+92b+10-15b^2+59b+4}{(b-4)(b+5)} - 3 = 0,$

$$\frac{3b^2+151b+14-3b^2-3b+60}{(b-4)(b+5)} = 0, \quad 148b+74=0, \quad 148b=-74, \quad b=-\frac{1}{2},$$

при $b = -\frac{1}{2}$ разность соответствующих дробей равна 3.

№ 266. По условию $\frac{a+1}{2} + 3 \cdot 0,5 = 3\frac{1}{2}, \quad \frac{a+1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = 0, \quad \frac{a-3}{2} = 0, \quad a-3=0,$

$a=3$. Тогда при $a=3$ и $b=\frac{5}{12}$ получим: $\frac{a+1}{2} - 3b = \frac{4}{2} - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}.$

№ 267. По условию $\frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = \frac{2-c}{9} + \frac{4}{3} = 1$, откуда $c = 5$. Тогда при $c = 5$

и $x = -11\frac{1}{3}$ получим: $\frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = x\left(\frac{c-2}{3} - 4\right) = -3x = -3\left(-11\frac{1}{3}\right) = 34$.

№ 268. По условию $\frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \cdot y^2 + y^3 = -n-1 + \frac{9}{5}(3n-1) - 27 = -21$,

откуда $n = 2$. Тогда при $n = 2$ и $y = \frac{1}{3}$ получим:

$$\frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \cdot y^2 + y^3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{13}{27}.$$

№ 269. По условию $\frac{s-9}{4} \cdot z + \frac{s+2}{3} \cdot z^2 - z^3 = \frac{9-s}{2} + \frac{4(s+2)}{3} + 8 = 16$, откуда

$s = 1$. Тогда при $s = 1$ и $z = 0,5$ получим:

$$\frac{s-9}{4} \cdot z + \frac{s+2}{3} \cdot z^2 - z^3 = -2 \cdot 0,5 + 0,25 - 0,125 = -0,875 = -\frac{7}{8}.$$

Домашняя контрольная работа № 1.

Вариант № 1.

1. Алгебраическая дробь $\frac{a-8}{(a+7)(a-12)}$ равна нулю, когда ее числитель равен нулю, т.е. при $a = 8$. Дробь не существует, если ее знаменатель равен нулю, т.е. при $a = -7$ или $a = 12$.

$$2. \frac{a^2 - ac + 2ab + b^2 - bc}{ab - c^2 + ac + b^2} = \frac{(a+b)^2 - c(a+b)}{a(b+c) + (b+c)(b-c)} = \frac{(a+b)(a+b-c)}{(b+c)(a+b-c)} = \frac{a+b}{b+c}.$$

$$3. \text{ При } a = 1,9 \text{ и } b = 0,55; \frac{a^2 - 4b^2 - 5a + 10b}{(a+2b)^2 - 25} = \frac{(a-2b)(a+2b) - 5(a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} =$$

$$= \frac{(a+2b-5)(a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} = \frac{a-2b}{a+2b+5} = \frac{1,9-2 \cdot 0,55}{1,9+2 \cdot 0,55+5} = 0,1.$$

$$4. \frac{2}{9p-12q} - \frac{4}{9p+12q} + \frac{4p}{16q^2-9p^2} = \frac{6p+8q-12p+16q-12p}{3(3p-4q)(3p+4q)} =$$

$$= \frac{-18p+24q}{3(3p-4q)(3p+4q)} = \frac{-6(3p-4q)}{3(3p-4q)(3p+4q)} = -\frac{2}{3p+4q}.$$

$$5. \frac{8k+k^2+16}{15k^2+3k} : \frac{16-k^2}{25k^2-1} = \frac{(k+4)^2}{3k(5k-1)} \cdot \frac{(5k-1)(5k+1)}{(4-k)(4+k)} = \frac{(k+4)(5k-1)}{3k(4-k)} = \frac{5k^2+19k-4}{12k-3k^2}.$$

$$6. \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b-c}} \cdot \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right) = \frac{a+b+c}{b+c-a} \cdot \frac{(b+c)^2-a^2}{2bc} =$$

$$= \frac{(a+b+c)(a+b+c)(b+c-a)}{2bc(b+c-a)} = \frac{(a+b+c)^2}{2bc}.$$

$$7. \text{ При } x = -3\frac{3}{4} : \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x^2+1}\right) = \frac{4x}{x^2-1} : \frac{4x^2}{(x^2-1)(x^2+1)} =$$

$$= \frac{x^2+1}{x} : \frac{\left(-\frac{15}{4}\right)^2+1}{-\frac{15}{4}} = \frac{\frac{225}{16}+1}{-\frac{15}{4}} = -\frac{\frac{241}{16}}{\frac{15}{4}} = -\frac{241}{60}.$$

$$8. \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y\right) = \frac{3}{x+y} - \frac{(3x-3y)}{2x-3y} \cdot \frac{(2x-3y)(1-x^2+y^2)}{x^2-y^2} =$$

$$= \frac{3}{x+y} - \frac{3(x-y)(1-x^2+y^2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{3(x^2-y^2)}{x+y} = 3(x-y), \text{ тождество доказано.}$$

$$9. \left(\frac{2ab}{a^2-b^2} + \frac{a-b}{2a+2b}\right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{4ab+a^2-2ab+b^2}{2(a-b)(a+b)} \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} =$$

$$= \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2(a-b)(a+b)^2} + \frac{b}{b-a} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1, \text{ т.е. значение выражения не за-}$$

висит от значений a и b .

10. Пусть x – скорость катера. Время, за которое катер прошел 21 км по течению равно $\frac{21}{x+1}$ ч, а против течения то же расстояние он прошел за $\frac{21}{x-1}$ ч.

Учитывая другие условия задачи, составим уравнение:

$$-\frac{21}{x+1} + \frac{21}{x-1} = \frac{1}{4}, \quad \frac{21x+21-21x+21}{x^2-1} = \frac{1}{4}, \quad \frac{42}{x^2-1} = \frac{1}{4}, \quad x^2-1 = 42 \cdot 4 = 168,$$

$$x^2 = 169, \quad x = \pm 13.$$

Корень $x = -13$ не подходит, т.к. скорость не может быть меньше нуля, значит скорость катера равна $x = 13$ км/ч.

Вариант № 2.

1. Алгебраическая дробь $\frac{b+5}{(b-13)(b+7)}$ равна нулю, когда ее числитель равен

нулю, т.е. при $b = -5$. Дробь не существует, если ее знаменатель равен нулю, т.е. при $b = 13$ или $b = -7$.

$$2. \frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by} = \frac{a(x+y)-b(x+y)}{a(x-y)-b(x-y)} = \frac{(a-b)(x+y)}{(a-b)(x-y)} = \frac{x+y}{x-y}.$$

$$3. \text{ При } x=3,5 \text{ и } y=0,75; \frac{(x-2y)^2-49}{x^2-4y^2+7x+14y} = \frac{(x-2y-7)(x-2y+7)}{(x-2y)(x+2y)+7(x+2y)} = \\ = \frac{x-2y-7}{x+2y} = \frac{3,5-2 \cdot 0,75-7}{3,5+2 \cdot 0,75} = -1.$$

$$4. \frac{1}{6a-4b} - \frac{1}{6a+4b} + \frac{3a}{9a^2-4b^2} = \frac{1}{2(3a-2b)} - \frac{1}{2(3a+2b)} + \frac{3a}{(3a-2b)(3a+2b)} = \\ = \frac{3a+2b-3a+2b+6a}{2(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{2(2b+3a)}{2(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{1}{3a-2b}.$$

$$5. \frac{3by+6y-5b-10}{7yb-14y} \cdot \frac{b^2-4}{9y^2-25} = \frac{3y(b+2)-5(b+2)}{7y(b-2)} \cdot \frac{(b-2)(b+2)}{(3y-5)(3y+5)} = \frac{(b+2)^2}{7y(3y+5)}.$$

$$6. \frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}} \cdot \frac{x^2y^2}{(x+y)^2+(x-y)^2} = \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x+y)^2+(x-y)^2} \cdot \frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{x^2y^2} = \frac{4xy}{x^2y^2} = \frac{4}{xy}.$$

7. При $a = -0,01$;

$$\frac{a^2-2a+1}{a-3} \cdot \left(\frac{(a+2)^2-a^2}{4a^2-4} - \frac{3}{a^2-a} \right) = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \left(\frac{2(a+2+a)}{4(a-1)(a+1)} - \frac{3}{a(a-1)} \right) = \\ = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \left(\frac{4(a+1)}{4(a-1)(a+1)} - \frac{3}{a(a-1)} \right) = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \frac{a-3}{a(a-1)} = \frac{a-1}{a} = \frac{-0,01-1}{-0,01} = 101.$$

$$8. \left(\frac{xy+y^2}{5x^2-5xy} + xy+y^2 \right) \cdot \frac{5x}{x+y} - \frac{y}{x-y} = y(x+y) \cdot \frac{1+5x^2-5xy}{5x^2-5xy} \cdot \frac{5x}{x+y} - \frac{y}{x-y} = \\ = \frac{y(5x^2-5xy+1)}{x-y} - \frac{y}{x-y} = y \cdot \frac{5x(x-y)}{x-y} = 5xy, \text{ тождество доказано.}$$

$$9. \left(\frac{b}{b^2-36} - \frac{b-6}{b^2+6b} \right) : \frac{2b-6}{b^2+6b} - \frac{b}{b-6} = \frac{b^2-b^2+12b-36}{b(b-6)(b+6)} \cdot \frac{b(b+6)}{2(b-3)} - \frac{b}{b-6} =$$

$$= \frac{6}{b-6} - \frac{b}{b-6} = \frac{6-b}{b-6} = -1, \text{ т.е. значение выражения не зависит от } b.$$

10. Пусть x – скорость лодки. Время, за которое она прошла 16 км по течению равно $\frac{16}{x+2}$ ч, а против течения то же расстояние она прошла за $\frac{16}{x-2}$ ч. Учи-

тывая другие условия задачи, составим уравнение:

$$\frac{16}{x+2} - \frac{16}{x-2} = \frac{1}{5}, \quad \frac{16((x+2)-(x-2))}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{5}, \quad \frac{32 \cdot 2}{x^2 - 4} = \frac{1}{5}, \quad x^2 - 4 = 5 \cdot 32 \cdot 2 = 320,$$

$$x^2 = 324, \quad x = \pm 18.$$

Корень $x = -18$ не подходит, т.к. скорость не может быть меньше нуля, значит скорость лодки равна $x = 18$ км/ч.

§ 8. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график

№ 270.

а) $k = 2$;

б) $k = -8$;

в) $k = 7$;

г) $k = -1$.

№ 271.

а) $k = 0,2$;

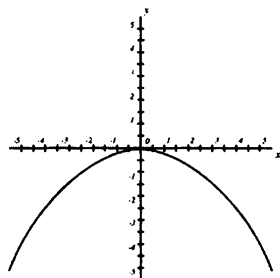
б) $k = -\frac{1}{8}$;

в) $k = -1,85$;

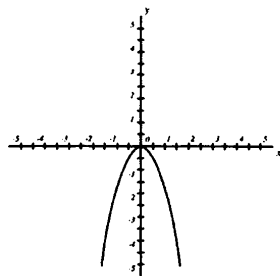
г) $k = -\frac{1}{37}$.

№ 272.

а) $y = -0,2x^2$



в) $y = -1,8x^2$

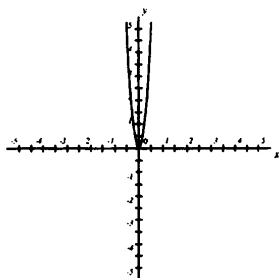


№ 273.

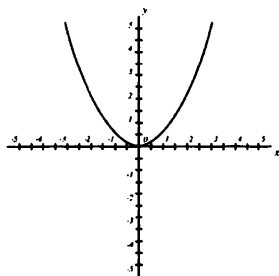
а) $y = 3x^2$

при $x \leq 0$ функция убывает

б) $y = 10x^2$



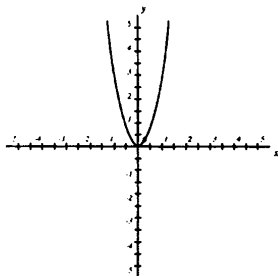
г) $y = \frac{3}{5}x^2$



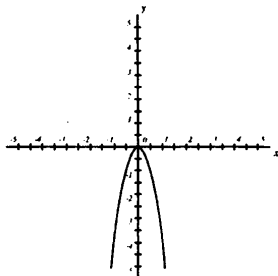
б) $y = -4x^2$

при $x \leq 0$ функция возрастает

при $x \geq 0$ функция возрастает



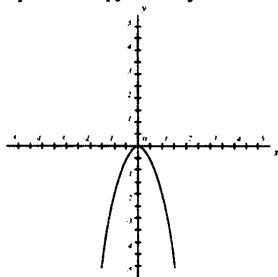
при $x \geq 0$ функция убывает



в) $y = -2x^2$

при $x \leq 0$ функция возрастает

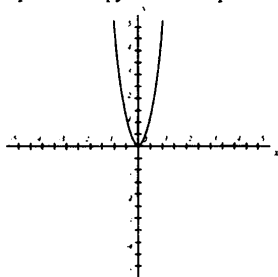
при $x \geq 0$ функция убывает



г) $y = 5x^2$

при $x \leq 0$ функция убывает

при $x \geq 0$ функция возрастает

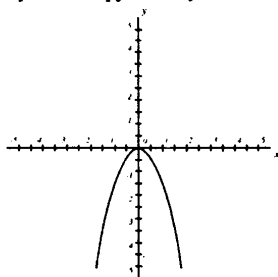


№ 274.

а) $y = -1,5x^2$

при $x \leq 0$ функция возрастает

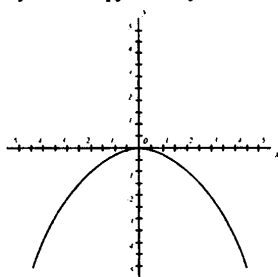
при $x \geq 0$ функция убывает



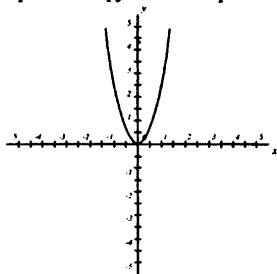
б) $y = -\frac{1}{4}x^2$

при $x \leq 0$ функция возрастает

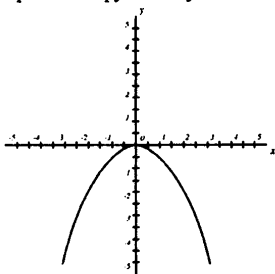
при $x \geq 0$ функция убывает



в) $y = 2,5x^2$

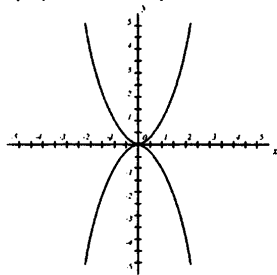
при $x \leq 0$ функция убываетпри $x \geq 0$ функция возрастает

г) $y = -\frac{1}{2}x^2$

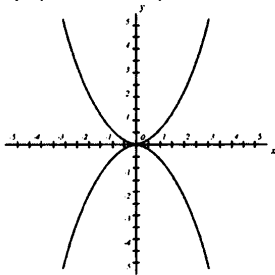
при $x \leq 0$ функция возрастаетпри $x \geq 0$ функция убывает

№ 275.

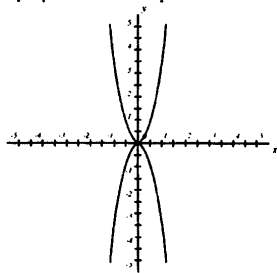
а) $y = x^2$, $y = -x^2$

графики симметричны по оси x 

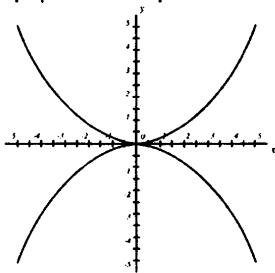
б) $y = 0,5x^2$, $y = -0,5x^2$

графики симметричны по оси x 

в) $y = 3,5x^2$, $y = -3,5x^2$

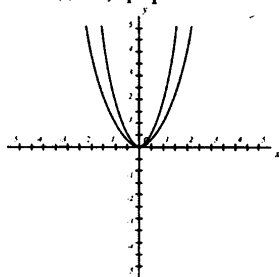
графики симметричны по оси x 

г) $y = \frac{1}{5}x^2$, $y = -\frac{1}{5}x^2$

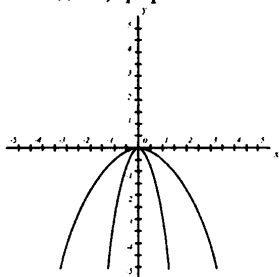
графики симметричны по оси x 

№ 276.

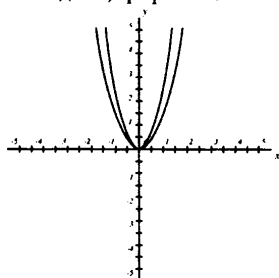
а) $y = x^2$, $y = 2x^2$, вершины совпадают, графики лежат выше оси x



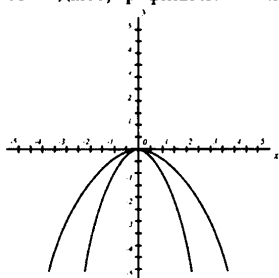
б) $y = -0,5x^2$, $y = -3x^2$, вершины совпадают, графики лежат ниже оси x



в) $y = 1,5x^2$, $y = 2,5x^2$, вершины совпадают, графики лежат выше оси x



г) $y = -\frac{1}{3}x^2$, $y = -x^2$, вершины совпадают, графики лежат ниже оси x



№ 277.

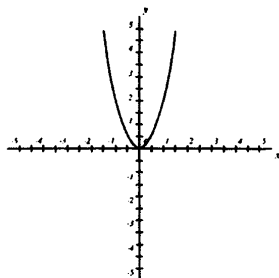
а) вершины графиков совпадают, графики функций симметричны относительно оси x ;

б) вершины графиков совпадают, графики функций симметричны относительно оси y .

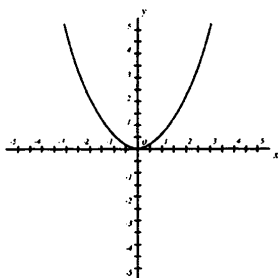
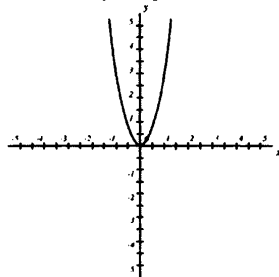
№ 278.

а) $y = 2x^2$, вершины совпадают, графики лежат выше оси x
 график $y = 2x^2$ получается растяжением графика $y = x^2$ вдоль оси y в 2 раза.

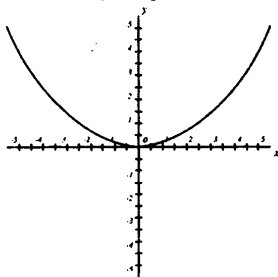
б) $y = 0,5x^2$, вершины совпадают, графики лежат выше оси x
 график $y = 0,5x^2$ получается сжатием графика $y = x^2$ вдоль оси y в 2 раза.



в) $y = 3x^2$, вершины совпадают,
 графики лежат выше оси x
 график $y = 3x^2$ получается
 растяжением графика $y = x^2$
 вдоль оси y в 3 раза.

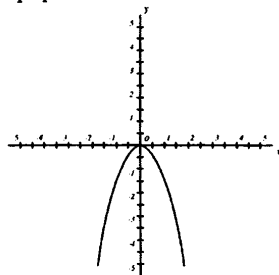


г) $y = 0,2x^2$, вершины совпадают,
 графики лежат выше оси x
 график $y = 0,2x^2$ получается
 сжатием графика $y = x^2$
 вдоль оси y в 5 раз.



№ 279.

а) $y = -1,5x^2$, вершины совпадают,
 графики лежат ниже оси x



б) $y = -3x^2$, вершины совпадают,
 графики лежат ниже оси x

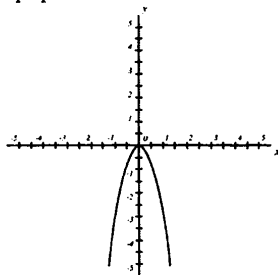


график $y=-1,5x^2$ получается
растяжением графика $y=-x^2$
вдоль оси y в 1,5 раза.

в) $y=-2,5x^2$, вершины совпадают,
графики лежат ниже оси x
график $y=-2,5x^2$ получается
растяжением графика $y=-x^2$
вдоль оси y в 2,5 раза.

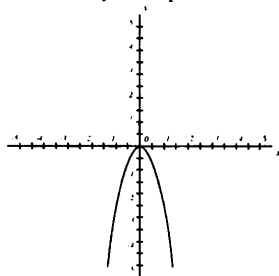
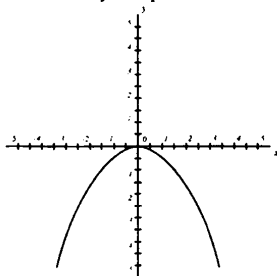


график $y=-3x^2$ получается
растяжением графика $y=-x^2$
вдоль оси y в 3 раза.

г) $y=-0,5x^2$, вершины совпадают,
графики лежат ниже оси x
график $y=-0,5x^2$ получается
сжатием графика $y=-x^2$
вдоль оси y в 2 раза.



№ 280.

а) $y=kx^2$, $k > 0$, например, $k=7$;

б) $y=kx^2$, $k < 0$, например, $k=-6$.

№ 281. $y=2x^2$;

а) $x=0$, $y=0$; б) $x=1$, $y=2$;

в) $x=-1$, $y=2$; г) $x=2$, $y=8$.

№ 282. $y=2x^2$;

а) $x=0,5$, $y=0,5$; б) $x=1,5$, $y=4,5$; в) $x=-0,5$, $y=0,5$; г) $x=-1,5$, $y=4,5$.

№ 283. $y=-3x^2$;

а) $y > 13$, x — значений нет;

б) $y > -10$, $x=1$, $x=-0,5$, $x=-1,5$;

в) $y > -3$, $x=-0,5$, $x=0,3$, $x=0,8$;

г) $y > -7$, $x=0,5$, $x=1$.

№ 284. $y=-3x^2$;

а) $y < 0$, $x=-8$, $x=12$, $x=3$;

б) $y < -3$, $x=5$, $x=-7$, $x=15$;

в) $y < 10$, $x=4$, $x=-8$, $x=17$;

г) $y < -0,5$, $x=3$, $x=-2$, $x=1$.

№ 285.

а) принадлежит; б) не принадлежит;

в) не принадлежит; г) принадлежит.

№ 286. $y=kx^2$, $k=\frac{y}{x^2}$;

а) $M(2; 20)$, $k = \frac{20}{4} = 5$;

в) $K(1; 10)$, $k = \frac{10}{1} = 10$;

№ 287. $y = kx^2$, $k = \frac{y}{x^2}$;

а) $(2; 4)$, $k = \frac{4}{4} = 1$, $y = x^2$;

в) $(-2; -2)$, $k = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}x^2$;

№ 288.

а) ограничена снизу, $y_{\min} = 0$;

в) не ограничена снизу;

№ 289.

а) не ограничена сверху;

в) ограничена сверху, $y_{\max} = 0$;

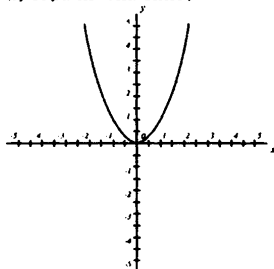
№ 290.

а) ограничена сверху;

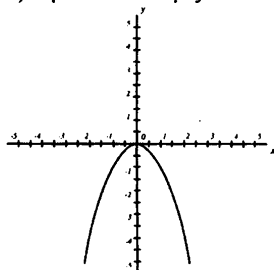
в) ограничена снизу;

№ 291.

а) ограничена снизу



в) ограничена сверху



б) $N(-3; 27)$, $k = \frac{27}{9} = 3$;

г) $L(-4; 96)$, $k = \frac{96}{16} = 6$.

б) $(1; -2)$, $k = \frac{-2}{1} = -2$, $y = -2x^2$;

г) $(1; 2)$, $k = \frac{2}{1} = 2$, $y = 2x^2$.

б) не ограничена снизу;

г) ограничена снизу, $y_{\min} = -4$.

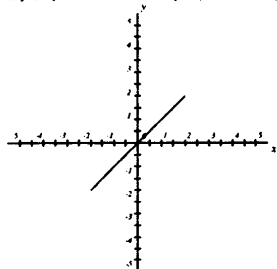
б) не ограничена сверху;

г) ограничена сверху, $y_{\max} = 8$.

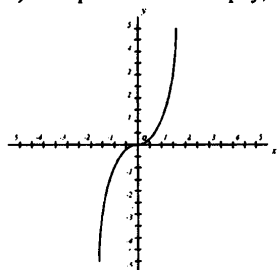
б) ограничена сверху;

г) не ограничена ни сверху, ни снизу.

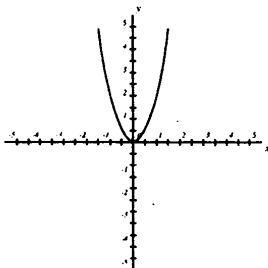
б) ограничена сверху и снизу



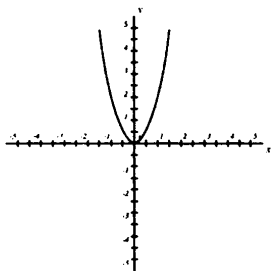
г) не ограничена ни сверху, ни снизу



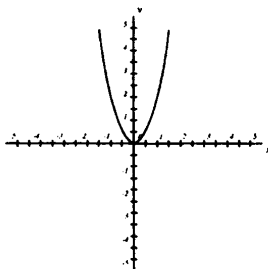
№ 292.

а) на отрезке $[-2; 2] : y_{\max} = 8, y_{\min} = 0;$ б) на отрезке $[-1; 0] : y_{\max} = 2, y_{\min} = 0;$ в) на отрезке $[-1; 1] : y_{\max} = 2, y_{\min} = 0;$ г) на отрезке $[0; 2] : y_{\max} = 8, y_{\min} = 0.$

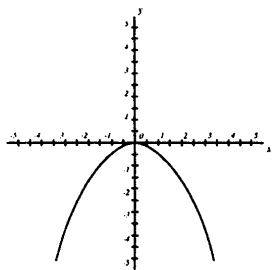
№ 293.

а) на отрезке $[-2; 1] : y_{\max} = 8, y_{\min} = 0;$ б) на отрезке $[-1, 5; 2] : y_{\max} = 8, y_{\min} = 0;$ в) на отрезке $[-1; 1, 5] : y_{\max} = 4,5, y_{\min} = 0;$ г) на отрезке $[-0, 5; 1] : y_{\max} = 2, y_{\min} = 0.$ 

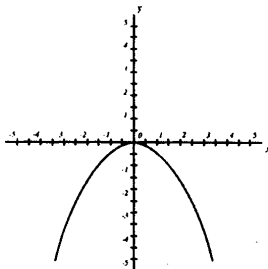
№ 294.

а) на отрезке $[0; +\infty) : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = 0;$ б) на отрезке $(-\infty; 2] : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = 0;$ в) на отрезке $(-\infty; 1] : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = 0;$ г) на отрезке $[-1; +\infty) : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = 0.$

№ 295.

а) на отрезке $[-2; 2] : y_{\max} = 0, y_{\min} = -2;$ б) на отрезке $[0; 2] : y_{\max} = 0, y_{\min} = -2;$ в) на отрезке $[-4; 4] : y_{\max} = 0, y_{\min} = -8;$ г) на отрезке $(2; 4] : y_{\max} = 0, y_{\min} = -8.$ 

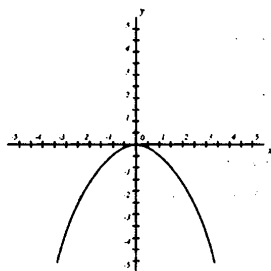
№ 296.



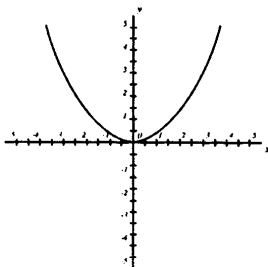
- а) на отрезке $(-2; 1] : y_{\max} = 0, y_{\min} = \text{нет}$;
 б) на отрезке $[-3; 2] : y_{\max} = 0, y_{\min} = -4,5$;
 в) на отрезке $(-1; 1,5] : y_{\max} = 0, y_{\min} = -1,125$;
 г) на отрезке $[-0,4; 1] : y_{\max} = 0, y_{\min} = -0,5$.

№ 297.

- а) на отрезке $[-4; +\infty) : y_{\max} = 0, y_{\min} = \text{нет}$;
 б) на отрезке $(-\infty; 2] : y_{\max} = 0, y_{\min} = \text{нет}$;
 в) на отрезке $(0; +\infty) : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = \text{нет}$;
 г) на отрезке $(-\infty; 4] : y_{\max} = 0, y_{\min} = \text{нет}$.



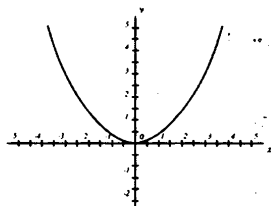
№ 298.



- а) на отрезке $(3; 6) : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = \text{нет}$;
 б) на отрезке $[-3; 6] : y_{\max} = 3, y_{\min} = 0$;
 в) на отрезке $(0; 4] : y_{\max} = \frac{16}{3}, y_{\min} = \text{нет}$;
 г) на отрезке $[-3; 3] : y_{\max} = 3, y_{\min} = 0$.

№ 299.

- а) на отрезке $[0; +\infty) : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = 0$;
 б) на отрезке $(-\infty; 3] : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = 0$;
 в) на отрезке $(3; +\infty) : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = \text{нет}$;
 г) на отрезке $(-\infty; 0] : y_{\max} = \text{нет}, y_{\min} = 0$.



№ 300.

а) $y=x^2$ и $y=2x$; $x^2=2x$, $x^2-2x=0$, $x(x-2)=0$,
 $x=0$, т.е. $y=0$ и $x=2$, т.е. $y=4$;

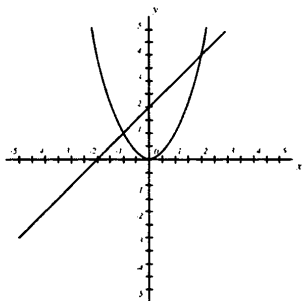
б) $y=-0,5x^2$ и $y=2$; $-0,5x^2=2$, $x^2=-4$, т.е. корней нет;

в) $y=-3x^2$ и $y=-3x$; $-3x^2=-3x$, $-3x^2+3x=0$, $-3x(x-1)=0$,
 $x=0$, т.е. $y=0$ и $x=1$, т.е. $y=-3$;

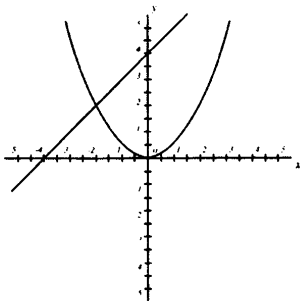
г) $y=\frac{1}{3}x^2$ и $y=3$; $\frac{1}{3}x^2=3$, $x^2=9$, $x=\pm 3$,
 $x=3$, т.е. $y=3$ и $x=-3$, т.е. $y=3$.

№ 301.

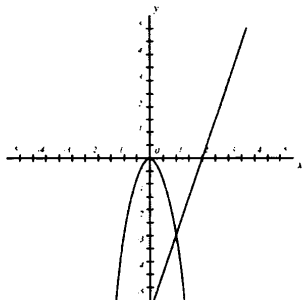
а) $x^2 = x + 2$



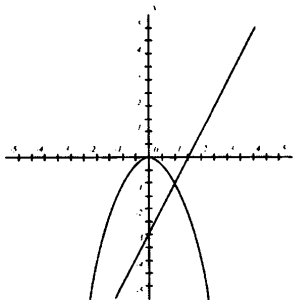
б) $\frac{1}{2}x^2 = x + 4$



в) $-3x^2 = 3x - 6$

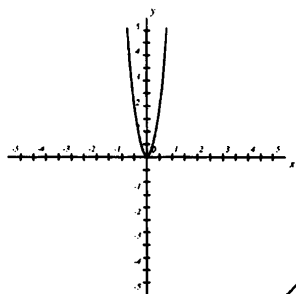


г) $-x^2 = 2x - 3$

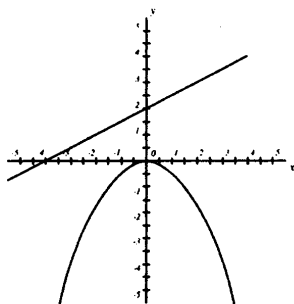


№ 302.

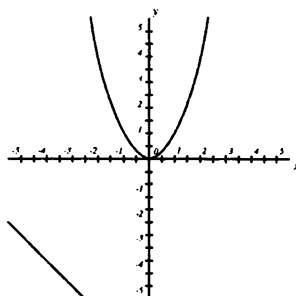
а) $5x^2 = 5x - 35$



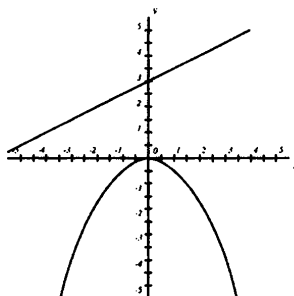
б) $-\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + 2$



в) $x^2 = -x - 8$

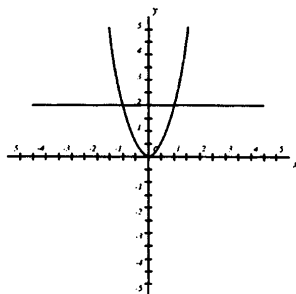


г) $-0,5x^2 = 0,5x + 3$

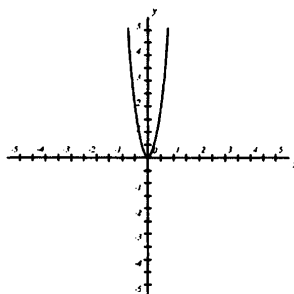


№ 303.

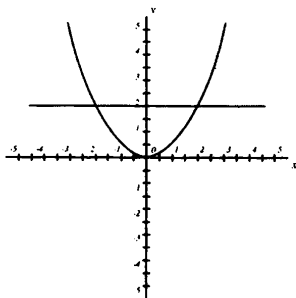
а) $y = 2x^2$ и $y = 2$



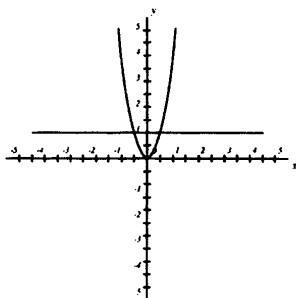
б) $y = 8x^2$ и $y = 0$



в) $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = 2$

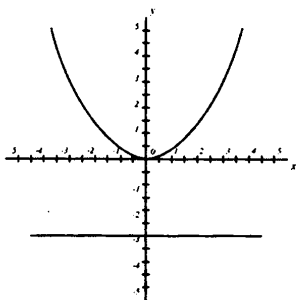


г) $y = 4x^2$ и $y = 1$

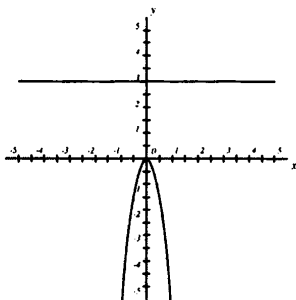


№ 304.

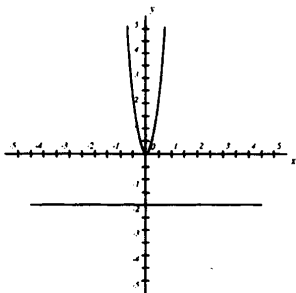
а) $y = \frac{1}{3}x^2$ и $y = -3$



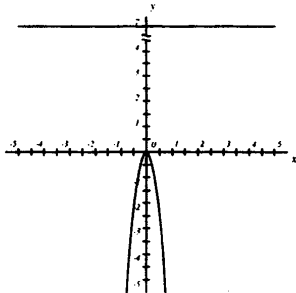
б) $y = -6x^2$ и $y = 3$



в) $y = 12x^2$ и $y = -2$

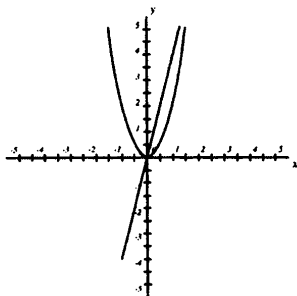


г) $y = -9x^2$ и $y = 7$

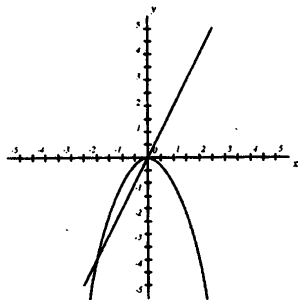


№ 305.

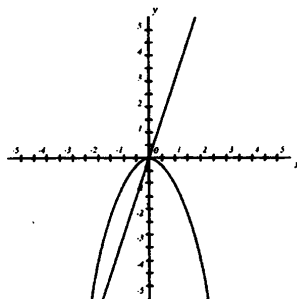
а) $y = 2x^2$ и $y = 4x$



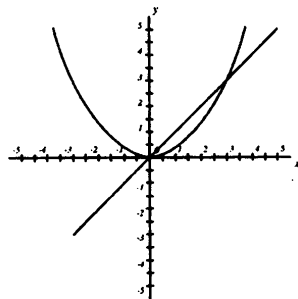
б) $y = -x^2$ и $y = 2x$



в) $y = -x^2$ и $y = 3x$

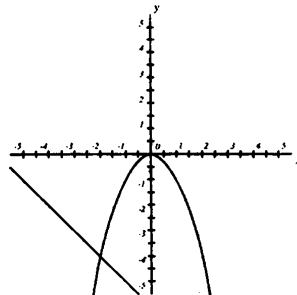


г) $y = \frac{1}{3}x^2$ и $y = x$

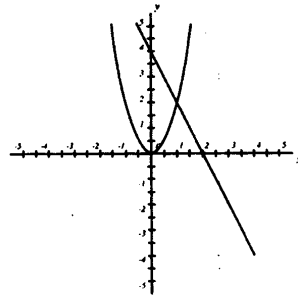


№ 306.

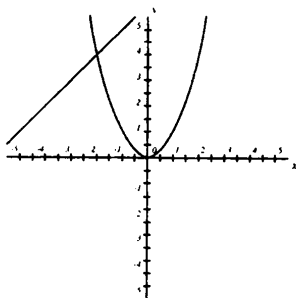
а) $y = -x^2$ и $x + y + 6 = 0$



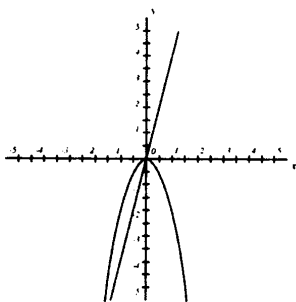
б) $y = 2x^2$ и $2x + y - 4 = 0$



в) $y = x^2$ и $x - y + 6 = 0$

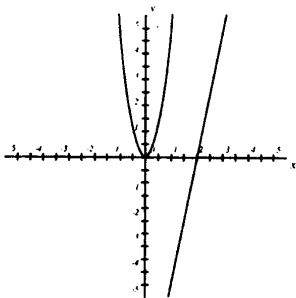


г) $y = -2x^2$ и $4x - y = 0$

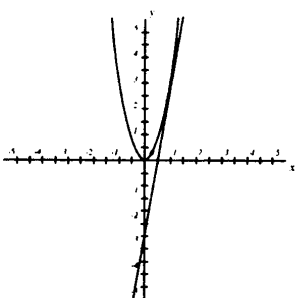


№ 307.

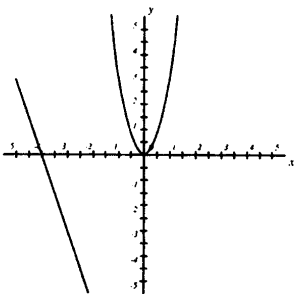
а) $y = 5x^2$ и $y = 5x - 10$



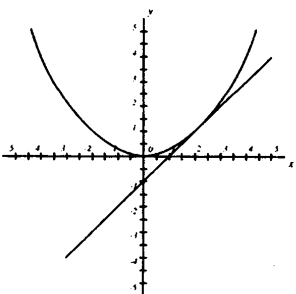
б) $y = 3x^2$ и $y = 6x - 3$



в) $y = 3x^2$ и $y = -3x - 12$

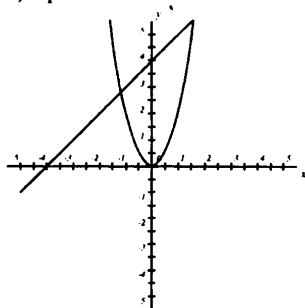


г) $y = \frac{1}{4}x^2$ и $y = x - 1$

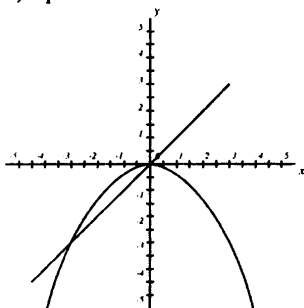


№ 308.

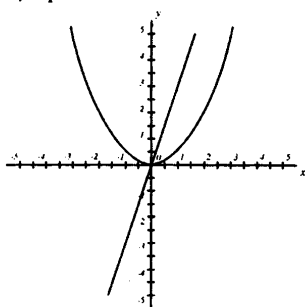
а) 2 решения



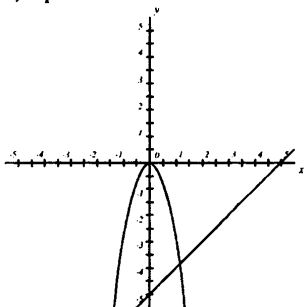
б) 2 решения



в) 2 решения

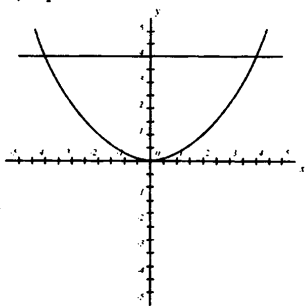


г) 2 решения

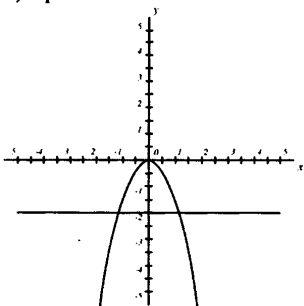


№ 309.

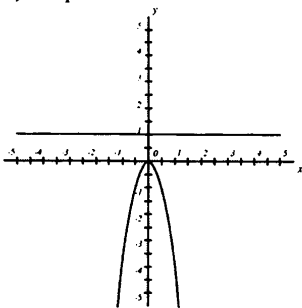
а) 2 решения



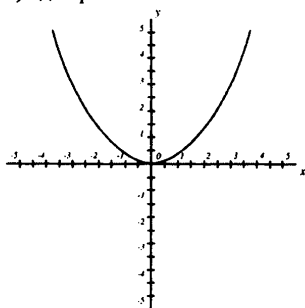
б) 2 решения



в) нет решений

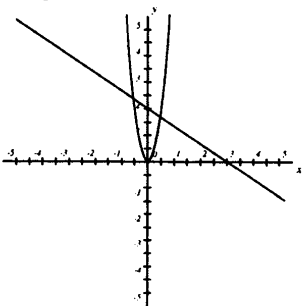


г) одно решение

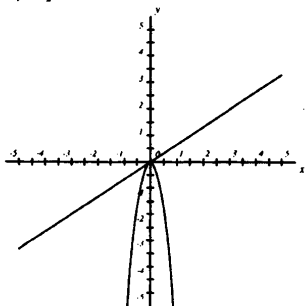


№ 310.

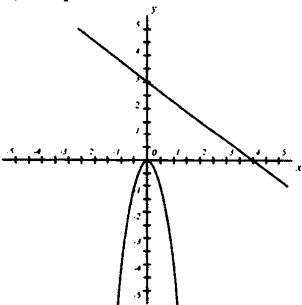
а) 2 решения



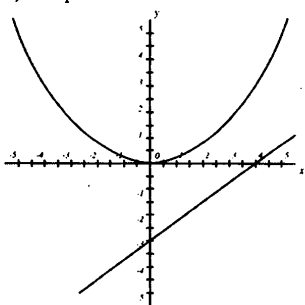
б) 1 решение



в) нет решений



г) нет решений



№ 311.

а) $f(0) = 2 \cdot 0 = 0$;

б) $f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 = 2$;

в) $f(4) = 2 \cdot 4^2 = 32$;

г) $f(-3) = 2 \cdot (-3)^2 = 18$.

№ 312.

а) $f(0,2) = 2 \cdot (0,2)^2 = 0,08$;

б) $f\left(-\frac{1}{4}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$;

в) $f(-1,5) = 2 \cdot (-1,5)^2 = 4,5$;

г) $f\left(-\frac{1}{6}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{18}$.

№ 313.

а) $f(a) = 2a^2$;

б) $f(4a) = 2 \cdot (4a)^2 = 32a^2$;

в) $f(-3a) = 2 \cdot (-3a)^2 = 18a^2$;

г) $f(2a) = 2 \cdot (2a)^2 = 8a^2$.

№ 314.

а) $f(a+1) = 2 \cdot (a+1)^2 = 2a^2 + 4a + 2$;

б) $f(b-2) = 2 \cdot (b-2)^2 = 2b^2 - 8b + 8$;

в) $f(c+11) = 2 \cdot (c+11)^2 = 2c^2 + 44c + 242$;

г) $f(d-13) = 2 \cdot (d-13)^2 = 2d^2 - 52d + 338$

№ 315.

а) $f(x+1) = 2 \cdot (x+1)^2 = 2x^2 + 4x + 2$;

б) $f(x-3) = 2 \cdot (x-3)^2 = 2x^2 - 12x + 18$;

в) $f(x+9) = 2 \cdot (x+9)^2 = 2x^2 + 36x + 162$;

г) $f(x-7) = 2 \cdot (x-7)^2 = 2x^2 - 28x + 98$.

№ 316.

а) $f(x)+1 = 2x^2 + 1$;

б) $f(x)-a = 2x^2 - a$;

в) $f(x)-5 = 2x^2 - 5$;

г) $f(x)+b = 2x^2 + b$.

№ 317.

а) $f(-2) = -4 \cdot (-2)^2 = -16$;

б) $f(3) = -4 \cdot 3^2 = -36$;

в) $f(1) = -4 \cdot 1^2 = -4$;

г) $f(0) = -4 \cdot 0^2 = 0$.

№ 318.

а) $f(0,3) = -4 \cdot (0,3)^2 = -0,36$;

б) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1$;

в) $f(-1,5) = -4 \cdot (-1,5)^2 = 9$;

г) $f\left(-\frac{1}{4}\right) = -4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{1}{4}$.

№ 319.

а) $f(a) = -4a^2$;

б) $f(-2a) = -4 \cdot (-2a)^2 = -16a^2$;

в) $f(-a) = -4 \cdot (-a)^2 = -4a^2$;

г) $f(5a) = -4 \cdot (5a)^2 = -100a^2$.

№ 320.

- а) $f(a+2) = -4 \cdot (a+2)^2 = -4a^2 - 16a - 16$; б) $f(b-1) = -4 \cdot (b-1)^2 = -4b^2 + 8b - 4$;
 в) $f(c+4) = -4 \cdot (c+4)^2 = -4c^2 - 32c - 64$; г) $f(d-8) = -4 \cdot (d-8)^2 = -4d^2 + 64d - 256$.

№ 321.

- а) $f(-x) = -4 \cdot (-x)^2 = -4x^2$; б) $f(2x) = -4 \cdot (2x)^2 = -16x^2$;
 в) $f(-5x) = -4 \cdot (-5x)^2 = -100x^2$; г) $f(3x) = -4 \cdot (3x)^2 = -36x^2$.

№ 322.

- а) $f(x+2) = -4 \cdot (x+2)^2 = -4x^2 - 16x - 16$; б) $f(x-3) = -4 \cdot (x-3)^2 = -4x^2 + 24x - 36$;
 в) $f(x-1) = -4 \cdot (x-1)^2 = -4x^2 + 8x - 4$; г) $f(x+6) = -4 \cdot (x+6)^2 = -4x^2 - 48x - 144$.

№ 323.

- а) $f(x+2) - 1 = -4 \cdot (x+2)^2 - 1 = -4x^2 - 16x - 17$;
 б) $f(x-c) + d = -4 \cdot (x-c)^2 + d = -4x^2 + 8cx - 4c^2 + d$;
 в) $f(x-8) + 5 = -4 \cdot (x-8)^2 + 5 = -4x^2 + 64x - 251$;
 г) $f(x+m) - n = -4 \cdot (x+m)^2 - n = -4x^2 - 8mx - 4m^2 - n$.

№ 324.

- а) $f(-2)$ не определено, $f(6) = 2$,

$f(8)$ не определено;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-1; 6]$

$y = 0$ при $x = 0$,

$y > 0$ при $x \in [-1; 0) \cup (0; 6]$,

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху и снизу,

$y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 2$.

№ 325.

- а) $f(0) = -3 \cdot 0 = 0$,

$$f(2) = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}, \quad f(4) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1;$$

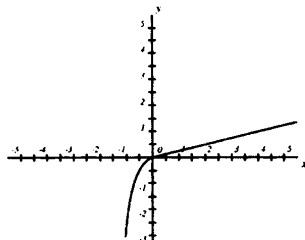
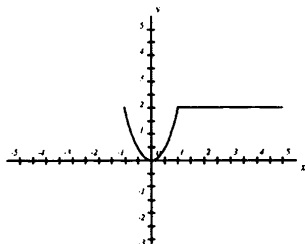
б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-1; 4]$

$y = 0$ при $x = 0$,

$y > 0$ при $x \in (0; 4]$,

$y < 0$ при $x \in [-1; 0)$,



функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху и снизу,

$$y_{\min} = -3, y_{\max} = 1.$$

№ 326.

а) $f(-5)$ не определено, $f(-2) = -2$,

$$f(0) = 0;$$

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-4; 2]$

$$y = 0 \text{ при } x = 0,$$

$$y > 0 \text{ при } x \in (-2; 0) \cup (0; 2],$$

$$y < 0 \text{ при } x \in [-4; -2],$$

функция имеет разрыв при $x = -2$,

функция ограничена и сверху и снизу,

$$y_{\min} = -2, y_{\max} = 2.$$

№ 327.

а) $f(-4) = 8$, $f(0,5) = -\frac{1}{12}$,

$f(8)$ не определено;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-4; 3]$

$$y = 0 \text{ при } x = 0,$$

$$y > 0 \text{ при } x \in [-4; 0),$$

$$y < 0 \text{ при } x \in (0; 3],$$

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху и снизу,

$$y_{\min} = -3, y_{\max} = 3.$$

№ 328.

а) $f(-3) = 18$, $f(0) = 0$, $f(1) = 5$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-4; 1]$

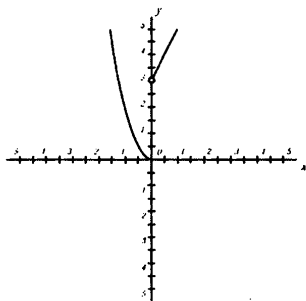
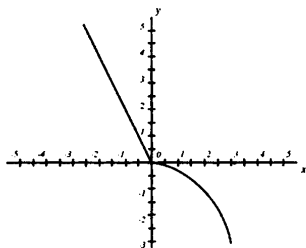
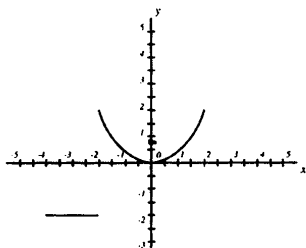
$$y = 0 \text{ при } x = 0,$$

$$y > 0 \text{ при } x \in [-4; 0) \cup (0; 1],$$

функция имеет разрыв при $x = 0$,

функция ограничена и сверху и снизу,

$$y_{\min} = 0, y_{\max} = 32.$$



№ 329.

а) $f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$, $f(0) = 1$, $f(2) = -2$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-1; 2]$

$y = 0$ при $x = 0$,

$y > 0$ при $x \in [-1; 0]$,

$y < 0$ при $x \in (0; 2]$,

функция имеет разрыв при $x = 0$,

функция ограничена и сверху и снизу,

$y_{\min} = -2$, $y_{\max} = 4$.

№ 330.

$A = y_{\max}$ для функции $y = 3x^2$ на отрезке $[-1; 1]$ равно 3,

$B = y_{\max}$ для функции $y = -\frac{1}{7}x^2$ на отрезке $[-1; 1]$ равно 0,

$A > B$.

№ 331.

$C = y_{\max}$ для функции $y = 4x^2$ на отрезке $[-1; 0]$ равно 4,

$D = y_{\min}$ для функции $y = 3 + x$ на отрезке $[1; +\infty)$ равно 4,

$C = D$.

№ 332.

$M = y_{\min}$ для функции $y = 2x$ на отрезке $[2; 5]$ равно 4,

$N = y_{\max}$ для функции $y = -5x^2$ на отрезке $(-\infty; 0]$ равно 0,

$M > N$.

№ 333.

$L = y_{\min}$ для функции $y = 1,8x^2$ на отрезке $[0; +\infty)$ равно 0,

$K = y_{\min}$ для функции $y = -3x + 1$ на отрезке $[-1; 0]$ равно 1,

$L < K$.

№ 334.

$P = y_{\max}$ для функции $y = -702x^2$ на отрезке $[0; +\infty)$ равно 0,

$Q = y_{\min}$ для функции $y = x^2$ на отрезке $[-2; 1]$ равно 0,

$P = Q$.

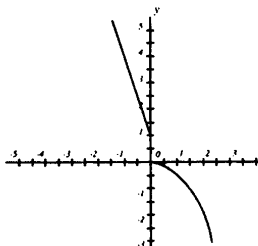
№ 335.

а) $f(a) = 1,5a^2$;

б) $f(-4a) = 1,5 \cdot (-4a)^2 = 24a^2$;

в) $f(-a) = 1,5 \cdot (-a)^2 = 1,5a^2$;

г) $f(2a) = 1,5 \cdot (2a)^2 = 6a^2$.



№ 336.

- а) $f(a-2)=1,5(a-2)^2=1,5a^2-6a+6$; б) $f(x+3)=1,5(x+3)^2=1,5x^2+9x+13,5$;
 в) $f(c+9)=1,5(c+9)^2=1,5c^2+27c+121,5$; г) $f(x-5)=1,5(x-5)^2=1,5x^2-15x+37,5$

№ 337.

- а) $f(-x)=1,5(-x)^2=1,5x^2$; б) $f(3x)=1,5(3x)^2=13,5x^2$;
 в) $f(-2x)=1,5(-2x)^2=6x^2$; г) $f(5x)=1,5(5x)^2=37,5x^2$.

№ 338.

- а) $f(2x+4)=1,5(2x+4)^2=6x^2+24x+24$;
 б) $f(3x-1)=1,5(3x-1)^2=13,5x^2-9x+1,5$;
 в) $f(0,5x+6)=1,5(0,5x+6)^2=0,375x^2+9x+54$;
 г) $f(3-x)=1,5(3-x)^2=13,5-9x+1,5x^2$.

№ 339.

- а) $f(x+2)-1=1,5(x+2)^2-1=1,5x^2+6x+5$;
 б) $f(x-c)+d=1,5(x-c)^2+d=1,5x^2-3cx+1,5c^2+d$;
 в) $f(x-8)+5=1,5(x-8)^2+5=1,5x^2-24x+101$;
 г) $f(x+m)-n=1,5(x+m)^2-n=1,5x^2+3mx+1,5m^2-n$.

№ 340.

- а) $f(x^2)=1,5(x^2)^2=1,5x^4$; б) $f(-x^2)=1,5(-x^2)^2=1,5x^4$.

№ 341.

- а) $f(2x^2)=1,5(2x^2)^2=6x^4$; б) $f(-2x^2)=1,5(-2x^2)^2=6x^4$.

№ 342.

- а) $f(2x)+4=1,5(2x)^2+4=1,5 \cdot 4x^2+4=6x^2+4$;
 б) $2f(x+a)+4=3(x+a)^2=3x^2+6ax+3a^2$;
 в) $6f(-x)=9(-x)^2=9x^2$; г) $8f\left(\frac{x}{2}\right)=12\left(\frac{x}{2}\right)^2=3x^2$.

№ 343.

- а) $f(-x)=2(-x)^2=2x^2$; б) $f(x^2)=2(x^2)^2=2x^4$;
 в) $f(x^3)=2(x^3)^2=2x^6$; г) $f(-x^2)=2(-x^2)^2=2x^4$.

№ 344.

- а) $f(x^2)=-4(x^2)^2=-4x^4$; б) $f(2x^2)=-4(2x^2)^2=-16x^4$;
 в) $f(-3x^2)=-4(-3x^2)^2=-36x^4$; г) $f(x^3)=-4(x^3)^2=-4x^6$.

№ 345.

$$f(x+1)=f(x+4), (x+1)^2=(x+4)^2, x^2+2x+1=x^2+8x+16, 6x=-15, x=-2,5.$$

№ 346.

$$4f(x+3)=f(2x)-24, 4 \cdot 2(x+3)^2=2(2x)^2-24, 8x^2+48x+72=8x^2-24, \\ 48x=-96, x=-2.$$

№ 347.

$$f(x-3)=f(x+5), -(x-3)^2=-(x+5)^2, x^2-6x+9=x^2+10x+25, 16x=-16, x=-1.$$

№ 348.

а) $f(-4)=2, f(0)=0, f(2)=4;$

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-4; 2]$

$y=0$ при $x=0,$

$y>0$ при $x \in [-4; 0) \cup (0; 2],$

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$y_{\min}=0, y_{\max}=4.$

№ 349.

а) $f(-2)=-2, f(2)=-2, f(2,4)=-2;$

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-4; 3]$

$y=0$ при $x=0,$

$y<0$ при $x \in [-4; 0) \cup (0; 3],$

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$y_{\min}=0, y_{\max}=-4.$

№ 350.

а) $f(-2,5)=-6,25, f(0,5)=-1,$

$f(4)$ не определено;

б) изобразим график

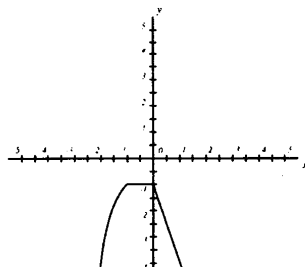
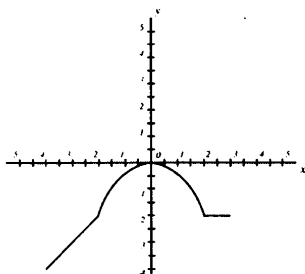
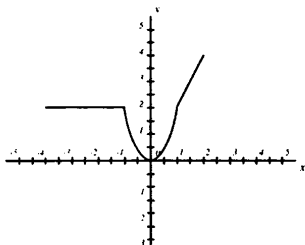
в) О.О.Ф. $[-3; 2]$

$y \neq 0, y<0$ при $x \in [-3; 2],$

функция непрерывна на всей области определения,

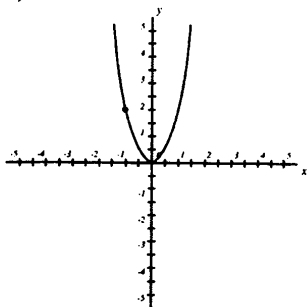
функция ограничена и сверху, и снизу,

$y_{\min}=-9, y_{\max}=-1.$

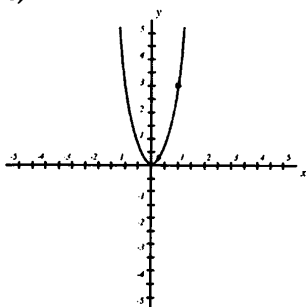


№ 351.

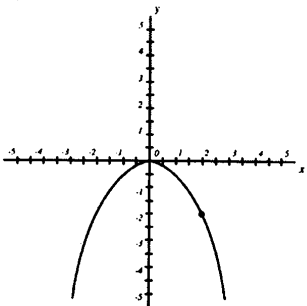
а)



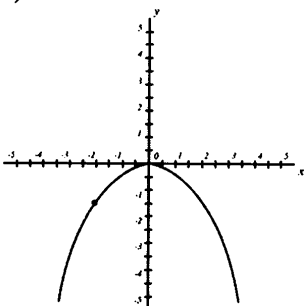
б)



в)

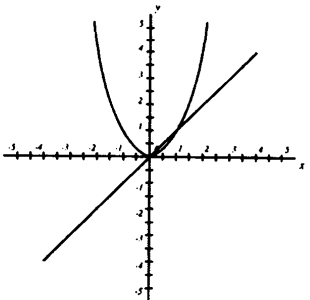


г)

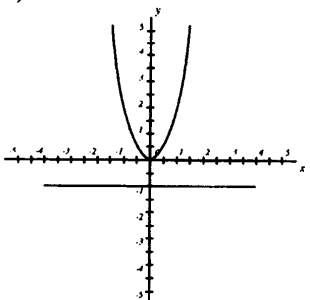


№ 352.

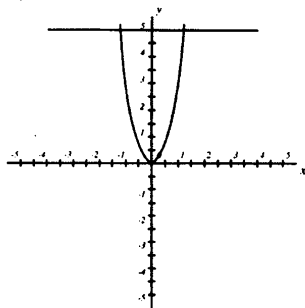
а)



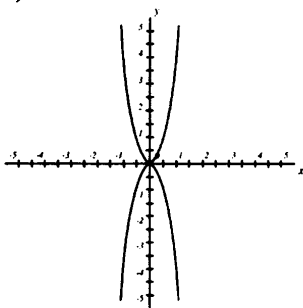
б)



в)



г)

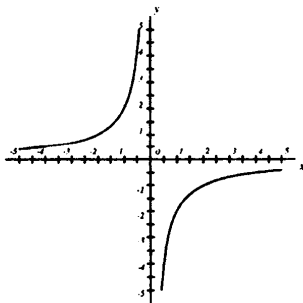
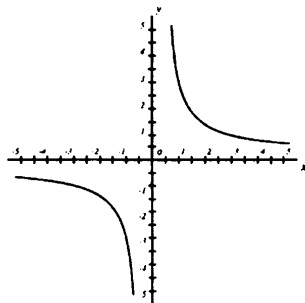


§ 9. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график

№ 353.

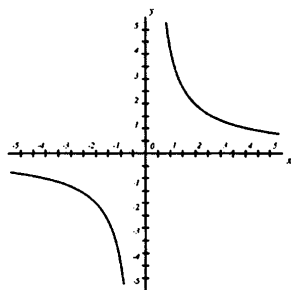
а) $k = 1$;б) $k = 2$;в) $k = \frac{1}{5}$;г) $k = -3$.

№ 354.

а) $y = \frac{1}{x}$,убывает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ б) $y = -\frac{2}{x}$,возрастает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ 

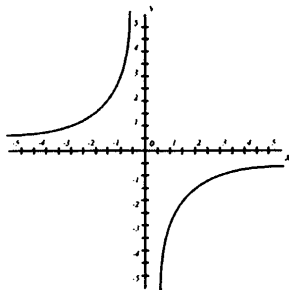
в) $y = \frac{1}{5x}$,

убывает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$



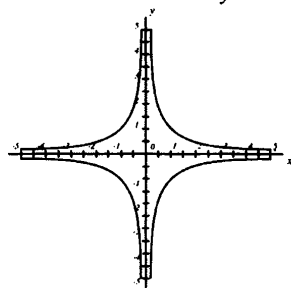
г) $y = -\frac{3}{x}$,

возрастает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$

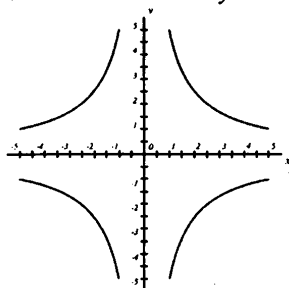


№ 355.

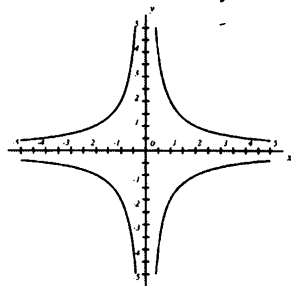
а) графики симметричны относительно осей x и y



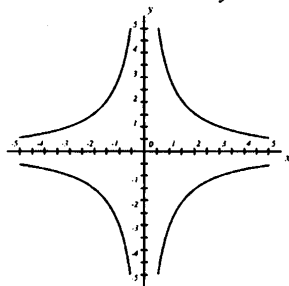
б) графики симметричны относительно осей x и y



в) графики симметричны относительно осей x и y



г) графики симметричны относительно осей x и y



№ 356.**а)** $k > 0$, например, $k = 12$;**б)** $k < 0$, например, $k = -12$.

№ 357. $y = \frac{2}{x}$;

а) при $x = 1$; $y = \frac{2}{x} = 2$;**б)** при $x = -2$; $y = \frac{2}{x} = -1$;**в)** при $x = -1$; $y = \frac{2}{x} = -2$;**г)** при $x = 2$; $y = \frac{2}{x} = 1$.**№ 358.****а)** $y > 0$, $x = -2$, $x = -4$, $x = -15$;**б)** $y > -6$, $x = -5$, $x = 1$, $x = 2$;**в)** $y > -2$, $x = -7$, $x = 1$, $x = -\frac{1}{2}$;**г)** $y > 1$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{7}$, $x = -\frac{1}{10}$;**№ 359.****а)** $y < 7$, $x = 2$, $x = -5$, $x = 1$;**б)** $y < 2$, $x = 2$, $x = -4$, $x = 15$;**в)** $y < -1$, $x = \frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{10}$, $x = \frac{1}{20}$;**г)** $y < 6$, $x = -2$, $x = -3$, $x = 5$;**№ 360.****а)** $y(1) = \frac{68}{1} = 68$ – принадлежит;**б)** $y(5) = \frac{68}{5} \neq 13$ – не принадлежит;**в)** $y(-2) = \frac{68}{-2} \neq 34$ – не принадлежит; **г)** $y(-4) = \frac{68}{-4} = -17$ – принадлежит.**№ 361.****а)** $M(3; 7)$, $y = \frac{k}{x}$, $k = 3 \cdot 7 = 21$, $y = \frac{21}{x}$;**б)** $N(-0,2; 12)$, $y = \frac{k}{x}$, $k = -0,2 \cdot 12 = -2,4$, $y = \frac{-2,4}{x}$;**в)** $K(-4; 19)$, $y = \frac{k}{x}$, $k = -4 \cdot 19 = -76$, $y = \frac{-76}{x}$;**г)** $L(2,5; 8)$, $y = \frac{k}{x}$, $k = 2,5 \cdot 8 = 20$, $y = \frac{20}{x}$.**№ 362.****а)** $y_{\max} = -1$ при $x = -2$, $y_{\min} = -2$ при $x = -1$;**б)** $y_{\max} = 2$ при $x = 1$, y_{\min} – не существует;**в)** $y_{\max} = -\frac{1}{2}$ при $x = -4$, $y_{\min} = -1$ при $x = -2$;**г)** y_{\max} – не существует, $y_{\min} = 1$ при $x = 2$.

№ 363.

- а) y_{\max} – не существует, $y_{\min} = -2$ при $x = -1$;
 б) $y_{\max} = 1$ при $x = 2$, y_{\min} – не существует;
 в) $y_{\max} = 2$ при $x = 1$, y_{\min} – не существует;
 г) y_{\max} – не существует, $y_{\min} = -1$ при $x = -2$.

№ 364. (в учебнике опечатка в пункте а)

- а) $y_{\max} = 2$ при $x = -2$, $y_{\min} = 1$ при $x = -4$;
 б) y_{\max} – не существует, y_{\min} – не существует;
 в) $y_{\max} = 4$ при $x = -1$, $y_{\min} = 2$ при $x = -2$;
 г) y_{\max} – не существует, y_{\min} – не существует.

№ 365. (в учебнике опечатка в пункте б)

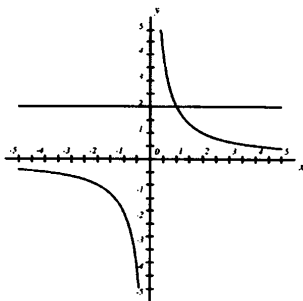
- а) $y_{\max} = 4$ при $x = -1$, y_{\min} – не существует;
 б) y_{\max} – не существует, $y_{\min} = -4$ при $x = 1$;
 в) y_{\max} – не существует, $y_{\min} = -2$ при $x = 2$;
 г) $y_{\max} = 2$ при $x = -2$, y_{\min} – не существует.

№ 366.

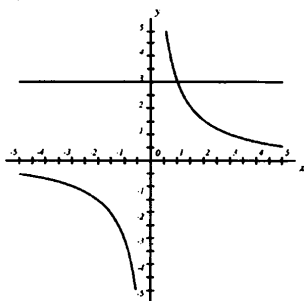
- а) $y = \frac{2}{x}$ и $y = 2x$, $\frac{2}{x} = 2x$, $x^2 = 1$, $x_1 = -1$, $y_1 = -2$ или $x_2 = 1$, $y_2 = 2$;
 б) $y = -\frac{3}{x}$ и $y = -3x$, $-\frac{3}{x} = -3x$, $x^2 = 1$, $x_1 = -1$, $y_1 = 3$ или $x_2 = 1$, $y_2 = -3$;
 в) $y = -\frac{5}{x}$ и $y = -5$, $-\frac{5}{x} = -5$, $x = 1$, $y = -5$;
 г) $y = \frac{4}{x}$ и $y = 1$, $\frac{4}{x} = 1$, $x = 4$, $y = 1$.

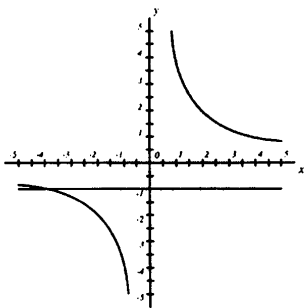
№ 367.

а) $x = 1$

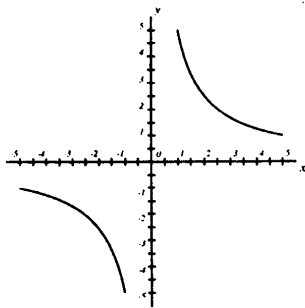


б) $x = 1$

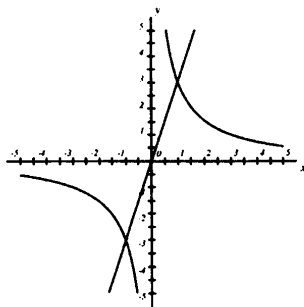
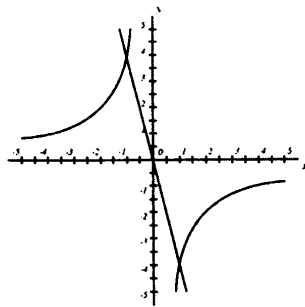
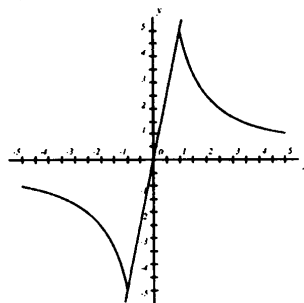
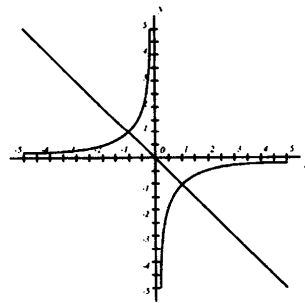


в) $x = -4$ 

г) нет решений

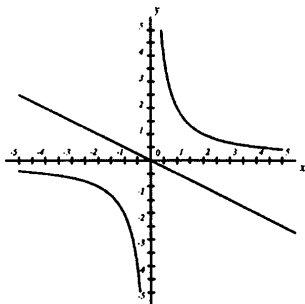
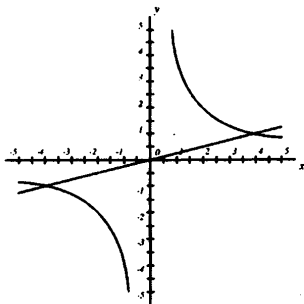
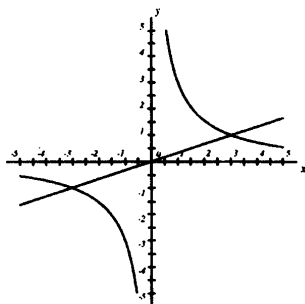


№ 368.

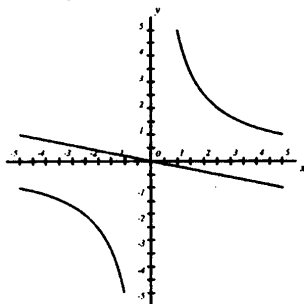
а) $x = \pm 1$ б) $x = \pm 1$ в) $x = \pm 1$ г) $x = \pm 1$ 

№ 369.

а) нет решений

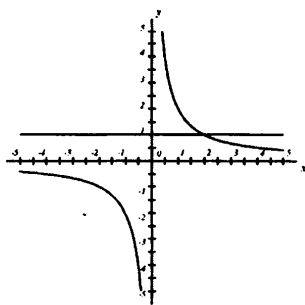
б) $x = \pm 4$ в) $x = \pm 3$ 

г) нет решений

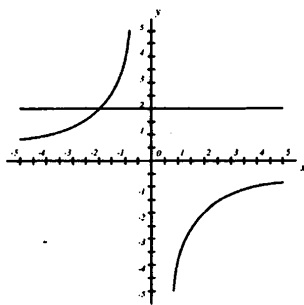


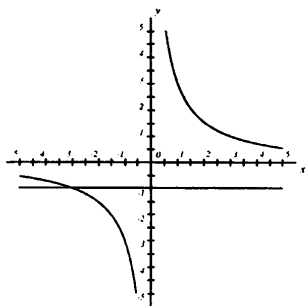
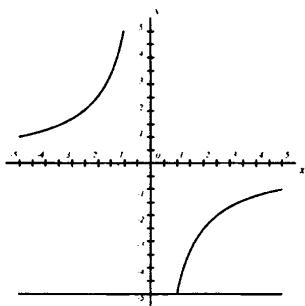
№ 370.

а) (2; 1)

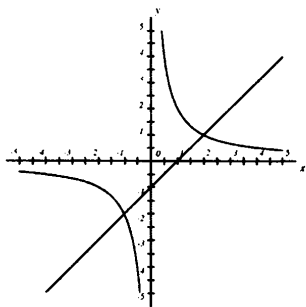
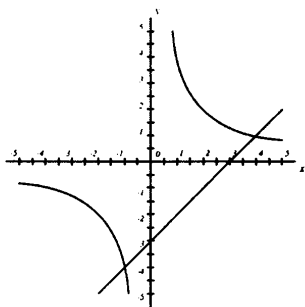
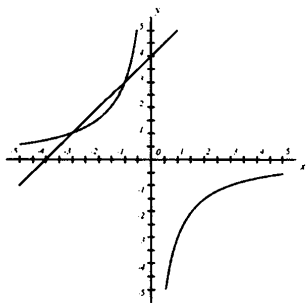
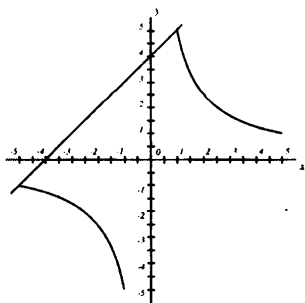


б) (-2; 2)

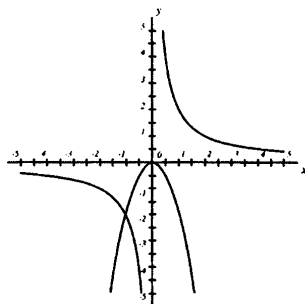
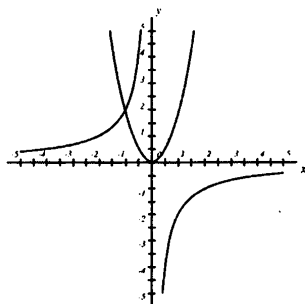
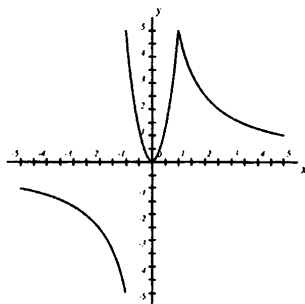
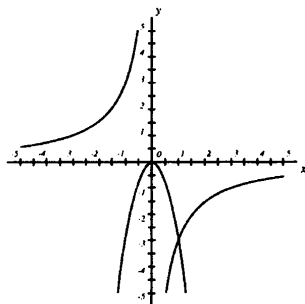


в) $(-3; -1)$ г) $(1; -5)$ 

№ 371.

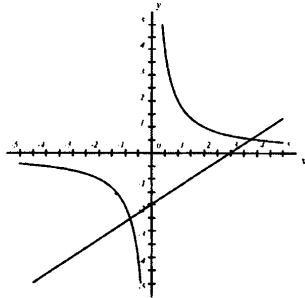
а) $(-1; -2)$ и $(2; 1)$ б) $(4; 1)$ и $(-1; -4)$ в) $(-1; 3)$ и $(-3; 1)$ г) $(-5; -1)$ и $(1; 5)$ 

№ 372.

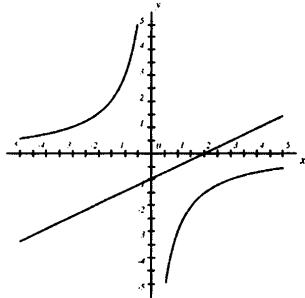
а) $(-1; -2)$ б) $(-1; 2)$ в) $(1; 5)$ г) $(1; -3)$ 

№ 373.

а) 2 решения

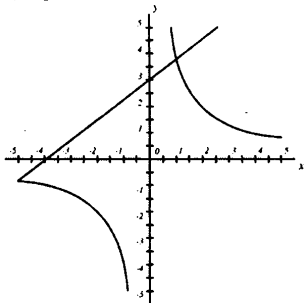
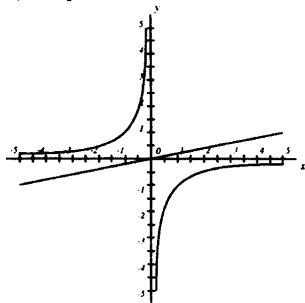


б) нет решений



в) нет решений

г) 2 решения



№ 374.

$$\text{а) } f(1) = \frac{4}{1} = 4; \quad \text{б) } f(-2) = -\frac{4}{2} = -2; \quad \text{в) } f(0,3) = \frac{4 \cdot 10}{3} = \frac{40}{3}; \quad \text{г) } f\left(-\frac{1}{6}\right) = -4 \cdot 6 = -24$$

№ 375.

$$\text{а) } f(-2a) = -\frac{4}{2a} = -\frac{2}{a}; \quad \text{б) } f(4a) = \frac{4}{4a} = \frac{1}{a}; \quad \text{в) } f(3x) = \frac{4}{3x}; \quad \text{г) } f(-x) = \frac{4}{-x} = -\frac{4}{x}.$$

№ 376.

$$\text{а) } f(a+1) = \frac{4}{a+1}; \quad \text{б) } f(b-3) = \frac{4}{b-3}; \quad \text{в) } f(x+1) = \frac{4}{x+1}; \quad \text{г) } f(x-10) = \frac{4}{x-10}.$$

№ 377.

$$\text{а) } f(x-2)+1 = \frac{4}{x-2}+1 = \frac{x+2}{x-2}; \quad \text{б) } f(x+2)-2 = \frac{4}{x+2}-2 = \frac{-2x}{x+2};$$

$$\text{в) } f(x-3)+5 = \frac{4}{x-3}+5 = \frac{5x-11}{x-3}; \quad \text{г) } f(x+7)-1 = \frac{4}{x+7}-1 = \frac{-x-3}{x+7}.$$

№ 378.

