

# ВСЕ ДОМАШНИЕ РАБОТЫ

к учебнику

А. Г. Мордковича

# АЛГЕБРА 8 КЛАСС

ФГОС



**С. М. Зак**

**ВСЕ  
ДОМАШНИЕ  
РАБОТЫ  
К УЧЕБНИКУ  
А. Г. Мордковича  
АЛГЕБРА  
8 КЛАСС**

**ФГОС**



Москва  
**ЛадКом**  
2014

УДК 882 (075)  
ББК 812 Р-7  
322

**Зак С. М.**

Все домашние работы к учебнику: А. Г. Мордкович, Л. А. Александрова, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская: Алгебра 8 класс. («Мнемозина» 2013 г. ФГОС). М.: «ЛадКом», 2014. — 352 с.

ISBN 978-5-91336-162-2

Решебник к новому изданию учебника А.Г. Мордковича по алгебре для 8 класса соответствует ФГОС и включает все решения задачника. Это пособие поможет учащимся эффективно овладеть программой по алгебре, а родителям — проконтролировать правильность выполнения домашних заданий.

©Издательство «ЛадКом», 2014

## **Введение**

Дорогой друг!

В 8 классе ты будешь продолжать изучать алгебру. Это пособие поможет тебе с решением упражнений задачника для учащихся А.Г. Мордковича, Л.А. Александровой, Т.Н. Мишустинной, Е.Е. Тульчинской «Алгебра. 8 класс. В двух частях». Данное пособие включает в себя ответы на все упражнения задачника.

Удачи!

## Задачи на повторение

**1.** а)  $47 \cdot 15 + 53 \cdot 15 = 15 \cdot (47 + 53) = 15 \cdot 100 = 1500$ ;  
 б)  $29 \cdot 72 - 29 \cdot 22 = 29 \cdot (72 - 22) = 29 \cdot 50 = (20 + 9) \times 50 = 1000 + 450 = 1450$ ; в)  $9,3 \cdot 34 + 16 \cdot 9,3 = 9,3 \times (34 + 16) = 9,3 \cdot 50 = (9 + 0,3) \cdot 50 = 450 + 15 = 465$ ;  
 г)  $8,3 \cdot 18 - 18 \cdot 5,8 = 18 \cdot (8,3 - 5,8) = 18 \cdot 2,5 = 18 \cdot 2 + 18 \cdot 0,5 = 36 + 9 = 45$ .

**2.** а)  $\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} = (\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}) + (2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3}) = 2 + 4 = 6$ ; б)  $3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7 = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} \cdot \frac{2 \cdot 7 + 3}{7} \cdot 5 \cdot 7 = 17 \cdot 17 = 289$ ; в)  $(\frac{3}{14} - \frac{2}{7} + \frac{1}{2}) \cdot 14 = \frac{3 - 2 \cdot 2 + 1 \cdot 7}{14} \cdot 14 = 3 - 4 + 7 = 6$ ;  
 г)  $(12\frac{2}{9} + 24\frac{2}{3} - 16\frac{2}{15}) : 2 = 6 + 12 - 8 + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = 10 + \frac{5 + 15 - 3}{45} = 10 + \frac{17}{45} = 10\frac{17}{45}$ .

**3.** а)  $\frac{45}{100\%} \cdot 3\% = 1,35$ ; б)  $\frac{12}{100\%} \cdot 125\% = 15$ ; в)  $\frac{15}{100\%} \cdot 2\% = 0,3$ ; г)  $\frac{250}{100\%} \cdot 206\% = 515$ .

**4.** а)  $7,2 : 0,3 : 3 = 80$ ; б)  $2,94 : 0,25 : 0,24 = 49$ ;  
 в)  $136,8 : 0,38 : 0,8 = 450$ ; г)  $0,98 : 0,35 : 0,7 = 4$ .

**5.** а)  $\frac{52}{100\%} \cdot 25\% = 13 > \frac{212}{100\%} \cdot 2,5\% = 5,3$ ; б)  $\frac{83}{100\%} \cdot 41\% = 34,03 > \frac{20}{100\%} \cdot 15\% = 3$ ; в)  $\frac{16}{100\%} \cdot 12\% = \frac{160}{100\%} \cdot 1,2\%$ ;  
 г)  $\frac{72}{100\%} \cdot 3\% = 2,16$ ;  $\frac{13}{100\%} \cdot 0,5\% = 0,065$ .

**6.** а)  $\frac{(3,25 - 3\frac{1}{20}) : 0,2 - \frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3}}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} = \frac{(3,25 - 3,05) : 0,2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} = \frac{0,2 : 0,2 - 1}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} =$   
 $= \frac{1 - 1}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} = 0$ ; б)  $\frac{(1,24 - \frac{1}{25}) \cdot 2,5 - \frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{18}}{1,4 : 0,1 - 2} = \frac{(1,24 - 0,04) \cdot 2,5 - 3}{1,4 : 0,1 - 2} =$   
 $= \frac{1,2 \cdot 2,5 - 3}{1,4 : 0,1 - 2} = \frac{3 - 3}{1,4 : 0,1 - 2} = 0$ .

**7.** а)  $\frac{6,25 - 4}{(\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}) : \frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}} = \frac{31 - 4}{(-\frac{5}{6}) : \frac{2}{3} + \frac{9}{4}} = \frac{27}{-\frac{5}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{27}{0}$  — вы-  
 ражение не имеет смысла; б)  $\frac{1,4 \cdot 5 - 4}{(0,4 - 0,01) : 0,25 + 0,384 - 0,4} =$   
 $= \frac{7 - 2}{\frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 100} - 0,016} = \frac{5}{0,016 - 0,016} = \frac{5}{0}$  — выражение не имеет  
 смысла.

**8.** а)  $a^5 \cdot a^7 = a^{12}$ ; б)  $c^3 \cdot c^4 = c^7$ ; в)  $r^2 \cdot r^9 = r^{11}$ ;  
 г)  $p^6 \cdot p^3 = p^9$ .

**9.** а)  $a^3 b^5 \cdot a^4 b^7 = a^7 b^{12}$ ; б)  $c^4 d^7 \cdot c^8 d^3 = c^{12} d^{10}$ ; в)  $m^9 n^2 \times$   
 $\times n^5 m^3 = m^{12} n^7$ ; г)  $p^2 q^7 \cdot p^3 q^6 = p^5 q^{13}$ .

**10.** а)  $(z^2)^4 = z^8$ ; б)  $(a^6)^2 = a^{12}$ ; в)  $(x^5)^6 = x^{30}$ ;  
 г)  $(d^3)^3 = d^9$ .

**11.** а)  $(a^3)^2 \cdot a^5 = a^{11}$ ; б)  $(d^4)^3 \cdot d^2 = d^{14}$ ; в)  $(f^6)^2 \cdot f^4 = f^{16}$ ; г)  $(x^4)^4 \cdot x^3 = x^{19}$ .

**12.** а)  $\frac{(x^3)^2}{x^2 \cdot x^3} = \frac{x^6}{x^5} = x$ ; б)  $\frac{(x^4)^2 \cdot x^3}{x^5 \cdot (x^3)^2} = \frac{x^{11}}{x^{11}} = 1$ ; в)  $\frac{(x^3)^3}{x^2 \cdot x^4} = \frac{x^9}{x^6} = x^3$ ; г)  $\frac{(x^3)^5}{(x^2)^4 \cdot x^3} = \frac{x^{15}}{x^{11}} = x^4$ .

**13.** а)  $\frac{13^6 \cdot 2^6}{26^5} = \frac{(13 \cdot 2)^6}{26^5} = \frac{26^6}{26^5} = 26$ ; б)  $\frac{7^{11} \cdot 9^{11}}{63^5} = \frac{63^{11}}{63^5} = 63^6$ ; в)  $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^4} = \frac{6^8}{6^4} = 6^4 = 36 \cdot 36 = 1296$ ; г)  $\frac{12^8}{3^5 \cdot 4^5} = \frac{12^8}{12^5} = 12$ .

**14.** а)  $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6} = \frac{5^6 \cdot 2^2 \cdot 7^2}{7^2 \cdot 2^6 \cdot 5^6} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ ; б)  $\frac{12^2 \cdot 35^3}{28^2 \cdot 15^4} = \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^3}{2^4 \cdot 7^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 7}{1 \cdot 1 \cdot 3^2 \cdot 5} = \frac{7}{45}$ ; в)  $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3)^3 \cdot (3 \cdot 5)^2}{(2 \cdot 3 \cdot 3)^4 \cdot (2 \cdot 5)^3} = \frac{(2^2)^3 \cdot (3^2)^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^4 \cdot (3^2)^4 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = \frac{2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^2}{2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^3} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 5} = \frac{1}{10} = 0,1$ ; г)  $\frac{22^2 \cdot 3^3}{6^2 \cdot 121^2} = \frac{(2 \cdot 11)^2 \cdot 3^3}{(2 \cdot 3)^2 \cdot 11^4} = \frac{2^2 \cdot 11^2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^4} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 11^2} = \frac{3}{121}$ .

**15.** а)  $12a - (b - 2a) = 12a + 2a - b = 14a - b$ ; б)  $(2x + 3y) - (x - 2y) = 2x - x + 3y + 2y = x + 5y$ ; в)  $5b + (-b - 5) = 5b - b - 5 = 4b - 5$ ; г)  $(3x - 5y) + (-3x + y) = 3x - 3x - 5y + y = -4y$ .

**16.** а)  $3a + 2a(a - 3) = 3a + 2a^2 - 6a = 2a^2 - 3a = a(2a - 3)$ ; б)  $5a(a - 2b) - 2b(4a + b) = 5a^2 - 10ab - 8ab - 2b^2 = 5a^2 - 18ab - 2b^2$ ; в)  $4x - 3x(x + 1) = 4x - 3x^2 - 3x = -3x^2 + x$ ; г)  $2x^2 \cdot (x + 1) + x^2 \cdot (x - 3) = 2x^3 + 2x^2 + x^3 - 3x^2 = 3x^3 - x^2 = x^2(3x - 1)$ .

**17.** а)  $(x - 4) \cdot (x + 5) = x^2 + 5x - 4x - 20 = x^2 + x - 20$ ; б)  $(x - 1) \cdot (2x + 3) = 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 2x^2 + x - 3$ ; в)  $(x + 4) \cdot (-x + 2) = -x^2 + 2x - 4x + 8 = -x^2 - 2x + 8$ ; г)  $(3x - 2) \cdot (x - 1) = 3x^2 - 3x - 2x + 2 = 3x^2 - 5x + 2$ .

**18.** а)  $(a - 3) \cdot (a + 7) = a^2 + 7a - 3a - 21 = a^2 + 4a - 21$ ;  $(3 - a) \cdot (7 + a) = 21 + 3a - 7a - a^2 = -a^2 - 4a + 21$ .

Выражение — не тождество. б)  $(a - 3) \cdot (a - 7) = a^2 - 7a - 3a + 21 = a^2 - 10a + 21$ ;  $(3 - a) \cdot (7 - a) = 21 - 3a - 7a + a^2 = a^2 - 10a + 21$ . Выражение — тождество.

в)  $(a - 3) \cdot (a + 7) = a^2 + 7a - 3a - 21 = a^2 + 4a - 21$ ;  $(3 - a) \cdot (-7 - a) = -21 - 3a + 7a + a^2 = a^2 + 4a - 21$ .

Выражение — тождество. г)  $(a - 3) \cdot (a - 7) = a^2 - 7a - 3a + 21 = a^2 - 10a + 21$ ;  $-(a + 3) \cdot (-7 + a) = 7a - a^2 + 21 - 3a = -a^2 + 4a + 21$ . Выражение — не тождество.

**19.** а)  $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$ ; б)  $(a - 2) \cdot (a + 2) = a^2 - 4$ ; в)  $(1 - b) \cdot (1 + b) = 1 - b^2$ ; г)  $(3a - b) \cdot (3a + b) = 9a^2 - b^2$ .

**20.** а)  $(3x - 1) \cdot (3x + 1) = 9x^2 - 1$ ; б)  $(13m - 11n) \times (13m + 11n) = 16m^2 - 121n^2$ ; в)  $(10p + 7q) \cdot (7q - 10p) = -(10p + 7q) \cdot (10p - 7q) = -100p^2 + 49q^2$ ; г)  $(4 - 5y) \times (5y + 4) = -(5y - 4) \cdot (5y + 4) = -25y^2 + 16$ .

**21.** а)  $(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$ ; б)  $(3b - 1)^2 = 9b^2 - 6b + 1$ ; в)  $(x - 8)^2 = x^2 - 16x + 64$ ; г)  $(1 + 4y)^2 = 1 + 8y + y^2$ .

**22.** а)  $(4m + 5n)^2 = 16m^2 + 40mn + 25n^2$ ; б)  $(2z - 3t)^2 = 4z^2 - 12zt + 9t^2$ ; в)  $(9p - 7q)^2 = 81p^2 - 126pq + 49q^2$ ; г)  $(8r + 11s)^2 = 64r^2 + 176rs + 121s^2$ .

**23.** а)  $(x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 9) = (x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (x - 3) = (x^2 + 9) \cdot (x - 3)$ ; б)  $(2a - 3b) \cdot (4a^2 + 6ab + 9b^2) = (2a - 3b) \cdot (2a + 3b) \cdot (2a + 3b) = (4a^2 - 9b^2) (2a + 3b)$ ; в)  $(x + 1) \cdot (x^2 - x + 1) = (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 1) = (x^2 - 1) (x - 1)$ ; г)  $(7y^2 - 1) \cdot (49y^4 + 7y^2 + 1) = (7y^2 - 1) \cdot (7y^2 + 1) \cdot (7y^2 + 1) = (49y^4 - 1) (7y^2 + 1)$ .

**24.**  $(a - 2) \cdot (a^2 + 2a + 4) - (a + c) \cdot (a^2 - ac + c^2) + (c + 2) \cdot (c^2 - 2c + 4) = (a^3 + 2a^2 + 4a - 2a^2 - 4a - 8) - (a^3 - a^2c + ac^2 + a^2c - ac^2 + c^3) = (c^3 - 2c^2 + 4c + 2c^2 - 4c + 8) = (a^3 - 8) - (a^3 + c^3) + (c^3 + 8) = 0$ .

**25.** а)  $69 \cdot 71 = (70 - 1) \cdot (70 + 1) = 70^2 - 1 = 4900 - 1 = 4899$ ; б)  $42 \cdot 38 = (40 + 2) \cdot (40 - 2) = 40^2 - 4 = 1600 - 4 = 1596$ ; в)  $89 \cdot 91 = (90 - 1) \cdot (90 + 1) = 90^2 - 1 = 8100 - 1 = 8099$ ; г)  $58 \cdot 62 = (60 - 2) \cdot (60 + 2) = 60^2 - 4 = 3600 - 4 = 3596$ .

**26.** а)  $21^2 = (20 + 1)(20 - 1)$  б) в) г)

**27.** а)  $2d^2 + 2cd = 2d(d + 2)$ ; б)  $np^4 - mp^4 = p^4 \cdot (n - m)$ ; в)  $r^3s^4 + r^4s^3 = r^3s^3 \cdot (s + r)$ ; г)  $20a^3x - 15a^4x^2 = 5a^3x(4 - 3ax)$ .

**28.** а)  $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ ; б)  $x^2 - 4y^2 = (x - 2y)(x + 2y)$ ; в)  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$ ; г)  $1 - 25y^2 = (1 - 5y)(1 + 5y)$ .

**29.** а)  $12z^2 - 9kz + 4nz - 3kn = n(4z - 3k) + 3z(4z - 3k) = (4z - 3k)(n + 3z)$ ; б)  $a^2 - ab - bc - c^2 = (a^2 - c^2) - b(a + c) = (a - c) \cdot (a + c) - b(a + c) = (a + c) \cdot (a - c - b)$ ;

$$\text{в)} 3x - 2x^2 + 3y - 2xy = 3 \cdot (x + y) - 2x(x + y) = (x + y)(3 - 2x); \text{г)} 20z^2k + 2z - 5k + 1 = 5k(4z^2 - 1) + (2z + 1) = 5k(2z - 1) \cdot (2z + 1) + (2z + 1) = (2z + 1)(5k(2z - 1) + 1).$$

$$\text{30. а)} a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2; \text{б)} 9x^2 - 6xm + m^2 = (3x - m)^2; \text{в)} 16t^2 + 8ts^2 + s^4 = (4t + s^2)^2; \text{г)} b^4 - 16b^2c + 64c^2 = (b^2 - 8c)^2.$$

$$\text{31. а)} \frac{a^2+a}{a^3+a^2} = \frac{a(a+1)}{a^2(a+1)} = \frac{a}{a^2} = \frac{1}{a}; \text{б)} \frac{3p+6q}{p^2+2pq} = \frac{3 \cdot (p+2q)}{p(p+2q)} = \frac{3}{p};$$

$$\text{в)} \frac{8m-8n}{9n-9m} = \frac{8 \cdot (m-n)}{9 \cdot (n-m)} = \frac{-8 \cdot (n-m)}{9 \cdot (n-m)} = -\frac{8}{9}; \text{г)} \frac{3x^3+3xy^2}{6yx^2+6y^3} = \frac{3x(x^2+y^2)}{6y(x^2+y^2)} = \frac{x}{2y}.$$

$$\text{32. а)} \frac{a^2+4a+4}{a+2} = \frac{(a+2)^2}{a+2} = a + 2; \text{б)} \frac{3n-m}{9n^2-6nm+m^3} = \frac{3 \cdot (n-m)}{(3n-m)^2} = \frac{3}{3n-m};$$

$$\text{в)} \frac{k^2-8k+16}{k-4} = \frac{(k-4)^2}{k-4} = k - 4;$$

$$\text{г)} \frac{p-2q}{p^2-4pq+4q^2} = \frac{p-2q}{(p-2q)^2} = \frac{1}{p-2q}.$$

$$\text{33. а)} \frac{b^2-25}{b-5} = \frac{(b-5)(b+5)}{b-5} = b + 5; \text{б)} \frac{2m-3}{4m^2-9} = \frac{2m-3}{(2m-3)(2m+3)} = \frac{1}{2m+3};$$

$$\text{в)} \frac{t^2-36}{6+t} = \frac{(t-6)(t+6)}{6+t} = t - 6;$$

$$\text{г)} \frac{5k-21}{25k^2-41^2} = \frac{5k-21}{(5k-21)(5k+21)} = \frac{1}{5k+21}.$$

$$\text{34. а)} \frac{4p^2-2p+1}{8p^3+1} = \frac{(2p+1)^2}{(2p+1)(4p^2-2p+1)} = \frac{2p+1}{(4p^2-2p+1)};$$

$$\text{б)} \frac{27a^3+8}{2+3a} = \frac{(3a+2)(9a^2-6a+4)}{2+3a} = 9a^2 - 6a + 4;$$

$$\text{в)} \frac{9+12z+16z^2}{27-64z^3} = \frac{9+12z+16z^2}{(3-4z)(9+12z+16z^2)} = \frac{1}{3-4z};$$

$$\text{г)} \frac{5+2m}{125+8m^3} = \frac{5+2m}{(5+2m)(25-10m+4m^2)} = \frac{1}{25-10m+4m^2}.$$

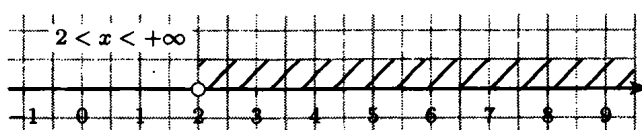
$$\text{35. а)} \frac{9x^2-6x+1}{9x^2-1} = \frac{(3x-1)^2}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{3x-1}{3x+1};$$

$$\text{б)} \frac{16a^2-25b^2}{16a^2+40ab+25b^2} = \frac{4m^2-9n^2}{9n^2-12mn+4m^2} = \frac{(4a-5b)(4a+5b)}{(4a+5b)^2} = \frac{4a-5b}{4a+5b};$$

$$\text{в)} \frac{4m^2-9n^2}{9n^2-12mn+4m^2} = \frac{(2m-3n)(2m+3n)}{(3n-2m)^2} = -\frac{2m+3n}{2m-3n};$$

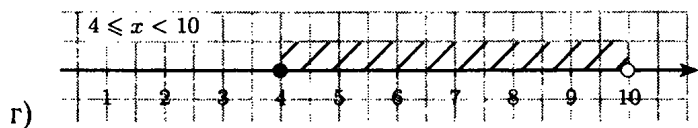
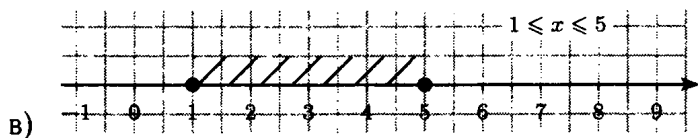
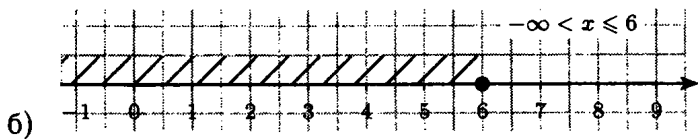
$$\text{г)} \frac{36t^2+12st+s^2}{s^2-36t^2} = \frac{(s+6t)^2}{(s-6t)(s+6t)} = \frac{s+6t}{s-6t}.$$

36.

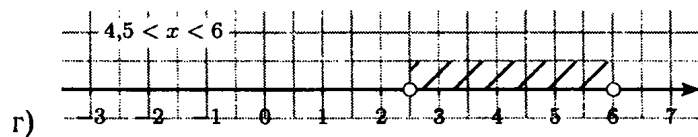
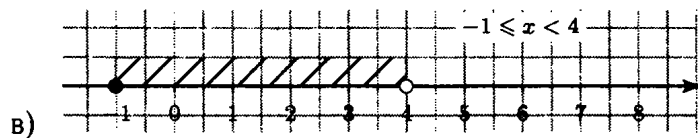
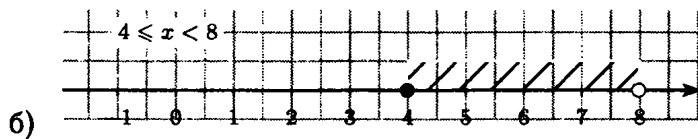
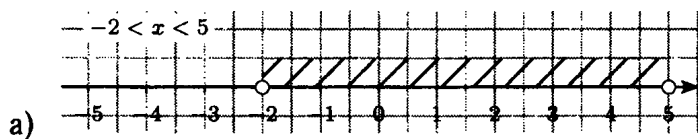


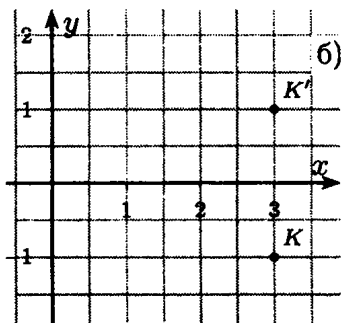
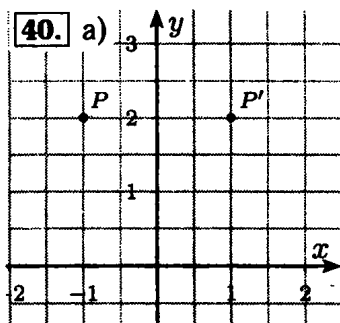
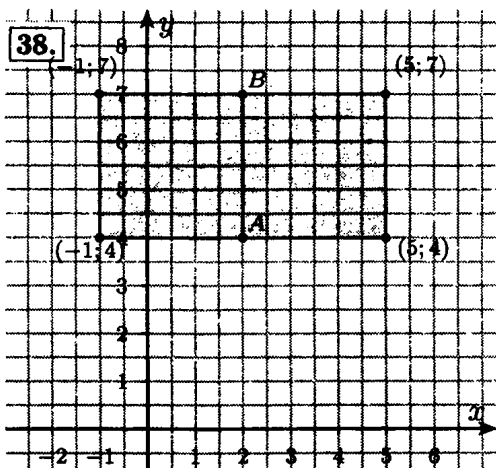
а)



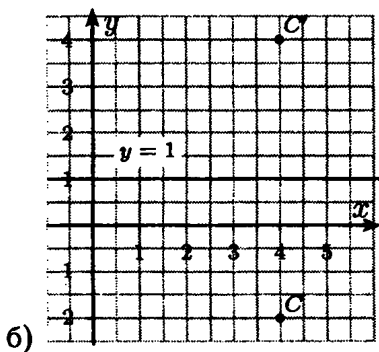
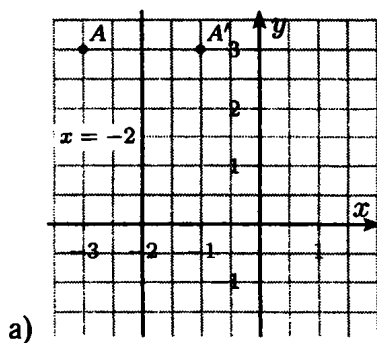


**37.**

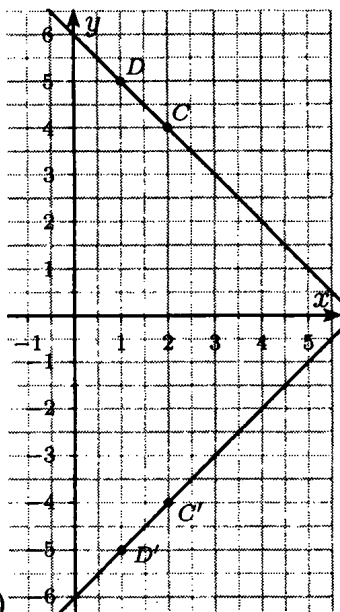




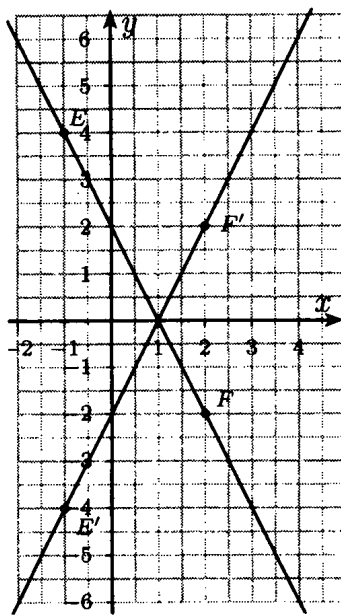
**41.**



42.

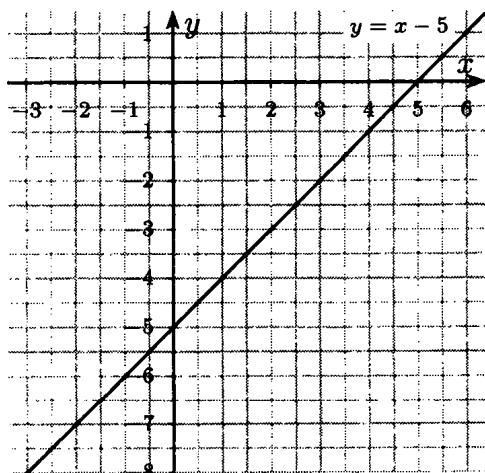


а)



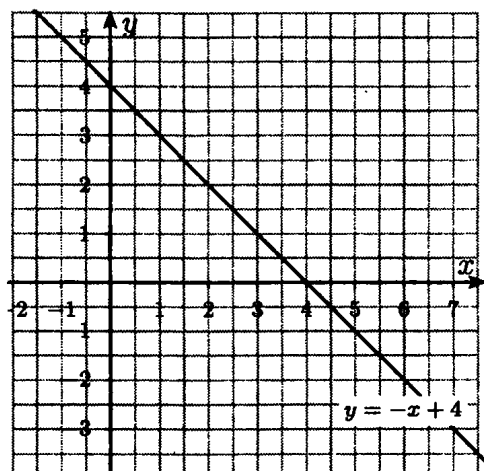
б)

43.



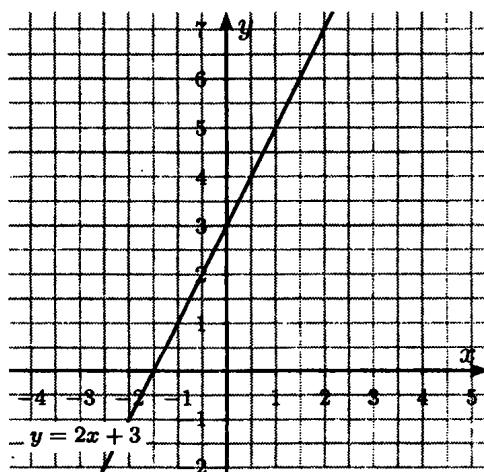
а)  $y = -3$  при  $x = 2$ ; б) при  $x = -3$ ,  $y = -8$ ; в) при  $x > 5$ ; г) при  $x < 2$ ; д) функция возрастает.

44.



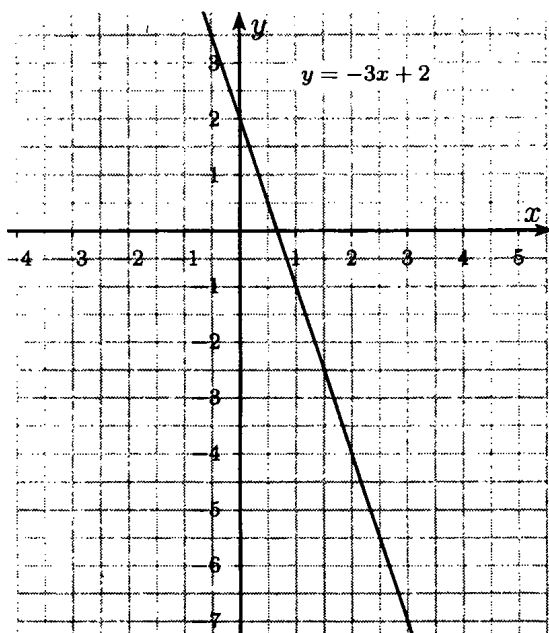
- а)  $y = 0$  при  $x = 4$ ; б) при  $x = -1$ ,  $y = 5$ ; в) при  $x > 4$ ;  
 г) при  $x > -1$ ; д) функция убывает.

45.



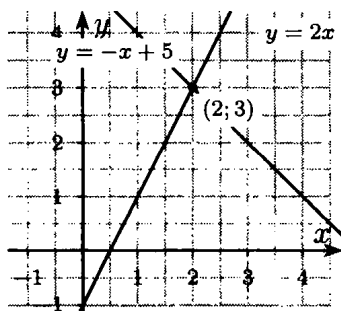
- а)  $y = 7$  при  $x = 2$ ; б) при  $x = -2$ ,  $y = -1$ ; в) при  $x < 1,5$ ;  
 г) при  $x > 0$ ; д) функция возрастает.

46.

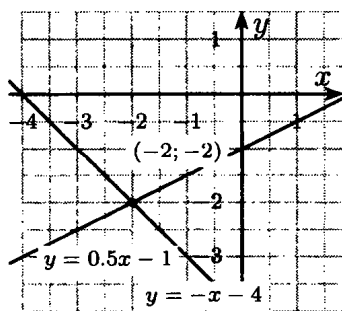


а)  $y = -4$  при  $x = 2$ ; б) при  $x = 3$ ,  $y = -7$ ; в) при  $x < -\frac{2}{3}$ ; г) при  $x < 1$ ; д) функция убывает.

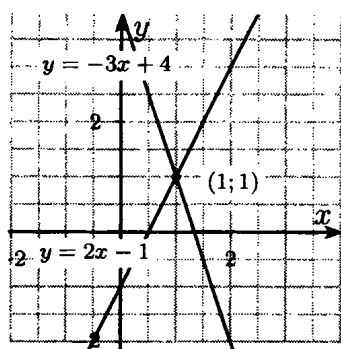
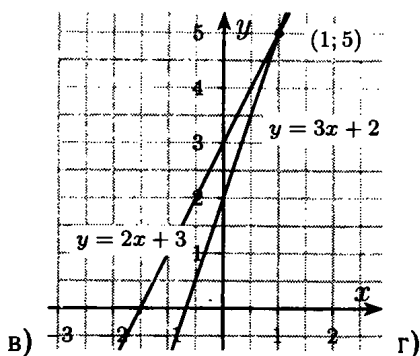
47.



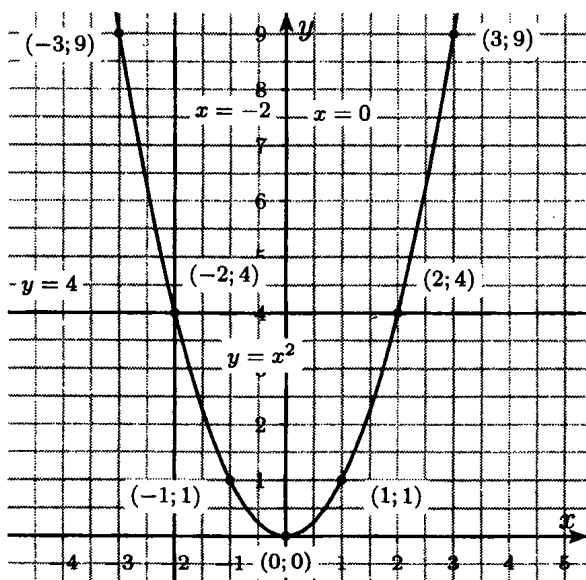
а)



б)

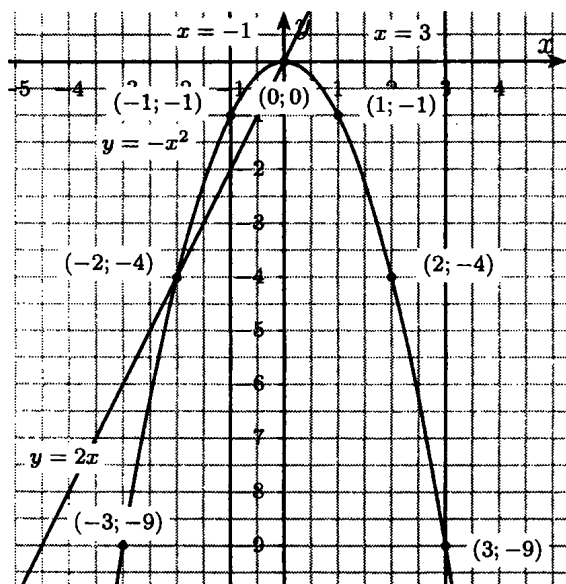


48.



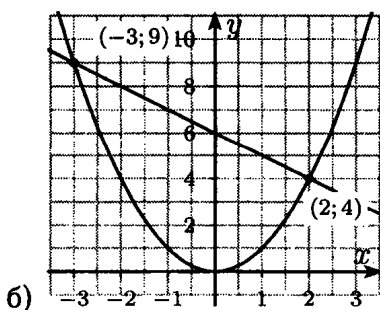
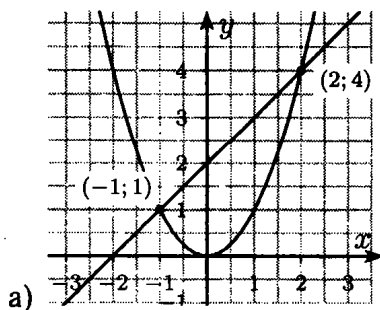
а), б), г) — результаты на графике; в) наибольшее значение — при  $x = -2 \Rightarrow y = 4$ , наименьшее при  $x = 0 \Rightarrow y = 0$ .

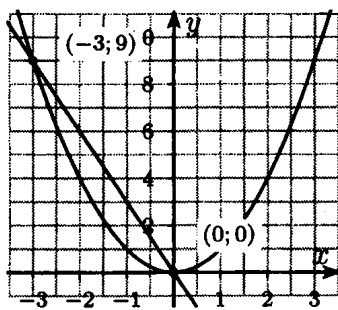
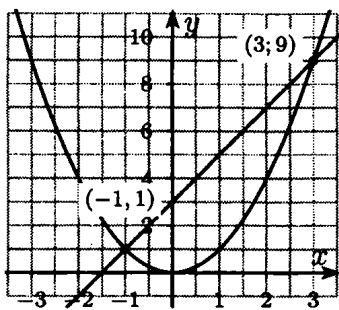
49.



а), б), г) — результаты на графике; в) наибольшее значение — при  $x = -1 \Rightarrow y = -1$ , наименьшее при  $x = 3 \Rightarrow y = -9$ .

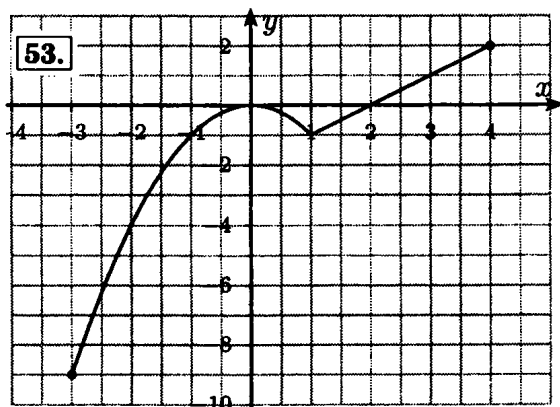
50.





**51.**  $y = f(x) = 2x - 6$ : а)  $f(-1) = 2 \cdot (-1) - 6 = -2 - 6 = -8$ ,  $f(0) = 2 \cdot 0 - 6 = -6$ ,  $f(3) = 2 \cdot 3 - 6 = 6 - 6 = 0$ ; б)  $f(2x) = 2 \cdot (2x) - 6 = 4 \Rightarrow 4x - 6 = 4 \Rightarrow 4x = 10 \Rightarrow x = 10 : 4 = 2,5$ .

**52.**  $y = f(x) = x^2$ : а)  $f(-1) = (-1)^2 = 1$ ,  $f(0) = 0^2 = 0$ ,  $f(3) = 3^2 = 9$ ; б)  $f\left(\frac{x}{2}\right) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$ .



**54.** а)  $19x - 3x + 4x = 80 \Rightarrow 20x = 80 \Rightarrow x = 4$ ; б)  $0,17x - 13 = 10 - 0,29x \Rightarrow 0,46x = 23 \Rightarrow x = 50$ ; в)  $20x - 13x - 12x = 6 \Rightarrow -5x = 6 \Rightarrow x = -1,2$ ; г)  $8x + 0,77 = 4,61 - 8x \Rightarrow 16x = 3,84 \Rightarrow x = 0,24$ .

**55.** а)  $(x + 1)(x + 2) - (x + 3)(x + 4) = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x + x + 2) - (x^2 + 4x + 3x + 12) = 0 \Rightarrow (x^2 + 3x + 2) - (x^2 + 7x + 12) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 - x^2 - 7x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x^2 + 3x - 7x + 2 - 12 = 0 \Rightarrow -4x - 10 = 0 \Rightarrow -4x = 10 \Rightarrow x = -2,5$ ; б)  $(x - 2)(x - 3) - (x - 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow (x^2 - 3x - 2x + 6) - (x^2 - 4x - x + 4) =$

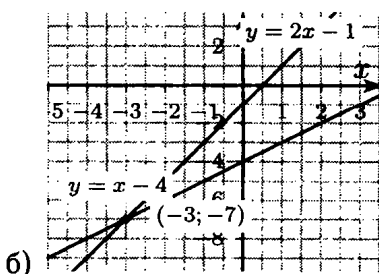
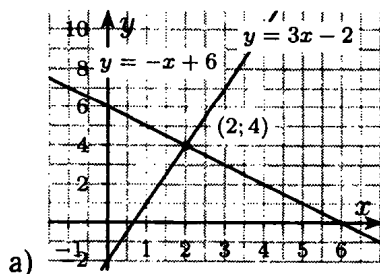


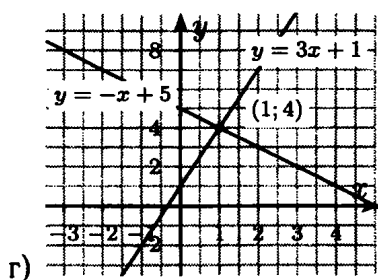
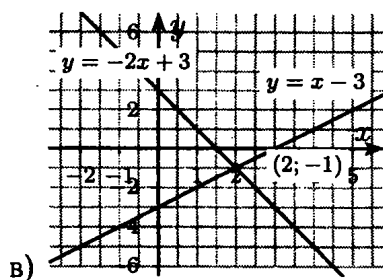
$$= 0 \Rightarrow (x^2 - 5x + 6) - (x^2 - 5x + 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 - x^2 + 5x - 4 = 0 \Rightarrow 2 \neq 0 - \text{уравнение не имеет решений};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad 10x^2 - (2x - 3)(5x - 1) &= 31 \Rightarrow 10x^2 - (2x \cdot 5x - 2x \cdot 1 - 3 \cdot 5x + 3 \cdot 1) = 31 \Rightarrow 10x^2 - 10x^2 + 17x - 3 = 31 \Rightarrow 17x - 3 = \\ &= 31 \Rightarrow (17x - 3) + 3 = 31 + 3 \Rightarrow 17x - 3 + 3 = 34 \Rightarrow 17x = \\ &= 34 \Rightarrow x = 2; \text{ г)} \quad 12x^2 - (4x - 3)(3x + 1) = -2 \Rightarrow 12x^2 - \\ &- (12x^2 + 4x - 9x - 3) = -2 \Rightarrow 12x^2 - (12x^2 - 5x - 3) = \\ &= -2 \Rightarrow 12x^2 - 12x^2 + 5x + 3 = -2 \Rightarrow 5x + 3 = -2 \Rightarrow 5x = \\ &= -5 \Rightarrow x = -1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[56.]} \quad \text{а)} \quad 9x^2 - 1 - (3x - 2)^2 &= 0 \Rightarrow 9x^2 - (3x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow 9x^2 - ((3x)^2 + 2 \cdot 3x(-2) + (-2)^2) - 1 = \\ &= 0 \Rightarrow 9x^2 - (3^2 \cdot x^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2) - 1 = 0 \Rightarrow 9x^2 - \\ &- (9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x + 4) - 1 = 0 \Rightarrow 9x^2 - (9x^2 - 12x + 4) - \\ &- 1 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 9x^2 + 12x - 4 - 1 = 0 \Rightarrow 12x - 5 = \\ &= 0 \Rightarrow x = \frac{5}{12}; \text{ б)} \quad (2x - 3)^2 - 2x(4 + 2x) = 11 \Rightarrow 4x^2 - \\ &- 4x^2 - 12x - 8x + 9 = 11 \Rightarrow -20x + 9 = 11 \Rightarrow - \\ &- 20x + 9 - 9 = 2 \Rightarrow -20x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{10} = -0,1; \\ \text{в)} \quad x + (5x + 2)^2 &= 25(1 + x^2) \Rightarrow x + (25x^2 + 20x + 4) = \\ &= 25(x^2 + 1) \Rightarrow 21x + 25x^2 + 4 = 25x^2 + 25 \Rightarrow 21x = \\ &= 21 \Rightarrow x = 1; \text{ г)} \quad (4x - 3)(3 + 4x) - 2x(8x - 1) = \\ &= 0 \Rightarrow (16x^2 + 12x - 12x - 9) - (2x)(8x - 1) = 0 \Rightarrow 16x^2 - \\ &- (16x^2 - 2x) - 9 = 0 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2} = 4,5. \end{aligned}$$

[57.]





**58.**

$$a) \begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ (x + 2y) + (3x - 2y) = -4 + 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y + 3x - 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 3x + 2y - 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 2 - 2y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 - 2y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -2y + 6 = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y = 6 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3x - y)3 = 4 \cdot 3 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3(3x - y) = 12 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ (2x + 3y) + (9x - 3y) = 10 + 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 2x + 3y + 9x - 3y = 22 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 2x + 9x + 3y - 3y = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 11x = 22 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ x = 2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9 \cdot 2 - 3y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} 18 - 3y = 12 \\ x = 2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -3y = -6 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} &;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{B)} \quad \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ x - 2y = -3 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ (x - 2y)(-4) = (-3)(-4) \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -(x - 2y)4 = 3 \cdot 4 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -4(x - 2y) = 12 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -(4x - 8y) = 12 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -4x + 8y = 12 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ (-4x + 8y) + (4x + 3y) = 12 + 10 \end{cases} &\Rightarrow \\
\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 11y = 22 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} 4x + 3 \cdot 2 = 10 \\ y = 2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4x + 6 = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} &;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Г)} \quad \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} (x - y)(-4) = 3(-4) \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} -(x - y)4 = -3 \cdot 4 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -4(x - y) = -12 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} &\Rightarrow \\
\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ (3x - 4y) + (-4x + 4y) = 7 - 12 \end{cases} &\Rightarrow \\
\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ -x = -5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \\
\begin{cases} -4 \cdot 5 + 4y = -12 \\ x = 5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -20 + 4y = -12 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4y - 20 = -12 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 8 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

**59.**

$$\begin{aligned} \text{a) } \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 7x - y = 56 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ (7x - y)4 = 56 \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 4(7x - y) = 224 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 28x - 4y = 224 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ (28x - 4y) + (3x + 4y) = 224 + 55 \end{cases} &\Rightarrow \\ \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 31x = 279 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 3 \cdot 9 + 4y = 55 \\ x = 9 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 27 + 4y = 55 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 28 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} y = 7 \\ x = 9 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 7 \end{cases} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ 6x + 4y = 13 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ (6x + 4y)(-2) = 13(-2) \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ -12x - 8y = -26 \end{cases} &\Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ (-12x - 8y) + (9x + 8y) = -26 + 21 \end{cases} &\Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ -12x + 9x - 8y + 8y = -5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ -3x = -5 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9 \cdot \frac{5}{3} + 8y = 21 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 15 + 8y = 21 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 8y = 6 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{4} \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{B)} \quad & \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ (x + 2y)(-3) = 1(-3) \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -(3x + 3 \cdot 2y) = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -(3x + 6y) = -3 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -3x - 6y = -3 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ (-3x - 6y) + (3x - 5y) = -3 + 14 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -3x - 6y + 3x - 5y = 11 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -3x + 3x - 6y - 5y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -11y = 11 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5(-1) = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x + 5 \cdot 1 = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 5 = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{r)} \quad & \begin{cases} 3x - 2y = -12 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3x - 2y)2 = (-12)2 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ (5x + 4y) + (6x - 4y) = -4 - 24 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ 11x = -28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6\left(-\frac{28}{11}\right) - 4y = -24 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} -(44y + 168) = -11 \cdot 24 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} -44y - 168 = -264 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -44y = -96 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{24}{11} \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{28}{11} \\ y = \frac{24}{11} \end{cases}$$

**60.** Пусть  $x$  — скорость первого мотоциклиста, тогда  $x + 10$  — скорость второго. Составим и решим уравнение  $350 - (3x + 3 \cdot (x + 10)) = 20 \Rightarrow 350 - 6x - 30 = 20 \Rightarrow 6x = 300 \Rightarrow 50$  км/ч — скорость первого мотоциклиста, а скорость второго  $x + 10 = 50 + 10 = 60$  км/ч.

**61.** Пусть  $x$  — длина первого куска, тогда  $x - 54$  — длина второго. Составим и решим уравнение  $\frac{x-12}{(x-54)-12} = 4 \Rightarrow \frac{x-12}{x-66} = 4 \Rightarrow x-12 = 4x-264 \Rightarrow 3x = 252 \Rightarrow x = 84$  м — длина первого куска провода,  $x - 54 = 30$  м — длина второго.

**62.** В универсамг привезли  $100\% - 20\% = 80\% = 0,8$  ковров фабричной работы, что составляет  $150 \cdot 0,8 = 120$  ковров.

**63.** Составим и решим уравнение  $162 = 60 \cdot (t + 0,5) + 50t \Rightarrow 162 = 60t + 50t + 30 \Rightarrow 110t = 132 \Rightarrow 1,2$  ч = 1 ч 12 мин.

**64.** Пусть  $v$  — скорость катера. Составим и решим уравнение  $5 \cdot (v + 3) + 3 \cdot (v - 3) = 126 \Rightarrow 5v + 15 + 3v - 9 = 126 \Rightarrow 8v = 120 \Rightarrow v = 15$  км/ч.

**65.** Пусть  $x$  — скорость первого пешехода, а  $y$  — скорость второго. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} 3,75 \cdot (x + y) = 30 \\ (2 + 2,5)x + 2,5y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3,75x + 3,75y = 30 \\ 4,5x + 2,5y = 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 1,8x + y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 8 \\ 1,8x + y - (x + y) = 12 - 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 0,8x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 8 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 + y = 8 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 3 \text{ км/ч} \\ x = 5 \text{ км/ч} \end{cases}$$

**66.** Пусть  $x$  — количество лома с 5%-ным содержанием никеля, а  $y$  — с 40%-ным. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} x + y = 140 \\ 0,05x + 0,4y = 140 \cdot 0,3 \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} x + y = 140 \\ 20 \cdot (0,05x + 0,4y) = 42 \cdot 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 140 \\ x + 8y = 840 \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} x + y = 140 \\ 7y = 700 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ кг} \\ y = 100 \text{ кг} \end{cases}
\end{aligned}$$

**67.** Пусть  $x$  — производительность труда первого рабочего, а  $y$  — производительность труда второго. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} 15x + 14y = 1020 \\ 3x - 2y = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 14y = 1020 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} 15x + 14y + (21x - 14y) = 1020 + 420 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} 36x = 1440 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} x = 40 \\ y = 30 \end{cases}
\end{aligned}$$

**68.** Пусть  $x$  — число десятков, а  $y$  — число единиц. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} 10x + y = 7 \cdot (x + y) + 3 \\ (10x + y) - (10y + x) = 36 \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} 10x + y = 7x + 7y + 3 \\ 10x + y - 10y - x = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 6y = 3 \\ 9x - 9y = 36 \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - x - 2y + y = 1 - 4 \\ x = 4 + y \end{cases} \Rightarrow \\
&\begin{cases} y = 3 \\ x = 4 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 7 \end{cases}
\end{aligned}$$

# Глава 1. Алгебраические дроби

## §1. Основные понятия

**1.1.** а) дробь; б) многочлен; в) дробь; г) дробь.

**1.2.** а) многочлен; б), в), г) — алгебраические дроби.

**1.3.** а)  $\frac{a-5}{a+5}$ ;  $a+5=0$ , значит  $a=-5$  — недопустимое значение; б)  $\frac{5e}{4+10e}$ ;  $4+10e=0$ ;  $e=-\frac{4}{10}$  — недопустимое значение; в)  $\frac{3x-9}{1+x}$ ;  $x=-1$  — недопустимое значение; г)  $\frac{15m+4}{m^2+1}$ ;  $m^2+1>0$  всегда, значит дробь имеет смысл при любых  $m$ .

**1.4.** а)  $\frac{9x^2}{x(x+2)}$ ;  $x(x+2)=0$  при  $x_1=0$ ,  $x_2=-2$ ; б)  $\frac{45z^3+5}{z(23z+69)}$ ;  $z(23z+69)=0$  при  $z_1=0$ ,  $z_2=-3$ ; в)  $\frac{8y^2}{y(y-4)}$ ;  $y(y-4)=0$  при  $y_1=0$ ,  $y_2=4$ ; г)  $\frac{72t^2-17}{2t(15t-60)}$ ;  $2t(15t-60)=0$  при  $t_1=0$ ,  $t_2=4$ .

**1.5.** а)  $\frac{3a^2+5}{(a+2)(a+3)}$ ;  $(a+2)(a+3)=0$  при  $a_1=-2$ ,  $a_2=-3$ ; б)  $\frac{8b^3+14}{(2b-7)(3b+9)}$ ;  $(2b-7)(3b+9)=0$  при  $b_1=3,5$ ,  $b_2=-3$ ; в)  $\frac{31c^2}{(c+12)(c-19)}$ ;  $(c+12)(c-19)=0$  при  $c_1=-12$ ,  $c_2=19$ ; г)  $\frac{99d^2-53}{(3d-4)(5d-45)}$ ;  $(3d-4)(5d-45)=0$  при  $d_1=\frac{4}{3}$ ,  $d_2=-9$ .

**1.6.** а)  $\frac{4x^2-2x-3}{(x-3)(x+3)}$ ;  $(x-3)(x+3)=0$  при  $x_1=3$ ,  $x_2=-3$ ; б)  $\frac{35p-24}{(p+4)(p-4)}$ ;  $(p+4)(p-4)=0$  при  $p_1=-4$ ,  $p_2=4$ ; в)  $\frac{17s+1}{(s-2)(2+s)}$ ;  $(s-2)(2+s)=0$  при  $s_1=2$ ,  $s_2=-2$ ; г)  $\frac{t^2-4t-1}{t^2-36}$ ;  $t^2-36=0$  при  $t_1=-6$ ,  $t_2=6$ .

**1.7.** а)  $\frac{10}{x-3}$ ; б)  $\frac{15y}{2y(y-12)}$ ; в)  $\frac{2z}{(z+4)(z+7)z}$ ; г)  $\frac{100}{x^2+50}$ .

**1.8.** а)  $\frac{x-4}{x+2}$ ;  $x-4=0$  при  $x=4$ ; б)  $\frac{x^2+1}{x^2}$ ;  $x^2+1 \neq 0$ ; в)  $\frac{2x+6}{x-2}=0$ ;  $2x+6=0$  при  $x=-3$ ; г)  $\frac{x+1}{x^2+1}=0$ ;  $x+1=0$  при  $x=-1$ .

**1.9.** а)  $\frac{3x^2}{x(x-2)}=0$ ; если  $3x^2=0$  при  $x=0$ , но так как  $x$  стоит в знаменателе, поэтому данная дробь не равна 0 ни при каких значениях  $x$ ; б)  $\frac{x^2-4}{x-2}=0$ ;  $x^2-4=0$ , т. е. при  $x=\pm 2$ , но так как  $x \neq 2$ , поэтому дробь равна



нулю только при  $x = -2$ ; в)  $\frac{x(x+3)}{(x+3)^2} = 0$ ;  $x(x+3) = 0$ , т. е. при  $x = 0$  и  $x = -3$ , но так как  $x \neq -3$ , поэтому дробь равна нулю только при  $x = 0$ ; г)  $\frac{x(x+1)}{x^2-1} = 0$ ;  $x(x+1) = 0$ , т. е. при  $x = 0$  или  $x = -1$ , но так как  $x \neq \pm 1$ , поэтому данная дробь равна нулю только при  $x = 0$ .

**1.10.** а) при  $x = 3$ ,  $\frac{x-2}{x-3} = \frac{3-2}{3-3} = \frac{1}{0}$ ; б) при  $t = 4$ ,  $s = -1$ ,  $\frac{(t-7)^2}{2s} = \frac{(4-7)^2}{2 \cdot (-1)} = \frac{(-3)^2}{-2} = \frac{9}{-2} = -\frac{9}{2}$ ; в) при  $y = 4$ ,  $\frac{y+6}{y-2} = \frac{4+6}{4-2} = \frac{10}{2} = 5$ ; г) при  $x = 2$ ,  $y = -2$ ,  $\frac{x-5}{(2y+3)^2} = \frac{2-5}{(2 \cdot (-2)+3)^2} = \frac{-3}{(-4+3)^2} = \frac{-3}{(-1)^2} = -3$ .

**1.11.** а) при  $p = -2$ ,  $\frac{(p+8)^2}{p^2+4} = \frac{(-2+8)^2}{(-2)^2+4} = \frac{6^2}{4+4} = \frac{36}{8} = 4,5$ ; б) при  $t = 4$ ,  $s = -1$ ;  $\frac{(t+4s)^2}{2st} = \frac{(4+4 \cdot (-1))^2}{2 \cdot (4) \cdot (-1)} = 0$ ; в) при  $s = \frac{1}{2}$ ;  $\frac{s^2-1}{-2s} = \frac{(\frac{1}{2})^2-1}{-2 \cdot (\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{4}-1}{-1} = \frac{\frac{1}{4}-\frac{4}{4}}{-1} = \frac{-\frac{3}{4}}{-1} = \frac{3}{4}$ ; г) при  $x = 2$ ,  $y = -2$ ;  $\frac{x-5y}{x^2-y^2} = \frac{2-5 \cdot (-2)}{2^2-(-2)^2}$  — знаменатель обращается в ноль.

**1.12.** а)  $2b - a = -(a - 2b) = -3$ ; б)  $2a - 4b = 2 \times (a - 2b) = 2 \cdot 3 = 6$ ; в)  $\frac{4b-2a}{3} = \frac{-2 \cdot (a-2b)}{3} = \frac{-2 \cdot 3}{3} = -2$ ; г)  $\frac{6}{2a-4b} = \frac{6}{2 \cdot (a-2b)} = \frac{6}{2 \cdot 3} = 1$ .

**1.13.** Пусть  $v$  км/ч — скорость передвижения туристов по лесной тропе. Тогда  $(v+1)$  км/ч — скорость передвижения по шоссе. Составим выражение  $\frac{6}{v} + \frac{10}{v+1} = 3,5$ .

**1.14.** Пусть  $v$  км/ч — собственная скорость катера. Составим выражение  $\frac{18}{v+2} + \frac{14}{v-2} = 1\frac{1}{3}$ .

**1.15.** Пусть  $x$  км/ч — скорость первого автомобиля, тогда  $x+20$  — скорость второго. Составим выражение  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1$ .

**1.16.** Пусть  $x$  км/ч — скорость грузовика,  $(x+20)$  км/ч — скорость автомобиля. Составим выражение  $\frac{40}{x} - \frac{10}{x+20} = \frac{10}{60}$ .

**1.17.** Пусть  $x$  км/ч — скорость первой группы,  $(x+1)$  км/ч — скорость второй группы. Составим выражение  $\frac{12}{x} - \frac{10}{x+1} = 1$ .

**1.18.** Пусть  $x$  км/ч — скорость течения реки,  $(30+x)$  км/ч — скорость лодки по течению,  $(30-x)$  км/ч —

скорость лодки против течения. Известно, что по течению лодка прошла 48 км, значит она затратила  $\frac{48}{30+x}$  ч, Против течения лодка шла 42 км, и затратила  $\frac{42}{30-x}$  ч, Составим и решим уравнение  $\frac{48}{30+x} = \frac{42}{30-x} \Rightarrow \frac{48 \cdot (30-x)}{30-x} - \frac{42 \cdot (30+x)}{30-x} = 0 \Rightarrow \frac{48 \cdot 30 - 48x - 42 \cdot 30 - 42x}{(30+x) \cdot (30-x)} = 0 \Rightarrow 30 \cdot (48 - 42) - 90x = 0 \Rightarrow -90x = -180 \Rightarrow x = 2$  км/ч.

**1.19.** Пусть  $x$  км/ч — скорость автобуса, тогда  $(x + 30)$  км/ч — скорость автомобиля. Время затраченное автобусом  $\frac{160}{x}$  ч., а автомобилем  $\frac{280}{x+30}$  ч. По условию задачи  $\frac{160}{x} = \frac{280}{x+30} \Rightarrow \frac{160 \cdot (x+30)}{x} - \frac{280x}{x+30} = 0 \Rightarrow 160x + 4800 - 280x = 0 \Rightarrow -120x = -4800 \Rightarrow x = -4800 : (-120) = 40$  км/ч

**1.20.** а) при  $x > 0, y > 0; \frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} > 0$ ; б) при  $x > 0, y < 0; \frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} > 0$ ; в) при  $x < 0, y > 0; \frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} < 0$ ; г) при  $x < 0, y < 0; \frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} < 0$ .

**1.21.** а)  $\frac{5}{a^2+7} > 0; 5 > 0$  и  $a^2 + 7 \geq 7$  для любых  $a$ ; б)  $\frac{-3}{b^2+4} < 0; -3 < 0$  и  $b^2 + 4 \geq 4$ ; в)  $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0; a^2 + 8 \geq 8$  и  $(x-3)^2 \geq 0$ ; г)  $\frac{(y-6)^2}{-y^2-3} \leq 0; (y-6)^2 \geq 0$  и  $-y^2 - 3 = -(y^2 + 3) \leq -3$ .

**1.22.** а) при  $a = 4, b = -2; \frac{(3a-b)^2}{a+b} = \frac{(3 \cdot 4 - 2)^2}{4-2} = 98$ ; б) при  $c = -2, d = 1; \frac{c^6-1}{d^4+2} = \frac{(-2)^6-1}{1^4+2} = \frac{(-2)^3 \cdot (-2)^3-1}{3} = \frac{64-1}{3} = 21$ ; в) при  $x = 3, y = 4; \frac{(x-y)^4}{x^2+y^2} = \frac{(3-4)^4}{3^2+4^2} = \frac{(-1)^4}{9+16} = \frac{1}{25}$ ; г) при  $m = 2, n = 1; \frac{2mn}{m^3+n^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)}{(2^3)+(-1)^3} = \frac{-4}{8-1} = -\frac{4}{7}$ .

**1.23.** а) при  $a = 4, b = -2; \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} = \frac{4^2-(-2)^2}{(4-2)^2} = \frac{16-4}{4} = \frac{12}{4} = 3$ ; б) при  $c = -2, d = 10; \frac{c^3+dc}{c^2d+d^2} = \frac{c(c^2+d)}{d(c^2+d)} = \frac{c}{d} = -\frac{1}{5}$ ; в) при  $x = 13, y = 12; \frac{x^2+y^2}{x^4-y^4} = \frac{x^2+y^2}{(x^2-y^2) \cdot (x^2+y^2)} = \frac{1}{x^2-y^2} = \frac{1}{169-144} = \frac{1}{25}$ ; г) при  $m = 2, n = -1; \frac{m^4-n^4}{m^3n-mn^3} = \frac{(m^2-n^2) \cdot (m^2+n^2)}{mn(m^2-n^2)} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{4+1}{-2} = -2$ .

**1.24.** а) при любом  $x$ ; б) при  $b \neq 0$ ; в) при любом  $x$ ; г) при  $m \neq 0$ .

**1.25.** а)  $x \neq -\frac{5}{2}$ ;  $x \neq \frac{1}{3}$ ; б)  $y \neq -\frac{1}{3}$ ;  $y \neq \frac{3}{5}$ ; в)  $s \neq -\frac{1}{44}$ ;  $s \neq \frac{3}{32}$ ; г)  $r \neq \frac{25}{9}$ ;  $r \neq 3$ .

**1.26.** а)  $a \neq 1$ ; б)  $4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$ , поэтому  $b \neq \frac{1}{2}$ ; в)  $c \neq -3$ ; г)  $4m^2 + 36m + 81 = (2m + 9)^2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -\frac{9}{2}$ .

**1.27.** а)  $a \neq -17$ ;  $a \neq -8$ ;  $a \neq 9$ ; б)  $b \neq -\frac{4}{3}$ ;  $b \neq -\frac{1}{2}$ ;  $b \neq \frac{8}{3}$ . в)  $c \neq -3$ ;  $c \neq -\frac{8}{7}$ ;  $c \neq \frac{1}{2}$ . г)  $d \neq -1$ ;  $d \neq -\frac{7}{5}$ .

**1.28.** а)  $b \neq 0$ ;  $b \neq \frac{2}{3}$ . б)  $k \neq \pm 3$ ; в)  $s \neq -\frac{1}{2}$ ;  $s \neq 0$ ; г)  $m \neq \pm 2$ .

**1.29.** а)  $a \neq -17$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \neq 3$ ; б)  $b \neq -\frac{1}{2}$ ;  $b \neq \pm \frac{4}{3}$  ( $9b^2 - 16 = (3b - 4)(3b + 4)$ ); в)  $c \neq -8$ ;  $c \neq 0$ ;  $c \neq 3$ ; г)  $d = -\frac{5}{7}$ ;  $d \neq \pm \frac{1}{2}$  ( $4d^2 - 1 = (2d - 1)(2d + 1)$ ).

**1.30.** Дробь обращается в нуль при  $2m^2 - 2 = 0 \Rightarrow m = 1$ , а при  $m(m + 1)(m - 2) \Rightarrow m = -1$ ,  $m = 0$  и  $m = 2$  не имеет смысла.

**1.31.** а) так как  $a^2 + 1 \neq 0$  ни при каких  $a$ , то  $\frac{(a+2)^2 - 4 \cdot (a+1) - a^2}{a+1} = \frac{a^2 + 4a + 4 - 4a - 4 - a^2}{a^2 + 1} = \frac{0}{a^2 + 1} = 0$ ; б) так как  $x^2 + 3 \neq 0$  ни при каких  $x$ , то  $\frac{9 + x(x-6) - (x-3)^2}{x^2 + 3} = \frac{9 + x^2 - 6x - x^2 + 6x - 9}{x^2 + 3} = \frac{0}{x^2 + 3} = 0$ .

**1.32.** Знаменатели данных дробей равны нулю при любых значениях переменной, поэтому эти дроби не имеют смысла: а)  $(x - 3) \cdot (x^2 + 3x + 9) - x(x^2 + 3) + 3 \times (9 + x) = x^3 - 27 - x^3 - 3x + 27 + 3x = 0$ ; б)  $2 \cdot (4 - a) - (a + 2) \cdot (a^2 - 2a + 4) + a(a^2 + 2) = 8 - 2a - (a^3 + 8) + a^3 + 2a = 0$ .

**1.33.**  $5a - 10b = 18 \Rightarrow 5 \cdot (a - 2b) = 18 \Rightarrow a - 2b = \frac{18}{5} = 3,6$ ; а)  $3a - 6b = 3 \cdot (a - 2b) = 3 \cdot 3,6 = 10,8$ ; б)  $\frac{7,2}{a - 2b} = 7,2 : 3,6 = 2$ ; в)  $\frac{8b - 4a}{3} = \frac{-4 \cdot (a - 2b)}{3} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{18}{5} = -4\frac{4}{5}$ ; г)  $\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{3,6} = \frac{(a - 2b)^2}{3,6} = \frac{3,6^2}{3,6} = 3,6$ .

**1.34.** а)  $x - 3y = \frac{1}{3} \cdot (3x - 9y) = \frac{1}{3}$ ; б)  $\frac{6}{x - 3y} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18$ ; в)  $\frac{12y - 4x}{5} = \frac{-\frac{4}{3} \cdot (3x - 9y)}{5} = -\frac{4}{15}$ ; г)  $(9y^2 - 6xy + x^2) \cdot 3 = (3y - x^2) \cdot 3 = (\frac{1}{3})^2 \cdot 3 = \frac{1}{3}$ .

**1.35.** а)  $-\frac{a}{b} = -3$ ; б)  $\frac{b}{a} = 1 : (\frac{a}{b}) = \frac{1}{3}$ ; в)  $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = 4$ ; г)  $\frac{b+2a}{a} = \frac{b}{a} + \frac{2a}{a} = \frac{1}{3} + 2 = 2\frac{1}{3}$ .

**1.36.** а)  $\frac{x}{2y} = \left(\frac{x}{y}\right) : 2 = \frac{1}{10}$ ; г)  $\frac{x-y}{x} = \frac{x}{y} - \frac{y}{y} = \frac{1}{5} - 1 = -\frac{4}{5}$ ; б)  $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + 1 : \left(\frac{x}{y}\right) = 1 + 5 = 6$ ;  
 в)  $\frac{y}{2x} = \frac{1}{2} : \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{5}{2}$ .

**1.37.** а) при  $\frac{x}{y} = 0,2$   $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + 1 : \left(\frac{x}{y}\right) = 1 + 1 : 0,2 = 6$ ; б) при  $\frac{x}{y} = 0,4$   $\frac{3x-8y}{y} = \frac{3x}{y} - \frac{8y}{y} = 3 \cdot 0,4 - 8 = -6,8$ .

**1.38.** Из  $\frac{a+2b}{b} = 7 \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{2b}{b} = 7 \Rightarrow \frac{a}{b} + 2 = 7 \Rightarrow \frac{a}{b} = 5$ : а)  $\frac{a}{b} = 5$ ; б)  $\frac{2a-b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 - 1 = 9$ ;  
 в)  $\frac{2a+3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} + 3 \cdot \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 + 3 = 13$ ; г)  $\frac{4b-a}{2a} = \frac{4b}{2a} - \frac{a}{2a} = 2 : \left(\frac{a}{b}\right) - \frac{1}{2} = 2 : 5 - \frac{1}{2} = -0,1$ .

**1.39.** Из  $\frac{x-3y}{y} = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} - \frac{3y}{y} = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} - 3 = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} = 15$ :  
 а)  $\frac{x}{y} = 15$ ; б)  $\frac{y}{x} = 1 : 15 = \frac{1}{15}$ ; в)  $\frac{2x+y}{y} = 2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right) + \frac{y}{y} = 2 \times 15 + 1 = 31$ ; г)  $\frac{3x-y}{2x} = \frac{3x}{2x} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} : \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} : 15 = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ .

**1.40.** а)  $\frac{n+3}{n} = 1 + \frac{3}{n} \Rightarrow n = 1, 3$ ; б)  $\frac{2n+5}{n} = 2 + \frac{5}{n} \Rightarrow n = 1, 5$ ; в)  $\frac{6-n}{n} = \frac{6}{n} - 1 \Rightarrow n = 1, 2, 3$ ; г)  $\frac{45-7n}{n} = \frac{45}{n} - 7 \Rightarrow n = 1, 3, 5$ .

**1.41.** а)  $\frac{12}{x} = \frac{12}{x+1}$ . Из города в деревню вышли два пешехода. Второй пешеход шёл со скоростью на 1 км/ч больше чем первый, и пришёл на 1 час раньше. Найдите скорости пешеходов, если расстояние между городом и деревней 12 км.

б)  $\frac{24}{x+2} = \frac{16}{x-2}$ . Катер проходит по реке по течению 24 км, а против течения 16 км за одинаковое время. Найти собственную скорость катера, если известно что скорость течения реки 2 км/ч.

в)  $\frac{20}{x} = \frac{25}{x+1}$ . Два туриста вышли одновременно. Второй турист шёл со скоростью, на 1 км/ч больше, чем первый. Известно, что за одно и то же время первый турист прошёл 20 км, а второй 25 км. Найдите сколько времени были туристы в пути.

г)  $\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x+2} = \frac{1}{2}$ . Найдите скорость движения велосипедиста, если двигаясь со скоростью на 1 км/ч меньше обычной он проезжает расстояние в 10 км за 30 мин.

медленнее, чем проезжая 9 км двигаясь со скоростью на 2 км/ч быстрее обычного.

## §2. Основное свойство алгебраической дроби

**2.1.** а)  $\frac{4b}{7} = \frac{12ab}{21a}$ ; б)  $-\frac{a}{b} = \frac{a^2}{-ab}$ ; в)  $\frac{m^2}{n} = \frac{5m^{2r}}{5rn}$ ; г)  $\frac{-pq}{p^2s} = -\frac{q}{ps}$ .

**2.2.** а) да, так как  $\frac{xn}{n(x+y)} = \frac{x}{x+y}$ ; б) нет; в) да, так как  $\frac{a^2-ab}{a^2} = \frac{a(a-b)}{a \cdot a} = \frac{a-b}{a}$ ; г) нет.

**2.3.** а)  $\frac{15ab}{12bc} = \frac{5a}{4c}$ ; б)  $\frac{14k^2l}{7kl^2} = \frac{2k}{l}$ ; в)  $\frac{144xy}{63yz} = \frac{16x}{7z}$ ; г)  $\frac{135p^3q^2}{25q^2p} = \frac{27}{5}p^2$ .

**2.4.** а)  $\frac{4 \cdot (a-b)}{5(a-b)^2} = \frac{4}{5 \cdot (a-b)}$ ; б)  $\frac{13(x+4)^3}{26x(x+4)} = \frac{(x+4)^2}{2x}$ ; в)  $\frac{8(k+1)^2}{9(k+1)^3} = \frac{8}{9 \cdot (k+1)}$ ; г)  $\frac{48m(2m-n)^3}{60n(2m-n)^3} = \frac{4m}{5n}$ .

**2.5.** а)  $\frac{2^4}{2^6} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{4^3}{4^2} = 4$ ; в)  $\frac{7^{12}}{7^{10}} = 7^2 = 49$ ; г)  $\frac{6^3}{6^2} = 6$ .

**2.6.** а)  $\frac{64}{4^2} = \frac{4^3}{4^2} = 4$ ; б)  $\frac{24}{2^3} = \frac{8 \cdot 3}{2^3} = \frac{2^3 \cdot 3}{2^3} = 3$ ; в)  $\frac{625}{5^5} = \frac{5^2 \cdot 5^2 \cdot 5}{5^5} = \frac{5^5}{5^5} = 1$ ; г)  $\frac{3^3}{54} = \frac{27}{54} = \frac{1}{2}$ .

**2.7.** а)  $\frac{3^3 \cdot 12^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^3 \cdot (3 \cdot 4)^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^3 \cdot 3^4 \cdot 4^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^7 \cdot 4^4}{3^5 \cdot 4^2} = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \times$   
 $\times 16 = 144$ ; б)  $\frac{14^7 \cdot 28^2}{7^9 \cdot 2^4} = \frac{7^7 \cdot 2^7 \cdot 7^2 \cdot 4^2}{7^9 \cdot 2^4} = \frac{(7^9 \cdot 2^{11})}{(7^9 \cdot 2^4)} = 2^7 = 128$ ;

в)  $\frac{625 \cdot 15^3}{5^3 \cdot 3^3} = \frac{5^4 \cdot 5^3 \cdot 3^3}{5^3 \cdot 3^3} = 5^2 = 25$ ; г)  $\frac{11^5 \cdot 5^6}{25 \cdot 55^5} = \frac{11^5 \cdot 5^6}{5^2 \cdot 5^5 \cdot 11^5} = \frac{1}{5}$ .

**2.8.** а)  $\frac{5a}{7} = \frac{5a \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{40a}{56}$ ; б)  $\frac{26m}{112} = \frac{13m}{56}$ ; в)  $\frac{3k}{8} = \frac{3k \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{21k}{56}$ ; г)  $\frac{27t}{168} = \frac{9t}{56}$ .

**2.9.** а)  $\frac{2b}{3a} = \frac{2b \cdot 12}{3a \cdot 12} = \frac{24b}{36a}$ ; б)  $\frac{5an}{36a^2} = \frac{5n}{36a}$ ; в)  $\frac{7s}{36} = \frac{7s \cdot a}{36 \cdot a} = \frac{7as}{36a}$ ; г)  $\frac{9d}{108ad} = \frac{3}{36a}$ .

**2.10.** а)  $\frac{581}{28mn} = \frac{291}{14mn}$ ; б)  $\frac{1}{2n} = \frac{1 \cdot 7m}{2n \cdot 7m} = \frac{7m}{14mn}$ ; в)  $\frac{27mk}{42m^{2n}} = \frac{3 \cdot 9k}{3 \cdot 2n \cdot 7m} = \frac{9k}{7m}$ ; г)  $\frac{3}{7m} = \frac{3 \cdot 2n}{7m \cdot 2n} = \frac{6n}{14mn}$ .

**2.11.** а)  $\frac{1}{8xy} = \frac{1 \cdot 3x}{8xy \cdot 3x} = \frac{3x}{24x^2y}$ ; б)  $\frac{15xz}{120x^2y} = \frac{3xz}{24x^2y}$ ; в)  $\frac{2x}{3y} = \frac{2x \cdot 8x^2}{3y \cdot 8x^2} = \frac{16x^3}{24x^2y}$ ; г)  $\frac{22a^2y^2}{48x^2y^3} = \frac{11a^2}{24x^2y}$ .

**2.12.** а)  $\frac{19x^2}{5}$  и  $\frac{35y^2}{5}$ ; б)  $\frac{50y^3}{5y}$  и  $\frac{8x^3}{5y}$ ; в)  $\frac{21m^2}{7}$  и  $\frac{6n^2}{7}$ ; г)  $\frac{a^2}{10b}$  и  $\frac{100b^2}{10b}$ .

**2.13.** а)  $\frac{x}{x-y}$  и  $\frac{5x(x-y)}{x-y}$ ; б)  $\frac{7y}{x+y}$  и  $\frac{(x-y) \cdot (x+y)}{x+y}$ ; в)  $\frac{9a^2 \cdot (a+9)}{a+9}$  и  $\frac{a^2}{a+9}$ ; г)  $\frac{(5-b) \cdot (5+b)}{5+b}$  и  $\frac{8b}{5+b}$ .

**2.14.** а)  $\frac{2ab}{a+b}$  и  $\frac{(a+b)^2}{a+b}$ ; б)  $\frac{x-y}{x+y}$  и  $\frac{x^3+y^3}{x+y}$ ; в)  $\frac{(a-b)^2}{a-b}$  и  $\frac{a^{2b}}{a-b}$ ;  
 г)  $\frac{x+2}{x-2}$  и  $\frac{x^3-8}{x-2}$ .

**2.15.** а)  $\frac{10a}{12}$  и  $\frac{7b}{12}$ ; б)  $\frac{9a^2}{24}$  и  $\frac{10ab}{24}$ ; в)  $\frac{21d}{48}$  и  $\frac{43c}{48}$ ; г)  $\frac{80t^2}{350}$  и  $\frac{49x^2}{350}$ .

**2.16.** а)  $\frac{b}{3a}$  и  $\frac{9}{a}$ ; б)  $\frac{14}{24c}$  и  $\frac{33}{8c}$ ; в)  $\frac{25}{10b}$  и  $\frac{4}{10b}$ ; г)  $\frac{111a}{432d}$  и  $\frac{40a}{432d}$ .

**2.17.** а)  $\frac{y^2}{xy}$  и  $\frac{x^2}{xy}$ ; б)  $\frac{a^3}{2a^2b^2}$  и  $\frac{b^3}{2a^2b^2}$ ; в)  $\frac{n^3}{m^2}$  и  $\frac{m^3}{n^2}$ ; г)  $\frac{3c^3}{5ct}$  и  $\frac{t^3}{5ct}$ .

**2.18.** а)  $\frac{2 \cdot (a+b)b}{10ab}$  и  $\frac{a(a-b)}{10ab}$ ; б)  $\frac{21d^4}{180cd}$  и  $\frac{25c^4}{180cd}$ ; в)  $\frac{x(3-x)}{12xy}$  и  $\frac{3y(y+2)}{12xy}$ ; г)  $\frac{20n^4}{270m^2n}$  и  $\frac{63m^4}{270m^2n}$ .

**2.19.** а)  $\frac{2b^2}{2ab}$  и  $\frac{c}{2ab}$ ; б)  $\frac{5+p}{b^3}$  и  $\frac{4pb}{b^3}$ ; в)  $\frac{2m^2}{6mn}$  и  $\frac{5}{6mn}$ ; г)  $\frac{m+n}{n^3}$  и  $\frac{m^{2n}}{n^3}$ .

**2.20.** а)  $\frac{x^{2v}}{5y^2}$  и  $\frac{5 \cdot (x-3)}{5y^2}$ ; б)  $\frac{xy}{15x^2y^2}$  и  $\frac{3}{15x^2y^2}$ ; в)  $\frac{18ac}{6ad^2}$  и  $\frac{d(c+d)}{6ad^2}$ ;  
 г)  $\frac{15ty}{20x^2y^2}$  и  $\frac{8tx}{20x^2y^2}$ .

**2.21.** а)  $\frac{16a}{30a^3b^3}$  и  $\frac{9b}{30a^3b^3}$ ; б)  $\frac{4m(7n+m)}{252m^3n^4}$  и  $\frac{7n(n-4m)}{252m^3n^4}$ ; в)  $\frac{55p^5c}{140p^8q^{31}}$  и  $\frac{16q^{30}c}{140p^8q^{31}}$ ; г)  $\frac{5 \cdot (2y^2-x)}{120x^4y^3}$  и  $\frac{2 \cdot (8y+5x^2)y^2}{120x^4y^3}$ .

**2.22.** а)  $\frac{ab}{a(a+b)}$  и  $\frac{13b(a+b)}{a(a+b)}$ ; б)  $\frac{(1+a) \cdot (a-4)}{a^2 \cdot (a-4)}$  и  $\frac{a^2 \cdot (a-1)}{a^2 \cdot (a-4)}$ ;  
 в)  $\frac{2c(b-c)}{b(b-c)}$  и  $\frac{b^2}{b(b-c)}$ ; г)  $\frac{x^3 \cdot (x-y)}{x^3 \cdot (x+y)}$  и  $\frac{(x+3) \cdot (x+y)}{x^3 \cdot (x+y)}$ .

**2.23.** а)  $\frac{b(a-1)}{a(a-1)}$  и  $\frac{b^2}{a(a-1)}$ ; б)  $\frac{c(c+1)}{c(c-1)}$  и  $\frac{c-3}{c(c-1)}$ ; в)  $\frac{c+d}{c(c-d)}$  и  $\frac{d(c-d)}{c(c-d)}$ ; г)  $\frac{x^2}{y(y+x)}$  и  $\frac{y^2}{y(y+x)}$ .

**2.24.** а)  $\frac{b(a-b)}{2a(a-b)}$  и  $\frac{2 \cdot (a+b)}{2a(a-b)}$ ; б)  $\frac{(a-1)^2}{a^2 \cdot (a-1)}$  и  $\frac{a(a+1)}{a^2 \cdot (a-1)}$ ; в)  $\frac{3 \cdot (m-n)}{m(m+n)}$  и  $\frac{n(m+n)}{3m(m+n)}$ ; г)  $\frac{m(m-4)}{m^2 \cdot (m+2)}$  и  $\frac{(m-2) \cdot (m+2)}{m^2 \cdot (m+2)}$ .

**2.25.** а)  $\frac{34x}{6x-6}$  и  $\frac{11}{6x-6}$ ; б)  $\frac{b(b-2)}{ab(b+2)}$  и  $\frac{a(a+2)}{ab(b+2)}$ ; в)  $\frac{5x}{8x+8e}$  и  $\frac{18y}{8x+8y}$ ; г)  $\frac{y(x-3)}{xy(x-y)}$  и  $\frac{x(y-3)}{xy(x-y)}$ .

**2.26.** а)  $\frac{5m(m+8)}{m^2-64}$  и  $\frac{6n(m-8)}{m^2-64}$ ; б)  $\frac{(a-b)^2}{b(a^2-b^2)}$  и  $\frac{4a(a+b)}{b(a^2-b^2)}$ ;  
 в)  $\frac{(q+10)^2}{q^2-100}$  и  $\frac{3q(q-10)}{q^2-100}$ ; г)  $\frac{(x+1)^2}{y(x^2-1)}$  и  $\frac{(x-1)^2}{y(x^2-1)}$ .

**2.27.** а)  $\frac{3c(c-d)}{d(c^2-d^2)}$  и  $\frac{(c+d) \cdot (c+3)}{d(c^2-d^2)}$ ; б)  $\frac{x^3-8}{x(4-x^2)}$  и  $\frac{(2-x)^2}{x(4-x^2)}$ ;  
 в)  $\frac{(x-2) \cdot (x+1)}{y(x^2-1)}$  и  $\frac{2y(x-1)}{y(x^2-1)}$ ; г)  $\frac{(x+1)^2}{x(x^2-1)}$  и  $\frac{x^3-1}{x(x^2-1)}$ .

$$\text{2.28. } \text{a) } \frac{15}{m-n} \text{ и } \frac{-11}{3p-q}; \text{ б) } \frac{15a}{2a+b} \text{ и } \frac{-6b}{2a+b}; \text{ в) } \frac{48}{3p-q} \text{ и } \frac{-11}{3p-q};$$

$$\text{г) } \frac{-4s}{2y+3s} \text{ и } \frac{8t}{2y+3s}.$$

$$\text{2.29. } \text{a) } \frac{1}{(x-y)^2} \text{ и } \frac{1}{(x-y)^2}; \text{ б) } \frac{15}{(a-b)^2} \text{ и } \frac{-17}{(a-b)^2}; \text{ в) } \frac{25p}{(p-q)^2} \text{ и } \frac{5q}{(p-q)^2};$$

$$\text{г) } \frac{-3k}{(k-l)^2} \text{ и } \frac{81}{(p-q)^2}.$$

$$\text{2.30. } \text{a) } \frac{7x}{x^2-4} \text{ и } \frac{(x+2)^2}{x^2-4}; \text{ б) } \frac{8y}{y^2-9} \text{ и } \frac{-5 \cdot (y+3)}{y^2-9}; \text{ в) } \frac{(m-n)^2}{m^2-n^2} \text{ и } \frac{5mn}{m^2-n^2};$$

$$\text{г) } \frac{7m(n-m)}{m^2-n^2} \text{ и } \frac{3n}{m^2-n^2}.$$

$$\text{2.31. } \text{a) } \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} \text{ и } \frac{49}{(x-y)^2}; \text{ б) } \frac{32a}{(z-t)^8} \text{ и } \frac{42b(z-1)}{(z-t)^8}; \text{ в) } \frac{p}{(p-q)^2} \text{ и } \frac{p^2-q^2}{(p-q)^2};$$

$$\text{г) } \frac{7a(a+b)^2}{(a+b)^{14}} \text{ и } \frac{9b}{(a+b)^{14}}.$$

$$\text{2.32. } \text{a) } \frac{11a}{a^3+b^3} \text{ и } \frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3}; \text{ б) } \frac{3x+1}{x^3-27} \text{ и } \frac{(x-3)^2}{x^2+3x+9}; \text{ в) } \frac{10b}{b^3-8} \text{ и } \frac{b^2+2b+4}{b^3-8};$$

$$\text{г) } \frac{1-5y}{t^3+y^3} \text{ и } \frac{(t+y)^2}{t^3+y^3}.$$

$$\text{2.33. } \text{a) } \frac{(a-b)^2}{5 \cdot (a^2-b^2)} \text{ и } \frac{5a^2}{5 \cdot (a^2-b^2)}; \text{ б) } \frac{xy^3}{x(x^2-y^2)} \text{ и } \frac{x^3-y^3}{x(x^2-y^2)};$$

$$\text{в) } \frac{2xy}{2 \cdot (x^2-y^2)} \text{ и } \frac{(x+y)^2}{2 \cdot (x^2-y^2)}; \text{ г) } \frac{z^3-t^3}{z(z^2-t^2)} \text{ и } \frac{3tz}{z(z^2-t^2)}.$$

$$\text{2.34. } \text{a) } \frac{4,5a^2+0,5ab}{40,5a^2-0,5b^2} = \frac{0,5a(9a+b)}{0,5 \cdot (81a^2-b^2)} = \frac{a(9a+b)}{(9a-b) \cdot (9a+b)} = \frac{a}{9a-b};$$

$$\text{б) } \frac{24,5x^2-0,5y^2}{3,5x^2+0,5xy} = \frac{0,5 \cdot (49x^2-y^2)}{x \cdot 0,5 \cdot (7x-y)} = \frac{(7x-y) \cdot (7x+y)}{x(7x-y)} = \frac{7x+y}{x}.$$

$$\text{2.35. } \text{a) при } x = 0,5, y = 0,25; \frac{9x^2-3xy}{12xy-4y^2} = \frac{3x(3x-y)}{4y(3x-y)} = \frac{3x}{4y} = \frac{3 \cdot 0,5}{4 \cdot 0,25} = \frac{3}{2};$$

$$\text{б) при } a = -2,4, b = 0,2; \frac{a^2-2ab}{12b^2-6ab} = \frac{a(a-2b)}{-6b(a-2b)} = -\frac{a}{6b} = \frac{-(-2,4)}{6 \cdot 0,2} = \frac{2,4}{1,2} = 2;$$

$$\text{в) при } m = 1,5, n = -4,5; \frac{16m^2-4n^2}{6m-3n} = \frac{4 \cdot (2m-n) \cdot (2m+n)}{3 \cdot (2m-n)} = \frac{4}{3} \cdot (2 \times 1,5 + (-4,5)) = -2;$$

$$\text{г) при } k = \frac{1}{5}, l = \frac{1}{6}; \frac{30kl-15k^2}{8l^2-4kl} = \frac{15k(2l-k)}{4 \cdot (\frac{1}{6})} = 4,5.$$

$$\text{2.36. } \text{a) } \frac{2x-6y}{0,25x^2-2,25y^2} = \frac{2 \cdot (x-3y)}{0,25 \cdot (x^2-9y^2)} = \frac{8 \cdot (x-3y)}{(x-3y) \cdot (x+3y)} = \frac{8}{x+3y} = \frac{8}{8} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{2a+4b}{0,2a^2-0,8b^2} = \frac{2 \cdot (a+2b)}{0,2 \cdot (a^2-4b^2)} = \frac{10}{a-2b} = 2.$$

$$\text{2.37. } \text{a) } \frac{3b^3}{6a^2b^2}, \frac{7ab}{6a^2b^2}, \frac{2a^3}{6a^2b^2}; \text{ б) } \frac{3s^2t^2}{s^2t}, \frac{s(s+t^2)}{s^2t}, \frac{5s}{s^2t}; \text{ в) } \frac{12kl^3m^4}{20l^3m^3}, \frac{10k^2l^2m^2}{20l^3m^3}, \frac{5kl^4}{20l^3m^3};$$

$$\text{г) } \frac{2n^3}{m^2n^2}, \frac{5m^3n^3}{m^2n^2}, \frac{3m^3n}{m^2n^2}.$$

$$\text{2.38. a) } \frac{2st}{st(s+t)}, \frac{s(s+t)^2}{st(s+t)}, \frac{t(s^2-t^2)}{st(s+t)}; \text{ б) } \frac{m^2}{(m+n)m}, \frac{n(m+n)}{m(m+n)}, \frac{(m+n)^2}{m(m+n)}; \text{ в) } \frac{3(a+b)^2}{3a^2 \cdot (a+b)}, \frac{a(a^2-b^2)}{3a^2 \cdot (a+b)}, \frac{3a^2b^2}{3a^2 \cdot (a+b)}; \text{ г) } \frac{2a^2}{2a(a-b)}, \frac{b(a-b)}{2a(a-b)}, \frac{2a(a^2-b^2)}{2a(a-b)}.$$

$$\text{2.39. a) } \frac{x^2y(x-y)}{xy(x^2-y^2)}, \frac{xy^2 \cdot (x+y)}{xy(x^2-y^2)}, \frac{5 \cdot (x^2-y^2)}{xy(x^2-y^2)}; \text{ б) } \frac{x^3-1}{(x-2) \cdot (x-1)}, \frac{x^2-4}{(x-2) \cdot (x-1)}, \frac{2x(x-2) \cdot (x-1)}{(x-2) \cdot (x-1)}; \text{ в) } \frac{p^2q(p+q)}{pq(p^2-q^2)}, \frac{pq^2 \cdot (p-q)}{pq(p^2-q^2)}, \frac{3 \cdot (p^2-q^2)}{pq(p^2-q^2)}; \text{ г) } \frac{y^2-25}{(y+1) \cdot (y+5)}, \frac{5y(y+1) \cdot (y+5)}{(y+1) \cdot (y+5)}, \frac{y^3+1}{(y+1) \cdot (y+5)}.$$

$$\text{2.40. a) } \frac{3ab}{(a-b) \cdot (a+b)}, \frac{a^2 \cdot (a-b)}{(a-b) \cdot (a+b)}, \frac{b^2 \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot (a+b)}; \text{ б) } \frac{4c}{c^2-25}, \frac{c^2 \cdot (c+2)}{c^2-25}, \frac{(c+5)^2}{c^2-25}; \text{ в) } \frac{c-1}{(c-2) \cdot (c+2)}, \frac{c^2 \cdot (c+2)}{(c-2) \cdot (c+2)}, \frac{4 \cdot (c-2)}{(c-2) \cdot (c+2)}; \text{ г) } \frac{(a+x)^2}{a^2-x^2}, \frac{2ax}{a^2-x^2}, \frac{(a-x)^2}{a^2-x^2}.$$

$$\text{2.41. a) } \frac{x^2+5}{4-x^2}, \frac{(x+1) \cdot (2-x)}{4-x^2}, \frac{(1-x) \cdot (2+x)}{4-x^2}; \text{ б) } \frac{10xy}{4x^2-y^2}, \frac{-2x(2x-y)}{4x^2-y^2}, \frac{-5y(2x+y)}{4x^2-y^2}; \text{ в) } \frac{p^2+1}{p^2-9}, \frac{(p-1)(p-3)}{p^2-9}, \frac{-(p+1)(p+3)}{p^2-9}; \text{ г) } \frac{-3q(3p+q)}{9p^2-q^2}, \frac{6pq}{9p^2-q^2}, \frac{-2p(3p-q)}{9p^2-q^2}.$$

$$\text{2.42. a) } \frac{a}{(a-1)(a^2+a+1)}, \frac{(a-1)^2}{(a-1) \cdot (a^2+a+1)}, \frac{a^2+a+1}{(a-1) \cdot (a^2+a+1)}; \text{ б) } \frac{4 \cdot (x^2+xy+y^2)}{3 \cdot (x^3-y^3)}, \frac{4 \cdot (x^2-y^2)}{3 \cdot (x^3-y^3)}, \frac{9xy}{3 \cdot (x^3-y^3)}; \text{ в) } \frac{b^2-4}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)}, \frac{2b}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)}, \frac{2 \cdot (b^2-2b+4)}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)}; \text{ г) } \frac{4(a+b)^2}{4 \cdot (a^3+b^3)}, \frac{20ab}{4 \cdot (a^3+b^3)}, \frac{4 \cdot (a^3+b^3)}{4 \cdot (a^3+b^3)}.$$

$$\text{2.43. a) } \frac{4a^2b^2}{ab(a^2-b^2)}, \frac{b(a^3-b^3)}{ab(a^2-b^2)}, \frac{a(a^3-b^3)}{ab(a^2-b^2)}; \text{ б) } \frac{6cd(c-d)}{6cd(25c^2-d^2)}, \frac{-3d(5c+d)^2}{6cd(25c^2-d^2)}, \frac{2c(5c-d)^2}{6cd(25c^2-d^2)}; \text{ в) } \frac{24x^2}{4x(x^2-9)}, \frac{-4x(x^3+27)}{4x(x^2-9)}, \frac{4 \cdot (x^3-27)}{4x(x^2-9)}; \text{ г) } \frac{2pq(p+q)}{2pq(q^2-16p)}, \frac{-2q(q+4p)^2}{2pq(q^2-16p^2)}, \frac{p(q-4p)^2}{2pq(q^2-16p^2)}.$$

$$\text{2.44. a) } \frac{(z+3)^2}{(z-3)^2(z+3)^2}, \frac{z^4+81}{(z-3)^2(z+3)^2}, \frac{z-3^2}{(z-3)^2(z+3)^2}; \text{ б) } \frac{625-x^4}{(5-x)^2(5+x)^2}, \frac{(x+5)^3}{(5-x)^2(5+x)^2}, \frac{(x-5)^3}{(5-x)^2(5+x)^2}; \text{ в) } \frac{2(t+2)^2}{(t-2)^2(t+2)^2}, \frac{t^4-16}{(t-2)^2(t+2)^2}, \frac{(y+1)^3}{(y-1)^2(y+1)^2}; \text{ г) } \frac{y^4-1}{(y-1)^2(y+1)^2}, \frac{(y-1)^2(y+1)^2}{(y-1)^2(y+1)^2}, \frac{(1-y)^3}{(y-1)^2(y+1)^2}.$$

$$\text{2.45. a) } \frac{2mn(n-m) \cdot (n+m)}{3(n-m)^2(n+m)^2}, \frac{3m^2(n+m)^2}{3(n-m)^2(n+m)^2}, \frac{3n^2(n-m)^2}{3(n-m)^2(n+m)^2}; \text{ б) } \frac{-2mn(m-n) \cdot (m+n)}{3(m-n)^2(m+n)^2}, \frac{3(m+n)^4}{3(m-n)^2(m+n)^2}, \frac{3(m-n)^4}{3(m-n)^2(m+n)^2};$$



$$\begin{aligned} \text{В)} \quad & \frac{5xy(y-x) \cdot (y+x)}{2(y-x)^2(y+x)^2}, \quad \frac{2x^2(y-x)^2}{2(y-x)^2(y+x)^2}, \quad \frac{6y^2(y+x)^2}{2(y-x)^2(y+x)^2}; \\ \text{Г)} \quad & \frac{-6x(x-3) \cdot (x+3)}{-5(x-3)^2(x+3)^2}, \quad \frac{5(x-3)^4}{-5(x-3)^2(x+3)^2}, \quad \frac{-5(x+3)^4}{-5(x-3)^2(x+3)^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2.46.} \quad & \text{а)} \quad \frac{c+6a}{(a+2b) \cdot (c-3a)}, \quad \frac{2b(c-3a)}{(a+2b) \cdot (c-3a)}, \quad \frac{c(a+2b)}{(a+2b) \cdot (c-3a)}; \\ & \text{б)} \quad \frac{(3a+b) \cdot (9a^2-b^2)}{2 \cdot (2a+c) \cdot (9a^2-b^2)}, \quad \frac{(2a+c) \cdot (3a+b)}{2 \cdot (2a+c) \cdot (9a^2-b^2)}, \quad \frac{12a^2 \cdot (3a-b)}{2 \cdot (2a+c) \cdot (9a^2-b^2)}; \\ & \text{В)} \quad \frac{x+2y}{(x+2y) \cdot (y-5z)}, \quad \frac{z(y-5z)}{(x+2y) \cdot (y-5z)}, \quad \frac{2x+z}{(x+2y) \cdot (y-5z)}; \quad \text{Г)} \quad \frac{6 \cdot (a-1)}{6 \cdot (a-b) \cdot (a-c)}, \\ & \frac{-3 \cdot (a^2-c^2)}{6 \cdot (a-b) \cdot (a-c)}, \quad \frac{2(a-b)^2}{6 \cdot (a-b) \cdot (a-c)}. \end{aligned}$$

### §3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

$$\text{3.1.} \quad \text{а)} \quad \frac{a}{5} + \frac{b}{5} = \frac{a+b}{5}; \quad \text{б)} \quad \frac{6}{p} - \frac{q}{p} = \frac{6-q}{p}; \quad \text{В)} \quad \frac{x}{12} - \frac{y}{12} = \frac{x-y}{12}; \\ \text{Г)} \quad \frac{m}{n} + \frac{3}{n} = \frac{m+3}{n}.$$

$$\text{3.2.} \quad \text{а)} \quad \frac{7a^2}{4x} + \frac{9a^2}{4x} = \frac{16a^2}{4x} = \frac{4a^2}{x}; \quad \text{б)} \quad \frac{x-y}{14} - \frac{x}{14} = \frac{x-y-x}{14} = -\frac{y}{14}; \\ \text{В)} \quad \frac{48p^8}{5n} - \frac{23p^8}{5n} = \frac{25p^8}{5n} = \frac{5p^8}{n}; \quad \text{Г)} \quad \frac{c}{25} + \frac{d-c}{25} = \frac{c+d-c}{25} = \frac{d}{25}.$$

$$\text{3.3.} \quad \text{а)} \quad \frac{a+b}{6a} - \frac{a-2b}{6a} = \frac{a+b-a+2b}{6a} = \frac{3b}{6a} = \frac{b}{2a}; \quad \text{б)} \quad \frac{19-10x}{x^2} + \\ + \frac{3x-19}{x^2} = \frac{19-10x+3x-19}{x^2} = \frac{-7x}{x^2} = -\frac{7}{x}; \quad \text{В)} \quad \frac{2a-b}{12b} = \\ = \frac{a+b}{12b} = \frac{2a-b+a+b}{12b} = \frac{3a}{12b} = \frac{a}{4b}; \quad \text{Г)} \quad \frac{7m+2n}{n^3} - \frac{7m-3n}{n^3} = \\ = \frac{7m+2n-7m+3n}{n^3} = \frac{5n}{n^3} = \frac{5}{n^2}.$$

$$\text{3.4.} \quad \text{а)} \quad \frac{7p-13}{10p} - \frac{2p-3}{10p} = \frac{7p-13-2p+3}{10p} = \frac{5p-10}{10p} = \frac{5 \cdot (p-2)}{10p} = \frac{p-2}{2p}; \\ \text{б)} \quad \frac{b-7a}{2ab} - \frac{b-a}{2ab} = \frac{b-7a-b+a}{2ab} = \frac{-6a}{2ab} = -\frac{3}{b}; \quad \text{В)} \quad \frac{3x-7y}{24y} + \frac{3x-4y}{24y} = \\ = \frac{3x-7y+3x-4y}{24y} = \frac{6x-11y}{24y} = \frac{2x-y}{8y}; \quad \text{Г)} \quad -\frac{2x-3c}{4cx} + \frac{2x+5c}{4cx} = \\ = \frac{-2x+3c+2x+5c}{4cx} = \frac{8c}{4cx} = \frac{2}{x}.$$

$$\text{3.5.} \quad \text{а)} \quad \frac{a^2-1}{a^3} - \frac{2a-1}{a^3} = \frac{a^2-2a}{a^3} = \frac{a-2}{a^2}; \quad \text{б)} \quad \frac{x^2+2x-3}{2x^2} + \frac{3-x}{2x^2} = \\ = \frac{x^2+x}{2x^2} = \frac{x+1}{2x}; \quad \text{В)} \quad \frac{2-3b^3}{b^4} + \frac{b^2-2}{b^4} = \frac{b^2-3b^3}{b^4} = \frac{1-3b}{b^2}; \quad \text{Г)} \quad \frac{2-3y^2+y}{3y^2} - \\ - \frac{2+y^2}{3y^2} = \frac{y-4y^2}{3y^2} = \frac{1-4y}{3y}.$$

$$\text{3.6.} \quad \text{а)} \quad \frac{a}{a-2} - 1 \cdot (a-2) = \frac{a-1}{a-2}; \quad \text{б)} \quad \frac{c}{c+2} = \frac{2}{c+2} = \frac{c+2}{c+2} = 1; \\ \text{В)} \quad \frac{6}{y+7} = \frac{y}{y+7} = \frac{6+y}{y+7}; \quad \text{Г)} \quad \frac{m}{m-8} - \frac{8}{m-8} = \frac{m-8}{m-8} = 1.$$

$$\text{3.7.} \quad \text{а)} \quad \frac{6}{3+p} + \frac{2p}{3+p} = \frac{6+2p}{3+p} = 2; \quad \text{б)} \quad \frac{a-1}{a-2} - \frac{1}{a-2} = \frac{a-2}{a-2} = 1; \\ \text{В)} \quad \frac{3q}{q-4} - \frac{12}{q-4} = \frac{3q-12}{q-4} = 3; \quad \text{Г)} \quad \frac{6}{y+7} = \frac{y+1}{y+7} = \frac{y+7}{y+7} = 1.$$

**3.8.** а)  $\frac{z}{z-7} - \frac{z}{z-7} = \frac{7-z}{z-7} = -1$ ; б)  $\frac{t}{t-2} + \frac{2}{2-t} = \frac{t}{t-2} - \frac{2}{t-2} = \frac{t-2}{t-2} = 1$ ; в)  $\frac{t}{3-t} - \frac{3}{3-t} = \frac{t-3}{3-t} = -1$ ; г)  $\frac{t}{5-z} + \frac{z}{z-5} = \frac{5}{5-z} - \frac{z}{5-z} = \frac{5-z}{5-z} = 1$ .

**3.9.** а)  $\frac{y}{y+5} - \frac{5}{-y-5} = \frac{y}{y+5} + \frac{5}{(y+5)} = \frac{y+5}{y+5} = 1$ ; б)  $\frac{2y}{y+3} + \frac{y-3}{-y-3} = \frac{2y}{y+3} = \frac{3-y}{y+3} = \frac{y+3}{y+3} = 1$ ; в)  $\frac{x}{1+x} - \frac{1}{-x-1} = \frac{x}{1+x} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} = 1$ ; г)  $\frac{3x+5}{-x-5} + \frac{2x}{x+5} = \frac{-3x-5}{x+5} + \frac{2x}{x+5} = \frac{-x-5}{x+5} = -1$

**3.10.** а)  $\frac{2m}{m-n} + \frac{2n}{n-m} = \frac{2m}{m-n} - \frac{2n}{m-n} = \frac{2 \cdot (m-n)}{m-n} = 2$ ; б)  $\frac{x^2}{x+y} - \frac{xy}{y-x} = \frac{x^2}{x+y} + \frac{xy}{x+y} = \frac{x^2+xy}{x+y} = \frac{x(x+y)}{x+y} = x$ ; в)  $\frac{3c}{c+d} - \frac{3d}{d-c} = \frac{3c}{c+d} + \frac{3d}{c+d} = \frac{3 \cdot (c+d)}{c+d} = 3$ ; г)  $\frac{pq}{p-q} + \frac{q^2}{q-p} = \frac{pq}{p-q} - \frac{q^2}{p-q} = \frac{pq-q^2}{p-q} = \frac{q(p-q)}{p-q} = q$ .

**3.11.** а)  $\frac{c^2}{2 \cdot (c+9)} - \frac{81}{2 \cdot (c+9)} = \frac{c^2-81}{2 \cdot (c+9)} = \frac{(c-9) \cdot (c+9)}{2 \cdot (c+9)} = \frac{c-9}{2}$ ;  
 б)  $\frac{a^2-3}{a(a-3)} - \frac{6}{a(a-3)} = \frac{a^2-9}{a(a-3)} = \frac{(a-3) \cdot (a+3)}{a(a-3)} = \frac{a+3}{a}$ ; в)  $\frac{144}{5 \cdot (12-b)} - \frac{b^2}{5 \cdot (12-b)} = \frac{144-b^2}{5 \cdot (12-b)} = \frac{(12-b) \cdot (12+b)}{5 \cdot (12-b)} = \frac{b+12}{5}$ ; г)  $\frac{15-d^2}{d(5+d)} + \frac{10}{d(d+5)} = \frac{25-d^2}{d(d+5)} = \frac{(5-d) \cdot (5+d)}{d(d+5)} = \frac{5-d}{d}$ .

**3.12.** а)  $\frac{y}{y^2-16} + \frac{4}{y^2-16} = \frac{y+4}{(y-4) \cdot (y+4)} = \frac{1}{y-4}$ ; б)  $\frac{100}{3x-10} - \frac{9x^2}{3x-10} = \frac{100-9x^2}{3x-10} = \frac{(10-3x) \cdot (10+3x)}{3x-10} = -3x-10$ ; в)  $\frac{7}{49-t^2} + \frac{t}{49-t^2} = \frac{7+t}{(7-t) \cdot (7+t)} = \frac{1}{7-t}$ ; г)  $\frac{121}{5x+11} - \frac{25x^2}{5x+11} = \frac{121-25x^2}{5x+11} = \frac{(11-5x) \cdot (11+5x)}{5x+11} = 11-5x$ .

**3.13.** а)  $\frac{2z}{9-z^2} - \frac{6}{9-z^2} = \frac{2 \cdot (z-3)}{(3-z) \cdot (3+z)} = -\frac{2}{x+3}$ ; б)  $\frac{x^2+1}{xy-y^2} + \frac{y^2+1}{y^2-xy} = \frac{x^2+1}{xy-y^2} - \frac{y^2+1}{xy-y^2} = \frac{x^2-y^2}{y(x-y)} = \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{y(x-y)} = \frac{x+y}{y}$ ;  
 в)  $\frac{3t}{49-t^2} - \frac{21}{49-t^2} = \frac{3 \cdot (t-7)}{(7-t) \cdot (7+t)} = -\frac{3}{t+7}$ ; г)  $\frac{p^2-2}{p^2-pq} + \frac{q^2-2}{pq-p^2} = \frac{p^2-2}{p^2-pq} - \frac{q^2-2}{p^2-pq} = \frac{p+q}{p}$ .

**3.14.** а)  $\frac{z^2}{z(z+8)} - \frac{64}{z(z+8)} = \frac{z^2-64}{z(z+8)} = \frac{(z+8) \cdot (z-8)}{z(z+8)} = \frac{z-8}{z};$   
 б)  $\frac{a^2}{(9x-a)^2} - \frac{81x^2}{(a-9x)^2} = \frac{a^2-81x^2}{(a-9x)^2} = \frac{(a-9x) \cdot (a+9x)}{(a-9x)^2} = \frac{a+9x}{a-9x};$   
 в)  $\frac{t^2}{(t+10)^2} - \frac{100}{(t+10)^2} = \frac{(t-10) \cdot (t+10)}{(t+10)^2} = \frac{t-10}{t+10};$  г)  $\frac{49c^2}{(b-7c)^2} - \frac{b^2}{(7c-b)^2} = \frac{49c^2-b^2}{(7c-b)^2} = \frac{(7c-b) \cdot (7c+b)}{(7c-b)^2} = \frac{7c+b}{7c-b}.$

$$\text{3.15. a) } \frac{b^2}{b^2+1} + \frac{2b^2+1}{b^2+1} - \frac{2 \cdot (2b^2+1)}{b^2+1} = \frac{b^2+2b^2+1-4b^2-2}{b^2+1} =$$

$$= \frac{-b^2-1}{b^2+1} = \frac{-(b^2+1)}{b^2+1} = -1; \text{ б) } \frac{3c^2+4}{2c^2+3} - \frac{2c^2+2}{2c^2+3} + \frac{c^2+3}{2c^2+3} =$$

$$= \frac{3c^2+4-2c^2-4+c^2+3}{2c^2+3} = \frac{2c^2+3}{2c^2+3} = 1.$$

$$\text{3.16. a) } \frac{x^2+12x}{x^2-36} + \frac{36}{x^2-36} = \frac{x^2+12x+36}{(x-6) \cdot (x+6)} = \frac{x+6}{x-6}; \text{ б) } \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} -$$

$$- \frac{2xy}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)^2}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{x-y}{x+y}; \text{ в) } \frac{x^3}{x^2-y^2} - \frac{y^3}{x^2-y^2} = \frac{x^3-y^3}{x^2-y^2} =$$

$$= \frac{(x-y) \cdot (x^2+xy+y^2)}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{x^2+xy+y^2}{x+y}; \text{ г) } \frac{y^3}{y^2-4} + \frac{8}{y^2-4} = \frac{y^3+8}{y^2-4} =$$

$$= \frac{(y+2) \cdot (y^2-2y+4)}{(y-2) \cdot (y+2)} = \frac{y^2-2y+4}{y-2}.$$

$$\text{3.17. a) } \frac{a^2}{a-3} - \frac{6a-9}{a-3} = \frac{a^2-6a+9}{a-3} = \frac{(a-3)^2}{a-3} = a-3; \text{ б) } \frac{c^2+100}{c-10} +$$

$$+ \frac{20c}{10-c} = \frac{c^2-20c+100}{c-10} = \frac{(c-10)^2}{c-10} = c-10; \text{ в) } \frac{b^2}{b+5} + \frac{10b+25}{b+5} =$$

$$= \frac{(b+5)^2}{b+5} = b+5; \text{ г) } \frac{d^2+49}{7-d} + \frac{14d}{d-7} = \frac{d^2-14d+49}{7-d} = \frac{(d-7)^2}{7-d} = 7-d.$$

$$\text{3.18. a) } \frac{n^2+n}{n^3-8} + \frac{n+4}{n^3-8} = \frac{n^2+2n+4}{(n-2) \cdot (n^2+2n+4)} = \frac{1}{n-2}; \text{ б) } \frac{x^2+2}{1+x^3} -$$

$$- \frac{3}{1+x^3} = \frac{x^2-1}{1+x^3} = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x^2-x+1)} = \frac{x-1}{x^2-x+1}; \text{ в) } \frac{m^2+9}{m^3+27} -$$

$$- \frac{3m}{m^3+27} = \frac{m^2-3m+9}{(m+3) \cdot (m^2-3m+9)} = \frac{1}{m+3}; \text{ г) } \frac{3y^2-1}{8y^3-1} + \frac{y^2}{8y^3-1} =$$

$$= \frac{4y^2-1}{8y^3-1} = \frac{(2y-1) \cdot (2y+1)}{(2y-1) \cdot (4y^2+2y+1)} = \frac{2y+1}{4y^2+2y+1}.$$

$$\text{3.19. a) при } a = 12; \frac{a^2-58}{a-8} - \frac{6}{a-8} = \frac{a^2-58-6}{a-8} = \frac{a^2-64}{a-8} =$$

$$= \frac{(a-8) \cdot (a+8)}{a-8} = a+8 = 12+8 = 20; \text{ б) при } c = -3,5;$$

$$\frac{c^2-8c}{c+4} + \frac{16}{c-4} = \frac{c^2-8c+16}{c-4} = \frac{(c-4)^2}{c-4} = c-4 = -3,5-4 = -7,5;$$

$$\text{ в) при } b = 3,5; \frac{b^2-108}{b+10} + \frac{8}{b+10} = \frac{b^2-108+8}{b+10} = \frac{b^2-100}{b+10} =$$

$$= \frac{(b-10) \cdot (b+10)}{b+10} = b-10 = 3,5-10 = -6,5; \text{ г) при } x = 4,1;$$

$$\frac{x^2+2x}{1+x} + \frac{1}{1+x} = \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1 = 4,1+1 = 5,1.$$

$$\text{3.20. a) } \frac{-x+5x}{1-6x} + \frac{4 \cdot (x^2-2x)}{6x-1} = \frac{-x^2+5x-41x^2+2x}{1-6x} = \frac{7x-42x^2}{1-6x} =$$

$$= 7x = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}; \text{ б) } \frac{(m-1)^2}{m^3+27} = \frac{8-m}{m^3+27} = \frac{m^2-2m+1+8-m}{m^3+27} =$$

$$= \frac{m^2-3m+9}{(m+3) \cdot (m^2-3m+9)} = \frac{1}{m+3} = \frac{1}{-0,5} = -2; \text{ в) } \frac{4c^2-8c}{3c-2} -$$

$$- \frac{2c+5c^2}{2-3c} = \frac{4c^2-8c+2c+5c^2}{3c-2} = \frac{9c^2-6c}{3c-2} = 3c = 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{3};$$

$$\text{ г) } \frac{n^2+n+1}{n^3-8} - \frac{n+3}{8-n^3} = \frac{n^2+n+1+n+3}{n^3-8} = \frac{n^2+2n+4}{(n-2) \cdot (n^2+2n+4)} = \frac{1}{n-2} =$$

$$= \frac{1}{-4-2} = -\frac{1}{6}.$$

$$\begin{aligned} \text{3.21. } a) \frac{9x^2}{9x^2-4} - \frac{12x}{(3x-2)(3x+2)} + \frac{4}{9x^2-4} &= \frac{9x^2-12x+4}{9x^2-4} = \\ &= \frac{(3x-2)^2}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{3x-2}{3x+2}; \text{ б) } \frac{25a^2}{25a^2-1} - \frac{10a}{(5a-1)(5a+1)} - \frac{1}{1-25a^2} = \\ &= \frac{25a^2-10a+1}{25a^2-1} = \frac{(5a-1)^2}{(5a-1)(5a+1)} = \frac{5a-1}{5a+1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.22. } a) \frac{100d^2}{100d^2-9} - \frac{160d}{(3-10d)(10d+3)} + \frac{9-100d}{100d^2-9} &= \\ &= \frac{100d^2+160d+9-100d}{100d^2-9} = \frac{(10d+3)^2}{(10d-3)(10d+3)} = \frac{10d+3}{10d-3}; \text{ б) } \frac{49}{49a^2-16} + \\ &+ \frac{56a+33}{(7a-4)(7a+4)} - \frac{49a^2}{16-49a^2} = \frac{49-56a-33+49a^2}{49a^2-16} = \frac{49a^2-54a+16}{(7a-4)(7a+4)} = \\ &= \frac{(7a-4)^2}{(7a-4)(7a+4)} = \frac{7a-4}{7a+4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.23. } a) \frac{x^2+y^2}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^2}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2+y^2}{2xy-x^2-y^2} &= (x^2 + \frac{y^2}{(x-y)^2}) = \\ &= \frac{3xy^2-y^2}{(x-y)^2} - \frac{3xy^2+y^2}{x^2-2xy+y^2} = \frac{x^2+y^2+3xy^2-y^2-3xy^2-y^2}{(x-y)^2} = \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} = \\ &= \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x-y)} = \frac{(x+y)}{x-y}; \text{ б) } \frac{8m^2+3m-2}{4m^2+4m+1} + \frac{5m-7}{4m^2+4m+1} - \frac{4m-9}{(2m+1)^2} = \\ &= \frac{8m^2+3m-2+5m-7-4m+9}{(2m+1)^2} = \frac{8m^2+4m}{(2m+1)^2} = \frac{4m(2m+1)}{(2m+1)^2} = \frac{4m}{2m+1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.24. } a) \frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{2ab}{b^2-2ab+a^2} - \frac{b^2}{(a-b)(a+b)} &= \frac{a^2-2ab+b^2}{(a-b)^2} = 1; \\ \text{б) } \frac{y^2}{(-x-y)^2} + \frac{x^2}{x^2+2xy+y^2} - \frac{2xy}{(x+y)(x-y)} &= \frac{y^2+x^2+2xy}{(x+y)^2} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.25. } a) \frac{5}{(b-4)(5-b)} + \frac{b+1}{(4-b)(5-b)} &= \frac{4-b}{(b-4)(5-b)} = \frac{1}{b-5}; \\ \text{б) } \frac{2}{(3-a)(2-a)} + \frac{a-4}{(a-3)(a-2)} &= \frac{2+a-4}{(3-a)(2-a)} = \frac{a-2}{(3-a)(2-a)} = \\ &= \frac{-(2-a)}{(3-a)(2-a)} = \frac{1}{3-a}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.26. } a) \frac{*}{2-3a} + \frac{a-4}{2-3a} &= 1 \Rightarrow * + 3a - 4 = 2 - 3a \Rightarrow * = 6 - \\ &- 6a; \text{ б) } \frac{5x-4}{x-2} - \frac{*}{x-2} = 2 \Rightarrow 5x - 4 - * = 2x - 4 \Rightarrow * = 3x; \\ \text{в) } \frac{*}{2y+5} + \frac{y-1}{2y+5} &= -1 \Rightarrow * + y - 1 = -2y - 5 \Rightarrow * = -3y - 4; \\ \text{г) } \frac{4b-7}{8b+9} - \frac{*}{8b+9} &= -3 \Rightarrow * + 4b - 7 = -24b - 27 \Rightarrow * = 28b + 20. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.27. } a) \frac{x^2-3}{(x-2)^4} - \frac{5x-1}{(x-2)^4} + \frac{x+6}{(x-2)^4} &= \frac{x^2-3-5x+1+x+6}{(x-2)^4} = \\ &= \frac{x^2-4x+4}{(x-2)^4} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)^4} = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \text{ так как } (x-2)^2 > 0, \\ \text{кроме } x &= 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.28. } \frac{2-y^2}{(y-3)^4} - \frac{7-5y}{(y-3)^4} - \frac{4-y}{(y-3)^4} &= \frac{2-y^2-7+5y-4+y}{(y-3)^4} = \\ &= \frac{-(y^2-6y+9)}{(y-3)^4} = \frac{-(y-3)^2}{(y-3)^4} = -\frac{1}{(y-3)^2} < 0, \text{ кроме } y = 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.29. } \frac{x^3+y^3}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^3}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2}{2xy-x^2-y^2} &= \frac{x^3+y^3+3xy^2-y^3-3xy^2}{(x-y)^2} = \\ &= \frac{x^3}{(x-y)^2}. \end{aligned}$$

## §4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

**4.1.** а)  $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3+5}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$ ; б)  $\frac{3}{8} - \frac{7}{32} = \frac{12-7}{32} = \frac{5}{32}$ ;  
в)  $\frac{4}{49} - \frac{6}{7} = \frac{4-42}{49} = -\frac{38}{49}$ ; г)  $\frac{13}{100} + \frac{17}{20} = \frac{13+85}{100} = \frac{98}{100} = 0.98$ .

**4.2.** а)  $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = \frac{5x+4y}{20}$ ; б)  $\frac{a}{8} - \frac{b}{6} = \frac{3a-4b}{24}$ ; в)  $\frac{m}{9} + \frac{n}{4} = \frac{4m+9n}{36}$ ;  
г)  $\frac{c}{10} - \frac{d}{4} = \frac{2c-5d}{20}$ .

**4.3.** а)  $\frac{x}{5} + \frac{2x}{3} = \frac{3x+10x}{15} = \frac{13x}{15}$ ; б)  $\frac{3b}{28} - \frac{b}{4} = \frac{3b}{28} - \frac{7b}{28} = -\frac{4b}{28} = -\frac{b}{7}$ ; в)  $\frac{6m}{7} - \frac{m}{11} = m(\frac{6}{7} - \frac{1}{11}) = m\frac{66-7}{77} = \frac{59}{77}m$ ;  
г)  $\frac{m}{42} + \frac{5m}{6} = \frac{m+35m}{42} = \frac{36}{42}m = \frac{6}{7}m$ .

**4.4.** а)  $\frac{x-1}{3} + \frac{x}{4} = \frac{4x-4+3x+3}{12} = \frac{7x-1}{12}$ ; б)  $\frac{a+8}{9} + \frac{a-2}{12} = \frac{4a+32+3a-6}{36} = \frac{7a-26}{36}$ ; в)  $\frac{c+5}{3} + \frac{2c+9}{8} = \frac{(8c+40+6c+27)}{24} = \frac{14c+67}{24}$ ; г)  $\frac{3-z}{12} - \frac{3z-5}{8} = \frac{6-2z-9z+15}{24} = \frac{21-11z}{24}$ .

**4.5.** а)  $\frac{b-2}{5} + \frac{2b+1}{15} = \frac{3b-6}{15} + \frac{2b+1}{15} = \frac{5b-b}{15} = \frac{b-1}{3}$ ; б)  $\frac{b-4q}{6} - \frac{2q+b}{10} = \frac{5b-20q-6q+3b}{30} = \frac{2b-14q}{30} = \frac{b-7q}{15}$ ; в)  $\frac{5t-s}{15} - \frac{3s-t}{14} = \frac{7t-7s-3s+5t}{210} = \frac{12t-10s}{210} = \frac{6t-5s}{105}$ ;  
г)  $\frac{p-5}{20} + \frac{p-1}{12} = \frac{3p-15}{60} + \frac{5p-5}{60} = \frac{8p-20}{60} = \frac{2p-5}{15}$ .

**4.6.** а)  $\frac{a}{b} + \frac{2}{a} = \frac{a^2+2b}{ab}$ ; б)  $\frac{n}{2m} - \frac{4m^2}{3n} = \frac{3n^2-8m^2}{6mn}$ ; в)  $\frac{3}{y} - \frac{y^2}{x} = \frac{3x-y^3}{xy}$ ; г)  $\frac{2p}{5q} + \frac{q^4}{2p} = \frac{4p^2+5q^5}{10pq}$ .

**4.7.** а)  $\frac{3c-5}{8} + \frac{3d-2}{d} = \frac{3cd-5d-3cd+2c}{8d} = \frac{2c-5d}{8d}$ ; б)  $\frac{8a-15}{8} + \frac{3b-12}{8} = \frac{8ab-15b+3ab-12a}{8ab} = \frac{11ab-15b-12a}{8ab}$ ; в)  $\frac{7-5r}{7} - \frac{8-5s}{8} = \frac{s(7-5r)-r(8-5s)}{56} = \frac{7s-8r}{56}$ ; г)  $\frac{9-5z}{z} + \frac{5+4t}{t} = \frac{9t-5zt+5z+4zt}{zt} = \frac{9t+5z-zt}{zt}$ .

**4.8.** а)  $\frac{x}{7y} - \frac{1}{y} = \frac{x-7}{7y}$ ; б)  $\frac{a}{12b} + \frac{3a}{4b} = \frac{a+9a}{12b} = \frac{10a}{12b} = \frac{5a}{6b}$ ;  
в)  $\frac{7}{a} + \frac{b}{5a} = \frac{b+35}{5a}$ ; г)  $\frac{5y}{8x} - \frac{7y}{24x} = \frac{15y-7y}{24x} = \frac{8y}{24x} = \frac{y}{3x}$ .

**4.9.** а)  $\frac{4m-5}{3m^2} - \frac{m+2}{m^2} = \frac{4m-5-3(m+2)}{3m^2} = \frac{m-11}{3m^2}$ ; б)  $\frac{7p+1}{3p} = \frac{2p-3}{9p} = \frac{21p+3+2p-3}{9p} = \frac{23p}{9}$ ; в)  $\frac{3z-8}{5z^2} + \frac{z-1}{z^2} = \frac{3z-8+5(z-1)}{5z^2} = \frac{8z-13}{5z^2}$ ; г)  $\frac{8-9t}{22t} - \frac{t+4}{11t} = \frac{8-9t-2(t+4)}{22t} = -\frac{11t}{22t} = -\frac{1}{2}$ .