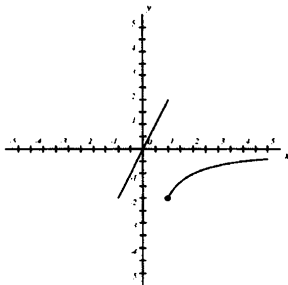
$$\text{а) } f(-1) = -2, \quad f(1) = 2, \quad f(5) = -\frac{2}{5};$$

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-1; +\infty)$ $y = 0$ при $x = 0$, $y > 0$ при $x \in (0; 1]$, $y < 0$ при $x \in [-1; 0) \cup (1; +\infty)$,функция имеет разрыв при $x = 1$,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$$y_{\min} = -2, \quad y_{\max} = 2.$$



№ 379.

а) $f(-4) = -\frac{3}{4}$, $f(-1) = -3$, $f(1) = -3$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $(-\infty; 1]$

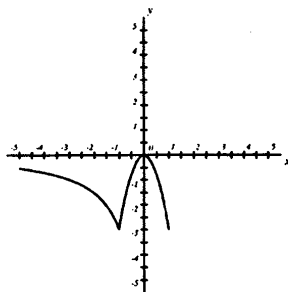
$y = 0$ при $x = 0$,

$y < 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1]$,

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$y_{\min} = -3$, $y_{\max} = 0$.



№ 380.

A = y_{\max} для функции $y = \frac{3}{x}$ на отрезке $[1; 3]$ равно 3,

B = y_{\min} для функции $y = x^2$ на отрезке $[-1; 1]$ равно 0,

A > B.

№ 381.

C = y_{\min} для функции $y = -\frac{1}{x}$ на отрезке $[1; +\infty)$ равно -1,

D = y_{\max} для функции $y = 2x^2$ на отрезке $[0; 1]$ равно 2,

C < D.

№ 382.

P = y_{\max} для функции $y = \frac{78}{x}$ на отрезке $[1; 7]$ равно 78,

Q = y_{\max} для функции $y = -103x^2$ на отрезке $[-5; 4]$ равно 0,

P > Q.

№ 383.

а) $f(x^2) = \frac{4}{x^2}$; б) $\frac{1}{4}f(x^3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{x^3} = \frac{1}{x^3}$; в) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4x}{1} = 4x$; г) $-f(x^5) = -\frac{4}{x^5}$.

№ 384.

а) $f^2(x) = \left(\frac{4}{x}\right)^2 = \frac{16}{x^2}$;

б) $\frac{1}{f(x)} = 1 : \frac{4}{x} = \frac{x}{4}$;

в) $f^3(x) = \left(\frac{4}{x}\right)^3 = \frac{64}{x^3}$;

г) $-\frac{2}{f(x)} = -2 : \frac{4}{x} = -\frac{x}{2}$.

№ 385.

$$f(x+1) - f(x-1) = \frac{4}{x+1} - \frac{4}{x-1} = \frac{4(x-1-x-1)}{(x+1)(x-1)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{16}{(x+1)(x-1)} =$$

$$= -\frac{1}{2} f(x+1) \cdot f(x-1).$$

№ 386.

$$f(x+2) + f(2-x) = \frac{3}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{6-3x+3x+6}{(x+2)(2-x)} = -4 \cdot \frac{3}{x^2-4} = -4f(x^2-4).$$

№ 387.

$$f(x+3) = 2f(x+5), \quad \frac{1}{x+3} = 2 \cdot \frac{1}{x+5}, \quad \frac{2x+6-x-5}{(x+3)(x+5)} = 0, \quad \frac{x+1}{(x+3)(x+5)} = 0, \quad x = -1.$$

№ 388.

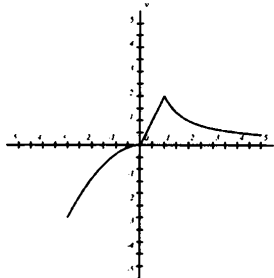
а) $f(-3) = -3$, $f(1) = 2$, $f(10) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-3; +\infty)$ $y = 0$ при $x = 0$, $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$, $y < 0$ при $x \in [-3; 0)$,

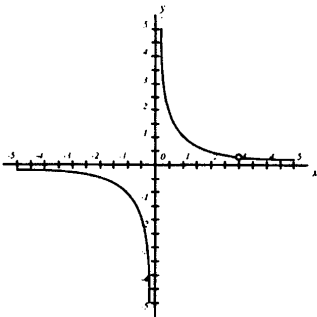
функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху, и снизу,

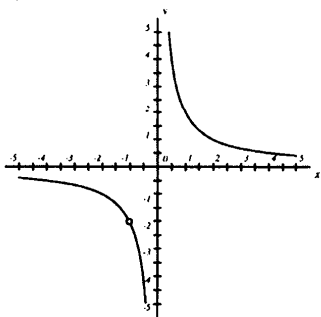
 $y_{\min} = -3$, $y_{\max} = 2$.

№ 389.

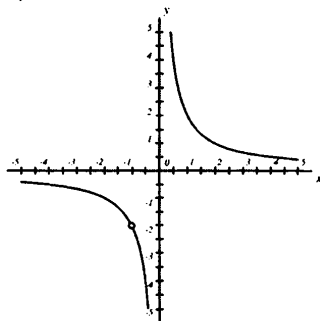
а)



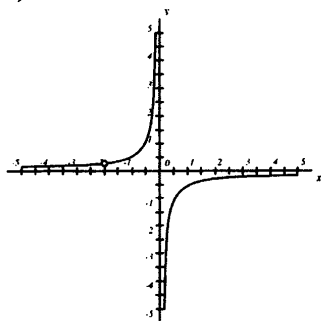
б)



в)

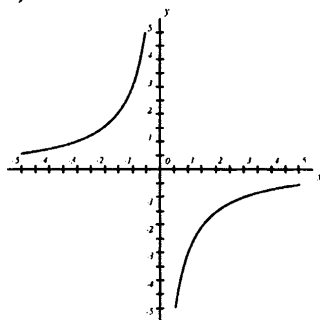


г)

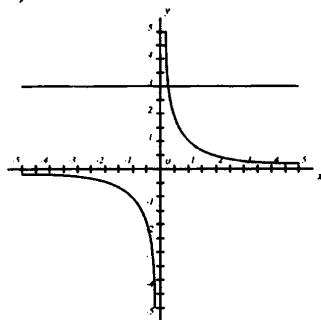


№ 390.

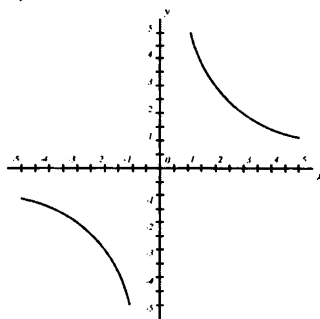
а)



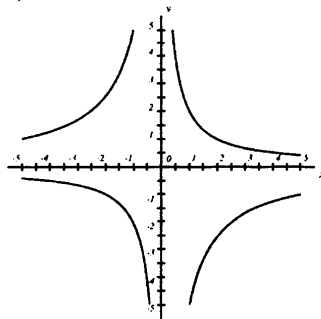
б)



в)



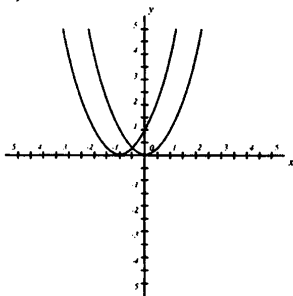
г)



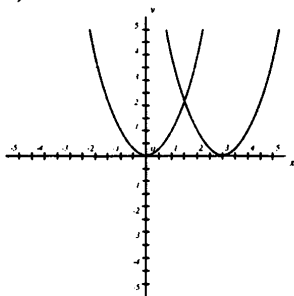
§ 10. Как построить график функции $y=f(x+l)$, если известен график функции $y=f(x)$

№ 391.

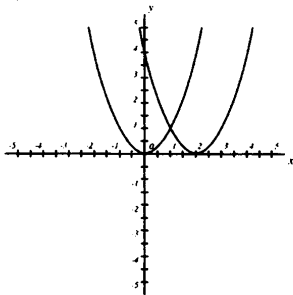
а)



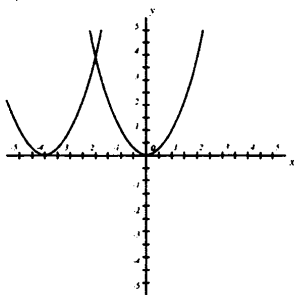
б)



в)

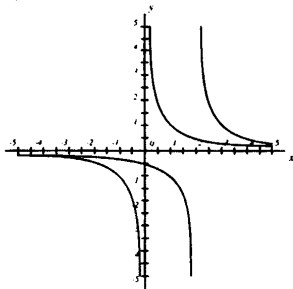


г)

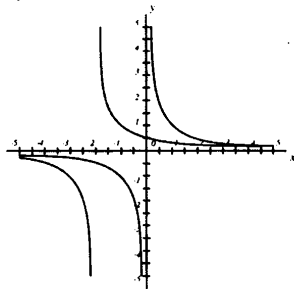


№ 392.

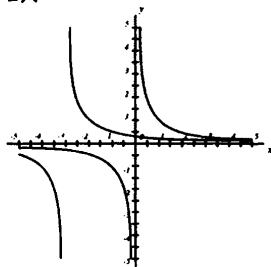
а)



б)



в) :



№ 393.

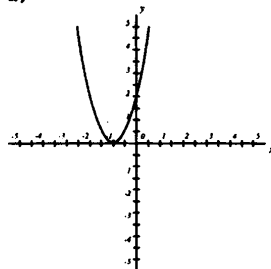
а) $y = 3(x+4)^2$; б) $y = 3(x-3)^2$;

№ 394.

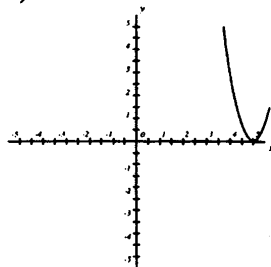
а) $y = \frac{7}{x+6}$; б) $y = \frac{7}{x-2}$;

№ 395.

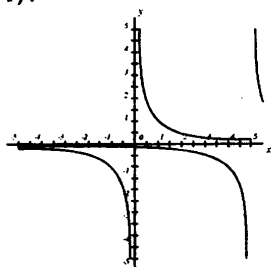
а)



в)



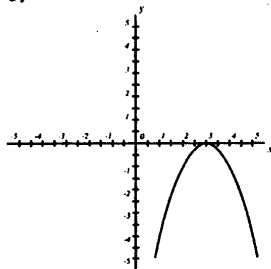
г) .



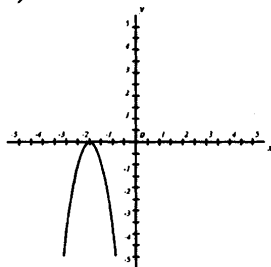
в) $y = 3(x+5,7)^2$; г) $y = 3\left(x-\frac{2}{9}\right)^2$.

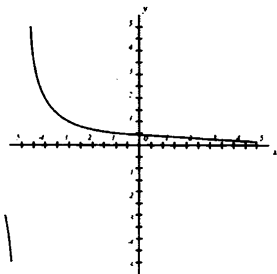
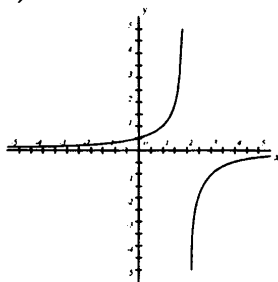
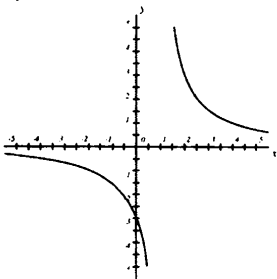
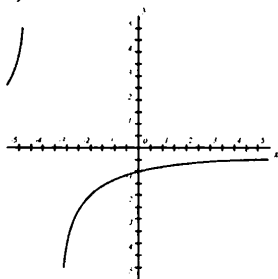
в) $y = \frac{7}{x+4,7}$; г) $y = \frac{x}{x-\frac{7}{8}}$.

б)



г)



№ 396.**а)****б)****в)****г)****№ 397.**

$$\text{а) } y = (x-2)^2; \quad \text{б) } y = -2(x+1)^2; \quad \text{в) } y = 3(x+2)^2; \quad \text{г) } y = -\frac{1}{2}(x-4)^2.$$

№ 398.

$$\text{а) } y = \frac{1}{x-1}; \quad \text{б) } y = -\frac{2}{x+2}; \quad \text{в) } y = \frac{3}{x-2}; \quad \text{г) } y = -\frac{1}{x+2}.$$

№ 399.

- а) $y_{\max} = 2$ при $x = 0$ или $x = 2$, $y_{\min} = 0$ при $x = 1$;
 б) y_{\max} – не существует, $y_{\min} = 0$ при $x = 1$;
 в) y_{\max} – не существует, $y_{\min} = 0$ при $x = 1$;
 г) $y_{\max} = 2$ при $x = 2$, $y_{\min} = 0$ при $x = 1$.

№ 400.

- а) $y_{\max} = 4$ при $x = 4$, $y_{\min} = 1$ при $x = 7$;
 б) y_{\max} – не существует, y_{\min} – не существует;
 в) $y_{\max} = 4$ при $x = 4$, y_{\min} – не существует;
 г) y_{\max} – не существует, $y_{\min} = 1$ при $x = 7$.

№ 401.

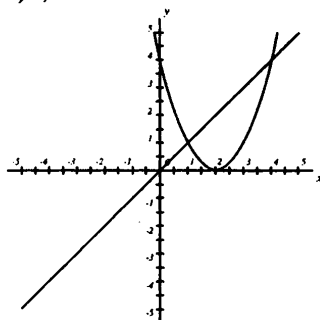
а) $y_{\max} = 0$ при $x = -4$, $y_{\min} = -5$ при $x = -5$ или $x = -3$;б) $y_{\max} = 0$ при $x = -4$, y_{\min} — не существует;в) $y_{\max} = 0$ при $x = -4$, y_{\min} — не существует;г) $y_{\max} = 0$ при $x = -4$, y_{\min} — не существует.

№ 402.

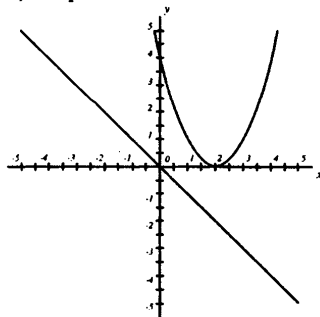
а) $y_{\max} = 2$ при $x = -3$, $y_{\min} = 1$ при $x = -4$;б) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = -\frac{1}{3}$ при $x = 4$;в) y_{\max} — не существует, y_{\min} — не существует;г) $y_{\max} = -1$ при $x = 0$, $y_{\min} = -2$ при $x = -1$.

№ 403.

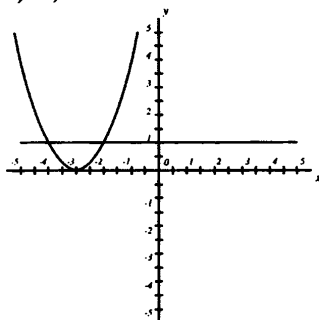
а) 1; 4



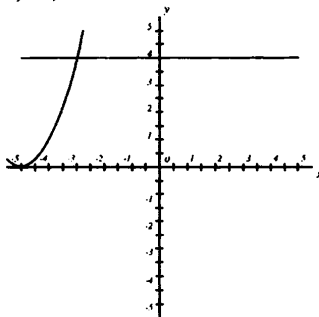
в) нет решений



б) -4; -2

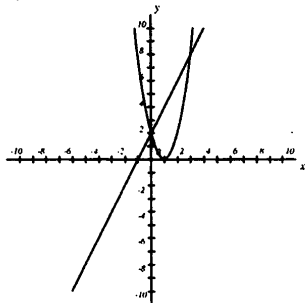


г) -3; -7

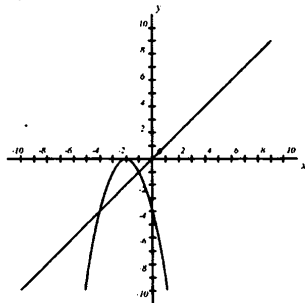


№ 404.

а) 3; 0

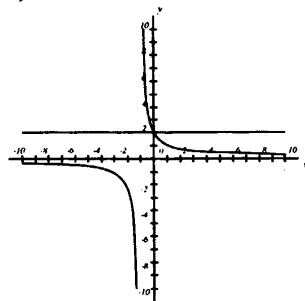


в) -1; -4

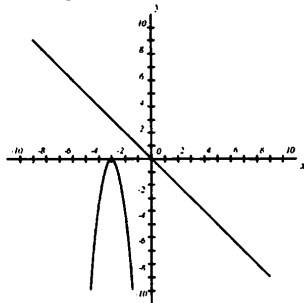


№ 405.

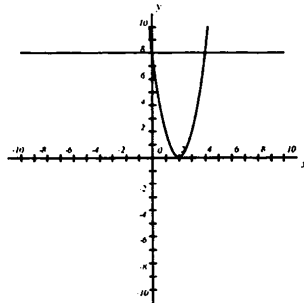
а) 0



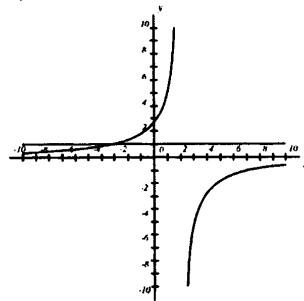
б) нет решений



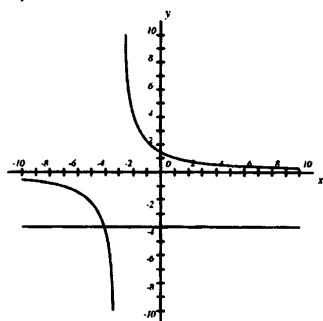
г) 0; 4



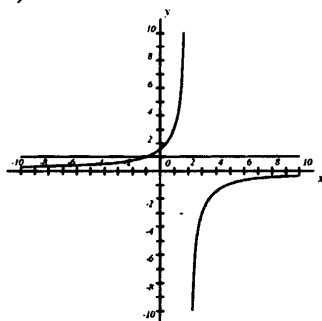
б) -3



в) -4

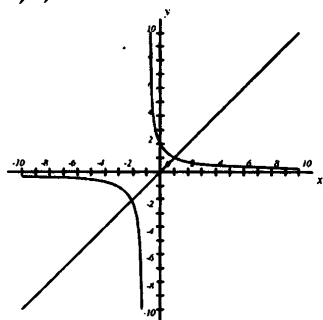


г) -1

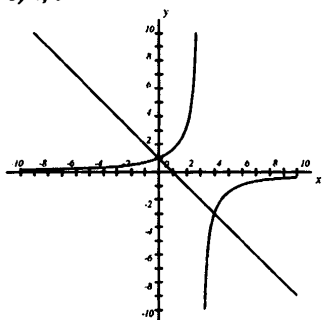


№ 406.

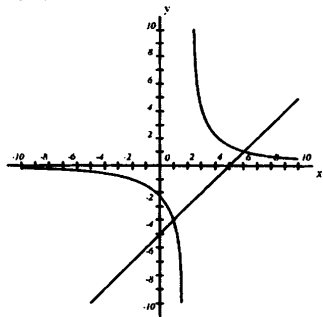
а) 1; -2



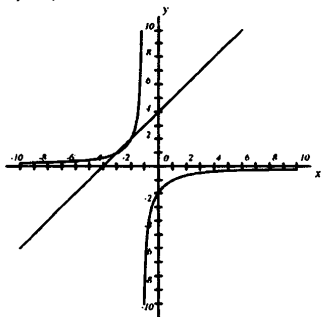
б) 4; 0



в) 6; 1

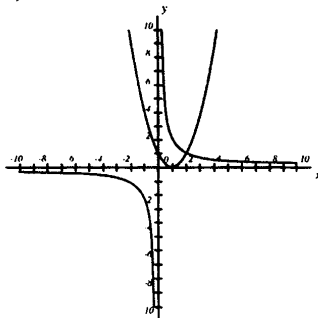


г) -3; -2

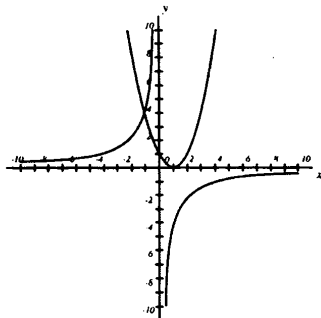


№ 407.

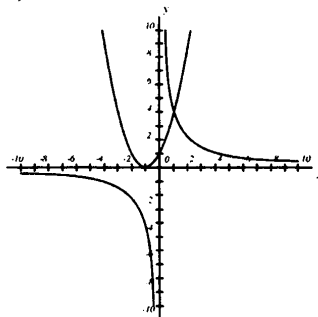
а) 2



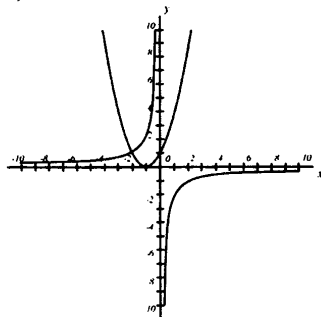
б) -1



в) 1



г) -2



№ 408.

а) $f(-1) = -\frac{1}{2}$, $f(3) = 0$,

$f(7)$ не определено;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-2; 4]$

$y = 0$ при $x = 0$ и $x = 3$,

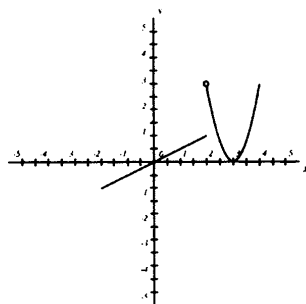
$y > 0$ при $x \in (0; 3) \cup (3; 4]$,

$y < 0$ при $x \in [-2; 0)$,

функция имеет разрыв при $x = 2$,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$y_{\min} = -1$, $y_{\max} = 3$.



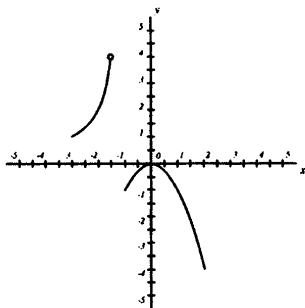
№ 409.

а) $f(-1,5) = 4$, $f(-1) = -1$, $f(2) = -4$;

б) изобразим график

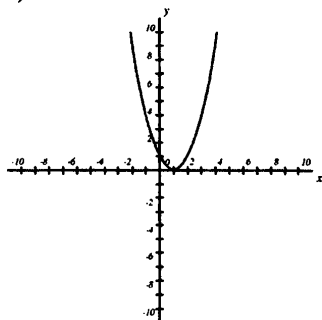
в) О.О.Ф. $[-3; 2]$ $y = 0$ при $x = 0$, $y > 0$ при $x \in [-3; -1)$, $y < 0$ при $x \in [-1; 0) \cup (0; 2]$,функция имеет разрыв при $x = -1$,

функция ограничена снизу и не ограничена сверху,

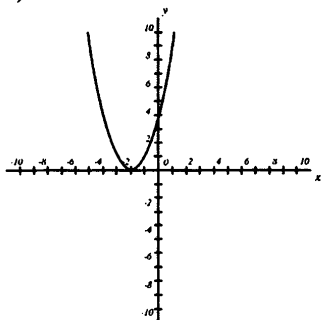
 $y_{\min} = -4$, $y_{\max} =$ не существует.

№ 410.

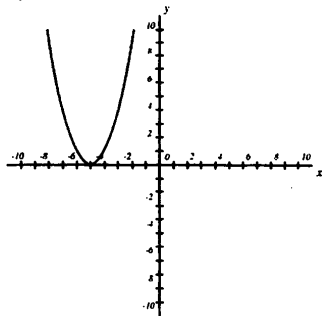
а)



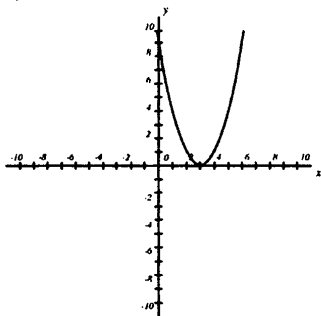
б)



в)

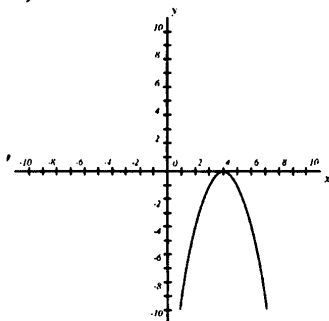


г)

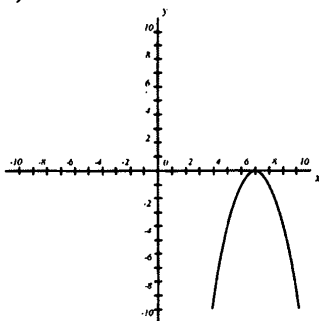


№ 411.

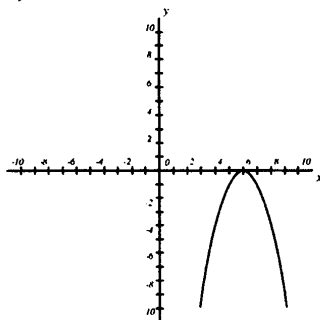
а)



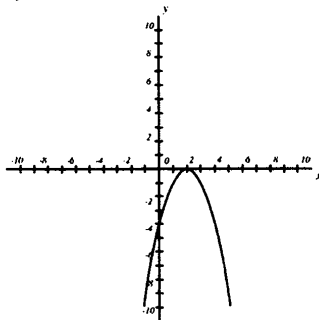
б)



в)

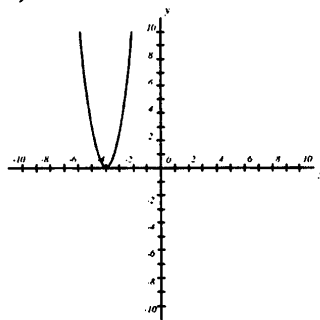


г)

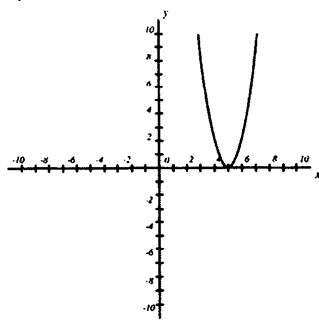


№ 412.

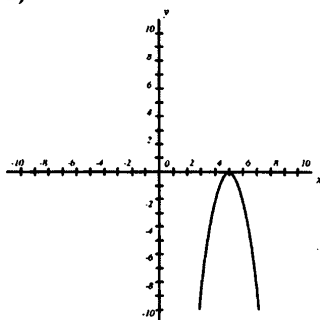
а)



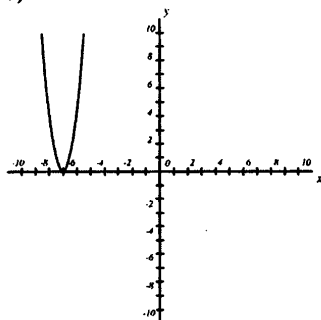
б)



в)

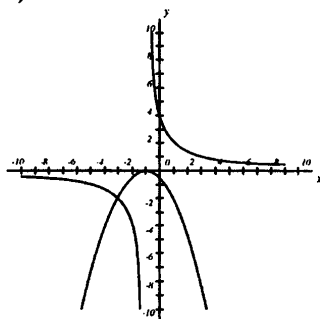


г)

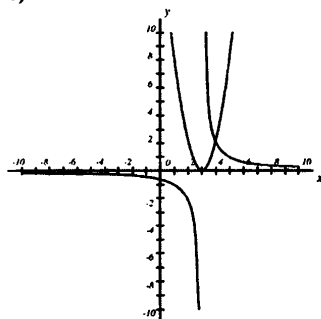


№ 413.

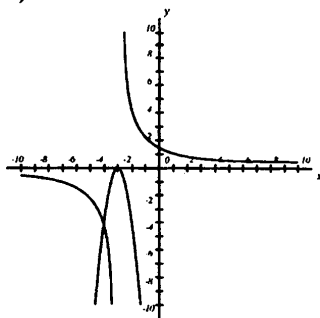
а) -3



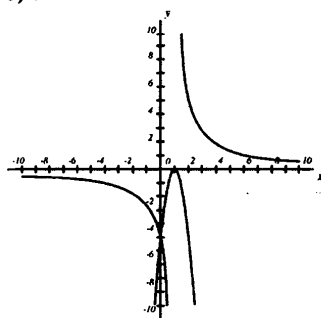
б) 4



в) -4

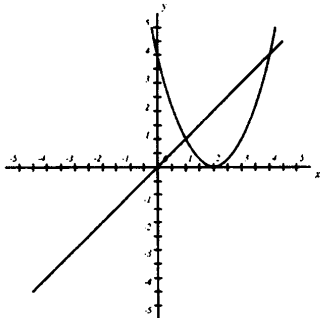


г) 0

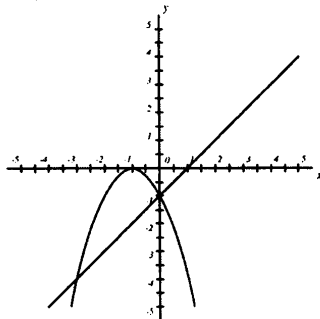


№ 414.

а) (1; 1) и (4; 4)

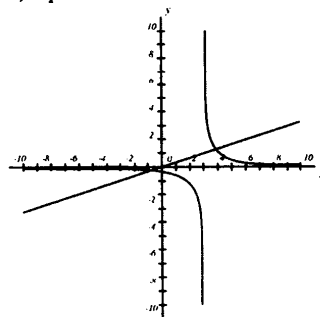


в) (0; -1) и (-3; -4)

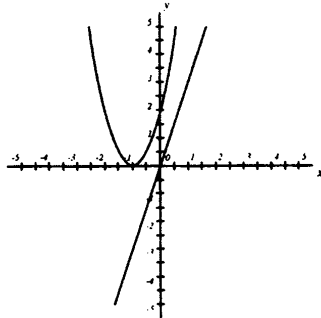


№ 415.

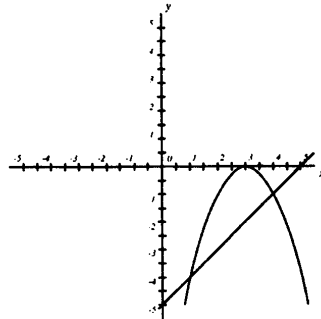
а) 2 решения



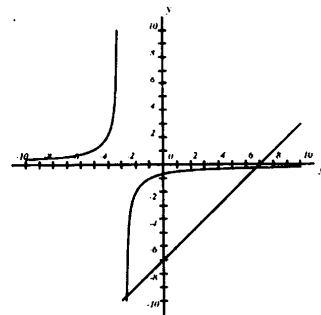
б) нет решений



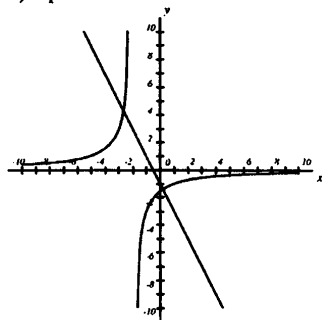
г) (1; -4) и (4; -1)



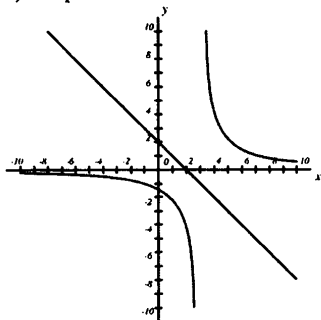
б) 2 решения



в) 2 решения



г) нет решений

**№ 416.**
 $A = y_{\max}$ для функции $y = -3(x+4)^2$ на отрезке $[-5; -3]$ равно -3 ,

 $B = y_{\min}$ для функции $y = \frac{3}{x}$ на отрезке $[1; +\infty)$ равно 3 ,
 $A < B$.**№ 417.**
 $M = y_{\min}$ для функции $y = 5(x+3)^2$ на отрезке $[-4; -2]$ равно 0 ,

 $N = y_{\max}$ для функции $y = 2x+3$ на отрезке $[0; 1]$ равно 5 ,
 $M < N$.**№ 418.**
 $K = y_{\max}$ для функции $y = -\frac{1}{x+2}$ на отрезке $(-\infty; -3]$ равно 1 ,

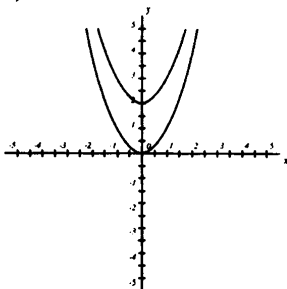
 $L = y_{\min}$ для функции $y = -3x+2$ на отрезке $(-\infty; 1]$ равно -1 ,
 $K > L$.**№ 419.**
 $P = y_{\max}$ для функции $y = -(x+5)^2$ на отрезке $[-6; -4]$ равно 0 ,

 $Q = y_{\min}$ для функции $y = -2(x-1)^2$ на отрезке $[0; 2]$ равно 0 ,
 $P = Q$.

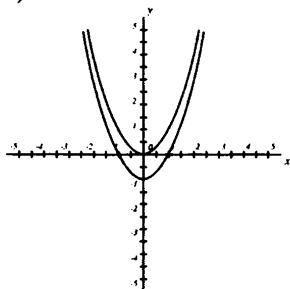
§ 11. Как построить график функции $y=f(x) + m$, если известен график функции $y=f(x)$

№ 420.

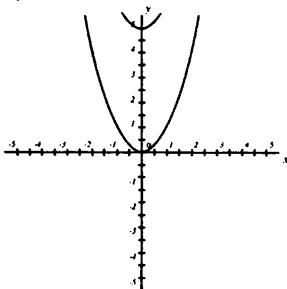
а)



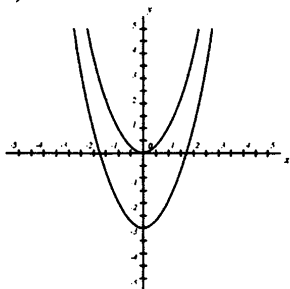
б)



в)

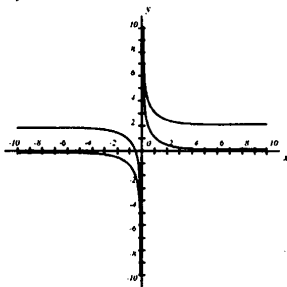


г)

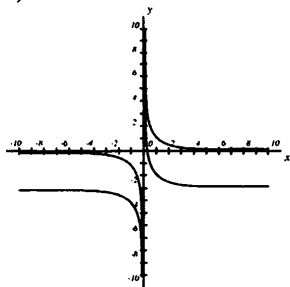


№ 421.

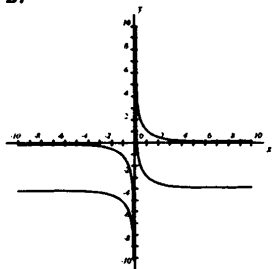
а)



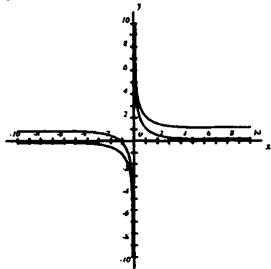
б)



в)



г)



№ 422.

а) $y = 2x^2 + 3$;

б) $y = 2x^2 - 7$;

в) $y = 2x^2 + 0,1$;

г) $y = 2x^2 - \frac{4}{9}$.

№ 423.

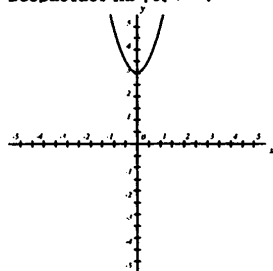
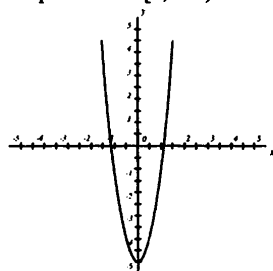
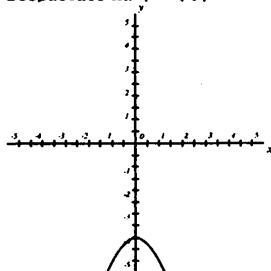
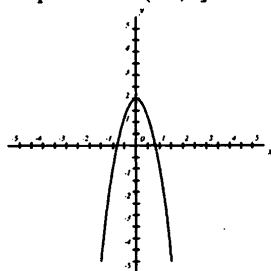
а) $y = \frac{9}{x} + 3$;

б) $y = \frac{9}{x} - 8$;

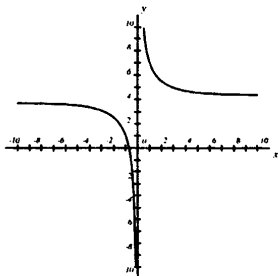
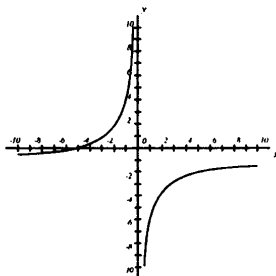
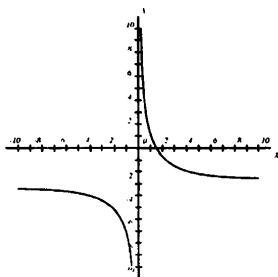
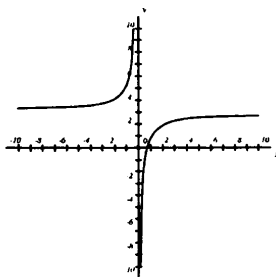
в) $y = \frac{9}{x} + 7,9$;

г) $y = \frac{9}{x} - \frac{6}{11}$.

№ 424.

а) убывает на $[-\infty; 0]$,
возрастает на $[0; +\infty)$ в) убывает на $(-\infty; 0]$,
возрастает на $[0; +\infty)$ б) убывает на $[0; +\infty)$,
возрастает на $(-\infty; 0]$ г) убывает на $[0; +\infty)$,
возрастает на $(-\infty; 0]$ 

№ 425.

а) убывает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ б) возрастает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ в) убывает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ г) возрастает на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ 

№ 426.

а) $y = 2x^2 + 1$; б) $y = 3 - \frac{1}{2}x^2$; в) $y = -2x^2 - 2$; г) $y = x^2 - 7$.

№ 427.

а) $y = \frac{1}{x} + 2$; б) $y = -\frac{2}{x} - 3$; в) $y = \frac{3}{x} + 1$; г) $y = -\frac{1}{x} - 3$

№ 428.

а) $y_{\max} = -3$ при $x = -1$ или $x = 1$, $y_{\min} = -5$ при $x = 0$;б) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = -5$ при $x = 0$;в) $y_{\max} = 3$ при $x = -2$, $y_{\min} = -5$ при $x = 0$;г) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = -5$ при $x = 0$.

№ 429.

а) $y_{\max} = 0$ при $x = 1$, $y_{\min} = -1$ при $x = 2$;б) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = -4$ при $x = -1$;в) y_{\max} — не существует, y_{\min} — не существует;г) $y_{\max} = -1$ при $x = 2$, y_{\min} — не существует.

№ 430.

а) $y_{\max} = -1$ при $x = 2$, $y_{\min} = 1$ при $x = -1$ или $x = 1$;б) $y_{\max} = 4$ при $x = 0$, y_{\min} — не существует;в) $y_{\max} = 4$ при $x = 0$, y_{\min} — не существует;г) $y_{\max} = 4$ при $x = 0$, $y_{\min} = 1$ при $x = -1$.

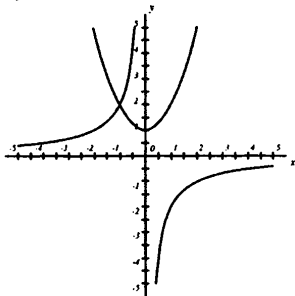
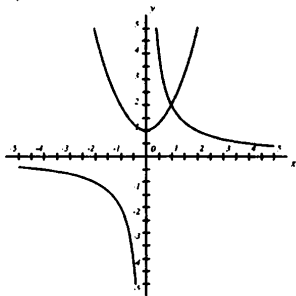
№ 431.

а) $y_{\max} = \frac{2}{3}$ при $x = 3$, $y_{\min} = 0$ при $x = 1$;б) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = 0$ при $x = 1$;в) $y_{\max} = 2$ при $x = -1$, y_{\min} — не существует;г) $y_{\max} = 1,5$ при $x = -2$, $y_{\min} = 1,25$ при $x = -4$.

№ 432.

а) 1

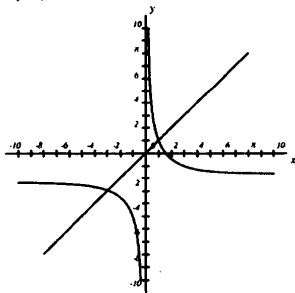
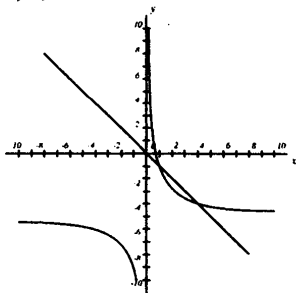
б) -1



№ 433.

а) 1; 4

б) 1; -3



№ 434.

а) $f(-1,5) = -\frac{1}{4}$, $f(1) = 1$, $f(4) = 4$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-2; 4]$

$$y = 0 \text{ при } x = \sqrt{2},$$

$$y > 0 \text{ при } x \in (-\sqrt{2}; 4],$$

$$y < 0 \text{ при } x \in [-2; -\sqrt{2}),$$

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$$y_{\min} = -2, y_{\max} = 4.$$

№ 435.

а) $f(-1) = -1$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1\frac{2}{3}$, $f(3) = 1$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-1; 3]$

$$y = 0 \text{ при } x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}},$$

$$y > 0 \text{ при } x \in \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \cup (1; 3),$$

$$y < 0 \text{ при } x \in \left[-1; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right) \cup \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}; 1\right),$$

функция имеет разрыв при $x = 1$,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$$y_{\min} = -1, y_{\max} \text{ — не существует.}$$

№ 436.

$A = y_{\max}$ для функции $y = \frac{3}{x} - 2$ на отрезке $[1; 3]$ равно 1,

$B = y_{\max}$ для функции $y = 1 - x$ на отрезке $[-4; 3]$ равно -2,

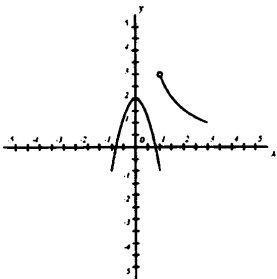
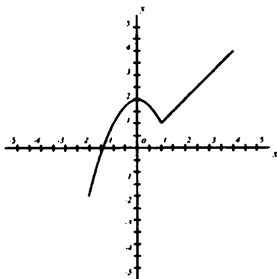
$$A > B.$$

№ 437.

$K = y_{\max}$ для функции $y = -\frac{2}{x} - 1$ на отрезке $(-\infty; -1]$ равно 1,

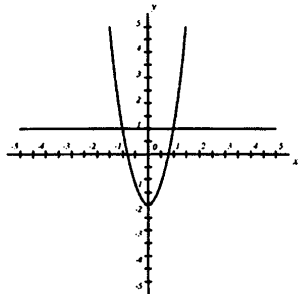
$L = y_{\max}$ для функции $y = (x - 4)^2$ на отрезке $[3; 5]$ равно 0,

$$K > L.$$

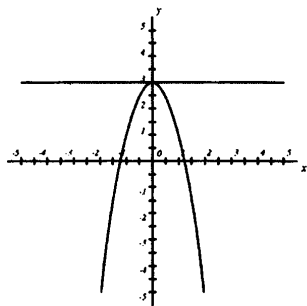


№ 438.

а) (1; 1) и (-1; 1)

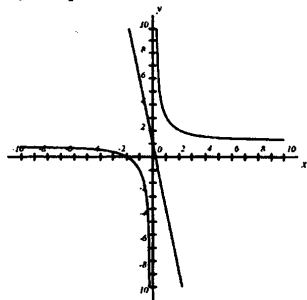


в) (0; 3)

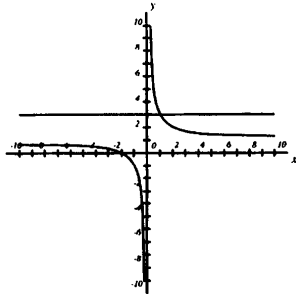


№ 439.

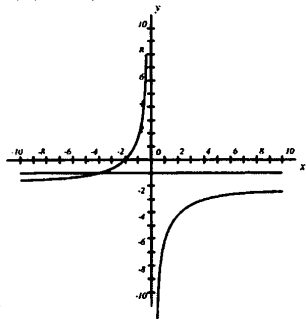
а) нет решений



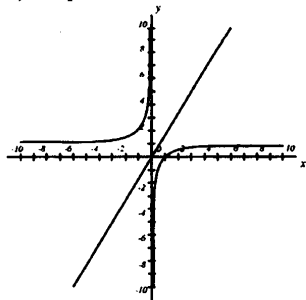
б) (1; 3)



г) (-4; -1)



б) нет решений



№ 440.

а) $f(-2)=1$, $f(0)=3$, $f(4)=\frac{4}{3}$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-4; 4]$

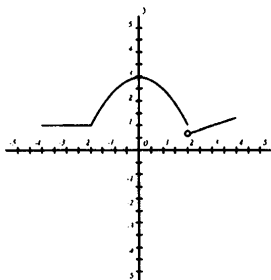
$$y \neq 0,$$

$$y > 0 \text{ при } x \in [-4; 4],$$

функция имеет разрыв при $x=2$,

функция ограничена и сверху, и не ограничена снизу,

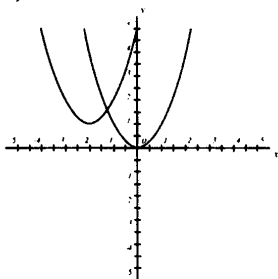
y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 3$.



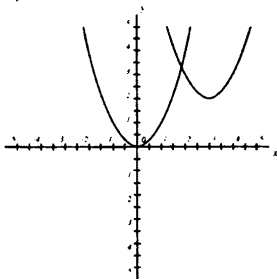
§ 12. Как построить график функции $y=f(x+l)+m$, если известен график функции $y=f(x)$

№ 441.

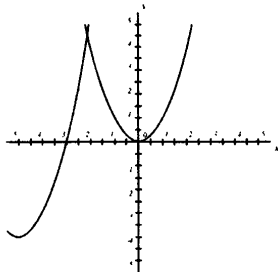
а)



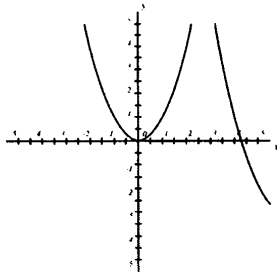
б)



в)

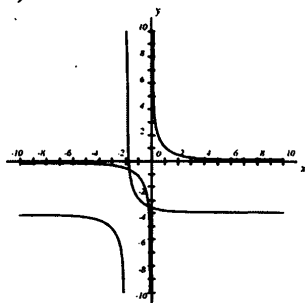


г)

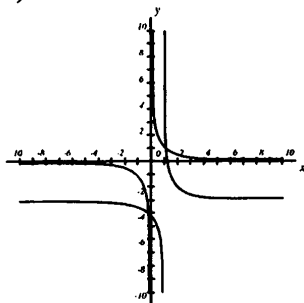


№ 442.

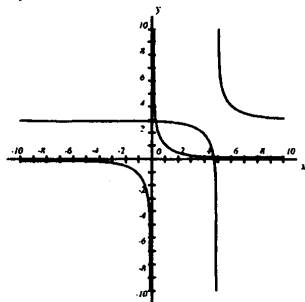
а)



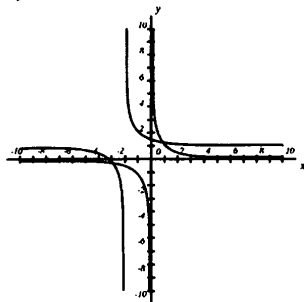
б)



в)

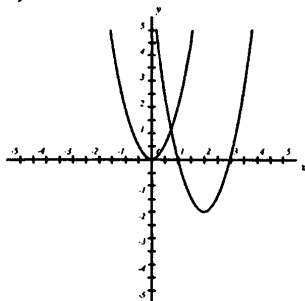


г)

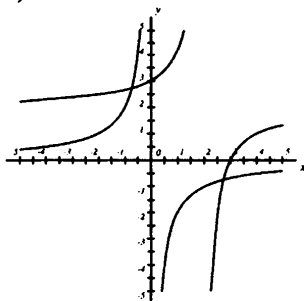


№ 443.

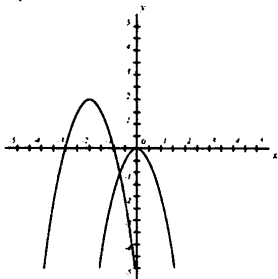
а)



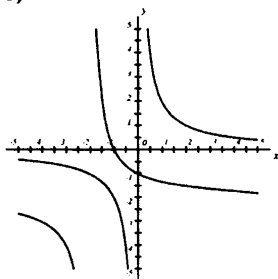
б)



в)



г)



№ 444.

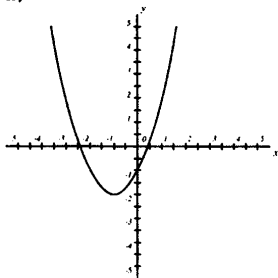
а) $y=2,5(x+3)^2+4$; б) $y=2,5(x-1)^2-5$; в) $y=2,5(x+2)^2-6$; г) $y=2,5(x-1,2)^2+7$.

№ 445.

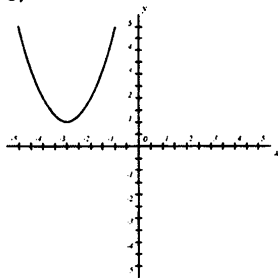
а) $y=-\frac{4}{x+2}+1$; б) $y=-\frac{4}{x-6,5}-3,8$; в) $y=-\frac{4}{x+4,1}-0,5$; г) $y=-\frac{4}{x-\frac{7}{9}}+\frac{1}{2}$.

№ 446.

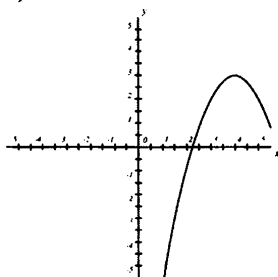
а)



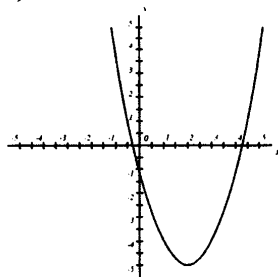
б)



в)

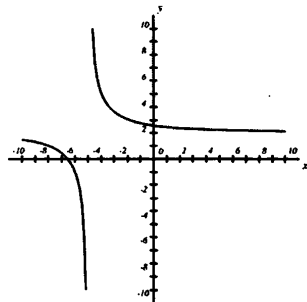


г)

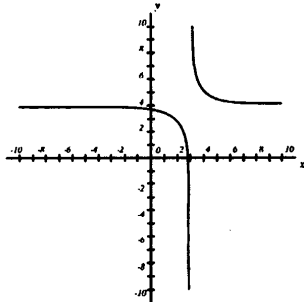


№ 447.

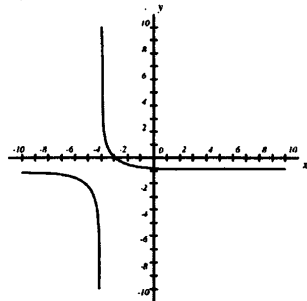
а)



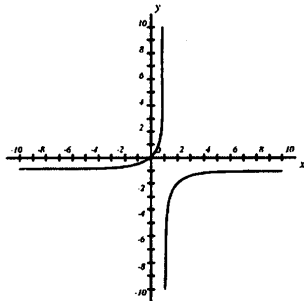
б)



в)

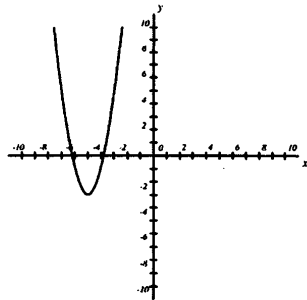


г)

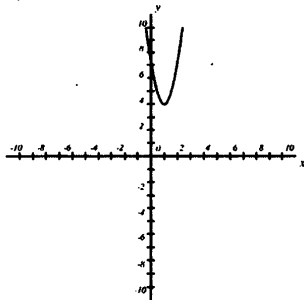


№ 448.

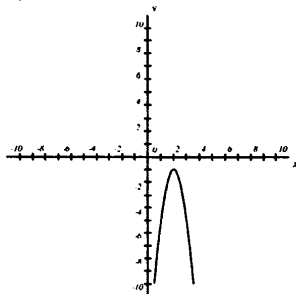
а)



б)

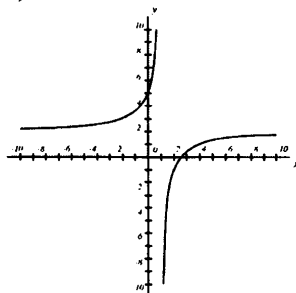


в)

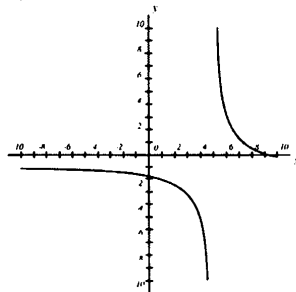


№ 449.

а)



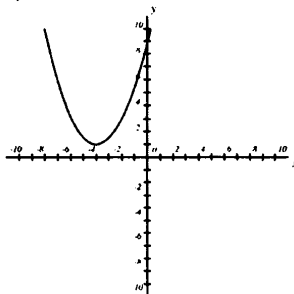
в)



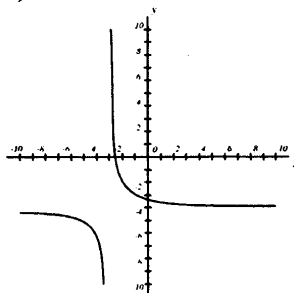
№ 450.

а) $y = -2(x+2)^2 + 2$; б) $y = (x-3)^2 - 5$; в) $y = -3(x-4)^2 + 9$; г) $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$.

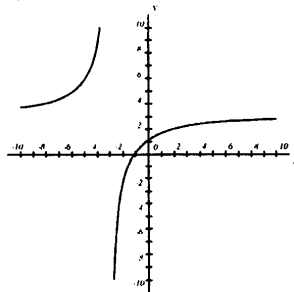
г)



б)



г)



№ 451.

а) $y = \frac{1}{x-1} + 2$; б) $y = \frac{3}{x+3} + 2$; в) $y = -\frac{1}{x-4} - 3$; г) $y = \frac{2}{x+2} - 1$.

№ 452.

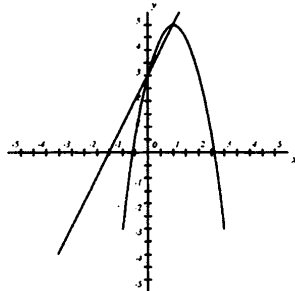
- а) $y_{\max} = 5$ при $x = 0$, $y_{\min} = 3$ при $x = 1$;
 б) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = 3$ при $x = 1$;
 в) $y_{\max} = 5$ при $x = 2$, $y_{\min} = 3$ при $x = 1$;
 г) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = 3$ при $x = 1$.

№ 453.

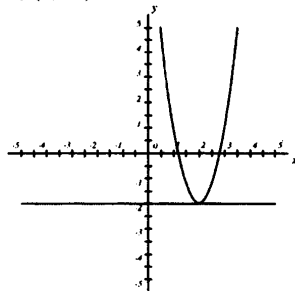
- а) $y_{\max} = 0$ при $x = 0$, $y_{\min} = -2$ при $x = 2$;
 б) $y_{\max} = 0$ при $x = 2$, y_{\min} — не существует;
 в) $y_{\max} = -2$ при $x = 2$, $y_{\min} = -2,5$ при $x = 5$;
 г) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = -6$ при $x = -2$.

№ 454.

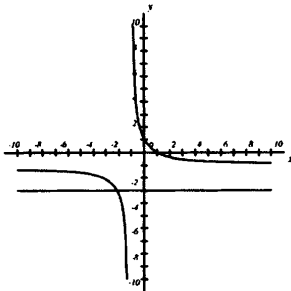
- а) (0; 3) и (1; 5)



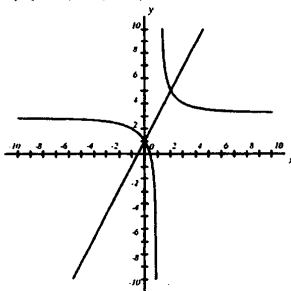
- в) (2; -2)



- б) (-2; -3)



- г) (0; 1) и (2; 5)



№ 455.

а) $f(-2) = -1$, $f(-1) = -4$, $f(0,5) = 2$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-3; 1]$

$y = 0$ при $x = 0$,

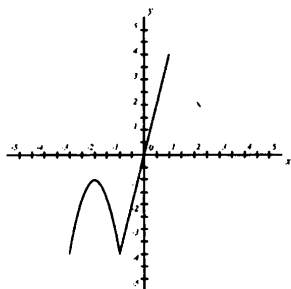
$y > 0$ при $x \in (0; 1]$,

$y < 0$ при $x \in [-3; 0)$,

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$y_{\min} = -4$, $y_{\max} = 4$.

**№ 456.**

а) $f(-2) = 0$, $f(-1) = 0$, $f(0,25) = -2,5$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$

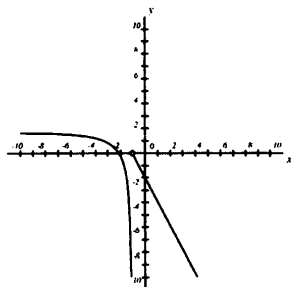
$y = 0$ при $x = -1$ или $x = -2$,

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -2)$,

$y < 0$ при $x \in (-2; -1) \cup (-1; +\infty)$,

функция имеет разрыв при $x = -1$,

функция ограничена сверху, но не ограничена снизу,

 y_{\min} — не существует, y_{\max} — не существует.**№ 457.**

а) $f(-3) = 3$, $f(-1) = 3$, $f(0) = 2$;

б) изобразим график

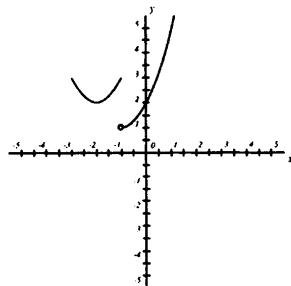
в) О.О.Ф. $[-3; +\infty)$

$y \neq 0$,

$y > 0$ при $x \in [-3; +\infty)$,

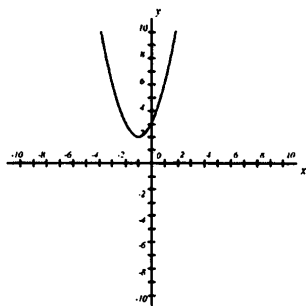
функция имеет разрыв при $x = -1$,

функция не ограничена сверху, но ограничена снизу,

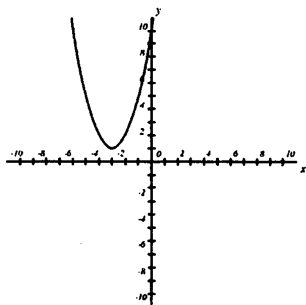
 y_{\min} — не существует, y_{\max} — не существует.**№ 458.**

а) $y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

б) $y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$

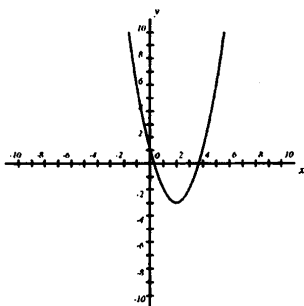
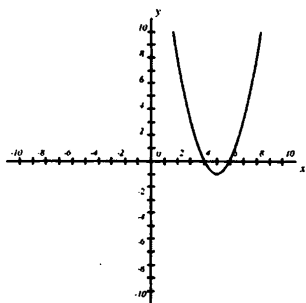


в) $y = x^2 + 6x + 10 = (x + 3)^2 + 1$

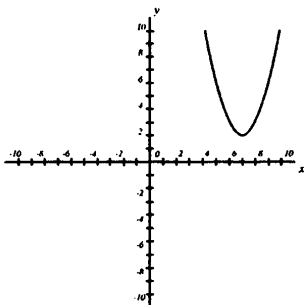


№ 459.

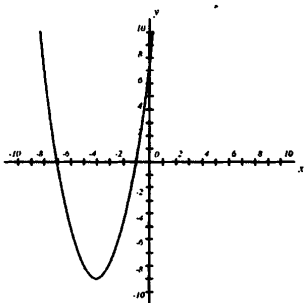
а) $y = x^2 - 10x + 24 = (x - 5)^2 - 1$



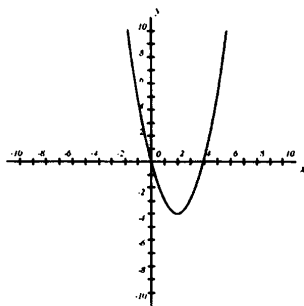
г) $y = x^2 - 14x + 51 = (x - 7)^2 + 2$



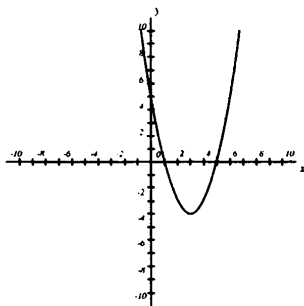
б) $y = x^2 + 8x + 7 = (x + 4)^2 - 9$



в) $y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$

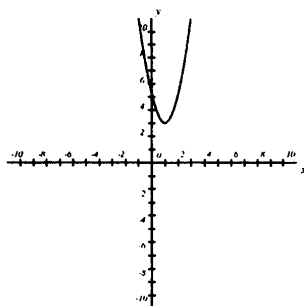


г) $y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$

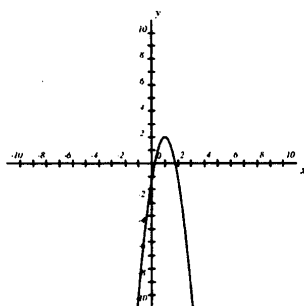


№ 460.

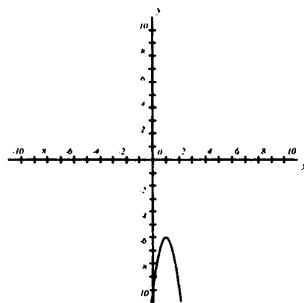
а) $y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x-1)^2 + 3$



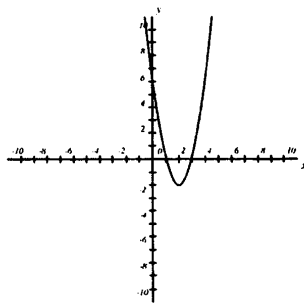
б) $y = -3x^2 + 6x - 1 = -3(x-1)^2 + 2$



в) $y = -4x^2 + 8x - 10 = -4(x-1)^2 - 6$



г) $y = 2x^2 - 8x + 6 = 2(x-2)^2 - 2$



№ 461.

а) $f(-2)=3$, $f(-0,48)=0$, $f(4)=-\frac{1}{2}$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-3; +\infty)$

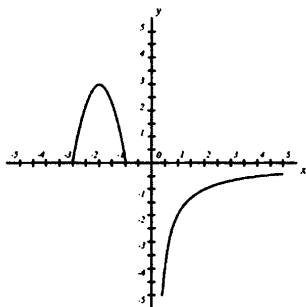
$$y=0 \text{ при } x \in \{-3\} \cup [-1; 0],$$

$$y>0 \text{ при } x \in (-3; -1),$$

$$y<0 \text{ при } x>0,$$

функция имеет разрыв при $x=0$,

функция ограничена сверху, но не ограничена снизу,

 y_{\min} — не существует, $y_{\max}=3$.§ 13. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график

№ 462.

а) квадратичная; б) нет;

в) квадратичная; г) нет.

№ 463.

а) $a=7$, $b=-3$, $c=-2$;

б) $a=\frac{1}{2}$, $b=0$, $c=1$;

в) $a=8$, $b=-2$, $c=0$;

г) $a=-\frac{3}{10}$, $b=\frac{2}{5}$, $c=\frac{1}{7}$.

№ 464.

а) $2x^2 - x + 4$;

б) $-x^2 + 7x$;

в) $9x^2 - 3x - 1$;

г) $x^2 + 5$.

№ 465.

а) вверх;

б) вниз;

в) вниз;

г) вверх.

№ 466.

а) $y = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$;

б) $y = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{5}$;

в) $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{7}$;

г) $y = -\frac{b}{2a} = 1$.

№ 467.

а) $x = -\frac{b}{2a} = -1$, $y(-1) = -5$;

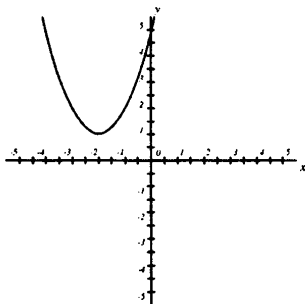
б) $x = -\frac{b}{2a} = -1$, $y(-1) = 5$;

в) $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$, $y\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{3}{4}$;

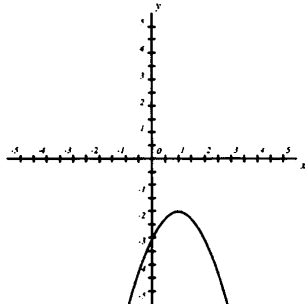
г) $x = -\frac{b}{2a} = 1$, $y(1) = -1$.

№ 468.

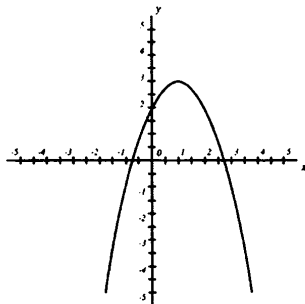
а) $y = x^2 + 4x + 5$



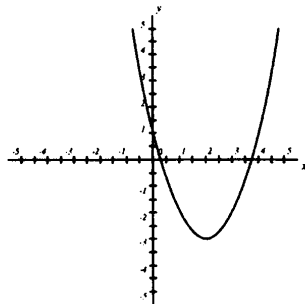
б) $y = -x^2 + 2x - 3$



в) $y = -x^2 + 2x + 2$

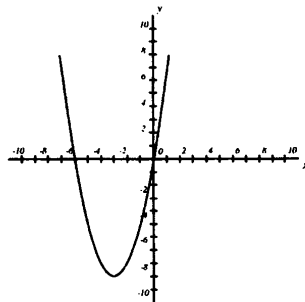


г) $y = x^2 - 4x + 1$

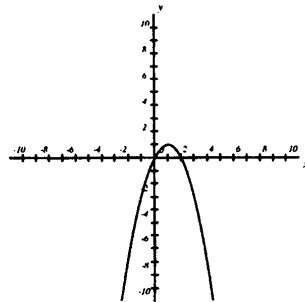


№ 469.

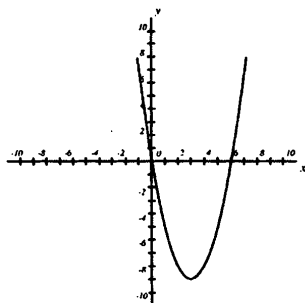
а) $y = x^2 + 6x$



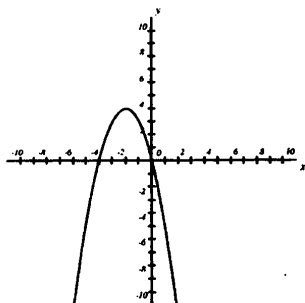
б) $y = -x^2 + 2x$



в) $y = x^2 - 6x$

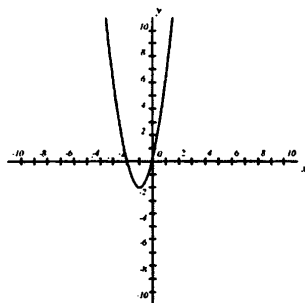


г) $y = -x^2 - 4x$

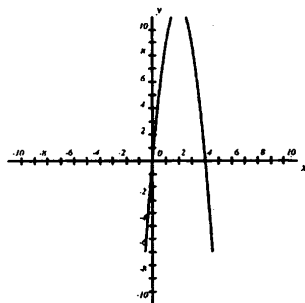


№ 470.

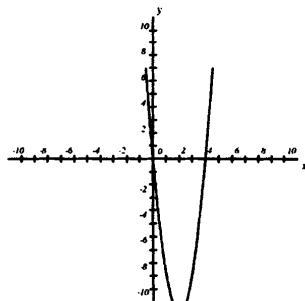
а) $y = 2x^2 + 4x$



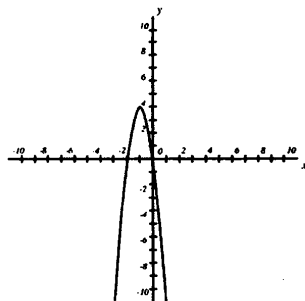
б) $y = -3x^2 + 12x$



в) $y = 3x^2 - 12x$

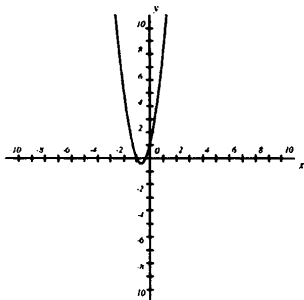


г) $y = -4x^2 - 8x$

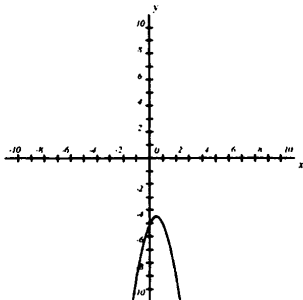


№ 471.

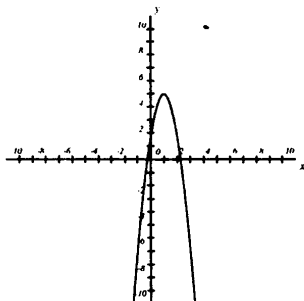
а) $y = 3x^2 + 4x + 1$



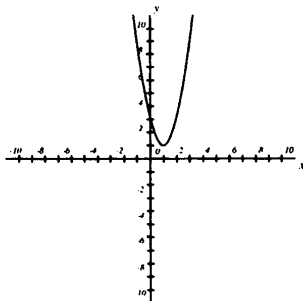
б) $y = -2x^2 + 2x - 5$



в) $y = -3x^2 + 6x + 2$

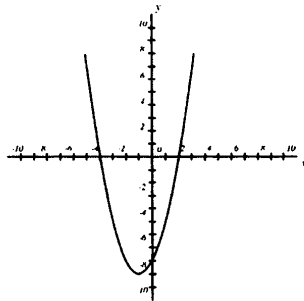


г) $y = 2x^2 - 4x + 3$

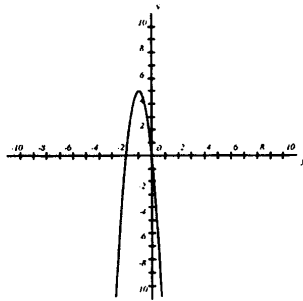


№ 472.

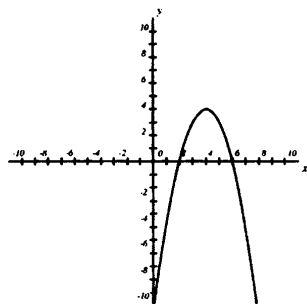
а) $y = (x-2)(x+4)$



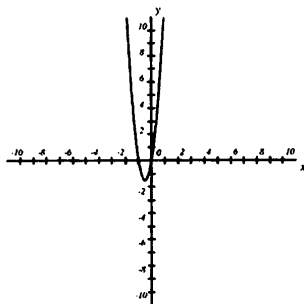
б) $y = -5x(x+2)$



в) $y = (2-x)(x-6)$

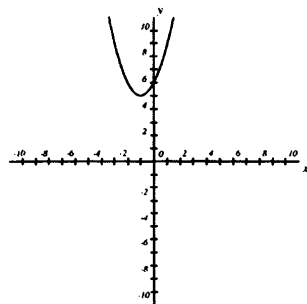


г) $y = 3x(2+2x)$

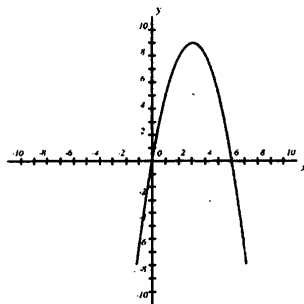


№ 473.

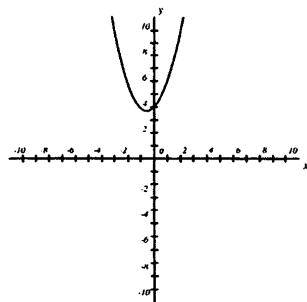
а) $y = (x+2)^2 - 2x + 2$



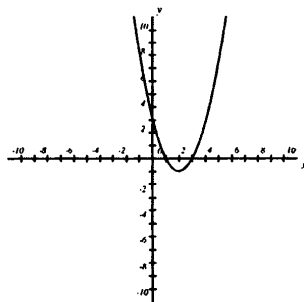
б) $y = -(x-1)^2 + 4(x-1) + 5$



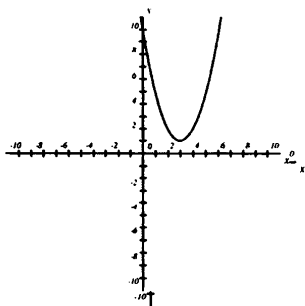
в) $y = 5x + (x-2)^2$



г) $y = (x+1)^2 - 6(x+1) + 8$



№ 474.



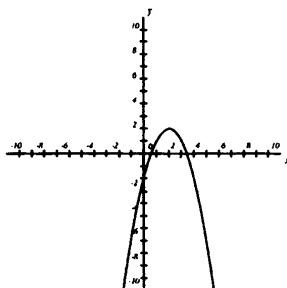
$$y = x^2 - 6x + c,$$

$$y_{\min} = 1,$$

$$y_{\max} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(3) = c - 9,$$

$$c = 10.$$

№ 475.



$$y = -x^2 + 4x + c,$$

$$y_{\min} = 2,$$

$$y_{\max} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(2) = c + 4,$$

$$c = -2.$$

№ 476.

а) $y_{\max} = 5$ при $x = 0$, $y_{\min} = -3$ при $x = -1$;б) y_{\max} — не существует, $y_{\min} = -3$ при $x = -1$;в) $y_{\max} = -3$ при $x = -1$, $y_{\min} = -3$ при $x = -1$;г) $y_{\max} = -3$ при $x = -1$, $y_{\min} = -3$ при $x = -1$.

№ 477.

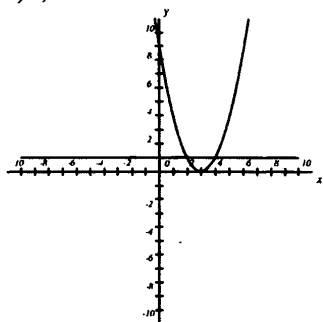
а) $y_{\max} = 4$ при $x = 1$, $y_{\min} = 3$ при $x = 0$ или $x = 2$;б) $y_{\max} = 4$ при $x = 1$, y_{\min} — не существует;в) $y_{\max} = 4$ при $x = 1$, $y_{\min} = 3$ при $x = 2$;г) $y_{\max} = 4$ при $x = 1$, y_{\min} — не существует.

№ 478.

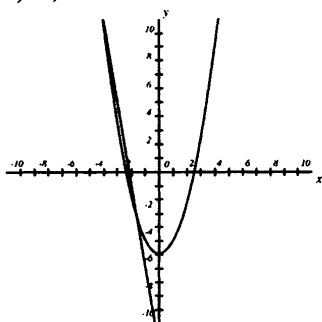
а) $y_{\max} = 1$ при $x = 4$, $y_{\min} = -11$ при $x = 2$;б) $y_{\max} = 1$ при $x = 4$, $y_{\min} = -11$ при $x = 2$;в) $y_{\max} = 1$ при $x = 0$ или $x = 4$, $y_{\min} = -11$ при $x = 2$;г) $y_{\max} = 1$ при $x = 0$, $y_{\min} = -11$ при $x = 2$.

№ 479.

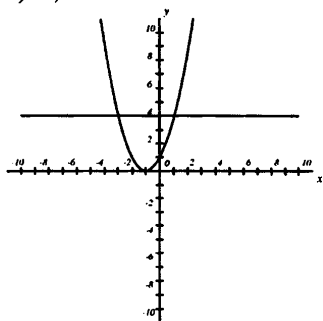
а) 2, 4



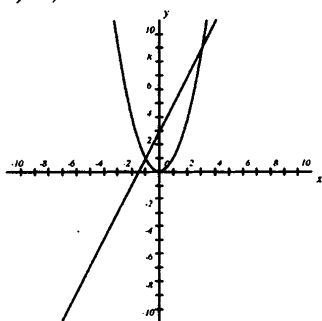
б) -2, -4



в) -3, 1

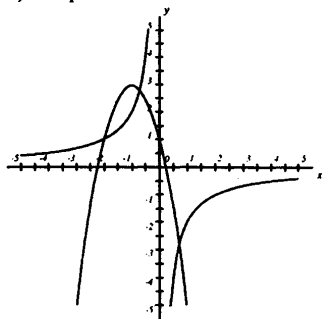


г) -1, 3

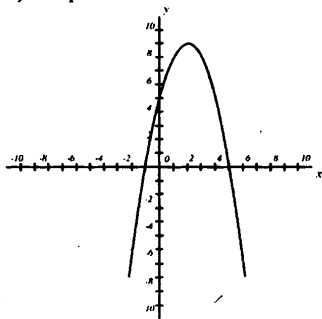


№ 480.

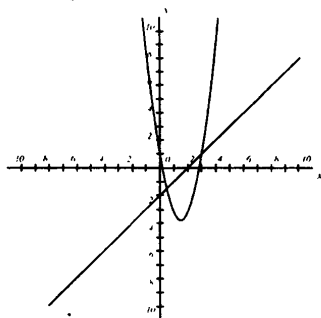
а) 3 корня



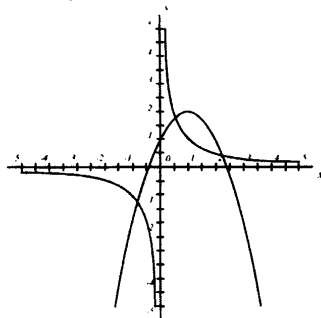
б) 2 корня



в) 2 корня

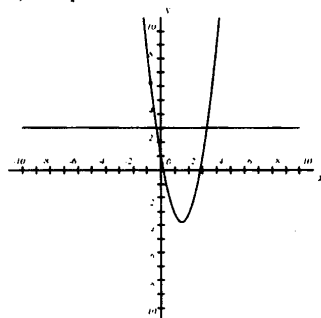


г) 3 корня

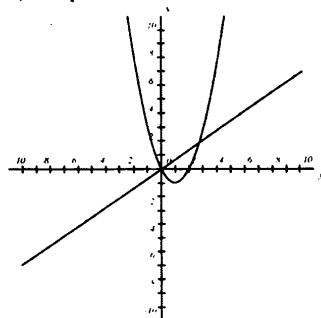


№ 481.

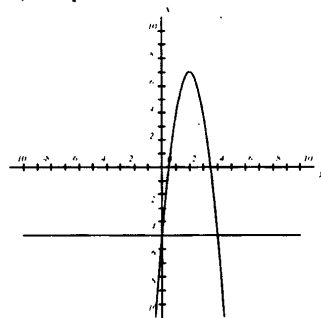
а) 2 корня



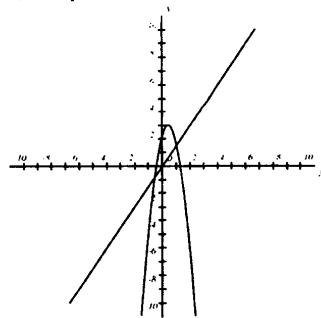
б) 2 корня



в) 2 корня



г) 2 корня



№ 482.

а) $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$,

$$f(x^5) = 2(x^5)^2 - 5(x^5) + 3 = 2x^{10} - 5x^5 + 3$$

б) $f(x) = -x^2 + 2x - 4$,

$$f(-x-1) = -(-x-1)^2 + 2(-x-1) - 4 = -x^2 - 2x - 1 - 2x - 2 - 4 = -x^2 - 4x - 7.$$

№ 483.

$$y = x^2 + 4x + c, A(0; 2), y(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + c = c = 2, c = 2.$$

№ 484.

$$y = x^2 + 4x + c, A(0; 4), y(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + c = c = 4, c = 4.$$

№ 485.

$$y = ax^2 + 4x + 5, M(-10; 0), y(-10) = 100a - 40 + 5 = 100a - 35 = 0, a = 0,35.$$

№ 486.

$$y = ax^2 + 4x - 8, N(4; 0), y(4) = 16a + 16 - 8 = 16a + 8 = 0, a = -0,5.$$

№ 487.

$$y = x^2 + bx + 4, \text{ ось симметрии } x = 1, x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1, b = -2.$$

№ 488.

$$y = 2x^2 + bx - 3, \text{ ось симметрии } x = -4, x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{4} = -4, b = 16.$$

№ 489.

а) $f(-x) = 20x^2 + 6x - 2$; б) $f(x-1) = 5x^2 - 10x + 5 + 3x - 3 - 2 = 5x^2 - 7x$;

в) $f(x^3) = 5x^6 + 3x^3 - 2$; г) $2f(3x) = 90x^2 + 18x - 4$.

№ 490.

а) $f(-x) = -2x^2 - x - 4$; б) $f(x+5) = -2x^2 - 20x - 50 + x + 5 - 4 = -2x^2 - 19x - 49$;

в) $f(-x^2) = -2x^4 - x^2 - 4$; г) $3f(2x) = -24x^2 + 6x - 12$.

№ 491.

$$f(x-1) = f(x+1), 2x^2 - 4x + 2 - 3x + 3 + 12 = 2x^2 + 4x + 2 - 3x - 3 + 12,$$

$$8x = 6, x = \frac{3}{4}.$$

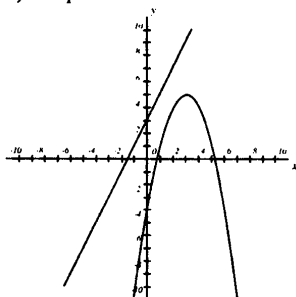
№ 492.

$$f(2x+3) = 4f(x-2), -4x^2 - 12x - 9 + 8x + 12 - 3 = -4x^2 + 16x - 16 + 16x - 32 - 12,$$

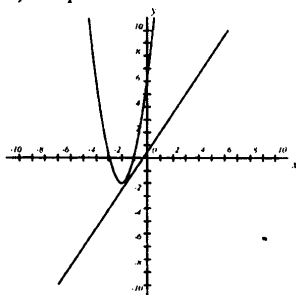
$$36x = 60, x = \frac{5}{2}.$$

№ 493.

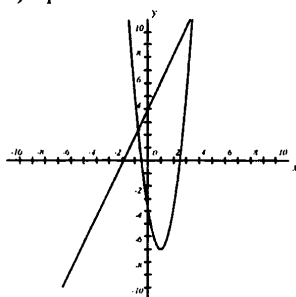
а) нет решений



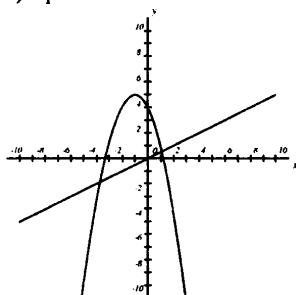
в) нет решений



б) 2 решения



г) 2 решения



№ 494.

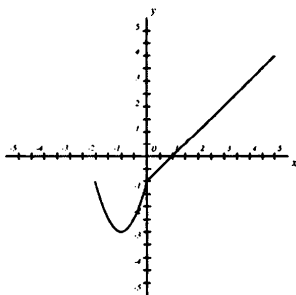
а) $f(-2) = -1$, $f(0) = -1$, $f(5) = 4$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-2; +\infty)$ $y = 0$ при $x = 1$, $y > 0$ при $x \in (1; +\infty)$, $y < 0$ при $x \in [-2; 1)$,

функция непрерывна на всей области определения,

функция не ограничена сверху и ограничена снизу,

 $y_{\min} = -3$, y_{\max} — не существует.

№ 495.

а) $f(-3) = -2$, $f(0) = 3$, $f(5) = -12$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$

$y = 0$ при $x = -1$ или $x = 3$,

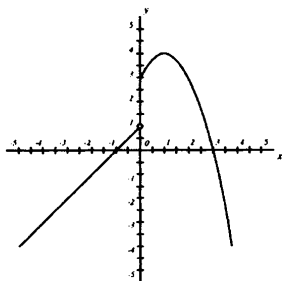
$y > 0$ при $x \in (-1; 3)$,

$y < 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$,

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена сверху и не ограничена снизу,

y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 4$.

**№ 496.**

а) $f(1) = 7$, $f(2) = 17$, $f(4)$ не определено;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $(-\infty; 3]$

$y = 0$ при $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} - 1$,

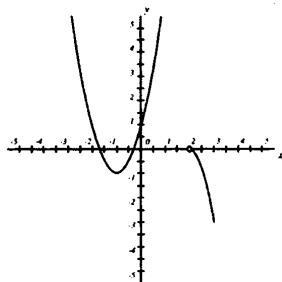
$y > 0$ при $x \in \left(-\infty; -\sqrt{\frac{1}{2}} - 1\right) \cup \left(\sqrt{\frac{1}{2}} - 1; 2\right]$,

$y < 0$ при $x \in \left(-\sqrt{\frac{1}{2}} - 1; \sqrt{\frac{1}{2}} - 1\right) \cup (2; 3]$,

функция имеет разрыв при $x = 2$,

функция не ограничена сверху и ограничена снизу,

$y_{\min} = -3$, y_{\max} — не существует.

**№ 497.**

а) $f(1) = 7$, $f(3) = \frac{4}{3}$, $f(4) = 1$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[0; 4]$

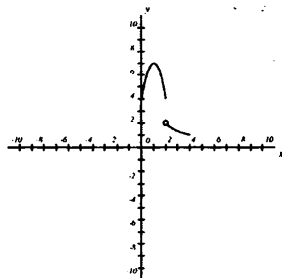
$y \neq 0$,

$y > 0$ при $x \in [0; 4]$,

функция имеет разрыв при $x = 2$,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$y_{\min} = 1$, $y_{\max} = 7$.



№ 498.

$$y = ax^2 - (a+6)x + 9, \text{ ось симметрии } x = 2, \quad x = -\frac{b}{2a} = \frac{a+6}{2a} = 2, \quad a = 2.$$

№ 499.

$$y = x^2 + 6x + c, \text{ координаты вершины: } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} = -3,$$

$$y(-3) = 9 - 18 + c = c - 9, \quad (-3)^2 + (c-9)^2 = 25, \quad 9 + c^2 - 18c + 81 = 25, \quad c^2 - 18c + 65 = 0, \\ c = 5 \text{ или } c = 13.$$

№ 500.

$$y = x^2 + bx + c, \quad A(1; -2) - \text{вершина параболы, } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1, \quad b = -2,$$

$$y(-1) = 1 + b + c = 1 - 2 + c = -2, \quad c = -1.$$

№ 501.

$$y = ax^2 + bx + c, \quad A(1; -2) - \text{вершина параболы, } B(0; 2),$$

$$y(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c = 2, \quad c = 2, \quad x = -\frac{b}{2a} = 1, \quad b = -2a.$$

№ 502.

$$y = x^2 + bx + c, \quad y(0) = c = 8, \quad y(3) = 9 + 3b + 8 = -1, \quad b = -6.$$

№ 503.

$$y = x^2 + bx + c, \quad y(1) = 1 + b + c = 6, \quad b + c = 5,$$

$$y(-1) = 1 - b + c = -2, \quad c - b = -3, \quad 2c = 2, \quad c = 1, \quad b = 5 - c = 4.$$

№ 504.

$$y = ax^2 + bx + c, \quad K(-2; 3), \quad L(-1; 0), \quad M(0; -9), \quad y(0) = c = -9, \quad c = -9,$$

$$y(-2) = 4a - 2b - 9 = 3, \quad 2a - b = 6, \quad y(-1) = a - b - 9 = 0, \quad b - a = -9, \quad a = -3,$$

$$b = -9 + a = -12, \text{ т.е. } y = -3x^2 - 12x - 9.$$

№ 505.

$$y = ax^2 + bx + c, \quad A(2; 3), \quad B(0; 1), \quad C(3; 2), \quad y(0) = c = 1, \quad c = 1,$$

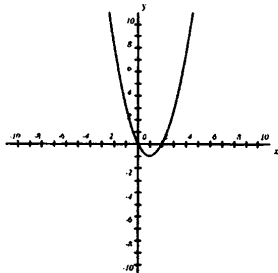
$$y(2) = 4a + 2b + 1 = 3, \quad 2a + b = 1, \quad y(3) = 9a + 3b + 1 = 2, \quad 3(2a + b) = 3((2a + b) + a),$$

$$1 + a = \frac{1}{3}, \quad a = -\frac{2}{3}, \quad b = 1 - 2a = \frac{7}{3}, \text{ т.е. } y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + 1.$$

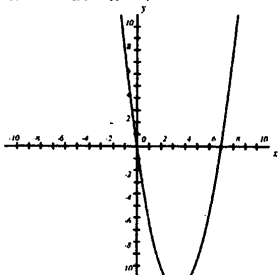
§ 14. Графическое решение квадратных уравнений

№ 506.

а) $x^2 - 2x = 0$, $x(x - 2) = 0$,
 $x = 0$ или $x = 2$

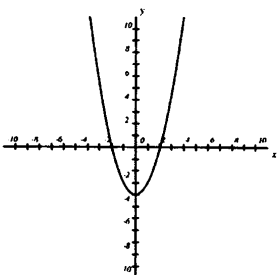


в) $x^2 - 7x = 0$, $x(x - 7) = 0$,
 $x = 0$ или $x = 7$

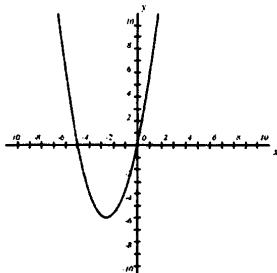


№ 507.

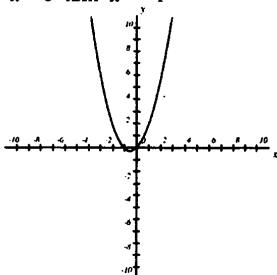
а) $x^2 - 4 = 0$, $(x - 2)(x + 2) = 0$,
 $x = 2$ или $x = -2$



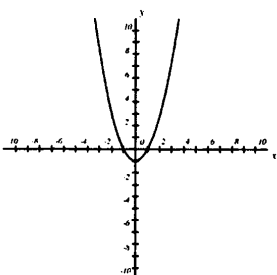
б) $x^2 + 5x = 0$, $x(x + 5) = 0$,
 $x = 0$ или $x = -5$



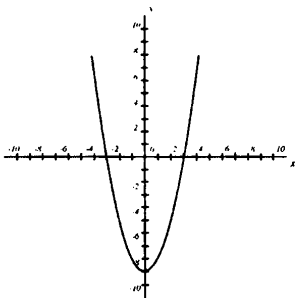
г) $x^2 + x = 0$, $x(x + 1) = 0$,
 $x = 0$ или $x = -1$



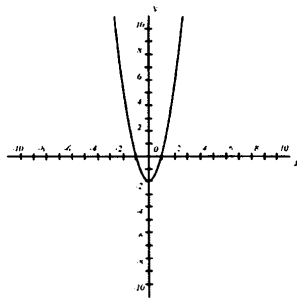
б) $x^2 - 1 = 0$, $(x - 1)(x + 1) = 0$,
 $x = 1$ или $x = -1$



в) $x^2 - 9 = 0$, $(x-3)(x+3) = 0$,
 $x = 3$ или $x = -3$

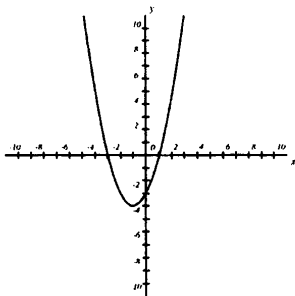


г) $2x^2 - 2 = 0$, $2(x-1)(x+1) = 0$,
 $x = 1$ или $x = -1$

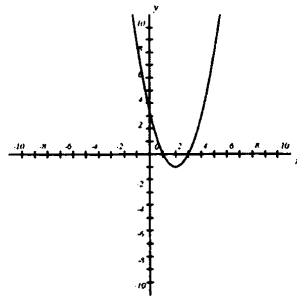


№ 508.

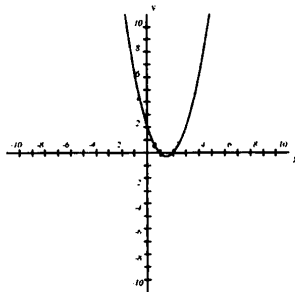
а) $x = 1$, $x = -3$



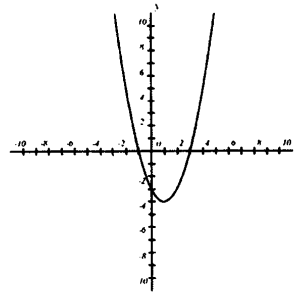
б) $x = 1$, $x = 3$



в) $x = 1$, $x = 2$

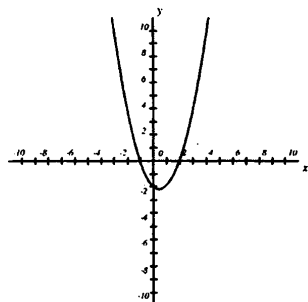


г) $x = -1$, $x = 3$

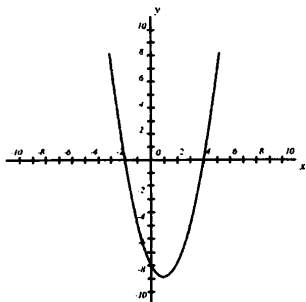


№ 509.

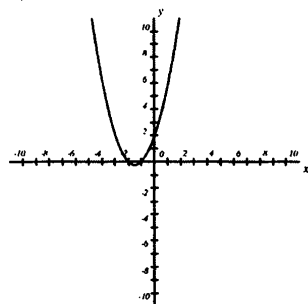
а) $x = 2$, $x = -1$



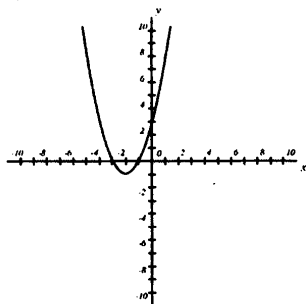
б) $x = 4$, $x = -2$



в) $x = -1$, $x = -2$

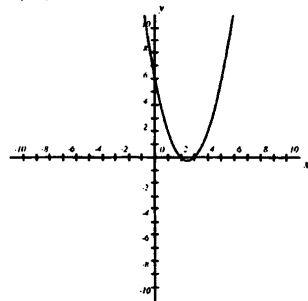


г) $x = -1$, $x = -3$

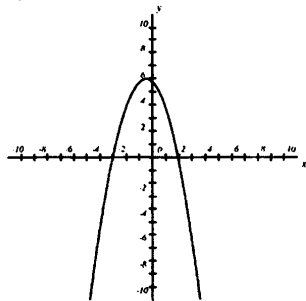


№ 510.

а) 2; 3

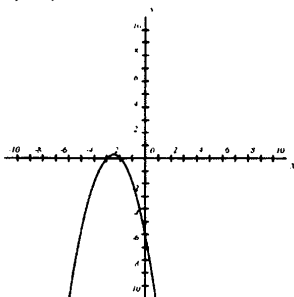
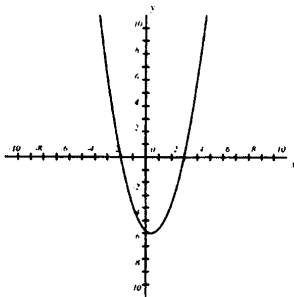


б) 2; -3



в) 3; -2

г) -2; -3

**№ 511.**а) $3x^2 - 6x + 11 = 0$, $3(x-1)^2 + 8 = 0$, нет корней, т.к. $3(x-1)^2 + 8 > 0$;б) $x^2 - 3x + 5 = 0$, $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} = 0$, нет корней, т.к. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0$;в) $x^2 + 2x + 4 = 0$, $(x+1)^2 + 3 = 0$, нет корней, т.к. $(x+1)^2 + 3 > 0$;г) $2x^2 + 8x + 9 = 0$, $2(x+2)^2 + 1 = 0$, нет корней, т.к. $2(x+2)^2 + 1 > 0$.**№ 512.**

1 этап: пусть x см – ширина прямоугольника, тогда $(x+2)$ см – его длина. $x(x+2)$ см² – его площадь, а по условию задачи его площадь – 8 см². Составим уравнение: $x(x+2) = 8$.

2 этап: $x^2 + 2x - 8 = 0$; $y = 0$; $y = x^2 + 2x - 8$; $x_0 = \frac{-2}{2} = -1$; $y_0 = 1 - 2 - 8 = -9$,

$x = 2$, $y = 0$, $A(-4; 0)$, $B(2; 0)$, значит, корни уравнения: -4; 2.

3 этап: ширина прямоугольника может выражаться только положительным числом, значит, по смыслу подходит 2 см, тогда длина равна $2 + 2 = 4$ см.

№ 513.

1 этап: пусть x дм – ширина прямоугольника, тогда его длина $2x$ дм, а его площадь $2x^2$ дм², а по условию задачи его площадь – 18 дм². Составим уравнение: $2x^2 = 18$;

2 этап: $x^2 = 9$, $x_{1,2} = \pm 3$;

3 этап: ширина прямоугольника не может быть отрицательным числом, поэтому она равна 3 дм, тогда длина равна 6 дм.

№ 514.

1 этап: пусть один катет – x см, тогда второй катет – $(x+1)$ см. Применим теорему Пифагора: $x^2 + (x+1)^2 = 25$;

2 этап: $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 25$, $2x^2 + 2x - 24 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$, $y = x^2 + x - 12$,

$$y = 0; \quad x_0 = -\frac{1}{2}; \quad y_0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 12 = -12\frac{1}{4}, \quad x = 2, \quad y = -7, \quad A(-4; 0), \quad B(3; 0),$$

значит, корни уравнения: -4 ; 3 ;

3 этап: катет может быть только положительным числом, поэтому один катет 3 см, а другой $3 + 1 = 4$ см.

№ 515.

1 способ:

а) $x^2 - 6x + 8 = 0$, $(x-3)^2 = 1$, $x-3 = \pm 1$, $x = 4$ или $x = 2$;

б) $x^2 + 2x - 8 = 0$, $(x+1)^2 = 9$, $x+1 = \pm 3$, $x = 2$ или $x = -4$;

в) $x^2 - 2x - 8 = 0$, $(x-1)^2 = 9$, $x-1 = \pm 3$, $x = 4$ или $x = -2$;

г) $x^2 + 6x + 8 = 0$, $(x+3)^2 = 1$, $x+3 = \pm 1$, $x = -2$ или $x = -4$.

2 способ:

а) $x^2 - 6x + 8 = 0$, $(x^2 - 2x) - (4x - 8) = 0$, $x(x-2) - 4(x-2) = 0$,
 $(x-4)(x-2) = 0$, $x = 4$ или $x = 2$;

б) $x^2 + 2x - 8 = 0$, $(x^2 + 4x) - (2x + 8) = 0$, $x(x+4) - 2(x+4) = 0$,
 $(x-2)(x+4) = 0$, $x = 2$ или $x = -4$;

в) $x^2 - 2x - 8 = 0$, $(x^2 + 2x) - (4x + 8) = 0$, $x(x+2) - 4(x+2) = 0$,
 $(x-4)(x+2) = 0$, $x = 4$ или $x = -2$;

г) $x^2 + 6x + 8 = 0$, $(x^2 + 2x) + (4x + 8) = 0$, $x(x+2) + 4(x+2) = 0$,
 $(x+4)(x+2) = 0$, $x = -2$ или $x = -4$.

№ 516.

а) два корня; б) один корень; в) два корня; г) нет корней.

№ 517.

а) два корня; б) один корень; в) нет корней; г) два корня.

№ 518. $y = x^2 - 2x + 1$, $y = p$, $y = (x-1)^2$

Нужно, чтобы графики функций имели одну точку пересечения, т.е. чтобы прямая $y = p$ проходила через вершину параболы, это может быть только при $p = 0$.

№ 519. $y = x^2 + 2x + 3$, $y = p$, $x_0 = \frac{-2}{2} = -1$, $y_0 = 1 - 2 + 3 = 2$, $x = 0$, $y = 3$

Нужно, чтобы графики функций не пересекались, это может быть только если прямая будет проходить ниже параболы, т.е. $p < 2$.

№ 520. $x^2 - 4x + 4 = p$, $(x-2)^2 = p$, $y = (x-2)^2$, $y = p$,

Графики функций должны иметь две точки пересечения, это может быть только при $p > 0$.

№ 521. $x^2 + 4x - 6 = p$,

Найдем, при каких значениях p уравнение имеет два корня:

$$y = x^2 + 4x - 6, x_0 = -2, y_0 = -10, x = 0, y = -6, p > -10.$$

№ 522. $x^2 + 6x + 8 = p,$

$$y = x^2 + 6x + 8, y = p, x_0 = -3, y_0 = -1, x = -2, y = 0.$$

Найдем, при каких значениях p уравнение:

1) не имеет корней – при $p < -1$,

2) имеет один корень – при $p = -1$,

3) имеет два корня – при $p > -1$.

№ 523.

1 этап: пусть x м – ширина прямоугольного участка, тогда его длина равна $(28 : 2 - x) = 14 - x$ м, а его площадь $x(14 - x)$ м², а по условию она равна 24 м².

Составим уравнение: $x(14 - x) = 24$;

2 этап: $14x - x^2 = 24, -x^2 + 14x - 24 = 0, x_0 = 7, y_0 = 25, x = 3, y = 9, x = 2, y = 0$,

$A(2; 0), B(12; 0)$, т.е. корни $x = 2$ и $x = 12$;

3 этап: ширина прямоугольника может быть 2 м, а может быть 12 м, тогда длина равна 12 м или 2 м.

№ 524.

1 этап: пусть первый катет равен x см, тогда второй равен $(x + 4)$ см. Площадь треугольника равна $0,5x(x + 4)$ см², а по условию она равна 16 см². Составим уравнение: $0,5x(x + 4) = 16$;

2 этап: $x^2 + 4x = 32, x^2 + 4x - 32 = 0, D = 16 + 128 = 144$,

$A(4; 8), B(-8; -4)$, т.е. корни $x_1 = 4, x_2 = -8$;

3 этап: катет не может быть отрицательным числом, значит, один катет равен 4 см, а другой равен 8 см.

№ 525.

1 этап: пусть первый катет равен x см, тогда второй катет равен $(x - 1)$ см, а гипотенуза равна $(x + 1)$ см. По теореме Пифагора: $x^2 + (x - 1)^2 = (x + 1)^2$;

2 этап: $x^2 + x^2 - 2x + 1 = x^2 + 2x + 1, x^2 - 4x = 0, x(x - 4) = 0, x_1 = 0, x_2 = 4$;

3 этап: катет не может быть отрицательным числом, значит, один катет равен 4 см, другой равен 3 см, а гипотенуза равна 5 см.

№ 526.

1 этап: пусть x – числитель, тогда знаменатель равен $(x + 2)$, их произведение равно $x(x + 2)$, а по условию оно равно 15. Составим уравнение: $x(x + 2) = 15$;

2 этап: $x^2 + 2x - 15 = 0, D = 4 + 60 = 64, A(-5; -3), B(3; 5)$, т.е. корни $x_1 = -5, x_2 = 3$;

3 этап: если числитель равен 5, то знаменатель равен 3.

№ 527.

1 этап: пусть x – скорость течения, тогда скорость катера по течению равна $(15 + x)$, а против течения $(15 - x)$. Время, затраченное катером на путь по

течению равен $\frac{36}{15 + x}$ ч, а против течения – $\frac{24}{15 - x}$ ч. Всего на весь путь катер

затратил 4 ч. Составим уравнение: $\frac{36}{15 + x} + \frac{24}{15 - x} = 0$;

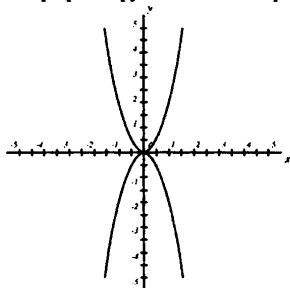
2 этап: $36(15-x) + 24(15+x) = 4(15-x)(15+x)$, $9(15-x) + 6(15+x) = 15^2 - x^2$,
 $135 - 9x + 90 + 6x = 225 - x^2$, $x^2 - 3x = 0$, $x(x-3) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 3$;

3 этап: скорость течения может выражаться только положительным числом, меньшим 15 км/ч, значит, скорость течения равна 3 км/ч.

Домашняя контрольная работа № 2.

Вариант № 1.

1. Графики функций симметричны относительно оси x .



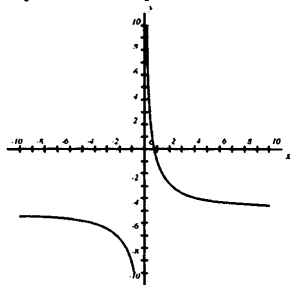
2. Функция $y = x^2$ ограничена снизу, а функция $y = -x^2$ ограничена сверху:

3. $y = \frac{2}{x+1}$ на отрезке $[-5; -2]$,

$y_{\max} = -\frac{1}{2}$ при $x = -5$; $y_{\min} = -2$ при $x = -2$.

4. Функция убывает на отрезке $(-\infty; 0)$ и на отрезке $(0; +\infty)$.

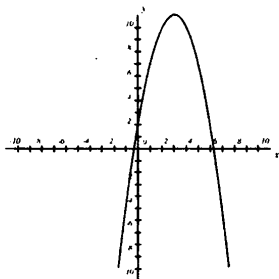
Функция не ограничена ни снизу, ни сверху.



5. $y = -x^2 + 6x + 2 = -(x-3)^2 + 11$

Функция убывает на отрезке $[3; +\infty)$ и возрастает на отрезке $(-\infty; 3]$.

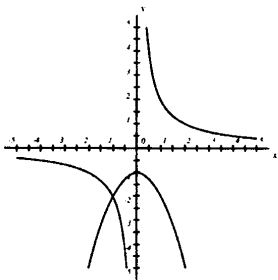
Функция не ограничена снизу и ограничена сверху.



6. $f(x) = 2x^2$, $g(x) = \frac{4}{x}$, $f(2x^4) = 8x^8$,

$$2g\left(\frac{1}{x^8}\right) = 2 \cdot \frac{4}{\frac{1}{x^8}} = 8x^8, \text{ т.е. } f(2x^4) = 2g\left(\frac{1}{x^8}\right).$$

7. $(-1; -2)$



8.

а) $f(-3)$ не определено, $f(0) = 2$, $f(5) = 6$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-2; +\infty)$

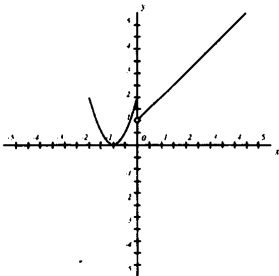
$y = 0$ при $x = -1$,

$y > 0$ при $x \in [-2; -1) \cup (-1; +\infty)$,

функция имеет разрыв при $x = 0$,

функция ограничена снизу и не ограничена сверху,

$y_{\min} = 0$, y_{\max} не существует.



9. 1 способ:

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x-1)^2 = 9, x-1 = \pm 3, x = 4 \text{ или } x = -2;$$

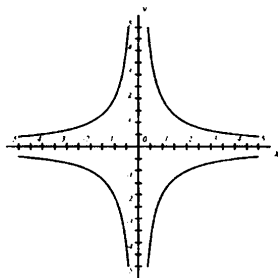
2 способ:

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x^2 + 2x) - (4x + 8) = 0, x(x+2) - 4(x+2) = 0, (x-4)(x+2) = 0, \\ x = 4 \text{ или } x = -2.$$

10. $x^2 + 4x + 6 = p$. Определим значение функции $y = x^2 + 4x + 6$, в вершине этой параболы: $x = -\frac{b}{2a} = -2$, $y(-2) = 2$, т.е. при $p < 2$ уравнение не имеет корней, при $p = 2$ имеет один корень, а при $p > 2$ имеет два корня.

Вариант № 2.

1. Графики функций симметричны относительно оси y .

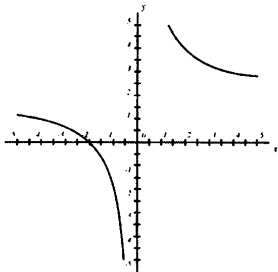


2. Функция $y = x^2$ ограничена снизу, а функция $y = -x^2$ ограничена сверху:

3. $y = -2(x-1)^2$ на отрезке $[-1; 2]$,

$y_{\max} = 0$ при $x = 1$; $y_{\min} = -8$ при $x = -1$.

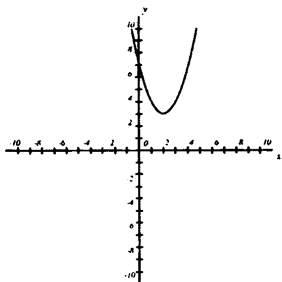
4. $y = \frac{4}{x} + 2$



5. $y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$

Функция убывает на отрезке $(-\infty; 2]$ и возрастает на отрезке $[2; +\infty)$.

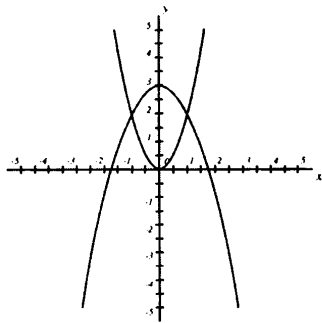
Функция не ограничена сверху и ограничена снизу.



6. $f(x) = -\frac{3}{x}$, $g(x) = 3x^2$, $f\left(-\frac{1}{x^6}\right) = 3x^6$,

$g(x^3) = 3(x^3)^2 = 3x^6$, т.е. $f\left(-\frac{1}{x^6}\right) = g(x^3)$.

7. $(\pm 1; 2)$



8. $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 1 \\ 3 - 2x^2, & 1 < x < 2 \end{cases}$

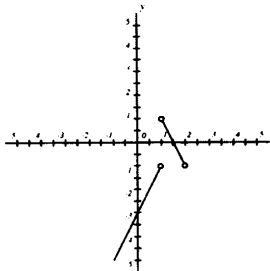
а) $f(-1,5) = -6$, $f(1,5) = -1,5$,

$f(2)$ не определено;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $(-\infty; 2)$

$y = 0$ при $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$,



$$y > 0 \text{ при } x \in \left(1; \sqrt{\frac{3}{2}}\right), \quad y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; 1] \cup \left(\sqrt{\frac{3}{2}}; 2\right),$$

функция имеет разрыв при $x = 1$,

функция ограничена сверху и не ограничена снизу,

y_{\min} – не существует, y_{\max} – не существует.

9.

1 способ:

$$x^2 - 6x + 5 = 0, \quad x^2 - 6x + 9 = 4, \quad (x-3)^2 = 4, \quad x-3 = \pm 2, \quad x=1 \text{ или } x=5;$$

2 способ:

$$x^2 - 6x + 5 = 0, \quad (x^2 - 5x) - (x-5) = 0, \quad x(x-5) - (x-5) = 0, \quad (x-1)(x-5) = 0, \\ x=1 \text{ или } x=5.$$

10. $x^2 + 6x + 9 = p$. Определим значение функции $y = x^2 + 6x + 9$, в вершине

этой параболы: $x = -\frac{b}{2a} = -3$, $y(-3) = 9 - 18 + 9 = 0$, т.е. при $p < 0$ уравнение

не имеет корней, при $p = 0$ имеет один корень, а при $p > 0$ имеет два корня.

§ 15. Понятие квадратного корня
из неотрицательного числа

№ 528.

- а) $\sqrt{36} = 6$, т.к. $6 > 0$, а $6^2 = 36$; б) $\sqrt{121} = 11$, т.к. $11 > 0$, а $11^2 = 121$;
в) $\sqrt{25} = 5$, т.к. $5 > 0$, а $5^2 = 25$; г) $\sqrt{196} = 14$, т.к. $14 > 0$, а $14^2 = 196$.

№ 529.

- а) $\sqrt{49} = 7$, верно, т.к. $7 > 0$, а $7^2 = 49$;
б) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$, верно, т.к. $\frac{3}{2} > 0$, а $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$;
в) $\sqrt{100} = 10$, верно, т.к. $10 > 0$, а $10^2 = 100$;
г) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$, верно, т.к. $\frac{4}{3} > 0$, а $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$.

№ 530.

- а) $\sqrt{25} = -5$, неверно, т.к. $-5 < 0$;
б) $\sqrt{36} = 6,5$, неверно, т.к. $6,5^2 = 42,25 \neq 36$;
в) $\sqrt{100} = 10,1$, неверно, т.к. $10,1^2 = 102,01 \neq 100$;
г) $\sqrt{-81} = -9$, неверно, т.к. $-9 < 0$ и $-81 < 0$.

№ 531.

- а) $\sqrt{4} = 2$, т.к. $2 > 0$, а $2^2 = 4$; б) $\sqrt{25} = 5$, т.к. $5 > 0$, а $5^2 = 25$;
в) $\sqrt{49} = 7$, т.к. $7 > 0$, а $7^2 = 49$; г) $\sqrt{1} = 1$, т.к. $1 > 0$, а $1^2 = 1$.

№ 532.

- а) $\sqrt{144} = 12$, т.к. $12 > 0$, а $12^2 = 144$; б) $\sqrt{169} = 13$, т.к. $13 > 0$, а $13^2 = 169$;
в) $\sqrt{225} = 15$, т.к. $15 > 0$, а $15^2 = 225$; г) $\sqrt{361} = 19$, т.к. $19 > 0$, а $19^2 = 361$.

№ 533.

- а) $\sqrt{0,36} = \sqrt{(0,6)^2} = 0,6$; б) $\sqrt{0,04} = \sqrt{(0,2)^2} = 0,2$;
в) $\sqrt{0,64} = \sqrt{(0,8)^2} = 0,8$; г) $\sqrt{0,81} = \sqrt{(0,9)^2} = 0,9$.

№ 534.

- а) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$; б) $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$; в) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$; г) $\sqrt{\frac{16}{121}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{121}} = \frac{4}{11}$.

№ 535.

а) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3};$

б) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2};$

в) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2};$

г) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}.$

№ 536.

а) $\sqrt{1156} = 34;$ б) $\sqrt{1521} = 39;$ в) $\sqrt{1024} = 32;$ г) $\sqrt{1849} = 43.$

№ 537. Выражения $\sqrt{-1}$ и $-\sqrt{-9}$ не имеют смысла, т.к. не существует квадратного корня из отрицательного числа.**№ 538.**

а) $(\sqrt{5})^2 = \sqrt{5^2} = 5;$

б) $\left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2 = \sqrt{\frac{5^2}{7^2}} = \frac{5}{7};$

в) $(\sqrt{4,5})^2 = \sqrt{4,5^2} = 4,5;$

г) $\left(\sqrt{\frac{1}{12}}\right)^2 = \sqrt{\frac{1^2}{12^2}} = \frac{1}{12}.$

№ 539.

а) $(-\sqrt{11})^2 = (\sqrt{11})^2 = 11;$

б) $-(\sqrt{21})^2 = -\sqrt{21^2} = -21;$

в) $(-\sqrt{2})^2 = -(\sqrt{2})^2 = -2;$

г) $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{3^2} = -3.$

№ 540.

а) $(2\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3})^2 = (\sqrt{12})^2 = 12;$ б) $(3\sqrt{7})^2 = (\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{7})^2 = (\sqrt{63})^2 = 63;$

в) $(4\sqrt{11})^2 = (\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{11})^2 = (\sqrt{176})^2 = 176;$ г) $(6\sqrt{2})^2 = (\sqrt{6^2} \cdot \sqrt{2})^2 = (\sqrt{72})^2 = 72.$

№ 541.

а) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3};$ б) $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 = \frac{1}{7};$

в) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 = \frac{5}{4};$ г) $\left(-\frac{4}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}.$

№ 542.

а) $(\sqrt{3})^6 = ((\sqrt{3})^2)^3 = 3^3 = 27;$

б) $(3\sqrt{2})^4 = ((\sqrt{18})^2)^2 = 18^2 = 324;$

в) $(-\sqrt{11})^4 = ((\sqrt{11})^2)^2 = 11^2 = 121;$

г) $(\sqrt{5})^6 = ((\sqrt{5})^2)^3 = 5^3 = 125.$

№ 543.а) выражение \sqrt{a} имеет смысл при $a \geq 0;$ б) выражение $\sqrt{a^2}$ имеет смысл при любом значении $a;$

в) выражение $-\sqrt{a}$ имеет смысл при $a \geq 0$;

г) выражение $\sqrt{\frac{1}{a}}$ имеет смысл при $a > 0$.

№ 544.

а) $\sqrt{3+\sqrt{36}} = \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = 3$;

б) $\sqrt{44+\sqrt{25}} = \sqrt{44+5} = \sqrt{49} = 7$;

в) $\sqrt{7+\sqrt{81}} = \sqrt{7+9} = \sqrt{16} = 4$;

г) $\sqrt{7-\sqrt{9}} = \sqrt{7-3} = \sqrt{4} = 2$.

№ 545.

а) $\sqrt{16} + \sqrt{100} = 4 + 10 = 14$;

б) $\sqrt{49} + \sqrt{0} = 7 + 0 = 7$;

в) $\sqrt{121} - \sqrt{64} = 11 - 8 = 3$;

г) $\sqrt{81} + \sqrt{1} = 9 + 1 = 10$.

№ 546.

а) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{4} = 8 \cdot 2 = 16$;

б) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{9} = 11 \cdot 3 = 33$;

в) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$;

г) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{225} = 5 \cdot 15 = 75$.

№ 547.

а) $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,36} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 = 0,2$;

б) $-7 \cdot \sqrt{4} = -7 \cdot 2 = -14$;

в) $0,2 \cdot \sqrt{1600} = 0,2 \cdot 40 = 8$;

г) $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{900} = \frac{1}{5} \cdot 30 = 6$.

№ 548.

а) $x^2 = 4$, $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$;

б) $x^2 = 16$, $x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$;

в) $x^2 = 9$, $x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$;

г) $x^2 = 25$, $x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$.

№ 549.

а) $x^2 = 5$, $x = \pm\sqrt{5}$;

б) $x^2 = 11$, $x = \pm\sqrt{11}$;

в) $x^2 = 13$, $x = \pm\sqrt{13}$;

г) $x^2 = 17$, $x = \pm\sqrt{17}$.

№ 550.

а) $\frac{1}{3}x^2 = 4$, $x^2 = 4 \cdot 3$, $x = \pm\sqrt{4 \cdot 3} = \pm 2\sqrt{3}$;

б) $\frac{1}{6}x^2 = 24$, $x^2 = 6 \cdot 4 \cdot 6$, $x = \pm\sqrt{4 \cdot 36} = \pm 2 \cdot 6 = \pm 12$;

в) $4x^2 - 28 = 0$, $4x^2 = 28$, $x^2 = 7$, $x = \pm\sqrt{7}$;

г) $3x^2 - 72 = 0$, $3x^2 = 72$, $x^2 = 24$, $x = \pm\sqrt{6 \cdot 4} = \pm 2\sqrt{6}$.

№ 551.

а) $x > \sqrt{2}$, $x^2 > 2$, $4 > 2$, искомое число равно $\sqrt{4} = 2$;

б) $2x < \sqrt{3}$, $4x^2 < 3$, $x^2 < \frac{3}{4}$, $0 < \frac{3}{4}$, искомое число равно $\sqrt{0} = 0$;

в) $x > \sqrt{5}$, $x^2 > 5$, $9 > 5$, искомое число равно $\sqrt{9} = 3$;

г) $3x < \sqrt{11}$, $9x^2 < 11$, $x^2 < \frac{11}{9}$, $1 < \frac{11}{9}$, искомое число равно $\sqrt{1} = 1$.

№ 552.

а) $2x > \sqrt{5}$, $x > \frac{\sqrt{5}}{2}$, $x^2 > \frac{5}{4}$, $x_1^2 = 4$, $x_2^2 = 9$, $x_3^2 = 16$, искомые числа равны $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$;

б) $2x < \sqrt{7}$, искомые числа равны $x_1 = -3$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$;

в) $3x < \sqrt{2}$, искомые числа равны $x_1 = -3$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$;

г) $5x > \sqrt{10}$, $x > \frac{\sqrt{10}}{5}$, $x^2 > \frac{2}{5}$, искомые числа равны $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$.

№ 553. Пусть сторона квадрата равна a , тогда его площадь равна:

а) $a^2 = 64$, $a = \pm 8$, т.к. площадь не может быть отрицательной, то $a = 8$ см;

б) $a^2 = 100$, $a = \pm 10$, т.к. площадь не может быть отрицательной, то $a = 10$ см;

в) $a^2 = 2,25$, $a = \pm 1,5$, т.к. площадь не может быть отрицательной, то $a = 1,5$ см;

г) $a^2 = 17$, $a = \pm \sqrt{17}$, т.к. площадь не может быть отрицательной, то $a = \sqrt{17}$ см.

№ 554. Найдем гипотенузу прямоугольного треугольника:

а) $A = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ см;

б) $A = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ дм;

в) $A = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ см;

г) $A = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$ см.

№ 555.

а) $\sqrt{x} = 11$, $x = 11^2$, $x = 121$;

б) $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$, $x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$, $x = \frac{4}{9}$;

в) $\sqrt{x} = 1,1$, $x = 1,1^2$, $x = 1,21$;

г) $\sqrt{x} = \frac{7}{8}$, $x = \left(\frac{7}{8}\right)^2$, $x = \frac{49}{64}$.

№ 556.

а) $\sqrt{225} + 3\sqrt{121} = 15 + 3 \cdot 11 = 48$;

б) $\frac{9,5}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{9,5}{19} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$;

в) $-0,03 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = 1$;

г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$.

№ 557.

а) $5 - \frac{1}{7} \sqrt{\frac{27}{169}} = 5 - \frac{1}{7} \sqrt{\frac{196}{169}} = 5 - \frac{2}{13} = 4 \frac{11}{13}$;

$$\text{б)} 8\sqrt{5\frac{1}{16}} + 3 = 8\sqrt{\frac{81}{16}} + 3 = 8 \cdot \frac{9}{4} = 18 + 3 = 21;$$

$$\text{в)} 2\sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 2\frac{5}{4} - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2};$$

$$\text{г)} 4 - \frac{1}{4}\sqrt{5\frac{11}{49}} = 4 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{256}{49}} = 4 - \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{7} = 3\frac{3}{7}.$$

№ 558.

$$\text{а)} \frac{1}{2}\sqrt{196} + 1,5\sqrt{0,36} = \frac{14}{2} + \frac{3}{2} \cdot 0,6 = 7,9;$$

$$\text{б)} 0,5\sqrt{0,04} + \frac{1}{6}\sqrt{144} = 0,5 \cdot 0,2 + 2 = 2,1;$$

$$\text{в)} 3,6\sqrt{0,25} + \frac{1}{32}\sqrt{256} = 3,6 \cdot 0,5 + \frac{16}{32} = 2,3;$$

$$\text{г)} 2,5\sqrt{3,24} - \frac{1}{2}\sqrt{225} = 2,5 \cdot 1,8 - \frac{15}{2} = -3.$$

№ 559.

$$\text{а)} \text{ при } a=1: \sqrt{6-2a} = \sqrt{6-2} = \sqrt{4} = 2;$$

$$\text{б)} \text{ при } b=2: \sqrt{5b^2+10b+9} = \sqrt{5 \cdot 2^2+10 \cdot 2+9} = \sqrt{49} = 7;$$

$$\text{в)} \text{ при } c=1,5: \sqrt{4-2c} = \sqrt{4-2 \cdot 1,5} = \sqrt{1} = 1;$$

$$\text{г)} \text{ при } d=5: \sqrt{d^3-d^2} = \sqrt{5^3-5^2} = \sqrt{100} = 10.$$

№ 560.

$$\text{а)} \text{ при } a=4 \text{ и } b=7: \sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 4-7} = \sqrt{1} = 1;$$

$$\text{б)} \text{ при } p=25 \text{ и } q=16:$$

$$\sqrt{p+11} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2} = \sqrt{25+11} - \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2} = \sqrt{36} - \sqrt{8^2} = 6 - 8 = -2;$$

$$\text{в)} \text{ при } m=33 \text{ и } n=2: \sqrt{m-4n} = \sqrt{33-4 \cdot 2} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\text{г)} \text{ при } s=225 \text{ и } t=25: \sqrt{\frac{s}{t}} + \sqrt{\frac{t}{s}} = \sqrt{\frac{225}{25}} + \sqrt{\frac{25}{225}} = \frac{15}{5} + \frac{5}{15} = 3\frac{1}{3}.$$

№ 561.

$$\text{а)} 3 < \sqrt{14} < 4, \text{ т.к. } 9 < 14 < 16;$$

$$\text{б)} 6 < \sqrt{48} < 7, \text{ т.к. } 36 < 48 < 49;$$

$$\text{в)} 0 < \sqrt{0,8} < 1, \text{ т.к. } 0 < 0,8 < 1;$$

$$\text{г)} -6 < -\sqrt{28} < -5, \text{ т.к. } 25 < 28 < 36.$$

№ 562.

$$\text{а)} -1 < -\sqrt{0,3} < 0, \text{ т.к. } 0 < 0,3 < 1;$$

$$\text{б)} 18 < \sqrt{325} < 19, \text{ т.к. } 324 < 325 < 361;$$

$$\text{в)} 10 < \sqrt{105} < 11, \text{ т.к. } 100 < 105 < 121;$$

$$\text{г)} -16 < -\sqrt{238} < -15, \text{ т.к. } 225 < 238 < 256.$$

№ 563.

а) $x \leq \sqrt{5}$, $x^2 \leq 5$, значит, $x^2 = 4$, $x > 0$ и $x = 2$;

б) $2x \leq \sqrt{7}$, $x^2 \leq \frac{7}{4}$, значит, $x^2 = 1$, $x > 0$ и $x = 1$;

в) $3x \leq \sqrt{2}$, $x^2 \leq \frac{2}{9}$, значит, $x^2 = 0$, $x = 0$;

г) $x \leq \sqrt{3}$, $x^2 \leq 3$, значит, $x^2 = 1$, $x > 0$ и $x = 1$.

№ 564.

а) $x > \sqrt{7}$, $x^2 > 7$, значит, $x^2 = 9$, $x > 0$ и $x = 3$;

б) $x > \sqrt{10}$, $x^2 > 10$, значит, $x^2 = 16$, $x > 0$ и $x = 4$;

в) $x > \sqrt{62}$, $x^2 > 62$, значит, $x^2 = 64$, $x > 0$ и $x = 8$;

г) $x > \sqrt{103}$, $x^2 > 103$, значит, $x^2 = 121$, $x > 0$ и $x = 11$.

№ 565.

а) $\sqrt{5} < \sqrt{9} = 3$, промежуток $[1; \sqrt{5}]$ содержит 2 целых числа;

б) $-\sqrt{2} > -\sqrt{4} = -2$, $\sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$, промежуток $(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$ содержит 3 целых числа;

в) $-\sqrt{3} > -\sqrt{4} = -2$, $\sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$, промежуток $[-\sqrt{3}; \sqrt{6}]$ содержит 4 целых числа;

г) $\sqrt{7} > \sqrt{4} = 2$, промежуток $(\sqrt{7}; 7)$ содержит 4 целых числа.

№ 566.

а) $\sqrt{x-1} = 3$, $x-1 = 9$, $x = 10$; б) $\sqrt{4x+1} = 7$, $4x+1 = 49$, $4x = 48$, $x = 12$;

в) $\sqrt{x+2} = 5$, $x+2 = 25$, $x = 23$; г) $\sqrt{7x-1} = 1$, $7x-1 = 1$, $7x = 2$, $x = \frac{2}{7}$.

№ 567.

а) $\sqrt{289-x^2} = 8$, $289-x^2 = 64$, $x^2 = 225$, $x = \pm 15$;

б) $\sqrt{x^2+144} = 13$, $x^2+144 = 169$, $x^2 = 25$, $x = \pm 5$;

в) $\sqrt{25-x^2} = 0$, $25-x^2 = 0$, $x^2 = 25$, $x = \pm 5$;

г) $\sqrt{x^2-144} = 5$, $x^2-144 = 25$, $x^2 = 169$, $x = \pm 13$.

№ 568.

а) $\sqrt{2116} = \sqrt{529 \cdot 4} = \sqrt{23^2 \cdot 2^2} = 23 \cdot 2 = 46$;

б) $\sqrt{4225} = \sqrt{169 \cdot 25} = \sqrt{13^2 \cdot 5^2} = 13 \cdot 5 = 65$;

в) $\sqrt{9801} = \sqrt{121 \cdot 81} = \sqrt{11^2 \cdot 9^2} = 11 \cdot 9 = 99$;

г) $\sqrt{5329} = 73$.

№ 569.

а) $8464 < 8467 < 8649$, $92 < \sqrt{8467} < 93$, т.е. $\sqrt{8467} \notin \mathbb{Z}$;

б) $2209 < 2215 < 2304$, $47 < \sqrt{2215} < 48$, т.е. $\sqrt{2215} \notin \mathbb{Z}$;

в) $2025 < 2113 < 2116$, $45 < \sqrt{2113} < 46$, т.е. $\sqrt{2113} \notin \mathbb{Z}$;

г) $1225 < 1228 < 1296$, $35 < \sqrt{1228} < 36$, т.е. $\sqrt{1228} \notin \mathbb{Z}$.

№ 570.

а) $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$; б) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$; в) $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$; г) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$.

№ 571.

а) $\sqrt[3]{1000} = 10$, т.к. $10^3 = 1000$; б) $\sqrt[3]{3,375} = 1,5$, т.к. $1,5^3 = 3,375$;

в) $\sqrt[3]{0,001} = 0,1$, т.к. $0,1^3 = 0,001$; г) $\sqrt[3]{7^{12}} = 7^4$, т.к. $(7^4)^3 = 7^{12}$.

§ 16. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график

№ 572.

а) точка $A(2; \sqrt{2})$ принадлежит графику, т.к. $y(2) = \sqrt{2} = \sqrt{2}$;

б) точка $B(1; 0)$ не принадлежит графику, т.к. $y(1) = \sqrt{1} = 1 \neq 0$;

в) точка $C(6,25; 2,5)$ принадлежит графику, т.к. $y(6,25) = \sqrt{6,25} = 2,5 = 2,5$;

г) точка $D(-9; 3)$ не принадлежит графику, т.к. $y(-9) = \sqrt{-9}$ не имеет смысла.

№ 573.

а) $y_{\min} = 0$ при $x = 0$, $y_{\max} = 1$ при $x = 1$;

б) y_{\min} не существует, $y_{\max} = 3$ при $x = 9$;

в) $y_{\min} = 1$ при $x = 1$, $y_{\max} = 2$ при $x = 4$;

г) $y_{\min} = 2$ при $x = 4$, y_{\max} не существует.

№ 574.

а) $y_{\min} = 0$ при $x = 0$, y_{\max} не существует;

б) $y_{\min} = \sqrt{2}$ при $x = 2$, y_{\max} не существует;

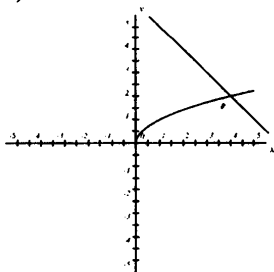
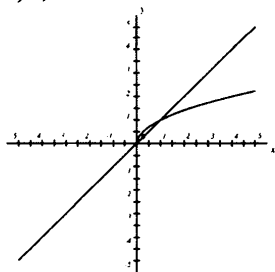
в) $y_{\min} = -1$ при $x = 9$, y_{\max} не существует;

г) $y_{\min} = \sqrt{5}$ при $x = 5$, y_{\max} не существует.

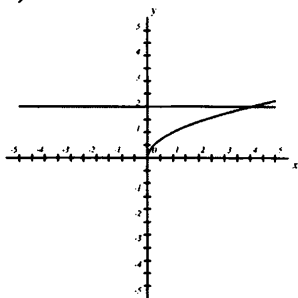
№ 575.

а) 0; 1

б) 4

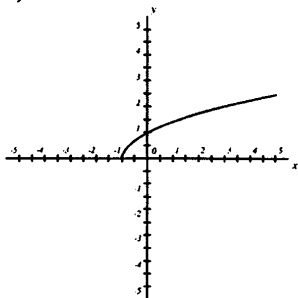


в) 4

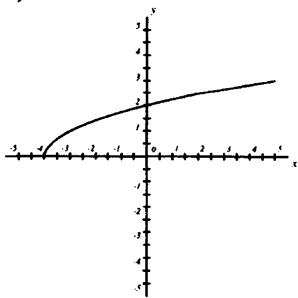


№ 576.

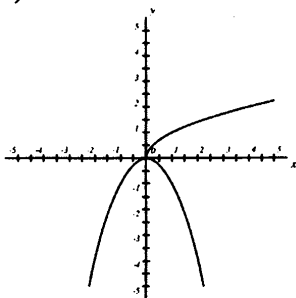
а)



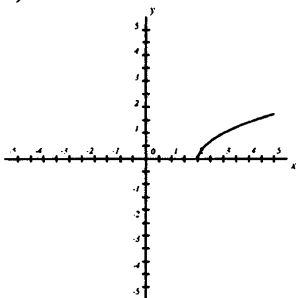
в)



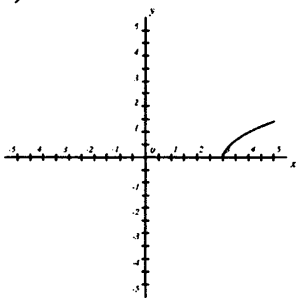
г) 0



б)

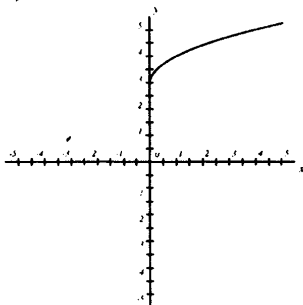


г)

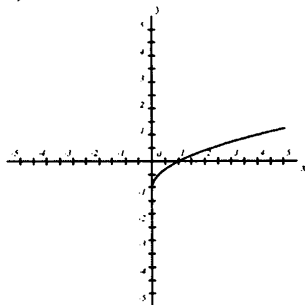


№ 577.

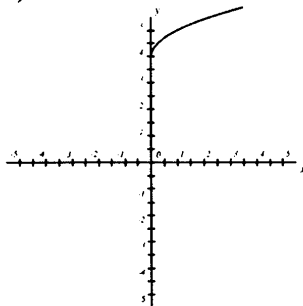
а)



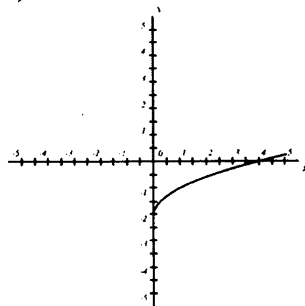
б)



в)

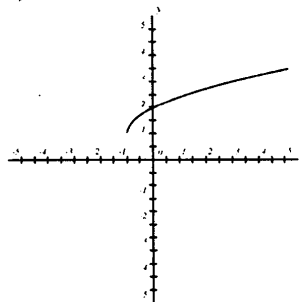


г)

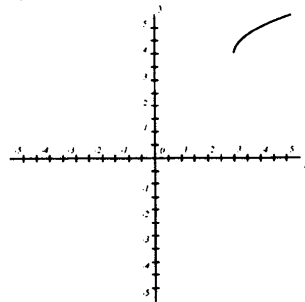


№ 578.

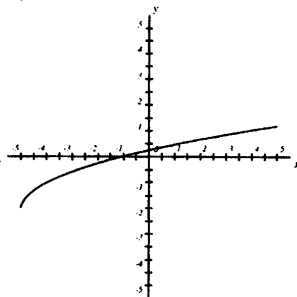
а)



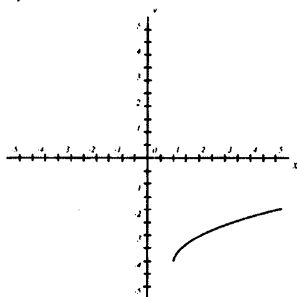
б)



в)

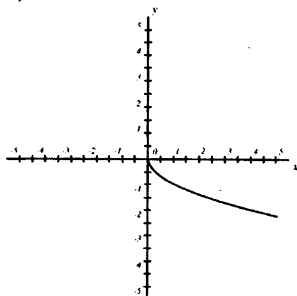


г)

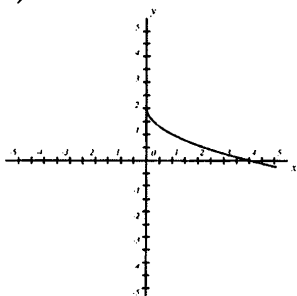


№ 579.

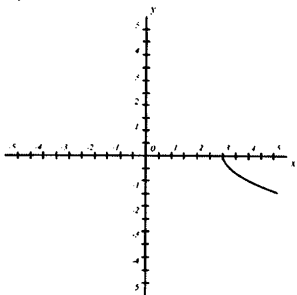
а)



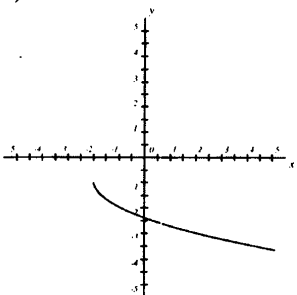
б)



в)



г)



№ 580.

а) $y_{\min} = 0$ при $x = -5$, $y_{\max} = \sqrt{6}$ при $x = 1$;б) $y_{\min} = 1$ при $x = -4$, $y_{\max} = 2$ при $x = -1$;

в) $y_{\min} = 2$ при $x = -1$, y_{\max} – не существует;

г) $y_{\min} = 0$ при $x = 0$, y_{\max} – не существует.

№ 581.

а) $y_{\min} = 1$ при $x = -4$, $y_{\max} = \sqrt{7}$ при $x = 2$;

б) $y_{\min} = \sqrt{5}$ при $x = 0$, y_{\max} – не существует;

в) $y_{\min} = 2$ при $x = -1$, $y_{\max} = 3$ при $x = 4$;

г) $y_{\min} = \sqrt{2}$ при $x = -3$, y_{\max} – не существует.

№ 582.

а) $y_{\min} = 1$ при $x = 0$, $y_{\max} = 2$ при $x = 1$;

б) $y_{\min} = 3$ при $x = 4$, y_{\max} – не существует;

в) $y_{\min} = 2$ при $x = 1$, $y_{\max} = 4$ при $x = 9$;

г) $y_{\min} = 1$ при $x = 0$, y_{\max} – не существует.

№ 583.

а) $y_{\min} = \sqrt{2} + 1$ при $x = 2$, $y_{\max} = 4$ при $x = 9$;

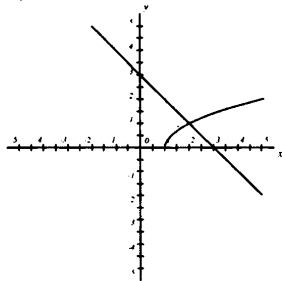
б) $y_{\min} = \sqrt{5} + 1$ при $x = 5$, y_{\max} – не существует;

в) y_{\min} – не существует, $y_{\max} = 4$ при $x = 9$;

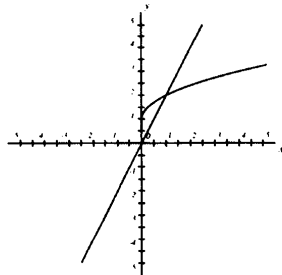
г) $y_{\min} = 2$ при $x = 1$, y_{\max} – не существует.

№ 584.

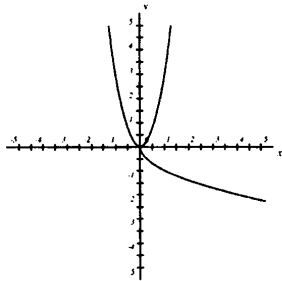
а) 1



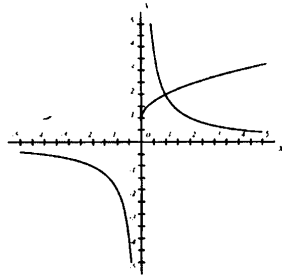
в) 1



б) 0

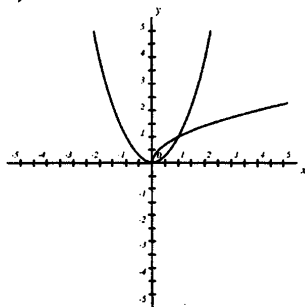


г) 1

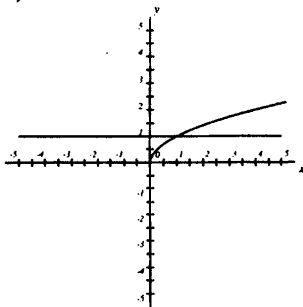


№ 585.

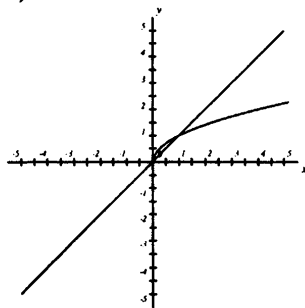
а)



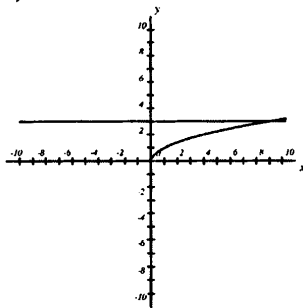
б)



в)



г)

№ 586. Дано $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$. Докажем:

а) $f(x^4) = \sqrt{x^4} = x^2 = g(x)$;

б) $(f(x))^8 = (\sqrt{x})^8 = x^4 = g(x^2)$.

№ 587. По условию $f(x) = \sqrt{x}$. Решим уравнение:

а) $\sqrt{x-1} = 3$, $x-1=9$, $x=10$;

б) $\sqrt{2x} = 4$, $2x=16$, $x=8$.

№ 588.

а) выпукла вверх на $[-1; 1]$, выпукла вниз на $[1; 4]$;б) выпукла вверх на $[0; 4]$, выпукла вниз на $(-\infty; 0)$;в) выпукла вверх на $[-3; -2]$ и $[-1; 1]$, выпукла вниз на $[-2; -1]$;г) выпукла вниз на $[-3; -1]$ и $[-1; +\infty)$.

№ 589.

а) $f(-2) = -4$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$

$y = 0$ при $x = 0$,

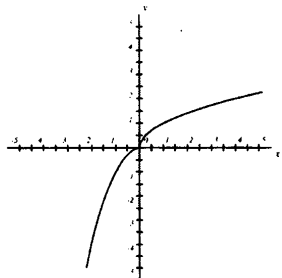
$y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$,

$y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$,

функция непрерывна на всей области определения,

функция не ограничена ни сверху, ни снизу,

y_{\min} – не существует, y_{\max} – не существует.



№ 590.

а) $f(-2,5) = 5$, $f(-1) = 2$, $f(2) = \sqrt{3}$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-3; 3]$

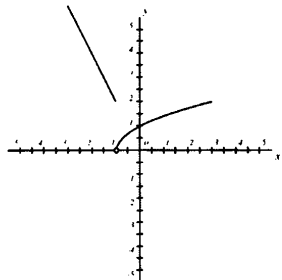
$y \neq 0$,

$y > 0$ при $x \in [-3; 3]$,

функция имеет разрыв при $x = -1$,

функция ограничена и сверху, и снизу,

y_{\min} – не существует, $y_{\max} = 6$.



№ 591.

а) $f(-3) = -\frac{1}{3}$, $f(0) = 0$, $f(5) = \sqrt{5}$;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$

$y = 0$ при $x = 0$,

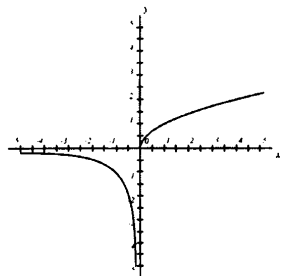
$y > 0$ при $x > 0$,

$y < 0$ при $x < 0$,

функция имеет разрыв при $x = 0$,

функция не ограничена ни сверху, ни снизу,

y_{\min} – не существует, y_{\max} – не существует.



№ 592.

а) $y_{\min} = -3$ при $x = -2$, $y_{\max} = -1$ при $x = 2$;

б) y_{\min} – не существует, y_{\max} – не существует;

в) $y_{\min} = 2$ при $x = 23$, y_{\max} – не существует;

г) $y_{\min} = \sqrt{5} - 3$ при $x = 3$, y_{\max} – не существует.

№ 593. По условию $f(x) = \sqrt{x-1} - 3$. Решим уравнение:

а) $f(x) = 0$, $\sqrt{x-1} - 3 = 0$, $\sqrt{x-1} = 3$, $x-1 = 9$, $x = 10$;

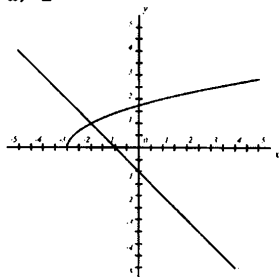
б) $f(x+1) = -2$, $\sqrt{x} - 3 = -2$, $\sqrt{x} = 1$, $x = 1$;

в) $f(-x+1) = 0$, $\sqrt{-x} = 3$, $-x = 9$, $x = -9$;

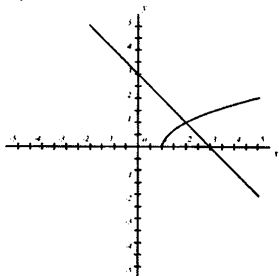
г) $f(x^2) = 1$, $\sqrt{x^2-1} - 3 = 1$, $\sqrt{x^2-1} = 4$, $x^2-1 = 16$, $x^2 = 17$, $x = \pm\sqrt{17}$.

№ 594.

а) -2

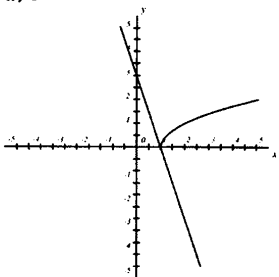


в) 2

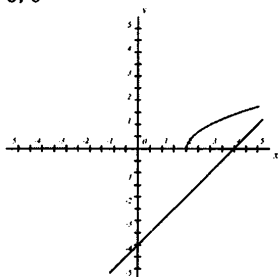


№ 595.

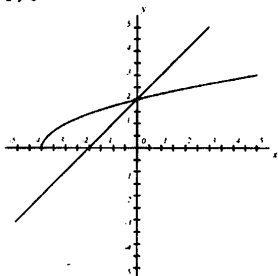
а) 1



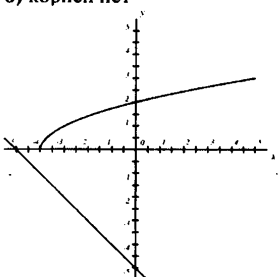
б) 6



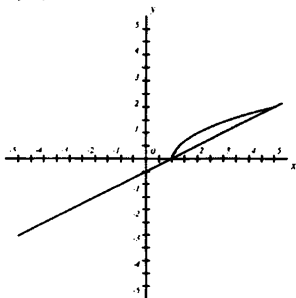
г) 0



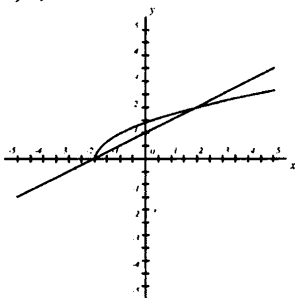
б) корней нет



в) 5; 1

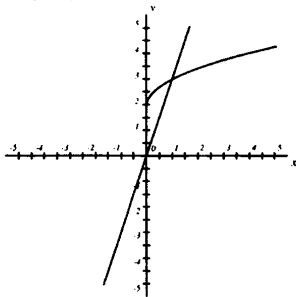


г) 2; -2

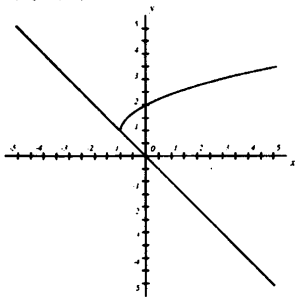


№ 596.

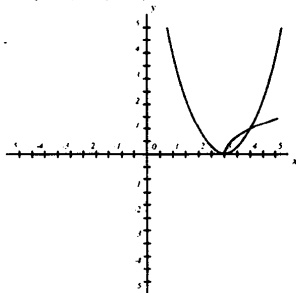
а) (1; 3)



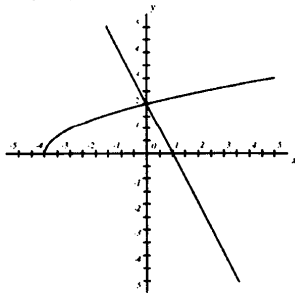
б) (-1; 1)



в) (3; 0) и (4; 1)



г) (0; 2)



№ 597.

а) $f(-2, 8) = 3,6$, $f(3, 84) = 2,2$, $f(10)$ не определено;

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-3; 5]$

$$y = 0 \text{ при } x = -1,$$

$$y > 0 \text{ при } x \in [-3; -1) \cup (1; 5],$$

$$y < 0 \text{ при } x \in (-1; 1],$$

функция имеет разрыв при $x = 1$,

функция ограничена и сверху, и снизу,

$$y_{\min} = -4, y_{\max} = 4.$$

№ 598.

$$\text{а) } f(-3) = 0, f(1) = 2, f(1,5) = \frac{1}{2};$$

б) изобразим график

в) О.О.Ф. $[-3; 2]$

$$y = 0 \text{ при } x = -3,$$

$$y > 0 \text{ при } x \in (-3; 2],$$

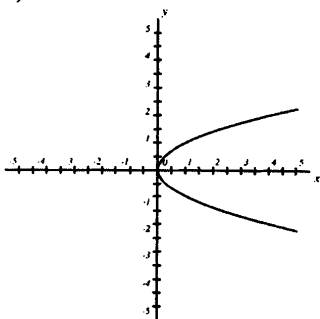
функция имеет разрыв при $x = 1$,

функция ограничена и сверху, и снизу,

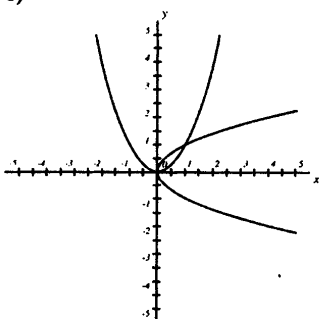
$$y_{\min} = 0, y_{\max} = 2.$$

№ 599.

а)



б)



§ 17. Свойства квадратных корней

№ 600.

$$\text{а) } \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6;$$

$$\text{б) } \sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20;$$

$$\text{в)} \sqrt{49 \cdot 81} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{81} = 7 \cdot 9 = 63; \quad \text{г)} \sqrt{64 \cdot 36} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 8 \cdot 6 = 48.$$

№ 601.

$$\text{а)} \sqrt{0,01 \cdot 0,09} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,09} = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03;$$

$$\text{б)} \sqrt{0,36 \cdot 0,49} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{0,49} = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42;$$

$$\text{в)} \sqrt{0,04 \cdot 1,21} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{1,21} = 0,2 \cdot 1,1 = 0,22;$$

$$\text{г)} \sqrt{0,81 \cdot 0,81} = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,81} = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81.$$

№ 602.

$$\text{а)} \sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60;$$

$$\text{б)} \sqrt{0,64 \cdot 0,36 \cdot 9} = 0,8 \cdot 0,6 \cdot 3 = 1,44;$$

$$\text{в)} \sqrt{81 \cdot 100 \cdot 4} = 9 \cdot 10 \cdot 2 = 180;$$

$$\text{г)} \sqrt{0,01 \cdot 81 \cdot 0,25} = 0,1 \cdot 9 \cdot 0,5 = 0,45.$$

№ 603.

$$\text{а)} \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5};$$

$$\text{б)} \sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11};$$

$$\text{в)} \sqrt{\frac{144}{196}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{196}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7};$$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}.$$

№ 604.

$$\text{а)} \sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{63};$$

$$\text{б)} \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{6};$$

$$\text{в)} \sqrt{\frac{9}{49} \cdot \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{9}{49}} \cdot \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{28};$$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{100}{121} \cdot \frac{4}{81}} = \sqrt{\frac{100}{121}} \cdot \sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{10}{11} \cdot \frac{2}{9} = \frac{20}{99}.$$

№ 605.

$$\text{а)} \sqrt{1 \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}; \quad \text{б)} \sqrt{5 \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}; \quad \text{в)} \sqrt{1 \frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}; \quad \text{г)} \sqrt{3 \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}.$$

№ 606.

$$\text{а)} \sqrt{1 \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15};$$

$$\text{б)} \sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{14}{5} = 2,8;$$

$$\text{в)} \sqrt{1 \frac{9}{16} \cdot \frac{64}{100}} = \sqrt{\frac{25}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{10} = 1;$$

$$\text{г)} \sqrt{5 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{14}{9} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

№ 607.

$$\text{а)} \sqrt{4^4} = 4^2 = 16; \quad \text{б)} \sqrt{5^8} = 5^4 = 625; \quad \text{в)} \sqrt{9^6} = 9^3 = 729; \quad \text{г)} \sqrt{6^4} = 6^2 = 36.$$

№ 608.

а) $\sqrt{\frac{81 \cdot 25}{16}} = \frac{9 \cdot 5}{4} = \frac{45}{4}$;

б) $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 121}} = \frac{6}{7 \cdot 11} = \frac{6}{77}$;

в) $\sqrt{\frac{9 \cdot 16}{25 \cdot 49}} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$;

г) $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 100}} = \frac{11 \cdot 16}{5 \cdot 10} = \frac{88}{25}$.

№ 609.

а) $\sqrt{115600} = \sqrt{1156 \cdot 100} = 10\sqrt{1156} = 10 \cdot 34 = 340$;

б) $\sqrt{577600} = \sqrt{5776 \cdot 100} = 10\sqrt{5776} = 10 \cdot 76 = 760$;

в) $\sqrt{608400} = \sqrt{6084 \cdot 100} = 10\sqrt{6084} = 10 \cdot 78 = 780$;

г) $\sqrt{902500} = \sqrt{9025 \cdot 100} = 10\sqrt{9025} = 10 \cdot 95 = 950$.

№ 610.

а) $\sqrt{20,25} = \sqrt{2025 \cdot 0,1} = 45 \cdot 0,1 = 4,5$;

б) $\sqrt{43,56} = \sqrt{4356 \cdot 0,1} = 66 \cdot 0,1 = 6,6$;

в) $\sqrt{96,04} = \sqrt{9604 \cdot 0,1} = 98 \cdot 0,1 = 9,8$;

г) $\sqrt{37,21} = \sqrt{3721 \cdot 0,1} = 61 \cdot 0,1 = 6,1$.

№ 611.

а) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{21} = \sqrt{3 \cdot 7}$;

в) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$;

г) $\sqrt{82} = \sqrt{2 \cdot 41}$.

№ 612.

а) $\sqrt{5a} = \sqrt{5 \cdot a}$;

б) $\sqrt{12b} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot b} = 2\sqrt{3 \cdot b}$;

в) $\sqrt{21c} = \sqrt{3 \cdot 7 \cdot c}$;

г) $\sqrt{48d} = \sqrt{16 \cdot 3 \cdot d} = 4\sqrt{3 \cdot d}$.

№ 613.

а) $\sqrt{\frac{15}{17}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$;

б) $\sqrt{\frac{23}{25}} = \frac{\sqrt{23}}{5}$;

в) $\sqrt{\frac{z}{5}} = \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{5}}$;

г) $\sqrt{\frac{49}{t}} = \frac{7}{\sqrt{t}}$.

№ 614.

а) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{64} = 8$;

б) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{225} = 15$;

в) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{441} = 21$;

г) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90} = \sqrt{900} = 30$.

№ 615.

а) $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2} = \sqrt{6,76} = 2,6$;

б) $\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{0,7} = \sqrt{1,96} = 1,4$;

в) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{1} = 1$;

г) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{225} = 15$.

№ 616.

а) $\sqrt{0,05} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{2,25} = 1,5$;

б) $\sqrt{1,92} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5,76} = 2,4$;

в) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{1,2} = \sqrt{3,24} = 1,8$;

г) $\sqrt{16,9} \cdot \sqrt{0,4} = \sqrt{6,76} = 2,6$.

№ 617.

а) $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{160}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = 2,5$;

б) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3$;

в) $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}} = \sqrt{2,25} = 1,5$;

г) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}} = \sqrt{9} = 3$.

№ 618.

а) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$; б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{192}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$; в) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{242}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}$; г) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}$

№ 619.

а) $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{25} = 5$;

б) $\sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{49} = 7$;

в) $\sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{(41-40)(41+40)} = \sqrt{81} = 9$;

г) $\sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85-84)(85+84)} = \sqrt{169} = 13$.

№ 620.

а) $20\sqrt{\frac{a}{400}} = 20\frac{\sqrt{a}}{20} = \sqrt{a}$;

б) $\frac{1}{13}\sqrt{169b} = \frac{13\sqrt{b}}{13} = \sqrt{b}$;

в) $\frac{1}{15}\sqrt{225c} = \frac{15\sqrt{c}}{15} = \sqrt{c}$;

г) $12\sqrt{\frac{d}{144}} = 12\frac{\sqrt{d}}{12} = \sqrt{d}$.

№ 621.

а) $\sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$;

б) $\sqrt{145^2 - 144^2} = \sqrt{145 + 144} = \sqrt{289} = 17$;

в) $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$;

г) $\sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{313 + 312} = \sqrt{625} = 25$.

№ 622.

а) $\sqrt{72,5^2 - 71,5^2} = \sqrt{72,5 + 71,5} = \sqrt{144} = 12$;

б) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{10 \cdot 3,6} = \sqrt{36} = 6$;

в) $\sqrt{98,5^2 - 97,5^2} = \sqrt{98,5 + 97,5} = \sqrt{196} = 14$;

г) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{40 \cdot 3,6} = \sqrt{144} = 12$.

№ 623.

а) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \frac{\sqrt{41} \cdot \sqrt{289}}{\sqrt{164}} = \frac{17}{2} = 8,5$;

$$\text{б)} \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \frac{\sqrt{73} \cdot \sqrt{225}}{\sqrt{73} \cdot \sqrt{841}} = \frac{15}{29};$$

$$\text{в)} \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{64} \cdot \sqrt{288}} = \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96};$$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{194,5^2 - 31,5^2}} = \frac{\sqrt{49} \cdot \sqrt{242}}{\sqrt{162} \cdot \sqrt{225}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}.$$

№ 624.

$$\text{а)} \sqrt{4356} = \sqrt{121 \cdot 36} = 11 \cdot 6 = 66;$$

$$\text{б)} \sqrt{8464} = \sqrt{529 \cdot 16} = 23 \cdot 4 = 92;$$

$$\text{в)} \sqrt{3844} = \sqrt{961 \cdot 4} = 31 \cdot 2 = 62;$$

$$\text{г)} \sqrt{9025} = \sqrt{361 \cdot 25} = 19 \cdot 5 = 95.$$

№ 625.

$$\text{а)} \sqrt{0,6} = \frac{\sqrt{60}}{10} \approx 0,77;$$

$$\text{б)} \sqrt{240} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{60} \approx 15,4;$$

$$\text{в)} \sqrt{6000} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{100} \approx 77;$$

$$\text{г)} \sqrt{540} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{9} \approx 23,1.$$

№ 626.

$$\text{а)} \sqrt{810} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{90} \approx 28,5;$$

$$\text{б)} \sqrt{360} + 2 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{90} + 2 \approx 21;$$

$$\text{в)} \sqrt{2250} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{90} \approx 47,5;$$

$$\text{г)} \sqrt{9000} - 4 = \sqrt{90} \cdot \sqrt{100} - 4 \approx 91.$$

№ 627.

$$\text{а)} \text{ при } x > 0 \text{ и } y > 0; \sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y};$$

$$\text{б)} \text{ при } x < 0 \text{ и } y < 0; \sqrt{xy} = \sqrt{-x} \cdot \sqrt{-y}.$$

№ 628.

$$\text{а)} \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}, \text{ равенство верно при } a=0, b=0 \text{ и } a=1, b=0, \text{ неверно при } a=2, b=1 \text{ и } a=2, b=2;$$

$$\text{б)} \sqrt{ab} = a\sqrt{b}, \text{ равенство верно при } a=0, b=1 \text{ и } a=1, b=1, \text{ неверно при } a=2, b=1 \text{ и } a=2, b=2;$$

$$\text{в)} \sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}, \text{ равенство верно при } a=1, b=0 \text{ и } a=0, b=0, \text{ неверно при } a=2, b=1 \text{ и } a=3, b=1;$$

$$\text{г)} \sqrt{ab} = ab, \text{ равенство верно при } a=0, b=2 \text{ и } a=1, b=1, \text{ неверно при } a=2, b=3 \text{ и } a=3, b=4}.$$

№ 629. По условию $f(x) = -\sqrt{x}$. Докажем:

$$\text{а)} f(4x) = -\sqrt{4x} = -2\sqrt{x} = 2f(x);$$

$$\text{б)} f(x^4) = -\sqrt{x^4} = -x^2 = -(f(x))^4;$$

$$\text{в)} f(0,01x) = -\sqrt{0,01x} = -0,1\sqrt{x} = 0,1f(x);$$

$$\text{г)} f(x^5) = -\sqrt{x^5} = -x^2\sqrt{x} = x^2f(x).$$

§ 18. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня

№ 630.