**4.10.** а)  $\frac{x-4}{5x} = \frac{x-4}{5x}$ ; б)  $\frac{n+4}{8n} - \frac{m-2}{8m} = \frac{(n+4)m-n(m-2)}{8mn} = \frac{4m+2n}{8mn} = \frac{2m+n}{4mn}$ ; в)  $\frac{3}{5a} - \frac{6+2a}{13a} = \frac{3\cdot 13-5\cdot(6+2a)}{65a} = \frac{9-10a}{65a}$ ; г)  $\frac{p+4}{12p} - \frac{q+8}{12q} = \frac{q(p+4)-p(q+8)}{12pq} = \frac{4q-8p}{12pq} = \frac{q-2p}{3pq}$ .

$$4.11. \text{ a) } \frac{3a+5d}{35cd} + \frac{c-3d}{21cd} = \frac{3 \cdot (3c+5d) + 5 \cdot (c-3d)}{105cd} = \frac{14c}{105cd} = \frac{2}{15d};$$

$$\text{ б) } \frac{9-2a}{35a^2} - \frac{2a+1}{15a^2} = \frac{3 \cdot (9-2a) - 7 \cdot (2a+1)}{105a^2} = \frac{20-20a}{105a^2} = \frac{4-4a}{15a^2};$$

$$\text{ B) } \frac{4d+7}{14d^2} - \frac{2d+5}{10d^2} = \frac{5 \cdot (4d+7) - 7 \cdot (2d+5)}{70d^2} = \frac{6d}{70d^2} = \frac{3}{35d};$$

$$\text{ r) } \frac{2m+3n}{21mn} - \frac{m+6n}{15mn} = \frac{5 \cdot (2m+3n) - 7 \cdot (m+6n)}{105mn} = \frac{3m-27n}{105mn} = \frac{m-9n}{35mn}.$$

$$4.12. \text{ a) } \frac{b}{a} + \frac{1}{ab} = \frac{b^2+1}{ab}; \text{ б) } \frac{2t}{xy} - \frac{3x}{yt} = \frac{2t^2-3x^2}{xyt};$$

$$\text{ B) } \frac{t^2}{y} - \frac{4}{yt} = \frac{t^3-4}{yt}; \text{ r) } \frac{6s}{pq} + \frac{8p}{qs} = \frac{6s^2+8p^2}{pqs}.$$

$$4.13. \text{ a) } \frac{a-b}{ab} - \frac{a-c}{ac} = \frac{c(a-b)-b(a-c)}{abc} = \frac{ac-ab}{abc} = \frac{c-b}{bc};$$

$$\text{ б) } \frac{3m-n}{mn} + \frac{5n-2k}{nk} = \frac{(m-n)k+(5n-2k)}{mnk} = \frac{5mn-nk}{mnk} = \frac{5m-k}{mk};$$

$$\text{ B) } \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} = \frac{z(x-y)+x(y-z)}{xyz} = \frac{xy-zy}{xyz} = \frac{x-z}{xz};$$

$$\text{ r) } \frac{3z+2t}{zt} - \frac{t+3s}{st} = \frac{s(3z+2t)-z(t+3s)}{zst} = \frac{2ts-zt}{zst} = \frac{2s-z}{zs}.$$

$$4.14. \text{ a) } \frac{x^2+y^2}{2bs-b^2-2bs-x^2} - x = \frac{x^2+y^2-x^2}{2bs-b^2-2bs-x^2} = \frac{y^2}{-b^2+s^2} = -\frac{y^2}{b^2-s^2};$$

$$\text{ б) } 3z + \frac{1-9z^2}{3z} = \frac{9z^2+1-9z^2}{3z} = \frac{1}{3z};$$

$$\text{ r) } \frac{(p-q)^2}{2p} + q = \frac{p^2-2pq+q^2+2pq}{2p} = \frac{p^2+q^2}{2p}.$$

$$4.15. \text{ a) } (2a+1) - \frac{8a^2+3}{4a} = \frac{(2a+1)4a-8a^2-3}{4a} = \frac{4a-3}{4a};$$

$$\text{ б) } \frac{4}{3b} + 3b + 1 = \frac{4+9b^2+3b}{3b};$$

$$\text{ B) } \frac{9b^2-4}{3b} + (2-3b) = \frac{9b^2-4+(2+3b)3b}{3b} = \frac{6b-4}{3b};$$

$$\text{ r) } a-1 + \frac{1}{4a} = \frac{(a-1)4a+1}{4a} = \frac{4a^2-4a+1}{4a}.$$

$$4.16. \text{ a) } \frac{1}{x^2} + \frac{x-2}{x} = \frac{1+x(x-2)}{x^2} = \frac{x^2-2x+1}{x^2};$$

$$\text{ б) } \frac{5}{a} - \frac{10a-1}{5a^3} = \frac{5 \cdot 5 - 10a + 1}{5a^3} = \frac{(5a-1)^2}{5a^3};$$

$$\text{ B) } \frac{m+1}{m^2} - \frac{3m-1}{m^2} = \frac{m(m+1)-m(3m-1)}{m^2} = \frac{m^2+m-3m^2+m}{m^2} = \frac{2m-3m^2}{m^2} = \frac{2-3m}{m};$$

$$\text{ r) } \frac{1+8y}{2y^3} + \frac{8}{y} = \frac{(1+8y)+8 \cdot (2y^2)}{2y^3} = \frac{8y+16y^2+1}{2y^3}.$$

$$4.17. \text{ a) } \frac{y-x}{xy} + \frac{y-x}{y^2} = \frac{y(y-x)+x(y-x)}{y^2x} = \frac{y^2-x^2}{y^2x};$$

$$\text{ б) } \frac{d+9}{3d} - \frac{d-3}{d^2} = \frac{d(d+9)-3 \cdot (d-3)}{3d^2} = \frac{d^2+6d+9}{3d^2};$$

$$\text{ B) } \frac{a-3b}{a^2b} + \frac{b+a}{a^2} = \frac{a(a-3b)+b(b+a)}{a^2b} = \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2b};$$

$$\text{ r) } \frac{c+4}{4c} - \frac{c+4}{c^2} = \frac{c(c+4)-4 \cdot (c+4)}{4c^2} = \frac{c^2-16}{4c^2}.$$

$$4.18. \text{ a) } \frac{m+2}{m^2n} - \frac{n-3}{mn^2} = \frac{nm^2+2n-mn+3m}{m^2n^2} = \frac{2n+3m}{m^2n^2};$$

$$\text{ б) } \frac{z^2+3t}{3z^2t} + \frac{z-2}{2z^2} = \frac{2 \cdot (z^2+3t)+3t(z-2)}{6z^2t} = \frac{2z^2+3tz}{6z^2t} = \frac{2z+3t}{6zt};$$

$$\text{ B) } \frac{y-1}{xy^2} - \frac{2+x}{x^2y} = \frac{x(y-1)-y(2+x)}{x^2y^2} = \frac{x+2y}{x^2y^2};$$

$$\text{ r) } \frac{m^3-3n^2}{3m^3n^2} - \frac{m-5}{5m^3} = \frac{5 \cdot (m^3-3n^2)-3n^2 \cdot (m-5)}{15m^3n^2} = \frac{5m^2-3n^2}{15m^2n^2}.$$

$$\text{4.19. a) } \frac{xy-y}{x} - \frac{xy-x}{y} - \frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{y(xy-y)-x(xy-x)-x^2+y^2}{xy} = \frac{xy^2-x^2y}{xy} = y-x; \text{ б) } 12 + \frac{4p}{q} + \frac{p^2}{3q^2} = \frac{36q^2+12pq+p^2}{3q^2} = \frac{(p+6q)^2}{3q^2};$$

$$\text{в) } \frac{3mn+2n^2}{mn} - \frac{m+2n}{m} + \frac{m-2n}{n} = \frac{3mn+2n^2-n(m+2n)+m(m-2n)}{mn} = \frac{m^2}{mn} = \frac{m}{n}; \text{ г) } \frac{25b^2}{2a^2} - \frac{10b}{a} + 2 = \frac{25b^2-20ab+4a^2}{2a^2} = \frac{(2a-5b)^2}{2a^2}.$$

$$\text{4.20. а) } \frac{12x+5y}{4x^2y} - \frac{5y-4x}{5xy^2} = \frac{5y(12x+5y)-4x(5y-4x)}{20x^2y^2} = \frac{60xy+25y^2-20xy+16x^2}{20x^2y^2} = \frac{(4x+5y)^2}{20x^2y^2} = \frac{(2+1)^2}{20 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{25}} = 45;$$

$$\text{б) } \frac{2n+3m}{6mn^2} - \frac{9m-2n}{9m^2n} = \frac{3m(2n+3m)-2n(9m-2n)}{18m^2n^2} = \frac{(3m-2n)^2}{18m^2n^2} = \frac{(2-1)^2}{18 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{4.21. а) } \frac{1}{z+2} - \frac{2}{3z} = \frac{3z-2 \cdot (z+2)}{3z(z+2)} = \frac{z-4}{3z(z+2)}; \text{ б) } \frac{2a+b}{6a-b} - \frac{b}{2a} = \frac{2a(2a+b)-b(6a-b)}{2a(6a-b)} = \frac{4a^2-4ab+b^2}{2a(6a-b)} = \frac{(2a-b)^2}{2a(6a-b)}; \text{ в) } \frac{1}{2t} - \frac{2}{5t} = \frac{5t-2 \cdot (2t-1)}{5t(2t-1)} = \frac{t+2}{5t(2t-1)}; \text{ г) } \frac{7n+2k}{9n-2k} + \frac{n}{2k} = \frac{2k(7n+2k)+n(9n-2k)}{2k(9n-2k)} = \frac{4k^2+12kn+9n^2}{2k(9n-2k)} = \frac{(2k+3n)^2}{2k(9n-2k)}.$$

$$\text{4.22. а) } 4a + \frac{1}{a-1} = \frac{4a^2-4a+1}{a-1} = \frac{(2a-1)^2}{a-1}; \text{ б) } a-1 - \frac{2-3a}{a-2} = \frac{(a-1) \cdot (a-2) - (2-3a)}{a-2} = \frac{a^2}{a-2}; \text{ в) } \frac{9+3b^2}{b+3} - 2b = \frac{9+3b^2-2b^2-6b}{b+3} = \frac{(b-3)^2}{b+3}; \text{ г) } \frac{3-2b^2}{2b-1} + b + 3 = \frac{3-2b^2+(b+3) \cdot (2b-1)}{2b-1} = \frac{5b}{2b-1}.$$

$$\text{4.23. а) } x + y - \frac{x^2+y^2}{x-y} = \frac{x^2-y^2-x^2-y^2}{x-y} = -\frac{2y^2}{x-y}; \text{ б) } x - y - \frac{x^2+y^2}{x-y} = \frac{x^2-2xy+y^2-x^2-y^2}{x-y} = -\frac{2y^2}{x-y}; \text{ в) } \frac{a^2+b^2}{a+b} + a - b = \frac{a^2+b^2+a^2-b^2}{a+b} = \frac{2a^2}{a+b}; \text{ г) } \frac{a^2+b^2}{a+b} - a - b = \frac{a^2+b^2-(a+b)^2}{a+b} = -\frac{2ab}{a+b}.$$

$$\text{4.24. а) } \frac{b}{a} + \frac{b}{a(a-1)} = \frac{b(a-1)+b}{a(a-1)} = \frac{ab}{a(a-1)} = \frac{b}{a-1}; \text{ б) } \frac{b+a}{2a} + \frac{b^2}{a(a-b)} = \frac{(b+a) \cdot (a-b) + 2b^2}{2a(a-b)} = \frac{a^2+b^2}{2a(a-b)}; \text{ в) } \frac{3d}{c(c+3)} - \frac{d}{c} = \frac{3d-d(c+3)}{c(c+3)} = \frac{cd}{c(c+3)} = \frac{d}{c+3}; \text{ г) } \frac{n^2}{m(m+n)} - \frac{m-n}{3m} = \frac{3n^2-(m-n) \cdot (m+n)}{3m(m+n)} = \frac{4n^2-m^2}{3m(m+n)}.$$

$$\text{4.25. а) } \frac{c+1}{c+3} - \frac{c^2-3}{c(c+3)} = \frac{c(c+1)-(c+1)}{c(c+3)} = \frac{1}{c}; \text{ б) } \frac{a-2}{a^2} - \frac{a+2}{a(a-2)} = \frac{(a-2)^2-(a+2)a}{a^2 \cdot (a-2)} = \frac{-6a+4}{a^2 \cdot (a-2)}; \text{ в) } \frac{x^2}{y(y+x)} + \frac{y+2x}{y+x} = \frac{x^2+y(y+2x)}{y(y+x)} = \frac{(x+y)^2}{y(y+x)} = \frac{x+y}{y}; \text{ г) } \frac{4-m}{m(m+2)} + \frac{m-2}{m^2} = \frac{m(4-m)+(m+2) \cdot (m-2)}{m^2 \cdot (m+2)} = \frac{4 \cdot (m-1)}{m^2 \cdot (m+2)}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.26. a) } & \frac{a}{a(a+b)} + \frac{2}{b(a+b)} = \frac{2b+2a}{ab(a+b)} = \frac{2}{ab}; \quad \text{б) } \frac{y+c}{c(c+a)} + \frac{y-a}{a(c+a)} = \\
 & = \frac{a(y+c)-c(y-a)}{ca(c+a)} = \frac{y(a+c)}{ca(c+a)} = \frac{y}{ca}; \quad \text{в) } \frac{3}{x(x-y)} - \frac{y}{y(x-y)} = \\
 & = \frac{3y-3x}{xy(x-y)} = -\frac{3}{xy}; \quad \text{г) } \frac{y-x}{x(x-a)} - \frac{y-a}{a(x-a)} = \frac{a(y-x)-x(y-a)}{ax(x-a)} = \\
 & = \frac{ay-yx}{ax(x-a)} = -\frac{y}{ax}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.27. a) } & \frac{y}{x(x+y)} - \frac{x}{y(x+y)} = \frac{y^2-x^2}{xy(x+y)} = \frac{y-x}{xy}; \quad \text{б) } \frac{m+2n}{n(m+n)} + \\
 & + \frac{n}{m(m+n)} = \frac{m(m+2n)+n^2}{mn(m+n)} = \frac{(m+n)^2}{mn(m+n)} = \frac{m+n}{mn}; \quad \text{в) } \frac{9t}{p(3t-p)} - \\
 & - \frac{t}{t(p-t)} = \frac{9t^2-p^2}{pt(3t-p)} = \frac{(3t-p) \cdot (3t+p)}{pt(3t-p)} = \frac{3t+p}{pt}; \quad \text{г) } \frac{a}{b(a-b)} - \\
 & - \frac{2a-b}{a(a-b)} = \frac{a^2-b(2a-b)}{ab(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{ab(a-b)} = \frac{a-b}{ab}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.28. a) } & \frac{c}{b(c-2b)} + \frac{2}{2b-c} = \frac{c-2b}{b(c-2b)} = \frac{1}{b}; \quad \text{б) } \frac{a}{b(c-b)} + \\
 & + \frac{b}{c(b-c)} = \frac{c^2-b^2}{c(c-b)} = \frac{c+b}{c}; \quad \text{в) } \frac{6}{a(a-2)} + \frac{3}{2-a} = \frac{6-3a}{a(a-2)} = -\frac{3}{a}; \\
 \text{г) } & \frac{9n}{m(3n-m)} + \frac{m}{n(m-3n)} = \frac{9n^2-m^2}{m(3n-m)} = \frac{3n+m}{m}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.29. a) } & \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{x(x-y)+y(x+y)}{x^2-y^2} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}; \quad \text{б) } \frac{a-3}{a+3} - \\
 & - \frac{a+2}{a-2} = \frac{(a-3) \cdot (a-2) - (a+2) \cdot (a+3)}{(a+3) \cdot (a-2)} = -\frac{10a}{(a+3) \cdot (a-2)}; \quad \text{в) } \frac{m}{m-n} - \\
 & - \frac{n}{m+n} = \frac{m(m+n)-n(m-n)}{m^2-n^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}; \quad \text{г) } \frac{p+2}{p+1} - \frac{p+6}{p+3} = \\
 & = \frac{(p+2) \cdot (p+3) - (p+6) \cdot (p+1)}{(p+1) \cdot (p+3)} = \frac{2p}{(p+1) \cdot (p+3)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.30. a) } & \frac{c-d}{2d(c+d)} + \frac{c+d}{2d(c-d)} = \frac{(c-d)^2+(c+d)^2}{2d(c^2-d^2)} = \frac{c^2+d^2}{d(c^2-d^2)}; \\
 \text{б) } & \frac{x+4y}{5y(x+y)} - \frac{x-y}{5y(x-4y)} = \frac{x^2-16y^2-(x^2-y^2)}{5y(x+y) \cdot (x-4y)} = -\frac{3y}{(x+y) \cdot (x-4y)}; \\
 \text{в) } & \frac{x+y}{4x(x-y)} - \frac{x-y}{4x(x+y)} = \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4x(x^2-y^2)} = \frac{4xy}{4x(x^2-y^2)} = \frac{y}{x^2-y^2}; \\
 \text{г) } & \frac{d-c}{3c(2c+d)} + \frac{2c-d}{3c(c+d)} = \frac{d^2-c^2+4c^2-d^2}{3c(2c+d) \cdot (c+d)} = \frac{c}{(2c+d) \cdot (c+d)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.31. a) } & \frac{x^2-3xy}{(x+y) \cdot (x-y)} + \frac{y}{x-y} = \frac{x^2-3xy+y(x+y)}{(x+y) \cdot (x-y)} = \frac{(x-y)^2}{(x+y) \cdot (x-y)} = \\
 & = \frac{x-y}{x+y}; \quad \text{б) } \frac{a-3c}{a-c} + \frac{a^2+3c^2}{(a-c) \cdot (a+c)} = \frac{(a+c) \cdot (a-3c) + a^2+3c^2}{(a-c) \cdot (a+c)} = \\
 & = \frac{2a^2-2ac}{(a-c) \cdot (a+c)} = \frac{2a}{a+c}; \quad \text{в) } \frac{b-2m}{b+m} - \frac{m^2-5bm}{(b-m) \cdot (b+m)} = \\
 & = \frac{(b-2m) \cdot (b-m) - (m^2-5bm)}{(b-m) \cdot (b+m)} = \frac{b^2-3mb+2mb-m^2+5bm}{(b-m) \cdot (b+m)} = \\
 & = \frac{(b+m)^2}{(b-m) \cdot (b+m)} = \frac{b+m}{b-m}; \quad \text{г) } \frac{3d}{d+4} - \frac{d^2-20d}{(d-4) \cdot (d+4)} = \\
 & = \frac{3d(d-4)-d^2+20d}{(d-4) \cdot (d+4)} = \frac{2d^2+8d}{(d-4) \cdot (d+4)} = \frac{2d}{d-4}.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \text{4.32.} \quad \text{a)} \quad \frac{-6x-3+2 \cdot (2x+3)}{(2x-3) \cdot (2x+3)} = \frac{-2x+3}{(2x-3) \cdot (2x+3)} = \\
 & = -\frac{1}{2x+3}; \quad \text{б)} \quad \frac{6a+1+2a(a-1)}{(2a+1) \cdot (2a-1)} = \frac{(2a+1)^2}{(2a+1) \cdot (2a-1)} = \frac{2a+1}{2a-1}; \\
 & \text{B)} \quad \frac{15x-15y-4 \cdot (5x-3y)}{(5x-3y) \cdot (5x+3y)} = \frac{-5x-3y}{(5x-3y) \cdot (5x+3y)} = -\frac{1}{5x-3y} = \frac{1}{3y-5x}; \\
 & \text{r)} \quad \frac{4-18x+3x(3x+2)}{(3x-2) \cdot (3x+2)} = \frac{(3x-2)^2}{(3x-2) \cdot (3x+2)} = \frac{3x-2}{3x+2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{4.33.} \quad \text{a)} \quad \frac{4b-a+(a-b)^2}{a(a+b) \cdot (a-b)} = \frac{(a+b)^2}{a(a+b) \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{a(a-b)}; \\
 & \text{б)} \quad \frac{(3-x)x+(x-2) \cdot (x+1)}{x(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{2 \cdot (x-1)}{x(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{2}{x(x+1)}; \\
 & \text{B)} \quad \frac{(c+2)^2-8c}{c(c-2) \cdot (c+2)} = \frac{(c-2)^2}{c(c-2) \cdot (c+2)} = \frac{c-2}{c(c+2)}; \quad \text{r)} \quad \frac{(a+5)a-(a-4) \cdot (a-3)}{a(a-3) \cdot (a+3)} = \\
 & = \frac{4a+12}{a(a-3) \cdot (a+3)} = \frac{4}{a(a-3)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{4.34.} \quad \text{a)} \quad \frac{3c-6 \cdot (c-2)}{(c-2)^2} = \frac{12-6c}{(c-2)^2} = \frac{6}{2-c}; \quad \text{б)} \quad \frac{2a^2-(a+b) \cdot (a-b)}{2 \cdot (a-b)^2} = \\
 & = \frac{a^2+b^2}{2 \cdot (a-b)^2}; \quad \text{B)} \quad \frac{3m+2 \cdot (m+5)}{(m+5)^2} = \frac{5m+10}{(m+5)^2}; \quad \text{r)} \quad \frac{(x+y) \cdot (x-y)+3x^2}{3 \cdot (x-y)^2} = \\
 & = \frac{4x^2-y^2}{3 \cdot (x-y)^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{4.35.} \quad \text{a)} \quad \frac{a^2+3ab}{2ab+2b^2} - \frac{a}{2b} = \frac{a^2+3ab-a(a+b)}{2b(a+b)} = \frac{2ab}{2b(a+b)} = \frac{a}{a+b}; \\
 & \text{б)} \quad \frac{3b+a}{9a} + \frac{b^2}{a^2-3ab} = \frac{(a+3b) \cdot (a-3b)+9b^2}{9a(a-3b)} = \frac{a}{9 \cdot (a-3b)}; \quad \text{B)} \quad \frac{c}{3d} - \\
 & - \frac{4cd+c^2}{3d^2+3cd} = \frac{c}{3d} - \frac{4cd+c^2}{3d(c+d)} = \frac{c(c+d)-4cd}{3d(c+d)} = \frac{-3cd}{3d(c+d)} = -\frac{c}{c+d}; \\
 & \text{r)} \quad \frac{n}{m^2+2mn} + \frac{m-2n}{4mn} = \frac{n}{m(m+2n)} + \frac{m-2n}{4mn} = \frac{4n^2+m^2-4n^2}{4mn(m+2n)} = \\
 & = \frac{m}{4n(m+2n)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{4.36.} \quad \text{a)} \quad \frac{a-12}{2a-8} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-12+2a}{2a-8} = \frac{3 \cdot (a-4)}{2 \cdot (a-4)} = \frac{3}{2}; \quad \text{б)} \quad \frac{x-1}{3x-12} - \\
 & - \frac{x-2}{2x-8} = \frac{2 \cdot (x-1)-3 \cdot (x-2)}{6 \cdot (x-4)} = \frac{4-x}{6 \cdot (x-4)} = -\frac{1}{6}; \quad \text{B)} \quad \frac{d+3}{cd+d^2} - \frac{c-3}{cd+c^2} = \\
 & = \frac{d+3}{d(c+d)} - \frac{c-3}{c(d+c)} = \frac{c(d+3)-d(c-3)}{cd(c+d)} = \frac{3 \cdot (c+d)}{cd(c+d)} = \frac{3}{cd}; \quad \text{r)} \quad \frac{3p+q}{p^2-pq} - \\
 & - \frac{3q+p}{pq-q^2} = \frac{3p+q}{p(p-q)} - \frac{3q+p}{q(p-q)} = \frac{q(3q+p)-p(3q+p)}{pq(p-q)} = \frac{q^2-p^2}{pq(p-q)} = \\
 & = -\frac{p+q}{pq}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{4.37.} \quad \text{a)} \quad \frac{2-a}{a(a-b)} - \frac{2-b}{b(a-b)} = \frac{b(2-a)-a(2-b)}{ab(a-b)} = \frac{2 \cdot (b-a)}{ab(a-b)} = -\frac{2}{ab}; \\
 & \text{б)} \quad \frac{b+2a}{a(a+b)} - \frac{a+2b}{b(a+b)} = \frac{b(b+2a)-a(a+2b)}{ab(a+b)} = \frac{(b-a) \cdot (b+a)}{ab(a+b)} = \frac{b-a}{ab}; \\
 & \text{B)} \quad \frac{d+3}{d(c+d)} - \frac{c-3}{c(c+d)} = \frac{c(d+3)-d(c-3)}{cd(c+d)} = \frac{3 \cdot (c+d)}{cd(c+d)} = \frac{3}{cd}; \quad \text{r)} \quad \frac{3p+q}{p(p-q)} - \\
 & - \frac{3q+p}{q(p-q)} = \frac{q(3p+q)-p(3q+p)}{pq(p-q)} = \frac{(p+q) \cdot (q-p)}{pq(p-q)} = -\frac{p+q}{pq}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{4.38.} \quad \text{a)} \quad \frac{2b}{(l-b) \cdot (l+b)} + \frac{l}{l+b} = \frac{2b+l-b}{(l-b) \cdot (l+b)} = \frac{l}{l-b}; \\
 & \text{б)} \quad \frac{36+c^2-c(c+6)}{(c-6) \cdot (c+6)} = \frac{6 \cdot (6-c)}{(c-6) \cdot (c+6)} = -\frac{6}{c+6}; \quad \text{B)} \quad \frac{2a-(a-3)}{(a-3) \cdot (a+3)} =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{a+3}{(a-3) \cdot (a+3)} = \frac{1}{a-3}; \quad \Gamma) \quad \frac{2 \cdot (m+4) - (5m-4)}{m^2-16} = \frac{12-3m}{(m-4) \cdot (m+4)} =$$

$$= \frac{3 \cdot (4-m)}{(m-4) \cdot (m+4)} = -\frac{3}{m+4}.$$

$$\text{4.39. a) } \frac{10x}{(4-x) \cdot (4+x)} - \frac{5}{4-x} = \frac{10x-5 \cdot (4+x)}{(4-x) \cdot (4+x)} = \frac{5 \cdot (x-4)}{(4-x) \cdot (4+x)} =$$

$$= -\frac{5}{x+4}; \quad \text{б) } \frac{6x^2-15x+25-x(5+2x)}{(2x-5) \cdot (2x+5)} = \frac{(2x-5)^2}{(2x-5) \cdot (2x+5)} = \frac{2x-5}{2x+5};$$

$$\text{B) } \frac{12n}{(n-7) \cdot (n+7)} - \frac{6}{n-7} = \frac{12n-6 \cdot (n+7)}{(n-7) \cdot (n+7)} = \frac{6 \cdot (n-7)}{(n-7) \cdot (n+7)} =$$

$$= \frac{6}{n+7}; \quad \Gamma) \quad \frac{15z^2+32z+16}{(3z-4) \cdot (3z+4)} - \frac{2z}{3z-4} = \frac{15z^2+32z+16-2z(3z+4)}{(3z-4) \cdot (3z+4)} =$$

$$= \frac{(3z+4)^2}{(3z-4) \cdot (3z+4)} = \frac{3z+4}{3z-4}.$$

$$\text{4.40. a) } \frac{1-x}{x(x-y)} - \frac{y-1}{y(y-x)} = \frac{(1-x)y+(y-1)x}{xy(x-y)} = \frac{y-x}{xy(x-y)} = -\frac{1}{xy};$$

$$\text{б) } \frac{p-q}{2p(p+q)} + \frac{2q}{(p-q) \cdot (p+q)} = \frac{(p-q)^2+2q \cdot 2p}{2p(p+q) \cdot (p-q)} = \frac{(p+q)^2}{2p(p+q) \cdot (p-q)} =$$

$$= \frac{p+q}{2p(p-q)}; \quad \text{B) } \frac{3+c}{c(c-d)} - \frac{3+d}{d(c-d)} = \frac{(3+c)d-(3+d)c}{cd(c-d)} = \frac{3 \cdot (d-c)}{cd(c-d)} =$$

$$= -\frac{3}{cd}; \quad \Gamma) \quad \frac{3m+m}{3m^2-3mn} - \frac{4n}{9m^2-n^2} = \frac{(3m+n)^2}{3m(3m-n) \cdot (3m+n)} = \frac{3m-n}{3m(m+n)}.$$

$$\text{4.41. a) } \frac{y}{(x-y)^2} + \frac{x+y}{y(x-y)} = \frac{y^2+(x-y) \cdot (x+y)}{y(x-y)^2} = \frac{x^2}{y(x-y)^2};$$

$$\text{б) } \frac{9p+63}{(p+9)^2} - \frac{8}{p+9} = \frac{9p+63-8 \cdot (p+9)}{(p+9)^2} = \frac{p-9}{(p+9)^2}; \quad \text{B) } \frac{a+b}{a(a-b)} - \frac{a}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{a^2-b^2-a^2}{a(a-b)^2} = -\frac{b^2}{a(a-b)^2}; \quad \Gamma) \quad \frac{3z+7}{(z+7)^2} - \frac{2}{z+7} = \frac{3z+7-2 \cdot (z+7)}{(z+7)^2} =$$

$$= \frac{z-7}{(z+7)^2}.$$

$$\text{4.42. a) } \frac{12x+5y}{20x^2y} - \frac{5y-4x}{25xy^2} = \frac{5y(12x+5y)-4x(5y-4x)}{100x^2y^2} = \left( \frac{5y+4x}{10xy} \right)^2;$$

$$\text{б) } \frac{2n+3m}{12mn^2} - \frac{9m-2n}{18m^2n} = \frac{3m(2n+3m)-2n(9m-2n)}{36m^2n^2} = \left( \frac{3m-2n}{6mn} \right)^2.$$

$$\text{4.43. a) } \frac{5}{18z} - \frac{2+3y}{3y^3} - \frac{y-3}{9y^2} = \frac{5}{18z} - \frac{2}{3y^3} - \frac{1}{y^2} - \frac{1}{9y} + \frac{1}{3y^2} =$$

$$= \frac{1}{6y} - \frac{2}{3y^2} - \frac{2}{3y^3} - \frac{y-2}{3y^2} - \frac{y+2}{3y^3} = \frac{1}{6y} - \frac{2}{3y^2} - \frac{2}{3y^3}; \quad \text{б) } -$$

$$-\frac{abc-a^2}{b^2c} + \frac{abc-b^2}{ab^2} + \frac{abc-c^2}{c^2a} = \frac{a(bc-a^2)^c}{a^2b} + \frac{b(ac-b^2)^a}{ab^2} + \frac{c(ab-c^2)^b}{c^2a} =$$

$$= \frac{a^2b^2c-a^2c+a^2c-b^2a+ab^2-c^2b}{abc} = 0.$$

$$\text{4.44. a) } \frac{3m+4}{(3m-2) \cdot (3m+2)} - \frac{3}{2 \cdot (3m-2)} = \frac{2 \cdot (3m+4)-3 \cdot (3m+2)}{2 \cdot (3m-2) \cdot (3m+2)} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot (3m+2)}; \quad \text{б) } \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a^{-1}}{4ax-x^2} = \frac{x-12a}{(x-4a) \cdot (x+4a)} + \frac{4}{x(x-4a)} =$$

$$= \frac{x^2-12xa+4xa+16a^2}{x(x^2-16a^2)} = \frac{x^2-8xa+16a^2}{x(x-4a) \cdot (x+4a)} = \frac{(x-4a)^2}{x(x-4a) \cdot (x+4a)} =$$

$$= \frac{x-4a}{x(x+4a)}; \quad \text{B) } \frac{3}{2 \cdot (b-3a)} + \frac{3a+2b}{(3a-b) \cdot (3a+b)} = \frac{-3 \cdot (3a+b)+2 \cdot (3a+2b)}{2 \cdot (3a-b) \cdot (3a+b)} =$$

$$= \frac{b-3a}{2 \cdot (3a-b) \cdot (3a+b)} = \frac{1}{2 \cdot (3a+b)}; \quad \Gamma) \quad \frac{c-30d}{c^2-100d^2} - \frac{10d^{-1}}{10cd-c^3} =$$

$$= \frac{c-30d}{(c-10d) \cdot (c+10d)} + \frac{10d}{c(10d-c)} = \frac{(c-30d)^2}{c(c-10d) \cdot (c+10d)} = \frac{c-10d}{c(c+10d)}.$$

$$\text{4.45. a) } \frac{4a(a+2)-3a^2-8a-4}{(a+2)^2} = \frac{a^2-4}{(a+2)^2} = \frac{(a-2) \cdot (a+2)}{(a+2)^2} = \frac{a-2}{a+2};$$

$$\text{б) } \frac{7n^2+mn-8m}{(m-n)^2} + \frac{8m}{m-n} = \frac{7n^2+mn-8m^2+8m(m-n)}{(m-n)^2} = \frac{7n(n-m)}{(m-n)^2} =$$

$$= \frac{7n}{n-m}; \quad \text{Б) } \frac{8y^2-9xy+x^2}{(x-y)^2} + \frac{9y}{x-y} = \frac{8y^2-9xy+x^2+9y(x-y)}{(x-y)^2} =$$

$$= \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{(x-y)^2} = \frac{x+y}{x-y}; \quad \Gamma) \quad \frac{5+13p-6p^2}{(3p+1)^2} + \frac{2p}{3p+1} =$$

$$= \frac{5+13p-6p^2+2p(3p+1)}{(3p+1)^2} = \frac{5 \cdot (3p+1)}{(3p+1)^2} = \frac{5}{3p+1}.$$

$$\text{4.46. a) } \frac{2x^2+1-x(x-1)}{x^3-1} = \frac{x^2+x+1}{x^3-1} = \frac{1}{x-1}; \quad \text{б) } \frac{6y+y^2-2y+4}{y^3+8} =$$

$$= \frac{(y+2)^2}{(y+2) \cdot (y^2-2y+4)} = \frac{y+2}{y^2-2y+4}; \quad \text{Б) } \frac{6c+48-3c(c+4)}{c^3+64} =$$

$$= \frac{3 \cdot (c^2-4c+16)}{(c+4) \cdot (c^2-4c+16)} = \frac{3}{c+4}; \quad \Gamma) \quad \frac{b^2+3b+9-9b}{b^3-27} = \frac{(b-3)^2}{(b-3) \cdot (b^2+b+9)} =$$

$$= \frac{b-3}{b^2+b+9}.$$

$$\text{4.47. a) } \frac{c^3+d^3-c^3+d^3}{c+d} = \frac{2d^3}{c+d}; \quad \text{б) } \frac{a^3-b^3-a^3-b^3}{a^2-ab+b^2} = -\frac{2b^3}{a^2-ab+b^2};$$

$$\text{Б) } \frac{m^3+n^3-m^3+n^3}{m-n} = \frac{2n^3}{m-n}; \quad \Gamma) \quad \frac{x^3+y^3+x^3-y^3}{x^2+xy+y^2} = \frac{2x^3}{x^2+xy+y^2}.$$

$$\text{4.48. a) } \frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = \frac{a^3+b^3+a^3-b^3}{a^2-b^2} = \frac{2a^3}{a^2-b^2};$$

$$\text{б) } \frac{m^2-2mn+4n^2}{m-2n} + \frac{m^2+2mn+4n^2}{m+2n} = \frac{m^3+8n^3+m^3-8n^3}{m^2-4n^2} = \frac{2m^3}{m^2-4n^2};$$

$$\text{Б) } \frac{9x^2-3xy+y^2}{3x-y} + \frac{9x^2+3xy+y^2}{3x+y} = \frac{27x^3+y^3+27x^3-y^3}{9x^2-y^2} = \frac{54x^3}{9x^2-y^2};$$

$$\Gamma) \quad \frac{41^2+61k+9k^2}{21+3k} + \frac{41^2-61k+9k^2}{21-3k} = \frac{81^3-27k^3+81^3+27k^3}{41^2-9k^2} = \frac{161^3}{41^2-9k^2}.$$

$$\text{4.49. a) } 1 - \frac{1}{a^3+1} - \frac{a}{a+1} = \frac{a^3+1-1-a^3+a^2-a}{a^3+1} =$$

$$= \frac{a^2-a}{a^3+1}; \quad \text{б) } \frac{c(c-3)-(c^2+3c+9)+27}{c^3-27} = \frac{18-6c}{c^3-27} =$$

$$= \frac{6 \cdot (3-c)}{(c-3) \cdot (c^2+3c+9)} = -\frac{6}{c^2+3c+9}; \quad \text{Б) } 1 - \frac{2d-1}{4d^2-2d+1} - \frac{2d}{2d+1} =$$

$$= \frac{8d^3+1-4d^2+1-8d^3+4d^2-2d}{8d^3+1} = \frac{2-2d}{8d^3+1}; \quad \Gamma) \quad \frac{1}{b+2} - \frac{b}{b^2-2b+4} - \frac{12}{b^3+8} =$$

$$= \frac{b^2-2b+4-b^2-2b-12}{b^3+8} = \frac{-4 \cdot (b+2)}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)} = \frac{-4}{b^2-2b+4}.$$

$$\text{4.50. a) } \frac{3b^2+2b+4}{b^3-1} - \frac{1-2b}{b^2+b+1} - \frac{3}{b-1} =$$

$$= \frac{3b^2+2b+4-b+2b^2+1-2b-3b^2-3b-3}{b^3-1} = \frac{2 \cdot (b^2-2b+1)}{(b-1) \cdot (b^2+b+1)} =$$

$$= \frac{2 \cdot (b-1)^2}{(b-1) \cdot (b^2+b+1)} = \frac{2 \cdot (b-1)}{b^2+b+1}; \quad \text{б) } \frac{a-2}{a^2+2a+4} - \frac{6a}{a^3-8} + \frac{1}{a-2} =$$

$$= \frac{a^2-4a+4-6a+a^2+2a+4}{a^3-8} = \frac{2a^2-8a+8}{a^3-8} = \frac{2 \cdot (a-2)^2}{(a-2) \cdot (a^2+2a+4)} =$$

$$= \frac{2 \cdot (a-2)}{a^2+2a+4}.$$

$$\begin{aligned} \text{4.51. a) } & \frac{2mn}{m^3+n^3} + \frac{2m}{m^2-n^2} - \frac{1}{m-n} = \\ & = \frac{2m^2n-2mn^2+2m^3-2m^2n+2mn^2-m^3-n^3}{(m+n) \cdot (m^2-mn+n^2) \cdot (m-n)} = \\ & = \frac{(m-n) \cdot (m^2+mn+n^2)}{(m+n) \cdot (m^2-mn+n^2) \cdot (m-n)} = \frac{m^2+mn+n^2}{m^3+n^3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{2xy}{x^3-y^3} - \frac{2x}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} = \frac{2x^2y+2xy^2-2x^3-2x^2y-2xy^2+x^3-y^3}{(x-y) \cdot (x^2+xy+y^2) \cdot (x+y)} = \\ & = \frac{(x^3+y^3)}{(x^3-y^3) \cdot (x+y)} = \frac{(x+y) \cdot (x^2-xy+y^2)}{(x^3-y^3) \cdot (x+y)} = \frac{x^2-xy+y^2}{y^3-x^3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.52. a) } & \frac{1}{(b-5)^2} - \frac{2}{b^2-25} + \frac{1}{(b+5)^2} = \\ & = \frac{b^2+10b+25-2b^2+50+b^2-10b+25}{(b-5)^2 \cdot (b+5)^2} = \frac{100}{(b-5)^2 \cdot (b+5)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{1}{(2m-5n)^2} - \frac{2}{25n^2-4m^2} + \frac{1}{(2m+5n)^2} = \\ & = \frac{25n^2+20nm+4m^2-50n^2+8m^2-25n^2-20nm+4m^2}{(25n^2-4m^2)^2} = \frac{16m^2}{(25n^2-4m^2)^2}. \end{aligned}$$

**4.53.**

$$\begin{aligned} & \frac{3a(16-3a)}{9a^2-4} + \frac{3 \cdot (1+2a)}{2-3a} - \frac{2-9a}{3a+2} = \frac{3a(16-3a)}{(3a-2) \cdot (3a+2)} - \frac{3 \cdot (1+2a)}{3a-2} - \\ & - \frac{2-9a}{3a+2} = \frac{48a-9a^2-3 \cdot (3a+6a^2+2+4a)-(6a-27a^2-4+18a)}{9a^2-4} = \\ & = \frac{48a-9a^2-18a^2-21a-6+27a^2-24a+4}{9a^2-4} = \frac{3a-2}{(3a-2) \cdot (3a+2)} = \frac{1}{3a+2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.54. } & \frac{x+2y}{x^2+2x+y^2} - \frac{x-2y}{x^2-y^2} + \frac{2y^2}{(x+y) \cdot (x^2-y^2)} = \frac{x+2y}{(x+y)^2} - \\ & - \frac{x-2y}{(x+y) \cdot (x-y)} + \frac{2y^2}{(x+y) \cdot (x^2-y^2)} = \\ & = \frac{x^2+2xy-xy-2y^2-x^2+2xy-xy+2y^2+2y^2}{(x+y) \cdot (x-y) \cdot (x+y)} = \frac{2y^2+2xy}{(y+x)^2 \cdot (x-y)} = \frac{2y}{x^2-y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.55. } & \frac{1}{2z^2+5z} - \frac{2}{25-10z} - \frac{4}{4z^2-25z} = \frac{1}{z(2z+5)} + \frac{2}{5 \cdot (5+2z)} - \\ & - \frac{4}{(z-5z) \cdot (z+5z)} = \frac{10z-25+4z^2+10z-20z}{5z(4z^2-25)} = \frac{1}{5z}. \end{aligned}$$

**4.56.**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{1+a+1-a}{1-a^2} + \frac{2}{1+a^2} + \\ & + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{2}{1-a^2} + \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+a^8} + \frac{1}{1+a^{16}}. \end{aligned}$$

Приведем все дроби к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} & \frac{(1+a^2) \cdot (1+a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16}) \cdot (1+a+1-a)}{1-a^{32}} + \\ & + \frac{2 \cdot (1-a^2) \cdot (1+a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16})}{1-a^{32}} + \frac{4 \cdot (1-a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16})}{1-a^{32}} + \\ & + \frac{8 \cdot (1-a^8) \cdot (1+a^{16}) + 16 \cdot (1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\ & = \frac{2 \cdot (1+a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16}) \cdot (1+a^2+1-a^2)}{1-a^{32}} + \frac{4 \cdot (1-a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16})}{1-a^{32}} + \\ & + \frac{8 \cdot (1-a^8) \cdot (1+a^{16}) + 16 \cdot (1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\ & = \frac{8 \cdot (1-a^{16}) \cdot (1+a^8+1-a^8) + 16 \cdot (1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{16 \cdot (1+a^{16}+1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{32}{1-a^{32}}. \end{aligned}$$

## §5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень

**5.1.** а)  $\frac{77}{34} \cdot \frac{17}{33} = \frac{7 \cdot 11 \cdot 17}{17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ ; б)  $\frac{12}{25} \cdot \frac{18}{35} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{14}{15}$ ;  
в)  $\frac{20}{9} \cdot \frac{9}{40} = \frac{20 \cdot 9}{9 \cdot 20 \cdot 2} = \frac{1}{2}$ ; г)  $\frac{13}{64} : \frac{65}{128} = \frac{13}{64} \cdot \frac{128}{65} = \frac{2}{5}$ .

**5.2.** а)  $\frac{6x}{19} \cdot \frac{y}{5} = \frac{6xy}{19 \cdot 5} = \frac{6xy}{95}$ ; б)  $\frac{5}{4a} : \frac{7}{9b} = \frac{5}{4a} \cdot \frac{9b}{7} = \frac{45b}{28a}$ ;  
в)  $\frac{11c}{12} \cdot \frac{5d}{13} = \frac{11c \cdot 5d}{12 \cdot 13} = \frac{11c \cdot 5d}{156}$ ; г)  $\frac{7m}{6} : \frac{3}{10t} = \frac{7m}{6} \cdot \frac{10t}{3} = \frac{35mt}{9}$ .

**5.3.** а)  $\frac{5x}{6} : x = \frac{5x}{6} \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$ ; б)  $\frac{25}{12y} \cdot y = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$ ;  
в)  $\frac{19t}{20} : t = \frac{19t}{20} \cdot \frac{1}{t} = \frac{19}{20}$ ; г)  $z : \frac{5z}{27} = z \cdot \frac{27}{5z} = \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$ .

**5.4.** а)  $\frac{6a}{b} : \frac{3a}{b} = \frac{6a}{b} \cdot \frac{b}{3a} = 2$ ; б)  $-\frac{4p}{q} \cdot \frac{q}{2n} = -\frac{2p}{n}$ ; в)  $-\frac{9}{2x} \times$   
 $\times -\frac{5x}{3} = \frac{15}{2} = 7,5$ ; г)  $\frac{5c}{2d} : -\frac{15c}{d} = -\frac{5c}{2d} \cdot \frac{d}{15c} = -\frac{1}{6}$ .

**5.5.** а)  $\frac{a^2}{6} : \frac{a}{3} = \frac{a^2 \cdot 3}{6 \cdot a} = \frac{a}{2}$ ; б)  $\frac{24}{b^2} \cdot \frac{b^3}{36} = \frac{24 \cdot b^3}{b^2 \cdot 36} = \frac{2}{3}b$ ;  
в)  $\frac{n^{24}}{28} : \frac{n^{39}}{56} = \frac{n^{24}}{28} \cdot \frac{56}{n^{39}} = \frac{2}{n^{15}}$ ; г)  $\frac{m^5}{10} \cdot \frac{100}{m^{12}} = \frac{10}{m^7}$ .

**5.6.** а)  $\frac{12x^5}{55} : \frac{6x^2}{5} = \frac{12x^5}{55} \cdot \frac{5}{6x^2} = \frac{2x^3}{11}$ ; б)  $\frac{4}{3y^3} \cdot \frac{y^8}{18} = \frac{2y^5}{27}$ ;  
в)  $\frac{16}{5d^3} : \frac{12}{d^4} = \frac{16}{5d^3} \cdot \frac{d^4}{12} = \frac{4d}{15}$ ; г)  $\frac{36c^{12}}{49} : \frac{7}{6c^{15}} = \frac{6}{7c^3}$ .

**5.7.** а)  $\frac{b^2}{xy} \cdot \frac{xy}{a^2b} = \frac{b}{a^2}$ ; б)  $\frac{m^3}{cd} : \frac{m^2n}{cd} = \frac{m^3 \cdot cd}{cd \cdot m^2n} = \frac{m}{n}$ ; в)  $\frac{a^3b}{c} \times$   
 $\times \frac{c^2}{a^4} = \frac{bc}{a}$ ; г)  $\frac{p^2q^2}{z} : \frac{p^3q^3}{z^2} = \frac{p^2q^2 \cdot z^2}{z \cdot p^3q^3} = \frac{z}{pq}$ .

**5.8.** а)  $\frac{b^2}{xy} \cdot \frac{xy}{a^2b} = \frac{b}{a^2}$ ; б)  $\frac{x^3}{6y^{10}} \cdot \frac{3y^9}{x^{11}} = \frac{1}{x^8y}$ ; в)  $\frac{a^9}{8b^8} : \frac{a^{11}}{10b^{10}} =$   
 $= \frac{a^9}{8b^8} \cdot \frac{10b^{10}}{a^{11}} = \frac{5b^2}{4a^2}$ ; г)  $\frac{5c^2x}{a} \cdot \frac{15a}{c^3x} = \frac{75}{c}$ .

**5.9.** а)  $6mx \cdot \frac{ab}{2mx^2} = \frac{3ab}{x}$ ; б)  $15y^3 : \frac{25y^2}{4x} = \frac{15y^3 \cdot 4x}{25y^2} = \frac{12xy}{5}$ ;  
в)  $\frac{4ab^2}{3cm^3} \cdot 6c^2m^2 = 8\frac{ab^2c}{m}$ ; г)  $9xy : \frac{3x^2y}{ab} = \frac{9xy \cdot ab}{3x^2y} = \frac{3ab}{x}$ .

**5.10.** а)  $\frac{4x^3y^2}{p} \cdot \frac{1}{6x^4y^5} = \frac{2}{3xy^3p}$ ; б)  $\frac{m}{17a^2d^2} \cdot 34a^2d^8 = 2md^6$ ;  
в)  $\frac{4x^3y^4}{a} \cdot \frac{1}{36x^3y^4} = \frac{1}{9a}$ ; г)  $8p^3n^5 \cdot \frac{x}{6p^2n^3} = \frac{4}{3}n^2xp$ .

**5.11.** а)  $\frac{x-y}{4a} \cdot \frac{4}{x-y} = \frac{1}{a}$ ; б)  $\frac{a+b}{8} : \frac{a+b}{8x} = \frac{a+b}{8} \cdot \frac{8x}{a+b} = x$ ;  
в)  $\frac{2m-3n}{7} \cdot \frac{7s}{2m-3n} = s$ ; г)  $\frac{15p+12q}{13p} : \frac{15p+12q}{13} = \frac{15p+12q}{13p} \times$   
 $\times \frac{13}{15p+12q} = \frac{1}{p}$ .

**5.12.** а)  $\frac{3a+4b}{8x^2} : \frac{4b+3a}{16x^2} = \frac{3a+4b}{8x^2} \cdot \frac{16x^2}{4b+3a} = 2$ ; б)  $\frac{7c+9d}{13p^3} \cdot \frac{39p^{12}}{9d+7c} =$   
 $= 3p^9$ ; в)  $\frac{44c^3}{15m+4n} : \frac{52c}{4n+15m} = \frac{44c^3}{15m+4n} \cdot \frac{4n+15m}{52c} = \frac{11c^2}{13}$ ;  
г)  $\frac{12ab}{19t+8} \cdot \frac{19t+8}{15b^2} = \frac{4a}{5b}$ .

$$\text{5.13. a) } \frac{16u-13v}{21} : \frac{13v-16u}{p} = \frac{(16u-13v)p}{21 \cdot (13v-16u)} = -\frac{p}{21}; \text{ б) } \frac{45m-n}{23c} \times \frac{c}{n-45m} = -\frac{1}{23}; \text{ в) } \frac{98p-17q}{4} : \frac{17q-98p}{16m} = \frac{98p-17q}{4} \cdot \frac{16m}{17q-98p} = -4m; \text{ г) } \frac{64r-15s}{9c^2} \cdot \frac{18c}{15s-64r} = -\frac{2}{c}.$$

$$\text{5.14. a) } \frac{c+d}{c-d} \cdot \frac{c-d}{c} = \frac{c+d}{c}; \text{ б) } \frac{a-b}{c+d} : \frac{3 \cdot (a-b)}{a(c+d)} = \frac{a-b}{c+d} \cdot \frac{a(c+d)}{3 \cdot (a-b)} = \frac{a}{3}; \text{ в) } \frac{m(m-n)}{p(p+q)} \cdot \frac{p^2 \cdot (p+q)}{m-n} = mp; \text{ г) } \frac{a+b}{2b(a-b)} : \frac{a+b}{2b^2 \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{2b(a-b)} \times \frac{2b^2 \cdot (a-b)}{a+b} = b.$$

$$\text{5.15. a) } \frac{x+y}{x-y} \cdot (x-y) = x+y; \text{ б) } \frac{2x+y}{x-y} \cdot \frac{1}{(2x+y)^2} = \frac{1}{(x-y) \cdot (2x+y)}; \text{ в) } 2a+b; \text{ г) } (a-b)^2 \cdot \frac{a-2b}{a-b} = (a-b) \cdot (a-2b).$$

$$\text{5.16. a) } \frac{a}{x^2-3x} : \frac{a^3}{3x-9} = \frac{a}{x^2-3x} \cdot \frac{3x-9}{a^3} = \frac{3}{a^2x}; \text{ б) } \frac{a+a^2}{n} \times \frac{n^2}{3+3a} = \frac{a(1+a)}{n} \cdot \frac{n^2}{3 \cdot (1+a)} = \frac{an}{3}; \text{ в) } \frac{m^3-m^2}{y^4} \cdot \frac{y^2}{m^2-m} = \frac{m}{y^2}; \text{ г) } \frac{10c^2}{b^2-b^3} : \frac{5}{b-b^2} = \frac{10c^2}{b^2-b^3} \cdot \frac{b-b^2}{5} = \frac{2c^2}{b}.$$

$$\text{5.17. a) } \frac{rx+r^2}{x^2} : \frac{x+r}{x} = \frac{r(x+r)}{x^2} \cdot \frac{x}{x+r} = \frac{r}{x}; \text{ б) } \frac{mx+my}{ab^2} \cdot \frac{a^2b}{4x+4y} = \frac{m(x+y)}{ab^2} \cdot \frac{a^2b}{4 \cdot (x+y)} = \frac{ma}{4b}; \text{ в) } \frac{xy}{p^2+p^3} \cdot \frac{p+p^2}{x^2y^2} = \frac{xy}{p(1+p)} \cdot \frac{p(1+p)}{x^2y^2} = \frac{1}{xy}; \text{ г) } \frac{6a}{n^2-n} : \frac{3an}{2n-2} = \frac{6a}{n(n-1)} \cdot \frac{2 \cdot (n-1)}{3an} = \frac{4}{n^2}.$$

$$\text{5.18. a) } \frac{4p-p^2}{y-x} : \frac{8p-2p^2}{x-y} = \frac{p(4-p)}{y-x} \cdot \frac{x-y}{(4-p)2p} = -\frac{1}{2}; \text{ б) } \frac{a-b}{3q-q^2} \times \frac{6q-2q^2}{b-a} = \frac{a-b}{q(3-q)} \cdot \frac{2q(3-q)}{b-a} = -2; \text{ в) } \frac{c^3-c^2}{d^3+d} \cdot \frac{1+d^2}{c-c^2} = \frac{c^2 \cdot (c-1)}{d(d^2+1)} \times \frac{1+d^2}{c(1-c)} = -\frac{c}{d}; \text{ г) } \frac{x+x^3}{n-n^2} : \frac{x^2+1}{n^3-n^2} = \frac{x(1+x^2) \cdot n^2 \cdot (n-1)}{n(1-n) \cdot (x^2+1)} = -xn.$$

$$\text{5.19. a) } \frac{x^2-y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{x+y}{x}; \text{ б) } \frac{5a^2}{a^2-16} : \frac{5a}{a+4} = \frac{5a^2}{(a-4) \cdot (a+4)} \cdot \frac{a+4}{5a} = \frac{a}{a-4}; \text{ в) } \frac{c^2-49}{10cd} : \frac{2c+14}{5d} = \frac{(c-7) \cdot (c+7)}{10cd} \cdot \frac{5d}{2 \cdot (c+7)} = \frac{c-7}{4c}; \text{ г) } \frac{b-d}{d} \cdot \frac{3bd}{b^2-d^2} = \frac{b-d}{d} \cdot \frac{3bd}{(b-d) \cdot (b+d)} = \frac{3b}{b+d}.$$

$$\text{5.20. a) } \frac{1}{x+y} \cdot (x^3+y^3) = \frac{(x+y) \cdot (x^2-xy+y^2)}{x+y} = x^2-xy+y^2; \text{ б) } (a^3+b^3) : (a^2-ab+b^2) = \frac{(a+b) \cdot (a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2} = a+b; \text{ в) } \frac{1}{n^3-m^3} \cdot (n^2+nm+m^2) = \frac{n^2+nm+m^2}{(n-m) \cdot (n^2+nm+m^2)} = \frac{1}{m-n}; \text{ г) } (p^3-q^3) : (p-q) = \frac{(p-q) \cdot (p^2+pq+q^2)}{p-q} = p^2+pq+q^2.$$

$$\text{5.21. a) } \frac{1}{a^3-b^3} \cdot (a^2-b^2) = \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot (a^2+ab+b^2)} = \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}; \text{ б) } (8a^3+1) : \frac{4a^2-2a+1}{n} = \frac{(2a+1) \cdot (4a^2-2a+1)n}{4a^2-2a+1} =$$

$$= (2a+1)n; \text{ Б) } \frac{12n}{x^3-27} \cdot \frac{x^2+3x+9}{6n} = \frac{12n(x^2+3x+9)}{(x-3) \cdot (x^2+3x+9)6n} = \frac{2}{x-3};$$

$$\text{Г) } \frac{(m-4) \cdot (m^2+4m+16)}{3} : (m^2+4m+16) = \frac{m-4}{3}.$$

$$\boxed{5.22.} \text{ а) } \frac{x^2-10x+25}{3x+12} : \frac{2x-10}{x^2-16} = \frac{(x-5)^2 \cdot (x-4) \cdot (x+4)}{3 \cdot (x+4) \cdot 2 \cdot (x-5)} = \frac{1}{6} \times$$

$$\times (x^2-9x+20); \text{ б) } \frac{1+a^2}{4a+8b} \cdot \frac{a^2+4ab+4b^2}{3-3a} = \frac{(1-a) \cdot (1+a) \cdot (a+2b)^2}{4 \cdot (a+2b) \cdot 3 \cdot (1-a)} =$$

$$= \frac{(1+a) \cdot (a+2b)}{12}; \text{ Б) } \frac{c^2-25}{c^2+12c+36} \cdot \frac{3c+18}{2c+10} = \frac{(c-5) \cdot (c+5) \cdot 3 \cdot (c+6)}{(c+6)^2 \cdot 2 \cdot (c+5)} =$$

$$= \frac{3 \cdot (c-5)}{2 \cdot (c+6)}; \text{ Г) } \frac{5m-10n}{m-5} : \frac{4n^2-4mn+m^2}{15-3m} = \frac{5 \cdot (m-2n) \cdot 3 \cdot (5-m)}{(m-5) \cdot (2n-m)^2} =$$

$$= \frac{15}{2n-m}.$$

$$\boxed{5.23.} \text{ а) } \left(\frac{x}{y}\right)^8 = \frac{x^8}{y^8}; \text{ б) } \left(\frac{p}{qr}\right)^{12} = \frac{p^{12}}{q^{12}r^{12}}; \text{ Б) } \left(\frac{cd}{m}\right)^{19} = \frac{c^{19}d^{19}}{m^{19}};$$

$$\text{Г) } \left(\frac{z}{ts}\right)^{23} = \frac{z^{23}}{t^{23}s^{23}}.$$

$$\boxed{5.24.} \text{ а) } \left(\frac{a}{2x}\right)^5 = \frac{a^5}{32x^5}; \text{ б) } \left(\frac{5y}{3}\right)^3 = \frac{125y^3}{27}; \text{ Б) } \left(\frac{8z}{9}\right)^2 = \frac{64z^2}{81};$$

$$\text{Г) } \left(\frac{t}{4b}\right)^4 = \frac{t^4}{256b^4}.$$

$$\boxed{5.25.} \text{ а) } \left(-\frac{2x}{3y}\right)^5 = -\frac{32x^5}{243y^5}; \text{ б) } \left(\frac{-8z}{15t}\right)^2 = \frac{64z^2}{225t^2}; \text{ Б) } \left(\frac{-4t}{5s}\right)^3 =$$

$$= -\frac{64t^3}{125s^3}; \text{ Г) } \left(-\frac{3m}{4n}\right)^4 = \frac{81m^4}{256n^4}.$$

$$\boxed{5.26.} \text{ а) } \left(\frac{2x^2y^3}{3z^8}\right)^4 = \frac{16x^8y^{12}}{81z^{32}}; \text{ б) } \left(\frac{-3n^6k^3}{10p^4}\right)^3 = -\frac{27n^{18}k^9}{1000p^{12}};$$

$$\text{Б) } \left(\frac{5a^4c^3}{2k^9}\right)^3 = \frac{125a^{12}c^9}{8k^{27}}; \text{ Г) } \left(-\frac{5x^6y^3}{z^8}\right)^4 = \frac{625x^{24}y^{12}}{z^{32}}.$$

$$\boxed{5.27.} \text{ а) } \left(\frac{a}{b}\right)^0 = \frac{a^0}{b^0} = \frac{1}{1} = 1 \text{ при } a \neq 0 \text{ и } b \neq 0;$$

$$\text{б) } \left(\frac{2a-b}{a+2}\right)^0 = 1, \text{ при } 2a \neq b \text{ и } a \neq -2; \text{ в) } \left(\frac{a^2-9}{a}\right)^0 = 1,$$

$$\text{при } a \neq 0, \text{ и } a \neq \pm 3; \text{ г) } \left(\frac{16-a^2}{a^2-9}\right)^0 = 1, \text{ при } a \neq \pm 3 \text{ и } a \neq \pm 4.$$

$$\boxed{5.28.} \text{ а) } \frac{a^2}{x} \cdot \left(\frac{x^2}{a^3}\right)^2 = \frac{a^2}{x} \cdot \frac{x^4}{a^6} = \frac{x^3}{a^4}; \text{ б) } \left(\frac{p}{x^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{x^3}{p^2}\right)^2 =$$

$$= \frac{p^3}{x^9} \cdot \frac{x^6}{p^4} = \frac{1}{x^3}; \text{ Б) } \left(\frac{a^3b}{c^4}\right)^5 \cdot \left(\frac{c^7}{a^5b^2}\right)^3 = \frac{a^9b^3}{c^{12}} \cdot \frac{c^{21}}{a^5b^6} = \frac{c}{b};$$

$$\text{Г) } \left(\frac{x^6y^8}{x^5}\right)^5 : \frac{x^{10}y^{13}}{x^8} = \frac{x^{30}y^{40}}{x^{25}} \cdot \frac{z^5}{x^{10}y^{13}} = \frac{z^5 \cdot y^{27}}{x^5}.$$

$$\text{5.29. a) } \frac{18a^3}{11b^3} \cdot \frac{22b^4}{9a^2} = 4ab; \text{ б) } \frac{17x^2y}{5a} : \left(-\frac{34xy^2}{25a^2}\right) = -\left(\frac{17x^2y}{5a} \cdot \frac{25a^2}{34xy^2}\right) = -\frac{5xa}{2y}; \text{ в) } -\frac{35ax^2}{12b^2y} : \frac{8ab}{2xy} = -\frac{35a^2x}{3by^2};$$

$$\text{г) } \left(-\frac{27c^3}{4b^2}\right) : \left(-\frac{45c^2}{32b}\right) = \frac{27c^3}{4b^2} \cdot \frac{32b}{45c^2} = \frac{24}{5bc^2}.$$

$$\text{5.30. a) } \left(-\frac{2pq^5}{3ma^2}\right)^2 \cdot \frac{9m^2a^2}{4p^3q^7} = \frac{4p^2q^{10}}{9m^2a^4} \cdot \frac{9m^2a^2}{4p^3q^7} = \frac{q^3}{pa^2}; \text{ б) } -\frac{50a^4b^5}{63m^9n^8} : \left(\frac{5a^2b^3}{3m^2n^5}\right)^3 = -\frac{50a^4b^5}{63m^9n^8} \cdot \frac{27m^6n^5}{125a^6b^9} = -\frac{50 \cdot 27}{63 \cdot 125} \cdot \frac{n^7}{a^2b^4m^3} =$$

$$= -\frac{6n}{35a^2b^4m^3}; \text{ в) } \left(-\frac{2x^3y^4}{5a^2b}\right)^3 \cdot \left(-\frac{25a^4b^3}{24x^8y^{13}}\right) = -\frac{8x^9y^{12}}{125a^6b^3} \times$$

$$\times \left(-\frac{25a^4b^3}{24x^8y^{13}}\right) = \frac{x}{15a^2y}; \text{ г) } \left(-\frac{10p^2q^2}{3a^3}\right)^2 : \left(-\frac{25p^3q^3}{27a^6}\right) = \frac{100p^4q^4}{9a^6} \times$$

$$\times \left(-\frac{27a^6}{25p^3q^3}\right) = -12pq.$$

$$\text{5.31. a) } \frac{10y^5}{9a} : \frac{5y^3}{3b} \cdot \frac{3a^2}{by} = \frac{10y^5}{9a} \cdot \frac{3b}{5y^3} \cdot \frac{3a^2}{by} = 2ya; \text{ б) } \frac{25a^3b^3}{14x^2y^4} \times$$

$$\times \frac{21xy^3}{10a^2b^2} \cdot \frac{8xy^2}{15ab} = \frac{25 \cdot 21 \cdot 8}{14 \cdot 10 \cdot 15} \cdot \frac{a^3b^3 \cdot xy^3 \cdot xy^2}{x^2y^4 \cdot a^2b^2 \cdot ab} = 2y; \text{ в) } \frac{28a^2}{27x^3} : \frac{21x^2}{45y} =$$

$$= \frac{28a^2}{27x^3} \cdot \frac{45y}{21x^2} = \frac{1}{9}xa; \text{ г) } \frac{45m^4}{49n^2t} \cdot \frac{56n^3}{27m^2} : \frac{20m^2n}{63t^2} = \frac{45m^4}{49n^2t} \cdot \frac{56n^3}{27m^2} \times$$

$$\times \frac{63t^2}{20m^2n} = \frac{6m^4n^2}{t^3}.$$

$$\text{5.32. a) } \left(\frac{x^2}{2a^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4a^4}{x^3}\right)^2 = \frac{x^6}{8a^9} \cdot \frac{16a^{16}}{x^6} = \frac{2}{a}; \text{ б) } \left(\frac{-2a^8b^3}{c^7}\right)^5 :$$

$$: \left(-\frac{4a^{10}b^4}{c^9}\right)^4 = -\frac{2a^{40}b^{45}}{c^{35}} \cdot \frac{c^{36}}{256a^{40}b^{16}} = -\frac{c}{8b}; \text{ в) } \left(-\frac{2a^2}{b^3}\right)^8 \times$$

$$\times \left(\frac{b^2}{-2a^3}\right)^2 = \frac{2^8a^{16}}{b^{24}} \cdot \frac{b^4}{2^2a^6} = \frac{64a^{10}}{b^{20}}; \text{ г) } \left(-\frac{9x^7y^6}{a^{12}}\right)^4 \cdot \left(-\frac{a}{27x^5y^4}\right)^3 =$$

$$= \frac{9^4x^{28}y^{24}}{a^{48}} \cdot \left(-\frac{a^{24}}{3^9x^{15}y^{12}}\right) = -\frac{x^{13}y^{12}}{3a^{24}}.$$

$$\text{5.33. a) } \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{9a-9b}{a^2+a} = \frac{(a-1) \cdot (a+1) \cdot 9 \cdot (a-b)}{(a-b) \cdot a \cdot (a+1)} = \frac{9 \cdot (a-1)}{a};$$

$$\text{б) } \frac{(y-5)^2}{3y+18} : \frac{2y-10}{y^2-36} = \frac{(y-5)^2}{3 \cdot (y+6)} \cdot \frac{(y-6) \cdot (y+6)}{2 \cdot (y-5)} = \frac{(y-6) \cdot (y-5)}{6};$$

$$\text{в) } \frac{(x+4)^2}{3x-9} \cdot \frac{x^2-9}{3x+12} = \frac{(x+4)^2}{3 \cdot (x-3)} \cdot \frac{(x-3) \cdot (x+3)}{3 \cdot (x+4)} = \frac{(x+4) \cdot (x+3)}{9};$$

$$\text{г) } \frac{b^2+4bc}{b+6} : \frac{b^2-16c^2}{2b+12} = \frac{b(b+4c)}{b+6} \cdot \frac{2 \cdot (b+6)}{(b-4c) \cdot (b+4c)} = \frac{2b}{b-4c}.$$

$$\text{5.34. a) } \frac{x^2-16}{8x^2} : \frac{x+4}{4x} = \frac{(x-4) \cdot (x+4) \cdot 4x}{8x^2 \cdot (x+4)} = \frac{x-4}{2x}; \text{ б) } \frac{(y-5)^2}{y} \times$$

$$\times \frac{7y^2}{y^2-25} = \frac{(y-5)^2}{y} \cdot \frac{7y^2}{(y-5) \cdot (y+5)} = \frac{7y(y-5)}{y+5}; \text{ в) } \frac{m^2-n^2}{9m} \cdot \frac{3m^2}{m-n} =$$

$$= \frac{m(m+n)}{3}; \text{ г) } \frac{(c+2)^2}{2c^2} \cdot \frac{4c}{c^2-4} = \frac{2 \cdot (c+2)}{c(c-2)}.$$



$$\begin{aligned} \text{5.35. } a) \quad & \frac{x^2y}{25y^2-4} \cdot \frac{15y+6}{3xy^2} = \frac{3 \cdot x^2y(5y+2)}{(5y-2) \cdot (5y+2) \cdot 3xy^2} = \frac{x}{y(5y-2)}; \\ b) \quad & \frac{7-2x}{22a^2b^2} : \frac{4x^2-49}{11ab^3} = \frac{(7-2x) \cdot 11ab^3}{22a^2b^2 \cdot (2x-7) \cdot (2x+7)} = -\frac{b}{2a(2x+7)}; \\ B) \quad & \frac{m^2n}{64n^2-9} : \frac{5mn}{8n+3} = \frac{m^2n \cdot (8n+3)}{(8n-3) \cdot (8n+3) \cdot 5mn} = \frac{m}{5 \cdot (8n-3)}; \\ r) \quad & \frac{24c^2d}{(3p-5) \cdot (3p+5)} \cdot \frac{5-3p}{12cd^3} = -\frac{2c}{d^2 \cdot (3p+5)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.36. } a) \quad & \frac{z^2-25}{z^2-32} : \frac{z-45}{9-z^2} = \frac{(z-5) \cdot (z+5)}{z(z-3)} \cdot \frac{(3-z) \cdot (3+z)}{z-5} = \\ & = -\frac{(z-5) \cdot (z-3)}{z}; \quad b) \quad \frac{5p^2-5q^2}{5p-10q} \cdot \frac{p^2-2pq}{(q-p)^2} = \frac{5 \cdot (p-q) \cdot (p+q)}{5 \cdot (p-2q)} \cdot \frac{p(p-2q)}{(q-p)^2} = \\ & = \frac{p(p+q)}{p-q}; \quad B) \quad \frac{6d-6c}{c+p} \cdot \frac{c^2+cp}{c^2-d^2} = \frac{6 \cdot (d-c)}{c+p} \cdot \frac{c(c+p)}{(c-d) \cdot (c+d)} = -\frac{6c}{c+d}; \\ r) \quad & \frac{3x^2-3y^2}{xy+3y^2} : \frac{(y-x)^2}{9y+3x} = \frac{3 \cdot (x-y) \cdot (x+y)}{y(x+3y)} \cdot \frac{3 \cdot (x+3y)}{(y-x)^2} = \frac{9 \cdot (x+y)}{y(x-y)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.37. } a) \quad & \frac{x^2-6x+9}{9x^3} : \frac{x^2-9}{9x} = \frac{(x-3)^2}{9x^3} \cdot \frac{9x}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{(x-3)}{x^2 \cdot (x+3)}; \\ b) \quad & \frac{4c^2+4c+1}{c^2d-cd^2} \cdot \frac{2d-2c}{4c^2-1} = \frac{(2c+1)^2}{cd(c-d)} \cdot \frac{2 \cdot (d-c)}{(2c-1) \cdot (2c+1)} = -\frac{2 \cdot (2c+1)}{cd(2c-1)}; \\ B) \quad & \frac{25-y^2}{25y} \cdot \frac{10y^2}{y^2-10y+25} = \frac{(5-y) \cdot (5+y)}{25y} \cdot \frac{10y^2}{(y-5)^2} = \frac{2 \cdot (5+y)y}{5 \cdot (y-5)}; \\ r) \quad & \frac{3-6a}{1-6a+9a^2} : \frac{2a^2-a}{1-9a^2} = \frac{3 \cdot (1-2a)}{(1-3a)^2} \cdot \frac{(1-3a) \cdot (1+3a)}{a(2a-1)} = -\frac{3 \cdot (1+3a)}{(1-3a)a}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.38. } a) \quad & \frac{a^3+b^3}{a^2b-ab^2} \cdot \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b) \cdot (a^2-ab+b^2)}{ab(a-b)} \cdot \frac{a-b}{a+b} = \frac{a^2-ab+b^2}{ab}; \\ b) \quad & \frac{x^2+3x+9}{x+3} : (x^3-27) = \frac{x^2+3x+9}{x+3} \cdot \frac{1}{(x-3) \cdot (x^2+3x+9)} = \\ & = \frac{1}{x^2-9}; \quad B) \quad \frac{2x^2+4x}{x^3-8} : \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x(x+2)}{(x-2) \cdot (x^2+2x+4)} \cdot \frac{x-2}{x+2} = \frac{2x}{x^2+2x+4}; \\ r) \quad & (x^3+y^3) \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = (x+y) \cdot (x^2-xy+y^2) \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = \\ & = (x+y)^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.39. } a) \quad & \frac{x^3-1}{x^3+1} : \frac{x^2-2x+1}{x^2-x+1} = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{(x-1)^2} = \\ & = \frac{1}{x-1}; \quad b) \quad \frac{t^3+8}{12t^2+27t} \cdot \frac{4t+9}{t^2-2t+4} = \frac{(t+2) \cdot (t^2-2t+4)}{3t(4t+9)} \cdot \frac{4t+9}{t^2-2t+4} = \\ & = \frac{t+2}{3t}; \quad B) \quad \frac{z^2+6z+9}{z^3+27} : \frac{3z+9}{z^2-3z+9} = \frac{(z+3)^2}{(z+3) \cdot (z^2-3z+9)} \cdot \frac{z^2-3z+9}{3 \cdot (z+3)} = \frac{1}{3}; \\ r) \quad & \frac{y^3-8}{y^2-9} \cdot \frac{y+3}{y^2+2y+4} = \frac{(y-2) \cdot (y^2+2y+4)}{(y-3) \cdot (y+3)} \cdot \frac{y+3}{y^2+2y+4} = \frac{y-2}{y-3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.40. } a) \quad & \frac{a^2-6a+9}{1-b^3} : \frac{2a-6}{b^2-1} = \frac{(a-3)^2 \cdot (b-1) \cdot (b+1)}{(1-b) \cdot (1+b+b^2) \cdot 2 \cdot (a-3)} = \\ & = \frac{(3-a) \cdot (b+1)}{2 \cdot (1+b+b^2)}; \quad b) \quad \frac{c^3-8d^3}{2c+4d} \cdot \frac{4d^2-c^2}{(2d-c)^2} = \\ & = \frac{(c-2d) \cdot (c^2+2cd+4d^2) \cdot (2d-c) \cdot (2d+c)}{2 \cdot (c+2d) \cdot (2d-c^2)} = -\frac{c^2+2cd+4d^2}{2}; \\ B) \quad & \frac{b^2-6b+9}{4b^2-6b+9} \cdot \frac{27+8b^3}{6-2b} = \frac{(b-3)^2 \cdot (3+2b) \cdot (9-6b+4b^2)}{2 \cdot (3-b) \cdot (9-6b+4b^2)} = \frac{(3+2b) \cdot (3-b)}{2}; \end{aligned}$$

$$\Gamma) \frac{(m-1)^2}{4+4m^2} : \frac{1-m^2}{(2m+2)^2} = \frac{(m-1)^2 \cdot 4 \cdot (m+1)^2}{4 \cdot (1+m) \cdot (1-m+m^2) \cdot (1-m) \cdot (1+m)} = \frac{1-m}{1-m+m^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{5.41. a)} & \frac{1-16a^2}{4a^2+10a+25} : \frac{4a-1}{8a^3-125} = \frac{(1-4a) \cdot (1+4a)}{4a^2+10a+25} \times \\ & \times \frac{(2a-5) \cdot (4a^2+10a+25)}{4a-1} = (5-2a) \cdot (1+4a); \text{ б)} \frac{64a^3-27b^3}{(4a-3b)^2} \times \\ & \times \frac{9b^2-16a^2}{16a^2+12ab+9b^2} = \frac{(4a-3b) \cdot (16a^2+12ab+9b^2)}{(4a-3b)^2} \cdot \frac{9b^2-16a^2}{16a^2+12ab+9b^2} = \\ & = -\frac{(4a-3b) \cdot (4a+3b)}{(4a-3b)} = -(4a+3b); \text{ в)} \frac{4-9c^2}{9c^2-12c+16} : \\ & : \frac{2-3c}{27c^3+64} = \frac{(2-3c)^2}{9c^2-12c+16} \cdot \frac{(3c+4) \cdot (9c^2-12c+16)}{2-3c} = \\ & = (2+3c) \cdot (3c+4); \text{ г)} \frac{125^3+8q^3}{(5p+2q)^2} : \frac{25p^2-10pq+4q^2}{4q^2-25p^2} = \\ & = \frac{(5p+2q) \cdot (25p^2-10pq+4q^2) \cdot (4q^2-25p^2)}{(5p+2q)^2 \cdot (25p^2-10pq+4q^2)} = 2q-5p. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.42. а)} & \frac{x-3}{2x+4} \cdot \frac{x^2-4}{x^3-27} \cdot \frac{x^2+3x+9}{x^2-2x} = \frac{x-3}{2(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x^2+3x+9)} \times \\ & \times \frac{x^2+3x+9}{x(x-2)} = \frac{(x-3)(x-2)(x+2)(x^2+3x+9)}{2(x+2)(x-3)(x^2+3x+9)x(x-2)} = \frac{1}{2x}; \text{ б)} \frac{a^2-16}{2a-a^2} \times \\ & \times \frac{ab-2b}{a^2+8a+16} \cdot \frac{4b}{a-4} = \frac{(a-4)(a+4)}{a(2-a)} \cdot \frac{b(a-2)}{(a+4)^2} \cdot \frac{2^2 \cdot b}{a-4} = \frac{(a-4)(a+4)}{a(-a+2)} \times \\ & \times \frac{b(a-2)}{(a+4)^2} \cdot \frac{2^2 \cdot b}{a-4} = \frac{2^2(a-4)(a+4)b^2(a-2)}{a(-a+2)(a+4)^2(a-4)} = -\frac{4b^2}{a(a+4)}; \text{ в)} \frac{b^2-10b+25}{5b-10} \times \\ & \times \frac{2b-b^2}{b^2-25} \cdot \frac{b+5}{5b} = \frac{(b-5)^2 b(-b+2)(b+5)}{5^2(b-2)(b-5)(b+5)b} = -\frac{b-5}{25}; \text{ г)} \frac{a^3+8}{3a-6} \times \\ & \times \frac{a^2-2a}{a^2+4a+4} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-2a+4} = \frac{(a+2)(a+2)(a^2-2a+4)a(a-2)(a-2)}{3(a-2)(a+2)^2(a^2-2a+4)} = \\ & = \frac{(a+2)^2(a^2-2a+4)a(a-2)^2}{3(a-2)(a+2)^2(a^2-2a+4)} = \frac{a(a-2)}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.43. а)} & \left( \frac{b^4 \cdot (b-c)^2}{a^6 \cdot (c-a)} \right)^3 : \left( \frac{b^2 \cdot (b-c)}{a^3 \cdot (a-c)} \right)^6 = \frac{b^{12} \cdot (b-c)^6 \cdot a^{18} \cdot (a-c)^6}{a^{18} \cdot (c-a)^3 \cdot b^{12} \cdot (b-c)^6} = \\ & = (c-a)^3; \text{ б)} \left( -\frac{a^2+ab}{ab^2-b^3} \right)^4 \cdot \left( \frac{b-a}{a^2+2ab+b^2} \right)^3 = \frac{a^4 \cdot (a+b)^4 \cdot (b-a)^3}{b^6 \cdot (a-b)^4 \cdot (a+b)^6} = \\ & = \frac{a^4}{b^6 \cdot (b-a) \cdot (a+b)^2}; \text{ в)} \left( \frac{a^2 \cdot (a-b)}{x^4 \cdot (a-x)^3} \right)^6 \cdot \left( \frac{x^6 \cdot (x-a)^5}{a^3 \cdot (b-a)^2} \right)^4 = \\ & = \frac{a^4 \cdot (a+b)^4 \cdot x^4 \cdot (x-a)^{20}}{x^{24} \cdot (a-x)^{18} \cdot a^{12} \cdot (b-a)^6} = \frac{(x-a)^2}{(b-a)^2}; \text{ г)} \left( \frac{x^2-4xy+4y^2}{x^2+xy} \right)^2 \times \\ & \times \left( \frac{x+y}{2xy-x^2} \right)^3 = -\frac{(x-2y)^4 \cdot (x+y)^3}{x^2 \cdot (x+y)^2 \cdot x^3 \cdot (2y-x)^3} = \frac{(x-2y) \cdot (x+y)}{x^6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.44. а)} & \frac{a^4-64ab^3}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2b-16b^3} : \frac{a^3+4a^2b+16ab^2}{ab+4b^2} = \\ & = \frac{a(a-4b) \cdot (a^3+4a^2b+16ab^2) \cdot (a-b) \cdot (a+b) \cdot b(a+4b)}{(a-b)^2 \cdot b(a-4b) \cdot (a+4b) \cdot a(a^3+4a^2b+16ab^2)} = \frac{a+b}{a-b}; \\ \text{б)} & \frac{x^2z+125z}{x^2-16z^2} : \frac{x^3-25x}{x^2-8xz+16z^2} \cdot \frac{x+4z}{x^2-5x+25} : \frac{x-4z}{x-5} = \\ & = \frac{z(x+5) \cdot (x^2-5x+25) \cdot (x-4z)^2 \cdot (x+4z) \cdot (x-5)}{(x-4z) \cdot (x+4z) \cdot x(x-5) \cdot (x+5) \cdot (x^2-5x+25) \cdot (x-4z)} = \frac{z}{x}. \end{aligned}$$

$$\text{5.45. а) } \frac{4x^2}{2x-y} : \frac{12x^3}{4x^2-y^2} \cdot \frac{2x^2}{6x^2+3xy} = \frac{4x^2 \cdot (2x-y) \cdot (2x+y) \cdot 2x^2}{(2x-y) \cdot 12x^3 \cdot 3x(2x+y)} = \frac{1}{9};$$

$$\text{б) } \frac{a^2+a}{2a-8} \cdot \frac{a^2+a}{2a+8} : \frac{3a^4+6a^3+3a^2}{a^2-16} = \frac{a(a+1)}{2 \cdot (a-4)} \cdot \frac{a(a+1)}{2 \cdot (a+4)} \cdot \frac{(a-4) \cdot (a+4)}{3a^2 \cdot (a+1)^2} = \frac{1}{12}.$$

$$\text{5.46. а) } \left( \frac{2x^2y^3}{x+y} \right)^3 : \left( \frac{x^6y^9}{x^2-y^2} \cdot \frac{8x-8y}{x^2+2xy+y^2} \right) = \frac{8x^6y^9}{(x+y)^3} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^6y^9} \times$$

$$\times \frac{(x+y)^2}{8 \cdot (x-y)} = 1; \text{ б) } \left( \frac{a-3}{3a^2b} \right)^2 : \left( \frac{9-a^2}{18a^3b} : \frac{a^2b+3ab}{2a-6} \right) = \frac{(a-3)^2}{9a^4b^2} \cdot \frac{18a^3b}{9-a^2} \times$$

$$\times \frac{ab(a+3)}{2 \cdot (a-3)} = -1.$$

## §6. Преобразование рациональных выражений

$$\text{6.1. а) } \left( \frac{c}{2} + \frac{c}{3} \right) \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{3c+2c}{6} \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{5}{6c}; \text{ б) } \left( \frac{2x}{y^2} - \frac{1}{2x} \right) :$$

$$: \left( \frac{1}{y} + \frac{1}{2x} \right) = \frac{4x^2-y^2}{2xy^2} \cdot \frac{2xy}{2x+y} = \frac{(2x+y) \cdot (2x-y)}{(2x+y)y} = \frac{2x-y}{y}; \text{ в) } \frac{d^2}{3} \times$$

$$\times \left( \frac{d}{2} + \frac{2}{d^2} \right) = \frac{d^2}{3} \cdot \frac{d^3+4}{2d^2} = \frac{d^3+4}{6}; \text{ г) } \left( \frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) : \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$= \frac{a^2-b^2}{b^2a} \cdot \frac{ba}{a+b} = \frac{(a+b) \cdot (a-b)}{b(a+b)} = \frac{a-b}{b}.$$

$$\text{6.2. а) } \left( \frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{yx} \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{yx} \cdot \frac{5xy}{x-y} = 5 \times$$

$$\times (x+y); \text{ б) } \left( \frac{z^2}{t^2} + \frac{2z}{t} + 1 \right) : \frac{t+z}{t} = \frac{z^2+2zt+t^2}{t^2} \cdot \frac{t^2}{t+z} = \frac{(z+t)^2}{t^2} \times$$

$$\times \frac{t^2}{t+z} = \frac{z+t}{t}; \text{ в) } \left( \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) : \frac{a+b}{3ab} = \left( \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{3ab}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{ba} \times$$

$$\times \frac{3ab}{a+b} = \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{ab} \cdot \frac{3ab}{a+b} = 3 \cdot (a-b); \text{ г) } \left( 1 - \frac{2c}{d} + \frac{c^2}{d^2} \right) \times$$

$$\times \frac{d}{c-d} = \frac{d^2-2cd+c^2}{d^2} \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{(d-c)^2}{d^2} \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{(d-c)^2}{d(c-d)} = \frac{c-d}{d}.$$

$$\text{6.3. а) } \left( \frac{m^2}{n} - n \right) : \left( \frac{m}{n} + 1 \right) = \frac{m^2-n^2}{n} \cdot \frac{n}{m+n} = m-n;$$

$$\text{б) } \left( 3 + \frac{u}{v} \right) \cdot \frac{uv}{2u+6v} = \frac{3v+u}{v} \cdot \frac{uv}{2u+6v} = \frac{u}{2}; \text{ в) } \left( 4p - \frac{q^2}{p} \right) :$$

$$: \left( 1 - \frac{2p}{q} \right) = \frac{4p^2-q^2}{p} \cdot \frac{q}{q-2p} = \frac{q(2p+q)}{p}; \text{ г) } \left( \frac{r}{8} - 2 \right) : \frac{4s-2r}{rs^2} =$$

$$= \frac{r-2s}{s} \cdot \frac{rs^2}{2 \cdot (2s-r)} = -\frac{rs}{2}.$$

$$\text{6.4. а) } \left( 2 + \frac{t}{t+1} \right) : \frac{3t^2+3t}{12t+8} = \frac{2t+2+t}{t+1} \cdot \frac{3t(t+1)}{4 \cdot (3t+2)} = \frac{3t+2}{t+1} \times$$

$$\times \frac{3t(t+1)}{4 \cdot (3t+2)} = \frac{3t}{4}; \text{ б) } \left( p - \frac{5p}{p+2} \right) : \frac{p-3}{p+2} = \frac{p^2+2p-5p}{p+2} \cdot \frac{p+2}{p-3} =$$

$$= \frac{p(p-3)}{p-3} = p; \text{ B) } \frac{z-3}{z+3} \cdot \left(z + \frac{z^2}{3-z}\right) = \frac{z-3}{z+3} \cdot \frac{3z-z^2+z^2}{3-z} = -\frac{3z}{z+3};$$

$$\text{r) } \left(\frac{q}{q-5} - 2q\right) : \frac{11-2q}{q-5} = \frac{q-2q^2+10q}{q-5} \cdot \frac{q-5}{11-2q} = \frac{q(11-2q)}{11-2q} = q.$$

$$\boxed{6.5.} \text{ a) } \left(\frac{6}{x-y} - \frac{5}{x+y}\right) \cdot \frac{x-y}{x+11y} = \frac{6x+6y-5x+5y}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{x-y}{x+11y} =$$

$$= \frac{1}{x+y}; \text{ б) } \left(a - \frac{a^2}{a+1}\right) \cdot \frac{a^2-1}{a^2+2a} = \frac{a^2+a-a^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a(a+2)} = \frac{a-1}{a+2};$$

$$\text{B) } \left(\frac{x-2y}{xy} + \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x^2y^2}{x-y} = \frac{x-2y+y}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{x-y} = xy; \text{ r) } \frac{cd-d^2}{c^2+d^2} \times$$

$$\times \left(\frac{c}{c+d} + \frac{d}{c-d}\right) = \frac{d(c-d)}{c^2+d^2} \cdot \frac{c^2-cd+cd+d^2}{c^2-d^2} = \frac{d(c-d)(c^2+d^2)}{(c^2+d^2)(c^2-d^2)} = \frac{d}{c+d}.$$

$$\boxed{6.6.} \text{ a) } \left(\frac{1+c^3}{1+c} - c\right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = \left(\frac{(1+c)(1-c+c^2)}{1+c} - c\right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} =$$

$$= (1-c+c^2) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = 1-c; \text{ б) } \frac{b+3}{b^3+9b} \cdot \left(\frac{b+3}{b-3} + \frac{b-3}{b+3}\right) =$$

$$= \frac{b+3}{b^3+9b} \cdot \frac{b^2+6b+9+b^2-6b+9}{(b-3)(b+3)} = \frac{2}{b(b-3)}; \text{ B) } \left(\frac{3d+1}{2d+2} - 1\right) : \frac{6d-6}{d+1} =$$

$$= \frac{3d+1-2d-2}{2(d+1)} \cdot \frac{d+1}{6(d-1)} = \frac{(d+1)(d-1)}{2(d+1)} \cdot \frac{d+1}{6(d-1)} = \frac{1}{12}; \text{ r) } \frac{x^2-9}{2x^2+1} \times$$

$$\times \left(\frac{6x+1}{x-3} + \frac{6x-1}{x+3}\right) = \frac{x^2-9}{2x^2+1} \cdot \frac{6x+19x+3+6x^2-19x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{6(2x^2+1)}{2x^2+1} =$$

$$= 6.$$

**6.7.**

$$\text{a) } \left(\frac{m}{n^2-mn} + \frac{n}{m^2-mn}\right) \frac{mn}{n+m} = \left(\frac{m}{n(n-m)} + \frac{n}{m(m-n)}\right) \frac{mn}{n+m} =$$

$$= \left(\frac{mm+(-n)n}{n(n-m)m}\right) \frac{mn}{n+m} = \left(\frac{m^2-n^2}{n(n-m)m}\right) \frac{mn}{n+m} =$$

$$= \left(\frac{(m-n)(m+n)}{n(n-m)m}\right) \frac{mn}{n+m} = \left(-\frac{m+n}{nm}\right) \frac{mn}{n+m} = -1;$$

$$\text{б) } \frac{r^2-25}{r+3} \cdot \frac{1}{r^2+5r} - \frac{r+5}{r^2-3r} = \frac{(r-5)(r+5)}{(r+3)r(r+5)} - \frac{r+5}{r(r-3)} =$$

$$= \frac{(r-3)(r-5)+(r+3)(-r+5)}{(r+3)r(r-3)} = \frac{(r^2-8r+15)-(r^2+8r+15)}{(r+3)r(r-3)} =$$

$$= -\frac{16}{(r+3)(r-3)};$$

$$\text{B) } \left(\frac{st}{s^2-t^2} + \frac{t}{2t-2s}\right) \frac{s+t}{2t} = \left(\frac{st}{(s-t)(s+t)} + \frac{t}{2(t-s)}\right) \frac{s+t}{2t} =$$

$$= \left(\frac{2(st)+(-(s+t))t}{(s-t)(s+t)2}\right) \frac{s+t}{2t} = \left(\frac{2st-(ts+t^2)}{2(s-t)(s+t)}\right) \frac{s+t}{2t} =$$

$$= \left(\frac{t(s-t)}{2(s-t)(s+t)}\right) \frac{s+t}{2t} = \frac{t}{2(s+t)} \cdot \frac{s+t}{2t} = \frac{t(s+t)}{2^2(s+t)t} = \frac{1}{4};$$

$$\text{r) } \frac{3a+b}{a^2b-ab^2} + \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{3a-b}{a^2-b^2} = \frac{3a+b}{ab(a-b)} - \frac{3a-b}{ab(a+b)} =$$

$$= \frac{(a+b)(3a+b)-(a-b)(3a-b)}{ab(a-b)(a+b)} = \frac{(3a^2+4ab+b^2)-(3a^2-4ab+b^2)}{ab(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{8ab}{ab(a-b)(a+b)} = \frac{8}{(a-b)(a+b)}.$$

$$\text{6.8. a) } \frac{4m^2+4m+1-4m^2+4m-1}{(2m-1) \cdot (2m+1)} \cdot \frac{5 \cdot (2m-1)}{4m} = \frac{10 \cdot (2m-1)}{(2m-1) \cdot (2m+1)} =$$

$$= \frac{10}{2m+1} = \frac{10}{2 \cdot \frac{3}{2} + 1} = 7; \text{ б) при } a = 23, b = 33;$$

$$\frac{a(b+a-b+a)}{(b-a) \cdot (b+a)} \cdot \frac{(b+a)^2}{2a^2} = \frac{b+a}{b-a} = \frac{56}{10} = 5,6.$$

$$\text{6.9. a) } \frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{x-y}{(x+y) \cdot (x-y)} + \frac{x+y}{(x-y) \cdot (x+y)}}{\frac{x-y}{(x+y) \cdot (x-y)} - \frac{x+y}{(x-y) \cdot (x+y)}} = \frac{2x}{-2y} = -\frac{x}{y};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{2}{x} - \frac{x-2}{x^2-x}}{\frac{3}{x} + \frac{x+3}{x^2-x}} = \frac{\frac{2x^2-2x-x^2+x}{x(x^2-x)}}{\frac{3x^2-3x+x^2+3x}{x(x^2-x)}} = \frac{x^2}{4x^2} = \frac{1}{4};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{(x+y) \cdot (x-y)}{(x+y) \cdot (x-y)} - \frac{x-y}{(x-y) \cdot (x+y)}}{\frac{(x+y) \cdot (x-y)}{(x+y) \cdot (x-y)} + \frac{x+y}{(x-y) \cdot (x+y)}} = \frac{2y}{2x} = \frac{y}{x};$$

$$\text{г) } \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{4}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = \frac{\frac{x^2-x-4(x-1)}{(x-1) \cdot (x^2-x)}}{\frac{2x^2-2x-x^2-x+2}{(x-1) \cdot (x^2-x)}} = \frac{2x^2-6x+4}{x^2-3x+2} = 2.$$

$$\text{6.10. a) } \left( \frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1} \right) \frac{1-5a}{a^2+5a} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= \left( \frac{(a^2+6a+5)+(5a^2+24a-5)}{(5a-1)(a+1)} \right) \frac{-5a+1}{a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= \left( \frac{2 \cdot 3a(a+5)}{(5a-1)(a+1)} \right) \frac{-5a+1}{a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{2 \cdot 3a(a+5)}{(5a-1)(a+1)} \cdot \frac{-5a+1}{a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3a(a+5)(-5a+1)}{(5a-1)(a+1)a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} = -\frac{2 \cdot 3}{a+1} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{1(-6)+(a^2+5)}{a+1} =$$

$$= \frac{(-6)+(a^2+5)}{a+1} = \frac{a^2-6+5}{a+1} = \frac{a^2-1}{a+1} = \frac{(a-1)(a+1)}{a+1} = a-1;$$

$$\text{б) } \left( \frac{b-3}{7b-4} - \frac{b-3}{b-4} \right) \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} =$$

$$= \left( \frac{(b-4)(b-3)+(7b-4)(-b+3)}{(7b-4)(b-4)} \right) \frac{7b-4}{3b \cdot b-3b^2} + \frac{b^2-14}{-b+4} =$$

$$= \left( \frac{b^2-7b+12-7b^2+25b-12}{(7b-4)(b-4)} \right) \frac{7b-4}{3b(3-b)} + \frac{b^2-14}{-b+4} =$$

$$= \left( \frac{2 \cdot 3b(-b+3)}{(7b-4)(b-4)} \right) \frac{7b-4}{3b(-b+3)} + \frac{b^2-14}{-b+4} = \frac{2 \cdot 3b(-b+3)(7b-4)}{(7b-4)(b-4)3b(-b+3)} +$$

$$+ \frac{b^2-14}{-b+4} = \frac{2}{b-4} + \frac{b^2-14}{-b+4} = \frac{2-(b^2-14)}{b-4} = \frac{2-b^2+14}{b-4} = \frac{-b^2+2+14}{b-4} =$$

$$= \frac{-b^2+16}{b-4} = \frac{-b^2+2^4}{b-4} = \frac{(2^2)^2-b^2}{b-4} = \frac{(2^2-b)(2^2+b)}{b-4} = \frac{(4-b)(4+b)}{b-4} =$$

$$= \frac{(-b+4)(b+4)}{b-4} = -(b+4).$$

$$\text{6.11. a) } \left( \frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2} \right) : \left( \frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} \right) = \frac{a^3+a^2b-a^3}{(a+b)^2} :$$

$$: \frac{a^2-ab-a^2}{(a+b) \cdot (a-b)} = \frac{a^2b}{(a+b)^2} \cdot \frac{(a+b) \cdot (a-b)}{-ab} = \frac{a(b-a)}{a+b};$$

$$\text{б) } \frac{z-2}{4z^2+16z+16} : \left( \frac{z}{2z-4} - \frac{z^2+4}{2z^2-8} - \frac{2}{z^2+2z} \right) = \frac{z-2}{4 \cdot (z^2+4z+4)} :$$

$$: \left( \frac{z}{2 \cdot (z-2)} - \frac{z^2+4}{2 \cdot (z-2) \cdot (z+2)} - \frac{2}{z(z+2)} \right) = \frac{z-2}{4 \cdot (z+2)^2} :$$

$$\begin{aligned} &: \frac{(z^2+2z) \cdot z - z^3 - 4z - 2 \cdot (z-2) \cdot 2}{2z(z-2) \cdot (z+2)} = \frac{z-2}{4 \cdot (z+2)^2} \cdot \frac{2z(z-2) \cdot (z+2)}{4z-4z+8} = \\ &= \frac{2z(z-2)^2}{4 \cdot (2 \cdot (z-2)^2 \cdot (z+2))} = \frac{z}{4 \cdot (z+2)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6.12. a)} & \left( \frac{10m^2}{3+2m} - 5m \right) : \frac{30m^2-15m}{8m^3+27} + \frac{8-2m}{2m-1} = \\ &= \left( \frac{10m^2}{3+2m} - 5m \right) \cdot \frac{8m^3+27}{30m^2-15m} + \frac{8-2m}{2m-1} = -\frac{15m}{2m+3} \times \\ &\times \frac{(2m+3) \cdot (4m^2-6m+9)}{15m(2m-1)} + \frac{8-2m}{2m-1} = \frac{8-2m-4m^2+6m-9}{2m-1} = 1-2m; \\ \text{б)} & \frac{9n^2+3n-9n^2}{3n-2} \cdot \frac{(3n+1) \cdot (9n^2-3n+1)}{3n(2-3n)} + \frac{9n-3}{3n-2} = \frac{9n-3-9n^2+3n-1}{3n-2} = \\ &= -\frac{9n^2-12n+4}{3n-2} = 2-3n. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6.13. a)} & \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \left( \frac{3n+9}{n-3} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{3n-9} + \frac{2}{9-n^2} - \frac{1}{n^2+3n} \right) = \\ &= \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{(3n+9)^2 \cdot (n^2+3n-6n-3n+9)}{(n-3)^2 \cdot 3 \cdot (n-3) \cdot (n+3)n} = \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{9 \cdot (n+3)}{3 \cdot (n-3)n} = \\ &= \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{3n+9}{(n-3)n} = \frac{3n^2+9n-9n+27}{n^2 \cdot (n-3)} = \frac{3 \cdot (n^2+9)}{n^2 \cdot (n-3)}; \\ \text{б)} & \left( \frac{2}{2p-q} + \frac{6q}{q^2-4p^2} - \frac{4}{2p+q} \right) : \left( 1 + \frac{4p^2+q^2}{4p^2-q^2} \right) = \\ &= \frac{-4p-2q+6q-4q+8p}{q^2-4p^2} \cdot \frac{4p^2-q^2+4p^2+q^2}{4p^2-q^2} = \frac{-4p}{4p^2-q^2} \cdot \frac{4p^2-q^2}{8p^2} = -\frac{1}{2p}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6.14. a)} & \frac{k-4}{k-2} : \left( \frac{80k}{k^3-8} + \frac{2k}{k^2+2k+4} - \frac{k-16}{2-k} \right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{k-4}{k-2} : \\ &: \left( \frac{80k+2k^2-4k+k^3+2k^2+4k-16k^2-32k-64}{(k-2) \cdot (k^2+2k+4)} \right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{k-4}{k-2} \times \\ &\times \frac{(k-4) \cdot (k^2+2k+4)}{k^3-12k^2+48k-64} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{(k-4) \cdot (k-2) \cdot (k^2+2k+4)}{(k-2) \cdot (k-4)^3} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \\ &= \frac{k}{k-4}; \\ \text{б)} & \left( \frac{m-n}{(m+n)^2} - \frac{2m}{m^2-n^2} + \frac{m+n}{(m-n)^2} \right) : \frac{8mn^2}{m^4-n^4} + \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \\ &= \frac{3mn^2+2mn^2+3mn^2}{(m+n)^2 \cdot (m-n)^2} \cdot \frac{m^4-n^4}{8mn^2} + \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \frac{(m^2-n^2) \cdot (m^2+n^2)}{(m+n)^2 \cdot (m-n)^2} + \\ &+ \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} - \frac{2n^2}{n^2-m^2} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6.15.} & \left( \frac{8y^2+2y}{8y^3-1} - \frac{2y+1}{4y^2+2y+1} \right) \cdot \left( 1 + \frac{2y+1}{2y} - \frac{4y^2+10y}{4y^2+2y} \right) : \frac{1}{2y} = \\ &= \frac{8y^2+2y-4y^2+1}{(2y-1) \cdot (4y^2+2y+1)} \cdot \frac{4y^2-2y-4y^2-1+10y}{2y(2y+1)} \cdot 2y = \frac{(2y-1)^2}{(2y-1) \cdot (2y+1)} = \\ &= \frac{2y-1}{2y+1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6.16.} & \left( \frac{y^2+9}{27-3y^2} + \frac{y}{3y+9} - \frac{3}{y^2-3y} \right) : \frac{(3y+9)^2}{3y^2-y^3} = \frac{y^3+9y+3y^2-y^3+27+9y}{3 \cdot (3-y) \cdot (3+y)} \times \\ &\times \frac{y^2 \cdot (3-y)}{(3y+9)^2} = \frac{(3y+9)^2 \cdot y^2 \cdot (3-y)}{9y(3-y) \cdot (3+y) \cdot (3y+9)^2} = \frac{y}{9 \cdot (3+y)} = \frac{y}{9y+27}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{6.17. } & \left( \frac{z}{z-2} - \frac{z^2}{z^3+8} \cdot \frac{z^2+2z}{z-2} \right) \frac{z^2-2z+4}{8} + \frac{z^2+z-2}{2z+4} = \\
& = \left( \frac{z}{z-2} - \frac{z^2 z(z+2)}{(z+2)(z^2-2z+4)(z-2)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{z(z-1)+2(z-1)}{2(z+2)} = \\
& = \left( \frac{z}{z-2} - \frac{z^3}{(z^2-2z+4)(z-2)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{(z-1)(z+2)}{2(z+2)} = \\
& = \left( \frac{(z^2-2z+4)z+1(-z^3)}{(z-2)(z^2-2z+4)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{(z-1)1}{2 \cdot 1} = \\
& = \left( \frac{(z^2-2z+4)z+(-z^3)}{(z-2)(z^2-2z+4)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{z-1}{2} = \\
& = \left( -\frac{2z}{z^2-2z+4} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{z-1}{2} = -\frac{2z}{z^2-2z+4} \cdot \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \\
& + \frac{z-1}{2} = -\frac{2z(z^2-2z+4)}{(z^2-2z+4)2^3} + \frac{z-1}{2} = -\frac{2z}{2^3} + \frac{z-1}{2} = \\
& = -\frac{1z \cdot 1}{2^3 \cdot 1 \cdot 1} + \frac{z-1}{2} = -\frac{z}{2^2 \cdot 1} + \frac{z-1}{2} = -\frac{z}{2^2} + \frac{z-1}{2} = \\
& = \frac{1(-z)+2(z-1)}{2^2} = \frac{(-z)+2(z-1)}{2^2} = \frac{-z+2(z-1)}{2^2} = \frac{z-2}{4}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{6.18. } & \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} : \left( \frac{4}{4y^2-9x^2} - \frac{6y-9x}{8y^3+27x^3} \right) = \frac{18xy}{2y+3x} + \\
& + \frac{1}{2y-3x} : \left( \frac{4}{(2y+3x) \cdot (2y-3x)} - \frac{3 \cdot (2y-3x)}{(2y+3x) \cdot (4y^2-6xy+9x^2)} \right) = \\
& = \frac{4}{4y^2-9x^2} - \frac{6y-9x}{8y^3+27x^3} \cdot \frac{(2y+3x) \cdot (2y-3x) \cdot (4y^2-6xy+9x^2)}{(2y+3x)^2} = \\
& = \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{4y^2-6xy+9x^2}{2y+3x} = \frac{(2y+3x)^2}{2y+3x} = 3x + 2y.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{6.19. } & \frac{2-a}{5} + \left( \frac{1}{1-2a} \right)^2 : \left( \frac{a+2}{4a^3-4a^2+a} - \frac{2-a}{1-8a^3} \cdot \frac{4a^2+2a+1}{2a^2+a} \right) = \frac{2-a}{5} + \\
& + \left( \frac{1}{1-2a} \right)^2 : \frac{(a+2) \cdot (1+2a) - (2-a) \cdot (1-2a)}{a(1-2a)^2 \cdot (1+2a)} = \frac{2-a}{5} + \left( \frac{1}{1-2a} \right)^2 \times \\
& \times \frac{a(1-2a)^2 \cdot (1+2a)}{(a+2) \cdot (1+2a) - (2-a) \cdot (1-2a)} = \frac{2-a}{5} + \frac{a(1+2a)}{10a} = \frac{2-a}{5} + \frac{1+2a}{10} = \frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{6.20. } & \left( \frac{b^2-2b+4}{4b^2-1} \cdot \frac{2b^2+b}{b^3+8} - \frac{b+2}{2b^2-b} \right) : \frac{4}{b^2+2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \\
& = \left( \frac{b(2b+1)}{(4b^2-1) \cdot (b+2)} - \frac{b+2}{b(2b-1)} \right) : \frac{4}{b^2+2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{b^2-b^2-4b-4}{(2b-1) \cdot b(b+2)} \times \\
& \times \frac{b(b+2)}{4} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{b+1}{1-2b} - \frac{b+4}{3-6b} + \frac{-1+2b}{3-6b} = -\frac{1}{3}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{6.21. } & \left( \frac{1}{2x+1} - \frac{3}{8x^3+1} + \frac{3}{4x^2-2x+1} \right) \cdot \left( 2x - \frac{4x-1}{2x+1} \right) = \\
& = \frac{4x^2-2x+1-3+6x+3}{(2x+1) \cdot (4x^2-2x+1)} \cdot \frac{4x^2+2x-4x+1}{2x+1} = \frac{(4x^2+4x+1) \cdot (4x^2-2x+1)}{(2x+1)^2 \cdot (4x^2-2x+1)} = \\
& = 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{6.22. } & \frac{ax}{a+x} + \frac{bx}{x-b} = \frac{a \cdot \frac{ab}{a-b}}{a + \frac{ab}{a-b}} + \frac{b \cdot \frac{ab}{a-b}}{\frac{ab}{a-b} - b} = \frac{\frac{a^2b}{a-b}}{\frac{a^2-ab+ab}{a-b}} + \frac{\frac{ab^2}{a-b}}{\frac{ab-ab+b^2}{a-b}} = \\
& = \frac{a^2b}{a^2} + \frac{ab^2}{b^2} = b + a = a + b.
\end{aligned}$$

**6.23.**

$\left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2\right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{x^2+4x+3+8x-4x^2-12x}{2x(x+3)} \times$   
 $\times \frac{x+3}{x+1} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{3 \cdot (1-x^2)}{2x(x+1)} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{3-3x}{2x} - \frac{x^2-5x+3}{2x} =$   
 $= \frac{2x-x^2}{2x} = \frac{x(2-x)}{2x} = \frac{2-x}{2} = \frac{1}{2} \cdot (2-x)$ , следовательно при  $x > 2$  выражение меньше нуля.

**6.24.**  $\frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} : \left(\frac{4}{4a^2-9} - \frac{6a-9}{8a^3+27}\right) = \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} :$   
 $: \left(\frac{4}{(2a-3)(2a+3)} - \frac{3 \cdot (2a-3)}{(2a+3)(4a^2-6a+9)}\right) = \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} :$   
 $: \left(\frac{2a+3}{(2a-3)(4a^2-6a+9)}\right) = \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} \cdot \left(\frac{(2a-3)(4a^2-6a+9)}{2a+3}\right) =$   
 $= \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{4a^2-6a+9}{2a+3} = \frac{12a-4a^2+4a^2-6a+9}{2a+3} = \frac{6a+9}{2a+3} =$   
 $= \frac{3 \cdot (2a+3)}{2a+3} = 3.$

## §7. Первые представления о рациональных уравнениях

**7.1.** а)  $\frac{7x-21}{3} = 0 \Rightarrow 7x - 21 = 0 \Rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = 3$ ;  
 б)  $\frac{x+1}{x^2+1} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ; в)  $\frac{3x+12}{4} = 0 \Rightarrow 3x =$   
 $= 12 = 0 \Rightarrow x = -4$ ; г)  $\frac{2x}{x^2+2} = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0.$

**7.2.** а)  $\frac{3x+1}{x+1} = 0 \Rightarrow 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ ; б)  $\frac{(x+3)(x-1)}{3x} \Rightarrow$   
 $(x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -3$  или  $x = 1$ ; в)  $\frac{6x-18}{x-2} \Rightarrow 6x -$   
 $-18 = 0 \Rightarrow x = 3$ ; г)  $\frac{(x+4)(x-5)}{x} \Rightarrow (x+4)(x-5) = 0 \Rightarrow x =$   
 $= -4$  или  $x = 5.$

**7.3.** а)  $\frac{x^2+3x}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow x = 0$   
 или  $x = -3$ ; б)  $\frac{4x^2-1}{6x+3} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x =$   
 $= \pm \frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{x^2-4x}{4x} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0$   
 или  $x = 4$ ; г)  $\frac{4-9x^2}{6x-4} = 0 \Rightarrow 4 - 9x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x =$   
 $= \pm \frac{2}{3}.$

**7.4.** Во всех примерах дробь не может равняться нулю.

**7.5.** а)  $2x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$ ; б)  $x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0$   
 или  $x = 2$ ; в)  $3x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ ; г)  $x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$   
 или  $x = 1.$



**7.6.** а)  $4x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ ; б)  $(2x + 3)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 5$  или  $x = -\frac{3}{2}$ ; в)  $5x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{5}$ ; г)  $(2x - 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3$  или  $x = \frac{1}{2}$ .

**7.7.** а)  $m^2 + 5m = 0 \Rightarrow m(m + 5) = 0 \Rightarrow m = -5$  или  $m = 0$ ; б)  $p^2 + 4p = 0 \Rightarrow p(p + 4) = 0 \Rightarrow p = -4$  или  $p = 0$ ; в)  $n^2 - 9n = 0 \Rightarrow n(n - 9) = 0 \Rightarrow n = 0$  или  $n = 9$ ; г)  $q^2 - 16q = 0 \Rightarrow q(q - 16) = 0 \Rightarrow q = 0$  или  $q = 16$ .

**7.8.** а)  $x^2 - 100 = 0 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 10$ ; б)  $4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{2}$ ; в)  $z^2 - 36 = 0 \Rightarrow z^2 = 36 \Rightarrow z = \pm 6$ ; г)  $9x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3}$ .

**7.9.** а)  $\frac{x^2 - 4x}{4x} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 4$ ,  $x \neq 0$ , так как  $4x \neq 0$ ; б)  $\frac{x^2 + 3x}{5x + 15} = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x = 0$ ,  $x \neq -3$ , так как  $5x + 15 \neq 0$ ; в)  $\frac{x^2 + 5x}{5x} = 0 \Rightarrow x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x = -5$ ,  $x \neq 0$ , так как  $5x \neq 0$ ; г)  $\frac{x^2 - 7x}{3x - 21} = 0 \Rightarrow x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x = 0$ ,  $x \neq 7$ , так как  $3x - 21 \neq 0$ .

**7.10.** Составим систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - 25 = 0 \\ 3x + 15 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 7 \\ x \neq -5 \end{cases} \Rightarrow x = 5;$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 - 36 = 0 \\ x^2 + 6 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 6 \\ x \neq 0 \\ x \neq -6 \end{cases} \Rightarrow x = 6;$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 - 49 = 0 \\ 4x - 28 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 7 \\ x \neq 7 \end{cases} \Rightarrow x = -7;$$

$$\text{г) } \begin{cases} x^2 - 64 = 0 \\ x(8 - x) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 8 \\ x \neq 0 \\ x \neq 8 \end{cases} \Rightarrow x = -8.$$

**7.11.** а)  $t^4 = 81 \Rightarrow t = \pm 3$ ;

$$\text{б) } \begin{cases} a(a - 2) \cdot (a + 2) = 0 \\ a \neq -2 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \text{ или } a = 2;$$

в)  $y^4 = 16 \Rightarrow y = \pm 2$ ;

$$\text{г) } \begin{cases} d(3 - d) \cdot (3 + d) = 0 \\ d \neq -2 \end{cases} \Rightarrow d = 0 \text{ или } d = -3.$$

**7.12.** Для начала умножим обе части уравнения на знаменатель, тогда получим: а)  $5 - 2x + 1 = 5 \Rightarrow 2x =$

$$= 4; \text{ ч } = 2; \text{ б) } 10 - 3y = -8y \Rightarrow 5y = -10 \Rightarrow y = -2; \\ \text{в) } 3z - 14 = -2 \Rightarrow 3z = 12 \Rightarrow z = 4; \text{ г) } 2t + 9 = \\ = 20t \Rightarrow 18t = 9 \Rightarrow t = \frac{1}{2}.$$

**7.13.** Для начала избавимся от дробей, перенесем знаменатель одной дроби за знак равно, тем самым получив не деление, а умножение, тогда получим: а)  $5a = 4 \times (a - 3) \Rightarrow a = -12$ ; б)  $3 \cdot (6 - v) = 4 \cdot (2v - 1) \Rightarrow 18 - 3v = 8v - 4 \Rightarrow 11v = 22 \Rightarrow v = 2$ ; в)  $3 \cdot 3c = 7 \cdot (c - 1) \Rightarrow 9c = 7c - 7 \Rightarrow 2c = -7 \Rightarrow c = -\frac{7}{2}$ ; г)  $4 \cdot (5 + 2) = 5 \cdot (3s - 5) \Rightarrow 11s = 33 \Rightarrow s = 3$ .

**7.14.** Для начала умножим обе части уравнения на знаменатель, тогда получим: а)  $3n + 75 = 6n + 42 \Rightarrow 3n = 33 \Rightarrow n = 11$ ; б)  $x^2 + 2x = 2x + 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ ; в)  $8r + 3 = 10r - 1 \Rightarrow 2r = 4 \Rightarrow r = 2$ ; г)  $x^2 - 3x = 4 - 3x \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ .

**7.15.** а)  $\frac{x^2}{x+3} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x^2 = x \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$  или  $x = 1$ ; б)  $\frac{5y^2-1}{y} = \frac{y^2+3}{y} \Rightarrow 5y^2 - 1 = y^2 + 3 \Rightarrow 4y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$ ; в)  $\frac{x^2}{3-x} = \frac{2x}{3-x} \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0$  или  $x = 2$ ; г)  $\frac{3t^2+5}{t} = \frac{9+2t^2}{t} \Rightarrow 3t^2 + 5 = 9 + 2t^2 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = \pm 2$ .

**7.16.** а)  $\frac{x^2-2}{x+2} = \frac{2}{x+2} \Rightarrow \frac{x^2-2}{x+2} - \frac{2}{x+2} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{x+2} = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ ; б)  $\frac{x^2}{x+1} = \frac{-x}{x+1} \Rightarrow \frac{x^2+x}{x+1} = 0 \Rightarrow x = 0$ ; в)  $\frac{x^2+1}{x-1} = \frac{2}{x-1} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x-1} - \frac{2}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-1}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x-1} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ; г)  $\frac{2x}{2-x} = \frac{x^2}{2-x} \Rightarrow \frac{x(2-x)}{2-x} = 0 \Rightarrow x = 0$ .

**7.17.** а)  $\frac{x^2-1}{x-3} = \frac{3x-1}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2-4}{x-3} = 0 \Rightarrow x = 0$ ; б)  $\frac{x^2-15}{x+5} = \frac{10}{x+5} \Rightarrow \frac{x^2-25}{x+5} = 0 \Rightarrow x = 0$ ; в)  $\frac{x^2+3}{x} = \frac{2x+3}{x} \Rightarrow \frac{x^2-2x}{x} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ; г)  $\frac{16+3x^2}{x-4} = \frac{4x^2}{x-4} \Rightarrow \frac{x(2-x)}{x-4} = 0 \Rightarrow -(4+x) = 0 \Rightarrow x = -4$ .

**7.18.** а)  $\frac{x^2-8x}{x-6} = \frac{4x-36}{x-6} \Rightarrow \frac{x^2-12x+36}{x-6} = 0 \Rightarrow \frac{(x-6)^2}{x-6} = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$ ; б)  $\frac{4x-1}{x-2} = \frac{x+5}{x-2} \Rightarrow \frac{4x-1-(x+5)}{x-2} = 0 \Rightarrow \frac{3x-6}{x-2} = 0 \Rightarrow 3 = 0$  — нет решений; в)  $\frac{x^2+16x}{x+5} = \frac{6x-25}{x+5} \Rightarrow \frac{x^2+10x+25}{x+5} = 0 \Rightarrow \frac{(x+5)^2}{x+5} = 0 \Rightarrow x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$ .

$$= -5; \text{ г) } \frac{7x+4}{x+3} = \frac{3x-8}{x+3} \Rightarrow \frac{7x+4-3x+8}{x+3} = 0 \Rightarrow \frac{4x+12}{x+3} = 0 \Rightarrow 4 = 0 - \text{ нет решений.}$$

$$\text{7.19. а) } \frac{a}{4} - \frac{a-3}{5} = -1 \rightarrow 5a - 4 \cdot (a-3) = -20 \rightarrow a = -32;$$

$$\text{б) } \frac{p}{5} + \frac{p+12}{15} = \frac{1}{3} \rightarrow 3p + p + 12 = \frac{1}{3} \cdot 15 \rightarrow 4p = -7p = -\frac{7}{4};$$

$$\text{в) } \frac{a}{7} - \frac{3a-1}{14} = 2 \rightarrow 2c \cdot (3c-1) = 2 \cdot 14 \rightarrow -c+1 = 28 \rightarrow c = -27; \text{ г) } \frac{2-q}{5} - \frac{q}{20} = \frac{1}{4} \rightarrow 4 \cdot (2-q) - q = \frac{1}{4} \cdot 20 \rightarrow -5q = -3 \rightarrow q = \frac{3}{5}.$$

$$\text{7.20. а) } \frac{4}{x} - \frac{x+8}{2x} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{8-x-8}{2x} = \frac{5}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{5}{6} -$$

$$\text{нет решения; б) } \frac{1}{2x} + \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+1+x \cdot 2x}{2x(x+1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \times$$

$$\times (2x^2 + x + 1) = 2x^2 + 2x \Rightarrow 2x^2 + 2x = 0 - \text{ нет решения; в) } \frac{x-20}{4x} + \frac{5}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x-20+20}{4x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{3} - \text{ нет решения;}$$

$$\text{г) } \frac{x}{x-2} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x^2 - 2 \cdot (x-2) = \frac{1}{3} \cdot (x-2) 3x \Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 = 3x^2 - 2x \Rightarrow 2x^2 + 2 = 0 - \text{ нет корней.}$$

$$\text{7.21. а) } \frac{3}{x+2} + \frac{x}{x-2} = 1 \Rightarrow 3x^2 - 2 \cdot (x-2) = x^2 - 4 \Rightarrow 3x -$$

$$-6 + x^2 + 2x = x^2 - 4 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}; \text{ б) } \frac{2x}{x-1} + \frac{3}{x+1} =$$

$$= 2 \Rightarrow 2x(x+1) + 3 \cdot (x-1) = 2 \cdot (x^2 - 1) \Rightarrow 2x^2 + 2x +$$

$$+ 3x - 3 = 2x^2 - 2 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = 0,2; \text{ в) } \frac{1}{x-3} + \frac{x}{x+3} =$$

$$= 1 \Rightarrow x + 3 + x(x-3) = x^2 - 9 \Rightarrow -2x = -12 \Rightarrow x =$$

$$= 6; \text{ г) } \frac{3x}{x-2} - \frac{5}{x+2} = 3 \Rightarrow 3x(x+2) - 5 \cdot (x-2) = 3 \times$$

$$\times (x^2 - 4) \Rightarrow 3x^2 + x + 10 = 3x^2 - 12 \Rightarrow x = -22.$$

$$\text{7.22. 1) Пусть } x - \text{ скорость велосипедиста, тогда}$$

$$\text{скорость мотоциклиста } 2,5x. \text{ Составим и решим уравнение}$$

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5 \quad 2) \frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5 \Rightarrow \frac{50}{x} - \frac{20}{x} =$$

$$= \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{30}{x} - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow \frac{60-5x}{2x} = 0 \Rightarrow x = 12. \quad 3) \text{ скорость}$$

$$\text{велосипедиста равна } 12 \text{ км/ч. Скорость мотоциклиста:}$$

$$12 \cdot 2,5 = 30 \text{ км/ч.}$$

$$\text{7.23. Пусть } x - \text{ скорость первого автобуса, тогда}$$

$$1,2x - \text{ скорость второго. Составим и решим уравнение}$$

$$\frac{45}{x} - \frac{45}{1,2x} = 0,25 \Rightarrow \frac{54-45}{1,2x} = \frac{0,3x}{1,2x} \Rightarrow 9 = 0,3x \Rightarrow x =$$

$$= 30 \text{ км/ч.}$$

$$\text{7.24. Пусть } x - \text{ собственная скорость катера. Составим}$$

$$\text{и решим уравнение } \frac{12}{x+4} + \frac{4}{x-4} = 2 \Rightarrow \frac{12 \cdot (x-4) + 4 \cdot (x+4)}{(x+4)(x-4)} =$$

$$= 2 \Rightarrow \frac{16x-32}{(x+4)(x-4)} = 2 \Rightarrow 16x-32 = 2 \cdot (x+4)(x-4) \Rightarrow 16x -$$

$$-32 = 2x^2 - 32 \Rightarrow 8x = x^2 \Rightarrow x(x-8) = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ км/ч.}$$

**7.25.** Пусть  $x$  — собственная скорость катера. Составим и решим уравнение  $\frac{18}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 4 \Rightarrow \frac{18 \cdot (x-3) + 6 \cdot (x+3)}{(x+3)(x-3)} = 4 \Rightarrow \frac{24x-36}{(x+3)(x-3)} = 4 \Rightarrow 24x-36 = 4 \cdot (x+3)(x-3) \Rightarrow 24x-36 = 4x^2-36 \Rightarrow 6x = x^2 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x = 6$  км/ч.

**7.26.** Пусть  $x$  — скорость грузовой машины, тогда  $1,5x$  — скорость легковой машины. Составим и решим уравнение  $\frac{400}{x} - \frac{400}{1,5x} = 3\frac{1}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{600-400}{1,5x} = \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{200}{1,5x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{200}{\frac{3}{2}x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{400}{3x} = \frac{10}{3} \Rightarrow 400 = 10x \Rightarrow x = 40$  км/ч.

**7.27.** Пусть  $x$  — скорость автобуса, тогда  $1,2x$  — скорость мотоциклиста. Составим и решим уравнение  $\frac{100}{x} - \frac{100}{1,2x} = \frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{3}$  2)  $\frac{100}{x} - \frac{100}{1,2x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{300}{3x} - \frac{250}{3x} - \frac{x}{3x} = 0 \Rightarrow x = 50$  км/ч — скорость автобуса, а скорость мотоциклиста  $1,2x = 1,2 \cdot 50 = 60$  км/ч.

**7.28.** а)  $\frac{2x^2-1}{x} = x \Rightarrow 2x^2-1 = x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ ; б)  $\frac{3x^2+2}{x+1} = 3x \Rightarrow 3x^2+2 = 3x^2+3x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ ; в)  $\frac{3x^2-4}{x} = 2x \Rightarrow 3x^2-4 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ ; г)  $\frac{5x^2-3}{x-2} = 5x \Rightarrow 5x^2-3 = 5x^2-10x \Rightarrow 10x = 3 \Rightarrow x = 0,3$ .

**7.29.** а)  $\frac{3x^2+1}{2x} = x+1 \Rightarrow 3x^2+1 = 2x^2+2x \Rightarrow x^2-2x+1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$ ; б)  $\frac{2x^2-5}{x+1} = x-1 \Rightarrow 2x^2-5 = x^2-1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ ; в)  $\frac{5x^2-36}{6x} = x-2 \Rightarrow 5x^2-36 = 6x^2-12x \Rightarrow (x-6)^2 = 0 \Rightarrow x = 6$ ; г)  $\frac{2x^2-13}{x-2} = x+2 \Rightarrow 2x^2-13 = x^2-4 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ .

**7.30.** Для начала составим систему уравнений: а)  $\begin{cases} x(x^2-25) = 0 \\ x \neq -5 \end{cases} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow x = 5$ ;

б)  $\begin{cases} y^4 = 256 \\ y \neq 0 \\ y \neq -4 \end{cases} \Rightarrow y = 4$ ; в)  $\begin{cases} x(36-x^2) = 0 \\ x \neq 6 \end{cases} \Rightarrow x =$

$= 0 \Rightarrow x = -6$ ; г)  $\begin{cases} y^4 = 625 \\ y \neq 0 \\ y \neq 5 \end{cases} \Rightarrow y = -5$ .

**7.31.** Умножим числитель каждой дроби на знамена-

тель другой дроби, тем самым избавившись от дроби:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3} &\Rightarrow 3 \cdot (x^2+4x) = 2x(x+2) \Rightarrow x^2+8x = \\ &= 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } x = -8; \text{ б) } \frac{c-2}{c+3} = \frac{c+3}{c-2} \Rightarrow (c-2)^2 = \\ &= (c+3)^2 \Rightarrow c^2-4c+4 = c^2+6c+9 \Rightarrow 10c = -5 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}; \\ \text{в) } \frac{x^2-5x}{x-1} = \frac{7x}{9} &\Rightarrow 9 \cdot (x^2-5x) = 7x(x-1) \Rightarrow 2x^2-38x = \\ &= 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } x = 19; \text{ г) } \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4} \Rightarrow (x-2) \times \\ &\times (x-4) = (x+2) \cdot (x+3) \Rightarrow x^2-6x+8 = x^2+5x+ \\ &+6 \Rightarrow 11x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{11}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{7.32. а) } \frac{3x}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = 3 &\Rightarrow 3x(x+1) + (x-1) \cdot (x+3) = 3x \times \\ &\times (x^2-1) \Rightarrow 3x^2+3x+x^2+2x-3-3x^2+3 = 0 \Rightarrow x^2+5x = \\ &= 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } x = -5 \text{ б) } \frac{a-1}{4a-5} = \left(\frac{2a-1}{4a-5}\right)^2 \Rightarrow \frac{a-1}{4a-5} - \\ &- \frac{(2a-1)^2}{(4a-5)^2} = 0 \Rightarrow (a-1) \cdot (4a-5) - (2a-1)^2 = 0 \Rightarrow 4a^2 - \\ &- 9a + 5 - 4a^2 + 4a - 1 = 0 \Rightarrow -5a = -4 \Rightarrow a = 0,8 \text{ в) } \\ \frac{2x}{x+3} + \frac{x-6}{x-3} = 2 &\Rightarrow 2x(x-3) + (x+3) \cdot (x-6) = 2 \cdot (x^2-9); \\ 2x^2-6x+x^2-3x-18 &= 2x^2-18 \Rightarrow x^2-9x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \text{или } x = 9 \text{ г) } \left(\frac{b-1}{b+3}\right)^2 &= \frac{b+1}{b+3} \Rightarrow \frac{(b-1)^2}{(b+3)^2} - \frac{b+1}{b+3} = 0 \Rightarrow (b-1)^2 - \\ &- (b+1) \cdot (b+3) = 0 \Rightarrow b^2-2b+1-b^2-4b-3 = 0 \Rightarrow 6b = \\ &= -2 \Rightarrow b = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{7.33. а) } \left(\frac{3}{x-4} - \frac{25}{x^2-16}\right) - \frac{x+1}{x+4} &= \\ = 0 \Rightarrow \frac{(3(x+4)-25)-(x-4)(x+1)}{(x-4)(x+4)} = 0 &\Rightarrow \frac{(12-x^2)+3x+3x+(4-25)}{(x-4)(x+4)} = \\ = 0 \Rightarrow \frac{(6x-x^2)-9}{(x-4)(x+4)} = 0 &\Rightarrow -(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3; \\ \text{б) } \left(\frac{x}{x+1} - \frac{3}{x-5}\right) + \frac{19}{(x-5)(x+1)} &= 0 \Rightarrow \frac{((x-5)x-3(x+1))+19}{(x-5)(x+1)} = \\ = 0 \Rightarrow \frac{(x^2-8x)+16}{(x-5)(x+1)} = 0 &\Rightarrow \frac{(x-4)^2}{(x-5)(x+1)} = 0 \Rightarrow (x-4)^2 = \\ = 0 \Rightarrow x = 4; \\ \text{в) } \left(\frac{1}{x-5} - \frac{26}{x^2-25}\right) - \frac{x+4}{x+5} &= 0 \Rightarrow \frac{((x+5)-26)-(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} = \\ = 0 \Rightarrow \frac{(x-x^2)+x+(20-21)}{(x-5)(x+5)} = 0 &\Rightarrow \frac{(2x-x^2)-1}{(x-5)(x+5)} = 0 \Rightarrow - \\ - \frac{(x-1)^2}{(x-5)(x+5)} = 0 &\Rightarrow -(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1; \end{aligned}$$

$$\Gamma) \left( \frac{6}{x+2} - \frac{x}{x-3} \right) + \frac{14}{(x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{(6(x-3) - (x+2)x) + 14}{(x-3)(x+2)} = 0 \\ = 0 \Rightarrow \frac{((6x-18) - x^2 - 2x) + 14}{(x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{(4x-x^2) - 4}{(x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow -(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2.$$

**7.34.** а)  $\frac{x^2+3x}{2 \cdot (x-3)} + \frac{x+12}{6} = \frac{3x}{x-3} \Rightarrow 3 \cdot (x^2 + 3x) + (x+12) \times (x-3) - 6 \cdot 3x = 0; 3x^2 + 9x + x^2 + 9x - 36 - 18x = 0 \Rightarrow 4x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  б)  $\frac{3}{x} - \frac{6}{x(x+2)} = \frac{1+2x}{x+2} \Rightarrow 3 \times (x+2) - 6 - (1+2x)x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0$  или  $x = 1$ ; в)  $\frac{x^2-x}{3 \cdot (x+2)} + \frac{x}{x+2} = \frac{x+6}{12} \Rightarrow 4 \cdot (x^2 - x) + 12x - (x+2) \cdot (x+6) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ ; г)  $\frac{1}{x} - \frac{5}{x(5-x)} = \frac{x-7}{5-x} \Rightarrow (5-x) - 5 - x(x-7) = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow x = 6.$

**7.35.** а)  $\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x+2} = \frac{8}{x^2-4} \Rightarrow x(x+2) - 4 \cdot (x-2) = 8 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0$  или  $x = 2$ ; б)  $\frac{3x+27}{3x-x^2} + \frac{3}{x} - \frac{4x}{3-x} = 0 \Rightarrow 3x + 27 + 3 \cdot (3-x) - 4x^2 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ ; в)  $\frac{x}{x-3} - \frac{6}{x+3} = \frac{18}{x^2-9} \Rightarrow x(x+3) - 6 \times (x-3) - 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow x = 3$ ; г)  $\frac{5x}{x-2} + \frac{2}{x} - \frac{16+2x}{x^2-2x} = 0 \Rightarrow 5x \cdot x + 2 \cdot (x-2) - 16 - 2x = 0 \Rightarrow 5x^2 + 2x - 4 - 16 - 2x = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2.$

**7.36.** а)  $\frac{c-2}{2c+6} + \frac{c+3}{3c-6} = 0 \Rightarrow \frac{3c^2-12c+12+2c^2+12c+18}{(2c+6) \cdot (3c-6)} = 0 \Rightarrow \frac{5c^2+30}{(2c+6) \cdot (3c-6)} = 0 \Rightarrow 5c^2 + 30 = 0 \Rightarrow c^2 = -6$  — нет корней; б)  $\frac{y+2}{y^2-7y} - \frac{4}{(7-y)^2} = \frac{1}{y-7} \Rightarrow (y+2) \cdot (y-7) - 4y - y(y-7) = 0 \Rightarrow y^2 - 5y + 14 - 4y - y^2 + 7y = 0 \Rightarrow 2y = 14 \Rightarrow y = 7$ ; в)  $\frac{d+5}{5d-20} + \frac{d-4}{4d+20} = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{d+5}{5d-20} + \frac{d-4}{4d+20} - \frac{9}{20} = 0 \Rightarrow \frac{4d^2+40d+100+5d^2-40d+80}{20 \cdot (d-4) \cdot (d+5)} - \frac{9}{20} = 0 \Rightarrow \frac{9d^2+180-9d^2-9d+180}{20 \cdot (d-4) \cdot (d+5)} = 0 \Rightarrow 360 - 9d = 0 \Rightarrow d = 40$ ; г)  $\frac{2a-2}{a^2-36} - \frac{a-2}{a^2-6a} - \frac{a-1}{a^2+6a} = 0 \Rightarrow \frac{2a^2-2a-a^2-4a+12-a^2+7a-6}{a(a-6) \cdot (a+6)} = 0 \Rightarrow \frac{a+6}{a(a-6) \cdot (a+6)} = 0 \Rightarrow a+6 = 0 \Rightarrow a = -6$ , но так как  $a \neq \pm 6$ , то нет корней.

**7.37.** а)  $\frac{c+2}{c^2-5c} - \frac{c-5}{2c^2-50} - \frac{c+25}{2c^2-50} = 0 \Rightarrow \left( \frac{c+2}{c(c-5)} - \frac{1}{2(c+5)} \right) - \frac{c+25}{2(c-5)(c+5)} = 0 \Rightarrow \frac{-c(c-5) + (c+2)(2(c+5)) - (c+25)c}{2c(c-5)(c+5)} = 0 \Rightarrow \frac{(2c^2+10c+4c+20) - (c^2-5c) - (c^2+25c)}{2c(c-5)(c+5)} =$

$$= 0 \Rightarrow \frac{((2c^2 - c^2) - c^2) + 14c + (5c - 25c) + 20}{2c(c-5)(c+5)} = 0 \Rightarrow \frac{20 - 6c}{2c(c-5)(c+5)} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{10 - 3c}{c(c-5)(c+5)} = 0 \Rightarrow (10 - 10) - 3c = -10 \Rightarrow -3c =$$

$$= -10 \Rightarrow c = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3};$$

$$6) \frac{3y-1}{6y-3} - \frac{1}{1-4y^2} - \frac{y}{2y+1} = \frac{3y-1}{3(2y-1)} - \frac{1}{(1-2y)(2y+1)} - \frac{y}{2y+1} =$$

$$= \frac{(3y-1)(2y+1) + (3 \cdot 1 - 3(2y-1)y)}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{(3y-1)(2y+1) + (3 - 3(2y-1)y)}{3(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{((2y+1)(3y-1) - 3(2y-1)y) + 3}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{6y^2 + ((y-1) - 6y^2) + 3y + 3}{3(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{(6y^2 - 6y^2) + (3y - 1) + y + 3}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{4y + 2}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{2(2y+1)}{3(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{2}{3(2y-1)} = 0 \Rightarrow 2 \neq 0 - \text{нет}$$

решения;

$$в) \frac{4(d+9)}{5d^2-45} + \frac{d+3}{5d^2-15d} - \frac{d-3}{d^2+3d} = 0 \Rightarrow \frac{2^2(d+9)}{5(d-3)(d+3)} + \frac{d+3}{5d(d-3)} -$$

$$- \frac{d-3}{d(d+3)} = 0 \Rightarrow \frac{-(d-3)(5(d-3)) + (d+3)(d+3) + (2^2(d+9))d}{5(d-3)(d+3)d} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{((d^2+6d+9) - ((5d^2-30d)+45)) + (4d^2+36d)}{5(d-3)(d+3)d} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{4d^2+d^2+(9-5d^2)+36d+6d+(30d-45)}{5(d-3)(d+3)d} = 0 \Rightarrow \frac{72d-36}{5(d-3)(d+3)d} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{36(2d-1)}{5(d-3)(d+3)d} = 0 \Rightarrow 36(2d-1) = 0 \Rightarrow 2d = 1 \Rightarrow d =$$

$$= \frac{1}{2};$$

$$г) \frac{2x-5}{18-8x^2} - \frac{1}{2x^2+3x} + \frac{1}{4x-6} = \frac{2x-5}{2(9-4x^2)} - \frac{1}{x(2x+3)} + \frac{1}{2(2x-3)} =$$

$$= \left( \frac{2x-5}{2((3-2x)(2x+3))} - \frac{1}{x(2x+3)} \right) + \frac{1}{2(2x-3)} =$$

$$= \frac{((2x+3)x - x(2x-5)) - 2(2x-3)}{2(2x-3)(2x+3)x} = \frac{(2x^2-2x^2)+3x+x+6}{2(2x-3)(2x+3)x} =$$

$$= \frac{4x+6}{2(2x-3)(2x+3)x} = \frac{2(2x+3)}{2(2x-3)(2x+3)x} = \frac{1}{(2x-3)x} = 0 \Rightarrow 1 \neq 0 -$$

нет решения.

**7.38.** а)  $\frac{12d-7}{10d+1} - \frac{d-3}{5d+1} = 1 \Rightarrow \frac{60d^2-23d-7-10d^2+29d+3}{(10d+1) \cdot (5d+1)} - 1 =$

$$= 0 \Rightarrow \frac{50d^2+6d-4-50d^2-15d-1}{(10d+1) \cdot (5d+1)} = 0 \Rightarrow -9d-5 = 0 \Rightarrow d = -\frac{5}{9};$$

б)  $\frac{18b+2}{b-4} - \frac{15b+1}{b+5} = 3 \Rightarrow \frac{18b^2+92b+10-15b^2+59b+4}{(b-4) \cdot (b+5)} - 3 = 0;$

$$\frac{3b^2+151b+14-3b^2-3b+60}{(b-4) \cdot (b+5)} = 0 \Rightarrow 148b+74 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}.$$

**7.39.** а) из условия  $\frac{a+1}{2} + 3 \cdot 0,5 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a+1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} =$

$$= 0 \Rightarrow \frac{a-3}{2} = 0 \Rightarrow a = 3; \text{ при } a = 3 \text{ и } b = \frac{5}{12} \text{ имеем:}$$

$$\frac{a+1}{2} - 3b = \frac{4}{2} - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}. \text{ б) из условия } \frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = \frac{2-c}{9} +$$

$$+ \frac{4}{3} = 1, \text{ откуда следует, что } c = 5; \text{ при } c = 5 \text{ и } x = -11\frac{1}{3}$$

$$\text{имеем: } \frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = \left(\frac{c-2}{3} - 4\right) \cdot x = -3x = -3 \cdot \left(-11\frac{1}{3}\right) =$$

$$= 34.$$

**7.40.** а) при  $y = -3$ ,  $\frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \cdot y^2 + y^3 = -21 \Rightarrow \frac{22n}{5} - \frac{149}{5} = -21 \Rightarrow n = 2$ ; при  $n = 2$  и  $y = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \times y^2 + y^3 = \frac{13}{27}$ ; б) при  $z = -2$ ,  $\frac{1}{3}(s+2)z^2 + \frac{1}{4}(s-9)z - z^3 = 16 \Rightarrow \frac{9-s}{2} + \frac{4(s+2)}{3} + 8 = 16 \Rightarrow s = 1$ ; при  $s = 1$  и  $z = 0,5$ ,  $\frac{1}{3}(s+2)z^2 + \frac{1}{4}(s-9)z - z^3 = -0,875$ .

## §8. Степень с отрицательным целым показателем

**8.1.** а)  $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = (\frac{1}{3})^3$ ; б)  $13^{-2} = \frac{1}{13^2} = (\frac{1}{13})^2$ ; в)  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = (\frac{1}{5})^2$ ; г)  $27^{-4} = \frac{1}{27^4} = (\frac{1}{27})^4$ .

**8.2.** а)  $a^{-5} = (\frac{1}{a})^5$ ; б)  $\frac{1}{c^{-4}} = c^4$ ; в)  $d^{-3} = (\frac{1}{d})^3$ ; г)  $\frac{1}{t^{-2}} = t^2$ .

**8.3.** а)  $(a-b)^{-2} = (\frac{1}{a-b})^2$ ; б)  $\frac{1}{(c+d)^{-3}} = (c+d)^3$ ;

в)  $(t-s)^{-3} = (\frac{1}{t-s})^3$ ; г)  $\frac{1}{(k+l)^{-2}} = (k+l)^2$ .

**8.4.** а)  $4 \cdot \frac{1}{2^{-2}} = 4 \cdot 2^2 = 16$ ; б)  $\frac{b^3}{a^4} = b^3 a^{-4}$ ; в)  $2 \cdot \frac{1}{5^{-1}} = 2 \times 5 = 10$ ; г)  $\frac{p^2}{q^5} = p^2 q^{-5}$ .

**8.5.** а)  $\frac{d}{c^2} = d \cdot c^{-2}$ ; б)  $\frac{b^3}{a^{-4}} = b^3 a^4$ ; в)  $\frac{n}{m} = n \cdot m^{-1}$ ; г)  $\frac{p^2}{q^{-8}} = p^2 q^8$ .

**8.6.** а)  $\frac{(t+s)^3}{(t-s)^2} = (t+s)^3 \cdot (t-s)^{-2}$ ; б)  $\frac{(k+l)^5}{(p-t)^{-2}} = (k+l)^5 \times (p-t)^2$ ; в)  $\frac{(a-b)^2}{c+d} = (a-b)^2 \cdot (c+d)^{-1}$ ; г)  $\frac{(n-m)^4}{(m+n)^{-3}} = (n-m)^4 \cdot (m+n)^3$ .

**8.7.** а)  $2 = 2^1$ ;  $4 = 2^2$ ;  $8 = 2^3$ ;  $16 = 2^4$ ;  $32 = 2^5$ ;  $64 = 2^6$ ;  $128 = 2^7$ ;  $\frac{1}{2} = 2^{-1}$ ;  $\frac{1}{4} = 2^{-2}$ ;  $\frac{1}{8} = 2^{-3}$ ;  $\frac{1}{16} = 2^{-4}$ ;  $\frac{1}{32} = 2^{-5}$ ;  $\frac{1}{64} = 2^{-6}$ ;  $\frac{1}{128} = 2^{-7}$  б)  $2 = (\frac{1}{2})^{-1}$ ;  $4 = (\frac{1}{2})^{-2}$ ;  $8 = (\frac{1}{2})^{-3}$ ;  $16 = (\frac{1}{2})^{-4}$ ;  $32 = (\frac{1}{2})^{-5}$ ;  $64 = (\frac{1}{2})^{-6}$ ;  $128 = (\frac{1}{2})^{-7}$ ;  $\frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^1$ ;  $\frac{1}{4} = (\frac{1}{2})^2$ ;  $\frac{1}{8} = (\frac{1}{2})^3$ ;  $\frac{1}{16} = (\frac{1}{2})^4$ ;  $\frac{1}{32} = (\frac{1}{2})^5$ ;  $\frac{1}{64} = (\frac{1}{2})^6$ ;  $\frac{1}{128} = (\frac{1}{2})^7$ .

**8.8.** а)  $3 = 3^1$ ;  $9 = 3^2$ ;  $27 = 3^3$ ;  $81 = 3^4$ ;  $243 = 3^5$ ;  $\frac{1}{3} = 3^{-1}$ ;  $\frac{1}{9} = 3^{-2}$ ;  $\frac{1}{27} = 3^{-3}$ ;  $\frac{1}{81} = 3^{-4}$ ;  $\frac{1}{243} = 3^{-5}$  б)  $3 = (\frac{1}{3})^{-1}$ ;  $9 = (\frac{1}{3})^{-2}$ ;  $27 = (\frac{1}{3})^{-3}$ ;  $81 = (\frac{1}{3})^{-4}$ ;  $243 = (\frac{1}{3})^{-5}$ ;  $\frac{1}{3} = (\frac{1}{3})^1$ ;  $\frac{1}{9} = (\frac{1}{3})^2$ ;  $\frac{1}{27} = (\frac{1}{3})^3$ ;  $\frac{1}{81} = (\frac{1}{3})^4$ ;  $\frac{1}{243} = (\frac{1}{3})^5$ .



**8.9.** а)  $\frac{1}{36} = 6^{-2}$ ; б)  $\frac{1}{343} = 7^{-3}$ ; в)  $\frac{1}{625} = 5^{-4}$ ; г)  $\frac{1}{1024} = 2^{-10}$ .

**8.10.** а)  $0,1 = 10^{-1}$ ; б)  $0,0001 = 10^{-4}$ ; в)  $0,01 = 10^{-2}$ ; г)  $0,00001 = 10^{-5}$ .

**8.11.** а)  $(\frac{1}{2})^{-2}$ ;  $(\frac{1}{2})^{-1}$ ;  $(\frac{1}{2})^0$ ;  $(\frac{1}{2})^3$ ; б) 33; 30;  $3^{-1}$ ;  $3^{-2}$ ; в) 52; 50;  $5^{-1}$ ;  $5^{-2}$ ; г)  $(\frac{1}{4})^{-3}$ ;  $(\frac{1}{4})^{-1}$ ;  $(\frac{1}{4})^0$ ;  $(\frac{1}{4})^2$ .

**8.12.** а)  $(64 \cdot 4^{-5})^2 = (2^6 \cdot (2^2)^{-5})^2 = (2^6 \cdot 2^{-10})^2 = (2^{-4})^2 = 2^{-8} = \frac{1}{2^{256}}$ ; б)  $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-1}}{5^{-6}} = \frac{5^{-4}}{5^{-6}} = 5^2 = 25$ ; в)  $(128 \cdot 2^{-6})^{-2} = (2^7 \cdot 2^{-6})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ ; г)  $\frac{3^{-9}}{3^{-2} \cdot 3^{-6}} = \frac{3^{-9}}{3^{-8}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ .

**8.13.** а)  $(-\frac{1}{3})^{-1} \cdot 10^{-1} + 4^0 - (-2)^3 - (-5)^{-2} \cdot (-5)^3 = -\frac{3}{10} + 1 + 8 + 5 = 14 - \frac{3}{10} = 13,7$ ; б)  $-(\frac{1}{2})^{-1} \cdot 2^{-1} - (\frac{4}{81})^0 - (-0,5)^{-2} + (2,5)^{-1} \cdot (2,5)^2 = -2 \cdot 2^{-1} - 1 - (-2)^2 + 2,5 = -3,5$ ; в)  $(\frac{1}{2})^{-1} \cdot (4)^{-1} - (-\frac{1}{3})^{-3} + (-0,6)^{-3} \cdot (-0,6)^4 - (4^5)^0 = 2 \cdot 2^{-2} - (3)^3 + (-0,6) - 1 = 0,5 + 27 - 0,6 - 1 = 25,9$ ; г)  $(-0,5)^{-3} \cdot (2)^{-1} - (-2,7)^0 - (-2)^3 \cdot 1,2 - (\frac{2}{3})^{-2} = (-2)^{-3} \times (2)^{-1} - 1 + 8 \cdot 1,2 - (\frac{3}{2})^2 = -8 \cdot \frac{1}{2} - 1 + 9,6 - 2,25 = 2,35$ .

**8.14.** а)  $a^2 \cdot a^{-3} = a^{-1} = \frac{1}{a}$ ; б)  $b^4 \cdot b^{-5} = b^{-1} = \frac{1}{b}$ ; в)  $d \cdot d^{-2} = d^{-1} = \frac{1}{d}$ ; г)  $m^5 \cdot m^{-1} = m^4$ .

**8.15.** а)  $k^6 : k^{-1} = k^7$ ; б)  $l^2 : l^{-1} = l^3$ ; в)  $x^3 : x^{-4} = x^7$ ; г)  $y : y^{-3} = y^4$ .

**8.16.** а)  $2a^{-2} : (\frac{2}{3}a) = \frac{2}{a^2} \cdot (\frac{3}{2a}) = \frac{3}{a^3}$ ; б)  $1,2x^{-2} : (4x^{-5}) = 0,3x^3$ ; в)  $\frac{4}{7}m^7 : (1\frac{3}{4}m^{-3}) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7}m^{10} = \frac{16}{49}m^{10}$ ; г)  $8r^{-5} : (\frac{2}{3}r^{-7}) = 12r^2$ .

**8.17.** а)  $3m^{-2}n^3 : \frac{3}{4}m^{-3}n^3 = 3 \cdot \frac{4}{3}m = 4m$ ; б)  $0,5a^2b^{-2} \times 4a^{-3}b^3 = 2a^{-1}b = \frac{2b}{a}$ ; в)  $\frac{7}{11}t^{-2}s^6 \cdot 1\frac{4}{7}t^{-1}s^{-2} = t^{-3}s^4 = \frac{s^4}{t^3}$ ; г)  $16p^{-1}q^3 : \frac{4}{7}p^{-3}q^2 = 16 \cdot \frac{7}{4}p^2q = 28p^2q$ .

**8.18.** а)  $(a^2 - 1) \cdot a^{-1} = \frac{a^2 - 1}{a}$ ; б)  $(l^3 - l^2)l^{-2} = l - l = 0$ ; в)  $(b - b^3) \cdot b^{-2} = \frac{b(1 - b^2)}{b^2} = \frac{1 - b^2}{b}$ ; г)  $(m^5 - m^4) \cdot m^{-5} = m^4 \cdot (m - 1) \cdot m^{-5} = \frac{m - 1}{m}$ .

**8.19.** а)  $ab^{-1} + a^{-1}b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$ ; б)  $c^{-1}d^2 - c^2d^{-1} = \frac{d^2}{c} - \frac{c^2}{d} = \frac{d^3 - c^3}{cd}$ ; в)  $p^2q^2 \cdot (p^{-2} - q^{-2}) = p^2q^2 \cdot (\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}) =$

$$= p^2 q^2 \cdot \left( \frac{p^2 - q^2}{p^2 q^2} \right) = p^2 - q^2; \text{ г) } mn^{-2} - m^{-2}n = \frac{m}{n^2} - \frac{n}{m^2} = \frac{m^3 - n^3}{m^2 n^2}.$$

$$\text{8.20. а) } (b^{-1} + a^{-1}) \cdot (a + b)^{-1} = \frac{(\frac{1}{b} + \frac{1}{a})}{a+b} = \frac{1}{ab}; \text{ б) } (x^{-2} - y^{-2}) : (x - y) = \frac{\frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2}}{x - y} = -\frac{x+y}{x^2 y^2}; \text{ в) } (m^{-2} + n^{-2}) : (m^2 + n^2) = \frac{\frac{n^2 + m^2}{m^2 n^2}}{m^2 + n^2} = \frac{1}{n^2 m^2}; \text{ г) } (ab^{-2} + a^{-2}b) \cdot \left( \frac{a^{-1}}{b} \right)^{-2} = \left( \frac{a^3 + b^3}{a^2 b^2} \right) \cdot a^2 b^2 = a^3 + b^3.$$

$$\text{8.21. а) } (b^{-1} + a^{-1}) \cdot \left( \frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) \cdot (a + b)^{-1} = \left( \frac{a+b}{ab} \right) \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab}; \text{ б) } ((s^{-1} + t^{-1}) : (\frac{1}{s^{-2}} - \frac{1}{t^{-2}}))^{-1} = ((\frac{1}{s} + \frac{1}{t}) : (s^2 - t^2))^{-1} = \left( \frac{s+t}{st(s^2 - t^2)} \right)^{-1} = \frac{st(s^2 - t^2)}{s+t} = st(s - t).$$

$$\text{8.22. а) } \frac{b^5 b^{-8}}{b^{-1}} = b^{-2} = (3^{-1})^{-2} = 3^2 = 9; \text{ б) } \frac{n^{-15} \cdot n}{n^{-12}} = n^{-2} = 4^{-2} = \frac{1}{16}.$$

$$\text{8.23. а) } \left( \frac{x+4}{3 \cdot (x+1)} - \frac{1}{x^2 - 1} \right) \cdot \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{x+1}{3 \cdot (x+1)} \times \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{x-1+2}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{1}{x-1} \\ \text{б) } \left( \frac{x+10}{5 \cdot (x+5)} - \frac{1}{x+5} \right) \cdot \frac{5}{x-5} - \frac{10}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{x+10-5}{5 \cdot (x+5)} - \frac{5}{x-5} - \frac{10}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{1}{x-5} - \frac{10}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{x-5}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{1}{x+5}.$$

$$\text{8.24. а) } \frac{2-a-\frac{5}{a+2}}{\frac{5}{4-a^2}-1} = \frac{4-a^2-5}{a+2} \cdot \frac{4-a^2}{5-(4-a^2)} = a - 2; \\ \text{б) } \frac{\frac{1}{x^2-1}-3}{3 \cdot (x-1)-\frac{1}{x+1}} = \frac{1-3 \cdot (x^2-1)}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{3 \cdot (x^2-1)-1} = \frac{1}{1-x}.$$

$$\text{8.25. а) } \frac{\frac{3}{2-\frac{1}{x^2}}}{2-\frac{1}{x^2}} - \frac{\frac{3}{2+\frac{1}{x^2}}}{2+\frac{1}{x^2}} = \frac{3}{x^2-1} - \frac{3}{2x^2+1} = \frac{6}{4x^4-1} = \frac{6}{4 \cdot 2^4 - 1} = \frac{6}{63} = \frac{2}{21}; \text{ б) } \frac{9}{2x-1} - \frac{9}{2x+1} = \frac{18}{4x^2-1} = \frac{18}{4 \cdot 5^2 - 1} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}.$$

$$\text{8.26. а) } \frac{2x(2-x)^{-1}}{1-(\frac{2-x}{2x})^{-1}} = \frac{2x}{2-x-2x} = \frac{2x}{2-3x} = \frac{5/6}{2-9/5} = 6; \\ \text{б) } \frac{3x(2-x)^{-1}}{2-(\frac{2-x}{3x})^{-1}} = \frac{3x}{4-2x-3x} = \frac{3x}{4-5x} = \frac{3 \cdot (5/7)}{4-5 \cdot (5/7)} = 5.$$

$$\text{8.27. а) } \frac{\frac{x}{2}-\frac{1}{x}}{\frac{x}{2}+\frac{1}{x}} = \frac{2y-x}{2y+x} = \frac{2\frac{y}{x}-1}{2\frac{y}{x}+1} = \frac{\frac{2}{3}-1}{\frac{2}{3}+1} = -\frac{1}{5}; \text{ б) } \frac{\frac{1}{x}-\frac{3}{y}}{\frac{1}{x}+\frac{3}{y}} = \frac{y-3x}{y+3x} = \frac{4-3 \cdot 1}{4+3 \cdot 1} = \frac{1}{7}.$$

$$\boxed{8.28.} \quad a) \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{9}{y^2}} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y-3x}{xy} \cdot \frac{x^2 y^2}{y^2 - 9x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y}{y+3x} = \frac{1}{1+3\frac{x}{y}} =$$

$$= \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{2}{5}; \quad 6) \frac{\frac{1}{x} + \frac{2}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{4}{y^2}} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y+2x}{xy} \cdot \frac{x^2 y^2}{y^2 - 4x^2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{y}{y-2x} = \frac{\frac{y}{x}}{\frac{y}{x}-2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\frac{x}{y}}}{\frac{1}{\frac{x}{y}}-2} = -\frac{1}{9}.$$

$$\boxed{8.29.} \quad a) t = x^{-1}, 4t^2 - t + 1 = 0; t = \frac{1}{2} \Rightarrow x^{-1} = \frac{1}{2}, x = 2;$$

$$6) t = x^{-2}; t^2 - 8t + 16 = 0; t = 4 \Rightarrow x^{-2} = 4; x = \frac{1}{2};$$

$$b) t = x^{-1}; 9t^2 + 6t + 1 = 0; t = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = -3; r) t = x^{-2};$$

$$t^2 - 18t + 81 = 0; t = 9 \Rightarrow x = \frac{1}{3}.$$

$$\boxed{8.30.} \quad \left( \frac{y^2 \cdot (xy^{-1} - 1)^2}{x(1+x^{-1}y^2)} \cdot \frac{y^2 \cdot (x^{-2} + y^{-2})}{x(xy^{-1} + x^{-1}y)} \right) \cdot \frac{1-x^{-1}y}{xy^{-1}+1} = \frac{y^2 \cdot (xy^{-1} - 1)^2}{x(1+x^{-1}y)^2} \times$$

$$\times \frac{y^2 \cdot (x^{-2} + y^{-2})}{x^2 y(x^{-2} + y^{-2})} \cdot \frac{1+xy^{-1}}{1-x^{-1}y} = \frac{(x-y)^2 y}{x(x+y)^2} \cdot \frac{(x+y)x}{y(x-y)} = \frac{x-y}{x+y}$$

$$\boxed{8.31.} \quad \left( \frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}} \right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{b^n}{a^n} + \frac{a^n}{b^n}} - \frac{1}{\frac{b^n}{a^n} - \frac{a^n}{b^n}}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{(a^n b^n)(b^n - a^n \cdot 1)} - \frac{b^n - a^n \cdot 1}{(a^n b^n)(a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{(a^n b^n)(b^n - a^n)} - \frac{b^n - a^n}{(a^n b^n)(a^n + b^n)}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^n b^n}{b^n - a^n} - \frac{b^n - a^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^n b^n}{a^n + b^n}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{(a^n + b^n)a^n b^n}{a^n b^n(b^n - a^n)} - \frac{(b^n - a^n)a^n b^n}{a^n b^n(a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{b^n - a^n} - \frac{b^n - a^n}{a^n + b^n}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{-(b^n - a^n)(b^n - a^n) + (a^n + b^n)(a^n + b^n)}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{(a^n + b^n)^2 - (b^n - a^n)^2}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{2a^n b^n + b^{2n} + (2b^n a^n - a^{2n}) + (a^{2n} - b^{2n})}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{4b^n a^n}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} =$$

$$= \frac{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}{4b^n a^n};$$

$$\frac{1}{4} (a^{-n} b^n - a^n b^{-n}) = \frac{1}{4} \left( \frac{b^n}{a^n} - \frac{a^n}{b^n} \right) = \frac{b^n b^n - a^n a^n}{4(a^n b^n)} =$$

$$= \frac{b^n b^n - a^n a^n}{4(a^n b^n)} = \frac{b^{n+n} - a^{n+n}}{4(a^n b^n)} = \frac{b^{2n} - a^{2n}}{4(a^n b^n)} = \frac{b^{2n} - a^{2n}}{4(a^n b^n)}$$

$$= \frac{(b^n)^2 - (a^n)^2}{4(a^n b^n)} = \frac{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}{4(a^n b^n)} = \frac{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}{4a^n b^n}.$$

$$\boxed{8.32.} \quad \frac{2a^{-n} b^{2n}}{b^{2n} - a^{2n}} = \frac{b^{2n} \cdot 2 \cdot \frac{1}{a^n}}{(b^n)^2 - (a^n)^2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot b^{2n}}{a^n ((b^n - a^n)(a^n + b^n))} =$$

$$= \frac{2b^{2n}}{a^n ((b^n - a^n)(a^n + b^n))} = \frac{2b^{2n}}{a^n (b^n - a^n)(a^n + b^n)};$$

$$\frac{1}{\frac{a^{-n} - b^{-n}}{b^{-2n} + (a^{-2n} - a^{-n} b^{-n})}} + \frac{1}{\frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-2n} + b^{-n} a^{-n} + b^{-2n}}} = \frac{1}{\frac{b^n + \frac{1}{b^n}}{\frac{1}{a^n} \cdot b^n + \frac{1}{a^{2n}} + \frac{1}{b^{2n}}}} +$$

$$+ \frac{1}{\frac{\frac{1}{a^n} - \frac{1}{b^n}}{(\frac{1}{a^{2n}} - \frac{1}{a^n \cdot \frac{1}{b^n}}) + \frac{1}{b^{2n}}}} = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{(a^n b^n) \frac{a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}}{a^n} \cdot \frac{1}{a^n b^{2n}}}} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\frac{1}{b^n - a^n}}{\frac{(a^n b^n)(a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}{a^n (a^n b^{2n})}} = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^{2n} b^{2n}}{a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}}} + \\
& + \frac{\frac{1}{(b^n - a^n)(a^{2n} b^{2n})}}{\frac{(a^n b^n)(a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}{a^n (a^n b^{2n})}} = \frac{1}{\frac{b^n - a^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^{2n} b^{2n}}{a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n)}} + \\
& + \frac{\frac{1}{(a^n + b^n) a^{2n} b^{2n}}}{\frac{(a^n b^n)(a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}{a^n (a^n b^{2n})}} = \frac{1}{\frac{(b^n - a^n) a^{2n} b^{2n}}{a^n b^n (a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}} + \\
& + \frac{\frac{1}{(a^n + b^n) a^{2n} b^{2n} - n}}{\frac{1 \cdot 1 (a^n b^n + b^{2n} + a^{2n})}{a^n (a^n b^{2n})}} = \frac{a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}}{(a^n + b^n)^1 a^n b^n} + \frac{a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n)}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n} = \\
& = \frac{a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}}{(a^n + b^n)^1 a^n b^n} + \frac{a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n)}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n} = \\
& = \frac{(b^n - a^n)(a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}) + (a^n + b^n)(a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n (a^n + b^n)^1} = \\
& = \frac{(b^{3n} - a^{3n}) + (a^{3n} + b^{3n})}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n (a^n + b^n)^1} = \frac{2b^{2n}}{(b^n - a^n) a^n (a^n + b^n)}.
\end{aligned}$$

## Домашняя контрольная работа №1

### Вариант 1

1. Знаменатель дроби  $\frac{a-8}{(a+7)(a-12)}$  обращается в нуль при  $a = -7$  и  $a = 12$ , значит при этих значениях дробь не существует. Числитель  $a - 8 = 0$ , при  $a = 8$ , значит дробь равна нулю при  $a = 8$ .

2. 
$$\frac{a^2 - ac + 2ab + b^2 - bc}{ab - c^2 + ac + b^2} = \frac{(a+b)^2 - c(a+b)}{a(b+c) + (b+c)(b-c)} = \frac{(a+b)(a+b-c)}{(b+c)(a+b-c)} = \frac{a+b}{b+c}.$$

3. Упрости в дробь  $\frac{a^2 - 4b^2 - 5a + 10b}{(a+2b)^2 - 25} = \frac{(a-2b)(a+2b) - 5(a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} = \frac{(a+2b-5)(a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} = \frac{a-2b}{a+2b+5}$  получим, что при  $a = 1,9$  и  $b = 0,55$  дробь равняется  $\frac{1,9-1,1}{1,9+1,1+5} = 0,1$ .

4. 
$$\frac{2}{9p-12q} \cdot \frac{4}{9p+12q} + \frac{4p}{16q^2-9p^2} = \frac{6p+8q-12p+16q-12p}{3 \cdot (3q-4q)(3p+4q)} = \frac{-18p+24q}{3 \cdot (3q-4q)(3p+4q)} = \frac{-6 \cdot (3p-4q)}{3 \cdot (3q-4q)(3p+4q)} = -\frac{2}{3p+4q}.$$

5. 
$$\frac{8k+k^2+16}{15k^2+3k} : \frac{16-k^2}{25k^2-1} = \frac{(k+4)^2}{3k(5k-1)} \cdot \frac{(5k-1)(5k+1)}{(4-k)(4+k)} = \frac{(k+4)(5k-1)}{3k(4-k)} = \frac{5k^2+19k-4}{12k-3k^2}.$$

6. 
$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b-c}} \left( 1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right) = \frac{a+b+c}{b+c-a} \cdot \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} = \frac{(a+b+c)(a+b+c)(b+c-a)}{2bc(b+c-a)} = \frac{(a+b+c)^2}{2bc}.$$

7. Упростив выражение  $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x^2+1}\right) =$   
 $= \frac{4x}{x^2-1} : \frac{4x^2}{(x^2-1)(x^2+1)} = \frac{x^2+1}{x}$ , получим, что при  $x = -3\frac{3}{4}$   
 выражение равняется  $\frac{\frac{225}{4}+1}{-\frac{16}{4}} = -\frac{241}{16} = -\frac{241}{16}$ .

8.  $(c^{-1} + d^{-1})^{-1} \cdot \left(\frac{2}{d^{-2}} - \frac{2}{c^{-2}}\right) = \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)^{-1} \cdot (2d^2 - 2c^2) =$   
 $= 2\frac{cd}{c+d}(d^2 - c^2) = 2cd(d - c)$ .

9.  $\left(\frac{2ab}{a^2-b^2} + \frac{a-b}{2a+2b}\right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{4ab+a^2-2ab+b^2}{2 \cdot (a-b)(a+b)} \cdot \frac{b}{b-a} + \frac{b}{b-a} =$   
 $= \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2 \cdot (a-b)(a+b)^2} + \frac{b}{b-a} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1$ .

10. 1) Пусть  $x$  — собственная скорость катера, тогда время которое он шел по течению равно  $\frac{21}{x+1}$ , а время движения против течения  $21 \cdot \frac{21}{x-1}$ . Составим и решим уравнение  $-\frac{21}{x+1} + \frac{21}{x-1} = 15 \text{ мин} = \frac{1}{4} \text{ ч}$ .

2)  $-\frac{21}{x+1} + \frac{21}{x-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{21x+21-21x+21}{x^2-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{42}{x^2-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow$   
 $x^2 - 1 = 42 \cdot 4 = 168 \Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = \pm 13$ .

3) Так как скорость величина неотрицательная, то скорость катера 13 км/ч.

## Вариант 2

1. Знаменатель дроби  $\frac{b+5}{(b-13)(b+7)}$  обращается в нуль при  $b = 13$  и  $b = -7$ , значит при этих значениях дробь не существует. Числитель дроби  $b + 5 = 0$  при  $b = -5$ , значит при  $b = 5$  дробь равна нулю.

2.  $\frac{x^2+zx-zy+y^2-2xy}{xy-y^2+zx+z^2} = \frac{(x-y)^2+z(x-y)}{x(z+y)+(z-y)(z+y)} = \frac{(x-y)(x-y+z)}{(z+x)(x-y+z)} =$   
 $= \frac{x-y}{z+y}$ .

3. При  $x = 3,5$  и  $y = 0,75$ ,  $\frac{(x-2y)^2-49}{x^2-4y^2+7x+14y} =$   
 $= \frac{(x-2y-7)(x-2y+7)}{(x-2y)(x+2y)+7 \cdot (x+2y)} = \frac{x-2y-7}{x+2y} = \frac{3,5-1,5-7}{3,5+1,5} = -1$ .

4.  $\frac{1}{6a-4b} - \frac{1}{6a+4b} + \frac{3a}{9a^2-4b^2} = \frac{1}{2 \cdot (3a-2b)} - \frac{1}{2 \cdot (3a+2b)} +$   
 $+ \frac{3a}{(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{3a+2b-3a+2b+6a}{2 \cdot (3a-2b)(3a+2b)} = \frac{2 \cdot (2b+3a)}{2 \cdot (3a-2b)(3a+2b)} =$   
 $= \frac{1}{3a-2b}$ .

5.  $\frac{3by+6y-5b-10}{7yb-14y} \cdot \frac{b^2-4}{9y^2-25} = \frac{3y(b+2)-5 \cdot (b+2)}{7y(b-2)(3y-5)} \cdot \frac{(b-2)(b+2)}{(3y+5)} =$   
 $= \frac{(b+2)^2}{7y(3y+5)}$ .

$$6. \frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}} : \frac{x^2 y^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2} = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2} \cdot \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{x^2 y^2} =$$

$$= \frac{4xy}{x^2 y^2} = \frac{4}{xy}.$$

$$7. \text{ При } a = -0,01, \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 3} \cdot \left( \frac{(a+2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right) = \frac{(a-1)^2}{a-3} \times$$

$$\times \left( \frac{2 \cdot (a+2+a)}{4 \cdot (a-1)(a+1) - \frac{3}{a-1}} \right) = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \left( \frac{4 \cdot (a+1)}{4 \cdot (a-1)(a+1) - \frac{3}{a-1}} \right) =$$

$$= \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \frac{a-3}{a(a-1)} = \frac{a-1}{a} = \frac{-0,01-1}{-0,01} = 101.$$

$$8. (x^{-2} - y^{-2}) \cdot \left( \frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}} \right)^{-2} = \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right) \cdot \frac{1}{(x-y)^2} =$$

$$= \frac{x+y}{x^2 y^2 (x-y)}.$$

$$9. \left( \frac{b}{b^2 - 36} - \frac{b-6}{b^2 + 6b} \right) : \frac{2b-6}{b^2 + 6b} - \frac{b}{b-6} = \frac{b^2 - b^2 + 12b - 36}{b(b+6)(b-6)} \cdot \frac{b(b+6)}{2 \cdot (b-3)} -$$

$$- \frac{b}{b-6} = \frac{6}{b-6} - \frac{b}{b-6} = \frac{6-b}{b-6} = -1.$$

10. 1) Пусть  $x$  — собственная скорость моторной лодки, тогда время которое она двигалась по течению  $\frac{16}{x+2}$ , а против течения  $\frac{16}{x-2}$ . Составим и решим уравнение  $\frac{16}{x-2} - \frac{16}{x+2} = 12 \text{ мин} = \frac{1}{5} \text{ ч}.$

$$2) \frac{16}{x-2} - \frac{16}{x+2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{16 \cdot ((x+2) - (x-2))}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{32 \cdot 2}{x^2 - 4} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$x^2 - 4 = 5 \cdot 32 \cdot 2 = 320 \Rightarrow x^2 = 324 \Rightarrow x = \pm 18.$$

3) Так как скорость величина неотрицательная, то скорость лодки  $x = 18 \text{ км/ч}.$

## Глава 2. Функция $y = \sqrt{x}$ . Свойства квадратного корня

### §9. Рациональные числа

**9.1.** а)  $-8 \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-12 \in \mathbb{Q}$ ; в)  $79 \in \mathbb{N}$ ; г)  $15 \in \mathbb{Z}$ .

**9.2.** а)  $-10 \notin \mathbb{N}$ ; б)  $-5,7 \notin \mathbb{Z}$ ; в)  $0 \notin \mathbb{N}$ ; г)  $\frac{2}{13} \notin \mathbb{Z}$ .

**9.3.** а) истина; б) истина; в) ложь; г) ложь.

**9.4.** а) ложь; б) истина; в) истина; г) ложь.

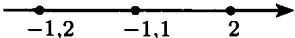
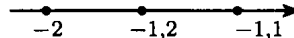
**9.5.** а) истина; б) ложь; в) истина; г) ложь.

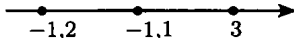
**9.6.** а) истина; б) истина; в) ложь; г) ложь.

**9.7.** а) истина; б) ложь; в) истина; г) ложь.

**9.8.** а) истина; б) ложь; в) истина; г) ложь.

**9.9.** а) истина; б) истина; в) ложь; г) истина

**9.10.** а)  б) 

в) нет такого целого числа; г) 

**9.11.** а) обратное:  $\frac{1}{3}$ , противоположное:  $-3$ ; б) обратное:  $-\frac{1}{12}$ , противоположное:  $12$ ; в) обратное:  $\frac{1}{8}$ , противоположное:  $-8$ ; г) обратное:  $-\frac{1}{7}$ , противоположное:  $7$ .

**9.12.** а) обратное:  $3$ , противоположное:  $-\frac{1}{3}$ ; б) обратное:  $-\frac{7}{2}$ , противоположное:  $\frac{2}{7}$ ; в) обратное:  $\frac{6}{5}$ , противоположное:  $-\frac{5}{6}$ ; г) обратное:  $-\frac{9}{4}$ , противоположное:  $\frac{4}{9}$ .

**9.13.** а)  $1; 5; 10$ ; б)  $-1; -5; -10$ ; в)  $-5; 0; 10$ ; г)  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{6}{100}$ .

**9.14.** а)  $1; 5; 10$ ; б)  $1; 5; 10$ ; в)  $1; 2; 3$ ; г)  $1; 3; 5$ .

**9.15.** а)  $\frac{3}{11} = 0,(27)$ ; б)  $\frac{8}{33} = 0,(24)$ ; в)  $\frac{5}{99} = 0,(05)$ ; г)  $\frac{2}{15} = 0,1(3)$ .

**9.16.** а)  $\frac{29}{6} = 4,(6)$ ; б)  $\frac{34}{9} = 3,(7)$ ; в)  $\frac{53}{12} = 4.41(6)$ ; г)  $\frac{78}{11} = 7.(09)$ .

**9.17.** а)  $6,335 = 6,335(0)$ ; б)  $0,48 = 0,48(0)$ ; в)  $7,31 = 7,31(0)$ ; г)  $91,856 = 91,856(0)$ .

**9.18.** а)  $1 = 1,(0)$ ; б)  $35 = 35,(0)$ ; в)  $108 = 108,(0)$ ; г)  $572 = 572,(0)$ .

**9.19.** а)  $0,(3) = \frac{1}{3}$ ; б)  $0,(15) = \frac{5}{33}$ ; в)  $0,(6) = \frac{2}{3}$ ;  
г)  $0,(108) = \frac{4}{37}$ .

**9.20.** а)  $15,(3) = 15\frac{1}{3}$ ; б)  $2,(14) = 2\frac{14}{99}$ ; в)  $7,(2) = 7\frac{2}{9}$ ;  
г)  $23,(25) = 23\frac{25}{99}$ .

**9.21.** а)  $0,0(24) = \frac{7}{165}$ ; б)  $0,00(3) = \frac{1}{300}$ ; в)  $0,0(6) = \frac{1}{15}$ ;  
г)  $0,00(18) = \frac{1}{550}$ .

**9.22.** а)  $1,6(1) = 1\frac{11}{18}$ ; б)  $2,03(5) = 2\frac{8}{225}$ ; в)  $3,9(12) = 3\frac{301}{330}$ .  
г)  $0,7(72) = \frac{17}{22}$ .

**9.23.** а) 3; б)  $\frac{7}{4}$ ; в) 10; г)  $\frac{15}{2}$ .

**9.24.** а) 1; б) 1,6; в) -4; г)  $\frac{9}{2}$ .

**9.25.** а)  $[-3; 3]$ ; б)  $[25; 100]$ ; в) 4; г)  $\frac{27}{2}$ .

**9.26.** а) обратное число:  $\frac{20}{7}$ , противоположно число -  
-0,35; б) обратное число:  $-\frac{25}{28}$ , противоположно число  
1,12; в) обратное число:  $\frac{10}{37}$ , противоположно число -3,7;  
г) обратное число:  $-\frac{25}{133}$ , противоположно число 5,32.

**9.27.** а)  $\frac{2}{7} = 0,(285714)$ ; б)  $\frac{12}{35} = 0,3(428571)$ ; в)  $\frac{17}{23} =$   
 $= 0,(7391304347826086956521)$ ; г)  $\frac{13}{14} = 0,9(285714)$ .

**9.28.** а)  $0,15(3) = \frac{23}{150}$ ; б)  $0,7(27) = \frac{8}{11}$ ; в)  $0,15(63) = \frac{43}{275}$ ;  
г)  $0,3(306) = \frac{367}{1110}$ .

**9.29.** а)  $1,52(3) = \frac{157}{300}$ ; б)  $2,1(61) = 2\frac{16}{99}$ ; в)  $6.12(8) = 6\frac{29}{225}$ ;  
г)  $0.3(36) = \frac{37}{110}$ .

## **§10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа**

**10.1.** а)  $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ , и  $6 > 0$ ; б)  $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$ , и  
 $11 > 0$ ; в)  $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ , и  $5 > 0$ ; г)  $\sqrt{196} = \sqrt{14^2} = 14$ ,  
и  $14 > 0$ .

**10.2.** а)  $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$  — верно; б)  $\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^2}} = \frac{3}{2} =$   
 $= 1,5$  — верно; в)  $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$  — верно; г)  $\sqrt{1\frac{7}{9}} =$   
 $= \sqrt{\frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{4^2}{3^2}} = \frac{4}{3}$  — верно.

**10.3.** а)  $\sqrt{25} = -5$  — неверно, так как  $-5 < 0$ ; б)  $\sqrt{36} =$   
 $= 6,5$  — неверно, так как  $\sqrt{36} = 6$ ; в)  $\sqrt{100} = 10.1$  —



неверно, так как  $\sqrt{100} = 10$ ; г)  $\sqrt{-81} = -9$  — неверно, так как  $-81 < 0$  и  $-9 < 0$ .

**10.4.** а)  $\sqrt{4} = 2$ ; б)  $\sqrt{25} = 5$ ; в)  $\sqrt{49} = 7$ ; г)  $\sqrt{1} = 1$ .

**10.5.** а)  $\sqrt{144} = 12$ ; б)  $\sqrt{169} = 13$ ; в)  $\sqrt{225} = 15$ ; г)  $\sqrt{361} = 19$ .

**10.6.** а)  $\sqrt{0,36} = \sqrt{(0,6)^2} = 0,6$ ; б)  $\sqrt{0,04} = \sqrt{(0,2)^2} = 0,2$ ; в)  $\sqrt{0,64} = \sqrt{(0,8)^2} = 0,8$ ; г)  $\sqrt{0,81} = \sqrt{(0,9)^2} = 0,9$ .

**10.7.** а)  $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$ ; б)  $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$ ; в)  $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$ ; г)  $\sqrt{\frac{16}{121}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{121}} = \frac{4}{11}$ .

**10.8.** а)  $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$ ; б)  $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$ ; в)  $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$ ; г)  $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}$ .

**10.9.** а)  $\sqrt{1156} = \sqrt{34^2} = 34$ ; б)  $\sqrt{1521} = \sqrt{39^2} = 39$ ; в)  $\sqrt{1024} = \sqrt{32^2} = 32$ ; г)  $\sqrt{1849} = \sqrt{43^2} = 43$ .

**10.10.** а) и б) не имеют смысла.

**10.11.** а)  $a \geq 0$ ; б) при любом  $a$ ; в)  $a \leq 0$ ; г)  $a > 0$ .

**10.12.** а)  $(\sqrt{5})^2 = \sqrt{25} = 5$ ; б)  $\left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2 = \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = \frac{5}{7}$ ; в)  $(\sqrt{4,5})^2 = \sqrt{(4,5)^2} = 4,5$ ; г)  $\left(\sqrt{\frac{1}{12}}\right)^2 = \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2} = \frac{1}{12}$ .

**10.13.** а)  $(-\sqrt{11})^2 = (\sqrt{11})^2 = 11$ ; б)  $-(\sqrt{21})^2 = -\sqrt{21^2} = -21$ ; в)  $-(-\sqrt{2})^2 = -(\sqrt{2})^2 = -2$ ; г)  $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{3^2} = -3$ .

**10.14.** а)  $(2\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2^2}\sqrt{3})^2 = (\sqrt{12})^2 = 12$ ; б)  $(3\sqrt{7})^2 = (\sqrt{3^2}\sqrt{7})^2 = (\sqrt{63})^2 = 63$ ; в)  $(4\sqrt{11})^2 = (\sqrt{4^2}\sqrt{11})^2 = (\sqrt{176})^2 = 176$ ; г)  $(6\sqrt{2})^2 = (\sqrt{6^2}\sqrt{2})^2 = (\sqrt{72})^2 = 72$ .

**10.15.** а)  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$ ; б)  $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 = \frac{1}{7}$ ; в)  $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 = \frac{5}{4}$ ; г)  $\left(-\frac{4}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}$ .

**10.16.** а)  $(\sqrt{3})^6 = ((\sqrt{3})^2)^3 = 3^3 = 27$ ; б)  $(3\sqrt{2})^4 = ((\sqrt{18})^2)^2 = 18^2 = 324$ ; в)  $(-\sqrt{11})^4 = ((\sqrt{11})^2)^2 = 11^2 = 121$ ; г)  $(\sqrt{5})^6 = ((\sqrt{5})^2)^3 = 5^3 = 125$ .

**10.17.** а)  $\sqrt{3 + \sqrt{36}} = \sqrt{3 + 6} = \sqrt{9} = 3$ ; б)  $\sqrt{44 + \sqrt{25}} = \sqrt{44 + 5} = \sqrt{49} = 7$ ; в)  $\sqrt{7 + \sqrt{81}} = \sqrt{7 + 9} = \sqrt{16} = 4$ ; г)  $\sqrt{7 - \sqrt{9}} \sqrt{7 - 3} = \sqrt{4}$ .

**10.18.** а)  $\sqrt{16} + \sqrt{100} = 4 + 10 = 14$ ; б)  $\sqrt{49} + \sqrt{0} = 7 + 0 = 7$ ; в)  $\sqrt{121} - \sqrt{64} = 11 - 8 = 3$ ; г)  $\sqrt{81} + \sqrt{1} = 9 + 1 = 10$ .

**10.19.** а)  $\sqrt{64} \cdot \sqrt{4} = 8 \cdot 2 = 16$ ; б)  $\sqrt{121} \cdot \sqrt{9} = 11 \cdot 3 = 33$ ; в)  $\sqrt{49} \cdot \sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$ ; г)  $\sqrt{25} \cdot \sqrt{225} = 5 \cdot 15 = 75$ .

**10.20.** а)  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,36} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 = 0,2$ ; б)  $0,2 \cdot \sqrt{1600} = 0,2 \cdot 40 = 8$ ; в)  $-7 \cdot \sqrt{0,04} = -7 \cdot 0,2 = -1,4$ ; г)  $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{900} = \frac{1}{5} \cdot 30 = 6$ .

**10.21.** а)  $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$ ; б)  $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$ ; в)  $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$ ; г)  $x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$ .

**10.22.** а)  $x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ ; б)  $x^2 = 11 \Rightarrow x = \pm\sqrt{11}$ ; в)  $x^2 = 13 \Rightarrow x = \pm\sqrt{13}$ ; г)  $x^2 = 17 \Rightarrow x = \pm\sqrt{17}$ .

**10.23.** а)  $\frac{1}{3}x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm 15$ ; б)  $4x^2 - 28 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 28 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$ ; в)  $\frac{1}{6}x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$ ; г)  $3x^2 - 78 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 78 \Rightarrow x^2 = 26 \Rightarrow x = \pm\sqrt{26}$ .

**10.24.** а)  $x > \sqrt{2} \Rightarrow x^2 > 2$ , например  $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4 > 2$ ; б)  $2x < \sqrt{3} \Rightarrow 4x^2 < 3 \Rightarrow x^2 < \frac{3}{4}$ , например  $x = 0 \Rightarrow x^2 = 0 < \frac{3}{4}$ ; в)  $x > \sqrt{5} \Rightarrow x^2 > 5$ , например  $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9 > 5$ ; г)  $3x < \sqrt{11} \Rightarrow 9x^2 < 11 \Rightarrow x^2 < \frac{11}{9}$ , например  $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 < \frac{11}{9}$ .

**10.25.** а)  $2x > \sqrt{5} \Rightarrow x > \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{5}{4}$ , например  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ ,  $x_3 = 4$ ; б)  $2x < \sqrt{7} \Rightarrow x^2 < 3,5$ , например  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 1$ ; в)  $3x < \sqrt{2} \Rightarrow x < \sqrt{\frac{2}{9}} \Rightarrow x^2 < \frac{2}{9}$ , например  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = -1$ ,  $x_3 = 0$ ; г)  $5x > \sqrt{10} \Rightarrow x > \frac{\sqrt{10}}{5}$ ;  $x^2 > \frac{2}{5}$ ;  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_3 = 10$ .

**10.26.** а)  $a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$ , так как  $a > 0$ , то  $a = 2$  см; б)  $a^2 = 100 \Rightarrow a = \pm 10$ , так как  $a > 0$ , то  $a = 10$  см; в)  $a^2 = 2,25 \Rightarrow a = \pm 1,5$ , так как  $a > 0$ , то  $a = 1,5$  см; г)  $a^2 = 17 \Rightarrow a = \pm\sqrt{17}$ , так как  $a > 0$ , то  $a = \sqrt{17}$  м.

**10.27.** а)  $\sqrt{x} = 11 \Rightarrow x = 11^2 = 121$ ; б)  $\sqrt{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$ ; в)  $\sqrt{x} = 1,1 \Rightarrow x = 1,1^2 = 1,21$ ; г)  $\sqrt{x} = \frac{7}{8} \Rightarrow x = (\frac{7}{8})^2 = \frac{49}{64}$ .

**10.28.** а) при  $a = 1$ ,  $\sqrt{6 - 2a} = \sqrt{6 - 2} = \sqrt{4} = 2$ ; б) при  $b = 2$ ,  $\sqrt{5b^2 + 10b + 9} = \sqrt{20 + 20 + 9} = \sqrt{49}$ ; в) при  $c = 1,5$ ,  $\sqrt{4 - 2c} = \sqrt{4 - 3} = \sqrt{1} = 1$ ; г) при  $d = 5$ ,  $\sqrt{d^3 - d^2} = \sqrt{125 - 25} = \sqrt{100} = 10$ .

**10.29.** а) при  $a = 4$  и  $b = 7$ ,  $\sqrt{2a - b} = \sqrt{8 - 7} = \sqrt{1} = 1$ ; б) при  $p = 25$  и  $q = 16$ ,  $\sqrt{p + 11} - \sqrt{(\frac{q}{2})^2} = \sqrt{36} - \sqrt{8^2} = 6 - 8 = -2$ ; в) при  $m = 33$  и  $n = 2$ ,  $\sqrt{m - 4n} = \sqrt{33 - 8} = \sqrt{25} = 5$ ; г) при  $s = 25$  и  $t = 16$ ,  $\sqrt{\frac{s}{t}} + \sqrt{\frac{t}{s}} = \sqrt{9} + \sqrt{\frac{1}{9}} = 3\frac{1}{3}$ .

**10.30.** а)  $\sqrt{225} + 3\sqrt{121} = 15 + 3 \cdot 11 = 48$ ; б)  $\frac{9,5}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{9,5}{19} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ; в)  $-0,03 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1$ ; г)  $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ .

**10.31.** а)  $5 - \frac{1}{7}\sqrt{1\frac{27}{169}} = 5 - \frac{1}{7} \cdot \sqrt{\frac{196}{169}} = 5 - \frac{2}{13} = 4\frac{11}{13}$ ; б)  $8 \cdot \sqrt{5\frac{1}{16}} + 3 = 8 \cdot \sqrt{\frac{81}{16}} + 3 = 8 \cdot \frac{9}{4} + 3 = 18 + 3 = 21$ ; в)  $2 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 2 \cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{3}{2}$ ; г)  $4 - \frac{1}{4}\sqrt{5\frac{11}{49}} = 4 - \frac{1}{4} \times \sqrt{\frac{162}{49}} = 4 - \frac{1}{4} \frac{16}{7} = 3\frac{3}{7}$ .

**10.32.** а)  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{196} + 1,5 \cdot \sqrt{036} = \frac{14}{2} + \frac{3}{2} \cdot 0,6 = 7,9$ ; б)  $0,5 \cdot \sqrt{0,04} + \frac{1}{6} \cdot \sqrt{144} = 0,5 \cdot 0,2 + 2 = 2,1$ ; в)  $3,6 \cdot \sqrt{0,25} + \frac{1}{32} \cdot \sqrt{256} = 3,6 \cdot 0,5 + \frac{16}{32} = 2,3$ ; г)  $2,5 \cdot \sqrt{3,24} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{225} = 2,5 \cdot 1,8 - \frac{15}{2} = -3$ .

**10.33.** а) так как  $9 < 14 < 16$ , то  $3 < \sqrt{14} < 4$ ; б) так как  $36 < 48 < 49$ , то  $6 < \sqrt{48} < 7$ ; в) так как  $0 < 0,8 < 1$ , то  $0 < \sqrt{0,8} < 1$ ; г) так как  $25 < 28 < 36$ , то  $-6 < -\sqrt{28} < -5$ .

**10.34.** а) так как  $0 < 0,3 < 1$ , то  $-1 < -\sqrt{0,3} < 0$ ; б) так как  $324 < 325 < 361$ , то  $18 < \sqrt{325} < 19$ ; в) так как  $100 < 105 < 121$ , то  $10 < \sqrt{105} < 11$ ; г) так как  $225 < 238 < 256$ , то  $-16 < -\sqrt{238} < -15$ .

**10.35.** а)  $x \leq \sqrt{5} \Rightarrow x^2 \leq 5$ , значит  $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ ; б)  $2x \leq \sqrt{7} \Rightarrow x^2 \leq \frac{7}{4}$ , значит  $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ ; в)  $3x \leq \sqrt{2} \Rightarrow x^2 \leq \frac{2}{9}$ , значит  $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ; г)  $x \leq \sqrt{3} \Rightarrow x^2 \leq 3$ , значит  $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ .

**10.36.** а)  $x > \sqrt{7} \Rightarrow x^2 > 7$ , значит  $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ ; б)  $x > \sqrt{10} \Rightarrow x^2 > 10$ , значит  $x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ ; в)  $x > \sqrt{62} \Rightarrow x^2 > 62$ , значит  $x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$ ; г)  $x > \sqrt{103} \Rightarrow x^2 > 103$ , значит  $x^2 = 121 \Rightarrow x = 11$ .

**10.37.** а)  $\sqrt{5} < \sqrt{9} = 3$ , значит  $[1, \sqrt{5}]$  содержит два целых числа; б)  $-\sqrt{2} > -\sqrt{4} = -2$  и  $\sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$ , значит  $(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$  содержит три целых числа; в)  $-\sqrt{3} > -\sqrt{4} = -2$  и  $\sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$ , значит  $[-\sqrt{3}; \sqrt{6}]$  содержит четыре целых числа; г)  $\sqrt{7} > \sqrt{4} = 2$ , значит  $(\sqrt{7}; 7)$  содержит четыре целых числа.

**10.38.** а)  $\sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x-1 = 9 \Rightarrow x = 10$ ; б)  $\sqrt{4x+1} = 7 \Rightarrow 4x+1 = 49 \Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 12$ ; в)  $\sqrt{x+2} = 5 \Rightarrow x+2 = 25 \Rightarrow x = 23$ ; г)  $\sqrt{7x-1} = 1 \Rightarrow 7x-1 = 1 \Rightarrow 7x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$ .

**10.39.** а)  $\sqrt{289-x^2} = 8 \Rightarrow 289-x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm 15$ ; б)  $\sqrt{x^2+144} = 13 \Rightarrow x^2+144 = 169 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$ ; в)  $\sqrt{25-x^2} = 0 \Rightarrow 25-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$ ; г)  $\sqrt{x^2-144} = 5 \Rightarrow x^2-144 = 25 \Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = \pm 13$ .

**10.40.** а)  $\sqrt{2116} = \sqrt{529 \cdot 4} = \sqrt{23^2 \cdot 2^2} = 23 \cdot 2 = 46$ ; б)  $\sqrt{4225} = \sqrt{169 \cdot 25} = \sqrt{13^2 \cdot 5^2} = 13 \cdot 5 = 65$ ; в)  $\sqrt{9801} = \sqrt{121 \cdot 81} = \sqrt{11^2 \cdot 9^2} = 11 \cdot 9 = 99$ ; г) так как  $3^2 = 9$ , то  $\sqrt{5329} = 73$ .

**10.41.** а) так как  $8464 < 8467 < 8649 \Rightarrow 92 < \sqrt{8467} < 93$ , то  $\sqrt{8467} \notin Z$ ; б) так как  $2209 < 2215 < 2304 \Rightarrow 47 < \sqrt{2215} < 48$ , то  $\sqrt{2215} \notin Z$ ; в) так как  $2025 < 2113 < 2116 \Rightarrow 45 < \sqrt{2113} < 46$ , то  $\sqrt{2113} \notin Z$ ; г) так как  $1225 < 1228 < 1296 \Rightarrow 35 < \sqrt{1228} < 36$ , то  $\sqrt{1228} \notin Z$ .

**10.42.** а)  $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ ; б)  $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ ; в)  $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$ ; г)  $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$ .

**10.43.** а)  $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10$ ; б)  $\sqrt[3]{3,375} = \sqrt[3]{1,5^3} = 1,5$ ; в)  $\sqrt[3]{0,001} = \sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$ ; г)  $\sqrt[3]{7^{12}} = \sqrt[3]{(7^4)^3} = 7^4$ .

## §11. Иррациональные числа

**11.1.** а)  $\sqrt{9} = 3$  — рациональное число; б)  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$  — иррациональное число; в)  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$  — иррациональное число; г)  $\sqrt{25} = 5$  — рациональное число.

**11.2.** Возведем числа в квадрат: а)  $6,1 < \sqrt{38} < 6,2$ ;  $37,21 < 38 < 38,44$  — верно; б)  $10,5 < \sqrt{111} < 10,6$ ;  $110,25 < 111 < 112,36$  — верно; в)  $4,4 < \sqrt{20} < 4,5$ ;  $19,36 < 20 < 20,25$  — верно; г)  $21,5 < \sqrt{463} < 21,6$ ;  $462,25 < 463 < 466,56$  — верно.

**11.3.**  $4 < 7 < 9 \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$ .

**11.4.**  $4 < \sqrt{20} < 5$ ,  $4 < \sqrt{21} < 5$ ,  $4 < \sqrt{22} < 5$ .

**11.5.** а)  $\sqrt{7} < 3$ , так как  $7 < 9$ ; б)  $\sqrt{173} > 4$ , так как  $17,3 > 16$ ; в)  $\sqrt{5} > 2$ , так как  $5 > 4$ ; г)  $\sqrt{10} > 3,16$ , так как  $10 > 9,9856$ .

**11.6.** а)  $-\sqrt{12} > -4$ , так как  $-3,4... > -4$ ; б)  $-\sqrt{25,6} < -5$ , так как  $-5,05... < -5$ ; в)  $-\sqrt{19} > -4,5$ , так как  $-4,35... > -4,5$ ; г)  $-\sqrt{37} > 6,1$ , так как  $-6,08... > -6,1$ .

**11.7.** а)  $(6 + \sqrt{2}) + (6 - \sqrt{2}) = 12$ ; б)  $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$ ; в)  $(3 + 2\sqrt{5}) + (3 - \sqrt{20}) = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6$ ; г)  $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3}) = 7 - 3 = 4$ .

**11.8.** а)  $(1 + \sqrt{5}) + (1 - \sqrt{5}) = 2$ ; б)  $1 - \sqrt{5} + \sqrt{5} = 1$ .

**11.9.** а)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$ . б)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$ .

**11.10.** Нет, неверно, так как  $\sqrt{x^2} = x$ .

**11.11.** а)  $\sqrt{4} = 2$ ; б)  $\sqrt{6,25} = 2,5$ ; в)  $\sqrt{2} = 1,41421...;$  г)  $\sqrt{25} = 5, (0)$ .

**11.12.** а) Пусть  $r = 5 + \sqrt{3}$  — рациональное число, тогда  $r - 5 = \sqrt{3}$  — рациональное число, но  $\sqrt{3}$  — иррациональное число, следовательно  $5 + \sqrt{3}$  — иррациональное число. б) Пусть  $r = 7 - \sqrt{2}$  — рациональное число, тогда  $7 - r = \sqrt{2}$  — рациональное число, но  $\sqrt{2}$  — иррациональное число, следовательно  $2 - \sqrt{2}$  — иррациональное число. в) Пусть  $r = 1 + \sqrt{8}$  — рациональное число, тогда  $r - 1 = \sqrt{8}$  — рациональное число, но  $\sqrt{8}$  — иррациональное число, следовательно  $1 + \sqrt{8}$  — иррациональное число. г) Пусть  $r = 3 - \sqrt{5}$  — рациональное число, тогда

$3 - r = \sqrt{5}$  — рациональное число, но  $\sqrt{5}$  — иррациональное число, следовательно  $5 + \sqrt{3}$  — иррациональное число.

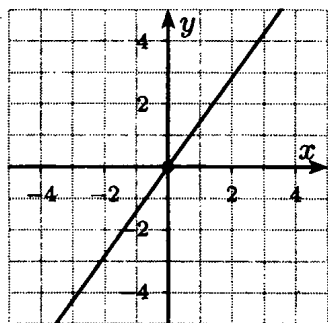
**11.13.** Пусть  $r$  — рациональное число, а  $i$  — иррациональное, тогда  $a = r + i$  — иррациональное число, так как иначе, если  $a$  — рациональное число, то  $i = a - r$  — рациональное число, но  $i$  — иррациональное число.

**11.14.** Пусть  $r$  — рациональное число, а  $i$  — иррациональное, тогда  $a = r \cdot i$  — иррациональное число, так как иначе, если  $a$  — рациональное число, то  $i = \frac{a}{r}$  — рациональное число, но  $i$  — иррациональное число.

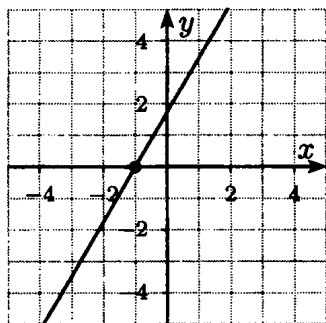
**11.15.** а)  $r + a$  — иррациональное число; б)  $a^2$  — рациональное или иррациональное число; в)  $2a$  — рациональное или иррациональное число; г)  $r^2 - a^2$  — рациональное или иррациональное число.

**11.16.** Так как  $y = \sqrt{2}x \Rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{2}$  — иррациональное число, то  $x$  и  $y$  не могут быть целыми, кроме  $x = y = 0$ .

**11.17.** Так как  $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{y - \sqrt{3}}{x} = \sqrt{3}$  — иррациональное число, то  $x$  и  $y$  не могут быть целыми, кроме  $x = -1, y = 0$ .



11.16.



11.17.

## §12. Множество действительных чисел

**12.1.** а) 0, 1, 2; б)  $\sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{10}$ ; в) -5, 1, 5; г) 2,5,  $\sqrt{7}$ , 0.

**12.2.** а) 5,6, 8, 0; б) 0, 4, 7; в)  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{11}$ ; г) таких чисел нет.

**12.3.** На координатной прямой есть точки с иррациональными координатами. Необходимо добавить иррациональные числа.

**12.4.** а)  $7,5 > 7,498$ ; б)  $3,1416 > 3,14159$ ; в)  $54,46 < 54,64$ ; г)  $1,2112 < 1,2121$ .

**12.5.** а)  $-0,25 > -0,26$ ; б)  $-5,123 > -5,1231$ ; в)  $-27,36 > -27,63$ ; г)  $-7,3434 > -7,4343$ .

**12.6.** а)  $3,(7) > \frac{26}{7}$ ; б)  $0,(1) = \frac{1}{9}$ ; в)  $6,3 = 6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$ ; г)  $4,(2) > \frac{21}{5} = 4,2$ .

**12.7.** а)  $4,8 < \sqrt{29}$ ;  $23,24 < 29$ ; б)  $-\sqrt{10} < -3,16$ ;  $10 > -9,9856$ ; в)  $-\sqrt{3} < -\frac{71}{41}$ ;  $-1,732... < -1,731...$ ; г)  $\sqrt{45} > 5,9$ ;  $6,7... > 5,9$ .

**12.8.** а)  $x - y = 3 > 0 \Rightarrow x > y$ ; б)  $x - y = -0,001 \Rightarrow x < y$ ; в)  $x - y = \sqrt{7} > 0 \Rightarrow x > y$ ; г)  $x - y = -\sqrt{3} < 0 \Rightarrow x < y$ .

**12.9.** Так как  $a < b$ , то  $a - b < 0$ , следовательно подходит только б).

**12.10.** Так как  $a(a+2) - (a-3)(a+2) = a^2 + 2a - a^2 - 2a + 3a + 6 = 3a + 6$ , то при  $a > 0 \Rightarrow a(a+2) > (a-3)(a+2)$ , значит при: а)  $a = 2$ ,  $a(a+2) > (a-3)(a+2)$ ; б)  $a = -\sqrt{3} \Rightarrow a(a+2) < (a-3)(a+2)$ ; в)  $a = 3,23 \Rightarrow a(a+2) > (a-3)(a+2)$ ; г)  $a = -\sqrt{5} \Rightarrow a(a+2) < (a-3)(a+2)$ .

**12.11.** а)  $x = y - 5 \Rightarrow x - y = -5 \Rightarrow x < y$ ; б)  $x + 1 = 2y$ , где  $y > 1$ ,  $x = 2y - 1 \Rightarrow x - y = 2y - 1 - y = y - 1 > 0 \Rightarrow x > y$ ; в)  $y + 3 = x + 2\sqrt{2} \Rightarrow x - y = 3 - 2\sqrt{2} > 0 \Rightarrow x > y$ ; г)  $y - x = 1 + y^2 > 0 \Rightarrow y > x \Rightarrow x < y$ .

**12.12.** а)  $mn > 0$ ,  $\frac{m}{n} > 0$ ; б)  $mn < 0$ ,  $\frac{m}{n} < 0$ .

**12.13.** а)  $abcd > 0$ , так как  $ab > 0$  и  $cd > 0$ ; б)  $\frac{abd}{c} > 0$ , так как  $ab > 0$  и  $\frac{d}{c} > 0$ ; в)  $\frac{ac}{bd} > 0$ , так как  $\frac{a}{b} > 0$  и  $\frac{c}{d} > 0$ ; г)  $a^2b^3c^4d^5 < 0$ , так как  $a^2b^3 > 0$ ,  $c^4 > 0$ ,  $d^5 < 0$ .

**12.14.**  $A(1,3)$ , так как  $1 < 1,3 < 2$ ;  $B(\pi)$ , так как  $3 < \pi < 4$ .

**12.15.**  $C(-\frac{\pi}{4})$ , так как  $-1 < -\frac{\pi}{4} < 0$ ;  $D(\sqrt{8})$  так как  $2 < \sqrt{8} < 3$ .

**12.16.** а)  $\sqrt{5} = 2,23..., \frac{13}{6} = 2,16...,$  следовательно  $0 < \frac{13}{6} < \sqrt{5}$ ; б)  $\pi = 3,14...,$  следовательно  $3 < 3,1 < \pi$ ;

в)  $\frac{\pi}{6} = 0,52\dots$ , следовательно  $0,6 < 0,5 < \frac{\pi}{6}$ ; г)  $-\sqrt{10} = -3,16\dots$ , следовательно  $-3,2 < -\sqrt{10} < -3$ .

**12.17.** а)  $2\pi = 6,28\dots$ , следовательно  $5,81 < 2\pi < 6,3$ ;  
а)  $-\frac{4}{\sqrt{2}} = -2,282\dots$ ,  $-\frac{15}{7} = -2,14$ , следовательно  $-\frac{4}{\sqrt{2}} < -\frac{15}{7} < 0$ ; в)  $\frac{\pi}{2} = 1,57\dots$ , следовательно  $1,5 < \frac{\pi}{2} < 1,6$ ;  
г)  $-\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,7\dots$ , следовательно  $-1 < -\frac{\sqrt{2}}{2} < -0,5$ .

**12.18.** а)  $pq > 0$ , следовательно либо  $p > 0$  и  $q > 0$ , либо  $p < 0$  и  $q < 0$ ; б)  $p^2q < 0$ , следовательно  $p \neq 0$ , а  $q < 0$ ; в)  $\frac{p}{q} < 0$ , следовательно, либо  $p > 0$  и  $q < 0$ , либо  $p < 0$  и  $q > 0$ ; г)  $\frac{p}{q^2} > 0$ , следовательно  $p > 0$ , а  $q \neq 0$ .

**12.19.**  $a > 0$ : а)  $3a - 6 > 0$ ; б)  $\frac{a-2}{a-1} > 0$ ; в)  $\frac{-5}{2-a} > 0$ ;  
г)  $(a-2)(1-a) < 0$ .

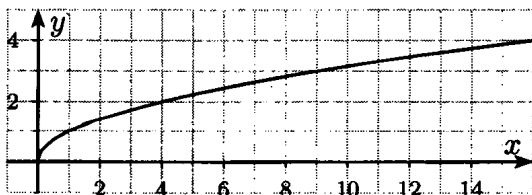
**12.20.**  $b < 3$ : а)  $(b-1)^2 \cdot (b-3) < 0$ ; б)  $\frac{b-4}{3-b} < 0$ ;  
в)  $14 - 4b > 0$ ; г)  $\frac{b^2+7}{(b-7)(3-b)} < 0$ .

**12.21.** а)  $s < 1$ , следовательно  $(s-1)(s-4) > 0$ ; б)  $s > 4$ , следовательно  $(s-1)(s-4) > 0$ ; в)  $1 < s < 4$ , следовательно  $(s-1)(s-4) < 0$ ; г)  $s > 5$ , следовательно  $(s-1)(s-4) > 0$ .

**12.22.** а)  $K(-2)$ ,  $L(-\sqrt{3})$ ,  $M(-\frac{\pi}{2})$ ; б)  $K(\frac{1}{\sqrt{3}})$ ,  $L(1)$ ,  $M(\sqrt{3})$ ; в)  $K(\sqrt{5})$ ,  $L(\frac{\sqrt{21}}{2})$ ,  $M(2,5)$ ; г)  $K(\sqrt{20})$ ,  $L(4,5)$ ,  $M(\frac{3\pi}{2})$ .

### §13. Функция $y = \sqrt{x}$ , её свойства и график

**13.1.**

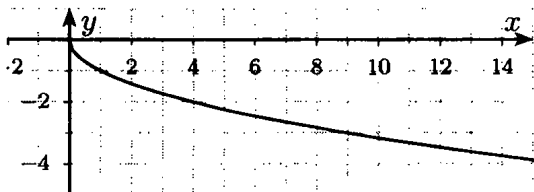


а) 2; 2,6; 4; б) 0; 1; 9; в)  $y_{\min} = 0$ ;  $y_{\max} = 2$ ; г) при  $x > 1$  и при  $x \in [0; 1)$ .

**13.2.** а) 0; 1; 1,5; б) 4; 6,25; 16; в)  $y_{\min} = 1$ ;  $y_{\max} = 3$ ;  
г)  $x > 4$  и при  $x \in [0; 4)$ .



**13.3.**



а)  $-1$ ;  $-1,5$ ;  $-3$ ; б)  $0$ ;  $4$ ;  $16$ ; в)  $y_{\min} = -2$ ;  $y_{\max} = -1,4$ ; г)  $x \in [0; 4)$  и  $x > 4$ .

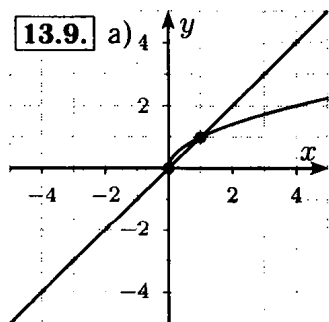
**13.4.** а) да, так как  $y(2) = \sqrt{2}$ ; б) нет, так как  $y(1) = \sqrt{1} = 1 \neq 0$ ; в) да, так как  $y(6,25) = \sqrt{6,25} = 2,5$ ; г) нет, так как  $y(-9) = \sqrt{-9}$  не имеет смысла.

**13.5.** а) да; б) нет; в) да; г) нет.

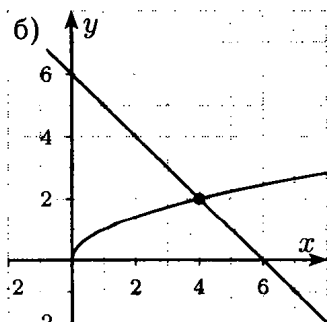
**13.6.** а)  $y_{\min} = 0$  при  $x = 0$ ;  $y_{\max} = 1$  при  $x = 1$ ; б)  $y_{\min}$  не существует;  $y_{\max} = 3$  при  $x = 9$ ; в)  $y_{\min} = 1$  при  $x = 1$ ;  $y_{\max} = 2$  при  $x = 4$ ; г)  $y_{\min} = 2$  при  $x = 4$ ;  $y_{\max}$  не существует.

**13.7.** а)  $y_{\min} = 0$  при  $x^2 = 0$ ;  $y_{\max} = \infty$ ; б)  $y_{\min} = \sqrt{2}$  при  $x = 2$ ;  $y_{\max} = \infty$ ; в)  $y_{\min} = 3$  при  $x^2 = 9$ ;  $y_{\max} = \infty$ ; г)  $y_{\min} = \sqrt{5}$  при  $x = 5$ ;  $y_{\max} = \infty$ .

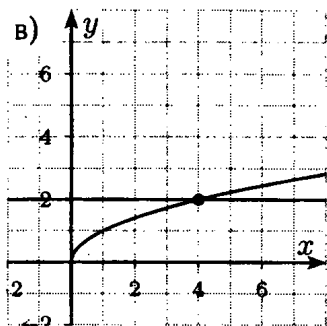
**13.8.** а)  $y_{\min} = -2$ ,  $y_{\max} = 0$ ; б)  $y_{\min} = -\infty$ ,  $y_{\max} = -1$ ; в)  $y_{\min} = -3$ ,  $y_{\max} = -1$ ; г)  $y_{\min} = -3$ ,  $y_{\max} = -\sqrt{2}$ .



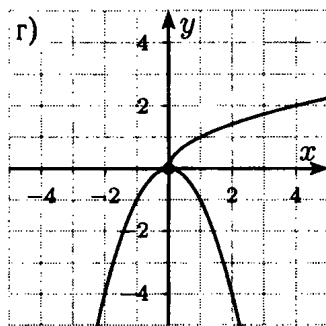
$x = 0$ ,  $x = 1$



$x = 4$

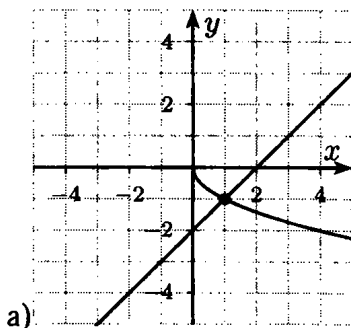


$$x = 4$$

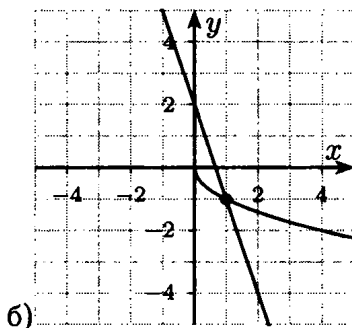


$$x = 0$$

**13.10.**

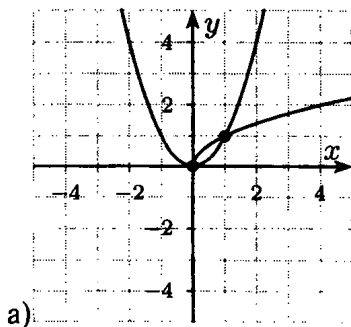


$$x = 1$$

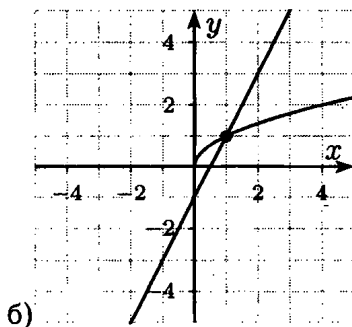


$$x = 1$$

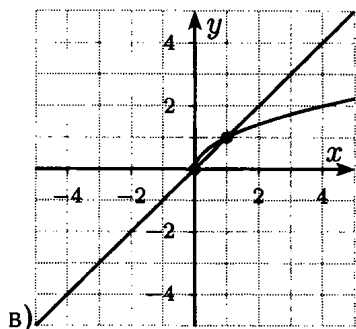
**13.11.**



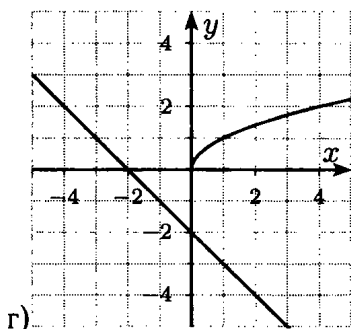
$$(0; 0), (1; 1)$$



$$(1; 1)$$



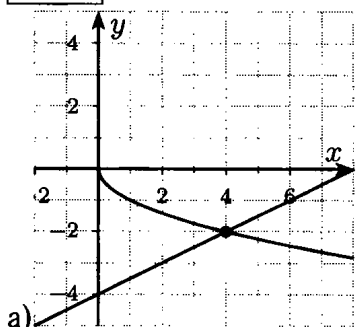
(0;0), (1;1)



г)

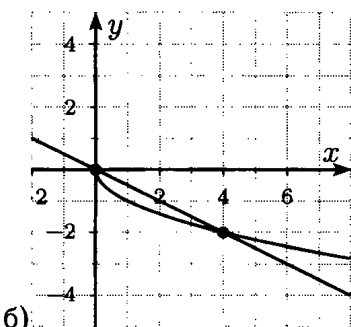
нет решения

**13.12.**



а)

(4; -2), (1; 1)



б)

(0;0), (4; -2)

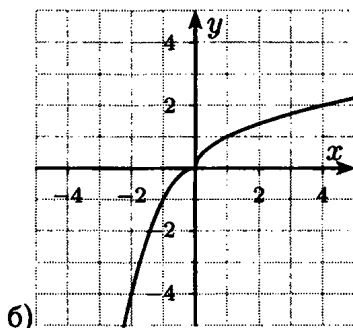
**13.13.** а)  $f(9) = 3$ ;  $f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$ ;  $f(6,25) = 2,5$ ; б)  $f(a) = \sqrt{a}$  при  $a \geq 0$ ;  $f(-a) = \sqrt{-a}$  при  $a \leq 0$ ;  $f(2a) = \sqrt{2a}$  при  $a \geq 0$ ; в)  $f(a+1) = \sqrt{a+1}$  г)  $f(2-a) = \sqrt{2-a}$  при  $a \leq 2$ ;  $f(3a-1) = \sqrt{3a-1}$  при  $a \geq \frac{1}{3}$ ; г)  $f(a)+1 = \sqrt{a}+1$  при  $a \geq 0$ ;  $f(2a)-1 = \sqrt{2a}-1$  при  $a \geq 0$ ;  $f(a-3)+1 = \sqrt{a-3}+1$  при  $a \geq 3$ .

**13.14.** а)  $f(x^4) = \sqrt{x^4} = |x^2| = x^2 = g(x)$ ; б)  $(f(x))^8 = (\sqrt{x})^8 = x^4 = (x^2)^2 = g(x^2)$ .

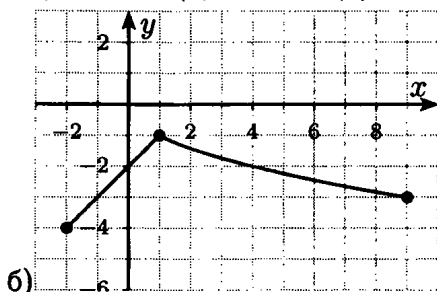
**13.15.** а)  $f(x-1) = \sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x-1 = 9 \Rightarrow x = 10$ ; б)  $f(2x) = \sqrt{2x} = 4 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$ .

**13.16.** а) выпукла вверх на  $[-1; 1]$ ; выпукла вниз на  $[1; 4]$ ; б) выпукла вверх на  $[0; 4]$ ; выпукла вниз на  $(-\infty; 0)$ ; в) выпукла вверх на  $[-3; -2]$  и на  $[-1; 1]$ ; выпукла вниз на  $[-2; -1]$ ; г) выпукла вниз на  $[-3; -1]$  и на  $[-1; +\infty)$ .

**13.17.** а)  $f(-2) = -4$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ ;



- в) 1.  $D(f) = R$ . 2.  $y = 0$  при  $x = 0$ ;  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; 0)$ ;  $y > 0$  при  $x \in (0; +\infty)$  3. Функция непрерывна. 4. Функция неограничена 5.  $y_{\min}$  и  $y_{\max}$  не существуют.  
**13.18.** а)  $f(-2) = -4$ ,  $f(1) = -1$ ,  $f(4) = -2$ ,  $f(9) = -3$ ;



- в) 1.  $D(f) = [-2; 9]$ ;  $F(f) = [-4; -1]$ . 2.  $f(x)$  возрастает на  $[-2; 1]$ ;  $f(x)$  убывает на  $[1; 9]$ . 3. Функция непрерывна. 4. Функция ни четная, ни нечетная, непериодическая; 5.  $y_{\min} = -4$  и  $y_{\max} = -1$ .

**13.19.** а)  $[0; 1]$ ; б)  $[4; 16]$ ; в)  $[0; 9]$ ; г)  $[1; 25]$ .

**13.20.**

а)  $[0; 3]$ ; б)  $[2; +\infty]$ ; в)  $[1; 2]$ ; г)  $[3; +\infty)$ .

**13.21.** а)  $[\sqrt{2}; 2]$ ; б)  $(2; \sqrt{7}]$ ; в)  $[\sqrt{3}; 3]$ ; г)  $[1; \sqrt{5})$ .

**13.22.** а)  $[1; 9]$ ; б)  $[4; +\infty)$ ; в)  $[4; 16]$ ; г)  $[9; +\infty)$ .

**13.23.** а)  $[0; 9]$ ; б)  $[1; 4]$ .

**13.24.** а)  $[0; 2]$ ; б)  $(\sqrt{2}; 3)$ ; в)  $[2; 3]$ ; г)  $(\sqrt{3}; 2)$ .

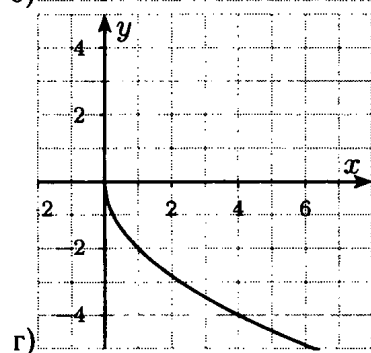
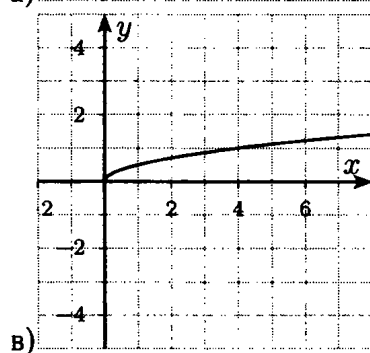
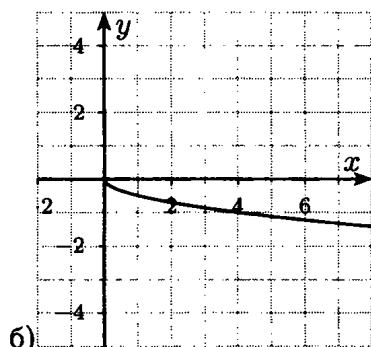
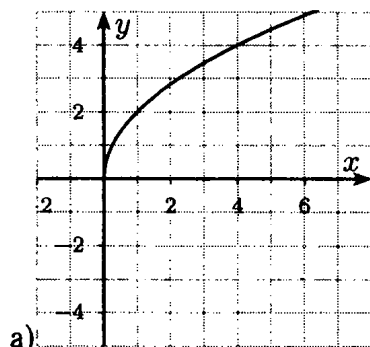
**13.25.** а)  $(1; +\infty)$ ; б)  $(0; \sqrt{5}]$ ; в)  $[0; 2]$ ; г)  $[0; \sqrt{10})$ .

**13.26.** а)  $[0; 4]$ ; б)  $(1; 16)$ ; в)  $[1; 9]$ ; г)  $(4; 9)$ .

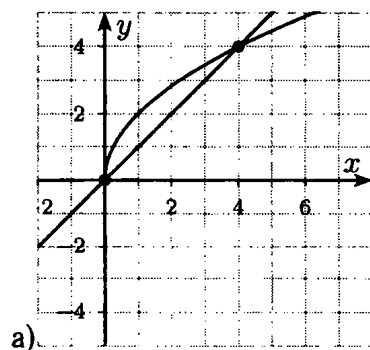
**13.27.** а)  $(1; +\infty)$ ; б)  $[0; 9]$ ; в)  $[0; 4]$ ; г)  $[1; +\infty)$ .

**13.28.** а)  $[-\sqrt{3}; -1]$ ; б)  $(-\infty; -2]$ ; в)  $[-2; -\sqrt{2}]$ ;  
 г)  $(-\infty; -1]$ .

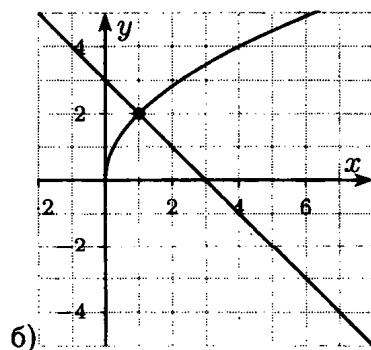
**13.29.**



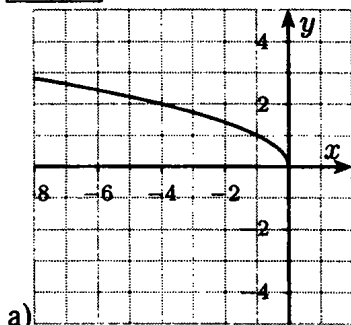
**13.30.**



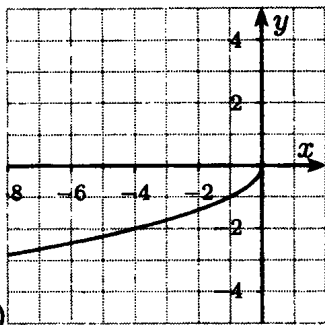
$(0; 0), (4; 4)$



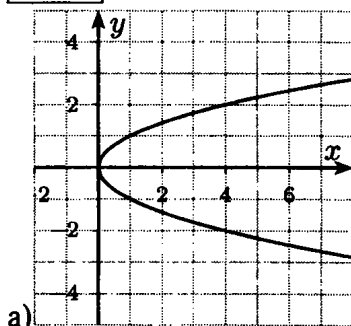
$(1; 2)$

**13.31.**

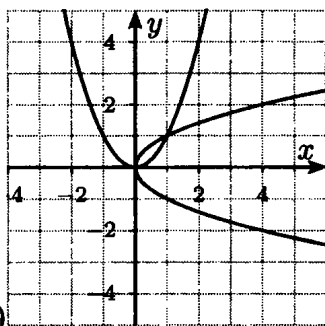
a)



б)

**13.32.**

a)



б)

**§14. Свойства квадратных корней**

**14.1.** а)  $\sqrt{49} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$ ; б)  $\sqrt{1625} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$ ; в)  $\sqrt{4982} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{81} = 7 \cdot 9 = 63$ ; г)  $\sqrt{6436} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 8 \cdot 6 = 48$ .

**14.2.** а)  $\sqrt{0,01 \cdot 0,09} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,09} = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03$ ; б)  $\sqrt{0,36 \cdot 0,49} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{0,49} = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42$ ; в)  $\sqrt{0,4 \cdot 1,21} = \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{1,21} = 0,2 \cdot 1,1 = 0,22$ ; г)  $\sqrt{0,81 \cdot 0,81} = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,81} = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81$ .

**14.3.** а)  $\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ ; б)  $\sqrt{0,64 \cdot 0,36 \cdot 9} = 0,8 \cdot 0,6 \cdot 3 = 1,44$ ; в)  $\sqrt{81 \cdot 100 \cdot 4} = 9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$ ; г)  $\sqrt{0,01 \cdot 81 \cdot 0,25} = 0,1 \cdot 9 \cdot 0,5 = 0,45$ .

**14.4.** а)  $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$ ; б)  $\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}$ ;

в)  $\sqrt{\frac{144}{196}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{196}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ ; г)  $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$ .

**14.5.** а)  $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{63}$ ; б)  $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$ ; в)  $\sqrt{\frac{9}{49} \cdot \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{9}{49}} \cdot \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{28}$ ; г)  $\sqrt{\frac{100}{121} \cdot \frac{4}{81}} = \sqrt{\frac{100}{121}} \cdot \sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{10}{11} \cdot \frac{2}{9} = \frac{20}{99}$ .

**14.6.** а)  $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$ ; б)  $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$ ; в)  $\sqrt{1\frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$ ; г)  $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$ .

**14.7.** а)  $\sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$ ; б)  $\sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{56}{20} = \frac{28}{10} = 2,8$ ; в)  $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot \frac{64}{100}} = \sqrt{\frac{25}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{10} = 1$ ; г)  $\sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 2\frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{14}{9} = 7 \cdot \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$ .

**14.8.** а)  $\sqrt{4^4} = 4^2 = 16$ ; б)  $\sqrt{5^8} = 5^4 = 625$ ; в)  $\sqrt{9^6} = 9^3 = 729$ ; г)  $\sqrt{6^4} = 6^2 = 36$ .

**14.9.** а)  $\sqrt{5^4} = 5^2 = 25$ ; б)  $\sqrt{(-2)^8} = (-2)^4 = 16$ ; в)  $\sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$ ; г)  $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ .

**14.10.** а)  $\sqrt{3^4 \cdot 5^2} = 3^2 \cdot 5 = 45$ ; б)  $\sqrt{2^6 \cdot 7^4} = 2^3 \times 7^2 = 8 \cdot 49 = 392$ ; в)  $\sqrt{7^2 \cdot 3^6} = 7 \cdot 3^3 = 7 \cdot 27 = 189$ ; г)  $\sqrt{2^4 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5 = 20$ .

**14.11.** а)  $\sqrt{\frac{81 \cdot 25}{16}} = \frac{9 \cdot 5}{4} = \frac{45}{4}$ ; б)  $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 121}} = \frac{6}{7 \cdot 11} = \frac{6}{77}$ ; в)  $\sqrt{\frac{9 \cdot 16}{25 \cdot 49}} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$ ; г)  $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 100}} = \frac{11 \cdot 16}{5 \cdot 10} = \frac{276}{50} = \frac{352}{100} = 3,52$ .

**14.12.** а)  $\sqrt{115600} = \sqrt{1156 \cdot 100} = 340$ ; б)  $\sqrt{577600} = \sqrt{5776 \cdot 100} = 760$ ; в)  $\sqrt{608400} = \sqrt{6084 \cdot 100} = 780$ ; г)  $\sqrt{902500} = \sqrt{9025 \cdot 100} = 950$ .

**14.13.** а)  $\sqrt{20,25} = \sqrt{2025 \cdot \frac{1}{100}} = 4,5$ ; б)  $\sqrt{43,56} = \sqrt{4356 \times \frac{1}{100}} = 6,6$ ; в)  $\sqrt{96,04} = \sqrt{9604 \cdot \frac{1}{100}} = 9,8$ ; г)  $\sqrt{37,21} = \sqrt{3721 \cdot \frac{1}{100}} = 6,1$ .

**14.14.** а) 15; б)  $2 \cdot 7^2 = 98$ ; в)  $-3 \cdot 2^3 = -24$ ; г)  $5 \cdot 2^4 = 80$ .

**14.15.** а)  $\sqrt{9a^{16}} = 3a^4$ ; б)  $\sqrt{36b^8} = 6b^4$ ; в)  $\sqrt{49c^4} = 7c^2$ ; г)  $\sqrt{1d^6} = d^3$ .

**14.16.** а)  $-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot 2x = -10x$  б)  $-3\sqrt{9y^6} = -3 \cdot 3y^3 = -9y^3$ ; в)  $-0,1 \cdot \sqrt{100z^8} = -0,1 \cdot 10z^4 = -z^4$ ; г)  $-\sqrt{0,25t^2} = -0,5t$ .

**14.17.** а)  $\sqrt{x^2y^4} = xy^2$ ; б)  $\sqrt{z^6t^8} = z^3t^4$ ; в)  $\sqrt{m^{12}n^{16}} = m^6n^8$ ; г)  $\sqrt{p^8q^{10}} = p^4q^5$ .

**14.18.** а)  $\sqrt{25a^4b^6} = 5a^2b^3$ ; б)  $\sqrt{\frac{81}{49}p^{12}q^{26}} = \frac{9}{7}p^6q^{13}$ ; в)  $\sqrt{36m^2n^8} = 6mn^4$ ; г)  $\sqrt{\frac{1}{4}r^{18}s^2} = \frac{1}{2}r^9s$ .

**14.19.** а)  $\sqrt{\frac{4a^2}{b^6}} = \frac{2a}{b^3}$ ; б)  $\sqrt{\frac{169a^{18}}{25b^{30}}} = \frac{13a^9}{5b^{15}}$ ; в)  $\sqrt{\frac{49a^{11}}{81b^6}} = \frac{7a^{\frac{11}{2}}}{9b^3}$ ; г)  $\sqrt{\frac{576a^{12}}{25b^{26}}} = \frac{24a^6}{5b^{13}}$ .

**14.20.** а)  $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{64} = 8$ ; б)  $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5} \sqrt{9 \cdot 5} \cdot \sqrt{5} = 15$ ; в)  $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{49} = 21$ ; г)  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{9} = 30$ .

**14.21.** а)  $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2} = \sqrt{6,76} = 2,6$ ; б)  $\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{0,7} = \sqrt{1,96} = 1,4$ ; в)  $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{1} = 1$ ; г)  $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{225} = 15$ .

**14.22.** а)  $\sqrt{0,05} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{2,25} = 1,5$ ; б)  $\sqrt{1,92} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5,76} = 2,4$ ; в)  $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{1,2} = \sqrt{3,24} = 1,8$ ; г)  $\sqrt{16,9} \times \sqrt{0,4} = \sqrt{6,76} = 2,6$ .

**14.23.** а)  $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{160}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ ; б)  $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3$ ; в)  $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}} = \sqrt{2,25} = 1,5$ ; г)  $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}} = \sqrt{9} = 3$ .

**14.24.** а)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$ ; б)  $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{192}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$ ; в)  $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{242}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}$ ; г)  $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{49}}{9} = \frac{7}{3}$ .

**14.25.** а)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot (-3)^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{2^{-4}}{(\sqrt{3})^{-4}} (3)^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{2^{-4}}{3^{-2}} \cdot 3^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$ ; б)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-4} : (3)^{-3} = \frac{1}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} - \frac{1}{(\frac{3}{\sqrt{2}})^4} \cdot 3^3 = \frac{1}{3/4} - \frac{1}{81/4} \cdot 27 = \frac{4}{3} - \frac{4}{81} \cdot 27 = 0$ ;

в)  $(\sqrt{6})^{-4} + \left(\frac{6}{\sqrt{2}} 1^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right) = \frac{1}{(\sqrt{6})^4} + \frac{1}{(\frac{6}{\sqrt{2}})^2} \cdot 8 = \frac{1}{36} + \frac{1}{36/2} \times 8 = \frac{1}{36} + \frac{4}{9} = \frac{17}{36}$ ; г)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{6})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2} = \frac{4}{3} \cdot 6 - 5 = 3$ .

**14.26.** а)  $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13 - 12)(13 + 12)} = \sqrt{25} = 5$ ; б)  $\sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25 - 24)(25 + 24)} = \sqrt{49} = 7$ .



$$= 7; \text{ в) } \sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{(41 - 40)(41 + 40)} = 9; \\ \text{г) } \sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85 - 84)(85 + 84)} = 13.$$

$$\text{14.27. а) } 20\sqrt{\frac{a}{400}} = 20\frac{\sqrt{a}}{20} = \sqrt{a}; \text{ б) } \frac{1}{13} \cdot \sqrt{169b} = \frac{1}{13} \times \\ \times 13\sqrt{b} = \sqrt{b}; \text{ в) } \frac{1}{15} \cdot \sqrt{225c} = \frac{1}{15} \cdot 15\sqrt{c} = \sqrt{c}; \text{ г) } 12 \times \\ \times \sqrt{\frac{d}{144}} = 12 \cdot \frac{\sqrt{d}}{12} = \sqrt{d}.$$

$$\text{14.28. а) } \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = 17; \\ \text{б) } \sqrt{145^2 - 144^2} = \sqrt{145 + 144} = 17; \text{ в) } \sqrt{5^2 + 12^2} = \\ = \sqrt{25 + 144} = 13; \text{ г) } \sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{313 + 312} = 25.$$

$$\text{14.29. а) } \sqrt{72,5^2 - 71,5^2} = \sqrt{72,5 + 71,5} = 12; \\ \text{б) } \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{10}\sqrt{3,6} = 6; \text{ в) } \sqrt{9,85^2 - 9,75^2} = \\ = \sqrt{98,5 + 97,5} = 14; \text{ г) } \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{40} \cdot \sqrt{3,6} = 12.$$

$$\text{14.30. а) } \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \frac{\sqrt{41} \cdot \sqrt{289}}{\sqrt{164}} = \frac{17}{2} = 8,5; \\ \text{б) } \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \frac{\sqrt{73} \cdot \sqrt{225}}{\sqrt{73} \cdot \sqrt{841}} = \frac{15}{29}; \text{ в) } \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} = \\ = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{64} \cdot \sqrt{288}} = \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96}; \text{ г) } \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{194,5^2 - 31,5^2}} = \frac{\sqrt{49} \cdot \sqrt{242}}{\sqrt{162} \sqrt{225}} = \\ = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}.$$

$$\text{14.31. а) } \sqrt{4356} = 66; \text{ б) } \sqrt{8464} = 92; \text{ в) } \sqrt{3844} = 62; \\ \text{г) } \sqrt{9025} = 95.$$

$$\text{14.32. а) } \sqrt{0,6} = \frac{\sqrt{60}}{10} \approx 0,77; \text{ б) } \sqrt{240} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{60} \approx 15,4; \\ \text{в) } \sqrt{6000} = \sqrt{60} \cdot 10 \approx 77; \text{ г) } \sqrt{540} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{60} \approx 23,1.$$

$$\text{14.33. а) } \sqrt{810} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{90} \approx 28,5; \text{ б) } \sqrt{360} + 2 = \sqrt{4} \times \\ \times \sqrt{90} + 2 \approx 21; \text{ в) } \sqrt{2250} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{90} \approx 47,5; \text{ г) } \sqrt{9000} - \\ - 4 = \sqrt{90} \cdot 10 - 4 \approx 91.$$

$$\text{14.34. а) при } x > 0; y > 0, \sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}; \text{ б) при } x < 0; \\ y < 0, \sqrt{xy} = \sqrt{-x} \cdot \sqrt{-y}.$$

$$\text{14.35. а) } \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}; \text{ верно при } a = 0, b = 0; \\ a = 0, b = 1; \text{ не верно при } a = 3, b = 2; a = 5 \text{ и } b = 6; \\ \text{б) } \sqrt{ab} = a\sqrt{b}; \text{ верно при } a = 0, b = 0; a = 1, b = 1; \text{ не} \\ \text{верно при } a = 3, b = 2; a = 4, b = 4; \text{ в) } \sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \\ - \sqrt{b}; \text{ верно при } a = 0, b = 0; a = 1, b = 0; \text{ не верно при} \\ a = 4, b = 1; a = 5, b = 1; \text{ г) } \sqrt{ab} = ab; \text{ верно при } a = 0; \\ b = 5; a = 1, b = 1; \text{ не верно при } a = 8, b = 5; a = 2, b = 6.$$

**14.36.** а)  $f(4x) = -\sqrt{4x} = -2\sqrt{x} = 2f(x)$ ; б)  $f(x^4) = -\sqrt{x^4} = -x^2 = -(f(x))^4$ ; в)  $f(0,01x) = -0,1\sqrt{x} = 0,1f(x)$ ; г)  $f(x^5) = -\sqrt{x^5} = -x^2 \cdot \sqrt{x} = x^2 \cdot f(x)$ .

## §15. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня

**15.1.** а)  $\sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$ ; б)  $\sqrt{2 \cdot 144} = 12\sqrt{2}$ ; в)  $\sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$ ; г)  $\sqrt{196 \cdot 7} = 14\sqrt{7}$ .

**15.2.** а)  $\sqrt{\frac{2}{25}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$ ; б)  $\sqrt{\frac{121}{10}} = \frac{11}{\sqrt{10}}$ ; в)  $\sqrt{\frac{6}{49}} = \frac{\sqrt{6}}{7}$ ; г)  $\sqrt{\frac{225}{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}}$ .

**15.3.** а)  $\sqrt{\frac{25}{16 \cdot 2}} = \frac{5}{4\sqrt{2}}$ ; б)  $\sqrt{\frac{36 \cdot 2}{169 \cdot 5}} = \frac{6}{13}\sqrt{\frac{2}{5}}$ ; в)  $\sqrt{\frac{6 \cdot 49}{121}} = \frac{7}{11}\sqrt{6}$ ; г)  $\sqrt{\frac{144 \cdot 3}{7 \cdot 25}} = \frac{12}{5}\sqrt{\frac{3}{7}}$ .

**15.4.** а)  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ; б)  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ; в)  $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ ; г)  $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ .

**15.5.** а)  $\sqrt{275} = \sqrt{25 \cdot 11} = 5\sqrt{11}$ ; б)  $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = 11\sqrt{3}$ ; в)  $\sqrt{675} = \sqrt{225 \cdot 3} = 15\sqrt{3}$ ; г)  $\sqrt{108} = \sqrt{3 \cdot 36} = 6\sqrt{3}$ .

**15.6.** а)  $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ ; б)  $\frac{1}{2}\sqrt{120} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{30} = \sqrt{30}$ ; в)  $\frac{1}{10}\sqrt{200} = \sqrt{2}$ ; г)  $\frac{1}{5}\sqrt{150} = \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{6} = \sqrt{6}$ .

**15.7.** а)  $\sqrt{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ ; б)  $\sqrt{\frac{40}{63}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{10}{7}}$ ; в)  $\sqrt{\frac{54}{125}} = \frac{3}{5}\sqrt{\frac{6}{5}}$ ; г)  $\sqrt{\frac{243}{128}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$ .

**15.8.** а)  $\sqrt{1\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{13}{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{3}}$ ; б)  $\sqrt{10\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$ ; в)  $\sqrt{1\frac{13}{32}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{32}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}$ ; г)  $\sqrt{1\frac{17}{81}} = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}\sqrt{2}$ ;

**15.9.** Рассматривая квадраты чисел: а)  $A = 3\sqrt{50}$  и  $B = 2\sqrt{98}$ ;  $450 > 392 \Rightarrow A > B$ ; б)  $A = 3\sqrt{\frac{8}{9}}$  и  $B = \frac{1}{2}\sqrt{48}$ ;  $8 < 12 \Rightarrow A < B$ ; в)  $A = 4\sqrt{48}$  и  $B = 5\sqrt{27}$ ;  $768 > 675$ ;  $A > B$ ; г)  $A = \frac{1}{7}\sqrt{80}$  и  $B = 2\sqrt{\frac{24}{49}}$ ;  $\frac{80}{49} < \frac{96}{49} \Rightarrow A < B$ .

**15.10.** а)  $\sqrt{4a} = 2\sqrt{a}$ ; б)  $\sqrt{25b} = 5\sqrt{b}$ ; в)  $\sqrt{16c} = 4\sqrt{c}$ ; г)  $\sqrt{49d} = 7\sqrt{d}$ .

**15.11.** а)  $\sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$ ; б)  $\sqrt{b^5} = b^2\sqrt{b}$ ; в)  $\sqrt{c^7} = c^2\sqrt{c}$ ; г)  $\sqrt{d^{11}} = d^5\sqrt{d}$ .

**15.12.** а)  $\sqrt{x^{11}y^2} = x^5y\sqrt{x}$ ; б)  $\sqrt{x^8t^9} = x^4t^4\sqrt{t}$ ; в)  $\sqrt{m^{21}n^{16}} = m^{10}n^8\sqrt{m}$ ; г)  $\sqrt{p^{10}q^{13}} = p^5q^6\sqrt{q}$ .

**15.13.** а)  $\sqrt{100x^3} = 10x\sqrt{x}$ ; б)  $\sqrt{32y^4} = 4y^2\sqrt{2}$ ; в)  $\sqrt{96z^5} = 4z^2\sqrt{6z}$ ; г)  $\sqrt{50t^{10}} = 5t^5\sqrt{2}$ .

**15.14.** а)  $\sqrt{\frac{m^3}{n^3}} = \frac{m}{n}\sqrt{\frac{m}{n}}$ ; б)  $\sqrt{\frac{x^3}{8y^3}} = \frac{x}{2}\sqrt{\frac{x}{2y}}$ ; в)  $\sqrt{\frac{81c^6}{a^3}} = \frac{9c^3}{a}\sqrt{\frac{1}{a}}$ ; г)  $\sqrt{\frac{32c^7}{9b^6}} = \frac{4c^3}{3b^3}\sqrt{2c}$ .

**15.15.** а)  $\sqrt{\frac{50m^4n^3}{9r^4}} = \frac{5m^2n}{3r^2}\sqrt{2n}$ ; б)  $\sqrt{\frac{9x^2y}{4z^2}} = \frac{3x}{2z}\sqrt{y}$ ; в)  $\sqrt{\frac{72a^6b^7}{49y^8}} = \frac{6a^3b^3}{7y^4}\sqrt{2b}$ ; г)  $\sqrt{\frac{27x^{11}y^{13}}{25w^6}} = \frac{3x^5y^6}{5w^3}\sqrt{3xy}$ .

**15.16.** а)  $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ ; б)  $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$ ; в)  $11\sqrt{5} = \sqrt{605}$ ; г)  $7\sqrt{6} = \sqrt{294}$ .

**15.17.** а)  $-3\sqrt{8} = -\sqrt{72}$ ; б)  $-11\sqrt{3} = -\sqrt{363}$ ; в)  $-13\sqrt{5} = -\sqrt{845}$ ; г)  $-6\sqrt{2} = -\sqrt{72}$ .

**15.18.** а)  $\frac{1}{4}\sqrt{32} = \sqrt{2}$ ; б)  $-\frac{2}{3}\sqrt{15} = -\sqrt{4} = 2$ ; в)  $-\frac{5}{2}\sqrt{8} = -\sqrt{100} = -10$ ; г)  $\frac{4}{7}\sqrt{35} = \sqrt{\frac{80}{7}}$ .

**15.19.** а)  $x\sqrt{12} = \sqrt{12x^2}$ ; б)  $y\sqrt{32} = \sqrt{32y^2}$ ; в)  $z\sqrt{5} = \sqrt{5z^2}$ ; г)  $t\sqrt{11} = \sqrt{11t^2}$ .

**15.20.** а)  $a^2\sqrt{7} = \sqrt{7a^4}$ ; б)  $-b\sqrt{10} = -\sqrt{10b^2}$ ; в)  $c^2\sqrt{11} = \sqrt{11c^4}$ ; г)  $-d\sqrt{3} = -\sqrt{3d^2}$ .

**15.21.** а)  $-3x^2\sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{3x^4}$ ; б)  $4x^2y\sqrt{0,5xy} = \sqrt{8x^5y^3}$ ; в)  $-5m^6\sqrt{5m} = -\sqrt{125m^{13}}$ ; г)  $\frac{1}{2}p\sqrt{\frac{20q}{p}} = \sqrt{5pq}$ .

**15.22.** Рассмотрим квадраты чисел: а) 36; 32; 25; 26, искомый порядок: 5;  $\sqrt{26}$ ;  $2\sqrt{8}$ ; 6; б) 4; 7; 12; 9, искомый порядок: 2;  $\sqrt{7}$ ; 3;  $2\sqrt{3}$ ; в) 16; 18; 20, 25; 19, искомый порядок: 4; 3;  $\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{19}$ ;  $4\frac{1}{2}$ ; г) 1;  $\frac{7}{9}$ ;  $\frac{3}{4}$ ; 0,49, искомый порядок: 0,7; 0,5;  $\sqrt{3}$ ;  $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ; 1.

**15.23.** а)  $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x}(2+3-5) = 0$ ; б)  $5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - \sqrt{a} + 2\sqrt{b} = 4\sqrt{a} + 5\sqrt{b}$ ; в)  $\sqrt{z} - 3\sqrt{z} + 9\sqrt{z} = 7\sqrt{z}$ ; г)  $8\sqrt{c} + \sqrt{d} - \sqrt{d} - 4\sqrt{c} = 4\sqrt{c}$ ;

**15.24.** а)  $\sqrt{216} - 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$ ; б)  $\sqrt{20} + \sqrt{125} = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$ ; в)  $\sqrt{125} + 7\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$ ; г)  $\sqrt{32} - \sqrt{128} = 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$ .

**15.25.** а)  $5\sqrt{3} - \sqrt{300} - \sqrt{27} = 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$ ; б)  $2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{80} = 10\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$ ; в)  $3\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{80} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$ ; г)  $3\sqrt{12} + 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{27} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ .

**15.26.** а)  $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a}$ ; б)  $5 + \frac{1}{2}\sqrt{12x} - 10\sqrt{0,03x} = 5\sqrt{3x} + \sqrt{3x} - \sqrt{3x} = 5\sqrt{3x}$ ; в)  $\sqrt{5b} - 2\sqrt{20b} - 3\sqrt{80b} = \sqrt{5b} - 4\sqrt{5b} - 12\sqrt{5b} = -15\sqrt{5b}$ ; г)  $3\sqrt{2y} - \sqrt{8y} + 0,1\sqrt{200y} = 3\sqrt{2y} - 2\sqrt{2y} + \sqrt{2y} = 2\sqrt{2y}$ .

**15.27.** а)  $\sqrt{a^3b} + \frac{2}{3a}\sqrt{a^5b} = a\sqrt{ab} + \frac{2a}{3}\sqrt{ab} = \frac{5}{3}a\sqrt{ab}$ ; б)  $\sqrt{m^5} + 4m\sqrt{m^3} - m^2\sqrt{m} = \sqrt{m}(m^2 + 4m^2 - m^2) = 4m^2\sqrt{m}$ ; в)  $2a\sqrt{a^7b} + \sqrt{a^9b} = 2a^4\sqrt{ab} - a^4\sqrt{ab} = a^4\sqrt{ab}$ ; г)  $\sqrt{81d^3} - 5d\sqrt{d} + \frac{3}{d}\sqrt{4d^5} = 9\sqrt{d} - 5d\sqrt{d} + 6d\sqrt{d} = 10d\sqrt{d}$ .

**15.28.** а)  $(6\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3} = (12\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 21$ ; б)  $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{20}) \cdot \sqrt{5} = (3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}) \times \sqrt{5} = -\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = -5$ ; в)  $(\sqrt{32} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} = (4\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 20$ ; г)  $(2\sqrt{50} - 5\sqrt{2}) \times \sqrt{2} = (10\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 10$ .

**15.29.** а)  $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{x}) = \sqrt{ax} - x$ ; б)  $\sqrt{mn}(\sqrt{m} + \sqrt{n}) = m\sqrt{n} + n\sqrt{m}$ ; в)  $(\sqrt{c} + \sqrt{d})\sqrt{c} = c + \sqrt{cd}$ ; г)  $(\sqrt{p} - \sqrt{q})\sqrt{pq} = p\sqrt{q} - q\sqrt{p}$ .

**15.30.** а)  $(\sqrt{50} + \sqrt{6}) : \sqrt{2} = 5 + \sqrt{3}$ ; б)  $(12\sqrt{45} - 6\sqrt{20}) : 3\sqrt{5} = (36\sqrt{5} - 12\sqrt{5}) : 3\sqrt{5} = 8$ ; в)  $(\sqrt{12} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = (2\sqrt{3} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = (2\sqrt{3} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = 2 - \sqrt{5}$ ; г)  $(4\sqrt{75} - 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3} = (20\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) : 2\sqrt{3} = 12$ .

**15.31.** а)  $(2 + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3} - 2 + 3 - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 1$ ; б)  $(5 + \sqrt{15}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$ ; в)  $(3 - \sqrt{5}) \cdot (5 + \sqrt{5}) = 15 + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 5 = 10 - 2\sqrt{5}$ ;

$$r) (3 + \sqrt{21}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 7\sqrt{3} = -4\sqrt{3}.$$

$$\boxed{15.32.} \quad a) (a + \sqrt{b}) \cdot (2a - 3\sqrt{b}) = 2a^2 + 2a\sqrt{b} - 3b - 3a\sqrt{b} = 2a^2 - a\sqrt{b} - 3b; \quad 6) (2\sqrt{a} - 5\sqrt{3b}) \times (2\sqrt{a} + \sqrt{3b}) = 4a + 2\sqrt{3ab} - 10\sqrt{3ab} - 15b = 4a - 8\sqrt{3ab} - 15b; \quad b) (\sqrt{x} - 2y) \cdot (2\sqrt{x} + y) = 2x + y\sqrt{x} - 4y\sqrt{x} - 2y^2 = 2x - 3y\sqrt{x} - 2y^2; \quad r) (\sqrt{m} - 2\sqrt{n}) \cdot (\sqrt{m} - \sqrt{n}) = m - 2\sqrt{mn} - \sqrt{mn} + 2n = m - 3\sqrt{mn} + 2n;$$

$$\boxed{15.33.} \quad a) (\sqrt{7} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{5}) = 7 - 5 = 2; \quad 6) (7 - 5\sqrt{2}) \cdot (7 + 5\sqrt{2}) = 49 - 50 = -1; \quad b) (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 6 - 2 = 4; \quad r) (8 + 3\sqrt{7}) \cdot (8 - 3\sqrt{7}) = 64 - 63 = 1.$$

$$\boxed{15.34.} \quad a) (a + \sqrt{b}) \cdot (a - \sqrt{b}) = a^2 - b; \quad 6) (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \times (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y; \quad b) (\sqrt{x} + 1) \cdot (\sqrt{x} - 1) = x - 1; \quad 6) (\sqrt{y} + \sqrt{3})^2 = y + 2\sqrt{3y} + 3; \quad r) (\sqrt{3p} - \sqrt{5q}) \times (\sqrt{3p} + \sqrt{5q}) = 3p - 5q.$$

$$\boxed{15.35.} \quad a) (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b; \quad 6) (\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2 = x - 6\sqrt{xy} + 9y; \quad b) (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = m - 2\sqrt{mn} + n; \quad r) (\sqrt{t} + 2\sqrt{x})^2 = t + 4\sqrt{tx} + 4x.$$

$$\boxed{15.36.} \quad a) (\sqrt{2} + 4)^2 = 2 + 8\sqrt{2} + 16 = 18 + 8\sqrt{2}; \quad 6) (\sqrt{5} - 1)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 6 - 2\sqrt{5}; \quad b) (2 + \sqrt{17})^2 = 4 + 4\sqrt{17} + 17 = 21 + 4\sqrt{17}; \quad r) (3 - \sqrt{8})^2 = 9 - 6\sqrt{8} + 8 = 17 - 6\sqrt{8}.$$

$$\boxed{15.37.} \quad a) (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 = 12 - 12\sqrt{6} + 18 = 30 - 12\sqrt{6}; \quad 6) (\sqrt{6} + \sqrt{12})^2 = 6 + 12\sqrt{12} + 12 = 18 + 12\sqrt{2}; \quad b) (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2 = 45 - 30\sqrt{15} + 75 = 120 - 30\sqrt{15}; \quad r) (\sqrt{14} + \sqrt{8})^2 = 14 + 8 + 2\sqrt{814} = 22 + 2\sqrt{814}.$$

$$\boxed{15.38.} \quad a) (\sqrt{m} - \sqrt{n}) \cdot (m + \sqrt{mn} + n) = \sqrt{m^3} - \sqrt{n^3} = m\sqrt{m} - n\sqrt{n}; \quad 6) (c + \sqrt{d}) \cdot (c^2 - \sqrt{d} + d) = c^3 +$$

$$+ d\sqrt{d}; \text{ B) } (\sqrt{r} - 2\sqrt{n}) \cdot (r + 2\sqrt{rn} + 4n) = r\sqrt{r} - 8n\sqrt{n};$$

$$\text{r) } (2\sqrt{s} + 3\sqrt{t}) \cdot (4s - 6\sqrt{st} + 9t) = 8s\sqrt{s} + 27t\sqrt{t}.$$

$$\boxed{15.39.} \text{ a) } \frac{x}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}x}{7}; \text{ б) } \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}; \text{ B) } \frac{y}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}; \text{ r) } \frac{42}{5\sqrt{p}} = \frac{42\sqrt{p}}{5p}.$$

$$\boxed{15.40.} \text{ a) } \frac{3}{\sqrt{a+b}} = \frac{3\sqrt{a+b}}{a+b}; \text{ б) } \frac{a+3}{\sqrt{a^2-9}} = \frac{\sqrt{a+3}}{\sqrt{a-3}} = \frac{\sqrt{a^2-9}}{a-3};$$

$$\text{B) } \frac{1}{\sqrt{c-d}} = \frac{\sqrt{c-d}}{c-d}; \text{ r) } \frac{b-2}{\sqrt{4-b^2}} = -\frac{\sqrt{2-b}}{\sqrt{2+b}} = -\frac{\sqrt{4-b^2}}{2+b}.$$

$$\boxed{15.41.} \text{ a) } \frac{4a}{\sqrt{2a}} = 2\sqrt{2a}; \text{ б) } \frac{a^2b}{\sqrt{ab^3}} = \frac{a^2}{\sqrt{ab}} = a^2 \frac{\sqrt{ab}}{ab} = \frac{a\sqrt{ab}}{b};$$

$$\text{B) } \frac{c^2}{\sqrt{c^5}} = \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c}; \text{ r) } \frac{9a^2bc}{\sqrt{27ab^3c}} = \frac{3a^2bc\sqrt{3ab^3}}{3ab^3c} = \frac{a\sqrt{3abc}}{b}.$$

$$\boxed{15.42.} \text{ a) } \frac{5}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{5 \cdot (\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}; \text{ б) } \frac{1}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{(a-b)^2}; \text{ B) } \frac{3}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{m}+\sqrt{n})}{m-n}; \text{ r) } \frac{6}{(\sqrt{p}+\sqrt{q})} =$$

$$= \frac{6 \cdot (\sqrt{p}-\sqrt{q})^3}{(p-q)^3}.$$

$$\boxed{15.43.} \text{ a) } \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot (\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \sqrt{7} + \sqrt{3}; \text{ б) } \frac{4}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{4 \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{2})}{8} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}; \text{ B) } \frac{6}{\sqrt{15}+\sqrt{12}} = \frac{6 \cdot (\sqrt{15}-\sqrt{12})}{3} =$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{15}-\sqrt{12}); \text{ r) } \frac{36}{\sqrt{18}-\sqrt{12}} = \frac{36 \cdot (\sqrt{18}+\sqrt{12})}{6} = 6 \times$$

$$\times (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}).$$

$$\boxed{15.44.} \text{ a) } \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{3-1} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}; \text{ б) } \frac{\sqrt{5}-3}{3+\sqrt{5}} =$$

$$= -\frac{(\sqrt{5}-3)^2}{9-5} = -\frac{14-6\sqrt{5}}{4} = \frac{3\sqrt{5}-7}{2}; \text{ B) } \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})^2}{4-2} =$$

$$= \frac{6+4\sqrt{2}}{2} = 3 + 2\sqrt{2}; \text{ r) } \frac{5+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}} = \frac{(5+\sqrt{7}) \cdot (5+\sqrt{7})}{(5-\sqrt{7}) \cdot (5+\sqrt{7})} =$$

$$= \frac{25+7+10\sqrt{7}}{25-7} = \frac{32+10\sqrt{7}}{18} = \frac{16+5\sqrt{7}}{9}.$$

$$\boxed{15.45.} \text{ a) } \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y} = \frac{x^2-x\sqrt{y}}{x^2-y}; \text{ б) } \frac{a^2-b}{a-\sqrt{b}} = a + \sqrt{b};$$

$$\text{B) } \frac{s}{2s+\sqrt{3r}} = \frac{s(2s-\sqrt{3r})}{4s^2-3r}; \text{ r) } \frac{25b^2-3a}{\sqrt{3a-5b}} = -(5b + \sqrt{3a}).$$

$$\boxed{15.46.} \text{ a) } \frac{1}{\sqrt{a+3}-2} = \frac{\sqrt{a+3}+2}{a-1}; \text{ б) } \frac{y-3}{\sqrt{4-y}+1} =$$

$$= \frac{(1-\sqrt{4-y}) \cdot (1+\sqrt{4-y})}{\sqrt{4-y}+1} = 1 - \sqrt{4-y}; \text{ B) } \frac{2}{3-\sqrt{2x-1}} =$$

$$= \frac{2 \cdot (3 + \sqrt{2x-1})}{10-2x} = \frac{3 + \sqrt{2x-1}}{5-x}; \text{ r) } \frac{3-b}{2-\sqrt{b+1}} = \frac{4-(b+1)}{2-\sqrt{b+1}} = 2 + \sqrt{b+1}.$$

$$\boxed{15.47.} \text{ a) } \frac{p-\sqrt{pq}+q}{\sqrt{p}-\sqrt{q}} = \frac{\sqrt{p^3}+\sqrt{q^3}}{p-q} = \frac{p\sqrt{p}+q\sqrt{q}}{p-q}; \text{ 6) } \frac{4+2\sqrt{t}+t}{2+\sqrt{t}} = \frac{8-t\sqrt{t}}{4-t}; \text{ B) } \frac{x-3\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3} = \frac{x\sqrt{x}+27}{x-9}; \text{ r) } \frac{a+2\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{a}-8b\sqrt{b}}{a-4b}.$$

$$\boxed{15.48.} \text{ a) } 5 + \sqrt{5} = \sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + 1); \text{ 6) } \sqrt{b} - b = \sqrt{b}(1 - \sqrt{b}); \text{ B) } 3 - \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 1); \text{ r) } \sqrt{a} + a = \sqrt{a}(1 + \sqrt{a}).$$

$$\boxed{15.49.} \text{ a) } 10 + 5\sqrt{3} = 5 \cdot (2 + \sqrt{3}); \text{ 6) } 8 - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - 1); \text{ B) } 20 + 60\sqrt{7} = 20 \cdot (1 + 3\sqrt{7}); \text{ r) } 45 - 9\sqrt{5} = 9\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} - 1).$$

$$\boxed{15.50.} \text{ a) } \sqrt{10} - \sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}); \text{ 6) } 2 + \sqrt{6} - \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1); \text{ B) } \sqrt{5} + 5 - \sqrt{10} = \sqrt{5} \cdot (1 + \sqrt{5} - \sqrt{2}); \text{ r) } 7 + \sqrt{14} - \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{2} - 1).$$

$$\boxed{15.51.} \text{ a) } a - 2\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - 2); \text{ B) } \sqrt{a} - 2a = \sqrt{a}(1 - 2\sqrt{a}); \text{ 6) } \sqrt{3b} - b = \sqrt{b}(\sqrt{3} - \sqrt{b}); \text{ r) } a + \sqrt{ab} = \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b}).$$

$$\boxed{15.52.} \text{ a) } a + b + \sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}(\sqrt{a+b} + 1); \text{ 6) } \sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}(\sqrt{a-b} - 1); \text{ B) } 3a - 3b - 2\sqrt{a-b} = \sqrt{a-b}(3\sqrt{a-b} - 2); \text{ r) } a\sqrt{a-b} + \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a-b}(a + \sqrt{a+b}).$$

$$\boxed{15.53.} \text{ a) } a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = a(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + b(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = (a+b)(\sqrt{a} + \sqrt{b}); \text{ 6) } 2 + b\sqrt{a} - 2\sqrt{ab} - \sqrt{b} = 2 \cdot (1 - \sqrt{ab}) - \sqrt{b}(1 - \sqrt{ab}) = (2 - \sqrt{b})(1 - \sqrt{ab}); \text{ B) } a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1 = \sqrt{ab}(\sqrt{a} + 1) - 1 \cdot (\sqrt{a} + 1) = (\sqrt{ab} - 1)(\sqrt{a} + 1); \text{ r) } ab + a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{ab} = a(b + \sqrt{a}) + \sqrt{b}(b + \sqrt{a}) = (a + \sqrt{b})(b + \sqrt{a}).$$

$$\boxed{15.54.} \text{ a) } a^2 - 5 = (a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5}); \text{ 6) } 25 - p = (5 - \sqrt{p})(5 + \sqrt{p}); \text{ B) } 11 - b^2 = (\sqrt{11} - b)(\sqrt{11} + b); \text{ r) } m - 100 = (\sqrt{m} - 10)(\sqrt{m} + 10).$$

$$\boxed{15.55.} \text{ a) } b - 3 = (\sqrt{b} - \sqrt{3})(\sqrt{b} + \sqrt{3}); \text{ 6) } 16z - 5 = (4\sqrt{z} - \sqrt{5})(4\sqrt{z} + \sqrt{5}); \text{ B) } a - c = (\sqrt{a} - \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{c}); \text{ r) } 7 - 64t = (\sqrt{7} - 8\sqrt{t})(\sqrt{7} + 8\sqrt{t}).$$

$$\boxed{15.56.} \text{ a) } 1 - 2\sqrt{p} + p = (1 - \sqrt{p})^2; \text{ 6) } x + 6\sqrt{xy} + 9y^2 = (\sqrt{x} + 3y)^2; \text{ B) } c - 2\sqrt{cd} + d = (\sqrt{c} - \sqrt{d})^2; \text{ r) } q + 4p\sqrt{q} + 4p^2 = (\sqrt{q} + 2p)^2$$

**15.57.** а)  $49a - 14\sqrt{ab} + b^2 = (7\sqrt{a} - b)^2$ ; б)  $3c^2 + 10\sqrt{3}c + 25 = (\sqrt{3}c + 5)^2$ ; в)  $9 - 6\sqrt{mn} + n = (3\sqrt{m} - \sqrt{n})^2$ ; г)  $2a + 2\sqrt{2ab} + b^2 = (\sqrt{2a} + b)^2$ .

**15.58.** а)  $4 + 4\sqrt{3} + 3 = (\sqrt{3} + 2)^2$ ; б)  $(3 - 2\sqrt{2}) = (\sqrt{2} - 1)^2$ ; в)  $2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^2$ ; г)  $7 - 4\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 2)^2$

**15.59.** а)  $\frac{a^2-7}{a-7} = a + \sqrt{7}$ ; б)  $\frac{b+\sqrt{3}}{3-b^2} = \frac{1}{\sqrt{3}-b}$ ; в)  $\frac{c^2-11}{c-\sqrt{11}} = c + \sqrt{11}$ ; г)  $\frac{b+\sqrt{21}}{21-b^2} = \frac{1}{\sqrt{21}-b}$ .

**15.60.** а)  $\frac{x-9}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} - 3$ ; б)  $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$ ; в)  $\frac{9-\sqrt{t}}{t-81} = \frac{-1}{\sqrt{t}+9}$ ; г)  $\frac{\sqrt{r}+\sqrt{s}}{r-s} = \frac{1}{\sqrt{r}-\sqrt{s}}$ .

**15.61.** а)  $\frac{3\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{9x-16y} = \frac{1}{3\sqrt{x}+4\sqrt{y}}$ ; б)  $\frac{121a^2-144b}{12\sqrt{b}-11a} = -(11a + 12\sqrt{b})$ ; в)  $\frac{25a-49b}{5\sqrt{a}+7\sqrt{b}} = 5\sqrt{a} - 7\sqrt{b}$ ; г)  $\frac{9\sqrt{ab}-4\sqrt{c}}{16c-81ab} = -\frac{1}{4\sqrt{c}+9\sqrt{ab}}$ .

**15.62.** а)  $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ; б)  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}} = \sqrt{2}$ ; в)  $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; г)  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{3}$ .

**15.63.** а)  $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{15}-3} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ ; б)  $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{\sqrt{6}+2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$ ; в)  $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{5-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$ ; г)  $\frac{\sqrt{18}+\sqrt{12}}{\sqrt{15}+\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6}{5}}$ .

**15.64.** а)  $\frac{4a+4\sqrt{3}}{3-a^2} = \frac{4 \cdot (a+\sqrt{3})}{(\sqrt{3}-a)(\sqrt{3}+a)} = \frac{4}{\sqrt{3}-a}$ ; б)  $\frac{x-y}{\sqrt{5y}-\sqrt{5x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{5} \cdot (\sqrt{y}-\sqrt{x})} = -\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{5}}$ ; в)  $\frac{x-25}{3\sqrt{x}+15} = \frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}{3 \cdot (\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}-5}{3}$ ; г)  $\frac{\sqrt{mn}+n}{m-n} = \frac{\sqrt{n}(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$ .

**15.65.** а)  $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ; б)  $\frac{x^2-6x\sqrt{y}+9y}{3\sqrt{y}-x} = 3\sqrt{y} - x$ ; в)  $\frac{\sqrt{s}-\sqrt{r}}{r-2\sqrt{rs}+s} = \frac{1}{\sqrt{s}-\sqrt{r}}$ ; г)  $\frac{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}{3a+5b+\sqrt{60ab}} = \frac{1}{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}$ .

**15.66.** а)  $\frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{x-4y} = \frac{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})(\sqrt{x}-2\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$ ; б)  $\frac{2a+6\sqrt{2ab}+9b}{6a-27b} = \frac{(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})^2}{3 \cdot (\sqrt{2a}-3\sqrt{b})(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2a}+3\sqrt{b}}{\sqrt{2a}-3\sqrt{b}}$ .



$$= \frac{\sqrt{2a+3\sqrt{b}}}{3 \cdot (\sqrt{2a-3\sqrt{b}})}; \text{ B) } \frac{x^2-25y}{x^2+5y-x\sqrt{20y}} = \frac{(x-5\sqrt{y})(x+5\sqrt{y})}{(x-5\sqrt{y})^2} = \frac{x+5\sqrt{y}}{x-5\sqrt{y}};$$

$$\text{r) } \frac{6x^2y-2xy^2}{3x+y-\sqrt{12xy}} = \frac{2xy(\sqrt{3x}-\sqrt{y})(\sqrt{3x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{3x}-\sqrt{y})^2} = \frac{2xy(\sqrt{3x}+\sqrt{y})}{\sqrt{3}\sqrt{x}-\sqrt{y}}.$$

$$\text{15.67. a) } \frac{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = a - \sqrt{ab} + b; \text{ б) } \frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}-2} = x + 2\sqrt{x} + 4;$$

$$\text{B) } \frac{c^3-d^3}{c+\sqrt{cd}+d} = \sqrt{c} - \sqrt{d}; \text{ r) } \frac{27+a\sqrt{a}}{3+\sqrt{a}} = 9 - 3\sqrt{a} + a.$$

$$\text{15.68. a) } \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}\sqrt{x}}{55} = -\frac{\sqrt{y}}{5}; \text{ б) } \frac{11\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} -$$

$$- \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{12\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(3\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x}; \text{ B) } \frac{\sqrt{m}}{12} - \frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{12} =$$

$$= -\frac{\sqrt{n}}{12} \text{ r) } \frac{2\sqrt{c}-\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} - \frac{8\sqrt{c}+6\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} + \frac{\sqrt{c}-3\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} = \frac{2\sqrt{d}-5\sqrt{c}}{5\sqrt{c}}.$$

$$\text{15.69. a) } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{3}{\sqrt{a}+3} = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}+3} = 1; \text{ б) } \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-13} + \frac{13}{13-\sqrt{n}} =$$

$$= \frac{\sqrt{n}-13}{\sqrt{n}-13} = 1; \text{ B) } \frac{4}{\sqrt{q}-4} - \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = \frac{4-\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = -1; \text{ r) } \frac{\sqrt{t}}{3-\sqrt{t}} +$$

$$+ \frac{3}{\sqrt{t}-3} = \frac{\sqrt{t}-3}{3-\sqrt{t}} = -1.$$

$$\text{15.70. a) } \frac{a}{\sqrt{a}-3} - \frac{9}{\sqrt{a}-3} = \frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a}+3; \text{ б) } \frac{c}{\sqrt{c}-10} -$$

$$- \frac{20\sqrt{c}-100}{\sqrt{c}} = \frac{(\sqrt{c}-10)^2}{\sqrt{c}-10} = \sqrt{c} - 10; \text{ B) } \frac{c}{\sqrt{c}+9} - \frac{81}{\sqrt{c}+9} =$$

$$= \frac{(\sqrt{c}-9)(\sqrt{c}+9)}{\sqrt{c}+9} = \sqrt{c} - 9; \text{ r) } \frac{d}{\sqrt{d}+7} + \frac{14\sqrt{d}+49}{\sqrt{d}+7} = \frac{(\sqrt{d}+7)^2}{\sqrt{d}+7} =$$

$$= \sqrt{d} + 7.$$

$$\text{15.71. a) } \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{yz}} = \frac{z+x}{\sqrt{xyz}}; \text{ б) } \frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{m}-\sqrt{r}}{\sqrt{nr}} =$$

$$= \frac{\sqrt{mr}-\sqrt{nr}+m-\sqrt{nu}}{\sqrt{mnr}} = \frac{m-\sqrt{nr}}{\sqrt{mr}}; \text{ B) } \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{cd}} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{dm}} = \frac{m-c}{\sqrt{cdm}};$$

$$\text{r) } \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{ab}-\sqrt{ac}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{bc}+\sqrt{ab}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}}{\sqrt{ac}}.$$

$$\text{15.72. a) } \frac{4}{\sqrt{a}-5} + \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{4\sqrt{a}+\sqrt{a}-5}{a-5\sqrt{a}} = \frac{5 \cdot (\sqrt{a}-1)}{a-5\sqrt{a}}; \text{ б) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} -$$

$$- \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{x+\sqrt{xy}-\sqrt{xy}}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}; \text{ B) } \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}-2} - \frac{\sqrt{b}+3}{\sqrt{b}} =$$

$$= \frac{b+\sqrt{b}-b-\sqrt{b}+6}{\sqrt{b}(\sqrt{b}-2)} = \frac{6}{\sqrt{b}(\sqrt{b}-2)}; \text{ r) } \frac{\sqrt{d}\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{dc}-\sqrt{dc}+d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} =$$

$$= \frac{d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}.$$

$$\text{15.73. a) } \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-12} - \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-8} = \frac{2\sqrt{x}-2-3\sqrt{x}+9}{6 \cdot (\sqrt{x}-4)} = \frac{7-\sqrt{x}}{6 \cdot (\sqrt{x}-4)};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{p}+1}{p-\sqrt{pq}} - \frac{\sqrt{q}-1}{\sqrt{pq}-q} = \frac{\sqrt{pq}+\sqrt{q}-\sqrt{pq}+\sqrt{p}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p}-\sqrt{q})} = \frac{\sqrt{p}+\sqrt{q}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p}-\sqrt{q})};$$

$$\text{B) } \frac{\sqrt{c}-2}{3\sqrt{c}+3} - \frac{3\sqrt{c}-4}{7\sqrt{c}+7} = \frac{7 \cdot (\sqrt{c}-2) - 3 \cdot (3\sqrt{c}-4)}{21 \cdot (\sqrt{c}+1)} = \frac{26-2\sqrt{c}}{21 \cdot (\sqrt{c}+1)};$$

$$\text{r) } \frac{\sqrt{d}+3}{\sqrt{cd}+d} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{cd}+c} = \frac{\sqrt{cd}+3\sqrt{c}-\sqrt{cd}+3\sqrt{d}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \frac{3}{\sqrt{cd}}.$$

**15.74.** а)  $\frac{2}{5+2\sqrt{6}} + \frac{2}{5-2\sqrt{6}} = \frac{10-4\sqrt{6}+10+4\sqrt{6}}{25-24} = 20$  — верно;  
 б)  $\frac{6}{7-4\sqrt{3}} - \frac{6}{7+4\sqrt{3}} = \frac{42+24\sqrt{3}-42+24\sqrt{3}}{49-48} = 48\sqrt{3} = \frac{144}{\sqrt{3}}$  —  
 верно. в)  $\frac{3}{5\sqrt{2}-7} + \frac{3}{5\sqrt{2}+7} = \frac{15\sqrt{2}+21+15\sqrt{2}-21}{50-49} = 30\sqrt{2}$  —  
 верно; г)  $\frac{1}{9+4\sqrt{5}} - \frac{1}{9-4\sqrt{5}} = \frac{-8\sqrt{5}}{81-80} = -8\sqrt{5} = -2\sqrt{80}$  —  
 верно.

**15.75.** а)  $\frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{a-4b} = \frac{a+4b}{a-4b}$ ;  
 б)  $\frac{2\sqrt{a}-3\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+3\sqrt{b}} - \frac{12\sqrt{ab}}{9b-4a} = \frac{4a+9b-12\sqrt{ab}}{4a-9b} + \frac{12\sqrt{ab}}{4a-9b} = \frac{4a+9b}{4a-9b}$ .

**15.76.** а)  $\frac{\sqrt{a}}{x-3\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{a}}{3\sqrt{x}-9} = \frac{3\cdot(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)\cdot\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{x}$ ; б)  $\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{n}} \times$   
 $\times \frac{n}{3+3\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{na}}{3}$ ; в)  $\frac{\sqrt{rx}+r}{x} : \frac{\sqrt{x}+\sqrt{r}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{rx}}{x}$ ; г)  $\frac{6\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}} :$   
 $: \frac{3\sqrt{an}}{2\sqrt{n}-2} - \frac{2\cdot 2}{\sqrt{n}\cdot\sqrt{a}} = \frac{4}{\sqrt{na}}$ .

**15.77.** а)  $\frac{x-16}{8x} : \frac{\sqrt{x}+4}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}}$ ; б)  $\frac{z-25}{z-3\sqrt{z}} : \frac{\sqrt{z}+5}{9-z} =$   
 $= -\frac{(\sqrt{z}-5)(\sqrt{z}+3)}{\sqrt{z}}$ ; в)  $\frac{5-\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{7y}{y-25} = -\frac{7\sqrt{y}}{5+\sqrt{y}}$ ; г)  $\frac{3c-3d}{c+\sqrt{cp}} \times$   
 $\times \frac{\sqrt{c}+\sqrt{p}}{6\sqrt{d}-6\sqrt{c}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{c}} = -\frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{2\sqrt{c}}$ .

**15.78.** а)  $\frac{x-10\sqrt{x}+25}{3\sqrt{x}+12} : \frac{2\sqrt{x}-10}{x-16} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2\cdot(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}{3\cdot(\sqrt{x}+4)2\cdot(\sqrt{x}-5)} =$   
 $= \frac{(\sqrt{x}\sqrt{x})}{6}$ ; б)  $\frac{1-a}{4\sqrt{a}+8} \cdot \frac{a+4\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{b}3-3\sqrt{a}} = \frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})^2}{12\cdot(\sqrt{a}+2\sqrt{b})(1-\sqrt{a})} =$   
 $= \frac{(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})}{12}$ ; в)  $\frac{c-25}{c+12\sqrt{c}+36} \cdot \frac{3\sqrt{c}+18}{2\sqrt{c}+10} =$   
 $= \frac{(\sqrt{c}-5)(\sqrt{c}+5)\cdot 3\cdot(\sqrt{c}+6)}{2\cdot(\sqrt{c}+6)^2\cdot(\sqrt{c}+5)} = \frac{3\cdot(\sqrt{c}-5)}{2\cdot(\sqrt{c}+6)}$ ; г)  $\frac{5\sqrt{m}-10\sqrt{n}}{\sqrt{m}-5} :$   
 $: \frac{4n-4\sqrt{mn}+m}{15-3\sqrt{m}} = \frac{5\cdot(\sqrt{m}-2\sqrt{n})\cdot(2\sqrt{n}-\sqrt{m})^2}{(\sqrt{m}-5)\cdot(3\cdot(5-\sqrt{m}))} = -\frac{5\cdot 3}{(\sqrt{m}-2\sqrt{n})} =$   
 $= -\frac{15}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} = \frac{15}{2\sqrt{n}-\sqrt{m}}$ .

**15.79.** а)  $\left(2 + \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t}+1}\right) \cdot \frac{3t+3\sqrt{t}}{12\sqrt{t}+8} = \frac{(3\sqrt{t}+2)\cdot 3\sqrt{t}(\sqrt{t}+1)}{(\sqrt{t}+1)\cdot 4\cdot(3\sqrt{t}+2)} = \frac{3}{4}\sqrt{t}$ ;  
 б)  $\left(\frac{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \sqrt{xy}$ .

**15.80.** а)  $\left(\sqrt{a} - \frac{a}{\sqrt{a}+1}\right) \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}+1)\sqrt{a}} = \sqrt{a} - 1$ ;  
 б)  $\frac{\sqrt{cd}-d}{c+d} \left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}}\right) = \frac{\sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{c+d} \cdot \frac{c+d}{c-d} = \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}}$ .

**15.81.**  
 а)  $\frac{a-16}{\sqrt{a}+3} \cdot \frac{1}{a+4\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}+4}{a-3\sqrt{a}} = \frac{(a-16)(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+4)^2\cdot(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+4)} =$

$$= \frac{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}-3)-(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}(a-9)} = \frac{-14\sqrt{a}}{\sqrt{a}(a-9)} = \frac{14}{9-a};$$

$$\text{б) } \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{b+3\sqrt{b}}{4b-1} : \frac{3+\sqrt{b}}{4\sqrt{b}+2} = \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2b(\sqrt{b}+3)(\sqrt{b}+1)}{(4b-1)(3+\sqrt{b})} =$$

$$= \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}-1} = \frac{4\sqrt{b}-1+2\sqrt{b}}{4b-1} = \frac{6\sqrt{b}-1}{4b-1}.$$

$$\text{15.82. а) } a\sqrt{12} = -\sqrt{12a^2}; \text{ б) } -a\sqrt{5} = \sqrt{5a^2}; \text{ в) } 3a\sqrt{2} = -\sqrt{18a^2}; \text{ г) } -2a\sqrt{7} = \sqrt{28a^2}.$$

$$\text{15.83. а) } (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 11 + 2\sqrt{30} - 2\sqrt{30} = 11; \text{ б) } \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 2\sqrt{15} + 8 - 2\sqrt{15} = 8;$$

$$\text{в) } (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = 20 + 2 \cdot 6 - 30 = 2; \text{ г) } (6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 38 - 12\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 38.$$

$$\text{15.84. а) } (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2 = 5 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1 = 6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}; \text{ б) } (\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 1 = 8 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2};$$

$$\text{в) } (\sqrt{6} + \sqrt{2} - 1)^2 = 8 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 1 = 9 - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2};$$

$$\text{г) } (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 6)^2 = 5 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2} + 36 = 41 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2}.$$

$$\text{15.85. а) } \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{54} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{18 \cdot 3} + \sqrt{12 \cdot 2} - 18\sqrt{6}}{\sqrt{36}} =$$

$$= \frac{-12\sqrt{6}}{6} = -2\sqrt{6}; \text{ б) } 0,1 \cdot \sqrt{140} - \sqrt{\frac{7}{5}} - \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{7-7-5}{\sqrt{35}} =$$

$$= -\frac{1}{7}\sqrt{35}; \text{ в) } \sqrt{18} - \sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{18-2-9}{\sqrt{18}} = \frac{7\sqrt{2}}{6}; \text{ г) } \sqrt{\frac{1}{14}} +$$

$$+ 2\sqrt{\frac{2}{7}} - \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{14} = \frac{1+4-7-14}{\sqrt{14}} = -\frac{8\sqrt{14}}{7}.$$

$$\text{15.86. а) } 3\sqrt{\frac{1}{15}} + 6\sqrt{0,6} - \sqrt{60} = \frac{3+6 \cdot 3-30}{\sqrt{15}} = -\frac{3}{5}\sqrt{15};$$

$$\text{б) } 5\sqrt{20} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} + 5\sqrt{0,8} = \frac{50-15+10}{\sqrt{5}} = 9\sqrt{5}; \text{ в) } 10\sqrt{0,18} -$$

$$- 2\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{50} = \frac{6-2-30}{\sqrt{2}} = -13\sqrt{2}; \text{ г) } 20\sqrt{0,27} - 5\sqrt{0,12} +$$

$$+ 7\sqrt{0,03} = \frac{18-3+2,1}{\sqrt{3}} = 5,7\sqrt{3}.$$

$$\text{15.87. а) } \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{1+2\sqrt{2}+2} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} =$$

$$= 1 + \sqrt{2}; \text{ б) } \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} =$$

$$= \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}; \text{ в) } \sqrt{23-4\sqrt{15}} =$$

$$= \sqrt{20-4\sqrt{15}+3} = \sqrt{(20-\sqrt{3})^2} = \sqrt{20}-\sqrt{3} = 2\sqrt{5}-3;$$

$$\text{г) } \sqrt{(\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2} = \sqrt{5+6\sqrt{10}+18} = \sqrt{23+6\sqrt{10}}.$$

**15.88.** а)  $(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})^2 = (3+2\sqrt{2})(1-2\sqrt{2}+2) = (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 9-8=1$ ; б)  $(\sqrt{3}-1)^2 \cdot (4+2\sqrt{3}) = (4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3}) = 16-12=4$ ; в)  $(7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^2 = (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) = 49-48=1$ ; г)  $(\sqrt{2}-3)^2 \cdot (11+6\sqrt{2}) = (11-6\sqrt{2})(11+6\sqrt{2}) = 121-72=49$

**15.89.** а)  $(1-\sqrt{2})^2 = 1-2\sqrt{2}+2 = 3-2\sqrt{2}$  — равенство верно;  $\sqrt{3-2\sqrt{2}} \neq 1-\sqrt{2}$ , так как  $(1-\sqrt{2}) < 0$ ; б)  $(\sqrt{2}-1)^2 = 2-2\sqrt{2}+1 = 3-2\sqrt{2}$  — равенство верно;  $\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$ , так как  $(\sqrt{3-2\sqrt{2}}) > 0$ ;  $\sqrt{2}-1 > 0$  и  $\sqrt{3-2\sqrt{2}} = (\sqrt{2}-1)^2$ .

**15.90.**  $\sqrt{28-10\sqrt{3}} \neq \sqrt{3}-5$ , так как  $\sqrt{28-10\sqrt{3}} > 0$ ;  $(\sqrt{3}-5) < 0$ ; б)  $\sqrt{28-10\sqrt{3}} > 0$ ,  $(5-\sqrt{3}) > 0$  и  $\sqrt{28-10\sqrt{3}} = (5-\sqrt{3})^2$ . Таким образом верно равенство б).

**15.91.** а)  $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \frac{2a}{a-b} =$   
 $= \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})-2\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})+2a}{a-b} = \frac{\sqrt{ab}-b-2a-2\sqrt{ab}+2a}{a-b} =$   
 $= \frac{-b-\sqrt{ab}}{a-b} = -\frac{\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}};$

б)  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab}}{b-a} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})+\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})-2\sqrt{ab}}{a-b} =$   
 $= \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};$

**15.92.** а)  $\left(\frac{\sqrt{m}}{n-\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{n}}{m-\sqrt{mn}}\right) \cdot \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{n}+\sqrt{m}} =$   
 $= \frac{(m-n)\sqrt{mn}}{\sqrt{mn}(\sqrt{n}-\sqrt{m})(\sqrt{n}+\sqrt{m})} = -1.$

б)  $\left(\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right) \cdot \frac{a-b}{a^2+ab} = \frac{a+\sqrt{ab}-\sqrt{ab}+b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a(a+b)} = \frac{1}{a}.$

**15.93.** а)  $\left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right) : \left(\sqrt{x} - \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right) =$   
 $= \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}-2\sqrt{y}}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}-x-y}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{1}{y};$

б)  $\frac{z+2\sqrt{z}}{\sqrt{z}-2} : \left(\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{z}-2} - \frac{z-12}{z-4} + \frac{4}{z+2\sqrt{z}}\right) = \frac{z+2\sqrt{z}}{\sqrt{z}-2} :$   
 $: \left(\frac{\sqrt{z} \cdot \sqrt{z}(\sqrt{z}+2) - (z-2)\sqrt{z} - 4 \cdot (\sqrt{z}-2)}{\sqrt{z}(z-4)}\right) = \frac{\sqrt{z}(\sqrt{z}+2)}{\sqrt{z}-2} \times$   
 $\times \frac{\sqrt{z}(\sqrt{z}-2)(\sqrt{z}+2)}{2z+8\sqrt{z}+8} = \frac{z(\sqrt{z}+2)^2}{2(\sqrt{z}+2)^2} = \frac{z}{2}.$

$$\text{15.94. a) } \frac{9x}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} : \frac{12\sqrt{x^3}}{4x-y} \cdot \frac{4}{6x+3\sqrt{xy}} = \frac{9\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} \times$$

$$\times \frac{(2\sqrt{x}-\sqrt{y})(2\sqrt{x}+\sqrt{y})}{2x\sqrt{x}} \cdot \frac{4}{3\sqrt{x}(2\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{1}{x};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{mn^3}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} \cdot \frac{m-n}{6n\sqrt{m}} : \frac{\sqrt{mn+n}}{6m} = \frac{n\sqrt{mn}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} \cdot \frac{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{6n\sqrt{m}} \times$$

$$\times \frac{6m}{\sqrt{n}(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = m.$$

$$\text{15.95. a) } \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) \cdot \left( \sqrt{a} + \sqrt{b} - \frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})+\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \left( \frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^{-1} = \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+b} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$$

$$\text{б) } \left( \sqrt{c} - \sqrt{d} + \frac{2\sqrt{cd}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}} \right) = \left( \frac{c+d}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} \right)^{-1} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{c}(\sqrt{c}+\sqrt{d})-\sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{c+d} \cdot \frac{c+d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{1}{\sqrt{c}}.$$

$$\text{15.96. a) при } x = \sqrt{2} + 1, x^2 - 2x\sqrt{2} + 2 = (x - \sqrt{2})^2 =$$

$$= 1^2 = 1;$$

$$\text{б) при } a = 5\sqrt{2}, 2a^2 - 8a\sqrt{2} + 16 = (\sqrt{2}a - 4)^2 = (10 -$$

$$- 4)^2 = 36;$$

$$\text{в) при } y = 4 - \sqrt{3}, y^2 + 2y\sqrt{3} + 3 = (y + \sqrt{3})^2 = 4^2 = 16;$$

$$\text{г) при } b = 3\sqrt{3}, 3b^2 + 2b\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3}b + 1)^2 = 10^2 = 100.$$

$$\text{15.97. a) при } a = \sqrt{5} + 1 \text{ и } b = \sqrt{5} - 1, 2a^2 - ab - b^2 =$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) - (\sqrt{5} - 1)^2 = 2 \cdot (6 +$$

$$+ 2\sqrt{5}) - 4 - (6 - 2\sqrt{5}) = 2 + 6\sqrt{5};$$

$$\text{б) при } a = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ и } b = \sqrt{6} - \sqrt{5}, 2a^2 - 5ab + 2b^2 =$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - 5 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5}) + 2 \cdot (\sqrt{6} -$$

$$- \sqrt{5})^2 = 2 \cdot (11 + 2\sqrt{30}) - 5 \cdot 1 + 2 \cdot (11 - 2\sqrt{30}) = 39.$$

$$\text{15.98. a) } A = \frac{1}{3\sqrt{3}-5} + \frac{1}{3\sqrt{3}+5} = \frac{6\sqrt{3}}{27-25} = 3\sqrt{3} < B = \sqrt{10} \times$$

$$\times \sqrt{3} = \sqrt{30};$$

$$\text{б) } A = \frac{2}{4+2\sqrt{5}} - \frac{2}{4-2\sqrt{5}} = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5} =$$

$$= \sqrt{20} < B = \sqrt{24} = B;$$

$$\text{в) } A = \frac{3}{2\sqrt{6}-3} + \frac{3}{2\sqrt{6}+3} = 3 \cdot \frac{4\sqrt{6}}{24-9} = \frac{4\sqrt{6}}{5} = \sqrt{\frac{120}{25}} = \sqrt{\frac{48}{10}} >$$

$$> B = \sqrt{3};$$

$$\text{г) } A = \frac{1}{2+3\sqrt{2}} - \frac{1}{2-3\sqrt{2}} = \frac{-6\sqrt{2}}{4-18} = \frac{3\sqrt{2}}{7} = \sqrt{\frac{18}{49}} < B = \sqrt{2} =$$

$$= B.$$

$$\boxed{15.99.} \quad a) \quad \frac{\frac{x}{x-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{\frac{x^2+2}{x^2+x\sqrt{2}}} = \frac{\frac{x^2+2}{x^2-2}}{\frac{x^2+2}{x(x+\sqrt{2})}} = \frac{x(x+\sqrt{2})}{x^2-2} = \frac{x}{x-\sqrt{2}};$$

$$6) \quad \frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\frac{a^2+ab}{a-b}} = \frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a(a+b)}{a-b}} = \frac{1}{a}.$$

$$\boxed{15.100.} \quad a) \quad \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{3+4\sqrt{3}+4} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}; \quad 6) \quad \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1; \quad b) \quad \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}; \quad r) \quad \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2}+1.$$

$$\boxed{15.101.} \quad \frac{1}{4} \cdot (xa^{-1} - ax^{-1}) \cdot \left( \frac{a^{-1} - x^{-1}a^{-1} + x^{-1}}{a^{-1} + x^{-1}a^{-1} - x^{-1}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{x}{a} - \frac{a}{x} \right) \times \\ \times \left( \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{x}} - \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{x}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{x}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 - a^2}{ax} \left( \frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 - a^2}{ax} \times \\ \times \frac{-4ax}{x^2 - a^2} = -1.$$

$$\boxed{15.102.} \quad \frac{1+ax^{-1}}{a^{-1}x^{-1}} \cdot \frac{a^{-1}}{a^{-1}x - ax^{-1}} : \frac{ax^1}{x-a} \cdot x^2 = \frac{1+\frac{a}{x}}{\frac{1}{ax}} \cdot \frac{\frac{1}{x} - \frac{a}{x}}{\frac{a}{x} - \frac{a}{x}} : \frac{\frac{a}{x}}{x-a} \times \\ \times \frac{1}{x^2} = (ax + a^2) \cdot \frac{x}{(x^2 - a^2)} \cdot \frac{(x-a)x}{a} \cdot \frac{1}{x^2} = 1.$$

$$\boxed{15.103.} \quad \left( \left( \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^{-4} + 1 \right) : \left( \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^{-2} = \left( \frac{(a-1)^2}{(a+1)^2} + 1 \right); \\ \frac{a+1}{a^2+1} = \frac{2a^2+2}{(a+1)^2} \cdot \frac{a+1}{a^2+1} = \frac{2}{(a+1)} = \left( \sqrt{\frac{a+1}{2}} \right)^{-2}.$$

$$\boxed{15.104.} \quad a) \quad \sqrt{9-4\sqrt{5}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{5}+5} = \sqrt{5}-2+3-\sqrt{5}=1. \quad 6) \quad \sqrt{11-4\sqrt{7}} + \sqrt{16-6\sqrt{7}} = \sqrt{7-4\sqrt{7}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{7}+7} = \sqrt{7}-2+3-\sqrt{7}=1.$$

$$\boxed{15.105.} \quad \left( \frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}} + \frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}} \right)^2 = \\ = \left( \frac{(2+\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}+2+\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}-2+\sqrt{2}} \right)^2 = \left( \frac{(2+\sqrt{2})^2}{2+2\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{2\sqrt{2}-2} \right)^2 = \\ = \left( \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left( \frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{16}{2} = 8.$$

$$\boxed{15.106.} \quad \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} = \\ = \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{8+4\sqrt{2}+1}}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{10 + 8\sqrt{2 + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}}} = \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} = \\
 &= \sqrt{10 + 8\sqrt{1 + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}} = \sqrt{10 + 8 + 8\sqrt{2}} = \\
 &= \sqrt{16 + 8\sqrt{2} + 2} = \sqrt{(4 + \sqrt{2})^2} = 4 + \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

## §16. Модуль действительного числа

**16.1.** а)  $|16| = 6$ ; б)  $|-2| = (-2) = 2$ ; в)  $|-4| = -(-4) = 4$ ; г)  $|25| = 25$ .

**16.2.** а)  $|-2,56| = -(-2,56) = 2,56$ ; б)  $|1,7| = 1,7$ ; в)  $|5,09| = 5,09$ ; г)  $|-3,75| = -(-3,75) = 3,75$ .

**16.3.** а)  $|\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$ ; б)  $|\sqrt{3}-5| = -(\sqrt{3}-5) = 5-\sqrt{3}$ ; в)  $|\sqrt{8}-4| = -(\sqrt{8}-4) = 4-\sqrt{8}$ ; г)  $|\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-2$ .

**16.4.** а)  $|9|^2 = 9^2 = 81$ ; б)  $|-2|^2 = (-2)^2 = 4$ ; в)  $|5|^2 = (-5)^2 = 25$ ; г)  $|8|^2 = 8^2 = 64$ .

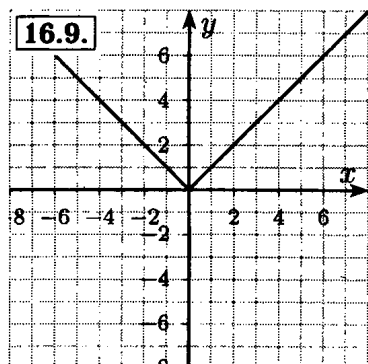
**16.5.** а)  $|3| = |-3|$  — верно; б)  $-|2| = |2|$  — неверно; в)  $|7| = |7|$  — верно; г)  $|-10| = -|10|$  — неверно

**16.6.**

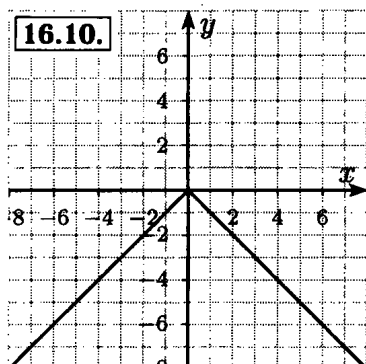
а) при  $a = 7$ ,  $|a| + 3 = |7| + 3 = 7 + 3 = 10$ ; б) при  $b = -\sqrt{3}$ ,  $|b| + \sqrt{3} = |-\sqrt{3}| + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ; в) при  $b = 0$ ,  $|b| - 2 = |0| - 2 = -2$ ; г) при  $d = -\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2} - |d| = \sqrt{2} - |-\sqrt{2}| = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ .

**16.7.** а) при  $a = \sqrt{2} - 1$ ,  $|\sqrt{2} - 1| + 1 = \sqrt{2} - 1 + 1 = \sqrt{2}$ ; б) при  $a = 2 - \sqrt{5}$ ,  $|2 - \sqrt{5}| + 2 = \sqrt{5} - 2 + 2 = \sqrt{5}$ ; в) при  $a = \sqrt{3} - 1$ ,  $\sqrt{3} - |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1) = 1$ ; г) при  $a = \sqrt{3} - 2$ ,  $|\sqrt{3} - 2| - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2 - 2\sqrt{3}$ .

**16.8.** а)  $|1 - \sqrt{2}| + |3 + \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1 + 3 + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2}$ ; б)  $|(2\sqrt{7} - 5) + (\sqrt{7} - 3)| = |3\sqrt{7} - 8| = 8 - 3\sqrt{7}$ ; в)  $|2 - \sqrt{5}| - |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} - 2 - (\sqrt{5} - 1) = -1$ ;



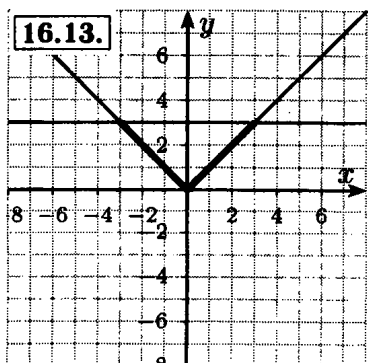
а) 5, 0, 2,5; б)  $\pm 7$ ,  $\pm 3$ ,  $\pm 1$ ; в)  $y_{\min} = 1$ ,  $y_{\max} = 4$  г) функция убывает при  $x \in (-\infty; 0]$ , функция возрастает при  $x \in [0; +\infty)$ .



а) -6, -1, -4; б)  $\pm 8$ ,  $\pm 6$ , 0; в)  $y \in [-4; 0]$  г) функция убывает при  $x \in [0; +\infty)$ , функция возрастает при  $x \in (-\infty; 0]$ .

**16.11.** а)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 1$ ; б)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = 2$ ,  $y_{\max} = 7$ ; г)  $y_{\min}$ ,  $y_{\max}$  — не существует.

**16.12.** а)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; б)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 7$ ; в)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ; г)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 3$ .

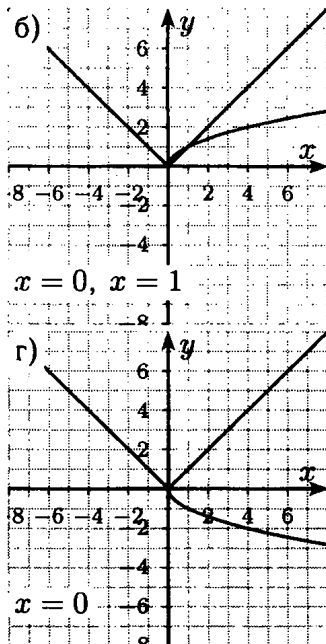
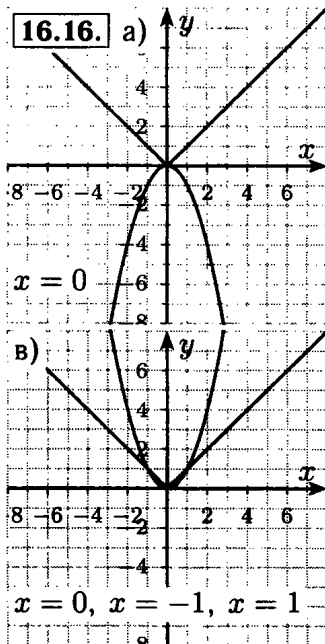


а)  $x = \pm 3$ ; б)  $x \in (-3; 3)$ ; г)  $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .

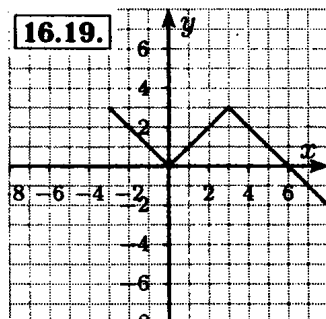
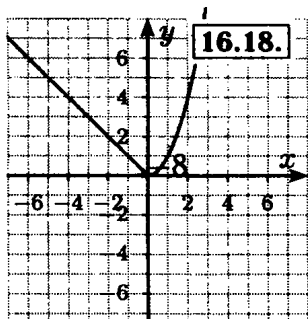
**16.14.** а)  $x = \pm 2$ ; б)  $y > 2$  при  $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ ;  $y < 2$  при  $x \in (-2; 2)$ ; в)  $-5 < x < -2$ ; г)  $y > 2$ .

**16.15.** а)  $x = \pm 4$ ; б)  $y > 2$  при  $x \in (-4; 4)$ ;  $y < 4$  при  $x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ ; в)  $x < -4$ ; г)  $x \in [-4; -1] \cup [1; 4]$ .



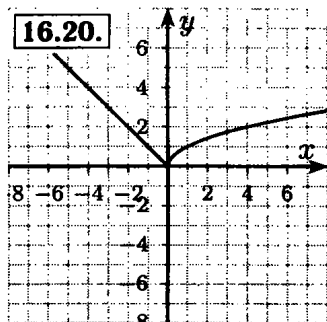


**16.17.** а)  $x \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ ; б)  $x \in [-1; 1]$ ; в)  $x \in (-4; 4)$ ; г)  $x \in [-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .



а)  $f(-2) = 2$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(5) = 25$ ; в)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(f) = [0; +\infty)$ ;  $f(x)$  возрастает при  $x \in [0; +\infty)$  и убывает при  $x \in (-\infty; 0]$ .

а)  $f(-3) = 3$ ,  $f(3) = 3$ ,  $f(4,5) = 1,5$ ; в)  $D(f) = [-3; +\infty)$ ;  $E(f) = (-\infty; 3]$ ;  $f(x)$  возрастает при  $x \in [0; 3]$  и убывает при  $x \in [-3; 0] \cup [3; +\infty)$ .



а)  $f(-4) = 4$ ,  $f(-1) = 1$ ,  $f(0) = 0$ ; в)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(f) = [0; +\infty)$ ;  $f(x)$  возрастает при  $x \in [0; +\infty)$  и убывает при  $x \in (-\infty; 0)$ .

**16.21.** а)  $|x - \sqrt{3}| = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{3}$ ; б)  $|x + 7| = 0 \Rightarrow x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$ ; в)  $|x + \sqrt{5}| = 0 \Rightarrow x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$ ; г)  $|x - 6| = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$ .

**16.22.** а)  $x = \pm 5,5$ ; б)  $x = \pm 1$ ; в)  $x = \pm 3$ ; г)  $x = \pm 0,2$ .

**16.23.** а)  $|x - 3| = 2 \Rightarrow x - 3 = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 1$ ; б)  $|x - 5| = 4 \Rightarrow x - 5 = \pm 4 \Rightarrow x_1 = 9, x_2 = 1$ ; в)  $|x - 7| = 5 \Rightarrow x - 7 = \pm 5 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 12$ ; г)  $|x - 11| = 9 \Rightarrow x - 11 = \pm 9 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 20$ ;

**16.24.** а)  $|x + 2,5| = 1 \Rightarrow x + 2,5 = \pm 1 \Rightarrow x_1 = -1,5, x_2 = -3,5$ ; б)  $|x - 1\frac{5}{6}| = 2 \Rightarrow x - 1\frac{5}{6} = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 3\frac{5}{6}, x_2 = -\frac{1}{6}$ ; в)  $|x + 0,75| = 3,75 \Rightarrow x + 0,75 = \pm 3,75 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -4,5$ ; г)  $|x - \frac{2}{3}| = \frac{1}{3} \Rightarrow x - \frac{2}{3} = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}$ .

**16.25.** а) при  $x - 3 \geq 0$ ;  $\sqrt{(x - 3)^2} = |x - 3| = x - 3$ ; б) при  $x - 3 < 0$ ;  $\sqrt{(x - 3)^2} = |x - 3| = -(x - 3) = 3 - x$ .

**16.26.** а) при  $x + 5 > 0$ ;  $\sqrt{(x + 5)^2} = |x + 5| = x + 5$ ; б) при  $x + 5 \leq 0$ ;  $\sqrt{(x + 5)^2} = |x + 5| = -(x + 5) = -x - 5$ .

**16.27.** а)  $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 - \sqrt{3}| = -(1 - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1$ , так как  $1 - \sqrt{3} < 0$ ; б)  $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$ , так как  $2 - \sqrt{3} > 0$ ; в)  $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} = |\sqrt{5} - 3| = -(\sqrt{5} - 3) = 3 - \sqrt{5}$ , так как  $\sqrt{5} - 3 < 0$ ; г)  $\sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} = |3 - \sqrt{6}| = 3 - \sqrt{6}$ , так как  $3 - \sqrt{6} > 0$ .

**16.28.** а)  $\sqrt{(4-2\sqrt{5})^2} = |4-2\sqrt{5}| = -(4-2\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}-4$ , так как  $4-2\sqrt{5} < 0$ ; б)  $\sqrt{(\pi-3)^2} = |\pi-3| = \pi-3$ , так как  $\pi-3 > 0$ ; в)  $\sqrt{(6-3\sqrt{6})^2} = |6-3\sqrt{6}| = -(6-3\sqrt{6}) = 3\sqrt{6}-6$ , так как  $6-3\sqrt{6} < 0$ ; г)  $\sqrt{(4-\pi)^2} = |4-\pi| = 4-\pi$ , так как  $4-\pi > 0$ .

**16.29.** а)  $|2x-1| = 3 \Rightarrow 2x_1-1 = 3$  и  $2x_2-1 = -3 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -1$ ; б)  $|1+3x| = 2 \Rightarrow 1+3x_1 = 2$  и  $1+3x_2 = -2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -1$ ; в)  $|2+2x| = 6 \Rightarrow 2+2x_1 = 6$  и  $2+2x_2 = -6 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -4$ ; г)  $|4x+1| = 5 \Rightarrow 4x_1+1 = 5$  и  $4x_2+1 = -5 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{3}{2}$ .

**16.30.** а)  $|0,2x-2| = 3,6 \Rightarrow |0,2 \cdot (x-10)| = 3,6 \Rightarrow 0,2|x-10| = 3,6 \Rightarrow |x-10| = 18 \Rightarrow x_1 = 28, x_2 = -8$ ; б)  $|3-1,5x| = 2,5 \Rightarrow |1,5x-3| = 2,5 \Rightarrow 1,5|x-2| = 2,5 \Rightarrow |x-2| = \frac{5}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{11}{3}$ ; в)  $|2-3,5x| = 6,2 \Rightarrow |3,5x-2| = 6,2 \Rightarrow 3,5|x-\frac{4}{7}| = 6,2 \Rightarrow |x-\frac{4}{7}| = \frac{62}{35} \Rightarrow x_1 = -\frac{6}{5}, x_2 = \frac{82}{35}$ ; г)  $|0,4x+1| = 2,3 \Rightarrow |0,4 \cdot (x+2,5)| = 2,3 \Rightarrow 0,4|x+2,5| = 2,3 \Rightarrow |x+2,5| = 5,75 \Rightarrow x_1 = -\frac{33}{4}, x_2 = \frac{13}{4}$ .

**16.31.** а)  $\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} = \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2} = \frac{|x-2|}{x-2} = \pm 1$ ;  
б)  $\frac{\sqrt{x^2+6x+9}}{x+3} = \frac{|x+3|}{x+3} = \pm 1$ ; в)  $\frac{\sqrt{x^2+10x+25}}{x+5} = \frac{|x+5|}{x+5} = \pm 1$ ;  
г)  $\frac{\sqrt{x^2-12x+36}}{x-6} = \frac{|x-6|}{x-6} = \pm 1$ .

**16.32.** а)  $2 + \sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = 2 + \sqrt{5} - |\sqrt{5}-3| = 2 + \sqrt{5} + \sqrt{5}\sqrt{5}$ ; б)  $4 + \sqrt{6} - \sqrt{(\sqrt{6}-2)^2} = 4 + \sqrt{6} - |\sqrt{6}-2| = 4 + \sqrt{6} - \sqrt{6} + 2 = 6$ ; в)  $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} + \sqrt{7} + 2 = |2-\sqrt{7}| + \sqrt{7} + 2 = \sqrt{7} - 2 + \sqrt{7} + 2 = 2\sqrt{7}$ ;  
г)  $\sqrt{(\sqrt{10}-4)^2} - \sqrt{10} - 4 = |\sqrt{10}-4| - \sqrt{10} - 4 = 4 - \sqrt{10} - \sqrt{10} - 4 = -2\sqrt{10}$ .

**16.33.** а)  $\sqrt{(5-\sqrt{30})^2} + \sqrt{(6-\sqrt{30})^2} = |5-\sqrt{30}| + |6-\sqrt{30}| = \sqrt{30} - 5 + 6 - \sqrt{30} = 1$ ; б)  $\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(5-2\sqrt{3})^2} = |4-2\sqrt{3}| - |5-2\sqrt{3}| = 4-2\sqrt{3}-5+$

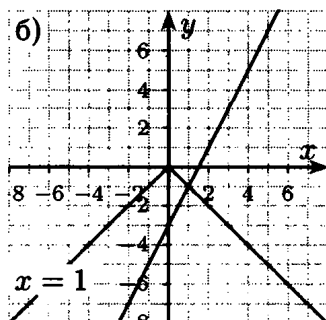
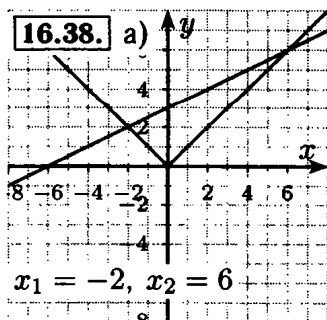
$$+2\sqrt{3} = -1; \text{ в) } \sqrt{(6 - \sqrt{42})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{42})^2} = |6 - \sqrt{42}| + |4 - \sqrt{42}| = 6 - \sqrt{42} - 4 + \sqrt{42} = 2; \text{ г) } \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2 - 2\sqrt{2})^2} = |3 - 2\sqrt{2}| + |2 - 2\sqrt{2}| = 3 - 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} = 1.$$

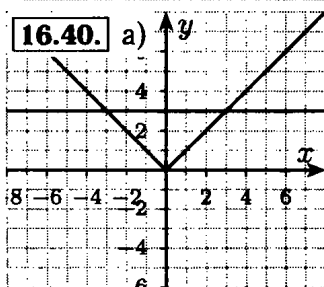
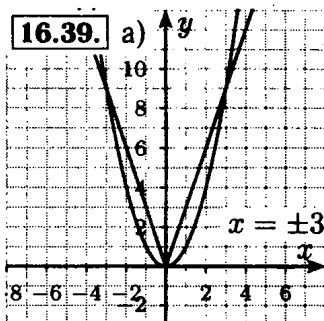
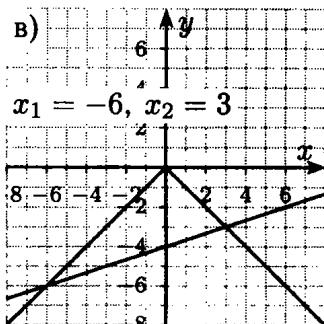
**16.34.** а) при  $x < 0$ ;  $\frac{1-x-x+x}{3x(x-1)} = \frac{-x+1}{3x(x-1)} = -\frac{1}{3x}$ ; б) при  $0 < x < 1$ ;  $\frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{x+1}{3x(x-1)}$ ; в) при  $x > 1$ ;  $\frac{x-1+x+x}{3x(x-1)} = \frac{-3x-1}{3x(x-1)}$ ; г) при  $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{4}$ ;  $\frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{1+x}{3x(x-1)}$ .

**16.35.** а) при  $b < 0$ ;  $\frac{b(b+1)}{b^2-b+1-b} = \frac{b(b-1)}{b^2+1}$ ; б) при  $0 < b < 1$ ;  $\frac{-b(b-1)}{b^2-b+1-b} = \frac{b(1-b)}{b(b-1)+(1-b)} = \frac{b(1-b)}{(1-b) \cdot (1-b)} = \frac{b}{1-b}$ ; в) при  $b > 1$ ;  $\frac{b(b-1)}{b^2-b+1-b} = \frac{b}{1-b} = \frac{b}{b-1}$ ; г) при  $5 \leq b \leq 6$ ;  $\frac{b(b-1)}{b^2-b+1-b} = \frac{b}{1-b} = -\frac{b}{b-1}$ .

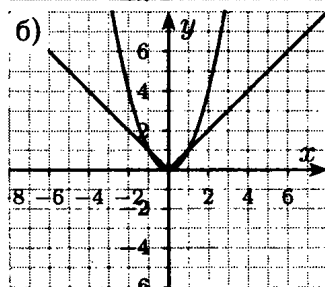
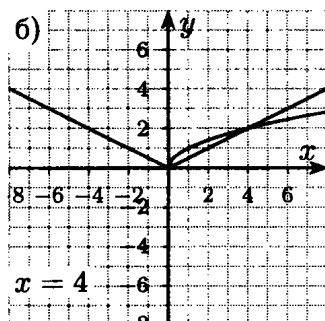
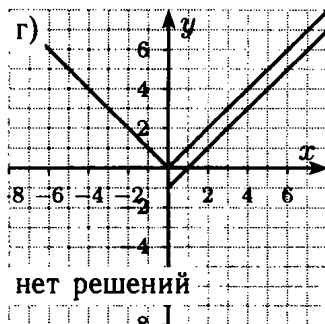
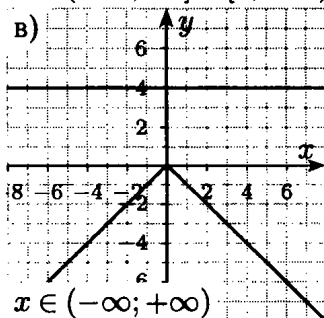
**16.36.**  $\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} = |x + 2| - |x - 3|$ : а) при  $x < -2$ ;  $-(x + 2) + (x + 3) = -x - 2 + x - 3 = -5$ ; б) при  $-2 < x < 3$ ;  $(x + 2) + (x - 3) = 2x - 1$ ; в) при  $x > 3$ ;  $(x + 2) - (x - 3) = x + 2 - x + 3 = 5$ ; г) при  $-7 \leq x \leq -4$ , т.е.  $x < -2$  (см. а)).

**16.37.**  $\sqrt{x^2 - 4x + 4}\sqrt{x^2 + 2x + 11} - 2|x - 5|$ : а) при  $x < -1$ ;  $-(x - 2) - (x + 1) + 2 \cdot (x - 5) = -x + 2 - x - 1 + 2x - 10 = -9$ ; б) при  $-1 < x < 2$ ;  $-(x - 2) + (x + 1) + 2 \cdot (x - 5) = -x + 2 + x + 1 + 2x - 10 = 2x - 7$ ; в) при  $2 < x < 5$ ;  $(x - 2) + (x + 1) + 2 \cdot (x - 5) = 4x - 11$ ; г) при  $x > 5$ ;  $(x - 2) + (x + 1) - 2 \cdot (x - 5) = 9$ .

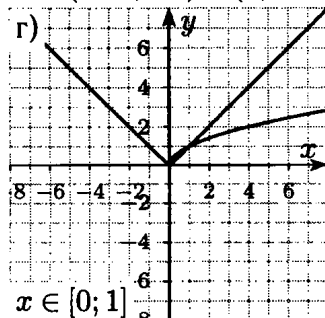


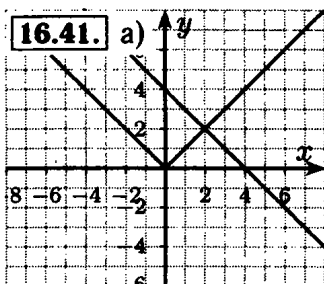


$x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

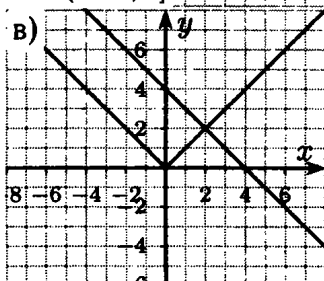


$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

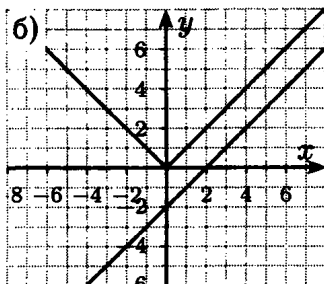




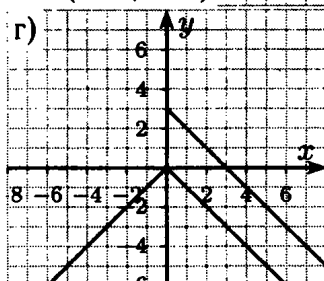
$$x \in (-\infty; 2]$$



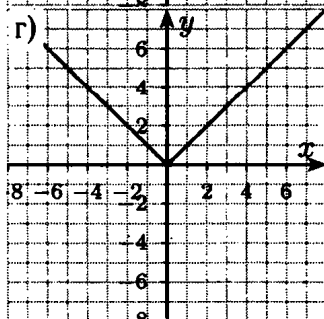
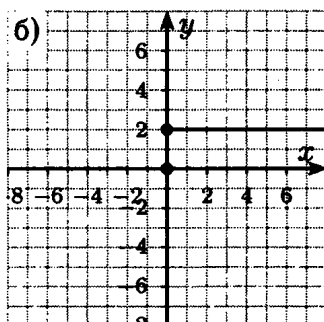
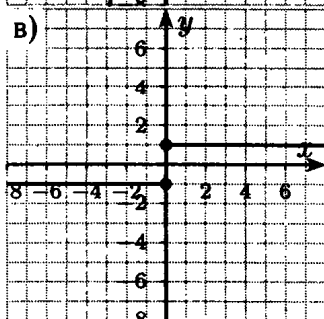
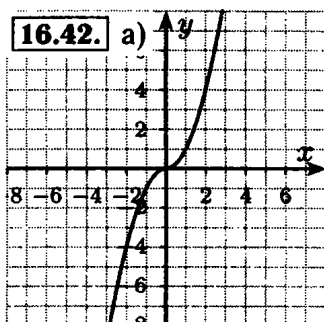
$$x \in (2; +\infty)$$

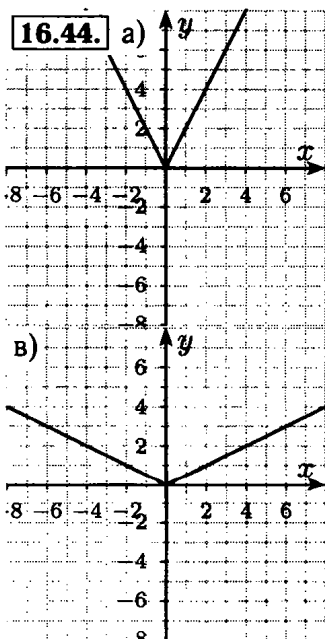
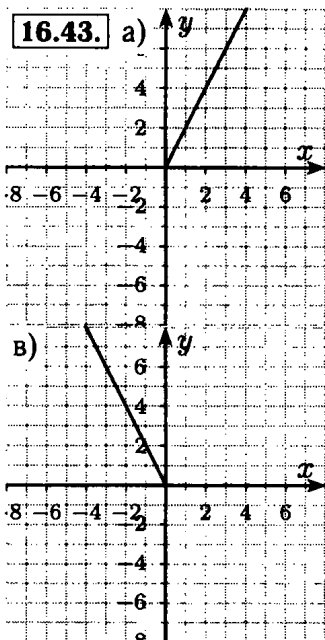


$$x \in (-\infty; +\infty)$$



нет решений





# Домашняя контрольная работа №2

## Вариант 1

1. а)  $\frac{4}{15} = 0,2(6)$ ; б)  $1,2(34) = \frac{611}{495}$ .

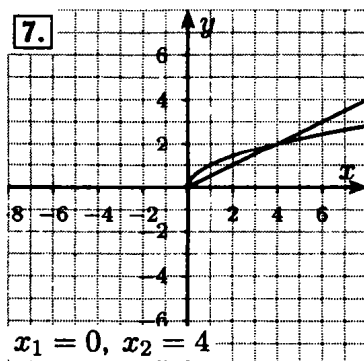
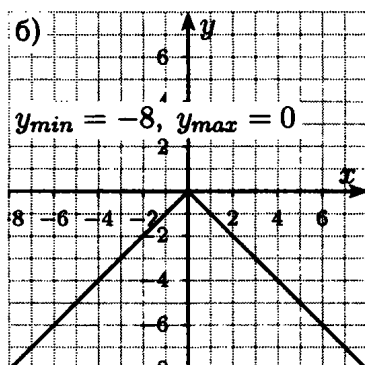
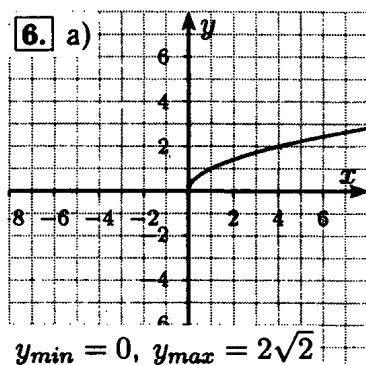
2.  $\sqrt{54756} = 234$ ;

3.  $a = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}-2-\sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5}$ ;  $a^2 = 20 < b^2 = 20,25 \Rightarrow a < b$ .

4. а)  $5\sqrt{18} + 7\sqrt{50} - 30\sqrt{2} = 15\sqrt{2} + 35\sqrt{2} - 30\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$ ;

б)  $\frac{\sqrt{5a^3b^{12}}}{\sqrt{125a^7b^5}} = \frac{\sqrt{b^7}}{\sqrt{25a^4}} = \frac{b^3\sqrt{b}}{5a^2}$ .

5. а)  $\frac{p\sqrt{p}+q\sqrt{q}-p\sqrt{q}-q\sqrt{p}}{p\sqrt{p}-q\sqrt{q}+p\sqrt{q}-q\sqrt{p}} = \frac{p(\sqrt{p}-\sqrt{q})+q(\sqrt{q}-\sqrt{p})}{p(\sqrt{p}+\sqrt{q})-q(\sqrt{p}+\sqrt{q})} =$   
 $= \frac{(p-q)(\sqrt{p}-\sqrt{q})}{(p-q)(\sqrt{p}+\sqrt{q})} = \frac{\sqrt{p}-\sqrt{q}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}}$ ; б)  $\frac{4x-12\sqrt{xy}+9y}{\sqrt{4x^3}-\sqrt{9x^2y}} = \frac{(2\sqrt{x}-3\sqrt{y})^2}{2x\sqrt{x}-3x\sqrt{y}} =$   
 $= \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{x}$ .





$$\boxed{8.} \quad \left( \frac{\sqrt{c}-7\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-d} - \frac{7\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-c} \right) : \frac{c+d}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} = \frac{c-7\sqrt{cd}+7\sqrt{cd}+d}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} \times \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{c+d} = \frac{1}{\sqrt{cd}}.$$

$$\boxed{9.} \quad \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{x^2-10x+25} = |x-3| + |x-5| = x-3+5-x=2.$$

## Вариант 2

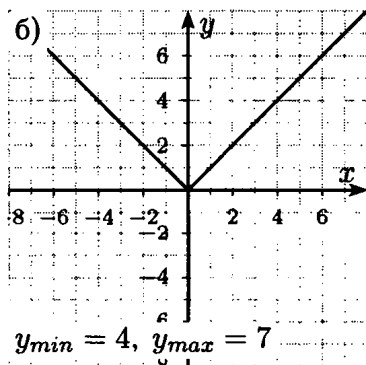
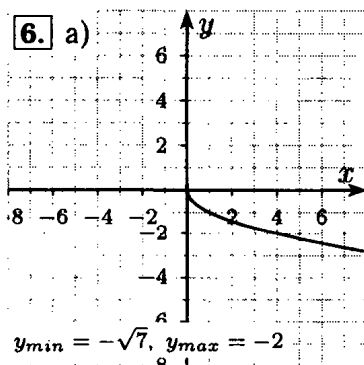
$$\boxed{1.} \quad \text{a) } \frac{7}{30} = 0,2(3); \text{ б) } 0,2(31) = \frac{229}{990}.$$

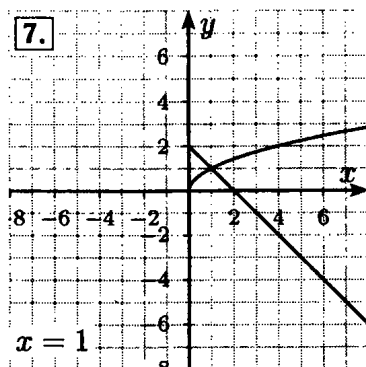
$$\boxed{2.} \quad \sqrt{126\,736} = 356.$$

$$\boxed{3.} \quad a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}}{9-8} = 4\sqrt{2}; \quad a^2 = 32 > b^2 = 30,25 \Rightarrow a > b.$$

$$\boxed{4.} \quad \text{a) } 3 \cdot \sqrt{27} + 5\sqrt{75} - 35\sqrt{3} = 3 \cdot 3\sqrt{3} + 25\sqrt{3} - 35\sqrt{3} = 34\sqrt{3} - 35\sqrt{3} = -\sqrt{3}; \text{ б) } \frac{\sqrt{48x^7y^5}}{\sqrt{3x^3y^{12}}} = \frac{\sqrt{16x^4}}{\sqrt{y^7}} = \frac{4x^2}{y^3\sqrt{y}}.$$

$$\boxed{5.} \quad \text{a) } \frac{m\sqrt{m}+n\sqrt{n}+m\sqrt{n}+n\sqrt{m}}{m\sqrt{m}-n\sqrt{n}+m\sqrt{n}-n\sqrt{m}} = \frac{m(\sqrt{m}+\sqrt{n})+n(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{m(\sqrt{m}+\sqrt{n})-n(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(m+n)}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(m-n)} = \frac{m+n}{m-n}. \quad \text{б) } \frac{9x+24\sqrt{xy}+16y}{\sqrt{9x^5}+\sqrt{16x^4y}} = \frac{(3\sqrt{x}+4\sqrt{y})^2}{3x^2\sqrt{x}+4x^2\sqrt{y}} = \frac{3\sqrt{x}+4\sqrt{y}}{x^2}.$$





8. 
$$\left( \frac{\sqrt{a}}{b - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} \right) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} = \frac{a - b}{\sqrt{ab}(\sqrt{b} - \sqrt{a})} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} =$$
  

$$= -\frac{b - a}{b - a} = -1.$$

9. 
$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 8x + 16} = |x - 2| + |x - 4| = x -$$
  

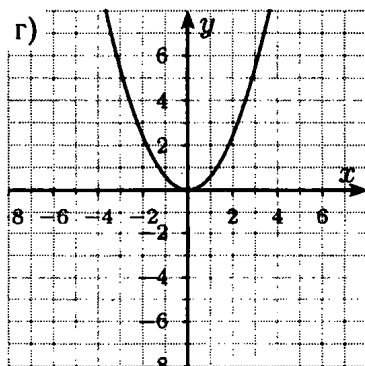
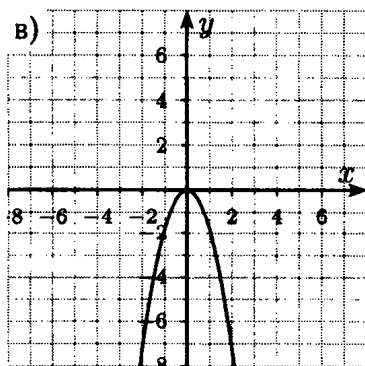
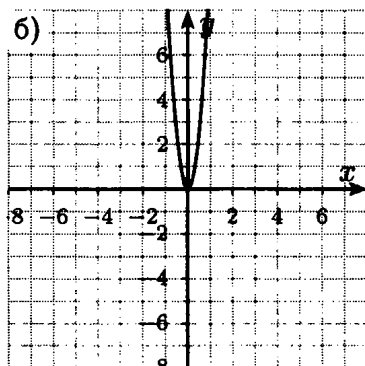
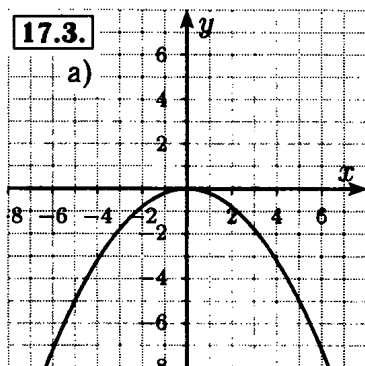
$$-2 + 4 - x = 2.$$

# Глава 3. Квадратичная функция $y = \frac{k}{x}$

## §17. Функция $y = kx^2$ , её свойства и график

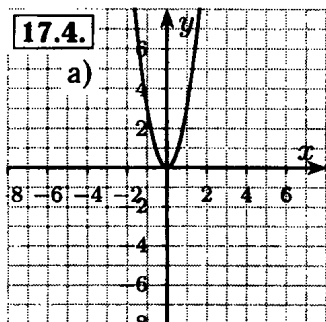
**17.1.** а)  $k = 2$ ; б)  $k = -8$ ; в)  $k = 7$ ; г)  $k = -1$ .

**17.2.** а)  $k = 0,2$ ; б)  $k = -\frac{1}{8}$ ; в)  $k = -1,85$ ; г)  $k = -\frac{1}{37}$ .



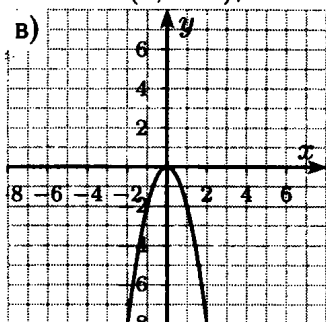
**17.4.**

а)



функция убывает  $x \in (-\infty; 0)$ ; функция возрастает  $x \in (0; +\infty)$ ;

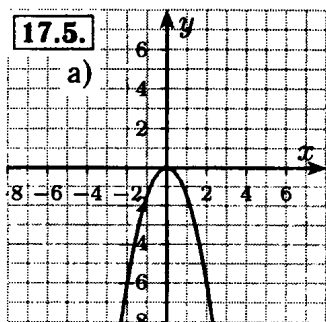
в)



функция убывает  $x \in (0; +\infty)$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; 0)$ ;

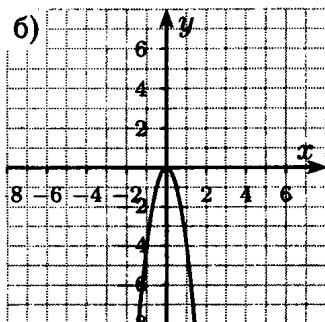
**17.5.**

а)



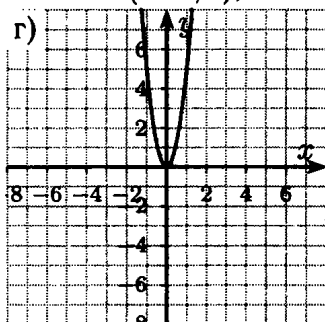
функция убывает  $x \in (0; +\infty)$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; 0)$ ;

б)



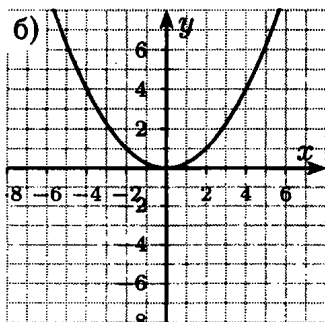
функция убывает  $x \in (0; +\infty)$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; 0)$ ;

г)

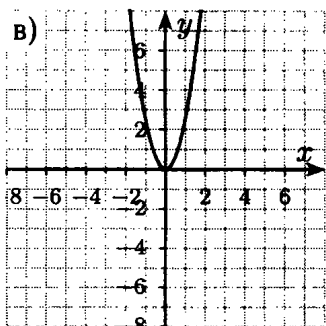


функция убывает  $x \in (-\infty; 0)$ ; функция возрастает  $x \in (0; +\infty)$ ;

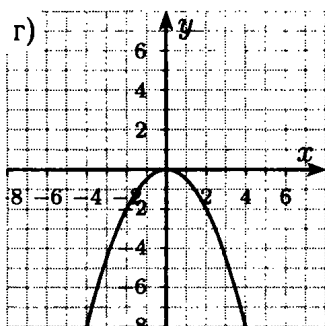
б)



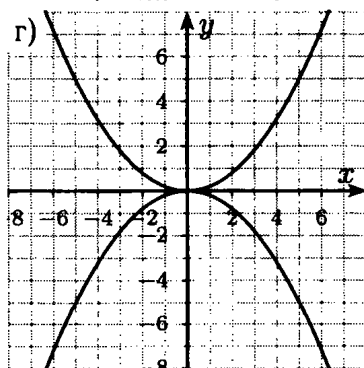
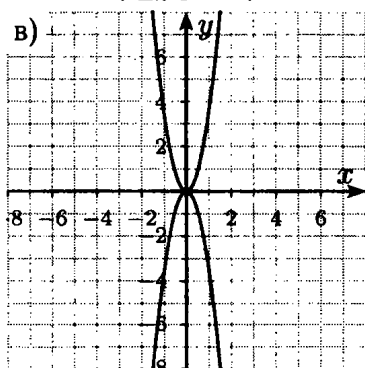
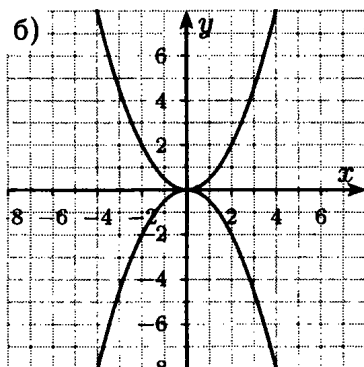
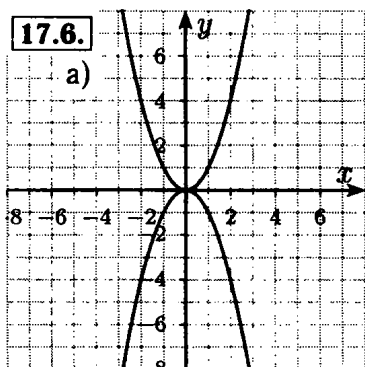
функция убывает  $x \in (-\infty; 0)$ ; функция возрастает  $x \in (0; +\infty)$ ;



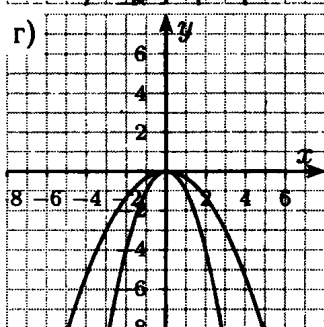
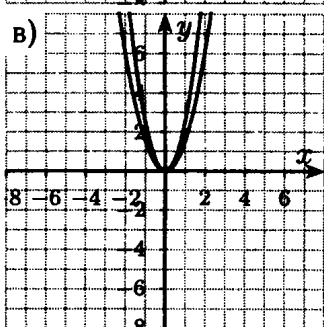
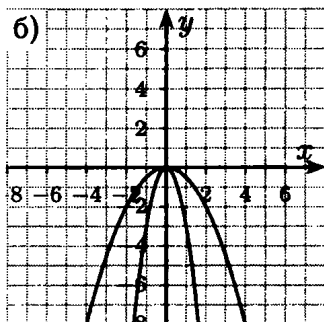
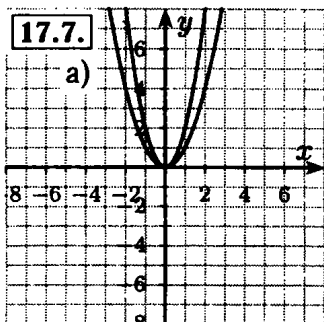
функция убывает  $x \in (-\infty; 0)$ ; функция  
возрастает  $x \in (0; +\infty)$ ;



функция убывает  $x \in (0; +\infty)$ ; функция  
возрастает  $x \in (-\infty; 0)$ ;



Графики симметричны относительно оси абсцисс. Вершины графиков совпадают.



Вершины графиков совпадают. Графики функций относительно друг друга растянуты или ужаты по оси ординат.

**17.8.** Вершины графиков совпадают. Графики симметричны относительно оси абсцисс.

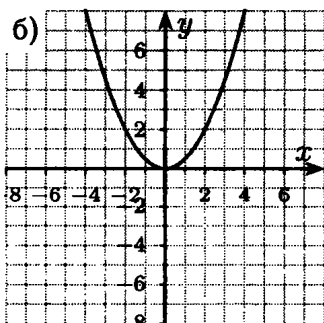
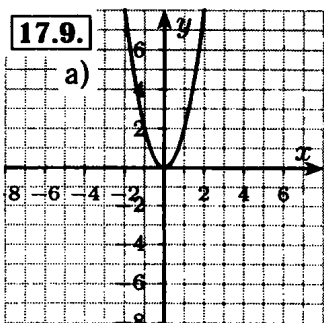


График получается растяжением  $y = x^2$  вдоль оси  $y$  в два раза.

График получается сжатием  $y = x^2$  вдоль оси  $y$  в два раза.

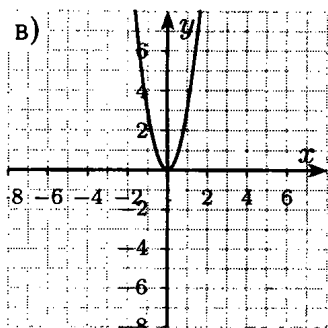


График получается растяжением  $y = x^2$  вдоль оси  $y$  в три раза.

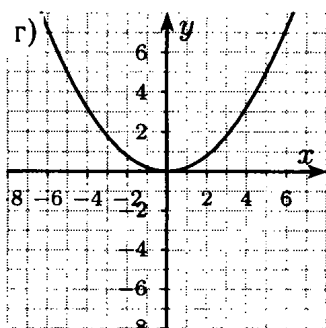


График получается сжатием  $y = x^2$  вдоль оси  $y$  в три раза.

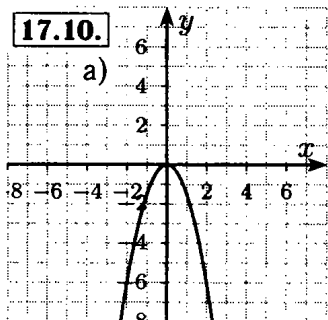


График получается растяжением  $y = -x^2$  вдоль оси  $y$  в 1.5 раза.

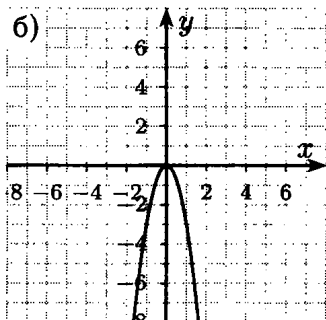


График получается растяжением  $y = -x^2$  вдоль оси  $y$  в три раза.

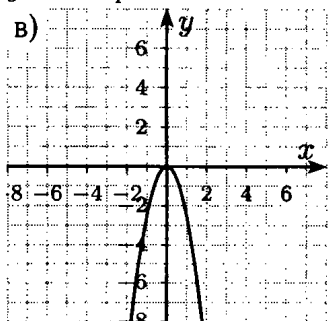


График получается растяжением  $y = -x^2$  вдоль оси  $y$  в 2,5 раза.

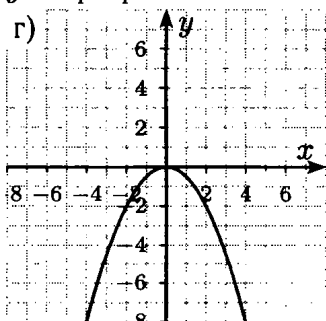
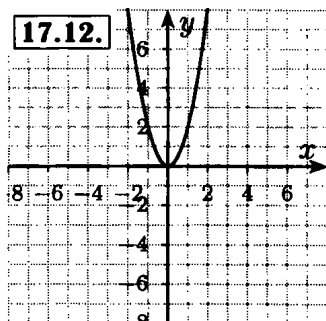


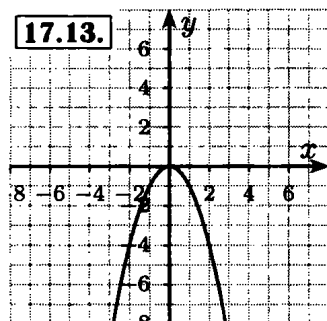
График получается сжатием  $y = -x^2$  вдоль оси  $y$  в два раза.

Вершины графиков совпадают. Графики лежат ниже оси абсцисс.

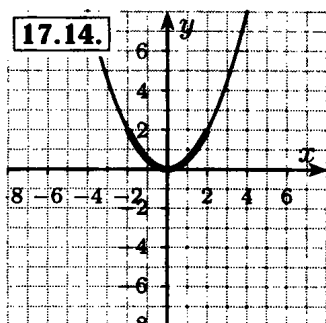
**17.11.** а)  $k > 0$ ; б)  $k < 0$ .



а)  $y = 0, 2, 8$ ; б)  $x = 0, 1, 2$ ; в)  $y_{\min} = 0, y_{\max} = 8$ ; г)  $x \in [1; 2]$ .



а)  $y = 0, -4, -9$ ; б)  $x = 0, 2, 3$ ; в)  $y_{\min} = -9, y_{\max} = 0$ ; г)  $x \in (1; 2]$ .



а)  $x = \pm 2$ ; б)  $x \in (-2; 2)$ ; в)  $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ ; г)  $y \geq 2$ .

**17.15.** а)  $x = \pm 1$ ; б)  $x \in (-1; 1)$ ;  $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ .

**17.16.**  $y = -220x^2 \Rightarrow \frac{y}{x^2} = -220$ : а)  $\frac{-220}{1^2} = -220$  — принадлежит; б)  $\frac{-880}{4^2} = -55$  — не принадлежит; в)  $\frac{1320}{(-3)^2} = 146,6(6)$  — не принадлежит; г)  $\frac{-495}{1,5^2} = -220$  — принадлежит.

**17.17.**  $y = kx^2 \Rightarrow k = \frac{y}{x^2}$ : а)  $k = \frac{20}{2^2} = 5$ ; б)  $k = \frac{27}{(-3)^2} = 3$ ; в)  $k = \frac{10}{(-1)^2} = 10$ ; г)  $k = \frac{-96}{4^2} = -6$ .

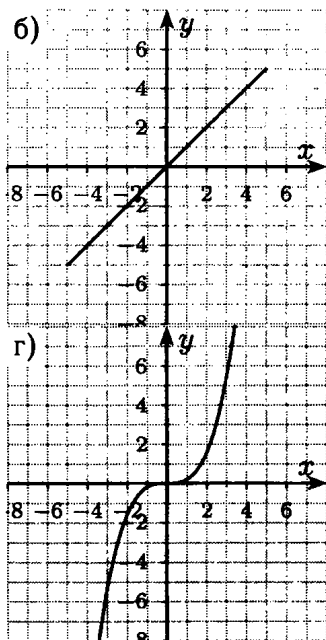
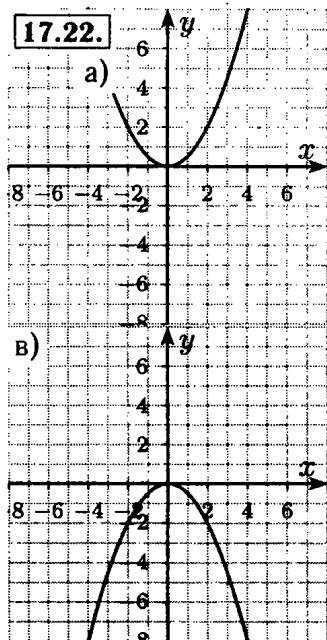
**17.18.** а)  $y = x^2$ ; б)  $y = -3x^2$ ; в)  $y = -2x^2$ ; г)  $y = 2x^2$ .

**17.19.** а) да,  $y_{\min} = 0$ ; б) нет; в) нет; г) да,  $y_{\min} = -4$ .

**17.20.** а) нет; б) нет; в) да,  $y_{\max} = 0$ ; г) да,  $y_{\max} = 8$ .



**17.21.** а) да, функция ограничена сверху и ограничена снизу; б) нет, функция ограничена сверху и не ограничена снизу; в) нет, функция не ограничена сверху и ограничена снизу; г) нет, функция не ограничена сверху и не ограничена снизу.



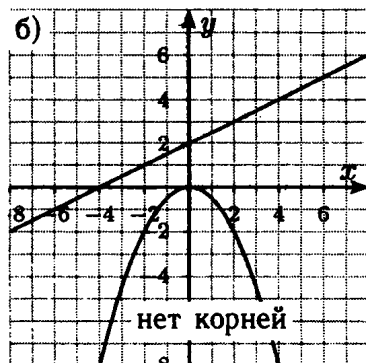
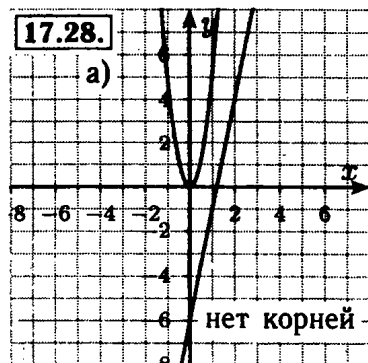
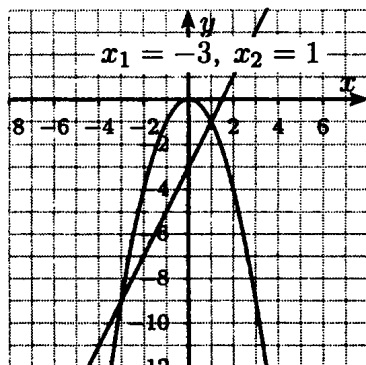
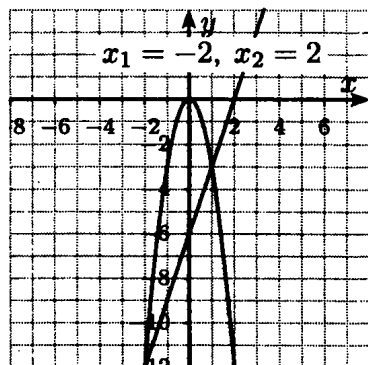
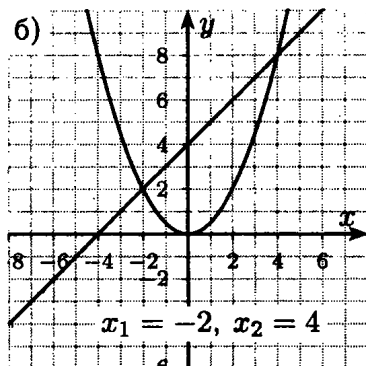
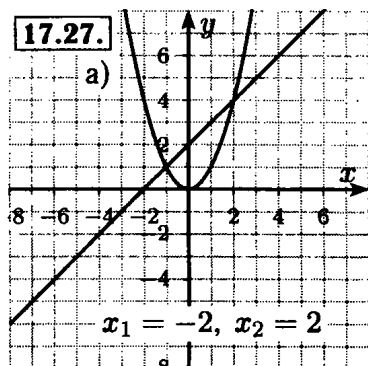
**17.23.** а)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 8$ ; б)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = 2$ ,  $y_{\max} = 18$ ; г)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ .

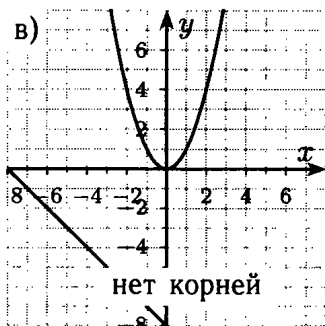
**17.24.** а)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 0$ ; б)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 0$ ; в)  $y_{\min} = -8$ ,  $y_{\max} = 0$ ; г)  $y_{\min} = -\infty$ ,  $y_{\max} = 0$ .

**17.25.** а)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max}$  — не существует; б)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 3$ ; в)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ; г)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = \frac{16}{3}$ .

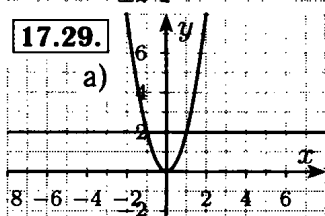
**17.26.** а)  $y = x^2$  и  $y = 2x \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$  — точки пересечения  $(0; 0)$  и  $(2; 4)$ ; б)  $y = -0,5x^2$  и  $y = 2 \Rightarrow -0,5x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = -4$  — нет точек пересечения; в)  $y = -3x^2$  и  $y = -3x \Rightarrow -3x^2 = -3x \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$  — точки

пересечения  $(0; 0)$  и  $(1; -3)$ ; г)  $y = \frac{1}{3}x^2$  и  $y = 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 3$  — точки пересечения  $(-3; 3)$  и  $(3; 3)$ .

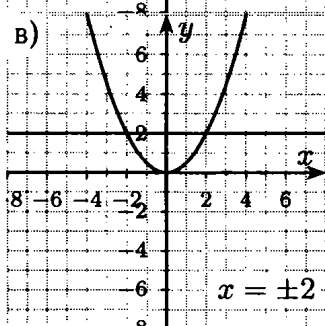




**17.29.**

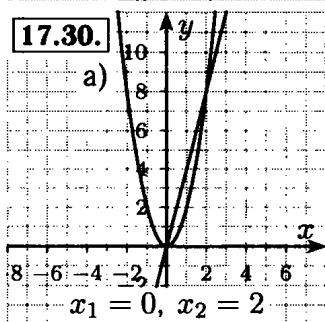


$$x = \pm 1$$

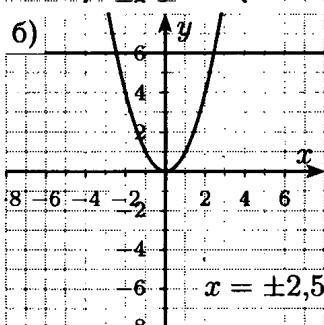
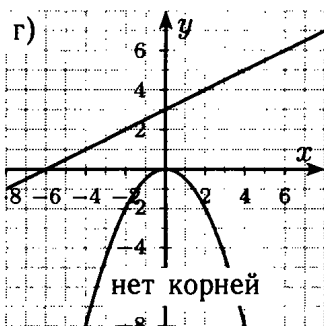


$$x = \pm 2$$

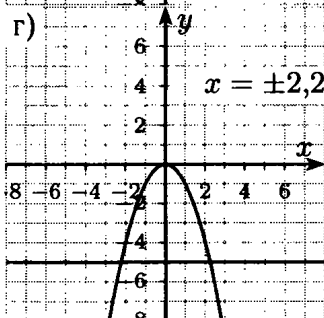
**17.30.**



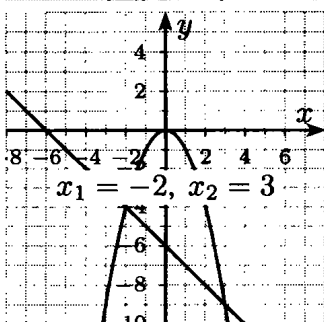
$$x_1 = 0, x_2 = 2$$



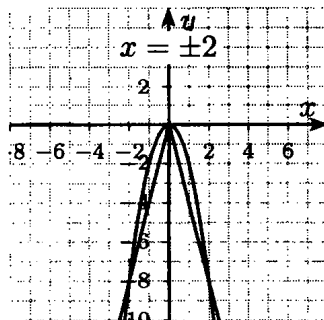
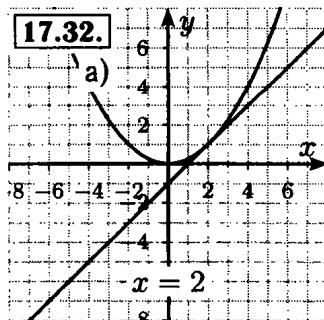
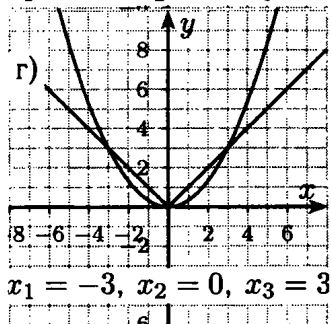
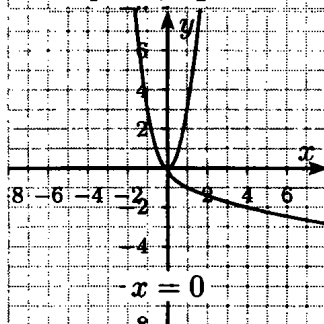
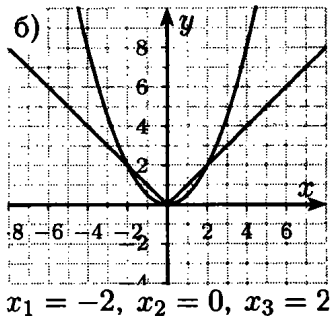
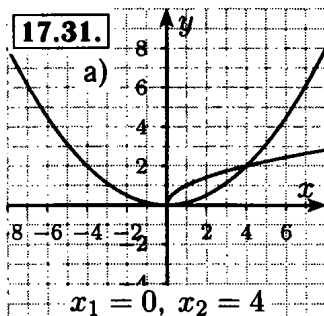
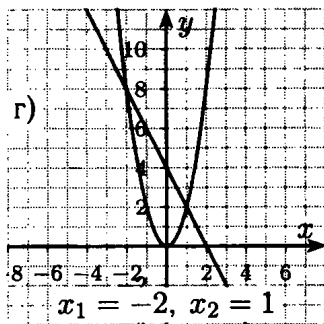
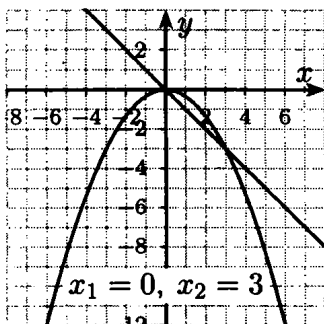
$$x = \pm 2,5$$

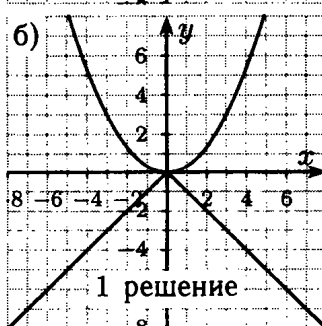
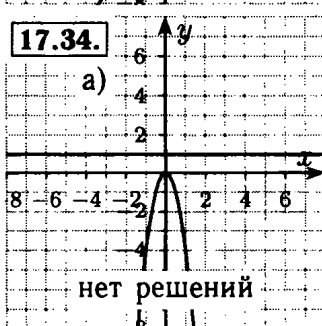
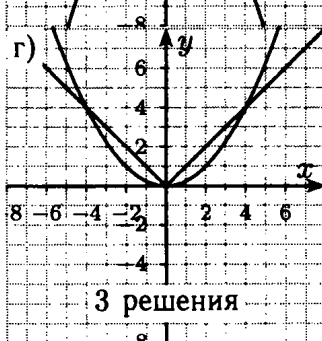
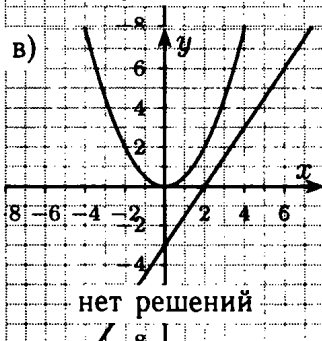
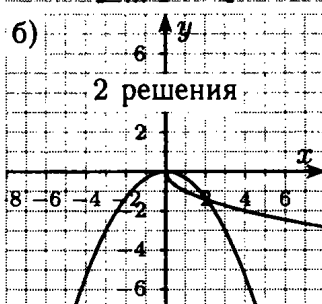
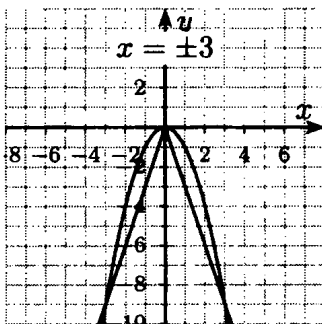
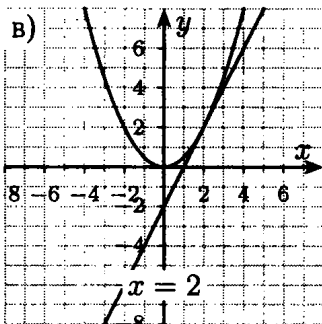


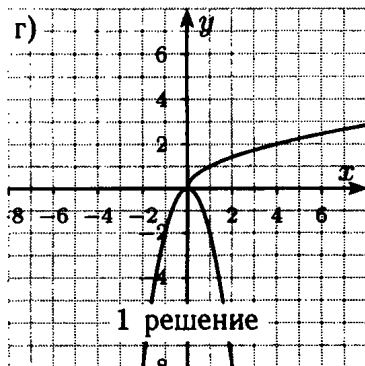
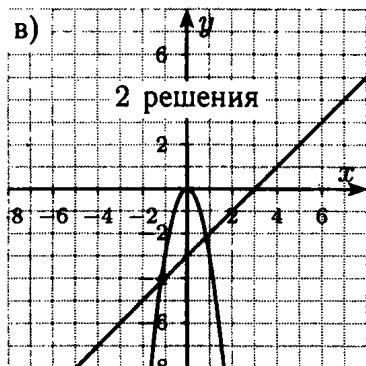
$$x = \pm 2,2$$



$$x_1 = -2, x_2 = 3$$







**17.35.**  $y = 2x^2$ : а)  $f(0) = 0$ ;  $f(1) = 2$ ;  $f(-3) = 18$ ;  $f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{8}$ ; б)  $f(a) = 2a^2$ ;  $f(4a) = 32a^2$ ;  $f(-2a) = 8a^2$ ;  $f(-0,5a) = 0,5a^2$ ; в)  $f(a+1) = 2 \cdot (a+1)^2$ ;  $f(b-2) = 2 \times (b-2)^2$ ;  $f(x-3) = 2 \cdot (x-3)^2$ ;  $f(x+9) = 2 \cdot (x+9)^2$ ; г)  $f(a)+1 = 2a^2+1$ ;  $f(x)-2 = 2x^2-2$ ;  $f(a)+b = 2a^2+b$ ;  $f(x)-a = -a$ .

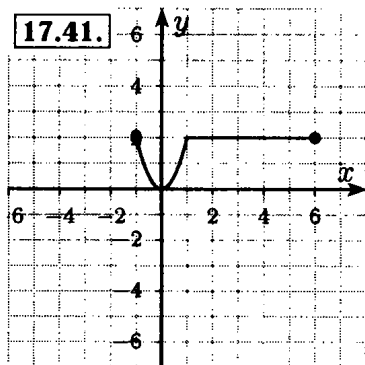
**17.36.**  $y = -4x^2$ : а)  $f(1) = -4$ ;  $f(-2) = -16$ ;  $f(0) = 0$ ;  $f(\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$ ; б)  $f(a) = -4a^2$ ;  $f(-a) = -4a^2$ ;  $f(-2a) = -16a^2$ ;  $f(5a) = -100a^2$ ; в)  $f(a+2) = -4 \cdot (a+2)^2$ ;  $f(a-3) = -4 \cdot (a-3)^2$ ;  $f(x-1) = -4 \cdot (x-1)^2$ ;  $f(x+6) = -4 \cdot (x+6)^2$ ; г)  $f(a)+1 = 1-4a^2$ ;  $f(x)-5 = -4x^2-5$ ;  $f(x+2)-1 = -4 \cdot (x+2)^2-1$ ;  $f(x-c)+d = -4 \cdot (x-c)^2+d$ .

**17.37.** а)  $y \in [0; 3]$ ; б)  $y \in [0; 12]$ ; в)  $y \in (3; 6)$ ; г)  $y \in [0; 3]$ .

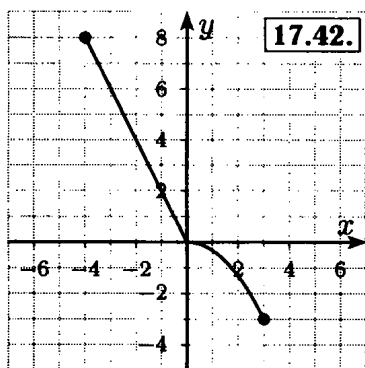
**17.38.** а)  $y \in (0; +\infty)$ ; б)  $y \in [3; +\infty)$ ; в)  $y \in [0; +\infty)$ ; г)  $y \in (3; +\infty)$ .

**17.39.** а)  $x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ ; б)  $x \in (1; 3)$ ; в)  $x \in (-3; 3)$ ; г)  $x \in [3; 6]$ .

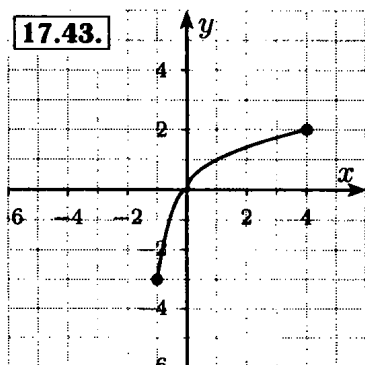
**17.40.** а)  $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ ; б)  $x \in [-2; 2]$ ; в)  $x \in [-2; 2]$ ; г)  $x \in (-3; -2] \cup [2; +\infty)$ .



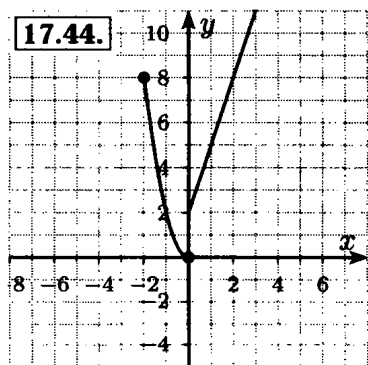
а)  $f(-1) = 2$ ,  $f(6) = 2$ ,  $f(1) = 2$ ; в)  $D(f) = [-1; 6]$ ;  $y = 0$  при  $x = 0$ ;  $y > 0$  при  $x \in [-1; 0) \cup (0; 6]$ ; функция непрерывна и ограничена сверху и снизу;  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 2$ .



а)  $f(-4) = 8$ ,  $f(0,5) = -\frac{1}{12}$ ,  $f(3) = -3$ ; в)  $D(f) = [-4; 6]$ ;  $y = 0$  при  $x = 0$ ;  $y < 0$  при  $x \in (0; 3)$ ; функция непрерывна и ограничена сверху и снизу;  $y_{\min} = -3$ ,  $y_{\max} = 8$ .

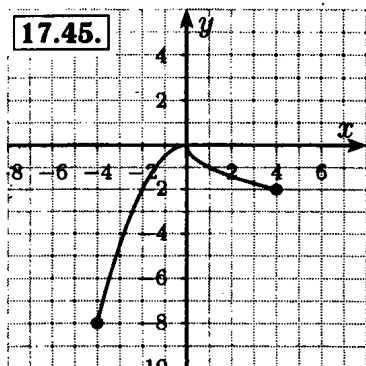


а)  $f(0) = 0$ ,  $f(2) = \sqrt{2}$ ,  $f(4) = 2$ ; в)  $D(f) = [-1; 4]$ ;  $F(f) = [-3; 2]$ ; функция возрастает при  $x \in [-1; 4]$ .



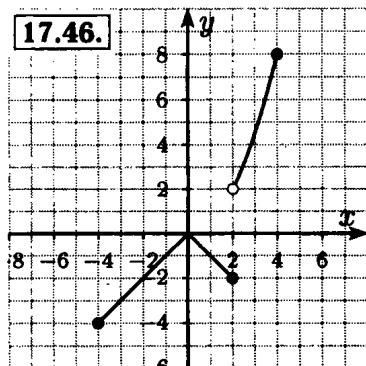
а)  $f(-2) = 8$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 5$ ; б)  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

17.45.



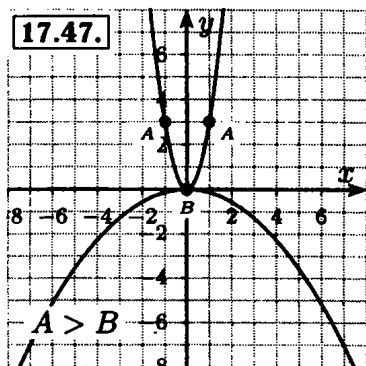
a)  $f(-1) = -0,5$ ,  $f(0) = 0$ ,  
 $f(2) = \sqrt{2}$ ; б)  $x = -2$ ,  
 $x = 0$ ,  $x = -4$ .

17.46.

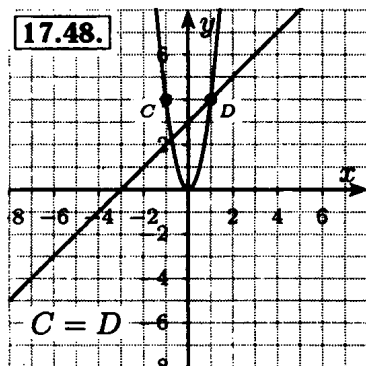


a)  $f(-2) = -2$ ,  $f(2) = -2$ ,  
 $f(4) = 8$ ; б)  $x = \pm 1$ , нет,  
 $x = -3$ .

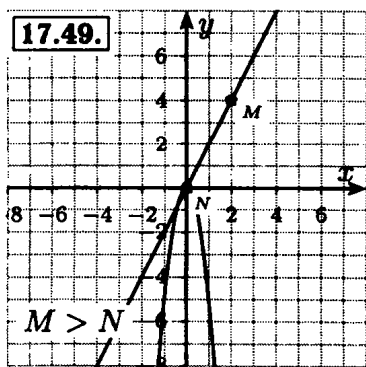
17.47.



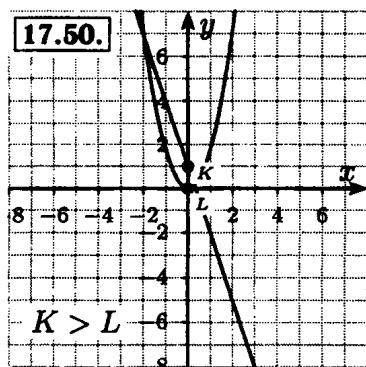
17.48.



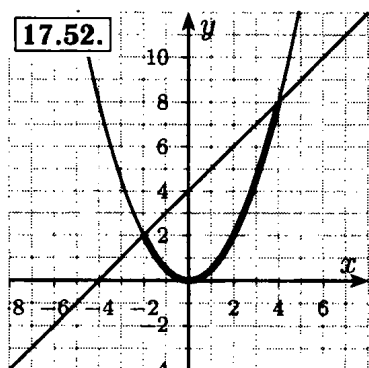
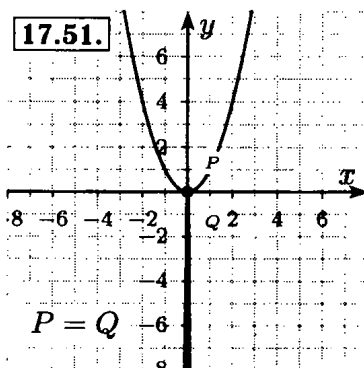
17.49.



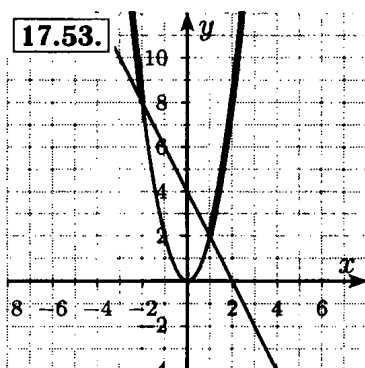
17.50.



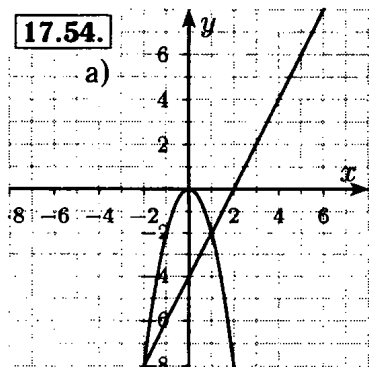




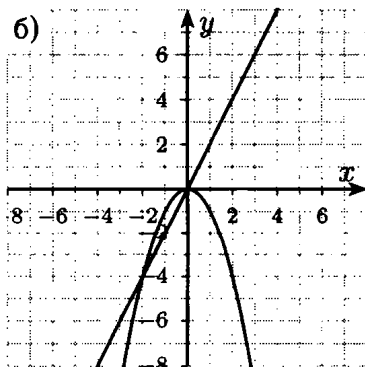
б)  $x = -2$  и  $x = 4$ ; г)  
 $x \in (-2; 4)$ .



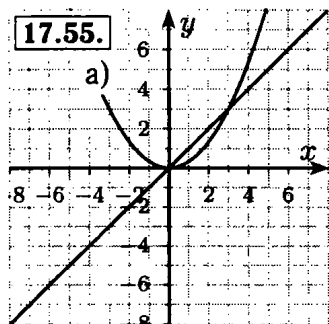
б)  $x = -2$  и  $x = 1$ ; г)  
 $x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ .



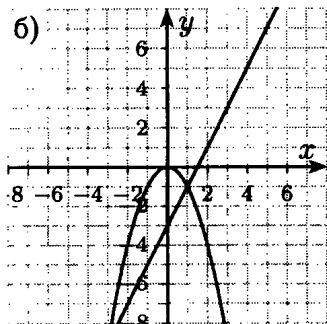
$x \in (-2; 1)$



$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$



$$x \in (0; 3)$$



$$x \in [-3; 1]$$

**17.56.** а)  $f(-x) = 2 \cdot (-x)^2 = 2x^2$ ; б)  $f(x^2) = 2 \cdot (x^2)^2 = 2x^4$ ; в)  $f(x^3) = 2 \cdot (x^3)^2 = 2x^6$ ; г)  $f(-x^2) = 2 \cdot (-x^2)^2 = 2x^4$ .

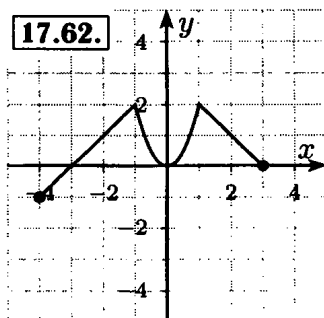
**17.57.** а)  $f(x^2) = 1,5x^4$ ; б)  $f(2x^2) = 6x^4$ ; в)  $f(-x^2) = 1,5x^4$ ; г)  $f(-2x^2) = 6x^4$ .

**17.58.** а)  $f(x^2) = -4 \cdot (x^2)^2 = -4x^4$ ; б)  $f(2x^2) = -4 \times (2x^2)^2 = -16x^4$ ; в)  $f(-3x^2) = -4 \cdot (-3x^2)^2 = -36x^4$ ; г)  $f(x^3) = -4 \cdot (x^3)^2 = -4x^6$ .

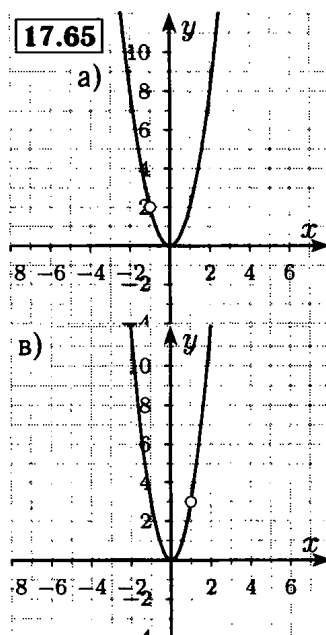
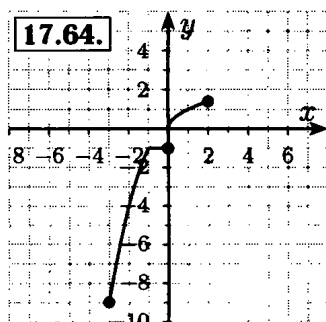
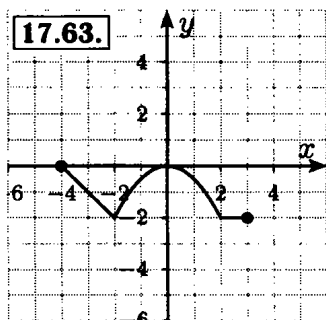
**17.59.**  $f(x+1) = f(x+4) \Rightarrow (x+1)^2 = (x+4)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow 6x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{6} = -2,5$ .

**17.60.**  $4f(x+3) = f(2x) - 24 \Rightarrow 4 \cdot 2 \cdot (x+3)^2 = 2 \cdot (2x)^2 - 24 \Rightarrow 9x^2 + 48x + 72 = 6x^2 - 24 \Rightarrow 48x = -96 \Rightarrow x = -2$ .

**17.61.**  $f(x-3) = f(x+5) \Rightarrow -(x-3)^2 = -(x+5)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow 16x = -16 \Rightarrow x = -1$ .

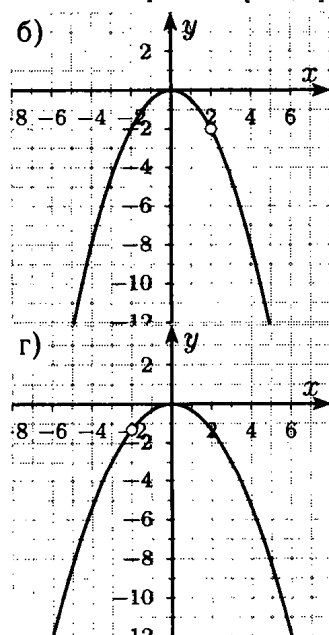


а)  $p \in [-1; 0)$ ; б)  $p = 2$ ;  
в)  $p = 0$ ; г)  $p \in (0; 2)$ .



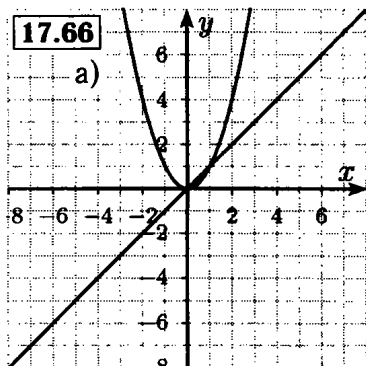
а)  $f(-2) = -2$ ,  $f(2) = -2$ ,  $f(2,4) = -2$ ; б)  $D(f) = [-4; 3]$ ;  $E(f) = [-2; 0]$ ; функция возрастает при  $x \in [-2; 0]$ , убывает при  $x \in [-4; -2] \cup [0; 2]$  и постоянна при  $x \in [2; 3]$ .

а)  $f(-2,5) = -6,25$ ,  $f(-0,5) = -1$ ,  $f(4)$  — не определена,  $f(\sqrt{5} - 3) = -1$ ; в)  $D(f) = [-3; 2]$ ;  $E(f) = [-9; -1] \cup (0; \sqrt{2})$ ; функция возрастает при  $x \in [-3; -1] \cup (0; 2)$  и постоянна при  $x \in [-1; 0]$ .

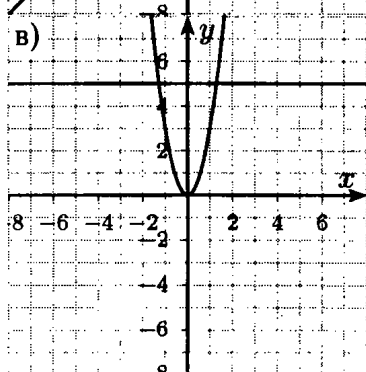


17.66

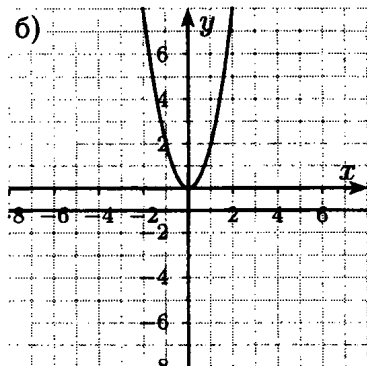
а)



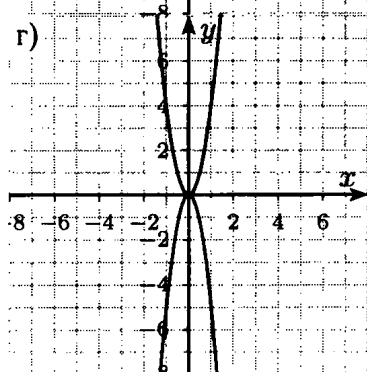
б)



в)



г)

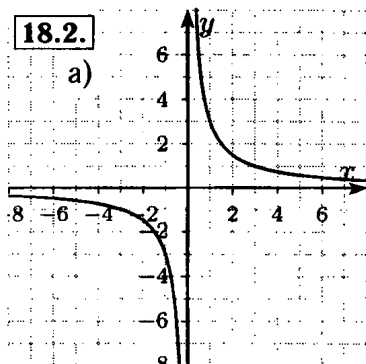


## §18. Функция $y = \frac{k}{x}$ , её свойства и график

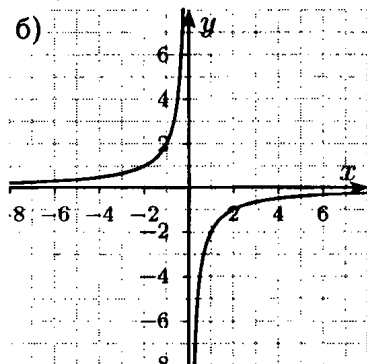
18.1. а)  $k = 1$ ; б)  $k = 2$ ; в)  $k = \frac{1}{5}$ ; г)  $k = -3$ .

18.2.

а)

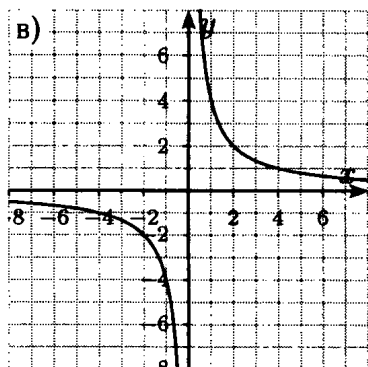


б)

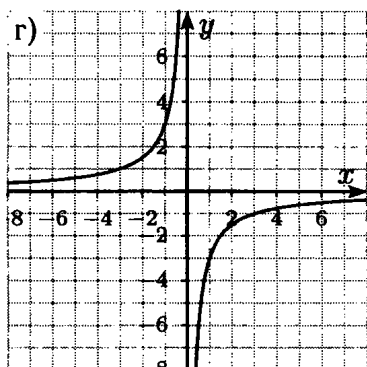


функция убывает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

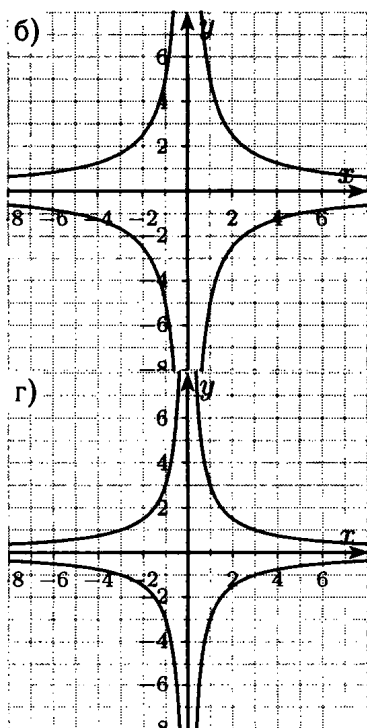
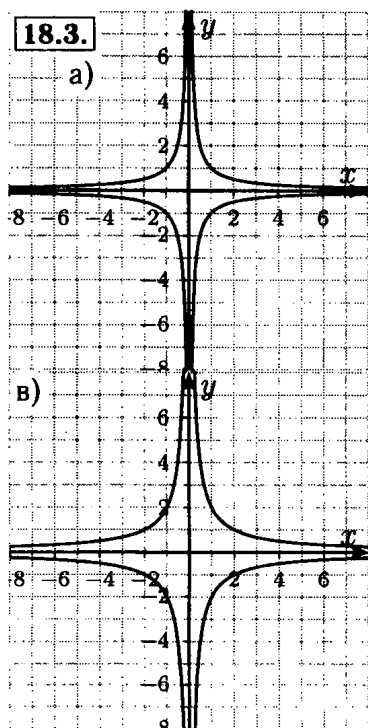
функция возрастает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .



функция убывает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

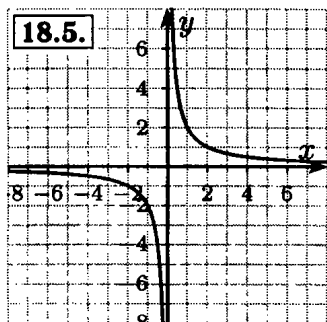


функция возрастает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

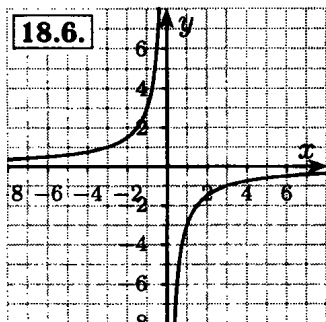


Графики функций симметричны относительно оси ординат.

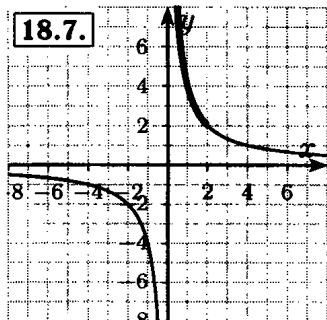
**18.4.** а)  $k > 0$ ; б)  $k < 0$ .



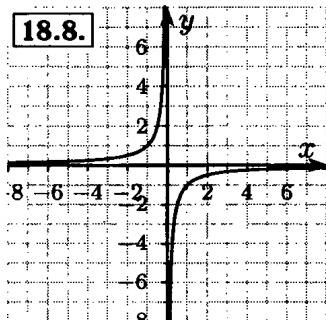
а)  $y = 2, -1, \frac{1}{2}$ ; б)  $x = -2, 1, -\frac{1}{2}$ ; в)  $y_{\min} = 1, y_{\max} = 4$ ; г)  $x \in [-2; -1]$ .



а)  $y = 1, -3, -\frac{1}{2}$ ; б)  $x = -1, 3, \frac{1}{2}$ ; в)  $y_{\min} = 1, y_{\max} = 3$ ; г)  $x \in [1; 6]$ .



б)  $x = 2$ ; в)  $x \in (0; 2)$ ; г)  $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .



б)  $x = -1$ ; в)  $x \in (-1; 0)$ ; г)  $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$ .

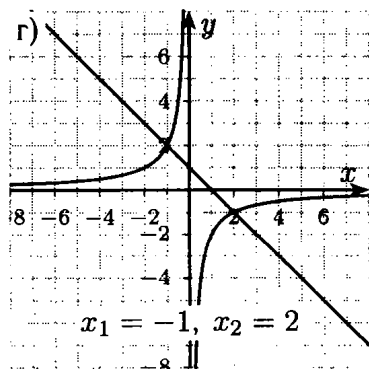
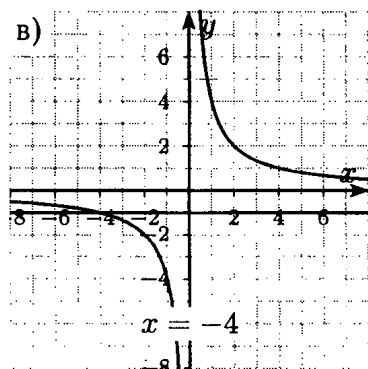
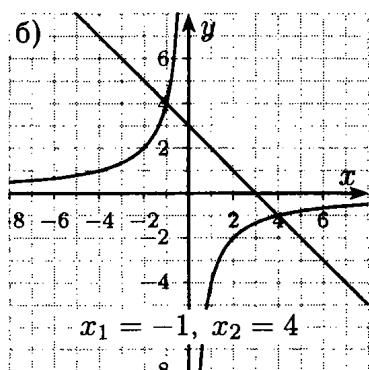
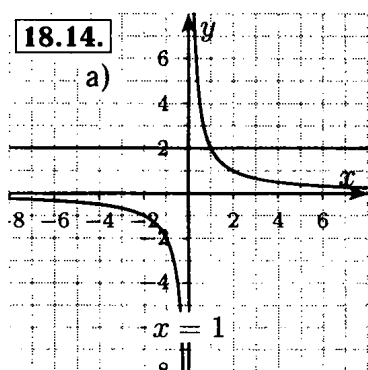
**18.9.** а)  $y(1) = \frac{68}{1} = 68$  — принадлежит; б)  $y(5) = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5} \neq 13$  — не принадлежит; в)  $y(-2) = -\frac{68}{2} = -34 \neq 34$  — не принадлежит; г)  $f(-4) = -\frac{68}{4} = -17$  — принадлежит.

**18.10.** а)  $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 7 = \frac{k}{3} \Rightarrow k = 21 \Rightarrow y = \frac{21}{x}$ . б)  $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 12 = \frac{k}{-0,2} \Rightarrow k = -\frac{12}{5} \Rightarrow y = -\frac{12}{5x}$ . в)  $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 19 = \frac{k}{-4} \Rightarrow k = -76 \Rightarrow y = -\frac{76}{x}$ . г)  $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 8 = \frac{k}{2,5} \Rightarrow k = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{x}$ .

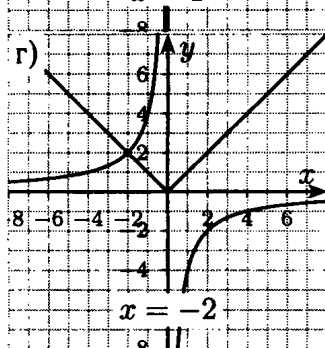
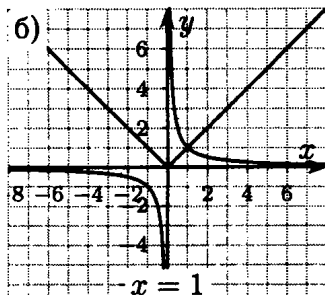
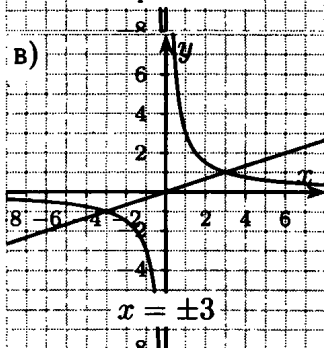
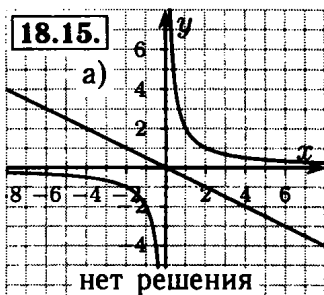
**18.11.** а)  $y_{\min} = -2, y_{\max} = -1$ ; б)  $y_{\min}$  — не определено,  $y_{\max} = 2$ ; в)  $y_{\min} = -2, y_{\max} = 0$ ; г)  $y_{\min}$  — не определено,  $y_{\max}$  — не определено.

**18.12.** а)  $y_{\min} = 1$ ,  $y_{\max} = 2$ ; б)  $y_{\min}$  — не определено,  $y_{\max}$  — не определено; в)  $y_{\min} = -2$ ,  $y_{\max} = 0$ ; г)  $y_{\min}$  — не определено,  $y_{\max} = 2$ .

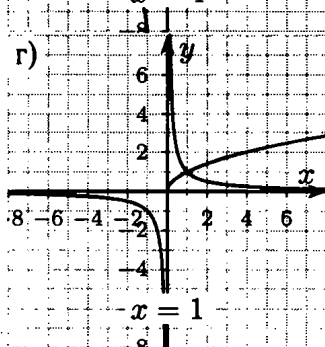
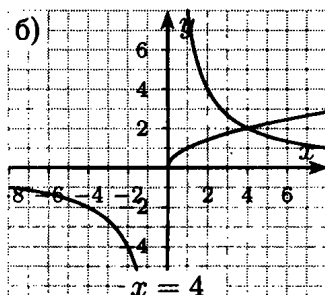
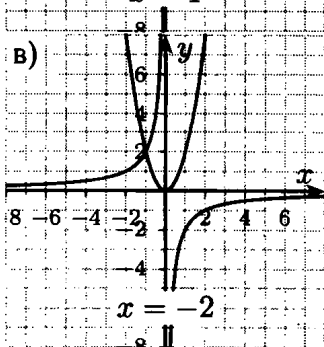
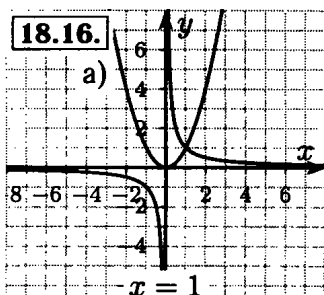
**18.13.** а)  $y = \frac{2}{x}$  и  $y = 2x \Rightarrow \frac{2}{x} = 2x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ , точки пересечения  $(-1; -2)$  и  $(1; 2)$ ; б)  $y = -\frac{5}{x}$  и  $y = -5 \Rightarrow -\frac{5}{x} = -5 \Rightarrow x = 1$ , точка пересечения  $(1; -5)$ ; в)  $y = -\frac{3}{x}$  и  $y = -3x \Rightarrow -\frac{3}{x} = -3x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ , точки пересечения  $(-1; 3)$  и  $(1; 3)$ ; г)  $y = \frac{4}{x}$  и  $y = 1 \Rightarrow \frac{4}{x} = 1 \Rightarrow x = 4$ , точка пересечения  $(4, 1)$ .



**18.15.**

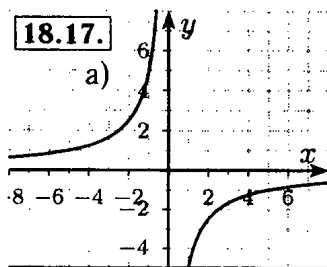


**18.16.**

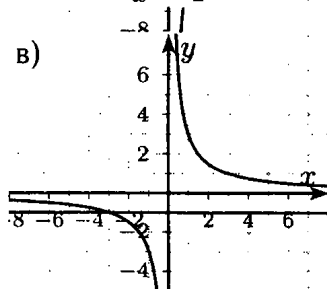




18.17.

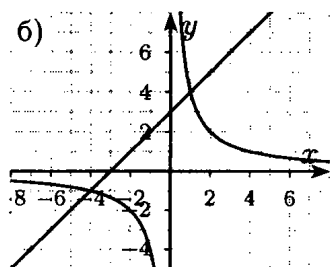


$$-x = 1$$

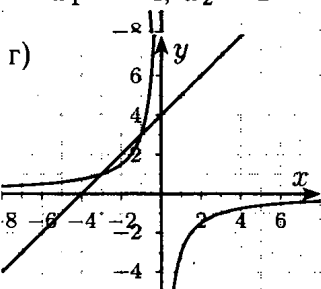


$$x = -3$$

б)

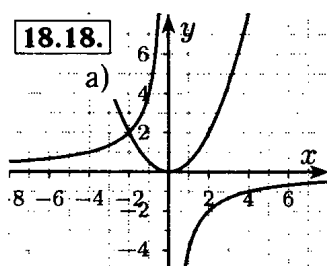


$$x_1 = -4, x_2 = 1$$

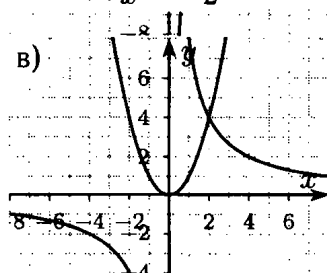


$$x_1 = -3, x_2 = 1$$

18.18.

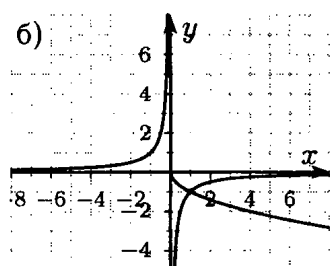


$$x = -2$$

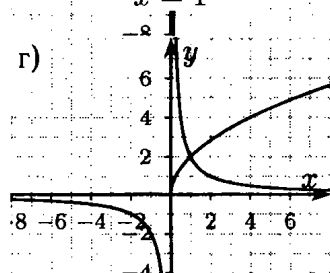


$$-x = 2$$

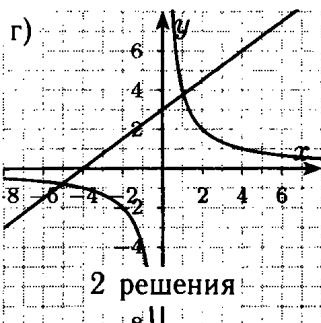
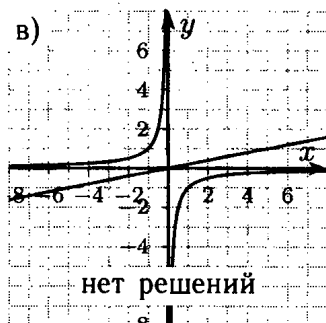
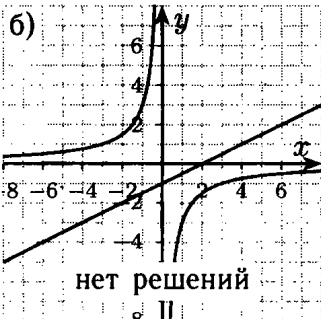
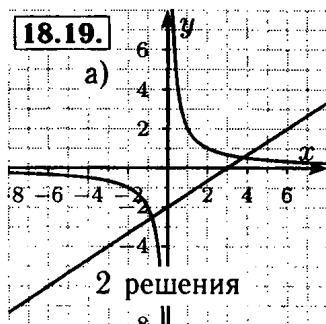
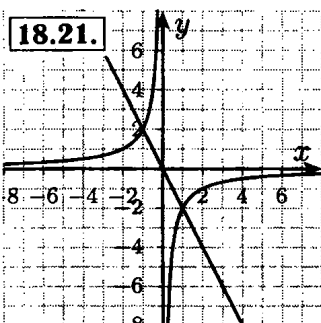
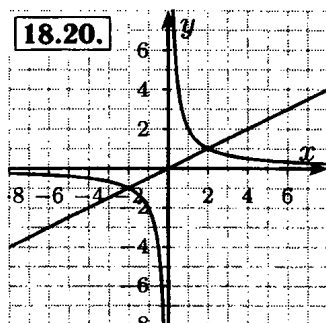
б)



$$-x = 1$$



$$-x = 1$$

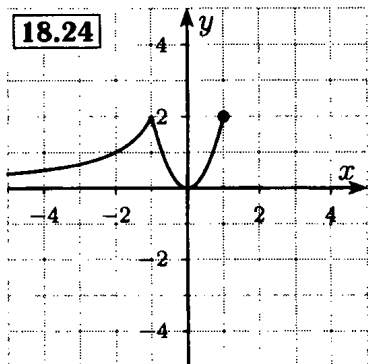
**18.19.****18.20.**

- а)  $x \in (-\infty; -2) \cup (0; 2)$ ;  
 б)  $x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$ .

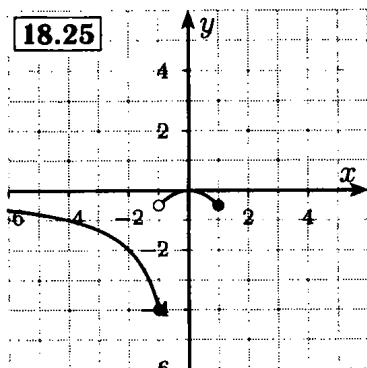
- а)  $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ ;  
 б)  $x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$ .

- 18.22.** а)  $f(1) = 4$ ;  $f(-2) = -2$ ;  $f(0,3) = \frac{40}{3}$ ;  $f(-\frac{1}{6}) = -24$ ; б)  $f(-a) = -\frac{4}{a}$ ;  $f(2a) = -\frac{2}{a}$ ;  $f(3x) = \frac{4}{3x}$ ;  $f(-x) = -\frac{4}{x}$ ; в)  $f(a+1) = \frac{4}{a+1}$ ;  $f(b-3) = \frac{4}{b-3}$ ;  $f(x+1) = \frac{4}{x+1}$ ;  $f(x-10) = \frac{4}{x-10}$ ; г)  $f(a) + 1 = \frac{4}{a} + 1$ ;  $f(x) - 2 = \frac{4}{x} - 2$ ;  $f(x-2) = \frac{4}{x-2} + 1$ ;  $f(x+1) - 1 = \frac{4}{x+1} - 1$ .

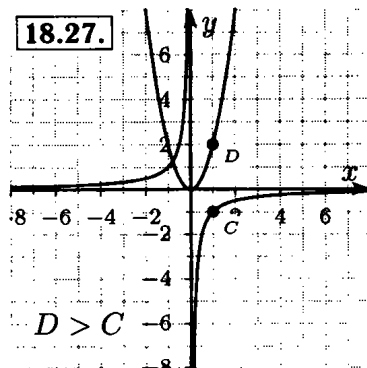
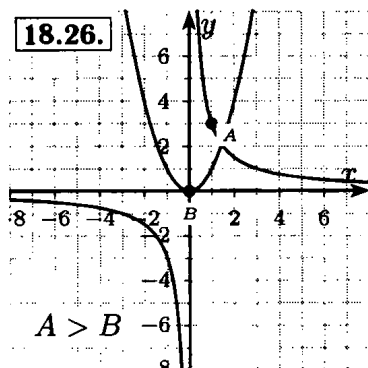
**18.23.** а)  $f(-1) = 6$ ;  $f(-3) = 2$ ;  $f(\frac{1}{2}) = -12$ ;  $f(\frac{2}{3}) = -9$ ;  
 б)  $f(3a) = -\frac{2}{a}$ ;  $f(6a) = -\frac{1}{a}$ ;  $f(-2x) = \frac{3}{x}$ ;  $f(-\frac{1}{3}x) = \frac{18}{x}$ ;  
 в)  $f(a-2) = \frac{6}{2-a}$ ;  $f(b+4) = -\frac{6}{b+4}$ ;  $f(x-1) = \frac{6}{1-x}$ ;  $f(x+2) = -\frac{6}{x+2}$ ;  
 г)  $f(x) = -4 = -\frac{6}{x} - 4$ ;  $f(2x) + 1 = -\frac{3}{x} + 1$ ;  
 $f(x-1) + 2 = \frac{6}{1-x} + 2$ ;  $2f(x+3) = -1 = -\frac{12}{x+3} - 1$ .



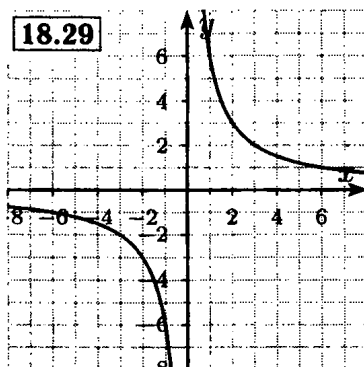
а)  $f(-2) = 1$ ,  $f(-1) = 2$ ,  
 $(f(1) = 2)$ ; б)  $x = \pm 1$ ;  
 $x = 0$ ;  $x = \pm \frac{1}{2}$ .



а)  $f(-4) = -1$ ;  $f(-1) =$   
 $= -4$ ;  $f(1) = -\frac{1}{2}$ ; б)  $x =$   
 $= -2$ ;  $x = 0$ ;  $x = \pm 1$ .



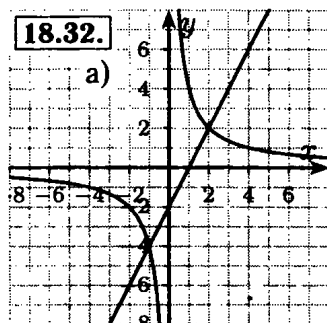
**18.28.** При  $x \in [1; 7]$   $y_{\max} = \frac{78}{x} = 78$ . При  $x \in [-5; 4]$   
 $y_{\max} = -103x^2 = 0$ . Следовательно  $P > Q$ .



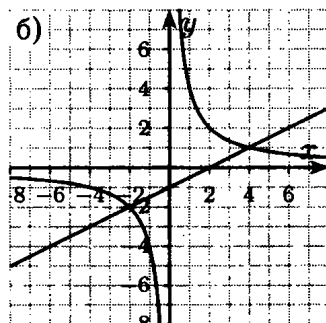
- а)  $x \in [2; 6]$ ; б)  $x \in (-3; 0)$ ;  
в)  $x \in [-6; -3]$ ; г)  $x \in (0; 1]$ .

**18.30.** а)  $f(x^2) = \frac{4}{x^2}$ ; б)  $\frac{1}{4}f(x^3) = \frac{1}{x^3}$ ; в)  $f(\frac{1}{x}) = \frac{4 \cdot x}{1} = 4x$ ;  
г)  $-f(x^5) = -\frac{4}{x^5}$ .

**18.31.** а)  $f^2(x) = (\frac{4}{x})^2 = \frac{16}{x^2}$ ; б)  $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\frac{4}{x}} = \frac{x}{4}$ ; в)  $f^3 \times$   
 $\times (x) = (\frac{4}{x})^3 = \frac{64}{x^3}$  г)  $-\frac{2}{f(x)} = -\frac{2}{\frac{4}{x}} = -\frac{x}{2}$ .



$x \in (-\infty; -1) \cup (0; 2)$



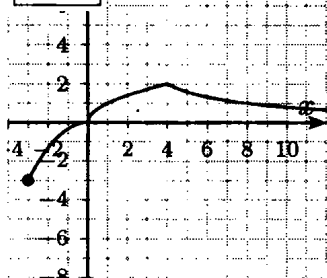
$x \in (-2; 0) \cup (4; +\infty)$

**18.33.**  $f(x+1) - f(x-1) = \frac{4}{x+1} - \frac{4}{x-1} = \frac{4 \cdot (x-1-x-1)}{(x+1)(x-1)} =$   
 $= -\frac{1}{2} \cdot \frac{16}{(x+1)(x-1)} = -\frac{1}{2}f(x+1) \cdot f(x-1).$

**18.34.**  $f(x+2) + f(2-x) = \frac{3}{x+2} + \frac{3}{2-x} = \frac{6-3x+3x+6}{(x+2)(2-x)} =$   
 $= -4 \cdot \frac{3}{x^2-4} = -4f(x^2-4).$

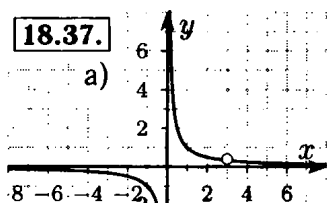
**18.35.**  $f(x+3) = 2f(x+5) = \frac{1}{x+3} \Rightarrow \frac{2}{x+5} \Rightarrow \frac{2x+6-x-5}{(x+3)(x+5)} =$   
 $= 0 \Rightarrow \frac{x+1}{(x+3)(x+5)} = 0 \Rightarrow x = -1.$

18.36

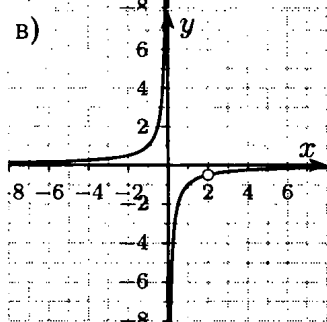


18.37.

а)

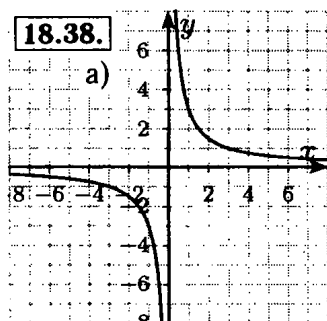


в)



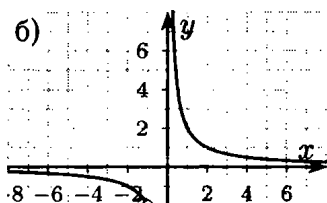
18.38.

а)

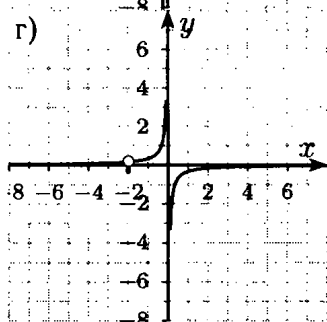


а)  $f(-3) = -3$ ;  $f(1) = 1$ ;  $f(\sqrt{33} - 1) = \frac{8}{\sqrt{33}-1} = \frac{8(\sqrt{33}+1)}{33-1} = \frac{1}{4}(\sqrt{33}+1)$ ; в)  $D(f) = [-3; +\infty)$ ;  $E(J) = [-3; 2]$ ; функция возрастает на  $[-3; 4]$ , функция убывает на  $[4; +\infty)$ .

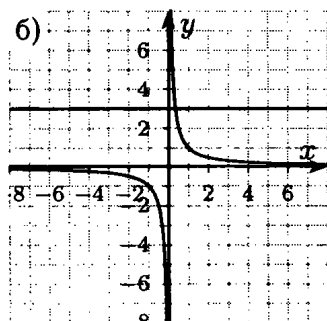
б)

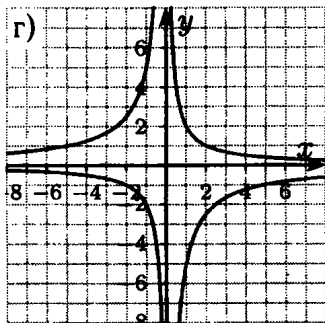
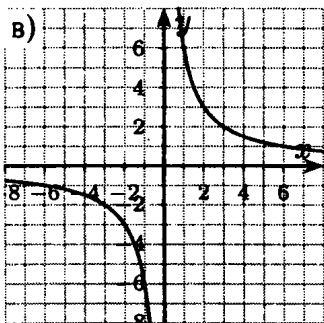


г)

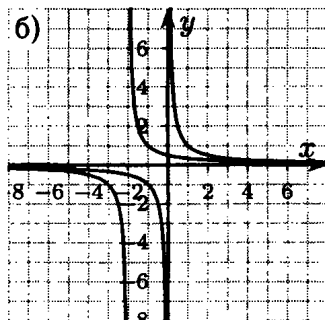
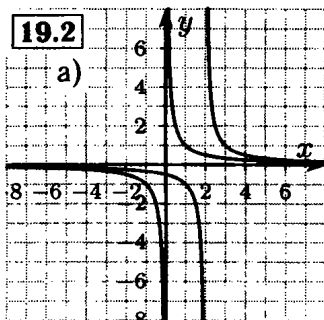
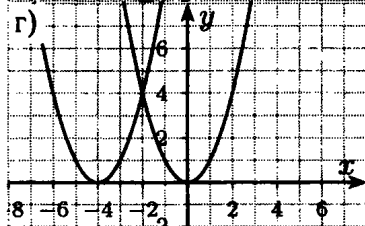
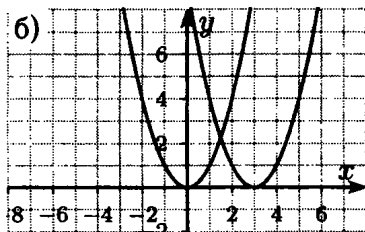
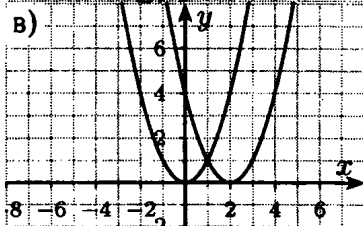
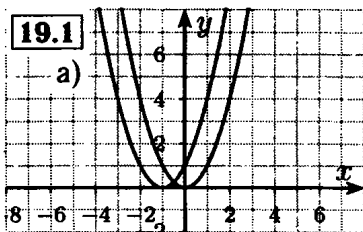


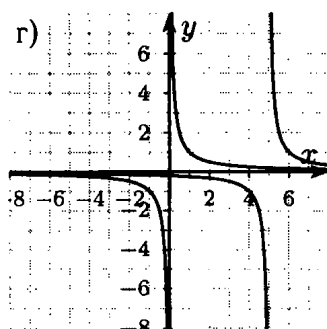
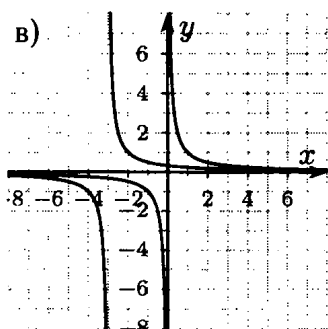
б)





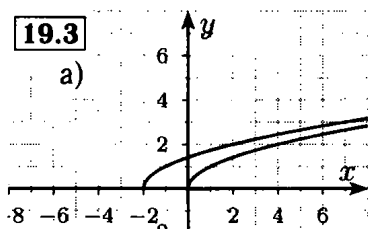
**§19. Как построить график функции  $y = f(x + l)$ , если известен график функции  $y = f(x)$**



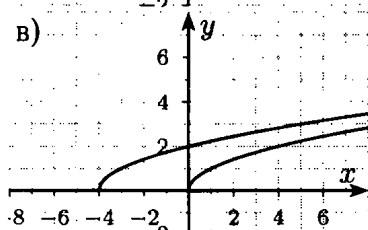


**19.3**

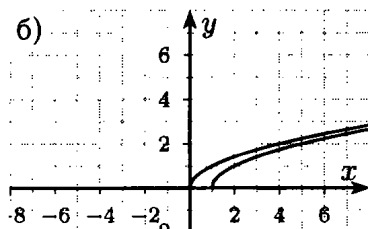
а)



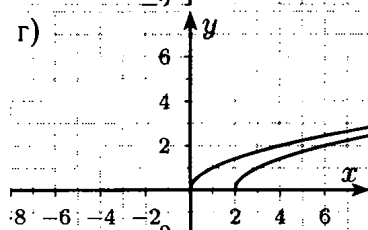
В)



б)

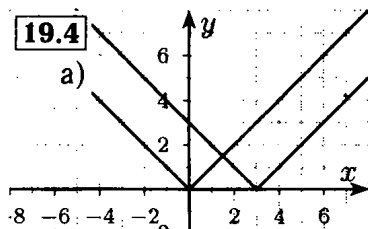


Г)

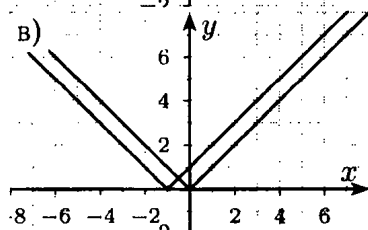


**19.4**

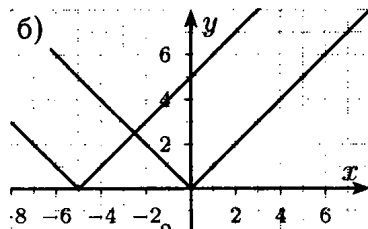
а)



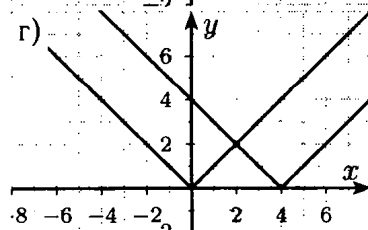
В)



б)

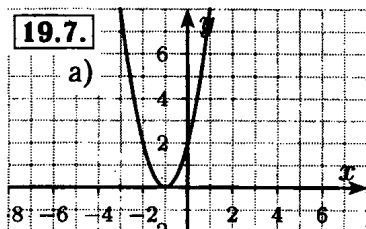


Г)

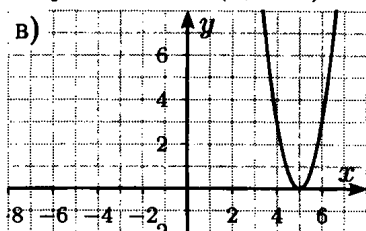


**19.5.** а)  $y = 3 \cdot (x + 4)^2$ ; б)  $y = -\frac{7}{x-3}$ ; в)  $y = \sqrt{x-2}$ ;  
 г)  $y = |x + 1|$ .

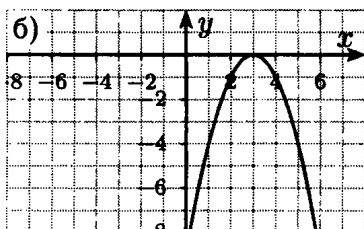
**19.6.** а)  $y = -\frac{1}{3}(x - 0,5)^2$ ; б)  $y = \frac{2}{x+2}$ ; в)  $y = -|x - 4|$ ;  
 г)  $y = -\sqrt{x + 1,5}$ .



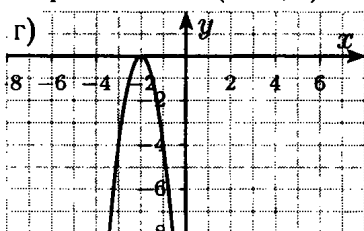
функция убывает  $x \in (-\infty; -1)$ ; функция возрастает  $x \in (-1; +\infty)$ .



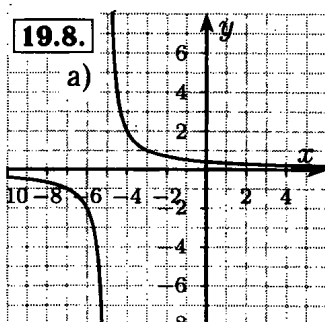
функция убывает  $x \in (-\infty; 5)$ ; функция возрастает  $x \in (5; +\infty)$ .



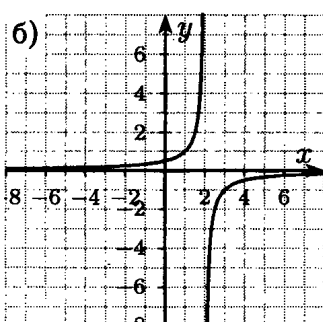
функция убывает  $x \in (3; +\infty)$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; 3)$ .



функция убывает  $x \in (2; +\infty)$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; 2)$ .

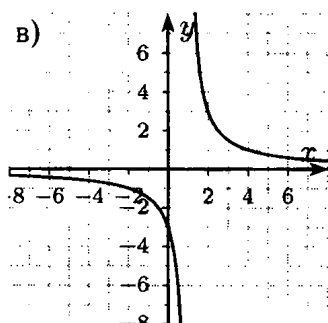


функция убывает  $x \in (-\infty; 5) \cup x \in (5; +\infty)$ .

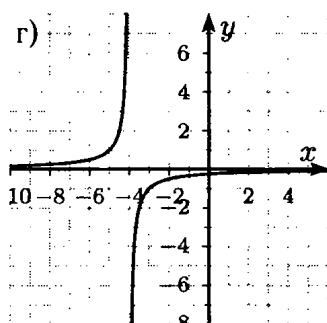


функция возрастает  $x \in (-\infty; 0) \cup x \in (0; +\infty)$ .

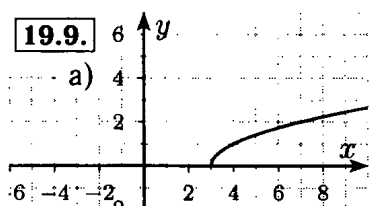




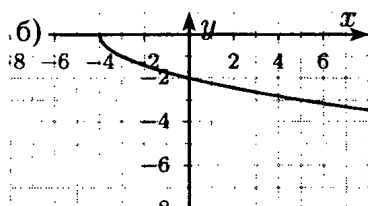
функция убывает  $x \in (-\infty; 1) \cup x \in (1; +\infty)$ .



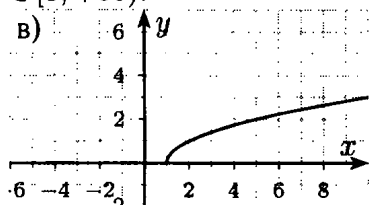
функция возрастает  $x \in (-\infty; -4) \cup x \in (-4; +\infty)$ .



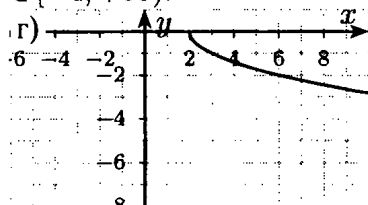
функция возрастает  $x \in [3; +\infty)$ .



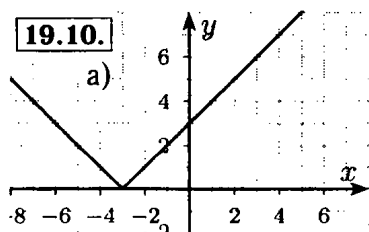
функция убывает  $x \in [-4; +\infty)$ .



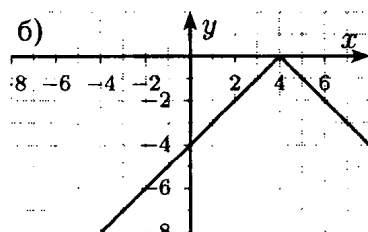
функция возрастает  $x \in [1; +\infty)$ .



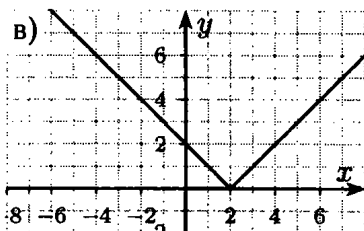
функция убывает  $x \in [2; +\infty)$ .



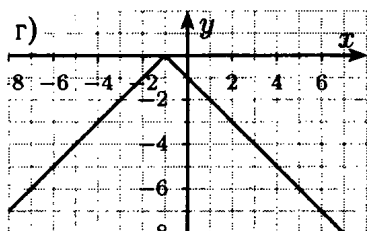
функция убывает  $x \in (-\infty; -3)$ ; функция возрастает  $x \in (-3; +\infty)$ .



функция убывает  $x \in (4; +\infty)$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; 4)$ .



функция убывает  $x \in (-\infty; 2)$ ; функция возрастает  $x \in (2; +\infty)$ .



функция убывает  $x \in (-1; +\infty)$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; -1)$ ;

**19.11.** а)  $y = (x-2)^2$ ; б)  $y = -2 \cdot (x+1)^2$ ; в)  $y = 3 \cdot (x+2)^2$ ; г)  $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2$ .

**19.12.** а)  $y = \sqrt{x-2}$ ; б)  $y = \sqrt{x+3}$ ; в)  $y = -\sqrt{x+4}$ ; г)  $y = -\sqrt{x+1}$ .

**19.13.** а)  $y = \frac{1}{x-1}$ ; б)  $y = -\frac{2}{x+2}$ ; в)  $y = \frac{3}{x-2}$ ; г)  $y = -\frac{1}{x+2}$ .

**19.14.** а)  $y = |x-1|$ ; б)  $y = -|x+2|$ ; в)  $y = -|x-4|$ ; г)  $y = |x+3|$ .

**19.15.** а)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 2$ ; б)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ; в)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ; г)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 2$ .

**19.16.** а)  $y_{\min} = -5$ ,  $y_{\max} = 0$ ; б)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 0$ ; в)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 0$ ; г)  $y_{\min} = -\infty$ ,  $y_{\max} = 0$ .

**19.17.** а)  $y_{\min} = 1$ ,  $y_{\max} = 4$ ; б)  $y_{\min} = -2$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = 4$ ,  $y_{\max}$  — не существует; г)  $y_{\min} = 1$ ,  $y_{\max}$  — не существует.

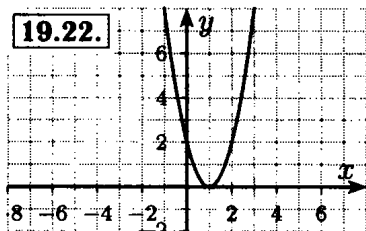
**19.18.** а)  $y_{\min} = 1$ ,  $y_{\max} = 2$ ; б)  $y_{\min} = -\frac{1}{2}$ ,  $y_{\max} = 0$ ; в)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = -1$ ; г)  $y_{\min} = 2$ ,  $y_{\max} = -1$ .

**19.19.** а)  $y_{\min} = 1$ ,  $y_{\max} = 2$ ; б)  $y_{\min} = 3$ ,  $y_{\max}$  — не существует.

**19.20.** а)  $y_{\min} = -2$ ,  $y_{\max} = -1$ ; б)  $y_{\min} = -\sqrt{3}$ ,  $y_{\max} = 0$ .

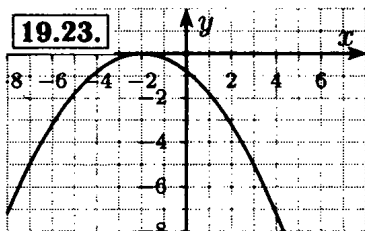
**19.21.** а)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 2$ ; б)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; г)  $y_{\min} = 3$ ,  $y_{\max} = 6$ .

19.22.



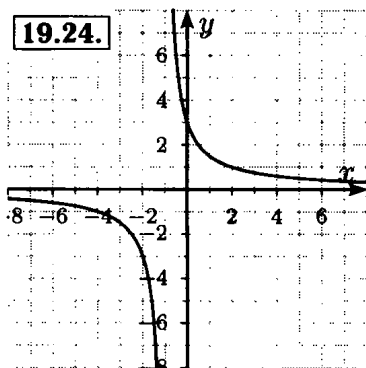
а)  $y = 8, 2, 0$ ; б)  $x = 0, 2, -1, 3, 1$ ; в) функция убывает  $x \in (-\infty; 1)$ ; функция возрастает  $x \in (1; +\infty)$ ; г)  $x = 1$ .

19.23.



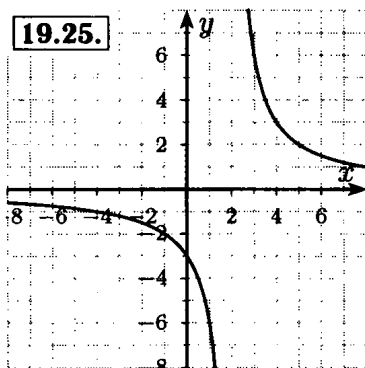
а)  $y = 0, -1, -4$ ; б)  $x = -2, -4, 0, 2, -6$ ; в) функция убывает  $x \in (-\infty; -2)$ ; функция возрастает  $x \in (-2; +\infty)$ ; г)  $x = -2$ .

19.24.



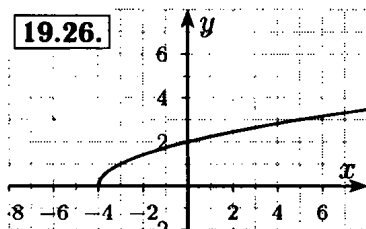
а)  $y = -3, 3, 1$ ; б)  $x = -\frac{1}{2}, -4, -\frac{3}{2}$ ; в) функция убывает  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ ; г)  $x = -1$  и  $y = 0$ .

19.25.

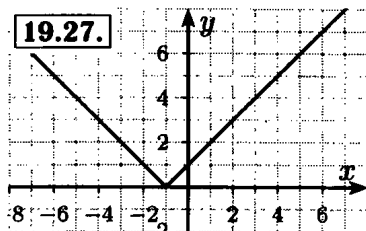


а)  $y = 2, 3, -6$ ; б)  $x = 0, 8, 6$ ; в) функция возрастает  $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ ; г)  $x = 2$  и  $y = 0$ .

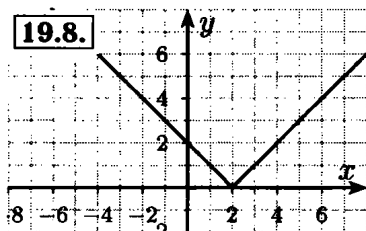
19.26.



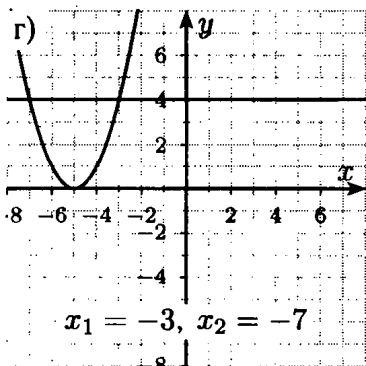
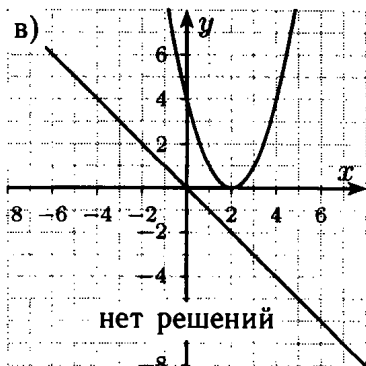
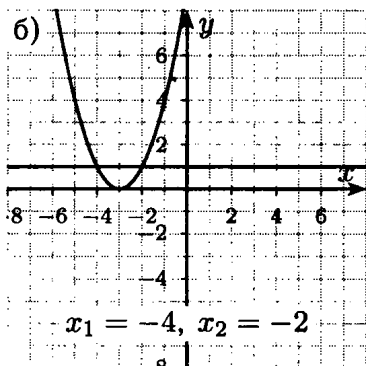
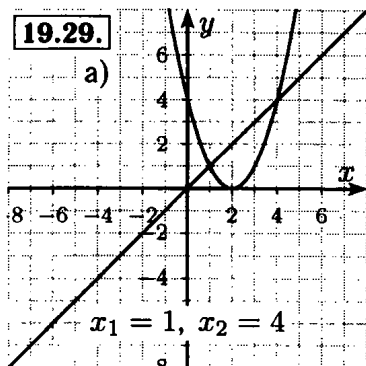
а)  $y = 0, 2, 3$ ; б)  $x = -3, -4, 5$ ; в)  $y_{\min} = 1, y_{\max} = 2$ ; г)  $x \in (-4; 5)$ .

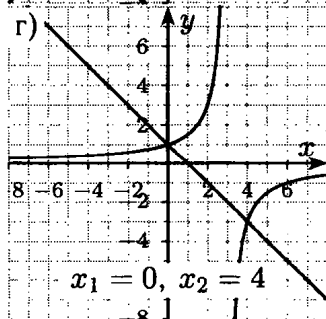
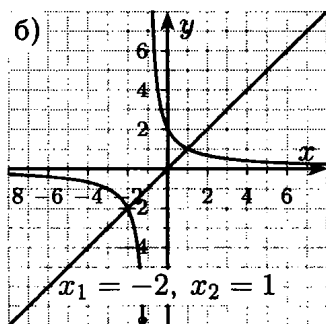
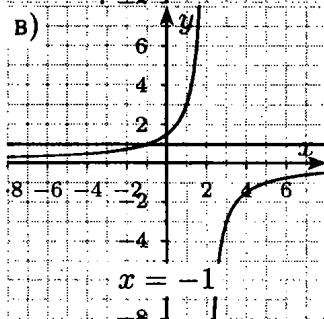
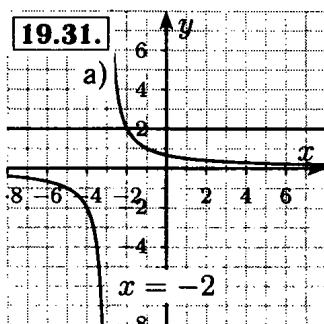
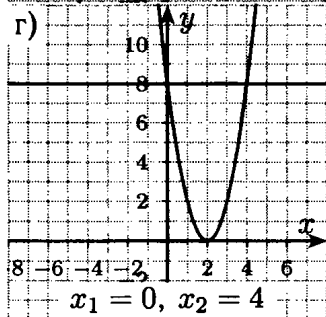
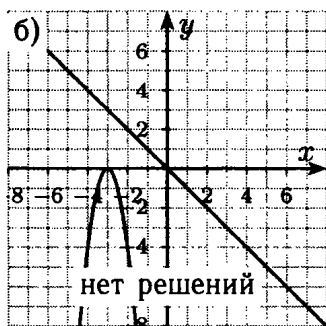
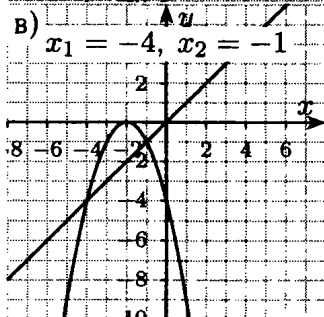
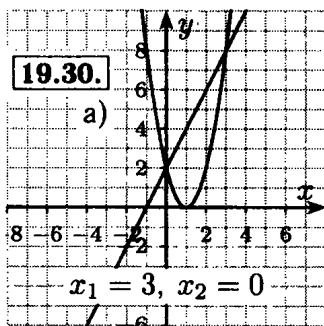


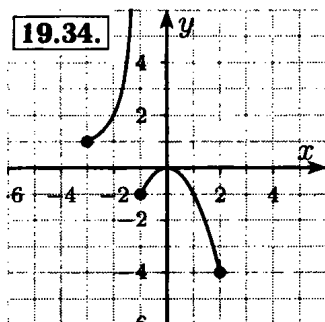
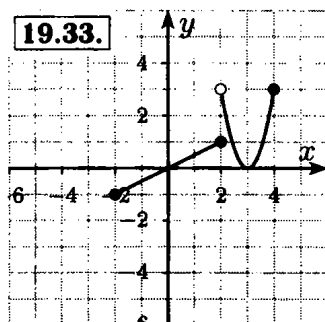
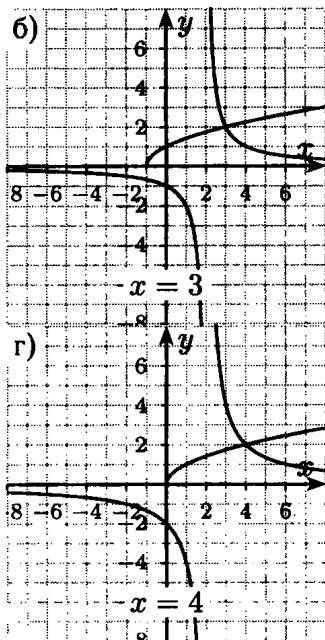
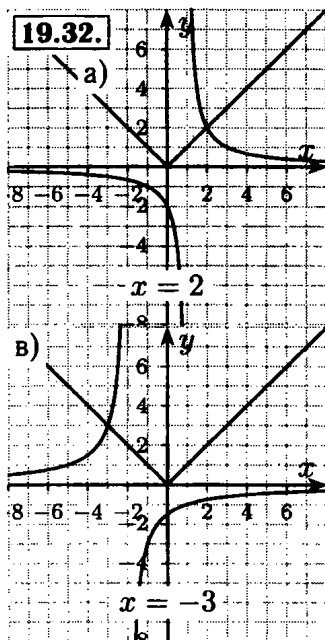
а)  $y = 0, 1, 5$ ; б)  $x = -2$  или  $0, -1, -6$  или  $4$ ; в) функция убывает  $x \in (-\infty; -1)$ ; функция возрастает  $x \in (-1; +\infty)$ ; г)  $x \in [-2; 0]$ .



а)  $y = 5, 2, 1$ ; б)  $x = 1$  или  $3, 2, -2$  или  $6$ ; в) функция убывает  $x \in (-\infty; 2)$ ; функция возрастает  $x \in (2; +\infty)$ ; г)  $x \in (-\infty; 0] \cup (4; +\infty)$ .





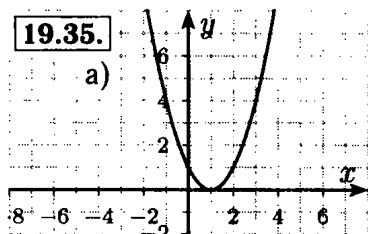


а)  $f(-1) = -\frac{1}{2}$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f(4) = 3$ ; в)  $D(f) = [-2; 4]$ ;  $y = 0$  при  $x = 0$  и  $x = 3$ ;  $y > 0$  при  $x \in (0; 3) \cup (3; 4)$ ;  $y < 0$  при  $x \in [-2; 0)$ ; функция имеет разрыв при  $x = 2$ ; функция ограничена снизу и сверху;  $y_{\min} = -2$ ,  $y_{\max} = 4$ .

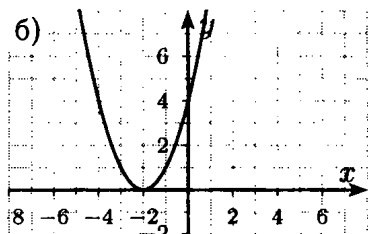
а)  $f(-1,5) = 4$ ,  $f(-1) = -1$ ,  $f(2) = -4$ ; в)  $D(f) = [-3; 2]$ ;  $y = 0$  при  $x = 0$ ;  $y > 0$  при  $x \in [-3; -1)$ ;  $y < 0$  при  $x \in [-1; 0) \cup (0; 2]$ ; функция имеет разрыв при  $x = -1$ ; функция ограничена снизу и не ограничена сверху;  $y_{\min} = -4$ ,  $y_{\max}$  — нет.

**19.35.**

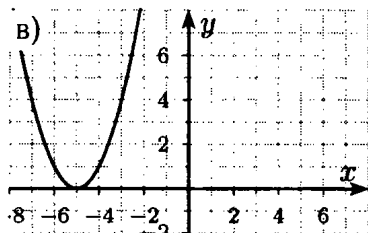
a)



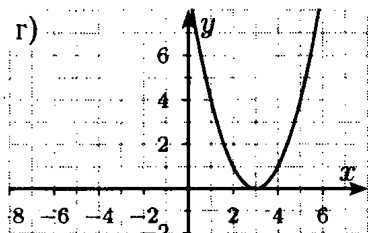
б)



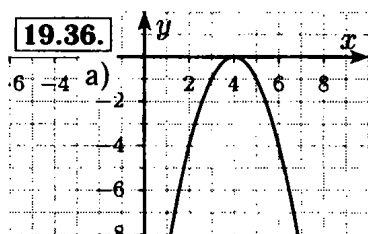
B)



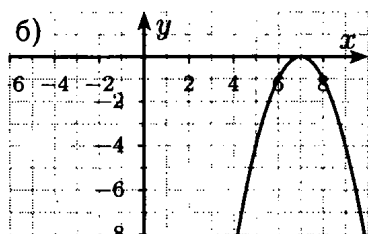
г)

**19.36.**

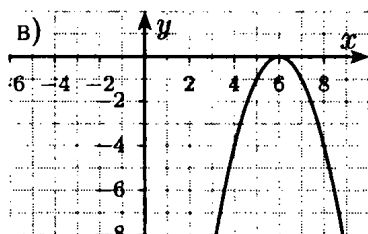
a)



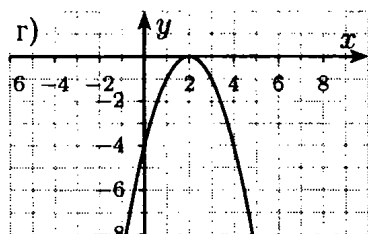
б)



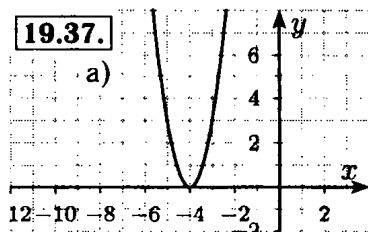
B)



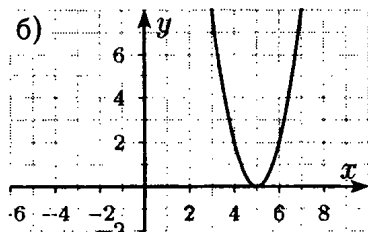
г)

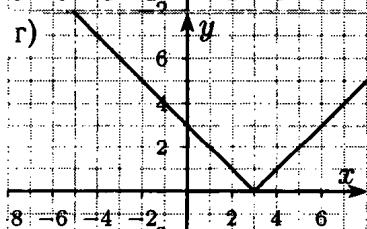
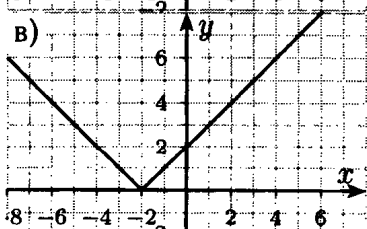
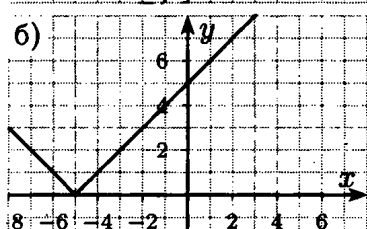
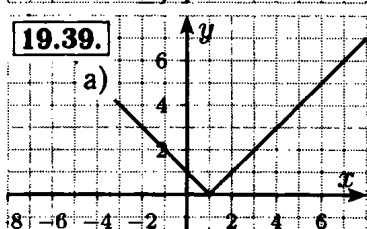
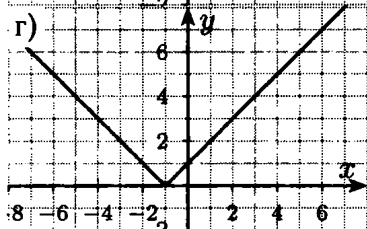
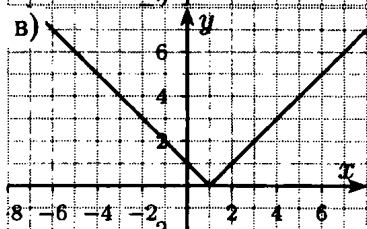
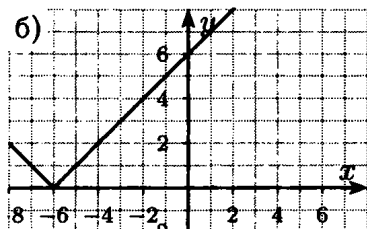
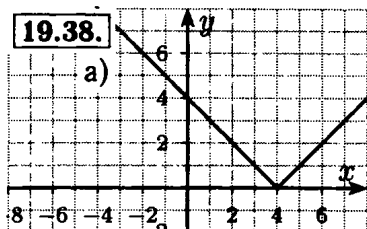
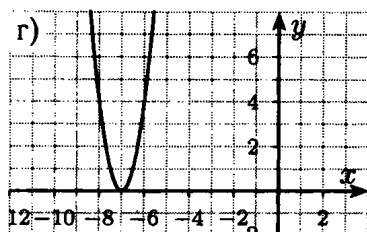
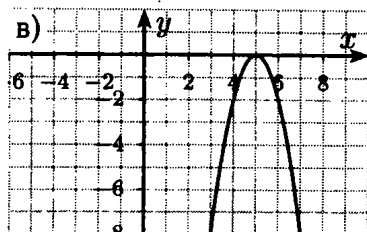
**19.37.**

a)



б)

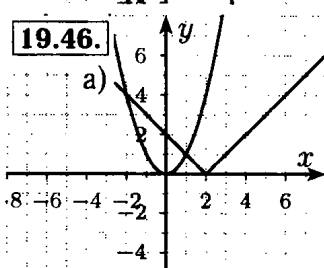
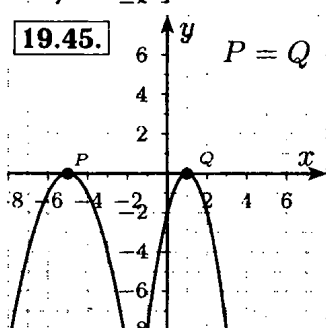
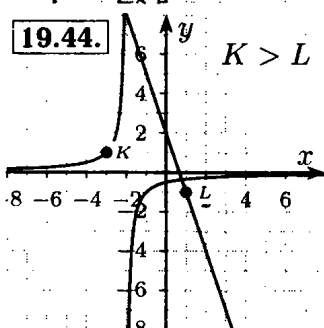
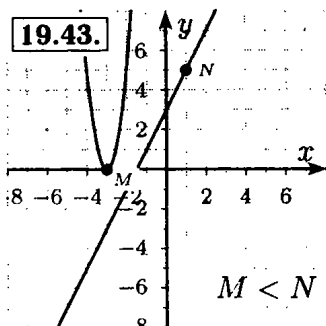
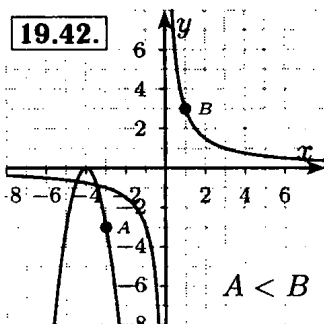




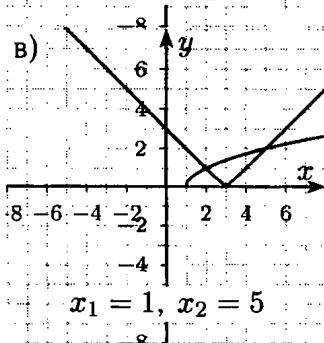
**19.40.** а)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 3$ ; б)  $y_{\min} = 1$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ;  
B)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ; г)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 4$ .