а) $\sqrt{5^4} = 5^2 = 25$; б) $\sqrt{(-2)^8} = (-2)^4 = 16$; в) $\sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$; г) $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{5^2} = 5$.

№ 631.

а) $\sqrt{3^4 \cdot 5^2} = 3^2 \cdot 5 = 45$;

б) $\sqrt{2^6 \cdot 7^4} = 2^3 \cdot 7^2 = 392$;

в) $\sqrt{7^2 \cdot 2^6} = 7 \cdot 2^3 = 56$;

г) $\sqrt{3^4 \cdot 5^2} = 3^2 \cdot 5 = 45$.

№ 632.

а) при $a = 15$; $\sqrt{a^2} = a = 15$;

б) при $a = 7$; $2\sqrt{a^4} = 2a^2 = 98$;

в) при $b = 2$; $-3\sqrt{b^6} = -3b^3 = -24$;

г) при $y = -2$; $5\sqrt{y^8} = 5y^4 = 80$.

№ 633.

а) $\sqrt{9a^{16}} = 3a^8$; б) $\sqrt{36b^8} = 6b^4$;

в) $\sqrt{49c^4} = 7c^2$; г) $\sqrt{81d^6} = 9d^3$.

№ 634.

а) $-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot 2x = -10x$;

б) $-3\sqrt{9y^6} = -3 \cdot 3y^3 = -9y^3$;

в) $-0,1\sqrt{100z^8} = -0,1 \cdot 10z^4 = -z^4$;

г) $-\sqrt{0,25t^2} = -0,5t$.

№ 635.

а) $\sqrt{x^2 y^4} = xy^2$; б) $\sqrt{z^6 t^8} = z^3 t^4$;

в) $\sqrt{m^{12} n^{16}} = m^6 n^8$; г) $\sqrt{p^8 q^{10}} = p^4 q^5$

№ 636.

а) $\sqrt{25a^4 b^6} = 5a^2 b^3$;

б) $\sqrt{\frac{81}{49} p^{12} q^{26}} = \frac{9}{7} p^6 q^{13}$;

в) $\sqrt{36m^2 n^8} = 6mn^4$;

г) $\sqrt{\frac{1}{4} r^{18} s^2} = \frac{1}{2} r^9 s$.

№ 637.

а) $\sqrt{\frac{4a^2}{b^6}} = \frac{2a}{b^3}$; б) $\sqrt{\frac{169a^{18}}{25b^{30}}} = \frac{13a^9}{5b^{15}}$;

в) $\sqrt{\frac{49a^{18}}{81b^6}} = \frac{7a^9}{9b^3}$; г) $\sqrt{\frac{576a^{12}}{25b^{26}}} = \frac{24a^6}{5b^{13}}$.

№ 638.

а) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$;

в) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$; г) $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$.

№ 639.

а) $\sqrt{275} = \sqrt{25 \cdot 11} = 5\sqrt{11}$;

б) $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = 11\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{675} = \sqrt{225 \cdot 3} = 15\sqrt{3}$;

г) $\sqrt{108} = \sqrt{3 \cdot 36} = 6\sqrt{3}$.

№ 640.

а) $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$;

б) $\frac{1}{2}\sqrt{120} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{30} = \sqrt{30}$;

$$\text{в)} \frac{1}{10} \sqrt{200} = \frac{1}{10} \cdot 10\sqrt{2} = \sqrt{2};$$

$$\text{г)} \frac{1}{5} \sqrt{150} = \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{6} = \sqrt{6}.$$

№ 641.

$$\text{а)} \sqrt{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$\text{б)} \sqrt{\frac{40}{63}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{10}{7}};$$

$$\text{в)} \sqrt{\frac{54}{125}} = \frac{3}{5} \sqrt{\frac{6}{5}};$$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{243}{128}} = \frac{9}{8} \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

№ 642.

$$\text{а)} \sqrt{1\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{13}{12}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{13}{3}};$$

$$\text{б)} \sqrt{10\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}};$$

$$\text{в)} \sqrt{1\frac{13}{32}} = \sqrt{\frac{45}{32}} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{5}{2}};$$

$$\text{г)} \sqrt{1\frac{17}{81}} = \sqrt{\frac{98}{81}} = \frac{7}{9} \sqrt{2}.$$

№ 643.

$$\text{а)} A = 3\sqrt{50} \cdot B = 2\sqrt{98}, 450 > 392, A > B;$$

$$\text{б)} A = 5\sqrt{27} \cdot B = 4\sqrt{48}, 15\sqrt{3} < 16\sqrt{3}, A < B;$$

$$\text{в)} A = 3\sqrt{12} \cdot B = \sqrt{75}, 6\sqrt{3} > 5\sqrt{3}, A > B;$$

$$\text{г)} A = 10\sqrt{8} \cdot B = 5\sqrt{32}, 10\sqrt{8} = 10\sqrt{8}, A = B.$$

№ 644.

$$\text{а)} A = 3\sqrt{\frac{8}{9}} \cdot B = \frac{1}{3} \sqrt{50}, 8 > 5\frac{5}{9}, A > B;$$

$$\text{б)} A = \frac{5}{2} \sqrt{63} \cdot B = 4,5\sqrt{28}, \frac{15}{2} \sqrt{7} < 9\sqrt{7}, A < B;$$

$$\text{в)} A = 3\sqrt{\frac{8}{49}} \cdot B = \frac{1}{7} \sqrt{50}, \frac{6}{7} \sqrt{2} > \frac{5}{7} \sqrt{2}, A > B;$$

$$\text{г)} A = 0,5\sqrt{108} \cdot B = 3\sqrt{3}, 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}, A = B.$$

№ 645.

$$\text{а)} \sqrt{4a} = 2\sqrt{a};$$

$$\text{б)} \sqrt{25b} = 5\sqrt{b};$$

$$\text{в)} \sqrt{16c} = 4\sqrt{c};$$

$$\text{г)} \sqrt{49d} = 7\sqrt{d}.$$

№ 646.

$$\text{а)} \sqrt{a^3} = a\sqrt{a};$$

$$\text{б)} \sqrt{b^5} = b^2\sqrt{b};$$

$$\text{в)} \sqrt{c^7} = c^3\sqrt{c};$$

$$\text{г)} \sqrt{d^{11}} = d^5\sqrt{d}.$$

№ 647.

$$\text{а)} \sqrt{x^{15}y^2} = x^7y\sqrt{x};$$

$$\text{б)} \sqrt{x^8t^9} = x^4t^4\sqrt{t};$$

$$\text{в)} \sqrt{m^{21}n^{16}} = m^{10}n^8\sqrt{m};$$

$$\text{г)} \sqrt{p^{10}q^{13}} = p^5q^6\sqrt{q}.$$

№ 648.

$$\text{а)} \sqrt{100x^3} = 10x\sqrt{x};$$

$$\text{б)} \sqrt{32y^4} = 4y^2\sqrt{2};$$

$$\text{в)} \sqrt{96y^5} = 4y^2\sqrt{6y};$$

$$\text{г)} \sqrt{50t^{11}} = 5t^5\sqrt{2t}.$$

№ 649.

а) $\sqrt{\frac{m^3}{n^3}} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{m}{n}}$;

б) $\sqrt{\frac{x^3}{8y^3}} = \frac{x}{2y} \sqrt{\frac{x}{2y}}$;

в) $\sqrt{\frac{81c^6}{a^3}} = 9 \frac{c^3}{a} \sqrt{\frac{1}{a}}$;

г) $\sqrt{\frac{32c^7}{9b^6}} = \frac{4c^3}{3b^3} \sqrt{2c}$.

№ 650.

а) $\sqrt{\frac{50m^4n^3}{9r^4}} = \frac{5m^2n}{3r^2} \sqrt{2n}$;

б) $\sqrt{\frac{9x^2y}{4z^2}} = \frac{3x}{2z} \sqrt{y}$;

в) $\sqrt{\frac{72a^6b^7}{49y^8}} = \frac{6a^3b^3}{7y^4} \sqrt{2b}$;

г) $\sqrt{\frac{27x^{11}y^{13}}{25w^6}} = \frac{3x^5y^6}{5w^3} \sqrt{3xy}$.

№ 651.

а) $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$;

б) $5\sqrt{2} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{50}$;

в) $11\sqrt{5} = \sqrt{121 \cdot 5} = \sqrt{605}$;

г) $7\sqrt{6} = \sqrt{49 \cdot 6} = \sqrt{294}$.

№ 652.

а) $-3\sqrt{8} = -\sqrt{9 \cdot 8} = -\sqrt{72}$;

б) $-11\sqrt{3} = -\sqrt{121 \cdot 3} = -\sqrt{363}$;

в) $-13\sqrt{5} = -\sqrt{169 \cdot 5} = -\sqrt{845}$;

г) $-6\sqrt{2} = -\sqrt{36 \cdot 2} = -\sqrt{72}$.

№ 653.

а) $\frac{1}{4}\sqrt{32} = \sqrt{\frac{1}{16} \cdot 32} = \sqrt{2}$;

б) $-\frac{5}{2}\sqrt{8} = -\sqrt{\frac{25}{4} \cdot 8} = -\sqrt{50}$;

в) $-\frac{2}{3}\sqrt{9} = -\sqrt{\frac{4}{9} \cdot 9} = -\sqrt{4}$;

г) $\frac{4}{7}\sqrt{35} = \sqrt{\frac{16}{49} \cdot 35} = \sqrt{11\frac{3}{7}}$.

№ 654.

а) $x\sqrt{12} = \sqrt{12x^2}$; б) $y\sqrt{32} = \sqrt{32y^2}$; в) $z\sqrt{5} = \sqrt{5z^2}$; г) $t\sqrt{11} = \sqrt{11t^2}$.

№ 655.

а) $a^2\sqrt{7} = \sqrt{7a^4}$; б) $-b\sqrt{10} = -\sqrt{10b^2}$; в) $c^2\sqrt{81} = \sqrt{81c^4}$; г) $-d\sqrt{3} = -\sqrt{3d^2}$.

№ 656.

а) $-3x^2\sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{3x^4}$;

б) $4x^2y\sqrt{0,5xy} = \sqrt{8x^5y^3}$;

в) $-5m^6\sqrt{5m} = -\sqrt{125m^{13}}$;

г) $\frac{1}{2}p\sqrt{\frac{20q}{p}} = \sqrt{5pq}$.

№ 657.

а) $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = 0$;

б) $6\sqrt{y} + 4\sqrt{y} - \sqrt{y} = 9\sqrt{y}$;

в) $-3\sqrt{z} + \sqrt{z} + 9\sqrt{z} = 7\sqrt{z}$;

г) $\sqrt{t} - 2\sqrt{t} + 15\sqrt{t} = 14\sqrt{t}$.

№ 658.

- а) $5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - \sqrt{a} + 2\sqrt{b} = 4\sqrt{a} + 5\sqrt{b}$;
б) $8\sqrt{c} + \sqrt{d} - \sqrt{d} - 4\sqrt{c} = 4\sqrt{c}$;
в) $\sqrt{m} + \sqrt{n} - 2\sqrt{m} + \sqrt{n} + 11\sqrt{m} = 10\sqrt{m} + 2\sqrt{n}$;
г) $-3\sqrt{p} + 4\sqrt{q} + \sqrt{p} - \sqrt{q} + 5\sqrt{p} = 3\sqrt{p} + 3\sqrt{q}$.

№ 659.

- а) $4\sqrt{2} - \sqrt{18} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$; б) $\sqrt{216} - 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$;
в) $\sqrt{243} + 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$; г) $\sqrt{125} + 7\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$.

№ 660.

- а) $\sqrt{20} + \sqrt{125} = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$; б) $\sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$;
в) $\sqrt{27} + \sqrt{48} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$; г) $\sqrt{32} - \sqrt{128} = 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$.

№ 661.

- а) $5\sqrt{3} - \sqrt{300} - \sqrt{27} = 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$;
б) $3\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{80} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$;
в) $6\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$;
г) $5\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{200} = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -\sqrt{2}$.

№ 662.

- а) $2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - 2\sqrt{80} = 10\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$;
б) $3\sqrt{12} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{27} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$;
в) $3\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{800} = 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 20\sqrt{2} = -6\sqrt{2}$;
г) $5\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27} = 10\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

№ 663.

- а) $\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{98} = 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$;
б) $\sqrt{147} + \sqrt{12} + \sqrt{75} = 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$;
в) $\sqrt{50} + \sqrt{98} - \sqrt{200} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$;
г) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{500} = 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 30\sqrt{5} = -22\sqrt{5}$.

№ 664.

- а) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a}$;
б) $\sqrt{5b} - 2\sqrt{20b} - 3\sqrt{80b} = \sqrt{5b} - 4\sqrt{5b} - 12\sqrt{5b} = -15\sqrt{5b}$;
в) $\sqrt{8c} - \sqrt{50c} + \sqrt{18c} = 2\sqrt{2c} - 5\sqrt{2c} + 3\sqrt{2c} = 0$;
г) $0,1\sqrt{5m} - \sqrt{0,45m} + 2\sqrt{80m} = 0,1\sqrt{5m} - 0,3\sqrt{5m} + 8\sqrt{5m} = 7,8\sqrt{5m}$.

№ 665.

- а) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{32} + \frac{1}{2}\sqrt{128} = 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$;

$$\text{б)} 5\sqrt{3} + \frac{1}{3}\sqrt{27} + \sqrt{48} = 5\sqrt{3} + \sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 10\sqrt{3};$$

$$\text{в)} \sqrt{600} - \frac{2}{3}\sqrt{54} - \sqrt{6} = 10\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - \sqrt{6} = 7\sqrt{6};$$

$$\text{г)} \sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{500} = 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 30\sqrt{5} = -22\sqrt{5}.$$

№ 666.

$$\text{а)} 2\sqrt{8} + 0,5\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{18} + \sqrt{50} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2};$$

$$\text{б)} 2,5\sqrt{98} - 2,5\sqrt{8} - \frac{1}{12}\sqrt{72} - \sqrt{200} = 17,5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 2\sqrt{2};$$

$$\text{в)} \frac{1}{5}\sqrt{75} + 3\sqrt{48} - \sqrt{147} + \sqrt{300} + \sqrt{27} = \sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 19\sqrt{3};$$

$$\text{г)} \sqrt{2} - \frac{1}{9}\sqrt{162} - \frac{2}{3}\sqrt{27} + \frac{1}{5}\sqrt{300} = \sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 0.$$

№ 667.

$$\text{а)} 5\sqrt{3x} + \frac{1}{2}\sqrt{12x} - 10\sqrt{0,03x} = 5\sqrt{3x} + \sqrt{3x} - \sqrt{3x} = 5\sqrt{3x};$$

$$\text{б)} 3\sqrt{2y} - \sqrt{8y} + 0,1\sqrt{200y} = 3\sqrt{2y} - 2\sqrt{2y} + \sqrt{2y} = 2\sqrt{2y};$$

$$\text{в)} 4\sqrt{3t} - \sqrt{12t} + 2\sqrt{75t} = 4\sqrt{3t} - 2\sqrt{3t} + 10\sqrt{3t} = 12\sqrt{3t};$$

$$\text{г)} 5\sqrt{27t} - 4\sqrt{48t} - 2\sqrt{12t} = 15\sqrt{3t} - 16\sqrt{3t} - 4\sqrt{3t} = -5\sqrt{3t}.$$

№ 668.

$$\text{а)} \sqrt{a^3b} + \frac{2}{3a}\sqrt{a^5b} = a\sqrt{ab} + \frac{2}{3}a\sqrt{ab} = \frac{5}{3}a\sqrt{ab};$$

$$\text{б)} 2a\sqrt{a^7b} - \sqrt{a^9b} = 2a^4\sqrt{ab} - a^4\sqrt{ab} = a^4\sqrt{ab};$$

$$\text{в)} \sqrt{m^5} + 4m\sqrt{m^3} - m^2\sqrt{m} = m^2\sqrt{m} + 4m^2\sqrt{m} - m^2\sqrt{m} = 4m^2\sqrt{m};$$

$$\text{г)} \sqrt{81d^3} - 5d\sqrt{d} + \frac{3}{d}\sqrt{4d^5} = 9\sqrt{d} - 5d\sqrt{d} + 6d\sqrt{d} = 10d\sqrt{d}.$$

№ 669.

$$\text{а)} \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 6\sqrt{2}; \quad \text{б)} \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{15} = 10\sqrt{3}; \quad \text{в)} 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = 54; \quad \text{г)} 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 12.$$

№ 670.

$$\text{а)} 5\sqrt{3}:5 = \sqrt{3}; \quad \text{б)} \frac{1}{5}\sqrt{72}:\sqrt{2} = \frac{6}{5}; \quad \text{в)} 6\sqrt{5}:3 = 2\sqrt{5}; \quad \text{г)} \frac{1}{3}\sqrt{30}:\sqrt{5} = \frac{1}{3}\sqrt{6}.$$

№ 671.

$$\text{а)} (3\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3} = (6\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 3;$$

$$\text{б)} (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} = 15 - 2\sqrt{15};$$

$$\text{в)} (\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} = (2\sqrt{3} + 6\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{6} + 12;$$

$$\text{г)} 2\sqrt{3} \cdot (2 - 5\sqrt{12}) = 4\sqrt{3} - 60.$$

№ 672.

$$\text{а)} (\sqrt{8} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{2} = (2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}) \cdot \sqrt{2} = 4 - 4\sqrt{3};$$

$$\text{б)} (\sqrt{3} - \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = -6;$$

$$\text{в)} (\sqrt{2} - \sqrt{22}) \cdot \sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{11};$$

$$\text{г)} (\sqrt{0,27} + \sqrt{75}) \cdot \sqrt{48} = \left(\frac{3}{10}\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \right) \cdot 4\sqrt{3} = 63,6.$$

№ 673.

$$\text{а)} (5\sqrt{2} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 4;$$

$$\text{б)} (3\sqrt{5} - 2\sqrt{20}) \cdot \sqrt{5} = (3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = -5;$$

$$\text{в)} (\sqrt{50} - 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 6;$$

$$\text{г)} (4\sqrt{3} + \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3} = (4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 21.$$

№ 674.

$$\text{а)} (\sqrt{20} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = (2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = 15 - 2\sqrt{15};$$

$$\text{б)} (3\sqrt{5} - \sqrt{6} + 1) \cdot 2\sqrt{2} = 6\sqrt{10} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2};$$

$$\text{в)} (2\sqrt{3} + \sqrt{15} - \sqrt{10}) \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{15} + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{2};$$

$$\text{г)} (4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 1) \cdot 2\sqrt{3} = 24 - 12\sqrt{2} - 2\sqrt{3}.$$

№ 675.

$$\text{а)} \sqrt{x} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{ax} - \sqrt{bx};$$

$$\text{б)} (\sqrt{c} + \sqrt{d}) \cdot \sqrt{c} = c + \sqrt{cd};$$

$$\text{в)} \sqrt{mn} \cdot (\sqrt{m} + \sqrt{n}) = m\sqrt{n} + n\sqrt{m};$$

$$\text{г)} (\sqrt{p} - \sqrt{q}) \cdot \sqrt{pq} = p\sqrt{q} - q\sqrt{p}.$$

№ 676.

$$\text{а)} (\sqrt{50} + \sqrt{6}) : \sqrt{2} = 5 + \sqrt{3};$$

$$\text{б)} (\sqrt{28} - \sqrt{44}) : 2 = \sqrt{7} - \sqrt{11};$$

$$\text{в)} (2\sqrt{45} + 4\sqrt{63}) : 6 = (6\sqrt{5} + 12\sqrt{7}) : 6 = \sqrt{5} + 2\sqrt{7};$$

$$\text{г)} (\sqrt{12} - 2\sqrt{54}) : 2\sqrt{3} = (2\sqrt{3} - 6\sqrt{6}) : 2\sqrt{3} = 1 - 3\sqrt{2}.$$

№ 677.

$$\text{а)} (12\sqrt{45} - 6\sqrt{20}) : 3\sqrt{5} = (36\sqrt{5} - 12\sqrt{5}) : 3\sqrt{5} = 8;$$

$$\text{б)} (4\sqrt{75} + 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3} = (20\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) : 2\sqrt{3} = 12;$$

$$\text{в)} (15\sqrt{44} - 24\sqrt{99}) : 3\sqrt{11} = (30\sqrt{11} - 72\sqrt{11}) : 3\sqrt{11} = -14 ;$$

$$\text{г)} (\sqrt{28} - \sqrt{252} + 2\sqrt{63}) : \sqrt{7} = (2\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 6\sqrt{7}) : \sqrt{7} = 2 .$$

№ 678.

$$\text{а)} (2 + \sqrt{6})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{12} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 6\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{б)} (1 + \sqrt{15})(\sqrt{3} - \sqrt{5}) = \sqrt{3} - \sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt{5} - 4\sqrt{3} ;$$

$$\text{в)} (3 + \sqrt{21})(\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - 7\sqrt{3} = -4\sqrt{3} ;$$

$$\text{г)} (2\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3\sqrt{5}) = 2\sqrt{15} - 3 + 30 - 3\sqrt{15} = -\sqrt{15} + 27 .$$

№ 679.

$$\text{а)} (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 1)(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 10 - 3\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2\sqrt{10} + 6 - \sqrt{2} = \\ = 16 - 5\sqrt{10} + \sqrt{5} - \sqrt{2} ;$$

$$\text{б)} (\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 3 - 2\sqrt{6} + \sqrt{15} - \sqrt{15} + 2\sqrt{10} - 5 = \\ = -2 - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} ;$$

$$\text{в)} (2\sqrt{6} - 5\sqrt{18} + \sqrt{48})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 4\sqrt{3} - 30 + 4\sqrt{6} - 6\sqrt{2} + 15\sqrt{6} - 12 = \\ = 19\sqrt{6} + 4\sqrt{3} - 6\sqrt{2} - 42 ;$$

$$\text{г)} (\sqrt{10} + \sqrt{45} + \sqrt{80})(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{10} + 8\sqrt{10} + 5\sqrt{2} + 15 + 20 = \\ = 35 + 4\sqrt{5} + 14\sqrt{10} + 5\sqrt{2} .$$

№ 680.

$$\text{а)} (a + \sqrt{b})(2a - 3\sqrt{b}) = 2a^2 + 2a\sqrt{b} - 3b - 3a\sqrt{b} = 2a^2 - a\sqrt{b} - 3b ;$$

$$\text{б)} (\sqrt{12a} - \sqrt{75b})(2\sqrt{a} + \sqrt{3b}) = 4a\sqrt{3} - 10\sqrt{3ab} + 6\sqrt{ab} - 15b ;$$

$$\text{в)} (\sqrt{m} - 2\sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n}) = m - 2\sqrt{mn} - \sqrt{mn} + 2n = m - 3\sqrt{mn} + 2n ;$$

$$\text{г)} (\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3})(2\sqrt{a} + \sqrt{b}) = 2a^2 - 2b\sqrt{ab} + a\sqrt{ab} - b^2 .$$

№ 681.

$$\text{а)} (\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) = 7 - 5 = 2 ; \quad \text{б)} (a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b ;$$

$$\text{в)} (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 6 - 2 = 4 ; \quad \text{г)} (\sqrt{3p} - \sqrt{5q})(\sqrt{3p} + \sqrt{5q}) = 3p - 5q .$$

№ 682.

$$\text{а)} (\sqrt{2} + 4)^2 = 2 + 8\sqrt{2} + 16 = 18 + 8\sqrt{2} ; \quad \text{б)} (\sqrt{5} - 1)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 6 - 2\sqrt{5} ;$$

$$\text{в)} (2 + \sqrt{17})^2 = 4 + 4\sqrt{17} + 17 = 21 + 4\sqrt{17} ; \quad \text{г)} (3 - \sqrt{8})^2 = 9 - 6\sqrt{8} + 8 = 17 - 6\sqrt{8} .$$

№ 683.

$$\text{а)} (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 = 12 - 12\sqrt{6} + 18 = 30 - 12\sqrt{6} ;$$

$$\text{б)} (\sqrt{6} + \sqrt{12})^2 = 6 + 2\sqrt{72} + 12 = 18 + 12\sqrt{2} ;$$

$$\text{в)} (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2 = 45 - 30\sqrt{15} + 75 = 120 - 30\sqrt{15};$$

$$\text{г)} (\sqrt{14} + \sqrt{22})^2 = 14 + 2\sqrt{14} \cdot \sqrt{22} + 22 = 36 + 4\sqrt{77}.$$

№ 684.

$$\text{а)} (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b;$$

$$\text{б)} (\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2 = x - 6\sqrt{xy} + 9y;$$

$$\text{в)} (\sqrt{t} + 2\sqrt{v})^2 = t + 4\sqrt{tv} + 4v;$$

$$\text{г)} (2\sqrt{m} - 5\sqrt{n})^2 = 4m - 20\sqrt{mn} + 25n.$$

№ 685.

$$\text{а)} (\sqrt{18a} - \sqrt{4b})^2 = 18a - 12\sqrt{2ab} + 4b; \quad \text{б)} (2\sqrt{ab} + \sqrt{a})^2 = 4ab + 4a\sqrt{b} + a;$$

$$\text{в)} (\sqrt{a^3b} - \sqrt{ab})^2 = a^3b - 2a^2b + ab; \quad \text{г)} (2\sqrt{a^3} - \sqrt{ab})^2 = 4a^3 - 4a^2\sqrt{b} + ab.$$

№ 686.

$$\text{а)} (\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + \sqrt{mn} + n) = \sqrt{m^3} - \sqrt{n^3} = m\sqrt{m} - n\sqrt{n};$$

$$\text{б)} (c + \sqrt{d})(c^2 - c\sqrt{d} + d) = c^3 + d\sqrt{d};$$

$$\text{в)} (\sqrt{r} - 2\sqrt{n})(r + 2\sqrt{rn} + 4n) = r\sqrt{r} - 8n\sqrt{n};$$

$$\text{г)} (2\sqrt{s} + 3\sqrt{t})(4s - 6\sqrt{st} + 9t) = 8s\sqrt{s} + 27t\sqrt{t}.$$

№ 687.

$$\text{а)} (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = x - 1;$$

$$\text{б)} (\sqrt{y} + \sqrt{3})^2 = y + 2\sqrt{3y} + 3;$$

$$\text{в)} (\sqrt{2} - \sqrt{z})^2 = 2 - 2\sqrt{2z} + z;$$

$$\text{г)} (\sqrt{m} - 2)(m + 2\sqrt{m} + 4) = m\sqrt{m} - 8.$$

№ 688.

$$\text{а)} 5 + \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 1);$$

$$\text{б)} \sqrt{b} - b = \sqrt{b}(1 - \sqrt{b});$$

$$\text{в)} \sqrt{a} + a = \sqrt{a}(1 + \sqrt{a});$$

$$\text{г)} 3 - \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1).$$

№ 689.

$$\text{а)} 8 - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1);$$

$$\text{б)} 10 + 5\sqrt{3} = 5(2 + \sqrt{3});$$

$$\text{в)} 20 + 60\sqrt{7} = 20(1 + 3\sqrt{7});$$

$$\text{г)} 90 - 9\sqrt{5} = 9\sqrt{5}(2\sqrt{5} - 1).$$

№ 690.

$$\text{а)} 2a - \sqrt{a} = \sqrt{a}(2\sqrt{a} - 1);$$

$$\text{б)} \sqrt{3b} - b = \sqrt{b}(\sqrt{3} - \sqrt{b});$$

$$\text{в)} \sqrt{a} - \sqrt{2a} = \sqrt{a}(1 - \sqrt{2});$$

$$\text{г)} a + \sqrt{ab} = \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b}).$$

№ 691.

$$\text{а)} \sqrt{12} - \sqrt{32} = 2(\sqrt{3} - 2\sqrt{2});$$

$$\text{б)} 15 - \sqrt{27} = 3(5 - \sqrt{3});$$

$$\text{в)} \sqrt{10} - \sqrt{6} = \sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3});$$

$$\text{г)} \sqrt{14} - \sqrt{35} = \sqrt{7}(\sqrt{2} - \sqrt{5}).$$

№ 692.

$$\text{а)} 2 + \sqrt{6} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1);$$

$$\text{б)} 7 + \sqrt{14} - \sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{2} - 1);$$

$$\text{в)} \sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{18} = \sqrt{3}(\sqrt{2} + 1 + \sqrt{6});$$

$$\text{г)} \sqrt{5} + 5 - \sqrt{10} = \sqrt{5}(1 + \sqrt{5} - \sqrt{2}).$$

№ 693.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad a + b + \sqrt{a+b} &= \sqrt{a+b}(\sqrt{a+b} + 1); & \text{б)} \quad \sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{a+b} &= \sqrt{a+b}(\sqrt{a-b} - 1); \\ \text{в)} \quad 3a - 3b - 2\sqrt{a-b} &= \sqrt{a-b}(3\sqrt{a-b} - 2); & \text{г)} \quad \sqrt{ab+ac} - \sqrt{b^2+bc} &= \sqrt{b+c}(\sqrt{a-b}). \end{aligned}$$

№ 694.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + a\sqrt{b} + b\sqrt{a} &= a(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + b(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = (a+b)(\sqrt{a} + \sqrt{b}); \\ \text{б)} \quad 2 + b\sqrt{a} - 2\sqrt{ab} - \sqrt{b} &= 2(1 - \sqrt{ab}) - \sqrt{b}(1 - \sqrt{ba}) = (2 - \sqrt{b})(1 - \sqrt{ab}); \\ \text{в)} \quad a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1 &= \sqrt{ab}(\sqrt{a} + 1) - (\sqrt{a} + 1) = (\sqrt{ab} - 1)(\sqrt{a} + 1); \\ \text{г)} \quad ab + a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{ab} &= a(b + \sqrt{a}) + \sqrt{b}(b + \sqrt{a}) = (a + \sqrt{b})(b + \sqrt{a}). \end{aligned}$$

№ 695.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad a^2 - 5 &= (a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5}); & \text{б)} \quad 11 - b^2 &= (\sqrt{11} - b)(\sqrt{11} + b); \\ \text{в)} \quad c^2 - 8 &= (c - 2\sqrt{2})(c + 2\sqrt{2}); & \text{г)} \quad 19 - a^2 &= (\sqrt{19} - a)(\sqrt{19} + a). \end{aligned}$$

№ 696.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad 4x^2 - 2 &= 2(\sqrt{2}x - 1)(\sqrt{2}x + 1); & \text{б)} \quad 21 - 9y^2 &= 3(\sqrt{7} - \sqrt{3}y)(\sqrt{7} + \sqrt{3}y); \\ \text{в)} \quad 16z^2 - 5 &= (4z - \sqrt{5})(4z + \sqrt{5}); & \text{г)} \quad 37 - 64t^2 &= (\sqrt{37} - 8t)(\sqrt{37} + 8t). \end{aligned}$$

№ 697.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad 25 - p &= (5 - \sqrt{p})(5 + \sqrt{p}); & \text{б)} \quad b - 3 &= (\sqrt{b} - \sqrt{3})(\sqrt{b} + \sqrt{3}); \\ \text{в)} \quad m - 100 &= (\sqrt{m} - 10)(\sqrt{m} + 10); & \text{г)} \quad a - c &= (\sqrt{a} - \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{c}). \end{aligned}$$

№ 698.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad 1 - 2\sqrt{p} + p &= (1 - \sqrt{p})^2; & \text{б)} \quad x + 6\sqrt{xy} + 9y^2 &= (\sqrt{x} + 3y)^2; \\ \text{в)} \quad c - 2\sqrt{cd} + d &= (\sqrt{c} - \sqrt{d})^2; & \text{г)} \quad q + 4\sqrt{q} + 4 &= (\sqrt{q} + 2)^2. \end{aligned}$$

№ 699.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad 49a - 14\sqrt{ab} + b^2 &= (7\sqrt{a} - b)^2; & \text{б)} \quad 3c^2 + 10\sqrt{3}c + 25 &= (\sqrt{3}c + 5)^2; \\ \text{в)} \quad 9m - 6\sqrt{mn} + n &= (3\sqrt{m} - \sqrt{n})^2; & \text{г)} \quad 2a + 2\sqrt{2ab} + b^2 &= (\sqrt{2a} + b)^2. \end{aligned}$$

№ 700.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad 2a^2 - ab - b^2 &= (a^2 - b^2) + (a^2 - ab) = (a-b)(2a+b) = 2(3\sqrt{5}+1) = 2+6\sqrt{5}; \\ \text{б)} \quad 2a^2 - 5ab - 2b^2 &= 2(a+b)(a-b) - 5ab = 2 \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5} - 5 = 8\sqrt{30} - 5. \end{aligned}$$

№ 701.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{a^2 - 7}{a - 7} &= a + \sqrt{7}; & \text{б)} \quad \frac{b + \sqrt{3}}{3 - b^2} &= \frac{1}{\sqrt{3} - b}; \\ \text{в)} \quad \frac{c^2 - 11}{c - \sqrt{11}} &= c + \sqrt{11}; & \text{г)} \quad \frac{b + \sqrt{21}}{21 - b^2} &= \frac{1}{\sqrt{21} - b}. \end{aligned}$$

№ 702.

а) $\frac{x-9}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}-3$;

б) $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} = \sqrt{m}+\sqrt{n}$;

в) $\frac{9-\sqrt{t}}{t-81} = -\frac{1}{\sqrt{t}+9}$;

г) $\frac{\sqrt{r}+\sqrt{s}}{r-s} = \frac{1}{\sqrt{r}-\sqrt{s}}$.

№ 703.

а) $\frac{3\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{9x-16y} = \frac{1}{3\sqrt{x}+4\sqrt{y}}$;

б) $\frac{121a^2-144b}{12\sqrt{b}-11a} = -(11a+12\sqrt{b})$;

в) $\frac{25a-49b}{5\sqrt{a}+7\sqrt{b}} = 5\sqrt{a}-7\sqrt{b}$;

г) $\frac{9\sqrt{ab}-4\sqrt{c}}{16c-81ab} = -\frac{1}{4\sqrt{c}+9\sqrt{ab}}$.

№ 704.

а) $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}} = \sqrt{2}$; в) $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{3}$.

№ 705.

а) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{15}-3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$;

б) $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{\sqrt{6}+2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$;

в) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{5-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$;

г) $\frac{\sqrt{18}+\sqrt{12}}{\sqrt{15}+\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{5}(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

№ 706.

а) $\frac{4a-4\sqrt{3}}{3-a^2} = -\frac{4(a-\sqrt{3})}{a^2-3} = -\frac{4}{a+\sqrt{3}}$;

б) $\frac{\sqrt{28}-2\sqrt{2a}}{10a-35} = \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{2a})}{5(2a-7)} = -\frac{2}{5(\sqrt{7}+\sqrt{2a})}$;

в) $\frac{x-y}{\sqrt{5y}-\sqrt{5x}} = -\frac{y-x}{\sqrt{5y}-\sqrt{5x}} = -\frac{(\sqrt{y}-\sqrt{x})(\sqrt{y}+\sqrt{x})}{\sqrt{5}(\sqrt{y}-\sqrt{x})} = -\frac{\sqrt{y}+\sqrt{x}}{\sqrt{5}}$;

г) $\frac{24m^3-2m}{1-2m\sqrt{3}} = -\frac{2m(1-12m^2)}{1-2m\sqrt{3}} = -2m(1+2m\sqrt{3})$.

№ 707.

а) $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x}+\sqrt{y}$;

б) $\frac{x^2-6x\sqrt{y}+9y}{3\sqrt{y}-x} = 3\sqrt{y}-x$;

в) $\frac{\sqrt{s}-\sqrt{r}}{r-2\sqrt{rs}+s} = \frac{1}{\sqrt{s}-\sqrt{r}}$;

г) $\frac{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}{3a+5b+\sqrt{60ab}} = \frac{1}{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}$.

№ 708.

$$a) \frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{x-4y} = \frac{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})(\sqrt{x}-2\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}};$$

$$б) \frac{2a+6\sqrt{2ab}+9b}{6a-27b} = \frac{(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})^2}{3(\sqrt{2a}-3\sqrt{b})(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2a}+3\sqrt{b}}{3(\sqrt{2a}-3\sqrt{b})};$$

$$в) \frac{x^2-25y}{x^2+5y-x\sqrt{20y}} = \frac{(x-5\sqrt{y})(x+5\sqrt{y})}{(x-5\sqrt{y})^2} = \frac{x+5\sqrt{y}}{x-5\sqrt{y}};$$

$$г) \frac{6x^2y-2xy^2}{3x+y-\sqrt{12xy}} = \frac{2xy(\sqrt{3x}-\sqrt{y})(\sqrt{3x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{3x}-\sqrt{y})^2} = \frac{2xy(\sqrt{3x}+\sqrt{y})}{\sqrt{3x}-\sqrt{y}}.$$

№ 709.

$$a) \frac{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = a-\sqrt{ab}+b;$$

$$б) \frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}-2} = x+2\sqrt{x}+4;$$

$$в) \frac{c^3-d^3}{c+\sqrt{cd}+d} = \sqrt{c}-\sqrt{d};$$

$$г) \frac{27+a\sqrt{a}}{3+\sqrt{a}} = 9-3\sqrt{a}+a.$$

№ 710.

$$a) \frac{x}{\sqrt{7}} = \frac{x\sqrt{7}}{7}; \quad б) \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}; \quad в) \frac{y}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}; \quad г) \frac{42}{5\sqrt{p}} = \frac{42\sqrt{p}}{5p}.$$

№ 711.

$$a) \frac{3}{\sqrt{a+b}} = \frac{3\sqrt{a+b}}{a+b};$$

$$б) \frac{a+3}{\sqrt{a^2-9}} = \frac{\sqrt{a+3}}{\sqrt{a-3}} = \frac{\sqrt{a^2-9}}{a-3};$$

$$в) \frac{1}{\sqrt{c-d}} = \frac{\sqrt{c-d}}{c-d};$$

$$г) \frac{b-2}{\sqrt{4-b^2}} = -\frac{\sqrt{2-b}}{\sqrt{2+b}} = -\frac{\sqrt{4-b^2}}{2+b}.$$

№ 712.

$$a) \frac{4a}{\sqrt{2a}} = 2\sqrt{2a};$$

$$б) \frac{a^2b}{\sqrt{ab^3}} = \frac{a^2}{\sqrt{ab}} = \frac{a^2\sqrt{ab}}{ab} = \frac{a\sqrt{ab}}{b};$$

$$в) \frac{c^2}{\sqrt{c^5}} = \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c};$$

$$г) \frac{9a^2bc}{\sqrt{27ab^3c}} = \frac{3a^2bc\sqrt{3ab^3c}}{3ab^3c} = \frac{a\sqrt{3abc}}{b}.$$

№ 713.

$$a) \frac{5}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{5(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y};$$

$$б) \frac{1}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(a-b)^2} = \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{(a-b)^2};$$

$$в) \frac{3}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} = \frac{3(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{m-n};$$

$$г) \frac{6}{(\sqrt{p}+\sqrt{q})^3} = \frac{6(\sqrt{p}-\sqrt{q})^3}{(p-q)^3}.$$

№ 714.

$$\text{а) } \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \sqrt{7}+\sqrt{3}; \quad \text{б) } \frac{4}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{10}-\sqrt{2})}{8} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в) } \frac{6}{\sqrt{15}+\sqrt{12}} = \frac{6(\sqrt{15}-\sqrt{12})}{3} = 2(\sqrt{15}-\sqrt{12});$$

$$\text{г) } \frac{36}{\sqrt{18}-\sqrt{12}} = \frac{36(\sqrt{18}+\sqrt{12})}{6} = 6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}).$$

№ 715.

$$\text{а) } \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{3-1} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}; \quad \text{б) } \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})^2}{4-2} = \frac{6+4\sqrt{2}}{2} = 3+2\sqrt{2};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{5}-3}{3+\sqrt{5}} = -\frac{(\sqrt{5}-3)^2}{9-5} = -\frac{14-6\sqrt{5}}{4} = \frac{3\sqrt{5}-7}{2}; \quad \text{г) } \frac{4+\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}} = \frac{(4+\sqrt{7})^2}{16-7} = \frac{23+8\sqrt{7}}{9}.$$

№ 716.

$$\text{а) } \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y} = \frac{x^2-x\sqrt{y}}{x^2-y}; \quad \text{б) } \frac{a^2-b}{a-\sqrt{b}} = a+\sqrt{b};$$

$$\text{в) } \frac{s}{2s+\sqrt{3r}} = \frac{s(2s-\sqrt{3r})}{4s^2-3r}; \quad \text{г) } \frac{25b^2-3a}{\sqrt{3a}-5b} = -(5b+\sqrt{3a}).$$

№ 717.

$$\text{а) } \frac{1}{\sqrt{a+3}-2} = \frac{\sqrt{a+3}+2}{a-1}; \quad \text{б) } \frac{y-3}{\sqrt{4-y}+1} = \frac{(1-\sqrt{4-y})(1+\sqrt{4-y})}{\sqrt{4-y}+1} = 1-\sqrt{4-y};$$

$$\text{в) } \frac{2}{3-\sqrt{2x-1}} = \frac{2(3+\sqrt{2x-1})}{10-2x} = \frac{3+\sqrt{2x-1}}{5-x}; \quad \text{г) } \frac{3-b}{2-\sqrt{b+1}} = \frac{4-(b+1)}{2-\sqrt{b+1}} = 2+\sqrt{b+1}.$$

№ 718.

$$\text{а) } \frac{p-\sqrt{pq}+q}{\sqrt{p}-\sqrt{q}} = \frac{\sqrt{p^3}+\sqrt{q^3}}{p-q} = \frac{p\sqrt{p}+q\sqrt{q}}{p-q}; \quad \text{б) } \frac{4+2\sqrt{t}+t}{2+\sqrt{t}} = \frac{8-t\sqrt{t}}{4-t};$$

$$\text{в) } \frac{x-3\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3} = \frac{x\sqrt{x}+27}{x-9}; \quad \text{г) } \frac{a+2\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{a}-8b\sqrt{b}}{a-4b}.$$

№ 719.

$$\text{а) } \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{5} - \frac{\sqrt{x}}{5} = -\frac{\sqrt{y}}{5}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{m}}{12} - \frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{12} = -\frac{\sqrt{n}}{12};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{a}+38}{19} - \frac{\sqrt{a}+19}{19} = \frac{19}{19} = 1; \quad \text{г) } \frac{2\sqrt{a}-\sqrt{b}}{3} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{3} = \frac{3\sqrt{a}}{3} = \sqrt{a}.$$

№ 720.

$$a) \frac{\sqrt{a}-2}{8\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{a}+5}{8\sqrt{a}} - \frac{3\sqrt{a}+1}{8\sqrt{a}} = \frac{2}{8\sqrt{a}} = \frac{1}{4\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{4a};$$

$$б) \frac{11\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{12\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(3\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x};$$

$$в) \frac{4\sqrt{p}-2}{3\sqrt{p}} - \frac{2\sqrt{p}-1}{3\sqrt{p}} + \frac{1}{3\sqrt{p}} = \frac{2\sqrt{p}}{3\sqrt{p}} = \frac{2}{3};$$

$$г) \frac{2\sqrt{c}-\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} - \frac{2\sqrt{c}+6\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} + \frac{\sqrt{c}-4\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}-11\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}(\sqrt{c}-11\sqrt{d})}{5c}.$$

№ 721.

$$a) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{3}{\sqrt{a}+3} = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}+3} = 1;$$

$$б) \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-13} + \frac{13}{13-\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}-13}{\sqrt{n}-13} = 1;$$

$$в) \frac{4}{\sqrt{q}-4} - \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = \frac{4-\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = -1;$$

$$г) \frac{\sqrt{t}}{3-\sqrt{t}} + \frac{3}{\sqrt{t}-3} = \frac{\sqrt{t}-3}{3-\sqrt{t}} = -1.$$

№ 722.

$$a) \frac{a}{\sqrt{a}-3} - \frac{9}{\sqrt{a}-3} = \frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a}+3;$$

$$б) \frac{y}{7-\sqrt{y}} - \frac{49}{7-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{y}-7)(\sqrt{y}+7)}{7-\sqrt{y}} = -\sqrt{y}-7;$$

$$в) \frac{c}{\sqrt{c}+9} - \frac{81}{\sqrt{c}+9} = \frac{(\sqrt{c}-9)(\sqrt{c}+9)}{\sqrt{c}+9} = \sqrt{c}-9;$$

$$г) \frac{t}{1+\sqrt{t}} - \frac{1}{1+\sqrt{t}} = \frac{(\sqrt{t}-1)(\sqrt{t}+1)}{1+\sqrt{t}} = \sqrt{t}-1.$$

№ 723.

$$a) \frac{a}{\sqrt{a}-2} - \frac{4\sqrt{a}-4}{\sqrt{2}-2} = \frac{(\sqrt{a}-2)^2}{\sqrt{a}-2} = \sqrt{a}-2;$$

$$б) \frac{b}{\sqrt{b}+5} + \frac{10\sqrt{b}+25}{\sqrt{b}+5} = \frac{(\sqrt{b}+5)^2}{\sqrt{b}+5} = \sqrt{b}+5;$$

$$в) \frac{c}{\sqrt{c}-10} - \frac{20\sqrt{c}-100}{\sqrt{c}-10} = \frac{(\sqrt{c}-10)^2}{\sqrt{c}-10} = \sqrt{c}-10;$$

$$г) \frac{d}{\sqrt{d}+7\sqrt{c}} + \frac{14\sqrt{cd}+49c}{\sqrt{d}+7\sqrt{c}} = \frac{(\sqrt{d}+7\sqrt{c})^2}{\sqrt{d}+7\sqrt{c}} = \sqrt{d}+7\sqrt{c}.$$

№ 724.

$$a) \frac{2}{\sqrt{xy}} + \frac{3}{\sqrt{yz}} = \frac{2\sqrt{z} + 3\sqrt{x}}{\sqrt{xyz}};$$

$$б) \frac{\sqrt{m} - \sqrt{n}}{\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{m} - \sqrt{r}}{\sqrt{nr}} = \frac{\sqrt{mr} - \sqrt{nr} + m - \sqrt{mr}}{\sqrt{mnr}} = \frac{m - \sqrt{nr}}{\sqrt{mnr}};$$

$$в) \frac{m}{\sqrt{cd}} - \frac{c}{\sqrt{dm}} = \frac{m\sqrt{m} - c\sqrt{c}}{\sqrt{cdm}};$$

$$г) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{ab} - \sqrt{ac}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{bc} + \sqrt{ab}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{c}}{\sqrt{ac}}.$$

№ 725.

$$a) \frac{4}{\sqrt{a} - 5} + \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{4\sqrt{a} + \sqrt{a} - 5}{a - 5\sqrt{a}} = \frac{5(\sqrt{a} - 1)}{a - 5\sqrt{a}};$$

$$б) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{x + \sqrt{xy} - \sqrt{xy}}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})};$$

$$в) \frac{\sqrt{b} + 1}{\sqrt{b} - 2} - \frac{\sqrt{b} + 3}{\sqrt{b}} = \frac{b + \sqrt{b} - b - \sqrt{b} + 6}{\sqrt{b}(\sqrt{b} - 2)} = \frac{6}{\sqrt{b}(\sqrt{b} - 2)};$$

$$г) \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{dc} - \sqrt{dc} + d}{\sqrt{c}(\sqrt{c} - \sqrt{d})} = \frac{d}{\sqrt{c}(\sqrt{c} - \sqrt{d})}.$$

№ 726.

$$a) \frac{\sqrt{x} - 1}{3\sqrt{x} - 12} - \frac{\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x} - 8} = \frac{2\sqrt{x} - 2 - 3\sqrt{x} + 9}{6(\sqrt{x} - 4)} = \frac{7 - \sqrt{x}}{6(\sqrt{x} - 4)};$$

$$б) \frac{\sqrt{p} + 1}{p - \sqrt{pq}} - \frac{\sqrt{q} - 1}{\sqrt{pq} - q} = \frac{\sqrt{pq} + \sqrt{q} - \sqrt{pq} + \sqrt{p}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p} - \sqrt{q})} = \frac{\sqrt{p} + \sqrt{q}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p} - \sqrt{q})};$$

$$в) \frac{5\sqrt{c}}{6\sqrt{c} + 6} + \frac{3\sqrt{c}}{7\sqrt{c} + 7} = \frac{35\sqrt{c} + 18\sqrt{c}}{42(\sqrt{c} + 1)} = \frac{53\sqrt{c}}{42(\sqrt{c} + 1)};$$

$$г) \frac{\sqrt{d} + 3}{\sqrt{cd} + d} - \frac{\sqrt{c} - 3}{\sqrt{cd} + c} = \frac{\sqrt{cd} + 3\sqrt{c} - \sqrt{cd} + 3\sqrt{d}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c} + \sqrt{d})} = \frac{3}{\sqrt{cd}}.$$

№ 727.

$$a) \frac{2}{5 + 2\sqrt{6}} + \frac{2}{5 - 2\sqrt{6}} = \frac{10 - 4\sqrt{6} + 10 + 4\sqrt{6}}{25 - 24} = 20, \text{ верно};$$

$$б) \frac{6}{7 - 4\sqrt{3}} - \frac{6}{7 + 4\sqrt{3}} = \frac{42 + 24\sqrt{3} - 42 + 24\sqrt{3}}{49 - 48} = 48\sqrt{3} = \frac{144}{\sqrt{3}}, \text{ верно}.$$

№ 728.

$$a) \frac{3}{5\sqrt{2}-7} + \frac{3}{5\sqrt{2}+7} = \frac{15\sqrt{2}+21+15\sqrt{2}-21}{50-49} = 30\sqrt{2}, \text{ верно};$$

$$b) \frac{1}{9+4\sqrt{5}} - \frac{1}{9-4\sqrt{5}} = \frac{9-4\sqrt{5}-9-4\sqrt{5}}{81-80} = -8\sqrt{5} = -2\sqrt{50}, \text{ верно}.$$

№ 729.

$$a) \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{a-4b} = \frac{a+4b}{a-4b}, \text{ доказано};$$

$$b) \frac{2\sqrt{a}-3\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+3\sqrt{b}} - \frac{12\sqrt{ab}}{9b-4a} = \frac{4a+9b-12\sqrt{ab}}{4a-9b} + \frac{12\sqrt{ab}}{4a-9b} = \frac{4a+9b}{4a-9b}, \text{ доказано}.$$

№ 730.

$$a) \frac{\sqrt{a}}{x-3\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{a}}{3\sqrt{x}-9} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{3\sqrt{x}}{x}; \quad b) \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{n}} \cdot \frac{n}{3+3\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{an}}{3};$$

$$b) \frac{\sqrt{rx}+r}{x} : \frac{\sqrt{x}+\sqrt{r}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{rx}}{x}; \quad r) \frac{6\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}} : \frac{3\sqrt{an}}{2\sqrt{n}-2} = \frac{4}{\sqrt{an}}.$$

№ 731.

$$a) \frac{x-16}{8x} : \frac{\sqrt{x}+4}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}}; \quad b) \frac{5-\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{7y}{y-25} = -\frac{7\sqrt{y}}{5+\sqrt{y}};$$

$$b) \frac{z-25}{z-3\sqrt{z}} : \frac{\sqrt{z}+5}{9-z} = -\frac{(\sqrt{z}-5)(\sqrt{z}+3)}{\sqrt{z}}; \quad r) \frac{3c-3d}{c+\sqrt{cp}} \cdot \frac{\sqrt{c}+\sqrt{p}}{6\sqrt{d}-6\sqrt{c}} = -\frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{2\sqrt{c}}.$$

№ 732.

$$a) \frac{x-10\sqrt{x}+25}{3\sqrt{x}+12} : \frac{2\sqrt{x}-10}{x-16} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{3(\sqrt{x}+4)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}{2(\sqrt{x}-5)} = \frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-4)}{6};$$

$$b) \frac{1-a}{4\sqrt{a}+8\sqrt{b}} \cdot \frac{a+4\sqrt{ab}+4b}{3-3\sqrt{a}} = \frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})^2}{12(\sqrt{a}+2\sqrt{b})(1-\sqrt{a})} = \frac{(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})}{12};$$

$$b) \frac{c-25}{c+12\sqrt{c}+36} \cdot \frac{3\sqrt{c}+18}{2\sqrt{c}+10} = \frac{(\sqrt{c}-5)(\sqrt{c}+5) \cdot 3(\sqrt{c}+6)}{2(\sqrt{c}+6)^2(\sqrt{c}+5)} = \frac{3(\sqrt{c}-5)}{2(\sqrt{c}+6)};$$

$$r) \frac{5\sqrt{m}-10\sqrt{n}}{\sqrt{m}-5} : \frac{4n-4\sqrt{mn}+m}{15-3\sqrt{m}} = \frac{5(\sqrt{m}-2\sqrt{n})}{\sqrt{m}-5} \cdot \frac{3(5-\sqrt{m})}{(2\sqrt{n}-\sqrt{m})^2} = \frac{-15}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} = \frac{15}{2\sqrt{n}-\sqrt{m}}.$$

№ 733.

$$a) a\sqrt{12} = -\sqrt{12a^2}; \quad b) -a\sqrt{5} = \sqrt{5a^2}; \quad b) 3a\sqrt{2} = -\sqrt{18a^2}; \quad r) -2a\sqrt{7} = \sqrt{28a^2}$$

№ 734.

$$a) (\sqrt{6}+\sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 11+2\sqrt{30}-2\sqrt{30} = 11;$$

$$\text{б)} \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 2\sqrt{15} + 8 - 2\sqrt{15} = 8;$$

$$\text{в)} (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = 20 + 2 \cdot 6 - 30 = 2;$$

$$\text{г)} (6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 38 - 12\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 38.$$

№ 735.

$$\text{а)} (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2 = 5 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1 = 6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2};$$

$$\text{б)} (\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 1 = 8 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2};$$

$$\text{в)} (\sqrt{6} + \sqrt{2} - 1)^2 = 8 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 1 = 9 - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2};$$

$$\text{г)} (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 6)^2 = 5 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2} + 36 = 41 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2}.$$

№ 736.

$$\text{а)} \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{54} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{18 \cdot 3} + \sqrt{12 \cdot 2} - 18\sqrt{6}}{\sqrt{36}} = -\frac{12\sqrt{6}}{6} = -2\sqrt{6};$$

$$\text{б)} 0,1 \cdot \sqrt{140} - \sqrt{\frac{7}{5}} - \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{7-7-5}{\sqrt{35}} = -\frac{1}{7}\sqrt{35};$$

$$\text{в)} \sqrt{18} - \sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{18-2-9}{\sqrt{18}} = \frac{7\sqrt{2}}{6};$$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{1}{14}} + 2\sqrt{\frac{2}{7}} - \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{14} = \frac{1+4-7-14}{\sqrt{14}} = -\frac{8\sqrt{14}}{7}.$$

№ 737.

$$\text{а)} 3\sqrt{\frac{1}{15}} + 6\sqrt{0,6} - \sqrt{60} = \frac{3+6 \cdot 3-30}{\sqrt{15}} = -\frac{3}{5}\sqrt{15};$$

$$\text{б)} 5\sqrt{20} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} + 5\sqrt{0,8} = \frac{50-15+10}{\sqrt{5}} = 9\sqrt{5};$$

$$\text{в)} 10\sqrt{0,18} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{50} = \frac{6-2-30}{\sqrt{2}} = -13\sqrt{2};$$

$$\text{г)} 20\sqrt{0,27} - 5\sqrt{0,12} + 7\sqrt{0,03} = \frac{18-3+2,1}{\sqrt{3}} = 5,7\sqrt{3}.$$

№ 738.

$$\text{а)} \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{1+2\sqrt{2}+2} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = 1+\sqrt{2};$$

$$\text{б)} \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3};$$

$$\text{в)} \sqrt{23-4\sqrt{15}} = \sqrt{20-4\sqrt{15}+3} = \sqrt{(2\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{5}-\sqrt{3};$$

$$\text{г)} \sqrt{(\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2} = \sqrt{5+6\sqrt{10}+18} = \sqrt{23+6\sqrt{10}}.$$

№ 739.

- а) $(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})^2 = (3+2\sqrt{2})(1-2\sqrt{2}+2) = (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 9-8=1$;
 б) $(\sqrt{3}-1)^2(4+2\sqrt{3}) = (3-2\sqrt{3}+1)(4+2\sqrt{3}) = (4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3}) = 16-12=4$;
 в) $(7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^2 = (7+4\sqrt{3})(4-4\sqrt{3}+3) = (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) = 49-48=1$;
 г) $(\sqrt{2}-3)^2(11+6\sqrt{2}) = (2-6\sqrt{2}+9)(11+6\sqrt{2}) = (11-6\sqrt{2})(11+6\sqrt{2}) = 121-72=49$.

№ 740.

- а) $(1-\sqrt{2})^2 = 1-2\sqrt{2}+2 = 3-2\sqrt{2}$, равенство верно,

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} \neq 1-\sqrt{2}, \text{ т.к. } (1-\sqrt{2}) < 0;$$

- б) $(\sqrt{2}-1)^2 = 2-2\sqrt{2}+1 = 3-2\sqrt{2}$, равенство верно,

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1, \text{ т.к. } (\sqrt{3-2\sqrt{2}}) > 0 \text{ и } \sqrt{2}-1 > 0.$$

№ 741. $(\sqrt{3}-5)^2 = 3-10\sqrt{3}+25 = 28-10\sqrt{3}$, равенство верно:

- а) $\sqrt{28-10\sqrt{3}} \neq \sqrt{3}-5$, т.к. $\sqrt{28-10\sqrt{3}} > 0$ и $(\sqrt{3}-5) < 0$;
 б) $\sqrt{28-10\sqrt{3}} = 5-\sqrt{3}$, т.к. $(5-\sqrt{3}) > 0$ и $\sqrt{28-10\sqrt{3}} = (5-\sqrt{3})^2$.

№ 742.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+2\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \frac{a}{a-b} &= \frac{b-\sqrt{ab}+2a+2\sqrt{ab}-2a}{2(b-a)} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{b}+a)}{2(b-a)} \\ &= \frac{\sqrt{b}}{2(\sqrt{b}-\sqrt{a})}, \text{ тождество доказано;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{1}{c-\sqrt{cd}} - \frac{1}{d-\sqrt{cd}} - \frac{4}{c-d} &= \frac{1}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} + \frac{1}{\sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} - \frac{4}{(\sqrt{c}-\sqrt{d})(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \\ &= \frac{\sqrt{cd}+c+d+\sqrt{cd}-4\sqrt{cd}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}-\sqrt{d})(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = -\frac{(\sqrt{c}-\sqrt{d})^2}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}-\sqrt{d})(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}+\sqrt{d})}, \end{aligned}$$

тождество доказано.

№ 743.

$$\text{а) } \frac{4\sqrt{m}}{4m-1} + \frac{2\sqrt{m}+1}{3-6\sqrt{m}} + \frac{2\sqrt{m}-1}{4\sqrt{m}+2} = \frac{24\sqrt{m}-2(2\sqrt{m}+1)^2+3(2\sqrt{m}-1)^2}{6(4m-1)} = \frac{2\sqrt{m}+1}{6(2\sqrt{m}-1)},$$

тождество доказано;

$$\text{б) } \frac{\sqrt{p}-1}{2\sqrt{p}+2} + \frac{\sqrt{p}+1}{3-3\sqrt{p}} + \frac{5\sqrt{p}-1}{3p-3} = \frac{3(\sqrt{p}-1)^2-2(\sqrt{p}+1)^2+2(5\sqrt{p}-1)}{6(p-1)} = \frac{1}{6},$$

тождество доказано.

№ 744.

$$a) \frac{4x}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} : \frac{12x\sqrt{x}}{4x-y} : \frac{2x}{6x-3\sqrt{xy}} = \frac{4x(4x-y) \cdot 3\sqrt{x}(2\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(2\sqrt{x}-\sqrt{y}) \cdot 12x\sqrt{x} \cdot 2x} = \frac{4x-y}{2x};$$

$$b) \frac{a-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}+2} \cdot \frac{a+2\sqrt{a}+1}{a+4\sqrt{a}} : \frac{3\sqrt{a}-3}{a-16} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)^2(a-16)}{2(\sqrt{a}+1) \cdot \sqrt{a}(\sqrt{a}+4) \cdot 3(\sqrt{a}-1)} = \frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-4)}{6}.$$

№ 745.

$$a) \frac{mn\sqrt{mn}}{m\sqrt{m}-m\sqrt{n}} \cdot \frac{m-n}{6\sqrt{mn}\sqrt{n}} : \frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{6\sqrt{mn}} = \frac{mn\sqrt{mn} \cdot (m-n) \cdot 6\sqrt{mn}}{m(\sqrt{m}-\sqrt{n}) \cdot 6n\sqrt{mn} \cdot (\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \sqrt{mn};$$

$$b) \frac{c+4\sqrt{c}+4}{2c+2} \cdot \frac{c+\sqrt{c}}{c-6\sqrt{c}+9} : \frac{c+2\sqrt{c}}{6\sqrt{c}-18} = \frac{(\sqrt{c}+2)^2 \cdot \sqrt{c}(\sqrt{c}+1) \cdot 6(\sqrt{c}-3)}{2(\sqrt{c}+1)(\sqrt{c}-3)^2 \sqrt{c}(\sqrt{c}+2)} = \frac{3(\sqrt{c}+2)}{\sqrt{c}-3}.$$

№ 746.

$$a) \left(2 + \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t}+1}\right) \cdot \frac{3t+3\sqrt{t}}{12\sqrt{t}+8} = \frac{(3\sqrt{t}+2) \cdot 3\sqrt{t}(\sqrt{t}+1)}{(\sqrt{t}+1) \cdot 4(3\sqrt{t}+2)} = \frac{3\sqrt{t}}{4};$$

$$b) \left(\frac{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \sqrt{xy}.$$

№ 747.

$$a) \left(\sqrt{a} - \frac{a}{\sqrt{a}+1}\right) \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} = \sqrt{a}-1;$$

$$b) \frac{\sqrt{cd}-d}{c+d} \cdot \left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}}\right) = \frac{\sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{c+d} \cdot \frac{c+d}{c-d} = \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}}.$$

№ 748.

$$a) \frac{a-16}{\sqrt{a}+3} \cdot \frac{1}{a+4\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}+4}{a-3\sqrt{a}} = \frac{(a-16)(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+4)^2(\sqrt{a}+3)}{a(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+4)} =$$

$$= \frac{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}+4)}{\sqrt{a}(a-9)} = -\frac{14\sqrt{a}}{\sqrt{a}(a-9)} = \frac{14}{9-a};$$

$$b) \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{b+3\sqrt{b}}{4b-1} : \frac{3+\sqrt{b}}{4\sqrt{b}+2} = \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2b(\sqrt{b}+3)(2\sqrt{b}+1)}{(4b-1)(3+\sqrt{b})} =$$

$$= \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}-1} = \frac{4\sqrt{b}-1+2\sqrt{b}}{4b-1} = \frac{6\sqrt{b}-1}{4b-1}.$$

№ 749.

$$a) \left(\frac{\sqrt{m}}{n-\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{n}}{m-\sqrt{mn}}\right) \cdot \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{n}+\sqrt{m}} = \frac{(m-n)\sqrt{mn}}{\sqrt{mn}(\sqrt{n}-\sqrt{m})(\sqrt{n}+\sqrt{m})} = -1;$$

$$б) \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a-b}{a^2+ab} = \frac{a+\sqrt{ab}-\sqrt{ab}+b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a(a+b)} = \frac{1}{a}.$$

№ 750.

$$а) \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-a}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{2}{3+a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+3-\sqrt{6}+a\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{2}{3+a\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3};$$

$$б) \frac{\sqrt{y}-2}{\sqrt{y}-3} \cdot \left(\sqrt{y} + \frac{\sqrt{y}}{2-\sqrt{y}} \right) = \frac{\sqrt{y}-2}{\sqrt{y}-3} \cdot \frac{3\sqrt{y}-y}{2-\sqrt{y}} = \sqrt{y}.$$

№ 751.

$$а) \left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right) \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right) = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right)^2;$$

$$б) \left(\sqrt{c}+\sqrt{d} - \frac{2\sqrt{cd}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}} \right) = \frac{c+d}{\sqrt{c}+\sqrt{d}} \cdot \frac{\sqrt{c}(\sqrt{c}+\sqrt{d})}{c+d} = \sqrt{c}.$$

№ 752.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab}}{a-b} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) = \frac{(a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \\ & = \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{a}+\sqrt{b}. \end{aligned}$$

№ 753.

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{z}-2}{4z-16z+16} \cdot \left(\frac{\sqrt{z}}{2\sqrt{z}-4} - \frac{z-12}{2z-8} - \frac{2}{z+2\sqrt{z}} \right) = \frac{\sqrt{z}-2}{4(\sqrt{z}-2)^2} \cdot \frac{\sqrt{z}(\sqrt{z}+2) - \sqrt{z}(z-12) - 4(\sqrt{z}-2)}{2\sqrt{z}(\sqrt{z}-2)(\sqrt{z}+2)} = \\ & = \frac{\sqrt{z}-2}{4(\sqrt{z}-2)^2} \cdot \frac{2\sqrt{z}(\sqrt{z}-2)(\sqrt{z}+2)}{2(\sqrt{z}+2)} = \frac{\sqrt{z}}{4(\sqrt{z}+2)}. \end{aligned}$$

№ 754.

$$а) \text{ при } x = \sqrt{2} + 1:$$

$$x^2 - 3\sqrt{2}x + 2 = (\sqrt{2}+1)^2 - 3\sqrt{2}(\sqrt{2}+1) + 2 = 3 + 2\sqrt{2} - 6 - 3\sqrt{2} + 2 = -1 - \sqrt{2};$$

$$б) \text{ при } a = 2\sqrt{5} - 3:$$

$$2a^2 - 8\sqrt{5} + 23 = 2(a^2 - 4\sqrt{5}a + 20) - 17 = 2(a - 2\sqrt{5})^2 - 17 = 2 \cdot 9 - 17 = 1;$$

$$в) \text{ при } y = 4\sqrt{3} - 1:$$

$$y^2 - 8\sqrt{3}y + 3 = (y - 4\sqrt{3})^2 - 45 = -44;$$

$$г) \text{ при } b = \sqrt{7} - 2:$$

$$3b^2 + 2\sqrt{7}b - 47 = 3(\sqrt{7}-2)^2 + 2\sqrt{7}(\sqrt{7}-2) - 47 = 33 - 12\sqrt{7} + 14 - 4\sqrt{7} - 47 = -16\sqrt{7}.$$

№ 755. При $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ и $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$:

$$3a^2 + 4ab - 3b^2 = 3(a+b)(a-b) + 4ab = 3 \cdot \frac{14}{3} \cdot \frac{4\sqrt{10}}{3} + 4 = \frac{56\sqrt{10}}{3} + 4.$$

№ 756.

а) $5, \sqrt{26}, 2\sqrt{8}, 6;$

б) $2, \sqrt{7}, 3, 2\sqrt{3};$

в) $4, 3\sqrt{2}, \sqrt{19}, 4,5;$

г) $0,7, 0,5\sqrt{3}, \frac{\sqrt{7}}{3}, 1.$

№ 757. Сравним значения числовых выражений:

а) $A = \frac{1}{3\sqrt{3}-5} + \frac{1}{3\sqrt{3}+5} = \frac{6\sqrt{3}}{27-25} = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}, \sqrt{27} < \sqrt{30}, \text{ значит, } A < B;$

б) $A = \frac{2}{4+2\sqrt{5}} - \frac{2}{4-2\sqrt{5}} = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5} = \sqrt{20}, \sqrt{20} < \sqrt{24},$
 значит, $A < B;$

в) $A = \frac{3}{2\sqrt{6}-3} + \frac{3}{2\sqrt{6}+3} = 3 \cdot \frac{4\sqrt{6}}{24-9} = \frac{4\sqrt{6}}{5} = 0,8\sqrt{6} = \sqrt{3,84}, \sqrt{3,84} > \sqrt{3},$
 значит, $A > B;$

г) $A = \frac{1}{2+3\sqrt{2}} - \frac{1}{2-3\sqrt{2}} = -\frac{6\sqrt{2}}{4-18} = \frac{3\sqrt{2}}{7} = \sqrt{\frac{18}{49}}, \sqrt{\frac{18}{49}} < \sqrt{2}, \text{ значит, } A < B.$

№ 758.

а) $\frac{\frac{x}{x-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{\frac{x^2+2}{x^2+x\sqrt{2}}} = \frac{\frac{x^2+2}{x^2-2}}{\frac{x^2+2}{x(x+\sqrt{2})}} = \frac{x^2+2}{x^2-2} \cdot \frac{x(x+\sqrt{2})}{x^2+2} = \frac{x}{x-\sqrt{2}};$

б) $\frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\frac{a^2+ab}{a-b}} = \frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a(a+b)}{a-b}} = \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a(a+b)} = \frac{1}{a}.$

№ 759.

а) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{3+4\sqrt{3}+4} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3};$

б) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1;$

в) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3};$

г) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2}+1.$

№ 760.

$$a) \sqrt{9-4\sqrt{5}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{5}+5} = \sqrt{5}-2+3-\sqrt{5}=1;$$

$$б) \sqrt{11-4\sqrt{7}} + \sqrt{16-6\sqrt{7}} = \sqrt{7-4\sqrt{7}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{7}+7} = \sqrt{7}-2+3-\sqrt{7}=1.$$

№ 761.

$$\left(\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}} + \frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}} \right)^2 = \left(\frac{(2+\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}+2+\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}-2+\sqrt{2}} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{(2+\sqrt{2})^2}{2+2\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{2\sqrt{2}-2} \right)^2 = \left(\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{16}{2} = 8.$$

№ 762.

$$\sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} = \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{8+4\sqrt{2}+1}}} = \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{(2\sqrt{2}+1)^2}}} =$$

$$= \sqrt{10+8\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt{10+8\sqrt{1+2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}} = \sqrt{10+8+8\sqrt{2}} =$$

$$= \sqrt{16+8\sqrt{2}+2} = \sqrt{(4+\sqrt{2})^2} = 4+\sqrt{2}.$$

Домашняя контрольная работа № 3.

Вариант № 1.

$$1. \sqrt{54756} = 234, \text{ т.к. } 234^2 = 54756 \text{ и } 234 > 0.$$

$$2. \frac{\sqrt{48x^7y^5}}{\sqrt{3x^3y^{12}}} = \frac{4x^3y^2\sqrt{3xy}}{xy^6\sqrt{3x}} = \frac{4x^2\sqrt{y}}{y^4}.$$

$$3. 3\sqrt{27} + 5\sqrt{75} - 35\sqrt{3} = 3 \cdot 3\sqrt{3} + 25\sqrt{3} - 35\sqrt{3} = 34\sqrt{3} - 35\sqrt{3} = -\sqrt{3}.$$

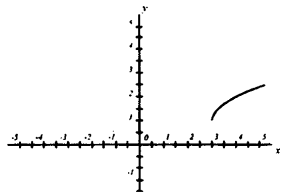
$$4. \frac{m\sqrt{m}+n\sqrt{n}+m\sqrt{n}+n\sqrt{m}}{m\sqrt{m}-n\sqrt{n}+m\sqrt{n}-n\sqrt{m}} = \frac{m(\sqrt{m}+\sqrt{n})+n(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{m(\sqrt{m}+\sqrt{n})-n(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(m+n)}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(m-n)} = \frac{m+n}{m-n}.$$

$$5. y = \sqrt{x-3} + 1,$$

На отрезке $[4; 7]$:

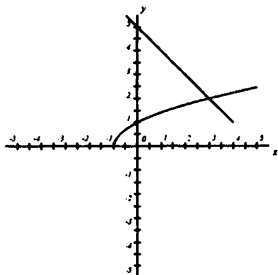
$$y_{\min} = 2 \text{ при } x = 4;$$

$$y_{\max} = 3 \text{ при } x = 7.$$



$$6. \sqrt{x+1} = 5-x$$

Ответ: $x = 3$.



$$7. \text{ Искомый порядок: } \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, 1, \sqrt{3}.$$

$$8. A = \frac{3}{4-2\sqrt{2}} + \frac{3}{4+2\sqrt{2}} = \frac{3(4+2\sqrt{2}+4-2\sqrt{2})}{16-8} = \frac{3 \cdot 8}{8} = 3 = \sqrt{9} > \sqrt{5} = B,$$

т.е. $A > B$.

$$9. \left(\frac{\sqrt{a}}{b-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} \right) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} = \frac{a-b}{\sqrt{ab}(\sqrt{b}-\sqrt{a})} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} = -\frac{b-a}{b-a} = -1.$$

$$10. \frac{1}{\sqrt{11-6\sqrt{2}}+1} - \frac{1}{\sqrt{11+6\sqrt{2}}+1} = \frac{1}{\sqrt{9-6\sqrt{2}}+2+1} - \frac{1}{\sqrt{9+6\sqrt{2}}+2+1} =$$

$$= \frac{1}{3-\sqrt{2}+1} - \frac{1}{3+\sqrt{2}+1} = \frac{1}{4-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{14} = \frac{\sqrt{2}}{7}.$$

Вариант № 2.

$$1. \sqrt{126736} = 356, \text{ т.к. } 356^2 = 126736 \text{ и } 356 > 0.$$

$$2. \frac{\sqrt{5a^3b^{12}}}{\sqrt{125a^7b^5}} = \frac{ab^6\sqrt{5a}}{5a^3b^2\sqrt{5ab}} = \frac{b^4}{5a^2\sqrt{b}} = \frac{b^3\sqrt{b}}{5a^2}.$$

$$3. 5\sqrt{18} + 7\sqrt{50} - 30\sqrt{2} = 15\sqrt{2} + 35\sqrt{2} - 30\sqrt{2} = 20\sqrt{2}.$$

$$4. \frac{p\sqrt{p}+q\sqrt{q}-p\sqrt{q}-q\sqrt{p}}{p\sqrt{p}-q\sqrt{q}+p\sqrt{q}-q\sqrt{p}} = \frac{p(\sqrt{p}-\sqrt{q})-q(\sqrt{p}-\sqrt{q})}{p(\sqrt{p}+\sqrt{q})-q(\sqrt{p}+\sqrt{q})} =$$

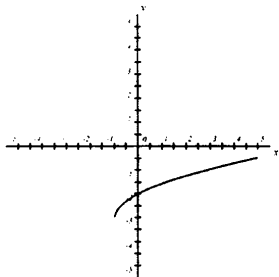
$$= \frac{(p-q)(\sqrt{p}-\sqrt{q})}{(p-q)(\sqrt{p}+\sqrt{q})} = \frac{\sqrt{p}-\sqrt{q}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}}.$$

5. $y = \sqrt{x+1} - 3$

На отрезке $[4; 7]$:

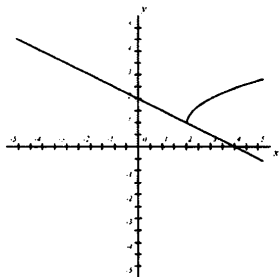
$y_{\min} = 2$ при $x = 4$;

$y_{\max} = 3$ при $x = 7$.



6. $y = \sqrt{x+1} - 3$

Ответ: (2; 1)



7. Искомый порядок: $\frac{3}{4}$, $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, 1, $\sqrt{2}$.

8. $A = \frac{2}{5+3\sqrt{3}} - \frac{2}{5-3\sqrt{3}} = \frac{2(-6\sqrt{3})}{25-27} = 6\sqrt{3} = \sqrt{108} < \sqrt{110} = B$, т.е. $A < B$.

9. $\left(\frac{\sqrt{c}-7\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-d} - \frac{7\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-c} \right) : \frac{c+d}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} = \frac{c-7\sqrt{cd}+7\sqrt{cd}+d}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} \cdot \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{c+d} = \frac{1}{\sqrt{cd}}$.

10. $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{20}+1} - \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{20}-1} = \frac{1}{\sqrt{5}-2\sqrt{5}+1+1} - \frac{1}{\sqrt{5}+2\sqrt{5}+1-1} =$
 $= \frac{1}{\sqrt{5}-1+1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1-1} = \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = 0$.

§ 19. Основные понятия

№ 763.

а) является; б) не является; в) является; г) не является.

№ 764.

а) $4x^2 + 5x - 1 = 0$, $a = 4$, $b = 5$, $c = -1$;

б) $15x^2 = 0$, $a = 15$, $b = 0$, $c = 0$;

в) $17 - x^2 - x = 0$, т.е. $-x^2 - x + 17 = 0$, $a = -1$, $b = -1$, $c = 17$;

г) $8 - 9x^2 = 0$, т.е. $-9x^2 + 8 = 0$, $a = -9$, $b = 0$, $c = 8$.

№ 765.

а) $7x^2 + 12x - 5 = 0$, $a = 7$, $b = 12$, $c = -5$;

б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0$, $a = -\frac{1}{3}$, $b = 0$, $c = \frac{3}{14}$;

в) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{7}x - \frac{5}{12} = 0$, $a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{1}{7}$, $c = -\frac{5}{12}$;

г) $-4x^2 - 7x + 16 = 0$, $a = -4$, $b = -7$, $c = 16$.

№ 766.

а) $(x-1)(x+4) = 0$, $x^2 - x + 4x - 4 = 0$, $x^2 + 3x - 4 = 0$, $a = 1$, $b = 3$, $c = -4$;

б) $12 - 6(x+3) - 7x = (x-2)(x+3)$, $12 - 6x - 18 - 7x = x^2 - 2x + 3x - 6$,
 $x^2 + 14x + 0 = 0$, $a = 1$, $b = 14$, $c = 0$;

в) $(2x+10)(x-1) + 5(x-2) = 2(7+x)$, $2x^2 + 10x - 2x - 10 + 5x - 10 = 14 + 2x$,
 $2x^2 + 11x - 34 = 0$, $a = 2$, $b = 11$, $c = -34$;

г) $1 + 3(2x-4) + (2x-1)(3-2x) = 8$, $1 + 6x - 12 + 6x - 3 - 4x^2 + 2x = 8$,
 $2x^2 - 7x + 11 = 0$, $a = 2$, $b = -7$, $c = 11$.

№ 767.

а) $2(x+6)(x-6) + 3(x+6) = x^2 - 5x$, $2x^2 - 72 + 3x + 18 = x^2 - 5x$,
 $x^2 + 8x - 54 = 0$, $a = 1$, $b = 8$, $c = -54$;

б) $25 - x^2 + 2(x-5) = 4(x-5)$, $25 - x^2 + 2x - 10 = 4x - 20$, $x^2 + 2x - 35 = 0$,
 $a = 1$, $b = 2$, $c = -35$.

№ 768.

а) $4(4-3x)(x+2) - 2(4-3x) = 12 - x$, $-12x^2 - 8x + 32 - 8 + 6x = 12 - x$,
 $12x^2 + x - 12 = 0$, $a = 12$, $b = 1$, $c = -12$;

б) $x^2 - 49 - 3(x+7) = 2(x-7)$, $x^2 - 49 - 3x - 21 = 2x - 14$, $x^2 - 5x - 56 = 0$,
 $a = 1$, $b = -5$, $c = -56$.