**19.41.** а)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 2$ ; б)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ;  
B)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = +\infty$ ; г)  $y_{\min} = 0$ ,  $y_{\max} = 6$ .

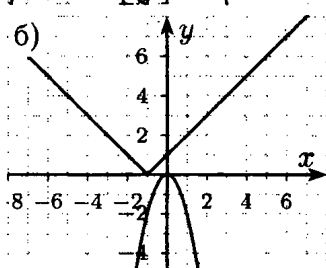




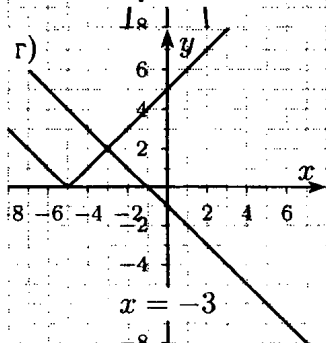
$$x_1 = -2, x_2 = 1$$



$$x_1 = 1, x_2 = 5$$

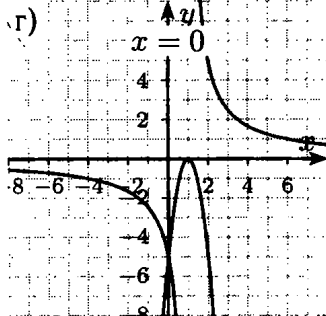
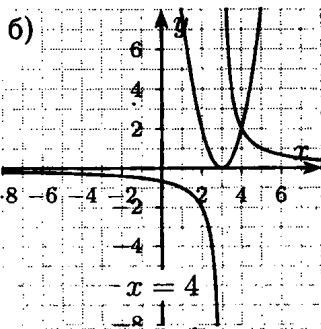
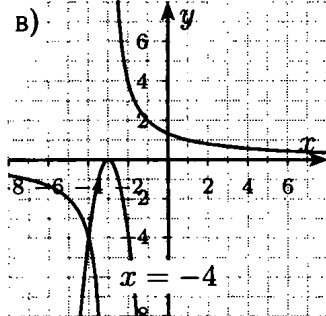
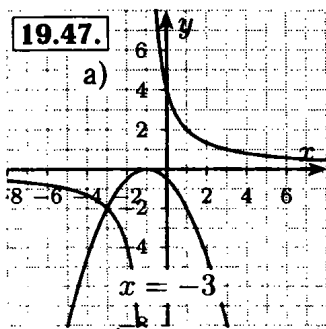


нет решений

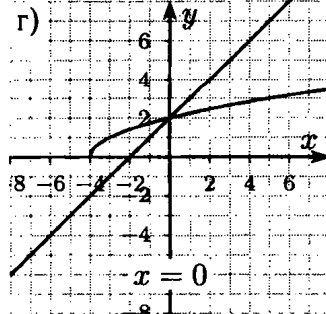
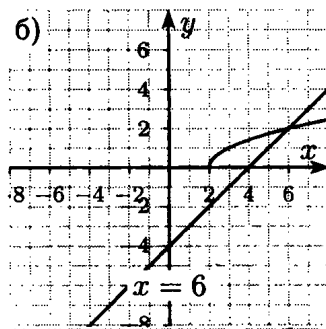
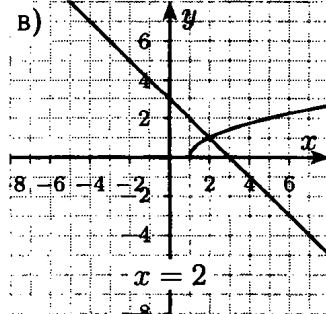
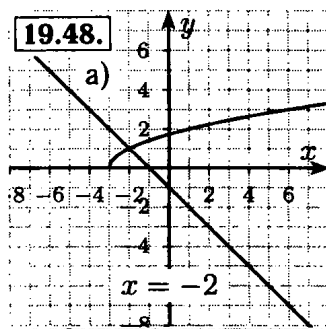


$$x = -3$$

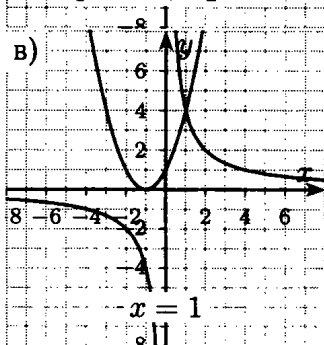
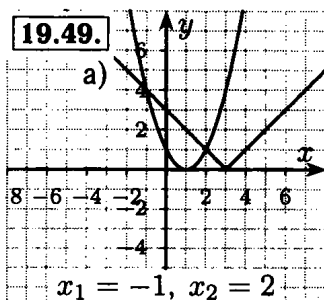
19.47.



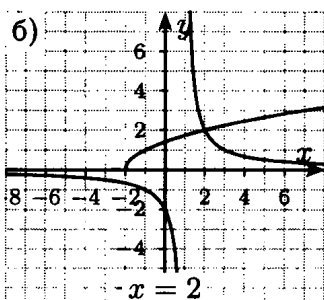
19.48.



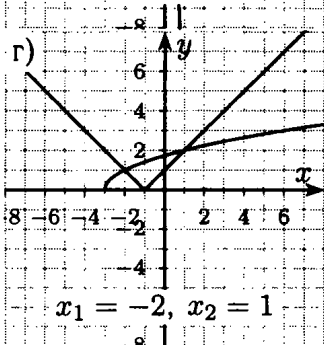
19.49.



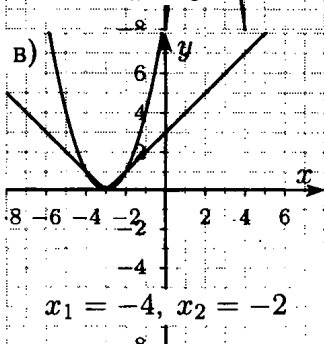
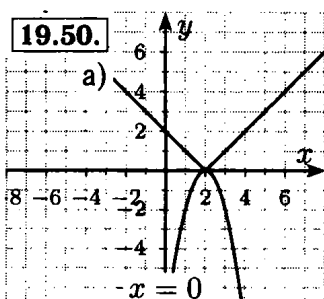
б)



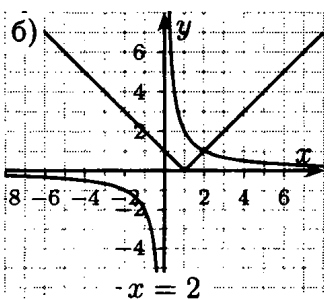
г)



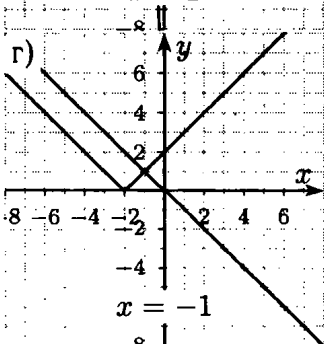
19.50.



б)

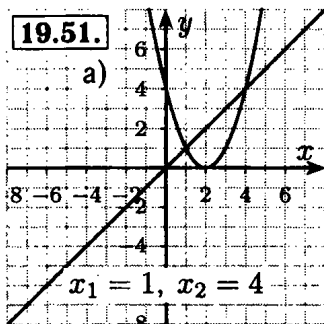


г)

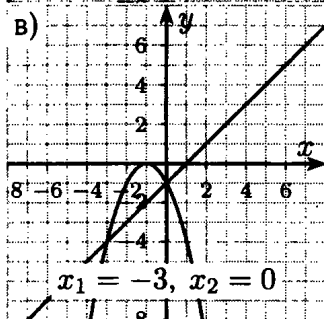


19.51.

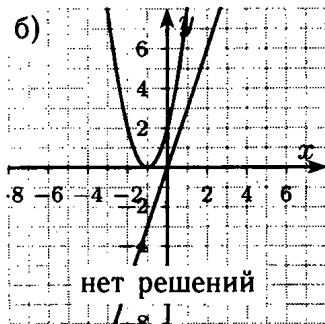
a)



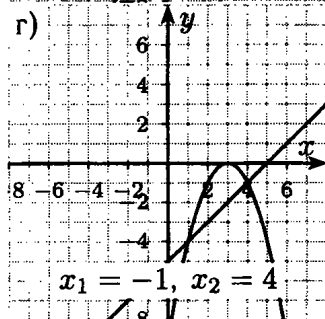
б)



б)

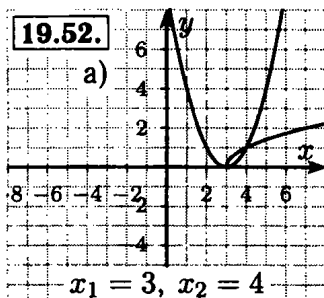


г)

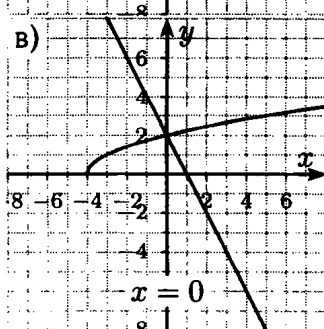


19.52.

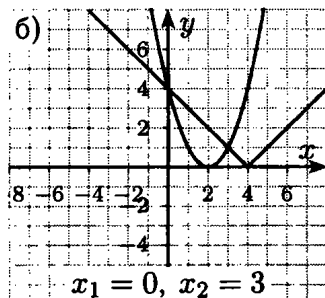
a)



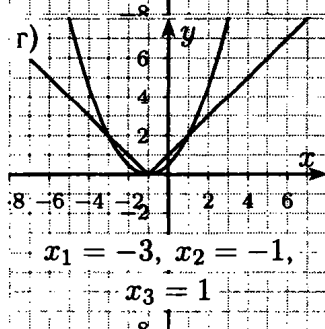
б)



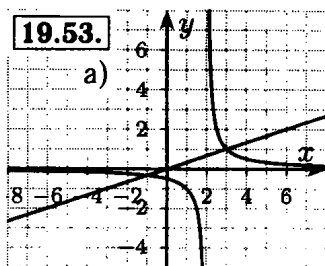
б)



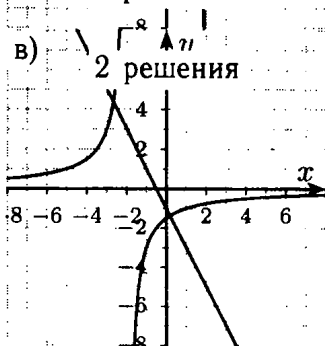
г)



19.53.

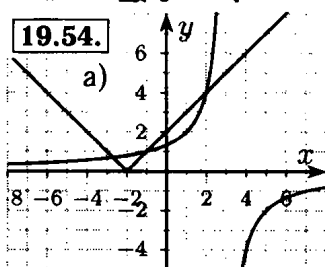


2 решения



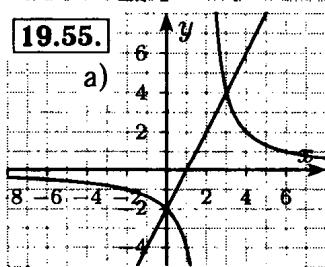
2 решения

19.54.



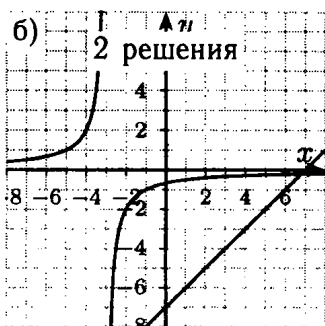
3 решения

19.55.



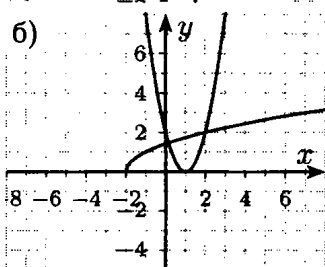
$x \in (0; 2) \cup (3; +\infty)$

б)



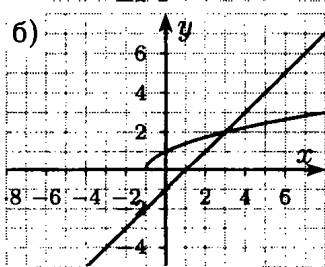
нет решений

б)



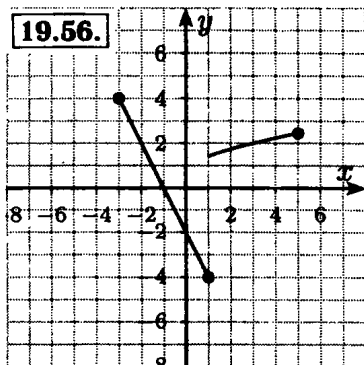
2 решения

б)



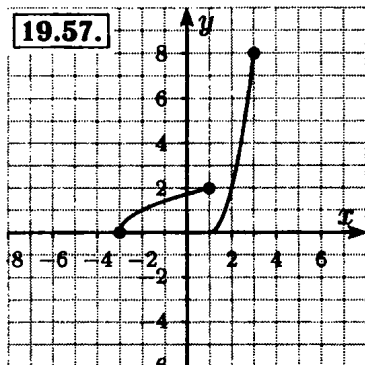
$x \in [3; +\infty)$

19.56.



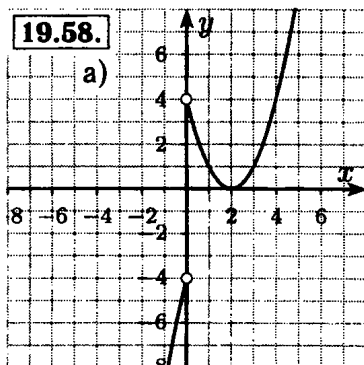
а)  $f(-2,8) = 3,6$ ,  $f(3,84) = 2,2$ ,  $f(0) = -2$ ; б)  $x = -2$ ,  $x = -2$  или  $3$ ,  $-3$ .

19.57.

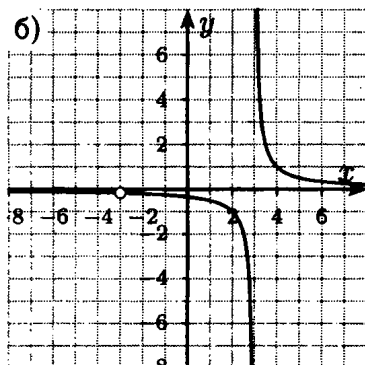


1 корень —  $p = 0 \cup (2; 8]$ ;  
2 корня —  $p \in (0; 2)$ .

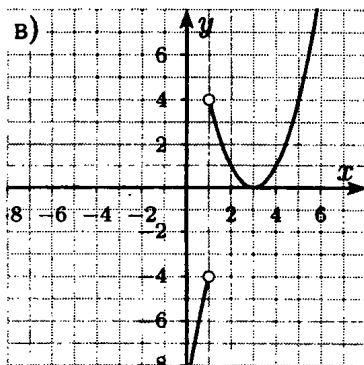
19.58.



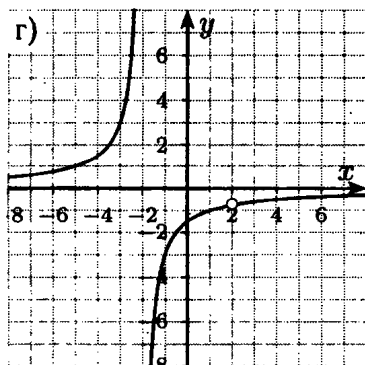
б)



в)



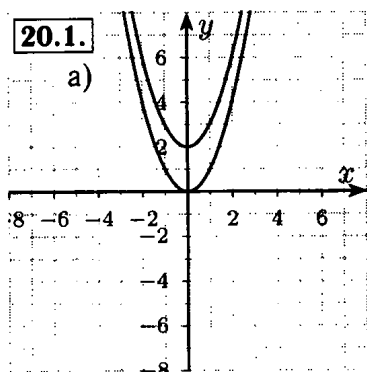
г)



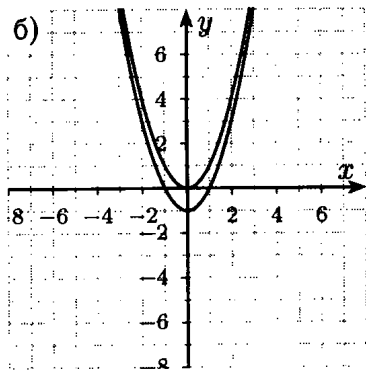
**§20. Как построить график функции  $y = f(x) + m$ , если известен график функции  $y = f(x)$**

**20.1.**

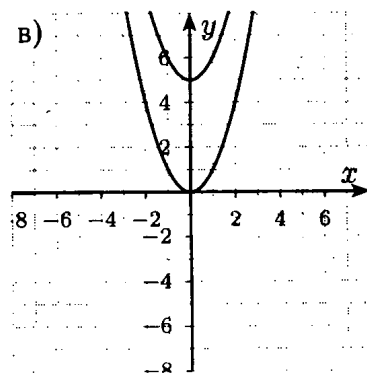
а)



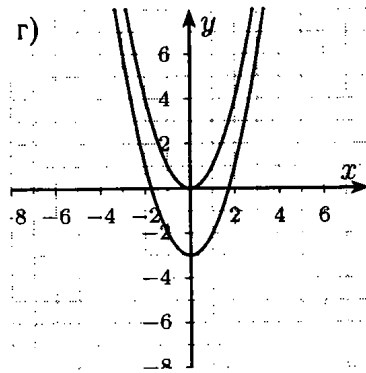
б)



в)

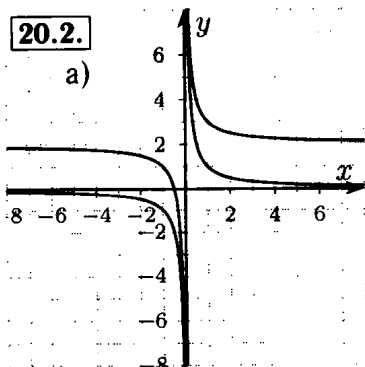


г)

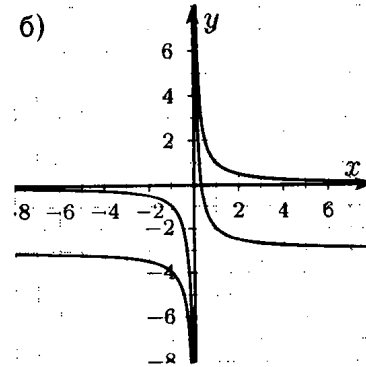


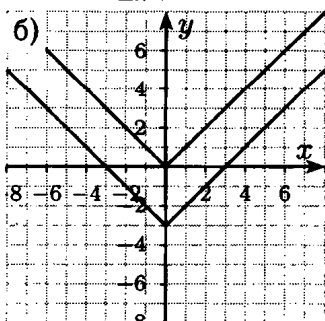
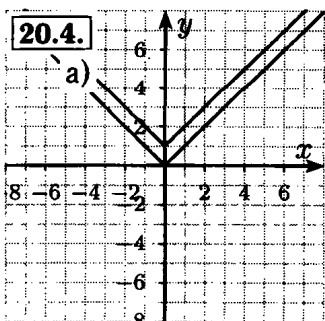
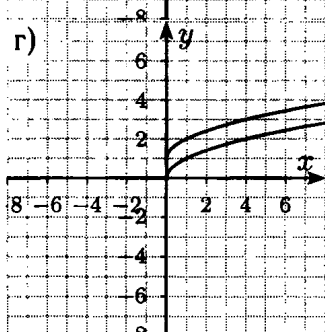
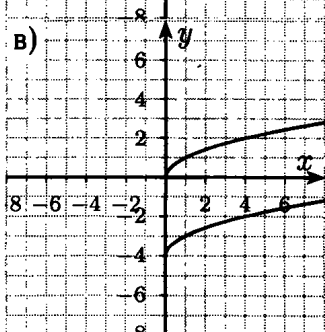
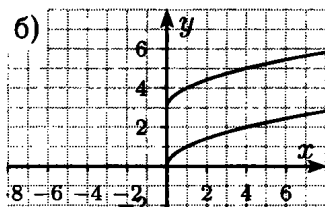
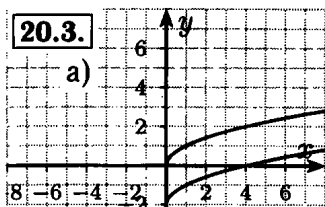
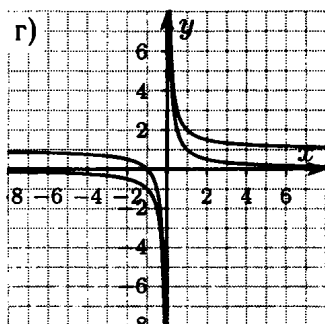
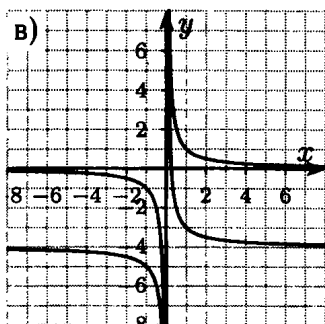
**20.2.**

а)

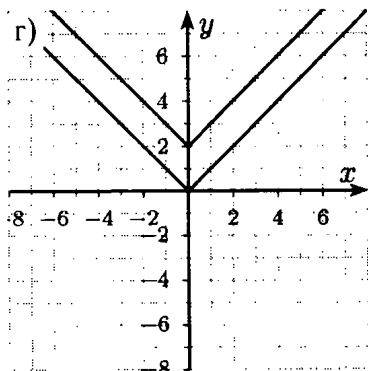
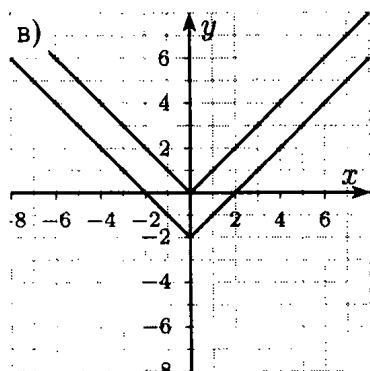


б)



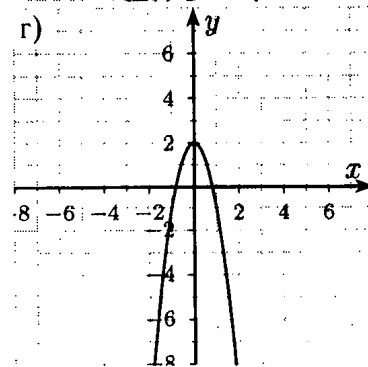
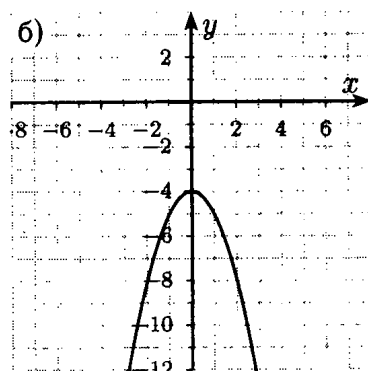
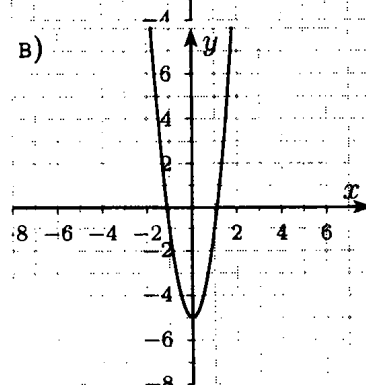
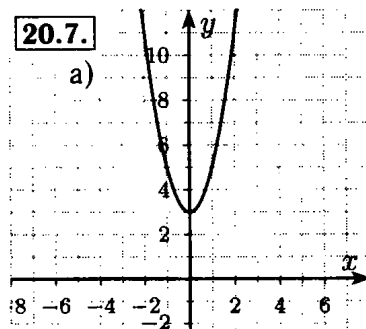






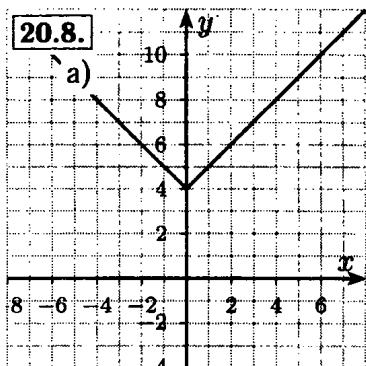
**20.5.** а)  $y = 2x^2 + 3$ ; б)  $y = \frac{9}{x} - 1$ ; в)  $y = \sqrt{x} - 2$ ;  
 г)  $y = |x| + 4$ .

**20.6.** а)  $y^2 = -0,5x^2 - 1$ ; б)  $y = 4 - \frac{8}{x}$ ; в)  $y = -\sqrt{x} + 3$ ;  
 г)  $y = -|x| - 2$ .

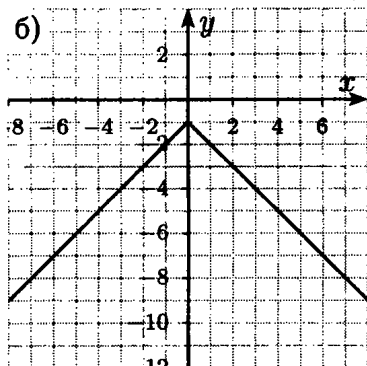


20.8.

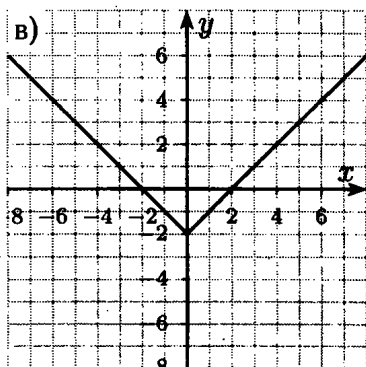
a)



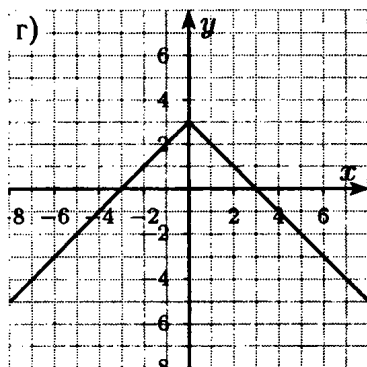
б)



в)

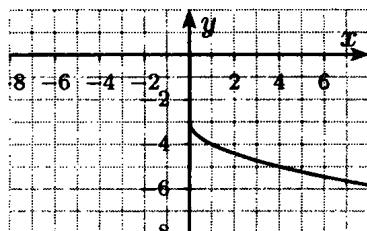
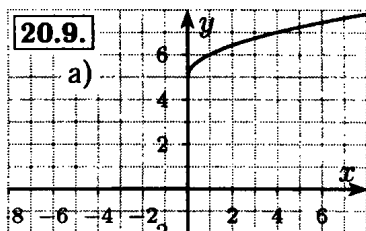


г)

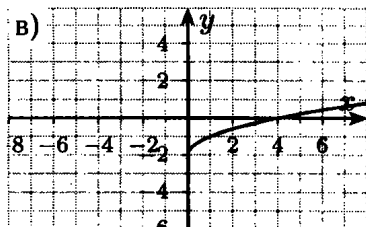


20.9.

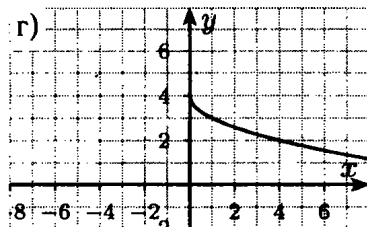
a)

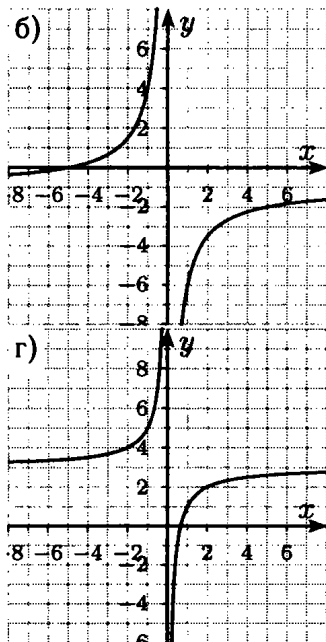
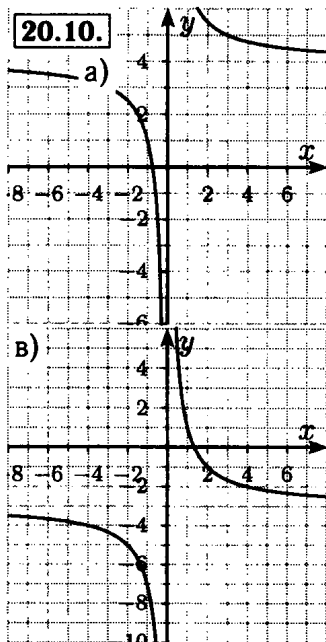


в)



г)





**20.11.** а)  $y = 2x^2 + 1$ ; б)  $y = 3 - \frac{1}{2}x^2$ ; в)  $y = -2x^2 - 2$ ; г)  $y = x^2 - 7$ .

**20.12.** а)  $y = \frac{1}{x} + 2$ ; б)  $y = -\frac{2}{x} - 3$ ; в)  $y = \frac{3}{x} + 1$ ; г)  $y = -\frac{1}{x} - 3$ .

**20.13.** а)  $y = \sqrt{x} + 2$ ; б)  $y = -\sqrt{x} - 2$ ; в)  $y = \sqrt{x} - 1$ ; г)  $y = 3 - \sqrt{x}$ .

**20.14.** а)  $y = |x| - 4$ ; б)  $y = 3 - |x|$ ; в)  $y = |x| + 2$ ; г)  $y = -1 - |x|$ .

**20.15.** а)  $y_{\min} = -5$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max} = -3$  при  $x = \pm 1$ ; б)  $y_{\min} = -5$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = -5$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max} = 3$  при  $x = -2$ ; г)  $y_{\min} = -5$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует.

**20.16.** а)  $y_{\min} = -1$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 0$  при  $x = 1$ ; б)  $y_{\min} = -4$  при  $x = -1$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = -6$  при  $x = -2$ ,  $y_{\max} = -2$  при  $x = -3$ ; г)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = -1$  при  $x = 2$ .

**20.17.** а)  $y_{\min} = -1$  при  $x = \pm 1$ ,  $y_{\max} = 4$  при  $x = 0$ ; б)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 4$  при  $x = 0$ ; в)  $y_{\min}$  —

не существует,  $y_{\max} = 4$  при  $x = 0$ ; г)  $y_{\min} = 1$  при  $x = -1$ ,  $y_{\max} = 4$  при  $x = 0$ .

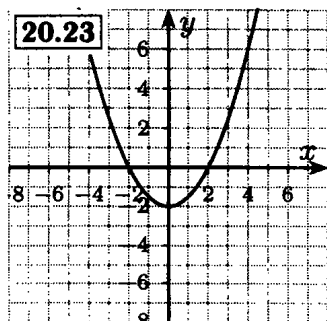
**20.18.** а)  $y_{\min} = 0$  при  $x = -1$ ,  $y_{\max} = \frac{2}{3}$  при  $x = 3$ ; б)  $y_{\min} = 0$  при  $x = 1$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 2$  при  $x = -1$ ; г)  $y_{\min} = \frac{5}{4}$  при  $x = -4$ ,  $y_{\max} = \frac{3}{2}$  при  $x = -2$ .

**20.19.** а)  $y_{\min} = -1$  при  $x = 1$ ,  $y_{\max} = 0$  при  $x = 4$ ; б)  $y_{\min} = 0$  при  $x = 4$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = 0$  при  $x = 4$ ,  $y_{\max} = 1$  при  $x = 9$ ; г)  $y_{\min} = -1$  при  $x = 1$ ,  $y_{\max}$  — не существует.

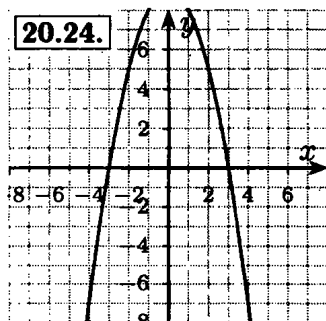
**20.20.** а)  $y_{\min} = 0$  при  $x = 1$ ,  $y_{\max} = 1$  при  $x = 0$ ; б)  $y_{\min} = -2$  при  $x = 9$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = -2$  при  $x = 9$ ,  $y_{\max} = 0$  при  $x = 1$ ; г)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = -1$  при  $x = 4$ .

**20.21.** а)  $y_{\min} = -2$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 2$  при  $x = 6$ ; б)  $y_{\min} = -3$  при  $x = -1$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = -4$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; г)  $y_{\min} = -4$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max} = 1$  при  $x = 5$ .

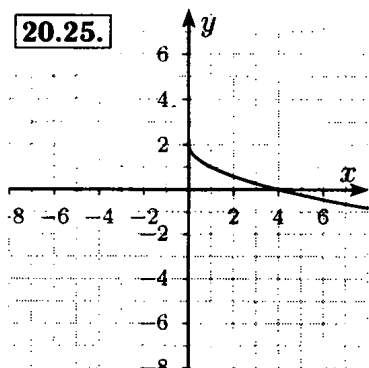
**20.22.** а)  $y_{\min} = 0$  при  $x = -2$ ,  $y_{\max} = 2$  при  $x = 0$ ; б)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 2$  при  $x = 0$ ; в)  $y_{\min} = 0$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 2$  при  $x = 0$ ; г)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 2$  при  $x = 0$ .



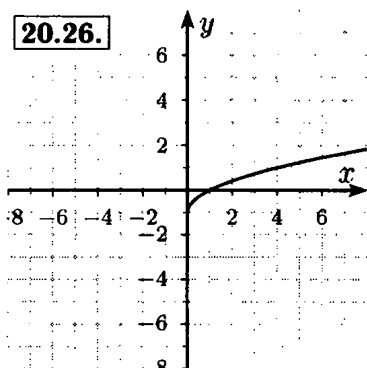
а)  $y = -1,5$ ,  $y = -2$ ,  $y = 0$ ;  
б)  $x = \pm 2$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pm 4$ ;  
в)  $y_{\min} = -2$ ; г)  $y < 0$  при  $x \in (-2; 2)$ ,  $y > 0$  при  $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .



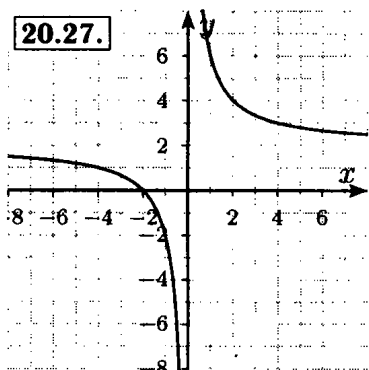
а)  $y = 0$ ,  $y = 9$ ,  $y = 8$ ;  
б)  $x = 0$ ,  $x = \pm 2$ ,  $x = \pm 3$ ;  
в)  $y_{\max} = 9$ ; г)  $y > 0$  при  $x \in (-3; 3)$ ,  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .

**20.25.**

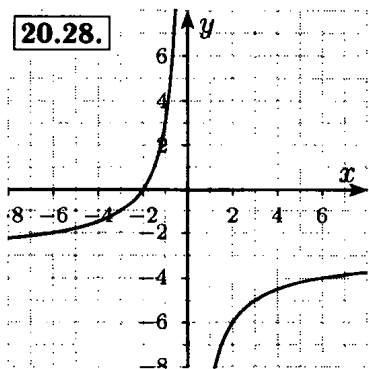
- а)  $y = 2$ ,  $y = 1$ ,  $y = -1$ ;  
 б)  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $x = 16$ ;  
 в)  $x \in (-\infty; 2]$ ; г)  $y > 0$  при  $x \in [0; 4)$ ;  $y < 0$  при  $x > 4$ .

**20.26.**

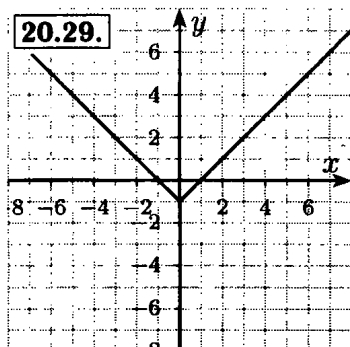
- а)  $y = -1$ ,  $y = 0$ ,  $y = 3$ ;  
 б)  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ;  
 в)  $x \in [-1; +\infty)$ ; г)  $y < 0$  при  $x \in [0; 1)$ ,  $y > 0$  при  $x > 1$ .

**20.27.**

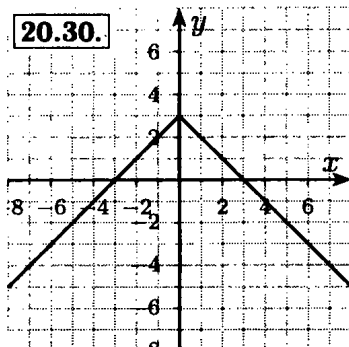
- а)  $y = 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = 6$ ;  
 б)  $x = -4$ ,  $x = -2$ ,  $x = -1$ ;  
 в)  $y < 0$  при  $x \in (-2; 0)$ ,  $y > 0$  при  $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ ; г)  $y = 2$ ;  $x = 0$ .

**20.28.**

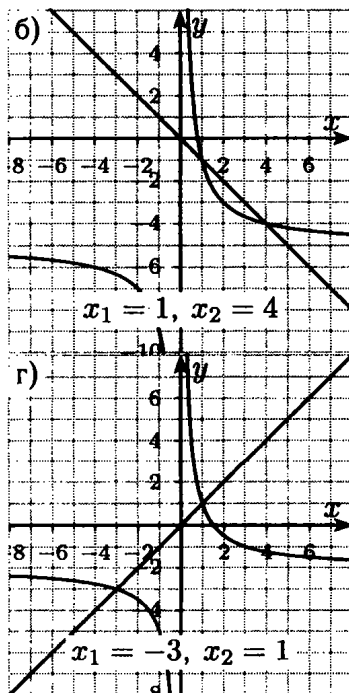
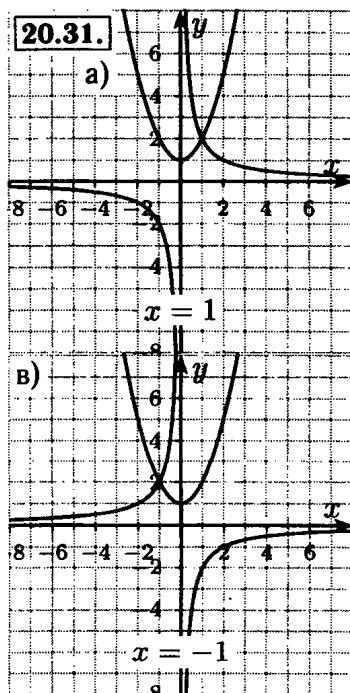
- а)  $y = -1$ ,  $y = -6$ ,  $y = -4$ ; б)  $x = -2$ ,  $x = -3$ ,  $x = -1$ ; в)  $y > 0$  при  $x \in (-2; 0)$ ,  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$  г)  $x = 0$ ;  $y = -3$ .



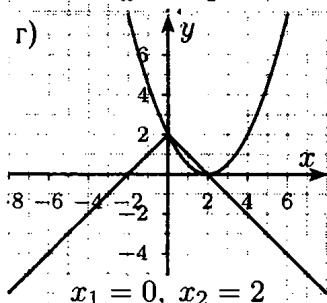
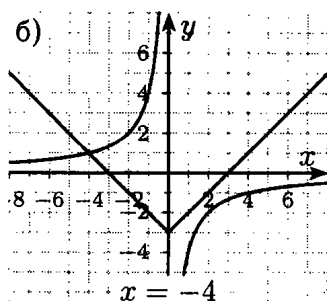
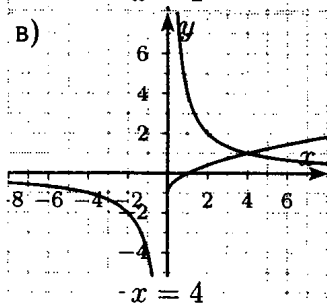
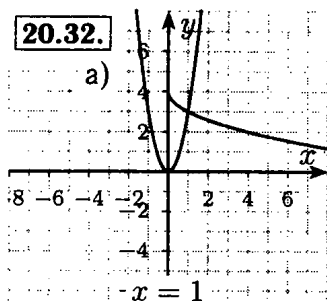
- а)  $y = -1$ ,  $y = 1$ ,  $y = 2$ ;  
 б)  $x = \pm 4$ ,  $x = \pm 1$ ,  
 при  $y = -2$  функция не  
 определена; в)  $y < 0$  при  
 $x \in (-1; 1)$ ;  $y > 0$  при  
 $x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$ ;  
 г)  $y_{\min} = -1$ .



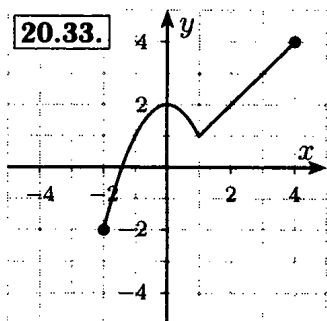
- а)  $y = -1$ ,  $y = 3$ ,  $y = 2$ ;  
 б)  $x = 0$ ,  $x = \pm 3$ ,  $x = \pm 5$ ;  
 в)  $y > 0$  при  $x \in (-3; 3)$ ;  
 $y < 0$  при  $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ ; г)  $y_{\max} =$   
 не существует.



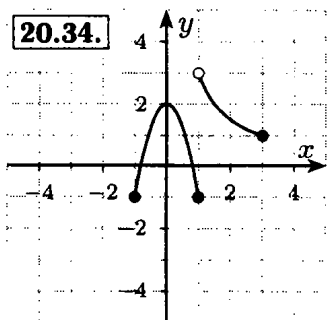
**20.32.**



**20.33.**

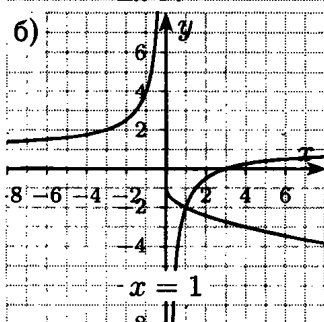
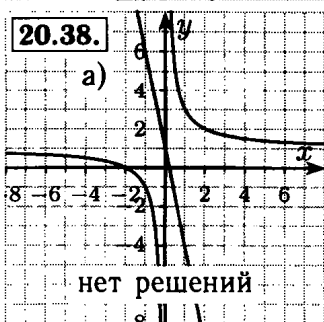
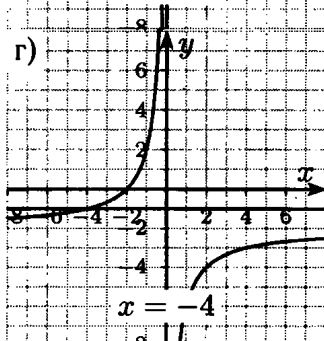
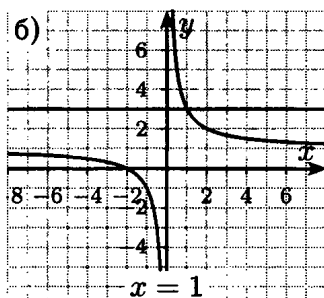
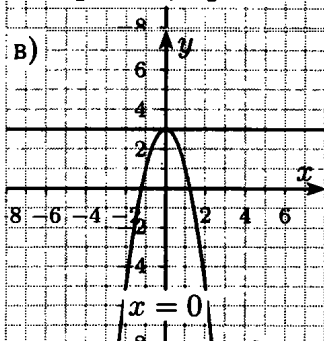
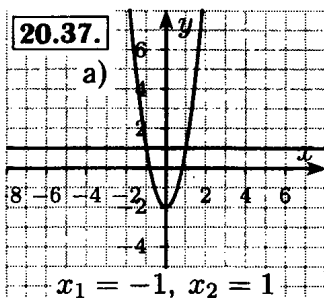
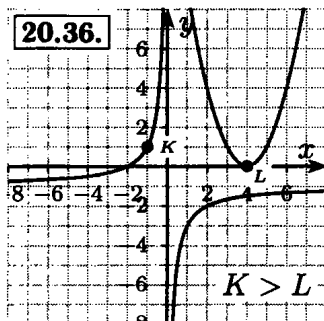
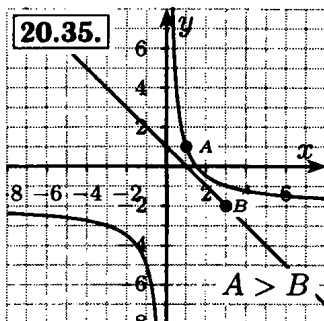


**20.34.**

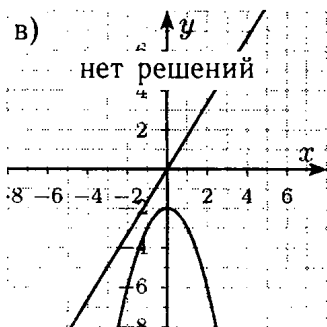


$f(-1.5) = -(-\frac{3}{2})^2 + 2 = -\frac{1}{4}$ ,  
 $f(1) = -(1)^2 + 2 = 1$ ,  $f(4) = 4$ ; в)  $x = 0$  и  $x = 2$ ;  $x = \pm 1$ ;  
 $x = -2$ .

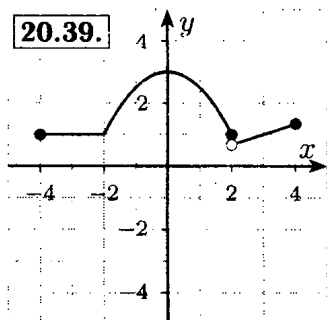
а)  $f(-1) = -1$ ,  $f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$ ,  
 $f(3) = 1$ ; в)  $D(y) = [-1; 3]$ ;  
 $y = 0$  при  $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ ,  $y > 0$   
при  $x \in (-\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{2}{3}}) \cup (1; 3)$ ;  
 $y < 0$  при  $x \in [-1; -\sqrt{\frac{2}{3}}) \cup$   
 $(-\sqrt{\frac{2}{3}}; 1]$ ; разрыв при  $x = 1$ ;  
функция ограничена сверху и  
снизу;  $y_{\min} = -1$  при  $x = \pm 1$ ,  
 $y_{\max}$  нет.





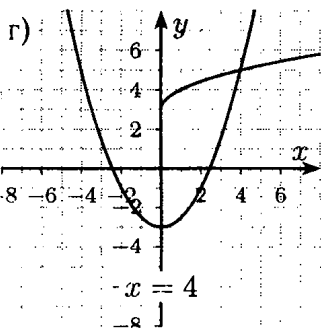
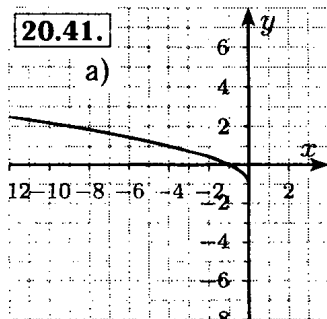


20.39.

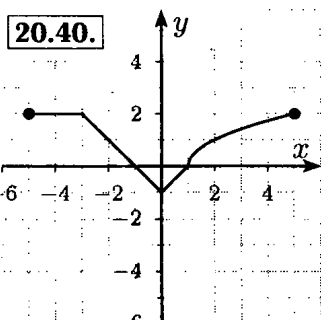


а)  $f(-2) = 1$ ,  $f(0) = -0.5 \cdot 0^2 + 3 = 3$ ,  $f(4) = \frac{4}{3}$ ; в)  $D(y) = [-4; 4]$ ;  $y \neq 0$   $y > 0$  при  $x \in [-4; 4]$ ; разрыв функции при  $x = 2$ ; функция ограничена сверху и снизу;  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 3$  при  $x = 0$ .

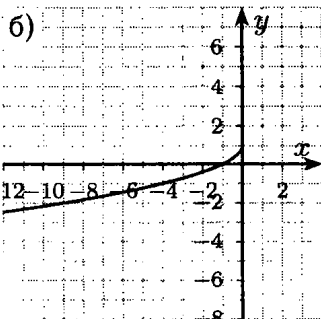
20.41.



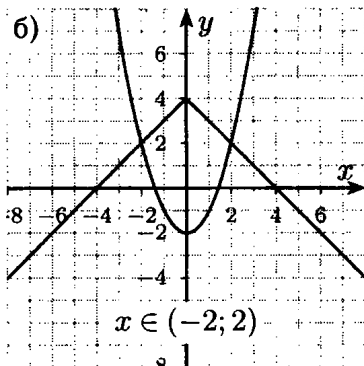
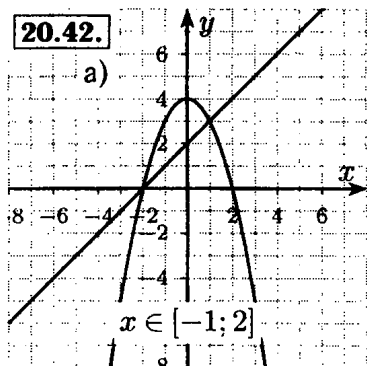
20.40.



а)  $f(-5) = 2$ ,  $f(1) = 0$ ,  $f\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right) = \frac{\pi}{2}$ ; б)  $D(f) = [-5; 5]$ ,  $E(f) = [-1; 2]$ .

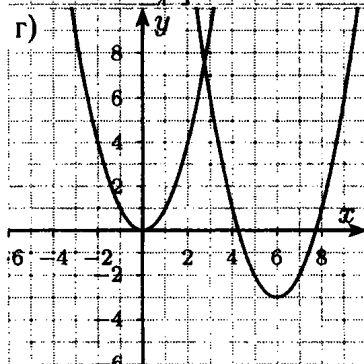
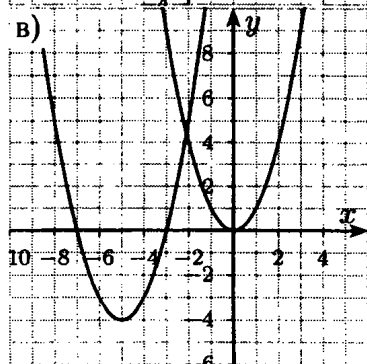
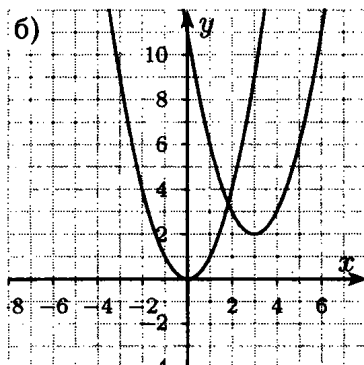
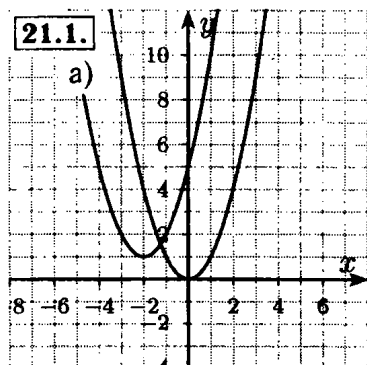


20.42.



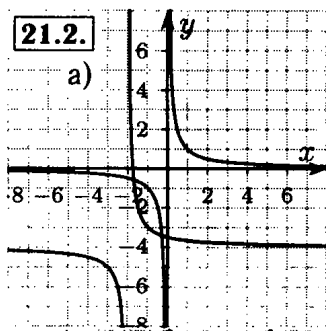
**§21. Как построить график функции  $y = f(x + l) + m$ , если известен график функции  $y = f(x)$**

21.1.

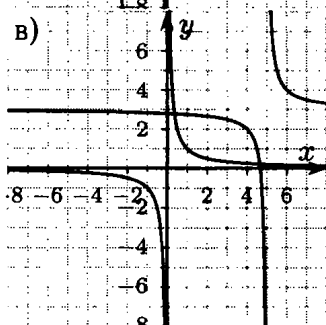


21.2.

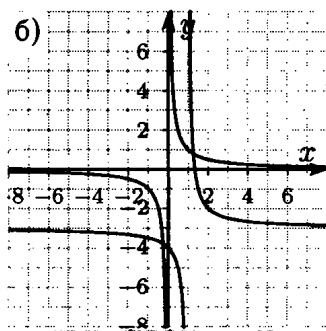
a)



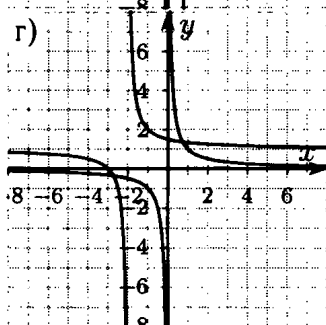
б)



б)

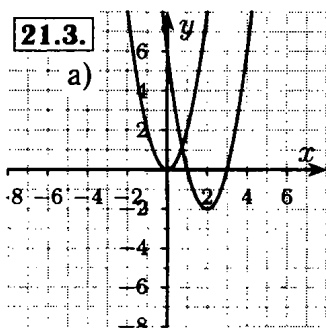


г)

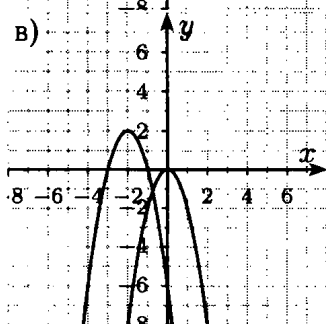


21.3.

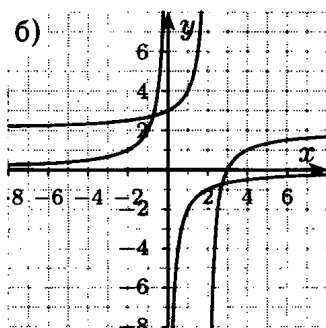
a)



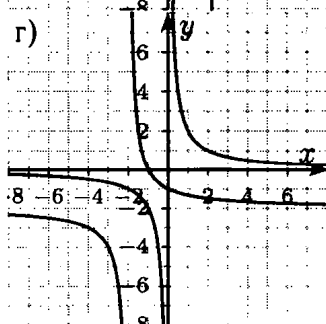
б)



б)

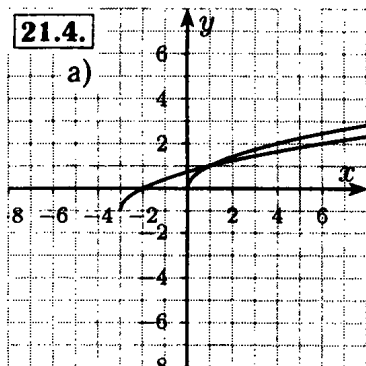


г)

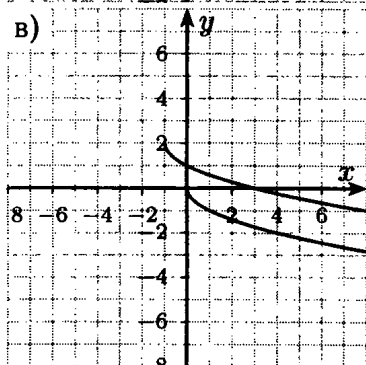


**21.4.**

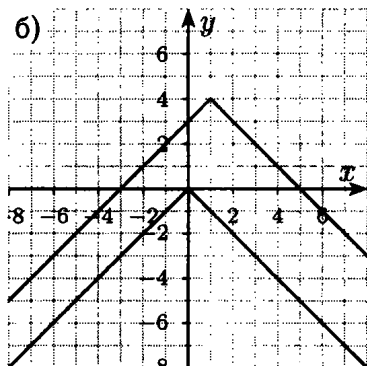
a)



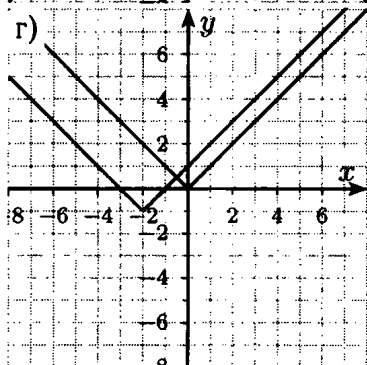
b)



6)



r)

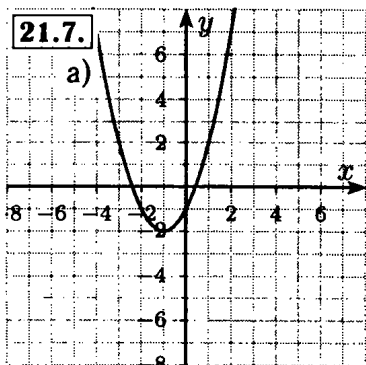


**21.5.** a)  $y = 2,5 \cdot (x+3)^2 - 4$ ; б)  $y = -\frac{4}{x-2} + 1$ ; в)  $y = \sqrt{x+1} + 2$ ; г)  $y = |x-3| - 1$ .

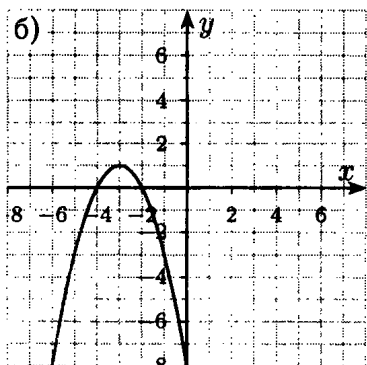
**21.6.** a)  $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ ; б)  $y = \frac{3}{x-1} - 2$ ; в)  $y = -\sqrt{x+4} - 2$ ; г)  $y = -|x-6| + 3$ .

**21.7.**

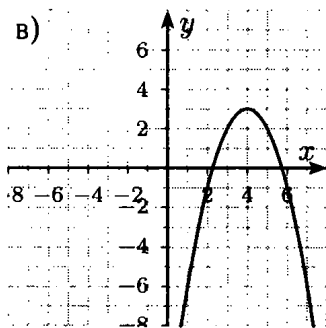
a)



б)

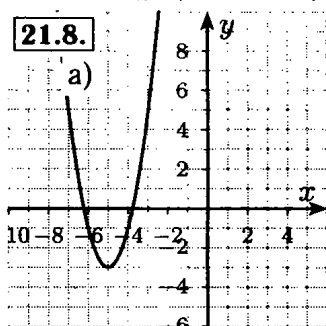


В)

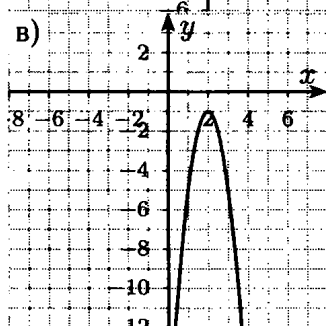


21.8.

а)

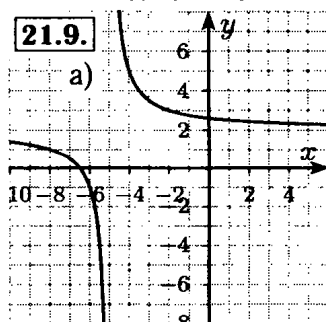


В)

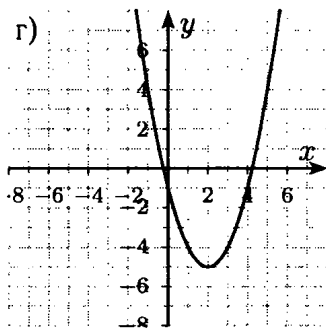


21.9.

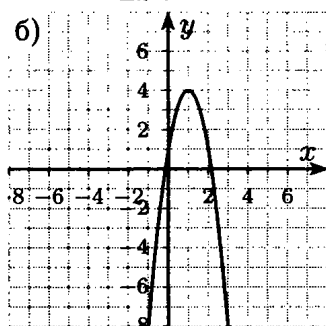
а)



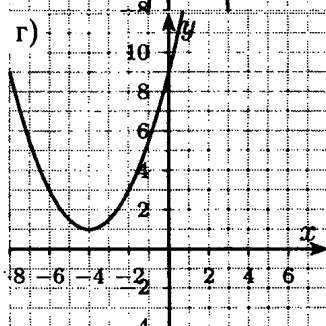
Г)



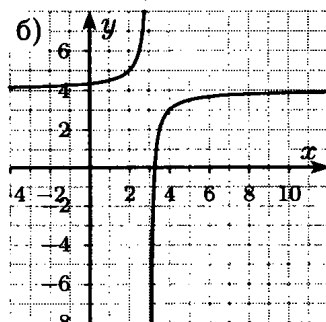
б)

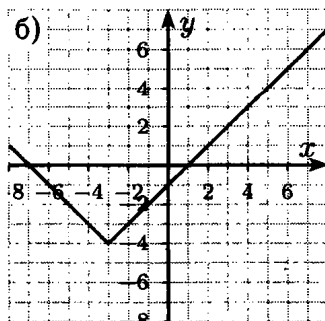
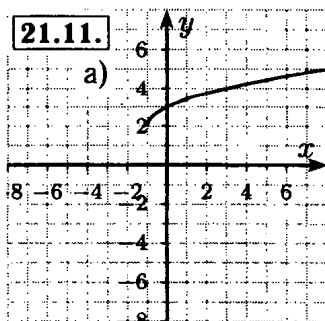
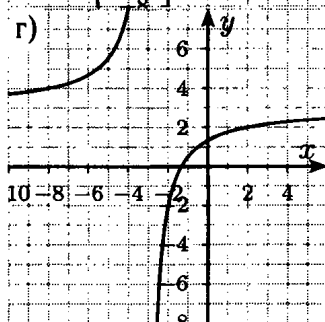
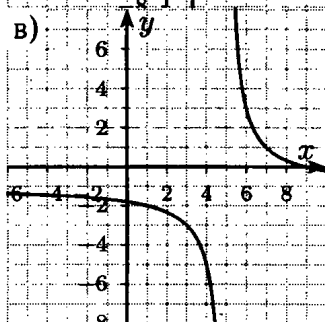
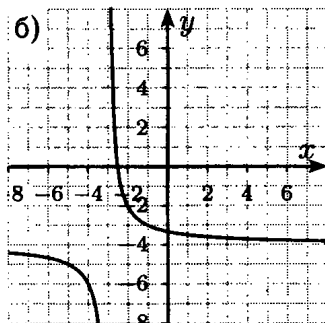
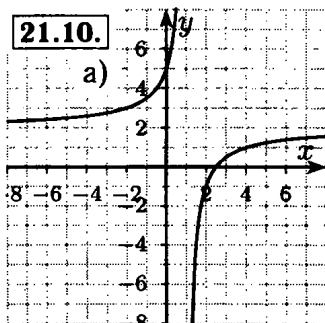
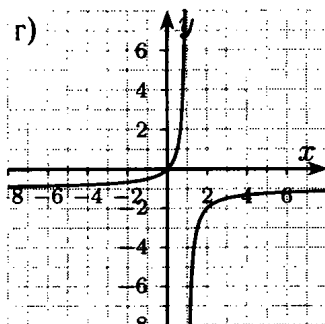
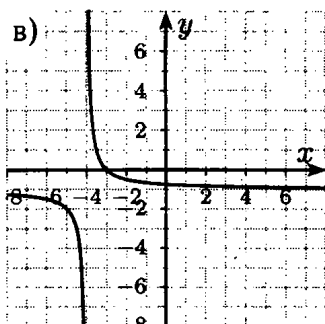


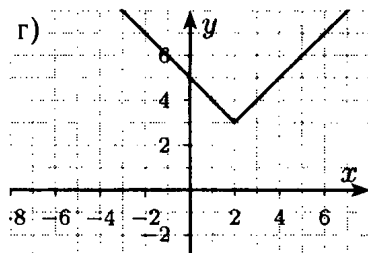
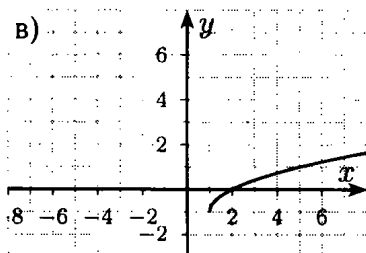
Г)



б)







**21.12.** а)  $y = -2 \cdot (x + 2)^2 + 2$ ; б)  $y = (x - 3)^2 - 5$ ; в)  $y = -3 \cdot (x - 4)^2 + 9$ ; г)  $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 3$ .

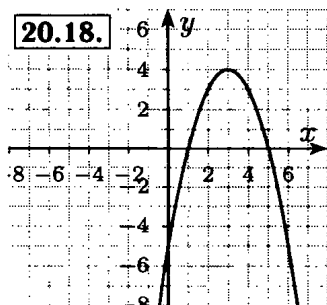
**21.13.** а)  $y = \frac{1}{x-1} + 2$ ; б)  $y = \frac{3}{x+3} + 2$ ; в)  $y = -\frac{1}{x-4} - 3$ ; г)  $y = \frac{2}{x+2} - 1$ .

**21.14.** а)  $y = \sqrt{x+1} - 1$ ; б)  $y = 4 - |x - 2|$ ; в)  $y = -\sqrt{x-1} + 2$ ; г)  $y = |x + 3| + 1$ .

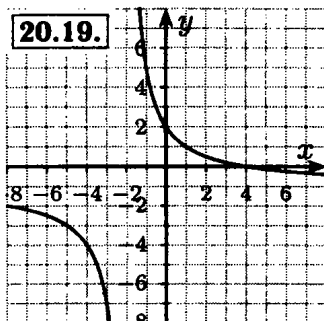
**21.15.** а)  $y_{\min} = 3$  при  $x = 1$ ,  $y_{\max} = 5$  при  $x = 0$ ; б)  $y_{\min} = 3$  при  $x = 1$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = 3$  при  $x = 1$ ,  $y_{\max} = 5$  при  $x = 2$ ; г)  $y_{\min} = 5$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует.

**21.16.** а)  $y_{\min} = -2$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 0$  при  $x = 0$ ; б)  $y_{\min} = -3$  при  $x = +\infty$ ,  $y_{\max} = 0$  при  $x = 0$ ; в)  $y_{\min} = \frac{5}{2}$  при  $x = 5$ ,  $y_{\max} = -2$  при  $x = 2$ ; г)  $y_{\min} = -6$  при  $x = -2$ ,  $y_{\max} = -3$  при  $x = -\infty$ .

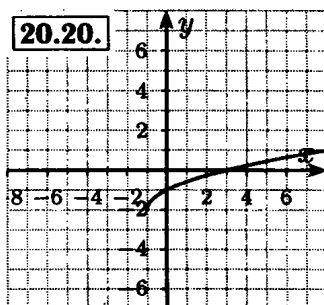
**21.17.** а)  $y_{\min} = -3$  при  $x = -2$ ,  $y_{\max} = -1$  при  $x = 2$ ; б)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = 2$  при  $x = 23$ ,  $y_{\max}$  — не существует; г)  $y_{\min} = \sqrt{5} - 3$  при  $x = 3$ ,  $y_{\max}$  — не существует;



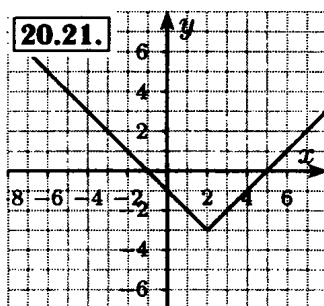
а)  $y = 0$  при  $x = 1$  и  $x = 5$ ,  $y > 0$  при  $x \in (1; 5)$ ,  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$ ; б)  $y \in [3; +\infty]$  — функция убывает,  $y \in (-\infty; 3]$  — функция возрастает; в)  $y_{\max} = 4$ ; г)  $x = 3$ .



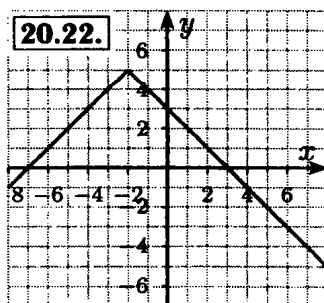
- а)  $y = 0$  при  $x = 4$ ,  $y > 0$  при  $x \in (-2; 4)$ ,  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$ ;  
 б)  $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ ;  
 в)  $x = -2$ ; г)  $x = -2$ ;  $y = -1$ .



- а)  $[-1; +\infty)$ ; б)  $[-2; +\infty)$ ;  
 в)  $(0; -1)$  или  $(3; 0)$ ; г)  $y > 0$  при  $x > 3$ ,  $y < 0$  при  $x \in [-1; 3)$ .



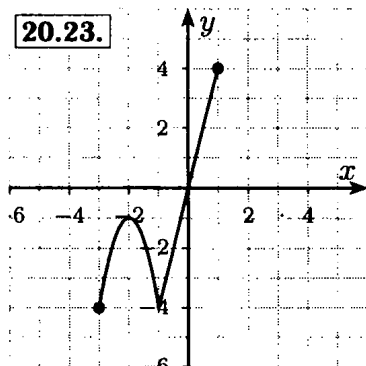
- а)  $y_{\max} = -3$ ; б) функция убывает на  $(-\infty; 2]$ , функция возрастает на  $[2; +\infty)$ ;  
 в)  $y = 0$  при  $x = -1$  или  $x = 5$ ,  $y > 0$  при  $x \in (-\infty; -7) \cup (5; +\infty)$ ,  $y < 0$  при  $x \in (-1; 5)$ ; г)  $E(y) = [-3; +\infty)$ .



- а)  $y_{\max} = 5$ ; б) функция убывает на  $[-2; +\infty)$ , функция возрастает на  $(-\infty; -2]$ ; в)  $y = 0$  при  $x = -7$  и  $x = 3$ ,  $y > 0$  при  $x \in (-7; 3)$ ,  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; -7) \cup (3; +\infty)$ ; г)  $E(y) = (-\infty; 5]$ .

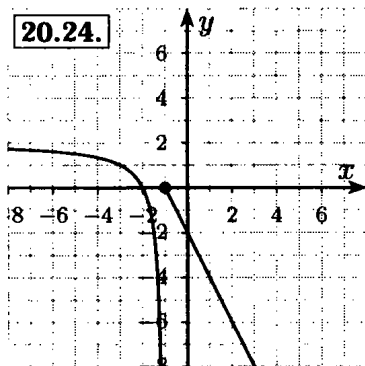


20.23.



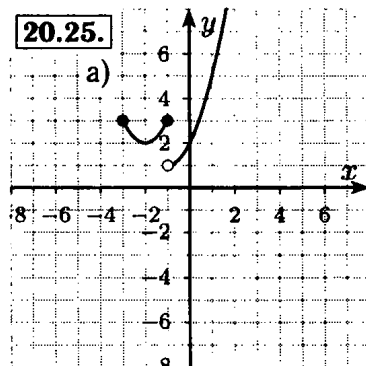
а)  $p \in (-1; 4]$ ; б)  $p = -4$   
и  $p = -1$ ; в)  $p \in (-4, -1)$ ;  
г)  $p < -4$ .

20.24.

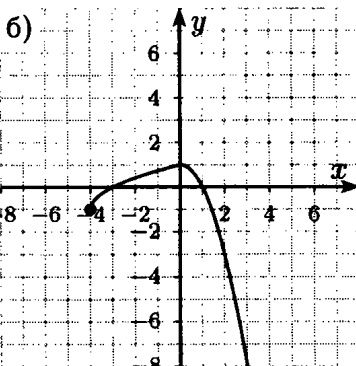


а)  $f(-2) = 0$ ,  $f(-1) = 0$ ,  
 $f(0,25) = -2,5$ ; в)  $x = -3$ ;  
 $x = -2$ ,  $x = -1$ ;  $x = -\frac{3}{2}$ ,  
 $x = 0$ .

20.25.

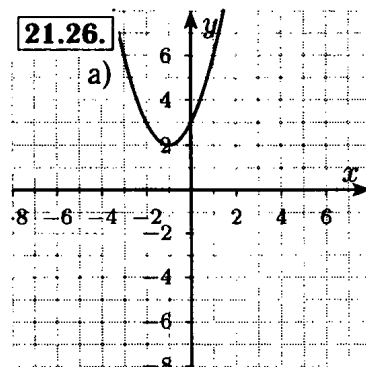


а)

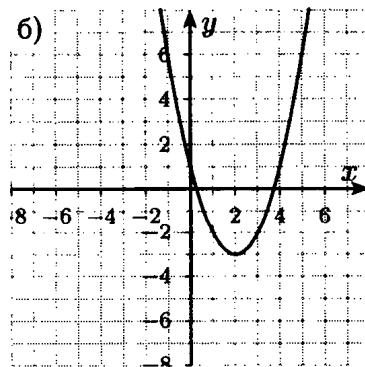


б)

21.26.



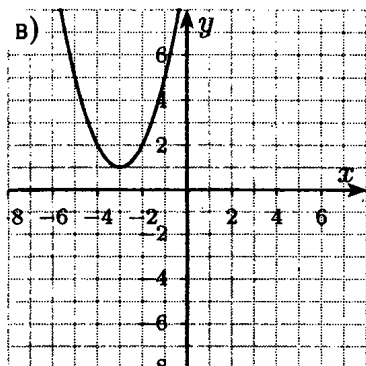
а)



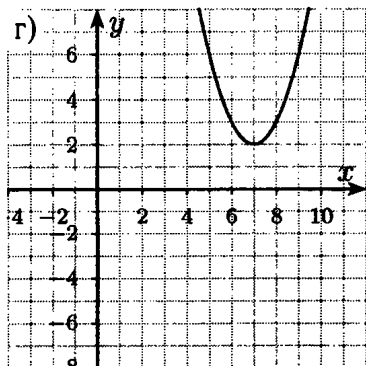
б)

$$y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$$

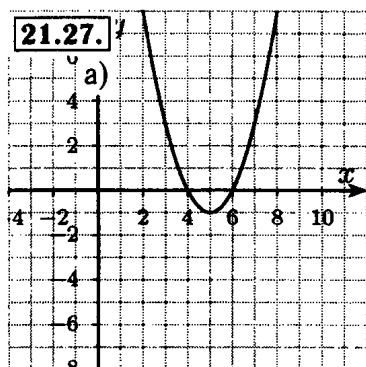
$$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$$



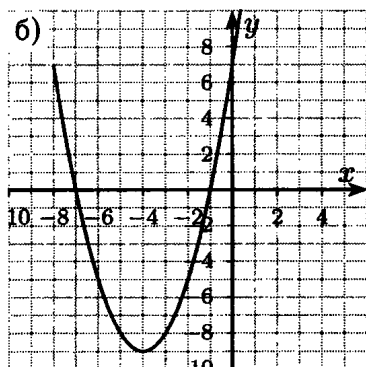
$$y = x^2 + 6x + 10 = (x + 3)^2 + 1$$



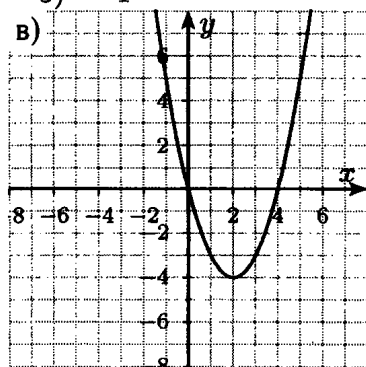
$$y = x^2 - 14x + 51 = (x - 7)^2 + 2$$



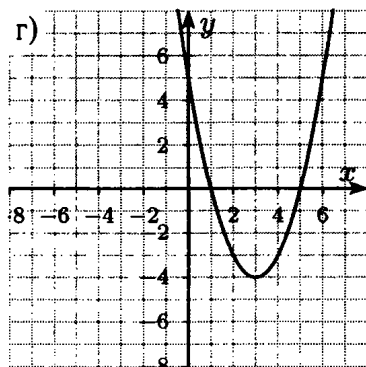
$$y = x^2 - 10x + 24 = (x - 5)^2 - 1$$



$$y = x^2 + 8x + 7 = (x + 4)^2 - 9$$



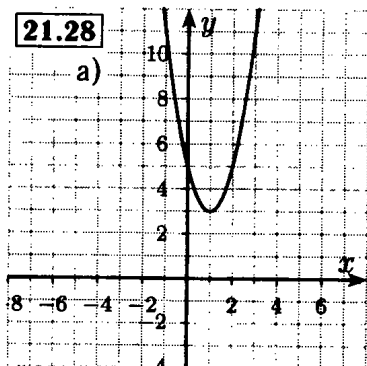
$$y = x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$$



$$y = x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 4$$

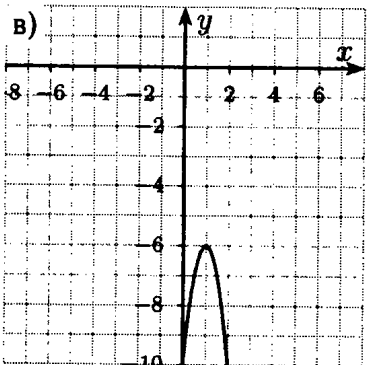
**21.28**

a)



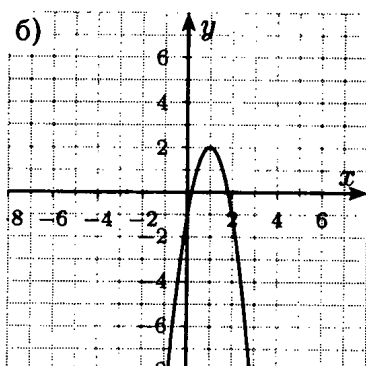
$$y = 2x^2 - 4x + 5 = 2 \cdot (x - 1)^2 + 3$$

b)



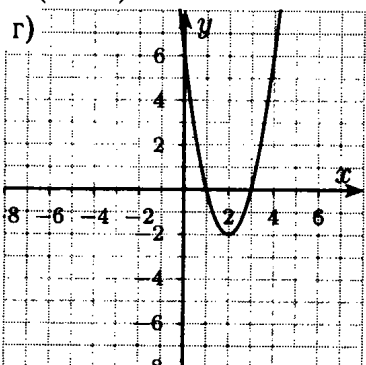
$$y = -4x^2 + 8x - 10 = -4 \times (x - 1)^2 - 6$$

6)

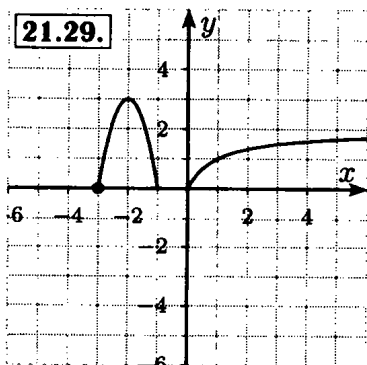


$$y = -3x^2 + 6x - 1 = -3 \times (x - 1)^2 + 2$$

r)



$$2x^2 - 8x + 6 = 2 \cdot (x - 2)^2 - 2$$

**21.29.**

## §22. Функция $y = ax^2 + bx + c$ , её свойства и график

**22.1.** а) и в) — квадратичные функции.

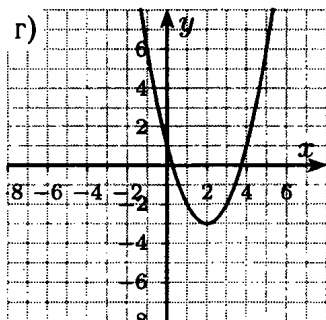
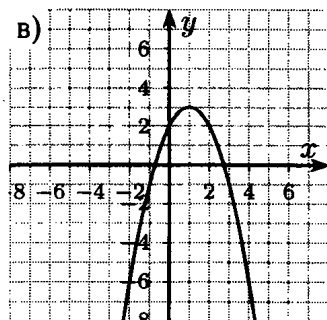
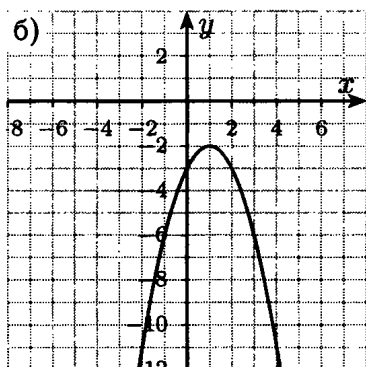
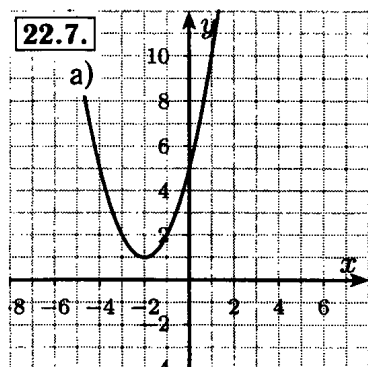
**22.2.** а)  $a = 7$ ;  $b = -3$ ;  $c = -2$ ; б)  $a = \frac{1}{2}$ ;  $b = 0$ ;  $c = 1$ ;  
в)  $a = 8$ ;  $b = -2$ ;  $c = 0$ ; г)  $a = -\frac{3}{10}$ ;  $b = \frac{2}{5}$ ;  $c = \frac{1}{7}$ .

**22.3.** а)  $2x^2 - x + 4$ ; б)  $-x^2 + 7x$ ; в)  $9x^2 - 3x - 1$ ; г)  $x^2 + 5$ .

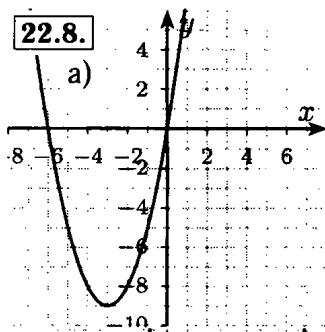
**22.4.** а) вверх; б) вниз; в) вниз; г) вверх.

**22.5.** а)  $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4}$ ; б)  $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{5}$ ; в)  $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{7}$ ; г)  $y = -\frac{b}{2a} = 1$ .

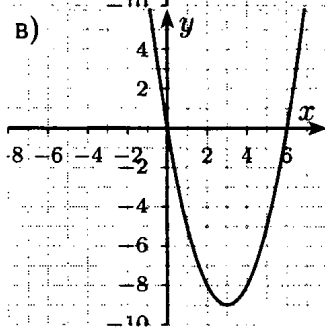
**22.6.** а)  $x = -\frac{b}{2a} = -1$ ,  $y(-1) = -5$ ; б)  $x = -\frac{b}{2a} = -1$ ,  $y(-1) = 5$ ; в)  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ ,  $y(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4}$ ; г)  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ,  $y(1) = -1$ .



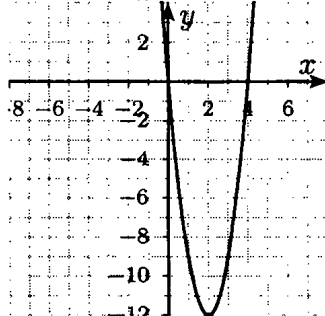
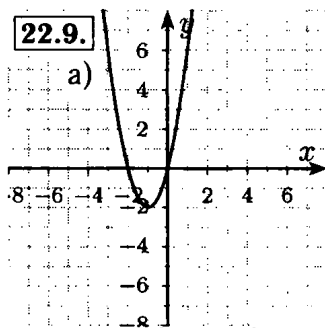
22.8.



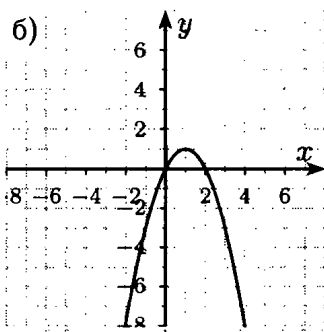
б)



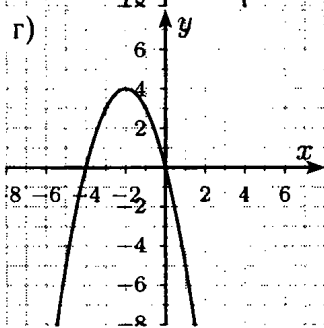
22.9.



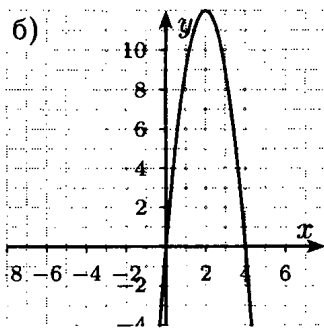
б)



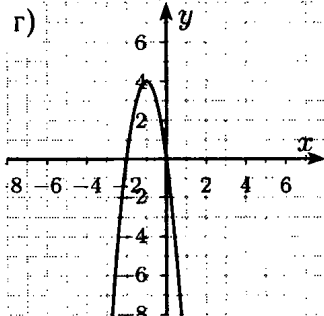
г)



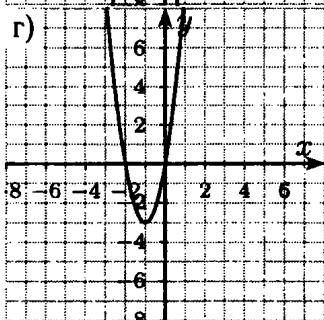
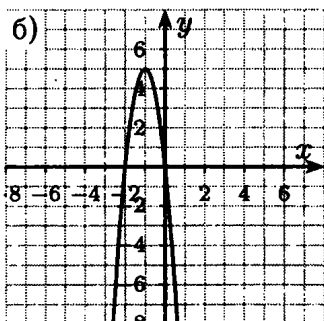
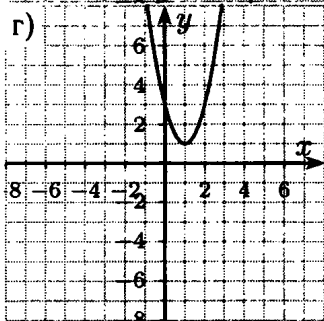
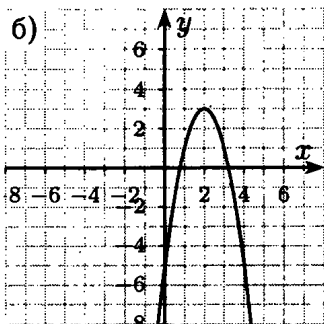
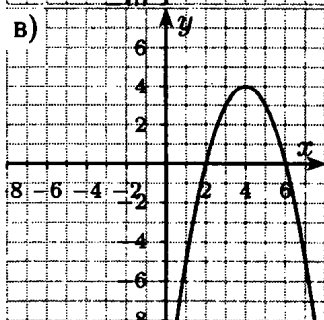
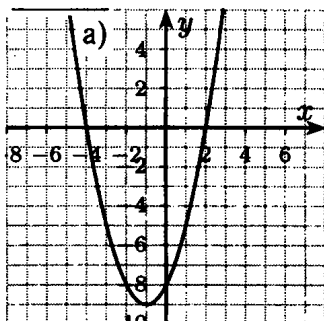
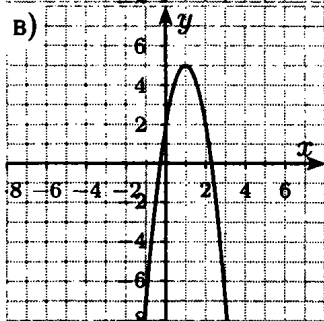
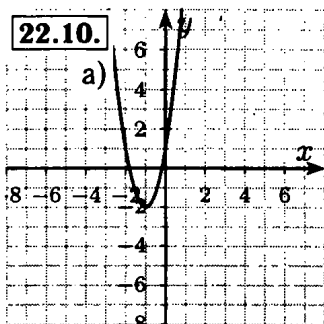
б)

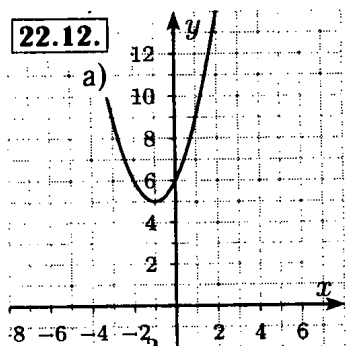
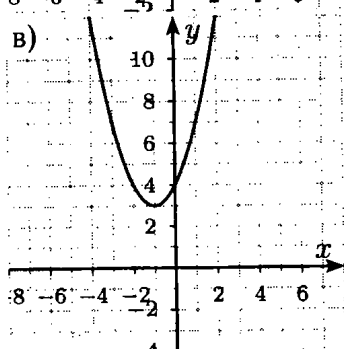
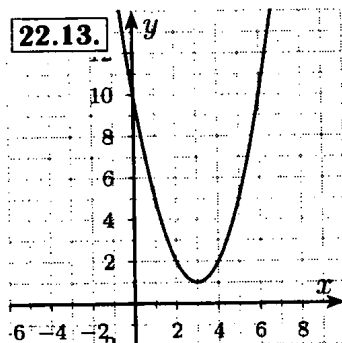


г)



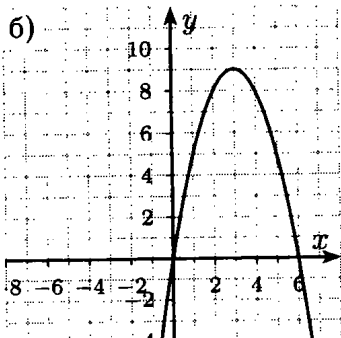
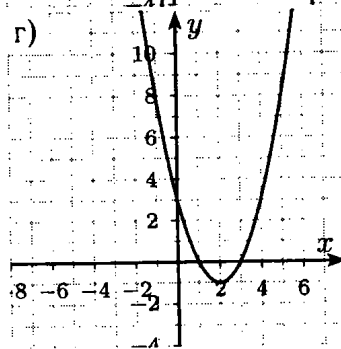
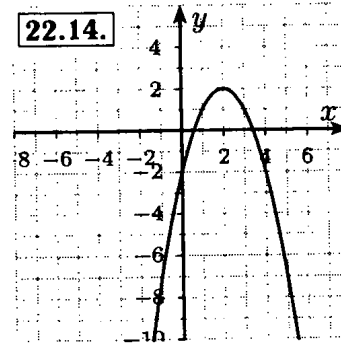
22.10.



**22.12.****В)****22.13.**

$$y = x^2 - 6x + c; y_{\min} = 1;$$

$$y_{\min} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(3) = c - 9 \Rightarrow c = 10.$$

**б)****г)****22.14.**

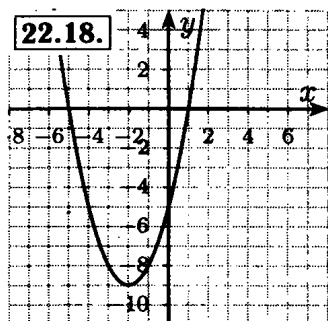
$$y = -x^2 + 4x + c; y_{\max} = 2;$$

$$y_{\max} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(2) = c + 4 \Rightarrow c = -2.$$

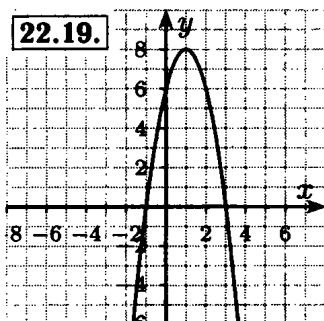
**22.15.** а)  $y_{\min} = -3$  при  $x = -1$ ,  $y_{\max} = -1$  при  $x = 0$ ; б)  $y_{\min} = -3$  при  $x = -1$ ,  $y_{\max}$  — не существует; в)  $y_{\min} = -1$  при  $x = 0$ ,  $y_{\max} = 69$  при  $x = 5$ ; г)  $y_{\min} = 5$  при  $x = -3$ ,  $y_{\max}$  — не существует.

**22.16.** а)  $y_{\min} = 3$  при  $x = 0$  и  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 4$  при  $x = 1$ ; б)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 4$  при  $x = 1$ ; в)  $y_{\min} = 3$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 4$  при  $x = 1$ ; г)  $y_{\min}$  — не существует,  $y_{\max} = 3$  при  $x = 2$ .

**22.17.** а)  $y_{\min} = -11$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 1$  при  $x = 4$ ; б)  $y_{\min} = -11$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 1$  при  $x = 4$ ; в)  $y_{\min} = -11$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 1$  при  $x = 0$ ; г)  $y_{\min} = -11$  при  $x = 2$ ,  $y_{\max} = 1$  при  $x = 0$ .



а)  $y = -8$ ,  $y = -5$ ,  $y = 0$ ;  
 б)  $x = -3$  или  $x = -1$ ,  
 $x = -4$  или  $x = 0$ ,  $x = -5$   
 или  $x = 1$ ; в)  $y_{\min} = -9$   
 при  $x = -2$ ; г) функция  
 убывает  $(-\infty; -2]$ , функ-  
 ция возрастает  $[-2; +\infty)$   
 д)  $y > 0$  при  $x \in (-\infty; -$   
 $-5) \cup (1; +\infty)$ ,  $y < 0$  при  
 $x \in (-5; 1)$ .



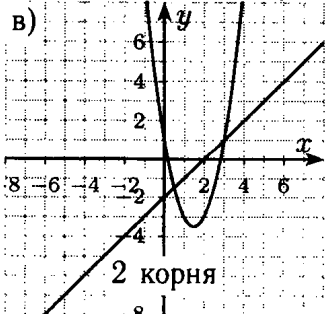
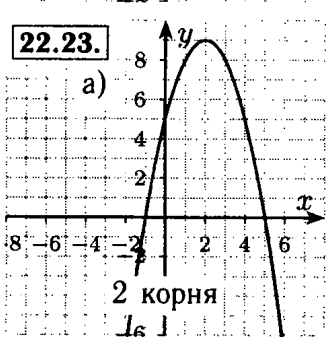
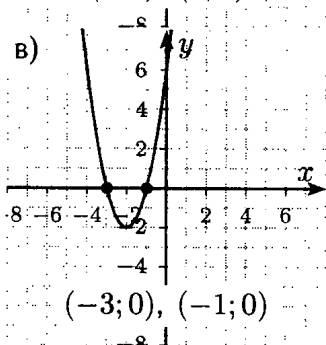
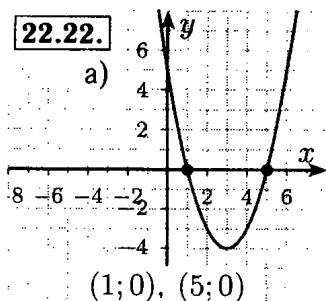
а)  $y = -10$ ,  $y = 6$ ,  $y = 0$ ;  
 б)  $x = 4$  или  $x = -2$ ,  
 $x = 0$  или  $x = 2$ ,  $x = -1$   
 или  $x = 3$ ; в)  $y_{\max} = 8$  при  
 $x = 1$ ; г) функция убывает  
 $[8; +\infty)$ , функция возрас-  
 тает  $(-\infty; 8]$ ; д)  $y > 0$   
 при  $x \in (-1; 3)$ ,  $y < 0$  при  
 $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .

**22.20.** а) функция возрастает при  $x \geq 2$  и убывает при  $x \leq 2$ ; б) функция возрастает при  $x \geq 0$  и убывает при  $x \leq 0$ ; в) функция возрастает при  $x \leq -1$  и убывает при  $x \geq 1$ ; г) функция возрастает при  $x \leq 0$  и убывает при  $x \geq 0$ .

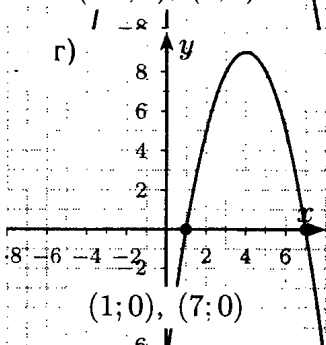
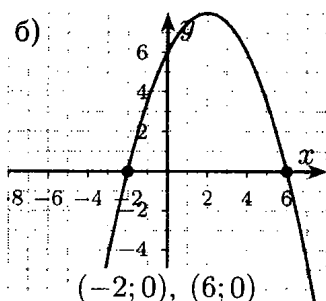
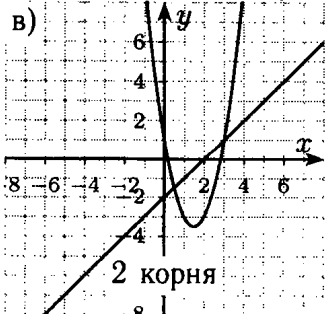
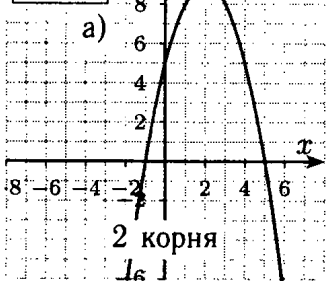
**22.20.** а) функция возрастает при  $x \geq -3$  и убывает при  $x \leq -3$ ; б) функция возрастает при  $x \leq 1,5$  и убывает при  $x \geq 1,5$ ; в) функция возрастает при  $x \leq 1$  и убывает при  $x \geq 1$ ; г) функция возрастает при  $x \geq -2$  и убывает при  $x \leq -2$ .

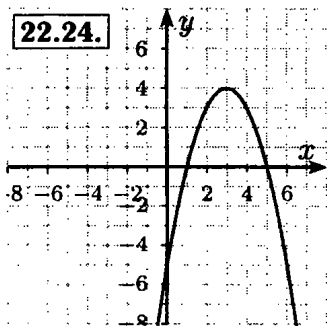


**22.22.**

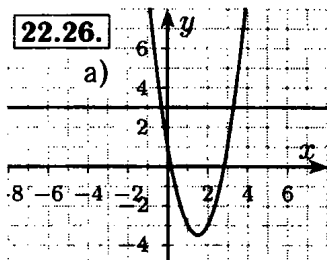


**22.23.**

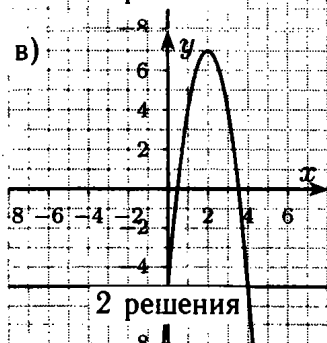


**22.24.**

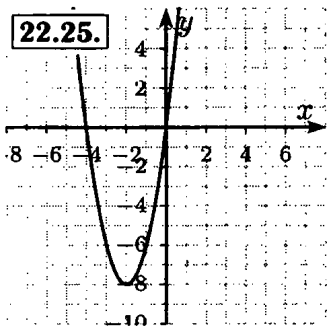
- а)  $1 < x < 5$ ; б)  $x \leq 2$ ,  $x \geq 4$ ; в)  $x \leq 1$ ,  $x \geq 5$ ; г)  $0 < x < 6$ .

**22.26.**

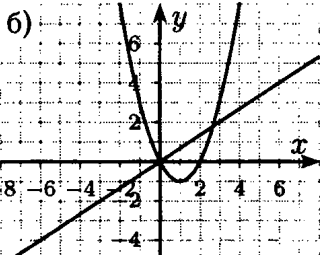
2 решения



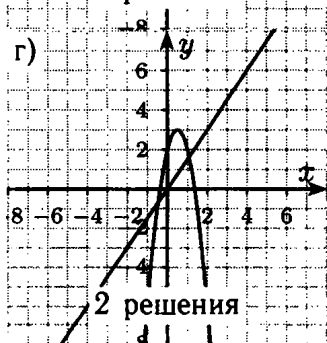
2 решения

**22.25.**

- а)  $x \leq -3$ ,  $x \geq -1$ ; б)  $-4 < x < 0$ ; в)  $-3 < x < -1$ ; г)  $x \leq 4$ ,  $x \geq 0$ .



2 решения



2 решения

**22.27.** а)  $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ ;  $f(x^5) = 2 \cdot (x^5)^2 - 5x^5 + 3 = 2x^{10} - 5x^5 + 3$ ; б)  $f(x) = -x^2 + 2x - 4$ ;  $f(-x-1) = -(-x-1)^2 + 2 \cdot (-x-1) - 4 = -x^2 - 2x - 1 - 2x - 2 - 4 = -x^2 - 4x - 7$ .

**22.28.** а)  $y = x^2 + 4x + c$ ;  $A(0; 2)$ ;  $y(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + c = c = 2 \Rightarrow c = 2$ . б)  $y(0) = c = 4 \Rightarrow c = 4$ .

**22.29.** а)  $y = ax^2 + 4x + 5$ ;  $M(-10; 0)$ ;  $y(-10) = 100a - 40 + 5 = 100a - 35 = 0 \Rightarrow a = \frac{35}{100} = 0,35$ ; б)  $y = ax^2 + 4x - 8$ ;  $N(4; 0)$ ;  $y(4) = 16a + 16 - 8 = 16a + 8 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ .

**22.30.** а)  $y = x^2 + bx + 4$ . Ось симметрии:  $x = 1$ ;  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1$ ,  $b = -2$ . б)  $y = 2x^2 + bx - 3$ . Ось симметрии:  $x = -4$ ;  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{4} = -4b = 16$ .

**22.31.** Если  $x_1 x_2 \in (3; 12)$  и  $x_1 < x_2$ ; то  $y_1 = (x_1 - 2)^2 + 1 < (x_2 - 2)^2 + 1 = y_2$ , значит функция  $y = x^2 - 4x + 5$  является возрастающей на промежутке  $(3; 12)$ .

**22.32.** Если  $x_1 x_2 \in (-8; -5)$  и  $x_1 < x_2$ , то  $y_1 = (x_1 + 3)^2 - 16 > (x_2 + 3)^2 - 16 = y_2$ , значит функция  $y = x^2 + 6x - 7$  является убывающей на промежутке  $(-8; -5)$ .

**22.33.** а)  $f(2) < f(2,0137)$ ; б)  $f(\frac{65}{63}) < f(\frac{63}{65})$ ; в)  $f(1,999) > f(2)$ ; г)  $f(49,7) > f(49,69)$ .

**22.34.** а)  $f(-2,43) < f(-3)$ ; б)  $f(59,9) > f(-60)$ ; в)  $f(-\frac{25}{7}) < f(-3)$ ; г)  $f(-0,99) > f(1,1)$ .

**22.35.** а)  $f(\sqrt{2}) > f(-1)$ ; б)  $f(-12,473) > f(-12,472)$ ; в)  $f(-1) < f(-\sqrt{5})$ ; г)  $f(\sqrt{2}) < f(\sqrt{3})$ .

**22.36.** а)  $f(2x) = 20x^2 + 6x - 2$ ; б)  $f(x - 1) = 5x^2 - 10x + 5 + 3x - 3 - 2 = 5x^2 - 7x$ ; в)  $f(x^3) = 5x^6 + 3x^3 - 2$ ; г)  $2f(3x) = 90x^2 + 18x - 4$ .

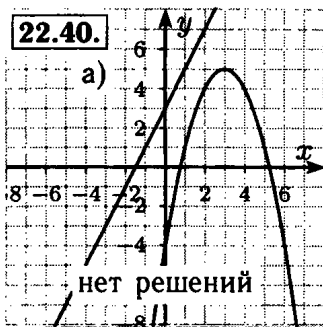
**22.37.** а)  $f(-x) = -2x^2 - x - 4$ ; б)  $f(x + 5) = -20x - 50 + x + 5 - 4 = -19x - 49$ ; в)  $f(-x^2) = -2x^4 - x^2 - 4$ ; г)  $3f(2x) = -24x^2 + 6x - 12$ .

**22.38.**  $f(x - 1) = f(x + 1) \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 - 3x + 3 + 12 = 2x^2 + 4x + 2 - 3x - 3 + 12 \Rightarrow 4x + 3 = 4x - 3 \Rightarrow 8x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$ .

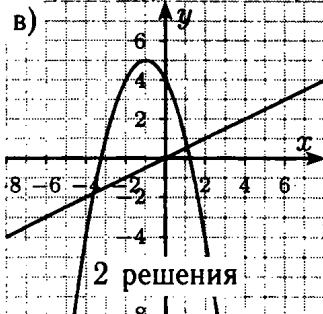
**22.39.**  $f(2x + 3) = 4f(x - 2) \Rightarrow -4x^2 - 12x - 9 + 8x + 12 - 3 = -4x^2 + 16x - 16 + 16x - 32 - 12 \Rightarrow -4x = 32x - 60 \Rightarrow 36x = 60 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ .

**22.40.**

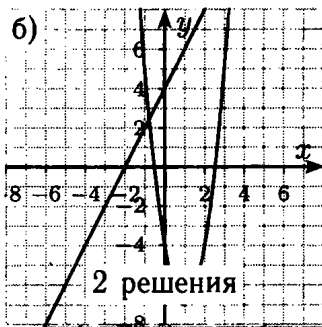
а)



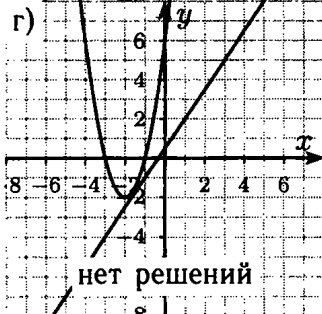
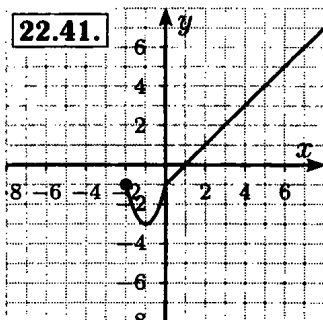
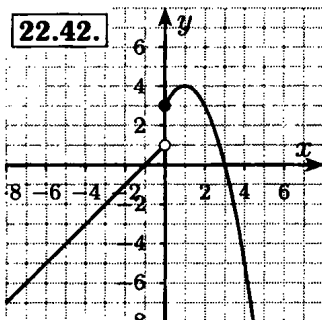
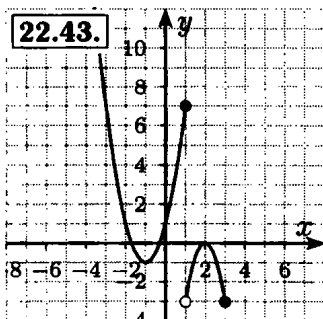
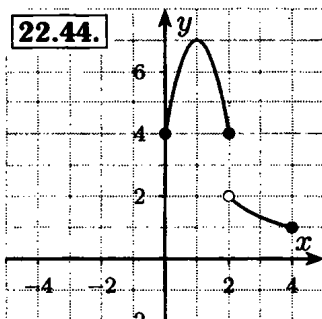
в)

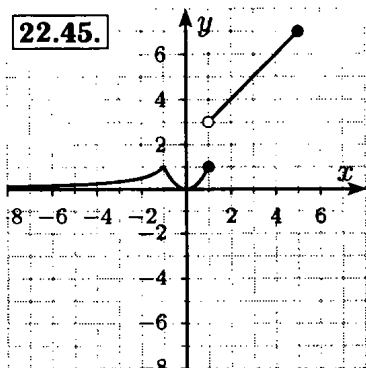
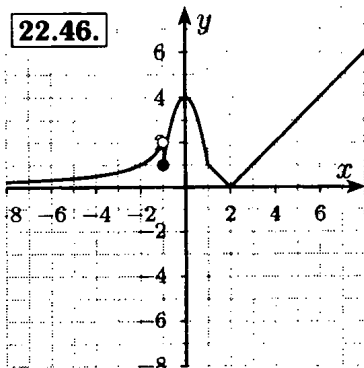


б)

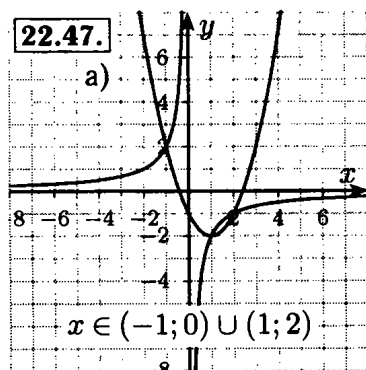


г)

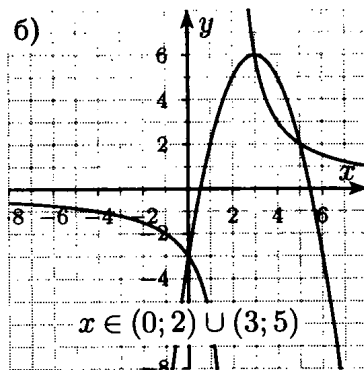
**22.41.****22.42.****22.43.****22.44.**

**22.45.****22.46.****22.47.**

а)



б)



**22.48.**  $y = ax^2 - (a + 6)x + 9$ ,  $x = 2$  — ось симметрии;  
 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{a+6}{2a} = 2 \Rightarrow a = 2$ .

**22.49.**  $y = x^2 + 6x + c$ , координата вершины:  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} = -3$ .  
 $y(-3) = 9 - 18 + c = c - 9 \Rightarrow (-3)^2 + (c - 9)^2 = 25 \Rightarrow 9 + c^2 - 18c + 81 = 25 \Rightarrow c^2 - 18c + 65 = 0 \Rightarrow c = 5$   
 или  $c = 13$ .

**22.50.**  $y = x^2 + bx + c$ ,  $A(1; -2)$  — вершина параболы;  
 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow y(-1) = 1 + b + c = 1 - 2 + c = -2 \Rightarrow c = -1$ .

**22.51.**  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $A(1; -2)$  — вершина параболы;  
 $B(0; 2)$ ;  $y(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c = 2 \Rightarrow c = 2$ ;  $x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$ ;  $y(-1) = a + b + c = -2 \Rightarrow c - a = -2 \Rightarrow 2 - a = -2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -2a = -8$ .

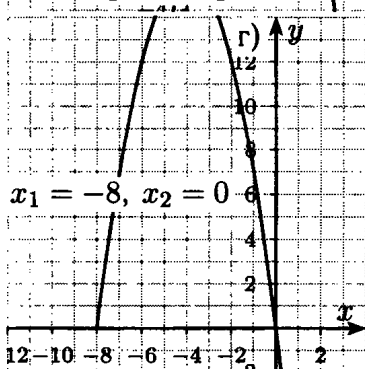
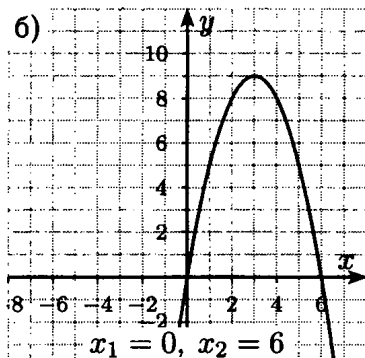
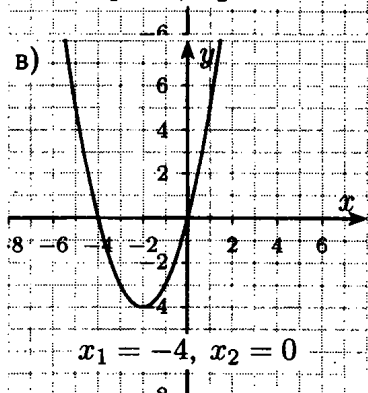
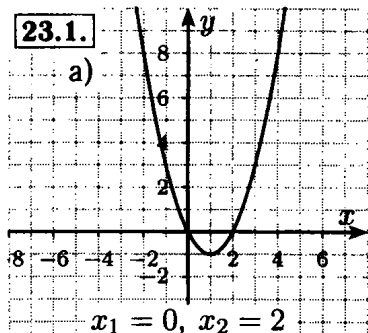
**22.52.**  $y = x^2 + bx + c \Rightarrow y(0) = c = 8 \Rightarrow y(3) = 9 + 3b + 8 = -1 \Rightarrow b = -6$ .

**22.53.**  $y = x^2 + bx + c \Rightarrow y(1) = 1 + b + c = 6b + c = 5 \Rightarrow y(-1) = 1 - b + c = -2 \Rightarrow c - b = -3 \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow b = 5 - c = 4.$

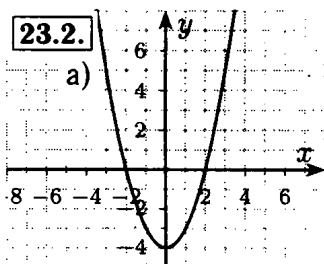
**22.54.**  $y = ax^2 + bx + c; K(-2; 3); L(-1; 0); M(0; -9); y(0) = c = -9 \Rightarrow c = -9; y(-2) = 4a - 2b - 9 = 3 \Rightarrow 2a - b = 6; y(-1) = a - b - 9 = 0 \Rightarrow b - a = -9 \Rightarrow a = -3; b = -9 + a = -12.$

**22.55.**  $y = ax^2 + bx + c; A(2; 3); B(0; 1); C(3; 2); y(0) = c = 1; y(2) = 4a + 2b + 1 = 3 \Rightarrow 2a + b = 1 \Rightarrow y(3) = 9a + 3b + 1 = 2; 3 \cdot (3a + b) = 3 \cdot ((2a + b) + a) = 1 \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow b = 1 - 2a = \frac{7}{3}.$

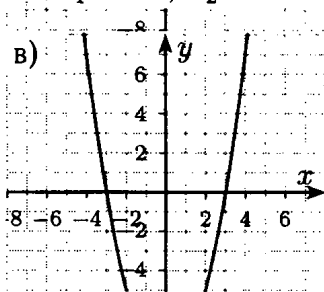
## §23. Графическое решение квадратных уравнений



23.2.

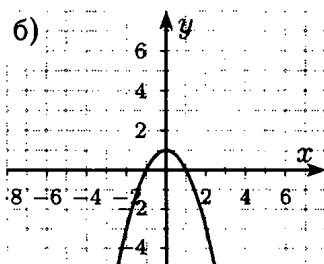


$$x_1 = -2, x_2 = 2$$

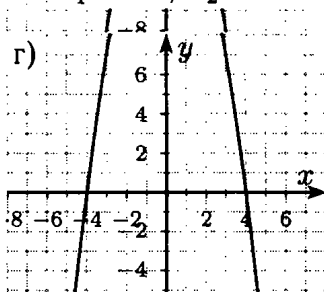


$$x_1 = -3, x_2 = 3$$

б)

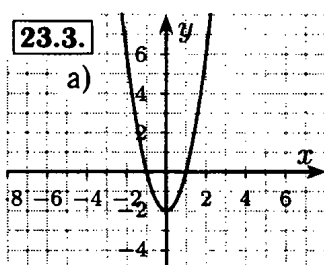


$$x_1 = -1, x_2 = 1$$

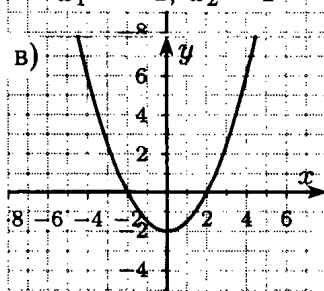


$$x_1 = -4, x_2 = 4$$

23.3.

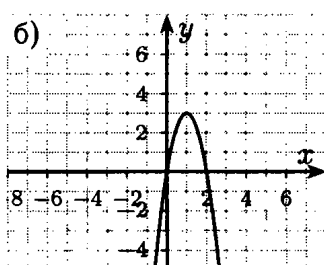


$$x_1 = -1, x_2 = 1$$

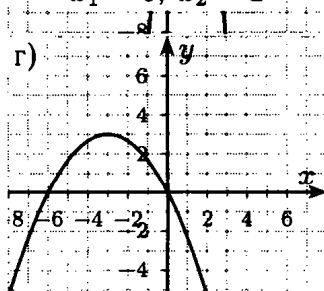


$$x_1 = -2, x_2 = 2$$

б)

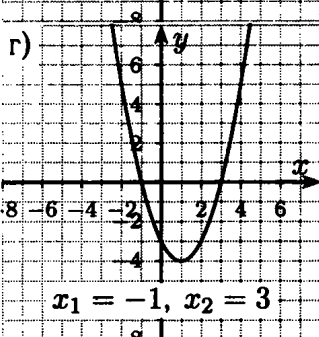
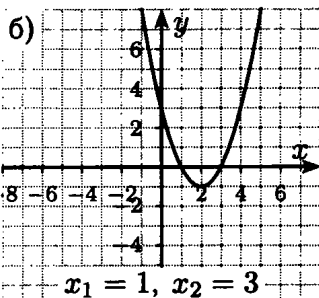
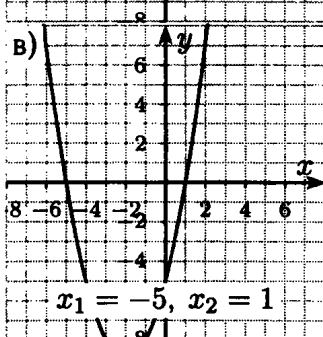
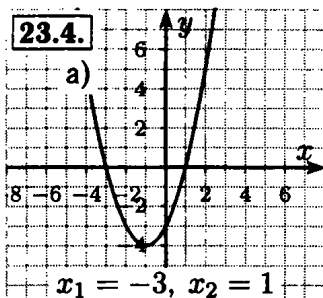


$$x_1 = 0, x_2 = 2$$

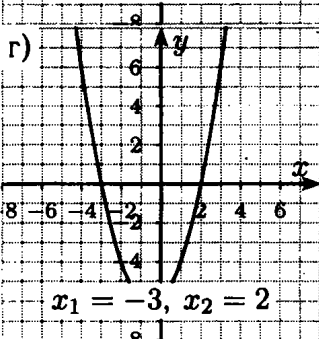
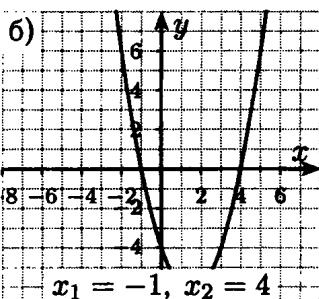
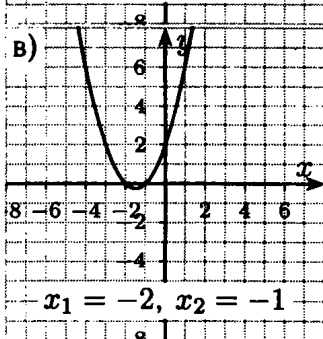
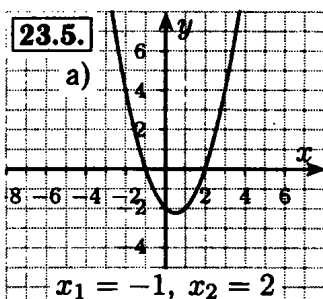


$$x_1 = -6, x_2 = 0$$

**23.4.**



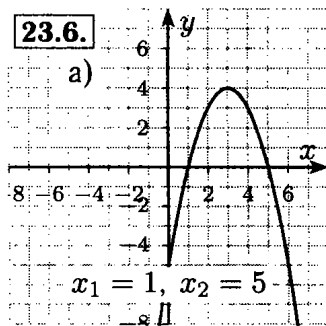
**23.5.**



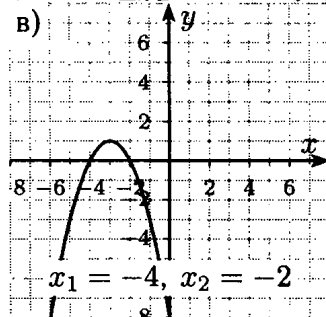


23.6.

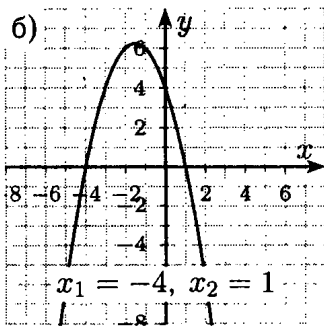
a)



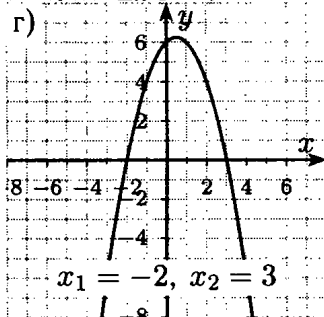
б)



в)

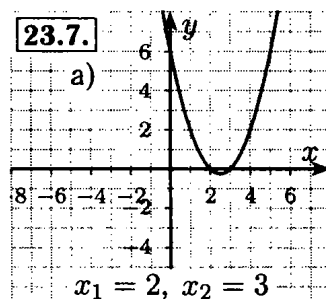


г)

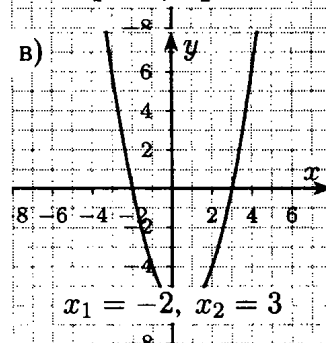


23.7.

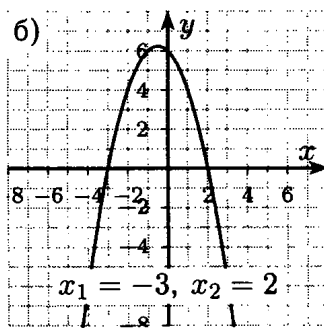
a)



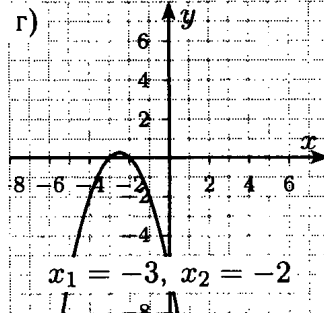
б)



в)



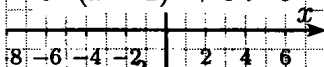
г)



**23.8.**

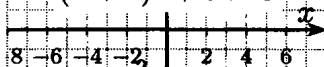
а)

$$3 \cdot (x - 1)^2 + 8 > 0$$



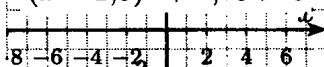
в)

$$(x + 1)^2 + 3 > 0$$



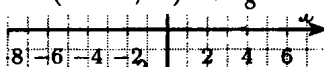
б)

$$(x - 1,5)^2 + 2,75 > 0$$



г)

$$2 \cdot (x - 1,25)^2 + \frac{47}{8} > 0$$



**23.9.** Пусть длина прямоугольника равна  $b$ , тогда его ширина равна  $(b - 2)$ , а площадь:  $b(b - 2) = 8$ ;  $b(b - 2) = 8 \Rightarrow b^2 - 2b - 8 = 0 \Rightarrow (b - 4)(b + 2) = 0 \Rightarrow b - 4 = 0$  или  $b + 2 = 0 \Rightarrow b = 4$  или  $b = -2$ . Так как  $a > 0$  и  $b > 0$ , длина равна 4 см, а ширина равна  $(4 - 2) = 2$  см.

**23.10.** Пусть  $a$  и  $b$  — стороны прямоугольника. Имеем систему уравнений: 
$$\begin{cases} 2a + 2b = 14 \\ ab = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

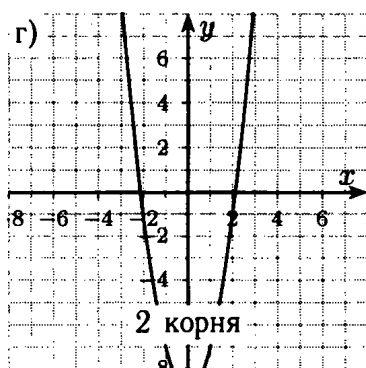
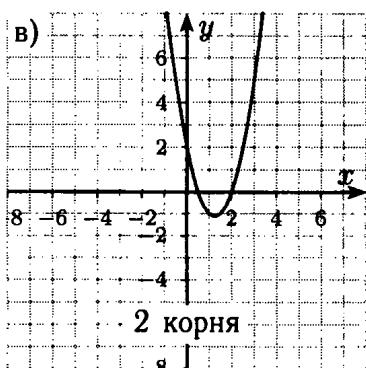
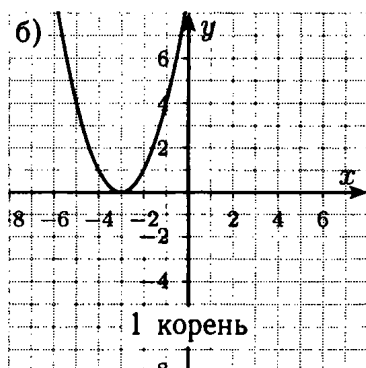
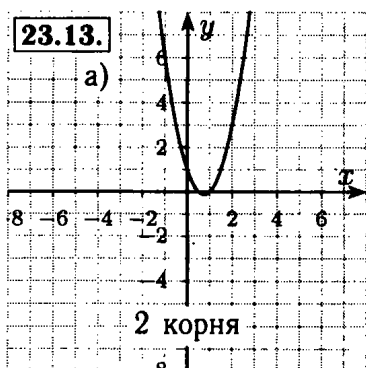
$$\begin{cases} b = 7 - a \\ a(7 - a) = 12 \end{cases} \Rightarrow a(7 - a) = 12 \Rightarrow 7a - a^2 = 12 \Rightarrow a^2 - 7a + 12 = 0 \Rightarrow (a - 3)(a - 4) = 0 \Rightarrow a - 3 = 0$$
 или  $a - 4 = 0 \Rightarrow a = 3$  или  $a = 4$ ;  $b = 4$  или  $b = 3$ .

**23.11.** Пусть длина одного из катетов —  $y$ , тогда другого  $(y + 1)$ . Так как гипотенуза равна 5 см, то  $y^2 + (y + 1)^2 = 5^2 \Rightarrow 2y^2 + 2y - 24 = 0 \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Rightarrow (y + 4)(y - 3) = 0 \Rightarrow y + 4 = 0$  или  $y - 3 = 0 \Rightarrow y = -4$  или  $y = 3$ . Так как  $y > 0$ , то  $y = 3$  и  $y + 1 = 4$ .

**23.12.** 1 способ. а)  $x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x - 3)^2 = 1 \Rightarrow x - 3 = \pm 1 \Rightarrow x = 4$  или  $x = 2$ ; б)  $x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 2) = 0 \Rightarrow x + 4 = 0$  или  $x - 2 = 0 \Rightarrow x = -4$  или  $x = 2$ .

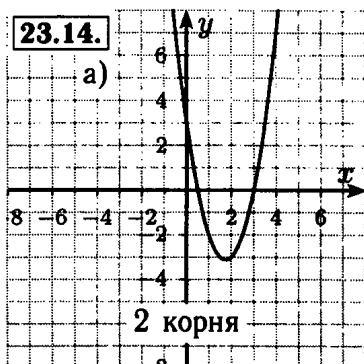
$+1)^2 = 9 \Rightarrow x+1 = \pm 3 \Rightarrow x = 2$  или  $x = -4$ ; в)  $x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 9 \Rightarrow x-1 = \pm 3 \Rightarrow x = 4$  или  $x = -2$ ; г)  $x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x+3)^2 = 1 \Rightarrow x+3 = \pm 1 \Rightarrow x = -2$  или  $x = -4$ .

2 способ. а)  $x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x^2 - 2x) - (4x - 8) = 0 \Rightarrow x(x-2) - 4 \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow (x-4)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 4$  или  $x = 2$ ; б)  $x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x^2 + 4x) - (2x + 8) = 0 \Rightarrow x(x+4) - 2 \cdot (x+4) = 0 \Rightarrow (x-2)(x+4) = 0 \Rightarrow x = 2$  или  $x = -4$ ; в)  $x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x) - (4x + 8) = 0 \Rightarrow x(x+2) - 4 \cdot (x+2) = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 4$  или  $x = -2$ ; г)  $x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x) + (4x + 8) = 0 \Rightarrow x(x+2) + 4 \cdot (x+2) = 0 \Rightarrow (x+4)(x+2) = 0 \Rightarrow x = -2$  или  $x = -4$ .

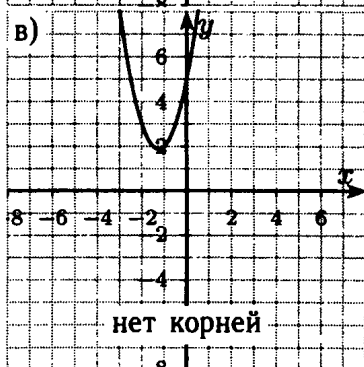


**23.14.**

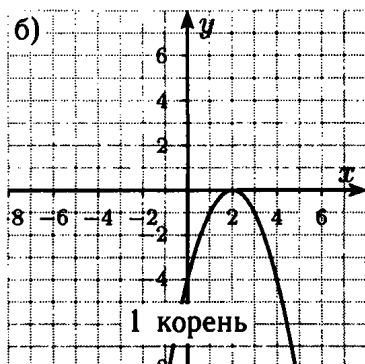
а)



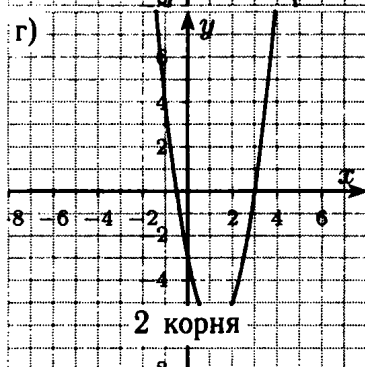
в)



б)



г)



**23.15.**  $y = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow y(1) = 1 - 2 + 1 = 0 \Rightarrow p = 0.$

**23.16.**  $y = x^2 + 2x + 3 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow y(-1) = 1 - 2 + 3 = 2 \Rightarrow p < 2.$

**23.17.**  $x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y(2) = 0 \Rightarrow p > 0.$

**23.18.**  $D = b^2 - 4ac = 16 - 4 \cdot (-6 - p) = 40 - 4p \geq 0 \Rightarrow p \geq -10.$

**23.19.** Значение функции  $y = x^2 + 6x + 8$  в вершине параболы  $x = -\frac{b}{2a} = -3, y(-3) = -1$ ; а)  $p < -1$ ; б)  $p = -1$ ; в)  $p > -1$ .

**23.10.** Пусть  $x$  — ширина участка,  $y$  — длина, тогда

$$\begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ xy = 24 \end{cases} \Rightarrow y = 10 - x \Rightarrow x(10 - x) = 24 \Rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 1 \Rightarrow x - 5 = \pm 1 \Rightarrow x = 4; x = 6,$$

то есть  $y = 6$  или  $y = 6$ .

**23.21.** Пусть один катет равен  $x$ , тогда другой  $(x - 4)$ . Площадь треугольника равна  $\frac{1}{2}x(x - 4) = 16 \Rightarrow x^2 - 4x = 32 \Rightarrow x^2 - 4x - 32 = 0 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = -4$ ; Так как  $x > 0$ , то  $x = 8$  а  $(x - 4) = 4$ .

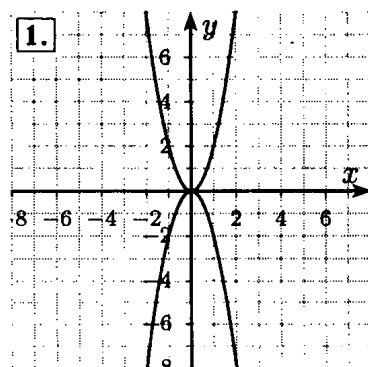
**23.22.** Пусть один равен  $y$ , то другой равен  $(y - 1)$ , а гипотенуза  $(y + 1)$ . По теореме Пифагора  $y^2 + (y - 1)^2 = (y + 1)^2 \Rightarrow y^2 + y^2 - 2y + 1 = y^2 + 2y + 1 \Rightarrow y(y - 4) = 0 \Rightarrow y = 0$  или  $y = 4$ . Так как  $y > 0$ , то  $y = 4$ , значит катеты треугольника равны 4 и  $(4 - 1) = 3$  м, а гипотенуза равна  $(y + 1) = 5$  м.

**23.23.** Пусть числитель дроби равен  $x$ , тогда знаменатель равен  $(p + 2)$  и  $p(p + 2) = 15 \Rightarrow p(p + 2) = 15 \Rightarrow p^2 + 2p - 15 = 0 \Rightarrow p = 3$  или  $p = -5$ . Так как в обыкновенной дроби числитель меньше знаменателя, то  $p = 3$  и  $(p + 2) = 5$ , а искомая дробь  $\frac{3}{5}$ .

**23.24.** Пусть  $v$  — скорость пешехода. Тогда,  $\frac{2}{v} + \frac{2}{v+2} = 1 \Rightarrow \frac{2v+4+3v}{v^2+2v} = 1 \Rightarrow 5v + 4 = v^2 + 2v \Rightarrow v^2 - 3v - 4 = 0 \Rightarrow (v - 1,5)^2 = 6,25 \Rightarrow v - 1,5 = \pm 2,5 \Rightarrow v = 4$  км/ч.

## Домашняя контрольная работа № 3

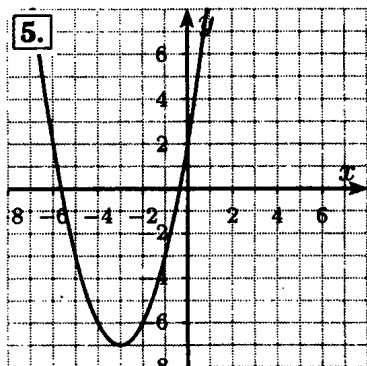
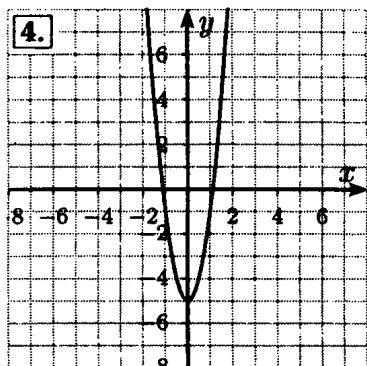
### Вариант 1



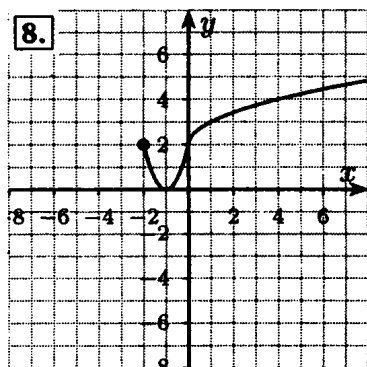
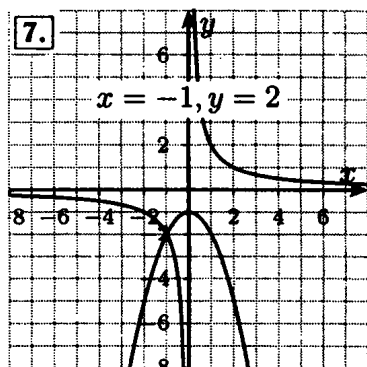
Графики функций симметричны относительно оси абсцисс.

**2.**  $y = -x^2$  и  $y = x^2$ .

**3.**  $y_{\min} = 1$  при  $x = 5$ ,  $y_{\max} = 3$  при  $x = 0$ .



6.  $f(x) = 2x^2$ ,  $g(x) = \frac{4}{x}$ ,  $f(2x^4) = 8x^8$ ;  $2g\left(\frac{1}{x^8}\right) = 2 \cdot \frac{4}{x^8} = 8x^8$

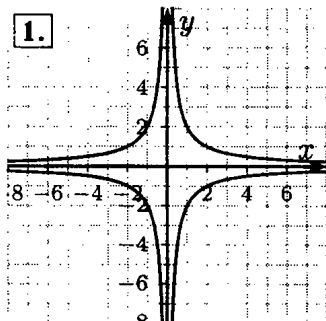


- а)  $f(-3)$  не определено;  
 б)  $f(0) = 2$ ;  $f(9) = 5$ ;  
 в)  $D(f) = [-2; +\infty)$ ;  
 $E(f) = [0; +\infty)$

9. Функция возрастает при  $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ .

10.  $-x^2 + 4x + 6 = p \Rightarrow x^2 - 4x - 6 = -p \Rightarrow (x - 2)^2 = 10 - p \Rightarrow (x - 2)^2 = 10 - p$ : а)  $10 - p < 0$ ,  $p > 10$ .  
 б)  $10 - p = 0$ ,  $p = 10$ ; в)  $10 - p > 0$ ,  $p < 10$ .

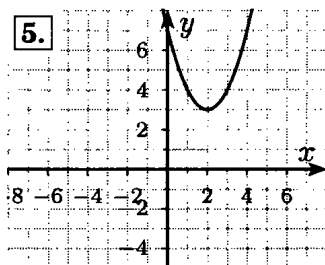
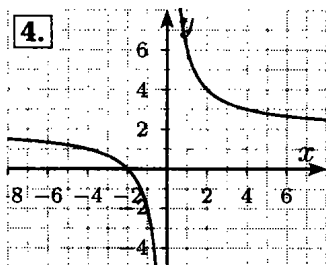
## Вариант 2



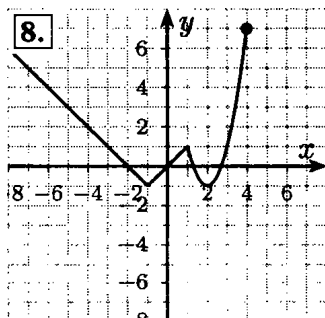
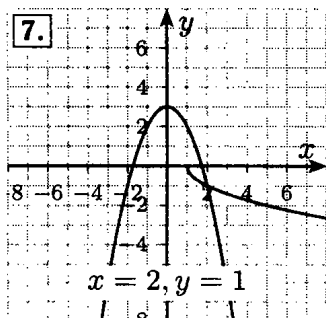
Графики функций симметричны относительно оси ординат.

2.  $y = -x^2$  и  $y = x^2$ .

3.  $y_{\min} = -2$  при  $x = -2$ ,  $y_{\max} = -\frac{1}{2}$  при  $x = -5$ .



6.  $f(x) = 2x^2$ ,  $g(x) = \frac{4}{x}$ ,  $f(2x^4) = 8x^8$ ,  $2g(\frac{1}{x^8}) = 2 \cdot \frac{4}{x^8} = 8x^8$ .



а)  $f(-3) = 0$ ;  $f(1) = 1$ ,  $f(9)$  не определено;  
 в)  $D(f) = (-\infty; 4]$ ,  $E(f) = [-1; +\infty)$ .

**9.** Функция убывает при  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ .

**10.**  $-x^2 + 6x - 2 = p \Rightarrow x^2 - 6x + 2 = p \Rightarrow (x - 3)^2 - 7 = p \Rightarrow (x - 3)^2 = p + 7$ . а)  $p + 7 < 0$ ;  $p < -7$ ; б)  $p + 7 = 0$ ;  $p = -7$ ; в)  $p + 7 > 0$ ;  $p > -7$ .



## Глава 4. Квадратные уравнения

### §24. Основные понятия

**24.1.** а) да; б) нет, так как присутствует слагаемое  $5x^3$ ; в) да, является; г) нет, так как присутствует слагаемое  $x^3$ .

**24.2.** а)  $4x^2 + 5x - 1 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = 5$ ,  $c = -1$ ; б)  $15x^2 = 0 \Rightarrow 15x^2 + 0 \cdot x + 0 = 0$ :  $a = 15$ ,  $b = 0$ ,  $c = 0$ ; в)  $-x^2 - x = 0 \Rightarrow -x^2 - x + 0 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = -1$ ,  $c = 0$ ; г)  $8 - 9x^2 = 0 \Rightarrow -9x^2 + 0 \cdot x + 8 = 0$ :  $a = -9$ ,  $b = 0$ ,  $c = 8$ .

**24.3.** а)  $7x^2 + 12x - 5 = 0$ :  $a = 7$ ,  $b = 12$ ,  $c = -5$ ; б)  $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{3}x^2 + 0 \cdot x + \frac{3}{14} = 0$ :  $a = -\frac{1}{3}$ ,  $b = 0$ ,  $c = \frac{3}{14}$ ; в)  $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{7}x - \frac{5}{12} = 0$ :  $a = \frac{2}{5}$ ,  $b = -\frac{1}{7}$ ,  $c = -\frac{5}{12}$ ; г)  $-4x^2 - 7x + 16 = 0$ :  $a = -4$ ,  $b = -7$ ,  $c = 16$ .