№ 769.

а) $8x^2 + 5x + 1 = 0$; б) $-12x^2 + 3x = 0$; в) $x^2 + 4 = 0$; г) $9x^2 - 2x + 3 = 0$.

№ 770.

а) $x^2 - x = 0$; б) $\frac{2}{9}x^2 - 3\frac{1}{4}x + 1\frac{3}{5} = 0$; в) $6x^2 + 3,5 = 0$; г) $\frac{7}{13}x^2 + 4\frac{4}{7}x - 4\frac{1}{3} = 0$.

№ 771.

а) $x^2 - 4x + 35 = 0$ – приведенное уравнение;

б) $-15x^2 + 4x - 2 = 0$, $x^2 - \frac{4}{15}x + \frac{2}{15} = 0$ – приведенное уравнение;

в) $12 - x^2 + 3x = 0$, $x^2 - 3x - 12 = 0$ – приведенное уравнение;

г) $18 - 9x + x^2 = 0$, $x^2 - 9x + 18 = 0$ – приведенное уравнение.

№ 772.

а) $-x^2 + 31x - 6 = 0$, $x^2 - 31x + 6 = 0$ – приведенное уравнение;

б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0$, $x^2 - \frac{9}{14} = 0$ – приведенное уравнение;

в) $-2\frac{5}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{2} = 0$, $x^2 + \frac{2}{7}x + 1\frac{5}{9} = 0$ – приведенное уравнение;

г) $x^2 - 7x + 16 = 0$ – приведенное уравнение.

№ 773.

а) $x^2 + 14x - 23 = 0$ – полное уравнение;

б) $16x^2 - 9 = 0$ – неполное уравнение, $16x^2 = 9$, $x^2 = \frac{9}{16}$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm\frac{3}{4}$;

в) $-x^2 + x = 0$ – неполное уравнение, $x^2 - x = 0$, $x(x-1) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$;

г) $x + 8 - 9x^2 = 0$ – полное уравнение.

№ 774.

а) $3x^2 - 12x = 0$ – неполное уравнение, $x^2 - 4x = 0$, $x(x-4) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 4$;

б) $x^2 + 2x = 0$ – неполное уравнение, $x(x+2) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = -2$;

в) $-2x^2 + 14 = 0$ – неполное уравнение, $2x^2 - 14 = 0$, $x^2 = 7$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$;

г) $3 - x^2 + x = 0$ – полное уравнение.

№ 775.

а) $x^2 - 3x + \frac{1}{4} = 0$; б) $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 15 = 0$; в) $x^2 - 3x = 0$; г) $18x^2 + 14x = 0$.

№ 776.

а) $x^2 - 4x + 3 = 0$, при $x = 3$: $3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$, значит, $x = 3$ является корнем уравнения;

б) $2x^2 + x - 3 = 0$, при $x = -7$: $2 \cdot (-7)^2 + (-7) - 3 = 2 \cdot 49 - 7 - 3 = 88$, значит, $x = -7$ не является корнем уравнения;

в) $2x^2 - 3x - 65 = 0$, при $x = -5$: $2 \cdot (-5)^2 - 3 \cdot (-5) - 65 = 50 + 15 - 65 = 0$, значит, $x = -5$ является корнем уравнения;

г) $x^2 - 2x + 6 = 0$, при $x = 6$: $6^2 - 2 \cdot 6 + 6 = 36 - 12 + 6 = 30$, значит, $x = 6$ не является корнем уравнения.

№ 777.

а) $3x^2 - 75 = 0$, $3x^2 = 75$, $x^2 = 25$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$, значит, 5 и -5 являются корнями уравнения;

б) $2x^2 + 14x = 0$, $x^2 + 7x = 0$, $x(x + 7) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = -7$, значит, 0 и -7 являются корнями уравнения;

в) $0,5x^2 - 72 = 0$, $0,5x^2 = 72$, $x^2 = 144$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{144} = \pm 12$, значит, 12 и -12 являются корнями уравнения;

г) $3x^2 - 18x = 0$, $x^2 - 6x = 0$, $x(x - 6) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 6$, значит, 0 и 6 являются корнями уравнения.

№ 778.

а) $x^2 + 5x = 0$, $x(x + 5) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = -5$;

б) $2x^2 - 9x = 0$, $x^2 - 4,5x = 0$, $x(x - 4,5) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 4,5$;

в) $x^2 - 12x = 0$, $x(x - 12) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 12$;

г) $3x^2 + 5x = 0$, $x^2 + \frac{5}{3}x = 0$, $x\left(x + \frac{5}{3}\right) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$.

№ 779.

а) $-x^2 + 8x = 0$, $x^2 - 8x = 0$, $x(x - 8) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 8$;

б) $3x - x^2 = 0$, $x^2 - 3x = 0$, $x(x - 3) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 3$;

в) $-x^2 + 7x = 0$, $x^2 - 7x = 0$, $x(x - 7) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 7$;

г) $19x - x^2 = 0$, $x^2 - 19x = 0$, $x(x - 19) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 19$.

№ 780.

- а) $x^2 - 9 = 0$, $x^2 = 9$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{9} = \pm 3$;
б) $x^2 - 25 = 0$, $x^2 = 25$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;
в) $x^2 - 64 = 0$, $x^2 = 64$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8$;
г) $x^2 - 100 = 0$, $x^2 = 100$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{100} = \pm 10$.

№ 781.

- а) $-2x^2 + 11 = 0$, $2x^2 = 11$, $x^2 = 5,5$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{5,5}$;
б) $-3x^2 + 4 = 0$, $3x^2 = 4$, $x^2 = 1\frac{1}{3}$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{1\frac{1}{3}}$;
в) $-5x^2 + 9 = 0$, $5x^2 = 9$, $x^2 = 1\frac{4}{5}$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{1\frac{4}{5}}$;
г) $-7x^2 + 13 = 0$, $7x^2 = 13$, $x^2 = 1\frac{6}{7}$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{1\frac{6}{7}}$.

№ 782.

- а) $3x^2 + 7 = 0$, $3x^2 = -7$, $x^2 = -\frac{7}{3}$ – корней нет; б) $6x^2 = 0$, $x^2 = 0$, $x = 0$;
в) $4x^2 + 17 = 0$, $4x^2 = -17$, $x^2 = -\frac{17}{4}$ – корней нет; г) $15x^2 = 0$, $x^2 = 0$, $x = 0$.

№ 783.

- а) $(x-2)(x+4) = 0$, $x_1 = 2$, $x_2 = -4$;
б) $(x+3,5)(x-7)(x^2+9) = 0$, $x_1 = -3,5$, $x_2 = 7$
или $x^2 + 9 = 0$, $x^2 = -9$ – корней нет;
в) $(x+2,8)(x+1,3) = 0$, $x_1 = -2,8$, $x_2 = -1,3$;
г) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right)(x^2 + 1) = 0$, $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{1}{5}$,
или $x^2 + 1 = 0$, $x^2 = -1$ – корней нет.

№ 784.

- а) $x^2 + 12x + 36 = 0$, $(x+6)^2 = 0$, $x+6 = 0$, $x = -6$;
б) $x^2 - 14x + 49 = 0$, $(x-7)^2 = 0$, $x-7 = 0$, $x = 7$;
в) $x^2 - 6x + 9 = 0$, $(x-3)^2 = 0$, $x-3 = 0$, $x = 3$;
г) $x^2 + 10x + 25 = 0$, $(x+5)^2 = 0$, $x+5 = 0$, $x = -5$.

№ 785.

а) $4x^2 - 3x + 7 = 2x^2 + x + 7$, $x^2 - 2x = 0$, $x(x - 2) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$;

б) $(2x + 3)(3x + 1) = 11x + 30$, $6x^2 + 9x + 2x + 3 = 11x + 30$, $6x^2 - 27 = 0$,
 $x^2 - 4,5 = 0$, $x^2 = 4,5$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{4,5}$;

в) $1 - 2x + 3x^2 = x^2 - 2x + 1$, $2x^2 = 0$, $x^2 = 0$, $x = 0$;

г) $(5x - 2)(x + 3) = 13(x + 2)$, $5x^2 - 2x + 15x - 6 = 13x + 26$, $5x^2 = 32$, $x^2 = 6,4$,
 $x_{1,2} = \pm\sqrt{6,4}$.

№ 786.

а) $x^2 + 4x + 3 = 0$;

аналитическое решение:

$$x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 1 = 0,$$

$$(x + 2)^2 - 1 = 0, (x + 2 - 1)(x + 2 + 1) = 0,$$

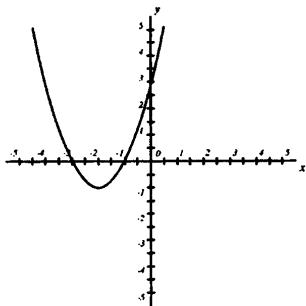
$$(x + 1)(x + 3) = 0, x_1 = -1 \text{ или } x_2 = -3,$$

графическое решение: $a = 1$, $b = 4$,

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2,$$

$$y_0 = f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1,$$

$$x = 0, y = 3, \text{ т.е. } A(-3; 0), B(-1; 0).$$



б) $x^2 - 6x + 5 = 0$;

аналитическое решение:

$$x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 - 4 = 0,$$

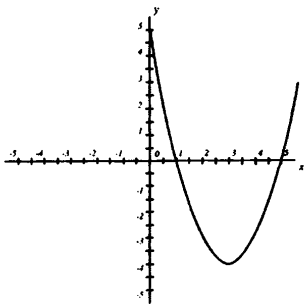
$$(x - 3)^2 - 2^2 = 0, (x - 3 - 2)(x - 3 + 2) = 0,$$

$$(x - 5)(x - 1) = 0, x_1 = 1 \text{ или } x_2 = 5,$$

графическое решение: $a = 1$, $b = -6$,

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3, y_0 = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = -4,$$

$$x = 2, y = -3, \text{ т.е. } A(1; 0), B(5; 0).$$



№ 787. Пусть x – меньшее число, тогда $(x + 1)$ – большее число, их произведение равно $x(x + 1)$, а по условию оно в 2 раза больше меньшего числа, т.е. равно $2x$. Составим уравнение: $x(x + 1) = 2x$, $x^2 + x - 2x = 0$, $x^2 - x = 0$, $x(x - 1) = 0$, $x_1 = 0$ или $x_2 = 1$.

Так как по условию числа натуральные, то меньшее число 1, а большее 2.

№ 788. Пусть x – меньшее число, тогда $(x + 1)$ – большее число, их произведение равно $x(x + 1)$, а по условию оно в 1,5 раза больше квадрата меньшего числа, т.е. равно $1,5x^2$. Составим уравнение: $x(x + 1) = 1,5x^2$, $x^2 + x - 1,5x^2 = 0$, $-0,5x^2 + x = 0$, $-x(0,5x - 1) = 0$, $x_1 = 0$ или $0,5x - 1 = 0$, $x_2 = 2$.

Так как по условию числа натуральные, то меньшее число 2, а большее 3.

№ 789. Пусть время движения материальных точек равно x с, тогда первая точка пройдет $5x$ см, а вторая – $12x$ см, расстояние между ними будет $(5x)^2 + (12x)^2 = 52^2$. Составим уравнение:

$$25x^2 + 144x^2 = 2704, 169x^2 = 2704, x^2 = 16, x_{1,2} = \pm 4.$$

Так как время не может выражаться отрицательным числом, то оно равно 4 с.

№ 790. Пусть x см – сторона квадрата, тогда оставшаяся площадь будет равна $x^2 - 59 = 85$ см. Составим уравнение: $x^2 - 59 = 85$, $x^2 = 144$, $x_{1,2} = \pm 12$.

Так как сторона квадрата не может выражаться отрицательным числом, то она равна 12 см.

№ 791. Пусть x см – сторона квадрата, площадь квадрата равна x^2 см², по условию площадь квадрата больше площади круга на 12 см². Составим уравнение:

$$x^2 = 36 + 12, x^2 = 48, x_{1,2} = \pm\sqrt{48} = \pm 4\sqrt{3}.$$

Так как сторона квадрата не может выражаться отрицательным числом, то она равна $4\sqrt{3}$ см.

№ 792.

а) $6x^2 + (p-1)x + 2 - 4p = 0$, $b = -p-1$, $b = 0$, $p-1=0$, $p=1$, $c = 2-4p$, $c = 0$, $2-4p = 0$, $p = 0,5$,

при $p = 1$; $6x^2 + 2 - 4 = 0$, $6x^2 = 2$, $x^2 = \frac{1}{3}$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$;

при $p = 0,5$; $6x^2 - 0,5x = 0$, $x(6x - 0,5) = 0$, $x_1 = 0$ или $6x = 0,5$, $x_2 = \frac{1}{12}$;

б) $(p-2)x^2 + 3x + p = 0$, $c = p$, $c = 0$, $p = 0$, $-2x^2 + 3x = 0$, $x(-2x + 3) = 0$, $x = 0$, $-2x + 3 = 0$, $-2x = -3$, $x = 1,5$;

в) $3x^2 - (2p+3)x + 2 + p = 0$, $b = 2p+3$, $b = 0$, $2p+3=0$, $p = -1,5$, $c = 2+p$, $c = 0$, $2+p = 0$, $p = -2$,

при $p = -1,5$; $3x^2 + 2 - 1,5 = 0$, $3x^2 = -0,5$, $x^2 = -\frac{1}{6}$ корней нет;

при $p = -2$; $3x^2 - (-4+3)x = 0$, $3x^2 + x = 0$, $x(3x+1) = 0$, $x_1 = 0$ или $3x = -1$, $x_2 = -\frac{1}{3}$;

г) $(6-p)x^2 + (2p+6)x + 12 = 0$, $b = 2p+6$, $b = 0$, $2p+6=0$, $p=-3$,

при $p=-3$; $(6+3)x^2 + 12 = 0$, $9x^2 = -12$, $x^2 = -\frac{12}{9}$ корней нет.

№ 793. $(2p-3)x^2 + (3p-6)x + p^2 - 9 = 0$

а) приведенное квадратное уравнение, при $2p-3=1$, $2p=4$, $p=2$, т.е. $a=1$;

б) неполное неприведенное квадратное уравнение, при $a \neq 1$, $b=0$ или

$c = p^2 - 9$, $c=0$, $p^2 - 9 = 0$, $p^2 = 9$, $p = \pm 3$;

в) неполное приведенное квадратное уравнение, при $a=1$, $b=0$ или $c=0$;

г) линейное уравнение, при $a=0$, $2p-3=0$, $p=1,5$.

№ 794.

а) $x^2 + px + 24 = 0$, $x=6$ – корень уравнения, $36 + 6p + 24 = 0$, $6p = -60$, $p = -10$;

б) $2x^2 + px + 68 = 0$, $x=17$ – корень уравнения, $2 \cdot 17^2 + 17p + 68 = 0$,

$17p = -646$, $p = -38$;

в) $x^2 + px - 35 = 0$, $x=7$ – корень уравнения, $7^2 + 7p - 35 = 0$, $7p = -14$, $p = -2$;

г) $3x^2 + px - 54 = 0$, $x=9$ – корень уравнения, $3 \cdot 9^2 + 9p - 54 = 0$, $9p = -189$, $p = -21$.

№ 795.

а) $x^2 - 8x + p = 0$, $x=4$ – корень уравнения, $16 - 32 + p = 0$, $p = 16$;

б) $4x^2 - 24 + p = 0$, $x=0$ – корень уравнения, $0 - 24 + p = 0$, $p = 24$;

в) $x^2 + 15x + p = 0$, $x=10$ – корень уравнения, $10^2 + 15 \cdot 10 + p = 0$, $250 + p = 0$, $p = -250$;

г) $6x^2 + 30x + p = 0$, $x=-5$ – корень уравнения, $6 \cdot 25 - 30 \cdot 5 + p = 0$, $p = 0$.

№ 796.

а) $x^2 - 8x + 15 = 0$, $x^2 - 8x + 16 - 16 + 15 = 0$, $(x-4)^2 - 1 = 0$,

$(x-4-1)(x-4+1) = 0$, $(x-5)(x-3) = 0$, $x_1 = 5$, $x_2 = 3$;

б) $x^2 - 12x + 20 = 0$, $x^2 - 12x + 36 - 36 + 20 = 0$, $(x-6)^2 - 16 = 0$,

$(x-6-4)(x-6+4) = 0$, $(x-10)(x-2) = 0$, $x_1 = 10$, $x_2 = 2$;

в) $x^2 - 4x + 3 = 0$, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$, $(x^2 - 3x) - (x-3) = 0$,

$x(x-3) - (x-3) = 0$, $(x-1)(x-3) = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$;

г) $x^2 + 6x + 8 = 0$, $x^2 + 6x + 9 - 9 + 8 = 0$, $(x+3)^2 - 1 = 0$, $(x+3-1)(x+3+1) = 0$,

$(x+2)(x+4) = 0$, $x_1 = -2$, $x_2 = -4$.

№ 797.

а) $x^2 + 3x - 10 = 0$, $x^2 + 5x - 2x - 10 = 0$, $(x^2 + 5x) - (2x + 10) = 0$,

$$x(x+5)-2(x+5)=0, (x-2)(x+5)=0, x_1=2, x_2=-5;$$

$$\text{б) } 2x^2-5x+2=0, 2x^2-4x-x+2=0, 2x(x-2)-(x-2)=0, \\ (2x-1)(x-2)=0, x_1=0,5, x_2=2;$$

$$\text{в) } x^2+9x+14=0, x^2+7x+2x+14=0, (x^2+7x)+(2x+14)=0, \\ x(x+7)+2(x+7)=0, (x+2)(x+7)=0, x_1=-2, x_2=-7;$$

$$\text{г) } 4x^2-4x-3=0, 4x^2-4x+1-1-3=0, (2x-1)^2-4=0, \\ (2x-1-2)(2x-1+2)=0, (2x-3)(2x+1)=0, x_1=1,5, x_2=-0,5.$$

№ 798.

$$\text{а) } a^2+6a=3a^2-a, -2a^2+7a=0, -a(2a-7)=0, a_1=0, a_2=3,5;$$

$$\text{б) } 5a^2-12=a^2-4, 4a^2-8=0, 4a^2=8, a^2=2, a_{1,2}=\pm\sqrt{2};$$

$$\text{в) } 3a^2+2a=4a^2-5a, -a^2+7a=0, -a(a-7)=0, a_1=0, a_2=7;$$

$$\text{г) } 7a^2-a=a^2+9a, 6a^2-10a=0, 2a(3a-5)=0, a_1=0, a_2=\frac{5}{3}.$$

№ 799.

$$\text{а) } (3x-1)(2x-2)=(x-4)^2, 6x^2-2x-6x+2-x^2+8x-16=0, 5x^2-14=0, \\ 5x^2=14, x^2=2,8, x_{1,2}=\pm\sqrt{2,8};$$

$$\text{б) } 2x-(x+1)^2=3x^2-5, 2x-x^2-2x-1-3x^2+5=0, -4x^2+4=0, 4x^2=4, \\ x^2=1, x_{1,2}=\pm\sqrt{1}=\pm 1;$$

$$\text{в) } (3x-4)^2-(5x+2)(2x+8)=0, 9x^2-24x+16-10x^2-4x-40x-16=0, \\ -x^2-68x=0, -x(x+68)=0, x_1=0, x_2=-68;$$

$$\text{г) } 6x^2-(x+2)^2=4(4-x), 6x^2-x^2-4x-4=16-4x, 5x^2=20, x^2=4, \\ x_{1,2}=\pm\sqrt{4}=\pm 2.$$

№ 800.

$$\text{а) } \frac{x^2-6x}{3}=x, x^2-6x=3x, x^2-9x=0, x(x-9)=0, x_1=0, x_2=9;$$

$$\text{б) } \frac{x^2-x}{6}-\frac{x^2+x}{3}=0, x^2-x-2x^2-2x=0, -x^2-3x=0, -x(x+3)=0, \\ x_1=0, x_2=-3.$$

№ 801.

$$\text{а) } \frac{x^2-x}{2}+\frac{x}{3}=0, 3x^2-3x+2x=0, 3x^2-x=0, x(3x-1)=0, x_1=0, x_2=\frac{1}{3};$$

$$6) \frac{x^2-4}{5} - \frac{x^2-1}{3} = -1, \quad 3x^2-12-5x^2+5 = -15, \quad 2x^2-8=0, \quad 2x^2=8, \quad x^2=4, \\ x_{1,2} = \pm\sqrt{8} = \pm 4.$$

№ 802.

$$a) \frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+3}, \quad (x-2)(x+3) = (x-3)(x+2), \quad x^2-2x+3x-6 = x^2-3x+2x-6, \\ 2x=0, \quad x=0;$$

$$6) \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = 0, \quad \frac{x-3}{x+3} = \frac{x+3}{x-3}, \quad (x-3)^2 = (x+3)^2, \quad x^2-6x+9 = x^2+6x+9, \\ 12x=0, \quad x=0.$$

№ 803.

$$a) \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = 3\frac{1}{3}, \quad 3(x-2)^2 + 3(x+2)^2 = 10(x^2-4), \\ 3x^2-12x+12+3x^2+12x+12 = 10x^2-40, \quad -4x^2 = -64, \quad x^2 = 16, \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{16} = \pm 4;$$

$$6) \frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1} = 5, \quad (2x-1)^2 + (2x+1)^2 = 5(4x^2-1), \\ 4x^2+4x+1+4x^2-4x+1-20x^2+5=0, \quad -12x^2 = -7, \quad x^2 = \frac{7}{12}, \\ x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{7}{12}} = \pm\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \pm\frac{\sqrt{21}}{6}.$$

§ 20. Формулы корней квадратного уравнения

№ 804.

$$a) x^2+5x-6=0, \quad D=5^2-4\cdot 1\cdot (-6)=25+24=49;$$

$$6) x^2-1,3x+2=0, \quad D=(-1,3)^2-4\cdot 1\cdot 2=1,69-8=-6,31;$$

$$в) x^2-2,4x+1=0, \quad D=(-2,4)^2-4\cdot 1\cdot 1=5,76-4=1,76;$$

$$г) x^2-7x-4=0, \quad D=(-7)^2-4\cdot 1\cdot (-4)=49+16=65.$$

№ 805.

$$a) 3x^2+2x-1=0, \quad D=2^2-4\cdot 3\cdot (-1)=4+12=16;$$

$$6) -x^2+4x+3=0, \quad D=4^2-4\cdot (-1)\cdot 3=16+12=28;$$

$$в) -2x^2+5x+3=0, \quad D=5^2-4\cdot (-2)\cdot 3=25+24=49;$$

$$г) 4x^2-5x-4=0, \quad D=(-5)^2-4\cdot 4\cdot (-4)=25+64=89.$$

№ 806.

- а) $x^2 - 8x - 84 = 0$, $D = 64 + 336 = 400$, $D > 0$ – уравнение имеет 2 корня;
б) $36x^2 - 12x + 1 = 0$, $D = 144 - 144 = 0$, $D = 0$ – уравнение имеет 1 корень;
в) $x^2 - 22x - 23 = 0$, $D = 484 + 92 = 576$, $D > 0$ – уравнение имеет 2 корня;
г) $16x^2 - 8x + 1 = 0$, $D = 64 - 64 = 0$, $D = 0$ – уравнение имеет 1 корень.

№ 807.

- а) $x^2 + 3x - 24 = 0$, $D = 9 + 96 = 105$, $D > 0$ – уравнение имеет 2 корня;
б) $x^2 - 16x + 64 = 0$, $D = 256 - 256 = 0$, $D = 0$ – уравнение имеет 1 корень;
в) $x^2 - 2x + 5 = 0$, $D = 4 - 20 = -16$, $D < 0$ – уравнение не имеет корней;
г) $x^2 + 6x + 9 = 0$, $D = 36 - 36 = 0$, $D = 0$ – уравнение имеет 1 корень.

№ 808.

- а) $x^2 - 5x + 6 = 0$, $D = 25 - 24 = 1$, $x_1 = \frac{5+1}{2} = 3$, $x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$;
б) $x^2 - 2x - 15 = 0$, $D = 4 + 60 = 64$, $x_1 = \frac{2+8}{2} = 5$, $x_2 = \frac{2-8}{2} = -3$;
в) $x^2 + 6x + 8 = 0$, $D = 36 - 32 = 4$, $x_1 = \frac{-6+2}{2} = -2$, $x_2 = \frac{-6-2}{2} = -4$;
г) $x^2 - 3x - 18 = 0$, $D = 9 + 72 = 81$, $x_1 = \frac{3+9}{2} = 6$, $x_2 = \frac{3-9}{2} = -3$.

№ 809.

- а) $x^2 + 4x + 4 = 0$, $(x+2)^2 = 0$, $x+2=0$, $x=-2$;
б) $x^2 + 8x + 7 = 0$, $D = 64 - 28 = 36$, $x_1 = \frac{-8+6}{2} = -1$, $x_2 = \frac{-8-6}{2} = -7$;
в) $x^2 - 34x + 289 = 0$, $(x-17)^2 = 0$, $x-17=0$, $x=17$;
г) $x^2 + 4x + 5 = 0$, $D = 16 - 20 = -4$ – уравнение не имеет корней.

№ 810.

- а) $2x^2 + 3x + 1 = 0$, $D = 9 - 8 = 1$, $x_1 = \frac{-3+1}{4} = -0,5$, $x_2 = \frac{-3-1}{4} = -1$;
б) $3x^2 - 3x + 4 = 0$, $D = 9 - 48 = -39$, $D < 0$ – уравнение не имеет корней;
в) $5x^2 - 8x + 3 = 0$, $D = 64 - 60 = 4$, $x_1 = \frac{8+2}{10} = 1$, $x_2 = \frac{8-2}{10} = 0,6$;
г) $14x^2 - 5x - 1 = 0$, $D = 25 + 56 = 81$, $x_1 = \frac{5+9}{28} = 0,5$, $x_2 = \frac{5-9}{28} = -\frac{1}{7}$.

№ 811.

а) $4x^2 + 10x - 6 = 0$, $D = 100 + 96 = 196$, $x_1 = \frac{-10+14}{8} = 0,5$, $x_2 = \frac{-10-14}{8} = -3$;

б) $25x^2 + 10x + 1 = 0$, $D = 100 - 100 = 0$, $x = \frac{-10}{50} = -0,2$;

в) $3x^2 - 8x + 5 = 0$, $D = 64 - 60 = 4$, $x_1 = \frac{8+2}{6} = \frac{5}{3}$, $x_2 = \frac{8-2}{6} = 1$;

г) $4x^2 + x + 67 = 0$, $D = 1 - 1072 = -1071$, $D < 0$ — уравнение не имеет корней.

№ 812.

а) $3x^2 + 32x + 80 = 0$, $D = 1024 - 960 = 64$, $x_1 = \frac{-32+8}{6} = -4$, $x_2 = \frac{-32-8}{6} = -\frac{20}{3}$;

б) $100x^2 - 160x + 63 = 0$, $D = 25600 - 25200 = 400$, $x_1 = \frac{160+20}{200} = 0,9$,

$$x_2 = \frac{160-20}{200} = 0,7;$$

в) $5x^2 + 26x - 24 = 0$, $D = 676 + 480 = 1156$, $x_1 = \frac{-26+34}{10} = 0,8$, $x_2 = \frac{-26-34}{10} = -6$;

г) $4x^2 - 12x + 9 = 0$, $D = 144 - 144 = 0$, $x = \frac{12}{8} = 1,5$.

№ 813.

а) $x^2 = 2x + 48$, $x^2 - 2x - 48 = 0$, $D = 4 + 192 = 196$, $x_1 = \frac{2+14}{2} = 8$, $x_2 = \frac{2-14}{2} = -6$;

б) $6x^2 + 7x = 5$, $6x^2 + 7x - 5 = 0$, $D = 49 + 120 = 169$, $x_1 = \frac{-7+13}{12} = 0,5$,

$$x_2 = \frac{-7-13}{12} = -\frac{5}{3};$$

в) $x^2 = 4x + 96$, $x^2 - 4x - 96 = 0$, $D = 16 + 384 = 400$, $x_1 = \frac{4+20}{2} = 12$,

$$x_2 = \frac{4-20}{2} = -8;$$

г) $2x^2 - 2 = 3x$, $2x^2 - 3x - 2 = 0$, $D = 9 + 16 = 25$, $x_1 = \frac{3+5}{4} = 2$, $x_2 = \frac{3-5}{4} = -0,5$.

№ 814.

а) $-x^2 = 5x - 14$, $x^2 + 5x - 14 = 0$, $D = 25 + 56 = 81$, $x_1 = \frac{-5+9}{2} = 2$, $x_2 = \frac{-5-9}{2} = -7$;

$$\text{б)} -3x^2 + 5 = 2x, \quad 3x^2 + 2x - 5 = 0, \quad D = 4 + 60 = 64, \quad x_1 = \frac{-2+8}{6} = 1, \quad x_2 = \frac{-2-8}{6} = -\frac{5}{3};$$

$$\text{в)} 25 = 26x - x^2, \quad x^2 - 26x + 25 = 0, \quad D = 676 - 100 = 576, \quad x_1 = \frac{26+24}{2} = 25,$$

$$x_2 = \frac{26-24}{2} = 1;$$

$$\text{г)} -5x^2 = 9x - 2, \quad 5x^2 + 9x - 2 = 0, \quad D = 81 + 40 = 121, \quad x_1 = \frac{-9+11}{10} = 0,2,$$

$$x_2 = \frac{-9-11}{10} = -2.$$

№ 815.

$$\text{а)} x^2 + 7x + 2 = 0, \quad D = 49 - 8 = 41, \quad x_1 = \frac{-7+\sqrt{41}}{2}, \quad x_2 = \frac{-7-\sqrt{41}}{2};$$

$$\text{б)} 2x^2 + 3x - 1 = 0, \quad D = 9 + 8 = 17, \quad x_1 = \frac{-3+\sqrt{17}}{4}, \quad x_2 = \frac{-3-\sqrt{17}}{4};$$

$$\text{в)} x^2 - 5x + 3 = 0, \quad D = 25 - 12 = 13, \quad x_1 = \frac{5+\sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{5-\sqrt{13}}{2};$$

$$\text{г)} 5x^2 - x - 1 = 0, \quad D = 1 + 20 = 21, \quad x_1 = \frac{1+\sqrt{21}}{10}, \quad x_2 = \frac{1-\sqrt{21}}{10}.$$

№ 816.

$$\text{а)} x^2 + 2x - 7 = 0, \quad D = 4 + 28 = 32, \quad x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{32}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{2};$$

$$\text{б)} 2x^2 - 4x - 1 = 0, \quad D = 16 + 8 = 24, \quad x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{4} = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2};$$

$$\text{в)} x^2 + 6x + 3 = 0, \quad D = 36 - 12 = 24, \quad x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{2} = -3 \pm \sqrt{6};$$

$$\text{г)} 2x^2 - 10x + 1 = 0, \quad D = 100 - 8 = 92, \quad x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{92}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{23}}{2}.$$

№ 817.

$$\text{а)} 0,6x^2 + 0,8x - 7,8 = 0, \quad 5x^2 + 4x - 39 = 0, \quad D = 16 + 468 = 484,$$

$$x_1 = \frac{-4+22}{6} = 3, \quad x_2 = \frac{-4-22}{6} = -\frac{13}{3};$$

$$\text{б)} 0,25x^2 - x + 1 = 0, \quad x^2 - 4x + 4 = 0, \quad D = 16 - 16 = 0, \quad x = \frac{4}{2} = 2;$$

$$в) 0,2x^2 - 10x + 125 = 0, x^2 - 50x + 625 = 0, (x - 25)^2 = 0, x - 25 = 0, x = 25;$$

$$г) 4x^2 - 7x - 7,5 = 0, D = 49 + 120 = 169, x_1 = \frac{7+13}{8} = 2,5, x_2 = \frac{7-13}{8} = -0,75.$$

№ 818.

$$а) 6x(2x+1) = 5x+1, 12x^2 + 6x - 5x - 1 = 0, 12x^2 + x - 1 = 0, D = 1 + 48 = 49,$$

$$x_1 = \frac{-1+7}{24} = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{-1-7}{24} = -\frac{1}{3};$$

$$б) 2x(x-8) = -x-18, 2x^2 - 16x + x + 18 = 0, 2x^2 - 15x + 18 = 0,$$

$$D = 225 - 144 = 81, x_1 = \frac{15+9}{4} = 6, x_2 = \frac{15-9}{4} = 1,5;$$

$$в) 8x(1+2x) = -1, 8x + 16x^2 + 1 = 0, D = 64 - 64 = 0, x = \frac{-8}{32} = -\frac{1}{4};$$

$$г) x(x-5) = 1-4x, x^2 - 5x - 1 + 4x = 0, x^2 - x - 1 = 0, D = 1 + 4 = 5,$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

№ 819.

$$а) (x-2)^2 = 3x-8, x^2 - 4x + 4 - 3x + 8 = 0, x^2 - 7x + 12 = 0, D = 49 - 48 = 1,$$

$$x_1 = \frac{7+1}{2} = 4, x_2 = \frac{7-1}{2} = 3;$$

$$б) (3x-1)(x+3) + 1 = x(1+6x), 3x^2 - x + 9x - 3 + 1 - x - 6x^2 = 0, -3x^2 + 7x - 2 = 0,$$

$$D = 49 - 24 = 25, x_1 = \frac{-7+5}{-6} = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{-7-5}{-6} = 2;$$

$$в) 5(x+2)^2 = -6x-44, 5x^2 + 20x + 20 + 6x + 44 = 0, 5x^2 + 26x + 64 = 0,$$

$$D = 676 - 1280 = -604, D < 0 - \text{уравнение не имеет корней};$$

$$г) (x+4)(2x-1) = x(3x+11), 2x^2 + 8x - x - 4 - 3x^2 - 11x = 0, x^2 + 4x + 4 = 0,$$

$$D = 16 - 16 = 0, x = \frac{-4}{2} = -2.$$

№ 820. Уравнение имеет 1 корень, если $D = 0$.

$$а) x^2 - px + 9 = 0, D = p^2 - 36 = 0, p^2 = 36, p_{1,2} = \pm\sqrt{36} = \pm 6;$$

$$б) x^2 + 3px + p = 0, D = 9p^2 - 4p = 0, p(9p - 4) = 0, p_1 = 0, p_2 = \frac{4}{9};$$

$$в) x^2 + px + 16 = 0, D = p^2 - 64 = 0, p^2 = 64, p_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8;$$

$$г) x^2 - 2px + 3p = 0, D = 4p^2 - 12p = 0, 4p(p - 3), p_1 = 0, p_2 = 3.$$

№ 821.

$3x^2 - px - 2 = 0$, $D = p^2 + 24 > 0$ при любом значении p , значит, уравнение имеет 2 корня при любом значении p , что и требовалось доказать.

№ 822.

1 этап: Пусть x – число. Квадрат этого числа больше самого числа на 56. Составим уравнение: $x^2 - x = 56$.

2 этап: $x^2 - x - 56 = 0$, $D = 1 + 224 = 225$, $x_1 = \frac{1+15}{2} = 8$, $x_2 = \frac{1-15}{2} = -7$.

3 этап: Так как число натуральное, то оно равно 8.

№ 823.

1 этап: Пусть одна сторона прямоугольника – x см, тогда другая – $(x + 5)$ см. Его площадь равна $x(x + 5)$, а по условию она равна 84 см^2 . Составим уравнение: $x(x + 5) = 84$.

2 этап: $x^2 + 5x - 84 = 0$, $D = 25 + 336 = 361$, $x_1 = \frac{-5+19}{2} = 7$, $x_2 = \frac{-5-19}{2} = -12$.

3 этап: Так как сторона прямоугольника не может быть отрицательной, то она равна 7 см, а другая равна 12 см.

№ 824.

1 этап: Пусть x – первое число, а второе число – $(x + 2)$. Их произведение равно $x(x + 2)$, а по условию оно равно 120. Составим уравнение: $x(x + 2) = 120$.

2 этап: $x^2 + 2x - 120 = 0$, $D = 4 + 480 = 484$, $x_1 = \frac{-2+22}{2} = 10$, $x_2 = \frac{-2-22}{2} = -12$.

3 этап: Так как число натуральное, то первое число равно 10, а второе 12.

№ 825.

1 этап: Пусть x – первый катет, тогда второй катет равен $(x + 31)$. Площадь треугольника равна $\frac{1}{2}x(x + 31) \text{ м}^2$, а по условию она равна 180 м^2 . Составим уравнение: $\frac{1}{2}x(x + 31) = 180$.

2 этап: $x^2 + 31x - 360 = 0$, $D = 961 + 1440 = 2401$, $x_1 = \frac{-31+49}{2} = 9$, $x_2 = \frac{-31-49}{2} = -40$.

3 этап: Так как катет не может выражаться отрицательным числом, то меньший катет равен 9 м, а второй 40 м.

№ 826.

1 этап: Пусть x – сторона квадрата, от квадрата отрезали полоску в 3 см, площадь отрезанной части равна $3x \text{ см}^2$, а оставшейся $(x^2 - 3x) \text{ см}^2$, а по условию она равна 70 см^2 . Составим уравнение: $x^2 - 3x = 70$.

2 этап: $x^2 - 3x - 70 = 0$, $D = 9 + 280 = 289$, $x_1 = \frac{3+17}{2} = 10$, $x_2 = \frac{3-17}{2} = -7$.

3 этап: Так как сторона квадрата не может выражаться отрицательным числом, то она равна 10 см.

№ 827.

1 этап: Пусть x – первое число, а второе равно $(x+1)$. Произведение этих чисел на 271 больше их суммы. Составим уравнение: $x(x+1) - (x+x+1) = 271$.

2 этап: $x^2 + x - 2x - 1 - 271 = 0$, $x^2 - x - 272 = 0$, $D = 1 + 1088 = 1089$,

$$x_1 = \frac{1+33}{2} = 17, \quad x_2 = \frac{1-33}{2} = -16.$$

3 этап: Так как число натуральное, то первое число равно 17, а второе 18.

№ 828.

1 этап: Примем всю зарплату за 100% или за 1. пусть первое повышение было на $x\%$, тогда зарплата увеличилась на $0,01x$ и стала равна $(1+0,01x)$. Второе повышение в 1,5 раза больше первого, т.е. она стала равняться $1,5x$, тогда зарплата увеличилась на $0,015x \cdot (0,01x+1)$ и увеличение зарплат стало равным $0,015x \cdot (0,01x+1) + 0,01x$, а по условию она увеличилась на 56% или на 0,56. Составим уравнение: $0,015x \cdot (0,01x+1) + 0,01x = 0,56$.

2 этап: $0,00015x^2 + 0,015x + 0,01x = 0,56$, $0,00015x^2 + 0,025x - 0,56 = 0$,

$$0,15x^2 + 25x - 560 = 0, \quad D = 625 + 336 = 961, \quad x_1 = \frac{-25+31}{0,3} = 20, \quad x_2 = \frac{-25-31}{0,3} = -\frac{560}{3}.$$

3 этап: Так как повышение зарплат не может быть отрицательным числом, то первый раз она увеличилась на 20%.

№ 829.

1 этап: Пусть x – первое число, второе равно $(x+1)$, а третье равно $(x+2)$. Сумма квадратов этих чисел равна 1589. Составим уравнение:

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 1589.$$

2 этап: $x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 - 1589 = 0$, $3x^2 + 6x - 1589 = 0$,

$$x^2 + 2x - 528 = 0, \quad D = 4 + 2112 = 2116, \quad x_1 = \frac{-2+46}{2} = 22, \quad x_2 = \frac{-2-46}{2} = -24.$$

3 этап: Так как числа натуральные, то первое число равно 22, второе 23, а третье равно 24.

№ 830.

1 этап: Пусть x см – гипотенуза, тогда первый катет равен $(x-32)$ см, второй катет равен $(x-9)$ см. По теореме Пифагора: $x^2 = (x-32)^2 + (x-9)^2$.

2 этап: $x^2 = x^2 - 64x + 1024 + x^2 - 18x + 81$, $x^2 - 82x + 1105 = 0$, $D = 6724 - 4420 = 2304$,

$$x_1 = \frac{82+48}{2} = 65, \quad x_2 = \frac{82-48}{2} = 17.$$

3 этап: Так как катеты не могут выражаться отрицательными числами, то гипотенуза должна быть больше 32 см, т.е. равна 65 см. Тогда один катет равен 33 см, а второй 56 см.

№ 831.

1 этап: Пусть $x\%$ – первоначальный процент годовых, тогда после первого года в банке стало $(10000+100x)$ руб. Процент второго года равен $(x+5)\%$, тогда увеличение вклада на второй год – $(0,01(x+5))(10000+100x)$ руб. После 2 лет хранения вкладчик получил $((0,01x+0,05)(10000+100x)+(10000+100x))$ рублей, а по условию он получил 11550 руб. Составим уравнение:
 $(0,01x+0,05)(10000+100x)+10000+100x=11550.$

2 этап: $100x+500+x^2+5x+10000+100x=11550, \quad x^2+205x-1050=0,$

$$D=42025+4200=46225, \quad x_1 = \frac{-205+215}{2} = 5, \quad x_2 = \frac{-205-215}{2} = -210.$$

3 этап: Так как процент годовых не может быть отрицательным числом, то он равен 5.

№ 832.

1 этап: Пусть на $x\%$ предполагалось снижать стоимость миксера, тогда за первый месяц цена снизилась на 25х руб. и стала равной $(2500-25x)$ руб. За второй месяц она снизилась на $(x+10)\%$ или на $(2500-25x)(0,01(x+10))$ руб. и после двух месяцев цена стала равняться $(2500-(2500-25x)(0,01x+0,1)-25x)$ рублей, а по условию она стала равняться 1800 руб. Составим уравнение:
 $2500-(2500-25x)(0,01x+0,1)-25x=1800.$

2 этап: $2500-25x+0,25x^2-250-2,5x-25x-1800=0, \quad x^2-190+1800=0,$

$$D=36100-7200=28900, \quad x_1 = \frac{190+170}{2} = 180, \quad x_2 = \frac{190-170}{2} = 10.$$

3 этап: Так как цена может снижаться только на число процентов, меньшее 100, то предполагалось снижать стоимость миксера на 10%.

№ 833.

$$a) \quad \frac{1}{3}x^2 + x + \frac{1}{4} = 0, \quad 4x^2 + 12x + 3 = 0, \quad D = 144 - 48 = 96,$$

$$x_1 = \frac{-12+\sqrt{96}}{8} = \frac{-3+\sqrt{6}}{2}, \quad x_2 = \frac{-12-\sqrt{96}}{8} = \frac{-3-\sqrt{6}}{2};$$

$$b) \quad x^2 + 5x + 2\frac{1}{4} = 0, \quad D = 25 - 9 = 16, \quad x_1 = \frac{-5+4}{2} = -0,5, \quad x_2 = \frac{-5-4}{2} = -4,5;$$

$$\text{в)} x^2 + 3x - 1\frac{1}{2} = 0, D = 9 + 6 = 15, x_1 = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{15}}{2};$$

$$\text{г)} \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{3} = 0, 3x^2 - 6x + 2 = 0, D = 36 - 24 = 12,$$

$$x_1 = \frac{6 + \sqrt{12}}{6} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}, x_2 = \frac{6 - \sqrt{12}}{6} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}.$$

№ 834.

$$\text{а)} x^2 + 4\sqrt{3}x + 12 = 0, D = 48 - 48 = 0, x = \frac{-4\sqrt{3}}{2} = -2\sqrt{3};$$

$$\text{б)} x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0, D = 8 - 4 = 4, x_1 = \frac{-2\sqrt{2} + 2}{2} = -\sqrt{2} + 1, x_2 = \frac{-2\sqrt{2} - 2}{2} = -\sqrt{2} - 1;$$

$$\text{в)} x^2 + 2\sqrt{5}x - 20 = 0, D = 20 + 80 = 100, x_1 = \frac{-2\sqrt{5} + 10}{2} = -\sqrt{5} + 5,$$

$$x_2 = \frac{-2\sqrt{5} - 10}{2} = -\sqrt{5} - 5;$$

$$\text{г)} x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0, D = 32 - 16 = 16, x_1 = \frac{4\sqrt{2} + 4}{2} = 2\sqrt{2} + 2, x_2 = \frac{4\sqrt{2} - 4}{2} = 2\sqrt{2} - 2.$$

№ 835.

$$\text{а)} x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0, D = 18 - 16 = 2,$$

$$x_1 = \frac{-3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = -\frac{2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}, x_2 = \frac{-3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = -\frac{4\sqrt{2}}{2} = -2\sqrt{2};$$

$$\text{б)} 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 1 = 0, D = 48 - 16 = 32,$$

$$x_1 = \frac{-4\sqrt{3} - \sqrt{32}}{8} = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{-4\sqrt{3} + \sqrt{32}}{8} = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в)} 9x^2 - 6\sqrt{5}x + 2 = 0, D = 180 - 72 = 108,$$

$$x_1 = \frac{6\sqrt{5} - \sqrt{108}}{18} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{3}, x_2 = \frac{6\sqrt{5} + \sqrt{108}}{18} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{3};$$

$$\text{г)} 4x^2 - 2\sqrt{7}x + 1 = 0, D = 28 - 16 = 12,$$

$$x_1 = \frac{2\sqrt{7} - \sqrt{12}}{8} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{4}, x_2 = \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{12}}{8} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{4}.$$

№ 836.

$$\text{а)} (2x - 1)(2x + 1) + x(x - 1) = 2x(x + 1), 4x^2 - 1 + x^2 - x - 2x^2 - 2x = 0,$$

$$3x^2 - 3x - 1 = 0, D = 9 + 12 = 21, x_1 = \frac{3 + \sqrt{21}}{6}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{21}}{6};$$

$$\text{б)} (3x+1)^2 - x(7x+5) = 4, \quad 9x^2 + 6x + 1 - 7x^2 - 5x - 4 = 0, \quad 2x^2 + x - 3 = 0,$$

$$D = 1 + 24 = 25, \quad x_1 = \frac{-1+5}{4} = 1, \quad x_2 = \frac{-1-5}{4} = -1,5;$$

$$\text{в)} (3x-1)(3x+1) - 2x(x+4x) = -2, \quad 9x^2 - 1 - 2x - 8x^2 + 2 = 0, \quad x^2 - 2x + 1 = 0,$$

$$(x-1)^2 = 0, \quad x-1 = 0, \quad x = 1;$$

$$\text{г)} (2x+1)^2 + 2 = 2 - 6x^2, \quad 4x^2 + 4x + 1 + 2 - 2 + 6x^2 = 0, \quad 10x^2 + 4x + 1 = 0,$$

$$D = 16 - 40 = -24, \quad D < 0 \text{ — уравнение не имеет корней.}$$

№ 837.

$$\text{а)} \frac{x^2 - x}{3} = \frac{2x - 4}{5}, \quad 5(x^2 - x) = 3(2x - 4), \quad 5x^2 - 5x - 6x + 12 = 0, \quad 5x^2 - 11x + 12 = 0,$$

$$D = 121 - 240 = -119, \quad D < 0 \text{ — уравнение не имеет корней;}$$

$$\text{б)} \frac{2x^2 + x}{5} = \frac{4x - 2}{3}, \quad 3(2x^2 + x) = 5(4x - 2), \quad 6x^2 + 3x - 20x + 10 = 0,$$

$$6x^2 - 17x + 10 = 0, \quad D = 289 - 240 = 49, \quad x_1 = \frac{17+7}{12} = 2, \quad x_2 = \frac{17-7}{12} = \frac{5}{6};$$

$$\text{в)} \frac{x^2 - 3}{2} - 6x = 5, \quad x^2 - 3 - 12x - 10 = 0, \quad x^2 - 12x - 13 = 0, \quad D = 144 + 52 = 196,$$

$$x_1 = \frac{12+14}{2} = 13, \quad x_2 = \frac{12-14}{2} = -1;$$

$$\text{г)} \frac{4x^2 + x}{3} - \frac{5x - 1}{6} = \frac{x^2 + 17}{9}, \quad 6(4x^2 + x) - 3(5x - 1) = 2(x^2 + 17),$$

$$24x^2 + 6x - 15x + 3 - 2x^2 - 34 = 0, \quad 22x^2 - 9x - 31 = 0, \quad D = 81 + 2728 = 2809,$$

$$x_1 = \frac{9+53}{44} = \frac{31}{22}, \quad x_2 = \frac{9-53}{44} = -\frac{44}{44} = -1.$$

№ 838. Из данных уравнений только $x^2 - px - 5 = 0$ имеет 2 различных корня,

т.к. $D = p^2 + 20 > 0$ при любом p .

№ 839.

$$\text{а)} x^2 - (2p-2)x + p^2 - 2p = 0, \quad D = (2p-2)^2 - 4(p^2 - 2p) = 4p^2 - 8p + 4 - 4p^2 + 8p = 4$$

$$x_1 = \frac{2p-2-2}{2} = \frac{2p-4}{2} = p-2, \quad x_2 = \frac{2p-2+2}{2} = \frac{2p}{2} = p;$$

$$\text{б)} x^2 - \frac{2p+3}{6}x + \frac{p}{6} = 0, \quad 6x^2 - (2p+3)x + p = 0, \quad D = (2p+3)^2 - 4 \cdot 6p = (2p-3)^2$$

$$x_1 = \frac{2p+3+2p-3}{12} = \frac{p}{3}, \quad x_2 = \frac{2p+3-2p+3}{12} = \frac{1}{2};$$

$$\text{в)} x^2 - (1-p)x - 2p = 2p^2, \quad x^2 - (1-p)x - 2p - 2p^2 = 0,$$

$$D = (1-p)^2 - 4(-2p-2p^2) = 1 - 2p + p^2 + 8p + 8p^2 = 9p^2 + 6p + 1 = (3p+1)^2,$$

$$x_1 = \frac{1-p+3p+1}{2} = \frac{2p+2}{2} = p+1, \quad x_2 = \frac{1-p-3p-1}{2} = -\frac{4p}{2} = -2p;$$

$$\text{г)} x^2 + \frac{3p+2}{6}x + \frac{p}{6} = 0, \quad 6x^2 + (3p+2)x + p = 0, \quad D = (3p+2)^2 - 6 \cdot 4p = (3p-2)^2,$$

$$x_1 = \frac{-3p-2+3p-2}{12} = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{-3p-2-3p+2}{2} = -\frac{p}{2}.$$

№ 840.

$$\text{а)} x^2 - 2px + p^2 - 1 = 0, \quad D = 4p^2 - 4(p^2 - 1) = 4p^2 - 4p^2 + 4 = 4,$$

$$x_1 = \frac{2p+2}{2} = p+1, \quad x_2 = \frac{2p-2}{2} = p-1;$$

$$\text{б)} px^2 - 4x + 1 = 0, \quad D = 16 - 4p,$$

при $D > 0$, $16 - 4p > 0$, $4p < 16$, $p < 4$, если $p \neq 0$, $p < 0$, $0 < p < 4$, то

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{16-4p}}{2p} = \frac{2 + \sqrt{4-p}}{p}, \quad x_2 = \frac{4 - \sqrt{16-4p}}{2p} = \frac{2 - \sqrt{4-p}}{p},$$

$$\text{при } D = 0, \quad 16 - 4p = 0, \quad p = 4, \text{ тогда } x = \frac{4+0}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2},$$

при $D < 0$, $16 - 4p < 0$, $p > 4$ – уравнение не имеет корней,

$$\text{при } p = 0, \quad -4x + 1 = 0, \text{ тогда } x = \frac{1}{4};$$

$$\text{в)} x^2 - 4px + 4p^2 - 1 = 0, \quad D = 16p^2 - 4(4p^2 - 1) = 16p^2 - 16p^2 + 4 = 4,$$

$$x_1 = \frac{4p+2}{2} = 2p+1, \quad x_2 = \frac{4p-2}{2} = 2p-1;$$

$$\text{г)} px^2 - 12x + 4 = 0,$$

$$\text{при } p = 0, \quad -12x + 4 = 0, \quad x = \frac{1}{3},$$

$$\text{при } p \neq 0, \quad D = 144 - 16p, \quad 144 - 16p \geq 0, \quad p \leq 9,$$

$$x_1 = \frac{12 + \sqrt{144-16p}}{2p} = \frac{6 + \sqrt{36-4p}}{p}, \quad x_2 = \frac{12 - \sqrt{144-16p}}{2p} = \frac{6 - \sqrt{36-4p}}{p},$$

$p > 9$, $D < 0$ – уравнение не имеет корней.

№ 841.

$$\text{а)} (p-4)x^2 + (2p-4)x + p = 0,$$

при $p = 4$, $(8-4)x + 4 = 0$, $4x = -4$, $x = -1$

при $p \neq 4$, $D = (2p-4)^2 - 4(p-4)p = 4p^2 - 16p + 16 - 4p^2 + 16p = 16$,

$$x_1 = \frac{-2p+4+4}{2(p-4)} = \frac{-2(p-4)}{2(p-4)} = -1, \quad x_2 = \frac{-2p+4-4}{2(p-4)} = \frac{p}{4-p};$$

б) $px^2 + 2(p+1)x + p+3 = 0$,

при $p = 0$, $2x+3=0$, $x = -1,5$,

при $p \neq 0$, $D = 4(p+1)^2 - 4p(p+3) = 4p^2 + 8p + 4 - 4p^2 - 12p = 4 - 4p$,

если $D < 0$, то $4 - 4p < 0$, $p > 1$, если $D \geq 0$, то $4 - 4p \geq 0$, $p \leq 1$,

$$p \neq 0, \quad x_{1,2} = \frac{-2(p+1) \pm \sqrt{4-4p}}{2p}, \quad x_{1,2} = \frac{-p-1 \pm \sqrt{1-p}}{p}.$$

№ 842. $x^2 - px + p - 2 = 0$, $D = p^2 - 4(p-2) = p^2 - 4p + 8 \neq 0$ при любом значении p , т.к. $4^2 - 4 \cdot 8 = -16$, т.е. $p^2 - 4p + 8 = 0$ не имеет корней, значит, $x^2 - px + p - 2 = 0$ не может иметь только один корень, что и требовалось доказать.

№ 843.

1 этап: пусть в чемпионате x команд, тогда они сыграли вместе $\frac{x(x-1)}{2}$ матчей, если каждая команда играла с каждой по одному разу, а по условию число матчей было 66. Составим уравнение: $\frac{x(x-1)}{2} = 66$.

2 этап: $x(x-1) = 132$, $x^2 - x - 132 = 0$, $D = 1 + 528 = 529$,

$$x_1 = \frac{1+23}{2} = 12, \quad x_2 = \frac{1-23}{2} = -11.$$

3 этап: так как число команд не может быть отрицательным, то в чемпионате участвовало 12 команд.

№ 844.

1 этап: пусть было x учащихся, тогда всего было роздано $x(x-1)$ фотографий, а по условию их всего было 210. Составим уравнение: $x(x-1) = 210$.

2 этап: $x^2 - x - 210 = 0$, $D = 1 + 840 = 841$, $x_1 = \frac{1+29}{2} = 15$, $x_2 = \frac{1-29}{2} = -14$.

3 этап: так как число учащихся не может быть отрицательным, то фотографии обменялись 15 человек.

№ 845.

1 этап: пусть x – задуманное число, если к квадрату этого числа прибавить 36, то получится число, больше задуманного в 20 раз. Составим уравнение:

$$x^2 + 36 = 20x.$$

2 этап: $x^2 - 20x + 36 = 0$, $D = 400 - 144 = 256$, $x_1 = \frac{20+16}{2} = 18$, $x_2 = \frac{20-16}{2} = 2$.

3 этап: оба числа могут являться решением.

№ 846.

1 этап: пусть x – скорость грузовика, тогда $(x+20)$ – скорость легкового автомобиля. Путь грузовика равен $1,5x$ км, а путь автомобиля равен $1,5(x+20)$ км. Так как один отправлялся на восток, а другой на север, то чтобы найти расстояние между ними, воспользуемся теоремой Пифагора. Составим уравнение: $(1,5x)^2 + (1,5(x+20))^2 = 150^2$.

2 этап: $2,25x^2 + 2,25(x+20)^2 = 22500$, $x^2 + (x+20)^2 = 10000$,

$x^2 + x^2 + 40x + 400 - 10000 = 0$, $x^2 + 20x - 4800 = 0$, $D = 400 + 19200 = 19600$,

$x_1 = \frac{-20+140}{2} = 60$, $x_2 = \frac{-20-140}{2} = -80$.

3 этап: так как скорость грузовика не может быть отрицательной, то она равна 60 км/ч, а скорость автомобиля равна 80 км/ч.

№ 847.

1 этап: пусть x – первое число, тогда $(x+1)$ – второе число, сумма их квадратов равна 1201. Составим уравнение: $x^2 + (x+1)^2 = 1201$.

2 этап: $x^2 + x^2 + 2x + 1 - 1201 = 0$, $x^2 + x - 600 = 0$, $D = 1 + 2400 = 2401$,

$x_1 = \frac{-1+49}{2} = 24$, $x_2 = \frac{-1-49}{2} = -25$.

3 этап: так как числа натуральные, то первое число равно 24, а второе 25. Разность квадратов этих чисел равна $25^2 - 24^2 = 625 - 574 = 49$.

№ 848.

а) $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0$, $x \geq 0$, $x^2 + x - 2 = 0$, $D = 1 + 8 = 9$,

$x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$, $x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$ – лишний корень;

б) $x^2 - 3(\sqrt{x})^2 - 4 = 0$, $x \geq 0$, $x^2 - 3x - 4 = 0$, $D = 9 + 16 = 25$,

$x_1 = \frac{3+5}{2} = 4$, $x_2 = \frac{3-5}{2} = -1$ – лишний корень.

№ 849.

а) $x^2 + (\sqrt{x-2})^2 - 4 = 0$, $x - 2 \geq 0$, $x \geq 2$, $x^2 + x - 2 - 4 = 0$, $x^2 + x - 6 = 0$,

$D = 1 + 24 = 25$, $x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$, $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$ – лишний корень;

$$б) x^2 + (\sqrt{x+3})^2 - 6 = 0, x+3 \geq 0, x \geq -3, x^2 + x + 3 - 6 = 0, x^2 + x - 3 = 0,$$

$$D = 1 + 12 = 13, x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} > -3, x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} > -3.$$

§ 21. Рациональные уравнения

№ 850.

$$а) 3x + \frac{4}{x} = 7, \frac{3x^2 + 4 - 7x}{x} = 0, x \neq 0, 3x^2 + 4 - 7x = 0, D = 49 - 48 = 1,$$

$$x_1 = \frac{7+1}{6} = \frac{4}{3}, x_2 = \frac{7-1}{6} = 1;$$

$$б) \frac{2x-5}{x+5} - 4 = 0, \frac{2x-5-4(x+5)}{x+5} = 0, x \neq -5, 2x-5-4(x+5) = 0,$$

$$-2x = 25, x = -12,5;$$

$$в) x - 10 = \frac{24}{x}, \frac{x^2 - 10x - 24}{x} = 0, x \neq 0, x^2 - 10x - 24 = 0, x^2 - 10x - 24 = 0,$$

$$D = 100 + 96 = 196, x_1 = \frac{10+14}{2} = 12, x_2 = \frac{10-14}{2} = -2;$$

$$г) \frac{x^2+3}{x^2+1} = 2, \frac{x^2+3-2(x^2+1)}{x^2+1} = 0, x^2+1 \neq 0, x^2+3-2x^2-2 = 0, -x^2 = -1,$$

$$x^2 = 1, x = \pm 1.$$

№ 851.

$$а) \frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} = 2x, 4(x^2+3x) + x-3x^2 = 16x, 4x^2+12x+x-3x^2-16x = 0,$$

$$x^2 - 3x = 0, x(x-3) = 0, x_1 = 0, x_2 = 3;$$

$$б) \frac{2x+1}{3} - \frac{4x-x^2}{12} = \frac{x^2-4}{9}, 12(2x+1) - 3(4x-x^2) = 4(x^2-4),$$

$$24x+12-12x+3x^2 = 4x^2-16, -x^2+12x+28 = 0, D = 144+112 = 256,$$

$$x_1 = \frac{-12+16}{-2} = -2, x_2 = \frac{-12-16}{-2} = 14.$$

№ 852. (В учебнике опечатка)

$$а) \frac{x^2-4}{8} - \frac{2x+3}{5} = 1, 5(x^2-4) - 8(2x+3) = 40, 5x^2-20-16x-24-40 = 0,$$

$$5x^2 - 16x - 84 = 0, D = 256 + 1680 = 1936, x_1 = \frac{16 + 44}{10} = 6, x_2 = \frac{16 - 44}{10} = -2,8;$$

$$б) \frac{3x+4}{5} - \frac{x^2-4x-3}{3} = -1, 3(3x+4) - 5(x^2-4x-3) = -15, 9x+12-5x^2+20x+15+15=0$$

$$5x^2 - 29x - 42 = 0, D = 841 + 840 = 1681, x_1 = \frac{29+41}{10} = 7, x_2 = \frac{29-41}{10} = -1,2.$$

№ 853.

$$а) \frac{x^2}{x+3} = \frac{x}{x+3}, \frac{x^2}{x+3} - \frac{x}{x+3} = 0, \frac{x^2-x}{x+3} = 0, x \neq -3,$$

$$x^2 - x = 0, x(x-1) = 0, x_1 = 0, x_2 = 1;$$

$$б) \frac{x^2}{x+2} = \frac{4}{x+2}, \frac{x^2}{x+2} - \frac{4}{x+2} = 0, \frac{x^2-4}{x+2} = 0, x \neq -2,$$

$$x^2 - 4 = 0, x^2 = 4, x_{1,2} = \pm\sqrt{4} = \pm 2 - \text{корень } x = -2 - \text{лишний}.$$

№ 854.

$$а) \frac{x^2}{3-x} = \frac{2x}{3-x}, \frac{x^2}{3-x} - \frac{2x}{3-x} = 0, \frac{x^2-2x}{3-x} = 0, x \neq 3,$$

$$x^2 - 2x = 0, x(x-2) = 0, x_1 = 0, x_2 = 2;$$

$$б) \frac{x^2}{x-1} = \frac{x}{x-1}, \frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = 0, \frac{x^2-x}{x-1} = 0, x \neq 1,$$

$$x^2 - x = 0, x(x-1) = 0, x_1 = 0, x_2 = 1 - \text{лишний корень}.$$

№ 855.

$$а) \frac{6}{x+1} = \frac{x^2-5x}{x+1}, \frac{6}{x+1} - \frac{x^2-5x}{x+1} = 0, \frac{6-x^2+5x}{x+1} = 0, x \neq -1,$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0, D = 25 + 24 = 49, x_1 = \frac{5+7}{2} = 6, x_2 = \frac{5-7}{2} = -1 - \text{лишний}$$

корень;

$$б) \frac{x^2-6}{x-4} = \frac{x}{x-4}, \frac{x^2-6}{x-4} - \frac{x}{x-4} = 0, \frac{x^2-6-x}{x-4} = 0, x \neq 4,$$

$$x^2 - x - 6 = 0, D = 1 + 24 = 25, x_1 = \frac{1+5}{2} = 3, x_2 = \frac{1-5}{2} = -2;$$

$$в) \frac{1-x^2}{5-x} = -\frac{24}{5-x}, \frac{1-x^2}{5-x} + \frac{24}{5-x} = 0, \frac{1-x^2+24}{5-x} = 0, x \neq 5,$$

$$25 - x^2 = 0, x^2 = 25, x_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5 - \text{корень } x = 5 - \text{лишний};$$

$$г) \frac{3x^2 - x}{1-x} = \frac{2}{1-x}, \frac{3x^2 - x}{1-x} - \frac{2}{1-x} = 0, \frac{3x^2 - x - 2}{1-x} = 0, x \neq 1,$$

$$3x^2 - x - 2 = 0, D = 1 + 24 = 25, x_1 = \frac{1+5}{6} = 1 - \text{лишний корень}, x_2 = \frac{1-5}{6} = -\frac{2}{3}.$$

№ 856.

$$а) \frac{3x^2 - 14x}{x-4} = \frac{8}{4-x}, \frac{3x^2 - 14x}{x-4} - \frac{8}{4-x} = 0, \frac{3x^2 - 14x + 8}{x-4} = 0, x \neq 4,$$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0, D = 196 - 96 = 100, x_1 = \frac{14+10}{6} = 4 - \text{лишний корень},$$

$$x_2 = \frac{14-10}{6} = \frac{2}{3};$$

$$б) \frac{2x^2 + 6}{x+5} = \frac{13x}{5+x}, \frac{2x^2 + 6}{x+5} - \frac{13x}{5+x} = 0, \frac{2x^2 + 6 - 13x}{x+5} = 0, x \neq -5,$$

$$2x^2 - 13x + 6 = 0, D = 169 - 48 = 121, x_1 = \frac{13+11}{4} = 6, x_2 = \frac{13-11}{4} = 0,5;$$

$$в) \frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}, \frac{2x^2}{x-2} - \frac{-7x+6}{2-x} = 0, \frac{2x^2 + 6 - 7x}{x-2} = 0, x \neq 2,$$

$$2x^2 - 7x + 6 = 0, D = 49 - 48 = 1, x_1 = \frac{7+1}{4} = 2 - \text{лишний корень}, x_2 = \frac{7-1}{4} = 1,5;$$

$$г) \frac{x^2 - 1}{x+3} = \frac{5x}{3+x}, \frac{x^2 - 1}{x+3} - \frac{5x}{3+x} = 0, \frac{x^2 - 1 - 5x}{3+x} = 0, x \neq -3, x^2 - 5x - 1 = 0,$$

$$D = 25 + 4 = 29, x_1 = \frac{5+\sqrt{29}}{2}, x_2 = \frac{5-\sqrt{29}}{2}.$$

№ 857.

$$а) \frac{x^2 + 4x}{x+2} = \frac{2x}{3}, \frac{x^2 + 4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0, \frac{3(x^2 + 4x) - 2x(x+2)}{3(x+2)} = 0, 3(x+2) \neq 0 \text{ и } x \neq -2,$$

$$3x^2 + 12x - 2x^2 - 4x = 0, x^2 + 8x = 0, x(x+8) = 0, x_1 = 0 \text{ или } x_2 = -8;$$

$$б) \frac{x+3}{x-3} = \frac{2x+3}{x}, \frac{x+3}{x-3} - \frac{2x+3}{x} = 0, \frac{x(x+3) - (2x+3)(x-3)}{x(x-3)} = 0, x \neq 0 \text{ и } x \neq 3,$$

$$x^2 + 3x - 2x^2 - 3x + 6x + 9 = 0, -x^2 + 6x + 9 = 0, D = 36 + 36 = 72,$$

$$x_1 = \frac{-6+\sqrt{72}}{-2} = 3-3\sqrt{2}, x_2 = \frac{-6-\sqrt{72}}{-2} = 3+3\sqrt{2};$$

$$в) \frac{x^2 - 5}{x-1} = \frac{7x+10}{9}, \frac{x^2 - 5}{x-1} - \frac{7x+10}{9} = 0, \frac{9(x^2 - 5) - (x-1)(7x+10)}{9(x-1)} = 0,$$

$$9(x-1) \neq 0, x \neq 1, 9x^2 - 45 - 7x^2 + 7x - 10x + 10 = 0, 2x^2 - 3x - 35 = 0,$$

$$D = 9 + 280 = 289, x_1 = \frac{3+17}{4} = 5, x_2 = \frac{3-17}{4} = -3,5;$$

$$\text{г)} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3x+2}{x}, \frac{2x+3}{x+2} - \frac{3x+2}{x} = 0, \frac{x(2x+3) - (x+2)(3x+2)}{x(x+2)} = 0, x \neq 0 \text{ и } x \neq -2,$$

$$2x^2 + 3x - 3x^2 - 6x - 2x - 4 = 0, x^2 + 5x + 4 = 0, D = 25 - 16 = 9,$$

$$x_1 = \frac{-5+3}{2} = -1, x_2 = \frac{-5-3}{2} = -4.$$

№ 858.

$$\text{а)} \frac{4x+1}{x-3} = \frac{3x-8}{x+1}, \frac{4x+1}{x-3} - \frac{3x-8}{x+1} = 0, \frac{(4x+1)(x+1) - (3x-8)(x-3)}{(x-3)(x+1)} = 0,$$

$$x \neq 3 \text{ и } x \neq -1, 4x^2 + x + 4x + 1 - 3x^2 + 8x + 9x - 24 = 0, x^2 + 22x - 23 = 0,$$

$$D = 484 + 92 = 576, x_1 = \frac{-22+24}{2} = 1, x_2 = \frac{-22-24}{2} = -23;$$

$$\text{б)} \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}, \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+3}{x-4} = 0, \frac{(x-2)(x-4) - (x+2)(x+3)}{(x+2)(x-4)} = 0,$$

$$x \neq -2 \text{ и } x \neq 4, x^2 - 2x - 4x + 8 - x^2 - 2x - 3x - 6 = 0, -11x + 2 = 0, x = \frac{2}{11};$$

$$\text{в)} \frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}, \frac{2x-1}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0, \frac{(2x-1)(x-1) - (3x+4)(x+7)}{(x+7)(x-1)} = 0,$$

$$x \neq -7 \text{ и } x \neq 1, 2x^2 - x - 2x + 1 - 3x^2 - 4x - 21x - 28 = 0, -x^2 - 28x - 27 = 0,$$

$$x^2 + 28x + 27 = 0, D = 784 - 108 = 676, x_1 = \frac{-28+26}{2} = -1, x_2 = \frac{-28-26}{2} = -27;$$

$$\text{г)} \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}, \frac{3}{x^2+2} - \frac{1}{x} = 0, \frac{3x - (x^2+2)}{x(x^2+2)} = 0, x \neq 0, 3x - x^2 - 2 = 0,$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, D = 9 - 8 = 1, x_1 = \frac{-3+1}{-2} = 1, x_2 = \frac{-3-1}{-2} = 2.$$

№ 859.

$$\text{а)} \frac{x+1}{x-5} + \frac{2x+2,5}{x+2} = \frac{1}{2}, \frac{(x+1)(x+2) + (2x+2,5)(x-5)}{(x-5)(x+2)} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2 + 2x^2 + 2,5x - 10x - 12,5}{(x-5)(x+2)} - \frac{1}{2} = 0, \frac{2(3x^2 - 4,5x - 10,5) - (x-5)(x+2)}{2(x-5)(x+2)} = 0,$$

$$\frac{6x^2 - 9x - 21 - x^2 + 5x - 2x + 10}{2(x-5)(x+2)} = 0, \quad x \neq 5 \text{ и } x \neq -2, \quad 5x^2 - 6x - 11 = 0,$$

$$D = 36 + 220 = 256, \quad x_1 = \frac{6+16}{10} = 2,2, \quad x_2 = \frac{6-16}{10} = -1;$$

$$\text{б)} \quad \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} = 3, \quad \frac{(3x-9)(x+1) + (x+6)(x-1) - 3(x^2-1)}{(x-1)(x+1)} = 0, \quad x \neq 1 \text{ и } x \neq -1,$$

$$3x^2 - 9x + 3x - 9 + x^2 + 6x - x - 6 - 3x^2 + 3 = 0, \quad x^2 - x - 12 = 0, \quad D = 1 + 48 = 49,$$

$$x_1 = \frac{1+7}{2} = 4, \quad x_2 = \frac{1-7}{2} = -3;$$

$$\text{в)} \quad \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1, \quad \frac{(3x+1)(x-2) - (x-1)(x+2) - (x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = 0, \quad x \neq -2 \text{ и } x \neq 2,$$

$$3x^2 + x - 6x - 2 - x^2 + x - 2x + 2 - x^2 + 4 = 0, \quad x^2 - 6x + 4 = 0, \quad D = 36 - 16 = 20,$$

$$x_1 = \frac{6+\sqrt{20}}{2} = 3+\sqrt{5}, \quad x_2 = \frac{6-\sqrt{20}}{2} = 3-\sqrt{5};$$

$$\text{г)} \quad \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5, \quad \frac{(2x-2)(x-3) + (x+3)^2 - 5(x^2-9)}{(x+3)(x-3)} = 0, \quad x \neq -3 \text{ и } x \neq 3,$$

$$2x^2 - 2x - 6x + 6 + x^2 + 6x + 9 - 5x^2 + 45 = 0, \quad -2x^2 - 2x + 60 = 0, \quad x^2 + x - 30 = 0,$$

$$D = 1 + 120 = 121, \quad x_1 = \frac{-1+11}{2} = 5, \quad x_2 = \frac{-1-11}{2} = -6.$$

№ 860.

$$\text{а)} \quad \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}, \quad \frac{10+x(x-5)-3(x+1)}{(x-5)(x+1)} = 0, \quad x \neq 5 \text{ и } x \neq -1,$$

$$10+x^2-5x-3x-3=0, \quad x^2-8x+7=0, \quad D=64-28=36, \quad x_1 = \frac{8+6}{2}=7, \quad x_2 = \frac{8-6}{2}=1;$$

$$\text{б)} \quad \frac{36}{x(x-12)} - \frac{3}{x-12} = 3, \quad \frac{36}{x(x-12)} - \frac{3x}{x(x-12)} - \frac{3x(x-12)}{x(x-12)} = 0, \quad \frac{36-3x-3x^2-36x}{x(x-12)} = 0,$$

$$x \neq 0 \text{ и } x \neq 12, \quad 36-3x-3x^2-36x=0, \quad x^2-11x-12=0, \quad D=121+48=169,$$

$$x_1 = \frac{11+13}{2} = 12 - \text{лишний корень}, \quad x_2 = \frac{11-13}{2} = -1;$$

$$\text{в)} \quad \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}, \quad \frac{(2x-7)(x+1) - (x+2)(x-4) - (x+6)}{(x-4)(x+1)} = 0,$$

$$x \neq 4 \text{ и } x \neq -1, \quad 2x^2 - 7x + 2x - 7 - x^2 - 2x + 4x + 8 - x - 6 = 0, \quad x^2 - 4x - 5 = 0,$$

$$D = 16 + 20 = 36, \quad x_1 = \frac{4+6}{2} = 5, \quad x_2 = \frac{4-6}{2} = -1 - \text{лишний корень};$$

$$г) \frac{2x+5}{x(x+1)} - \frac{2}{x} - \frac{3x}{x+1} = 0, \frac{2x+5-2(x+1)-3x \cdot x}{x(x+1)} = 0, x \neq 0 \text{ и } x \neq -1,$$

$$2x+5-2x-2-3x^2=0, -3x^2+3=0, 3x^2=3, x^2=1, x_{1,2}=\pm\sqrt{1}=\pm 1,$$

корень $x=-1$ – лишний.

№ 861.

$$а) \frac{2}{x} + \frac{10}{x^2-2x} = \frac{1+2x}{x-2}, \frac{2(x-2)+10-x(1+2x)}{x(x-2)} = 0, x \neq 0 \text{ и } x \neq 2,$$

$$2x-4+10-x-2x^2=0, -2x^2+x+6=0, D=1+48=49,$$

$$x_1 = \frac{-1+7}{-4} = -1,5, x_2 = \frac{-1-7}{-4} = 2 - \text{лишний корень};$$

$$б) \frac{3}{x} + \frac{33}{x^2-11x} = \frac{x-4}{x-11}, \frac{3(x-11)+33-x(x-4)}{x(x-11)} = 0, x \neq 0 \text{ и } x \neq 11,$$

$$3x-33+33-x^2+4x=0, -x^2+7x=0, -x(x-7)=0, x_1=0 - \text{лишний корень}, x_2=7;$$

$$в) \frac{1}{x} + \frac{12}{3x-x^2} = \frac{3x-5}{3-x}, \frac{3-x+12-x(3x-5)}{x(3-x)} = 0, x \neq 0 \text{ и } x \neq 3,$$

$$3-x+12-3x^2+5x=0, -3x^2+4x+15=0, D=16+180=196,$$

$$x_1 = \frac{-4+14}{-6} = -\frac{5}{3}, x_2 = \frac{-4-14}{-6} = 3 - \text{лишний корень};$$

$$г) \frac{1}{x} + \frac{10}{5x-x^2} = \frac{x-3}{5-x}, \frac{5-x+10-x(x-3)}{x(5-x)} = 0, x \neq 0 \text{ и } x \neq 5, 15-x-x^2+3x=0,$$

$$-x^2+2x+15=0, D=4+60=64, x_1 = \frac{-2+8}{-2} = -3, x_2 = \frac{-2-8}{-2} = 5 - \text{лишний корень}.$$

№ 862.

$$а) \frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}, \frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} - \frac{8}{x^2-4} = 0, \frac{x(x+2)-7(x-2)-8}{(x-2)(x+2)} = 0,$$

$$x \neq 2 \text{ и } x \neq -2, x^2+2x-7x+14-8=0, x^2-5x+6=0, D=25-24=1,$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3, x_2 = \frac{5-1}{2} = 2 - \text{лишний корень};$$

$$б) \frac{2x}{x-1} - \frac{3x+1}{x^2-1} + \frac{3}{x+1} = 0, \frac{2x(x+1)-3x-1+3(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0, x \neq 1 \text{ и } x \neq -1,$$

$$2x^2+2x-3x-1+3x-3=0, x^2+x-2=0, D=1+8=9,$$

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1 - \text{лишний корень}, x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2;$$

$$\text{в)} \frac{1}{x-3} + \frac{18}{x^2-9} = \frac{x}{x+3}, \quad \frac{1}{x-3} + \frac{18}{x^2-9} - \frac{x}{x+3} = 0, \quad \frac{x+3+18-x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = 0,$$

$$x \neq 3 \text{ и } x \neq -3, \quad x+3+18-x^2+3x=0, \quad x^2-4x-21=0, \quad D=16+84=100,$$

$$x_1 = \frac{4+10}{2} = 7, \quad x_2 = \frac{4-10}{2} = -3 - \text{лишний корень};$$

$$\text{г)} \frac{1}{x+4} - \frac{8}{x^2-16} = \frac{x-5}{x-4}, \quad \frac{1}{x+4} - \frac{8}{x^2-16} - \frac{x-5}{x-4} = 0, \quad \frac{x-4-8-(x-5)(x+4)}{(x-4)(x+4)} = 0,$$

$$x \neq 4 \text{ и } x \neq -4, \quad x-12-x^2+x+20=0, \quad x^2-2x-8=0, \quad D=4+32=36,$$

$$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4 - \text{лишний корень}, \quad x_2 = \frac{2-6}{2} = -2.$$

№ 863.

$$\frac{a-3}{a+2} = \frac{3a-7}{a+5}, \quad \frac{(a-3)(a+5)-(3a-7)(a+2)}{(a+2)(a+5)} = 0, \quad a \neq -2 \text{ и } a \neq -5,$$

$$a^2-3a+5a-15-3a^2+7a-6a+14=0, \quad -2a^2+3a-1=0, \quad D=9-8=1,$$

$$a_1 = \frac{-3+1}{-4} = 0,5, \quad a_2 = \frac{-3-1}{-4} = 1.$$

№ 864.

$$\frac{3a+9}{3a-1} + \frac{2a-13}{2a+5} = 2, \quad \frac{(3a+9)(2a+5)+(2a-13)(3a-1)-2(3a-1)(2a+5)}{(3a-1)(2a+5)} = 0,$$

$$a \neq \frac{1}{3} \text{ и } a \neq -2,5, \quad 6a^2+18a+15a+45+6a^2-39a-2a+13-12a^2+4a-30a+10=0$$

$$-34a+68=0, \quad 34a=68, \quad a=2.$$

№ 865.

$$\frac{4}{a^2} - \frac{3}{a^2-1} = \frac{4}{a^2} \cdot \frac{3}{a^2-1}, \quad \frac{4(a^2-1)-3a^2-12}{a^2(a^2-1)} = 0, \quad a \neq 0 \text{ и } a \neq \pm 1, \quad 4a^2-4-3a^2-12=0,$$

$$a^2-16=0, \quad a^2=16, \quad a_{1,2} = \pm\sqrt{16} = \pm 4.$$

№ 866.

$$\frac{x+7}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 1, \quad \frac{(x+7)(x+2)+(x-1)(x-2)-(x^2-4)}{(x-2)(x+2)} = 0, \quad x \neq 2 \text{ и } x \neq -2,$$

$$x^2+7x+2x+14+x^2-x-2x+2-x^2+4=0, \quad x^2+6x+20=0, \quad D=36-80=-44,$$

$$D < 0 - \text{уравнение не имеет корней}.$$

№ 867.

$$\frac{1-3x}{4x-3} - \frac{x+5}{x+2} = \frac{(1-3x)(x+5)}{(4x-3)(x+2)}, \quad \frac{(1-3x)(x+2)-(x+5)(4x-3)-(1-3x)(x+5)}{(4x-3)(x+2)} = 0,$$

$$x \neq \frac{3}{4} \text{ и } x \neq -2, \quad x - 3x^2 + 2 - 6x - 4x^2 - 20x + 3x + 15 - x + 3x^2 - 5 + 15x = 0,$$

$$-4x^2 - 8x + 12 = 0, \quad D = 4 + 12 = 16, \quad x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3.$$

№ 868.

а) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $t^2 - 17t + 16 = 0$, $D = 289 - 64 = 225$,

$$t_1 = \frac{17+15}{2} = 16, \text{ т.е. } t_1 = x^2 = 16 \quad x = \pm\sqrt{16} = \pm 4,$$

$$t_2 = \frac{17-15}{2} = 1, \text{ т.е. } t_2 = x^2 = 1 \quad x = \pm\sqrt{1} = \pm 1;$$

б) $x^4 + 10x^2 + 25 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $t^2 + 10t + 25 = 0$, $(t+5)^2 = 0$, $t+5=0$,

$$t = -5, \text{ т.е. } t = x^2 = -5, \quad x = \pm\sqrt{-5};$$

в) $x^4 + 5x^2 + 9 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $t^2 + 5t + 9 = 0$, $D = 25 - 36 = -11$,

$D < 0$ – уравнение не имеет корней;

г) $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $t^2 + 5t - 36 = 0$, $D = 25 + 144 = 169$,

$$t_1 = \frac{-5+13}{2} = 4, \text{ т.е. } t_1 = x^2 = 4 \quad x = \pm\sqrt{4} = \pm 2, \quad t_2 = \frac{-5-13}{2} = -9, \text{ т.е. } t_2 = x^2 = -9.$$

№ 869.

а) $4x^2 - 37x^2 + 9 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $4t^2 - 37t + 9 = 0$, $D = 1369 - 144 = 1225$,

$$t_1 = \frac{37+35}{8} = 9, \text{ т.е. } t_1 = x^2 = 9 \quad x = \pm\sqrt{9} = \pm 3,$$

$$t_2 = \frac{37-35}{8} = \frac{1}{4}, \text{ т.е. } t_2 = x^2 = \frac{1}{4} \quad x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2};$$

б) $9x^4 - 40x^2 + 16 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $9t^2 - 40t + 16 = 0$, $D = 1600 - 576 = 1024$,

$$t_1 = \frac{40+32}{18} = 4, \text{ т.е. } t_1 = x^2 = 4 \quad x = \pm\sqrt{4} = \pm 2,$$

$$t_2 = \frac{40-32}{18} = \frac{4}{9}, \text{ т.е. } t_2 = x^2 = \frac{4}{9} \quad x = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3};$$

в) $16x^4 - 25x^2 + 9 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $16t^2 - 25t + 9 = 0$, $D = 625 - 576 = 49$,

$$t_1 = \frac{25+7}{32} = 1, \text{ т.е. } t_1 = x^2 = 1 \quad x = \pm\sqrt{1} = \pm 1,$$

$$t_2 = \frac{25-7}{32} = \frac{9}{16}, \text{ т.е. } t_2 = x^2 = \frac{9}{16} \quad x = \pm\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4};$$

г) $9x^4 - 32x^2 - 16 = 0$, пусть $x^2 = t$, тогда: $9t^2 - 32t - 16 = 0$, $D = 1024 + 576 = 1600$,

$$t_1 = \frac{32+40}{18} = 4, \text{ т.е. } t_1 = x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2,$$

$$t_2 = \frac{32-40}{18} = -\frac{4}{9}, \text{ т.е. } t_2 = x^2 = -\frac{4}{9}.$$

№ 870.

а) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$, пусть: $x^3 = t$, тогда: $t^2 - 7t - 8 = 0$, $D = 49 + 32 = 81$,

$$t_1 = \frac{7+9}{2} = 8, \text{ т.е. } t_1 = x^3 = 8 \Rightarrow x = 2, \quad t_2 = \frac{7-9}{2} = -1, \text{ т.е. } t_2 = x^3 = -1 \Rightarrow x = -1;$$

б) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$, пусть $x^3 = t$, тогда: $t^2 + 7t - 8 = 0$, $D = 81 - 32 = 49$,

$$t_1 = \frac{-7+9}{2} = 1, \text{ т.е. } t_1 = x^3 = 1 \Rightarrow x = 1, \quad t_2 = \frac{-7-9}{2} = -8, \text{ т.е. } t_2 = x^3 = -8 \Rightarrow x = -2;$$

в) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$, пусть $x^3 = t$, тогда: $t^2 + 7t - 8 = 0$, $D = 49 + 32 = 81$,

$$t_1 = \frac{-7+9}{2} = 1, \text{ т.е. } t_1 = x^3 = 1 \Rightarrow x = 1, \quad t_2 = \frac{-7-9}{2} = -8, \text{ т.е. } t_2 = x^3 = -8 \Rightarrow x = -2;$$

г) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$, пусть $x^3 = t$, тогда: $t^2 + 9t + 8 = 0$, $D = 81 - 32 = 49$,

$$t_1 = \frac{-9+7}{2} = -1, \text{ т.е. } t_1 = x^3 = -1 \Rightarrow x = -1, \quad t_2 = \frac{-9-7}{2} = -8, \text{ т.е. } t_2 = x^3 = -8 \Rightarrow x = -2.$$

№ 871.

$$\text{а) } \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2 - 4x + 4}, \quad \frac{5}{x-2} + 1 - \frac{14}{(x-2)^2} = 0, \quad \frac{5(x-2) + (x-2)^2 - 14}{(x-2)^2} = 0,$$

$$x \neq 2, \quad 5(x-2) + (x-2)^2 - 14 = 0, \text{ пусть } x-2 = t, \text{ тогда: } t^2 + 5t - 14 = 0,$$

$$D = 25 + 56 = 81, \quad t_1 = \frac{-5+9}{2} = 2, \text{ т.е. } t_1 = x-2 = 2 \Rightarrow x = 2+2 = 4, \quad t_2 = \frac{-5-9}{2} = -7,$$

$$\text{т.е. } t_2 = x-2 = -7 \Rightarrow x = -7+2 = -5;$$

$$\text{б) } \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2 + 6x + 1} = 2, \quad \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{(3x+1)^2} - 2 = 0, \quad \frac{(3x+1) - 1 - 2(3x+1)^2}{(3x+1)^2} = 0,$$

$$x \neq -\frac{1}{3}, \quad (3x+1) - 1 - 2(3x+1)^2 = 0, \text{ пусть } 3x+1 = t, \text{ тогда: } -2t^2 + t - 1 = 0,$$

$$D = 1 - 8 = -7, \quad D < 0 - \text{уравнение не имеет корней};$$

$$\text{в) } \frac{6}{4x^2 - 1} - \frac{x}{2x-1} = \frac{3}{2x+1}, \quad \frac{6 - x(2x+1) - 3(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)} = 0, \quad x \neq -\frac{1}{2} \text{ и } x \neq \frac{1}{2},$$

$$6 - 2x^2 - x - 6x + 3 = 0, \quad -2x^2 - 7x + 9 = 0, \quad D = 49 + 72 = 121,$$

$$x_1 = \frac{7+11}{-4} = -4,5, \quad x_2 = \frac{7-11}{-4} = 1;$$

$$r) \frac{1}{5x+1} - \frac{1}{25x^2+10x+1} = 1, \frac{1}{5x+1} - \frac{1}{(5x+1)^2} - 1 = 0, \frac{(5x+1)-1-(5x+1)^2}{(5x+1)^2} = 0,$$

$$x \neq -\frac{1}{5}, (5x+1)-1-(5x+1)^2 = 0, \text{ пусть } 5x+1 = t, \text{ тогда: } -t^2 + t - 1 = 0,$$

$$D = 1 - 4 = -3, D < 0 - \text{уравнение не имеет корней.}$$

№ 872.

$$a) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x}, \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x(x-2)} - \frac{8}{x(x^2-4)} = 0, \frac{x(x-2)+x+2-8}{x(x-2)(x+2)} = 0,$$

$$x \neq 0, x \neq 2 \text{ и } x \neq -2, x^2-2x+x-6=0, x^2-x-6=0, D=1+24=25,$$

$$x_1 = \frac{1+5}{2} = 3, x_2 = \frac{1-5}{2} = -2 - \text{лишний корень};$$

$$б) \frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3} = \frac{5}{x^3-9x}, \frac{2}{x(x-3)} - \frac{1}{x-3} - \frac{5}{x(x^2-9)} = 0, \frac{2(x+3)-x(x+3)-5}{x(x-3)(x+3)} = 0,$$

$$x \neq 0, x \neq 3 \text{ и } x \neq -3, 2x+6-x^2-3x-5=0, -x^2-x+1=0, D=1+4=5,$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{-2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{-2};$$

$$в) \frac{7}{x+1} - \frac{x+4}{2-2x} = \frac{3x^2-38}{x^2-1}, \frac{7}{x+1} + \frac{x+4}{2(x-1)} - \frac{3x^2-38}{(x-1)(x+1)} = 0,$$

$$\frac{2 \cdot 7(x-1) + (x+4)(x+1) - 2(3x^2-38)}{2(x-1)(x+1)} = 0, x \neq 1 \text{ и } x \neq -1,$$

$$14x-14+x^2+4x+x+4-6x^2+76=0, -5x^2+19x+66=0, D=361+1320=1681,$$

$$x_1 = \frac{-19+41}{-10} = -2,2, x_2 = \frac{-19-41}{-10} = 6;$$

$$г) \frac{2x-5}{x^2-3x} - \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{x-5}{x^2-9} = 0, \frac{2x-5}{x(x-3)} - \frac{x+2}{x(x+3)} + \frac{x-5}{(x-3)(x+3)} = 0,$$

$$\frac{(2x-5)(x+3)-(x+2)(x-3)+x(x-5)}{x(x-3)(x+3)} = 0, x \neq 0, x \neq 3 \text{ и } x \neq -3,$$

$$2x^2-5x+6x-15-x^2-2x+3x+6+x^2-5x=0, 2x^2-3x-9=0, D=9+72=81,$$

$$x_1 = \frac{3+9}{4} = 3 - \text{лишний корень}, x_2 = \frac{3-9}{4} = -1,5.$$

№ 873.

$$a) \frac{8x+4}{x^3+1} + \frac{4}{x+1} = \frac{5x-1}{x^2-x+1}, \frac{8x+4+4(x^2-x+1)-(5x-1)(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} = 0, x \neq -1,$$

$$8x+4+4x^2-4x+4-5x^2+x-5x+1=0, -x^2+9=0, x^2=9, x_{1,2}=\pm\sqrt{9}=\pm 3;$$

$$\text{б) } \frac{16-a^2}{8a^3+1} - \frac{2a+1}{4a^2-2a+1} = \frac{2}{2a+1}, \frac{16-a^2-(2a+1)^2-2(4a^2-2a+1)}{(2a+1)(4a^2-2a+1)} = 0,$$

$$\frac{16-a^2-4a^2-4a-1-8a^2+4a-2}{8a^3+1} = 0, a \neq -\frac{1}{8}, 16-a^2-4a^2-4a-1-8a^2+4a-2=0,$$

$$-13a^2+13=0, a^2=1, a_{1,2}=\pm\sqrt{1}=\pm 1;$$

$$\text{в) } \frac{a^2-1}{a^3+8} + \frac{3a+2}{a^2-2a+4} = \frac{5}{a+2}, \frac{a^2-1+(a+2)(3a+2)-5(a^2-2a+4)}{(a+2)(a^2-2a+4)} = 0,$$

$$\frac{a^2-1+3a^2+6a+2a+4-5a^2+10a-20}{a^3+8} = 0, a \neq -2, -a^2+18a-17=0,$$

$$D=324-68=256, a_1=\frac{-18+16}{-2}=1, a_2=\frac{-18-16}{-2}=17;$$

$$\text{г) } \frac{x+3}{9x^2+3x+1} + \frac{3}{27x^3-1} = \frac{1}{3x-1}, \frac{(x+3)(3x-1)+3-(9x^2+3x+1)}{(3x-1)(9x^2+3x+1)} = 0,$$

$$\frac{3x^2+9x-x-3+3-9x^2-3x-1}{27x^3-1} = 0, x \neq \frac{1}{3}, 3x^2+9x-x-3+3-9x^2-3x-1=0,$$

$$-6x^2+5x-1=0, D=25-24=1, x_1=\frac{-5+1}{-12}=\frac{1}{3} - \text{лишний корень}, x_2=\frac{-5-1}{-12}=\frac{1}{2}.$$

№ 874.

$$\text{а) } \frac{8}{16x^2-9} - \frac{8}{16x^2-24x+9} = \frac{1}{4x^2+3x}, \frac{8x(4x-3)-8x(4x+3)-(4x-3)^2}{x(4x-3)^2(4x+3)} = 0,$$

$$x \neq 0, x \neq \frac{3}{4} \text{ и } x \neq -\frac{3}{4}, 32x^2-24x-32x^2-24x-16x^2+24x-9=0,$$

$$-16x^2-24x-9=0, -(4x+3)^2=0, 4x+3=0, x=-\frac{3}{4} - \text{лишний корень},$$

т.е. уравнение не имеет корней;

$$\text{б) } \frac{18}{4x^2+4x+1} - \frac{1}{2x^2-x} = \frac{6}{4x^2-1}, \frac{18x(2x-1)-(2x+1)^2-6x(2x+1)}{x(2x+1)^2(2x+1)} = 0,$$

$$x \neq 0, x \neq -\frac{1}{2} \text{ и } x \neq \frac{1}{2}, 36x^2-18x-4x^2-4x-1-12x^2-6x=0,$$

$$20x^2-28x-1=0, D=784+80=864, x_1=\frac{28+\sqrt{864}}{40}=\frac{7+3\sqrt{6}}{10},$$

$$x_2=\frac{28-\sqrt{864}}{40}=\frac{7-3\sqrt{6}}{10};$$

$$в) \frac{x+3}{4x^2-9} - \frac{3-x}{4x^2+12x+9} = \frac{2}{2x-3}, \frac{(x+3)(2x+3) - (3-x)(2x-3) - 2(2x+3)^2}{(2x+3)^2(2x-3)} = 0,$$

$$x \neq -1,5 \text{ и } x \neq 1,5, 2x^2 + 6x + 3x + 9 - 6x + 2x^2 + 9 - 3x - 8x^2 - 24x - 18 = 0, \\ -4x^2 - 24x = 0, -4x(x+6) = 0, x_1 = 0, x_2 = -6;$$

$$г) \frac{1+2x}{6x^2-3x} - \frac{2x-1}{14x^2+7x} = \frac{8}{12x^2-3}, \frac{7(1+2x)^2 - 3(2x-1)^2 - 8 \cdot 7x}{21x(2x-1)(2x+1)} = 0,$$

$$\frac{28x^2 + 28x + 7 - 12x^2 - 12x^2 + 12x - 3 - 56x}{21x(2x-1)(2x+1)} = 0, x \neq 0, x \neq \frac{1}{2} \text{ и } x \neq -\frac{1}{2},$$

$$28x^2 + 28x + 7 - 12x^2 - 12x^2 + 12x - 3 - 56x = 0, 16x^2 - 16x + 4 = 0, 4(2x-1)^2 = 0,$$

$$2x-1=0, x=\frac{1}{2}.$$

№ 875.

$$а) \frac{x+1}{x^3-3x^2+x-3} + \frac{1}{x^4-1} = \frac{x-2}{x^3-3x^2-x+3},$$

$$\frac{x+1}{(x-3)(x^2+1)} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} - \frac{x-2}{(x^2-1)(x-3)} = 0,$$

$$\frac{(x+1)(x^2-1) + (x-3) - (x-2)(x^2+1)}{(x-3)(x^2+1)(x^2-1)} = 0, x \neq 3, x \neq -1 \text{ и } x \neq 1,$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 + x - 3 - x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0, 3x^2 - x - 2 = 0, D = 1 + 24 = 25,$$

$$x_1 = \frac{1+5}{6} = 1 - \text{лишний корень}, x_2 = \frac{1-5}{6} = -\frac{2}{3};$$

$$б) \frac{25}{4x^2+1} - \frac{8x+29}{16x^4-1} = \frac{18x+5}{8x^3+4x^2+2x+1},$$

$$\frac{25}{4x^2+1} - \frac{8x+29}{(4x^2-1)(4x^2+1)} - \frac{18x+5}{(2x+1)(4x^2+1)} = 0,$$

$$\frac{25(4x^2-1) - (8x+29) - (2x-1)(18x+5)}{(4x^2+1)(2x-1)(2x+1)} = 0, x \neq \frac{1}{2} \text{ и } x \neq -\frac{1}{2},$$

$$100x^2 - 25 - 8x - 29 - 36x^2 + 18x - 10x + 5 = 0, 64x^2 - 49 = 0, x^2 = \frac{49}{64},$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{49}{64}} = \pm \frac{7}{8};$$

$$в) \frac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8} + \frac{x^2+2x+4}{x^3+2x^2+4x+8} = \frac{2x+2}{x^2-4},$$

$$\frac{x^2 - 2x + 4}{(x^2 + 4)(x - 2)} + \frac{x^2 + 2x + 4}{(x^2 + 4)(x + 2)} - \frac{2x + 2}{(x - 2)(x + 2)} = 0,$$

$$\frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4) + (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - 2(x + 1)(x^2 + 4)}{(x^2 + 4)(x - 2)(x + 2)} = 0, \quad x \neq 2 \quad \text{и}$$

$$x \neq -2,$$

$$x^3 + 8 + x^3 - 8 - 2x^3 - 2x^2 - 8x - 8 = 0, \quad -2x^2 - 8x - 8 = 0, \quad x^2 + 4x + 4 = 0, \quad (x + 2)^2 = 0,$$

$$x + 2 = 0, \quad x = -2 - \text{лишний корень, т.е. уравнение не имеет корней;}$$

$$\text{г) } \frac{5}{x^3 - 2x^2 - 2x + 1} - \frac{2}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1} = \frac{1}{x^2 - 1},$$

$$\frac{5}{(x + 1)(x^2 - 3x + 1)} - \frac{2}{(x - 1)(x^2 - 3x + 1)} - \frac{1}{(x - 1)(x + 1)} = 0,$$

$$\frac{5(x - 1) - 2(x + 1) - (x^2 - 3x + 1)}{(x - 1)(x + 1)(x^2 - 3x + 1)} = 0, \quad x \neq 1, \quad x \neq -1 \quad \text{и} \quad x \neq \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2},$$

$$5x - 5 - 2x - 2 - x^2 + 3x - 1 = 0, \quad -x^2 + 6x - 8 = 0, \quad D = 36 - 32 = 4,$$

$$x_1 = \frac{-6 + 2}{-2} = 2, \quad x_2 = \frac{-6 - 2}{-2} = 4.$$

№ 876.

$$\text{а) } (3x - 4)^2 - 5(3x - 4) + 6 = 0, \quad \text{пусть } 3x - 4 = y, \quad \text{тогда: } y^2 - 5y + 6 = 0,$$

$$D = 25 - 24 = 1, \quad y_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3, \quad \text{т.е. } y_1 = 3x - 4 = 3, \quad 3x = 7, \quad x_1 = \frac{7}{3},$$

$$y_2 = \frac{5 - 1}{2} = 2, \quad \text{т.е. } y_2 = 3x - 4 = 2, \quad 3x = 6, \quad x_2 = 2;$$

$$\text{б) } 3(2x + 1)^2 + 10(2x + 1) + 3 = 0, \quad \text{пусть } 2x + 1 = y, \quad \text{тогда: } 3y^2 + 10y + 3 = 0,$$

$$D = 100 - 36 = 64, \quad y_1 = \frac{-10 + 8}{6} = -\frac{1}{3}, \quad \text{т.е. } y_1 = 2x + 1 = -\frac{1}{3}, \quad 2x = -1\frac{1}{3}, \quad x_1 = \frac{2}{3},$$

$$y_2 = \frac{-10 - 8}{6} = -3, \quad y_2 = 2x + 1 = -3, \quad 2x = -4, \quad x_2 = -2;$$

$$\text{в) } (5x + 1)^2 - 3(5x + 1) - 4 = 0, \quad \text{пусть } 5x + 1 = y, \quad \text{тогда: } y^2 - 3y - 4 = 0,$$

$$D = 9 + 16 = 25, \quad y_1 = \frac{3 + 5}{2} = 4, \quad \text{т.е. } y_1 = 5x + 1 = 4, \quad 5x = 3, \quad x_1 = \frac{3}{5},$$

$$y_2 = \frac{3 - 5}{2} = -1, \quad y_2 = 5x + 1 = -1, \quad 5x = -2, \quad x_2 = -\frac{2}{5};$$

$$\text{г) } 2(7x - 6)^2 + 3(7x - 6) + 1 = 0, \quad \text{пусть } 7x - 6 = y, \quad \text{тогда: } 2y^2 + 3y + 1 = 0,$$

$$D = 9 - 8 = 1, y_1 = \frac{-3+1}{4} = -0,5, \text{ т.е. } y_1 = 7x - 6 = -0,5, 7x = 5,5, x_1 = \frac{11}{14},$$

$$y_2 = \frac{-3-1}{4} = -1, y_2 = 7x - 6 = -1, 7x = 5, x_2 = \frac{5}{7}.$$

№ 877.

а) $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$, пусть $x^2 + 2x = y$, тогда: $y^2 - 2y - 3 = 0$,

$$D = 4 + 12 = 16, y_1 = \frac{2+4}{2} = 3, \text{ т.е. } y_1 = x^2 + 2x = 3, x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$D = 4 + 12 = 16, x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3,$$

$$y_2 = \frac{2-4}{2} = -1, \text{ т.е. } y_2 = x^2 + 2x = -1, (x+1)^2 = 0, x_3 = -1;$$

б) $2(x^2 + 3)^2 - 7(x^2 + 3) + 3 = 0$, пусть $x^2 + 3 = y$, тогда: $2y^2 - 7y + 3 = 0$,

$$D = 49 - 24 = 0, y_1 = \frac{7+5}{4} = 3, \text{ т.е. } y_1 = x^2 + 3 = 3, x^2 = 0,$$

$$y_2 = \frac{7-5}{4} = 0,5, \text{ т.е. } y_2 = x^2 + 3 = 0,5, x^2 = -2,5 - \text{уравнение не имеет корней};$$

в) $(x^2 + 1)^2 - 6(x^2 + 1) + 5 = 0$, пусть $x^2 + 1 = y$, тогда: $y^2 - 6y + 5 = 0$,

$$D = 36 - 20 = 16, y_1 = \frac{6+4}{2} = 5, \text{ т.е. } y_1 = x^2 + 1 = 5, x^2 = 4, x_{1,2} = \pm 2,$$

$$y_2 = \frac{6-4}{2} = 1, \text{ т.е. } y_2 = x^2 + 1 = 1, x_3 = 0;$$

г) $2(x^2 + 4x)^2 + 17(x^2 + 4x) + 36 = 0$, пусть $x^2 + 4x = y$, тогда: $2y^2 + 17y + 36 = 0$,

$$D = 289 - 288 = 1, y_1 = \frac{-17+1}{2} = -4, \text{ т.е. } y_1 = x^2 + 4x = -4, x^2 + 4x + 4 = 0,$$

$$(x+2)^2 = 0, x_1 = -2, y_2 = \frac{-17-1}{2} = -4,5, \text{ т.е. } y_2 = x^2 + 4x = -4,5, x^2 + 4x + 4,5 = 0,$$

$$2x^2 + 8x + 9 = 0, D = 64 - 72 < 0 - \text{уравнение не имеет корней}.$$

№ 878.

а) $(x^2 - 9)^2 - 8(x^2 - 9) + 7 = 0$, пусть $x^2 - 9 = y$, тогда: $y^2 - 8y + 7 = 0$,

$$D = 64 - 28 = 36, y_1 = \frac{8+6}{2} = 7, \text{ т.е. } y_1 = x^2 - 9 = 7, x^2 = 16, x_{1,2} = \pm 4,$$

$$y_2 = \frac{8-6}{2} = 1, \text{ т.е. } y_2 = x^2 - 9 = 1, x^2 = 10, x_{3,4} = \pm \sqrt{10};$$

- б) $(x^2 - 4x + 4)^2 + 2(x - 2)^2 = 3$, $(x - 2)^4 + 2(x - 2)^2 - 3 = 0$, пусть $(x - 2)^2 = y$,
тогда: $y^2 + 2y - 3 = 0$, $D = 4 + 12 = 16$, $y_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$, т.е. $y_1 = (x - 2)^2 = 1$,
 $x - 2 = 1$, $x_1 = 3$ и $x - 2 = -1$, $x_2 = 1$, $y_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$, т.е.
 $y_2 = (x - 2)^2 = -3$, $x - 2 = -3$ — нет корней;
- в) $(x^2 - 3x)^2 + 3(x^2 - 3x) - 28 = 0$, пусть $x^2 - 3x = y$, тогда: $y^2 + 3y - 28 = 0$,
 $D = 9 + 112 = 121$, $y_1 = \frac{-3 + 11}{2} = 4$, т.е. $y_1 = x^2 - 3x = 4$, $x^2 - 3x - 4 = 0$,
 $D = 9 + 16 = 25$, $x_1 = \frac{3 + 5}{2} = 4$ и $x_2 = \frac{3 - 5}{2} = -1$, $y_2 = \frac{-3 + 11}{2} = -7$, т.е.
 $y_2 = x^2 - 3x = -7$, $x^2 - 3x + 7 = 0$, $D = 9 - 24 < 0$ — уравнение не имеет корней;
- г) $2(x^2 + 2x + 1)^2 - (x + 1)^2 = 1$, $2(x + 1)^4 - (x + 1)^2 - 1 = 0$, пусть $(x + 1)^2 = y$,
тогда: $2y^2 - y - 1 = 0$, $D = 1 + 8 = 9$, $y_1 = \frac{1 + 3}{4} = 1$, т.е. $y_1 = (x + 1)^2 = 1$, $x + 1 = 1$,
 $x_1 = 0$ и $x + 1 = -1$, $x_1 = -2$, $y_2 = \frac{1 - 3}{4} = -0,5$, т.е. $y_2 = (x + 1)^2 = -0,5$ —
уравнение не имеет корней.
- № 879.**
- а) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 3) = 3$, пусть $x^2 - 3x = y$, тогда: $(y + 1)(y + 3) = 3$,
 $y^2 + 4y = 0$, $y(y + 4) = 0$, $y_1 = 0$, т.е. $y_1 = x^2 - 3x = 0$, $x(x - 3) = 0$, $x_1 = 0$,
 $x_2 = 3$, $y_2 = -4$, т.е. $y_2 = x^2 - 3x = -4$, $x^2 - 3x + 4 = 0$, $D = 9 - 16 < 0$ —
уравнение не имеет корней;
- б) $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2,9$, пусть $\frac{x^2 + 1}{x} = y$, тогда: $y + \frac{1}{y} - 2,9 = 0$, $\frac{y^2 - 2,9y + 1}{y} = 0$,
 $D = 8,41 - 4 = 4,41$, $y_1 = \frac{2,9 + 2,1}{2} = 2,5$, т.е. $y_1 = \frac{x^2 + 1}{x} = 2,5$, $\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{5}{2}$,
 $2x^2 + 2 = 5x$, $2x^2 - 5x + 2 = 0$, $D = 25 - 16 = 9$, $x_1 = \frac{5 + 3}{4} = 2$, $x_2 = \frac{5 - 3}{4} = 0,5$,
 $y_2 = \frac{2,9 - 2,1}{2} = 0,4$, т.е. $y_2 = \frac{x^2 + 1}{x} = 0,4$, $\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{2}{5}$, $5x^2 + 5 = 2x$, $5x^2 - 2x + 5 = 0$,
 $D = 4 - 100 < 0$ — уравнение не имеет корней;

в) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 1$, $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x^2 - 5x + 6) = 1$, пусть $x^2 - 5x + 7 = y$, тогда: $y^2 - y + 1 = 1$, $y^2 - y = 0$, $y(y - 1) = 0$, $y_1 = 0$, т.е. $y_1 = x^2 - 5x + 7 = 0$, $D = 25 - 28 < 0$ — уравнение не имеет корней, $y_2 = 1$, т.е. $y_2 = x^2 - 5x + 7 = 1$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, $D = 25 - 24 = 1$, $x_1 = \frac{5+1}{2} = 3$, $x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$;

г) $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$, пусть $\frac{x^2 + x - 5}{x} = y$, тогда: $y + \frac{3}{y} + 4 = 0$, $\frac{y^2 + 4y + 3}{y} = 0$, $D = 16 - 12 = 4$, $y_1 = \frac{-4+2}{2} = -1$, т.е. $y_1 = \frac{x^2 + x - 5}{x} = -1$, $x^2 + x - 5 = -x$, $x^2 + 2x - 5 = 0$, $D = 4 + 20 = 24$, $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -1 \pm \sqrt{6}$, $y_2 = \frac{-4-2}{2} = -3$, т.е. $y_2 = \frac{x^2 + x - 5}{x} = -3$, $x^2 + x - 5 = -3x$, $x^2 + 4x - 5 = 0$, $D = 16 + 20 = 36$, $x_3 = \frac{-4+6}{2} = 1$, $x_4 = \frac{-4-6}{2} = -5$.

№ 880.

а) $x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2 + x + 3}$, пусть $x^2 + x + 1 = y$, тогда: $y = \frac{15}{y+2}$, $y^2 + 2y - 15 = 0$, $D = 4 + 60 = 64$, $y_1 = \frac{-2+8}{2} = 3$, т.е. $y_1 = x^2 + x + 1 = 3$, $x^2 + x - 2 = 0$, $D = 1 + 8 = 9$, $x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$, $x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$, $y_2 = \frac{-2-8}{2} = -5$, т.е. $y_2 = x^2 + x + 1 = -5$, $x^2 + x + 6 = 0$, $D = 1 - 24 < 0$ — уравнение не имеет корней;

б) $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$, пусть $x^2 - x = y$, тогда: $\frac{y}{y+1} - \frac{y+2}{y-2} - 1 = 0$, $\frac{y(y-2) - (y+1)(y+2) - (y-2)(y+1)}{y+1} = 0$, $2 - y - y^2 - 3y - 2 = 0$, $y^2 + 4y = 0$, $y(y+4) = 0$, $y_1 = 0$, т.е. $y_1 = x^2 - x = 0$, $x(x-1) = 0$, $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$, $y_2 = -4$, т.е. $y_2 = x^2 - x = -4$, $x^2 - x + 4 = 0$, $D = 1 - 16 < 0$ — уравнение не имеет корней;

в) $x^2 + 3x = \frac{8}{x^2 + 3x - 2}$, пусть $x^2 + 3x = y$, тогда: $y = \frac{8}{y-2}$, $y^2 - 2y - 8 = 0$,

$$D=4+32=36, y_1=\frac{2+6}{2}=4, \text{ т.е. } y_1=x^2+3x=4, x^2+3x-4=0, D=9+16=25,$$

$$x_1=\frac{-3+5}{2}=1 \text{ и } x_2=\frac{-3-5}{2}=-4, y_2=\frac{2-6}{2}=-2, \text{ т.е. } y_2=x^2+3x=-2,$$

$$x^2+2x+2=0, D=9-8=1, x_3=\frac{-3+1}{2}=-1 \text{ и } x_4=\frac{-3-1}{2}=-2;$$

г) $\frac{1}{x^2-3x+3} + \frac{2}{x^2-3x+4} = \frac{6}{x^2-3x+5}$, пусть $x^2-3x+3=y$, тогда:

$$\frac{1}{y} + \frac{2}{y+1} - \frac{6}{y+2} = 0, y^2+3y+2+2y(y+2)-6y(y+1)=0, 3y^2-y-2=0,$$

$$D=1+24=25, y_1=\frac{1+5}{6}=1, \text{ т.е. } y_1=x^2-3x+3=1, x^2-3x+2=0, D=9-8=1,$$

$$x_1=\frac{3+1}{2}=2 \text{ и } x_2=\frac{3-1}{2}=1, y_2=\frac{1-5}{6}=-\frac{2}{3}, \text{ т.е. } y_2=x^2-3x+3=-\frac{2}{3},$$

$$x^2-3x+\frac{11}{3}=0, D=9-\frac{44}{3}<0 - \text{уравнение не имеет корней.}$$

№ 881.

а) $x(x-1)(x-2)(x-3)=15$, $(x^2-3x)(x^2-3x+2)=15$, пусть $x^2-3x=y$,

тогда: $y(y+2)=15$, $y^2+2y-15=0$, $D=4+60=64$, $y_1=\frac{-2+8}{2}=3$,

т.е. $y_1=x^2-3x=3$, $x^2-3x-3=0$, $D=9+12=21$, $x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$,

$$y_2=\frac{-2-8}{2}=-5, \text{ т.е. } y_2=x^2-3x=-5, x^2-3x+5=0,$$

$$D=9-20<0 - \text{уравнение не имеет корней;}$$

б) $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4$, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4$, пусть $x + \frac{1}{x} = y$, тогда:

$$y^2 + y - 6 = 0, D=1+24=25, y_1=\frac{-1+5}{2}=2, \text{ т.е. } y_1=x + \frac{1}{x}=2, x^2-2x+1=0,$$

$$(x-1)^2=0, x-1=0, x_1=1, y_2=\frac{-1-5}{2}=-3, \text{ т.е. } y_2=x + \frac{1}{x}=-3, \text{ т.е.}$$

$$x^2+3x+1=0, D=9-4=5, x_{2,3}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2};$$

в) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$, $(x^2+5x+6)(x^2+5x+4)=3$, пусть $x^2+5x=y$,

тогда: $(y+6)(y+4)-3=0$, $y^2+10y+21=0$, $D=100-84=16$, $y_1=\frac{-10+4}{2}=-3$,

т.е. $y_1=x^2+5x=-3$, $x^2+5x+3=0$, $D=25-12=13$, $x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$,

$y_2=\frac{-10-4}{2}=-7$, т.е. $y_2=x^2+5x=-7$, $x^2+5x+7=0$, $D=25-28<0$ – уравнение не имеет корней;

г) $2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-4-7\left(x+\frac{1}{x}\right)+9=0$, $2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4-7\left(x+\frac{1}{x}\right)+9=0$, пусть

$x+\frac{1}{x}=y$, тогда: $2y^2-7y+5=0$, $D=49-40=9$, $y_1=\frac{7+3}{4}=\frac{5}{2}$, т.е. $y_1=x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$,

$2x+\frac{2}{x}-5=0$, $2x^2-5x+2=0$, $D=25-16=9$, $x_1=\frac{5+3}{4}=2$ и $x_2=\frac{5-3}{4}=0,5$,

$y_2=\frac{7-3}{4}=1$, $y_2=x+\frac{1}{x}=1$, $x^2-x+1=0$, $D=1-4<0$ – уравнение не имеет корней.

§ 22. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций

№ 882.

1 этап: Пусть x см – одна сторона прямоугольника, тогда вторая его сторона равна $(14-x)$ см, площадь первого квадрата – x^2 см², площадь второго квадрата $(14-x)^2$ см². Сумма площадей двух квадратов равна 116 см². Составим уравнение: $x^2+(14-x)^2=116$.

2 этап: $x^2+196-28x+x^2=116$, $x^2-14x+40=0$, $D=196-160=36$,

$x_1=\frac{14+6}{2}=10$, $x_2=\frac{14-6}{2}=4$.

3 этап: при $x=10$ см; при $x=4$, то $14-x=14-4=10$ см.

№ 883.

1 этап: Пусть x см – гипотенуза треугольника, тогда один катет – $(x-8)$ см, а другой катет – $(x-4)$ см. Применяя теорему Пифагора, составим уравнение: $(x-4)^2+(x-8)^2=x^2$.

2 этап: $x^2-8x+16+x^2-16x+64-x^2=0$, $x^2-24x+80=0$, $D=576-320=256$,

$x_1=\frac{24+16}{2}=20$, $x_2=\frac{24-16}{2}=4$.

3 этап: Гипотенуза должна быть больше 8 см, значит, $x_1 = 20$ является решением.

№ 884.

1 этап: Пусть x – первое число, тогда $(x + 1)$ – второе число. Сумма квадратов этих чисел больше их произведения на 307. Составим уравнение:

$$x^2 + (x+1)^2 - x(x+1) = 307.$$

2 этап: $x^2 + x^2 + 2x + 1 - x^2 - x - 307 = 0$, $x^2 + x - 306 = 0$, $D = 1 + 1224 = 1225$,

$$x_1 = \frac{-1 + 35}{2} = 17, \quad x_2 = \frac{-1 - 35}{2} = -18.$$

3 этап: Так как по условию число должно быть натуральным, то подходит 17, тогда второе число 18.

№ 885.

1 этап: Пусть x – первое число, тогда $(x + 1)$ – второе число. Квадрат суммы этих чисел больше суммы их квадратов на 840. Составим уравнение:

$$(x + x + 1)^2 - x^2 - (x + 1)^2 = 840.$$

2 этап: $4x^2 + 4x + 1 - x^2 - x^2 - 2x - 1 = 840$, $x^2 + x - 420 = 0$, $D = 1 + 1680 = 1681$,

$$x_1 = \frac{-1 + 41}{2} = 20, \quad x_2 = \frac{-1 - 41}{2} = -21.$$

3 этап: Так как по условию число должно быть натуральным, то подходит 20, тогда второе число 21.

№ 886.

1 этап: Пусть x – количество мест в каждом ряду, тогда $\frac{320}{x}$ – количество

рядов, $(x + 4)$ – количество мест стало в каждом ряду, а рядов стало $\frac{420}{x + 4}$, а

по условию стало на 1 ряд больше; составим уравнение: $\frac{420}{x + 4} - \frac{320}{x} = 1$.

2 этап: $\frac{420x - 320(x + 4) - x(x + 4)}{x(x + 4)} = 0$, $x^2 + x - 420 = 0$, $D = 1 + 1680 = 1681$,

$$x_1 = \frac{-1 + 41}{2} = 20, \quad x_2 = \frac{-1 - 41}{2} = -21.$$

3 этап: . Если мест было в каждом ряду по 80, а стало 84, то в зале стало 5 рядов, а если 16 мест в ряду, а стало 20, то рядов стало 21. По смыслу задачи больше подходит второе решение.

№ 889.

1 этап: Пусть x – скорость первого пешехода, а второго – $(x + 1)$. Время дви-

жения первого пешехода равно $\frac{6}{x}$ ч, а второго - $\frac{5}{x+1}$ ч. Первый шел на 30 мин. дольше второго. Составим уравнение: $\frac{6}{x} - \frac{5}{x+1} = \frac{1}{2}$.

2 этап: $\frac{12(x+1) - 10x - (x+1)}{x(x+1)} = 0$, $x(x+1) \neq 0$, $x \neq 0$ или $x \neq -1$,

$$12x + 12 - 10x - x^2 - x = 0, \quad -x^2 + x + 12 = 0, \quad D = 1 + 48 = 49, \quad x_1 = \frac{-1 + 7}{-2} = -3,$$

$$x_2 = \frac{-1 - 7}{-2} = 4.$$

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит скорость первого пешехода равна 4 км/ч.

№ 890.

1 этап: Пусть x – скорость второго лыжника, а скорость второго – $(x + 3)$.

Время движения первого лыжника равно $\frac{30}{x+3}$ ч, а второго - $\frac{30}{x}$ ч. Первый

был в пути на 20 мин. меньше второго. Составим уравнение: $\frac{30}{x} - \frac{30}{x+3} = \frac{1}{3}$.

2 этап: $\frac{90(x+3) - 90x - x(x+3)}{x(x+3)} = 0$, $x(x+3) \neq 0$, $x \neq 0$ или $x \neq -3$,

$$90x + 270 - 90x - x^2 - 3x = 0, \quad -x^2 - 3x + 270 = 0, \quad D = 9 + 1080 = 1089,$$

$$x_1 = \frac{3 + 33}{-2} = -18, \quad x_2 = \frac{3 - 33}{-2} = 15.$$

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит скорость второго лыжника равна 15 км/ч, а первого – $15 + 3 = 18$ км/ч.

№ 895.

1 этап: Пусть x – первоначальная скорость поезда, а $(x + 10)$ – скорость, с которой поезд прошел путь. Время движения до станции равно $\frac{720}{x}$ ч, а на

обратном пути – $\frac{720}{x+10}$ ч, а по условию оно на 8 мин. меньше. Составим

уравнение: $\frac{720}{x} - \frac{720}{x+10} = 1$.

2 этап: $\frac{720(x+10) - 720x - x(x+10)}{x(x+10)} = 0$, $x(x+10) \neq 0$, $x \neq 0$ или $x \neq -10$,

$$720x + 7200 - 720x - x^2 - 10x = 0, \quad x^2 + 10x - 7200 = 0, \quad D = 100 + 28800 = 28900,$$

$$x_1 = \frac{-10+170}{2} = 80, \quad x_2 = \frac{-10-170}{2} = -90.$$

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит скорость велосипедиста до станции равна 15 км/ч.

№ 900.

1 этап: Пусть x – скорость автобуса, тогда $(x + 20)$ – скорость такси. Время автобуса равно $\frac{40}{x}$ ч, а время такси – $\frac{40}{x+20}$ ч, а по условию автобус был в пути на 10 мин. больше. Составим уравнение: $\frac{40}{x} - \frac{1}{6} = \frac{40}{x+20}$.

2 этап: $\frac{40}{x} - \frac{1}{6} - \frac{40}{x+20} = 0, \quad 240x + 4800 - x^2 - 20x - 240x = 0, \quad x^2 + 20x - 4800 = 0,$

$$D = 400 + 4 \cdot 4800 = 19600, \quad x_1 = \frac{-20+140}{2} = 60, \quad x_2 = -80.$$

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит скорость автобуса равна 60 км/ч, а скорость такси равна 80 км/ч.

№ 902.

1 этап: Пусть заказ был выполнен за x дней, тогда в день выпускалось $\frac{5400}{x}$ пар обуви, за $(x + 9)$ дней мастерская должна была выполнить заказ по плану, выпуская в день $\frac{5400}{x+9}$ пар обуви. По условию по плану в день мастерская должна была выпускать на 30 пар обуви меньше. Составим уравнение:

$$\frac{5400}{x} - \frac{5400}{x+30} = 9.$$

2 этап: $\frac{600}{x} - \frac{600}{x+30} - 1 = 0, \quad 600x + 18000 - 600x - x^2 - 30x = 0,$

$$x^2 + 30x - 18000 = 0, \quad D = 900 + 4 \cdot 18000 = 270^2, \quad x_1 = \frac{-30+270}{2} = 120,$$

$$x_2 = -150, \quad \frac{5400}{120+30} = 36.$$

3 этап: Количество дней, за которое был выполнен заказ, не может быть отрицательным числом, значит, заказ был выполнен за 36 дней.

№ 903.

1 этап: Пусть x – собственная скорость лодки, тогда $(x + 3)$ – скорость лодки по течению, а $(x - 3)$ – скорость лодки против течения. Время лодки по тече-

нию равно $\frac{5}{x+3}$ ч, а против течения — $\frac{6}{x-3}$ ч. По условию на весь путь лодка затратила 1 ч. Составим уравнение: $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 1$.

2 этап: $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} - 1 = 0$, $5x - 15 + 6x + 18 - x^2 + 9 = 0$, $x^2 - 11x - 12 = 0$,

$$D = 121 + 4 \cdot 12 = 169, \quad x_1 = \frac{11+13}{2} = 12, \quad x_2 = -1.$$

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит собственная скорость лодки равна 12 км/ч, а скорость лодки по течению равна 15 км/ч.

№ 909.

1 этап: Пусть x — собственная скорость теплохода, тогда $(x+2)$ — скорость по течению, а $(x-2)$ — скорость против течения. Время теплохода по течению равно $\frac{36}{x+2}$ ч, а против течения — $\frac{36}{x-2}$ ч. По условию на весь путь теплоход

затратил 7,5 ч. Составим уравнение: $\frac{36}{x+2} + \frac{36}{x-2} = \frac{15}{2}$.

2 этап: $\frac{36}{x+2} + \frac{36}{x-2} - \frac{15}{2} = 0$, $72x - 144 + 72x + 144 - 15x^2 + 60 = 0$,

$$15x^2 - 144x - 60 = 0, \quad 5x^2 - 48x - 20 = 0, \quad D = 2304 + 4 \cdot 5 \cdot 20 = 2704,$$

$$x_1 = \frac{48+52}{10} = 10, \quad x_2 = -0,4.$$

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит собственная скорость теплохода равна 10 км/ч.

№ 912.

1 этап: Пусть x — скорость лодки по озеру, тогда $(x-4)$ — скорость лодки против течения. Время лодки против течения равно $\frac{20}{x-4}$ ч, а по озеру — $\frac{14}{x}$ ч, а по условию оно на 1 ч меньше, чем время движения по реке. Составим уравнение:

$$\frac{14}{x} + 1 = \frac{20}{x-4}.$$

2 этап: $\frac{14}{x} + 1 - \frac{20}{x-4} = 0$, $14x - 56 + x^2 - 4x - 20x = 0$, $x^2 - 10x - 56 = 0$,

$$D = 100 + 4 \cdot 56 = 324, \quad x_1 = \frac{10+18}{2} = 14, \quad x_2 = -4.$$

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит скорость лодки по озеру равна 14 км/ч, а ее скорость против течения равна 10 км/ч.

№ 919.

1 этап: Пусть x – числитель дроби, тогда $(x + 5)$ – знаменатель; $(x - 2)$ – числитель новой дроби, $(x + 21)$ – ее знаменатель. Новая дробь на $\frac{1}{3}$ меньше исход-

ной. Составим уравнение: $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} = \frac{1}{3}$.

2 этап: $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} - \frac{1}{3} = 0$, $3x^2 + 63x - 3(x+5)(x-2) - (x+5)(x+21) = 0$,

$3x^2 + 63x - 3x^2 - 9x + 30 - x^2 - 26x - 105 = 0$, $x^2 - 28x + 75 = 0$, $D = 784 - 4 \cdot 75 = 484$,

$x_1 = \frac{28+22}{2} = 25$, $x_2 = 3$

3 этап: Если числитель равен 25, то знаменатель равен 30, но дробь $\frac{25}{30}$ не удовлетворяет условию, т.к. она сократима. Если числитель равен 3, то знаменатель равен 8, полученная дробь $\frac{3}{8}$ является искомой.

№ 925.

1 этап: Пусть x – первоначальная скорость поезда, тогда время, за которое поезд должен пройти путь, равно $\frac{54}{x}$ ч. Однако он опоздал на 2 мин, а так как был задержан на 10 мин, то в общей сложности потратил на 8 мин меньше. За $\frac{14}{x}$ ч он прошел 14 км, со скоростью $(x + 10)$ км/ч шел $\frac{40}{x+10}$ ч. Составим

уравнение: $\frac{14}{x} + \frac{40}{x+10} = \frac{54}{x} - \frac{2}{15}$.

2 этап: $\frac{14 \cdot 15(x+10) + 15x \cdot 40 - 54 \cdot 15(x+10) + 2x(x+10)}{15x(x+10)} = 0$,

$$\begin{cases} 210x + 2100 + 600x - 810x - 8100 + 2x^2 + 20x = 0 \\ 15x(x+10) \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 10x - 3000 = 0 \\ x \neq 0; x \neq -10 \end{cases}$$

$x^2 + 10x - 3000 = 0$, $D = 100 + 12000 = 12100$, $x_1 = \frac{-10+110}{2} = 50$, $x_2 = -60$.

3 этап: Скорость не может быть отрицательной, значит первоначальная скорость поезда равна 50 км/ч.

№ 930.

1 этап: Пусть x человек должны были разместиться в одном автобусе, тогда

автобусов было заказано $\frac{180}{x}$ штук, размещали в каждом автобусе $(x + 17)$

человек и автобусов потребовалось $\frac{188}{x+17}$ штук, что оказалось на 2 автобуса

меньше, чем планировалось. Составим уравнение: $\frac{180}{x} - \frac{188}{x+17} = 2$.

2 этап: $\frac{180}{x} - \frac{188}{x+17} = 2$, $\frac{180(x+17) - 188x - 2x(x+17)}{x(x+17)} = 0$, $x(x+17) \neq 0$,

$x \neq 0$ или $x \neq -17$, $180x + 3060 - 188x - 2x^2 - 34x = 0$, $x^2 + 21x - 1530 = 0$,

$D = 441 + 6120 = 6561$, $x_1 = \frac{-21+81}{2} = 30$, $x_2 = -51$.

3 этап: количество людей не может быть отрицательным, значит в автобусе должны были разместиться 30 чел, а размещались по 47 чел.

№ 935.

1 этап: Пусть сплав весит x кг, тогда процент цинка в сплаве $\frac{5}{x}$, после того,

как сплав сплавляли с 15 кг цинка, процент цинка в сплаве стал $\frac{20}{x+15}$, а по

условию больше, чем был, на 30%. Составим уравнение: $\frac{20}{x+15} - \frac{5}{x} = 0,3$.

2 этап: $\frac{20x - 5(x+15) - 0,3x(x+15)}{x(x+15)} = 0$, $x(x+15) \neq 0$, $x \neq 0$ или $x \neq -15$,

$20x - 5x - 75 - 0,3x^2 - 4,5x = 0$, $x^2 - 35x + 250 = 0$,

$D = 1225 - 1000 = 225$, $x_1 = \frac{35+15}{2} = 25$, $x_2 = 10$;

3 этап: из условия известно, что меди в сплаве больше, чем цинка, а цинка было 5 кг, поэтому сплав не может весить 10 кг, значит, вес сплава 25 кг.

§ 23. Еще одна формула корней квадратного уравнения

№ 936.

а) $x^2 - 14x + 33 = 0$, $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 33}}{1} = 7 \pm \sqrt{16} = 7 \pm 4$, $x_1 = 11$ и $x_2 = 3$;

$$\text{б) } x^2 - 10x - 39 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 39}}{1} = 5 \pm \sqrt{64} = 5 \pm 8, \quad x_1 = 13 \text{ и } x_2 = -3;$$

$$\text{в) } x^2 + 12x - 28 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{1} = -6 \pm \sqrt{64} = -6 \pm 8, \quad x_1 = 2 \text{ и } x_2 = -14;$$

$$\text{г) } x^2 + 12x + 35 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 35}}{1} = -6 \pm \sqrt{1} = -6 \pm 1, \quad x_1 = -5 \text{ и } x_2 = -7.$$

№ 937.

$$\text{а) } x^2 + 34x + 280 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 280}}{1} = -17 \pm \sqrt{9} = -17 \pm 3, \quad x_1 = -14 \text{ и } x_2 = -20;$$

$$\text{б) } x^2 - 16x - 132 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 132}}{1} = 8 \pm \sqrt{196} = 8 \pm 14, \quad x_1 = 22 \text{ и } x_2 = -6;$$

$$\text{в) } x^2 - 24x + 108 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 108}}{1} = 12 \pm \sqrt{36} = 12 \pm 6, \quad x_1 = 18 \text{ и } x_2 = 6;$$

$$\text{г) } x^2 + 26x - 120 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 120}}{1} = -13 \pm \sqrt{289} = -13 \pm 17, \quad x_1 = 7 \text{ и } x_2 = -30.$$

№ 938.

$$\text{а) } 9x^2 - 20x - 21 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 189}}{9} = \frac{10 \pm \sqrt{289}}{9} = \frac{10 \pm 17}{9}, \quad x_1 = 3 \text{ и } x_2 = -\frac{7}{9};$$

$$\text{б) } 7x^2 + 6x - 1 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 7}}{7} = \frac{-3 \pm \sqrt{16}}{7} = \frac{-3 \pm 4}{7}, \quad x_1 = -1 \text{ и } x_2 = -\frac{1}{7};$$

$$\text{в) } 5x^2 + 8x - 4 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{5} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{5} = \frac{-4 \pm 6}{5}, \quad x_1 = \frac{2}{5} \text{ и } x_2 = -2;$$

$$\text{г) } 3x^2 - 4x + 2 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 6}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{-2}}{3} \text{ — уравнение не имеет корней.}$$

№ 939.

1 этап: Пусть x см — одна сторона прямоугольника, тогда другая сторона равна $(x + 30)$ см. Его площадь — $(x + 30)$ см², а по условию она равна 675 см². Составим уравнение: $x(x + 30) = 675$.

2 этап: $x^2 + 30x - 675 = 0, \quad x_{1,2} = -15 \pm \sqrt{225 + 675} = -15 \pm 30, \quad x_1 = 15, \quad x_2 = -45.$

3 этап: Сторона прямоугольника не может быть отрицательной, значит, одна сторона равна 15 см, а другая равна $15 + 30 = 45$ см.

№ 942.

1 этап: Пусть x см — одна сторона прямоугольника, тогда другая сторона равна $(x + 14)$ см. Диагональ прямоугольника равна 34 см. Воспользуемся теоремой Пифагора: $x^2 + (x + 14)^2 = 34^2$.

2 этап: $2x^2 + 28x - 960 = 0$, $x^2 + 14x - 480 = 0$, $x_{1,2} = -7 \pm \sqrt{49 + 480} = -7 \pm 23$,
 $x_1 = 16$, $x_2 = -30$.

3 этап: Сторона прямоугольника не может быть отрицательной, значит, одна сторона равна 16 см, а другая равна $15 + 14 = 30$ см. площадь прямоугольника равна 480 см^2 .

№ 945.

1 этап: Пусть x – скорость первого автобуса, тогда $(x + 4)$ – скорость второго автобуса. Время движения первого автобуса равно $\frac{48}{x}$ ч, а время другого автобуса равно $\frac{48}{x+4}$ ч. Второй автобус был в пути на 10 мин меньше первого.

го. Составим уравнение: $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} = \frac{48}{x}$.

2 этап: $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} - \frac{48}{x} = 0$, $288 + x^2 + 4x - 288x - 1152 = 0$, $x^2 + 4x - 1152 = 0$,

$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + 1152} = -2 \pm 34$, $x_1 = 32$, $x_2 = -36$.

3 этап: скорость не может быть отрицательной, значит, скорость первого автобуса равна 32 км/ч, а скорость второго равна 36 км/ч.

№ 949.

1 этап: Пусть x – скорость течения реки, тогда $(20 + x)$ – скорость катера по течению, а $(20 - x)$ – скорость катера против течения. На весь путь катер затратил $\frac{4}{3}$ ч. Составим уравнение: $\frac{8}{20+x} + \frac{16}{20-x} = \frac{4}{3}$.

2 этап: $\frac{2}{20+x} + \frac{4}{20-x} - \frac{1}{3} = 0$, $120 - 6x + 240 + 12x - 400 + x^2 = 0$,

$x^2 + 6x - 40 = 0$, $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 40} = -3 \pm 7$, $x_1 = 4$, $x_2 = -10$.

3 этап: скорость реки не может быть отрицательной, значит, скорость реки равна 4 км/ч, а скорость катера по течению равна 24 км/ч.

№ 952.

а) $x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 = 0$, $x_{1,2} = 2\sqrt{3} \pm \sqrt{12 - 12} = 2\sqrt{3}$;

б) $x^2 + 2\sqrt{5}x - 20 = 0$, $x_{1,2} = -\sqrt{5} \pm \sqrt{5 + 20} = -\sqrt{5} \pm 5$;

в) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0$, $x_{1,2} = -\sqrt{2} \pm \sqrt{2 - 1} = -\sqrt{2} \pm 1$;

г) $x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0$, $x_{1,2} = 2\sqrt{2} \pm \sqrt{8 - 4} = 2\sqrt{2} \pm 2$.

№ 954.

1 этап: Пусть x – первоначальная скорость мотоциклиста, тогда время, за

которое он должен был проехать из А в В, равно $\frac{120}{x}$ ч. $(x + 12)$ – скорость, с

которой он ехал, а $\frac{120 - 2x}{x + 12}$ ч – время, которое он затратил на путь из А в В, а

по условию на 2,1 ч меньше. Составим уравнение: $\frac{120 - 2x}{x + 12} + \frac{1}{10} = \frac{120 - 2x}{x}$.

2 этап: $\frac{120 - 2x}{x + 12} + \frac{1}{10} - \frac{120 - 2x}{x} = 0$, $1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 10(x + 12)(120 - 2x) = 0$,

$$1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 20x^2 - 960x - 14400 = 0, \quad x^2 + 252x - 14400 = 0,$$

$$x_{1,2} = -126 \pm 174 = -3 \pm 7, \quad x_1 = 48, \quad x_2 = -300.$$

3 этап: скорость не может быть отрицательной, значит, первоначальная скорость мотоциклиста равна 48 км/ч, а скорость, с которой он стал двигаться, равна $48 + 12 = 60$ км/ч.

№ 956.

1 этап: Пусть на $x\%$ завод повышал план выпуска изделий каждый раз, тогда после первого повышения завод стал выпускать $(800 + 8x)$ изделий, а после второго $(800 + 8x + 0,01x(800 + 8x))$ изделий, а по условию 1152. Составим

уравнение: $(800 + 8x) \frac{x}{100} + 800 + 8x = 1152$.

2 этап: $(800 + 8x) \frac{x}{100} + 8x - 352 = 0$, $800x + 8x^2 + 800x - 35200 = 0$,

$$x^2 + 200x - 4400 = 0, \quad x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120, \quad x_1 = 20, \quad x_2 = -220.$$

3 этап: количество процентов не может быть отрицательным, значит, каждый раз завод повышал выпуск изделий на 20%.

№ 957.

1 этап: Пусть на $x\%$ каждый раз увеличивался прием студентов, тогда после первого приема количество поступивших было $(2000 + 20x)$ человек, а после второго приема $(2000 + 20x + 0,01x(2000 + 20x))$ человек, а по условию 2880.

Составим уравнение: $(2000 + 20x) \frac{x}{100} + 2000 + 20x = 2880$.

2 этап: $(2000 + 20x) \frac{x}{100} + 20x - 880 = 0$, $200x + 2x^2 + 200x - 8800 = 0$,

$$x^2 + 200x - 4400 = 0, \quad x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120, \quad x_1 = 20, \quad x_2 = -220.$$

3 этап: количество студентов не может быть отрицательным, значит, прием студентов ежегодно увеличивался на 20%.

§ 24. Теорема Виета**№ 959.**

- а) $x^2 - 6x + 11 = 0$, $x_1 + x_2 = 6$, $x_1 \cdot x_2 = 11$;
б) $x^2 + 6x - 11 = 0$, $x_1 + x_2 = -6$, $x_1 \cdot x_2 = -11$;
в) $x^2 - 11x - 6 = 0$, $x_1 + x_2 = 11$, $x_1 \cdot x_2 = -6$;
г) $x^2 + 11x - 6 = 0$, $x_1 + x_2 = -11$, $x_1 \cdot x_2 = -6$.

№ 960.

- а) $x^2 + 2x - 5 = 0$, $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = -5$;
б) $x^2 - 15x + 16 = 0$, $x_1 + x_2 = 15$, $x_1 \cdot x_2 = 16$;
в) $x^2 - 19x + 1 = 0$, $x_1 + x_2 = 19$, $x_1 \cdot x_2 = 1$;
г) $x^2 + 8x + 10 = 0$, $x_1 + x_2 = -8$, $x_1 \cdot x_2 = 10$.

№ 962.

- а) $x^2 - 6 = 0$, $x_1 + x_2 = 0$, $x_1 \cdot x_2 = -6$; б) $2x^2 + 3x = 0$, $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = 0$
в) $x^2 + 5x = 0$, $x_1 + x_2 = -5$, $x_1 \cdot x_2 = 0$; г) $7x^2 - 1 = 0$, $x_1 + x_2 = 0$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{7}$.

№ 963.

- а) $0,2x^2 - 4x - 1 = 0$, $x_1 + x_2 = 20$, $x_1 \cdot x_2 = -5$;
б) $\sqrt{3}x^2 - 12x - 7\sqrt{3} = 0$, $x_1 + x_2 = \frac{12}{\sqrt{3}}$, $x_1 \cdot x_2 = 7$;
в) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$, $x_1 + x_2 = \sqrt{5}$, $x_1 \cdot x_2 = 1$;
г) $\frac{2}{3}x^2 + 2x - 1 = 0$, $x_1 + x_2 = -3$, $x_1 \cdot x_2 = -1,5$.

№ 964.

- а) $x^2 + 3x + 2 = 0$, $x_1 + x_2 = -3$, $x_1 \cdot x_2 = 2$, $x_1 = -1$, $x_2 = -2$;
б) $x^2 - 15x + 14 = 0$, $x_1 + x_2 = 15$, $x_1 \cdot x_2 = 14$, $x_1 = 1$, $x_2 = 14$;
в) $x^2 - 19x + 18 = 0$, $x_1 + x_2 = 19$, $x_1 \cdot x_2 = 18$, $x_1 = 1$, $x_2 = 18$;
г) $x^2 + 8x + 7 = 0$, $x_1 + x_2 = -8$, $x_1 \cdot x_2 = 7$, $x_1 = -1$, $x_2 = -7$.

№ 966.

- а) $x^2 + 9x + 20 = 0$, $x_1 + x_2 = -9$, $x_1 \cdot x_2 = 20$, $x_1 = -4$, $x_2 = -5$;

$$\text{б) } x^2 - 15x + 36 = 0, \quad x_1 + x_2 = 15, \quad x_1 \cdot x_2 = 36, \quad x_1 = 12, \quad x_2 = 3;$$

$$\text{в) } x^2 + 5x - 14 = 0, \quad x_1 + x_2 = -5, \quad x_1 \cdot x_2 = -14, \quad x_1 = -7, \quad x_2 = 2;$$

$$\text{г) } x^2 - 7x - 30 = 0, \quad x_1 + x_2 = 7, \quad x_1 \cdot x_2 = -30, \quad x_1 = 10, \quad x_2 = -3.$$

№ 967.

$$\text{а) } x_1 = 4, x_2 = 2, -a = x_1 + x_2 = 4 + 2 = 6, a = -6, b = x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot 2 = 8, x^2 - 6x + 8 = 0;$$

$$\text{б) } x_1 = 3, x_2 = -5, -a = x_1 + x_2 = 3 - 5 = -2, a = 2, b = x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot (-5) = -15, x^2 + 2x - 15 = 0;$$

$$\text{в) } x_1 = -8, x_2 = 1, -a = x_1 + x_2 = -8 + 1 = -7, a = 7, b = x_1 \cdot x_2 = -8 \cdot 1 = -8, x^2 + 7x - 8 = 0;$$

$$\text{г) } x_1 = -6, x_2 = -2, -a = x_1 + x_2 = -6 - 2 = -8, a = 8, b = x_1 \cdot x_2 = -6 \cdot (-2) = 12, x^2 + 8x + 12 = 0.$$

№ 968.

$$\text{а) } x_1 = 2,5, x_2 = -2, -a = x_1 + x_2 = 2,5 - 2 = 0,5, a = -0,5, b = x_1 \cdot x_2 = 2,5 \cdot (-2) = -5, \\ x^2 - 0,5x - 5 = 0;$$

$$\text{б) } x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1\frac{1}{2}, -a = x_1 + x_2 = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = -\frac{5}{6}, a = \frac{5}{6}, b = x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -1, \\ x^2 + \frac{5}{6}x - 1 = 0;$$

$$\text{в) } x_1 = -2,4, x_2 = -1,5, -a = x_1 + x_2 = -2,4 - 1,5 = -3,9, a = 3,9, \\ b = x_1 \cdot x_2 = -2,4 \cdot (-1,5) = 3,6, \quad x^2 + 3,9x + 3,6 = 0;$$

$$\text{г) } x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = -1\frac{2}{3}, -a = x_1 + x_2 = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} = -\frac{16}{15}, a = \frac{16}{15}, b = x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = -1, x^2 - \frac{16}{15}x - 1 = 0.$$

№ 969. $x^2 + bx - 8 = 0$

$D = b^2 + 32 > 0$, значит, уравнение не может не иметь корней и не может иметь равные корни;

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = -8 \end{cases}, \text{ т.к. } x_1 \cdot x_2 = -8 < 0 \text{ при любом } b, \text{ значит, уравнение всегда имеет}$$

2 корня разных знаков.

№ 970. $ax^2 + bx + c = 0$

$$\text{а) } a = 2, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -0,5, \quad x_1 + x_2 = 2,5, \quad x_1 \cdot x_2 = -1,5,$$

$$\frac{b}{a} = -2,5, \quad b = -2,5 \cdot 2 = -5, \quad \frac{c}{a} = -1,5, \quad c = -1,5 \cdot 2 = -3;$$

$$\text{б) } b = -1, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -4, \quad x_1 + x_2 = -1, \quad x_1 \cdot x_2 = -12,$$

$$b = \frac{1}{a}, \quad -1 = \frac{1}{a}, \quad a = -1, \quad c = \frac{-12}{-1} = 12;$$

$$в) c=4, x_1=-2, x_2=-0,25, x_1+x_2=-2,25, x_1 \cdot x_2=0,5,$$

$$\frac{c}{a}=0,5, a=4:0,5=8, \frac{b}{a}=2,25, b=2,25 \cdot 8=18;$$

$$г) b=6, x_1=3, x_2=-4, x_1+x_2=-1, x_1 \cdot x_2=-12,$$

$$\frac{b}{a}=1, a=6, \frac{c}{a}=-12, c=-72.$$

$$\text{№ 971. } x^2+(p^2+4p-5)x-p=0, x_1+x_2=0, x_1+x_2=-p^2-4p+5=0,$$

$$p^2+4p-5=0, D=16+20=36, p_1=\frac{-4+6}{2}=1, p_2=\frac{-4-6}{2}=-5.$$

$$\text{№ 972. } x^2+3x+(p^2-7p+12)=0, x_1 \cdot x_2=0, x_1 \cdot x_2=p^2-7p+12=0,$$

$$p^2-7p+12=0, D=49-48=1, p_1=\frac{7+1}{2}=4, p_2=\frac{7-1}{2}=3.$$

№ 973.

$$а) x^2-12x+24=0, x_{1,2}=6 \pm \sqrt{36-24}=6 \pm 2\sqrt{3},$$

$$x^2-12x+24=(x-6-2\sqrt{3})(x-6+2\sqrt{3});$$

$$б) x^2-8x+15=0, x_{1,2}=4 \pm \sqrt{16-15}=4 \pm 1, x_1=5, x_2=3,$$

$$x^2-8x+15=(x-5)(x-3);$$

$$в) x^2+7x+12=0, x_1+x_2=-7, x_1 \cdot x_2=12, x_1=-4, x_2=-3,$$

$$x^2+7x+12=(x+4)(x+3);$$

$$г) x^2+3x-10=0, x_1+x_2=-3, x_1 \cdot x_2=-10, x_1=-5, x_2=2,$$

$$x^2+3x-10=(x+5)(x-2).$$

№ 975.

$$а) 3x^2+5x-2, 3x^2+5x-2=0, D=25+24=49, x_1=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3}, x_2=\frac{-5-7}{6}=-2,$$

$$3x^2+5x-2=3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+2)=(3x-1)(x+2);$$

$$б) 5x^2+2x-3, 5x^2+2x-3=0, D=4+60=64, x_1=\frac{-2+8}{10}=\frac{3}{5}, x_2=\frac{-2-8}{10}=-1,$$

$$5x^2+2x-3=5\left(x-\frac{3}{5}\right)(x+1)=(5x-3)(x+1);$$

$$в) 6x^2+5x-1, 6x^2+5x-1=0, D=25+24=49, x_1=\frac{-5+7}{12}=\frac{1}{6}, x_2=\frac{-5-7}{12}=-1,$$

$$6x^2 + 5x - 1 = 6(x+1)\left(x - \frac{1}{6}\right) = (x+1)(6x-1);$$

$$r) 15x^2 - 8x + 1, 15x^2 - 8x + 1 = 0, D = 64 - 60 = 4, x_1 = \frac{8+2}{30} = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{8-2}{30} = \frac{1}{5},$$

$$15x^2 - 8x + 1 = 15\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right) = (3x-1)(5x-1).$$

№ 977.

$$a) \frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 3x} = \frac{3(x-3)\left(x - \frac{1}{3}\right)}{x(x-3)} = \frac{3x-1}{x}, 3x^2 - 10x + 3 = 0, D = 100 - 36 = 64,$$

$$x_1 = \frac{10+8}{6} = 3, x_2 = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3};$$

$$б) \frac{x^2 + 7x + 12}{x+4} = \frac{(x+3)(x+4)}{x+4} = x+3, x^2 + 7x + 12 = 0, D = 49 - 48 = 1,$$

$$x_1 = \frac{-7+1}{2} = -3, x_2 = \frac{-7-1}{2} = -4;$$

$$в) \frac{5x^2 + x - 4}{x^2 + x} = \frac{5\left(x - \frac{4}{5}\right)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{5x-4}{x}, 5x^2 + x - 4 = 0, D = 1 + 80 = 81,$$

$$x_1 = \frac{-1+9}{10} = \frac{4}{5}, x_2 = \frac{-1-9}{10} = -1;$$

$$г) \frac{x+1}{4x^2 + x - 3} = \frac{x+1}{4\left(x - \frac{3}{4}\right)(x+1)} = \frac{1}{4x-3}, 4x^2 + x - 3 = 0, D = 1 + 48 = 49,$$

$$x_1 = \frac{-1+7}{8} = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{-1-7}{8} = -1.$$

№ 978.

$$a) \frac{2x^2 + 9x + 7}{x^2 - 1} = \frac{2(x+1)\left(x + \frac{7}{2}\right)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x+7}{x-1}, 2x^2 + 9x + 7 = 0, D = 81 - 56 = 25,$$

$$x_1 = \frac{-9+5}{4} = -1, x_2 = \frac{-9-5}{4} = -\frac{7}{2};$$

$$б) \frac{9x^2 - 1}{3x^2 - 8x - 3} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{3\left(x + \frac{1}{3}\right)(x-3)} = \frac{3x-1}{x-3}, 3x^2 - 8x - 3 = 0, D = 64 + 36 = 100,$$

$$x_1 = \frac{8+10}{6} = 3, x_2 = \frac{8-10}{6} = -\frac{1}{3};$$

$$в) \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 - 16} = \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 4)}{(x - 4)(x + 4)} = \frac{2x - 1}{x - 4}, \quad 2x^2 + 7x - 4 = 0, \quad D = 49 + 32 = 81,$$

$$x_1 = \frac{-7 + 9}{4} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-7 - 9}{4} = -4;$$

$$г) \frac{2x^2 + 9x - 5}{4x^2 - 1} = \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 5)}{(2x - 1)(2x + 1)} = \frac{x + 5}{2x + 1}, \quad 2x^2 + 9x - 5 = 0, \quad D = 81 + 40 = 121,$$

$$x_1 = \frac{-9 + 11}{4} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-9 - 11}{4} = -5.$$

№ 980.

$$а) \left(\frac{1}{x+2} + \frac{5}{x^2 - x - 6} + \frac{2x}{x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} = \left(\frac{1}{x+2} + \frac{5}{(x+2)(x-3)} + \frac{2x}{x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} =$$

$$= \frac{x-3+5+2x^2+4x}{(x+2)(x-3)} \cdot \frac{x}{2x+1} = \frac{2x^2+5x+2}{(x+2)(x-3)} \cdot \frac{x}{2x+1} = \frac{x(2x+1)(x+2)}{(x+2)(x-3)(2x+1)} = \frac{x}{x-3}.$$

$$б) \left(\frac{2}{x+1} + \frac{10}{x^2 - 3x - 4} + \frac{3x}{x-4} \right) \cdot \frac{3x+2}{3} = \left(\frac{2}{x+1} + \frac{10}{(x-4)(x+1)} + \frac{3x}{x-4} \right) \cdot \frac{3}{3x+2} =$$

$$= \frac{2x-8+10+3x^2+3x}{(x-4)(x+1)} \cdot \frac{3}{3x+2} = \frac{3x^2+5x+2}{(x-4)(x+1)} \cdot \frac{3}{3x+2} = \frac{3(3x+2)(x+1)}{(x-4)(x+1)(3x+2)} = \frac{3}{x-4}.$$

№ 981.

$$а) \left(\frac{3}{x-3} + \frac{4}{x^2 - 5x + 6} + \frac{2x}{x-2} \right) \cdot \frac{2x+1}{3} - \frac{x-12}{3(3-x)} =$$

$$= \left(\frac{3}{x-3} + \frac{4}{(x-3)(x-2)} + \frac{2x}{x-2} \right) \cdot \frac{2x+1}{3} - \frac{x-12}{3(3-x)} = \frac{3x-6+4+2x^2-6x}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{2x+1}{3} - \frac{x-12}{3(3-x)} =$$

$$= \frac{2x^2-3x-2}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{2x+1}{3} - \frac{x-12}{3(3-x)} = \frac{3(x-2)(2x+1)}{(2x+1)(x-3)(x-2)} - \frac{x-12}{3(3-x)} = \frac{-9-x+12}{3(3-x)} = \frac{1}{3};$$

$$б) \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x^2 + 2x - 3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3+x} =$$

$$= \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{4}{(x+3)(x-1)} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3+x} = \frac{2x^2-2x+x+3-4}{(x+3)(x-1)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3+x} =$$

$$= \frac{2x^2-x-1}{(x+3)(x-1)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3+x} = \frac{x(x-1)(2x+1)}{(x+3)(x-1)(2x+1)} + \frac{3}{x+3} = 1.$$

№ 982.

$$а) \frac{x^2+1}{x^2-4x+3} + \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-3}, \quad \frac{x^2+1}{(x-1)(x-3)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-3} = 0, \quad \frac{x^2+1+2x-6-3x+3}{(x-1)(x-3)} = 0,$$

$$x^2 - x - 2 = 0, D = 1 + 8 = 9, x_1 = \frac{1+3}{2} = 2, x_2 = \frac{1-3}{2} = -1;$$

$$б) \frac{18}{x-8} = \frac{x^2-7}{x^2-7x-8} - \frac{6}{x+1}, \frac{18}{x-8} - \frac{x^2-7}{(x+1)(x-8)} + \frac{6}{x+1} = 0, \frac{18x+18-x^2+7+6x-48}{(x+1)(x-8)} = 0,$$

$$x^2 - 24x + 23 = 0, D = 576 - 92 = 484, x_1 = \frac{24+22}{2} = 23, x_2 = \frac{24-22}{2} = 1.$$

№ 983.

$$а) \frac{x^2+4}{x^2-x-2} + \frac{10}{x+1} = \frac{3x}{x-2}, \frac{x^2+4}{(x+1)(x-2)} + \frac{10}{x+1} - \frac{3x}{x-2} = 0,$$

$$\frac{x^2+4+10x-20-3x^2-3x}{x^2-x-2} = 0, 2x^2-7x+16=0, D=49-128<0 \text{ — урав-}$$

нение не имеет корней;

$$б) \frac{6}{4-x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x^2-10}{x^2-2x-8}, \frac{x^2-10}{(x-4)(x+2)} + \frac{3x}{x+2} + \frac{6}{x-4} = 0,$$

$$\frac{x^2-10+3x^2-12x+6x+12}{(x-4)(x+2)} = 0, 4x^2-6x+2=0, 2x^2-3x+1=0, D=9-8=1,$$

$$x_1 = \frac{3+1}{4} = 1, x_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}.$$

№ 985.

$$а) x^2 - 88x + 780 = 0, x_1 + x_2 = 88, x_1 \cdot x_2 = 780, x_1 = 78, x_2 = 10;$$

$$б) x^2 - 26x + 120 = 0, x_1 + x_2 = 26, x_1 \cdot x_2 = 120, x_1 = 20, x_2 = 6;$$

$$в) x^2 - 26x + 105 = 0, x_1 + x_2 = 26, x_1 \cdot x_2 = 105, x_1 = 21, x_2 = 5;$$

$$г) x^2 + 35x - 114 = 0, x_1 + x_2 = -35, x_1 \cdot x_2 = -114, x_1 = -38, x_2 = 3.$$

№ 986.

$ax^2 + bx + c = 0$, если $a + b + c = 0$ при $x = 1$, т.е. $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0$, что и требовалось доказать.

№ 987.

$$а) 13x^2 + 18x - 31 = 0, 13 + 18 - 31 = 0, x_1 = 1, x_2 = -\frac{31}{13};$$

$$б) 5x^2 - 27x + 22 = 0, 5 - 27 + 22 = 0, x_1 = 1, x_2 = \frac{22}{5};$$

$$в) 6x^2 - 26x + 20 = 0, 6 - 26 + 20 = 0, x_1 = 1, x_2 = \frac{10}{3};$$

$$г) 3x^2 + 35x - 38 = 0, 3 + 35 - 38 = 0, x_1 = 1, x_2 = -\frac{38}{3}.$$

№ 988.

$ax^2 + bx + c = 0$, если $a - b + c = 0$ при $x = -1$, т.е. $a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 0$, что и требовалось доказать.

№ 989.

а) $3x^2 + 18x + 15 = 0$, $3 - 18 + 15 = 0$, $x_1 = -1$, $x_2 = -5$;

б) $11x^2 + 17x + 6 = 0$, $11 - 17 + 6 = 0$, $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{6}{11}$;

в) $67x^2 - 105x - 172 = 0$, $67 + 105 - 172 = 0$, $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{172}{67}$;

г) $14x^2 - 37x - 51 = 0$, $14 + 37 - 51 = 0$, $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{51}{14}$.

№ 990.

а) $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$, $-a = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$, $a = 0$, $b = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = -2$, $x^2 - 2 = 0$;

б) $x_1 = 3\sqrt{5}$, $x_2 = -3\sqrt{5}$, $-a = 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 0$, $a = 0$, $b = 3\sqrt{5} \cdot (-3\sqrt{5}) = -45$, $x^2 - 45 = 0$;

в) $x_1 = \sqrt{7}$, $x_2 = -\sqrt{7}$, $-a = \sqrt{7} - \sqrt{7} = 0$, $a = 0$, $b = \sqrt{7} \cdot (-\sqrt{7}) = -7$, $x^2 - 7 = 0$;

г) $x_1 = 9\sqrt{2}$, $x_2 = -9\sqrt{2}$, $-a = 9\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 0$, $a = 0$, $b = 9\sqrt{2} \cdot (-9\sqrt{2}) = -162$, $x^2 - 162 = 0$.

№ 991.

а) $x_1 = 3 + \sqrt{2}$, $x_2 = 3 - \sqrt{2}$, $-a = 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6$, $a = -6$, $b = (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7$,
 $x^2 - 6x + 7 = 0$;

б) $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$, $-a = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1$, $a = -1$, $b = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1-5}{4} = -1$,
 $x^2 - x - 1 = 0$;

в) $x_1 = 2 + \sqrt{5}$, $x_2 = 2 - \sqrt{5}$, $-a = 2 + \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 4$, $a = -4$, $b = (2 + \sqrt{5}) \cdot (2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$,
 $x^2 - 4x - 1 = 0$;

г) $x_1 = \frac{-4-\sqrt{3}}{7}$, $x_2 = \frac{-4+\sqrt{3}}{7}$, $-a = \frac{-4-\sqrt{3}}{7} + \frac{-4+\sqrt{3}}{7} = -\frac{8}{7}$, $a = \frac{8}{7}$, $b = \frac{-4-\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{-4+\sqrt{3}}{7} = \frac{16-3}{49} = \frac{13}{49}$,
 $x^2 + \frac{8}{7}x + \frac{13}{49} = 0$.

№ 992.

а) $x + 6\sqrt{x} + 8$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 + 6y + 8 = 0$, $D = 36 - 32 = 4$,

$y_1 = \frac{-6+2}{2} = -2$, $y_2 = \frac{-6-2}{2} = -4$,

$x + 6\sqrt{x} + 8 = y^2 + 6y + 8 = (y+2)(y+4) = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+4)$;

б) $x - 7\sqrt{x} - 18$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 - 7y - 18 = 0$, $D = 49 + 72 = 121$,

$$y_1 = \frac{7+11}{2} = 9, \quad y_2 = \frac{7-11}{2} = -2,$$

$$x - 7\sqrt{x} - 18 = y^2 - 7y - 18 = (y-9)(y+2) = (\sqrt{x}-9)(\sqrt{x}+2);$$

в) $x - 12\sqrt{x} + 35$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 - 12y + 35 = 0$, $D = 144 - 140 = 4$,

$$y_1 = \frac{12+2}{2} = 7, \quad y_2 = \frac{12-2}{2} = 5,$$

$$x - 12\sqrt{x} + 35 = y^2 - 12y + 35 = (y-7)(y-5) = (\sqrt{x}-7)(\sqrt{x}-5);$$

г) $x + 3\sqrt{x} - 40$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 + 3y - 40 = 0$, $D = 9 + 160 = 169$,

$$y_1 = \frac{-3+13}{2} = 5, \quad y_2 = \frac{-3-13}{2} = -8,$$

$$x + 3\sqrt{x} - 40 = y^2 + 3y - 40 = (y-5)(y+8) = (\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+8).$$

№ 993.

а) $7x + 23\sqrt{x} + 16$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $7y^2 + 23y + 16 = 0$, $D = 529 - 448 = 81$,

$$y_1 = \frac{-23+9}{14} = -1, \quad y_2 = \frac{-23-9}{14} = -\frac{16}{7},$$

$$7x + 23\sqrt{x} + 16 = 7y^2 + 23y + 16 = 7(y+1)\left(y + \frac{16}{7}\right) = (\sqrt{x}+1)(7\sqrt{x}+16);$$

б) $3x^3 - 10x\sqrt{x} + 3$, пусть $x\sqrt{x} = y$, тогда: $3y^2 - 10y + 3 = 0$, $D = 100 - 36 = 64$,

$$y_1 = \frac{10+8}{6} = 3, \quad y_2 = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3},$$

$$3x^3 - 10x\sqrt{x} + 3 = 3y^2 - 10y + 3 = 3(y-3)\left(y - \frac{1}{3}\right) = (x\sqrt{x}-3)(3x\sqrt{x}-1);$$

в) $9x + 4\sqrt{x} - 5$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $9y^2 + 4y - 5 = 0$, $D = 16 + 180 = 196$,

$$y_1 = \frac{-4+14}{18} = \frac{5}{9}, \quad y_2 = \frac{-4-14}{18} = -1,$$

$$9x + 4\sqrt{x} - 5 = 9y^2 + 4y - 5 = 9\left(y - \frac{5}{9}\right)(y+1) = (9\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+1);$$

г) $2x^3 - 5x\sqrt{x} + 2$, пусть $x\sqrt{x} = y$, тогда: $2y^2 - 5y + 2 = 0$, $D = 25 - 16 = 9$,

$$y_1 = \frac{5+3}{4} = 2, \quad y_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2},$$

$$2x^3 - 5x\sqrt{x} + 2 = 2y^2 - 5y + 2 = 2(y-2)\left(y - \frac{1}{2}\right) = (x\sqrt{x}-2)(2x\sqrt{x}-1).$$

№ 995.

а) $\frac{x-5\sqrt{x}-14}{x-2\sqrt{x}-18}$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $\frac{y^2-5y-14}{y^2-2y-8} = \frac{(y-7)(y+2)}{(y-4)(y+2)} = \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}-4};$

- б) $\frac{2x+11\sqrt{x}-6}{x+3\sqrt{x}-18}$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $\frac{2y^2+11y-6}{y^2+3y-18} = \frac{2\left(y-\frac{1}{2}\right)(y+6)}{(y+6)(y-3)} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$;
- в) $\frac{x^4-10x^2+9}{x^2-2x-3} = \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{x^2-2x-3} = \frac{(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+1)} = (x-1)(x+3)$;
- г) $\frac{x^3-4x}{x^4-3x^2-4} = \frac{x(x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{x}{x^2+1}$.

№ 997. $x^2 - 9x - 17 = 0$, где x_1 и x_2 – корни, тогда:

- а) $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9^2 - 2 \cdot (-17) = 81 + 34 = 115$;
- б) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -17 \cdot 9 = -153$.

№ 998. $3x^2 + 8x - 1 = 0$, где x_1 и x_2 – корни, тогда:

- а) $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{8}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{64}{9} + \frac{2}{9} = \frac{66}{9}$;
- б) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{8}{9}$.

№ 999. $x^2 - (2p^2 - p - 6)x + (8p - 1) = 0$, $x_1 + x_2 = -5$, $x_1 + x_2 = 2p^2 - p - 6 = -5$,

$$2p^2 - p - 1 = 0, D = 1 + 8 = 9, p_1 = \frac{1+3}{4} = 1, p_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2},$$

проверим найденные корни:

при $p = 1$, $x^2 + 5x + 7 = 0$, $D = 25 - 28 < 0$ – корней нет,

при $p = -\frac{1}{2}$, $x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 6\right)x - 5 = 0$, $x^2 + 5x - 5 = 0$, $D = 25 + 20 > 0$ – уравнение имеет корни.

№ 1000. $x^2 - (p+1)x + (2p^2 - 9p - 12) = 0$, $x_1 \cdot x_2 = -21$, $x_1 \cdot x_2 = 2p^2 - 9p - 12 = -21$,

$$2p^2 - 9p + 9 = 0, D = 81 - 72 = 9, p_1 = \frac{9+3}{4} = 3, p_2 = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2},$$

проверим найденные корни:

при $p = 3$, $x^2 - 4x - 21 = 0$, $D = 16 + 84 > 0$ – уравнение имеет корни,

при $p = \frac{3}{2}$, $x^2 - 2,5x - 21 = 0$, $D = 6,25 + 81 > 0$ – уравнение имеет корни.

№ 1001. $2px^2 + (p^2 - 9)x - 5p + 2 = 0$, x_1 и $-x_1$ – корни уравнения,

пусть $p = 0$: $-9x + 2 = 0$, $x = \frac{2}{9}$ – не подходит,

пусть $p \neq 0$: $\frac{9-p^2}{2p} = x_1 + x_2 = x_1 - x_1 = 0$, $9-p^2=0$, $p_{1,2} = \pm 3$,

проверим найденные корни:

при $p=3$: $6x^2-13=0$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{13}{6}}$ — подходит,

при $p=-3$: $-6x^2+17=0$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{17}{6}}$ — подходит.

№ 1002. $2px^2+5x+p+1=0$, x_1 и $\frac{1}{x_1}$ — корни уравнения,

$$\frac{p+1}{2p} = x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot \frac{1}{x_1} = 1, \quad p+1=2p, \quad p=1,$$

если $p=0$: $5x+1=0$, $x=-\frac{1}{5}$ — не подходит,

проверим найденный корень:

при $p=1$: $2x^2+5x+2=0$, $D=25-16=9$, $x_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{-5-3}{4} = -2$.

№ 1006.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{x+12}{x^3-9x} : \left(\frac{x-3}{2x^2+5x-3} - \frac{9}{9-x^2} \right) &= \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} : \left(\frac{x-3}{(x+3)(2x-1)} + \frac{9}{(x-3)(x+3)} \right) = \\ &= \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} : \frac{x^2-6x+9+18x-9}{(x-3)(x+3)(2x-1)} = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x-3)(x+3)(2x-1)}{x(x+12)} = \frac{2x-1}{x^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \left(\frac{3a-1}{a^2-4} - \frac{9a}{3a^2+5a-2} \right) \cdot \frac{15a^3-60a}{12a+1} &= \left(\frac{3a-1}{(a-2)(a+2)} - \frac{9a}{(a+2)(3a-1)} \right) \cdot \frac{15a(a^2-4)}{12a+1} = \\ &= \frac{9a^2-6a+1-9a^2+18a}{(a-2)(a+2)(3a+1)} \cdot \frac{15a(a-2)(a+2)}{12a+1} = \frac{15a}{3a-1}. \end{aligned}$$

№ 1007.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \left(\frac{4}{5a^2+a-4} - \frac{a+1}{9(5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7} &= \left(\frac{4}{(a+1)(5a-4)} - \frac{a+1}{9(5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7} = \\ &= \frac{36-a^2-2a-1}{9(5a-4)(a+1)} \cdot \frac{3(5a-4)}{a+7} = -\frac{a^2+2a-35}{3(a+1)(a+7)} = -\frac{(a-5)(a+7)}{3(a+1)(a+7)} = \frac{5-a}{3(a+1)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{5(a+4)}{a-1} : \left(\frac{9(a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{3a^2+a-4} \right) &= \frac{5(a+4)}{a-1} : \left(\frac{9(a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{(a-1)(3a+4)} \right) = \\ &= \frac{5(a+4)}{a-1} \cdot \frac{(a-1)(3a+4)}{9(a-1)^2 - (2a-7)^2} = \frac{5(a+4)(3a+4)}{(3a-3-2a+7)(3a-3+2a-7)} = \frac{5(3a+4)}{5a-10} = \frac{3a+4}{a-2} \end{aligned}$$

№ 1008.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \frac{x^2}{x^2-7x+10} + \frac{16}{3x^2-12} &= 1, \quad \frac{x^2}{(x-5)(x-2)} + \frac{16}{3(x-2)(x+2)} - 1 = 0, \\
 \frac{3x^2}{(x-5)(x-2)} + \frac{16}{(x-2)(x+2)} - 3 &= 0, \quad 3x^3 + 6x^2 + 16x - 80 - 3(x^2 - 4)(x-5) = 0, \\
 3x^3 + 6x^2 + 16x - 80 - 3x^3 + 12x + 15x^2 - 60 &= 0, \quad 21x^2 + 28x - 140 = 0, \\
 3x^2 + 4x - 20 &= 0, \quad D = 16 + 240 = 256, \quad x_1 = \frac{-4+16}{6} = 2, \quad x_2 = \frac{-4-16}{6} = -\frac{10}{3};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \frac{2x^2}{2x^2+x-3} - \frac{8}{2x^2-3x-9} &= 1, \quad \frac{2x^2}{(x-1)(2x+3)} - \frac{8}{(x-3)(2x+3)} - 1 = 0, \\
 2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 - (x^2 - 4x + 3)(2x+3) &= 0, \\
 2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 - 2x^3 + 8x^2 - 6x - 3x^2 + 12x - 9 &= 0, \quad -x^2 - 2x - 1 = 0, \\
 x^2 + 2x + 1 &= 0, \quad (x+1)^2 = 0, \quad x+1 = 0, \quad x = -1.
 \end{aligned}$$

№ 1009.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \frac{10x+5}{21x-14} - \frac{x-1}{2x+3} &= \frac{21}{6x^2+5x-6}, \quad \frac{21}{(3x-2)(2x+3)} - \frac{10x+5}{7(3x-2)} + \frac{x-1}{2x+3} = 0, \\
 147 + 7(x-1)(3x-2) - (10x+5)(2x+3) &= 0, \\
 147 + 21x^2 - 35x + 14 - 20x^2 - 40x - 15 &= 0, \quad x^2 - 75x + 146 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 73; \\
 \text{б) } \frac{4}{6x^2-13x+6} + \frac{x-2}{6x-4} &= \frac{2x+1}{10x-15}, \quad \frac{4}{(2x-3)(3x-2)} + \frac{x-2}{2(3x-2)} - \frac{2x+1}{5(2x-3)} = 0, \\
 40 + 5(x-2)(2x-3) - 2(3x-2)(2x+1) &= 0, \\
 40 + 10x^2 - 35x + 30 - 12x^2 + 2x + 4 &= 0, \quad 2x^2 + 33x - 74 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = -18,5.
 \end{aligned}$$

§ 25. Иррациональные уравнения

№ 1011.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \sqrt{x+2} &= 3, \quad x+2 = 3^2, \quad x+2 = 9, \quad x = 7; \\
 \text{б) } \sqrt{4x+1} &= 3, \quad 4x+1 = 3^2, \quad 4x+1 = 9, \quad x = 2; \\
 \text{в) } \sqrt{x-5} &= 9, \quad x-5 = 9^2, \quad x-5 = 81, \quad x = 86; \\
 \text{г) } \sqrt{7x-1} &= 3, \quad 7x-1 = 3^2, \quad 7x-1 = 9, \quad x = \frac{10}{7}.
 \end{aligned}$$

№ 1012.

$$\text{а) } \sqrt{x^2-1} = 2, \quad x^2-1 = 4, \quad x^2 = 5, \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{5};$$

б) $\sqrt{4x^2+5}=3$, $4x^2+5=9$, $4x^2=4$, $x^2=1$, $x_{1,2}=\pm\sqrt{1}=\pm 1$;

в) $\sqrt{3-2x^2}=1$, $3-2x^2=1$, $2x^2=2$, $x^2=1$, $x_{1,2}=\pm\sqrt{1}=\pm 1$;

г) $\sqrt{6+5x^2}=2$, $6+5x^2=4$, $5x^2=-2$ – корней нет.

№ 1013.

а) $\sqrt{4x^2+5x-2}=2$, $4x^2+5x-2=4$, $4x^2+5x-6=0$, $D=25+96=121$,

$$x_1=\frac{-5+11}{8}=\frac{3}{4}, x_2=\frac{-5-11}{8}=-2;$$

б) $\sqrt{23x-14-3x^2}=0$, $23x-14-3x^2=0$, $3x^2-23x+14=0$, $D=529-168=361$,

$$x_1=\frac{23+19}{6}=7, x_2=\frac{23-19}{6}=\frac{2}{3};$$

в) $\sqrt{23+3x-5x^2}=3$, $23+3x-5x^2=9$, $5x^2-3x-14=0$, $D=9+280=289$,

$$x_1=\frac{3+17}{10}=2, x_2=\frac{3-17}{10}=-1,4;$$

г) $\sqrt{5x^2+22x-15}=0$, $5x^2+22x-15=0$, $D=484+300=784$,

$$x_1=\frac{-22+28}{10}=0,6, x_2=\frac{-22-28}{10}=-5.$$

№ 1014.

а) $\sqrt{\frac{2x+3}{x-1}}=1$, $\frac{2x+3}{x-1}=1$, $2x+3=x-1$, $x=-4$;

б) $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}}=2$, $\frac{5x-1}{x+3}=4$, $5x-1=4x+12$, $x=13$;

в) $\sqrt{\frac{x+5}{4x-1}}=4$, $\frac{x+5}{4x-1}=16$, $x+5=64x-16$, $63x=21$, $x=\frac{1}{3}$;

г) $\sqrt{\frac{x+2}{3x-6}}=3$, $\frac{x+2}{3x-6}=9$, $x+2=27x-54$, $26x=56$, $x=\frac{28}{13}$.

№ 1015.

а) $\sqrt{5-x}+2=0$, $\sqrt{5-x}=-2$ – корней нет, т.к. квадратный корень всегда больше или равен нулю;

б) $\sqrt{x-4}+\sqrt{x^2-3}=0$, $\sqrt{x-4}=0$ при $x=4$, а $\sqrt{x^2-3}=0$ при $x=\pm\sqrt{3}$ – корней нет, т.к. квадратный корень всегда больше или равен нулю;

в) $\sqrt{3x-1}+1=0$, $\sqrt{3x-1}=-1$ – корней нет, т.к. квадратный корень всегда больше или равен нулю;

г) $\sqrt{x-8}+3=\sqrt{7-x}$, т.к. квадратный корень принимает только неотрицательные значения, а $x-8\geq 0$, $x\geq 8$, но $7-x\geq 0$, $x\leq 7$.

№ 1017.

- а) $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 - 6y + 8 = 0$,
 $y_1 = 4$, $\sqrt{x} = 4$, $x_1 = 16$ и $y_2 = 2$, $\sqrt{x} = 2$, $x_2 = 4$;
- б) $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 - 5y + 6 = 0$,
 $y_1 = 2$, $\sqrt{x} = 2$, $x_1 = 4$ и $y_2 = 3$, $\sqrt{x} = 3$, $x_2 = 9$;
- в) $x - 7\sqrt{x} + 12 = 0$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 - 7y + 12 = 0$,
 $y_1 = 3$, $\sqrt{x} = 3$, $x_1 = 9$ и $y_2 = 4$, $\sqrt{x} = 4$, $x_2 = 16$;
- г) $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y^2 - 3y + 2 = 0$,
 $y_1 = 2$, $\sqrt{x} = 2$, $x_1 = 4$ и $y_2 = 1$, $\sqrt{x} = 1$, $x_2 = 1$.

№ 1019.

- а) $\sqrt{x} - \frac{20}{\sqrt{x}} = 1$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y - \frac{20}{y} - 1 = 0$, $y^2 - y - 20 = 0$,
 $y_1 = 5$, $\sqrt{x} = 5$, $x_1 = 25$ и $y_2 = -4$, $\sqrt{x} = -4$ – корней нет;
- б) $\sqrt{x} + 3 = \frac{18}{\sqrt{x}}$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y + 3 - \frac{18}{y} = 0$, $y^2 + 3y - 18 = 0$,
 $y_1 = -6$, $\sqrt{x} = -6$ – корней нет, $y_2 = 3$, $\sqrt{x} = 3$, $x_2 = 9$;
- в) $\sqrt{x} - \frac{6}{\sqrt{x}} = 1$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y - \frac{6}{y} - 1 = 0$, $y^2 - y - 6 = 0$,
 $y_1 = 3$, $\sqrt{x} = 3$, $x_1 = 9$ и $y_2 = -2$, $\sqrt{x} = -2$ – корней нет;
- г) $\sqrt{x} + 4 = \frac{32}{\sqrt{x}}$, пусть $\sqrt{x} = y$, тогда: $y + 4 - \frac{32}{y} = 0$, $y^2 + 4y - 32 = 0$,
 $y_1 = -8$, $\sqrt{x} = -8$ – корней нет, $y_2 = 4$, $\sqrt{x} = 4$, $x_2 = 16$.

№ 1020.

- а) $(5x - 1) + \sqrt{5x - 1} = 12$, пусть $\sqrt{5x - 1} = y$, тогда: $y^2 + y - 12 = 0$,
 $y_1 = -4$, $\sqrt{5x - 1} = -4$ – корней нет, $y_2 = 3$, $\sqrt{5x - 1} = 3$, $5x - 1 = 9$, $5x = 10$, $x_2 = 2$;
- б) $(2x + 3) + \sqrt{2x + 3} = 2$, пусть $\sqrt{2x + 3} = y$, тогда: $y^2 + y - 2 = 0$,
 $y_1 = -2$, $\sqrt{2x + 3} = -2$ – корней нет, $y_2 = 1$, $\sqrt{2x + 3} = 1$, $2x + 3 = 1$,
 $2x = -2$, $x_2 = -1$;
- в) $(7x + 4) - \sqrt{7x + 4} = 42$, пусть $\sqrt{7x + 4} = y$, тогда: $y^2 - y - 42 = 0$,
 $y_1 = 7$, $\sqrt{7x + 4} = 7$, $7x + 4 = 49$, $7x = 45$, $x_1 = \frac{45}{7}$, $y_2 = -6$, $\sqrt{7x + 4} = -6$ –
корней нет;

г) $(12x-1)+\sqrt{12x-1}=6$, пусть $\sqrt{12x-1}=y$, тогда: $y^2+y-6=0$,

$$y_1=2, \sqrt{12x-1}=2, 12x-1=4, 12x=5, x_1=\frac{5}{12}, y_2=-3, \sqrt{12x-1}=-3-$$

корней нет.

№ 1022.

а) $\sqrt{8-2x}=x, 8-2x=x^2, x^2+2x-8=0,$

$$x_1=-4 - \text{не подходит, т.к. } \sqrt{8-2(-4)} \neq -4, x_2=2, \sqrt{8-2 \cdot 2}=2 - \text{верно};$$

б) $\sqrt{5-x}=x+15, 5-x=x^2+30x+225, x^2+31x+220=0,$

$$x_1=-11, \sqrt{5+11}=-11+15 - \text{верно}, x_2=-20 - \text{не подходит},$$

$$\text{т.к. } \sqrt{5+20} \neq -20+15;$$

в) $\sqrt{3+2x}=x-6, 3+2x=x^2-12x+36, x^2-14x+33=0,$

$$x_1=11, \sqrt{3+22}=11-6 - \text{верно}, x_2=3 - \text{не подходит, т.к. } \sqrt{3+6} \neq 3-6;$$

г) $\sqrt{1-5x}=7+x, 1-5x=49+14x+x^2, x^2+19x+48=0,$

$$x_1=-16 - \text{не подходит, т.к. } \sqrt{1+80} \neq 7-16, x_2=-3, \sqrt{1+15}=7-3 - \text{верно}.$$

№ 1023.

а) $\sqrt{x+1}=2, x+1=4, x=3$ и $x-2=1, x=3$, значит, уравнения равносильны;

б) $\sqrt{2x+1}=3, 2x+1=9, 2x=8, x=4$ и $x^2=16, x_{1,2}=\pm\sqrt{16}=\pm 4, x_1=-4$, значит уравнения не равносильны;

в) $\sqrt{5-x}=3, 5-x=9, x=-4$ и $x^2=16, x_{1,2}=\pm\sqrt{16}=\pm 4, x_1=4$, значит, уравнения не равносильны;

г) $\sqrt{3x+4}=5, 3x+4=25, 3x=21, x=7$ и $2(x-3)=15-x, 2x-6=15-x, 3x=21, x=7$, значит, уравнения равносильны.

№ 1025.

а) $\sqrt{4x+3}=\sqrt{4x^2+5x-2}, 4x+3=4x^2+5x-2, 4x^2+x-5=0, D=1+80=81,$

$$x_1=\frac{-1+9}{8}=1, \text{ проверка: } \sqrt{4+3}=\sqrt{4+5-2},$$

$$x_2=\frac{-1-9}{8}=-\frac{5}{4}, \text{ проверка: } \sqrt{-5+3} \neq \sqrt{4\frac{25}{16}-\frac{25}{4}-2};$$

б) $\sqrt{2x^2+3x-1}=\sqrt{5x-1}, 2x^2+3x-1=5x-1, 2x^2-2x=0, 2x(x-1)=0,$

$$x_1=0, \text{ проверка: } \sqrt{-1}=\sqrt{-1} - \text{не подходит},$$

$$x_2=1, \text{ проверка: } \sqrt{2+3-1}=\sqrt{5-1};$$

$$в) \sqrt{6x^2 - 2x + 1} = \sqrt{3x + 2}, \quad 6x^2 - 2x + 1 = 3x + 2, \quad 6x^2 - 5x - 1 = 0, \quad D = 25 + 24 = 49,$$

$$x_1 = \frac{5+7}{12} = 1, \text{ проверка: } \sqrt{6-2+1} = \sqrt{3+2},$$

$$x_2 = \frac{5-7}{12} = -\frac{1}{6}, \text{ проверка: } \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + 1} = \sqrt{-\frac{1}{2} + 2};$$

$$г) \sqrt{8x-3} = \sqrt{x^2+4x+1}, \quad 8x-3 = x^2+4x+1, \quad x^2-4x+4 = 0, \quad (x-2)^2 = 0,$$

$$x-2=0, \quad x=2, \text{ проверка: } \sqrt{16-3} = \sqrt{4+8+1}.$$

№ 1028.

$$а) \sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{x-19}, \quad x+1 = 4 + 4\sqrt{x-19} + x-19, \quad 16 = 4\sqrt{x-19},$$

$$16 = x-19, \quad x=35, \text{ проверка: } \sqrt{35+1} = 2 + \sqrt{35-19};$$

$$б) \sqrt{x+8} = \sqrt{7x+9} - 1, \quad x+8 = 7x+9+1-2\sqrt{7x+9}, \quad 2\sqrt{7x+9} = 6x+2,$$

$$\sqrt{7x+9} = 3x+1, \quad 7x+9 = 9x^2+6x+1, \quad 9x^2-x-8 = 0, \quad D = 1+288 = 289,$$

$$x_1 = \frac{1+17}{18} = 1, \text{ проверка: } \sqrt{1+8} = \sqrt{7+9} - 1,$$

$$x_2 = \frac{1-17}{18} = -\frac{8}{9}, \text{ проверка: } \sqrt{-\frac{8}{9}+9} \neq \sqrt{-7\frac{8}{9}+9} - 1;$$

$$в) \sqrt{x-13} = \sqrt{x+8} - 3, \quad x-13 = x+8+9-6\sqrt{x+8}, \quad 6\sqrt{x+8} = 30, \quad \sqrt{x+8} = 5,$$

$$x+8=25, \quad x=17, \text{ проверка: } \sqrt{17-13} = \sqrt{17+8} - 3;$$

$$г) \sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{x-2}, \quad 3x-5 = 1+2\sqrt{x-2}+x-2, \quad 2x-4 = 2\sqrt{x-2}, \quad x-2 = \sqrt{x-2},$$

$$x^2-4x+4 = x-2, \quad x^2-5x+6 = 0, \quad D = 25-24 = 1,$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3, \text{ проверка: } \sqrt{9-5} = 1 + \sqrt{3-2},$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = 2, \text{ проверка: } \sqrt{6-5} = 1 + 0.$$

№ 1030.

$$а) \sqrt{4-2x} + \sqrt{2+x} = 2\sqrt{2}, \quad \sqrt{4-2x} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2+x}, \quad 4-2x = 8+2+x-4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+x},$$

$$4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+x} = 3x+6, \quad 32(2+x) = 9x^2+36+36x, \quad 9x^2+4x-28 = 0,$$

$$D = 16+1008 = 1024, \quad x_1 = \frac{-4+32}{18} = \frac{14}{9}, \text{ проверка: } \sqrt{4-2\frac{14}{9}} + \sqrt{2+\frac{14}{9}} = 2\sqrt{2},$$

$$x_2 = \frac{-4-32}{18} = -2, \text{ проверка: } \sqrt{4+4} + 0 = 2\sqrt{2};$$

$$б) \sqrt{x+7} = \sqrt{3x+19} - \sqrt{x+2}, \quad x+7 = 3x+19+x+2-2\sqrt{(3x+19)(x+2)},$$

$$2\sqrt{3x^2+25x+38} = 3x+14, \quad 12x^2+100x+152-9x^2-196-84x = 0,$$

$$3x^2 + 16x - 44 = 0, D = 256 + 528 = 784,$$

$$x_1 = \frac{-16 + 28}{6} = 2, \text{ проверка: } \sqrt{2+7} = \sqrt{9+19} - \sqrt{2+2},$$

$$x_2 = \frac{-16 - 28}{6} = -\frac{22}{3}, \text{ проверка: } \sqrt{-\frac{22}{3}+7} = \sqrt{-\frac{1}{3}};$$

в) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$, $3x+1+x-4+2\sqrt{3x^2-11x-4} = 4x$, $2\sqrt{3x^2-11x-4} = 3$,
 $12x^2 - 44x - 16 - 9 = 0$, $12x^2 - 44x - 25 = 0$, $D = 1936 + 1200 = 3136$,

$$x_1 = \frac{44+56}{24} = \frac{25}{6}, \text{ проверка: } \sqrt{3\frac{25}{6}+1} + \sqrt{\frac{25}{6}-4} = 2\sqrt{\frac{25}{6}},$$

$$x_2 = \frac{44-56}{24} = -\frac{1}{2}, \text{ проверка: } \sqrt{-3\frac{1}{2}+1} + \sqrt{-\frac{1}{2}-4} \neq 2\sqrt{-\frac{1}{2}};$$

г) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{6x-11}$, $x-2+x+3+2\sqrt{x^2+x-6} = 6x-11$,
 $2\sqrt{x^2+x-6} = 4x-12$, $\sqrt{x^2+x-6} = 2x-6$, $x^2+x-6 = 4x^2-24x+36$,
 $3x^2-25x+42 = 0$, $D = 625-504 = 121$,

$$x_1 = \frac{25+11}{6} = 6, \text{ проверка: } \sqrt{6-2} + \sqrt{6+3} = \sqrt{36-11},$$

$$x_2 = \frac{25-11}{6} = \frac{7}{3}, \sqrt{\frac{7}{3}-2} + \sqrt{\frac{7}{3}+3} \neq \sqrt{6\frac{7}{3}-11}.$$

№ 1032.

а) $(x^2+1)+2\sqrt{x^2+1}=15$, пусть $\sqrt{x^2+1}=y$, тогда: $y^2+2y-15=0$,

$$y_1 = -5, \sqrt{x^2+1} = -5 - \text{нет корней},$$

$$y_2 = 3, \sqrt{x^2+1} = 3, x^2+1=9, x^2=8, x_{1,2} = \pm 2\sqrt{2};$$

б) $\sqrt{x-2} - \frac{3}{\sqrt{x-2}} + 2 = 0$, пусть $\sqrt{x-2}=y$, тогда: $y - \frac{3}{y} + 2 = 0$, $y^2+2y-3=0$,

$$y_1 = -3, \sqrt{x-2} = -3 - \text{нет корней},$$

$$y_2 = 1, \sqrt{x-2} = 1, x-2=1, x=3;$$

в) $2(x^2-9)+3\sqrt{x^2-9}-5=0$, пусть $\sqrt{x^2-9}=y$, тогда: $2y^2+3y-5=0$,

$$y_1 = 1, \sqrt{x^2-9} = 1, x^2-9=1, x^2=10, x_{1,2} = \pm\sqrt{10},$$

$$y_2 = -\frac{5}{2}, \sqrt{x^2-9} = -\frac{5}{2} - \text{нет корней};$$

г) $\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x-1}-4} = \frac{\sqrt{x-1}-6}{\sqrt{x-1}-7}$, пусть $\sqrt{x-1}=y$, тогда: $\frac{y-2}{y-4} = \frac{y-6}{y-7}$,

$$y^2-9y+14 = y^2-10y+24, y=10, \sqrt{x-1}=10, x-1=100, x=101.$$

Домашняя контрольная работа № 4.

Вариант № 1.

$$1. \frac{2x^2 + 5x - 7}{x^2 - 8x + 7} = 0, \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0, \quad 2 + 5 - 7 = 0, \quad x_1 = 1 \text{ и } x_2 = -\frac{7}{2},$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0, \quad x_1 + x_2 = 8, \quad x_1 = 1, \quad x_1 x_2 = 7, \quad x_2 = 7,$$

$$\frac{2x^2 + 5x - 7}{x^2 - 8x + 7} = \frac{2(x-2)\left(x + \frac{7}{2}\right)}{(x-1)(x-7)} = \frac{2x+7}{x-7}.$$

$$2. \quad 2(x+4) - x(x-5) = 7(x-8), \quad 2x+8 - x^2 + 5x - 7x + 56 = 0, \quad -x^2 + 64 = 0, \\ x^2 = 64, \quad x = \pm 8.$$

$$3. \quad a^2 + 8a = 2a^2 - 3a, \quad -a^2 + 11a = 0, \quad -a(a-11) = 0, \quad a = 0 \text{ или } a = 11.$$

$$4. \quad 6x^4 + x^2 - 1 = 0, \text{ пусть } x^2 = y, \text{ тогда } 6y^2 + y - 1 = 0, \quad x^2 = \frac{1}{3},$$

$$D = 1 + 24 = 25, \quad x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}, \quad y_1 = \frac{-1+5}{12} = \frac{1}{3}, \quad x^2 = \frac{1}{3}, \quad y_2 = \frac{-1-5}{12} = -\frac{1}{2}.$$

$$5. \quad x^2 - 2kx + k - 3 = 0, \quad D = 4k^2 - 4(k-3) = 4k^2 - 4k + 12, \quad D = 0,$$

$4k^2 - 4k + 12 = 0, \quad k^2 - k + 3 = 0, \quad D = 1 - 12 = -11, \quad D < 0$ корней нет, значит, не существует такого значения k , при котором уравнение $x^2 - 2kx + k - 3 = 0$ имеет только один корень.

$$6. \quad \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2, \quad \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{(3x+1)^2} = 2, \quad \frac{3x+1+1-(3x+1)^2}{(3x+1)^2} = 0,$$

$$(3x+1)^2 \neq 0, \quad 3x+1 \neq 0, \quad 3x \neq -1, \quad x \neq -\frac{1}{3},$$

$$3x+1+1-2(9x^2+6x+1) = 0, \quad 3x+2-18x^2-12x-2 = 0, \quad -18x^2-9x = 0,$$

$$-9x(2x+1) = 0, \quad x = 0, \quad x = -\frac{1}{2}.$$

$$7. \text{ Пусть } x - \text{первоначальная скорость автомобиля, тогда } \frac{300}{x} \text{ ч} - \text{время дви-}$$

$$\text{жения из А в В, } (x+12) - \text{скорость автомобиля из В в А. } \frac{300}{x+12} \text{ ч} - \text{время}$$

движения из В в А, а по условию на 50 мин меньше. Составим уравнение:

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+12} = \frac{5}{6}, \quad \frac{60}{x} - \frac{60}{x+12} = \frac{1}{6}, \quad \frac{6 \cdot 60(x+12) - 6 \cdot 60x - x(x+12)}{6x(x+12)} = 0,$$

$$6x(x+12) \neq 0, \quad x \neq 0, \quad x \neq -12,$$

$$360x + 4320 - 360x - x^2 - 12x = 0, \quad x^2 + 12x - 4320 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 4320}}{1} = -6 \pm 66, \quad x_1 = -72, \quad x_2 = 60.$$

Так как скорость не может быть меньше нуля, значит, первоначальная скорость автомобиля равна 60 км/ч.

$$8. \quad 2x^2 - 9x - 12 = 0, \quad x_1 + x_2 = \frac{9}{2}, \quad x_1 x_2 = -\frac{12}{6} = -6,$$

$$a) \quad x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -6 \cdot \frac{9}{2} = -27,$$

$$б) \quad \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2}.$$

$$\text{Найдем } x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2, \quad x_1 + x_2 = \frac{9}{2}, \quad (x_1 + x_2)^2 = \frac{81}{4} - 2 \cdot (-6) = \frac{81}{4} + 12 = 20,25 + 12 = 32,25,$$

$$\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2} = \frac{32,25}{-6} = -5\frac{3}{8},$$

$$в) \quad x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2) = \\ = \frac{9}{2}(32,25 + 6) = \frac{9}{2} \cdot 38,25 = \frac{9}{2} \cdot 38\frac{1}{4} = \frac{1377}{8}.$$

$$9. \quad x^2 + (p^2 - 3p - 11)x + 6p = 0, \quad x_1 + x_2 = 1, \quad p^2 - 3p - 11 = -1, \quad p^2 - 3p - 10 = 0,$$

$$p_1 + p_2 = 3, \quad p_1 p_2 = -10, \quad p_1 = 5, \quad p_2 = -2,$$

$$\text{при } p_1 = 5: \quad x^2 - x + 30 = 0, \quad D = 1 - 120 = -119, \quad D < 0 \text{ корней нет,}$$

$$\text{при } p_2 = -2: \quad x^2 - x - 12 = 0, \quad x_1 + x_2 = 1, \quad x_1 = 4, \quad x_1 x_2 = -12, \quad x_2 = -3.$$

$$10. \quad x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5}, \quad x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 3x - 5, \quad x^2 - x - 6 = 0, \quad x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -6, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -2;$$

$$\text{при } x_1 = 3: \quad x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5},$$

$$\text{при } x_2 = -2: \quad x - 1 \neq \sqrt{2x^2 - 3x - 5}.$$

Вариант № 2.

$$1. \frac{x^2 + 9x + 8}{3x^2 + 8x + 5} = 0, \quad x^2 + 9x + 8 = 0, \quad x_1 + x_2 = -9, \quad x_1 = -1, \quad x_1 x_2 = 8, \quad x_2 = -8,$$

$$3x^2 + 8x + 5 = 0, \quad 3 \cdot -8 + 5 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{5}{3},$$

$$\frac{x^2 + 9x + 8}{3x^2 + 8x + 5} = \frac{(x+1)(x+8)}{3(x+1)\left(x+\frac{5}{3}\right)} = \frac{x+8}{3x+5}.$$

$$2. x(x+3) - 4(x-5) = 7(x+4) - 8, \quad x^2 + 3x - 4x + 20 - 7x - 28 + 8 = 0, \\ x^2 - 8x = 0, \quad x(x-8) = 0, \quad x = 0, \quad x = 8.$$

$$3. 5p^2 + 8 = 8p^2 - 19, \quad -3p^2 = -27, \quad p^2 = 9, \quad p = \pm 3.$$

$$4. 2x^4 - 9x^2 + 4 = 0, \text{ пусть } x^2 = y, \text{ тогда } 2y^2 - 9y + 4 = 0, \quad D = 81 - 32 = 49, \\ y_1 = \frac{9+7}{4} = 4, \quad y_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2}, \quad x^2 = 4, \quad x = \pm 2, \quad x^2 = \frac{1}{2}, \quad x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$5. x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0, \quad D = 4k^2 - 4(2k+3) = 4k^2 - 8k - 12, \quad D = 0, \\ 4k^2 - 8k - 12 = 0, \quad k^2 - 2k - 3 = 0, \quad k_1 + k_2 = 2, \quad k_1 k_2 = -3, \quad k_1 = 3, \quad k_2 = -1.$$

$$6. \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4, \quad \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{(2x-1)^2} = 4, \quad \frac{2x-1-13+4-4(2x-1)^2}{(2x-1)^2} = 0, \\ (2x-1)^2 \neq 0, \quad 2x-1 \neq 0, \quad 2x \neq 1, \quad x \neq \frac{1}{2},$$

$$16x^2 - 5x + 1 = 0, \quad D = 25 - 64 = -39, \quad D < 0, \text{ корней нет.}$$

7. Пусть x – скорость автобуса по старому расписанию, тогда $(x+10)$ – скорость движения автобуса по старому расписанию, $\frac{325}{x}$ ч – время движения

автобуса по старому расписанию, $\frac{325}{x+10}$ ч – время движения автобуса по

новому расписанию, а по условию на 40 мин меньше. Составим уравнение:

$$\frac{325}{x} - \frac{325}{x+10} = \frac{2}{3}, \quad \frac{3 \cdot 325(x+10) - 3 \cdot 325x - 2x(x+10)}{3x(x+10)} = 0,$$

$$3x(x+10) \neq 0, \quad x \neq 0, \quad x \neq -10,$$

$$975x + 9750 - 975x - 2x^2 - 20x = 0, \quad 2x^2 + 20x - 9750 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 19500}}{2} = \frac{-10 \pm 140}{2}, \quad x_1 = -75, \quad x_2 = 65.$$

Так как скорость не может быть меньше нуля, значит, скорость автобуса по старому расписанию равна 65 км/ч, а по новому – 75 км/ч.

$$8. 3x^2 - 4x - 1 = 0, \quad x_1 + x_2 = \frac{4}{3}, \quad x_1 x_2 = -\frac{1}{3},$$

$$a) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{4}{9},$$

$$б) \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2}.$$

$$\text{Найдем } x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2, \quad x_1 + x_2 = \frac{4}{3}, \quad (x_1 + x_2)^2 = \frac{16}{9}, \quad x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = \frac{16}{9},$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{16}{9} - 2x_1 x_2 = \frac{16}{9} - 2\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{16}{9} + \frac{6}{9} = \frac{22}{9}, \quad \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{22}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{22}{3},$$

$$в) x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2) = \\ = \frac{4}{3} \left(\frac{22}{9} + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3} \cdot \frac{22+3}{9} = \frac{100}{27}.$$

$$9. x^2 + (4p-1) + (p^2 - p + 8) = 0, \quad x_1 x_2 = 10, \quad p^2 - p + 8 = 10, \quad p^2 - p - 2 = 0, \\ p_1 + p_2 = 1, \quad p_1 p_2 = -2, \quad p_1 = 2, \quad p_2 = -1,$$

$$\text{при } p_1 = 2: x^2 + 7x + 10 = 0, \quad x_1 + x_2 = -7, \quad x_1 = -2, \quad x_1 x_2 = 10, \quad x_2 = -5,$$

$$\text{при } p_2 = -1: x^2 - 5x + 10 = 0, \quad D = 25 - 40 = -15, \quad D < 0 \text{ корней нет.}$$

$$10. x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5}, \quad x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 3x - 5, \quad x^2 - x - 6 = 0, \quad x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -6, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -2;$$

$$\text{при } x_1 = 3: x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5},$$

$$\text{при } x_2 = -2: x - 1 \neq \sqrt{2x^2 - 3x - 5}.$$

§ 26. Множество рациональных чисел

№ 1034.

- а)
- $-8 \in \mathbb{Z}$
- ; б)
- $-12 \in \mathbb{Q}$
- ; в)
- $79 \in \mathbb{N}$
- ; г)
- $15 \in \mathbb{Z}$
- .

№ 1035.

- а)
- $-10 \notin \mathbb{N}$
- ; б)
- $-5,7 \notin \mathbb{Z}$
- ; в)
- $0 \notin \mathbb{N}$
- ; г)
- $\frac{2}{13} \notin \mathbb{Z}$
- .

№ 1036.

- а)
- $12 \in \mathbb{N}$
- верно; б)
- $-3 \notin \mathbb{Q}$
- верно; в)
- $\sqrt{5} \in \mathbb{Z}$
- неверно; г)
- $0 \in \mathbb{N}$
- неверно.

№ 1037.

- а)
- $37 \notin \mathbb{Z}$
- неверно; б)
- $-5 \notin \mathbb{N}$
- верно; в)
- $\frac{5}{12} \notin \mathbb{N}$
- верно; г)
- $\frac{3}{8} \notin \mathbb{Q}$
- неверно.

№ 1038.

- а)
- $\sqrt{3} \in \mathbb{Z}$
- неверно; б)
- $\sqrt{8} \notin \mathbb{N}$
- верно; в)
- $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
- неверно; г)
- $\sqrt{6} \notin \mathbb{Z}$
- верно.

№ 1039.

- а) верно; б) неверно; в) верно; г) неверно.

№ 1040.

- а) верно; б) верно; в) неверно; г) неверно.

№ 1041.

- а) верно; б) неверно; в) верно; г) неверно.

№ 1042.

- а) верно; б) неверно; в) верно; г) неверно.

№ 1043.

- а) верно; б) верно; в) неверно; г) верно.

№ 1044.

- а)
- -1
- ; б)
- $-0,5$
- ; в)
- $-1,15$
- ; г)
- 5
- .

№ 1045.

- а) обратное:
- $\frac{1}{3}$
- ; противоположное:
- -3
- ; б) обратное:
- $\frac{1}{12}$
- ; противоположное:
- 12
- ;

- в) обратное:
- $\frac{1}{8}$
- ; противоположное:
- -8
- ; г) обратное:
- $-\frac{1}{7}$
- ; противоположное:
- 7
- .

№ 1046.

- а) обратное:
- 3
- ; противоположное:
- $-\frac{1}{3}$
- ; б) обратное:
- $-\frac{7}{2}$
- ; противоположное:
- $\frac{2}{7}$
- ;

в) обратное: $\frac{6}{5}$; противоположное: $-\frac{5}{6}$; г) обратное: $-\frac{9}{4}$; противоположное: $\frac{4}{9}$.

№ 1047.

а) 1; 2; 3; б) -1; -2; -3; в) -1; 0; 1; г) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$.

№ 1048.

а) 1; 2; 3; б) 1; 2; 3; в) -1; 0; 1; г) 1; 2; 3.

№ 1049.

а) $\frac{3}{11} = 0,(27)$; б) $\frac{8}{33} = 0,(24)$; в) $\frac{5}{99} = 0,(05)$; г) $\frac{2}{15} = 0,1(3)$.

№ 1050.

а) $\frac{29}{6} = 4,(6)$; б) $\frac{34}{9} = 3,(7)$; в) $\frac{53}{12} = 4,41(6)$; г) $\frac{78}{11} = 7,(09)$.

№ 1051.

а) $6,335 = 6,335(0)$; б) $0,48 = 0,48(0)$; в) $7,31 = 7,31(0)$; г) $91,856 = 91,856(0)$.

№ 1052.

а) $1 = 1,(0)$; б) $35 = 35,(0)$; в) $108 = 108,(0)$; г) $572 = 572,(0)$.

№ 1054.

а) $1,6(1)$, $x = 1,6(1)$, $10x = 16,(1)$, $9x = 16,(1) - 1,6(1) = 14,5$, $x = \frac{145}{90} = 1\frac{11}{18}$;

б) $2,03(5)$, $x = 2,03(5)$, $10x = 20,35(5)$, $9x = 387,3$, $x = \frac{1832}{900} = 2\frac{8}{225}$;

в) $3,9(12)$, $x = 3,9(12)$, $100x = 391,2(12)$, $99x = 387,3$, $x = \frac{3873}{990} = 3\frac{301}{330}$;

г) $0,7(72)$, $x = 0,7(72)$, $100x = 77,2(72)$, $99x = 76,5$, $x = \frac{765}{990} = \frac{17}{22}$.

№ 1055.

а) 3; б) $\frac{3}{2}$; в) 7; г) $-\frac{1}{3}$.

№ 1056.

а) 0; б) 1,2; в) -5; г) $\frac{82}{3}$.

№ 1058.

а) обратное: $\frac{20}{7}$; противоположное: -0,35;

б) обратное: $-\frac{25}{28}$; противоположное: 1,12;

в) обратное: $\frac{10}{37}$; противоположное: $-3,7$;

г) обратное: $-\frac{25}{133}$; противоположное: $5,32$.

№ 1059.

а) $\frac{2}{7} = 0, (285714)$;

б) $\frac{12}{35} = 0,3(428571)$;

в) $\frac{17}{23} = 0, (7391304347826086956521)$;

г) $\frac{13}{14} = 0,9(285714)$.

№ 1060.

а) $1,52(3)$, $x = 1,52(3)$, $10x = 15,23(3)$, $9x = 13,71$, $x = \frac{1371}{900} = 1\frac{157}{300}$;

б) $3,47(2)$, $x = 3,47(2)$, $10x = 34,72(2)$, $9x = 31,25$, $x = 3\frac{17}{35}$;

в) $6,12(8)$, $x = 6,12(8)$, $10x = 61,28(8)$, $9x = 55,16$, $x = 6\frac{29}{225}$;

г) $4,15(7)$, $x = 4,15(7)$, $10x = 41,57(7)$, $9x = 37,42$, $x = 4\frac{71}{450}$.

§ 27. Иррациональные числа

№ 1062.

а) $\sqrt{9} = 3$;

б) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ – иррациональное число;

в) $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ – иррациональное число;

г) $\sqrt{25} = 5$.

№ 1063.

а) $6,1 < \sqrt{38} < 6,2$ – верно;

б) $10,5 < \sqrt{111} < 10,6$ – верно;

в) $4,4 < \sqrt{20} < 4,5$ – верно;

г) $21,5 < \sqrt{463} < 21,6$ – верно.

№ 1064. $2 < \sqrt{7} < 3$.

№ 1065. $4 < \sqrt{20} < 5$, $4 < \sqrt{21} < 5$, $4 < \sqrt{22} < 5$.

№ 1066.

а) $\sqrt{7} < 3$, т.к. $7 < 9$;

б) $\sqrt{17,3} > 4$, т.к. $17,3 > 16$;

в) $\sqrt{5} > 2$, т.к. $5 > 4$;

г) $\sqrt{10} > 3,16$, т.к. $10 > 9,9856$.

№ 1068.

а) $(6 + \sqrt{2}) + (6 - \sqrt{2}) = 12$ – рациональное число;

б) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$ – рациональное число;

в) $(3 + 2\sqrt{5}) + (3 - \sqrt{20}) = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6$ – рациональное число;

г) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3}) = 7 - 3 = 4$ – рациональное число.

№ 1069. $\sqrt{7} + (-\sqrt{7}) = 0$ – рациональное число.

№ 1070. $\sqrt{11} + \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$ – иррациональное число.

№ 1071. $\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 13$ – рациональное число.

№ 1072. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{21}$ – иррациональное число.

№ 1073. Неверно.

№ 1074.

а) $\sqrt{16} = 4$; б) $\sqrt{20,25} = 4,5$; в) $\sqrt{2} = 1,4142135\dots$; г) $\sqrt{\frac{1}{9}} = 0,3333\dots$

№ 1075.

а) $5 + \sqrt{3}$ – иррациональное число, т.к. сложили рациональное и иррациональное числа;

б) $7 - \sqrt{2}$ – иррациональное число, т.к. из рационального числа вычли иррациональное;

в) $1 + \sqrt{8}$ – иррациональное число, т.к. сложили рациональное и иррациональное числа;

г) $3 - \sqrt{5}$ – иррациональное число, т.к. из рационального вычли иррациональное число.

№ 1076.

Пусть сумма рационального и иррационального чисел – рациональное число, т.е. $5 + \sqrt{3} = r$, тогда $\sqrt{3} = r - 5$ – рациональное число. Получается, что $\sqrt{3}$ – рациональное число, а это неверно, значит, сделанное предположение тоже неверно.

№ 1077.

Пусть произведение рационального и иррационального чисел – рациональное число, т.е. $5\sqrt{3} = r$, тогда $\sqrt{3} = \frac{r}{5}$ – рациональное число. Получается, что $\sqrt{3}$ – рациональное число, а это неверно, значит, сделанное предположение тоже неверно.

№ 1078.

а) $r + \alpha$ – иррациональное число;

б) α^2 – рациональное число;

в) 2α – иррациональное число;

г) $r^2 - \alpha^2$ – рациональное число.

№ 1079.

а) $\frac{1}{3+2\sqrt{2}} + \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{6}{9-8} = 6$ – рациональное число;

$$б) \frac{2}{5+2\sqrt{6}} + \frac{2}{5-2\sqrt{6}} - 3\sqrt{6} = \frac{10-4\sqrt{6}+10+4\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} - 3\sqrt{6} = \frac{20}{1} - 3\sqrt{6} = 20 - 3\sqrt{6} -$$

иррациональное число;

$$в) \frac{3}{3\sqrt{2}-4} + \frac{3}{3\sqrt{2}+4} = \frac{9\sqrt{2}+12+9\sqrt{2}-12}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} = \frac{18\sqrt{2}}{18-16} = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2} - \text{иррацио-}$$

нальное число;

$$г) \frac{7}{2\sqrt{5}-3} - \frac{4}{2\sqrt{5}+3} - 2\sqrt{5} = \frac{14\sqrt{5}+21+8\sqrt{5}-12-2\sqrt{5}(20-9)}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)} = \frac{9}{11} - \text{рациональ-}$$

ное число.

№ 1080.

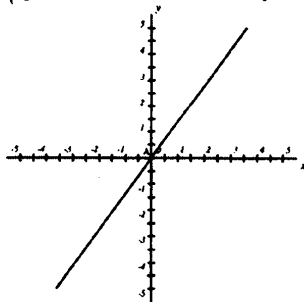
$$а) \sqrt{24} + 4\sqrt{6} - \sqrt{600} = 2\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 10\sqrt{6} = -4\sqrt{6} - \text{иррациональное число};$$

$$б) 15 + \frac{2\sqrt{5}}{3} + \frac{3+\sqrt{45}}{2} - \sqrt{20} = \frac{90+4\sqrt{5}+9+3\sqrt{45}-6\sqrt{20}}{6} = \\ = \frac{99+4\sqrt{5}+9\sqrt{5}-12\sqrt{5}}{6} = \frac{99+\sqrt{5}}{6} - \text{иррациональное число};$$

$$в) 14 + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} + \sqrt{81} = 14 + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 9 = 23 - \sqrt{3} - \text{иррациональное число};$$

$$г) \sqrt{8} + \frac{\sqrt{32}}{2} - \frac{\sqrt{128}}{4} + 2 - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} = 2 - \text{рациональное число}.$$

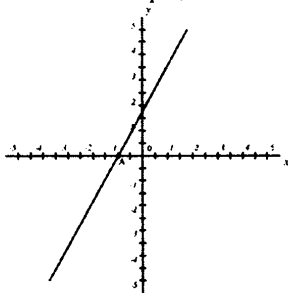
№ 1081. $y = \sqrt{2}x$. Только при умножении на 0 произведение иррационального и рационального чисел получается равным рациональному числу, т.е. 0.



№ 1082.

$y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$; если $x = -1$, то $y = \sqrt{3} \cdot (-1) + \sqrt{3} = 0$. Сумма противоположных

чисел равна нулю только в одном случае, когда сумма двух иррациональных чисел является рациональным числом.



§ 28. Множество действительных чисел

№ 1083.

- а) 83; 94; 1; б) $\sqrt{2}$; $\sqrt{17}$; $\sqrt{26}$; в) -18; -5; 734; г) -6,2; $\sqrt{12}$; 25.

№ 1084.

- а) $\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{8}$; 6; б) -18; 19; 34;
в) $\sqrt{17}$; $\sqrt{15}$; $\sqrt{19}$; г) нет таких чисел.

№ 1085. Потому что на координатной прямой есть точки с иррациональными координатами. Нужно добавить иррациональные числа.

№ 1086.

- а) $7,5 > 7,498$; б) $3,1416 > 3,141509$; в) $54,46 < 54,64$; г) $1,2112 < 1,2121$.

№ 1088.

- а) $5,8 > \frac{22}{7}$; б) $4,2 < \frac{27}{5}$; в) $2,5 < \frac{19}{3}$; г) $0,1 < \frac{3}{2}$.

№ 1090.

- а) $x - y = 3 > 0$, $x > y$; б) $x - y = -0,001 < 0$, $x < y$;
в) $x - y = \sqrt{7} > 0$, $x > y$; г) $x - y = -\sqrt{3} < 0$, $x < y$.

№ 1091.

- а) нет; б) да; в) нет; г) нет.

№ 1092.

- а) при $a = 2$; $2(2+2) > (2-3)(2+2)$;
б) при $a = \sqrt{3}$; $\sqrt{3}(\sqrt{3}+2) > (\sqrt{3}-3)(\sqrt{3}+2)$;

в) при $a = 3,23$; $3,23(3,23+2) > (3,23-3)(3,23+2)$, $3,23 > 3,23-3$;

г) при $a = -\sqrt{5}$; $-\sqrt{5}(-\sqrt{5}+2) < (-\sqrt{5}-3)(-\sqrt{5}+2)$.

№ 1093.

а) $x = y - 5$, $x - y = -5$, $x < y$;

б) $x + 1 = 2y$, $y > 1$, $x = 2y - 1$ $x - y = 2y - 1 - y = y - 1 > 0$, $x > y$;

в) $y + 3 = x + 2\sqrt{2}$, $x - y = 3 - 2\sqrt{2} > 0$, $x > y$;

г) $y - x = 1 + y^2 > 0$, $y > x$, $x < y$.

№ 1094.

а) если m и n – числа одного знака, то $mn > 0$, $\frac{m}{n} > 0$;

б) если m и n – числа разных знаков, то $mn < 0$, $\frac{m}{n} < 0$.

№ 1095. Если $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, $d < 0$, то:

а) $abcd > 0$; б) $\frac{abd}{c} > 0$; в) $\frac{ac}{bd} > 0$; г) $a^2b^3c^4d^5 < 0$.

№ 1096.

а) $A(1,3)$;

б) $B(\pi)$.

№ 1097.

а) $C\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; б) $D(\sqrt{8})$.

№ 1098.

а) $0; \frac{13}{6}; \sqrt{5}$; б) $3; 3,1;\pi$; в) $0,3; 0,5; \frac{\pi}{6}$; г) $-3,2; -\sqrt{10}; -1$.

№ 1100. $p \neq 0$, $q \neq 0$:

а) $pq > 0$: $p > 0$, $q > 0$ или $p < 0$, $q < 0$;

б) $p^2q < 0$: p – любое число, $q < 0$;

в) $\frac{p}{q^2} > 0$: q – любое число, $p > 0$;

г) $\frac{p}{q} < 0$: $p > 0$, $q < 0$ или $p < 0$, $q > 0$.

№ 1101. Если $a > 2$, то:

а) $3a - 6 > 0$; б) $\frac{a-2}{a-1} > 0$; в) $\frac{-5}{2-a} > 0$; г) $(a-2)(1-a) < 0$.

№ 1103.

а) при $s < 1$; $(s-1)(s-4) > 0$;

б) при $s > 4$; $(s-4)(s-1) > 0$;

в) при $1 < s < 4$; $(s-4)(s-1) < 0$;

г) при $(s-1)(s-4) > 0$.

№ 1104.

а) $K(-2), L(-\sqrt{3}), M\left(-\frac{\pi}{2}\right);$

б) $K\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right), L(1), M(\sqrt{3});$

в) $K(\sqrt{5}), L\left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right), M(2,5);$

г) $K(\sqrt{20}), L(4,5), M\left(\frac{3\pi}{2}\right).$

§ 29. Модуль действительного числа

№ 1105.

а) $|6| = 6;$ б) $|-2| = -(-2) = 2;$ в) $|-4| = -(-4) = 4;$ г) $|25| = 25.$

№ 1107.

а) $|\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1;$

б) $|\sqrt{3} - 5| = -(\sqrt{3} - 5) = 5 - \sqrt{3};$

в) $|\sqrt{8} - 4| = -(\sqrt{8} - 4) = 4 - \sqrt{8};$

г) $|\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2.$

№ 1108.

а) $|9|^2 = 9^2 = 81;$ б) $|-2|^2 = (-2)^2 = 4;$ в) $|-5|^2 = (-5)^2 = 25;$ г) $|8|^2 = 8^2 = 64.$

№ 1109.

а) $|3| = |-3|$ — верно;

б) $-|2| = |2|$ — неверно;

в) $|-7| = |7|$ — верно;

г) $|-10| = -|10|$ — неверно.

№ 1110.

а) $|a| + 3 = |7| + 3 = 7 + 3 = 10;$

б) $|b| - 2,5 = |-\sqrt{3}| - 2,5 = \sqrt{3} - 2,5;$

в) $|b| - 2 = |0| - 2 = -2;$

г) $|d| + 1 = |\sqrt{2} - 1| + 1 = \sqrt{2} - 1 + 1 = \sqrt{2}.$

№ 1112.

а) $\frac{|a| - |b|^2}{c} = \frac{|-3| - |-2|^2}{-1} = \frac{3 - 4}{-1} = 1;$

б) $\frac{xy^2}{|z|} = \frac{3 \cdot 1^2}{|-3|} = \frac{3}{3} = 1;$

в) $\frac{|r|^2 - |s|}{t} = \frac{|0|^2 - |-16|}{4} = \frac{-16}{4} = -4;$

г) $\frac{u^2 v}{|w|} = \frac{1^2 \cdot 2}{|-3|} = \frac{2}{3}.$

№ 1113. $y = |x|$

а) $y_{\min} = 0; y_{\max} = 1;$ б) $y_{\min} = 0; y_{\max} =$ не существует;

в) $y_{\min} = 2; y_{\max} = 7;$ г) $y_{\min} = 0; y_{\max} =$ не существует.

№ 1114. $y = |x|$

а) $y_{\min} = 0; y_{\max} =$ не существует;

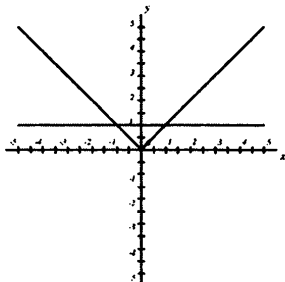
б) $y_{\min} = 0; y_{\max} =$ не существует;

в) $y_{\min} = 0; y_{\max} =$ не существует;

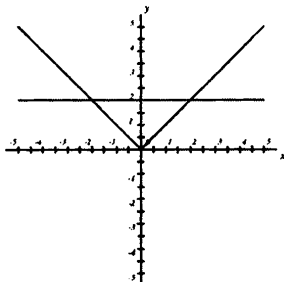
г) $y_{\min} = 0; y_{\max} =$ не существует.

№ 1115.

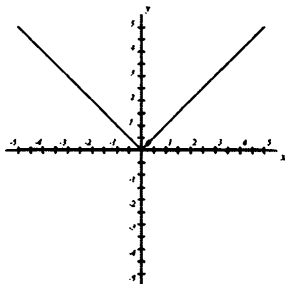
а) $|x|=1$, $y=|x|$, $y=1$;



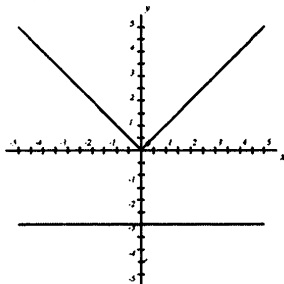
б) $|x|=2$, $y=|x|$, $y=2$;



в) $|x|=0$, $y=|x|$, $y=0$;

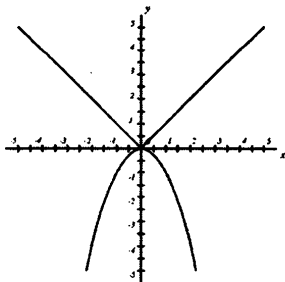


г) $|x|=-3$, $y=|x|$, $y=-3$.

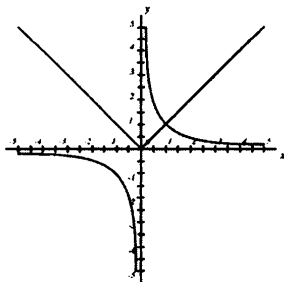


№ 1116.

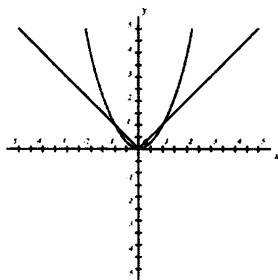
а) $|x|=-x^2$, $y=|x|$, $y=-x^2$;



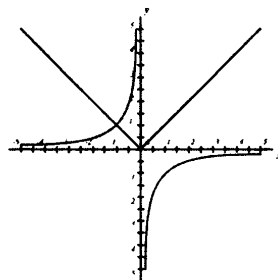
б) $|x|=\frac{1}{x}$, $y=|x|$, $y=\frac{1}{x}$;



в) $|x| = x^2$, $y = |x|$, $y = x^2$;



г) $|x| = -\frac{1}{x}$, $y = |x|$, $y = -\frac{1}{x}$.



№ 1117.

$$y = f(x), \text{ где } f(x) = \begin{cases} |x|, & x < 0 \\ 2x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

а) $f(-2) = 2$, $f(0) = 0$, $f(5) = 50$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$,

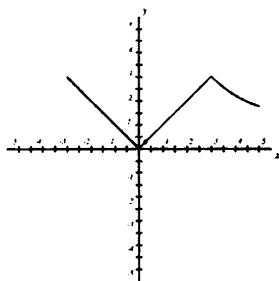
$y = 0$ при $x = 0$, $y > 0$ при $x \neq 0$,

функция убывает при $x \leq 0$, функция возрастает при $x \geq 0$,

функция непрерывна во всей области определения,

функция ограничена снизу,

$y_{\min} = 0$.



№ 1118.

$$y = f(x), \text{ где } f(x) = \begin{cases} |x|, & -3 \leq x \leq 3 \\ \frac{9}{x}, & x > 3 \end{cases}$$

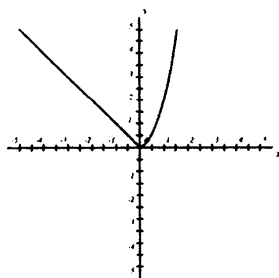
а) $f(-3) = 3$, $f(3) = 3$, $f(4,5) = \frac{9}{4,5} = 2$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $[-3; +\infty)$,

$y = 0$ при $x = 0$,

$y > 0$ при $-3 \leq x < 0$, $x > 0$,



функция убывает при $-3 \leq x \leq 0$, $x \geq 3$, функция возрастает при $0 \leq x \leq 3$,
 функция непрерывна во всей области определения,
 функция ограничена снизу,
 $y_{\min} = 0$.

№ 1119.

$$y = f(x), \text{ где } f(x) = \begin{cases} |x|, & x \geq -1 \\ \frac{2}{x}, & x < -1 \end{cases}$$

а) $f(-3,25) = \frac{2}{-3,25} = -\frac{8}{13},$

$f(-1) = 1, f(0) = 0,$

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty),$

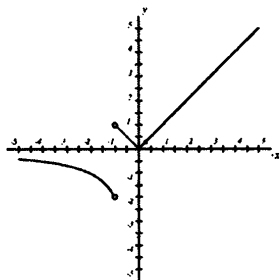
$y = 0$ при $x = 0$, $y < 0$ при $x < -1$, $y > 0$ при $-1 \leq x < 0$, $x > 0$,

функция убывает при $x < -1$, $-1 \leq x \leq 0$, функция возрастает при $x \geq 0$,

функция имеет разрыв при $x = -1$,

функция ограничена снизу,

$y_{\min} = \text{не существует}, y_{\max} = \text{не существует}.$



№ 1120.

а) $|x - \sqrt{3}| = 0$, $x - \sqrt{3} = 0$, $x = \sqrt{3}$; б) $|x + 7| = 0$, $x + 7 = 0$, $x = -7$;

в) $|x + \sqrt{5}| = 0$, $x + \sqrt{5} = 0$, $x = -\sqrt{5}$; г) $|x - 6| = 0$, $x - 6 = 0$, $x = 6$.

№ 1123.

а) $|x + 2,5| = 1$, $x + 2,5 = 1$, $x = -1,5$ или $x + 2,5 = -1$, $x = -3,5$;

б) $|x - 1,5| = 3,5$, $x - 1,5 = 3,5$, $x = 5$ или $x - 1,5 = -3,5$, $x = -2$;

в) $|x + 0,75| = 3,75$, $x + 0,75 = 3,75$, $x = 3$ или $x + 0,75 = -3,75$, $x = -4,5$;

г) $|x - \frac{2}{3}| = \frac{1}{3}$, $x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, $x = 1$ или $x - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{3}$.

№ 1124.

а) при $x - 3 \geq 0$; $\sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = x-3$;

б) при $x - 3 < 0$; $\sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = -(x-3) = 3-x$.

№ 1125.

а) при $x+5 > 0$; $\sqrt{(x+5)^2} = |x+5| = x+5$;

б) при $x+5 \leq 0$; $\sqrt{(x+5)^2} = |x+5| = -(x+5) = -x-5$.

№ 1126.

а) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| = -(1-\sqrt{3}) = \sqrt{3}-1$;

б) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = |\sqrt{5}-3| = -(\sqrt{5}-3) = 3-\sqrt{5}$;

г) $\sqrt{(3-\sqrt{6})^2} = |3-\sqrt{6}| = 3-\sqrt{6}$.

№ 1127.

а) $\sqrt{(4-2\sqrt{5})^2} = |4-2\sqrt{5}| = -(4-2\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}-4$;

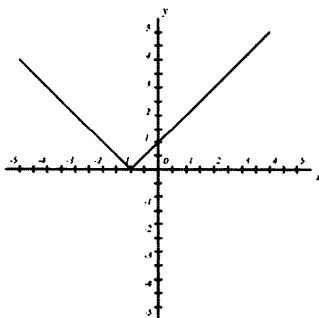
б) $\sqrt{(6-3\sqrt{6})^2} = |6-3\sqrt{6}| = -(6-3\sqrt{6}) = 3\sqrt{6}-6$;

в) $\sqrt{(\pi-3)^2} = |\pi-3| = \pi-3$;

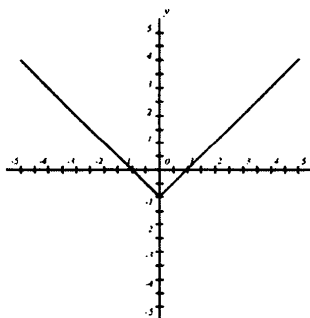
г) $\sqrt{(4-\pi)^2} = |4-\pi| = 4-\pi$.

№ 1128.

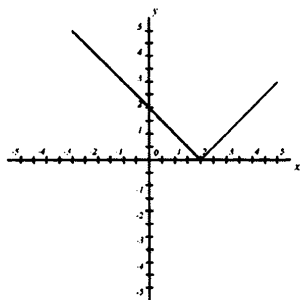
а) $y = |x+1|$;



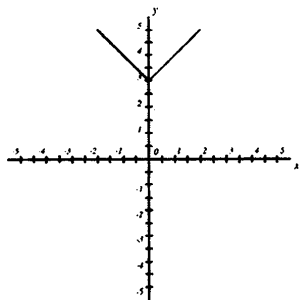
б) $y = |x|-1$;



в) $y = |x - 2|$;

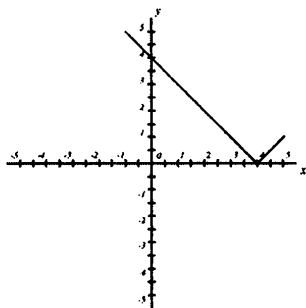


г) $y = |x| + 3$.

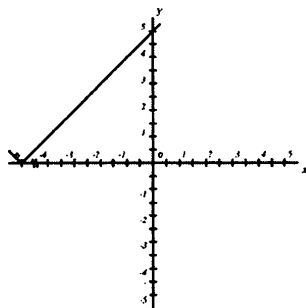


№ 1129.

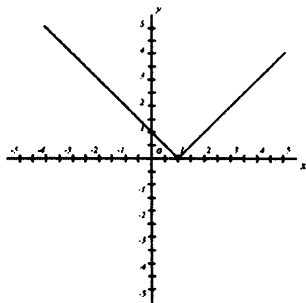
а) $y = \sqrt{(x-4)^2}$, $y = |x-4|$;



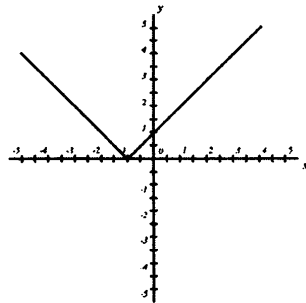
б) $y = \sqrt{(x+6)^2}$, $y = |x+6|$;



в) $y = \sqrt{(x-1)^2}$, $y = |x-1|$;

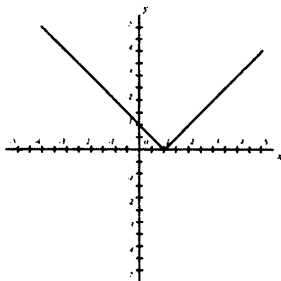


г) $y = \sqrt{(x+1)^2}$, $y = |x+1|$.

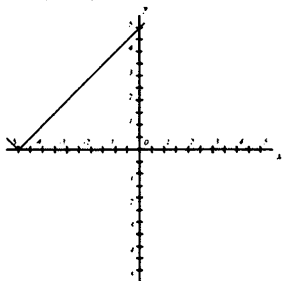


№ 1130.

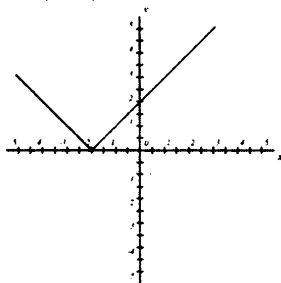
а) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$, $y = \sqrt{(x-1)^2}$,
 $y = |x-1|$



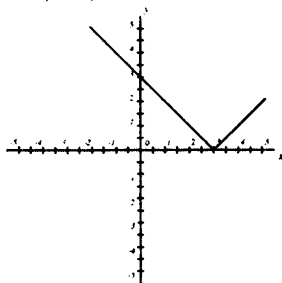
б) $y = \sqrt{x^2 + 10x + 25}$, $y = \sqrt{(x+5)^2}$,
 $y = |x+5|$



в) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$, $y = \sqrt{(x+2)^2}$,
 $y = |x+2|$



г) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$, $y = \sqrt{(x-3)^2}$,
 $y = |x-3|$



№ 1131.

а) $y_{\min} = y(-2) = |-2+2| = 0$, $y_{\max} = y(0) = |0+2| = 2$;

б) $y_{\min} = y(-2) = 0$, y_{\max} не существует;

в) $y_{\min} = y(-2) = 0$, y_{\max} не существует;

г) $y_{\min} = y(1) = 3$, $y_{\max} = y(4) = 6$.

№ 1133.

а) $|2x-1| = 3$, $2\left|x - \frac{1}{2}\right| = 3$, $2\left|x - \frac{1}{2}\right| = 3$, $\left|x - \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{2}$;

б) $|1+3x| = 2$, $3\left|x + \frac{1}{3}\right| = 2$, $3\left|x + \frac{1}{3}\right| = 2$, $\left|x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right| = \frac{2}{3}$;

$$\text{в)} |2+2x|=6, |2(1+x)|=6, 2|x+1|=6, |x-(-1)|=3;$$

$$\text{г)} |4x+1|=5, \left|4\left(x+\frac{1}{4}\right)\right|=5, 4\left|x+\frac{1}{4}\right|=5, 4\left|x-\left(-\frac{1}{4}\right)\right|=\frac{5}{4}.$$

№ 1135.

$$\text{а)} x^2+5x-\frac{6|x|}{x}=0,$$

$$1. x > 0, x^2+5x-6=0, (x+6)(x-1)=0, x=1, x=-6, \text{т.е. } x=1, \text{т.к. } x > 0,$$

$$2. x < 0, x^2+5x+6=0, (x+3)(x+2)=0, x=-2, x=-3;$$

$$\text{б)} \frac{x^3}{|x|}-7x+12=0$$

$$1. x > 0, x^2-7x+12=0, (x-3)(x-4)=0, x=3, x=4,$$

$$2. x < 0, -x^2-7x+12=0, x=\frac{-7\pm\sqrt{97}}{2}, \text{т.е. } x=\frac{-7-\sqrt{97}}{2}, \text{т.к. } x < 0;$$

$$\text{в)} x^2+\frac{5x^2}{|x|}-6=0$$

$$1. x > 0, x^2+5x-6=0, (x+6)(x-1)=0, x=1, x=-6 \Rightarrow x=1, \text{т.к. } x > 0,$$

$$2. x < 0, x^2-5x-6=0, (x+1)(x-6)=0, x=-1, x=6 \Rightarrow x=-1, \text{т.к. } x < 0;$$

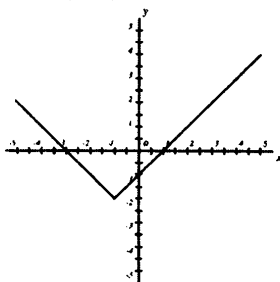
$$\text{г)} x|x|+7x+12=0$$

$$1. x > 0, x^2+7x+12=0 - \text{нет положительных корней},$$

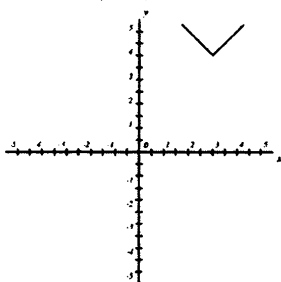
$$2. x < 0, -x^2+7+12=0, x=\frac{7\pm\sqrt{97}}{2}, \text{т.е. } x=\frac{7-\sqrt{97}}{2}, \text{т.к. } x < 0.$$

№ 1136.

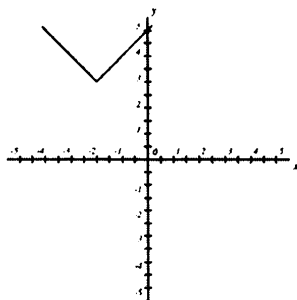
$$\text{а)} y=|x+1|-2;$$



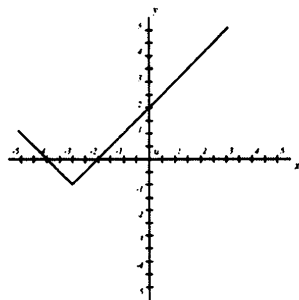
$$\text{б)} y=4+|x-3|;$$



в) $y = |x + 2| + 3$;

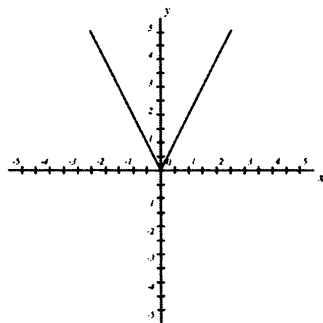


г) $y = |x + 3| - 1$.

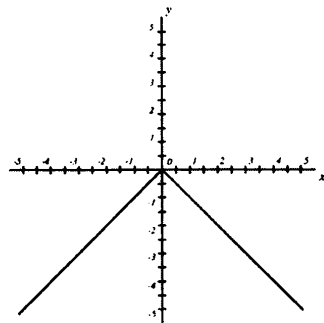


№ 1137.

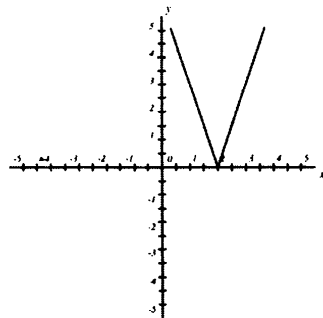
а) $y = 2|x|$;



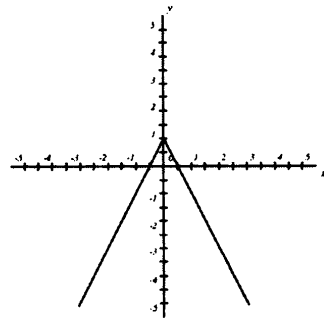
б) $y = -|x|$;



в) $y = 3|x - 2|$;



г) $y = -2|x| + 1$.



№ 1138. $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$, $y = \sqrt{(x+1)^2}$, $y = |x+1|$

а) $y_{\min} = y(-1) = 0$, $y_{\max} = y(2) = 3$;

б) $y_{\min} = y(0) = 1$, $y_{\max} =$ не существует;

в) $y_{\min} = y(-1) = 0$, $y_{\max} =$ не существует;

г) $y_{\min} = y(-1) = 0$, $y_{\max} = y(-5) = 4$.

№ 1141.

а) $f(-4) = |-4+1| = 3$,

$f(0) = |0+1| = 1$, $f(2) = -2^2 + 1 = -3$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $[-4; +\infty)$,

$y > 0$ при $x \in [-4; -1) \cup [-1; 1)$, $y < 0$ при

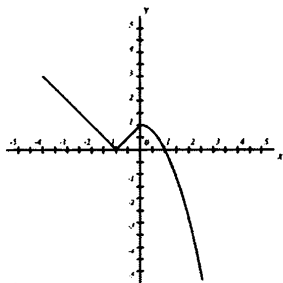
$x \in (1; +\infty)$, $y = 0$ при $x = -1$, $x = 1$,

функция непрерывна во всей области определения,

функция ограничена сверху, но не ограничена снизу,

функция выпукла вверх на луче $[0; +\infty)$,

$y_{\max} = y(-4) = 3$, $y_{\min} =$ не существует.



№ 1142.

а) $f(-5)$ не определено,

$f(0,92) = 1$, $f(2) = 2^2 = 4$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $[-4; 2]$,

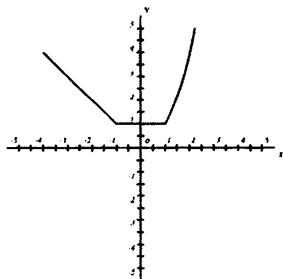
$y > 0$ при $x \in [-4; 2]$,

функция непрерывна,

функция ограничена сверху и снизу,

функция выпукла вниз на отрезке $[1; 2]$,

$y_{\max} = 4$, $y_{\min} = 1$.



№ 1143.

а) $f(-4) = |-4| = 4$, $f(0) = |0| = 0$,

$f(2) = -(2-1)^2 = -1$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$, \sim

$y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1]$, $y < 0$ при

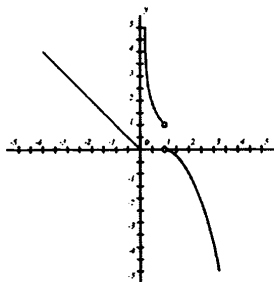
$x \in (1; +\infty)$, $y = 0$ при $x = 0$,

функция имеет разрыв при $x = 0$ и $x = 1$,

функция не ограничена ни сверху, ни снизу,

функция выпукла вниз на луче $(0; 1]$ и выпукла вверх на луче $(1; +\infty)$,

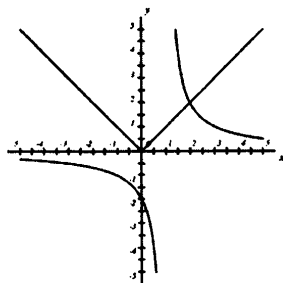
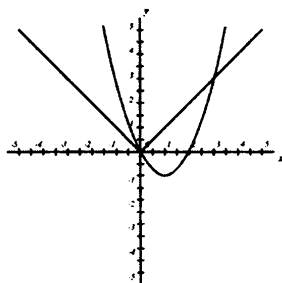
$y_{\max} =$ не существует, $y_{\min} =$ не существует.