**24.4.** а)  $(3x+1)(2x-3) + 4 \cdot (x-2) = 5 \cdot (4-3x) \Rightarrow 6x^2 - 9x + 2x - 3 + 4x - 8 = 20 - 15x \Rightarrow 6x^2 + 12x - 31 = 0$ :  $a = 6$ ,  $b = 12$ ,  $c = -31$ ; б)  $12 - 6 \cdot (x+3) - 7x = (x-2)(x+3) \Rightarrow 12 - 6x - 18 - 7x = x^2 - 2x + 3x - 6 \Rightarrow -6 - 13x = x^2 + x - 6 \Rightarrow x^2 + 14x + 0 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 14$ ,  $c = 0$ ; в)  $(2x+10)(x-1) + 5 \cdot (x-2) = 2 \cdot (7+x) \Rightarrow 2x^2 + 10x - 2x - 10 + 5x - 10 = 14 + 2x \Rightarrow 2x^2 + 13x - 20 = 14 + 2x \Rightarrow 2x^2 + 11x - 34 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = 11$ ,  $c = -34$ ; г)  $1 + 3 \cdot (2x-4) + (2x-1)(3-2x) = 8 \Rightarrow 1 + 6x - 12 + 6x - 3 - 4x^2 + 2x = 8 \Rightarrow -4x^2 + 14x - 22 = 0, 2 \Rightarrow x^2 - 7x + 11 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -7$ ,  $c = 11$ .

**24.5.** а)  $2 \cdot (x+6)(x-6) + 3 \cdot (x+6) = x^2 - 5x \Rightarrow 2 \times (x^2 - 36) + 3x + 18 = -5x \Rightarrow 2x^2 - 72 + 3x + 18 - x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x^2 + 8x - 54 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 8$ ,  $c = -54$ ; б)  $25 - x^2 + 2 \cdot (x-5) = 4 \cdot (x-5) \Rightarrow x^2 - 25 + 4 \cdot (x-5) - 2 \cdot (x-5) = 0 \Rightarrow x^2 - 25 + 2 \cdot (x-5) = 0 \Rightarrow x^2 - 25 + 2x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = -35$ .

**24.6.** а)  $4 \cdot (4-3x)^2 - 2 \cdot (4-3x) = 12 - x \Rightarrow 4 \cdot (16 - 24x + 9x^2) - 8 + 6x = 12 - x \Rightarrow 64 - 96x + 36x^2 - 8 + 6x - 12 + x = 0 \Rightarrow 36x^2 - 89x + 44 = 0$ . б)  $x^2 - 49 - 3 \cdot (x+7) = 2 \cdot (x-7) \Rightarrow x^2 - 49 - 3x - 21 - 2x + 14 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 56 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -5$ ,  $c = -56$ .

**24.7.** а)  $8x^2 + 5x + 1 = 0$ ; б)  $-12x^2 + 3x = 0$ ; в)  $x^2 + 4 = 0$ ; г)  $9x^2 - 2x + 3 = 0$ .

**24.8.** а)  $x^2 - x = 0$ ; б)  $\frac{2}{9}x^2 - 3\frac{1}{4}x + 1\frac{3}{5} = 0$ ; в)  $6x^2 + 3,5 = 0$ ; г)  $-\frac{7}{13}x^2 + 4\frac{4}{7}x - 4\frac{1}{3} = 0$ .

**24.9.** а)  $x^2 - 4x + 35 = 0$  — приведённое уравнение; б)  $-15x^2 + 4x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{15}x + \frac{2}{15} = 0$  — приведённое уравнение; в)  $12 - x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 12 = 0$  — приведённое уравнение; г)  $18 - 9x + x^2 = 0$  — приведённое уравнение.

**24.10.** а)  $-x^2 + 31x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 31x + 6 = 0$  — приведённое уравнение; б)  $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{14} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{9}{14}x = 0$  — приведённое уравнение; в)  $-\frac{25}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{12} = 0 \Rightarrow \frac{21}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{49}{12} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{4}\frac{8}{21}x + \frac{49}{12}\frac{8}{21} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{7}x + \frac{14}{9} = 0$  — приведённое уравнение; г)  $x^2 - 7x + 16 = 0$  — приведённое уравнение.

**24.11.** а)  $x^2 + 14x - 23 = 0$  — полное уравнение; б)  $16x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 16x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\frac{3}{4}$ ; в)  $-x^2 + x = 0 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$ ; г)  $x + 8 - 9x^2 = 0$  — полное уравнение.

**24.12.** а)  $3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$ ; б)  $x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x + 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -2$ ; в)  $-2x^2 + 14 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 14 = 0 \Rightarrow x^2 - 7 = 0 \Rightarrow x^2 = 7, x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$ ; г)  $3 - x^2 + x = 0$  — полное уравнение.

**24.13.** а)  $x^2 + 2x + 10 = 0$ ; б)  $5x^2 + 2x + 10 = 0$ ; в)  $x^2 + 6 = 0$ ; г)  $5x^2 + x = 0$ .

**24.14.** а) при  $x = 3$ ,  $x^2 - 4x + 3 = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = -3 + 3 = 0$ , следовательно  $x = 3$  — корень уравнения; б) при  $x = -7$ ,  $2x^2 + x - 3 = 2 \cdot (-7)^2 + (-7) - 3 = 2 \cdot 49 - 7 - 3 = 88 \neq 0$ , следовательно  $x = -7$  не является корнем; в) при  $x = -5$ ,  $2x^2 - 3x - 65 = 2 \times (-5)^2 - 3 \cdot (-5) - 65 = 50 + 15 - 65 = 0$ , следовательно  $x = -5$  — корень уравнения; г) при  $x = 6$ ,  $x^2 - 2x + 6 = 6^2 - 2 \cdot 6 + 6 = 36 - 12 + 6 = 30 \neq 0$ , следовательно  $x = 6$  — не является корнем.

**24.15.** а)  $3x^2 - 75 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$ ; б)  $2x^2 + 14x = 0 \Rightarrow x^2 + 7x = 0 \Rightarrow x(x + 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -7$ ; в)  $0,5x^2 - 72 = 0 \Rightarrow 0,5x^2 = 72 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{144} = \pm 12$ ; г)  $3x^2 - 18x = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x - 6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 6$ .

**24.16.** а)  $x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x(x + 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -5$ ; б)  $2x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{9}{2}x = 0 \Rightarrow x(x - \frac{9}{2}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ ; в)  $x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x(x - 12) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 12$ ; г)  $3x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{3}x = 0 \Rightarrow x(x + \frac{5}{3}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1\frac{2}{3}$ .

**24.17.** а)  $-x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x(x - 8) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 8$ ; б)  $3x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3$ ; в)  $-x^2 + 7x = 0 \Rightarrow x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x(x - 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 7$ ; г)  $19x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 19x = 0 \Rightarrow x(x - 19) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 19$ .

**24.18.** а)  $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{9} = \pm 3$ ; б)  $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ ; в)  $x^2 - 64 = 0 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8$ ; г)  $x^2 - 10 = 0 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}$ .

**24.19.** а)  $-2x^2 + 50 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$ ; б)  $-3x^2 + 4 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{3}}$ ; в)  $-5x^2 + 45 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ ; г)  $-9x^2 + 13 = 0 \Rightarrow 9x^2 = 13 \Rightarrow x^2 = \frac{13}{9} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{13}{9}}$ .

**24.20.** а)  $3x^2 + 7 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -7 \Rightarrow x^2 = -\frac{7}{3}$  — нет корней; б)  $6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ; в)  $4x^2 + 17 = 0 \Rightarrow 4x^2 = -17 \Rightarrow x^2 = -\frac{17}{4}$  — нет корней; г)  $15x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ .

**24.21.** а)  $(x - 2)(x + 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -4$ ; б)  $(x + 3,5)(x - 7)(x^2 + 9) = 0 \Rightarrow x + 3,5 = 0$  или  $x - 7 = 0$  или  $x^2 + 9 = 0$ ,  $x_1 = -3,5$ ,  $x_2 = 7$ ,  $x^2 = -9$  — нет корней; в)  $(x + 2,8)(x + 1,3) = 0 \Rightarrow x_1 = -2,8$ ,  $x_2 = -1,3$ ; г)  $(x - \frac{1}{3}) \cdot (x - \frac{1}{5}) \cdot (x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{3} = 0$  или  $x - \frac{1}{5} = 0$  или  $x^2 + 1 = 0$ ,  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{1}{5}$ ,  $x^2 = -1$  — нет корней.

**24.22.** а)  $x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow (x + 6)^2 = 0 \Rightarrow x = -6$ ; б)  $4x^2 - 28x + 49 = 0 \Rightarrow (2x - 7)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$ ;

$$\text{в)} x^2 - 16x + 64 = 0 \Rightarrow (x - 8)^2 = 0 \Rightarrow x = 8; \text{г)} 9x^2 + 30x + 25 = 0 \Rightarrow (3x + 5)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

**24.23.** а)  $4x^2 - 3x + 7 = 2x^2 + x + 7 \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2;$   
 б)  $(2x + 3)(3x + 1) = 11x + 30 \Rightarrow 6x^2 + 9x + 2x + 3 = 11x + 30 \Rightarrow 6x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{3}{\sqrt{2}};$   
 в)  $1 - 2x + 3x^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0;$   
 г)  $(5x - 2)(x + 3) = 13 \cdot (x + 2) \Rightarrow 5x^2 - 2x + 15x - 6 = 13x + 26 \Rightarrow 5x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 6\frac{2}{5} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{6\frac{2}{5}}.$

**24.24.** а)  $\frac{x^2 - 6x}{3} = x \Rightarrow x^2 - 6x = 3x \Rightarrow x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x - 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 9;$  б)  $\frac{x^2 - x}{2} + \frac{x}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3x + 2x = 0 \Rightarrow 3x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{x}{3} = 0 \Rightarrow x(x - \frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3};$  в)  $\frac{x^2 - x}{6} - \frac{x^2 + x}{3} = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow -x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3;$  г)  $\frac{x^2 - 4}{5} - \frac{x^2 - 1}{3} = -1 \Rightarrow 3x^2 - 12 - 5x^2 + 5 = -15 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2.$

**24.25.** Пусть первое натуральное число —  $x$ , тогда второе число —  $(x + 1)$ ,  $x \cdot (x + 1) = 2x$ . Составим и решим уравнение:  $x \cdot (x + 1) = 2x \Rightarrow x^2 + x = 2x \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1, x = 0$ . Так как 0 — не натуральное число, то  $x = 1$  — первое число, а второе число  $1 + 1 = 2$ .

**24.26.** Пусть первое натуральное число —  $x$ , тогда второе число —  $(x + 1)$ , Составим и решим Уравнение:  $x(x + 1) = 1,5x \Rightarrow x + x = 1,5x^2 \Rightarrow 0,5x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$ . Так как 0 — не натуральное число, то  $x = 2$  — первое число, а второе число  $2 + 1 = 3$ .

**24.27.** Пусть  $t$  время за которое расстояние между точками составит 52 см,  $5t$  — расстояние, пройденное первой точкой,  $12t$  — расстояние пройденное второй точкой. По теореме Пифагора  $52^2 = (5t)^2 + (12t)^2 \Rightarrow 25t^2 + 144t^2 = 52^2 \Rightarrow 169t^2 = 52^2 \Rightarrow 13^2 t^2 = 52^2 \Rightarrow t^2 = (\frac{52}{13})^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4$ . Так как  $t > 0$ , то  $t = 4$  с.

**24.28.** Пусть  $x$  сторона квадрата, тогда  $x^2 = (59 + 85) \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$ . Так как  $x > 0$ , то  $x = 12$  см — сторона квадрата.

**24.29.** Пусть  $x$  сторона квадрата, тогда  $x^2$  — площадь квадрата, а  $(x^2 - 12) = 36$  — площадь круга. Из уравнения  $x^2 - 12 = 36 \Rightarrow x^2 = 48 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{48} \pm 4\sqrt{3}$ . Так как  $x > 0$ , то сторона квадрата  $x = 4\sqrt{3}$  см.

**24.30.** Пусть  $v$  — скорость течения, тогда  $\frac{36}{v+15} + \frac{-24}{15-v} = 4 \Rightarrow \frac{36 \cdot (15-v) + 24 \cdot (15+v)}{225-v^2} = 4 \Rightarrow 900 - 125v = 900 - 4v^2 \Rightarrow 4v^2 - 12v = 0 \Rightarrow 4v(v-3) = 0 \Rightarrow v = 3$  км/ч.

**24.31.** Уравнение является не полным, если  $b = 0$  или  $c = 0$ : а)  $6x^2 + (p-1)x + 2 - 4p = 0 \Rightarrow b = p-1 = 0, p = 1; c = 2 - 4p = 0 \Rightarrow 2 = 4p \Rightarrow p = 0,5$ ; при  $p = 1: 6x^2 + 2 - 4 \cdot 1 = 0, 6x^2 + 2 - 4 = 0 \Rightarrow 6x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ ; при  $p = 0,5: 6x^2 - 0,5x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{12}x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - \frac{1}{12}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{12}$ ; б)  $(p-2)x^2 + 3x + p = 0 \Rightarrow c = p = 0$ ; при  $p = 0: -2x^2 + 3x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x^2 - 1,5x = 0 \Rightarrow x(x-1,5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1,5$ ; в)  $3x^2 - (2p+3)x + 2 + p = 0 \Rightarrow b = -(2p+3) = 0, c = 2 + p = 0 \Rightarrow p = -1,5; p = -2$ ; при  $p = -1,5: 3x^2 + 0,5 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{6}$  — нет корней; при  $p = -2: 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{x}{3} = 0 \Rightarrow x(x + \frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{3}$ ; г)  $(6-p)x^2 + (2p+6)(x+12) = 0 \Rightarrow (6-p)x^2 + (2p+6)x + 12 \cdot (2p+6) = 0 \Rightarrow b = 2p+6 = 0, p = -3; c = 12 \cdot (2p+6) = 0 \Rightarrow p = -3$ ; при  $p = -3: 9x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ .

**24.32.**  $(2p-3)x^2 + (3p-6)x + p^2 - 9 = 0$ : а)  $a = 2p - 3 = 1 \Rightarrow 2p = 4 \Rightarrow p = 2$ ; б) уравнение не приведенное, если  $2p-3 \neq 1$ , т.е.  $p \neq 2$ . Уравнение не полное, если  $b = 3p-6 = 0$ , т.е.  $p = 2$  или  $c = p^2 - 9 = 0 \Rightarrow p^2 = 9 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 3$ ; в) Уравнение не полное, если  $p = 2$  или  $p = \pm 3$ . Уравнение приведенное, если  $p = 2$ ; г) Уравнение линейное, если  $2p-3 = 0 \Rightarrow p = 1,5$ .

**24.33.** а) при  $x = 6, x^2 + px + 24 = 0 \Rightarrow 6^2 + 6p + 24 = 0 \Rightarrow 36 + 6p + 24 = 0 \Rightarrow p = -10$ ; б) при  $x = 17, 2 \cdot 17^2 + 17p + 68 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 17 + p + 4 = 0 \Rightarrow p = -38$ ; в) при  $x = 7, 7^2 + 7p - 35 = 0, 7 + p - 5 = 0 \Rightarrow p = -2$ ; г) при  $x = 9, 3 \cdot 9^2 + 9p - 54 = 0 \Rightarrow 3 \cdot 9 + p - 6 = 0 \Rightarrow p = -21$ .

**24.34.** а) при  $x = 4$ ,  $4^2 - 8 \cdot 4 + p = 0 \Rightarrow p = 16$ ; б) при  $x = 0$ ,  $4 \cdot 0^2 - 24 \cdot 0 + p = 0 \Rightarrow p = 0$ ; в) при  $x = 10$ ,  $10^2 + 15 \cdot 10 + p = 0 \Rightarrow p = -250$ ; г) при  $x = -5$ ,  $6 \cdot (-5)^2 - 30 \cdot 5 + p = 0 \Rightarrow p = 0$ .

**24.35.** а)  $x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 4 - 1)(x - 4 + 1) = 0 \Rightarrow (x - 5)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 3$ ; б)  $x^2 - 12x + 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x \cdot 6 + 6 \cdot 2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 6)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 6 - 4)(x - 6 + 4) = 0 \Rightarrow (x - 10)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 10, x_2 = 2$ ; в)  $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2 - 1)(x - 2 + 1) = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1$ ; г)  $x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x + 3)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x + 3 - 1)(x + 3 + 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x + 4) = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -4$ .

**24.36.** а)  $x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 5x - 10 = 0 \Rightarrow x(x - 2) + 5 \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -5$ ; б)  $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x(2x - 1) - 2 \cdot (2x - 1) = 0 \Rightarrow (x - 2)(2x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 0,5$ ; в)  $x^2 + 9x + 14 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x + 2x + 14 = 0 \Rightarrow x(x + 7) + 2 \cdot (x + 7) = 0 \Rightarrow (x + 7)(x + 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = -2$ ; г)  $4x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow (2x - 1)^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow (2x - 1 - 2)(2x - 1 + 2) = 0 \Rightarrow (2x - 3)(2x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 1,5, x_2 = -0,5$ .

**24.37.** а)  $a^2 + 6a = 3a^2 - a \Rightarrow 2a^2 - 7a = 0 \Rightarrow a(2a - 7) = 0 \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = 3,5$ ; б)  $5a^2 - 12 = a^2 - 4 \Rightarrow 4a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ ; в)  $3a^2 + 2a = 4a^2 - 5a \Rightarrow a^2 - 7a = 0 \Rightarrow a(a - 7) = 0 \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = 7$ ; г)  $7a^2 - a = a^2 + 9a \Rightarrow 6a^2 - 10a = 0 \Rightarrow 3a^2 - 5a = 0 \Rightarrow a(3a - 5) = 0 \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = 1\frac{2}{3}$ .

**24.38.** а)  $(3x - 1)(2x - 2) = (x - 3)^2 \Rightarrow 6x^2 - 8x + 2 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 5x^2 - 2x - 7 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - \frac{7}{5}) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{7}{5}$ ; б)  $2x - (x + 1)^2 = 3x^2 - 5 \Rightarrow 2x - x^2 - 2x - 1 = 3x^2 - 5 \Rightarrow 4x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$ ; в)  $(3x - 4)^2 - (5x + 2)(2x + 8) = 0 \Rightarrow 9x^2 - 24x + 16 - 10x^2 - 4x - 40x - 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 68x = 0 \Rightarrow x(x + 68) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -68$ ; г)  $6x^2 - (x + 2)^2 = 4 \cdot (4 - x) \Rightarrow 6x^2 - x^2 - 4x - 4 = 16 - 4x \Rightarrow 5x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$ .

**24.39.** а)  $\frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+3} \Rightarrow (x-2)(x+3) = (x-3)(x+2) \Rightarrow x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 - 3x + 2x - 6 \Rightarrow x = -x \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$ ; б)  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = 3\frac{1}{3} \Rightarrow 3 \cdot ((x-2)^2 + (x+2)^2) = 10 \cdot (x^2 - 4) \Rightarrow 3 \cdot (x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4) = 10x^2 - 40 \Rightarrow 6x^2 + 24 = 10x^2 - 40 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$ .  
 в)  $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x+3} = \frac{x+3}{x-3} \Rightarrow (x-3)^2 = (x+3)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 12x = 0 \Rightarrow x = 0$ ;  
 г)  $\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1} = 5 \Rightarrow (2x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5 \cdot (2x-1)(2x+1) \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 = 20x^2 - 5 \Rightarrow 12x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{7}{12}}$ .

## §25. формулы корней квадратных уравнений

**25.1.** а)  $x^2 + 5x - 6 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 5$ ,  $c = -6$ ;  $D = b^2 - 4ac = 49$ ; б)  $x^2 - 1,3x + 2 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -1,3$ ,  $c = 2$ ;  $D = b^2 - 4ac = -6,31$ ; в)  $x^2 - 7x - 4 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -7$ ,  $c = -4$ ;  $D = b^2 - 4ac = 65$ ; г)  $x^2 - 2,4x + 1 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -2,4$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 1,76$ .

**25.2.** а)  $3x^2 + 2x - 1 = 0$ :  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 16$ ; б)  $-x^2 + 4x + 3 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = 4$ ,  $c = 3$ ;  $D = b^2 - 4ac = 28$ ; в)  $4x^2 - 5x - 4 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = -5$ ,  $c = -4$ ;  $D = b^2 - 4ac = 89$ ; г)  $-2x^2 + 5x + 3 = 0$ :  $a = -2$ ,  $b = 5$ ,  $c = 3$ ;  $D = b^2 - 4ac = 49$ .

**25.3.** а)  $x^2 - 8x - 84 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -8$ ,  $c = -84$ ;  $D = b^2 - 4ac = 400$  — 2 корня; б)  $36x^2 - 12x + 1 = 0$ :  $a = 36$ ,  $b = -12$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 0$  — 1 корень; в)  $x^2 - 22x - 23 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -22$ ,  $c = -23$ ;  $D = b^2 - 4ac = 576$  — 2 корня; г)  $16x^2 - 8x + 1 = 0$ :  $a = 16$ ,  $b = -8$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 0$  — 1 корень.

**25.4.** а)  $x^2 + 3x + 24 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 3$ ,  $c = 24$ ;  $D = b^2 - 4ac = -87$  — нет корней; б)  $x^2 - 16x + 64 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -16$ ,  $c = 64$ ;  $D = b^2 - 4ac = 0$  — 1 корень; в)  $x^2 - 2x + 5 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 5$ ;  $D = b^2 - 4ac = -16$  — нет корней; г)  $x^2 + 6x + 9 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 6$ ,  $c = 9$ ;  $D = b^2 - 4ac = 0$  — 1 корень.

**25.5.** а)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -5$ ,  $c = 6$ ;  $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ ; б)  $x^2 - 2x - 15 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = -15$ ;  $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 8}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = 5$ ; в)  $x^2 + 6x + 8 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 6$ ,  $c = 8$ ;  $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 2}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = -2$ ; г)  $x^2 - 3x - 18 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -3$ ,  $c = -18$ ;  $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 81$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 9}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = 6$ .

**25.6.** а)  $x^2 + 42x + 441 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 42$ ,  $c = 441$ ;  $D = b^2 - 4ac = 42^2 - 4 \cdot 1 \cdot 441 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-42}{2 \cdot 1} = -21$ ; б)  $x^2 + 8x + 7 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 8$ ,  $c = 7$ ;  $D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 36$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \pm 6}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -7$ ,  $x_2 = -1$ ; в)  $x^2 - 34x + 289 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -34$ ,  $c = 289$ ;  $D = b^2 - 4ac = -34^2 - 4 \cdot 1 \cdot 289 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{34}{2 \cdot 1} = 17$ ; г)  $x^2 + 4x - 5 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 4$ ,  $c = -5$ ;  $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm 6}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -5$ ,  $x_2 = 1$ .

**25.7.** а)  $2x^2 + 3x + 1 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm 1}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -\frac{1}{2}$ ; б)  $3x^2 - 3x + 4 = 0$ :  $a = 3$ ,  $b = -3$ ,  $c = 4$ ;  $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -39$ ;  $D < 0$ , нет решений; в)  $5x^2 - 8x + 3 = 0$ :  $a = 5$ ,  $b = -8$ ,  $c = 3$ ;  $D = b^2 - 4ac = -8^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 \pm 2}{2 \cdot 5}$ ,  $x_1 = \frac{3}{5}$ ,  $x_2 = 1$ ; г)  $14x^2 + 5x - 1 = 0$ :  $a = 14$ ,  $b = 5$ ,  $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 14 \cdot (-1) = 81$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm 9}{2 \cdot 14}$ ,  $x_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_2 = \frac{1}{7}$ .

**25.8.** а)  $4x^2 + 10x - 6 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = 10$ ,  $c = -6$ ;  $D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 196$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 \pm 14}{2 \cdot 4}$ ,  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$ ; б)  $25x^2 + 10x + 1 = 0$ :  $a = 25$ ,  $b = 10$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 25 \cdot 1 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение



$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2 \cdot 25} = -\frac{1}{5}$ ; в)  $3x^2 - 8x + 5 = 0$ :  $a = 3$ ,  $b = -8$ ,  $c = 5$ ;  $D = b^2 - 4ac = -8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 \pm 2}{2 \cdot 3}$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = \frac{5}{3}$ ; г)  $4x^2 + x + 67 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = 1$ ,  $c = 67$ ;  $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot 67 = -1071$ ;  $D < 0$ , нет решений.

**25.9.** а)  $3x^2 + 32x + 80 = 0$ :  $a = 3$ ,  $b = 32$ ,  $c = 80$ ;  $D = b^2 - 4ac = 32^2 - 4 \cdot 3 \cdot 80 = 64$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-32 \pm 8}{2 \cdot 3}$ ,  $x_1 = -\frac{20}{3}$ ,  $x_2 = -4$ ; б)  $100x^2 - 160x + 63 = 0$ :  $a = 100$ ,  $b = -160$ ,  $c = 63$ ;  $D = b^2 - 4ac = -160^2 - 4 \cdot 100 \cdot 63 = 400$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{160 \pm 20}{2 \cdot 100}$ ,  $x_1 = \frac{7}{10}$ ,  $x_2 = \frac{9}{10}$ ; в)  $5x^2 + 26x - 24 = 0$ :  $a = 5$ ,  $b = 26$ ,  $c = -24$ ;  $D = b^2 - 4ac = 26^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-24) = 1156$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-26 \pm 34}{2 \cdot 5}$ ,  $x_1 = -6$ ,  $x_2 = \frac{4}{5}$ ; г)  $4x^2 - 12x + 9 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = -12$ ,  $c = 9$ ;  $D = b^2 - 4ac = -12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{2 \cdot 4} = \frac{3}{2}$ .

**25.10.** а)  $-x^2 - 5x + 14 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = -5$ ,  $c = 14$ ;  $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 14 = 81$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 9}{2 \cdot (-1)}$ ,  $x_1 = -7$ ,  $x_2 = 2$ ; б)  $-3x^2 - 2x + 5 = 0$ :  $a = -3$ ,  $b = -2$ ,  $c = 5$ ;  $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 5 = 64$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 8}{2 \cdot (-3)}$ ,  $x_1 = -\frac{5}{3}$ ,  $x_2 = 1$ ; в)  $-x^2 + 26x - 25 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = 26$ ,  $c = -25$ ;  $D = b^2 - 4ac = 26^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-25) = 576$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-26 \pm 24}{2 \cdot (-1)}$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 25$ ; г)  $-5x^2 - 9x + 2 = 0$ :  $a = -5$ ,  $b = -9$ ,  $c = 2$ ;  $D = b^2 - 4ac = -9^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 2 = 121$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{9 \pm 11}{2 \cdot (-5)}$ ,  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = \frac{1}{5}$ .

**25.11.** а)  $x^2 - 2x - 48 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = -48$ ;  $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48) = 196$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 14}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -6$ ,  $x_2 = 8$ ; б)  $6x^2 + 7x - 5 = 0$ :  $a = 6$ ,  $b = 7$ ,  $c = -5$ ;  $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-5) = 169$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm 13}{2 \cdot 6}$ ,  $x_1 = -\frac{5}{3}$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$ ; в)  $x^2 - 4x - 96 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -4$ ,  $c = -96$ ;  $D = b^2 - 4ac = -4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-96) = 400$ ;  $D > 0$ ,

два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 \pm 20}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -8$ ,  $x_2 = 12$ ;  
 г)  $2x^2 - 3x - 2 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = -3$ ,  $c = -2$ ;  $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$ ;  $D > 0$ , два решения,  
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 5}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_2 = 2$ .

**25.12.** а)  $-x^2 - 5x + 36 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = -5$ ,  $c = 36$ ;  $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 36 = 169$ ;  $D > 0$ , два решения,  
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 13}{2 \cdot (-1)}$ ,  $x_1 = -9$ ,  $x_2 = 4$ ; б)  $-3x^2 - 2x + 8 = 0$ :  $a = -3$ ,  $b = -2$ ,  $c = 8$ ;  $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 8 = 100$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 10}{2 \cdot (-3)}$ ,  
 $x_1 = -2$ ,  $x_2 = \frac{4}{3}$ ; в)  $x^2 + 26x + 25 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 26$ ,  $c = 25$ ;  $D = b^2 - 4ac = 26^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 576$ ;  $D > 0$ , два  
 решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-26 \pm 24}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -25$ ,  $x_2 = -1$ ;  
 г)  $-5x^2 - 9x + 80 = 0$ :  $a = -5$ ,  $b = -9$ ,  $c = 80$ ;  $D = b^2 - 4ac = -9^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 80 = 1681$ ;  $D > 0$ , два решения,  
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{9 \pm 41}{2 \cdot (-5)}$ ,  $x_1 = -5$ ,  $x_2 = \frac{16}{5}$ .

**25.13.** а)  $x^2 + 7x + 2 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 7$ ,  $c = 2$ ;  $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 41$ ;  $D > 0$ , два реше-  
 ния,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2}(-7 - \sqrt{41})$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{41} - 7)$ ; б)  $2x^2 + 3x - 1 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  
 $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 17$ ;  $D > 0$ , два  
 решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = \frac{1}{4}(-3 - \sqrt{17})$ ,  
 $x_2 = \frac{1}{4}(\sqrt{17} - 3)$ ; в)  $x^2 - 5x + 3 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -5$ ,  
 $c = 3$ ;  $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 13$ ;  $D > 0$ ,  
 два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2}(5 - \sqrt{13})$ ,  
 $x_2 = \frac{1}{2}(5 + \sqrt{13})$ ; г)  $5x^2 - x - 1 = 0$ :  $a = 5$ ,  $b = -1$ ,  
 $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 21$ ;  $D > 0$ ,  
 два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 5}$ ,  $x_1 = \frac{1}{10}(1 - \sqrt{21})$ ,  
 $x_2 = \frac{1}{10}(1 + \sqrt{21})$ .

**25.14.** а)  $x^2 + 2x - 7 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = -7$ ;  $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 32$ ;  $D > 0$ , два решения,  
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{2}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -1 - 2\sqrt{2}$ ,  $x_2 = 2\sqrt{2} - 1$ ;  
 б)  $2x^2 - 4x - 1 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = -4$ ,  $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 24$ ;  $D > 0$ , два решения,  
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2}(2 - \sqrt{6})$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}(2 + \sqrt{6})$ ;

в)  $x^2 + 6x + 3 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 6$ ,  $c = 3$ ;  $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \cdot 3 = 24$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -3 - \sqrt{6}$ ,  $x_2 = \sqrt{6} - 3$ ; г)  $5x^2 - 10x + 1 = 0$ :  $a = 5$ ,  $b = -10$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 80$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{10 \pm 4\sqrt{5}}{2 \cdot 5}$ ,  $x_1 = \frac{1}{5} (5 - 2\sqrt{5})$ ,  $x_2 = \frac{1}{5} (5 + 2\sqrt{5})$ .

**25.15.** а)  $2x^2 + 10x + 12 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = 10$ ,  $c = 12$ ;  $D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 4$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 \pm 2}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = -2$ ; б)  $-3x^2 + 18x - 24 = 0$ :  $a = -3$ ,  $b = 18$ ,  $c = -24$ ;  $D = b^2 - 4ac = 18^2 - 4 \times (-3) \cdot (-24) = 36$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-18 \pm 6}{2 \cdot (-3)}$ ,  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 4$ ; в)  $6x^2 - 18x - 60 = 0$ :  $a = 6$ ,  $b = -18$ ,  $c = -60$ ;  $D = b^2 - 4ac = -18^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-60) = 1764$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{18 \pm 42}{2 \cdot 6}$ ,  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 5$ ; г)  $-4x^2 - 16x + 84 = 0$ :  $a = -4$ ,  $b = -16$ ,  $c = 84$ ;  $D = b^2 - 4ac = -16^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 84 = 1600$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{16 \pm 40}{2 \cdot (-4)}$ ,  $x_1 = -7$ ,  $x_2 = 3$ .

**25.16.** а)  $0.6x^2 + 0.8x - 7.8 = 0$ :  $a = 0.6$ ,  $b = 0.8$ ,  $c = -7.8$ ;  $D = b^2 - 4ac = 0.8^2 - 4 \cdot 0.6 \cdot (-7.8) = 19.36$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0.8 \pm 4.4}{2 \cdot 0.6}$ ,  $x_1 = -4.33333$ ,  $x_2 = 3$ ; б)  $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 = 0$ :  $a = \frac{1}{4}$ ,  $b = -1$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 2$ ; в)  $\frac{4}{5}x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{3}{2} = 0$ :  $a = \frac{4}{5}$ ,  $b = -\frac{7}{5}$ ,  $c = -\frac{3}{2}$ ;  $D = b^2 - 4ac = -\frac{7^2}{5^2} - 4 \cdot \frac{4}{5} \cdot -\frac{3}{2} = \frac{169}{25}$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{\frac{7}{5} \pm \frac{13}{5}}{2 \cdot \frac{4}{5}}$ ,  $x_1 = -\frac{3}{4}$ ,  $x_2 = \frac{5}{2}$ ; г)  $.2x^2 - 10x + 125 = 0$ :  $a = 0.2$ ,  $b = -10$ ,  $c = 125$ ;  $D = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \cdot 0.2 \cdot 125 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{2 \cdot 0.2} = 25$ .

**25.17.** а)  $\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$ :  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = 1$ ,  $c = \frac{1}{4}$ ;  $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}}{2 \cdot \frac{1}{3}}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2} (-3 - \sqrt{6})$ ,  $x_2 = \frac{1}{2} (\sqrt{6} - 3)$ ; б)  $x^2 + 5x + \frac{9}{4} = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 5$ ,  $c = \frac{9}{4}$ ;  $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{9}{4} = 16$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm 4}{2 \cdot 1}$ ,

$x_1 = -\frac{9}{2}$ ,  $x_2 = -\frac{1}{2}$ ; в)  $x^2 + 3x - \frac{3}{2} = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 3$ ,  $c = -\frac{3}{2}$ ;  $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot -\frac{3}{2} = 15$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2}(-3 - \sqrt{15})$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{15} - 3)$ ; г)  $x^2 - \frac{5}{12}x - \frac{1}{6} = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -\frac{5}{12}$ ,  $c = -\frac{1}{6}$ ;  $D = b^2 - 4ac = -\frac{5}{12}^2 - 4 \cdot 1 \cdot -\frac{1}{6} = \frac{121}{144}$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{\frac{5}{12} \pm \frac{11}{12}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -\frac{1}{4}$ ,  $x_2 = \frac{2}{3}$ .

**25.18** а)  $6x(2x+1) = 3x - 8 \Rightarrow 12x^2 + 6x - 5x - 1 = 0 \Rightarrow 12x^2 + x - 1 = 0$ :  $a = 12$ ,  $b = 1$ ,  $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-1) = 49$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 7}{2 \cdot 12}$ ,  $x_1 = -\frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{1}{4}$ ; б)  $2x^2 - 16x + x + 18 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = -15$ ,  $c = 18$ ;  $D = b^2 - 4ac = -15^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 81$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{15 \pm 9}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = \frac{3}{2}$ ,  $x_2 = 6$ ; в)  $2x(x-8) = -x-18 \Rightarrow 16x^2 + 8x + 1 = 0$ :  $a = 16$ ,  $b = 8$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 16} = -\frac{1}{4}$ ; г)  $x(x-5) = 1 - 4x \Rightarrow x^2 - 5x - 1 + 4x = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -1$ ,  $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ .

**25.19** а)  $(x-2)^2 - 3x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -7$ ,  $c = 12$ ;  $D = b^2 - 4ac = -7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 1$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 \pm 1}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4$ ; б)  $(3x-1)(x+3) + 1 - x(1+6x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 7x - 2 = 0$ :  $a = -3$ ,  $b = 7$ ,  $c = -2$ ;  $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-2) = 25$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm 5}{2 \cdot (-3)}$ ,  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = 2$ ; в)  $5 \cdot (x+2)^2 + 6x - 44 = 0 \Rightarrow 5x^2 + 226x - 24 = 0$ :  $a = 5$ ,  $b = 226$ ,  $c = -24$ ;  $D = b^2 - 4ac = 226^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-24) = 1156$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-226 \pm 34}{2 \cdot 5}$ ,  $x_1 = -6$ ,  $x_2 = \frac{4}{5}$ ; г)  $(x+4)(2x-1) - x(3x+11) = 0 \Rightarrow -x^2 - 4x - 4 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = -4$ ,  $c = -4$ ;  $D = b^2 - 4ac = -4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4) = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = -2$ .

**25.20.** У квадратного уравнения 1 корень, если  $D = 0$ : а)  $x^2 - px + 9 = 0 \Rightarrow D = p^2 - 4 \cdot 9 = p^2 - 36 \Rightarrow p^2 - 36 =$

$= 0 \Rightarrow p^2 = 36 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 6$ ; б)  $x^2 + 3px + p = 0 \Rightarrow D = 9p^2 - 4p \Rightarrow 9p^2 - 4p = 0 \Rightarrow p(9p - 4) = 0 \Rightarrow p_1 = 0, p_2 = \frac{4}{9}$ ; в)  $x^2 + px + 16 = 0 \Rightarrow D = p^2 - 4 \cdot 16 \Rightarrow p^2 - 64 = 0 \Rightarrow p^2 = 64 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 8$ ; г)  $x^2 - 2px + 3p = 0 \Rightarrow D = 4p^2 - 4 \times 3p \Rightarrow p^2 - 3p = 0 \Rightarrow p(p - 3) = 0 \Rightarrow p_1 = 0, p_2 = 3$ .

**25.21.**  $3x^2 - px - 2 = 0 \Rightarrow D = p^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = p^2 + 24 > 0$ , следовательно уравнение имеет два корня.

**25.22.** Пусть  $x$  — искомое натуральное число. Составим и решим уравнение  $x^2 - x - 56 = 0$ :  $a = 1, b = -1, c = -56$ ;  $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 225$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm 15}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -7, x_2 = 8$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 8$ .

**25.23.** Пусть  $x$  — сторона прямоугольника. Составим и решим уравнение  $x^2(x + 5) = 84 \Rightarrow x^2 + 5x - 84 = 0$ :  $a = 1, b = 5, c = -84$ ;  $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-84) = 361$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm 19}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -12, x_2 = 7$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 7$ , а  $x + 5 = 12$ .

**25.24.** Пусть  $x$  — первое число,  $x + 2$  — второе число. Составим и решим уравнение  $x(x + 2) = 120 \Rightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$ :  $a = 1, b = 2, c = -120$ ;  $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 484$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 22}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -12, x_2 = 10$ , следовательно эти числа 10 и 12 или -12 и -10.

**25.25.** Пусть  $x$  — длина первого катета,  $x + 31$  — длина второго. Составим и решим уравнение  $\Rightarrow \frac{1}{2}x(x + 31) = 180 \Rightarrow \frac{1}{2}x(x + 31) - 180 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{31}{2}x - 180 = 0$ :  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{31}{2}, c = -180$ ;  $D = b^2 - 4ac = \frac{31^2}{2^2} - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-180) = \frac{2401}{4}$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-\frac{31}{2} \pm \frac{49}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$ ,  $x_1 = -40, x_2 = 9$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 9$  — длина первого катета, а  $x + 31 = 9 + 31 = 40$  — длина второго.

**25.26.** Пусть  $x$  — длина стороны квадрата, тогда  $x - 3$  — длина отрезанной полоски. Составим и решим уравнение  $x(x - 3) = 70 \Rightarrow x^2 - 3x - 70 = 0$ :  $a = 1, b = -3, c = -70$ ;  $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 289$ ;  $D > 0$ , два

решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 17}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -7$ ,  $x_2 = 10$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 10$ .

**25.27.** Пусть  $x$  — первое число,  $x + 1$  — второе число. Составим и решим уравнение  $x(x + 1) = 2x + 1 + 272 \Rightarrow x^2 - x - 272 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -1$ ,  $c = -272$ ;  $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-272) = 1089$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm 33}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -16$ ,  $x_2 = 17$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 17$ , а  $x + 1 = 18$ .

**25.28.** Пусть  $x$  — первое число,  $x + 1$  — второе число. Составим и решим уравнение  $x^2 + (x + 1)^2 - 1201 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1200 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = 2$ ,  $c = -1200$ ;  $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1200) = 9604$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 98}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = -25$ ,  $x_2 = 24$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 24$ , а  $x + 1 = 25$ .

**25.29.** Пусть  $x$  — первое число,  $x + 1$  — второе число,  $x + 2$  — третье число. Составим и решим уравнение  $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 1589 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 1584 = 0$ :  $a = 3$ ,  $b = 6$ ,  $c = -1584$ ;  $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1584) = 19044$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 138}{2 \cdot 3}$ ,  $x_1 = -24$ ,  $x_2 = 22$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то эти числа 22, 23, 24.

**25.30.** Пусть  $x$  — гипотенуза, тогда  $x - 32$  — первый катет, а  $x - 9$  — второй катет. По теореме Пифагора составим и решим уравнение:  $x^2 = (x - 32)^2 + (x - 9)^2 \Rightarrow -x^2 + 82x - 1105 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = 82$ ,  $c = -1105$ ;  $D = b^2 - 4ac = 82^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1105) = 2304$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-82 \pm 48}{2 \cdot (-1)}$ ,  $x_1 = 17$ ,  $x_2 = 65$ . Так как по условию задачи числа положительны, то  $x = 65$  — длина гипотенузы а длина катетов 33 и 56.

**25.31.** Пусть  $x$  — гипотенуза, тогда  $x - 8$  — первый катет, а  $x - 4$  — второй катет. По теореме Пифагора составим и решим уравнение:  $(x - 8)^2 + (x - 4)^2 = x^2 \Rightarrow x^2 - 24x + 80 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -24$ ,  $c = 80$ ;  $D = b^2 - 4ac = -24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 80 = 256$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{24 \pm 16}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 20$ . Так как по условию задачи числа положительны, то длина гипотенузы  $x = 20$  см.

**25.32.**  $x^2 + (x+1)^2 - x(x+1) - 307 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 306 = 0$ :  
 $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = -306$ ;  $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-306) =$   
 $= 1225$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 35}{2 \cdot 1}$ ,  
 $x_1 = -18$ ,  $x_2 = 17$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  
 $x = 17$ , а  $x + 1 = 18$ .

**25.33.**  $(x + x + 1)^2 - x^2 - (x + 1)^2 - 840 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = 2$ ,  
 $c = -840$ ;  $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-840) = 6724$ ;  $D > 0$ ,  
два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 82}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = -21$ ,  $x_2 = 20$ .  
Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 20$ , а  $x + 1 = 21$ .

**25.34.** Пусть  $x$  — проценты в сотых долях. Составим и  
решим уравнение  $10\,000 + 10\,000x + 10\,000 \cdot (x + 0.05) =$   
 $= 11500 \Rightarrow 20\,000x + 500 = 1500 \Rightarrow 20\,000x = 1000 \Rightarrow x =$   
 $= 0,05$  или 5%.

**25.35.** Пусть  $x$  — предполагаемый процент снижения  
стоимости миксера. Таки образом за первый месяц цена  
миксера станет  $2500 - 2500 \frac{x}{100}$ , тогда  $(x + 10)\%$  — процент  
снижения стоимости за второй месяц. За два месяца сто-  
имость миксера снизится на  $2500 \frac{x}{100} + (2500 - 2500 \frac{x}{100}) \times$   
 $\times \frac{x+10}{100}$  рублей. Стоимость миксера станет  $2500 - 2500 \frac{x}{100} -$   
 $- (2500 - 2500 \frac{x}{100}) \cdot \frac{x+10}{100} = 1800 \Rightarrow 2500 - 25x - (25 -$   
 $- 0,25x)(x + 10) = 1800 \Rightarrow x^2 - 190x + 1800 = 0 \Rightarrow D =$   
 $= 36100 - 7200 = 28900 = 170^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{190 \pm 170}{2}$ . Так как  
по условию задачи стоимость миксера не может быть  
меньше нуля то  $x = 10\%$ .

**25.36** а)  $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 3\sqrt{2}$ ,  $c =$   
 $= 4$ ;  $D = b^2 - 4ac = 3\sqrt{2}^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 2$ ;  $D > 0$ , два  
решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -2\sqrt{2}$ ,  $x_2 =$   
 $= -\sqrt{2}$ ; б)  $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 1 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = 4\sqrt{3}$ ,  $c = 1$ ;  
 $D = b^2 - 4ac = 4\sqrt{3}^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 32$ ;  $D > 0$ , два решения,  
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4\sqrt{3} \pm 4\sqrt{2}}{2 \cdot 4}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2}(-\sqrt{2} - \sqrt{3})$ ,  $x_2 =$   
 $= \frac{1}{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ ; в)  $x^2 - 3\sqrt{5}x - 20 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -3\sqrt{5}$ ,  
 $c = -20$ ;  $D = b^2 - 4ac = -3\sqrt{5}^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 125$ ;  $D >$   
 $> 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3\sqrt{5} \pm 5\sqrt{5}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -\sqrt{5}$ ,  
 $x_2 = 4\sqrt{5}$ ; г)  $4x^2 - 2\sqrt{7}x + 1 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = -2\sqrt{7}$ ,  
 $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -2\sqrt{7}^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 12$ ;  $D > 0$ , два

решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2\sqrt{7 \pm 2\sqrt{3}}}{2 \cdot 4}$ ,  $x_1 = \frac{1}{4}(\sqrt{7} - \sqrt{3})$ ,  $x_2 = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$ .

**25.37** а)  $(2x-1)(2x+1)+x(x-1)-2x(x+1)=0 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 1 = 0$ :  $a = 3$ ,  $b = -3$ ,  $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 21$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 3}$ ,  $x_1 = \frac{1}{6}(3 - \sqrt{21})$ ,  $x_2 = \frac{1}{6}(3 + \sqrt{21})$ ; б)  $(3x+1)^2 - x(7x+5) - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = -3$ ;  $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 5}{2 \cdot 2}$ ,  $x_1 = -\frac{3}{2}$ ,  $x_2 = 1$ ; в)  $(3x-1)(3x+1) - 2x(1+4x) + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1$ ; г)  $(2x+1)^2 + 2 - 2 + 6x^2 = 0 \Rightarrow 10x^2 + 4x + 1 = 0$ :  $a = 10$ ,  $b = 4$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 10 \cdot 1 = -24$ ;  $D < 0$ , нет решений.

**25.38.** а)  $\frac{x^2-x}{3} = \frac{2x+4}{5} \Rightarrow 5x^2 - 6x = 6x + 12 \Rightarrow 5x^2 - 11x - 12 = 0$ ;  $D = 121 - 45 \cdot (-12) = 361$ ;  $x_{1,2} = \frac{11 \pm 19}{10}$ ;  $x_1 = -\frac{8}{10}$ ;  $x_2 = 2$ . б)  $\frac{x^2-3}{2} - 6x = 5 \Rightarrow x^2 - 3 - 12x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 13 = 0$ ;  $D = 144 + 4 \cdot 13 = 196$ ;  $x_1 = \frac{12+14}{2} = 13$ ,  $x_2 = \frac{12-14}{2} = -1$ ; в)  $\frac{2x^2+x}{5} = \frac{4x-2}{3} \Rightarrow x^2 + 3x - 20x - 10 \Rightarrow 6x^2 - 17x + 10 = 0$ ;  $D = 289 - 4 \cdot 6 \cdot 10 = 49$ ,  $x_1 = \frac{17+7}{12} = 2$ ,  $x_2 = \frac{17-7}{12} = \frac{5}{6}$ ; г)  $\frac{4x^2+x}{3} - \frac{5x-1}{6} = \frac{x^2+17}{9} \Rightarrow 24x^2 + 6x - 15x + 3 - 2x^2 - 34 = 0 \Rightarrow 12x^2 - 9x - 31 = 0$ ,  $D = 81 + 4 \cdot 12 \cdot 31 = 2809$ ,  $x_1 = \frac{9+53}{24} = \frac{62}{24} = \frac{31}{12}$ ,  $x_2 = \frac{9-53}{24} = -1$ .

**25.39.** У квадратного уравнение 2 корня, если  $D > 0$ : а)  $x^2 + px = 0$ ,  $D = p^2$ ,  $p^2 > 0$ , если  $p \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ , т.е.  $D > 0$  не для любого  $p$ ; б)  $x^2 - px - 5 = 0$ ,  $D = p^2 + 4 \cdot 5 = p^2 + 20 > 0$  для любого  $p \in (-\infty; +\infty)$ , значит уравнение имеет два корня при любом  $p$ ; в)  $x^2 + px + 5 = 0$ ,  $D = p^2 - 4 \cdot 5 = p^2 - 20$ ,  $D > 0$   $p \in (-\infty; +\infty)$ , значит уравнение имеет два корня при любом  $p$ ; г)  $px^2 - 2 = 0$ ,  $D = 4 \cdot 2 \cdot p = 8p$ ,  $D > 0$  не для любого  $p$ .

**25.40.** Пусть  $x$  — число команд, тогда каждая команда сыграла  $x-1$  матч, а всего было сыграно  $\frac{x(x-1)}{2}$ . Составим и решим уравнение  $\frac{1}{2}x(x-1) = 66 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 66 = 0$ :  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ ,  $c = -66$ ;  $D = b^2 - 4ac = -\frac{1}{2}^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-66) = \frac{529}{4}$ ;  $D > 0$ , два решения,



$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{\frac{1}{2} \pm \frac{23}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$ ,  $x_1 = -11$ ,  $x_2 = 12$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то число команд 12.

**25.41.** Пусть  $x$  — число учеников, каждый ученик отдал  $x - 1$  карточку, а было роздано  $x(x - 1)$ . Составим и решим уравнение  $x(x - 1) = 210 \Rightarrow x^2 - x - 210 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = -1$ ,  $c = -210$ ;  $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-210) = 841$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm 29}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -14$ ,  $x_2 = 15$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то число учеников равно 15.

**25.42.** Пусть  $x$  — задуманное число. Составим и решим уравнение  $x^2 + 36 = 20x$ :  $a = 1$ ,  $b = -20$ ,  $c = 36$ ;  $D = b^2 - 4ac = -20^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 256$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{20 \pm 16}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 18$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 18$ .

**25.43.** Пусть  $x$  км/ч — скорость грузового автомобиля, тогда  $(x + 20)$  км/ч — скорость легкового автомобиля. По теореме Пифагора составим и решим уравнение  $(1,5x)^2 + (1,5 \cdot (x + 20))^2 = 150^2 \Rightarrow 1,5^2 \cdot (x^2 + x^2 + 40x + 400) = 150^2 \Rightarrow 2x^2 + 40x + 400 = 10000 \Rightarrow x^2 + 20x + 200 = 5000 \Rightarrow x^2 + 20x - 4800 = 0$ ;  $D = 400 + 44800 = 19600$ ,  $x_1 = \frac{-20 + 140}{2} = 60$ ,  $x_2 = \frac{-20 - 140}{2} = -80$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то скорость грузового автомобиля  $x = 60$  км/ч,  $60 + 20 = 80$  км/ч — скорость легкового автомобиля.

**25.44.** Пусть  $x\%$  — первоначальный процент повышения зарплаты,  $s$  — размер зарплаты. После первоначального повышения она стала равна  $s + s \frac{x}{100} = s(\frac{100+x}{100})$ . После второго повышения —  $2x\%$ , после чего зарплата стала равной  $s(\frac{100+x}{100}) \cdot \frac{2x}{100} + s(\frac{100+x}{100}) = s(\frac{100+x}{100}) \cdot (\frac{100+2x}{100}) = 1,32s \Rightarrow (100 + x)(100 + 2x) = 13200 \Rightarrow 10000 + 100x + 200x + 2x^2 = 13200 \Rightarrow 2x^2 + 300x - 3200 = 0 \Rightarrow x^2 + 150x - 1600 = 0$ ;  $D = 150^2 - 1600 \cdot 4 = 28900 = 170^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-150 \pm 170}{2}$ . Так как по условию задачи  $x > 0$ , то  $x = 10\%$ .

**25.45.** а)  $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$ ,  $x_2 = -2$  — посторонний корень, так как  $x > 0$ ;

б)  $x^2 + (\sqrt{x-2})^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$   
 $= 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 6 = 25$ ,  $x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$ ,  $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$  —  
 посторонний корень, так как  $x \geq 2$ ;

в)  $x^2 - 3 \cdot (\sqrt{x})^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ ;  $D = 9 + 4 \cdot 4 = 25$ ,  
 $x_1 = \frac{3+5}{2} = 4$ ,  $x_2 = \frac{3-5}{2} = -1$  — посторонний корень, так  
 как  $x > 0$ ;

г)  $x^2 + (\sqrt{x+3})^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x + 3 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ ;  
 $D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$ ,  $x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$ ,  $x_2 = -2$ .

**25.46.** а)  $x^2 - (2p-2)x + p^2 - 2p = 0$ ,  $D = (2p-2)^2 - 4 \times$   
 $\times (p^2 - 2p) = 4p^2 - 8p + 4 - 4p^2 + 8p = 4$ ,  $x_1 = \frac{2p-2+2}{2} = p$ ,  
 $x_2 = \frac{2p-2-2}{2} = p-2$ ;

б)  $x^2 - \frac{2p+3}{6}x + \frac{p}{6} = 0 \Rightarrow 6x^2 - (2p+3)x + p = 0$ ,  $D = (2p+3)^2 - 4 \cdot 6 \cdot p = 4p^2 + 12p + 9 - 24p = 4p^2 - 12p + 9 = (2p-3)^2$ ,  
 $x_1 = \frac{2p+3+2p-3}{12} = \frac{p}{3}$ ,  $x_2 = \frac{2p+3-2p+3}{12} = 0,5$ ;

в)  $x^2 - (1-p)x - 2p = 2p^2$ ,  $x^2 - (1-p)x - (2p+2p^2) = 0$ ,  
 $D = (p-1)^2 + 4 \cdot (2p+2p^2) = p^2 + 1 - 2p + 8p + 8p^2 =$   
 $= 9p^2 + 6p + 1 = (3p+1)^2$ ,  $x_1 = \frac{-p+1+3p+1}{2} = p+1$ ,  
 $x_2 = \frac{-p+1-3p-1}{2} = -2p$ .

г)  $x^2 + \frac{3p+2}{6}x + \frac{p}{6} = 0 \Rightarrow 6x^2 + (3p+2)x = 0$ ,  $D = (3p+2)^2 - 6 \cdot 4 \cdot p = (3p-2)^2$ ,  $x_1 = \frac{-3p-2+3p-2}{12} = -\frac{1}{3}$ ,  $x_2 =$   
 $= \frac{-3p-2-3p+2}{12} = -\frac{p}{2}$ .

**25.47.**  $x^2 - px + p - 2 = 0 \Rightarrow D = b^2 - 4ac = p^2 - 4 \cdot (p-2) = p^2 - 4p + 8 \Rightarrow p^2 - 4p + 8 = 0$ ,  $D' = 16 - 4 \cdot 8 < 0$ ,  
 значит не существует  $p$  при котором  $D = 0$ .

**25.48.** а) 1)  $x \geq 0$ ;  $x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot (-6) = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = 1$ ; 2)  $x < 0$ ;  $x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \Rightarrow x_2 = -3$ ,  
 $x_3 = -2$ ;

б) 1)  $x > 0$ ;  $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 12 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4$ ; 2)  $x < 0$ ;  $-x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow D =$   
 $= 49 - 4 \cdot (-12) = 97 \Rightarrow x_{3,4} = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{2} \Rightarrow x_3 = \frac{-7 - \sqrt{97}}{2}$ ;

в) 1)  $x > 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$ ; 2)  $x < 0$ ;  
 $x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \frac{5 \pm 7}{2} \Rightarrow x_2 = -1$ ;

г) 1)  $x \geq 0$ ;  $x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm 1}{2} = 0$  — нет  
 корней. 2)  $x < 0$ ;  $-x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 12 = 0$   
 $= 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 12 = 97 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{97}}{2} \Rightarrow x = \frac{7 - \sqrt{97}}{2}$ .

## §26. Рациональные уравнения

**26.1.** а)  $3x + \frac{4}{x} = 7 \Rightarrow 3x + \frac{4}{x} - 7 = 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 7x + 4}{x} = 0$ ,  
 $x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0$ ;  $D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 49 - 48 = 1$ ,  
 $x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{6}$ ,  $x_1 = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$ ,  $x_2 = 1$ ;

б)  $\frac{2x^2 - 10}{x+5} - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 10 - 4 \cdot (x+5) = 0$ ,  $x \neq -5$   
 $\Rightarrow 2x^2 - 4x - 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-15) = 64 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2}$ ;  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 5$ ;

в)  $x - 10 = \frac{24}{x}$ ,  $x \neq 0 \Rightarrow x - 10 - \frac{24}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 10x - 24}{x} = 0$   
 $\Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0 \Rightarrow D = 100 + 4 \cdot 24 = 196 \Rightarrow x_1 = \frac{10+14}{2} = 12$ ,  $x_2 = -2$ ;

г)  $\frac{x^2+3}{x^2+1} = 2 \Rightarrow \frac{x^2+3}{x^2+1} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{x^2+3-2x^2-2}{x^2+1} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-1}{x^2+1} = 0$   
 $\Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$ .

**26.2.** а)  $\frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} = 2x \Rightarrow \frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} 2x = 0 \Rightarrow$   
 $4x^2 + 12x + x - 3x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$   
 $\Rightarrow x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$ ;

б)  $\frac{2x+1}{3} - \frac{4x-x^2}{12} = \frac{x^2-4}{9} \Rightarrow 24x + 12 - 12x + 3x^2 - 4x^2 + 16 = 0$   
 $\Rightarrow -x^2 + 12x + 28 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 28 = 0 \Rightarrow D = 144 + 4 \cdot 1 \cdot 28 = 256 \Rightarrow x_1 = \frac{12+16}{2} = 14$ ,  $x_2 = -2$ .

**26.3.** а)  $\frac{x^2-4}{8} - \frac{2x+3}{5} = 1 \Rightarrow 5x^2 - 20 - 16x - 24 - 40 = 0$   
 $\Rightarrow 5x^2 - 16x - 84 = 0 \Rightarrow D = 256 + 4 \cdot 5 \cdot 84 = 1936 = 44^2$ ,  
 $x_1 = \frac{16+44}{10} = 6$ ,  $x_2 = -2,8$ ;

б)  $\frac{3x+4}{5} - \frac{x^2+4x-3}{3} = 1 \Rightarrow 9x + 12 - 5x^2 - 20x + 15 = 0$   
 $\Rightarrow 5x^2 + 11x - 12 = 0 \Rightarrow D = 121 + 4 \cdot 5 \cdot 12 = 361 = 19^2$ ,  
 $x_{1,2} = \frac{-11 \pm 19}{10} \Rightarrow x_1 = -3$ ,  $x_2 = \frac{4}{5}$ .

**26.4.** а)  $\frac{6}{x+1} = \frac{x^2-5x}{x+1}$ ,  $x \neq -1 \Rightarrow \frac{6}{x+1} - \frac{x^2-5x}{x+1} = 0 \Rightarrow$   
 $\frac{6-x^2+5x}{x+1} = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 6 = 49 = 7^2$ ,  
 $x_1 = \frac{5+7}{2} = 6$ ,  $x_2 = -1$ ,  $x_2 = -1$  — корень не подходит.

б)  $\frac{x^2-6}{x-4} = \frac{x}{x-4}$ ,  $x \neq 4 \Rightarrow \frac{x^2-6}{x-4} - \frac{x}{x-4} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-6-x}{x-4} = 0$   
 $\Rightarrow x^2 - 6 - x = 0 \Rightarrow D = 1 + 46 = 25 = 5^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1+5}{2} = 3$ ,  $x_2 = \frac{1-5}{2} = -2$ .

в)  $\frac{x-x^2}{5-x} = \frac{-20}{5-x}$ ,  $x \neq 5 \Rightarrow \frac{x^2-x-20}{5-x} = 0 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$   
 $\Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81 = 9^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{2}$ ;  
 $x = -4$ .

$$\text{г) } \frac{3x^2-x}{1-x} = \frac{2}{1-x}, x \neq 1 \Rightarrow \frac{3x^2-x-2}{1-x} = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 = 5^2 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = \frac{1+5}{6} = 1 - \text{ корень не подходит.}$$

$$\text{[26.5.]} \text{ а) } \frac{3x^2-14x}{x-4} = \frac{8}{4-x}, x \neq 4 \Rightarrow \frac{3x^2-14x}{x-4} + \frac{8}{x-4} = 0 \Rightarrow \frac{3x^2-14x+8}{x-4} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 14x + 8 = 0 \Rightarrow D = 196 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 100 = 10^2, x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{14+10}{6} = 4 - \text{ корень не подходит.}$$

$$\text{б) } \frac{-2x^2+6}{x+6} = \frac{11x}{6+x}, x \neq -6 \Rightarrow 2x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 169 = 13^2; x_{1,2} = \frac{-11 \pm 13}{4}; x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -6 - \text{ корень не подходит.}$$

$$\text{в) } \frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}, x \neq 2 \Rightarrow \frac{2x^2}{x-2} + \frac{-7x+6}{x-2} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2-7x+6}{x-2} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 1, x_1 = 1.5, x_2 = \frac{7+1}{4} = 2 - \text{ корень не подходит.}$$

$$\text{г) } \frac{x^2+x}{x+3} = \frac{6}{3+x}, x \neq -3 \Rightarrow \frac{x^2+x-6}{x+3} = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 24 = 25 = 5^2, x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 - \text{ корень не подходит.}$$

$$\text{[26.6.]} \text{ а) } \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}, x \neq -2 \Rightarrow \frac{3x^2+12x-2x^2-4x}{3 \cdot (x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+8x}{x+2} = 0, x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -8;$$

$$\text{б) } \frac{5x-3}{x-3} - \frac{2x-3}{x} = 0, x \neq 0, x \neq 3 \Rightarrow x(5x-3) - (x-3)(2x-3) = 0 \Rightarrow 5x^2 - 3x - 2x^2 + 9x - 9 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2}; x_1 = -3; x_2 = 1;$$

$$\text{в) } \frac{x^2-5}{x-1} = \frac{7x+10}{9}, x \neq 1 \Rightarrow \frac{9x^2-45-(x-1)(7x+10)}{x-1} = 0 \Rightarrow 9x^2 - 45 - (7x^2 + 3x - 10) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 35 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 35 = 289 = 17^2 \Rightarrow x_1 = \frac{3+17}{4} = 5, x_2 = \frac{3-17}{4} = -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2};$$

$$\text{г) } \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3x+2}{x}, x \neq 0, x \neq -2 \Rightarrow \frac{2x+3}{x+2} - \frac{3x+2}{x} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2+3x-(x+2)(3x+2)}{x(x+2)} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - (3x^2 + 8x + 4) = 0, -x^2 - 5x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 4 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+3}{2} = -1, x_2 = -4.$$

$$\text{[26.7.]} \text{ а) } \frac{2}{x^2-3} - \frac{1}{x} = 0, x \neq 0, x \neq \pm\sqrt{3} \Rightarrow 2x - (x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16 = 4^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2}; x_1 = -1; x_2 = 3;$$

$$6) \frac{4x+1}{x-3} = \frac{3x-8}{x+1} \Rightarrow \frac{(x+1)(4x+1)-(x-3)(3x-8)}{(x+1)(x-3)} = 0 \Rightarrow 4x^2 + 5x + 1 - (3x^2 - 17x + 24) = 0 \Rightarrow x^2 + 22x - 23 = 0 \Rightarrow D = 484 + 4 \cdot 23 = 576 = 24^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-22+24}{2} = 1, x_2 = -23;$$

$$B) \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}, x \neq 0, x \neq \sqrt{2} \Rightarrow \frac{3x-x^2-2}{x(x^2+2)} = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{3+1}{2} = 2, x_2 = 1;$$

$$r) \frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1} \Rightarrow \frac{(2x-1)(x-1)-(x+7)(3x+4)}{(x-1)(x+7)} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2-3x+1-(3x^2+25x+28)}{(x-1)(x+7)} = 0 \Rightarrow -x^2 - 28x - 27 = 0 \Rightarrow x^2 + 28x + 27 = 0 \Rightarrow D = 784 - 4 \cdot 27 = 676 = 26^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-28+26}{2} = -1, x_2 = -27.$$

**26.8.** a)  $\frac{x+1}{x+5} + \frac{x-2}{x-5} = 0, x \neq \pm 5 \Rightarrow (x+1)(x-5) + (x+5)(x-2) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 + x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 15 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 121 = 11^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 11}{4} \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}; x_2 = 3.$

$$6) \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} = 3, x \neq \pm 1 \Rightarrow \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} - 3 = 0 \Rightarrow \frac{(3x-9)(x+1)+(x+6)(x-1)-3 \cdot (x^2-1)}{(x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 + x^2 + 5x - 6 - 3 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 12 = 49 = 7^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1+7}{2} = 4, x_2 = -3;$$

$$B) \frac{3x+3}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1, x \neq \pm 2 \Rightarrow (3x+3)(x-2) - (x-1)(x+2) = x^2 - 4 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 6 - x^2 - x + 2 = x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 4;$$

$$r) \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5, x \neq \pm 3 \Rightarrow \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} - 5 = 0 \Rightarrow \frac{(2x-2)(x-3)+(x+3)(x+3)-5 \cdot (x^2-9)}{(x-3)(x+3)} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 + x^2 + 6x + 9 - 5x^2 + 45 = 0 \Rightarrow -2x^2 - 2x + 60 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 30 = 121 = 11^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+11}{2} = 5, x_2 = \frac{-1-11}{2} = -6.$$

**26.9.** a)  $\frac{36}{x(x-12)} - \frac{3}{x-12} = 3, x \neq 0, x \neq 12 \Rightarrow \frac{36-3x-3x(x-12)}{x(x-12)} = 0 \Rightarrow 12 - x - x(x-12) = 0 \Rightarrow 12 - x - x^2 + 12x = 0 \Rightarrow x^2 - 11x - 12 = 0 \Rightarrow D = 121 + 4 \cdot 12 = 169 = 13^2 \Rightarrow x_1 = \frac{11+13}{2} = 12 - \text{корень не подходит}, x_2 = \frac{11-13}{2} = -1;$

$$6) \frac{3x}{x-1} - \frac{4}{x} = \frac{3}{x^2-x}, x \neq 0, x \neq 1 \Rightarrow \frac{3x^2-4 \cdot (x-1)}{x^2-x} = \frac{3}{x^2-x} \Rightarrow 3x^2 - 4x + 4 = 3 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow D = 16 - 43 = -4 = 2^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6}; x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 1 - \text{корень не подходит};$$

$$b) \frac{45}{x(x+15)} + \frac{3}{x+15} = 1, x \neq -15 \Rightarrow \frac{45+3x-x(15+x)}{x(x+15)} = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 45 = 0 \Rightarrow D = 144 + 4 \cdot 45 = 324 = 18^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-12 \pm 18}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -15 - \text{корень не подходит};$$

$$r) \frac{5x}{2+x} - \frac{20}{x^2+2x} = \frac{4}{x}, x \neq 0, x \neq -2 \Rightarrow 5x^2 - 4x - 28 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 5 \cdot 28 = 576 = 24^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 24}{10} \Rightarrow x_1 = \frac{14}{5}, x_2 = -2 - \text{корень не подходит}.$$

**26.10.** а)  $\frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}, x \neq -1, x \neq 4 \Rightarrow \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{x+6}{(x-4)(x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{(2x-7)(x+1) - (x+2)(x-4) - x-6}{(x-4)(x+1)} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 7 - x^2 + 2x + 8 - x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 5 = 36 \Rightarrow x_1 = \frac{4+6}{2} = 5, x_2 = -1 - \text{корень не подходит}.$

б)  $\frac{6}{(5-x)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}, x \neq -1, x \neq 5 \Rightarrow 6 + x(5-x) + 3 \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow 6 + 5x - x^2 + 3x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Rightarrow D = 64 + 4 \cdot 9 = 100; x_{1,2} = \frac{8 \pm 10}{2}; x_1 = 9, x_2 = -1 - \text{корень не подходит};$

в)  $\frac{x-1}{x+3} + \frac{28}{(x+3)(x-4)} = \frac{3x}{x-4}, x \neq 4, x \neq -3 \Rightarrow (x-1)(x-4) + 28 - 3x(x+3) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 + 28 - 3x^2 - 9x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 14x - 32 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 16 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot (-16) = 113 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{113}}{2};$

г)  $\frac{2x}{x+2} - \frac{x-1}{x-3} = \frac{10}{(3-x)(x+2)}, x \neq -2, x \neq 3 \Rightarrow 2x(x-3) - (x-1)(x+2) + 10 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 2 + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 12 = 1; x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 3 - \text{корень не подходит}.$

**26.11.** а)  $\frac{3x}{x-1} + \frac{4}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}, x \neq \pm 1 \Rightarrow 3x(x+1) + 4 \cdot (x-1) - 6 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 7x - 10 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 169 = 13^2; x_{1,2} = \frac{-7 \pm 13}{6} \Rightarrow x_1 = -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}, x_2 = 1 - \text{корень не подходит};$

б)  $\frac{x}{x-5} + \frac{6}{x+5} = \frac{3x+35}{x^2-25}, x \neq \pm 5 \Rightarrow x(x+5) - 6 \cdot (x-5) - 3x - 35 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 - 4 \cdot (-5) = 36 = 6^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 5 - \text{корень не подходит};$

в)  $\frac{2x}{x+3} + \frac{30}{x^2-9} = \frac{5}{x-3}, x \neq \pm 3 \Rightarrow 2x(x-3) + 30 - 5 \cdot (x+3) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 11x + 15 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}, x_2 = 3 - \text{корень не подходит};$

$$\Gamma) \frac{2}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{20-3x}{x^2-16}, x \neq \pm 4 \Rightarrow 2 \cdot (x+4) + x(x-4) - 20 + 3x = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot (-12) = 49 = 7^2; \\ x_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -4 - \text{корень не подходит.}$$

$$\boxed{26.12.} \text{ а) } \frac{a-3}{a+2} = \frac{3a-7}{a+5}, a \neq -2, a \neq -5 \Rightarrow \frac{a-3}{a+2} - \frac{3a-7}{a+5} = 0 \Rightarrow \frac{(a+5)(a-3) - (3a-7)(a+2)}{(a+2)(a+5)} = 0 \Rightarrow a^2 + 2a - 15 - 3a^2 + a + 14 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \frac{3a+9}{3a-1} + \frac{2a-13}{2a+5} = 0, a \neq \frac{1}{3}, a \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{(3a+9)(2a+5) + (2a-13)(3a-1) - 2 \cdot (3a-1)(2a+5)}{(3a-1)(2a+5)} = 0 \Rightarrow 6a^2 + 33a + 45 + 6a^2 - 41a + 13 - 12a^2 - 26a + 10 = 0 \Rightarrow -34a = 68 \Rightarrow a = -2.$$

$$\boxed{26.13.} \text{ а) } \frac{x+7}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 1 \Rightarrow \frac{(x+7)(x+2) + (x-1)(x-2) - x^2 + 4}{(x-2)(x+2)} = 0 \Rightarrow x^2 + 9x + 14 + x^2 - 3x + 2 - x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 20 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 20 = -44 < 0, \text{ следовательно нет.}$$

$$\text{б) } \frac{1-3x}{4x-3} - \frac{x+5}{x+2} = \frac{1-3x}{4x-3} \times \frac{x+5}{x+2} \Rightarrow \frac{(1-3x)(x+2) - (x+5)(4x-3) - (1-3x)(x+5)}{(4x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow -3x^2 + 2 - 5x - 4x^2 - 17x + 15 + 3x^2 + 14x - 5 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 34 = 16 = 4^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -3.$$

$$\boxed{26.14.} \text{ а) } x^4 - 17x^2 + 16 = 0, x^2 = y \Rightarrow y^2 - 17y + 16 = 0 \Rightarrow D = 289 - 4 \cdot 16 = 225 \Rightarrow y_1 = \frac{17+15}{2} = 16, y_2 = 1 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4; x_{3,4} = \pm 1;$$

$$\text{б) } x^4 + 3x^2 - 10 = 0, y = x^2 \Rightarrow y^2 + 3y - 10 = 0, y \geq 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot (-10) = 49 = 7^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{2};$$

$$\text{в) } x^4 - 10x^2 + 25 = 0, x^2 = y \Rightarrow y^2 - 10y + 25 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 25 = 0 \Rightarrow y = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{5};$$

$$\text{г) } x^4 + 5x^2 - 36 = 0, x^2 = y \Rightarrow y^2 + 5y - 36 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 36 = 169 = 13^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-5 \pm 13}{2} \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = -9 \Rightarrow x^2 = 4, x^2 = -9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2.$$

$$\boxed{26.15.} \text{ а) } 4x^4 - 37x^2 + 9 = 0, x^2 = y \Rightarrow 4y^2 - 37y + 9 = 0 \Rightarrow D = 1369 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 1225 = 35^2 \Rightarrow y_1 = \frac{37+35}{8} = 9, y_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = 9, x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 3, x_{3,4} = \pm \frac{1}{2};$$

$$6) 9x^4 + 32x^2 - 16 = 0, y = x^2 \Rightarrow 9y^2 + 32y - 16 = 0, y \geq 0 \Rightarrow D = 1024 + 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1600 = 40^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-32 \pm 40}{18} \Rightarrow y = \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{2}{3};$$

$$B) 16x^4 - 25x^2 + 9 = 0, x^2 = y \Rightarrow 16y^2 - 25y + 9 = 0 \Rightarrow D = 625 - 4 \cdot 16 \cdot 9 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_1 = \frac{25+7}{32} = 1, y_2 = \frac{9}{16} \Rightarrow x^2 = 1, x^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm \frac{3}{4};$$

$$r) 9x^4 - 32x^2 - 16 = 0, x^2 = y \Rightarrow 9y^2 - 32y - 16 = 0 \Rightarrow D = 1024 + 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1600 = 40^2 \Rightarrow y_1 = \frac{32+40}{18} = 4, y_2 = -\frac{8}{18} \Rightarrow x^2 = 4, x^2 = -\frac{8}{18} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2.$$

$$\boxed{26.16.} \text{ a) } x^6 - 7x^3 - 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 - 7y - 8 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 8 = 81 = 9^2 \Rightarrow y_1 = \frac{7+9}{2} = 8, y_2 = \frac{7-9}{2} = -1 \Rightarrow x^3 = 8, x^3 = -1 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -1;$$

$$6) x^6 - 9x^3 + 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 - 9y + 8 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_1 = \frac{9+7}{2} = 8, y_2 = \frac{9-7}{2} = 1 \Rightarrow x^3 = 8, x^3 = 1 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 1;$$

$$B) x^6 + 7x^3 - 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 + 7y - 8 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 8 = 81 = 9^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-7+9}{2} = 1, y_2 = \frac{-7-9}{2} = -8 \Rightarrow x^3 = 1, x^3 = -8 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -2;$$

$$r) x^6 + 9x^3 + 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 + 9y + 8 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-9+7}{2} = -1, y_2 = \frac{-9-7}{2} = -8 \Rightarrow x^3 = -1, x^3 = -8 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -2.$$

$$\boxed{26.17.} \text{ a) } \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2-4x+4}, x \neq 2 \Rightarrow \frac{5}{x-2} + 1 - \frac{14}{x^2-4x+4} = 0 \Rightarrow \frac{5 \cdot (x-2) + (x-2)^2 - 14}{(x-2)^2} = 0 \Rightarrow 5x - 10 + x^2 - 4x + 4 - 14 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 20 = 81 = 9^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -5;$$

$$6) \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2 \Rightarrow \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{3x+1-1-2 \cdot (9x^2+6x+1)}{(3x+1)^2} = 0 \Rightarrow 3x - 18x^2 - 12x - 2 = 0 \Rightarrow 18x^2 + 9x + 2 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 18 \cdot 2 = -303 < 0 - \text{нет корней};$$

$$B) \frac{2}{x-3} + 1 = \frac{15}{(x-3)^2}, x \neq 3 \Rightarrow 2 \cdot (x-3) + (x-3)^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow D = 16 - 4 \cdot (-12) = 64 = 8^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 6;$$

$$r) \frac{2}{5x+1} + \frac{3}{(5x+1)^2} = 1 \Rightarrow 2 \cdot (5x+1) + 3 - (5x+1)^2 = 0 \Rightarrow -25x^2 - 10x - 1 + 10x + 5 = 0 \Rightarrow 25x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{2}{5}.$$



**26.18.** а)  $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x}, x \neq 0, x \neq \pm 2 \Rightarrow \frac{1}{x+2} + \frac{18}{x(x-2)x(x-2)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{x(x-2)+x+2-8}{x^3-4x} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 6 = 25 = 5^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -2$  — корень не подходит;

б)  $\frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3} = \frac{5}{x^3-9x}, x \neq 0, x \neq \pm 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot (x+3) - x(x+3) - 5}{x^3-9x} = 0 \Rightarrow 2x + 6 - x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 = 5 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2};$

в)  $\frac{7}{x+1} - \frac{x+4}{2-2x} = \frac{3x^2-38}{x^2-1}, x \neq \pm 1 \Rightarrow \frac{66+19x-5x^2}{2(-1+x)(1+x)} = 0 \Rightarrow 5x^2 - 19x - 66 = 0 \Rightarrow D = -19^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-66) = 1681 = 41^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{19 \pm 41}{2 \cdot 5}, x_1 = -\frac{11}{5} = 2,2, x_2 = 6;$

г)  $\frac{2x-5}{x^2-3x} - \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{x-5}{x^2-9}, x \neq \pm 3 \Rightarrow \frac{2x-5}{x(x-3)} - \frac{x+2}{x(x+3)} + \frac{x-5}{(x-3)(x+3)} \Rightarrow (2x-5)(x+3) - (x+2)(x-3) + (x-5)x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 9 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 81 = 9^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm 9}{4} \Rightarrow x_1 = -1,5, x_2 = 3$  — корень не подходит.

**26.19.** а)  $\frac{8x+4}{x^3+1} + \frac{4}{x+1} = \frac{5x-1}{x^2-x+1}, x \neq -1 \Rightarrow \frac{8x+4}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{4}{x+1} - \frac{5x-1}{x^2-x+1} = 0 \Rightarrow \frac{8x+4+4x^2-4x+4-(5x-1)(x+1)}{x^3+1} = 0 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 8 - 5x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 3;$

б)  $\frac{a^2+56}{a^3+8} + \frac{3a+2}{a^2-2a+4} = \frac{5}{a+2}, a \neq -2 \Rightarrow a^2 + 56 + (3a+2)(a+2) = 5 \cdot (a^2 - 2a + 4) \Rightarrow a^2 - 18a - 40 = 0 \Rightarrow D = 324 - 4 \cdot (-40) = 484 = 22^2 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{18 \pm 22}{2}; a_1 = 20, a_2 = -2$  — корень не подходит;

в)  $\frac{16-a^2}{8a^3+1} - \frac{2a+1}{4a^2-2a+1} = \frac{2}{2a+1}, a \neq \pm 0,5 \Rightarrow \frac{16-a^2-4a^2-4a-1-8a^2+4a-2}{8a^3+1} = 0 \Rightarrow 13a^2 = 13 \Rightarrow a_{1,2} = \pm 1;$

г)  $\frac{x+3}{9x^2+3x+1} + \frac{3}{27x^3-1} = \frac{1}{3x-1}, x \neq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3x^2+8x-3+3-9x^2-3x-1}{27x^3-1} = 0 \Rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{12} \Rightarrow x_1 = 0,5, x_2 = \frac{1}{3}$  — корень не подходит.

**26.20.** а)  $\frac{8}{16x^2-9} - \frac{8}{16x^2-24x+9} = \frac{1}{4x^2+3x}, x \neq 0, x \neq -\frac{3}{4}, x \neq \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{8}{(4x-3)(4x+3)} - \frac{8}{(4x-3)^2} - \frac{1}{x(4x+3)} = 0 \Rightarrow \frac{8x(4x-3) - 8x(4x+3) - 16x^2 + 24x - 9}{x(4x-3)^2 \cdot (4x+3)} = 0 \Rightarrow -48x - 16x^2 + 24x - 9 = 0 \Rightarrow 16x^2 + 24x + 9 = 0 \Rightarrow (4x+3)^2 = 0, x = -\frac{3}{4}$  — нет корней;

$$6) \frac{18}{4x^2+4x+1} - \frac{1}{2x^2-x} = \frac{6}{4x^2-1}, x \neq \pm \frac{1}{2}, x \neq 0 \Rightarrow \frac{18x(2x-1)-4x^2-4x-1-6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)^2} = 0 \Rightarrow 36x^2 - 18x - 4x^2 - 1 - 12x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 20x^2 - 28x - 1 = 0 \Rightarrow D = 784 + 4 \times \times 20 = 864 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{28 \pm 12\sqrt{6}}{40} = \frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10};$$

$$B) \frac{x+3}{4x^2-9} - \frac{3-x}{4x^2+12x+9} = \frac{2}{2x-3}, x \neq \pm 1,5 \Rightarrow \frac{(x+3)(2x+3)-(3-x)(2x-3)-2 \cdot (4x^2+12x+9)}{(2x+3)^2 \cdot (2x-3)} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 9x + 9 - (6x - 2x^2 - 9 + 3x) - 8x^2 - 24x - 18 = 0 \Rightarrow -4x^2 - 24x = 0 \Rightarrow x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -6;$$

$$r) \frac{1+2x}{6x^2-3x} \cdot \frac{2x-1}{14x^2+7x} = \frac{8}{12x^2-3}, x \neq 0, x \neq \pm 0,5 \Rightarrow \frac{7 \cdot (2x+1)^2 - 3 \cdot (2x-1)^2 - 8 \cdot 7x}{3 \cdot 7x(2x-1)(2x+1)} = 0 \Rightarrow 28x^2 + 28x + 7 - 12x^2 + 12x - 3 - 56x = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x + 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} - \text{нет корней.}$$

**26.21.** а)  $\frac{x+1}{x^3-3x^2+x-3} + \frac{1}{x^4-1} = \frac{x-2}{x^3-3x^2-x+3}, x \neq \pm 1, x \neq 3 \Rightarrow \frac{x+1}{(x-3)(x^2+1)} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)(x-3)(x^2-1)} = 0 \Rightarrow \frac{(x+1)(x^2-1)+x-3-(x-2)(x^2+1)}{(x-3)(x^2+1)(x^2-1)} = 0 \Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 + x - 3 - x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0, D = 1 + 4 \times \times 3 \cdot 2 = 25 = 5^2, x_1 = \frac{1+5}{6} = 1 - \text{корень не подходит, } x_2 = -\frac{2}{3}.$

$$6) \frac{25}{4x^2+1} \cdot \frac{8x+29}{16x^4-1} = \frac{18x+5}{8x^3+4x^2+2x+1}, x \neq \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{25}{4x^2+1} + \frac{8x+29}{(4x^2-1)(4x^2+1)} - \frac{18x+5}{(2x+1)(4x^2+1)} = 0 \Rightarrow \frac{100x^2-25-8x-29-(18x+5)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)} = 0 \Rightarrow 100 - 8x - 54 - 36x^2 + 8x + 5 = 0 \Rightarrow 64x^2 - 49 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{49}{64} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{7}{8};$$

$$B) \frac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8} + \frac{x^2+2x+4}{x^2+2x^2+4x+8} = \frac{2x+2}{x^2-4}, x \neq \pm 2 \Rightarrow \frac{x^2-2x+4}{(x-2)(x^2+4)} + \frac{x^2+2x+4}{(x+2)(x^2+4)} - \frac{2x+2}{(x-2)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{(x^2-2x+4)(x+2)+(x^2+2x+4)(x-2)-(2x+2)(x^2+4)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)} = 0 \Rightarrow x^3 + 8 + x^3 - 8 - 2x^3 - 8x - 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow -2x^2 - 8x - 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 8x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2 - \text{нет корней.}$$

$$r) \frac{5}{x^3-2x^2-2x+1} - \frac{2}{x^3-4x^2+4x-1} = \frac{1}{x^2-1} \Rightarrow \frac{5}{(x+1)(x^2-3x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x^2-3x+1)} \cdot \frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{5x-5-2x-2-x^2+3x-1}{(x^2-3x+1)(x^2-1)} =$$

$$= 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 8 = 4 = 2^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 2.$$

**26.22.** а)  $(3x - 4)^2 - 5 \cdot (3x - 4) + 6 = 0, y = 3x - 4 = y \Rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \Rightarrow y_1 = \frac{5+1}{2} = 3, y_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \Rightarrow 3x - 4 = 3, 3x - 4 = 2 \Rightarrow 3x = 7, 3x = 6 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}, x_2 = 2;$

б)  $3 \cdot (2x + 1)^2 + 10 \cdot (2x + 1) + 3 = 0, y = 2x + 1 \Rightarrow 3y^2 + 10y + 3 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64 = 8^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-10+8}{6} = -\frac{1}{3}, y_2 = \frac{-10-8}{6} = -3 \Rightarrow 2x + 1 = -\frac{1}{3}, 2x + 1 = -3 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -2;$

в)  $(5x + 1)^2 - 3 \cdot (5x + 1) - 4 = 0, y = 5x + 1 = y \Rightarrow y^2 - 3y - 4 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 4 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{3+5}{2} = 4, y_2 = \frac{3-5}{2} = -1 \Rightarrow 5x + 1 = 4, 5x + 1 = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = -\frac{2}{5};$

г)  $2 \cdot (7x - 6)^2 + 3 \cdot (7x - 6) + 1 = 0, y = 7x - 6 \Rightarrow 2y^2 + 3y + 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow y_1 = \frac{-3+1}{4} = -0,5, y_2 = \frac{-3-1}{4} = -1 \Rightarrow 7x - 6 = -0,5, 7x - 6 = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{11}{14}, x_2 = \frac{5}{7}.$

**26.23.** а)  $(x^2 + 2x)^2 - 2 \cdot (x^2 + 2x) - 3 = 0, y = x^2 + 2x \Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 3 = 16 \Rightarrow y_1 = \frac{2+4}{2} = 3, y_2 = \frac{2-4}{2} = -1 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0, x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 3 = 16, (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, x_2 = -1; x_3 = -3;$

б)  $2 \cdot (x^2 + 3)^2 - 7 \cdot (x^2 + 3) + 3 = 0, y = x^2 + 3 \Rightarrow 2y^2 - 7y + 3 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{7+5}{4} = 3, y_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + 3 = 3, x^2 + 3 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = -2, 5 - \text{нет корней}, x = 0.$

в)  $(x^2 + 1)^2 - 6 \cdot (x^2 + 1) + 5 = 0, y = x^2 + 1 \Rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 5 = 16 = 4^2 \Rightarrow y_1 = \frac{6+4}{2} = 5, y_2 = \frac{6-4}{2} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = 5, x^2 + 1 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2, x_3 = 0;$

г)  $2 \cdot (x^2 + 4x)^2 + 17 \cdot (x^2 + 4x) + 36 = 0, y = x^2 + 4x \Rightarrow 2y^2 + 17y + 36 = 0 \Rightarrow D = 289 - 4 \cdot 2 \cdot 36 = 1, y_1 = \frac{-17+1}{4} = -4, y_2 = \frac{-17-1}{4} = -\frac{9}{2} \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0, x^2 + 4x + \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow (x + 2)^2 = 0, 2x^2 + 8x + 9 = 0 \Rightarrow x = -2; D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot 9 < 0 - \text{нет корней}.$

**26.24.** а)  $(x^2 - 9)^2 - 8 \cdot (x^2 - 9) + 7 = 0, y = x^2 - 9 \Rightarrow y^2 - 8y + 7 = 0 \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 7 = 36 = 6^2 \Rightarrow y_1 = \frac{8+6}{2} = 7, y_2 = \frac{8-6}{2} = 1 \Rightarrow x^2 - 9 = 7, x^2 - 9 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4, x_{3,4} = \pm \sqrt{10};$

б)  $(x^2 - 4x + 4)^2 + 2 \cdot (x - 2)^2 = 3 \Rightarrow (x - 2)^4 + 2 \cdot (x - 2)^2 = 3, y = (x - 2)^2 = y \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 3 = 16 = 4^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, y_2 = \frac{-2-4}{2} = -3 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1, (x - 2)^2 = -3 \Rightarrow x - 2 = 1, x - 2 = -1 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1;$

в)  $(x^2 - 3x)^2 + 3 \cdot (x^2 - 3x) - 28 = 0, y = x^2 - 3x \Rightarrow y^2 + 3y - 28 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 28 = 121 = 11^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-3+11}{2} = 4, y_2 = \frac{-3-11}{2} = -7 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0, x^2 - 3x + 7 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 4 = 25, D = 9 - 4 \cdot 6 < 0 - \text{нет корней}; \Rightarrow x_1 = \frac{3+5}{2} = 4; x_2 = \frac{3-5}{2} = -1;$

г)  $2 \cdot (x^2 + 2x + 1)^2 - (x + 1)^2 = 1 \Rightarrow 2 \cdot (x + 1)^4 - (x + 1)^2 - 1 = 0, y = (x + 1)^2 = y \Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 = 3^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1+3}{4} = 1, y_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (x + 1)^2 = 1, (x + 1)^2 = -\frac{1}{2} - \text{нет корней}, \Rightarrow x + 1 = 1, x + 1 = -1 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -2.$

**26.25.** а)  $48 - 14x^{-1} + x^{-2} = 0, y = x^{-1} \Rightarrow y^2 - 14y + 48 = 0 \Rightarrow D = 196 - 4 \cdot 48 = 4 = 2^2; y_{1,2} = \frac{14 \pm 2}{2} \Rightarrow y_1 = 8; y_2 = 6 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{8}; x_2 = \frac{1}{6};$

б)  $9 \cdot (x + 2)^{-2} - 6 \cdot (x + 2)^{-1} + 1 = 0, y = (x + 2)^{-1} \Rightarrow 9y^2 - 6y + 1 = 0 \Rightarrow (3y - 1)^2 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1;$

в)  $24 - 10x^{-1} + x^{-2} = 0, y = x^{-1} \Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 24 = 4 = 2^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{10 \pm 2}{2} \Rightarrow t_1 = 4, t_2 = 6 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{6};$

г)  $16 \cdot (x - 3)^{-2} + 8 \cdot (x - 3)^{-1} + 1 = 0, y = (x - 3)^{-1} \Rightarrow 16y^2 + 8y + 1 = 0 \Rightarrow (4y + 1)^2 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1.$

**26.26.** а)  $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 3) = 3, y = x^2 - 3x \Rightarrow (y + 1)(y + 3) = 3 \Rightarrow y^2 + 4y = 0 \Rightarrow y_1 = 0, y = -4 \Rightarrow x^2 - 3x = 0, x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3, D = 9 - 4 \cdot 4 = -7 < 0 - \text{нет корней};$

б)  $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9, y = \frac{x^2+1}{x} \Rightarrow y + \frac{1}{y} - 2,9 = 0 \Rightarrow \frac{y^2-2,9y+1}{y} = 0 \Rightarrow D = 8,41 - 4 = 4,41 \Rightarrow y_1 = \frac{2,9+2,1}{2} = 2,5, y_2 = \frac{2,9-2,1}{2} = 0,4 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{5}{2}, \frac{x^2+1}{x} = \frac{2}{5} \Rightarrow 2x^2 +$

$+2 = 5x$ ,  $5x^2 - 2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 5 < 0$  — нет корней;  $D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = 2$ ,  $x_2 = \frac{1}{5}$ ;

в)  $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 1 \Rightarrow (x^2 - 5x + 7)^2 - (x^2 - 5x + 6) = 1$ ,  $y = x^2 - 5x + 7 \Rightarrow y^2 - y + 1 = 1 \Rightarrow y_1 = 0, y_2 = 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 7 = 0, x^2 - 5x + 7 = 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 7 < 0$  — нет корней,  $D = 25 - 24 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{5+1}{2} = 3, x_2 = 2$ ;

г)  $\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-5} + 4 = 0$ ,  $y = \frac{x^2+x-5}{x} \Rightarrow y + \frac{3}{y} + 4 = 0 \Rightarrow \frac{y^2+4y+3}{y} = 0 \Rightarrow D = 16 - 4 \cdot 3 = 4 \Rightarrow y_1 = \frac{-4+2}{2} = -1, y_2 = \frac{-4-2}{2} = -3 \Rightarrow \frac{x^2+x-5}{x} = -1 \Rightarrow x^2 + x - 5 = -x$ ,  $x^2 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 5 = 4,6$ ,  $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -1 \pm \sqrt{6}$ ;  $\frac{x^2+x-5}{x} = -3 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 5 = 36 \Rightarrow x_3 = 1, x_4 = -5$ .

**26.27.** а)  $x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2+x+3}$ ,  $y = x^2 + x + 1 \Rightarrow y = \frac{15}{y+2} \Rightarrow y^2 + 2y - 15 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 15 = 64 \Rightarrow y_1 = \frac{-2+8}{2} = 3, y_2 = \frac{-2-8}{2} = -5 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 3, x^2 + x + 1 = -5 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0, x^2 + x + 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2; D = 1 - 4 \cdot 6 < 0$  — нет корней;

б)  $\frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1$ ,  $y = x^2 - x \Rightarrow \frac{y}{y+1} - \frac{y+2}{y-2} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{y(y-2) - (y+2)(y+1) - (y-2)(y+1)}{(y+1)(y-2)} = 0 \Rightarrow (y-2)(y - y - 1) - (y+2)(y+1) = 0 \Rightarrow 2 - y - y^2 - 3y - 2 = 0 \Rightarrow y^2 + 4 = 0 \Rightarrow y_1 = 0, y_2 = -4 \Rightarrow x^2 - x = 0, x^2 - x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1, D = 1 - 4 \cdot 4 < 0$  — нет корней;

в)  $x^2 + 3x = \frac{8}{x^2+3x-2}$ ,  $y = x^2 + 3x \Rightarrow y = \frac{8}{y-2} \Rightarrow y^2 - 2y - 8 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 8 = 36 = 6^2 \Rightarrow y_1 = \frac{2+6}{2} = 4, y_2 = \frac{2-6}{2} = -2 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0, x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 4 = 25, D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{-3+5}{2} = 1, x_2 = \frac{-3-5}{2} = -4, x_3 = \frac{-3+1}{2} = -1, x_4 = \frac{-3-1}{2} = -2$ ;

г)  $\frac{1}{x^2-3x+3} + \frac{2}{x^2-3x+4} = \frac{6}{x^2-3x+5}$ ,  $y = x^2 - 3x + 3 \Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{2}{y+1} - \frac{6}{y+2} = 0 \Rightarrow y^2 + 3y + 2 + 2y(y+2) - 6y(y+1) = 0 \Rightarrow -3y^2 + y + 2 = 0 \Rightarrow 3y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1+5}{6} = 1, y_2 = \frac{1-5}{6} = -\frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 3x + 3 = 1$ ,

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow D = 9 - 2 \cdot 4 = 1, x_1 = \frac{3+1}{2} = 2, \\ x_2 = \frac{1-1}{2} = 0, x^2 - 3x + 3 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 3x + \frac{11}{3} = 0 \Rightarrow D = \\ = 9 - \frac{11 \cdot 4}{3} < 0 - \text{нет корней.}$$

**26.28.** а)  $x(x-1)(x-2)(x-3) = 15 \Rightarrow (x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) = 15, y = x^2 - 3x \Rightarrow y(y+2) = 15 \Rightarrow y^2 + 2y - 15 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 15 = 64 \Rightarrow y_1 = \frac{-2+8}{2} = 3, y_2 = \frac{-2-8}{2} = -5 \Rightarrow x^2 - 3x - 3 = 0, x^2 - 3x + 5 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 3 = 21 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}, D = 9 - 4 \cdot 5 < 0 - \text{нет корней;}$

б)  $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 - 2 + (x + \frac{1}{x}) = 4, y = x + \frac{1}{x} \Rightarrow y^2 + y - 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 46 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, y_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x + \frac{1}{x} = -3 \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 = 5 \Rightarrow x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

в)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 3 \Rightarrow (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 5x + 4) = 3, y = x^2 + 5x \Rightarrow (y+6)(y+4) = 3 \Rightarrow y^2 + 10y + 21 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 21 = 16 \Rightarrow y_1 = \frac{-10+4}{2} = -3, y_2 = \frac{-10-4}{2} = -7 \Rightarrow x^2 + 5x = -3 \Rightarrow x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 3 = 13 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}, x^2 + 5x = -7 \Rightarrow x^2 + 5x + 7 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 7 < 0 - \text{нет корней.}$

г)  $2 \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2}) - 7 \cdot (x + \frac{1}{x}) + 9 = 0 \Rightarrow 2 \cdot (x + \frac{1}{x})^2 - 4 - 7 \cdot (x + \frac{1}{x}) + 9 = 0, y = x + \frac{1}{x} \Rightarrow 2y^2 - 7y + 5 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 9 = 3^2 \Rightarrow y_1 = \frac{7+3}{4} = \frac{5}{2}, y_2 = 1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 < 0 - \text{нет корней; } x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2x + \frac{2}{x} - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 = 3^2 \Rightarrow x_1 = \frac{5+3}{4} = 2, x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$

## §27. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций

**27.1.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость на втором участке пути. Тогда:  $(x+6)$  км/ч — первоначальная скорость.  $\frac{18}{x+6}$  ч — проехал первую часть пути,  $\frac{6}{x}$  —

затратил на вторую часть. Так как всего он был в пути 1,5 ч, получаем  $\frac{18}{x+6} + \frac{6}{x} = \frac{3}{2}$ . 2 этап:  $\frac{6}{x+6} + \frac{2}{x} - \frac{1}{2} = 0$ ,  $12x + 4x + 24 - x^2 - 6x = 0$ ,  $x^2 - 10x - 24 = 0$ ,  $D = 100 + 4 \cdot 24 = 196$ ,  $x_1 = \frac{10+14}{2} = 12$ ,  $x_2 = \frac{10-14}{2} = -2$ . 3 этап: Из двух значений неизвестного нас устраивает только первое. Ответ: 12 км/ч.

**27.2.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость первого пешехода. Тогда:  $(x+1)$  км/ч — скоро второго.  $\frac{6}{x}$  и  $\frac{5}{x+1}$  — были в пути соответственно первый и второй пешеход. Отсюда получаем  $\frac{6}{x} = \frac{5}{x+1} + \frac{1}{2}$ . 2 этап:  $\frac{6}{x} = \frac{5}{x+1} + \frac{1}{2}$ ,  $\frac{6}{x} - \frac{5}{x+1} - \frac{1}{2} = 0$ ,  $12x + 12 - 10x - x^2 - x = 0$ ,  $x^2 - x - 12 = 0$ ,  $D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$ ,  $x_1 = \frac{1+7}{2} = 4$ ,  $x_2 = \frac{1-7}{2} = -3$ . 3 этап: Из двух значений нас устраивает только первое, значит, скорость первого пешехода 4 км/ч. Ответ: 4 км/ч.

**27.3.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость первого лыжника. Тогда:  $(x-3)$  км/ч — скорость второго.  $\frac{30}{x}$  и  $\frac{30}{x-3}$  — были в пути соответственно первый и второй лыжник. Отсюда получаем  $\frac{30}{x} + \frac{1}{3} = \frac{30}{x-3}$ . 2 этап:  $\frac{30}{x} + \frac{1}{3} - \frac{30}{x-3} = 0$ ,  $90x - 270 + x^2 - 3x - 90x = 0$ ,  $x^2 - 3x - 270 = 0$ ,  $D = 9 + 4 \cdot 270 = 1089$ ,  $x_1 = \frac{3+33}{2} = 18$ ,  $x_2 = -15$ . 3 этап: Так как за  $x$  мы обозначаем скорость, то  $x = 18$ . То есть скорость первого лыжника 18 км/ч, а  $18-3 = 15$  км/ч — скорость второго. Ответ: 18 и 15 км/ч.

**27.4.** 1 этап: Пусть  $x$  — числитель дроби. Тогда:  $(x+1)$  — знаменатель.  $\frac{x+1}{x}$  — обратная дробь.  $\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x}\right)$  — сумма дроби и обратной ей дробью или  $\frac{25}{12}$ , то есть  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{25}{12}$ . 2 этап:  $\frac{x}{x+1} = y$ ,  $y + \frac{1}{y} - \frac{25}{12} = 0$ ,  $12y^2 - 25y + 12 = 0$ ,  $D = 625 - 4 \cdot 12 \cdot 12 = 49$ ,  $y_1 = \frac{25+7}{24} = \frac{4}{3}$ ,  $y_2 = \frac{3}{4}$ ,  $\frac{x}{x+1} = \frac{4}{3}$ ,  $3x = 4x + 4$ ,  $x = -4$ ,  $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{4}$ ,  $4x = 3x + 3$ ,  $x = 3$ . 3 этап: В первом случае получаем, что исходная дробь равна  $\frac{-4}{-4+1} = \frac{4}{3}$  — не подходит, так как числитель больше знаменателя. Во втором  $\frac{3+1}{3+1} = \frac{3}{4}$ . Ответ:  $\frac{3}{4}$ .

**27.5.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость первого автомобиля. Тогда:  $(x-10)$  км/ч — скорость второго.  $\frac{560}{x}$  и  $\frac{560}{x-10}$  ч — были в пути соответственно первый и

второй автомобили. Отсюда получаем  $\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10}$ . 2 этап:  $\frac{560}{x} + 1 - \frac{560}{x-10} = 0$ ,  $560x - 5600 + x^2 - 10x - 560x = 0$ ,  $x^2 - 10x - 5600 = 0$ ,  $D = 100 + 4 \cdot 5600 = 22500$ ,  $x_1 = \frac{10+150}{2} = 80$ ,  $x_2 = -70$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 80 км/ч — скорость первого,  $80 - 10 = 70$  км/ч — скорость второго автомобиля. Ответ: 80 и 70 км/ч.

**27.6.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — планируемая скорость. Тогда  $(x - 10)$  км/ч — действительная скорость.  $\frac{100}{x}$  и  $\frac{100}{x-10}$  ч — время в пути соответственно по плану и в действительности. Получаем  $\frac{100}{x} + \frac{1}{2} = \frac{100}{x-10}$ . 3 этап:  $\frac{100}{x} + \frac{1}{2} - \frac{100}{x-10} = 0$ ,  $200x - 2000 + x^2 - 10x - 200x = 0$ ,  $x^2 - 10x - 2000 = 0$ ,  $D = 100 + 4 \cdot 2000 = 8100$ ,  $x_1 = \frac{10+90}{2} = 50$ ,  $x_2 = -40$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 50 км/ч — скорость по плану. Ответ: 50 км/ч.

**27.7.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость до станции. Тогда:  $(x + 1)$  км/ч — скорость до деревни.  $\frac{32}{x}$  и  $\frac{32}{x+1}$  ч — время в пути соответственно в первом и во втором случаях. Получаем  $\frac{32}{x} = \frac{32}{x+1} + \frac{2}{15}$ . 3 этап:  $\frac{16}{x} - \frac{16}{x+1} - \frac{1}{15} = 0$ ,  $240x + 240 - 240x - x^2 - x = 0$ ,  $x^2 + x - 240 = 0$ ,  $D = 1 + 4 \cdot 240 = 961$ ,  $x_1 = \frac{-1+31}{2} = 15$ ,  $x_2 = -16$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 15 км/ч — скорость до станции. Ответ: 15 км/ч.

**27.8.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — начальная скорость. Тогда:  $(x + 10)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{720}{x}$  и  $\frac{720}{x+10}$  ч — время в пути соответственно в первом и во втором случаях. Получаем  $\frac{720}{x} - 1 = \frac{720}{x+10}$ . 2 этап:  $\frac{720}{x} - 1 - \frac{720}{x+10} = 0$ ,  $720x + 7200 - x^2 - 10x - 720x = 0$ ,  $x^2 + 10x - 7200 = 0$ ,  $D = 100 + 4 \cdot 7200 = 28900$ ,  $x_1 = \frac{-10+170}{2} = 80$ ,  $x_2 = -90$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 80 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 80 км/ч.

**27.9.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость до турбазы. Тогда:  $(x - 4)$  км/ч — скорость обратно.  $\frac{16}{x}$  и  $\frac{16}{x-4}$  ч — время в пути соответственно в первом и во втором случаях. Получаем  $\frac{16}{x} + \frac{16}{x-4} = \frac{7}{3}$ . 2 этап:  $\frac{16}{x} + \frac{16}{x-4} - \frac{7}{3} = 0$ ,



$48x - 192 + 48x - 7x^2 + 28x = 0$ ,  $7x^2 - 124x + 192 = 0$ ,  
 $D = 15376 - 4 \cdot 7 \cdot 192 = 10000$ ,  $x_1 = \frac{124+100}{14} = 16$ ,  $x_2 = \frac{12}{7}$ .  
 3 этап:  $x_2 = \frac{12}{7}$  не подходит, Так как в этом случае  
 скорость обратно равна  $\frac{12}{7} - 4 < 0$ . Значит, 16 км/ч —  
 скорость до турбазы;  $16 - 4 = 12$  км/ч — скорость  
 обратно. Ответ: 12 км/ч.

**27.10.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда  $(x - 10)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{40}{x}$  и  $\frac{40}{x-10}$  ч — время в пути соответственно в первом и втором случаях. Получаем  $\frac{40}{x} + \frac{1}{3} = \frac{40}{x-10}$ . 2 этап:  $\frac{40}{x} + \frac{1}{3} - \frac{40}{x-10} = 0$ ,  $120x - 1200 + x^2 - 10x - 120x = 0$ ,  $x^2 - 10x - 1200 = 0$ ,  $D = 100 + 4 \cdot 1200 = 4900$ ,  $x_1 = \frac{10+70}{2} = 40$ ,  $x_2 = -30$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 40 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 40 км/ч.

**27.11.** 1 этап. Пусть  $x$  км/ч — скорость пешехода. Тогда  $(x + 9)$  км/ч — скорость велосипедиста.  $\frac{18}{x}$  и  $\frac{18}{x+9}$  ч — время в пути соответственно пешехода и велосипедиста, получаем  $\frac{18}{x} - \frac{18}{x+9} = \frac{9}{5}$ . 2 этап:  $\frac{2}{x} - \frac{2}{x+9} - \frac{1}{5} = 0$ ,  $10 \cdot (x + 9) - 10x - x^2 - 9x = 0$ ,  $x^2 + 9x - 90 = 0$ ,  $D = 81 + 360 = 441$ ,  $x_1 = \frac{-9+21}{2} = 6$ ,  $x_2 = -15$ . 3 этап. Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 6 км/ч — скорость пешехода, 15 км/ч — скорость велосипедиста. Ответ: 15 км/ч; 6 км/ч.

**27.12.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость мотоциклиста. Тогда  $(x + 15)$  км/ч — скорость авто.  $\frac{90}{x}$  и  $\frac{90}{x+15}$  ч — время в пути соответственно мотоциклиста к автомобилисту. Получаем  $\frac{90}{x} - \frac{1}{2} = \frac{90}{x+15}$ . 2 этап:  $\frac{90}{x} - \frac{1}{2} - \frac{90}{x+15} = 0$ ,  $180x + 2700 - x^2 - 15x - 180x = 0$ ,  $x^2 + 15x - 2700 = 0$ ,  $D = 225 + 4 \cdot 2700 = 11025$ ,  $x_1 = \frac{-15+105}{2} = 45$ ,  $x_2 = -60$ . 3 этап: Очевидно, что второе значение нам не подходит. 45 км/ч — скорость мотоциклиста.  $45 + 15 = 60$  км/ч — скорость автомобилиста. Ответ: 45 и 60 км/ч.

**27.13.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость автобуса. Тогда  $(x + 20)$  км/ч — скорость такси.  $\frac{40}{x}$  и  $\frac{40}{x+20}$  ч — время пути соответственно автобуса и такси. Получаем

$\frac{40}{x} - \frac{1}{6} = \frac{40}{x+20}$ . 2 этап:  $\frac{40}{x} - \frac{1}{6} - \frac{40}{x+20} = 0$ ,  $240x + 4800 - x^2 - 20x - 240x = 0$ ,  $x^2 + 20x - 4800 = 0$ ,  $D = 400 + 4 \cdot 4800 = 19600$ ,  $x_1 = \frac{-20+140}{2} = 60$ ,  $x_2 = -80$ . 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит. 60 км/ч — скорость автобуса.  $60 + 20 = 80$  км/ч — скорость такси. Ответ: 60 и 80 км/ч.

**27.14.** 1 этап: Пусть  $x$  машин было сначала. Тогда  $(x+4)$  машин стало.  $\frac{60}{x}$  и  $\frac{60}{x+4}$  п грузили на каждую машину соответственно в первом и втором случаях. Получаем  $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+4} = \frac{1}{2}$ . 2 этап:  $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+4} - \frac{1}{2} = 0$ ,  $120x + 480 - 120x - x^2 - 4x = 0$ ,  $x^2 + 4x - 480 = 0$ ,  $D = 16 + 4 \cdot 480 = 1936$ ,  $x_1 = \frac{-4+44}{2} = 20$ ,  $x_2 = -24$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. То есть сначала было 20 машин. Ответ: 20 машин.

**27.15.** 1 этап: Пусть  $x$  плановый ежедневный выпуск.  $(x+30)$  пар — фактический ежедневный выпуск.  $\frac{5400}{x}$  и  $\frac{5400}{x+30}$  дней — время выполнения заказа соответственно в первом и втором случаях. Получаем  $\frac{54000}{x} - \frac{5400}{x+30} = 9$ . 2 этап  $\frac{600}{x} - \frac{600}{x+30} - 1 = 0$ ,  $600x + 18000 - 600x - x^2 - 30x = 0$ ,  $x^2 + 30x - 18000 = 0$ ,  $D = 900 + 4 \cdot 18000 = 270^2$ ,  $x_1 = \frac{-30+270}{2} = 120$ ,  $x_2 = -150$ . 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит.  $\frac{5400}{120+30} = 36$  дней — время выполнения заказа. Ответ: 36 дней.

**27.16.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость лодки. Тогда:  $(x+3)$  и  $(x-3)$  км/ч — скорость по течению и против течения. Получаем  $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 1$ . 2 этап:  $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} - 1 = 0$ ,  $5x - 15 + 6x + 18 - x^2 + 9 = 0$ ,  $x^2 - 11x - 12 = 0$ ,  $D = 121 + 4 \cdot 12 = 169$ ,  $x_1 = \frac{11+13}{2} = 12$ ,  $x_2 = -1$ . 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит.  $12 + 3 = 15$  км/ч — скорость по течению. Ответ: 15 км/ч.

**27.17.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость. Тогда  $(x+3)$  и  $(x-3)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{35}{x}$  и  $\frac{35}{x-3}$  ч — время в пути по течению и против течения. Получаем  $\frac{35}{x+3} + \frac{35}{x-3} + 3 = 7$ . 2 этап:  $\frac{35}{x+3} + \frac{35}{x-3} - 4 = 0$ ,  $35x - 105 + 35x + 105 - 4x^2 + 36 = 0$ ,

$4x^2 - 70x - 36 = 0$ ,  $2x^2 - 35x - 18 = 0$ ,  $D = 1225 + 4 \times 2 \cdot 18 = 1369$ ,  $x_1 = \frac{35+37}{4} = 18$ ,  $x_2 = -0,5$ . 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит. 18 км/ч — собственная скорость. Ответ: 18 км/ч.

**27.18.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость лодки. Тогда  $(x - 3)$  и  $(x + 3)$  км/ч — скорость против течения и по течению.  $\frac{96}{x}$  ч — проходит 96 км в стоячей воде.  $\frac{54}{x+3}$  и  $\frac{42}{x-3}$  ч — время на 54 км по течению и 42 км против течения. Получаем  $\frac{54}{x+3} + \frac{42}{x-3} = \frac{96}{x}$ . 2 этап:  $54x(x - 3) + 42x(x + 3) - 96 \cdot (x^2 - 9) = 0$ ,  $36x = 96 \cdot 9$ ,  $4x = 96$ ,  $x = 24$ . 3 этап: 24 км/ч — собственная скорость. Ответ: 24 км/ч.

**27.19.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость по озеру. Тогда:  $(x + 2)$  и  $(x - 2)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{45}{x+2}$  ч — время, чтобы проплыть 45 км по течению.  $\frac{24}{x}$  и  $\frac{9}{x-2}$  ч — время в пути по озеру и против течения. Получаем  $\frac{24}{x} + \frac{9}{x-2} = \frac{45}{x+2}$ . 2 этап:  $\frac{24}{x} + \frac{9}{x-2} - \frac{45}{x+2} = 0$ ,  $24x^2 - 96 + 9x^2 + 18x - 45x^2 + 90x = 0$ ,  $-12x^2 + 108x - 96 = 0$ ,  $x^2 - 9x + 8 = 0$ ,  $D = 81 - 4 \cdot 8 = 49$ ,  $x_1 = \frac{9+7}{2} = 8$ ,  $x_2 = 1$ . 3 этап: Второе значение не подходит, так как в этом случае скорость против течения бы была отрицательной. 8 км/ч — скорость по озеру. Ответ: 8 км/ч.

**27.20.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость катера. Тогда:  $(x - 3)$  и  $(x + 3)$  км/ч — скорость против течения и по течению.  $\frac{27}{x+3}$  и  $\frac{42}{x-3}$  ч — время в пути по течению и против течения. Получаем  $\frac{27}{x+3} + 1 = \frac{42}{x-3}$ . 2 этап:  $\frac{27}{x+3} + 1 - \frac{42}{x-3} = 0$ ,  $27x - 81 + x^2 - 9 - 42x - 126 = 0$ ,  $x^2 - 15x - 216 = 0$ ,  $D = 225 + 4 \cdot 216 = 1089$ ,  $x_1 = \frac{15+33}{2} = 24$ ,  $x_2 = -9$ . 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит.  $24 - 3 = 21$  км/ч — скорость против течения. Ответ: 21 км/ч.

**27.21.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость течения. Тогда:  $(6 - x)$  и  $(6 + x)$  км/ч — скорость против течения и по течению.  $\frac{3}{6-x}$  и  $\frac{3}{6+x}$  ч — время в пути против течения и по течению.  $\frac{4}{x}$  ч — пройдет плот 4 км по течению.

Получаем  $\frac{3}{6-x} + \frac{3}{6+x} = \frac{4}{x}$ . 2 этап:  $\frac{3}{6-x} + \frac{3}{6+x} - \frac{4}{x} = 0$ ,  $18x + 3x^2 + 18x - 3x^2 - 144 + 4x^2 = 0$ ,  $4x^2 + 36x - 144 = 0$ ,  $x^2 + 9x - 36 = 0$ ,  $D = 81 + 4 \cdot 36 = 225$ ,  $x_1 = \frac{-9+15}{2} = 3$ ,  $x_2 = \frac{-9-15}{2} = -12$ . 3 этап: Подходит только первое значение, то есть скорость течения 3 км/ч. Ответ: 3 км/ч.

**27.22.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость теплохода. Тогда  $(x+2)$  и  $(x-2)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{36}{x+2}$  и  $\frac{36}{x-2}$  ч — время в пути по течению и против течения. Получаем  $\frac{x}{x+2} + \frac{36}{x-2} = \frac{15}{2}$ . 2 этап:  $\frac{36}{x+2} + \frac{36}{x-2} - \frac{15}{2} = 0$ ,  $72x - 144 + 72x + 144 - 15x^2 + 60 = 0$ ,  $15x^2 - 144x - 60 = 0$ ,  $5x^2 - 48x - 20 = 0$ ,  $D = 2304 + 4 \cdot 5 \cdot 20 = 2704$ ,  $x_1 = \frac{48+52}{10} = 10$ ,  $x_2 = -0,4$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 10 км/ч — собственная скорость теплохода. Ответ: 10 км/ч.

**27.23.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость по озеру. Тогда  $(x+3)$  км/ч — скорость по течению.  $\frac{6}{x+3}$  и  $\frac{10}{x}$  ч — время в пути по течению и против течения. Получаем  $\frac{6}{x+3} + \frac{10}{x} = 1$ . 2 этап:  $\frac{6}{x+3} + \frac{10}{x} - 1 = 0$ ,  $6x + 10x + 30 - x^2 - 3x = 0$ ,  $x^2 - 13x - 30 = 0$ ,  $D = 169 + 4 \cdot 30 = 289$ ,  $x_1 = \frac{13+17}{2} = 15$ ,  $x_2 = -2$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 15 км/ч — скорость по озеру. Ответ: 15 км/ч.

**27.24.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость катера. Тогда:  $(x+3)$  и  $(x-3)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{210}{x+3}$  и  $\frac{210}{x-3}$  ч — время в пути по течению и против течения. Получаем  $\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} = 4$ . 2 этап:  $\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} - 4 = 0$ ,  $210x + 630 - 210x + 630 - 4x^2 + 36 = 0$ ,  $4x^2 = 1296$ ,  $x_{1,2} = \pm 18$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 18 км/ч — собственная скорость катера. Ответ: 18 км/ч.

**27.25.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость лодки. Тогда:  $(x+4)$  и  $(x-4)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{20}{x-4}$  и  $\frac{14}{x}$  ч — время в пути против течения и по озеру. Получаем  $\frac{14}{x} + 1 = \frac{20}{x-4}$ . 3 этап:  $\frac{14}{x} + 1 - \frac{20}{x-4} = 0$ ,  $14x - 56 + x^2 - 4x - 20x = 0$ ,  $x^2 - 10x - 56 = 0$ ,  $D = 100 + 4 \cdot 56 = 324$ ,  $x_1 = \frac{10+18}{2} = 14$ ,

$x_2 = -4$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение  $14 - 4 = 10$  км/ч — скорость лодки против течения. Ответ: 10 км/ч.

**27.26.** 1 этап: Пусть  $x$  т — собрали с одного га поля. Тогда:  $(x + 10)$  т собирали с одного га второго поля.  $\frac{550}{x}$  и  $\frac{540}{x+10}$  га — площадь первого и второго полей. Получаем  $\frac{550}{x} + \frac{540}{x+10} = 20$ . 2 этап:  $\frac{55}{x} + \frac{54}{x+10} - 2 = 0$ ,  $55x + 550 + 54x - 2x^2 - 20x = 0$ ,  $2x^2 - 89x - 550 = 0$ ,  $D = 7921 + 4 \cdot 2 \cdot 550 = 12321$ ,  $x_1 = \frac{89+111}{4} = 50$ ,  $x_2 = -5,5$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 50 т — собрали с одного га первого поля.  $50 + 10 = 60$  т — собрали с одного га второго поля. Ответ: 50 и 60 т.

**27.27.** 1 этап: Пусть  $x$  деталей — плановый выпуск в час. Тогда:  $(x + 20)$  деталей — реальный выпуск.  $\frac{120}{x}$  и  $\frac{120}{x+20}$  ч — время работы по плану и в действительности. Получаем:  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1$ . 2 этап:  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} - 1 = 0$ ,  $120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0$ ,  $x^2 + 20x - 2400 = 0$ ,  $D = 400 + 4 \cdot 2400 = 10000$ ,  $x_1 = \frac{-20+100}{2} = 40$ ,  $x_2 = -60$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 40 деталей — плановый выпуск в час. Ответ: 40 деталей.

**27.28.** 1 этап: Пусть  $x$  деталей — плановый выпуск в день. Тогда  $(x + 2)$  деталей — реальный выпуск в день.  $\frac{120}{x}$  и  $\frac{120}{x+2}$  дней — время работы по плану и в действительности. Получаем  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+2} = 3$ . 2 этап:  $\frac{40}{x} - \frac{40}{x+2} - 1 = 0$ ,  $40x + 80 - 40x - x^2 - 2x = 0$ ,  $x^2 + 2x - 80 = 0$ ,  $D = 4 + 4 \cdot 80 = 324$ ,  $x_1 = \frac{-2+18}{2} = 8$ ,  $x_2 = -10$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 8 деталей — плановый ежедневный выпуск. Ответ: 8 деталей.

**27.29.** 1 этап: Пусть  $x$  — знаменатель. Тогда:  $x - 3$  — числитель,  $\frac{x-3}{x}$  — дробь.  $\frac{x-3+7}{x+5} = \frac{x+4}{x+5}$  — новая дробь. Получаем  $\frac{x+4}{x+5} - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{x}$ . 2 этап:  $\frac{x+4}{x+5} - \frac{1}{2} - \frac{x-3}{x} = 0$ ,  $2x^2 + 8x - x^2 - 5x - 2 \cdot (x-3)(x+5) = 0$ ,  $x^2 + 3x - 2x^2 - 4x + 30 = 0$ ,  $x^2 + x - 30 = 0$ ,  $D = 1 + 4 \cdot 30 = 121$ ,  $x_1 = \frac{1-11}{2} = -6$ ,  $x_2 = 5$ . 3 этап: В первом случае

получаем  $\frac{-6-3}{-6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$  — не подходит. Во втором:  $\frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$ . Ответ:  $\frac{2}{5}$ .

**27.30.** 1 этап: Пусть  $x$  — числитель дроби. Тогда:  $(x+5)$  — ее знаменатель.  $\frac{x}{x+5}$  — данная дробь.  $\frac{x-2}{x+5+16} = \frac{x-2}{x+21}$  — новая дробь. Получаем  $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} = \frac{1}{3}$ . 2 этап:  $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} - \frac{1}{3} = 0$ ,  $3x^2 + 63x - 3 \cdot (x+5)(x-2) - (x+5)(x+21) = 0$ ,  $3x^2 + 63x - 3x^2 - 9x + 30 - x^2 - 26x - 105 = 0$ ,  $x^2 - 28x + 75 = 0$ ,  $D = 784 - 4 \cdot 75 = 484$ ,  $x_1 = \frac{28+22}{2} = 25$ ,  $x_2 = 3$ . 3 этап: В первом случае наша дробь равна  $\frac{25}{25+5} = \frac{25}{30}$ . Но это сократимая дробь, значит, этот случай не подходит. Во втором случае наша дробь равна  $\frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$ . Ответ:  $\frac{3}{8}$ .

**27.31.** 1 этап: Пусть  $x$  — числитель дроби. Тогда:  $(x+1)$  — знаменатель.  $\frac{x}{x+1}$  — наша дробь.  $\frac{x-1}{x+1-1} = \frac{x-1}{x}$  — новая дробь. Получаем  $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = \frac{1}{12}$ . 2 этап:  $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} - \frac{1}{12} = 0$ ,  $12x^2 - 1 + 12 - x^2 - x = 0$ ,  $x^2 + x - 12 = 0$ ,  $D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$ ,  $x_1 = \frac{-1+7}{2} = 3$ ,  $x_2 = -4$ . 3 этап: В первом случае наша дробь равна  $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$ . Во втором  $\frac{-4}{-4+1} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ , то есть в числитель больше знаменателя, что противоречит условию. Значит, второй случай не подходит. Ответ:  $\frac{3}{4}$ .

**27.32.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x+5)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{260}{x}$  ч — время на путь  $AB$  по плану.  $2x$  км — проехал автобус за 2 ч после выхода из  $A$ .  $(260 - 2x)$  км — осталось проехать до конца пути.  $\frac{260-2x}{x+5}$  ч — проехал эту оставшуюся часть.  $(2 + \frac{1}{2} + \frac{260-2x}{x+5})$  ч — был в пути автобус. Так как автобус приехал вовремя, получаем  $\frac{5}{2} + \frac{260-2x}{x+5} = \frac{260}{x}$ . 2 этап:  $\frac{5}{2} + \frac{260-2x}{x+5} - \frac{260}{x} = 0$ ,  $5x^2 + 25x + 520x - 4x^2 - 520x - 2600 = 0$ ,  $x^2 + 25x - 2600 = 0$ ,  $D = 625 + 4 \cdot 2600 = 11025$ ,  $x_1 = \frac{-25+105}{2} = 40$ ,  $x_2 = -65$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первый случай. То есть 40 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 40 км/ч.

**27.33.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x+3)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{30}{x}$  ч —

время на путь по турбазы.  $2x$  км — проехал за 2 ч на обратном пути.  $(30 - 2x)$  км — осталось проехать.  $\frac{30-2x}{x+3}$  ч — проехал оставшуюся часть.  $(2 + \frac{30-2x}{x+3})$  ч — время на обратный путь. Получаем  $2 + \frac{30-2x}{x+3} + \frac{1}{10} = \frac{30}{x}$ . 2 этап:  $\frac{21}{10} + \frac{30-2x}{x+3} - \frac{30}{x} = 0$ ,  $21x^2 + 63x + 300x - 20x^2 - 300x - 900 = 0$ ,  $x^2 + 63x - 900 = 0$ .  $D = 3969 + 4 \cdot 900 = 7569$ ,  $x_1 = \frac{-63+87}{2} = 12$ ,  $x_2 = -75$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Тогда получаем, что велосипедист затратил на обратный путь  $2 + \frac{30-2 \cdot 12}{12+3} = 2\frac{2}{5}$  ч. Ответ:  $2\frac{2}{5}$  ч.

**27.34.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x - 3)$  км/ч — новая скорость.  $2x$  км — длина  $BC$ .  $(2x - 6)$  и 6 км — первая и вторая часть пути.  $\frac{2x-6}{x}$  и  $\frac{6}{x-3}$  ч — время на первой и второй части пути. Учитывая, что велосипедист опоздал на 6 мин, получаем  $\frac{2x-6}{x} + \frac{6}{x-3} = 2 + \frac{1}{10}$ . 2 этап:  $\frac{2x-6}{x} + \frac{6}{x-3} - 2\frac{1}{10} = 0$ ,  $10 \cdot (x - 3)(2x - 6) + 60x - 21x^2 + 63x = 0$ ,  $20x^2 - 120x + 180 - 21x^2 + 123x = 0$ ,  $x^2 - 3x - 180 = 0$ ,  $D = 9 + 4 \cdot 180 = 729$ ,  $x_1 = \frac{3+27}{2} = 15$ ,  $x_2 = -12$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Длина  $BC$  равна  $2 \cdot 15 = 30$  км. Ответ: 30 км.

**27.35.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x - 1)$  км/ч — новая скорость.  $3x$  км — длина  $CM$ . 16 км и  $(3x - 16)$  км — две части обратного пути.  $\frac{16}{x}$  и  $\frac{3x-16}{x-1}$  ч — время на этих участках пути. Учитывая, что пешеход на обратный путь затратил на 4 мин. больше, получаем  $\frac{16}{x} + \frac{3x-16}{x-1} = 3 + \frac{4}{60}$ . 2 этап:  $\frac{16}{x} + \frac{3x-16}{x-1} - \frac{46}{15} = 0$ ,  $240x - 240 + 45x^2 - 240x - 46x^2 + 46x = 0$ ,  $x^2 - 46x + 240 = 0$ ,  $D = 2116 - 4 \cdot 240 = 1156$ ,  $x_1 = \frac{46+34}{2} = 40$ ,  $x_2 = 6$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только второй случай. Значит, длина  $CM$  равна  $3 \cdot 6 = 18$  км. Ответ: 18 км.

**27.36.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x + 10)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{54}{x}$  ч — плановое время на весь путь.  $\frac{14}{x}$  и  $\frac{54-14}{x+10} = \frac{40}{x+10}$  ч — время в пути в первом случае. Так как поезд опоздал на 2 мин. и на 10 мин. был задержан, получаем:

$\frac{1}{6} + \frac{14}{x} + \frac{40}{x+10} = \frac{1}{30} + \frac{54}{x}$ . 2 этап:  $\frac{4}{30} - \frac{40}{x} + \frac{40}{x+10} = 0$ ,  $\frac{1}{30} - \frac{10}{x} + \frac{10}{x+10} = 0$ ,  $x^2 + 10x - 300x - 3000 + 300x = 0$ ,  $x^2 + 10x - 3000 = 0$ ,  $D = 100 + 4 \cdot 3000 = 12100$ ,  $x_1 = \frac{-10+110}{2} = 50$ ,  $x^2 = -60$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 50 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 50 км/ч.

**27.37.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость первого поезда. Тогда:  $(x + 12)$  км/ч — скорость второго поезда. Так как поезда встретились в середине пути, то каждый прошел  $\frac{240}{2} = 120$  км.  $\frac{120}{x}$  и  $\frac{120}{x+12}$  ч — время в пути первого и второго поездов. Так как второй поезд выехал через 30 мин. после первого, получаем  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+12} = \frac{1}{2}$ . 2 этап:  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+12} - \frac{1}{2} = 0$ ,  $240x + 2880 - 240x - x^2 - 12x = 0$ ,  $x^2 + 12x - 2880 = 0$ ,  $D = 144 + 4 \cdot 2880 = 11664$ ,  $x_1 = \frac{-12+108}{2} = 48$ ,  $x^2 = -60$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть скорости поездов равны 48 и  $48 + 12 = 60$  км/ч. Ответ: 48 и 60 км/ч.

**27.38.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость катера. Тогда:  $(x + 2,5)$  и  $(x - 2,5)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{21}{x+2,5}$  и  $\frac{21}{x-2,5}$  — время на путь по течению и против течения. Так как общее время равно 4 ч и 30 мин. уходит на стоянку, получаем  $\frac{21}{x+2,5} + \frac{21}{x-2,5} + \frac{1}{2} = 4$ . 2 этап:  $\frac{21}{x+2,5} + \frac{21}{x-2,5} - \frac{7}{2} = 0$ ,  $42x - 105 + 42x + 105 - 7x^2 + 43,75 = 0$ ,  $7x^2 - 84x - 43,75 = 0$ ,  $D = 84^2 + 4 \cdot 7 \cdot 43,75 = 91^2$ ,  $x_1 = 12,5$ ,  $x_2 = -0,5$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит, 12,5 км/ч — скорость катера в стоячей воде. Ответ: 12,5 км/ч.

**27.39.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — собственная скорость лодки. Тогда:  $(x + 1)$  и  $(x - 1)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{14}{x+1}$  и  $\frac{15}{x-1}$  ч — время в пути по течению и против течения.  $(\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1})$  ч — общее время.  $\frac{30}{x}$  ч — время в пути по стоячей воде. Получаем  $\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1} = \frac{30}{x}$ . 2 этап:  $\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1} - \frac{30}{x} = 0$ ,  $14x^2 - 14x + 15x^2 + 15x - 30x^2 + 30 = 0$ ,  $x^2 - x - 30 = 0$ ,  $D = 1 + 4 \cdot 30 = 121$ ,  $x_1 = \frac{1+11}{2} = 6$ ,  $x_2 = -5$ . 3 этап:



Очевидно, что подходит только первое значение, то есть собственная скорость лодки равна 6 км/ч. Ответ: 6 км/ч.

**27.40.** 1 этап: Пусть  $x$  туристов было в каждом автобусе. Тогда:  $(x - 17)$  туриста планировалось разместить в одном автобусе.  $\frac{188}{x}$  и  $\frac{180}{x-17}$  автобуса было на самом деле и по плану. Так как на самом деле было на 2 автобуса меньше, то получаем  $\frac{180}{x-17} - \frac{188}{x} = 2$ . 2 этап:  $\frac{90}{x-17} - \frac{94}{x} = 1 \Rightarrow 90x - 94x + 1598 - x^2 + 17x = 0$ ,  $x^2 - 13x - 1598 = 0$ ,  $D = 13^2 + 4 \cdot 1598 = 6581 = 81^2$ ,  $x_1 = \frac{13+81}{2} = 47$ ,  $x_2 = -34$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 47 туристов было размещено в каждом автобусе. Ответ: 47 туристов.

**27.41.** 1 этап: Пусть  $x$  га — ежедневная плановая работа. Тогда:  $(x + 25)$  — ежедневная действительная работа.  $\frac{1800}{x}$  и  $\frac{1800+200}{x+25}$  дней — плановый и реальный срок выполнения задания. Так как на самом деле бригада выполнила всю работу на 4 дня раньше, получаем  $\frac{1800}{x} - \frac{2000}{x+25} = 4$ . 2 этап:  $\frac{450}{x} - \frac{500}{x+25} - 1 = 0$ ,  $450x + 11250 - 500x - x^2 - 25x = 0$ ,  $x^2 + 75x - 11250 = 0$ ,  $D = 75^2 + 4 \times 11250 = 225^2$ ,  $x_1 = \frac{-75+225}{2} = 75$ ,  $x_2 = -150$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 75 га ежедневная плановая работа. Ответ: 75 га.

**27.42.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость пешехода,  $y$  км/ч — скорость второго пешехода. Тогда:  $(x + y)$  км/ч — скорость их сближения.  $\frac{44}{x+y}$  ч — время в пути до встречи. Так как они встретились через 4 часа, то  $\frac{44}{x+y} = 4$ . Разберем теперь второе движение в задаче. Так как они встретились в середине пути, то каждый прошел  $\frac{44}{2} = 22$  км.  $\frac{22}{x}$  и  $\frac{22}{y}$  ч — время в пути первого и второго пешеходов. Так как первый вышел на 44 мин. раньше второго, получаем  $\frac{22}{x} - \frac{22}{y} = \frac{11}{15}$ . 2 этап:

$$\begin{cases} \frac{11}{x+y} = 1 \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 11 \Rightarrow y = 11 - x \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{11-x} - \frac{1}{15} = 0 \end{cases} \Rightarrow 330 - 30x - 30x + x^2 - 11x = 0$$
,  $x^2 - 71x + 330 = 0$ ,  $D = 71^2 - 4 \cdot 330 = 3721 = 61^2$ ,  $x_1 = \frac{71+61}{2} = 66$ ,  $x_2 = 5$ ,  $y_1 = 11 - 66 = -55$ ,  $y_2 = 11 - 5 = 6$ . 3 этап: Очевидно,

что подходит только вторая пара  $(x, y)$ . То есть скорости пешеходов равны 5 и 6 км/ч. Ответ: 5 и 6 км/ч.

**27.43.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — плановая скорость,  $y$  км/ч — действительная скорость. Тогда:  $\frac{96}{x}$  и  $\frac{96}{y}$  ч — время в пути по плану и так как на самом деле велосипедист проехал путь на 2 часа быстрее, то получаем  $\frac{96}{x} - \frac{96}{y} = 2$ .  $y$  км — проезжал за 1 час на самом деле.  $\frac{5x}{4}$  км — предполагал проезжать за 1 ч 15 мин. Так как за 1 ч он проезжал на 1 км больше, получаем  $y - \frac{5x}{4} =$

$$= 1. \quad 2 \text{ этап: } \begin{cases} \frac{48}{x} - \frac{48}{y} - 1 = 0 \\ y = 1 + \frac{5x}{4} = \frac{4+5x}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{48}{x} - \frac{192}{4+5x} - 1 = 0,$$

$192 + 240x - 192x - 4x - 5x^2 = 0$ ,  $5x^2 - 44x - 192 = 0$ ,  $D = 44^2 + 4 \cdot 192 = 76^2$ ,  $x_1 = \frac{44+76}{10} = 12$ ,  $x_2 = -3,2$ ,  $y_1 = \frac{4+5 \cdot 12}{4} = 16$ ,  $y_2 = \frac{4-5 \cdot 3,2}{4} = -3$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первая пара. Значит, на самом деле велосипедист ехал со скоростью 16 км/ч. Ответ: 16 км/ч.

**27.44.** 1 этап: Пусть  $x$  г — серебра было в сплаве. Тогда:  $(80+x)$  г — масса сплава.  $\frac{80}{80+x} \cdot 100\%$  — содержание золота в сплаве.  $80+x+100 = (180+x)$  г — масса нового сплава.  $\frac{180}{180+x} \cdot 100\%$  — содержание золота в новом сплаве. Так как содержание золота в новом сплаве увеличилось на 20%, получаем  $\frac{180}{180+x} \cdot 100 - \frac{80}{80+x} \cdot 100 = 20$ . 2 этап:  $\frac{180 \cdot 5}{180+x} - \frac{80 \cdot 5}{80+x} - 1 = 0$ ,  $900x + 72000 - 72000 - 400x - x^2 - 260x - 14400 = 0$ ,  $x^2 - 240x + 14400 = 0$ ,  $D = 240^2 - 4 \times 14400 = 0$ ,  $x = \frac{240}{2} = 120$ . 3 этап: В сплаве было 120 г серебра. Ответ: 120 г.

**27.45.** 1 этап: Пусть  $x$  кг — первоначальная масса сплава. Тогда:  $(x-5)$  кг — содержание меди.  $\frac{5}{x} \cdot 100\%$  — содержание цинка.  $(x+15)$  и — масса нового сплава.  $\frac{20}{x+15} \cdot 100\%$  — содержание цинка в новом сплаве. Так как содержание цинка повысилось на 30%, получаем  $\frac{20}{x+15} \cdot 100 - \frac{5}{x} \cdot 100 = 30$ . 2 этап:  $\frac{200}{x+15} - \frac{50}{x} - 3 = 0$ ,  $200x - 50x - 750 - 3x^2 - 45x = 0$ ,  $3x^2 - 105x + 750 = 0$ ,  $x^2 - 35x + 250 = 0$ ,  $D = 35^2 - 4 \cdot 250 = 225$ ,  $x_1 = \frac{35+15}{2} = 25$ ,  $x_2 = 10$ . 3 этап: В первом случае содержание меди в сплаве  $25 - 5 = 20$  кг, а цинка 5 кг. Во втором случае

меди  $10 - 5 = 5$  кг, а цинка 5 кг. В условии говорится, что меди было больше. Значит, подходит только первый случай. То есть масса сплава равна 25 кг. Ответ: 25 кг.

## §28. Ещё одна формула корней квадратного уравнения

**28.1.** а)  $x^2 - 14x + 33 = 0$ ,  $b = -14$ ,  $k = \frac{b}{2} = -7$ ,  $c = 33$ ,  
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 7 \pm \sqrt{7^2 - 33} = 7 \pm 4$ ,  $x_1 = 11$ ,  
 $x_2 = 3$ ;

б)  $x^2 - 10x - 39 = 0$ ,  $b = -10$ ,  $k = \frac{b}{2} = -5$ ,  $c = -39$ ,  
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 5 \pm \sqrt{5^2 - (-39)} = 5 \pm 8$ ,  $x_1 = 13$ ,  
 $x_2 = -3$ ;

в)  $x^2 + 12x - 28 = 0$ ,  $b = 12$ ,  $k = \frac{b}{2} = 6$ ,  $c = -28$ ,  $x_{1,2} =$   
 $= -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -6 \pm \sqrt{6^2 - (-28)} = -6 \pm 8$ ,  $x_1 = 2$ ,  
 $x_2 = -14$ ;

г)  $x^2 + 12x + 35 = 0$ ,  $b = 12$ ,  $k = \frac{b}{2} = 6$ ,  $c = 35$ ,  $x_{1,2} =$   
 $= -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -6 \pm \sqrt{6^2 - 35} = -6 \pm 1$ ,  $x_1 = -5$ ,  
 $x_2 = -7$ .

**28.2.** а)  $x^2 + 34x + 280 = 0$ ,  $b = 34$ ,  $k = \frac{b}{2} = 17$ ,  $c =$   
 $= 280$ ,  $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -17 \pm \sqrt{17^2 - 280} = -17 \pm 3$ ,  
 $x_1 = -14$ ,  $x_2 = -20$ ;

б)  $x^2 - 16x - 132 = 0$ ,  $b = -16$ ,  $k = \frac{b}{2} = -8$ ,  $c = -132$ ,  
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 8 \pm \sqrt{8^2 - (-132)} = 8 \pm 14$ ,  $x_1 =$   
 $= 22$ ,  $x_2 = -6$ ;

в)  $x^2 - 24x + 108 = 0$ ,  $b = -24$ ,  $k = \frac{b}{2} = -12$ ,  $c = 108$ ,  
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 12 \pm \sqrt{12^2 - 108} = 12 \pm 6$ ,  $x_1 = 18$ ,  
 $x_2 = 6$ ;

г)  $x^2 + 26x - 120 = 0$ ,  $b = 26$ ,  $k = \frac{b}{2} = 13$ ,  $c = -120$ ,  
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -13 \pm \sqrt{13^2 - (-120)} = -13 \pm 17$ ,  
 $x_1 = 4$ ,  $x_2 = -30$ .

**28.3.** а)  $9x^2 - 20x - 21 = 0$ ,  $a = 9$ ,  $b = -20$ ,  $k = \frac{b}{2} = -10$ ,  
 $c = -21$ ,  $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 9 \cdot (-21)}}{9} = \frac{10 \pm 17}{9}$ ,  
 $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -\frac{7}{9}$ ;

б)  $7x^2 + 6x - 1 = 0$ ,  $a = 7$ ,  $b = 6$ ,  $k = \frac{b}{2} = 3$ ,  $c =$   
 $= -1$ ,  $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 7 \cdot (-1)}}{7} = \frac{-3 \pm 4}{7}$ ,  $x_1 = \frac{1}{7}$ ,  
 $x_2 = -1$ ;

$$\text{B)} 5x^2 + 8x - 4 = 0, a = 5, b = 8, k = \frac{b}{2} = 4, c = -4, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 5 \cdot (-4)}}{5} = \frac{-4 \pm 6}{5}, x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = -2;$$

$$\text{Г)} 5x^2 - 4x - 1 = 0, a = 5, b = -4, k = \frac{b}{2} = -2, c = -1, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 5 \cdot (-1)}}{5} = \frac{2 \pm 3}{5}, x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{28.4. a)} x^2 - 2x - 1 = 0, b = -2, k = \frac{b}{2} = -1, c = -1, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 1 \pm \sqrt{(-1)^2 - (-1)} = 1 \pm \sqrt{2}, x_1 = 1 + \sqrt{2}, x_2 = 1 - \sqrt{2};$$

$$\text{б)} x^2 + 4x + 1 = 0, b = 4, k = \frac{b}{2} = 2, c = 1, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -2 \pm \sqrt{2^2 - 1} = -2 \pm \sqrt{3}, x_1 = -2 + \sqrt{3}, x_2 = -2 - \sqrt{3};$$

$$\text{B)} x^2 + 2x - 2 = 0, b = 2, k = \frac{b}{2} = 1, c = -2, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -1 \pm \sqrt{1^2 - (-2)} = -1 \pm \sqrt{3}, x_1 = -1 + \sqrt{3}, x_2 = -1 - \sqrt{3};$$

$$\text{Г)} x^2 - 6x + 7 = 0, b = -6, k = \frac{b}{2} = -3, c = 7, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 7} = 3 \pm \sqrt{2}, x_1 = 3 + \sqrt{2}, x_2 = 3 - \sqrt{2}.$$

$$\text{28.5. a)} 4x^2 - 8x + 1 = 0, a = 4, b = -8, k = \frac{b}{2} = -4, c = 1, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2};$$

$$\text{б)} 9x^2 + 12x + 1 = 0, a = 9, b = 12, k = \frac{b}{2} = 6, c = 1, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 9 \cdot 1}}{9} = \frac{-6 \pm 3\sqrt{3}}{9} = \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{3};$$

$$\text{B)} 4x^2 - 12x + 7 = 0, a = 4, b = -12, k = \frac{b}{2} = -6, c = 7, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 7}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2};$$

$$\text{Г)} 25x^2 + 10x - 4 = 0, a = 25, b = 10, k = \frac{b}{2} = 5, c = -4, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 25 \cdot (-4)}}{25} = \frac{-5 \pm 5\sqrt{5}}{25} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{28.6. a)} \frac{x+3}{x-3} = \frac{2x+3}{x}, x \neq 0, x \neq 3 \Rightarrow \frac{x+3}{x-3} - \frac{2x+3}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+3x-(2x+3)(x-3)}{x(x-3)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+3x-2x^2-3x+6x+9}{x(x-3)} = 0 \Rightarrow \frac{-x^2+6x+9}{x(x-3)} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 9 = 0, b = -6, k = \frac{b}{2} = -3,$$

$$c = -9, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 3 \pm \sqrt{(-3)^2 - (-9)} = 3 \pm 3\sqrt{2};$$

$$\text{б)} \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1, x \neq \pm 2 \Rightarrow \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{(3x+1)(x-2) - (x-1)(x+2) - x^2 + 4}{(x+2)(x-2)} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 - x^2 - x +$$

$$+2 - x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0, b = -6, k = \frac{b}{2} = -3, c = 4, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 3 \pm \sqrt{3^2 - 4} = 3 \pm \sqrt{5};$$

$$\text{в) } \frac{x+2}{x-2} = \frac{3x-2}{2x}, x \neq 0, x \neq 2 \Rightarrow 2x^2 + 4x = (3x-2)(x-2) \Rightarrow 2x^2 + 4x = 3x^2 - 8x + 4 \Rightarrow x^2 - 12x + 4 = 0, b = -12, k = \frac{b}{2} = -6, c = 4, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 6 \pm \sqrt{6^2 - 4} = 6 \pm 4\sqrt{2}, x_1 = 6 + 4\sqrt{2}, x_2 = 6 - 4\sqrt{2};$$

$$\text{г) } \frac{3x+2}{x-3} - \frac{x+2}{x+3} = 1, x \neq \pm 3 \Rightarrow (3x+2)(x+3) - (x+2)(x-3) = (x-3)(x+3) \Rightarrow 3x^2 + 11x + 6 - (x^2 - x - 6) = x^2 - 9 \Rightarrow x^2 + 12x + 21 = 0, b = 12, k = \frac{b}{2} = 6, c = 21, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -6 \pm \sqrt{6^2 - 21} = -6 \pm \sqrt{15}.$$

**28.7.** 1 этап: Пусть  $x$  — ширина прямоугольника. Тогда  $(x+30)$  — длина прямоугольника. Так как площадь прямоугольника равна  $675 \text{ см}^2$ , получаем  $x(x+30) = 675$ . 2 этап:  $x^2 + 30x - 675 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -15 \pm \sqrt{225 + 675} = -15 \pm 30, x_1 = 15, x_2 = -45$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит,  $15 \text{ см}$  — ширина прямоугольника,  $15+30 = 45 \text{ см}$  — длина. Ответ:  $15$  и  $45 \text{ см}$ .

**28.8.** 1 этап: Пусть  $x \text{ см}$  — первоначальный размер листа. Тогда:  $(x-6)$  и  $x \text{ см}$  — размеры оставшейся части. Так как площадь оставшейся части равна  $135 \text{ см}^2$ , получаем  $x(x-6) = 135$ . 2 этап:  $x^2 - 6x - 135 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 + 135} = 3 \pm 12, x_1 = 15, x_2 = -9$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть  $15 \times 15 \text{ см}$  — первоначальные размеры листа. Ответ:  $15 \times 15 \text{ см}$ .

**28.9.** 1 этап: Пусть  $x$  — первое число. Тогда:  $(x+6)$  — второе число. Так как произведение чисел равно  $187$ , получаем  $x(x+6) = 187$ . 2 этап:  $x^2 + 6x - 187 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 187} = -3 \pm 14, x_1 = 11, x_2 = -17$ . 3 этап: Так как числа натуральные, то подходит только первое значение, то есть  $11$  — первое число, а  $11+6 = 17$  — второе число. Ответ:  $11$  и  $17$ .

**28.10.** 1 этап: Пусть  $x$  — ширина прямоугольника. Тогда:  $(x+14)$  — его длина. Используя теорему Пифагора, найдем диагональ. Её квадрат равен  $x^2 + (x+14)^2$ . Так

как по условию диагональ равна 34 см, получаем  $x^2 + (x+14)^2 = 34^2$ . 2 этап:  $2x^2 + 28x - 960 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x - 480 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -7 \pm \sqrt{49 + 480} = -7 \pm 23$ ,  $x_1 = 16$ ,  $x_2 = -30$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 16 см — ширина,  $16 + 14 = 30$  см — длина. Тогда площадь равна  $16 \cdot 30 = 480$  см<sup>2</sup>). Ответ: 480 см<sup>2</sup>.

**28.11.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — плановая скорость. Тогда:  $\frac{30}{x}$  ч — плановое время на весь путь.  $(x + 10)$  км/ч — реальная скорость.  $\frac{30}{x+10}$  ч — реальное время на весь путь. Так как реальное время на 6 мин. меньше, получаем  $\frac{30}{x+10} + \frac{1}{10} = \frac{30}{x}$ . 2 этап:  $\frac{30}{x+10} + \frac{1}{10} - \frac{30}{x} = 0 \Rightarrow 300x + x^2 + 10x - 300x - 3000 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 3000} = -5 \pm 55$ ,  $x_1 = 50$ ,  $x^2 = -60$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 50 км/ч — первоначальная скорость. Тогда  $50 + 10 = 60$  км/ч — действительная скорость. Ответ: 60 км/ч.

**28.12.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — плановая скорость. Тогда:  $(x + 6)$  км/ч — действительная скорость.  $\frac{36}{x}$  ч — плановое время на весь путь  $\frac{36}{x+6}$  — действительное время на весь путь. Так как действительное время на 12 мин. меньше, получаем  $\frac{36}{x+6} + \frac{1}{5} = \frac{36}{x}$ . 2 этап:  $\frac{36}{x+6} + \frac{1}{5} - \frac{36}{x} = 0 \Rightarrow 180x + x^2 + 6x - 180x - 1080 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 1080 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 1080} = -3 \pm 33$ ,  $x_1 = 30$ ,  $x^2 = -36$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит катер шел со скоростью  $30 + 6 = 36$  км/ч. Ответ: 36 км/ч.

**28.13.** 1 этап: Пусть,  $x$  км/ч — скорость первого автобуса. Тогда:  $(x + 4)$  км/ч — скорость второго автобуса.  $\frac{48}{x}$  и  $\frac{48}{x+4}$  ч — время в пути первого и второго автобусов. Так как второй автобус приехал на 10 мин. раньше, получаем  $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} = \frac{48}{x}$ . 2 этап:  $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} - \frac{48}{x} = 0 \Rightarrow 28x + x^2 + 4x - 288x - 1152 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 1152 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + 1152} = -2 \pm 34$ ,  $x_1 = 32$ ,  $x^2 = -36$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит, 32 км/ч — скорость первого автобуса, а скорость второго автобуса  $32 + 4 = 36$  км/ч. Ответ: 32 и 36 км/ч.

**28.14.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x + 10)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{195}{x}$  и  $\frac{195}{x+10}$  ч — время по плану и в действительности на оставшиеся 195 км. Учитывая, что действительное время на 24 мин. меньше, получаем  $\frac{195}{x+10} + \frac{2}{5} = \frac{195}{x}$ . 2 этап:  $\frac{195}{x+10} + \frac{2}{5} - \frac{195}{x} = 0 \Rightarrow 975x + 2x^2 + 20x - 975x - 9750 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 4875 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 4875} = -5 \pm 70$ ,  $x_1 = 65$ ,  $x_2 = -75$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 65 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 65 км/ч.

**28.15.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость товарного поезда. Тогда:  $(x + 20)$  км/ч — скорость скорого поезда.  $\frac{400}{x}$  и  $\frac{400}{x+20}$  ч — время в пути товарного и скорого поездов. Так как время скорого поезда на  $l$  ч меньше, получаем  $\frac{400}{x+20} + 1 = \frac{400}{x}$ . 2 этап:  $\frac{400}{x+20} + 1 - \frac{400}{x} = 0 \Rightarrow 400x + x^2 - 400x - 8000 = 0 \Rightarrow x^2 + 20x - 8000 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -10 \pm \sqrt{100 + 8000} = -10 \pm 90$ ,  $x_1 = 80$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. То есть 80 км/ч — скорость товарного поезда;  $80 + 20 = 100$  км/ч — скорость скорого поезда. Ответ: 80 и 100 км/ч.

**28.16.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость поезда. Тогда:  $(x + 12)$  км/ч — новая скорость. Так как весь путь равен 120 км, его половина равна  $\frac{120}{2} = 60$  км.  $\frac{60}{x}$  и  $\frac{60}{x+12}$  ч — плановое и действительное время на второй половине пути. Так как поезд был задержан на 10 мин., получаем  $\frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} = \frac{60}{x}$ . 2 этап:  $\frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} - \frac{60}{x} = 0 \Rightarrow 360x + x^2 + 12x - 360x - 4320 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 4320 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{36 + 4320} = -6 \pm 66$ ,  $x_1 = 60$ ,  $x_2 = -72$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 60 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 60 км/ч.

**28.17.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость течения. Тогда:  $(20 + x)$  и  $(20 - x)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{8}{20+x}$  и  $\frac{16}{20-x}$  ч — время движения по течению и против течения. Так как на весь путь катер затратил  $\frac{4}{3}$  ч, получаем  $\frac{8}{20+x} + \frac{16}{20-x} = \frac{4}{3}$ . 2 этап:

$\frac{2}{20+x} + \frac{4}{20-x} - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 120 - 6x + 240 + 12x - 400 + x^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 40 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9+40} = -3 \pm 7 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -10$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть скорость течения равна  $-4$  км/ч, значит  $20+4 = 24$  км/ч — скорость по течению. Ответ: 24 км/ч.

**28.18.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — скорость течения. Тогда:  $(12+x)$  и  $(12-x)$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{7}{12+x}$  и  $\frac{10}{12-x}$  ч — время движения по течению и против течения. Так как катер затратил на путь по течению на 0,5 ч меньше, получаем  $\frac{7}{12+x} + \frac{1}{2} = \frac{10}{12-x}$ . 2 этап:  $\frac{7}{12+x} + \frac{1}{2} - \frac{10}{12-x} = 0 \Rightarrow 168 - 14x + 144 - x^2 - 240 - 20x = 0 \Rightarrow x^2 + 34 - 72 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -17 \pm \sqrt{289+72} = -17 \pm 19, x_1 = 2, x_2 = -36$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит,  $12 - 2 = 10$  км/ч — скорость лодки против течения. Ответ: 10 км/ч.

**28.19.** а)  $x^2 - 52x - 285 = 0, b = -52, k = \frac{b}{2} = -26, c = -285, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 26 \pm \sqrt{-26^2 - (-285)} = 26 \pm 31, x_1 = 57, x_2 = -5;$

б)  $3x^2 + 130x - 133 = 0, a = 3, b = 130, k = \frac{b}{2} = 65, c = -133, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-65 \pm \sqrt{65^2 - 3 \cdot (-133)}}{3} = \frac{-65 \pm 68}{3}, x_1 = 1, x_2 = -\frac{133}{3};$

в)  $x^2 + 108x - 2413 = 0, b = 108, k = \frac{b}{2} = 54, c = -2413, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -54 \pm \sqrt{54^2 - (-2413)} = -54 \pm 73, x_1 = 19, x_2 = -127;$

г)  $17x^2 - 128x - 64 = 0, a = 17, b = -128, k = \frac{b}{2} = -64, c = -64, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{64 \pm \sqrt{-64^2 - 17 \cdot (-64)}}{17} = \frac{64 \pm 72}{17}, x_1 = 8, x_2 = -\frac{8}{17}.$

**28.20.** а)  $x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 = 0, b = -4\sqrt{3}, k = \frac{b}{2} = -2\sqrt{3}, c = 12, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 2\sqrt{3} \pm \sqrt{-2\sqrt{3}^2 - 12} = 2\sqrt{3} \pm 0 = 2\sqrt{3};$

б)  $x^2 + 2\sqrt{5}x - 20 = 0, b = 2\sqrt{5}, k = \frac{b}{2} = \sqrt{5}, c = -20, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -\sqrt{5} \pm \sqrt{\sqrt{5}^2 - (-20)} = -\sqrt{5} \pm 5;$



$$\text{в) } x^2 + 6\sqrt{2}x + 18 = 0, \quad b = 6\sqrt{2}, \quad k = \frac{b}{2} = 3\sqrt{2}, \quad c = 18, \\ x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -3\sqrt{2} \pm \sqrt{3\sqrt{2}^2 - 18} = -3\sqrt{2} \pm 0 = \\ = -3\sqrt{2};$$

$$\text{г) } x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0, \quad b = -4\sqrt{2}, \quad k = \frac{b}{2} = -2\sqrt{2}, \quad c = 4, \\ x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 2\sqrt{2} \pm \sqrt{-2\sqrt{2}^2 - 4} = 2\sqrt{2} \pm 2.$$

$$\boxed{28.21.} \quad \text{а) } x^2 - 2 \cdot (p-1)x + p^2 - 2p - 3 = 0 \Rightarrow \\ x_{1,2} = p-1 \pm \sqrt{(p-1)^2 - p^2 + 2p + 3} = p-1 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 - 2p + 1 - p^2 + 2p + 3} = p-1 \pm 2 \Rightarrow x_1 = p+1, \\ x_2 = p-3;$$

$$\text{б) } x^2 + 2 \cdot (p+1)x + p^2 + 2p - 8 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = -p-1 \pm \sqrt{(p+1)^2 - p^2 - 2p + 8} = -p-1 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 + 2p + 1 - p^2 - 2p + 8} = -p-1 \pm 3 \Rightarrow x_1 = -p+2, \\ x_2 = -p-4;$$

$$\text{в) } x^2 - 2 \cdot (p-1)x + p^2 - 2p - 15 = 0 \Rightarrow \\ x_{1,2} = p-1 \pm \sqrt{(p-1)^2 - p^2 + 2p + 15} = p-1 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 - 2p + 1 - p^2 + 2p + 15} = p-1 \pm 4 \Rightarrow x_1 = p+3, \\ x_2 = p-5;$$

$$\text{г) } x^2 + 2 \cdot (p+3)x + p^2 + 6p - 7 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = -p-3 \pm \sqrt{(p+3)^2 - p^2 - 6p + 7} = -p-3 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 + 6p + 9 - p^2 - 6p + 7} = -p-3 \pm 4 \Rightarrow x_1 = -p+1, \\ x_2 = -p-7.$$

$$\boxed{28.22.} \quad \text{а) } x^2 - 2px + p^2 - 1 = 0, \quad b = -2p, \quad k = \frac{b}{2} = -p, \\ c = p^2 - 1, \quad x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = p \pm \sqrt{-p^2 - (p^2 - 1)} = \\ = p \pm 1;$$

$$\text{б) } px^2 - 4x + 1 = 0: \text{ при } p = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}; \text{ при } p \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = \frac{2 \pm \sqrt{4-4p}}{p}, \text{ следовательно } 0 \leq p \leq 4;$$

$$\text{в) } x^2 - 4px + 4p^2 - 1 = 0, \quad b = -4p, \quad k = \frac{b}{2} = -2p, \quad c = 4p^2 - 1, \\ x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 2p \pm \sqrt{-2p^2 - (4p^2 - 1)} = 2p \pm 1;$$

$$\text{г) } px^2 - 12x + 4 = 0: \text{ при } p = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}; \text{ при } p \neq 0 \Rightarrow \\ x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-4p}}{p} = \frac{6 \pm 2\sqrt{9-p}}{p}, \text{ следовательно } 0 \leq p \leq 9.$$

$$\boxed{28.23.} \quad \text{а) } (p-4)x^2 + (2p-4)x + p = 0: \text{ при } p = 4 \Rightarrow x = -1; \\ \text{при } p \neq 4 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2-p \pm \sqrt{(p-2)^2 - (p-4)p}}{(p-4)} = \frac{2-p \pm 2}{p-4} \Rightarrow x_1 = \\ = -1, \quad x_2 = \frac{p}{4-p};$$

б)  $px^2 + 2 \cdot (p+1)x = p = 3$ : при  $p = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ ; при  $p \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(p+1) \pm \sqrt{(p+1)^2 - p(p+3)}}{p} = \frac{-(p+1) \pm \sqrt{1-p}}{p}$ , следовательно при  $p > 1$  корней нет.

**28.24.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x+12)$  км/ч — новая скорость.  $2x$  км — проехал мотоциклист за 2 ч.  $(120 - 2x)$  км — осталось проехать.  $\frac{120-2x}{x}$  и  $\frac{120-2x}{x+12}$  ч — плановое и действительное время движения на оставшейся части. Так как в действительности мотоциклист ехал на 6 мин. меньше, получаем  $\frac{120-2x}{x+12} + \frac{1}{10} = \frac{120-2x}{x}$ . 2 этап:  $\frac{120-2x}{x+12} + \frac{1}{10} - \frac{120-2x}{x} = 0 \Rightarrow 1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 10 \cdot (x+12)(120 - 2x) = 0 \Rightarrow 1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 20x^2 - 960x - 14400 = 0 \Rightarrow x^2 + 25x - 14400 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -126 \pm 174 \Rightarrow x_1 = 48, x_2 = -300$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, значит, новая скорость равна  $48 + 12 = 60$  км/ч. Ответ: 60 км/ч.

**28.25.** 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — первоначальная скорость. Тогда:  $(x+4)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{40}{x}$  ч — время движения от города до фермы.  $2x$  км — проехали за 2 ч при движении обратно.  $(40 - 2x)$  км — осталось проехать до города.  $\frac{40-2x}{x+4}$  ч — проехал оставшуюся часть. Так как на обратном пути велосипедист останавливался на 20 мин., получаем  $\frac{40}{x} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{40-2x}{x+4}$ . 2 этап:  $\frac{40-2x}{x+4} - \frac{40}{x} + \frac{7}{3} = 0 \Rightarrow 120x - 6x^2 - 120x - 480 + 7x^2 + 28 = 0 \Rightarrow x^2 + 28x - 480 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -14 \pm \sqrt{196 + 480} = -14 \pm 26, x_1 = 12, x_2 = -40$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, значит новая скорость равна  $12 + 4 = 16$  км/ч. Ответ: 16 км/ч.

**28.26.** 1 этап. Пусть  $x\%$  — процентное увеличение изделий. Тогда после первого увеличения завод выпустил  $800 + 800 \frac{x}{100} = 800 + 8x$  — изделий. После второго увеличения  $(800 + 8x) \frac{x}{100} + 800 + 8x$  — изделий. Это составило 1152 изделия. 2 этап:  $(800 + 8x) \frac{x}{100} + 8x - 352 = 0 \Rightarrow 800x + 8x^2 + 800x - 35200 = 0 \Rightarrow x^2 + 200x - 4400 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120 \Rightarrow x_1 = 20, x_2 = -220$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение 20%. Ответ: 20%.

**28.27.** 1 этап: Пусть  $x\%$  — процентное увеличение числа принятых студентов. Тогда через 1 год было принято  $2000 + 2000 \frac{x}{100} = 2000 + 20x$  студентов, а еще через год  $(2000 + 20x) \frac{x}{100} + 2000 + 20x$  студентов, что составило 2880 человек. 2 этап:  $(2000 + 20x) \frac{x}{100} + 20x - 880 = 0 \Rightarrow 200x + 2x^2 + 200x - 8800 = 0 \Rightarrow x^2 + 200x - 4400 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120 \Rightarrow x_1 = 20, x_2 = -220$ . 3 этап. Очевидно, что подходит только первое значение 20%. Ответ: 20%.

**28.28.** 1 этап: Пусть  $x$  — плановый срок выполнения работы в день.  $y \text{ м}^3$  — плановая производительность в день. Тогда:  $xy \text{ м}^3$  — вся работа, то есть  $2800 \text{ м}^3$  воды. Получаем  $xy = 2800 \cdot (y - 20) \text{ м}^3$  — действительная производительность в день.  $(x + 1)$  дней — время работы.  $(x + 1)(y - 20) \text{ м}^3$  — объем работы, выполненный за это время. Так как в действительности не выкачали еще  $100 \text{ м}^3$ , получаем  $(x + 1)(y - 20) = 2800 - 100$ . 2 этап:  $\begin{cases} xy = 2800 \\ (x + 1)(y - 20) = 2700 \end{cases} \Rightarrow xy + y - 2x - 2 = 2700 \Rightarrow 2800 + y - 20x - 2 = 2700 \Rightarrow y - 20x = -80 \Rightarrow y = 20x - 80 \Rightarrow x(20x - 80) = 2800 \Rightarrow x(x - 4) = 140 \Rightarrow x^2 - 4x - 140 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 140} = 2 \pm 12 \Rightarrow x_1 = 14, x_2 = -10, y_1 = 2014 - 80 = 200, y_2 = -20 \cdot 10 - 80 = -280$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первая пара  $(xy)$ . То есть 14 дней — плановый срок выполнения всей работы. Ответ: 14 дней.

## §29. Теорема Виета

**29.1.** а)  $x^2 - 6x + 11 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6, x_1 \cdot x_2 = 11$ ; б)  $x^2 + 6x - 11 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -6, x_1 \cdot x_2 = -11$  — у этого; в)  $x^2 - 11x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 11, x_1 \cdot x_2 = -6$ ; г)  $x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -11, x_1 \cdot x_2 = -6$ .

**29.2.** а)  $x^2 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -2, x_1 \cdot x_2 = -5$ ; б)  $x^2 - 15x + 16 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 15, x_1 \cdot x_2 = 16$ ; в)  $x^2 - 19x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 19, x_1 \cdot x_2 = 1$ ; г)  $x^2 + 8x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -8, x_1 \cdot x_2 = 10$ .

**29.3.** а)  $2x^2 + 9x - 10 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{9}{2} = -4,5$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{10}{2} = -5$ ; б)  $5x^2 + 12x + 7 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 =$   
 $= -\frac{12}{5}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{5}$ ; в)  $19x^2 - 23x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{23}{19}$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{19}$ ; г)  $3x^2 + 113x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{113}{3}$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3}$ .

**29.4.** а)  $x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -6$ ; б)  $2x^2 +$   
 $+ 3x = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 0$ ; в)  $x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x_1 +$   
 $+ x_2 = -5$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 0$ ; г)  $7x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{7}$ .

**29.5.** а)  $0,2x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{4}{0,2} = 20$ ,  $x_1 \cdot x_2 =$   
 $= -\frac{1}{0,2} = -5$ ; б)  $\sqrt{3}x^2 - 12x - 7\sqrt{3} = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{12}{\sqrt{3}}$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -7$ ; в)  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \sqrt{5}$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = 1$ ; г)  $\frac{2}{3}x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{2 \cdot 3}{2} = -3$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = -1,5$ .

**29.6.** а)  $x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -3$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 2 \Rightarrow x_1 =$   
 $= -1$ ,  $x_2 = -2$ ; б)  $x^2 - 15x + 14 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 15$ ,  $x_1 \times$   
 $\times x_2 = 14 \Rightarrow x_1 = 1$ ,  $x_2 = 14$ ; в)  $x^2 + 8x + 7 = 0$ ,  $x_1 = -1$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = 7$ ,  $x_2 = -7$ ; г)  $x^2 - 19x + 18 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  
 $x_1 \cdot x_2 = 18$ ,  $x_2 = 18$ .

**29.7.** а)  $x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -4$ ,  $x_2 = -4$ ;  
б)  $x^2 - 12x - 11 = 0 \Rightarrow x_1 = -1$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -11$ ,  $x_2 = 11$ ;  
в)  $x^2 - 9x - 10 = 0 \Rightarrow x_1 = -1$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -10$ ,  $x_2 = 10$ ;  
г)  $x^2 + 8x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -9$ ,  $x_2 = -9$ .

**29.8.** а)  $x^2 + 9x + 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -9 \\ x_1 \cdot x_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow x_1 = -4,$   
 $x_2 = -5$ ;

б)  $x^2 - 15x + 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 15 \\ x_1 \cdot x_2 = 36 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 12,$   
 $x_2 = 3$ ;

в)  $x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = -14 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 =$   
 $= -7$ ;

г)  $x^2 - 7x - 30 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = 30 \end{cases} \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 10$ ;

**29.9.** а)  $x_1 = 4, x_2 = 2, -p = x_1 + x_2 = 4 + 2 = 6, p = -6,$   
 $q = x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot 2 = 8 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$ ; б)  $x_1 = 3, x_2 = -5,$

$-p = 3 - 5 = 2, p = 2, q = x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot (-5) = -15 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$ ; в)  $x_1 = -8, x_2 = 1, -p = -8 + 1 = -7, p = 7, q = x_1 \cdot x_2 = -8 \cdot 1 = -8 \Rightarrow x^2 + 7x - 8 = 0$ ; г)  $x_1 = -6, x_2 = -2, -p = -6 - 2 = -8, p = 8, q = x_1 \cdot x_2 = -6 \cdot (-2) = 12 \Rightarrow x^2 + 8x + 12 = 0$ .

### 29.10

а)  $x_1 = 2,5, x_2 = 2, -p = 2,5 - 2 = -0,5, p = -0,5, q = 2,5 \times (-2) = -5 \Rightarrow x^2 - 0,5x - 5 = 0$ ; б)  $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}, -p = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{5}{6}, p = \frac{5}{6}, q = -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{6}x - 1 = 0$ ; в)  $x_1 = -2,4, x_2 = -1,5, -p = -2,4 - 1,5 = -3,9, p = 3,9, q = 2,4 \cdot 1,5 = 3,6 \Rightarrow x^2 + 3,9x + 3,6 = 0$ ; г)  $x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}, -p = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} = \frac{16}{15}, p = \frac{16}{15}, q = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = -1 \Rightarrow x^2 - \frac{16}{15}x - 1 = 0$ .

**29.11.**  $x^2 + bx - 8 = 0 \Rightarrow D = b^2 + 4 \cdot 8 = b^2 + 32 > 0$  для любого  $b$  и так как  $x_1 + x_2 = -b$ , то а) нет, так как  $D > 0$ ; б) нет, так как  $x_1 \cdot x_2 = -8$ ; в) да, так как  $x_1 \cdot x_2 = -8$ ; г) нет, так как  $x_1 \cdot x_2 = -8$ .

**29.12.**  $ax^2 + bx + c = 0$ : а)  $a = 2, x_1 = 3, x_2 = -0,5 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 0,5 = -\frac{b}{2} \\ 3 \cdot (-0,5) = \frac{c}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,5 = \frac{b}{2} \\ -\frac{3}{2} = \frac{c}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -5 \\ c = -3 \end{cases}$

б)  $b = -1, x_1 = 3, x_2 = -4 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 4 = \frac{1}{a} \\ 3 \cdot (-4) = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} -1 = \frac{1}{a} \\ -12 = \frac{c}{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 12 \end{cases}$

в)  $c = 4, x_1 = -2, x_2 = -0,25 \Rightarrow \begin{cases} -2 - 0,25 = -\frac{b}{a} \\ -2 \cdot (-0,25) = \frac{4}{a} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} -2,25 = -\frac{b}{a} \\ 0,5 = \frac{4}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 18 \\ a = 8 \end{cases}$

г)  $b = 6, x_1 = 3, x_2 = -4 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 4 = -\frac{6}{a} \\ 3 \cdot (-4) = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} -1 = -\frac{6}{a} \\ -12 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ c = -72 \end{cases}$

**29.13.**  $x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0, x_1 + x_2 = -p^2 - 4p + 5 = 0 \Rightarrow p^2 + 4p - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \times 5 = 36 \Rightarrow p_1 = \frac{-4+6}{2} = 1, p_2 = \frac{-4-6}{2} = -5$ .

$$\boxed{29.14.} \quad +3x + (p^2 - 7p + 12) = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 0, \quad x_1 \cdot x_2 = p^2 - 7p + 12 = 0 \Rightarrow p^2 - 7p + 12 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 12 = 1 \Rightarrow p_1 = \frac{7+1}{2} = 4, \quad p_2 = \frac{7-1}{2} = 3.$$

$$\boxed{29.15.} \quad \text{a) } x^2 - 12x + 24 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{36 - 24} = 6 \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow x^2 - 12x + 24 = (x - 6 - 2\sqrt{3})(x - 6 + 2\sqrt{3});$$

$$\text{б) } x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 15} = 1 \pm 4 \Rightarrow x_1 = -3, \quad x_2 = 5, \quad -x^2 + 15 = (x + 3)(x - 5);$$

$$\text{в) } x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{-7 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = -4, \quad x_2 = -3 \Rightarrow x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3);$$

$$\text{г) } x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 10}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = -5, \quad x_2 = 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2).$$

$$\boxed{29.16.} \quad \text{a) } -x^2 + 16x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 16x + 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_1 \cdot x_2 = 15 \Rightarrow x_2 = 15 \Rightarrow -x^2 + 16x - 15 = -(x - 1)(x - 15) = (1 - x)(x - 15);$$

$$\text{б) } -x^2 - 8x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 8x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 \cdot x_1 = -9 \Rightarrow x_2 = -9 \Rightarrow -x^2 - 8x + 9 = -(x - 1)(x + 9) = (1 - x)(x + 9);$$

$$\text{в) } -x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 5, \quad x_1 \times x_2 = 6 \Rightarrow x_1 = 2, \quad x_2 = 3 \Rightarrow -x^2 + 5x - 6 = -(x - 2)(x - 3) = (2 - x)(3 + x);$$

$$\text{г) } -x^2 + 7x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 7, \quad x_1 \times x_2 = -8 \Rightarrow x_1 = 8, \quad x_2 = -1 \Rightarrow -x^2 + 7x + 8 = -(x - 8)(x + 1) = (8 - x)(x + 1).$$

$$\boxed{29.17.} \quad \text{a) } 3x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+7}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{-5-7}{6} = -2 \Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 3 \cdot (x - \frac{1}{3})(x + 2) = (3x - 1)(x + 2);$$

$$\text{б) } 6x^2 + 5x - 1 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 6 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+7}{12} = \frac{1}{6}, \quad x_2 = \frac{-5-7}{12} = -1 \Rightarrow 6x^2 + 5x - 1 = 6 \cdot (x + 1)(x - \frac{1}{6}) = (x + 1)(6x - 1);$$

$$\text{в) } 5x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 5 = 24 \Rightarrow x_1 = \frac{-2+8}{10} = \frac{3}{5}, \quad x_2 = \frac{-2-8}{10} = -1 \Rightarrow 5x^2 + 2x - 3 = 5 \cdot (x - \frac{3}{5})(x + 1) = (5x - 3)(x + 1);$$

$$\text{г) } 15x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow D = 64 - 60 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{8+2}{30} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{8-2}{30} = \frac{1}{5} \Rightarrow 15 - 8x + 1 = 15 \cdot (x - \frac{1}{3}) \cdot (x - \frac{1}{5}) = (3x - 1)(5x - 1).$$

$$\boxed{29.18.} \quad a) -3x^2 - 8x + 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0 \Rightarrow D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 \Rightarrow x_1 = \frac{-8+10}{6} = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{-8-10}{6} = -3 \Rightarrow -3x^2 - 8x + 3 = -3 \cdot (x - \frac{1}{3})(x + 3) = -(3x - 1)(x + 3) = (1 - 3x)(x + 3);$$

$$6) -5x^2 + 6x - 1 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \times 5 = 16 \Rightarrow x_1 = \frac{6+4}{10} = 1, x_2 = \frac{6-4}{10} = \frac{1}{5}, -5x^2 + 6x - 1 = -5 \cdot (x - 1)(x - \frac{1}{5}) = (x - 1)(1 - 5x);$$

$$B) -2x^2 + 9x - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \times 2 \cdot 4 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{9+7}{4} = 4, x_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow -2x^2 + 9x - 4 = -2 \cdot (x - 4)(x - \frac{1}{2}) = (x - 4)(1 - 2x);$$

$$r) -4x^2 - 3x + 85 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 85 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \times 4 \cdot 85 = 1369 = 37^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-3+37}{8} = \frac{17}{4}, x_2 = \frac{-3-37}{8} = -5 \Rightarrow -4x^2 - 3x + 85 = -4 \cdot (x - \frac{17}{4})(x + 5) = (17 - 4x)(x + 5).$$

$$\boxed{29.19.} \quad a) \frac{x+4}{x^2+7x+12} = \frac{x+4}{(x+4)(x+3)} = \frac{1}{x+3};$$

$$6) \frac{3x^2-10x+3}{x^2-3x} = \frac{3 \cdot (x-3)(x-\frac{1}{3})}{x(x-3)} = \frac{3x-1}{x};$$

$$B) \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \frac{x+1}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+3};$$

$$r) \frac{5x^2+x-4}{x^2+x} = \frac{5 \cdot (x-\frac{4}{5})(x+1)}{x(x+1)} = \frac{5x-4}{x}.$$

$$\boxed{29.20.} \quad a) \frac{2x^2+9x+7}{x^2-1} = \frac{2 \cdot (x+1)(x+\frac{7}{2})}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x+7}{x-1};$$

$$6) \frac{9x^2-1}{3x^2-8x-3} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{3 \cdot (x-3)(x+\frac{1}{3})} = \frac{3x-1}{x-3}$$

$$B) \frac{2x^2+7x-4}{x^2-16} = \frac{2 \cdot (x-\frac{1}{2})(x+4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x-1}{x-4};$$

$$r) \frac{4x^2-1}{2x^2-9x-5} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2 \cdot (x+\frac{1}{2})(x-5)} = \frac{2x-1}{x-5}.$$

$$\boxed{29.21.} \quad a) \frac{x^2-8x+15}{x^2+7x-30} = \frac{(x-5)(x-3)}{(x-3)(x+10)} = \frac{x-5}{x+10};$$

$$6) \frac{6x^2+7x-3}{2-x-15x^2} = \frac{6 \cdot (x-\frac{1}{3})(x+\frac{3}{2})}{-15 \cdot (x-\frac{1}{3})(x+\frac{2}{5})} = \frac{2 \cdot (x+\frac{3}{2})}{-5 \cdot (x+\frac{2}{5})};$$

$$B) \frac{6x^2-19x+13}{2x^2+7x-9} = \frac{6 \cdot (x-\frac{13}{6})(x-1)}{2 \cdot (x-1)(x+\frac{9}{2})} = \frac{3x-6,5}{x+4,5};$$

$$r) \frac{21x^2+x-2}{2+5x-3x^2} = \frac{21 \cdot (x-\frac{6}{21})(x+\frac{1}{3})}{-3 \cdot (x+\frac{1}{3})(x-2)} = \frac{21x-6}{6-3x} = \frac{7x-2}{2-x}.$$

$$\boxed{29.22.} \quad a) \left( \frac{1}{x+2} + \frac{5}{x^2-x-6} + \frac{2x}{x-3} \right) \cdot \frac{x}{b+1} =$$

$$= \left( \frac{1}{x+2} + \frac{5}{(x+2)(x-3)} + \frac{2x}{x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} = \frac{x-3+5+2x^2+4x}{(x+2)(x-3)} \times$$

$$\times \frac{x}{2x+1} = \frac{2x^2+5x+2}{(x+2)(x-3)} \cdot \frac{x}{2x+1} = \frac{(2x+1)(x+2) \cdot x}{(x+2)(x-3)(2x+1)} = \frac{x}{x-3};$$

$$D_1 = 1 + 4 \cdot 6 = 25, \quad x_1 = \frac{1+5}{2} = 3, \quad x_2 = -2;$$

$$D_2 = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9, \quad x_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = -2;$$

$$6) \quad \left( \frac{2}{x+1} + \frac{10}{x^2-3x-4} + \frac{3x}{x-4} \right) : \frac{3x+2}{3} =$$

$$= \left( \frac{2}{x+1} + \frac{10}{(x-4)(x+1)} + \frac{3x}{x-4} \right) \cdot \frac{3}{3x+2} = \frac{2x-8+10+3x^2+3x}{(x-4)(x+1)} \times$$

$$\times \frac{3}{3x+2} = \frac{3x^2+5x+2}{(x-4)(x+1)} \cdot \frac{3}{3x+2} = \frac{(3x+2)(x+1) \cdot 3}{(x-4)(x+1)(3x+2)} = \frac{3}{x-4};$$

$$D_2 = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1, \quad x_1 = \frac{-5+1}{6} = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = -1 \cdot 8*$$

$$\textbf{29.23.} \quad a) \quad \frac{x^2+1}{x^2-4x+3} + \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2+1}{(x-1)(x-3)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-3} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{x^2+1+2x-6-3x+3}{(x-1)(x-3)} = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 +$$

$$+ 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{1+3}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{1-3}{2} = -1;$$

$$6) \quad \frac{18}{x-8} = \frac{x^2-7}{x^2-7x-8} - \frac{6}{x+1} \Rightarrow \frac{18}{x-8} - \frac{x^2-7}{(x+1)(x-8)} + \frac{6}{x+1} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{18x+18-x^2+7+6x-48}{(x+1)(x-8)} = 0 \Rightarrow x^2 - 24x + 23 = 0, \quad x_1 = 12 +$$

$$+ 11 = 23, \quad x_2 = 12 - 11 = 1.$$

$$\textbf{29.24.} \quad a) \quad \frac{x^2+14}{x^2-x-2} + \frac{10}{x+1} = \frac{3x}{x-2}, \quad \frac{x^2+14}{(x+1)(x-2)} + \frac{103x}{x+1x-2} = 0,$$

$$\frac{x^2+14+10x-20-3x^2-3x}{x^2-x-2} = 0, \quad 2x^2 - 7x + 6 = 0, \quad D = 49 - 4 \cdot 2 \times$$

$$\times 6 = 1 \Rightarrow x_1 = 2, \quad x_2 = \frac{3}{2};$$

$$6) \quad \frac{6}{4-x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x^2-10}{x^2-2x-8} \Rightarrow \frac{x^2-10}{(x-4)(x+2)} + \frac{3x}{x+2} + \frac{6}{x-4} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2-10+3x^2-12x+6x+12}{(x-4)(x+2)} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 6x + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x +$$

$$+ 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\textbf{29.25.} \quad a) \quad \frac{x^2-5}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+3}{x-1} + \frac{2x+2}{x-2}, \quad x \neq 1; x \neq 2 \Rightarrow x^2 -$$

$$- 5 - (x+3)(x-2) - (2x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 =$$

$$= 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25; \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

$$6) \quad \frac{2x^2+9x}{(x-3)(x+2)} + \frac{3x+2}{x+2} = \frac{2x+3}{x-3}, \quad x \neq -2, x \neq 3 \Rightarrow 2x^2 + 9x -$$

$$- (x-3)(3x+2) - (2x+3)(x+2) = 0 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 3x^2 + 7x +$$

$$+ 6 - 7x - 6 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0.$$

$$\textbf{29.26.} \quad a) \quad x^2 - 88x + 780 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 88, \quad x_1 \times$$

$$\times x_2 = 780 \Rightarrow x_1 = 78, \quad x_2 = 10; \quad 6) \quad x^2 - 26x + 120 =$$

$$= 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 26, \quad x_1 \cdot x_2 = 120 \Rightarrow x_1 = 20, \quad x_2 = 6;$$

$$b) \quad x^2 - 26x + 105 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 26, \quad x_1 \cdot x_2 = 105 \Rightarrow x_1 =$$

$$= 21, \quad x_2 = 5; \quad r) \quad x^2 + 35x - 114 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -35,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -114 \Rightarrow x_1 = -38, \quad x_2 = 3.$$

$$\textbf{29.27.} \quad ax^2 + bx + c = 0. \quad \text{Если } x = 1, \text{ то } a \cdot 1^2 + b \cdot 1 +$$

$$+ c = a + b + c = 0, \text{ то есть } x = 1 - \text{корень уравнения}$$

$$ax^2 + bx + c = 0.$$



**29.28.**  $1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_2 = \frac{c}{a}$ : а)  $13x^2 + 18x - 31 = 0$ , так как  $13 + 18 - 31 = 0$ , то  $x_1 = 1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = -\frac{31}{13}$ ; б)  $5x^2 - 27x + 22 = 0$ , так как  $5 - 27 + 22 = 0$ , то  $x_1 = 1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = \frac{22}{5}$ ; в)  $6x^2 - 26x + 20 = 0$ , так как  $6 - 26 + 20 = 0$ , то  $x_1 = 1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$ ; г)  $3x^2 + 35x - 38 = 0$ , так как  $3 + 35 - 38 = 0$ , то  $x_1 = 1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = -\frac{38}{3}$ .

**29.29.**  $ax^2 + bx + c = 0$ . Если  $x = -1$ , то  $a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = a - b + c = 0$ , то есть  $x = -1$  — корень уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ .

**29.30.**  $(-1) \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_2 = -\frac{c}{a}$ : а)  $3x^2 + 18x + 15 = 0$ , так как  $3 - 18 + 15 = 0$ , то  $x_1 = -1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = -\frac{15}{3} = -5$ ; б)  $11x^2 + 17x + 6 = 0$ , так как  $11 - 17 + 6 = 0$ , то  $x_1 = -1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = -\frac{6}{11}$ ; в)  $67x^2 - 105x - 172 = 0$ , так как  $67 + 105 - 172 = 0$ , то  $x_1 = -1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = \frac{172}{67}$ ; г)  $14x^2 - 37x - 51 = 0$ , так как  $14 + 37 - 51 = 0$ , то  $x_1 = -1$  — корень уравнения,  $\Rightarrow x_2 = \frac{51}{14}$ .

**29.31.** а)  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2} \Rightarrow -p = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow p = 0, q = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = -2 \Rightarrow x^2 - 2 = 0$ ; б)  $x_1 = 3\sqrt{5}, x_2 = -3\sqrt{5} \Rightarrow -p = 3\sqrt{5} + (-3\sqrt{5}) = 0 \Rightarrow p = 0, q = 3\sqrt{5} \cdot (-3\sqrt{5}) = -45 \Rightarrow x^2 - 45 = 0$ ; в)  $x_1 = \sqrt{7}, x_2 = -\sqrt{7}, -p = \sqrt{7} + (-\sqrt{7}) = 0 \Rightarrow p = 0, q = \sqrt{7} \cdot (-\sqrt{7}) = -7 \Rightarrow x^2 - 7 = 0$ ; г)  $x_1 = 9\sqrt{2}, x_2 = -9\sqrt{2} \Rightarrow -p = 9\sqrt{2} + (-9\sqrt{2}) = 0, q = 9\sqrt{2} \cdot (-9\sqrt{2}) = -162 \Rightarrow x^2 - 162 = 0$ .

**29.32.** а)  $x_1 = 3 + \sqrt{2}, x_2 = 3 - \sqrt{2} \Rightarrow -p = 3 + \sqrt{2} + (3 - \sqrt{2}) = 6 \Rightarrow p = -6, q = (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7 \Rightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$ ;

б)  $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow -p = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1 \Rightarrow p = -1, q = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1-5}{4} = -1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$

в)  $x_1 = 2 + \sqrt{5}, x_2 = 2 - \sqrt{5} \Rightarrow -p = 2 + \sqrt{5} + (2 - \sqrt{5}) = 4 \Rightarrow p = -4, q = (2 + \sqrt{5}) \cdot (2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$ ;

$$\begin{aligned} \text{г) } x_1 &= \frac{-4-\sqrt{3}}{7}, x_2 = \frac{-4+\sqrt{3}}{7} \Rightarrow -p = \frac{-4-\sqrt{3}+(-4+\sqrt{3})}{7} = \\ &= -\frac{8}{7} \Rightarrow p = \frac{8}{7}, q = \frac{-4-\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{-4+\sqrt{3}}{7} = \frac{16-3}{49} = \frac{13}{49} \Rightarrow x^2 + \\ &+ \frac{8}{7}x + \frac{13}{49} = 0. \end{aligned}$$

$$\text{29.33. а) } x+6\sqrt{x}+8 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2+6y+8=0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = -4 \Rightarrow x+6\sqrt{x}+8 = y^2+6y+8 = (y+2)(y+4) = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+4);$$

$$\text{б) } x-7\sqrt{x}-18 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2-7y-18=0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = 9 \Rightarrow x-7\sqrt{x}-18 = y^2-7y-18 = (y+2)(y-9) = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-9);$$

$$\text{в) } x-12\sqrt{x}+35 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2-12y+35=0 \Rightarrow y_1 = 5, y_2 = 7 \Rightarrow x-12\sqrt{x}+35 = y^2-12y+35 = (y-5)(y-7) = (\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-7);$$

$$\text{г) } x+3\sqrt{x}-40 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2+3y-40=0 \Rightarrow y_1 = -8, y_2 = 5 \Rightarrow x+3\sqrt{x}-40 = y^2+3y-40 = (y+8)(y-5) = (\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-5).$$

$$\text{29.34. а) } 7x+23\sqrt{x}+16 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow 7y^2+23y+16=0 \Rightarrow y_1 = -1, y_2 = -\frac{16}{7} \Rightarrow 7x+23\sqrt{x}+16 = 7y^2+23y+16 = 7 \cdot (y+1) \left(y + \frac{16}{7}\right) = (\sqrt{x}+1)(7\sqrt{x}+16);$$

$$\text{б) } 3x^3-10x\sqrt{x}+3 \Rightarrow |y = x\sqrt{x}| \Rightarrow 3y^2-10y+3=0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x^3-10x\sqrt{x}+3 = 3y^2-10y+3 = 3 \cdot (y-3) \left(y - \frac{1}{3}\right) = (x\sqrt{x}-3)(3x\sqrt{x}-1);$$

$$\text{в) } 9x+4\sqrt{x}-5 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow 9y^2+4y-5=0 \Rightarrow y_1 = -1, y_2 = \frac{5}{9} \Rightarrow 9x+4\sqrt{x}-5 = 9y^2+4y-5 = 9 \cdot (y+1) \left(y - \frac{5}{9}\right) = (\sqrt{x}+1)(9\sqrt{x}-5);$$

$$\text{г) } 2x^3-5x\sqrt{x}+2 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow 2y^2-5y+2=0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^3-5x\sqrt{x}+2 = 2y^2-5y+2 = 2 \cdot (y-2) \left(y - \frac{1}{2}\right) = (x\sqrt{x}-2)(2x\sqrt{x}-1).$$

$$\text{29.35. а) } x^4-13x^2+36 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow y^2-13y+36=0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 9 \Rightarrow x^4-13x^2+36 = y^2-13y+36 = y^2-13y+36 = (y-4)(y-9) = (x^2-4)(x^2-9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3);$$

$$\text{б) } -2x^6+9x^3-4 \Rightarrow |y = x^3| \Rightarrow -2y^2+9y-4=0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow -2x^6+9x^3-4 = -2y^2+9y-4 = -2 \cdot (y-4) \left(y - \frac{1}{2}\right) = (4-y)(2y-1) = (4-x^3)(2x^3-1);$$

$$\text{в) } -x^4+20x^2-64 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow y^2+20y-64=0 \Rightarrow y_1 = 16, y_2 = 4 \Rightarrow -x^4+20x^2-64 = -y^2+20y-64 = -(y-16)(y-4) = (16-x^2)(x^2-4) = (4-x)(4+x)(x-2)(x+2);$$

$$\text{r)} 15x^6 - 8x^3 + 1 \Rightarrow |y = x^3| \Rightarrow 15y^2 - 8y + 1 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{3}, \\ y_2 = \frac{1}{5} \Rightarrow 15x^6 - 8x^3 + 1 = 15y^2 - 8y + 1 = 15 \cdot (y - \frac{1}{3}) \times \\ \times (y - \frac{1}{5}) = (3y - 1)(5y - 1) = (3x^3 - 1)(5x^3 - 1).$$

$$\text{29.36. a)} x^2 - 12x + 24 = 0 \Rightarrow D = 12^2 - 4 \cdot 24 = 48 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = \frac{12 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow x^2 - 12x + 24 = (x - (6 - 2\sqrt{3})) \times \\ \times (x - (6 + 2\sqrt{3})).$$

$$\text{б)} 4x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow D = 4^2 - 4 \cdot (-4) = 32 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2} \Rightarrow 4x^2 - 4x - 1 = 4 \cdot (x - \frac{1+\sqrt{2}}{2}) \times \\ \times (x - \frac{1-\sqrt{2}}{2}) = (2x - 1 - \sqrt{2}) \cdot (2x - 1 + \sqrt{2});$$

$$\text{в)} x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow D = 6^2 - 4 = 32 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = \\ = 3 \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 6x + 1 = (x - 3 - 2\sqrt{2})(x - 3 + 2\sqrt{2});$$

$$\text{г)} 4x^2 - 12x + 7 \Rightarrow D = 12^2 = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 32 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = \frac{12 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2} \Rightarrow 4x^2 - 12x + 7 = 4 \cdot (x - \frac{3+\sqrt{2}}{2}) \times \\ \times (x - \frac{3-\sqrt{2}}{2}) = (2x - 3 + \sqrt{2}) \cdot (2x - 3 - \sqrt{2}).$$

$$\text{29.37. a)} \frac{x-5\sqrt{x}-14}{x-2\sqrt{x}-8} = |y = \sqrt{x}| = \frac{y^2-5y-14}{y^2-2y-8} = \frac{(y-7)(y+2)}{(y-4)(y+2)} = \\ = \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}-4}.$$

$$\text{б)} \frac{x^4-10x^2+9}{x^2-2x-3} = \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{x^2-2x-3} = \frac{(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+1)} = (x - \\ - 1)(x + 3);$$

$$\text{в)} \frac{2x+11\sqrt{x}-6}{x+3\sqrt{x}-18} = |y = \sqrt{x}| = \frac{2y^2+11y-6}{y^2+3y-18} = \frac{2(y-\frac{1}{2})(y+6)}{(y+6)(y-3)} = \\ = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3};$$

$$\text{г)} \frac{x^3-4x}{x^4-3x^2-4} = \frac{x(x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{x}{x^2+1}.$$

$$\text{29.38. a)} \frac{x^3+5x^2-4x-20}{x^2+3x-10} = \frac{x^2 \cdot (x+5) - 4 \cdot (x+5)}{(x+5)(x-2)} = \\ = \frac{(x+5)(x-2)(x+2)}{(x+5)(x-2)} = x + 2;$$

$$\text{б)} \frac{x^3-2x^2-16x+32}{x^2-6x+8} = \frac{x^2 \cdot (x-2) - 16 \cdot (x-2)}{(x-4)(x-2)} = \frac{(x-2)(x-4)(x+4)}{(x-2)(x-4)} = x + \\ + 4;$$

$$\text{в)} \frac{x^3+x^2-4x-4}{x^2+3x+2} = \frac{x^2 \cdot (x+1) - 4 \cdot (x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-2)(x+2)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = x - 2;$$

$$\text{г)} \frac{x^3-3x^2-x+3}{x^2-2x-3} = \frac{x^2 \cdot (x-3) - (x-3)}{(x-3)(x+1)} = \frac{(x-1)(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+1)} = x - 1.$$

$$\text{29.39. a)} x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 \cdot x_2 = (x_1 + \\ + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9^2 - 2 \cdot (-17) = 81 + 34 = 115;$$

$$6) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -17 \cdot 9 = -153.$$

$$\boxed{29.40.} \text{ а) } x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{8}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{64}{9} + \frac{2}{9} = \frac{66}{9};$$

$$6) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{8}{9}.$$

$$\boxed{29.41.} \quad x^2 - (2p^2 - p - 6)x + (8p - 1) = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -5, \\ x_1 + x_2 = 2p^2 - p - 6 = -5, \quad 2p^2 - p - 1 = 0 \Rightarrow D_1 = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow p_1 = \frac{1+3}{4} = 1, \quad p_2 = -\frac{1}{2}.$$

При  $p = 1 \Rightarrow x^2 + 5x + 7 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 7 < 0$  — нет корней.

При  $p = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 6\right)x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 5 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 5 > 0$  — есть корни, следовательно подходит только  $p_2 = -\frac{1}{2}$ .

$$\boxed{29.42.} \quad x^2 - (p+1)x + (2p^2 - 9p - 12) = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -21, \\ x_1 \cdot x_2 = 2p^2 - 9p - 12 = -21 \Rightarrow 2p^2 - 9p + 9 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 9 \Rightarrow p_1 = \frac{9+3}{4} = 3, \quad p_2 = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2}.$$

При  $p = 3 \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 21 > 0$  — есть корни.

При  $p = \frac{3}{2} \Rightarrow x - 2,5x - 21 = 0 \Rightarrow D = 6,25 + 4 \cdot 21 > 0$  — есть корни, следовательно подходят оба значения.

$$\boxed{29.43.} \quad 2px^2 + (p^2 - 9)x - 5p + 2 = 0 \Rightarrow \frac{9-p^2}{2p} = x_1 + x_2 = \\ = x_1 - x_1 = 0 \Rightarrow 9 - p^2 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 3.$$

$$\text{При } p = 3 \Rightarrow 6x^2 - 13 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{13}{6}}.$$

$$\text{При } p = -3 \Rightarrow -6x^2 + 17 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{17}{6}}.$$

$$\boxed{29.44.} \quad 2px^2 + 5x + p + 1 = 0 \Rightarrow \frac{p+1}{2p} = x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot \frac{1}{x_1} = \\ = 1 \Rightarrow p + 1 = 2p \Rightarrow p = 1.$$

$$\text{При } p = 1 \Rightarrow p = 1 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-5-3}{4} = -2.$$

$$\boxed{29.45.} \quad x^2 + (3p - 5)x + (3p^2 - 11p - 6) = 0 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \\ = 65 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (3p - 5)^2 - 2 \cdot (3p^2 - 11p - 6) = 65 \Rightarrow 9p^2 - 30p + 25 - 6p^2 + 22p + 12 - 65 = \\ = 0 \Rightarrow 3p^2 - 8p - 28 = 0 \Rightarrow D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 28 = 400 \Rightarrow p_1 = \\ = \frac{8+20}{6} = \frac{14}{3}, \quad p_2 = \frac{8-20}{6} = -2.$$

$$\text{При } p = \frac{14}{3} \Rightarrow x^2 + 9x + 8 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-9+7}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{-9-7}{2} = -8.$$

$$\text{При } p = -2 \Rightarrow x^2 - 11x + 28 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 28 = 9 > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{11+3}{2} = 7, \quad x_2 = \frac{11-3}{2} = 4.$$

$$\boxed{29.46.} \quad 2x^2 - 15x + p = 0 \Rightarrow x_1 - x_2 = 2,5, x_1 + x_2 = \frac{15}{2}, x_1 \times x_2 = \frac{p}{2} \Rightarrow x_1 - x_2 = 2,5, x_1 = x_2 + \frac{5}{2}, \Rightarrow x_2 + \frac{5}{2} + x_2 = \frac{15}{2} \Rightarrow 2x_2 = 5 \Rightarrow x_2 = \frac{5}{2}, x_1 = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5, 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{p}{2} \Rightarrow p = 25.$$

При  $p = 25 \Rightarrow 2x^2 - 15x + 25 = 0 \Rightarrow D = 225 - 8 \cdot 25 > 0$  — корни есть, следовательно  $p = 25$  — подходит.

$$\boxed{29.47.} \quad 2x^2 - 14x + p = 0 \Rightarrow x_1 = 2,5x_2, x_1 + x_2 = 7 \Rightarrow x_1 = 2,5 \cdot (7 - x_1) \Rightarrow x_1 = 17,5 - 2,5x_1 \Rightarrow 3,5x_1 = 17,5 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 7 - 5 = 2, 5 \cdot 2 = x_1 \cdot x_2 = \frac{p}{2} \Rightarrow p = 20.$$

При  $p = 20 \Rightarrow 2x^2 - 14x + 20 = 0 \Rightarrow D = 196 - 4 \cdot 2 \cdot 20 > 0$  — корни есть, следовательно  $p = 20$  — подходит.

$$\boxed{29.48.} \quad \text{a)} \quad \frac{x+12}{-9x} : \left( \frac{x-3}{2x^2+5x-3} - \frac{9}{9-x^2} \right) = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} :$$

$$: \left( \frac{x-3}{(x+3)(2x-1)} + \frac{9}{(x-3)(x+3)} \right) = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} :$$

$$: \frac{x^2-6x+9+18x-9}{(x+3)(x-3)(2x-1)} = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)(2x-1)}{x(x+12)} = \frac{2x-1}{x^2},$$

$$\text{б)} \quad \left( \frac{3a-1}{a^2-4} - \frac{9a}{3a^2+5a-2} \right) \cdot \frac{15a^3-60a}{12a+1} =$$

$$= \left( \frac{3a-1}{(a-2)(a+2)} - \frac{9a}{(a+2)(3a-1)} \right) \cdot \frac{15a(a^2-4)}{12a+1} = \frac{9a^2-6a+1-9a^2+18a}{(a-2)(a+2)(3a-1)} \times$$

$$\times \frac{15a(a-2)(a+2)}{12a+1} = \frac{15a}{3a-1}.$$

$$\boxed{29.49.} \quad \text{a)} \quad \left( \frac{4}{5a^2+a-4} - \frac{a+1}{9 \cdot (5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7} =$$

$$= \left( \frac{4}{(a+1)(5a-4)} - \frac{a+1}{9 \cdot (5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7} = \frac{36-a^2-2a-1}{9 \cdot (5a-4)(a+1)} \times$$

$$\times \frac{3 \cdot (5a-4)}{a+7} = -\frac{a^2+2a-35}{3 \cdot (a+1)(a+7)} = \frac{(a-5)(a+7)}{3 \cdot (a+1)(a+7)} = \frac{5-a}{3 \cdot (a+1)};$$

$$\text{б)} \quad \frac{5 \cdot (a+4)}{a-1} : \left( \frac{9 \cdot (a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{3a^2+a-4} \right) = \frac{5 \cdot (a+4)}{a-1} :$$

$$: \left( \frac{9 \cdot (a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{(a-1)(3a+4)} \right) = \frac{5 \cdot (a+4)}{a-1} \cdot \frac{(a-1)(3a+4)}{9 \cdot (a-1)^2 - (2a-7)^2} =$$

$$= \frac{5 \cdot (a+4)(3a+4)}{(3a-3-2a+7)(3a-3+2a-7)} = \frac{5 \cdot (3a+4)}{5a-10} = \frac{3a+4}{a-2}.$$

$$\boxed{29.50.} \quad \text{a)} \quad \left( \frac{2x}{x+2} + \frac{4}{x^2+5x+6} - \frac{3}{x+3} \right) : \frac{2x-1}{3} + \frac{x}{3+x} =$$

$$= \frac{2x(x+3)+4-3 \cdot (x+2)}{(x+2)(x+3)} \cdot \frac{3}{2x-1} + \frac{x}{x+3} = \frac{2x^2+3x-2}{(x+2)(x+3)} \cdot \frac{3}{2x-1} + \frac{x}{x+3} =$$

$$= \frac{(2x-1)(x+2)}{(x+2)(x+3)} \cdot \frac{3}{2x-1} + \frac{x}{x+3} = \frac{x+3}{x+3} = 1.$$

$$\text{б)} \quad \left( \frac{2x}{x-3} + \frac{1}{x+1} + \frac{4}{x^2-2x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \frac{2x(x+1)+(x-3)+4}{(x-3)(x+1)} \times$$

$$\times \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \frac{2x^2+3x+1}{(x-3)(x+1)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \frac{(2x+1)(x+1)}{(x-3)(x+1)} \cdot \frac{x}{2x+1} +$$

$$+ \frac{3}{3-x} = \frac{x}{x-3} - \frac{3}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} = 1.$$

**29.51.** а)  $\frac{x^2}{x^2-7x+10} + \frac{16}{3x^2-12} = 1, x \neq 5, x \neq \pm 2 \Rightarrow$   
 $\frac{x^2}{(x-5)(x-2)} + \frac{16}{3 \cdot (x-2)(x+2)} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{3x^2}{(x-5)(x-2)} + \frac{16}{(x-2)(x+2)} - 3 =$   
 $= 0 \Rightarrow 3x^3 + 6x^2 + 16x - 80 - 3 \cdot (x^2 - 4)(x - 5) = 0 \Rightarrow 3x^3 +$   
 $+ 6x^2 + 16x - 80 - 3x^3 + 12x + 15x^2 - 60 = 0 \Rightarrow 21x^2 +$   
 $+ 28x - 140 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 20 = 0 \Rightarrow D = 4^2 + 4 \cdot 3 \cdot 20 =$   
 $= 256 = 16^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-4+16}{6} = 2$  — корень не подходит,  
 $x_2 = \frac{-4-16}{6} = -\frac{10}{3},$

б)  $\frac{2x^2}{2x^2+x-3} - \frac{8}{2x^2-3x-9} = 1, x \neq 1, x \neq 3, x \neq -\frac{3}{2} \Rightarrow$   
 $\frac{2x^2}{(x-1)(2x+3)} - \frac{8}{(x-3)(2x+3)} - 1 = 0 \Rightarrow 2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 -$   
 $- (x^2 - 4x + 3)(2x + 3) = 0 \Rightarrow 2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 - (2x^2 -$   
 $- 8x^2 + 6x + 3x^2 - 12x + 9) = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow D =$   
 $= 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1.$

**29.52.** а)  $\frac{10x+5}{21x-14} - \frac{x-1}{2x+3} = \frac{21}{6x^2+5x-6} \Rightarrow \frac{21}{(3x-2)(2x+3)} + \frac{x-1}{2x+3} -$   
 $- \frac{10x+5}{7 \cdot (3x-2)} = 0 \Rightarrow 147 + 7 \cdot (x-1)(3x-2) - (10x+5)(2x+3) =$   
 $= 0 \Rightarrow 147 + 21x^2 - 35x + 14 - 20x^2 - 40x - 15 =$   
 $= 0 \Rightarrow x^2 - 75x + 146 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 73;$

б)  $\frac{4}{6x^2-13x+6} + \frac{x-2}{6x-4} = \frac{2x+1}{10x-15} \Rightarrow \frac{4}{(2x-3)(3x-2)} + \frac{x-2}{2 \cdot (3x-2)} -$   
 $- \frac{2x+1}{5 \cdot (2x-3)} = 0 \Rightarrow 40 + 5 \cdot (x-2)(2x-3) - 2 \cdot (3x-2)(2x+1) =$   
 $= 0 \Rightarrow 40 + 10x^2 - 35x + 30 - 12x^2 + 2x + 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 +$   
 $+ 33x - 74 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -18,5.$

**29.53.** а)  $\frac{2x+1}{6x-4} + \frac{13}{6x^2+5x-6} = \frac{2x+1}{4x+6}, x \neq -\frac{3}{2}; x \neq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2x+1}{6x-4} +$   
 $+ \frac{13}{(2x+3)(3x-2)} - \frac{2x+1}{4x+6} = 0 \Rightarrow (2x+1)(4x+6) + 52 - (6x -$   
 $- 4)(2x+1) = 0 \Rightarrow 8x^2 + 12x + 4x + 6 + 52 - 12x^2 -$   
 $- 6x + 8x + 4 = 0 \Rightarrow -4x^2 + 18x + 62 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x -$   
 $- 31 = 0 \Rightarrow D = 81 + 4 \cdot 2 \cdot 31 = 329; x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{329}}{4};$

б)  $\frac{8x-1}{10x^2-19x+6} + \frac{x-1}{10x-4} = \frac{2x+1}{4x-6}, x \neq \frac{2}{5}, x \neq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{8x-1}{(2x-3)(5x-2)} +$   
 $+ \frac{x-1}{2 \cdot (5x-2)} - \frac{2x+1}{2 \cdot (2x-3)} = 0 \Rightarrow 4 \cdot (8-1) + (x-1)(4x-6) - (2x+1)(10x-4) =$   
 $= 0 \Rightarrow 32x - 4 + 4x^2 - 10x + 6 - 20x^2 - 2x +$   
 $+ 4 = 0 \Rightarrow -16x^2 + 20x + 6 = 0 \Rightarrow 8x^2 - 10x - 3 = 0 \Rightarrow D =$   
 $= 100 - 4 \cdot 8 \cdot (-3) = 196 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{10 \pm 14}{16} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}$  —  
 корень не подходит,  $x_2 = -\frac{1}{4}.$

**29.54.** а)  $\frac{x-1}{x^2-2x-3} + \frac{x+3}{x^2-2x-8} = \frac{4x-1}{2x^2-6x-8}, x \neq -1, x \neq$   
 $\neq 3, x \neq 4 \Rightarrow \frac{x-1}{(x-3)(x+1)} + \frac{x+3}{(x-4)(x+2)} - \frac{4x-1}{2 \cdot (x-4)(x+1)} = 0 \Rightarrow 2 \times$   
 $\times (x-1)(x-4)(x+2) + 2 \cdot (x+3)(x-3)(x+1) - (4x -$

$$-1)(x-3)(x+2)=0 \Rightarrow 2 \cdot (x-1)(x^2-2x-8) + 2 \cdot (x+1)(x^2-9) - (4x-1)(x^2-x-6) = 0 \Rightarrow 2 \cdot (x^3-x^2-2x^2+2x-8x+8) + 2 \cdot (x^3+x^2-9x-9) - (4x^3-x^2-4x^2+x-24x+6) = 0 \Rightarrow -6x^2-12x+16+2x^2-18x-18+5x^2+23x-6=0 \Rightarrow x^2-7x-8=0 \Rightarrow x_1=8, x_2=-1 - \text{корень не подходит.}$$

$$6) \frac{2}{2x^2-x-1} + \frac{x}{x^2-x-2} = \frac{3x+1}{3x^2-3}, x \neq \pm 1, x \neq 2, x \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)(2x+1)} + \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)} - \frac{3x+1}{3 \cdot (x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow 6 \cdot (x+1)(x-2) + 3x(x-1)(2x+1) - (3x+1)(2x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow 6x \times (x^2-x-2) + 3x(-x-1) - (3x+1)(2x^2-3x-2) = 0 \Rightarrow 6x^2-6x-12+6x^3-3x^2-3x-6x^3-2x^2+9x^2+3x+6x+2=0 \Rightarrow 10x^2-10=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x_{1,2}=\pm 1 - \text{корень не подходит.}$$

**29.55.** а)  $\left(\frac{3}{x-3} + \frac{4}{(x-3)(x-2)} + \frac{2x}{x-2}\right) \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} =$   
 $= \frac{3 \cdot (x-2) + 4 + 2x(x-3)}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{2x^2-3x-2}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} =$   
 $= \frac{(2x+1)(x-2)}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{3}{x-3} + \frac{x-12}{3 \cdot (x-3)} = \frac{x-3}{3 \cdot (x-3)} = \frac{1}{3};$

б)  $\left(\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x+3)}\right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} =$   
 $= \frac{2x(x-1) + (x+3) - 4}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{2x^2-x-1}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} =$   
 $= \frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{x}{x+3} + \frac{3-x}{2 \cdot (x+3)} = \frac{x+3}{2 \cdot (x+3)} = \frac{1}{2}.$

### §30. Иррациональные уравнения

**30.1.** а)  $\sqrt{x+2}=3 \Rightarrow x+2=9 \Rightarrow x=7$ ; б)  $\sqrt{4x+1}=3 \Rightarrow 4x+1=9 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=2$ ; в)  $\sqrt{x-5}=9 \Rightarrow x-5=81 \Rightarrow x=86$ ; г)  $\sqrt{7x-1}=3 \Rightarrow 7x-1=9 \Rightarrow 7x=10 \Rightarrow x=\frac{10}{7}=1\frac{3}{7}.$

**30.2.** а)  $\sqrt{x^2-1}=2 \Rightarrow x^2-1=4 \Rightarrow x^2=5 \Rightarrow x_{1,2}=\pm\sqrt{5};$

б)  $\sqrt{4x^2+5}=3 \Rightarrow 4x^2+5=9 \Rightarrow 4x^2=4 \Rightarrow x_{1,2}=\pm 1;$

в)  $\sqrt{3-2x^2}=1 \Rightarrow 3-2x^2=1 \Rightarrow 2x^2=2 \Rightarrow x_{1,2}=\pm 1;$

г)  $\sqrt{6+5x^2}=2 \Rightarrow 6+5x^2=4 \Rightarrow 5x^2=-2 - \text{нет корней.}$

**30.3.** а)  $\sqrt{4x^2+5x-2}=2 \Rightarrow 4x^2+5x-2=4 \Rightarrow 4x^2+5x-6=0 \Rightarrow D=25+4 \cdot 4 \cdot 6=121=11^2 \Rightarrow x_1=\frac{-5+11}{8}=\frac{3}{4}, x_2=\frac{-5-11}{8}=-2;$

$$6) \sqrt{23x - 14 - 3x^2} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 23x + 14 = 0 \Rightarrow D = 529 - 4 \cdot 3 \cdot 14 = 361 = 19^2 \Rightarrow x_1 = \frac{23+19}{6} = 7, x_2 = \frac{23-19}{6} = \frac{2}{3};$$

$$в) \sqrt{23 + 3x - 5x^2} = 3 \Rightarrow 23 + 3x - 5x^2 = 9 \Rightarrow 5x^2 - 3x - 14 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 5 \cdot 14 = 289 = 17^2 \Rightarrow x_1 = \frac{3+17}{10} = 2, x_2 = \frac{3-17}{10} = -1,4;$$

$$г) \sqrt{5x^2 + 22x - 15} = 0 \Rightarrow 5x^2 + 22x - 15 = 0 \Rightarrow D = 484 + 20 \cdot 15 = 784 = 28^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-22+28}{10} = 0,6, x_2 = \frac{-22-28}{10} = -5.$$

**30.4.** а)  $\sqrt{\frac{2x+3}{x-1}} = 1 \Rightarrow \frac{2x+3}{x-1} = 1 \Rightarrow 2x+3 = x-1 \Rightarrow x = -4;$

$$б) \sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} = 2 \Rightarrow \frac{5x-1}{x+3} = 4 \Rightarrow 5x-1 = 4x+12 \Rightarrow x = 13;$$

$$в) \sqrt{\frac{x+5}{4x-1}} = 4 \Rightarrow \frac{x+5}{4x-1} = 16 \Rightarrow x+5 = 64x-16 \Rightarrow 63x = 21 \Rightarrow x = \frac{1}{3};$$

$$г) \sqrt{\frac{x+2}{3x-6}} = 3 \Rightarrow \frac{x+2}{3x-6} = 9 \Rightarrow x+2 = 27x-54 \Rightarrow 26x = 56 \Rightarrow x = \frac{28}{13}.$$

**30.5.** а)  $\sqrt{5-x} + 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{5-x} = -2$  — нет корней, так как квадратный корень больше или равен нулю;

б)  $\sqrt{x-4} + \sqrt{x^2-3} = 0$  — нет корней, так как квадратный корень больше или равен нулю, то  $x^2-3 > 0$ ;

в)  $\sqrt{3x-1} + 1 = 0, \sqrt{3x-1} = -1$  — нет корней, так как квадратный корень больше или равен нулю;

г)  $\sqrt{x-8} + 3 = \sqrt{16-x}$  — нет корней, так как  $x > 8$  и  $x < 16$ , а при  $x = 8 - 3 > 2\sqrt{8}$ .

**30.6.** а)  $\sqrt{7x-4} = \sqrt{5x+2} \Rightarrow 7x-4 = 5x+2 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$ . Проверка:  $\sqrt{21-4} = \sqrt{15+2}$  — верно;

б)  $\sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7} \Rightarrow 2x-5 = 4x-7 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$ . Проверка:  $\sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7}; \sqrt{-3} = \sqrt{-3}$  — уравнение не имеет смысла;

в)  $\sqrt{3x+4} = \sqrt{5x+2} \Rightarrow 3x+4 = 5x+2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$ . Проверка:  $\sqrt{3+4} = \sqrt{5+2}$  — верно;

г)  $\sqrt{3x+1} = \sqrt{2x-3} \Rightarrow 3x+1 = 2x-3 \Rightarrow x = -4$ . Проверка:  $\sqrt{-12+1} = \sqrt{-8-3}$  — уравнение не имеет смысла.

**30.7.** а)  $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 6y + 8 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 4, \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x_1 = 16, x_2 = 4;$



$$\text{б) } x - 5\sqrt{x} + 6 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 2, \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 9;$$

$$\text{в) } x - 7\sqrt{x} + 12 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 7y + 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 3, \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x_1 = 9, x_2 = 16;$$

$$\text{г) } x - 3\sqrt{x} + 2 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 2, \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 1.$$

**30.8.** а)  $x + \sqrt{x} = 30 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 + y - 30 = 0 \Rightarrow y_1 = 5, y_2 = -6 \Rightarrow \sqrt{x} = 5, \sqrt{x} = -6$  — нет корней  $\Rightarrow x = 25$ ;

б)  $x - 4\sqrt{x} - 12 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 4y - 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 6, y_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = 6, \sqrt{x} = -2$  — нет корней  $\Rightarrow x = 36$ ;

в)  $x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Rightarrow y_1 = -4, y_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 3, \sqrt{x} = -4$  — нет корней  $\Rightarrow x = 9$ ;

г)  $x - 3\sqrt{x} - 18 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 3y - 18 = 0 \Rightarrow y_1 = 6, y_2 = -3 \Rightarrow \sqrt{x} = 6, \sqrt{x} = -3$  — нет корней  $\Rightarrow x = 36$ .

**30.9.** а)  $\sqrt{x} - \frac{20}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y - \frac{20}{y} - 1 = 0 \Rightarrow y^2 - y - 20 = 0 \Rightarrow y_1 = 5, y_2 = -4, \sqrt{x} = 5, \sqrt{x} = -4$  — нет корней  $\Rightarrow x = 25$ ;

б)  $\sqrt{x} + 3 = \frac{18}{\sqrt{x}} \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y + 3 - \frac{18}{y} = 0 \Rightarrow y^2 + 3y - 18 = 0 \Rightarrow y_1 = -6, y_2 = 3, \sqrt{x} = -6$  — нет корней,  $\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$ ;

в)  $\sqrt{x} - \frac{6}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y - \frac{6}{y} - 1 = 0 \Rightarrow y^2 - y - 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = 3, \sqrt{x} = -2$  — нет корней  $\Rightarrow x = 9$ ;

г)  $\sqrt{x} + 4 = \frac{32}{\sqrt{x}} \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y + 4 - \frac{32}{y} = 0 \Rightarrow y^2 + 4y - 32 = 0 \Rightarrow y_1 = -8, y_2 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = -8$  — нет корней,  $\sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$ .

**30.10.** а)  $(5x-1) + \sqrt{5x-1} = 12 \Rightarrow |y = \sqrt{5x-1}| \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{5x-1} = -4$  — нет корней,  $\sqrt{5x-1} = 3 \Rightarrow 5x-1 = 9 \Rightarrow x = 2$ ;

б)  $2x + 3 + \sqrt{2x+3} = 2 \Rightarrow |y = \sqrt{2x+3}| \Rightarrow y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{2x+3} = -2$  — нет корней,  $\sqrt{2x+3} = 1 \Rightarrow 2x+3 = 1 \Rightarrow x = -1$ ;

в)  $(7x+4) - \sqrt{7x+4} = 42 \Rightarrow |y = \sqrt{7x+4}| \Rightarrow y^2 - y - 42 = 0 \Rightarrow y_1 = 7, y_2 = -6 \Rightarrow \sqrt{7x+4} = 7, \sqrt{7x+4} = -6$  — нет корней  $\Rightarrow 7x+4 = 49 \Rightarrow x = \frac{45}{7}$ ;

$$r) (12x - 1) + \sqrt{12x - 1} = 6 \Rightarrow |y = \sqrt{12x - 1}| \Rightarrow y^2 + y - 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = -3 \Rightarrow \sqrt{12x - 1} = 2, \sqrt{12x - 1} = -3 - \text{нет корней} \Rightarrow 12x - 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{5}{12}.$$

**30.11.** а)  $\sqrt{7 - 3x} = x + 7 \Rightarrow 7 - 3x = x^2 + 14x + 49 \Rightarrow x^2 + 17x + 42 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -14$ . Проверка:  $x_1 = -3 \Rightarrow \sqrt{7 + 9} = 7 - 3$  — верно,  $x_2 = -14 \Rightarrow \sqrt{7 + 314} = -14 + 7$  — не верно.

б)  $\sqrt{3 - x} = 3x + 5 \Rightarrow 3 - x = 9x^2 + 25 + 30x \Rightarrow 9x^2 + 31x + 22 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-31 + 13}{18} = -1, x_2 = \frac{-44}{18} = -\frac{22}{9}$ . Проверка:  $x_1 = -1 \Rightarrow \sqrt{3 + 1} = 5 - 3 = 2$  — верно,  $x_2 = -\frac{22}{9} \Rightarrow \sqrt{3 + \frac{22}{9}} = -\frac{22}{9} + 5$  — не верно.

в)  $\sqrt{15 + 3x} = 1 - x \Rightarrow 15 + 3x = 1 - 2x + x^2 \Rightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Rightarrow x_1 = 7, x_2 = -2$ . Проверка:  $x_1 = 7 \Rightarrow \sqrt{15 + 21} = 1 - 7$  — не верно,  $x_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{15 - 6} = 1 + 3$  — верно.

г)  $\sqrt{34 - 5x} = 7 - 2x \Rightarrow 34 - 5x = 49 + 4x^2 - 28x \Rightarrow 4x^2 - 23x + 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = \frac{3}{4}$ . Проверка:  $x_1 = 5 \Rightarrow \sqrt{34 - 25} = 7 - 10$  — не верно,  $x_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{34 - 5\frac{3}{4}} = 7 - 2 \cdot \frac{3}{4}$  — верно.

**30.12.** а)  $\sqrt{8 - 2x} = x \Rightarrow 8 - 2x = x^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 2$ . Проверка:  $x_1 = -4 \Rightarrow \sqrt{8 + 8} = -4$  — не верно,  $x_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{8 - 4} = 2$  — верно.

б)  $\sqrt{5 - x} = x + 15 \Rightarrow 5 - x = x^2 + 30x + 225 \Rightarrow x^2 + 31x + 220 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-31 + 9}{2} = -11, x_2 = \frac{-31 - 9}{2} = -20$ . Проверка:  $x_1 = -11 \Rightarrow \sqrt{5 + 11} = -11 + 15$  — верно,  $x_2 = -20, \sqrt{5 + 20} = -20 + 15$  — не верно.

в)  $\sqrt{3 + 2x} = x - 6 \Rightarrow 3 + 2x = x^2 - 12x + 36 \Rightarrow x^2 - 14x + 33 = 0 \Rightarrow x_1 = 11, x_2 = 3$ . Проверка:  $x_1 = 11 \Rightarrow \sqrt{3 + 22} = 11 - 6$  — верно,  $x_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{3 + 6} = 3 - 6$  — не верно.

г)  $\sqrt{1 - 5x} = 7 + x \Rightarrow 1 - 5x = 49 + 14x + x^2 \Rightarrow x^2 + 19x + 48 = 0 \Rightarrow x_1 = -16, x_2 = -3$ . Проверка:  $x_1 = -16 \Rightarrow \sqrt{1 + 80} = 7 - 16$  — не верно,  $x_2 = -3, \sqrt{1 + 15} = 7 - 3$  — верно.

**30.13.** а)  $\sqrt{x - 4} + x = 6 \Rightarrow \sqrt{x - 4} = 6 - x, x \leq 6 \Rightarrow x - 4 = (6 - x)^2 \Rightarrow x - 4 = 36 - 12x + x^2 \Rightarrow x^2 - 13x + 40 = 0 \Rightarrow x_1 = 8$  — не подходит,  $x_2 = 5$  — верно.

б)  $5x - \sqrt{3x+4} = 2 \Rightarrow \sqrt{3x+4} = 5x - 2, x \geq 0.4 \Rightarrow 3x + 4 = 25x^2 - 20x + 4 \Rightarrow 25x^2 - 23x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$  — не подходит,  $x_2 = \frac{23}{25}$  — верно.

в)  $\sqrt{5x+1} + 1 = 2x \Rightarrow \sqrt{5x+1} = 2x - 1, x \geq 0.5 \Rightarrow 5x + 1 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 4x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$  — не подходит,  $x_2 = \frac{9}{4}$  — верно.

г)  $\sqrt{7-3x} + 3 - x = 0 \Rightarrow \sqrt{7-3x} = x - 3, x \geq 3 \Rightarrow 3 - 3x = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$  — нет решений.

**30.14.** а)  $\sqrt{x+1} = 2$  и  $x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3, \sqrt{3+1} = 2 \Rightarrow 2 = 2$  — следовательно  $x = 3$  — общий корень, и значит уравнения равносильны;

б)  $\sqrt{2x+1} = 3$  и  $x^2 = 16 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4, x_2 = -4$  — не корень первого уравнения, следовательно уравнения не равносильны;

в)  $\sqrt{5-x} = 3$  и  $x^2 = 16 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4, x_1 = 4$  — не корень первого уравнения, следовательно уравнения не равносильны.

г)  $\sqrt{3x+4} = 5$  и  $2 \cdot (x - 3) = 15 - x \Rightarrow 2x - 6 = 15 - x \Rightarrow 3x = 21, x = 7$ .  $\sqrt{37+4} = 5$ , следовательно уравнения равносильны.

**30.15.** а)  $\sqrt{x+1} = 3$  и  $x^2 - 7x - 8 = 0$ , у первого уравнения один корень а у второго два, следовательно уравнения не равносильны.

б)  $\sqrt{x} = x - 2$  и  $x^2 = 5x - 4; x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 1, x_2 = 1$  — не корнем первого уравнения, следовательно уравнения не равносильны.

в)  $\sqrt{7-x} = -2$  и  $x^2 + 4x + 8 = 0$ , у уравнений нет корней, следовательно они равносильны.

г)  $\sqrt{4x+1} = x - 1$  и  $x^2 - 12x + 36 = 0; x = 6, 4x + 1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 6, x_1 = 0$  — посторонний корень, следовательно уравнения равносильны.

**30.16.** а)  $\sqrt{4x+3} = \sqrt{4x^2+5x-2} \Rightarrow 4x+3 = 4x^2+5x-2 \Rightarrow 4x^2+x-5=0 \Rightarrow D=1+4 \cdot 5 \cdot 4=81 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+9}{8} = 1, x_2 = \frac{-1-9}{8} = -\frac{5}{4}$ . Проверка:  $x_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{4+3} = \sqrt{4+5-2}$  — верно;  $x_2 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{-5+3} = \sqrt{4 \cdot \frac{25}{16} - \frac{25}{4} - 2}$  — не верно.

б)  $\sqrt{6x^2 - 2x + 1} = \sqrt{3x + 2} \Rightarrow 6x^2 - 2x + 1 = 3x + 2 \Rightarrow 6x^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 6 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{5+7}{12} = 1, x_2 = \frac{5-7}{12} = -\frac{1}{6}$ . Проверка:  $x_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{6 - 2 + 1} = \sqrt{3 + 2}$  — верно;  $x_2 = -\frac{1}{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + 1} = \sqrt{-\frac{1}{2} + 2}$  — верно.

в)  $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} = \sqrt{5x - 1} \Rightarrow 2x^2 + 3x - 1 = 5x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$ . Проверка:  $x_1 = 0 \Rightarrow \sqrt{-1} = \sqrt{-1}$  — не верно;  $x_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{2 + 3 - 1} = \sqrt{5 - 1}$  — верно.

г)  $\sqrt{8x - 3} = \sqrt{x^2 + 4x + 1} \Rightarrow 8x - 3 = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ . Проверка:  $16 - 3 = \sqrt{4 + 8 + 1}$  — верно.

**30.17.** а)  $\sqrt{x^2 + 2x + 5} = \sqrt{x^2 - 3x + 10} \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = x^2 - 3x + 10, 5x = 5, x = 1$ . Проверка:  $\sqrt{1 + 2 + 5} = \sqrt{1 - 3 + 10}$  — верно. Ответ: 1.

б)  $\sqrt{5x^2 - 3x + 1} = \sqrt{3x^2 - 4x + 2} \Rightarrow 5x^2 - 3x + 1 = 3x^2 - 4x + 2 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{2}$ . Проверка:  $x_1 = -1 \Rightarrow \sqrt{5 + 3 + 1} = \sqrt{3 + 4 + 2}$  — верно;  $x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{3}{2} + 1} = \sqrt{\frac{3}{4} - 2 + 2}$  — верно.

в)  $\sqrt{3x^2 + 5x - 1} = \sqrt{2x^2 + 2x - 3} \Rightarrow 3x^2 + 5x - 1 = 2x^2 + 2x - 3 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -1$ . Проверка:  $x_1 = -2 \Rightarrow \sqrt{34 - 10 - 1} = \sqrt{24 - 4 - 3}$  — верно;  $x_2 = -1 \Rightarrow \sqrt{3 - 5 - 1} = \sqrt{2 - 2 - 3}$  — не верно.

г)  $\sqrt{6x^2 + x + 5} = \sqrt{x^2 - x - 1} \Rightarrow 6x^2 + x + 5 = x^2 - x - 1 \Rightarrow 5x^2 + 2x + 6 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = -146 < 0$  — нет корней.

**30.18.** а)  $\sqrt{2x^2 + 3x + 1} = x + 1 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$ . Проверка:  $x_1 = 0 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$  — верно;  $x_2 = -1 \Rightarrow \sqrt{2 - 3 + 1} = -1 + 1$  — верно.

б)  $\sqrt{5x^2 - 3x + 2} = x - 3 \Rightarrow 5x^2 - 3x + 2 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-3+11}{8} = 1, x_2 = \frac{-3-11}{8} = -\frac{7}{4}$ . Проверка:  $x_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{5 - 3 + 2} = 1 - 3$  — не верно;  $x_2 = -\frac{7}{4} \Rightarrow \sqrt{5 \cdot (-\frac{7}{4})^2 + 3 \cdot \frac{7}{4} + 2} = -\frac{7}{4}$  — не верно; нет корней.

в)  $\sqrt{x^2 + x + 1} = x + 2 \Rightarrow x^2 + x + 1 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$ . Проверка:  $\sqrt{1 - 1 + 1} = 2 - 1$  — верно.

г)  $\sqrt{3x^2 + x + 70} = x - 5 \Rightarrow 3x^2 + x + 70 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 + 11x + 45 = 0 \Rightarrow D = 121 - 8 \cdot 4 = 239 < 0$  — нет корней.

**30.19.** а)  $\sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{x-19} \Rightarrow x+1 = 4 + 4\sqrt{x-19} + x - 19 \Rightarrow 16 = 4\sqrt{x-19} \Rightarrow 16 = x - 19 \Rightarrow x = 35$ .  
Проверка:  $\sqrt{35+1} = 2 + \sqrt{35-19}$  — верно.

б)  $\sqrt{x+8} = \sqrt{7x+9} - 1 \Rightarrow x+8 = 7x+9+1-2\sqrt{7x+9} \Rightarrow 2\sqrt{7x+9} = 6x+2 \Rightarrow \sqrt{7x+9} = 3x+1 \Rightarrow 7x+9 = 9x^2+6x+1 \Rightarrow 9x^2-x-8=0 \Rightarrow x_1=1, x_2=-\frac{8}{9}$ .  
Проверка:  $x_1=1 \Rightarrow \sqrt{1+8} = \sqrt{7+9} - 1$  — верно;  $x_2 = -\frac{8}{9} \Rightarrow \sqrt{-\frac{8}{9}+8} = \sqrt{-\frac{8}{9}+9} - 1$  — не верно.

в)  $\sqrt{x-13} = \sqrt{x+8} - 3 \Rightarrow x-13 = x+8+9-6\sqrt{x+8} \Rightarrow 6\sqrt{x+8} = 30 \Rightarrow \sqrt{x+8} = 5 \Rightarrow x+8 = 25 \Rightarrow x = 17$ .  
Проверка:  $\sqrt{17-13} = \sqrt{17+8} - 3$  — верно.

г)  $\sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{x-2} \Rightarrow 3x-5 = 1 + 2\sqrt{x-2} + x - 2 \Rightarrow 2x-4 = 2\sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 = \sqrt{x-2} \Rightarrow x^2-4x+4 = x-2 \Rightarrow x^2-5x+6=0 \Rightarrow x_1=3, x_2=2$ .  
Проверка:  $x_1=3 \Rightarrow \sqrt{9-5} = 1 + \sqrt{3-2}$  — верно;  $x_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{6-5} = 1 + 0$  — верно.

**30.20.** а)  $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6 \Rightarrow \sqrt{15-x} = 6 - \sqrt{3-x} \Rightarrow 15-x = 36 - 12\sqrt{3-x} + 3-x \Rightarrow 12\sqrt{3-x} = 24 \Rightarrow \sqrt{3-x} = 2 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = -1$ . Проверка:  $\sqrt{16} + \sqrt{4} = 6$  — верно.

б)  $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow \sqrt{3x+7} = 2 + \sqrt{x+1} \Rightarrow 3x+7 = 4 + 4\sqrt{x+1} + x+1 \Rightarrow 2x+2 = 4\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 = 2\sqrt{x+1} \Rightarrow x^2+2x+1-4x-4=0 \Rightarrow x^2-2x-3=0 \Rightarrow x_1=3, x_2=-1$ . Проверка:  $x_1=3 \Rightarrow \sqrt{9+7} - \sqrt{4} = 2$  — верно;  $x_2 = -1 \Rightarrow 2 = 2$  — верно.

в)  $\sqrt{x-1} - \sqrt{6-x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{6-x} \Rightarrow x-1 = 1 + 2\sqrt{6-x} + 6-x \Rightarrow 2x-8 = 2\sqrt{6-x} \Rightarrow x-4 = \sqrt{6-x} \Rightarrow x^2-8x+16 = 6-x \Rightarrow x^2-7x+10=0 \Rightarrow x_1=5, x_2=2$ . Проверка:  $x_1=5 \Rightarrow 2-1 = 1$  — верно;  $x_2 = 2 \Rightarrow 1-2 = 1$  — не верно.

г)  $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = 2 \Rightarrow x-2 = 4 + x+3 - 4\sqrt{x+3} \Rightarrow 4\sqrt{x+3} = 9 \Rightarrow x+3 = \frac{81}{16} \Rightarrow x = \frac{33}{16}$ . Проверка:  $\frac{1}{4} + \frac{9}{4} = 2$  — не верно.

**30.21.** а)  $\sqrt{4-2x} + \sqrt{2+x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{4-2x} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2+x} \Rightarrow 4-2x = 8+2+x-4\sqrt{2}\sqrt{2+x} \Rightarrow 4\sqrt{2}\sqrt{2+x} = 3x+6 \Rightarrow 32 \cdot (2+x) = 9x^2 + 36 + 36x \Rightarrow 9x^2 + 4x - 28 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{14}{9}, x_2 = -2$ . Проверка:  $x_1 = \frac{14}{9} \Rightarrow \sqrt{4-2\frac{14}{9}} + \sqrt{2+\frac{14}{9}} = 2\sqrt{2}$  — верно;  $x_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{4+4} + 0 = 2\sqrt{2}$  — верно.

б)  $\sqrt{x+7} = \sqrt{3x+19} - \sqrt{x+2} \Rightarrow x+7 = 3x+19 + x+2 - 2\sqrt{(3x+19)(x+2)} \Rightarrow 2\sqrt{3x^2+25x+38} = 3x+14 \Rightarrow 12x^2+100x+152-9x^2-196-84x = 0 \Rightarrow 3x^2+16x-44 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -\frac{22}{3}$ . Проверка:  $x_1 = 2 \Rightarrow 3 = 5-2$  — верно;  $x_2 = -\frac{22}{3} \Rightarrow \sqrt{-\frac{22}{3}+7} = \sqrt{-\frac{1}{3}}$  — не верно.

в)  $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x} \Rightarrow 3x+1+x-4 + 2\sqrt{3x^2-11x-4} = 4x \Rightarrow 2\sqrt{3x^2-11x-4} = 3 \Rightarrow 12x^2-44x-16-9 = 0 \Rightarrow 12x^2-44x-25 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{25}{6}, x_2 = -\frac{1}{2}$ . Проверка:  $x_1 = \frac{25}{6}$  — верно;  $x_2 = -\frac{1}{2}$  — не верно.

г)  $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{6x-11} \Rightarrow x-2+x+3 + 2\sqrt{x^2+x-6} = 6x-11 \Rightarrow 2\sqrt{x^2+x-6} = 4x-12 \Rightarrow \sqrt{x^2+x-6} = 2x-6 \Rightarrow x^2+x-6 = 4x^2-24x+36 \Rightarrow 3x^2-25x+42 = 0 \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = \frac{7}{3}$ . Проверка:  $x_1 = 6$  — верно;  $x_2 = \frac{7}{3}$  — не верно.

**30.22.** а)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{9-x} = \sqrt{2x-12} \Rightarrow x+1+9 - x - 2\sqrt{(x+1)(9-x)} = 2x-12 \Rightarrow 2\sqrt{(x+1)(9-x)} = -2x+22 \Rightarrow -x^2+8x+9 = 121-22x+x^2 \Rightarrow 2x^2-30x+112 = 0 \Rightarrow x^2-15x+56 = 0 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = 7$ . Проверка:  $x_1 = 8$  — верно;  $x_2 = 7$  — верно. Ответ: 7; 8.

б)  $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12}, x+1+4x+13 + 2\sqrt{4x^2+17x+13} = 3x+12, 2\sqrt{4x^2+17x+13} = -2x-2, \sqrt{4x^2+17x+13} = -(x+1), 4x^2+17x+13-x^2-2x-1 = 0, 3x^2+[5x]+[2] = 0, x^2+5x+4 = 0, x_1 = -4, x_2 = -1$ . Проверка:  $x_1 = -4$  — не верно,  $x_2 = -1$  — верно.

в)  $\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x+6} = \sqrt{12x+25}, x \geq \frac{6}{5} \Rightarrow 2x+5+5x+6 + 2\sqrt{(2x+5)(5x+6)} = 12x+25 \Rightarrow$

$$2\sqrt{10x^2 + 37x + 30} = 5x + 14 \Rightarrow 40x^2 + 148x + 120 = 25x^2 + 196 + 140x \Rightarrow 15x^2 + 8x - 76 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -\frac{38}{15} - \text{посторонний корень.}$$

$$\text{г) } \sqrt{2x+3} - \sqrt{4-x} = \sqrt{7-x} \Rightarrow 2x+3+4-x - 2\sqrt{(2x+3)(4-x)} = 7-x \Rightarrow x = \sqrt{-2x^2+5x+12} \Rightarrow x^2 = -2x^2+5x+12 \Rightarrow 3x^2-5x-12=0 \Rightarrow x_1=3, x_2=-\frac{4}{3}. \text{ Проверка: } x_1=3 - \text{ верно, } x_2=-\frac{4}{3} - \text{ не верно.}$$

$$\text{30.23. а) } (x^2+1)+2\sqrt{x^2+1}=15 \Rightarrow |y=\sqrt{x^2+1}| \Rightarrow y^2+2y-15=0 \Rightarrow y_1=-5, y_2=3 \Rightarrow \sqrt{x^2+1}=-5 - \text{ нет корней, } \sqrt{x^2+1}=3 \Rightarrow x^2+1=9 \Rightarrow x^2=8 \Rightarrow x_{1,2}=\pm 2\sqrt{2};$$

$$\text{б) } \sqrt{x-2} - \frac{3}{\sqrt{x-2}} + 2 = 0 \Rightarrow |y=\sqrt{x-2}| \Rightarrow y - \frac{3}{y} + 2 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = -3, y_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{x-2} = -3 - \text{ нет корней, } \sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x = 3.$$

$$\text{в) } 2 \cdot (x^2-9) + 3\sqrt{x^2-9} - 5 = 0 \Rightarrow |y=\sqrt{x^2-9}| \Rightarrow 2y^2 + 3y - 5 = 0 \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = -\frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2-9} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2-9} = -\frac{5}{2} - \text{ нет корней, } x^2 = 10 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{10}.$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x-1}-4} = \frac{\sqrt{x-1}-6}{\sqrt{x-1}-7} \Rightarrow \sqrt{x-1} = y \Rightarrow \frac{y-2}{y-4} = \frac{y-6}{y-7} \Rightarrow y^2 - 9y + 14 = y^2 - 10y + 24 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 10 \Rightarrow x = 101.$$

$$\text{30.24. а) } \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} + \sqrt{\frac{2x-3}{3x+2}} = 2,5 \Rightarrow |y=\sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}}| \Rightarrow y + \frac{1}{y} - 2,5 = 0 \Rightarrow y^2 - 2,5y + 1 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} = 2 \Rightarrow 3x+2 = 8x-12 \Rightarrow 5x = 14 \Rightarrow x_1 = \frac{14}{5}, \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x-3 = 12x+8 \Rightarrow 10x = -11 \Rightarrow x_2 = -1,1;$$

$$\text{б) } 3\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 2,5 = 3\sqrt{1-\frac{1}{x}} \Rightarrow |y=\sqrt{\frac{x}{x-1}}| \Rightarrow 3y - 2,5 = 3\frac{1}{y} \Rightarrow 3y^2 - 2,5y - 3 = 0 \Rightarrow 6y^2 - 5y - 6 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{3}{2}, y_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{x-1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{x-1}} = -\frac{2}{3} - \text{ нет корней, } \frac{x}{x-1} = \frac{9}{4} \Rightarrow 4x = 9x-9 \Rightarrow 5x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{5}.$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} + \sqrt{\frac{2x+1}{x-1}} = \frac{10}{3} \Rightarrow |y=\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}}| \Rightarrow y + \frac{1}{y} - \frac{10}{3} = 0 \Rightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{10+8}{6} = 3, y_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = 3 \Rightarrow x-1 = 18x+9 \Rightarrow 17x = -10 \Rightarrow x_1 = -\frac{10}{17},$$

$$\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow 9x-9 = 2x+1 \Rightarrow 7x = 10 \Rightarrow x_2 = \frac{10}{7}.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } 4\sqrt{3-\frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{3x-1}} &= 3 \Rightarrow \left| y = \sqrt{\frac{x}{3x-1}} \right| \Rightarrow \frac{4}{y} - y - 3 = \\ &= 0 \Rightarrow -y^2 - 3y + 4 = 0 \Rightarrow y^2 + 3y - 4 = 0 \Rightarrow y_1 = -4, y_2 = \\ &= 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = -4 - \text{нет корней, } \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = 1 \Rightarrow 3x - \\ &- 1 = x \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

## Домашняя контрольная работа №4

### Вариант 1

$$\begin{aligned} \text{[1.]} \quad \frac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+7} &\Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 7 = 81, x_1 = \frac{-5+9}{4} = 1, x_2 = \\ &= -\frac{7}{2} \Rightarrow \frac{2 \cdot (x-1)(x+\frac{7}{2})}{(x-1)(x-7)} = \frac{2x+7}{x-7}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[2.]} \quad \text{а) } 2 \cdot (x+4) - x(x-5) &= 7 \cdot (x-8) \Rightarrow 2x+8-x^2+ \\ &+ 5x = 7x-56 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 6x^4 + x^2 - 1 = 0 &\Rightarrow |t = x^2 \geq 0| \Rightarrow 6t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow D = \\ &= 1 - 46 \cdot (-1) = 25 = 5^2 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{12}; x^2 = t = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \\ &= \pm \frac{1}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[3.]} \quad x^2 - 2kx + k - 3 = 0, D = 0 &\Rightarrow D = 4k^2 - 4 \cdot (k-3) = \\ &= 4k^2 - 4k + 12 = 0 \Rightarrow k^2 - k + 3 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 3 < 0 - \\ &\text{нет корней, значит не существует такого значения } k. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[4.]} \quad \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{9x^2+6x+1} &= 2 \Rightarrow \frac{1}{3x+1} + \left(\frac{1}{3x+1}\right)^2 = 2 \Rightarrow \\ \left| y = \frac{1}{3x+1} \right| &\Rightarrow y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{3x+1} = \\ &= -2 \Rightarrow -46x - 2 = 1 \Rightarrow 6x = -3 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}, \frac{1}{3x+1} = \\ &= 1 \Rightarrow 3x+1 = 1 \Rightarrow x_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[5.]} \quad 1 \text{ этап: Пусть } x \text{ км/ч} &- \text{первоначальная скорость. Тогда } (x+12) \text{ км/ч} - \text{новая скорость. } \frac{300}{x} \text{ и } l \frac{300}{x+12} \text{ ч} - \\ &\text{время на дорогу туда и обратно. Так как на путь} \\ &\text{обратно автобус затратил на 50 мин. меньше, получаем} \\ \frac{300}{x+12} + \frac{5}{6} &= \frac{300}{x}. \quad 2 \text{ этап: } \frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} - \frac{60}{x} = 0 \Rightarrow 360x + x^2 + \\ &+ 12x - 360x - 4320 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 4320 = 0 \Rightarrow x_{1,2} - \\ &- \pm \sqrt{36 + 4320} = -6 \pm 66 \Rightarrow x_1 = 60, x_2 = -72. \quad 3 \text{ этап:} \end{aligned}$$



Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 60 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 60 км/ч.

6. а)  $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -\frac{12}{2} \cdot \frac{9}{2} = -27$ ;

б)  $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_2 + x_1)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{(\frac{9}{2})^2 + 2 \cdot 6}{-6} = \frac{\frac{81}{4} + 12}{-6} = -\frac{129}{24} = -\frac{43}{8}$ ;

в)  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = \frac{9}{2} \cdot (\frac{81}{4} + 3 \cdot 6) = \frac{9}{2} \cdot \frac{81 + 72}{4} = \frac{9 \cdot 153}{2 \cdot 4} = \frac{1377}{8}$ .

7.  $x^2 + (t^2 - 3t - 11)x + 6t = 0$ ,  $x_1 + x_2 = 1$ ,  $x_1 x_2 = -t^2 + 3t + 11 = 1 \Rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0 \Rightarrow t_1 = 5$ ,  $t_2 = -2$ .

Проверка:  $t_1 = 5 \Rightarrow x^2 - x + 30 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \times 30 < 0$  — нет корней, то есть  $p = 5$  не подходит;  $t_2 = -2 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 4$ ,  $x_2 = -3$ .

8.  $x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 3x - 5 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$ ,  $x_2 = -2$ . Проверка:  $x_1 = 3 \Rightarrow 2 = \sqrt{2 \cdot 9 - 9 - 5}$  — верно;  $x_2 = -2 \Rightarrow -3 = \sqrt{2 \cdot 4 + 6 - 5}$  не верно.

## Вариант 2

1.  $\frac{x^2 + 9x + 8}{3x^2 + 8x + 5} \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4$ ,  $x_1 = \frac{-8 + 2}{6} = -1$ ,  $x_2 = -\frac{5}{3} \Rightarrow \frac{(x+8)(x+1)}{3 \cdot (x+1)(x+\frac{5}{3})} = \frac{x+8}{3x+5}$ ;

2. а)  $x(x+3) - 4 \cdot (x-5) = 7 \cdot (x+4) - 8 \Rightarrow x^2 + 3x - 4x + 20 - 7x - 28 + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ ,  $x_2 = 8$ ;

б)  $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow 2y^2 - 9y + 4 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49$ ,  $y_1 = \frac{9+7}{4} = 4$ ,  $y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = 4$ ,  $x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$ ,  $x_{3,4} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;

3.  $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0 \Rightarrow D = 4k^2 - 4 \cdot (2k + 3) = 0 \Rightarrow k^2 - 2k - 3 = 0 \Rightarrow$  при  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = -1$  уравнение имеет только один корень.

4.  $\frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4 \Rightarrow \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} - 4 = 0 \Rightarrow 2x - 1 - 13x + 4 - 4 \cdot (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow -11x + 3 - 4 \cdot (4x^2 - 4x + 1) = 0 \Rightarrow -11x + 3 - 16x^2 + 16x - 4 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 16 = -39 < 0$  — нет корней.

5. 1 этап: Пусть  $x$  км/ч — старая скорость. Тогда:  $(x+10)$  км/ч — новая скорость.  $\frac{325}{x}$  и  $\frac{325}{x+10}$  ч — время

движения по старому и новому расписаниям. Так как время движения по новому расписанию по меньше на 40 мин. получаем  $\frac{325}{x+10} + \frac{2}{3} = \frac{325}{x}$ . 2 этап:  $\frac{325}{x+10} + \frac{2}{3} - \frac{325}{x} = 0 \Rightarrow 975x + 2x^2 + 20x - 975x - 9750 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 4875 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 4875} = -5 \pm 70 \Rightarrow x_1 = 65, x_2 = -75$ . 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть новая скорость равна  $65 + 10 = 75$  км/ч. Ответ: 75 км/ч.

6. а)  $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{4}{9}$ ;

б)  $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{16}{9} + \frac{2}{3}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{16+6}{3} = -\frac{22}{3}$ ;

в)  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = \frac{4}{3} \cdot (\frac{16}{9} + \frac{9}{9}) = \frac{4}{3} \cdot \frac{25}{9} = \frac{100}{27}$ .

7.  $x^2 + (4k - 1)x + (k^2 - k + 8) = 0, x_1 \cdot x_2 = 10 \Rightarrow 10 = k^2 - k + 8 \Rightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow k_1 = 2, k_2 = -1$ .

Проверка:  $k_1 = 2 \Rightarrow x^2 + 7x + 10 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 10 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-7+3}{2} = -2, x_2 = -5 \Rightarrow k_2 = -1 \Rightarrow x^2 - 5x + 10 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 10 = -15 < 0$  — нет корней, то есть  $k_2$  — не подходит.

8.  $\sqrt{x^2 + 3x + 3} = 2x + 1 \Rightarrow x^2 + 3x + 3 = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1$ . Проверка:  $x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{9} + 2 + 3} = \frac{4}{3} + 1 \Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$  — верно;  $x_2 = -1 \Rightarrow \sqrt{1 - 3 + 3} = -2 + 1 \Rightarrow 1 = -1$  — не верно.

## Глава 5. Неравенства

### §31. Свойства числовых неравенств

**31.1.** а)  $5,6 > 5,56$ ; б)  $-2,4 < -2,39$ ; в)  $6,79 < 6,8$ ; г)  $-0,1 > -0,11$ .

**31.2.** а)  $-\frac{4}{5}$  и  $-\frac{2}{7} \Rightarrow \frac{4}{5} - \frac{2}{7} = \frac{-32+10}{35} = \frac{-22}{35} < 0$ , следовательно  $-\frac{4}{5} < -\frac{2}{7}$ ; б)  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{5}{9} \Rightarrow \frac{3}{4} - \frac{5}{9} = \frac{27-20}{36} = \frac{7}{36} > 0$ , следовательно  $\frac{3}{4} > \frac{5}{9}$ ; в)  $\frac{7}{11}$  и  $\frac{9}{13} \Rightarrow \frac{7}{11} - \frac{9}{13} = \frac{91-99}{13 \cdot 11} < 0$ , следовательно  $\frac{7}{11} < \frac{9}{13}$ ; г)  $-\frac{6}{17}$  и  $-\frac{1}{3}, -\frac{6}{17} - (-\frac{1}{3}) = -\frac{6}{17} + \frac{1}{3} = \frac{-18+17}{51} < 0$ , следовательно  $-\frac{6}{17} < -\frac{1}{3}$ .

**31.3.** а)  $\frac{2}{5} < 0,41$ ; б)  $-2\frac{1}{4} < 2,2$ ; в)  $-1,7 > -1\frac{3}{4} = -1,75$ ; г)  $\frac{6}{25}$  и  $0,25, \frac{6}{25} - \frac{1}{4} = \frac{24-25}{100} < 0$ , следовательно  $\frac{6}{25} < 0,25$ .

**31.4.** а)  $0,4 > \frac{1}{3} = 0,3(3)$ ; б)  $-1\frac{5}{6}$  и  $-1,82 \Rightarrow -1\frac{5}{6} - (-1,82) = -\frac{11}{6} + \frac{182}{100} = \frac{11}{6} + \frac{91}{50} = \frac{-550+546}{6 \cdot 50} < 0$ , следовательно  $-1\frac{5}{6} < -1,82$ ; в)  $2,56$  и  $\frac{7}{11} \Rightarrow 2\frac{14}{25} - 2\frac{7}{11} = \frac{154-175}{25 \cdot 11} < 0$ , следовательно  $2,56 < 2\frac{7}{11}$ ; г)  $-0,13$  и  $-\frac{1}{9} \Rightarrow -0,13 + \frac{1}{9} = -\frac{13}{100} + \frac{1}{9} = \frac{-117+100}{900} < 0$ , следовательно  $-0,13 < -\frac{1}{9}$ .

**31.5.** а)  $3,7 + 1,02 < 4,26 + 0,5$ ; б)  $-3,1 + 3,5 > 2,1 - 2,59$ ; в)  $5,9 - 1,45 < 2,8 + 1,9$ ; г)  $7,31 - 2,33 < 3,11 + 1,88$ .

**31.6.** а)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} < 1\frac{1}{5}, \frac{7}{6} < \frac{6}{5}$ ; б)  $-1\frac{5}{6} < -\frac{3}{4} - \frac{2}{5}, -\frac{11}{6} < \frac{-23}{20}$ ; в)  $2\frac{1}{7} < 1\frac{1}{14} + 1\frac{1}{2}$ ; г)  $-\frac{2}{5} - 2\frac{1}{6} < -2\frac{1}{2}$ .

**31.7.** а)  $(-1,21)^2 > 0$ ; б)  $(-3,41)7 < 0$ ; в)  $(0,574)4 > 0$ ; г)  $(-9,85)^3 < 0$ .

**31.8.** а)  $-\frac{2}{5} \cdot (-45,14) > 0$ ; б)  $-2\frac{1}{4} \cdot 54,235 < 0$ ; в)  $-1,7 : (-\frac{12}{91}) > 0$ ; г)  $\frac{6}{17} \cdot (-21,489) < 0$ .

**31.9.** а)  $-\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{-8+15}{20} > 0$ ; б)  $2,35 - 2\frac{1}{4} = 2,35 - 2,25 > 0$ ; в)  $\frac{5}{13} - \frac{1}{2} = \frac{10-13}{26} < 0$ ; г)  $-\frac{4}{11} + \frac{3}{7} = \frac{-28+33}{77} = 0$ .

**31.10.** а)  $a + b > ab$ ; б)  $m^2 < n$ ; в)  $\frac{k+l}{2} < 3 \cdot (k-l)$ ; г)  $3p > p^3$ .

**31.11.** а)  $t - s > \frac{t}{s}$ ; б)  $(m+n)^2 \leq m - n$ ; в)  $k^2 - l^2 < 2 \times \times (k+l)$ ; г)  $n(n+1) \geq (n+1)^2$ .

**31.12.** а)  $a < b, -5a > -5b$ ; б)  $a < b, \frac{a}{6} < \frac{b}{6}$ ; в)  $a < b, 0,1a < 0,1b$ ; г)  $a < b, -\frac{a}{7} > -\frac{b}{7}$ .

**31.13.** а)  $a < b, a - 4 < b - 4$ ; б)  $a < b, a + 7.3 < b + 7.3$   
в)  $a < b, a + 1.8 < b + 1.8$ ; г)  $a < b, a - 125 < b - 125$ .

**31.14.** а)  $m + 12 < n + 12, m < n$ ; б)  $3.5 - m > 3.5 - n, -m > -n, m < n$ ; в)  $-0.3 - m > -0.3 - n, 3 - n, -m > -n, m < n$ ; г)  $4.9 + m < 4.9 + n, m < n$ .

**31.15.** а)  $5x < 3x \Rightarrow 5x - 3x < 0 \Rightarrow 2x < 0 \Rightarrow x < 0$ ; б)  $-4x < 4x \Rightarrow 4x + 4x > 0 \Rightarrow 8x > 0 \Rightarrow x > 0$ ;  
в)  $9x > 2x \Rightarrow 9x - 2x > 0 \Rightarrow 7x > 0 \Rightarrow x > 0$ ; г)  $-45x > -3x \Rightarrow 42x < 0 \Rightarrow x < 0$ .

**31.16.**  $m > n$ : а)  $-7m < -7n$  (по свойству 3); б)  $-m > -n$  (по свойству 3),  $1 - m > 1 - n$  (по свойству 2);  
в)  $\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$  (по свойству 3); г)  $5m > 5n$  (по свойству 3),  $5m + 13 > 5n + 13$  (по свойству 2).

**31.17.** а)  $a - 8 > b - 8 \Rightarrow a > b$  — да; б)  $3a > 3b \Rightarrow a > b$  — да; в)  $12 - a > 12 - b \Rightarrow -a > -b \Rightarrow a < b$  — нет;  
г)  $\frac{a}{7} > \frac{b}{7} \Rightarrow a > b$  — да.

**31.18.** а)  $2 - x > 2 - y \Rightarrow -x > -y \Rightarrow x < y$  — да;  
б)  $-3.5x > -3.5y \Rightarrow -x > -y \Rightarrow x < y$  — да; в)  $-41 + x < -41 + y \Rightarrow x < y$  — да; г)  $\frac{x}{-2.8} > \frac{y}{-2.8} \Rightarrow x < y$  — да.

**31.19.**  $a, b, c, d > 0, a > b, d < b, c > a$ . То есть  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ,  $\frac{1}{d} > \frac{1}{b}$ ,  $\frac{1}{c} < \frac{1}{a}$ , следовательно  $\frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}$ .

**31.20.** а)  $13 > 5$  и  $8 > 1 \Rightarrow 13 + 8$  и  $4 + 1 \Rightarrow 21 > 6$ ; б)  $-1.5 < -0.2$  и  $5 > 2 \Rightarrow 1.5 > 0.2$  и  $3.5 > 2 \Rightarrow 1.5 + 3.5 > 0.2 + 2 \Rightarrow 5 > 2.2$ ; в)  $19 > 12$  и  $3.5 > 2 \Rightarrow 19 + 3.5 > 12 + 2 \Rightarrow 22.5 > 14$ ; г)  $-0.1 < 1$  и  $-2.8 < 4 \Rightarrow -0.11 - 2.81 + 4 \Rightarrow -2.9 < 5$ .

**31.21.** а)  $5 > 2$  и  $-3 < 1 \Rightarrow 5 > 2$  и  $3 > -1 \Rightarrow 5 + 3 > 2 - 1 \Rightarrow 8 > 1$ ; б)  $7.5 < 11.7$  и  $-4.7 > -5.8 \Rightarrow 7.5 < 11.7$  и  $4.7 < 5.8 \Rightarrow 7.5 + 4.7 < 11.7 + 5.8 \Rightarrow 12.2 < 17.5$ ;  
в)  $0.2 < 3$  и  $2.8 > 1.7 \Rightarrow 0.2 < 3$  и  $2.8 > 1.7 \Rightarrow -0.2 + 2.8 > -3 + 1.7 \Rightarrow 2.6 > -1.3$ ; г)  $-3.9 > -7.2$  и  $6.5 < 14.7 \Rightarrow 3.9 < 7.2$  и  $6.5 < 14.7 \Rightarrow 3.9 + 6.5 < 7.2 + 14.7 \Rightarrow 10.4 < 21.9$ .

**31.22.**  $a > 2$ : а)  $3a > 2 \cdot 3 \Rightarrow 3a > 6$ ; б)  $-2a < -2 \cdot 2 \Rightarrow -2a < -4$ ; в)  $0.5a > 0.5 \cdot 2 \Rightarrow 0.5a > 1$ ; г)  $-1.5a < -1.5 \times 2 \Rightarrow -1.5a < -3$ .

**31.23.**  $m < 4,5$ : а)  $\frac{m}{5} < \frac{4,5}{5} \Rightarrow \frac{m}{5} < 0,9$ ; б)  $-\frac{m}{3} > -\frac{4,5}{3} \Rightarrow -\frac{m}{3} > -1,5$ ; в)  $\frac{m}{1,5} < \frac{4,5}{1,5} \Rightarrow \frac{m}{1,5} < 3$ ; г)  $-\frac{m}{0,09} > -\frac{4,5}{0,09} \Rightarrow -\frac{m}{0,09} > -50$ .

**31.24.**  $b > 0,5$ : а)  $2b > 1 \Rightarrow 2b + 4 > 1 + 4 \Rightarrow 2b + 4 > 5$ ; б)  $-6b < -3 \Rightarrow -6b + 8 < -3 + 8 \Rightarrow -6b + 8 < 5$ ; в)  $4,5b > 2,25 \Rightarrow 4,5b - 3,25 > 2,25 - 3,25 \Rightarrow 4,5b - 3,25 > -1$ ; г)  $-7b < -3,5 \Rightarrow -7b - 2 < -3,5 - 2 \Rightarrow -7b - 2 < -5,5$ .

**31.25.**  $n < -3$ : а)  $\frac{n}{7} < -\frac{3}{7} \Rightarrow \frac{n}{7} + \frac{2}{7} < -\frac{1}{7}$ ; б)  $\frac{n}{6} < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n}{6} + \frac{2}{9} < -\frac{5}{18}$ ; в)  $\frac{n}{2} < -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -\frac{3}{2} - \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -2\frac{1}{10}$ ; г)  $-\frac{n}{8} > \frac{3}{8} \Rightarrow -\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{3}{8} - \frac{2}{2} \Rightarrow -\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ .

**31.26.** а)  $a > 2, b > 3 \Rightarrow 3a > 6, 5b > 15 \Rightarrow 3a + 5b > 6 + 15 \Rightarrow 3a + 5b > 21$ ; б)  $a < 2b, b < c \Rightarrow a < 2b, 2b < 2c \Rightarrow a < 2c, 2a < 4c$ ; в)  $a > 3, b > 5 \Rightarrow 2a > 6, 4b > 20 \Rightarrow 2a + 4b > 6 + 20 \Rightarrow 2a + 4b > 26$ ; г)  $a \geq 5b, b \geq 2c \Rightarrow 3a \geq 15b, 15b \geq 30c \Rightarrow 3a \geq 30c$ .

**31.27.** а)  $a > 3, b > 5 \Rightarrow ab > 3 \cdot 5 \Rightarrow ab > 15$  — верно; б)  $a < 2, b < 3$  — не верно, так как  $a$  и  $b$  могут быть меньше 0; в)  $a > 4 \Rightarrow a^2 > 4^2 \Rightarrow 2 > 16$  — верно; г)  $a < 6$  — неверно, так как  $a$  может быть меньше  $-6$ .

**31.28.** а)  $a > 1, \frac{6}{a} < 6 \Rightarrow 6a > 6$ , так как  $a > 0$ , то  $\frac{6a}{a} > \frac{6}{a} \Rightarrow \frac{6}{a} < 6$  — верно; б)  $a < 2, \frac{4}{a} > 2$  — неверно, так как  $a$  может быть меньше 0; в)  $a < 5, \frac{15}{4} > 3$  — неверно, так как  $a$  может быть меньше 0; г)  $a > 7, \frac{14}{a} < 2 \Rightarrow \frac{a}{a} > \frac{7}{a} \Rightarrow \frac{7}{a} < 1 \Rightarrow \frac{14}{a} < 2$  — верно.

**31.29.**  $k > 3, l > 7$ : а)  $2k > 6, 31 > 21 \Rightarrow 2k + 31 > 27$ ; б)  $-k < -3, -l < -7 \Rightarrow -k - l < -10$ ; в)  $k > 3, 1,51 > 10,5 \Rightarrow k + 1,51 > 13,5$ ; г)  $-4k < -12, -51 < -35 \Rightarrow -4k - 51 < -47$ .

**31.30.**  $p > 2, s < 5$ : а)  $p > 2, -2s > -10 \Rightarrow p - 2s > -8$ ; б)  $-3p < -6, s < 5 \Rightarrow s - 3p < -1$ ; в)  $4s < 20, -2p < -4 \Rightarrow 4s - 2p < 16$ ; г)  $3p > 6, -6s > -30 \Rightarrow 3p - 6s > -24$ .

**31.31.**  $m > 1, n > 4$ : а)  $m + n > 5 \Rightarrow m + n + 4 > 9$ ; б)  $-3m < -3, -4n < -16 \Rightarrow -4n - 3m < -19$ ; в)  $-2m < -2, -5n < -20 \Rightarrow -2m - 5n < -22 \Rightarrow 3 - 2m - 5n < -19$ ; г)  $7m > 7, 6n > 24 \Rightarrow 7m + 6n > 31 \Rightarrow 7m + 6n + 1 > 32$ .

**31.32.**  $x > 6, y < 12$ : а)  $x > 6, -2y > -24 \Rightarrow x - 2y > -18 \Rightarrow x - 5 - 2y > -23$ ; б)  $-2x < -12, 3y < 36 \Rightarrow -2x + 3y < 24 \Rightarrow 14 - 2x + 3y < 38$ ; в)  $5x > 30, -y > -12 \Rightarrow 5x - y > 18 \Rightarrow 5x - y + 10 > 28$ ; г)  $4x > 24, -3y > -36 \Rightarrow 4x - 3y > -12 \Rightarrow 16 + 4x - 3y > 4$ .

**31.33.** а)  $a = 3, b = 8 \Rightarrow a < 6 < b$ ; б)  $a = -5, b = -3 \Rightarrow a < -4, 5 < b$ ; в)  $a = -2, 5 < b = 7, 8 \Rightarrow a < 4 < b$ ; г)  $a = -6, b = -2 \Rightarrow -6 < -3 < -2$ .

**31.34.**  $10 < a < 16$ : а)  $0,5 \cdot 10 < 0,5a < 0,5 \cdot 16$ ; б)  $-6 < a - 16 < 0; 5 < 0,5a < 8$ ; в)  $-16 < -a < -10 \Rightarrow -48 < -3a < -30$ ; г)  $20 < 2a < 32 \Rightarrow 21 < 2a + 1 < 33$ .

**31.35.** а)  $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow 5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$ ; б)  $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow 5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4 \Rightarrow 7,2 < 2 + 2\sqrt{7} < 7,4$ ; в)  $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow -2,7 < -\sqrt{7} < -2,6$ ; г)  $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow -2,7 < -\sqrt{7} < -2,6 \Rightarrow 0,3 < 3 - \sqrt{7} < 0,4$ .

**31.36.** а)  $6,1 < \sqrt{8} + \sqrt{11} < 6,3$ ; б)  $-3,4 < -\sqrt{11} < -3,3 \Rightarrow -0,6 < \sqrt{8} - \sqrt{11} < -0,4$ ; в)  $6,6 < 2\sqrt{11} < 6, \Rightarrow 9,4 < \sqrt{8} + 2\sqrt{11} < 9,7$ ; г)  $8,4 < 3\sqrt{8} < 8,7 \Rightarrow -3,4 < -\sqrt{11} < -3,3 \Rightarrow 5 < 3\sqrt{8} - \sqrt{11} < 5,4$ .

**31.37.** а)  $2 < \frac{1}{4}a < \frac{5}{2} \Rightarrow 3 < \frac{1}{4}a + b < 4,5$ ; б)  $-l < -\frac{1}{2}b < -\frac{1}{2} \Rightarrow 7 < a - \frac{1}{2}b < 9,5$ ; в)  $8 < ab < 20$ ; г)  $1 < b < 2 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{b} < 1 \Rightarrow 4 < \frac{a}{b} < 10$ .

**31.38.**  $a > b + 3, b + 1 > 7 \Rightarrow b + 1 + 2 > 7 + 2, b + 3 > 9; a > b + 3 \Rightarrow b + 3 > 9$ , следовательно  $a > 9$ .

**31.39.** а)  $3 \cdot (x + 1) + x - 4 \cdot (2 + x) = 3x + 3 + x - 8 - 4x = -5 < 0$ , следовательно  $3 \cdot (x + 1) + x < 4 \cdot (2 + x)$ ; б)  $m(m+n) - mn = m^2 + mn - mn = m^2 \geq 0$ , следовательно  $m(m+n) \geq mn$ ; в)  $2y^2 - 6y + 1 - 2y(y - 3) = 2y^2 - 6y + 1 - 2y^2 + 6y = 1 > 0$ , следовательно  $2y^2 - 6y + 1 > 2y(y - 3)$ ; г)  $c^2 - d^2 - (-2d^2 - 1) = c^2 + 2d^2 + 1 = c^2 + d^2 + 1 > 0$ , следовательно  $c^2 - d^2 > -2d^2 - 1$ .

**31.40.** а)  $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \geq 0$ ; б)  $9m^2 + 6mn - (-n^2) = 9m^2 + 6mn + n^2 = (3m + n)^2 \geq 0$ , следовательно  $9m^2 + 6mn \geq -n^2$ ; в)  $2pq - (p^2 + q^2) = -(p^2 - pq + q^2) = -(p - q)^2 \leq 0$ , следовательно  $2pq \leq p^2 + q^2$ ; г)  $4c^2 + 9d^2 - 12cd = (2c - 3d)^2 \geq 0$ , следовательно  $4c^2 + 9d^2 \geq 12cd$ .

**31.41.** а)  $2x - (2 \cdot (x - 4) - a^2) = 2x - (2x - 8 - a^2) = 8 + a^2 > 0$ , следовательно  $2x > 2 \cdot (x - 4) - a^2$ ; б)  $z(z + 1) + 5 - (1 - 3z) = z^2 + z + 4 + 3z = (z + 2)^2 \geq 0$ , следовательно  $z(z + 1) + 5 \geq 1 - 3z$ ; в)  $4y^2 - 3y - 9 \cdot (y - 1) = 4y^2 - 3y - 9y + 9 = (2y - 3)^2 \geq 0$ , следовательно  $4y^2 - 3y \geq 9 \cdot (y - 1)$ ; г)  $t(t + 5) - 3 \cdot (3t - 4) = t^2 + 5t - 9t + 12 = t^2 - 4t + 12 = (t - 2)^2 + 8 \geq 0$ , следовательно  $t(t + 5) - 3 \geq 3t - 4$ .

**31.42.** а)  $(x + 1)(x - 4) - (x + 2)(x - 5) = x^2 - 3x - 4 - x^2 + 3x + 10 = 6 > 0$ , следовательно  $(x + 1)(x - 4) > (x + 2)(x - 5)$ ; б)  $(t - 3)(t - 4) - (t - 1)(t + 2) = t^2 + t - 12 - t^2 - t + 2 = -10 < 0$ , следовательно  $(t - 3)(t - 4) < (t - 1)(t + 2)$ ; в)  $(a + 2)(a + 6) - (a + 5)(a + 3) = a^2 + 8a + 12 - a^2 - 8a - 15 = -3 < 0$ , следовательно  $(a + 2)(a + 6) < (a + 5)(a + 3)$ ; г)  $(b - 6)(b + 2) - (b - 3)(b - 1) = b^2 - 4b - 12 - b^2 + 4b - 3 = -15 < 0$ , следовательно  $(b - 6)(b + 2) < (b - 3)(b - 1)$ .

**31.43.** а)  $(7 + 2d)(7 - 2d) - (49 - d(4d + 1)) = 49 - 4d^2 - 49 + 4d^2 + d = d < 0$ , следовательно  $(7 + 2d)(7 - 2d) < 49 - d(4d + 1)$ ; б)  $(2q - 3)(q - 3) - (q - 1)(q - 8) = 2q^2 - 9q + 9 - q^2 + 9q - 8 = q^2 + 1 > 0$ , следовательно  $(2q - 3)(q - 3) > (q - 1)(q - 8)$ .

**31.44.** а)  $\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2ab} = \frac{(a - b)^2}{2ab} \geq 0$ , следовательно  $\frac{a^2 + b^2}{2ab} \geq 1$ ; б)  $25r + \frac{1}{r} - (-10) = 25r + \frac{1}{r} + 10 = \frac{25r^2 + 10r + 1}{r} = \frac{(5r + 1)^2}{r} \leq 0$ , следовательно  $25r + \frac{1}{r} \leq -10$ ; в)  $y + \frac{9}{y} - 6 = \frac{y^2 - 6y + 9}{y} = \frac{(y - 3)^2}{y} \geq 0$ , следовательно  $y + \frac{9}{y} \geq 6$ ; г)  $n + \frac{16}{n} - (-8) = n + \frac{16}{n} + 8 = \frac{n^2 + 8n + 16}{n} = \frac{(n + 4)^2}{n} \leq 0$ , следовательно  $n + \frac{16}{n} \leq -8$ .

**31.45.** а)  $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} - 2 = \frac{p^2 + q^2 - 2pq}{pq} = \frac{(p - q)^2}{pq} \leq 0$ , следовательно  $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \leq 2$ ; б)  $\frac{(m + n)^2}{2} - (m^2 + n^2) = \frac{m^2 + 2mn + n^2 - 2m^2 - 2n^2}{2} = \frac{-(m - n)^2}{2} \leq 0$ , следовательно  $\frac{(m + n)^2}{2} \leq m^2 + n^2$ .

**31.46.** а)  $x^2 - 6x + 14 = x^2 - 6x + 9 + 5 = (x - 3)^2 + 5 > 0$ ; б)  $a^2 + 10 - (-6a) = a^2 + 6a + 10 = a^2 + 6a + 9 + 1 = (a + 3)^2 + 1 > 0$ , следовательно  $a^2 + 10 > -6a$ ; в)  $y^2 + 70 - 16y = y^2 - 16y + 64 + 6 = (y - 8)^2 + 6 > 0$ , следовательно  $y^2 + 70 > 16y$ ; г)  $b^2 + 20 - (-8b) = b^2 + 8b + 16 + 4 = (b + 4)^2 + 4 > 0$ , следовательно  $b^2 + 20 > -8b$ .

**31.47.** а)  $(s-4)(2-s) = -s^2 + 6s - 8 = -(s-3)^2 + 1 < 2$ ;  
 б)  $z^2 + 6zt + 10t^2 = z^2 + 6zt + 9t^2 + t^2 = (z+3t)^2 + t^2 \geq 0$ ,  
 следовательно  $z^2 + 6zt + 10 \geq 0$ ; г)  $(a+1)(3-a) - 5 =$   
 $= -a^2 + 2a + 3 - 5 = -a^2 + 2a - 2 = -(a^2 - 2a + 1) - 1 =$   
 $= -(a-1)^2 - 1 < 0$ , следовательно  $(a+1)(3-a) < 5$ ;  
 г)  $m^2 - 12m + 40 = (m-6)^2 + 4 > 0$ .

**31.48.** а)  $2,8 < \sqrt{8} \Leftarrow 7,84 < 8$ ; б)  $\sqrt{3} > 1,7 \Leftarrow 3 > 2,89$ ;  
 в)  $\sqrt{10} < 3,4 \Leftarrow 10 < 11,56$ . г)  $\sqrt{7} < 2,8 \Leftarrow 7 < 7,84$ .

**31.49.** а)  $\sqrt{5} < \frac{4}{5}\sqrt{8} \Leftarrow 5 < \frac{16}{25} \cdot 8$ ; б)  $\sqrt{3} < \frac{7}{6}\sqrt{2} \Leftarrow 3 <$   
 $< \frac{49}{36} \cdot 2$ ; в)  $\sqrt{8} < \frac{4}{5}\sqrt{13} \Leftarrow 8 < \frac{16}{25} \cdot 13$ ; г)  $\sqrt{7} > \frac{3}{5}\sqrt{19} \Leftarrow 7 >$   
 $> \frac{9}{25} \cdot 19$ .

**31.50.** а)  $\sqrt{2} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + 2$ , так как  $2 + 7 + 2\sqrt{14} < 5 +$   
 $+ 4 + 4\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{14} < 2\sqrt{5} \Rightarrow 14 < 20$ ;

б)  $2 + \sqrt{11} < \sqrt{5} + \sqrt{10}$ , так как  $4 + 11 + 4\sqrt{11} < 5 + 10 +$   
 $+ 2\sqrt{50} \Rightarrow 2\sqrt{11} < \sqrt{50} \Rightarrow 44 < 50$ ;

в)  $\sqrt{7} + \sqrt{5} > 3 + \sqrt{3}$ , так как  $7 + 5 + 2\sqrt{35} > 9 + 3 +$   
 $+ 6\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{35} > 3\sqrt{3} \Rightarrow 35 > 27$ ;

г)  $\sqrt{3} + \sqrt{15} > 4 + \sqrt{2}$ , так как  $3 + 15 + 2\sqrt{45} > 16 + 2 +$   
 $+ 8\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{45} > 4\sqrt{2} \Rightarrow 45 > 32$ .

**31.51.** а)  $\sqrt{37} - \sqrt{14} > 6 - \sqrt{15}$ , так как  $37 + 14 -$   
 $- 2\sqrt{3714} > 36 + 15 - 12\sqrt{15} \Rightarrow \sqrt{37 \cdot 14} < 6\sqrt{15} \Rightarrow 37 \times$   
 $\times 14 < 36 \cdot 15 \Rightarrow 518 < 540$ ;

б)  $\sqrt{11} - \sqrt{10} < \sqrt{6} - \sqrt{5}$ , так как  $11 + 10 - 2\sqrt{110} < 6 + 5 -$   
 $- 2\sqrt{30} \Rightarrow 5 - \sqrt{110} < -\sqrt{30} \Rightarrow 5 < \sqrt{110} - \sqrt{30} \Rightarrow 25 <$   
 $< 110 + 30 - 2\sqrt{1100 \cdot 3} \Rightarrow 2\sqrt{3300} < 115 \Rightarrow 4 \cdot 3300 <$   
 $< 115^2 \Rightarrow 13200 < 13225$ ;

в)  $\sqrt{17} - \sqrt{15} < \sqrt{7} - \sqrt{5}$ , так как  $17 + 15 - 2\sqrt{17 \cdot 15} < 7 +$   
 $+ 5 - 2\sqrt{75} \Rightarrow 10 - \sqrt{255} < -\sqrt{35} \Rightarrow 10 < \sqrt{255} - \sqrt{35} \Rightarrow$   
 $100 < 255 + 35 - 2\sqrt{255 \cdot 35}, \sqrt{255 \cdot 35} < 95 \Rightarrow 255 \cdot 35 <$   
 $< 95^2 \Rightarrow 8925 < 9025$ ;

г)  $\sqrt{10} - \sqrt{7} < \sqrt{11} - \sqrt{6}$ , так как  $\sqrt{10} - \sqrt{11} < \sqrt{7} - \sqrt{6}$ .

**31.52.** а)  $15,4 : 3,5 < 15,4 : 3,4$ ; б)  $-22,1 \cdot 2,5 < -22 \cdot 2,5$ ;  
 в)  $238 \cdot 2 > 237 \cdot 2$ ; г)  $-5,2 : 4,3 < -5,1 : 4,3$ .

**31.53.** а)  $1,8 : 2,7 < 1,82 \cdot 2,7$ ; б)  $32,5 \cdot 0,5 < 32,5 : 0,5$ ;  
 в)  $492 \cdot 0,3 < 492 : 0,3$ ; г)  $8,34 : 1,1 < 8,34 \cdot 1,1$ .

**31.54.**  $k > l$ ;  $0,2 + k > l$ ,  $k + 2,6 > k$ ,  $l > l - 12$ ,  $l - 1,45 >$   
 $> l - 12$ . Следовательно  $1 - 12 < l - 1,45 < l < k < 0,2 +$   
 $+ k < k + 2,6$ .



**31.55.** а)  $a > b$  а)  $3a + 12 > 3b + 10 \Rightarrow 3a > 3b - 2$  — нельзя; б)  $\frac{2a}{b} > 2 \Rightarrow \frac{a}{b} > 1$  — нельзя; в)  $7a > 5b \Rightarrow a > \frac{5}{7}b$  — нельзя; г)  $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$  — нельзя.

**31.56.** а)  $x^2y \geq 0$  — нельзя; б)  $\frac{x}{y^2} \geq 0 \Rightarrow y^2 \cdot \frac{x}{y^2} \geq 0 \times y^2 \Rightarrow x \geq 0$  — можно; в)  $xy^2 < 0 \Rightarrow \frac{1}{y^2} > 0 \Rightarrow xy^2 \cdot \frac{1}{y^2} < 0 \cdot \frac{1}{y^2} \Rightarrow x < 0$  — можно; г)  $\frac{x^2}{y} \geq 0$  — нельзя.

**31.57.** а)  $\frac{2}{a-3} > 1 \Rightarrow \frac{2}{a-3} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2-a+3}{a-3} > 0 \Rightarrow \frac{a-5}{a-3} < 0 \Rightarrow 3 < a < 5$  — верно; б)  $\frac{1}{a-2} < 1$  — не верно; в)  $\frac{8}{a-2} > 2 \Rightarrow \frac{4}{a-2} > 1 \Rightarrow \frac{4}{a-2} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{4-a+2}{a-2} > 0 \Rightarrow \frac{a-6}{a-2} < 0 \Rightarrow 2 < a < 6$  — верно; г)  $\frac{12}{a-1} < 3$  — не верно.

**31.58.** Если  $ab > 0$ , то  $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} - 4 = \frac{25a^2 + 36b^2 - 60ab}{15ab} = \frac{(5a-6b)^2}{15ab} \geq 0$ , следовательно  $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} \geq 4$ .

**31.59.** а)  $a^2 + 2b^2 + 2ab + 2b + 2 = a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2b + 1 + 1 = (a+b)^2 + (b+1)^2 + 1 > 0$ ; б)  $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4 = (a+b) \cdot \frac{a+b}{ab} - \frac{4ab}{ab} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$ , следовательно  $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$ .

**31.60.** а)  $2a^2 + b^2 + c^2 - 2a(b+c) = 2a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac = (a-b)^2 + (a-c)^2 \geq 0$ , следовательно  $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$ ; б)  $(x^2 - y^2)^2 - 4xy(x-y)^2 = (x-y)^2 \cdot ((x+y)^2 - 4xy) = (x-y)^2 \cdot (x^2 + 2xy + y^2 - 4xy) = (x-y)^4 \geq 0$ .

**31.61.**  $a^3 + 1 - (a^2 + a) = a^3 - a^2 + 1 - a = a^2(a-1) - (a-1) = (a-1)(a^2-1) = (a-1)^2 \cdot (a+1)$ , так как  $a \geq -1$ , то  $a+1 \geq 0$ , следовательно  $a^3 + 1 - (a^2 + a) \geq 0 \Rightarrow a^3 + 1 \geq a^2 + a$ .

**31.62.** Из  $a > 0$  и  $b > 0 \Rightarrow \sqrt{ab} > 0 \Rightarrow 2\sqrt{ab} > 0 \Rightarrow a + 2\sqrt{ab} + b > a + b \Rightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$ , так как  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$  и  $\sqrt{a+b} > 0$ , то  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ .

**31.63.** Из  $a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow ab \geq 0 \Rightarrow 2ab \geq 0 \Rightarrow 0 \leq 2ab \Rightarrow a^2 + b^2 \leq a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow (\sqrt{a^2 + b^2})^2 \leq (a+b)^2$ , так как  $\sqrt{a^2 + b^2} \geq 0$  и  $a+b \geq 0$ , то  $\sqrt{a^2 + b^2} \leq a+b$ .