№ 1144.

а) $|x| = (x-1)^2 - 1$, $y = |x|$, $y = (x-1)^2 - 1$

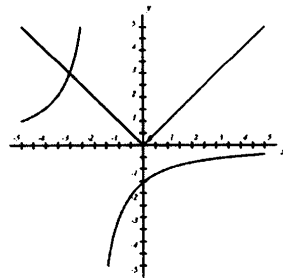
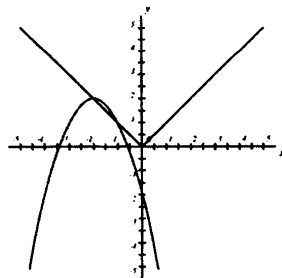
б) $|x| = \frac{2}{x-1}$, $y = |x|$, $y = \frac{2}{x-1}$



в) $|x| = -(x+2)^2 + 2$, $y = |x|$,

г) $|x| = -\frac{3}{x+2}$, $y = |x|$, $y = -\frac{3}{x+2}$

$y = -(x+2)^2 + 2$



№ 1147.

$$\text{а) } 2 + \sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = 2 + \sqrt{5} - |\sqrt{5}-3| = 2 + \sqrt{5} + \sqrt{5} - 3 = 2\sqrt{5} - 1;$$

$$\text{б) } 4 + \sqrt{6} - \sqrt{(\sqrt{6}-2)^2} = 4 + \sqrt{6} - |\sqrt{6}-2| = 4 + \sqrt{6} - \sqrt{6} + 2 = 6;$$

$$\text{в) } \sqrt{(2-\sqrt{7})^2} + \sqrt{7} + 2 = |2-\sqrt{7}| + \sqrt{7} + 2 = \sqrt{7} - 2 + \sqrt{7} + 2 = 2\sqrt{7};$$

$$\text{г) } \sqrt{(\sqrt{10}-4)^2} - \sqrt{10} - 4 = |\sqrt{10}-4| - \sqrt{10} - 4 = 4 - \sqrt{10} - \sqrt{10} - 4 = -2\sqrt{10}.$$

№ 1148.

$$\text{а) } \sqrt{(5-\sqrt{30})^2} + \sqrt{(6-\sqrt{30})^2} = |5-\sqrt{30}| + |6-\sqrt{30}| = \sqrt{30} - 5 + 6 - \sqrt{30} = 1;$$

$$\text{б) } \sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(5-2\sqrt{3})^2} = |4-2\sqrt{3}| - |5-2\sqrt{3}| = 4 - 2\sqrt{3} - 5 + 2\sqrt{3} = -1;$$

$$\text{в) } \sqrt{(6-\sqrt{32})^2} + \sqrt{(4-\sqrt{32})^2} = |6-\sqrt{32}| + |4-\sqrt{32}| = 6 - \sqrt{32} - 4 + \sqrt{32} = 2;$$

$$\text{г) } \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-2\sqrt{2})^2} = |3-2\sqrt{2}| + |2-2\sqrt{2}| = 3 - 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} = 1.$$

№ 1149.

$$\text{а) если } x < 0, \text{ то } \frac{1-x-x+x}{3x(x-1)} = \frac{-x+1}{3x(x-1)} = -\frac{1}{3x};$$

$$\text{б) если } 0 < x < 1, \text{ то } \frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{x+1}{3x(x-1)};$$

$$\text{в) если } x > 1, \text{ то } \frac{x-1+x+x}{3x(x-1)} = \frac{3x-1}{3x(x-1)};$$

$$\text{г) если } \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{4}, \text{ то } \frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{1+x}{3x(x-1)}.$$

№ 1151.

$$\text{а) если } x < -2, \text{ то: } -(x+2) + (x-3) = -x-2+x-3 = 2x-5;$$

$$\text{б) если } -2 < x < 3, \text{ то } (x+2) + (x-3) = 2x-1;$$

$$\text{в) если } x > 3, \text{ то } (x+2) - (x-3) = x+2-x+3 = 5;$$

$$\text{г) если } -7 \leq x \leq -4, \text{ то } -(x+2) + (x-3) = -x-2+x-3 = 2x-5.$$

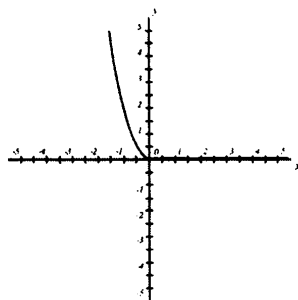
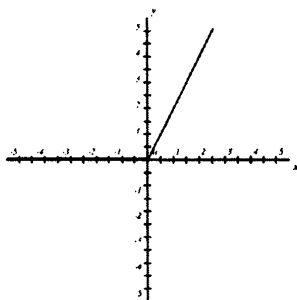
№ 1154.

$$\text{а) } y = \sqrt{x^2} + x = |x| + x:$$

$$\text{б) } y = x^2 - x|x|$$

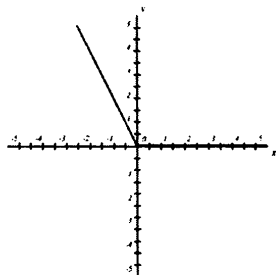
$$y = 2x, \quad x \geq 0 \text{ и } y = 0, \quad x < 0$$

$$y = 0, \quad x \geq 0 \text{ и } y = 2x^2, \quad x < 0$$



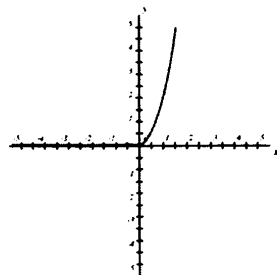
в) $y = \sqrt{x^2} - x$, $y = |x| - x$:

$y = 0$, $x \geq 0$ и $y = -2x$, $x < 0$



г) $y = x^2 + x|x|$:

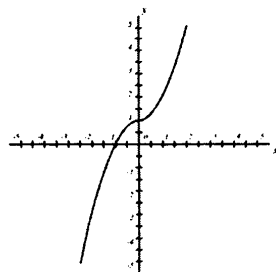
$y = 2x^2$, $x \geq 0$ и $y = 0$, $x < 0$



№ 1155.

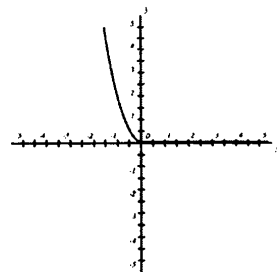
а) $y = x|x| + 1$: $y = x^2 + 1$,

$x \geq 0$ и $y = -x^2 + 1$, $x < 0$



б) $y = x^2 - \frac{x^3}{|x|}$: $y = 0$,

$x > 0$ и $y = 2x^2$, $x < 0$

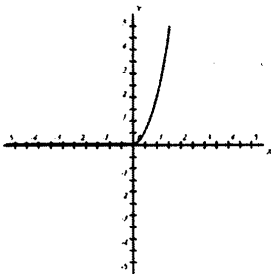
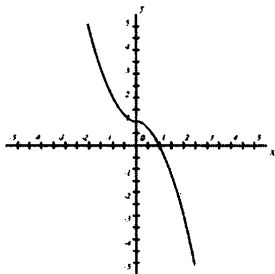


$$в) y = 1 - x|x| : y = 1 - x^2,$$

$$г) y = x^2 + \frac{x^3}{|x|} : y = 2x^2,$$

$$x \geq 0 \text{ и } y = 1 + x^2, x < 0$$

$$x > 0 \text{ и } y = 0, x < 0$$



§ 30. Приближенные значения действительных чисел

№ 1157.

- а) $2,734 \approx 2,7$ – по недостатку, $2,734 \approx 2,8$ – по избытку;
 б) $1,2(5) \approx 1,2$ – по недостатку, $1,2(5) \approx 1,3$ – по избытку;
 в) $3,9(42) \approx 4,0$ – по недостатку, $3,9(42) \approx 3,9$ – по избытку;
 г) $3,9(62) \approx 4,0$ – по недостатку, $3,9(62) \approx 3,9$ – по избытку.

№ 1158.

- а) $\sqrt{6} \approx 2,449 \approx 2,4$ – по недостатку, $\sqrt{6} \approx 2,5$ – по избытку;
 б) $|2 - \sqrt{7}| = \sqrt{7} - 2 \approx 2,645... - 1 \approx 0,6$ – по недостатку,
 $|2 - \sqrt{7}| = \sqrt{7} - 2 \approx 2,645... - 1 \approx 0,7$ – по избытку;
 в) $|12 - \sqrt{3}| = 12 - \sqrt{3} \approx 12 - 1,73 \approx 10,27 \approx 10,2$ – по недостатку,
 $|12 - \sqrt{3}| = 12 - \sqrt{3} \approx 12 - 1,73 \approx 10,27 \approx 10,3$ – по избытку;
 г) $\frac{45}{49} \approx 0,918 \approx 0,9$ – по недостатку, $0,918 \approx 1$ – по избытку.

№ 1162.

- а) $\sqrt{15} \approx 3,8729 \approx 3,872$, $3,8729 \approx 3,873$;
 б) $\sqrt{15} - 6 = 4,3588 - 6 = -1,6412 \approx -1,641$, $-1,6412 \approx -1,642$;

$$\text{в)} 1 - \sqrt{8} = 1 - 2,8284 = -1,8284 \approx -1,828, \quad -1,8284 \approx -1,829;$$

$$\text{г)} \frac{3}{19} \approx 0,1578 \approx 0,157, \quad 0,1578 \approx 0,158.$$

№ 1163.

$$\text{а)} \sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \approx 12,7;$$

$$\text{б)} \sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,7.$$

№ 1165.

$$\text{а)} |\sqrt{2} - 1,4|; \quad \text{б)} |\pi - 3,14|; \quad \text{в)} \left| \frac{\pi}{2} - 1,57 \right|; \quad \text{г)} |\sqrt{3} - 1,73|.$$

№ 1166.

$$\begin{aligned} \text{а)} 0,1\sqrt{200} - 2\sqrt{0,08} + 4\sqrt{0,5} - 0,4\sqrt{50} &= \sqrt{2} - 2\sqrt{0,04 \cdot 2} + 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 0,4\sqrt{25 \cdot 2} = \\ &= \sqrt{2} - 2 \cdot 0,2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 0,4 \cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{2} - 0,4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0,6\sqrt{2} \approx 0,8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} 5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{500} - 0,2\sqrt{3215} &= \sqrt{5} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 0,2 \cdot 25\sqrt{5} = \\ &= \sqrt{5} - \sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \approx 11,2; \end{aligned}$$

$$\text{в)} \sqrt{176} - 2\sqrt{99} - \sqrt{891} + \sqrt{1584} = 4\sqrt{11} - 6\sqrt{11} - 9\sqrt{11} + 12\sqrt{11} = \sqrt{11} \approx 3,3;$$

$$\text{г)} \sqrt{1,25} - \frac{1}{14}\sqrt{245} + \sqrt{180} - \sqrt{80} = 0,5\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \approx 4,5.$$

§ 31. Степень с отрицательным целым показателем

№ 1168.

$$\text{а)} 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3; \quad \text{б)} 13^{-2} = \frac{1}{13^2} = \left(\frac{1}{13}\right)^2; \quad \text{в)} 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2; \quad \text{г)} 27^{-4} = \frac{1}{27^4} = \left(\frac{1}{27}\right)^4$$

№ 1170.

$$\text{а)} (a-b)^{-2} = \frac{1}{(a-b)^2} = \left(\frac{1}{a-b}\right)^2; \quad \text{б)} (c+d)^{-3} = \frac{1}{(c+d)^3} = \left(\frac{1}{c+d}\right)^3;$$

$$\text{в)} (t-s)^{-3} = \frac{1}{(t-s)^3} = \left(\frac{1}{t-s}\right)^3; \quad \text{г)} (k+l)^{-2} = \frac{1}{(k+l)^2} = \left(\frac{1}{k+l}\right)^2.$$

№ 1171.

$$\text{а)} 4 \cdot 2^{-2} = 4 \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{2^2}{2^2} = 1; \quad \text{б)} 6 \cdot 3^{-3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3^3} = 2 \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{2}{9};$$

$$\text{в)} 2 \cdot 5^{-1} = \frac{2}{5} = 0,4;$$

$$\text{г)} 3 \cdot 9^{-2} = 3 \cdot \frac{1}{9^2} = \frac{1}{27}.$$

№ 1172.

$$\text{а)} \frac{d}{c^2} = d \cdot c^{-2}; \quad \text{б)} \frac{b^3}{a^4} = b^3 \cdot a^{-4}; \quad \text{в)} \frac{n}{m} = n \cdot m^{-1}; \quad \text{г)} \frac{p^2}{q^5} = p^2 \cdot q^{-5}.$$

№ 1173.

$$\text{а)} \frac{(t+s)^3}{(t-s)^2} = (t+s)^3 \cdot (t-s)^{-2}; \quad \text{б)} \frac{(k+l)^5}{(p-t)^2} = (k+l)^5 \cdot (p-t)^{-2};$$

$$\text{в)} \frac{(a-b)^2}{c+d} = (a-b)^2 \cdot (c+d)^{-1}; \quad \text{г)} \frac{(m-n)^4}{(m+n)^3} = (m-n)^4 \cdot (m+n)^{-3}.$$

№ 1175.

$$\text{а)} 3 = 3^1, 9 = 3^2, 27 = 3^3, 81 = 3^4, 243 = 3^5,$$

$$\frac{1}{3} = 3^{-1}, \frac{1}{9} = 3^{-2}, \frac{1}{27} = 3^{-3}, \frac{1}{81} = 3^{-4}, \frac{1}{243} = 3^{-5};$$

$$\text{б)} 3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}, 9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, 27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}, 81 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}, 243 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-5},$$

$$\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^1, \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2, \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3, \frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^4, \frac{1}{243} = \left(\frac{1}{3}\right)^5.$$

№ 1176.

$$\text{а)} \frac{1}{36} = 6^{-2}; \quad \text{б)} \frac{1}{343} = 7^{-3}; \quad \text{в)} \frac{1}{625} = 5^{-4}; \quad \text{г)} \frac{1}{1024} = 2^{-10}.$$

№ 1177.

$$\text{а)} 0,1 = 10^{-1}; \quad \text{б)} 0,0001 = 10^{-4}; \quad \text{в)} 0,01 = 10^{-2}; \quad \text{г)} 0,00001 = 10^{-5}.$$

№ 1179.

$$\text{а)} (64 \cdot 4^{-5})^2 = (2^6 \cdot (2^2)^{-5})^2 = (2^6 \cdot 2^{-10})^2 = (2^{-4})^2 = 2^{-8} = \frac{1}{256};$$

$$\text{б)} \frac{5^{-3} \cdot 5^{-1}}{5^{-6}} = \frac{5^{-4}}{5^{-6}} = 5^2 = 25; \quad \text{в)} (128 \cdot 2^{-6})^{-2} = (2^7 \cdot 2^{-6})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4};$$

$$\text{г)} \frac{3^{-9}}{3^{-2} \cdot 3^{-6}} = \frac{3^{-9}}{3^{-8}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

№ 1180.

$$\text{а)} \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot 3^{-2} = \frac{1}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{1}{4} + \frac{3^2}{16} \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{4+1}{16} = \frac{5}{16};$$

$$\text{б)} \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^5 : (3)^{-3} = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5 : \frac{1}{3^3} = \frac{27}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{3^3}{1} = \frac{54-27}{4\sqrt{2}} = \frac{27}{4\sqrt{2}} = \frac{27\sqrt{2}}{8};$$

$$\text{в)} (\sqrt{6})^{-4} + \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 6^{-2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^2 \cdot 2^3 = \frac{1}{36} + \frac{16}{36} = \frac{17}{36};$$

$$\text{г)} \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{6})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2} = \frac{4}{3} \cdot 6 - (\sqrt{5})^2 = 8 - 5 = 3.$$

№ 1182.

$$\text{а)} a^2 \cdot a^{-3} = a^{-1} = \frac{1}{a}; \quad \text{б)} b^4 \cdot b^{-5} = b^{-1} = \frac{1}{b}; \quad \text{в)} d \cdot d^{-2} = d^{-1} = \frac{1}{d}; \quad \text{г)} m^5 \cdot m^{-1} = m^4.$$

№ 1184.

$$\text{а)} 2a^{-2} : \frac{2}{3}a = 2 \cdot \frac{3}{2}a^{-3} = \frac{3}{a^3};$$

$$\text{б)} 1,2x^{-2} : 4x^{-5} = 0,3x^3;$$

$$\text{в)} \frac{4}{7}m^7 : 1\frac{3}{4}m^{-3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7}m^{10} = \frac{16}{49}m^{10};$$

$$\text{г)} 8r^{-5} : \frac{2}{3}r^{-7} = 8 \cdot \frac{3}{2}r^2 = 12r^2.$$

№ 1186.

$$\text{а)} (a^2 - 1) \cdot a^{-1} = \frac{a^2 - 1}{a}; \quad \text{б)} (b - b^3)b^{-2} = \frac{b(1 - b^2)}{b^2} = \frac{1 - b^2}{b};$$

$$\text{в)} (l^3 - l^2) \cdot l^{-2} = l^2(l - 1) \cdot l^{-2} = l - 1;$$

$$\text{г)} (m^5 - m^4) \cdot m^{-5} = m^4(m - 1) \cdot m^{-5} = (m - 1) \cdot m^{-1} = \frac{m - 1}{m}.$$

№ 1188.

$$\text{а)} (b^{-1} + a^{-1})(a + b)^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{a + b} = \frac{a + b}{ab} \cdot \frac{1}{a + b} = \frac{1}{ab};$$

$$\text{б)} (x^{-2} - y^{-2}) : (x - y) = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) \cdot \frac{1}{x - y} = \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{1}{x - y} = -\frac{(x - y)(x + y)}{x^2 y^2 (x - y)} = -\frac{x + y}{x^2 y^2};$$

$$\text{в)} (m^{-2} + n^{-2}) : (m^2 + n^2) = \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}\right) \cdot \frac{1}{m^2 + n^2} = \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2 (m^2 + n^2)} = \frac{1}{m^2 n^2};$$

$$\text{г)} (ab^{-2} + a^{-2}b) \left(\frac{a^{-1}}{b}\right)^{-2} = \left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}\right) \cdot \left(\frac{b}{a^{-1}}\right)^2 = \frac{a^3 + b^3}{a^2 b^2} \cdot \frac{a^2 b^2}{1} = a^3 + b^3.$$

№ 1190.

$$\frac{1}{4}(xa^{-1} - ax^{-1}) \cdot \left(\frac{a^{-1} - x^{-1}}{a^{-1} + x^{-1}} - \frac{a^{-1} + x^{-1}}{a^{-1} - x^{-1}}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x}\right) \cdot \left(\frac{(a^{-1} - x^{-1})^2 - (a^{-1} + x^{-1})^2}{(a^{-1} + x^{-1})(a^{-1} - x^{-1})}\right) =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 - a^2}{ax} \cdot \frac{a^{-2} - 2a^{-1}x^{-1} + x^{-2} - a^{-2} - 2a^{-1}x^{-1} - x^2}{a^{-2} - x^{-2}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 - a^2}{ax} \cdot \frac{-4a^{-1}x^{-1}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2}} =$$

$$= -\frac{x^2 - a^2}{ax} \cdot \frac{a^2 x^2}{ax(x^2 - a^2)} = -1.$$

№ 1192.

$$\left(\frac{y^2(xy^{-1} - 1)^2}{x(1 + x^{-1}y)} \cdot \frac{y^2(x^{-2} + y^{-2})}{x(xy^{-1} + x^{-1}y)} \right) : \frac{1 - x^{-1}y}{xy^{-1} + 1} = \frac{y^2(xy^{-1} - 1)^2}{x(1 + x^{-1}y)} \cdot \frac{y^2(x^{-2} + y^{-2})}{x(xy^{-1} + x^{-1}y)} \cdot \frac{xy^{-1} + 1}{1 - x^{-1}y} =$$

$$= \frac{(y(xy^{-1} - 1))^2}{x(x(1 + x^{-1}y))^2} \cdot \frac{1 + xy^{-1}}{1 - x^{-1}y} = \frac{y(x - y)^2}{x(x + y)^2} \cdot \frac{x(x + y)}{y(x - y)} = \frac{x - y}{x + y}.$$

№ 1193.

$$\left(\left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^4 + 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2+1}} \right)^{-2} = \left(\left(\frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}} \right)^4 + 1 \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2+1}} \right)^2 = \left(\frac{(a-1)^2}{(a+1)^2} + 1 \right) \cdot \frac{a+1}{a^2+1} =$$

$$= \frac{a^2 - 2a + 1 + a^2 + 2a + 1}{(a+1)^2} \cdot \frac{(a+1)}{(a^2+1)} = \frac{2(a^2+1)}{(a+1)(a^2+1)} = \frac{2}{a+1} = \left(\frac{a+1}{2} \right)^{-1} = \left(\sqrt{\frac{a+1}{2}} \right)^{-2}.$$

№ 1196.

а) $(2 + \sqrt{5})^{-2} + (2 - \sqrt{5})^{-2} = \frac{1}{(2 + \sqrt{5})^2} + \frac{1}{(2 - \sqrt{5})^2} = \frac{(2 - \sqrt{5})^2 + (2 + \sqrt{5})^2}{((2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}))^2} =$

$$= \frac{4 + 5 - 4\sqrt{5} + 4 + 5 + 4\sqrt{5}}{(4 - 5)^2} = 18;$$

б) $(\sqrt{2} + 1)^{-2} + (\sqrt{2} - 1)^{-2} = \frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^2} + \frac{1}{(\sqrt{2} - 1)^2} = \frac{(\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2}{((\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1))^2} = \frac{2 + 1 - 2\sqrt{2} + 2 + 1 + 2\sqrt{2}}{(2 - 1)^2} = 6.$

§ 32. Стандартный вид числа

№ 1197.

а) $100 = 10^2$; б) $10000 = 10^4$; в) $1000 = 10^3$; г) $10000000 = 10^7$.

№ 1198.

а) $0,001 = 10^{-3}$; б) $0,1 = 10^{-1}$; в) $0,00001 = 10^{-5}$; г) $0,0001 = 10^{-4}$.

№ 1200.

а) $0,0035 = 3,5 \cdot 10^{-3}$; б) $0,00007 = 7 \cdot 10^{-5}$;

в) $0,00024 = 2,4 \cdot 10^{-4}$; г) $0,91 = 9,1 \cdot 10^{-1}$.

№ 1201.

$$\text{а)} 350 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^4 ; \quad \text{б)} 0,67 \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^2 ;$$

$$\text{в)} 85 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10^5 ; \quad \text{г)} 0,015 \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^0 .$$

№ 1202.

$$\text{а)} 0,73 \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^4 ; \quad \text{б)} 512 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^5 ;$$

$$\text{в)} 0,43 \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^3 ; \quad \text{г)} 3900 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^7 .$$

№ 1203.

$$\text{а)} (0,2 \cdot 10^5)(1,4 \cdot 10^{-2}) = (0,2 \cdot 1,4)(10^5 \cdot 10^{-2}) = 0,28 \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^2 ;$$

$$\text{б)} (2,4 \cdot 10^3)(0,5 \cdot 10^{-3}) = (2,4 \cdot 0,5)(10^3 \cdot 10^{-3}) = 1,2 \cdot 10^0 ;$$

$$\text{в)} (3,7 \cdot 10^{-1})(7 \cdot 10^8) = (3,7 \cdot 7)(10^{-1} \cdot 10^8) = 25,9 \cdot 10^7 = 2,59 \cdot 10 \cdot 10^7 = 2,59 \cdot 10^8 ;$$

$$\text{г)} (5,2 \cdot 10^{14})(3 \cdot 10^{-5}) = (5,2 \cdot 3)(10^{14} \cdot 10^{-5}) = 15,6 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10^{10} .$$

№ 1205.

$$\text{а)} a = (1,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) = (1,4 \cdot 5)(10^{-2} \cdot 10^{-1}) = 7 \cdot 10^{-3} , \quad b = 6 \cdot 10^{-3} , \quad a > b ;$$

$$\text{б)} a = \frac{3,6 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \cdot 10^{-3} , \quad b = 1 \cdot 10^{-3} , \quad a > b ;$$

$$\text{в)} a = (4,2 \cdot 10^5)(2 \cdot 10^2) = (4,2 \cdot 2)(10^5 \cdot 10^2) = 8,4 \cdot 10^7 , \quad b = 70 \cdot 10^7 , \quad a < b ;$$

$$\text{г)} a = \frac{5,4 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^7} = 0,6 \cdot 10^2 = 6 \cdot 10^1 , \quad b = 7 \cdot 10^1 , \quad a < b .$$

Домашняя контрольная работа № 5.

Вариант № 1.

1. $\frac{4}{15} = 0,2(6)$.

2. $a = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}-2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = -\frac{2\sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5} = \sqrt{20}$, $b = 2,5 = \sqrt{6,25}$,
 $a > b$.

3. $\frac{3}{2-\sqrt{3}} - \frac{3}{2+\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{3(2+\sqrt{3})-3(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{6+3\sqrt{3}-6+3\sqrt{3}}{4-3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} =$
 $= 6\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{24\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{4} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$, $\frac{21\sqrt{3}}{4}$ - иррациональное число.

4. $\pi, \sqrt{10}, 3, 2$.

5. $y = f(x)$, $f(x) = \begin{cases} |x|, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$,

а) $f(-5) = 5$, $f(0) = 0$, $f(3) = 9$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$,

$y = 0$ при $x = 0$,

$y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$,

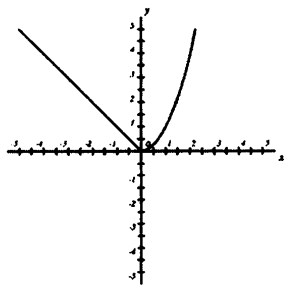
функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена снизу и не ограничена сверху,

функция возрастает при $x \geq 0$,

функция убывает при $x \leq 0$,

y_{\max} - не существует, $y_{\min} = 0$.



6. $|2x-2,5|=3$, $2x-2,5=3$, $2x=5,5$, $x=2\frac{3}{4}$, или $2x-2,5=-3$, $x=-\frac{1}{4}$.

7. $\sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{x^2-8x+16} = \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x-4)^2} = |x-3| + |x-4|$,
 если $3 < x < 4$, то $x-3-x+4=1$.

8. $|4\sqrt{3} + \sqrt{48} - 2\sqrt{75}| = |4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3}| = |-2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} \approx 3,5$.

$$9. (c^{-1} + d^{-1})^{-1} \cdot \left(\frac{2}{d^{-2}} - \frac{2}{c^{-2}} \right) = \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)^{-1} \cdot (2d^2 - 2c^2) = \left(\frac{d+c}{cd} \right)^{-1} \cdot 2(d^2 - c^2) = \\ = \frac{2cd(d-c)(d+c)}{(d+c)} = 2cd(d-c).$$

$$10. 2,345 \cdot 10^2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5} = 10,7026 \cdot 10^{-3} = 1,07026 \cdot 10^{-2}.$$

Вариант № 2.

$$1. 13, (34), \quad x = 13,3434\ldots, \quad 100x = 1334,3434\ldots,$$

$$100x - x = 1334,3434\ldots - 13,3434\ldots, \quad 99x = 1321.$$

$$2. a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} - \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{4\sqrt{2}}{9-8} = 4\sqrt{2} = \sqrt{32},$$

$$b = 5,5 = \sqrt{30,25}, \quad a > b.$$

$$3. \frac{\sqrt{48}}{3} - \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{27}}{4} + \frac{\sqrt{75}}{12} = \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} - \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{5\sqrt{3}}{12} = \\ = \frac{16\sqrt{3}}{12} - \left(\frac{2+\sqrt{3}}{4-3} \right) - \frac{9\sqrt{3}}{12} + \frac{5\sqrt{3}}{12} = \frac{16\sqrt{3}-9\sqrt{3}+5\sqrt{3}}{12} - 2 - \sqrt{3} = \\ = \frac{12\sqrt{3}}{12} - 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} = -2, \quad -2 \in Q.$$

$$4. \frac{\pi}{2}, 1, 6, \sqrt{3}.$$

$$5. y = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} |x|, & -3 \leq x \leq 2 \\ \frac{4}{x}, & x > 2 \end{cases},$$

$$a) f(-4) \text{ не определено, } f(1) = 1, \quad f(8) = \frac{1}{2},$$

б) изобразим график:

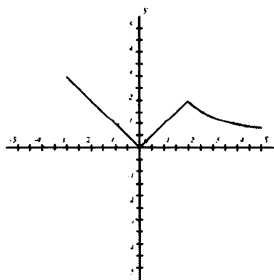
в) О.О.Ф. $[-3; +\infty)$,

$y = 0$ при $x = 0$,

$y > 0$ при $x \in [-3; 0) \cup (0; +\infty)$,

функция непрерывна на всей области определения,

функция ограничена и снизу, и сверху,



функция возрастает при $0 \leq x \leq 2$,

функция убывает при $-3 \leq x \leq 0, x > 2$,

$$y_{\max} = 3, y_{\min} = 0.$$

$$6. |3x + 7,5| = 1,5, \quad 3x + 7,5 = 1,5, \quad 3x = -6, \quad x = -2, \text{ или } 3x + 7,5 = -1,5, \quad x = -3.$$

$$7. \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 12x + 36} = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-6)^2} = |x-1| + |x-6|,$$

если $x < 1$, то $-x+1-x+6 = 7-2x$.

$$8. |2\sqrt{5} - \sqrt{125} + 0,5\sqrt{20}| = |2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5}| = |-2\sqrt{5}| = 2\sqrt{5} \approx 4,5.$$

$$9. (x^{-2} - y^{-2}) \cdot \left(\frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}} \right)^{-2} : (x^2 y^2)^{-1} = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right) (x - y)^2 : (x^2 y^2)^{-1} = \\ = \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{1}{(x - y)^2} : \left(\frac{1}{x^2 y^2} \right) = \frac{x^2 y^2 (y - x)(y + x)}{x^2 y^2 (y - x)^2} = \frac{y + x}{y - x}.$$

$$10. 4,115 \cdot 10^3 \cdot 9,234 \cdot 10^{-6} = 37,998 \cdot 10^{-3} = 3,7998 \cdot 10^{-2}.$$

§ 33. Свойства числовых неравенств

№ 1214.

а) $5,6 > 5,56$; б) $-2,4 < -2,39$; в) $6,79 < 6,8$; г) $-0,1 > -0,11$.

№ 1215.

а) $-\frac{4}{5} < -\frac{2}{7}$; б) $\frac{3}{4} > \frac{5}{9}$; в) $\frac{7}{11} < \frac{9}{13}$; г) $-\frac{6}{17} < -\frac{1}{3}$.

№ 1218.

а) $3,7 + 1,02 < 4,26 + 0,5$; $4,72 < 4,76$; б) $-3,1 + 3,5 > 2,1 - 2,59$; $0,4 > -0,49$;
в) $5,9 - 1,45 < 2,8 + 1,9$; $4,45 < 4,7$; г) $7,31 - 2,33 < 3,11 + 1,88$; $4,98 < 4,99$.

№ 1219.

а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} < 1\frac{1}{5}$; б) $-1\frac{5}{6} < -\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$; в) $2\frac{1}{7} < 1\frac{1}{14} + 1\frac{1}{2}$; г) $-\frac{2}{5} - 2\frac{1}{6} < -2\frac{1}{2}$.

№ 1221.

а) $-\frac{2}{5} \cdot (-45,14) > 0$; б) $-2\frac{1}{4} \cdot 54,235 < 0$; в) $-1,7 : \left(-\frac{12}{91}\right) > 0$; г) $\frac{6}{17} \cdot (-21,489) < 0$.

№ 1222.

а) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{-8+15}{20} > 0$; б) $2,35 - 2\frac{1}{4} = 2,35 - 2,25 > 0$;
в) $\frac{5}{13} - \frac{1}{2} = \frac{10-13}{26} < 0$; г) $-\frac{4}{11} + \frac{3}{7} = \frac{-28+33}{77} > 0$.

№ 1223.

а) $a + b > ab$; б) $m^2 < n$; в) $\frac{k+l}{2} < 3(k-l)$; г) $3p > p^3$.

№ 1224.

а) $t - s > \frac{t}{s}$; б) $(m+n)^2 \leq m - n$; в) $k^2 - l^2 < 2(k+l)$; г) $n(n+1) \geq (n+1)^2$.

№ 1226.

а) $a < b$, $a - 4 < b - 4$; б) $a < b$, $a + 7,3 < b + 7,3$;
в) $a < b$, $a + 1,8 < b + 1,8$; г) $a < b$, $a - 125 < b - 125$.

№ 1228.

а) $5x < 3x$, $5x - 3x < 0$; $2x < 0$, $x < 0$; б) $-4x < 4x$, $4x + 4x > 0$; $8x > 0$, $x > 0$;
в) $9x > 2x$, $9x - 2x > 0$; $7x > 0$, $x > 0$; г) $-45x > -3x$, $45x - 3x < 0$; $42x < 0$, $x < 0$.

№ 1230.

а) $a - 8 > b - 8$, можно;

б) $3a > 3b$, можно;

в) $12 - a > 12 - b$, нельзя;

г) $\frac{a}{7} > \frac{b}{7}$, можно.

№ 1232. $\frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}$.

№ 1234.

а) $5 > 2$ и $-3 < 1$; $5 > 2$ и $3 > -1$; $5 + 3 > 2 - 1$, $8 > 1$;

б) $7,5 < 11,7$ и $-4,7 > -5,8$; $7,5 < 11,7$ и $4,7 < 5,8$;

$7,5 + 4,7 < 11,7 + 5,8$, $12,2 < 17,5$;

в) $0,2 < 3$, и $2,8 > 1,7$; $-0,2 > -3$ и $2,8 > 1,7$; $-0,2 + 2,8 > -3 + 1,7$, $2,6 > -1,3$;

г) $-3,9 > -7,2$ и $6,5 < 14,7$; $3,9 < 7,2$ и $6,5 < 14,7$;

$3,9 + 6,5 < 7,2 + 14,7$, $10,4 < 21,9$

№ 1236. Докажем:

а) $m < 4,5$, $\frac{m}{5} < \frac{4,5}{5}$, $\frac{m}{5} < 0,9$; б) $m < 4,5$, $-\frac{m}{3} > -\frac{4,5}{3}$, $-\frac{m}{3} > -1,5$;

в) $m < 4,5$, $\frac{m}{1,5} < \frac{4,5}{1,5}$, $\frac{m}{1,5} < 3$; г) $m < 4,5$, $-\frac{m}{0,09} > -\frac{4,5}{0,09}$, $-\frac{m}{0,09} > -50$.

№ 1238.

а) $n < -3$, $\frac{n}{7} < -\frac{3}{7}$, $\frac{n}{7} + \frac{2}{7} < -\frac{1}{7}$;

б) $n < -3$, $\frac{n}{6} < -\frac{1}{2}$, $\frac{n}{6} + \frac{2}{9} < -\frac{5}{18}$;

в) $n < -3$, $\frac{n}{2} < -\frac{3}{2}$, $\frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -\frac{3}{2} - \frac{3}{5}$, $\frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -2\frac{1}{10}$;

г) $n < -3$, $-\frac{n}{8} > \frac{3}{8}$, $-\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{3}{8} - \frac{2}{8}$, $-\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$.

№ 1241.

а) если $a > 1$, то $\frac{6}{a} < 6$, верно;

б) если $a < 2$, то $\frac{4}{a} > 2$, неверно;

в) если $a < 5$, то $\frac{15}{a} > 3$, неверно;

г) если $a > 7$, то $\frac{14}{a} < 2$, верно.

№ 1246.

а) $a = 3$, $b = 8$, $a < 5 < b$;

б) $a = -5$, $b = -3$, $a < -4 < b$;

в) $a = -2,5$, $b = 7,8$, $a < 6 < b$;

г) $a = -6$, $b = -2$, $a < -3 < b$.

№ 1247.

а) пусть $10 < a < 16$, тогда $0,5 \cdot 10 < 0,5a < 0,5 \cdot 16$, $5 < 0,5a < 8$;

б) пусть $10 < a < 16$, тогда $-6 < a - 16 < 0$, $10 < a < 16$;

в) пусть $10 < a < 16$, тогда $-16 < -a < -10$, $-48 < -3a < -30$;

г) пусть $10 < a < 16$, тогда $20 < 2a < 32$, $21 < 2a + 1 < 33$.

№ 1248.

а) пусть $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, тогда $5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$;

б) пусть $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, тогда $5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$, $7,2 < 2 + 2\sqrt{7} < 7,4$;

в) пусть $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, тогда $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$;

г) пусть $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, тогда $-2,7 < -\sqrt{7} < -2,6$, $0,3 < 3 - \sqrt{7} < 0,4$.

№ 1252.

а) $3(x+1) + x - 4(2+x) = 3x + 3 + x - 8 - 4x = -5 < 0$, значит, $3(x+1) + x < 4(2+x)$ при любых x ;

б) $m(m+n) - mn = m^2 + mn - mn = m^2 \geq 0$, значит, $m(m+n) \geq mn$ при любых m и n ;

в) $2y^2 - 6y + 1 - 2y(y-3) = 2y^2 - 6y + 1 - 2y^2 + 6y = 1 > 0$, значит,

$2y^2 - 6y + 1 > 2y(y-3)$ при любых y ;

г) $c^2 - d^2 - (-2d^2 - 1) = c^2 - d^2 + 2d^2 + 1 = c^2 + d^2 + 1 > 0$, значит, $c^2 - d^2 > -2d^2 - 1$ при любых c и d .

№ 1253.

а) $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 \geq 0$, значит, $x^2 + 2xy + y^2 \geq 0$ при любых x и y ;

б) $9m^2 + 6mn - (-n^2) = 9m^2 + 6mn + n^2 = (3m+n)^2 \geq 0$, значит, $9m^2 + 6mn \geq -n^2$ при любых m и n ;

в) $2pq - (p^2 + q^2) = -(p^2 - 2pq + q^2) = -(p-q)^2 \leq 0$, значит, $2pq \leq (p^2 + q^2)$ при любых p и q ;

г) $4c^2 + 9d^2 - 12cd = (2c-3d)^2 \geq 0$, значит, $4c^2 + 9d^2 \geq 12cd$ при любых c и d .

№ 1256.

а) $(7+3d)(7-2d) - (49-d(4d+1)) = 49 - 4d^2 - 49 + 4d^2 + d = d < 0$, значит, $(7+3d)(7-2d) < 49 - d(4d+1)$, где $d < 0$;

б) $(2q-3)(q-3) - (q-1)(q-8) = 2q^2 - 9q + 9 - q^2 + 9q - 8 = q^2 + 1 > 0$, значит, $(2q-3)(q-3) > (q-1)(q-8)$, где $d < 0$.

№ 1257.

а) $\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2ab} = \frac{(a-b)^2}{2ab} \geq 0$, значит, $\frac{a^2 + b^2}{2ab} \geq 1$, где $ab > 0$;

б) $25r + \frac{1}{r} - (-10) = 25r + \frac{1}{r} + 10 = \frac{25r^2 + 10r + 1}{r} = \frac{(5r+1)^2}{r} \leq 0$, значит,

$25r + \frac{1}{r} \leq -10$, где $r < 0$;

$$\text{в)} y + \frac{9}{y} - 6 = \frac{y^2 - 6y + 9}{y} = \frac{(y-3)^2}{y} \geq 0, \text{ значит, } y + \frac{9}{y} \geq 6, \text{ где } y > 0;$$

$$\text{г)} n + \frac{16}{n} - (-8) = n + \frac{16}{n} + 8 = \frac{n^2 + 8n + 16}{n} = \frac{(n+4)^2}{n} \leq 0, \text{ значит, } n + \frac{16}{n} \leq -8,$$

где $n < 0$.

№ 1258.

$$\text{а)} \frac{p}{q} + \frac{q}{p} - 2 = \frac{p^2 + q^2 - 2pq}{pq} = \frac{(p-q)^2}{pq} \leq 0, \text{ значит, } \frac{p}{q} + \frac{q}{p} \leq 2, \text{ где } pq < 0;$$

$$\text{б)} \frac{(m+n)^2}{2} - (m^2 + n^2) = \frac{m^2 + 2mn + n^2 - 2m^2 - 2n^2}{2} = \frac{-(m-n)^2}{2} \leq 0, \text{ значит,}$$

$$\frac{(m+n)^2}{2} \leq m^2 + n^2, \text{ при любых } m \text{ и } n.$$

№ 1259.

$$\text{а)} x^2 - 6x + 14 = x^2 - 6x + 9 + 5 = (x-3)^2 + 5 > 0, \text{ значит, } x^2 - 6x + 14 > 0;$$

$$\text{б)} a^2 + 10 - (-6a) = a^2 + 6a + 9 + 1 = (a+3)^2 + 1 > 0, \text{ значит, } a^2 + 10 > -6a;$$

$$\text{в)} y^2 + 70 - 16y = y^2 - 16y + 64 + 6 = (y-8)^2 + 6 > 0, \text{ значит, } y^2 + 70 > 16y;$$

$$\text{г)} b^2 + 20 - (-8b) = b^2 + 8b + 16 + 4 = (b+4)^2 + 4 > 0, \text{ значит, } b^2 + 20 > -8b.$$

№ 1261.

$$\text{а)} 2,8 < \sqrt{8}, \text{ т.к. } 7,84 < 8;$$

$$\text{б)} \sqrt{3} > 1,7, \text{ т.к. } 3 > 2,89;$$

$$\text{в)} \sqrt{10} < 3,4, \text{ т.к. } 10 < 11,56;$$

$$\text{г)} \sqrt{7} < 2,8, \text{ т.к. } 7 < 7,84.$$

№ 1262.

$$\text{а)} \sqrt{5} < \frac{4}{5}\sqrt{8}, \text{ т.к. } 5 < \frac{16}{25} \cdot 8;$$

$$\text{б)} \sqrt{3} < \frac{7}{6}\sqrt{2}, \text{ т.к. } 3 < \frac{49}{36} \cdot 2;$$

$$\text{в)} \sqrt{8} < \frac{4}{5}\sqrt{13}, \text{ т.к. } 8 < \frac{16}{25} \cdot 13;$$

$$\text{г)} \sqrt{7} > \frac{3}{5}\sqrt{19}, \text{ т.к. } 7 > \frac{9}{25} \cdot 19.$$

№ 1268.

$$\text{а) если } \frac{2}{a-3} > 1, \text{ то } 3 < a < 5, \text{ верно; б) если } \frac{1}{a-2} < 1, \text{ то } a > 3, \text{ неверно;}$$

$$\text{в) если } \frac{8}{a-2} > 2, \text{ то } 2 < a < 6, \text{ верно; г) если } \frac{12}{a-1} < 3, \text{ то } a > 5, \text{ неверно.}$$

№ 1269.

$$\text{а)} \sqrt{2} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + 2, \text{ т.к. } 2 + 7 + 2\sqrt{14} < 5 + 4 + 4\sqrt{5}, \sqrt{14} < 2\sqrt{5}, 14 < 20;$$

$$\text{б)} 2 + \sqrt{11} < \sqrt{5} + \sqrt{10}, \text{ т.к. } 4 + 11 + 4\sqrt{11} < 5 + 10 + 2\sqrt{50}, 2\sqrt{11} < \sqrt{50}, 44 < 50;$$

$$\text{в)} \sqrt{7} + \sqrt{5} > 3 + \sqrt{3}, \text{ т.к. } 7 + 5 + 2\sqrt{35} > 9 + 3 + 6\sqrt{3}, \sqrt{35} > 3\sqrt{3}, 35 > 27;$$

г) $\sqrt{3} + \sqrt{15} > 4 + \sqrt{2}$, т.к. $3 + 15 + 2\sqrt{45} > 16 + 2 + 8\sqrt{2}$, $\sqrt{45} > 4\sqrt{2}$, $45 > 32$.

№ 1271. $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} - 4 = \frac{25a^2 + 36b^2 - 60ab}{15ab} = \frac{(5a - 6b)^2}{15ab} \geq 0$, если a и b одного

знака, значит, $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} \geq 4$.

№ 1272.

а) $a^2 + 2b^2 + 2ab + 2b + 2 = a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2b + 1 + 1 = (a + b)^2 + (b + 1)^2 + 1 > 0$

значит $a^2 + 2b^2 + 2ab + 2b + 2 > 0$;

б) $(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4 = (a + b)\frac{a + b}{ab} - \frac{4ab}{ab} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{ab} = \frac{(a - b)^2}{ab} \geq 0$,

значит, $(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$.

№ 1274.

$a^3 + 1 - (a^2 + a) = a^3 - a^2 + 1 - a = a^2(a - 1) - (a - 1) = (a - 1)(a^2 - 1) = (a - 1)^2(a + 1)$,

значит, $a^3 + 1 \geq a^2 + a$, если $a \geq -1$.

№ 1277.

$(\sqrt{bc} - \sqrt{ad})^2 \geq 0$, $bc + ad - 2\sqrt{abcd} \geq 0$, $bc + ad \geq 2\sqrt{abcd}$,

$bc + ad + ab + cd \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd}$, $(a + c)(b + d) \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd}$,

$(\sqrt{(a + c)(b + d)})^2 \geq (\sqrt{ab} + \sqrt{cd})^2$, т.к. $\sqrt{(a + c)(b + d)} \geq 0$, $\sqrt{ab} + \sqrt{cd} \geq 0$, то

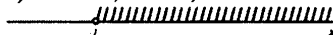
$\sqrt{(a + c)(b + d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$, что и требовалось доказать.

§ 34. Решение линейных неравенств

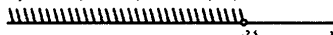
№ 1280. $3x > x + 2$, $2x > 2$, $x > 1$ - решение неравенства. 7 и $\sqrt{5}$ являются решениями неравенства.

№ 1282.

а) $x + 1 > 0$, $x > -1$;

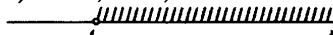


в) $x + 2,5 < 0$, $x < -2,5$;

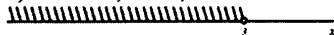


№ 1283.

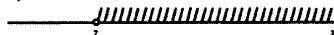
а) $2x > 8$, $x > 4$;



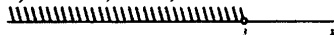
б) $x - 3 < 0$, $x < 3$;



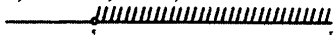
г) $x - 7 > 0$, $x > 7$.



б) $4x < 12$, $x < 3$;

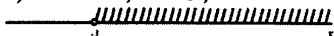


в) $5x > 25, x > 5;$

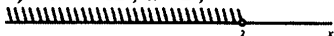


№ 1284.

а) $11x > -33, x > -3;$

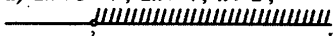


в) $-6x > -12, x < 2;$

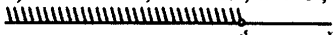


№ 1286.

а) $2x+3 > 7, 2x > 4, x > 2;$



в) $-5x-1 > 24, 5x < -25, x < -5;$



№ 1288.

а) $5a-3 > 0, 5a > 3, a > \frac{3}{5};$

№ 1290.

а) $5m+8 > 2, 5m > -6, m > -\frac{5}{6};$

№ 1292.

а) $2a-11 > a+13, a > 24;$

в) $6-4c > 7-6c, 2c > 1, c > 0,5;$

№ 1294.

а) $-2x+12 > 3x-3, 5x < 15, x < 3;$

в) $5z-14 < 8z-20, 3z > 6, z > 2;$

№ 1296.

а) $2(x+1)-1 < 7+8x, 2x+2-1 < 7+8x, 6x > -6, x > -1;$

б) $3-11y \leq -3(y-2), 3 \leq 11y-3y+6, 8y \geq -3, y \geq -\frac{3}{8};$

в) $-2(4z+1) < 3-10z, -8z-2 < 3-10z, 2z < 5, z < 2,5;$

г) $4-3t > -4(2t+2), 4-3t > -8t-8, 5t > -12, t > -\frac{12}{5}.$

№ 1299.

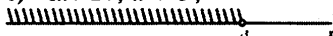
а) $\frac{3a}{4} > 1, a > \frac{4}{3};$

в) $\frac{8c}{11} > 2, \frac{4c}{11} > 1, c > \frac{11}{4};$

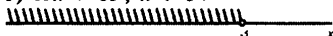
г) $7x < 42, x < 6.$



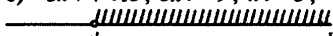
б) $-8x > 24, x < -3;$



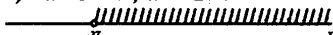
г) $13x < -65, x < -5.$



б) $-3x+4 < 13, 3x > -9, x > -3;$



г) $-x-8 < 19, x > -27.$



б) $23b+11 < 0, 23b < -11, b < -\frac{11}{23}.$

б) $7n+1 < 1, 7n < 0, n < 0.$

б) $8b+3 < 9b-2, b > 2;$

г) $3-2x < 12-5x, 3x < 9, x < 3.$

б) $6y+8 < 10y-8, 4y > 16, y > 4;$

г) $3t+5 > 7t-7, 4t < 12, t < 3.$

б) $\frac{5b}{8} < 3, b < \frac{24}{5};$

г) $\frac{9d}{5} < 0, d < 0.$

№ 1301.

а) $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} > 7$, $3a + 2a > 42$, $5a > 42$, $a > \frac{42}{5}$;

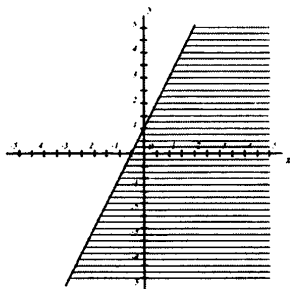
б) $\frac{2c}{9} - c \geq 3$, $-\frac{7c}{9} \geq 3$, $-c \geq \frac{27}{7}$, $c \leq -\frac{27}{7}$;

в) $\frac{b}{6} - \frac{b}{4} \leq 1$, $4b - 6b \leq 24$, $-2b \leq 24$, $-b \leq 12$, $b \geq -12$;

г) $\frac{3d}{4} - 2d < 0$, $3d - 8d < 0$, $-5d < 0$, $d > 0$.

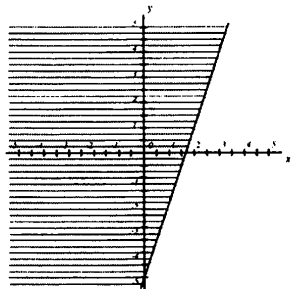
№ 1302.

$y < 2x + 1$, $y = 2x + 1$



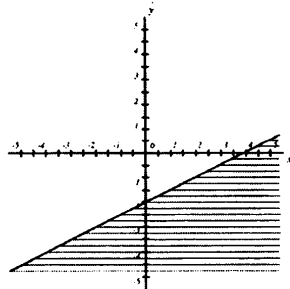
№ 1303.

$y > 3x - 5$, $y = 3x - 5$



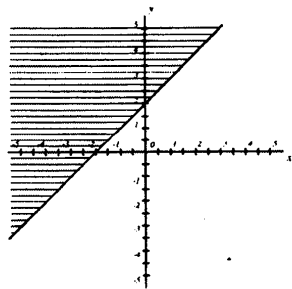
№ 1304.

$y < 0,5x - 2$, $y = 0,5x - 2$



№ 1305.

$y \geq x + 2$, $y = x + 2$



№ 1306. $(3x + 8)(x + 12) > 3(x + 12)^2$, $3x^2 + 8x + 36x + 96 > 3x^2 + 72x + 432$, $28x < -336$, $x < -12$.

№ 1307. $(2x+5)(8x-15) < (4x-3)^2$, $16x^2+10x-75 < 16x^2+9-24x$,

$$34x < 84, x < \frac{42}{17}.$$

№ 1310.

а) $0,2m^2 - 0,2(m-6)(m+6) > 3,6m$, $0,2m^2 - 0,2(m^2 - 36) > 3,6m$,

$$m^2 - (m^2 - 36) > 18m, 18m < 36, m < 2;$$

б) $(12n-1)(3n+1) < 1 + (6n+2)^2$, $36n^2 + 9n - 1 < 1 + 36n^2 + 24n + 4$,

$$15n > -6, n > -\frac{2}{5}.$$

№ 1312.

а) $\frac{2a-1}{3} < \frac{5a-2}{2}$, $4a-2 < 15a-6$, $11a > 4$, $a > \frac{4}{11}$;

б) $2c - \frac{c+1}{2} \leq \frac{c-1}{3}$, $12c - 3c - 3 \leq 2c - 2$, $7c \leq 1$, $c \leq \frac{1}{7}$;

в) $\frac{2b-1}{5} - \frac{3-b}{3} < 2$, $6b-3-15+5b < 30$, $11b < 48$, $b < \frac{48}{11}$;

г) $\frac{d-1}{3} - d \geq \frac{d+1}{2}$, $2d-2-6d \geq 3d+3$, $7d \leq -5$, $d \leq -\frac{5}{7}$.

№ 1313.

а) $\frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} < 2 + \frac{x}{6}$, $3x+3-2x-4 < 12+x$, $-1 < 12 - \infty < x < +\infty$;

б) $\frac{37-3z}{2} + 9 < \frac{2z-7}{4} - 2z$, $74-6z+36 < 2z-7-8z$, $74 < -43$, нет решений.

№ 1315.

а) $4(x-7) - 2(x+3) < 9$, $4x-28-2x-6 < 9$, $2x < 43$, $x < 21,5$, $x_0 = 21$;

б) $5(x-1) + 7(x+2) < 3$, $5x-5+7x+14 < 3$, $12x < -6$, $x < -0,5$, $x_0 = -1$.

№ 1316.

а) $\frac{2x-1}{3} + \frac{5x+7}{2} < 4$, $4x-2+15x+21 < 24$, $19x < 5$, $x < \frac{5}{19}$, $x_0 = 0$;

б) $\frac{3x+2}{5} - \frac{2x-4}{3} > 7$, $9x+6-10x+20 > 105$, $x < -79$, $x_0 = -80$.

№ 1318.

а) $\frac{2x-3}{5} + \frac{9-4x}{6} < 1$, $12x-18+45-20x-30 < 0$, $8x > -3$, $x > -\frac{3}{8}$, $x_0 = 0$;

б) $\frac{3x-2}{4} + \frac{4x+1}{3} \geq 1$, $9x-6+16x+4 \geq 12$, $25x \geq 14$, $x \geq \frac{14}{25}$, $x_0 = 1$.

№ 1319.

1 этап: Пусть x – путь, который проплыли туристы по течению реки, тогда $(10-x)$ – путь против течения реки. Скорость движения по течению 6 км/ч, а

против течения – 4 км/ч. Время движения по течению равно $\frac{x}{6}$ ч, а против

течения – $\frac{10-x}{4}$ ч. На весь путь туристы затратили меньше 2 ч. Составим

неравенство: $\frac{x}{6} + \frac{10-x}{4} < 2$;

2 этап: $2x+3(10-x) < 24$, $2x+30-3x < 24$, $-x < -6$, $x > 6$;

3 этап: Путь по течению реки был больше 6 км, но т.к. туристы проплыли всего 10 км, то путь по течению – меньше 10 км.

№ 1320.

1 этап: Пусть x – путь, пройденный дачниками со скоростью 4 км/ч, тогда $(10-x)$ – путь, пройденный ими со скоростью 6 км/ч. Время, затраченное на

путь со скоростью 4 км/ч, равно $\frac{x}{4}$ ч, а на путь со скоростью 6 км/ч – $\frac{10-x}{6}$

ч. На весь путь дачники затратили менее 2 ч. Составим неравенство:

$\frac{x}{4} + \frac{10-x}{6} < 2$;

2 этап: $3x+2(10-x) < 24$, $3x+20-2x < 24$, $x < 4$;

3 этап: Путь, пройденный дачниками со скоростью 4 км/ч – меньше 4 км.

§ 35. Решение квадратных неравенств

№ 1323. $y = x^2 - 3x + 2$, $x_0 = 1,5$, $y_0 = -\frac{1}{4}$,

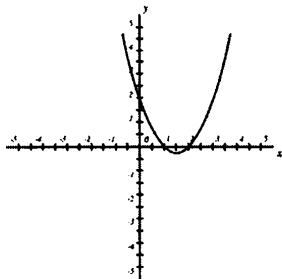
$y = 0$, $x^2 - 3x + 2 = 0$, $x_1 = 2$, $x_1 = 1$

а) $x^2 - 3x + 2 > 0$, $x < 1$, $x > 2$;

б) $x^2 - 3x + 2 \leq 0$, $1 \leq x \leq 2$;

в) $x^2 - 3x + 2 < 0$, $1 < x < 2$;

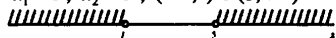
г) $x^2 - 3x + 2 \geq 0$, $x \leq 1$, $x \geq 2$.



№ 1325.

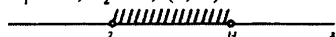
а) $-x^2 + 6x - 5 < 0$, $x^2 - 6x + 5 > 0$;

$x_1 = 1$, $x_2 = 5$, $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$



в) $-x^2 + 16x - 28 > 0$, $x^2 - 16x + 28 < 0$;

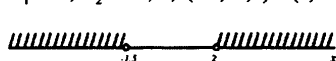
$x_1 = 14$, $x_2 = 2$, $(2; 14)$



№ 1326.

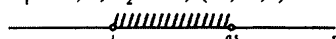
а) $2x^2 - x - 6 > 0$, $D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49$;

$x_1 = 2$, $x_2 = -1,5$, $(-\infty; -1,5) \cup (2; +\infty)$



в) $2x^2 + 3x + 1 < 0$, $D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$;

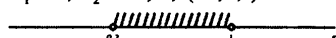
$x_1 = -0,5$, $x_2 = -1$, $(-1; -0,5)$



№ 1327.

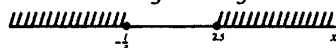
а) $-5x^2 + 4x + 1 > 0$, $5x^2 - 4x - 1 < 0$;

$x_1 = 1$, $x_2 = -0,2$, $(-0,2; 1)$



в) $-6x^2 + 13x + 5 < 0$, $6x^2 - 13x - 5 > 0$;

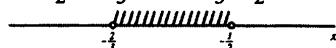
$x_1 = 2,5$, $x_2 = -\frac{1}{3}$, $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (2,5; +\infty)$



№ 1329.

а) $(2x+1)(3x+2) < 0$,

$(x + \frac{1}{2})(x + \frac{2}{3}) < 0$, $(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{2})$



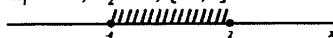
в) $(7x+3)(4x-1) > 0$,

$(x + \frac{3}{7})(x - \frac{1}{4}) > 0$, $(-\infty; -\frac{3}{7}) \cup (\frac{1}{4}; +\infty)$



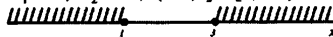
б) $-x^2 - 2x + 8 \geq 0$, $x^2 + 2x - 8 \leq 0$;

$x_1 = -4$, $x_2 = 2$, $[-4; 2]$



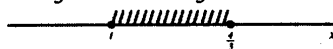
г) $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$, $x^2 - 4x + 3 \geq 0$,

$x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$



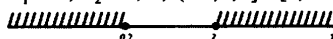
б) $3x^2 - 7x + 4 \leq 0$, $D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 1$;

$x_1 = \frac{4}{3}$, $x_2 = 1$, $[\frac{4}{3}; 1]$



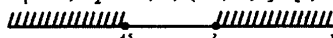
г) $5x^2 - 11x + 2 \geq 0$, $D = 121 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 81$,

$x_1 = 2$, $x_2 = 0,2$, $(-\infty; 0,2] \cup [2; +\infty)$



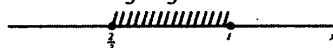
б) $-2x^2 - 5x + 18 \leq 0$, $2x^2 + 5x - 18 \geq 0$;

$x_1 = 2$, $x_2 = -4,5$, $(-\infty; -4,5] \cup [2; +\infty)$



г) $-3x^2 + 5x - 2 \geq 0$, $3x^2 - 5x + 2 \leq 0$,

$x_1 = 1$, $x_2 = \frac{2}{3}$, $[\frac{2}{3}; 1]$



б) $(3-4x)(2x-5) \leq 0$, $(4x-3)(2x-5) \geq 0$

$(x - \frac{3}{4})(x - \frac{5}{2}) \geq 0$, $(-\infty; -\frac{3}{4}] \cup [\frac{5}{2}; +\infty)$



г) $(1-2x)(3+x) \leq 0$, $(2x-1)(3+x) \geq 0$

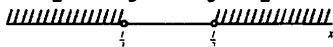
$(x - \frac{1}{2})(x+3) \geq 0$, $(-\infty; -3] \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$



№ 1330.

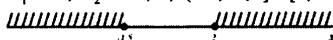
а) $6x^2 > 5x - 1$, $6x^2 - 5x + 1 > 0$;

$$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3}, (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$$



в) $-2x^2 + x \leq -6$, $2x^2 - x - 6 \geq 0$

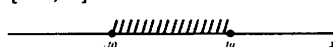
$$x_1 = 2, x_2 = -1, 5, (-\infty; -1, 5] \cup [2; +\infty)$$



№ 1337.

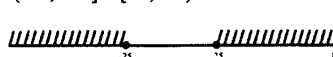
а) $x^2 \leq 100$, $(x-10)(x+10) \leq 0$

$$[-10; 10]$$



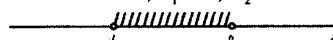
в) $x^2 \geq 625$, $(x-25)(x+25) \geq 0$;

$$(-\infty; -25] \cup [25; +\infty)$$



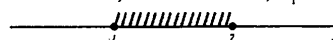
№ 1341.

$$x^2 - 5x - 6 < 0, x_1 = 6, x_2 = -1$$



№ 1342.

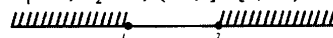
$$x^2 - 6x \leq 7, x^2 - 6x - 7 \leq 0, x_1 = 7, x_2 = -1$$



№ 1345.

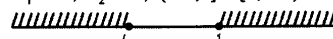
а) $\sqrt{x^2 - 8x + 7}$, $x^2 - 8x + 7 \geq 0$,

$$x_1 = 1, x_2 = 7, (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$$



в) $\sqrt{x^2 - 6x + 5}$, $x^2 - 6x + 5 \geq 0$,

$$x_1 = 5, x_2 = 1, (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$$



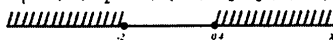
б) $-5x^2 < 6 - 11x$, $5x^2 - 11x + 6 > 0$

$$x_1 = \frac{6}{5}, x_2 = 1, (-\infty; 1) \cup (\frac{6}{5}; +\infty)$$



г) $5x^2 \geq 4 - 8x$, $5x^2 + 8x - 4 \geq 0$

$$x_1 = 0, 4, x_2 = -2, (-\infty; -2] \cup [0, 4; +\infty)$$



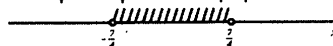
б) $4x^2 > 25$, $x^2 - \frac{25}{4} > 0$,

$$(x - \frac{5}{2})(x + \frac{5}{2}) > 0, (-\infty; -2, 5) \cup (2, 5; +\infty)$$



г) $16x^2 < 49$, $x^2 - \frac{49}{16} < 0$,

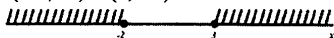
$$(x - \frac{7}{4})(x + \frac{7}{4}) < 0, (-\frac{7}{4}; \frac{7}{4})$$



№ 1348.

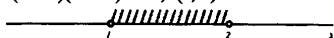
а) $\sqrt{(x-3)(x+2)}$, $(x-3)(x+2) \geq 0$

$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$



в) $\frac{4}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}$, $(x-1)(2-x) > 0$,

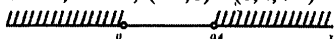
$(x-1)(x-2) < 0$, $(1; 2)$



№ 1349.

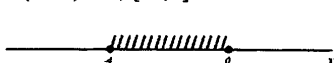
а) $5x^2 > 2x$, $5x^2 - 2x > 0$,

$x^2 - 0,4x > 0$, $(-\infty; 0) \cup (0,4; +\infty)$



в) $4x \leq -x^2$, $x^2 + 4x \leq 0$,

$x(x+4) \leq 0$, $[-4; 0]$



№ 1353.

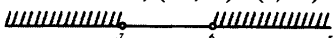
а) $\frac{1}{x^2 - 7x + 12} > 0$, $x^2 - 7x + 12 > 0$

$x_1 = 4$, $x_2 = 3$, $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$



в) $\frac{3}{42 - x^2 - x} < 0$, $42 - x^2 - x < 0$,

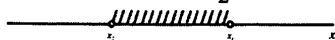
$x^2 + x - 42 > 0$, $(-\infty; -7) \cup (6; +\infty)$



№ 1356.

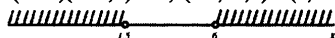
$x^2 + 5x - 8 < 0$, $D = 25 + 4 \cdot 8 = 57$, $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{57}}{2}$, $x_2 = \frac{-5 - \sqrt{57}}{2}$,

$x_1 \approx 1,3$, $x_2 \approx -6,2$



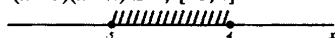
б) $\frac{1}{\sqrt{(x-6)(2x+3)}}$, $(x-6)(2x+3) > 0$,

$(x-6)(x+1,5) > 0$, $(-\infty; -1,5) \cup (6; +\infty)$



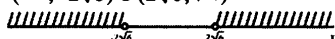
г) $\sqrt{(x+5)(4-x)}$, $(x+5)(4-x) \geq 0$,

$(x+5)(x-4) \leq 0$, $[-5; 4]$



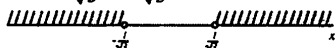
б) $\frac{1}{2}x^2 > 12$, $x^2 - 24 > 0$,

$(-\infty; -2\sqrt{6}) \cup (2\sqrt{6}; +\infty)$



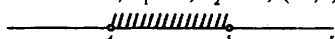
г) $\frac{1}{3}x^2 > \frac{1}{9}$, $x^2 - \frac{1}{3} > 0$,

$(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$



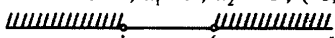
б) $\frac{-3}{x^2 - x - 20} > 0$, $\frac{1}{x^2 - x - 20} < 0$,

$x^2 - x - 20 < 0$, $x_1 = 5$, $x_2 = -4$, $(-4; 5)$



г) $\frac{-5}{2x + 15 - x^2} < 0$, $\frac{1}{2x + 15 - x^2} > 0$

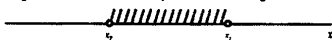
$x^2 - 2x - 15 < 0$, $x_1 = 5$, $x_2 = -3$, $(-3; 5)$



№ 1358.

$$x^2 + 10x < -12, \quad x^2 + 10x + 12 < 0, \quad D = 100 + 4 \cdot 12 = 52, \quad x_1 = \frac{-10 + 2\sqrt{13}}{2} = -5 + \sqrt{13},$$

$$x_2 = -5 - \sqrt{13}, \quad x_1 \approx -1,5, \quad x_2 \approx -8,5$$



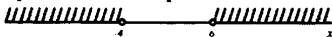
№ 1361.

$$2x^2 - 2px + p + 12 = 0, \quad D = 4p^2 - 4 \cdot 2(p + 12),$$

при $D > 0$, $p^2 - 2(p + 12) > 0$, $p^2 - 2p - 24 > 0$, $p_1 = 6$, $p_2 = -4$,

при $D = 0$, $p_1 = -4$, $p_2 = 6$,

при $D < 0$, $-4 < p < 6$



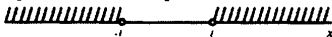
№ 1362.

$$x^2 + 6px + 9 = 0, \quad D = 36p^2 - 4 \cdot 9 = 36p^2 - 36,$$

при $D > 0$, $p^2 - 1 > 0$, $(p - 1)(p + 1) > 0$, $p < -1$, $p > 1$,

при $D = 0$, $p_1 = -1$, $p_2 = 1$,

при $D < 0$, $-1 < p < 1$

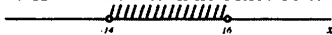


№ 1368.

1 этап: Пусть x см – длина прямоугольника, тогда его ширина равна $(x - 2)$ см, а его площадь равна $x(x - 2)$ см². По условию известно, что площадь прямоугольника не превосходит 224 см². Составим неравенство: $x(x - 2) \leq 224$;

2 этап: $x^2 - 2x - 224 \leq 0$, $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 225} = 1 \pm 15$, $x_1 = 16$, $x_2 = -14$;

3 этап: Так как за длина не может быть отрицательным числом, то x должен быть больше 2 см и не более 16 см..



§ 36. Исследование функций на монотонность

№ 1371.

а) да; б) нет; в) да; г) нет.

№ 1372.

а) да; б) нет; в) да; г) нет.

№ 1373.

а) возрастает при $0 \leq x \leq 2$, убывает при $-2 \leq x \leq 0$;

- б) возрастает при $-5 \leq x \leq -1$, убывает при $-1 \leq x \leq 2$;
 в) возрастает при $-2 \leq x \leq 4$, не убывает;
 г) возрастает при $-3 \leq x \leq 2$, убывает при $-4 \leq x \leq -3, x \geq 2$.

№ 1376.

- а) $y = 2x^2$, график функции – парабола, ветви направлены вверх, вершина параболы – $(0; 0)$, функция возрастает при $x \geq 0$, убывает при $x \leq 0$;
 б) $y = -x^2$, график функции – парабола, ветви направлены вниз, вершина параболы – $(0; 0)$, функция возрастает при $x \leq 0$, убывает при $x \geq 0$;
 в) $y = 0,5x^2$, график функции – парабола, ветви направлены вверх, вершина параболы – $(0; 0)$, функция возрастает при $x \geq 0$, убывает при $x \leq 0$;
 г) $y = -2x^2$, график функции – парабола, ветви направлены вниз, вершина параболы – $(0; 0)$, функция возрастает при $x \leq 0$, убывает при $x \geq 0$.

№ 1380.

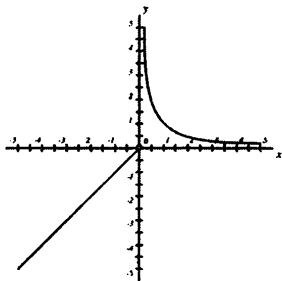
- а) $y = \frac{2}{x}$, график функции – гипербола, так как $k > 0$, то, функция убывает на промежутках $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
 б) $y = -\frac{3}{x}$, график функции – гипербола, так как $k < 0$, то, функция возрастает на промежутках $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
 в) $y = 3 - \frac{1}{x}$, график функции – гипербола, так как $k < 0$, то, функция возрастает на промежутках $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
 г) $y = \frac{4}{x} - 1$, график функции – гипербола, так как $k > 0$, то, функция убывает на промежутках $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

№ 1383.

$$y = f(x), f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x, & x \leq 0 \end{cases},$$

а) $f(-2) = -2$, $f(1) = 1$, $f(5) = \frac{1}{5}$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $(-\infty; +\infty)$, $y = 0$ при $x = 0$,

$y > 0$ при $x > 0$, $y < 0$ при $x < 0$,

функция имеет разрыв при $x = 0$,

функция не ограничена ни снизу, ни сверху,

функция возрастает при $x \leq 0$,

функция убывает при $x > 0$,

функция выпукла вниз на промежутке $(0; +\infty)$.

№ 1384.

$$y = f(x), f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{x}, & x < -1 \\ |x| + 2, & -1 \leq x \leq 4 \end{cases},$$

а) $f(-3) = 1$, $f(4) = 6$, $f(-0,6) = 2,6$,

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $(-\infty; 4]$,

$y > 0$ при $x \leq 4$,

функция непрерывна на всей области определения,

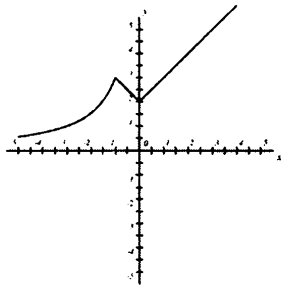
функция ограничена и сверху, и снизу,

функция возрастает на промежутках $(-\infty; -1] \cup [0; 4]$,

функция убывает на отрезке $[-1; 0]$,

функция выпукла вниз на промежутке $(-\infty; 1]$;

$y_{\max} = 6$, y_{\min} — не существует.



№ 1388. $y = x^2 - 4x + 5$, график функции — парабола, ветви направлены вверх,

$x_0 = \frac{4}{2} = 2$, функция возрастает при $x \geq 2$, а значит, и на промежутке $(3; 12)$.

Домашняя контрольная работа № 6.

Вариант № 1.

1.

а) $3,4 < \sqrt{12}$, т.к. $3,4^2 < (\sqrt{12})^2$, $11,56 < 12$;

б) $\sqrt{6} < 2,5$, т.к. $(\sqrt{6})^2 < 2,5^2$, $6 < 6,25$.

2. $-2 < a < 4$, $3 < b < 5$

а) $-4 < 2a < 8$, $1 < \frac{1}{3}b < \frac{5}{3}$, $-3 < 2a + \frac{1}{3}b < \frac{29}{3}$;

б) $-\frac{4}{3} < \frac{2}{3}a < \frac{8}{3}$, $-10 < -2b < -6$, $-\frac{34}{3} < \frac{2}{3}a - 2b < -\frac{10}{3}$.

3. $(x-3)(x+2) < (x-2)(x+1)$, $x^2 - x - 6 < x^2 - x - 2$, $-6 < -2$, верно для любого x , что и требовалось доказать.

4. $\frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3}$, $15(3x+5) + 21(10-3x) > 35(2x+7)$,

$$45x + 75 + 210 - 63x > 70x + 245, 88x < 40, x < \frac{5}{11}.$$

5. $x^2 - 8x + 18 = x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + 16 + 2 = (x-4)^2 + 2 > 0$, что и требовалось доказать.

6. $\frac{4x^2+x}{3} - \frac{3x-1}{6} \leq \frac{x^2+17}{9}$, $24x^2 + 6x - 15x + 3 \leq 2x^2 + 34$, $22x^2 - 9x + 31 \leq 0$,

$$D = 81 + 4 \cdot 22 \cdot 31 = 53^2, x_1 = \frac{9+53}{44} = \frac{62}{44} = \frac{31}{22}, x_2 = -1.$$

7. $y = 2 - \frac{5}{x+2}$, функция возрастает на открытых лучах $(-\infty; -2)$ и $(-2; +\infty)$.

8. $y < -3x + 1$,

Все точки плоскости расположены ниже прямой $y = -3x + 1$, не включая точки прямой.

9. $\sqrt{x^2 - 7x + 12}$, $x^2 - 7x + 12 \geq 0$, $x_1 = 4$, $x_2 = 3$, $x \in (-\infty; 3] \cup [4; +\infty)$.

10.

$$y = f(x), f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & x < -1 \\ |x| - 3, & -1 \leq x \leq 6 \end{cases},$$

а) $f(-5) = 0,4$, $f(0) = -3$, $f(7)$ не определено

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $x \leq 6$,

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (3; 6]$,

$y < 0$ при $x \in [-1; 3)$, $y = 0$ при $x = 3$,

функция имеет разрыв при $x = -1$,

функция возрастает на открытом луче

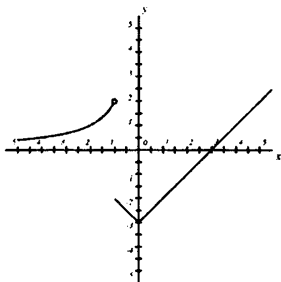
$(-\infty; -1)$ и на отрезке $[0; 6]$,

функция убывает на отрезке $[-1; 0]$,

функция выпукла вниз на открытом луче

$(-\infty; -1)$;

$y_{\max} = 3, y_{\min} = -3$.



Вариант № 2.

1.

а) $1,5 < \sqrt{3}$, т.к. $1,5^2 < (\sqrt{3})^2$, $2,25 < 3$;

б) $\sqrt{8} > 2,8$, т.к. $(\sqrt{8})^2 > 2,8^2$, $8 > 7,84$.

2. $-6 < a < 2$, $2 < b < 7$

а) $-18 < 3a < 6$, $1 < \frac{1}{2}b < 3,5$, $-17 < 3a + \frac{1}{2}b < 9,5$;

б) $-4,5 < \frac{3}{4}a < 1,5$, $-21 < -3b < -6$, $-25,5 < \frac{3}{4}a - 3b < -4,5$.

3. $(x-6)(x+7) < (x+4)(x-3)$, $x^2 + x - 42 < x^2 + x - 12$, $-42 < -12$, верно для любого x , что и требовалось доказать.

4. $\frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} < \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2}$, $14x - 11x - 11 < 6x - 2 - 39 + 3x$, $6x > 30$, $x > 5$.

5. $x^2 + 4x + 12 = x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 4 + 8 = (x+2)^2 + 8 > 0$, что и требовалось доказать.

6. $\frac{3x^2+x}{4} - \frac{2-7x}{5} \geq \frac{3x^2+17}{10}$, $30x^2 + 10x - 16 + 56x \geq 12x^2 + 68$, $18x^2 + 66x - 84 \geq 0$,

$9x^2 + 33x - 42 \geq 0$, $3x^2 + 11x - 14 \geq 0$, $D = 81 + 4 \cdot 22 \cdot 31 = 53^2$, $x_1 = \frac{-11+17}{6} = 1$, $x_2 = \frac{14}{3}$.

7. $y = \frac{3}{x+1} - 4$, функция убывает на открытых лучах $(-\infty; -1)$ и $(-1; +\infty)$.

8. $y > 2x + 4$,

Все точки плоскости расположены выше прямой $y = 2x + 4$, не включая точки прямой.

9. $\sqrt{x^2+9x+14}$, $x^2+9x+14 \geq 0$, $x_1 = -7$, $x_2 = -2$, $x \in (-\infty; -7] \cup [-2; +\infty)$.

10.

$$y = f(x), f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x < -2 \\ 2|x| - 2, & -2 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

а) $f(-7) = 47$, $f(0) = -2$, $f(5) = 8$;

б) изобразим график:

в) О.О.Ф. $x \leq 6$,

$y > 0$ при $x < -\sqrt{2}$ и $1 < x \leq 6$,

$y < 0$ при $x \in (-\sqrt{2}; 1)$,

$y = 0$ при $x = -\sqrt{2}$ и $x = 1$,

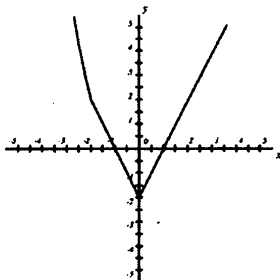
функция непрерывна на всей области определения,

функция возрастает на отрезке $[0; 6]$,

функция убывает на луче $(-\infty; 0]$,

функция выпукла вниз на луче $(-\infty; -2]$;

y_{\max} — не существует, $y_{\min} = -2$.



САМ СЕБЕ РЕПЕТИТОР®

Учебно-методическое пособие

Сыволябин Константин Сергеевич

**ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР ЗАДАНИЙ
ИЗ ЗАДАЧНИКА ПО АЛГЕБРЕ**
авторов А.Г. Мордковича и др. (М.: Мнемозина)
8 класс

Дизайн обложки Екатерины Бедриной

По вопросам приобретения книг издательства «ВАКО»
обращаться в ООО «Образовательный проект»
по телефонам: 8 (495) 778-58-27, 746-15-04. Сайт: www.obrazpro.ru
Приглашаем к сотрудничеству авторов.
Телефон: 8 (495) 507-33-42. Сайт: www.vaco.ru

Налоговая льгота –
Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.
Издательство «ВАКО»
Подписано к печати с диапозитивов 05.08.2009.
Формат 70×100/32. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 13,61. Тираж 5000 экз. Заказ № 1393.

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени
«Чеховский полиграфический комбинат»
142300, г. Чехов Московской области
Сайт: www.chpk.ru, e-mail: marketing@chpk.ru
Факсы: 8 (49672) 6-25-36; 8 (499) 270-73-59
Отдел продаж услуг: 8 (499) 270-73-59 (многоканальный)