**31.64.**  $(\sqrt{bc} - \sqrt{ad})^2 \geq 0 \Rightarrow bc + ad - 2\sqrt{abcd} \geq 0 \Rightarrow bc + ad \geq 2\sqrt{abcd} \Rightarrow bc + ad + ab + cd \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd} \Rightarrow (a+c)(b+d) \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd} \Rightarrow (\sqrt{(a+c)(b+d)})^2 \geq (\sqrt{ab} + \sqrt{cd})^2$ , так как  $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq 0$  и  $\sqrt{ab} + \sqrt{cd} \geq 0$ , то  $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$ .

**31.65.** Из  $a > 0, b > 0 \Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Rightarrow a - \sqrt{ab} + b \geq \sqrt{ab}$ , так как  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ , то  $(a - \sqrt{ab} + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \geq \sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ , и так как  $\sqrt{ab} > 0$ , то  $\frac{(a - \sqrt{ab} + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \Rightarrow \frac{(a\sqrt{a} + b\sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .

## §32. Исследование функции на монотонность

**32.1.** а) да; б) нет; в) да; г) нет.

**32.2.** а) да; б) нет; в) да; г) нет.

**32.3.** а) функция возрастает при  $0 \leq x \leq 2$ , функция убывает при  $-2 \leq x \leq 0$ ; б) функция возрастает при  $-5 \leq x \leq -1$ , функция убывает при  $-1 \leq x \leq 2$ ; в) функция возрастает при  $-2 \leq x \leq 4$ ; г) функция возрастает при  $-2 \leq x \leq 2$ , функция убывает при  $-3 \leq x \leq -2$  и  $x \geq 2$ .

**32.4.**  $y = 2x - 5$  — функция линейна и  $k = 2 > 0$  — функция возрастающая.

**32.5.**  $y = 7 - 13x$  — функция линейна и  $k = -13 < 0$  — функция убывающая.

**32.6.** а)  $y = 2x + 3$  —  $k = 2 > 0$  — возрастающая функция  $x \in (-\infty; +\infty)$ ; б)  $y = 5 - 4x$  —  $k = -4 < 0$  — убывающая функция  $x \in (-\infty; +\infty)$ ; в)  $y = x - 2$  —  $k = 1 > 0$  — возрастающая функция  $x \in (-\infty; +\infty)$ ; г)  $y = 1 - 2x$  —  $k = -2 < 0$  — убывающая функция  $x \in (-\infty; +\infty)$ ;

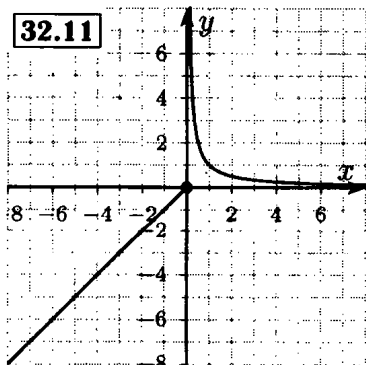
**32.7.** а)  $y = 2x^2$  — квадратичная функция и  $k = 2 > 0$ , функция убывает  $x \in (-\infty, 0]$  и возрастает  $x \in [0; +\infty)$ ; б)  $y = -x^2$  — квадратичная функция и  $k = -1 < 0$ , функция возрастает  $x \in (-\infty, 0]$  и убывает  $x \in [0; +\infty)$ ; в)  $y = 0,5x^2$  — квадратичная функция и  $k = 0,5 > 0$ , функция убывает  $x \in (-\infty, 0]$  и возрастает  $x \in [0; +\infty)$ ; г)  $y = -2x^2$  — квадратичная функция и  $k = -2 < 0$ , функция возрастает  $x \in (-\infty, 0]$  и функция убывает  $x \in [0; +\infty)$ .

**32.8.** а)  $y = \frac{2}{x}$  — функция вида  $y = \frac{k}{x}$ ,  $k = 2 > 0$  — функция убывает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; б)  $y = -\frac{3}{x}$  — функция вида  $y = \frac{k}{x}$ ,  $k = -3 < 0$  — функция возрастает

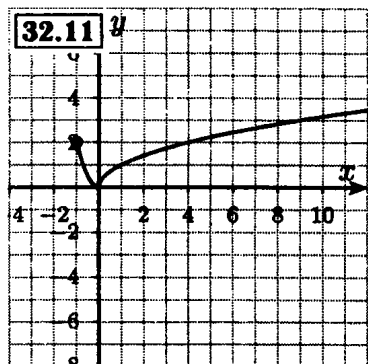
при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; в)  $y = 3 - \frac{1}{x}$  — функция вида  $y = \frac{k}{x} + a$ ,  $k = -1 < 0$  — функция возрастает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; г)  $y = \frac{4}{x} - 1$  — функция вида  $y = \frac{k}{x} + a$ ,  $k = 4 > 0$  — функция убывает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;

**32.9.** а)  $y = \sqrt{x}$  — функция вида  $y = \sqrt{x}$ , функция возрастает  $x \in [0; +\infty)$ ; б)  $y = \sqrt{x-3}$  — функция вида  $y = \sqrt{x}$ , функция возрастает  $x \in [3; +\infty)$ ; в)  $y = -\sqrt{x}$  — функция вида  $y = \sqrt{x}$ , функция убывает  $x \in [0; +\infty)$ ; г)  $y = 2 + \sqrt{x}$  — функция вида  $y = \sqrt{x}$ , функция возрастает  $x \in [0; +\infty)$ ;

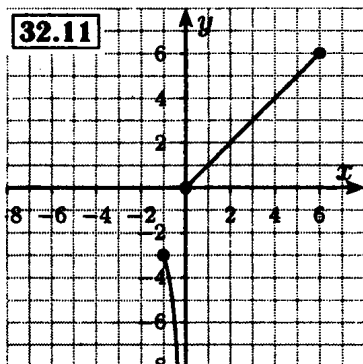
**32.10.** а)  $y = |x|$  — функция вида  $y = k|x|$ ,  $k = 1 > 0$ , функция убывает при  $x \in (-\infty; 0]$  и возрастает при  $x \in [0; +\infty)$ ; б)  $y = -|x|$  — функция вида  $y = k|x|$ ,  $k = -1 < 0$ , функция возрастает при  $x \in (-\infty; 0]$  и убывает при  $x \in [0; +\infty)$ ; в)  $y = |x| + 2$  — функция вида  $y = k|x| + b$ ,  $k = 1 > 0$ , функция убывает при  $x \in (-\infty; 0]$  и возрастает при  $x \in [0; +\infty)$ ; г)  $y = |x-1|$  — функция вида  $y = k|x+a|$ ,  $k = 1 > 0$ , функция убывает при  $x \in (-\infty; 1]$  и возрастает при  $x \in [1; +\infty)$ ;



а)  $f(-2) = -2$ ,  $f(1) = \frac{1}{1} = 1$ ,  $f(5) = \frac{1}{5} = 0,2$ ;  
 в) область определения:  $x \in (-\infty; +\infty)$ ;  $y > 0$  при  $x > 0$  и  $y < 0$  при  $x < 0$ ; функция имеет разрыв при  $x = 0$ ; функция не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения; функция выпукла вниз при  $x > 0$ ; функция возрастает  $x \in (-\infty; 0]$  и убывает при  $x \in [0; +\infty)$ .



а)  $f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 = 2$ ,  $f(0) = 2 \cdot 0^2 = 0$ ,  $f(4) = \sqrt{4} = 2$ ; в) область определения функции:  $x \geq -1$ ;  $y > 0$  при  $-1 \leq x < 0$  и  $x > 0$ ,  $y = 0$  при  $x = 0$ ; функция непрерывна;  $y_{\min} = y(0) = 0$ ,  $y_{\max}$  — не существует; функция выпукла вниз при  $-1 \leq x \leq 0$  и выпукла вверх при  $x \geq 0$ ; функция убывает при  $-1 \leq x \leq 0$  и возрастает при  $x \geq 0$ .



а)  $f(-3) = \frac{3}{-3} = -1$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(6) = |6| = 6$ ; в) область определения:  $x < 0$ ,  $0 < x \leq 6$ ;  $y > 0$  при  $0 < x \leq 6$ ;  $y < 0$  при  $x < 0$ ,  $y = 0$  при  $x = 0$ ; Функция имеет разрыв при  $x = 0$ ;  $y_{\max} = y(6) = 6$ ,  $y_{\min}$  — не существует; функция выпукла вверх при  $x < 0$ ; Функция убывает при  $x < 0$  и возрастает при  $0 < x \leq 6$ .

**32.14.** а) так как функции  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$  — возрастающие на  $x \in [0; +\infty)$ , то и функция  $y = x^2 + \sqrt{x} + 1$  будет возрастающей на  $x \in [0; +\infty)$ ; б) так как функции  $y = \frac{1}{x}$  и  $y = -x^2$  — убывающие на  $x \in (0; +\infty)$ , то и функция  $y = \frac{1}{x} - x^2$  будет убывающей на  $x \in (0; +\infty)$ .

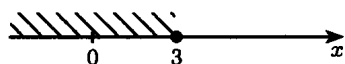
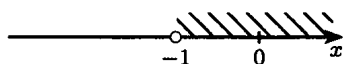
### §33. Решение линейных неравенств

**33.1.**  $2a + 3 > 7a - 17$ : а)  $a = 2 \Rightarrow 2 \cdot 2 + 3 > 7 \cdot 2 - 17 \Rightarrow 7 > -3$  — является; б)  $a = 6,5 \Rightarrow 2 \cdot 6,5 + 3 > 7 \cdot 6,5 - 17 \Rightarrow 16 > 28,5$  — не является; в)  $a = -\sqrt{2} \Rightarrow -2\sqrt{2} + 3 > -7\sqrt{2} - 17 \Rightarrow 5\sqrt{2} > -20$  — является; г)  $a = \sqrt{18} \Rightarrow 2\sqrt{18} + 3 > 7\sqrt{18} - 17 \Rightarrow 5\sqrt{18} < 20$  — не является.

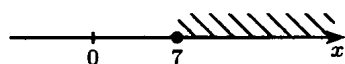
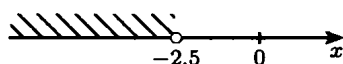
**33.2.**  $3x > x + 2 \Rightarrow 2x > 2 \Rightarrow x > 1$  — решение неравенства, следовательно подходят числа 7 и  $\sqrt{5}$ .

**33.3.**  $9x + 1 > 7x \Rightarrow 2x > -1 \Rightarrow x > -0,5$ , например числа 1 и 2.

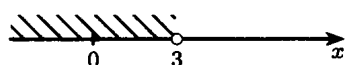
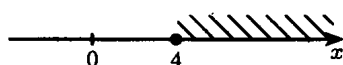
**33.4.** а)  $x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$  б)  $x - 3 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3$



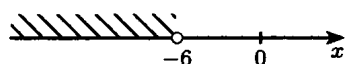
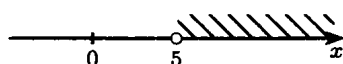
в)  $x + 2.5 < 0 \Rightarrow x < -2.5$  г)  $x - 7 \geq 0 \Rightarrow x \geq 7$



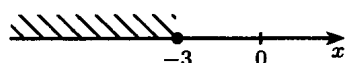
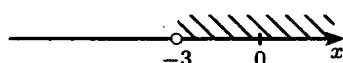
**33.5.** а)  $2x \geq 8 \Rightarrow x \geq 4$  б)  $4x < 12 \Rightarrow x < 3$



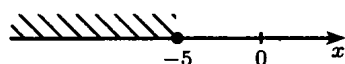
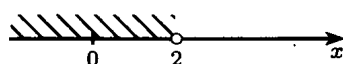
в)  $5x > 25 \Rightarrow x > 5$  г)  $7x < -42 \Rightarrow x < -6$



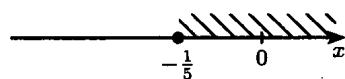
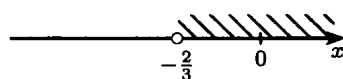
**33.6.** а)  $11x > -33 \Rightarrow x > -3$  б)  $-8x \geq 24 \Rightarrow x \leq -3$



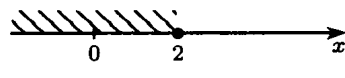
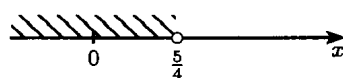
в)  $-6x > -12 \Rightarrow x < 2$  г)  $13x \leq -65 \Rightarrow x \leq -5$



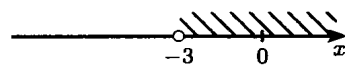
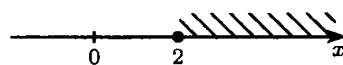
**33.7.** а)  $3x + 2 > 0 \Rightarrow x > -\frac{2}{3}$  б)  $-5x - 1 \leq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{5}$



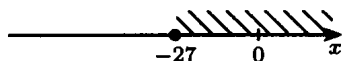
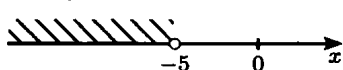
в)  $4x - 5 < 0 \Rightarrow x < \frac{5}{4}$  г)  $12 - 6x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$



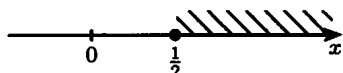
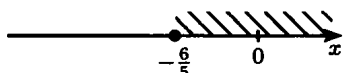
**33.8.** а)  $2x + 3 \geq 7 \Rightarrow x \geq 2$  б)  $4 - 3x < 13 \Rightarrow x > -3$



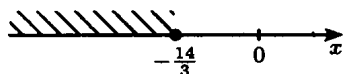
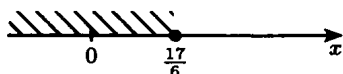
$$\text{в) } -5x - 1 > 24 \Rightarrow x < -5 \quad \text{г) } -x - 8 \leq 19 \Rightarrow x \geq -27$$



$$\text{33.9. а) } 5(x+2) \geq 4 \Rightarrow x \geq -\frac{6}{5} \quad \text{б) } -2(x-3) \leq 5 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$



$$\text{в) } 6(x-1) \leq 11 \Rightarrow x \leq \frac{17}{6} \quad \text{г) } -3(x+4) \geq 2 \Rightarrow x \leq -\frac{14}{3}$$



$$\text{33.10. а) } 5a - 3 > 0 \Rightarrow 5a > 3 \Rightarrow a > \frac{3}{5}; \quad \text{б) } 23b + 11 < 0 \Rightarrow 23b < -11 \Rightarrow b < -\frac{11}{23}.$$

$$\text{33.11. а) } 13c - 22 \geq 0 \Rightarrow 13c \geq 22 \Rightarrow c \geq \frac{22}{13}; \quad \text{б) } 2d + 4 \leq 0 \Rightarrow 2d \leq -4 \Rightarrow d \leq -2.$$

$$\text{33.12. а) } 5m + 8 > 2 \Rightarrow 5m > -6 \Rightarrow m > -\frac{6}{5}; \quad \text{б) } 7n + 1 < 1 \Rightarrow 7n < 0 \Rightarrow n < 0.$$

$$\text{33.13. а) } 9p - 2 \geq 3p + 4 \Rightarrow 6p \geq 6 \Rightarrow p \geq 1; \quad \text{б) } 11q + 3 < 5q - 6 \Rightarrow 6q < -9 \Rightarrow q < -1\frac{1}{2}.$$

$$\text{33.14. а) } 2a - 11 > a + 13 \Rightarrow a > 24; \quad \text{б) } 8b + 3 < 9b - 2 \Rightarrow b > 5; \quad \text{в) } 6 - 4c > 7 - 6c \Rightarrow 2c > 1 \Rightarrow c > \frac{1}{2};$$

$$\text{г) } 3 - 2x < 12 - 5x \Rightarrow 3x < 9 \Rightarrow x < 3.$$

$$\text{33.15. а) } 2d - 5 \geq 3 - d \Rightarrow 3d \geq 8 \Rightarrow d \geq \frac{8}{3}; \quad \text{б) } 6n - 2 \leq 7n + 8 \Rightarrow n \geq -10; \quad \text{в) } 6m + 17 \leq m - 13 \Rightarrow 5m \leq -30 \Rightarrow m \leq -6;$$

$$\text{г) } p + 4 \geq 12 + 9p \Rightarrow 8p \leq -8 \Rightarrow p \leq -1.$$

$$\text{33.16. а) } -2x + 12 > 3x - 3 \Rightarrow 5x < 15 \Rightarrow x < 3; \quad \text{б) } 6y + 8 \leq 10y - 8 \Rightarrow 4y \leq -16 \Rightarrow y \leq -4; \quad \text{в) } 5z - 14 < 8z - 20 \Rightarrow 3z > 6 \Rightarrow z > 2; \quad \text{г) } 3t + 5 \geq 7t - 7 \Rightarrow -4t \geq -12 \Rightarrow t \leq 3.$$

$$\text{33.17. а) } 10x + 9 > -3 \cdot (2 - 5x) \Rightarrow 10x + 9 > -6 + 15x \Rightarrow 5x < 15 \Rightarrow x < 3; \quad \text{б) } -(6y + 2) + 3 \cdot (y - 1) \geq 0 \Rightarrow -6y - 2 + 3y - 3 \geq 0 \Rightarrow 3y \leq -5 \Rightarrow y \leq -\frac{5}{3}; \quad \text{в) } 2 \cdot (3 - 2z) + 3 \cdot (2 - z) \leq 40 \Rightarrow 6 - 4z + 6 - 3z \leq 40 \Rightarrow 7z \geq -28 \Rightarrow z \geq -4;$$

$$\text{г) } -(8t - 2) - 2 \cdot (t - 3) > 0 \Rightarrow 8t - 2 - 2t + 6 > 0 \Rightarrow 6t - 4 > 0 \Rightarrow 10t < 8 \Rightarrow t < \frac{4}{5}.$$

**33.18.** а)  $2 \cdot (x + 1) - 1 < 7 + 8x \Rightarrow 2x + 2 - 1 < 7 + 8x \Rightarrow 6x > -6 \Rightarrow x > -1$ ; б)  $3 - 1y \leq -3 \cdot (y - 2) \Rightarrow 3 \leq 11y - 3y + 6 \Rightarrow 8y \geq -3 \Rightarrow y \geq -\frac{3}{8}$ ; в)  $-2 \cdot (4z + 1) < 3 - 10z \Rightarrow -8z - 2 < 3 - 10z \Rightarrow 2z < 5 \Rightarrow z < 2,5$ ; г)  $4 - 3t > -4 \cdot (2t + 2) \Rightarrow 4 - 3t > -8t - 8 \Rightarrow 5t > -12 \Rightarrow t > -\frac{12}{5}$ .

**33.19.** а)  $8 + 6p < 2 \cdot (5p - 8) \Rightarrow 4 + 3p < 5p - 8 \Rightarrow 2p > 12 \Rightarrow p > 6$ ; б)  $-(6y + 2) + 60 \cdot (y - 1) \geq 0 \Rightarrow -6y - 2 + 6y - 6 \geq 0 \Rightarrow -8 \geq 0$  — нет решения. в)  $2 \cdot (3 - 4q) - 3 \cdot (2 - 3q) \leq 0 \Rightarrow 6 - 8q - 6 + 9q \leq 0 \Rightarrow q \leq 0$ ; г)  $7 - 16r \leq -2 \cdot (8r - 1) + 5 \Rightarrow 7 - 16r \leq -16r + 2 + 5 \Rightarrow 0 \leq 0 \Rightarrow -\infty < r < +\infty$ .

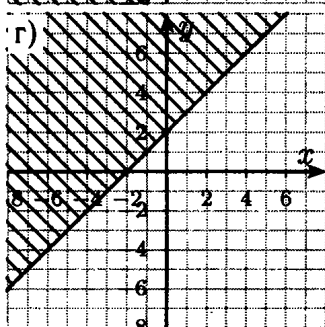
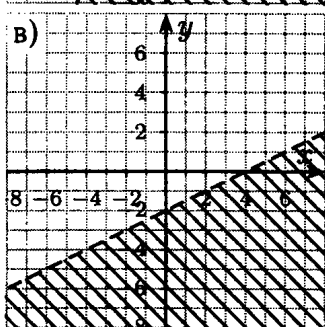
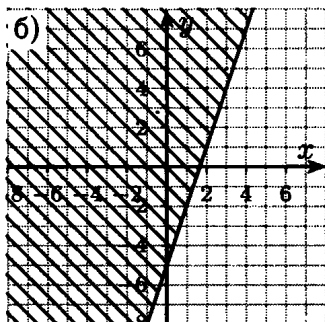
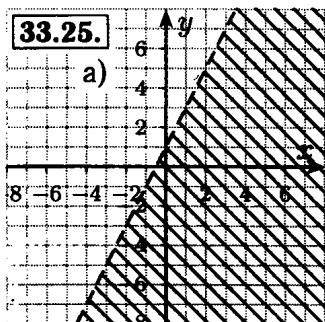
**33.20.** а)  $4 \cdot (a + 1) + 3a > 7a + 2 \Rightarrow 4 > 2 \Rightarrow -\infty < a < +\infty$ ; б)  $7b - 3 \geq 7 \cdot (1 + b) \Rightarrow 7b - 3 \geq 7 + 7b \Rightarrow -3 \geq 7$  — нет решения; в)  $4 \cdot (2 + 3x) + 3 \cdot (4 - 4x) \geq 8 + 12x + 12 - 12x \geq 0 \Rightarrow 20 \geq 0 \Rightarrow -\infty < x < +\infty$ ; г)  $5 \cdot (4d - 3) + 5 \times \times (3 - 4d) < 0 \Rightarrow 20d - 15 + 15 - 20d < 0 \Rightarrow 0 < 0$  — нет решения.

**33.21.** а)  $\frac{3a}{4} > 1 \Rightarrow a > \frac{4}{3}$ ; б)  $\frac{8c}{11} > 2 \Rightarrow \frac{4c}{11} > 1 \Rightarrow c > \frac{11}{4}$ ; в)  $\frac{5b}{8} < 3 \Rightarrow b < \frac{24}{5}$ ; г)  $\frac{9d}{5} < 0 \Rightarrow d < 0$ .

**33.22.** а)  $3x + 2 < 0 \Rightarrow x < -\frac{2}{3}$ ; б)  $3x - 4 \leq 0 \Rightarrow x \leq \frac{4}{3}$ ; в)  $7x - 7 > 0 \Rightarrow x > \frac{7}{7}$ ; г)  $1 + 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ ;

**33.23.** а)  $\frac{2x-1}{3} \geq 1 \Rightarrow 2x - 1 \geq 3 \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$ ; б)  $\frac{12-9x}{7} \geq 7 \Rightarrow 12 - 9x \geq 49 \Rightarrow 9x \leq -37 \Rightarrow x \leq -\frac{37}{9}$ ; в)  $\frac{3x+1}{4} \leq 15 \Rightarrow 3x + 1 \leq 60 \Rightarrow 3x \leq 59 \Rightarrow x \leq \frac{59}{3}$ ; г)  $\frac{23-5x}{11} \leq 1 \Rightarrow 23 - 5x \leq 11 \Rightarrow 5x \geq 12 \Rightarrow x \geq \frac{12}{5}$ .

**33.24.** а)  $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} > 7 \Rightarrow 3a + 2a > 42 \Rightarrow 5a > 42 \Rightarrow a > \frac{42}{5}$ ; б)  $\frac{2c}{9} - c \geq 3 \Rightarrow -\frac{7c}{9} \geq 3 \Rightarrow -c \geq \frac{27}{7} \Rightarrow c \leq -\frac{27}{7}$ ; в)  $\frac{b}{6} \leq 1 \Rightarrow 4b - 6b \leq 24 \Rightarrow -2b \leq 24 \Rightarrow -b \leq 12$ ; г)  $\frac{3d}{4} - 2d < 0 \Rightarrow 3d - 8d < 0 \Rightarrow -5d \geq -12 \Rightarrow -5d < 0 \Rightarrow d > 0$ .



**33.26.** а)  $(3x+8)(x+12) > 3 \cdot (x+12)^2 \Rightarrow 3x^2 + 8x + 36x + 96 > 3x^2 + 72x + 432 \Rightarrow 28x < -336 \Rightarrow x < -12$ ;  
 б)  $(2x+5)(8x-15) < (4x-3)^2 \Rightarrow 16x^2 + 10x - 75 < 16x^2 + 9 - 24x \Rightarrow 34x < 84 \Rightarrow x < \frac{42}{17}$ .

**33.27.** а)  $a(a-2) - a^2 > 5 - 3a \Rightarrow -2a > 5 - 3a \Rightarrow a > 5$ ;  
 б)  $3x(3x-1) - 9x^2 < 3x + 6 \Rightarrow -3x < 3x + 6 \Rightarrow 6x > -6 \Rightarrow x > -1$ ; в)  $5y^2 - 5y(y+4) \geq 100 \Rightarrow -20y \geq 100 \Rightarrow y \leq -5$ ;  
 г)  $7c(c-2) - c(7c+1) < 3 \Rightarrow -14c - c < 3 \Rightarrow -15c < 3 \Rightarrow c > -\frac{1}{5}$ .

**33.28.** а)  $0,2m^2 - 0,2 \cdot (m-6)(m+6) > 3,6m \Rightarrow 0,2m^2 - 0,2 \cdot (m^2 - 36) > 3,6m \Rightarrow m^2 - (m^2 - 36) > 18m \Rightarrow 18m < 36 \Rightarrow m < 2$ ;  
 б)  $(12n-1)(3n+1) < 1 + (6n+2)^2 \Rightarrow 36n^2 + 9n - 1 < 1 + 36n^2 + 24n + 4 \Rightarrow 15n > -4 \Rightarrow n > -\frac{2}{5}$ ;  
 в)  $(2p-5)^2 - 0,5p < (2p-1)(2p+1) - 15 \Rightarrow 4p^2 - 20p + 25 - 0,5p < 4p^2 - 16 \Rightarrow 20,5p > 41 \Rightarrow p > 2$ ;  
 г)  $(4q-1)^2 > (2q+3)(8q-1) \Rightarrow 16q^2 - 8q + 1 > 16q^2 + 22q - 3 \Rightarrow 30q < 4 \Rightarrow q < \frac{2}{15}$ .



**33.29.** а)  $\frac{2a-1}{3} < \frac{5a-2}{2} \Rightarrow 4a - 2 < 15a - 6 \Rightarrow 11a > 4 \Rightarrow a > \frac{4}{11}$ ; б)  $2c - \frac{c+1}{2} \leq \frac{c-1}{3} \Rightarrow 12c - 3c - 3 \leq 2c - 2 \Rightarrow 7c \leq 1 \Rightarrow c \leq \frac{1}{7}$ ; в)  $\frac{2b-1}{5} - \frac{3-b}{3} < 2 \Rightarrow 6b - 3 - 15 + 5b < 30 \Rightarrow 11b < 48 \Rightarrow b < \frac{48}{11}$ ; г)  $\frac{d-1}{3} - d \geq \frac{d+1}{2} \Rightarrow 2d - 2 - 6d \geq 3d + 3 \Rightarrow 7d \leq -5 \Rightarrow d \leq -\frac{5}{7}$ .

**33.30.** а)  $\frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} < 2 + \frac{x}{6} \Rightarrow 3x + 3 - 2x - 4 < 12 + x \Rightarrow -1 < 12 \Rightarrow -\infty < x < +\infty$ ; б)  $\frac{37-3z}{2} + 9 < \frac{2z-7}{4} - 2z \Rightarrow 74 - 6z + 36 < 2z - 7 - 8z \Rightarrow 74 < -43$  — нет решения; в)  $\frac{t-1}{2} - \frac{2t+3}{8} - t > 2 \Rightarrow 4t - 4 - 2t - 3 - 8t > 16 \Rightarrow 6t < -23 \Rightarrow t < -\frac{23}{6}$ ; г)  $\frac{3y+5}{4} - 1 \leq \frac{y-2}{3} + y \Rightarrow 9y + 15 - 12 \leq 4y - 8 + 12y \Rightarrow 7y \geq 11 \Rightarrow y \geq \frac{11}{7}$ .

**33.31.** а)  $4 \cdot (x-7) - 2 \cdot (x+3) < 9 \Rightarrow 4x - 28 - 2x - 6 < 9 \Rightarrow 2x < 43 \Rightarrow x < 21,5 \Rightarrow x' = 21$ . б)  $5 \cdot (x-1) + 7 \cdot x \cdot (x+2) < 3 \Rightarrow 5x - 5 + 7x + 14 < 3 \Rightarrow 12x < -6 \Rightarrow x < -0,5 \Rightarrow x' = -1$ .

**33.32.** а)  $\frac{2x-1}{3} + \frac{5x+7}{2} < 4 \Rightarrow 4x - 2 + 15x + 21 < 24 \Rightarrow 19x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{19} \Rightarrow x' = 0$ ; б)  $\frac{3x+2}{5} - \frac{2x-4}{3} > 7 \Rightarrow 9x + 6 - 10x + 20 > 105 \Rightarrow x < -79 \Rightarrow x' = -80$ .

**33.33.** а)  $7 \cdot (x+2) - 3 \cdot (x-8) > 10 \Rightarrow 7x + 14 - 3x + 24 > 10 \Rightarrow 4x > -28 \Rightarrow x > -7, x' = -6$  б)  $3 \cdot (x-2) - 4 \geq 2 \cdot (x+3) \Rightarrow 3x - 6 - 4 \geq 2x + 6 \Rightarrow x \geq 16 \Rightarrow x' = 16$ .

**33.34.** а)  $\frac{2x-3}{5} + \frac{9-4x}{6} < 1 \Rightarrow 12x - 18 + 45 - 20x - 30 < 0 \Rightarrow 8x > -3 \Rightarrow x > -\frac{3}{8} \Rightarrow x' = 0$ ; б)  $\frac{3x-2}{4} + \frac{4x+1}{3} \geq 1 \Rightarrow 9x - 6 + 16x + 4 \geq 12 \Rightarrow 25x \geq 14 \Rightarrow x \geq \frac{14}{25} \Rightarrow x' = 1$ .

**33.35.** 1 этап: Пусть  $x$  км — проплыли туристы по течению. Тогда  $(10-x)$  км — проплыли против течения.  $5+1=6$  и  $115-1=4$  км/ч — скорость по течению и против течения.  $\frac{x}{6}$  и  $\frac{10-x}{4}$  ч — время движения по течению и против течения. Так как туристы были в пути менее 2 часов, получаем  $\frac{x}{6} + \frac{10-x}{4} < 2$ . 2 этап:  $4x + 60 - 6x < 48 \Rightarrow 2x > 12 \Rightarrow x > 6$ . 3 этап: Так как туристы проплыли по течению больше 6 км, а весь путь равен 10 км и часть пути они проплыли против течения, то путь по течению также меньше 10 км. Ответ: больше 6 км, но меньше 10 км.

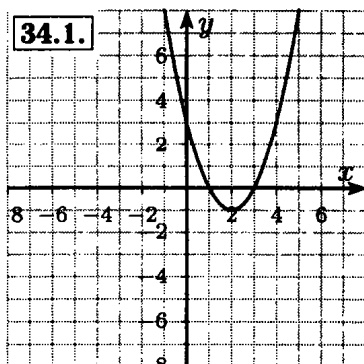
**33.36.** 1 этап: Пусть  $x$  км — шли дачники со скоростью 4 км/ч. Тогда:  $(10-x)$  км — они шли с новой скоростью

$4 + 2 = 6$  км/ч.  $\frac{x}{4}$  и  $\frac{10-x}{6}$  ч время движения со старой и новой скоростями. Так как дачники должны успеть на поезд, отправляющийся через 2 ч, получаем  $\frac{x}{4} + \frac{10-x}{6} < 2$ .  
 2 этап:  $6x + 40 - 4x < 48 \Rightarrow 2x < 8 \Rightarrow x < 4$ . 3 этап: Следовательно скоростью 4 км/ч дачники могли идти менее 4 км. Ответ: менее 4 км.

**33.37.** 1 этап: Пусть  $x$  км — расстояние от  $A$  до  $C$ . Тогда:  $(x-15)$  км — расстояние от  $C$  до  $B$ .  $\frac{x}{50}$  и  $\frac{x-15}{40}$  ч — время движения от  $A$  до  $C$  и от  $C$  до  $B$ . Так как весь путь занимает менее 3 часов, получаем  $\frac{x}{50} + \frac{x-15}{40} < 3$ .  
 2 этап:  $4x + 5x - 75 < 600 \Rightarrow 9x < 675 \Rightarrow x < 75$ . 3 этап: Так как  $AC$  длиннее  $BC$  на 15 км и  $AC$  кратно 10, то  $AC = 20, 30, 40, 50, 60$  или  $70$  км. Ответ: 20, 30, 40, 50, 60 или 70 км.

**33.38.** 1 этап: Пусть искомое расстояние —  $x$  км. Очевидно, что  $0 < x \leq 240$ . Найдем наименьшее  $x$ . 2 этап:  $x$  — наименьшее, если автомобиль поедет за автобусом одновременно с ним. Тогда автомобиль проедет  $AB$  за  $\frac{240}{90} = \frac{8}{3}$  ч. За это время автобус проедет  $\frac{8}{3} \cdot 54 = 144$  км.  $240 - 144 = 96$  км — расстояние в этот момент между ними.  $90 + 54 = 144$  км/ч — скорость сближения.  $\frac{96}{144} = \frac{2}{3}$  ч — проедет это расстояние.  $240 - 90 - \frac{2}{3} \cdot 90 = 240 - 90 - 60 = 180$  км — искомое расстояние. 3 этап: Следовательно искомое расстояние будет более 180 км, так как по условию задачи автомобиль поехал спустя некоторое время. Ответ: более 180 км.

## §34. Решение квадратных неравенств



- а)  $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ ;
- б)  $x \in [1; 3]$ ;
- в)  $x \in (1; 3)$ ;
- г)  $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$ .

**34.2.** а)  $x^2 - 6x - 7 > 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 7 \Rightarrow (x - 7)(x + 1) > 0; x < -1 \cup x > 7.$



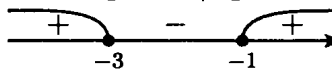
б)  $x^2 + 2x - 48 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 6 \Rightarrow$

$(x - 6)(x + 8) \leq 0; -8 \leq x \leq 6.$



в)  $x^2 + 4x + 3 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -1 \Rightarrow$

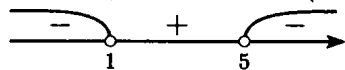
$(x + 1)(x + 3) \geq 0; x \leq -3 \cup x \geq -1.$



г)  $x^2 - 12x - 45 < 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 45 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 15 \Rightarrow (x - 15)(x + 3) < 0; -3 < x < 15.$

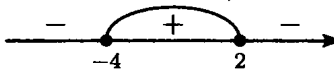


**34.3.** а)  $-x^2 + 6x - 5 < 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5 \Rightarrow -(x - 5)(x - 1) < 0; x < 1 \cup x > 5.$

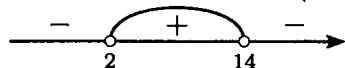


б)  $-x^2 - 2x + 8 \geq 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 8 = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 2 \Rightarrow$

$-(x - 2)(x + 4) \geq 0; -4 \leq x \leq 2.$

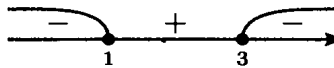


в)  $-x^2 + 16x - 28 > 0 \Rightarrow -x^2 + 16x - 28 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 14 \Rightarrow -(x - 14)(x - 2) > 0; 2 < x < 14.$

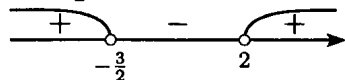


г)  $-x^2 + 4x - 3 \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3 \Rightarrow$

$-(x - 3)(x - 1) \leq 0; x \leq 1 \cup x \geq 3.$



**34.4.** а)  $2x^2 - x - 6 > 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow (x - 2)(2x + 3) > 0; x < -\frac{3}{2} \cup x > 2.$



$$6) 3x^2 - 7x + 4 \leq 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$(x-1)(3x-4) \leq 0; 1 \leq x \leq \frac{4}{3}.$$

$$B) 2x^2 + 3x + 1 < 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow (x+1)(2x+1) < 0; -1 < x < -\frac{1}{2}.$$

$$r) 5x^2 - 11x + 2 \geq 0 \Rightarrow 5x^2 - 11x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = 2 \Rightarrow$$

$$(x-2)(5x-1) \geq 0; x \leq \frac{1}{5} \cup x \geq 2.$$

$$\boxed{34.5.} \text{ a) } -5x^2 + 4x + 1 > 0 \Rightarrow -5x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = 1 \Rightarrow -(x-1)(5x+1) > 0; -\frac{1}{5} < x < 1.$$

$$6) -2x^2 - 5x + 18 < 0 \Rightarrow -2x^2 - 5x + 18 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{9}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(2x+9) < 0; x < -\frac{9}{2} \cup x > 2.$$

$$B) -6x^2 + 13x + 5 < 0 \Rightarrow -6x^2 + 13x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow -(2x-5)(3x+1) < 0; x < -\frac{1}{3} \cup x > \frac{5}{2}.$$

$$r) -3x^2 + 5x - 2 \geq 0 \Rightarrow -3x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1 \Rightarrow -(x-1)(3x-2) \geq 0; \frac{2}{3} \leq x \leq 1.$$

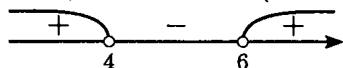
$$\boxed{34.6.} \text{ a) } (x-2)(x+3) > 0 \Rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 2 \Rightarrow (x-2)(x+3) > 0; x < -3 \cup x > 2.$$

$$6) (x+1)(x+5) \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = -1 \Rightarrow (x+1)(x+5) \leq 0; -5 \leq x \leq -1.$$

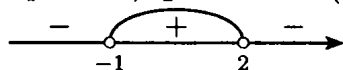
$$\text{в)} \quad (x-5)(x+7) < 0 \Rightarrow (x-5)(x+7) = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 5 \Rightarrow (x-5)(x+7) < 0; -7 < x < 5.$$



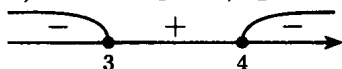
$$\text{г)} \quad (x-6)(x-4) > 0 \Rightarrow (x-6)(x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 6 \Rightarrow (x-6)(x-4) > 0; x < 4 \cup x > 6.$$



$$\boxed{34.7.} \quad \text{а)} \quad (2-x)(x+1) > 0 \Rightarrow (2-x)(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x+1) > 0; -1 < x < 2.$$

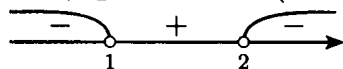


$$\text{б)} \quad (4-x)(x-3) \leq 0 \Rightarrow (4-x)(x-3) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 4 \Rightarrow$$

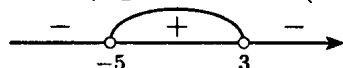


$$-(x-4)(x-3) \leq 0; x \leq 3 \cup x \geq 4.$$

$$\text{в)} \quad (1-x)(x-2) < 0 \Rightarrow (1-x)(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x-1) < 0; x < 1 \cup x > 2.$$



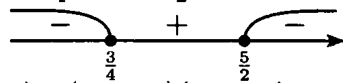
$$\text{г)} \quad (3-x)(x+5) > 0 \Rightarrow (3-x)(x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 3 \Rightarrow -(x-3)(x+5) > 0; -5 < x < 3.$$



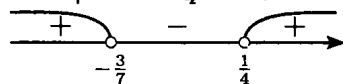
$$\boxed{34.8.} \quad \text{а)} \quad (2x+1)(3x+2) < 0 \Rightarrow (2x+1)(3x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow (2x+1)(3x+2) < 0; -\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{2}.$$



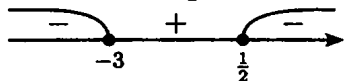
$$\text{б)} \quad (3-4x)(2x-5) \leq 0 \Rightarrow (3-4x)(2x-5) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow -(2x-5)(4x-3) \leq 0; x \leq \frac{3}{4} \cup x \geq \frac{5}{2}.$$



$$\text{в)} \quad (4x-1)(7x+3) > 0 \Rightarrow (4x-1)(7x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{7}, x_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow (4x-1)(7x+3) > 0; x < -\frac{3}{7} \cup x > \frac{1}{4}.$$



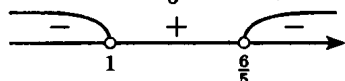
$$r) (1-2x)(x+3) \leq 0 \Rightarrow (1-2x)(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow -(x+3)(2x-1) \leq 0; x \leq -3 \cup x \geq \frac{1}{2}.$$



$$\text{34.9. a) } 6x^2 > 5x - 1 \Rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow (2x-1)(3x-1) > 0; x < \frac{1}{3} \cup x > \frac{1}{2}.$$

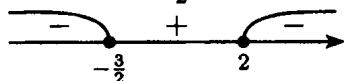


$$6) -5x^2 < 6 - 11x \Rightarrow -5x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{6}{5} \Rightarrow -(x-1)(5x-6) < 0; x < 1 \cup x > \frac{6}{5}.$$



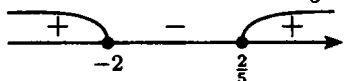
$$b) x - 2x^2 \leq -6 \Rightarrow -2x^2 + x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow -$$

$$-(x-2)(2x+3) \leq 0; x \leq -\frac{3}{2} \cup x \geq 2.$$



$$r) 5x^2 \geq 4 - 8x \Rightarrow 5x^2 + 8x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$(x+2)(5x-2) \geq 0; x \leq -2 \cup x \geq \frac{2}{5}.$$



$$\text{34.10. a) } x^2 - 6x + 9 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 3 \Rightarrow (x-3)^2 \leq 0; x = 3.$$

$$6) -x^2 + 12x - 36 > 0 \Rightarrow -x^2 + 12x - 36 = 0 \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = 6 \Rightarrow -(x-6)^2 > 0 - \text{нет решений}.$$

$$b) x^2 - 16x + 64 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 16x + 64 = 0 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = 8 \Rightarrow (x-8)^2 \geq 0; x \in \mathbb{R}.$$

$$r) -x^2 + 4x - 4 < 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)^2 < 0; x < 2 \cup x > 2.$$

$$\text{34.11. a) } 25x^2 + 30x + 9 \geq 0 \Rightarrow 25x^2 + 30x + 9 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{5}, x_2 = -\frac{3}{5} \Rightarrow (5x+3)^2 \geq 0; x \in \mathbb{R}.$$

$$6) -9x^2 + 12x - 4 < 0 \Rightarrow -9x^2 + 12x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow -(3x-2)^2 < 0; x < \frac{2}{3} \cup x > \frac{2}{3}.$$

$$b) -4x^2 + 12x - 9 > 0 \Rightarrow -4x^2 + 12x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow -(2x-3)^2 > 0 - \text{нет решений}.$$

$$r) 36x^2 + 12x + 1 \leq 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{6}, x_2 = -\frac{1}{6} \Rightarrow (6x+1)^2 \leq 0; x = -\frac{1}{6}.$$

**34.12.** а)  $3x^2 + x + 2 > 0 \Rightarrow 3x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ .

б)  $5x^2 - 2x + 1 > 0 \Rightarrow 5x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ .

в)  $7x^2 - x + 3 \leq 0 \Rightarrow 7x^2 - x + 3 = 0$  — нет решений.

г)  $2x^2 + 5x + 10 < 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 10 = 0$  — нет решений.

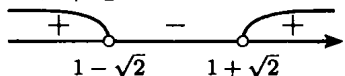
**34.13.** а)  $-7x^2 + 5x - 2 < 0 \Rightarrow -7x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ .

б)  $-3x^2 - 3x - 1 \leq 0 \Rightarrow -3x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ .

в)  $-2x^2 + 3x - 2 \geq 0 \Rightarrow -2x^2 + 3x - 2 = 0$  — нет решений.

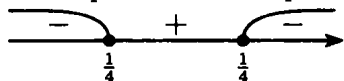
г)  $-5x^2 - x - 1 > 0 \Rightarrow -5x^2 - x - 1 = 0$  — нет решений.

**34.14.** а)  $x^2 - 2x - 1 > 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{2}, x_2 = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 2x - 1 > 0; x < 1 - \sqrt{2} \cup x > 1 + \sqrt{2}$ .



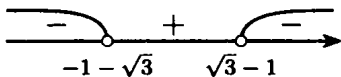
б)  $-4x^2 + 2x - \frac{1}{4} \leq 0 \Rightarrow -4x^2 + 2x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}, x_2 =$

$= \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4}(4x - 1)^2 \leq 0; x \in \mathbb{R}$ .



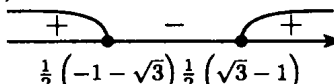
в)  $-x^2 - 2x + 2 < 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1 - \sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow -x^2 - 2x + 2 < 0; x < -1 - \sqrt{3} \cup x >$

$> \sqrt{3} - 1$ .

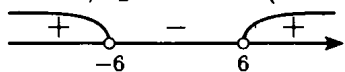


г)  $2x^2 + 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}), x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1) \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 \geq 0; x \leq$

$\leq \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}) \cup x \geq \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$ .



**34.15.** а)  $x^2 - 36 > 0 \Rightarrow x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x_1 = -6, x_2 = 6 \Rightarrow (x - 6)(x + 6) > 0; x < -6 \cup x > 6$ .



б)  $x^2 + 7 < 0 \Rightarrow x^2 + 7 = 0$  — нет решений.

в)  $x^2 - 25 < 0 \Rightarrow x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 5 \Rightarrow (x -$

$-5)(x + 5) < 0; -5 < x < 5$ .

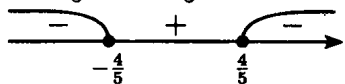


г)  $x^2 + 15 > 0 \Rightarrow x^2 + 15 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ .

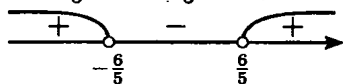
**34.16.** a)  $4x^2 - 9 < 0 \Rightarrow 4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow (2x - 3)(2x + 3) < 0; -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}.$



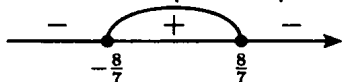
б)  $16 - 25x^2 \leq 0 \Rightarrow 16 - 25x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{4}{5}, x_2 = \frac{4}{5} \Rightarrow -(5x - 4)(5x + 4) \leq 0; x \leq -\frac{4}{5} \cup x \geq \frac{4}{5}.$



в)  $25x^2 - 36 > 0 \Rightarrow 25x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{6}{5}, x_2 = \frac{6}{5} \Rightarrow (5x - 6)(5x + 6) > 0; x < -\frac{6}{5} \cup x > \frac{6}{5}.$



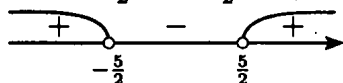
г)  $64 - 49x^2 \geq 0 \Rightarrow 64 - 49x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{8}{7}, x_2 = \frac{8}{7} \Rightarrow -(7x - 8)(7x + 8) \geq 0; -\frac{8}{7} \leq x \leq \frac{8}{7}.$



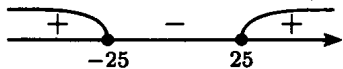
**34.17.** a)  $x^2 < 100 \Rightarrow x^2 - 100 = 0 \Rightarrow x_1 = -10, x_2 = 10 \Rightarrow (x - 10)(x + 10) < 0; -10 < x < 10.$



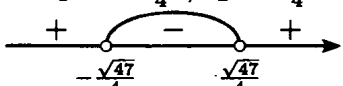
б)  $4x^2 > 25 \Rightarrow 4x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow (2x - 5)(2x + 5) > 0; x < -\frac{5}{2} \cup x > \frac{5}{2}.$



в)  $x^2 \geq 625 \Rightarrow x^2 - 625 = 0 \Rightarrow x_1 = -25, x_2 = 25 \Rightarrow (x - 25)(x + 25) \geq 0; x \leq -25 \cup x \geq 25.$



г)  $16x^2 < 47 \Rightarrow 16x^2 - 47 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{\sqrt{47}}{4}, x_2 = \frac{\sqrt{47}}{4} \Rightarrow 16x^2 - 47 < 0; -\frac{\sqrt{47}}{4} < x < \frac{\sqrt{47}}{4}.$




**34.18.** a)  $x^2 - 5x > 0 \Rightarrow x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5 \Rightarrow (x - 5)x > 0; x < 0 \cup x > 5.$






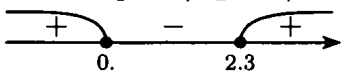
$$6) \quad x^2 + 0.5x \leq 0 \Rightarrow x^2 + 0.5x = 0 \Rightarrow x_1 = -0.5, x_2 = 0. \Rightarrow$$

$$x(x + 0.5) \leq 0; -0.5 \leq x \leq 0.$$


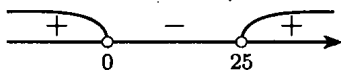
$$B) \quad x^2 + 8x < 0 \Rightarrow x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 0 \Rightarrow x(x +$$

$$+ 8) < 0; -8 < x < 0.$$



$$r) \quad x^2 - 2.3x \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2.3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2.3 \Rightarrow x(x -$$

$$- 2.3) \geq 0; x \leq 0 \cup x \geq 2.3.$$


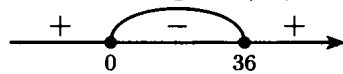
$$\boxed{34.19.} \quad a) \quad x^2 > 25x \Rightarrow x^2 - 25x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 25 \Rightarrow$$

$$(x - 25)x > 0; x < 0 \cup x > 25.$$


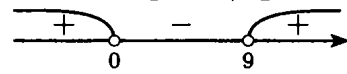
$$6) \quad 0.3x^2 < 0.6x \Rightarrow 0.3x^2 - 0.6x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2 \Rightarrow$$

$$0.x(x - 2)x < 0; 0 < x < 2.$$


$$B) \quad x^2 \leq 36x \Rightarrow x^2 - 36x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 36 \Rightarrow (x -$$

$$- 36)x \leq 0; 0 \leq x \leq 36.$$


$$r) \quad 0.2x^2 > 1.8x \Rightarrow 0.2x^2 - 1.8x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 9 \Rightarrow$$

$$0.2x(x - 9)x > 0; x < 0 \cup x > 9.$$


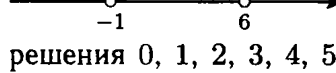
$$\boxed{34.20} \quad a) \quad 2x^2 + 5x + 3 > 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow x_1 =$$

$$= -\frac{3}{2}, x_2 = -1 \Rightarrow (x + 1)(2x + 3) > 0; x < -\frac{3}{2} \cup x > -1.$$


$$6) \quad -x^2 - \frac{x}{3} - \frac{1}{36} \geq 0 \Rightarrow -x^2 - \frac{x}{3} - \frac{1}{36} = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{6}, x_2 =$$

$$= -\frac{1}{6} \Rightarrow -\frac{1}{36}(6x + 1)^2 \geq 0; x = -\frac{1}{6}.$$

$$\boxed{34.21} \quad a) \quad x^2 - 5x - 6 < 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 =$$

$$= -1, x_2 = 6 \Rightarrow (x - 6)(x + 1) < 0; -1 < x < 6.$$


Следовательно целочисленные решения 0, 1, 2, 3, 4, 5 — шесть решений.

$$6) \quad x^2 - 6x \leq 7 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 7 \Rightarrow (x-7)(x+1) \leq 0; -1 \leq x \leq 7.$$



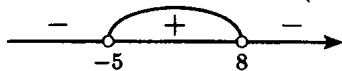
Следовательно целочисленные решения  $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  — девять решений.

$$\boxed{34.22} \quad a) \quad x^2 + 7x \leq 30 \Rightarrow x^2 + 7x - 30 = 0 \Rightarrow x_1 = -10, x_2 = 3 \Rightarrow (x-3)(x+10) \leq 0; -10 \leq x \leq 3.$$



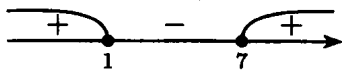
Следовательно наименьшее целочисленное решение  $-10$ .

$$6) \quad 3x - x^2 > -40 \Rightarrow -x^2 + 3x + 40 = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 8 \Rightarrow -(x-8)(x+5) > 0; -5 < x < 8.$$

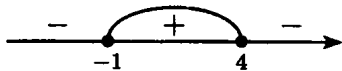


Следовательно наибольшее целочисленное решение  $7$ .

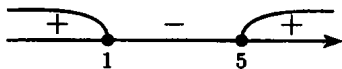
$$\boxed{34.23.} \quad a) \quad \sqrt{x^2 - 8x + 7} \Rightarrow x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 7 \Rightarrow (x-7)(x-1) \geq 0; x \leq 1 \cup x \geq 7.$$



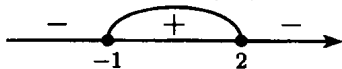
$$6) \quad \sqrt{-x^2 + 3x + 4} \Rightarrow -x^2 + 3x + 4 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 3x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 4 \Rightarrow -(x-4)(x+1) \geq 0; -1 \leq x \leq 4.$$



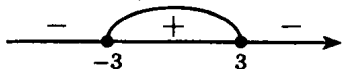
$$в) \quad \sqrt{x^2 - 6x + 5} \Rightarrow x^2 - 6x + 5 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5 \Rightarrow (x-5)(x-1) \geq 0; x \leq 1 \cup x \geq 5.$$

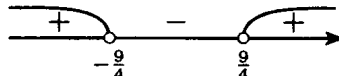


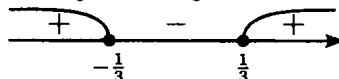
$$г) \quad \sqrt{-x^2 + x + 2} \Rightarrow -x^2 + x + 2 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x+1) \geq 0; -1 \leq x \leq 2.$$

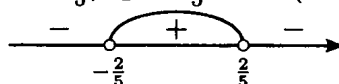


$$\boxed{34.24.} \quad a) \quad \sqrt{9 - x^2} \Rightarrow 9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 9 - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 3 \Rightarrow -(x-3)(x+3) \geq 0; -3 \leq x \leq 3.$$

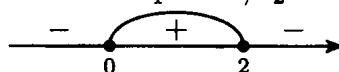


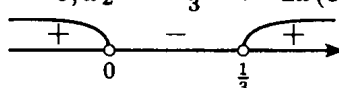
$$6) \frac{1}{\sqrt{16x^2-81}} \Rightarrow 16x^2 - 81 > 0 \Rightarrow 16x^2 - 81 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{9}{4}, x_2 = \frac{9}{4} \Rightarrow (4x-9)(4x+9) > 0; x < -\frac{9}{4} \cup x > \frac{9}{4}.$$


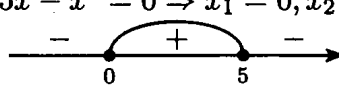
$$B) \sqrt{9x^2-1} \Rightarrow 9x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow 9x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow (3x-1)(3x+1) \geq 0; x \leq -\frac{1}{3} \cup x \geq \frac{1}{3}.$$


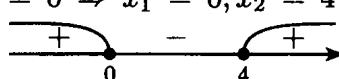
$$r) \frac{1}{\sqrt{4-25x^2}} \Rightarrow 4 - 25x^2 > 0 \Rightarrow 4 - 25x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{5}, x_2 = \frac{2}{5} \Rightarrow -(5x-2)(5x+2) > 0; -\frac{2}{5} < x < \frac{2}{5}.$$


**34.25.** a)  $\sqrt{2x-x^2} \Rightarrow 2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)x \geq 0; 0 \leq x \leq 2.$

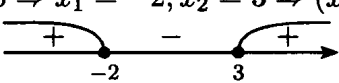


$$6) \frac{1}{\sqrt{6x^2-2x}} \Rightarrow 6x^2 - 2x > 0 \Rightarrow 6x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 2x(3x-1) > 0; x < 0 \cup x > \frac{1}{3}.$$


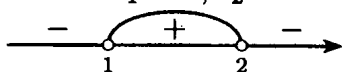
$$B) \sqrt{5x-x^2} \Rightarrow 5x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 5x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5 \Rightarrow -(x-5)x \geq 0; 0 \leq x \leq 5.$$


$$r) \sqrt{3x^2-12x} \Rightarrow 3x^2 - 12x \geq 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4 \Rightarrow 3(x-4)x \geq 0; x \leq 0 \cup x \geq 4.$$


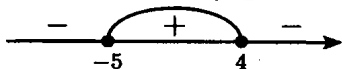
**34.26.** a)  $\sqrt{(x-3)(x+2)} \Rightarrow (x-3)(x+2) \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 3 \Rightarrow (x-3)(x+2) \geq 0; x \leq -2 \cup x \geq 3.$



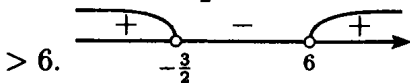
$$6) \frac{1}{\sqrt{(2-x)(x-1)}} \Rightarrow (2-x)(x-1) > 0 \Rightarrow (2-x)(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x-1) > 0; 1 < x < 2.$$



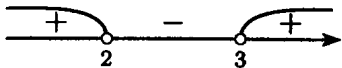
$$B) \sqrt{(4-x)(x+5)} \Rightarrow (4-x)(x+5) \geq 0 \Rightarrow (4-x)(x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 4 \Rightarrow -(x-4)(x+5) \geq 0; -5 \leq x \leq 4.$$



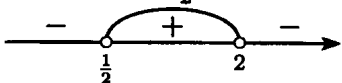
$$r) \frac{1}{\sqrt{(x-6)(2x+3)}} \Rightarrow (x-6)(2x+3) > 0 \Rightarrow (x-6)(2x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 6 \Rightarrow (x-6)(2x+3) > 0; x < -\frac{3}{2} \cup x >$$



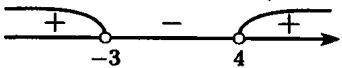
$$\boxed{34.27.} \text{ a) } \sqrt{\frac{1}{x^2-5x+6}} \Rightarrow x^2-5x+6 > 0 \Rightarrow x^2-5x+6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 3 \Rightarrow (x-3)(x-2) > 0; x < 2 \cup x > 3.$$



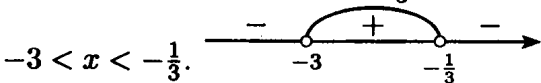
$$6) \sqrt{\frac{1}{-2x^2+5x-2}} \Rightarrow -2x^2+5x-2 > 0 \Rightarrow -2x^2+5x-2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(2x-1) > 0; \frac{1}{2} < x < 2.$$



$$B) \sqrt{\frac{1}{x^2-x-12}} \Rightarrow x^2-x-12 > 0 \Rightarrow x^2-x-12 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x+3) > 0; x < -3 \cup x > 4.$$

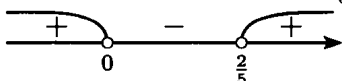


$$r) \sqrt{\frac{1}{-3x^2-10x-3}} \Rightarrow -3x^2-10x-3 > 0 \Rightarrow -3x^2-10x-3 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow -(x+3)(3x+1) > 0; -$$

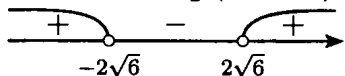


**34.28** a)  $5x^2 > 2x \Rightarrow 5x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{5} \Rightarrow$

$x(5x - 2) > 0; x < 0 \cup x > \frac{2}{5}.$



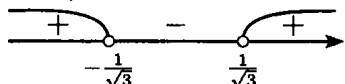
б)  $\frac{x^2}{2} > 12 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -2\sqrt{6}, x_2 = 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{2}(x^2 - 24) > 0; x < -2\sqrt{6} \cup x > 2\sqrt{6}.$



в)  $4x \leq -x^2 \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 0 \Rightarrow x(x + 4) \leq 0; -4 \leq x \leq 0.$

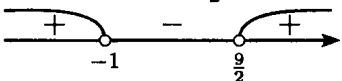


г)  $\frac{x^2}{3} > \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{x^2}{3} - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{9}(3x^2 - 1) > 0; x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \cup x > \frac{1}{\sqrt{3}}.$



**34.29.** а)  $2x(3x - 1) > 4x^2 + 5x + 9 \Rightarrow -4x^2 + 2(3x - 1)x - 5x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{9}{2} \Rightarrow (x + 1)(2x - 9) >$

$> 0; x < -1 \cup x > \frac{9}{2}.$



б)  $3x^2 + 40x + 10 < 43 - (x - 11)x \Rightarrow 3x^2 + (x - 11)x + 40x - 33 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{33}{4}, x_2 = 1 \Rightarrow (x - 1)(4x + 33) <$

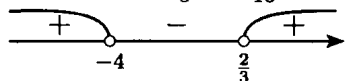
$< 0; -\frac{33}{4} < x < 1.$



**34.30** а)  $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 < 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 6 \Rightarrow \frac{1}{4}(x - 6)(x + 8) < 0; -8 < x < 6.$



б)  $\frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} > \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} - \frac{8}{15} = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{15}(x + 4)(3x - 2) > 0; x < -4 \cup x > \frac{2}{3}.$

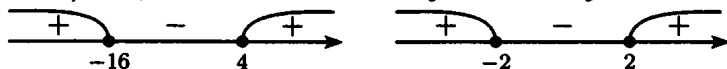


**34.31.** а)  $x^4 + 16x^2 - 17 < 0 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow y^2 + 16y - 17 < 0 \Rightarrow y^2 + 16y - 17 = 0 \Rightarrow y_1 = -17, y_2 = 1 \Rightarrow (y -$

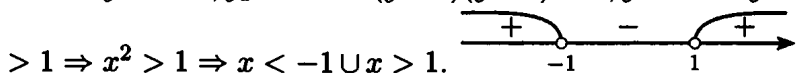
$$-1)(y+17) < 0; -17 < y < 1 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1.$$



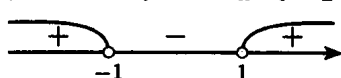
$$6) y^4 + 12y^2 - 64 \geq 0 \Rightarrow |x^2 = y| \Rightarrow x^2 + 12x - 64 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 64 = 0 \Rightarrow x_1 = -16, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x+16) \geq 0; x \leq -16 \cup x \geq 4 \Rightarrow y^2 x \geq 4 \Rightarrow y \leq -2 \cup x \geq 2.$$



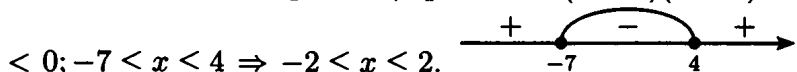
$$B) x^4 + 6x^2 - 7 > 0 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow 7y^2 - 7 > 0 \Rightarrow 7y^2 - 7 = 0 \Rightarrow y_1 = -1, y_2 = 1 \Rightarrow 7(y-1)(y+1) > 0; y < -1 \cup y >$$



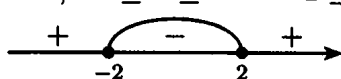
$$> 1 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x < -1 \cup x > 1.$$



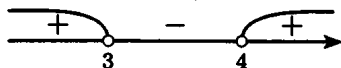
$$r) z^4 + 3z^2 - 28 \leq 0 \Rightarrow |x = z^2| \Rightarrow x^2 + 3x - 28 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 28 = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x+7) <$$



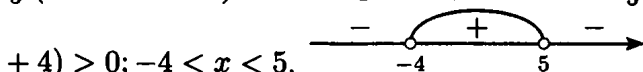
$$< 0; -7 \leq x \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2.$$



$$\boxed{34.32} \text{ a) } \frac{1}{x^2-7x+12} > 0 \Rightarrow x^2-7x+12 > 0 \Rightarrow x^2-7x+12 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x-3) > 0; x < 3 \cup x > 4.$$

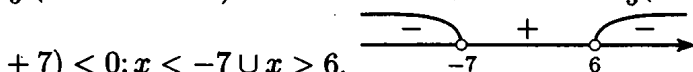


$$6) -\frac{3}{x^2-x-20} > 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2+x+20) > 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2+x+20) = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 5 \Rightarrow -\frac{1}{3}(x-5)(x+$$




$$+4) > 0; -4 < x < 5.$$

$$B) \frac{3}{-x^2-x+42} < 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2-x+42) < 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2-x+42) = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 6 \Rightarrow -\frac{1}{3}(x-6)(x+$$



$$+7) < 0; x < -7 \cup x > 6.$$

$$\Gamma) -\frac{5}{-x^2+2x+15} < 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(x^2-2x-15) < 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(x^2-2x-15) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 5 \Rightarrow \frac{1}{5}(x-5)(x+3) < 0; -3 < x < 5.$$


**34.33.**


а)  $\frac{1}{x^2-5x-14} > 0 \Rightarrow x^2-5x-14 > 0; \frac{1}{x^2-5x-14} \geq 0 \Rightarrow x^2-5x-14 > 0$  — неравенства равносильны.

б)  $x^2+6x-16 < 0; x^2+6x-16 \leq 0; D = 36+4 \cdot 16 > 0$ , следовательно существует два корня. Во втором неравенстве они включаются в ответ, а в первом — нет, значит неравенства не равносильны.

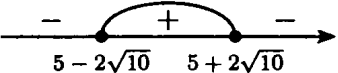
в)  $x^2-6x+8 \geq 0; \frac{1}{x^2-6x+8} \Rightarrow x^2-6x+8 > 0$  — неравенства не равносильны.

г)  $\frac{3}{x^2-7x-10} < 0 \Rightarrow x^2-7x-10 < 0, \frac{x^2-7x-10}{3} < 0 \Rightarrow x^2-7x-10 < 0$  — неравенства равносильны.

**34.34.** а)  $x^2+5x-8 < 0 \Rightarrow x^2+5x-8 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(-5-\sqrt{57}), x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{57}-5) \Rightarrow x^2+5x-8 < 0; \frac{1}{2}(-5-\sqrt{57}) < x < \frac{1}{2}(\sqrt{57}-5) \Rightarrow -6,2...3 < x <$

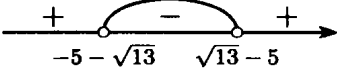
$< 1,27... \frac{1}{2}(-5-\sqrt{57}) \frac{1}{2}(\sqrt{57}-5)$   Всего восемь решений.

б)  $-x^2+10x+15 \geq 0 \Rightarrow -x^2+10x+15 = 0 \Rightarrow x_1 = 5-2\sqrt{10}, x_2 = 5+2\sqrt{10} \Rightarrow -x^2+10x+15 \geq 0; 5-2\sqrt{10} \leq x \leq 5+$

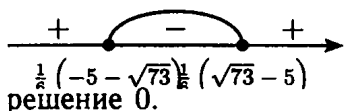
$+2\sqrt{10} \Rightarrow -1,3... \leq x \leq 11,3... \frac{5-2\sqrt{10}}{5+2\sqrt{10}}$  

Всего тринадцать решений.

**34.35.** а)  $x^2+10x < -12 \Rightarrow x^2+10x+12 = 0 \Rightarrow x_1 = -5-\sqrt{13}, x_2 = \sqrt{13}-5 \Rightarrow x^2+10x+12 < 0; -5-\sqrt{13} < x < \sqrt{13}-5 \Rightarrow -8,5... \leq x \leq -1,5...$

 Наименьшее целочисленное решение — 8.

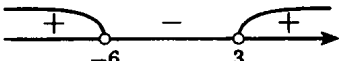
б)  $3x^2+5x \leq 4 \Rightarrow 3x^2+5x-4 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{6}(-5-\sqrt{73}), x_2 = \frac{1}{6}(\sqrt{73}-5) \Rightarrow 3x^2+5x-4 \leq 0; \frac{1}{6}(-5-\sqrt{73}) \leq x \leq \frac{1}{6}(\sqrt{73}-5) \Rightarrow -2,3... \leq x \leq 0,6...$



Наибольшее целочисленное

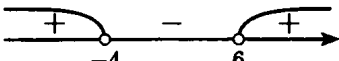
решение 0.

**34.36.** а)  $D > 0 \Rightarrow D = 4(p^2 + 3p - 18) > 0 \Rightarrow 4(p^2 + 3p - 18) = 0 \Rightarrow p_1 = -6, p_2 = 3 \Rightarrow 4(p-3)(p+6) >$

$> 0; p < -6 \cup p > 3.$   б)  $D =$

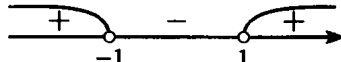
$= 0 \Rightarrow p_1 = -6, p_2 = 3; \text{ в) } D > 0 \Rightarrow -6 < p < 3.$

**34.37.** а)  $D > 0 \Rightarrow D = 4(p^2 - 2p - 24) > 0 \Rightarrow 4(p^2 - 2p - 24) = 0 \Rightarrow p_1 = -4, p_2 = 6 \Rightarrow 4(p-6)(p+4) >$

$> 0; p < -4 \cup p > 6.$   б)  $D =$

$= 0 \Rightarrow p_1 = -4, p_2 = 6; \text{ в) } D > 0 \Rightarrow -4 < p < 6.$

**34.38.** а)  $D > 0 \Rightarrow D = 36p^2 - 36 > 0 \Rightarrow 36p^2 - 36 = 0 \Rightarrow p_1 = -1, p_2 = 1 \Rightarrow 36(p-1)(p+1) > 0; p < -1 \cup p >$

$> 1.$   б)  $D = 0 \Rightarrow p_1 = -1, p_2 =$

$= 1; \text{ в) } D > 0 \Rightarrow -1 < p < 1.$

**34.39**  $D < 0$ : а)  $(p-1)x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow D = -4 \cdot (5p-9) < 0 \Rightarrow -4(5p-9) = 0 \Rightarrow p = \frac{9}{5} \Rightarrow -4(5p-9) < 0; p > \frac{9}{5}.$

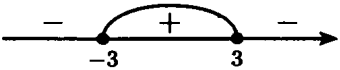
б)  $(p-15)x^2 + 4px - 3 = 0 \Rightarrow D = 4(4p^2 + 3p - 45) < 0 \Rightarrow 4(4p^2 + 3p - 45) = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{15}{4}, p_2 = 3 \Rightarrow 4(p -$

$-3)(4p+15) < 0; -\frac{15}{4} < p < 3.$

в)  $(2p+3)x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow D = -4(16p+15) < 0 \Rightarrow -4(16p+15) = 0 \Rightarrow p = -\frac{15}{16} \Rightarrow -4(16p+15) < 0; p > -\frac{15}{16}.$

г)  $(3p-5)x^2 - (6p-2)x + 3p-2 = 0 \Rightarrow D = 12(5x-3) < 0 \Rightarrow 12(5x-3) = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow 12(5x-3) < 0; x < \frac{3}{5}.$

**34.40.** а)  $x^2 - 6x + p^2 = 0 \Rightarrow D = -4(p^2 - 9) \geq 0 \Rightarrow -4(p^2 - 9) = 0 \Rightarrow p_1 = -3, p_2 = 3 \Rightarrow -4(p-3)(p+3) \geq$

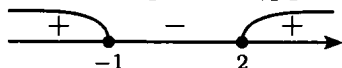
$\geq 0; -3 \leq p \leq 3.$   б)  $x^2 - 12px + 3p = 0 \Rightarrow D = 144p^2 + 12p \geq 0 \Rightarrow 144p^2 + 12p =$

$= 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{1}{12}, p_2 = 0 \Rightarrow 12p(12p+1) \geq 0; p \leq -\frac{1}{12} \cup p \geq 0.$  



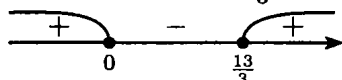
$$в) x^2 - 4x - 2p = 0 \Rightarrow D = 8(p+2) \geq 0 \Rightarrow 8(p+2) = 0 \Rightarrow p_1 p_2 = \{-2\} \Rightarrow 8(p+2) \geq 0; p \geq -2.$$

$$г) x^2 + 2px + p + 2 = 0 \Rightarrow D = 4p^2 - 4p - 8 \geq 0 \Rightarrow 4p^2 - 4p - 8 = 0 \Rightarrow p_1 = -1, p_2 = 2 \Rightarrow 4(p-2)(p+1) \geq 0; p \leq -1 \cup p \geq 2.$$



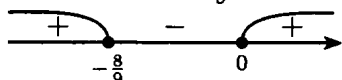
$$\boxed{34.41.} \text{ а) } 3px^2 - 6px + 13 = 0 \Rightarrow D = 12(3p^2 - 13p) \geq 0 \Rightarrow 12(3p^2 - 13p) = 0 \Rightarrow p_1 = 0, p_2 = \frac{13}{3} \Rightarrow 12p(3p -$$

$$-13) \geq 0; p \leq 0 \cup p \geq \frac{13}{3}.$$



$$б) (1 - 3p)x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow D = -4(9p - 7) \geq 0 \Rightarrow -4(9p - 7) = 0 \Rightarrow p = \frac{7}{9} \Rightarrow -4(9p - 7) \geq 0; p \leq \frac{7}{9}.$$

$$в) px^2 - 3px - 2 = 0 \Rightarrow D = 9p^2 + 8p \geq 0 \Rightarrow 9p^2 + 8p = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{8}{9}, p_2 = 0 \Rightarrow p(9p + 8) \geq 0; p \leq -\frac{8}{9} \cup p \geq 0.$$



$$г) (p-1)x^2 - (2p-3)x + p+5 = 0 \Rightarrow D = 29 - 28p \geq 0 \Rightarrow 29 - 28p = 0 \Rightarrow p = \frac{29}{28} \Rightarrow 29 - 28p \geq 0; p \leq \frac{29}{28}.$$

**34.42.**  $(x-2)(x-p) < 0 \Rightarrow x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = p$ . 1)  $p < 2$ . Три целочисленных значения в этом случае  $-1, 0, 1$ . Следовательно  $p \in [-2; -1)$ , но так как  $p$  — целое, то  $p_1 = -2$ . 2)  $p \geq 2$ . Три целочисленных значения в этом случае  $3, 4, 5$ . Следовательно  $p \in (5; 6]$ , но так как  $p$  — целое, то  $p_2 = 6$ .

**34.43.**  $x^2 \leq 9p^2 \Rightarrow (x-3p)(x+3p) \leq 0$ . Одно целочисленное значение в этом случае:  $x = 0$ . Следовательно  $-1 < 3p < 1 \Rightarrow -\frac{1}{3} < p < \frac{1}{3}$ .

**34.44.** 1 этап: Пусть  $x$  — длина прямоугольника, тогда:  $(x-2)$  — ширина,  $x(x-2)$  — его площадь. Так как площадь не больше  $224 \text{ см}^2$ , получаем неравенство  $x(x-2) \leq 224$ . 2 этап:  $x^2 - 2x - 224 \leq 0 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+224} = 1 \pm 15, x_1 = 16, x_2 = -14 \Rightarrow -14 \leq x \leq 16$ . 3 этап: Очевидно, что подходит  $0 < x \leq 16$ , но так как ширина больше нуля  $x-2 > 0, x > 2$ , то получаем, что длина прямоугольника больше 2 см, но меньше или равна 16 см. Ответ: длина прямоугольника больше 2 см, но меньше или равна 16 см.

**34.45.** 1 этап: Пусть  $x$  — сторона квадрата. Тогда  $2x^2$  — удвоенная площадь квадрата,  $(x+6)$  и  $(x+4)$  — стороны прямоугольника, а  $(x+6)(x+4)$  см<sup>2</sup> — площадь. Так как площадь прямоугольника меньше удвоенной площади квадрата, то  $(x+6)(x+4) < 2x^2$ . 2 этап:  $x^2 - 10 - 24x > 0 \Rightarrow x_1 = 12, x_2 = -2 \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (12; +\infty)$ . 3 этап: Очевидно, что подходит  $x > 12$ . То есть сторона квадрата более 12 см. Ответ: более 12 см.

**34.46.** 1 этап: За 2 ч первая группа прошла  $2 \cdot 4 = 8$  км. Пусть  $x$  — искомое время, тогда первая и вторая группа окажутся за это время на расстоянии  $(8+4x)$  км от вершины прямого угла. По теореме Пифагора найдем квадрат расстояния между группами:  $(5x)^2 + (8+4x)^2$  км<sup>2</sup>, так как группы должны находиться на расстоянии не больше 13 км, получаем  $(5x)^2 + (8+4x)^2 \leq 169$ . 2 этап:  $25x^2 + 64 + 16x^2 + 64x - 169 \leq 0 \Rightarrow 41x^2 + 64x - 105 \leq 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{210}{82} \Rightarrow \frac{210}{82} \leq x \leq 1$ . 3 этап: Очевидно, что подходит  $x \leq 1$ . То есть искомое время не более 1 ч. Ответ: не более 1 ч.

### §35. Приближённые значения действительных чисел

**35.1.** а) 2,7 и 2,8; б) 1,2 и 1,3; в) 3,9 и 4,0; г) 3,9 и 4,0.

**35.2.** а)  $\sqrt{6} = 2,44\dots$ ; 2,4 и 2,5; б)  $2 - \sqrt{7} = 0,64\dots$ ; 0,6 и 0,7; в)  $|12 - \sqrt{3}| = 10,26\dots$ ; 10,2 и 10,3; г)  $\frac{45}{49} = 0,91\dots$ ; 0,9 и 1.

**35.3.** а)  $\sqrt{3} = 1,732\dots$ ; 1,73 и 1,74; б)  $\sqrt{2} - 1 = 0,414\dots$ ; 0,41 и 0,42; в)  $5 - \sqrt{7} = 2,354\dots$ ; 2,35 и 2,36; г)  $\frac{2}{3} = 0,666\dots$ ; 0,66 и 0,67.

**35.4.** а)  $\sqrt{5} = 2,236\dots$ ; 2,23 и 2,24; б)  $\sqrt{11} - 3 = 0,316\dots$ ; 0,31 и 0,32; в)  $6 - \sqrt{8} = 3,171\dots$ ; 3,17 и 3,18; г)  $\frac{15}{19} = 0,789\dots$ ; 0,78 и 0,79.

**35.5.** а)  $\sqrt{11} = 3,316\dots$ ; 3,31 и 3,32; б)  $|2 - \sqrt{10}| = 1,162$ ; 1,16 и 1,17; в)  $|5 - \sqrt{2}| = 3,585\dots$ ; 3,58 и 3,59; г)  $\frac{12}{17} = 0,705\dots$ ; 0,70 и 0,71.

**35.6.** а)  $\sqrt{15} = 3,8729\dots$ ; 3,872 и 3,873; б)  $\sqrt{19} - 6 = 1,6411\dots$ ; -1,642 и -1,641; в)  $1 - \sqrt{8} = 1,8284\dots$ ; -1,829 и -1,828; г)  $\frac{3}{19} = 0,1578\dots$ ; 0,157 и 0,158.

**35.7.** а)  $\sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \approx 12,7$ ;  
б)  $\sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,7$ .

**35.8.** а)  $\sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{147} = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,73$ ;  
б)  $0,5\sqrt{200} - \sqrt{98} + \frac{1}{3}\sqrt{162} = 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} \approx 1,41$ .

**35.9.** а)  $|\sqrt{2} - 1,4|$ ; б)  $|\pi - 3,14|$ ; в)  $|\frac{\pi}{2} - 1,57|$ ; г)  $|\sqrt{3} - 1,73|$ .

**35.10.** а)  $0,1\sqrt{200} - 2\sqrt{0,08} + 4\sqrt{0,5} - 0,4\sqrt{50} = \sqrt{2} - 2\sqrt{0,04 \cdot 2} + 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 0,4\sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{2} - 2 \cdot 0,2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 0,4 \cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{2} - 0,4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0,6\sqrt{2} \approx 0,8$ ;

б)  $5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{500} - 0,2\sqrt{3215} = \sqrt{5} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 0,2 \cdot 25\sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \approx 11,2$ ;

в)  $\sqrt{176} - 2\sqrt{99} - \sqrt{891} + \sqrt{1584} = 4\sqrt{11} - 6\sqrt{11} - 9\sqrt{11} + 12\sqrt{11} = \sqrt{11} \approx 3,3$ ;

г)  $\sqrt{1,25} - \frac{1}{14}\sqrt{245} + \sqrt{180} - \sqrt{80} = 0,5\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \approx 4,5$ .

**35.12.** а)  $\sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} = \sqrt{3 - \sqrt{20 - 12\sqrt{5} + 9}} =$

$= \sqrt{3 - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}} = \sqrt{3 - |2\sqrt{5} - 3|} =$

$= \sqrt{3 - 2\sqrt{5} + 3} = \sqrt{1 - 2\sqrt{5} + 5} = \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} =$

$= |1 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 1 \approx 1,2$ ; б)  $\sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}} =$

$= \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} = \sqrt{5 - \sqrt{(1 + 2\sqrt{3})^2}} =$

$= \sqrt{5 - |1 + 2\sqrt{3}|} = \sqrt{5 - 1 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} =$

$= \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1 \approx 0,7$ .

### §36. Стандартный вид числа

**36.1.** а)  $100 = 10^2$ ; б)  $10\,000 = 10^4$ ; в)  $1000 = 10^3$ ;  
г)  $10\,000\,000 = 10^7$ .

**36.2.** а)  $0,001 = 10^{-3}$ ; б)  $0,1 = 10^{-1}$ ; в)  $0,00001 = 10^{-5}$ ;  
г)  $0,0001 = 10^{-4}$ .

**36.3.** а)  $2300 = 2,3 \cdot 10^3$  — порядок равен 3; б)  $75\,000 = 7,5 \cdot 10^4$  — порядок равен 4; в)  $12 = 1,2 \cdot 10^1$  — порядок равен 1; г)  $620\,000 = 6,2 \cdot 10^5$  — порядок равен 5.

**36.4.** а)  $0,0035 = 3,5 \cdot 10^{-3}$  — порядок равен  $-3$ ; б)  $0,00007 = 7 \cdot 10^{-5}$  — порядок равен  $-5$ ; в)  $0,00024 = 2,4 \cdot 10^{-4}$  — порядок равен  $-4$ ; г)  $0,91 = 9,1 \cdot 10^{-1}$  — порядок равен  $-1$ .

**36.5.** а)  $350 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^4$  — порядок равен 4; б)  $0,67 \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^2$  — порядок равен 2; в)  $85 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10^5$  — порядок равен 5; г)  $0,015 \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^0$  — порядок равен 0.

**36.6.** а)  $0,73 \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^4$  — порядок равен 4; б)  $512 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^5$  — порядок равен 5; в)  $0,43 \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^3$  — порядок равен 3; г)  $3900 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^7$  — порядок равен 7.

**36.7.** а)  $(0,2 \cdot 10^5) \cdot (1,4 \cdot 10^{-2}) = (0,2 \cdot 1,4) \cdot (10^5 \cdot 10^{-2}) = 0,28 \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^2$ ; б)  $(2,4 \cdot 10^3) \cdot (0,5 \times 10^{-3}) = (2,4 \cdot 0,5) \cdot (10^3 \cdot 10^{-3}) = 1,2 \cdot 10^0$ ; в)  $(3,7 \cdot 10^{-1}) \times (7 \cdot 10^8) = (3,7 \cdot 7) \cdot (10^{-1} \cdot 10^8) = 25,9 \cdot 10^7 = 2,59 \cdot 10 \times 10^7 = 2,59 \cdot 10^8$ ; г)  $(5,2 \cdot 10^{14}) \cdot (3 \cdot 10^{-5}) = (5,2 \cdot 3) \cdot (10^{14} \times 10^{-5}) = 15,6 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10^{10}$ .

**36.8.** а)  $0,2 \cdot 10^5 + 1,4 \cdot 10^6 = 0,02 \cdot 10^6 + 1,4 \cdot 10^6 = (0,02 + 1,4) \cdot 10^6 = 1,42 \cdot 10^6$ ; б)  $7,8 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^2 = 0,0078 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^2 = (0,0078 + 7) \cdot 10^2 = 7,0078 \cdot 10^2$ ; в)  $5,2 \cdot 10^3 - 0,5 \times 10^2 = 5,2 \cdot 10^3 - 0,05 \cdot 10^3 = (5,2 - 0,05) \cdot 10^3 = 5,15 \cdot 10^3$ ; г)  $6,1 \cdot 10^{-3} - 9 \cdot 10^{-4} = 6,1 \cdot 10^{-3} - 0,9 \cdot 10^{-3} = (6,1 - 0,9) \cdot 10^{-3} = 5,2 \cdot 10^{-3}$ .

**36.9.** а)  $\frac{1,5 \cdot 10^{-28}}{0,06 \cdot 10^{-8}} = 1,5 \cdot \frac{50}{3} \cdot 10^{-12} = 25 \cdot 10^{-12} = 2,5 \cdot 10^{-11}$ ; б)  $\frac{2,7 \cdot 10^{15}}{3,6 \cdot 10^{-8}} = 0,75 \cdot 10^{20} = 7,5 \cdot 10^{19}$ ; в)  $\frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{0,24 \cdot 10^{-17}} = 20 \times 10^{13} = 2 \cdot 10^{14}$ ; г)  $\frac{1,44 \cdot 10^{-7}}{1,8 \cdot 10^4} = 0,8 \cdot 10^{-11} = 8 \cdot 10^{-12}$ .

**36.10.** а)  $\frac{(2,89 \cdot 10^{-5}) \cdot (0,2 \cdot 10^3)}{3,4 \cdot 10^{-9}} = \frac{289 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^2}{34 \cdot 10^{-10}} = 17 \cdot 10^5 = 1,7 \cdot 10^6$ ; б)  $\frac{0,25 \cdot 10^{-15}}{(0,45) \cdot (3 \cdot 10^{-3})^{-2}} = \frac{25 \cdot 10^{-17}}{45 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^6} = 5 \cdot 10^{-30}$ .

в)  $\frac{6,3 \cdot 10^{-20}}{(0,15 \cdot 10^{11}) \cdot (4,2 \cdot 10^{-16})} = \frac{63 \cdot 10^{-21}}{15 \cdot 10^9 \cdot 42 \cdot 10^{-17}} = 0,1 \cdot 10^{-13} = 10^{-14}$ ;

г)  $\frac{(2 \cdot 10^4) \cdot 3 \cdot (9,6 \cdot 10^7)}{0,24 \cdot 10^{20}} = \frac{\frac{1}{8} \cdot 10^{-12} \cdot 96 \cdot 10^6}{24 \cdot 10^{18}} = 0,5 \cdot 10^{-24} = 5 \cdot 10^{-25}$ .

**36.11.** а)  $a = (1,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) = (1,4 \cdot 5) \cdot (10^{-2} \times 10^{-1}) = 7 \cdot 10^{-3}$ ,  $b = 6 \cdot 10^{-3}$ , следовательно  $a > b$ ; б)  $a = \frac{3,6 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$ ,  $b = 1 \cdot 10^{-3}$ , следовательно  $a > b$ ; в)  $a = (4,2 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^2) = (4,2 \cdot 2) \cdot (10^5 \cdot 10^2) = 8,4 \times 10^7$ ,  $b = 70 \cdot 10^7$ , следовательно  $a < b$ ; г)  $a = \frac{5,4 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^7} = 0,6 \cdot 10^2 = 6 \cdot 10^1$ ,  $b = 7 \cdot 10^1$ , следовательно  $a < b$ .

**36.12.** а) порядок равен 4; б) порядок равен 1; в) порядок равен 3; г) порядок равен -1.

**36.13.** а) порядок равен -3; б) порядок равен -6; в) порядок равен -1; г) порядок равен 0.

**36.14.** Потребуется  $7,231 \cdot 10^6 : 64 = (7,231 \cdot 10^6) : (6,4 \times 10^1) = (7,231 : 6,4) \cdot (10^6 : 10^1) = 1,129843 \cdot 10^5 \approx 112984,3$ , округляя до целых получаем 112985 вагона.

**36.15.** а) 1 сутки =  $8,64 \cdot 10^4$  с; б)  $2,4 \cdot 10^{-5}$  мм рт. ст.; в) 1 кал =  $4,19 \cdot 10^3$  кДж; г) 1 с =  $2,778 \cdot 10^{-4}$  ч.

**36.16.** Пусть  $x = a \cdot 10^6$ , где  $1 < a < 10$ : а)  $x^2 = (a \times 10^6)^2 = a^2 \cdot 10^{12}$ ; порядок  $a^2 - 0$  или 1, следовательно порядок  $x^2$  равен 12 или 13; б)  $x^5 = (a \cdot 10^6)^5 = a^5 \times 10^{30}$ ; порядок  $a^5 - 0-4$ , следовательно порядок  $x^5$  равен 30-34; в)  $\sqrt{x} = \sqrt{a \cdot 10^6} = \sqrt{a} \cdot 10^3$ ; порядок  $\sqrt{a} - 0$ , следовательно порядок  $\sqrt{x}$  равен 3; г)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{a \cdot 10^6} = \frac{1}{a} \times 10^{-6}$ ; порядок  $\frac{1}{a} - -1$  или 0, следовательно порядок  $\frac{1}{x}$  равен -7 или -6;

**36.17.** Пусть  $m = a \cdot 10^{-4}$ , а  $n = b \cdot 10^3$ ,  $0 < a < 10$  и  $0 < b < 10$ : а)  $mn = ab \cdot 10^{-1}$ ,  $0 < ab < 10^2$  — порядок  $mn$  равен -1 или 0; б)  $m + n = a \cdot 10^{-4} + b \cdot 10^3 = (a \cdot 10^{-7} + b) \cdot 10^3$ ,  $(a \cdot 10^{-7} + b) < 10$  — порядок  $m + n$  равен 3; в)  $m + 10n = (a \cdot 10^{-8} + b) \cdot 10^4$ ,  $a \cdot 10^{-8} + b < 10$  — порядок  $10m + n$  равен 4; г)  $0,1m + 10n = (a \cdot 10^{-9} + b) \cdot 10^4$ ,  $a \times 10^{-9} + b < 10$  — порядок  $0,1m + 10n$  равен 4.

**36.18.** Пусть  $s = a \cdot 10^2$ , а  $t = b \cdot 10^4$ ,  $0 < a < 10$  и  $0 < b < 10$ : а)  $st = ab \cdot 10^6$ ,  $0 < ab < 100$  — порядок  $st$  равен 6 или 7; б)  $100s + t = (a + b) \cdot 10^4$ ,  $1 < (a + b) < 20$  — порядок  $100s + t$  равен 4 или 5; в)  $0,01s + t = (a \cdot 10^{-4} + b) \cdot 10^4$ ,  $a \cdot 10^{-4} + b < 10$  — порядок  $0,01s + t$  равен 4; г)  $0,1st = ab \cdot 10^5$ ,  $0 < ab < 100$  — порядок  $st$  равен 5 или 6.

**36.19.** Приближённо вычисляя получаем: а) порядок произведения 18; порядок частного 0; порядок суммы 9; б) порядок произведения -13; порядок частного -1; порядок суммы -6; в) порядок произведения 10; порядок частного 0; порядок суммы 5; г) порядок произведения -10; порядок частного -1; порядок суммы -5.

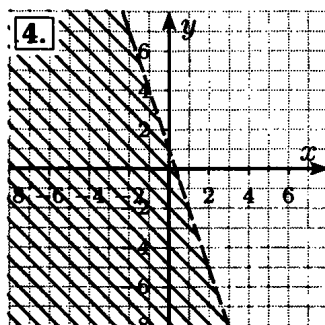
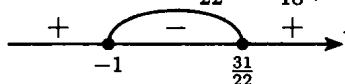
## Домашняя контрольная работа № 5

### Вариант 1

**1.**  $\frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} \Rightarrow 15 \cdot (3x+5) + 21 \cdot (10-3x) > 35 \cdot (2x+7) \Rightarrow 45x+75+210-63x > 70x+245 \Rightarrow 88x < 404 \Rightarrow x < \frac{5}{11}.$

**2.**  $x^3 - 8x\sqrt{x} + 18 = x^3 - 8x\sqrt{x} + 16 + 2 = (x\sqrt{x} - 4)^2 + 2 > 0.$

**3.**  $\frac{4x^2+x}{3} - \frac{3x-1}{6} \leq \frac{x^2+17}{9} \Rightarrow 24x^2 + 6x - 15x + 3 \leq 2x^2 + 34 \Rightarrow 22x^2 - 9x - 31 \leq 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{31}{22} \Rightarrow \frac{1}{18}(x + 1)(22x - 31) \leq 0; -1 \leq x \leq \frac{31}{22}.$

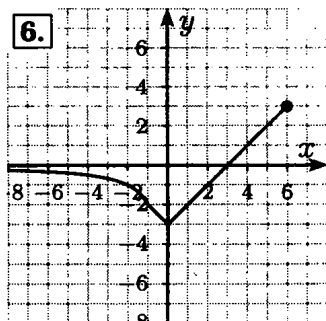


**5.**  $\sqrt{x^2 - 7x + 12} - \frac{2x+1}{x^2+2x} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 12 \geq 0 \\ x^2 + 2x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} (x-3)(x-4) \geq 0 \\ x \neq 0, x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; 3) \cup [4; +\infty).$

**6.** а)  $f(-5) = -\frac{2}{-5} = 0,4, f(0) = |0| - 3 = -3, f(7) —$  не определено. в) область определения:  $x \leq 6; y > 0$  при  $x \in \cup(3; 6]; y < 0$  при  $x \in (-\infty; 3), y = 0$  при  $x = 3$ ; функция

непрерывна;  $y_{\min} = y(0) = -3$ ,  $y_{\max} = y(6) = 3$ ; функция выпукла вверх на открытом луче  $(-\infty; -1)$ ; функция убывает на открытом луче  $(-\infty; -1)$  и возрастает на отрезке  $[0; 6]$ .



7.  $4\sqrt{3} + \sqrt{48} - 2\sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -2\sqrt{3} = -2\sqrt{3} \approx -3,5$ .

8.  $(2,345 \cdot 10^2) \cdot (3,564 \cdot 10^{-5}) \approx 8 \cdot 10^{-3}$  — порядок произведения равен  $-3$ .

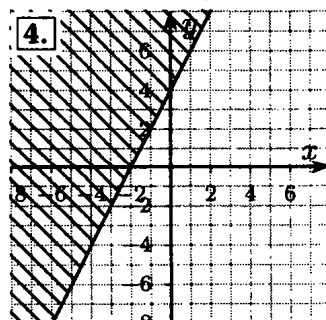
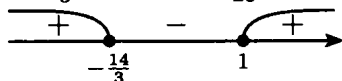
## Вариант 2

1.  $\frac{7x}{3} - \frac{11 \cdot (x+1)}{6} < \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2} \Rightarrow 14x - 11x - 11 < 6x - 2 - 39 + 3x \Rightarrow 6x > 30 \Rightarrow x > 5$ .

2.  $x^3 - 10x\sqrt{x} + 26 = (x\sqrt{x} - 5)^2 + 1 > 0$ .

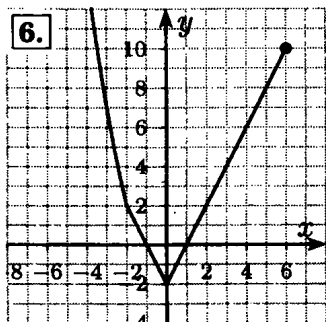
3.  $\frac{3x^2+x}{4} - \frac{2-7x}{5} \geq \frac{3x^2+17}{10} \Rightarrow 30x^2 + 10x - 16 + 56x \geq 12x^2 + 68 \Rightarrow 18x^2 + 66x - 84 \geq 0 \Rightarrow 9x^2 + 33x - 42 \geq 0 \Rightarrow 3x^2 + 11x - 14 \geq 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{14}{3}, x_2 = 1 \Rightarrow \frac{3}{20}(x-1)(3x+14) \geq 0$

$\geq 0; x \leq -\frac{14}{3} \cup x \geq 1$ .



$$\boxed{5.} \quad \sqrt{x^2 + 9x + 14} - \frac{x+2}{x^2-4x+3} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 9x + 14 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (x+2)(x+7) \geq 0 \\ x \neq 1, x \neq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -7] \cup [-2; 1) \cup (1; 3) \cup (3; +\infty).$$



**6.** а)  $f(-7) = (-7)^2 - 2 = 47$ ,  $f(0) = 2|0| - 2 = -2$ ,  $f(5) = 2|5| - 2 = 8$ ; в) область определения:  $x \leq 6$ ;  $y > 0$  при  $x < -1$  и  $1 < x \leq 6$ ,  $y < 0$  при  $x \in (-1; 1)$   $y=0$  при  $x = \pm 1$ ; функция непрерывна;  $y_{\min} = y(0) = -2$ ,  $y_{\max}$  — не существует; функция выпукла вниз на луче  $(-\infty; -2]$ ; функция убывает на луче  $(-\infty; 0]$  и возрастает на отрезке  $[0; 6]$ .

**7.**  $2\sqrt{5} - \sqrt{125} + 0,5\sqrt{20} = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5} = -2\sqrt{5} \approx -4,5$ .

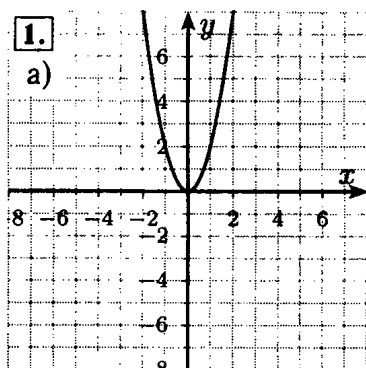
**8.**  $(4,115 \cdot 10^3) \cdot (1,234 \cdot 10^{-6}) \approx 5 \cdot 10^{-3}$  — порядок произведения равен  $-3$ .



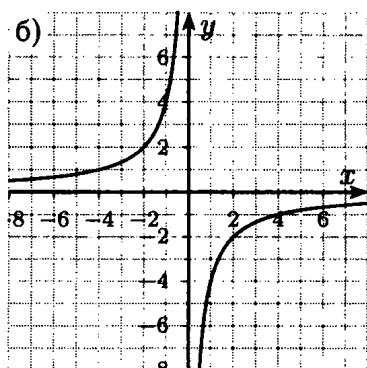
## Глава 6. Итоговое повторение

1.

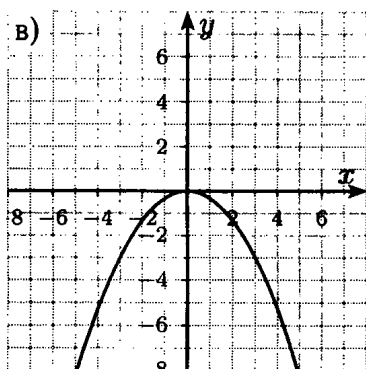
а)



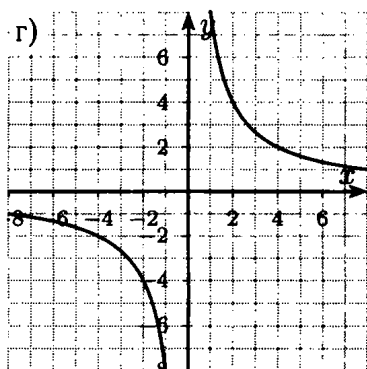
б)



в)

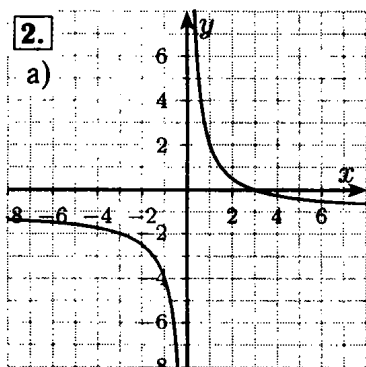


г)

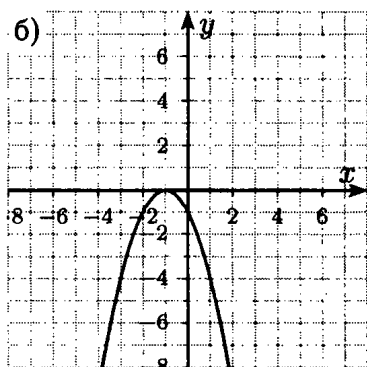


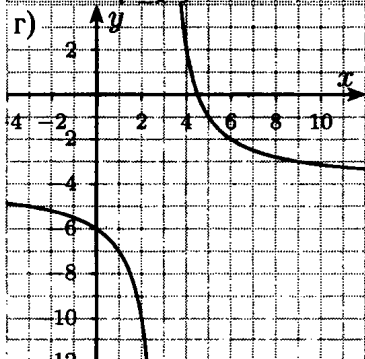
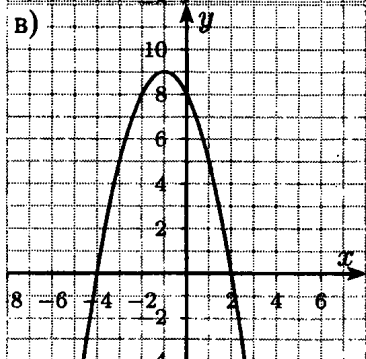
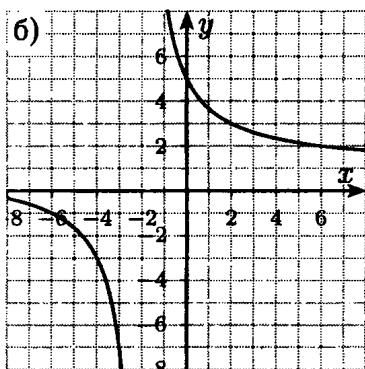
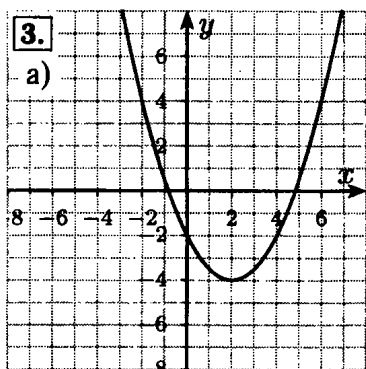
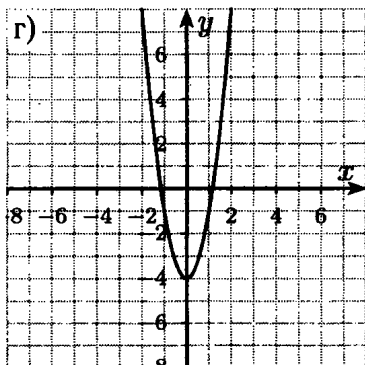
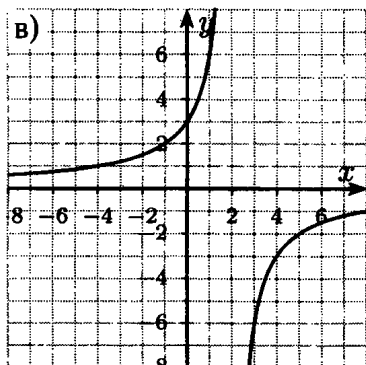
2.

а)



б)





4. а)  $y = (x + 5)^2$ ; б)  $y = x^2 - 1$ ; в)  $y = (x - 1)^2 + 3$ ; г)  $y = (x - 2)^2$ .

5. а)  $y = 2 \cdot (x - 4)^2 + 3$ ; б)  $y = -\frac{1}{2} \cdot (x + 3)^2 + 2$ ; в)  $y = -\frac{2}{3} \cdot (x + 1)^2 - 4$ ; г)  $y = 1,5 \cdot (x - 2)^2 + 1$ .

6. а)  $y = \frac{6}{x-2}$ ; б)  $y = \frac{6}{x} + 3$ ; в)  $y = \frac{6}{x+3} + 1$ ; г)  $y = \frac{6}{x-1} - 2$ .

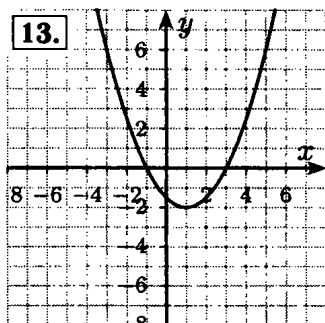
7. а)  $y = \frac{1}{2}x^2$ ; б)  $y = -(x+3)^2$ ; в)  $y = x^2 - 3$ ; г)  $y = (x-2)^2 - 4$ .

8. а)  $y = -\frac{4}{x}$ ; б)  $y = \frac{6}{x-2}$ ; в)  $y = \frac{4}{x+2}$ ; г)  $y = \frac{-6}{x+1} - 2$ .

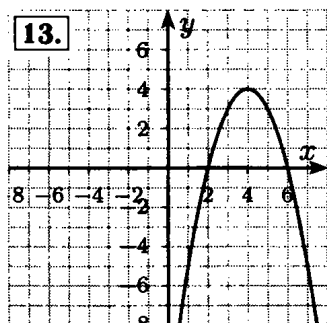
9. а) Координаты (2; 1),  $x = 2$ ; б) Координаты (-1; 3),  $x = -1$ ; в) Координаты (-6; 8),  $x = -6$ ; г) Координаты (2; -8),  $x = 2$ .

10. а)  $-\frac{a-5}{2a} = -3 \Rightarrow \frac{a-5}{2a} = 3 \Rightarrow a-5 = 6a \Rightarrow 5a = -5 \Rightarrow a = -1$ ; б)  $\frac{a+9}{2a} = 2 \Rightarrow 4a = a+9 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$ .

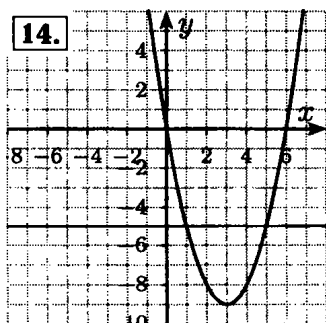
11. а)  $-\frac{b}{4} = 2 \Rightarrow b = -8 \Rightarrow f(2) = 8 - 16 + c = -8 \Rightarrow c = 0$ ; б)  $-\frac{b}{-6} = -4 \Rightarrow b = 24 \Rightarrow f(-4) = -48 + 24 \cdot 4 + c = 3 \Rightarrow c = -45$ .



- а)  $(-\infty; 1]$  — функция убывает;  $[1; \infty)$  — функция возрастает;  
 б)  $y_{\min} = f(1) = -2$ .

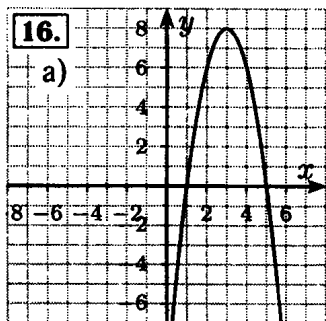


- а)  $y_{\max} = f(4) = 4$ ;  
 б)  $(-\infty; 4]$ .

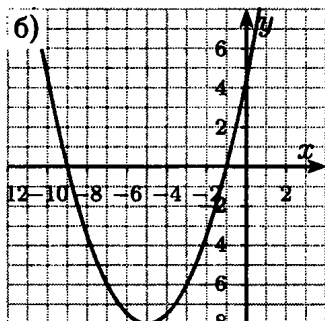


- а)  $x_1 = 1, x_2 = 5$ ;  
 б)  $x \in (-\infty; 0] \cup [6; +\infty)$ .

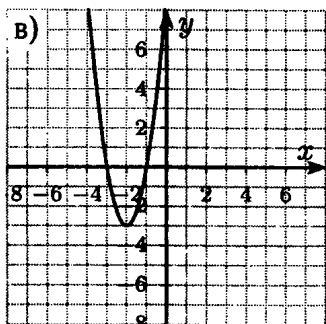
- 15.** а) 1)  $(0; 12)$ ; 2)  $x = 0$ ; 3)  $\uparrow x \in (-\infty; 0)$ ;  $\downarrow x \in (0; +\infty)$ ; 4)  $y_{\max} = 12$ ; 5)  $E(y) = (-\infty; 12]$ ;  
 б) 1)  $(2; 0)$ ; 2)  $x = 2$ ; 3)  $\uparrow x \in (2; +\infty)$ ;  $\downarrow x \in (-\infty; 2)$ ; 4)  $y_{\max} = 0$ ; 5)  $E(y) = [0; +\infty)$ .  
 в) 1)  $(1; 4)$ ; 2)  $x = 1$ ; 3)  $\uparrow x \in (-\infty; 1)$ ;  $\downarrow x \in (1; +\infty)$ ; 4)  $y_{\max} = 4$ ; 5)  $E(y) = (-\infty; 4]$ .  
 г) 1)  $(1; 1)$ ; 2)  $x = 1$ ; 3)  $\uparrow x \in (1; +\infty)$ ;  $\downarrow x \in (-\infty; 1)$ ; 4)  $y_{\max} = 1$ ; 5)  $E(y) = [1; +\infty)$ .



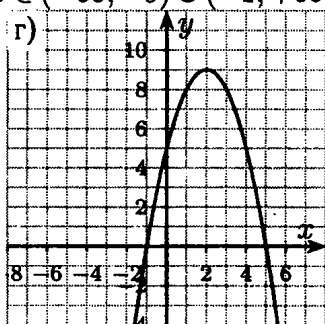
$y = 0$  при  $x = 1$  и  $x = 5$ ;  
 $y > 0$  при  $x \in (1; 5)$ ;  $y < 0$   
 при  $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$ ;



$y = 0$  при  $x = -9$  и  
 $x = -1$ ;  $y < 0$  при  
 $x \in (-9; -1)$   $y > 0$  при  
 $x \in (-\infty; -9) \cup (-1; +\infty)$ ;



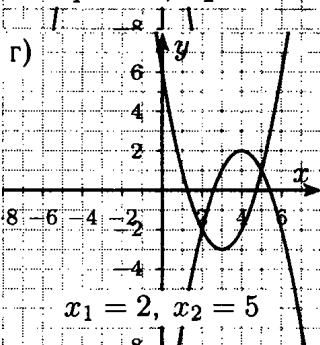
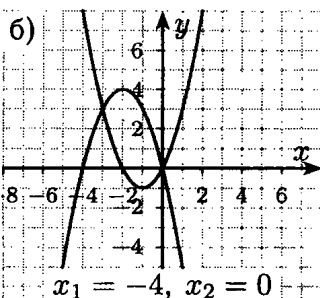
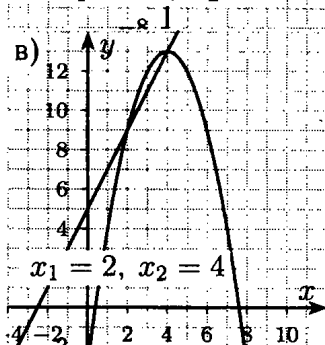
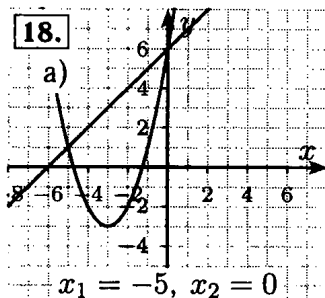
$y = 0$  при  $x = -3$  и  
 $x = 1$ ;  $y > 0$  при  
 $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ ;  
 $y < 0$  при  $x \in (-3; 1)$ ;



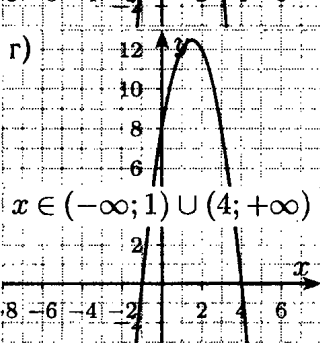
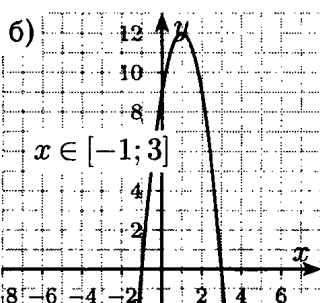
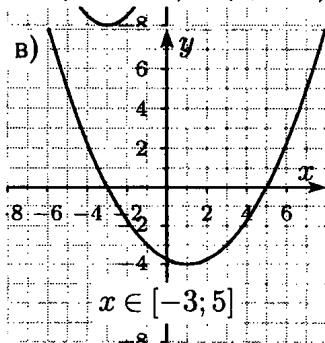
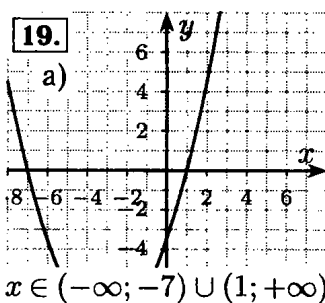
$y = 0$  при  $x = -1$  и  $x = 5$ ;  
 $y > 0$  при  $x \in (-1; 5)$ ;  
 $y < 0$  при  
 $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$ .

- 17.** а)  $y = 2 \cdot (x+1)^2 - 8$ ;  $y_{\max} = 0$ ;  $y_{\min} = -8$ ; б)  $y_{\max} = 0$ ;  $y_{\min} = -3$ ; в)  $y_{\min} = -6$ ;  $y_{\max}$  — не существует;  
 г)  $y_{\max} = 8$ ;  $y_{\min}$  — не существует.

18.

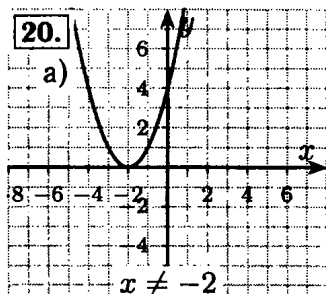


19.

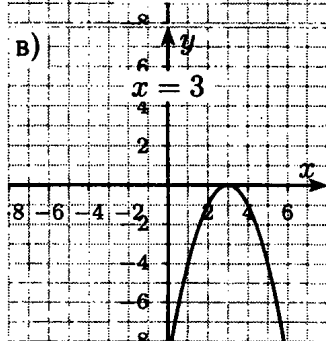


20.

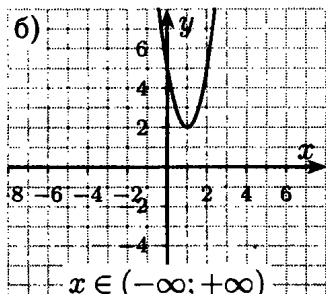
a)



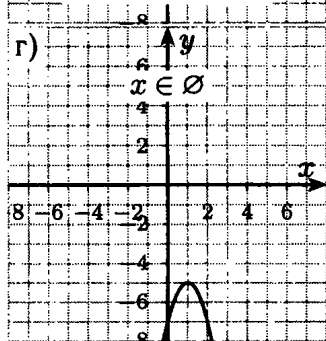
б)



б)

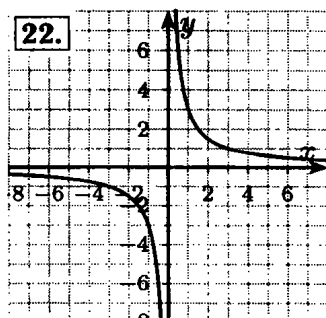


г)



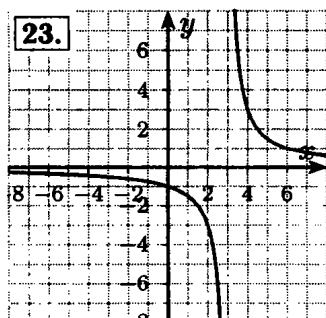
21. а)  $2x^2 - 8x + (5 - m) = 0 \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot (5 - m) = 8m + 24$ . при  $D = 0 \Rightarrow m = -3$  — один корень; при  $m > -3$  — два корня; при  $m < -3$  — нет корней.  
 б)  $-3x^2 - 12x = 7 - k = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x + k + 7 = 0 \Rightarrow D = 144 - 4 \cdot 3 \cdot (k + 7) = 60 - 12k$ . при  $D = 0 \Rightarrow k = 5$  — один корень; при  $D > 0 \Rightarrow k < 5$  — два корня; при  $D < 0 \Rightarrow k > 5$  — нет корней.

22.

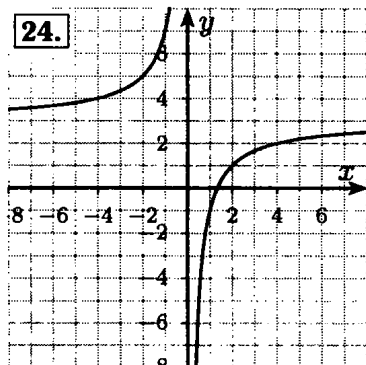


а)  $y_{\max} = 3; y_{\min} = 0,5$   
 б)  $y \in (0; 3)$ .

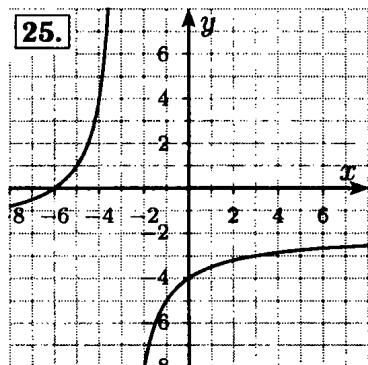
23.



а)  $(3; 0);$   
 б)  $\downarrow x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ .



- а)  $x = 0$ ;  $y = 3$ ;  
 б)  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ .



- а)  $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$ ;  
 $E(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ ; б)  $\uparrow D(y)$ ;  
 в)  $(-3; -2)$ ; г)  $x = -3$ ;  
 $y = -2$ .

- 26.** а) 1)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; +\infty)$ ; 3)  $\downarrow (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; 4)  $(0; 4)$ ; 5)  $y = 4$ ;  $x = 0$ ; б) 1)  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; +\infty)$ ; 3)  $\uparrow (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ ; 4)  $(3; 5)$ ; 5)  $y = 5$ ;  $x = 3$ ; в) 1)  $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; +\infty)$ ; 3)  $\downarrow (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$ ; 4)  $(5; 0)$ ; 5)  $y = 0$ ;  $x = 5$ ; г) 1)  $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; +\infty)$ ; 3)  $\uparrow (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ ; 4)  $(-1; -2)$ ; 5)  $y = -2$ ;  $x = -1$ .

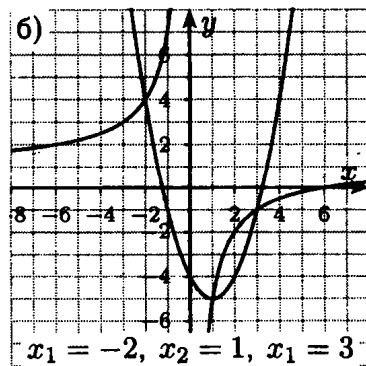
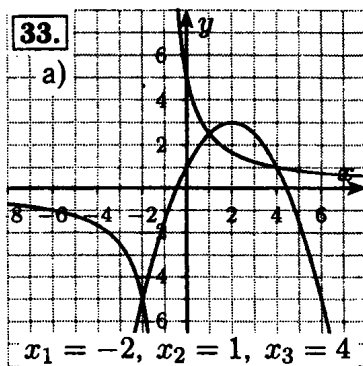
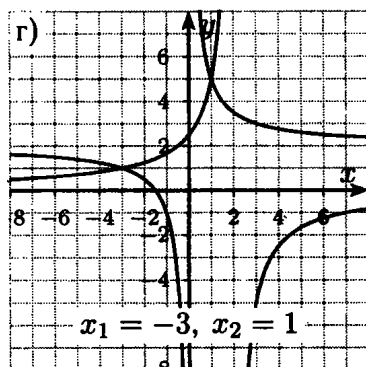
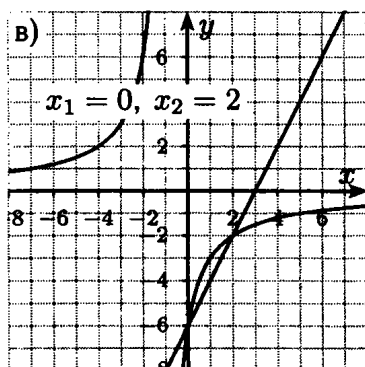
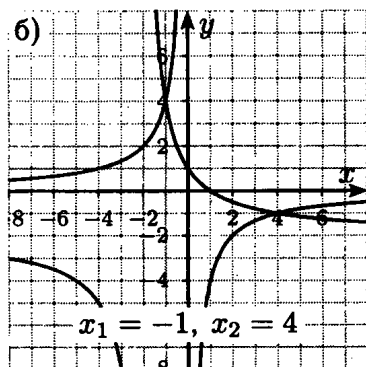
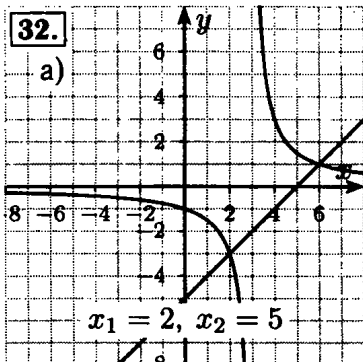
- 27.** а)  $y = -\frac{3}{x}$ ; б)  $y = \frac{4}{x}$ ; в)  $y = -\frac{1}{2x}$ ; г)  $y = \frac{3}{x}$ ;

- 28.** а) принадлежит  $-\frac{10}{-3,9+4} = 100$ ; б) принадлежит  $-(\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) + 15 = 15$ ; в) не принадлежит  $-\frac{18}{0+15} \neq 1,2$ ; г) не принадлежит  $-\frac{(-\sqrt{7})^2}{7} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \neq 6$ .

- 29.** а)  $y_{\min} = -6$ ;  $y_{\max}$  — не существует; б)  $y_{\min} = 4$ ;  $y_{\max} = \frac{4}{3}$ ; в)  $y_{\min} = 10$ ;  $y_{\max} = -4$ ; г)  $y_{\min}$  — не существует;  $y_{\max} = 0$ ;

- 30.** а)  $y = x^2 - 6x - 7 = (x - 3)^2 - 16$  —  $\downarrow (-\infty; 3]$  и  $\uparrow [3; +\infty)$ ; б)  $y = -x^2 + 2x + 5 = -(x - 1)^2 + 6$  —  $\downarrow [1; +\infty)$  и  $\uparrow (-\infty; 1]$ .

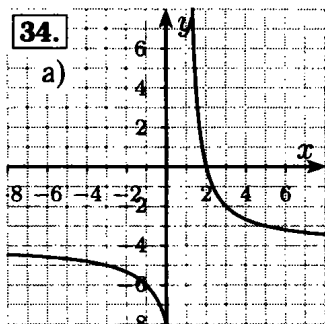
- 31.** а)  $y_{\min} = 1 - 6\sqrt{3}$ ;  $y_{\max} = 1 - 4\sqrt{3}$ ; б)  $y_{\min} = 6\sqrt{6} - 9$ ;  $y_{\max} = 6\sqrt{5} - 7,5$ ; в)  $y_{\min} = 2\sqrt{3} - 2$ ;  $y_{\max} = 4$ ; г)  $y_{\min} = -5$ ;  $y_{\max} = 10 - 6\sqrt{6}$ .





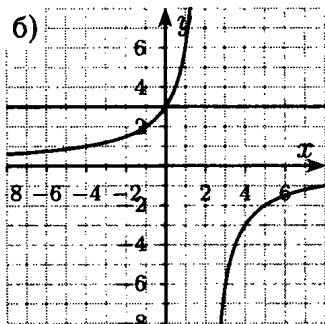
34.

a)



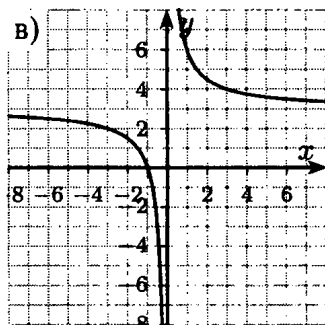
$y = 0$  при  $x = 2$ ;  $y > 0$  при  $x \in (1; 2)$ ;  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

б)



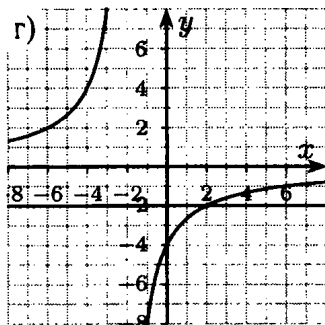
$y = 3$  при  $x = 0$ ;  $y > 3$  при  $x \in (0; 2)$ ;  $y < 3$  при  $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

в)



$y = 0$  при  $x = -1$ ;  $y < 0$  при  $x \in (-1; 0)$ ;  $y > 0$  при  $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$

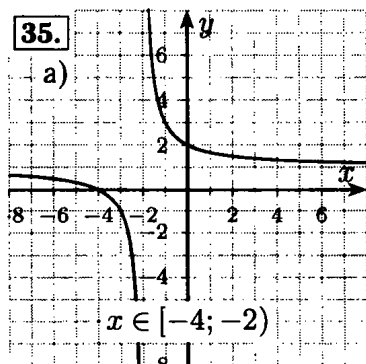
г)



$y = -2$  при  $x = 0$ ;  $y < -2$  при  $x \in (-2; 0)$ ;  $y > -2$  при  $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

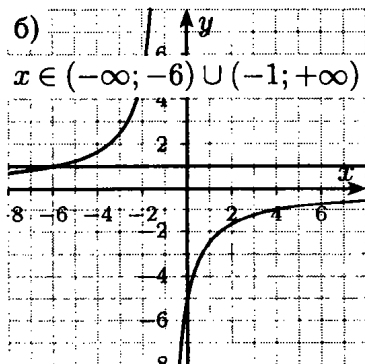
35.

a)

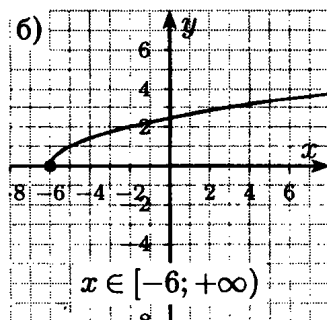
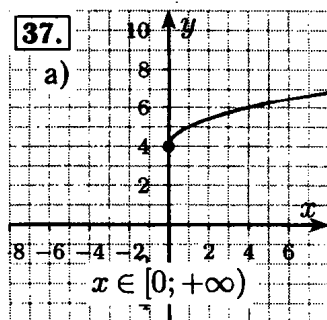
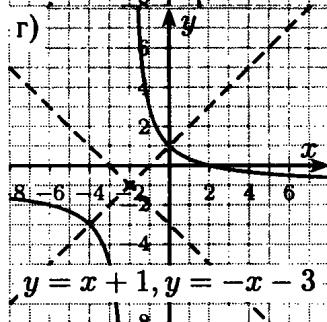
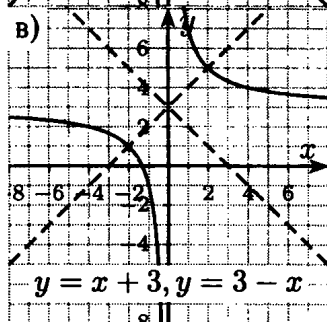
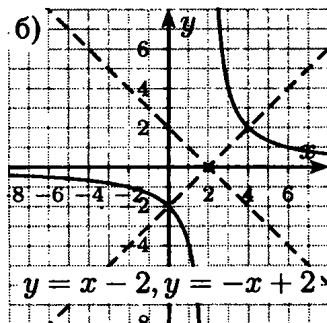
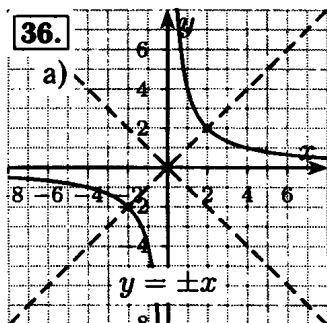
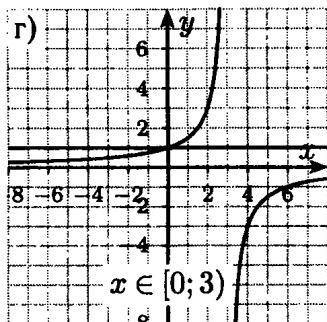
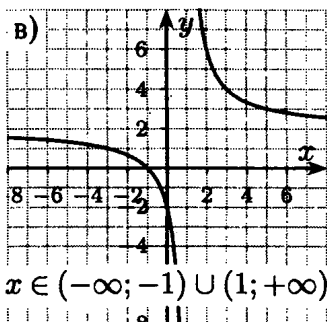


$x \in [-4; -2)$

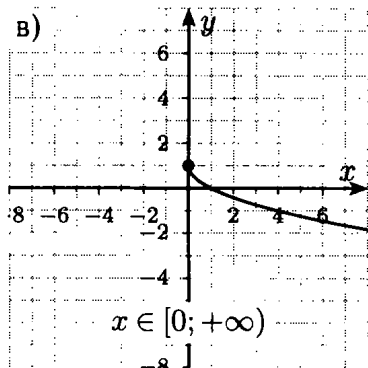
б)



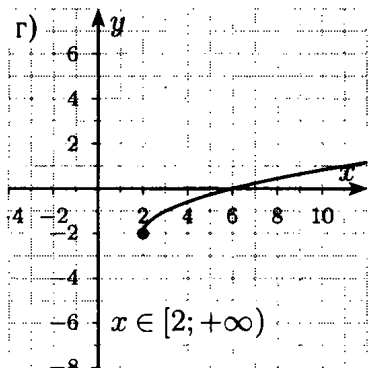
$x \in (-\infty; -6) \cup (-1; +\infty)$



В)

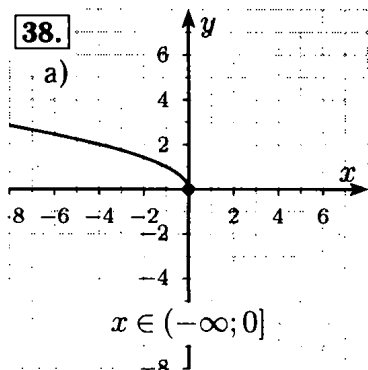


Г)

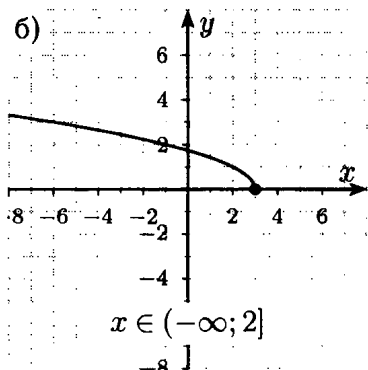


38.

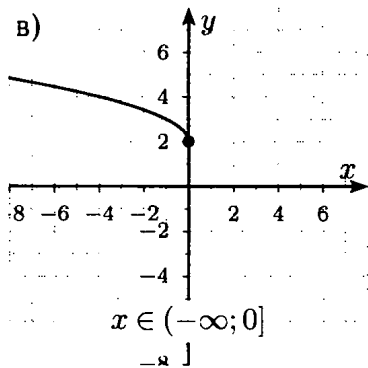
а)



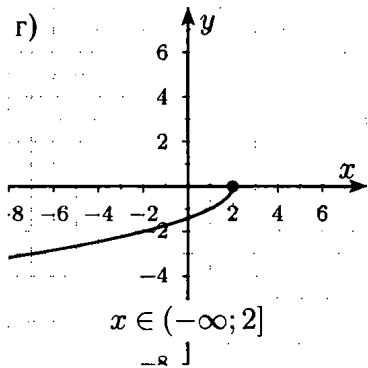
б)



В)

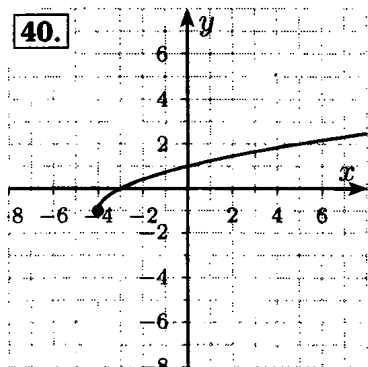


Г)



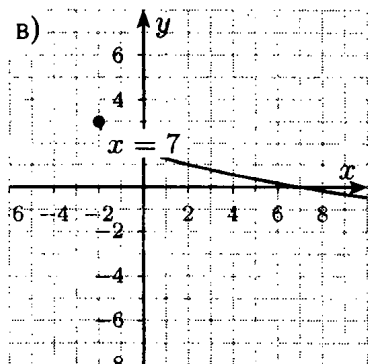
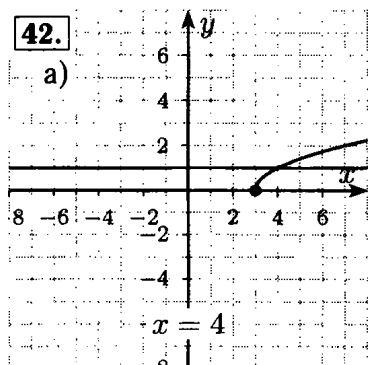
39. а)  $y_{\min} = -5$ ;  $y_{\max}$  — не существует; б)  $y_{\min} = -\sqrt{5}$ ;  $y_{\max} = -\sqrt{2}$ ; в)  $y_{\min} = 2$ ;  $y_{\max}$  — не существует; г)  $y_{\min} = \sqrt{3} + 1$ ;  $y_{\max} = \sqrt{6} + 1$ .

40.

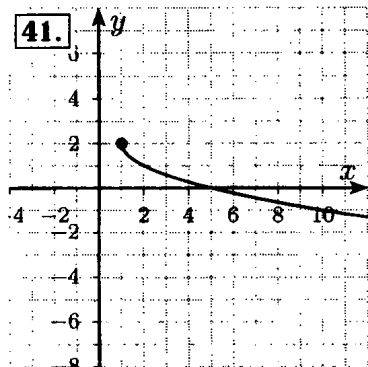


- а)  $(-3; 0)$  и  $(0; 1)$ ; б)  $y < 0$   
при  $x \in [-4; -3)$ ,  $y > 0$   
при  $x \in (-3; +\infty)$ ;  
в)  $x \in [0; 12)$ ; г)  $[1; 2]$ .

42.

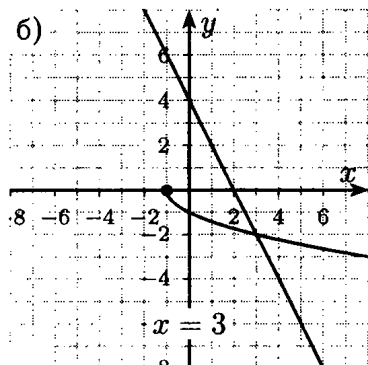


41.

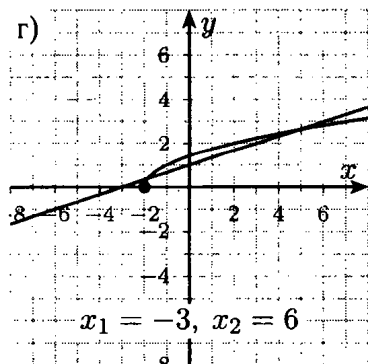


- а)  $D(y) = [1; +\infty)$ ,  $E(y) = (-\infty; 2]$ ;  
б)  $y_{\min} = -1$ ,  $y_{\max} = 0$ ;  
в)  $x = 2$ ; г)  $x \in (5; +\infty)$ .

б)

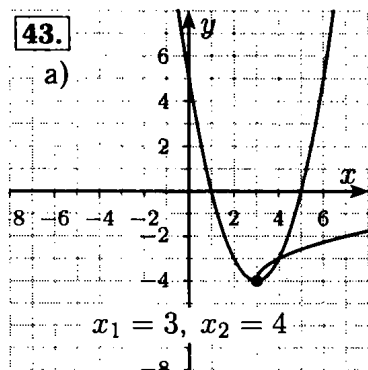


г)

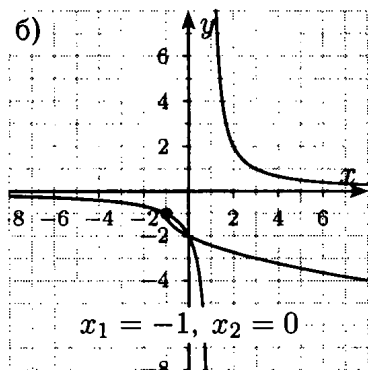


43.

a)

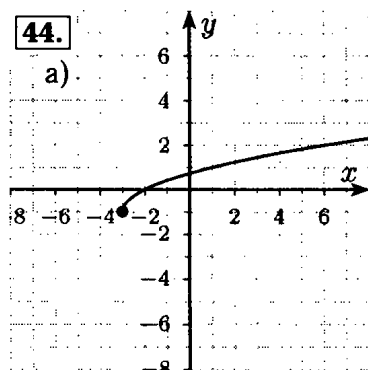


б)

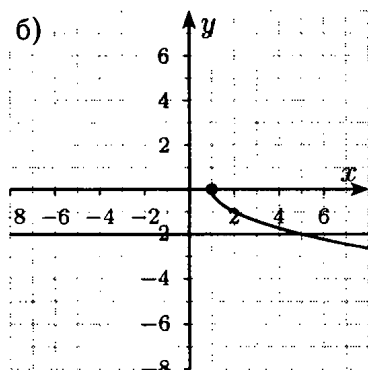


44.

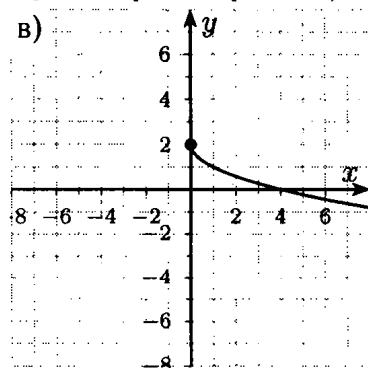
a)



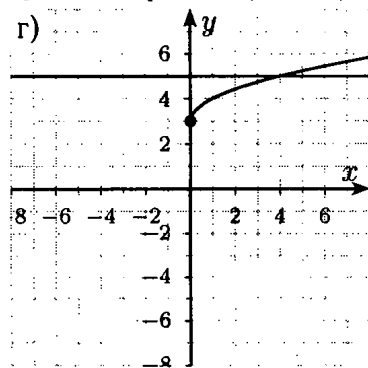
б)

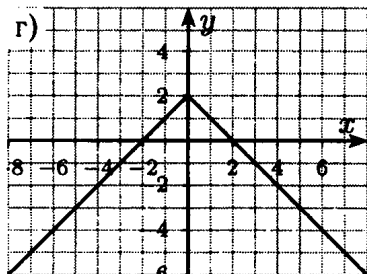
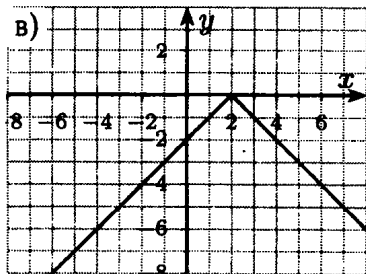
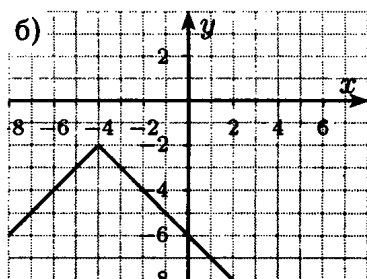
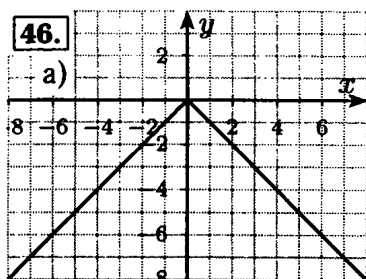
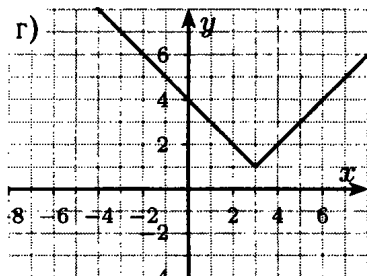
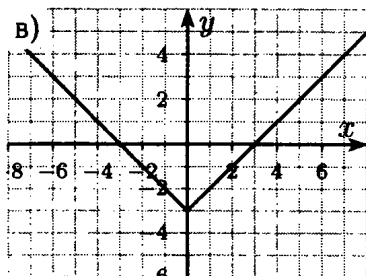
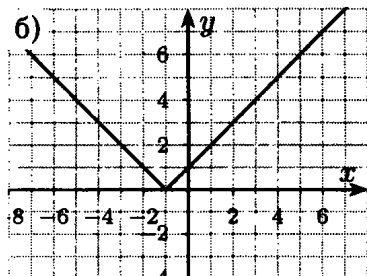
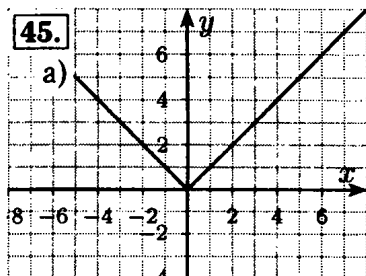


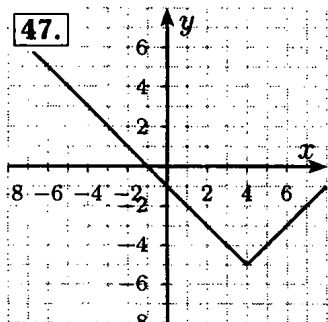
в)



г)







a)  $y_{\min} = -5$ ;

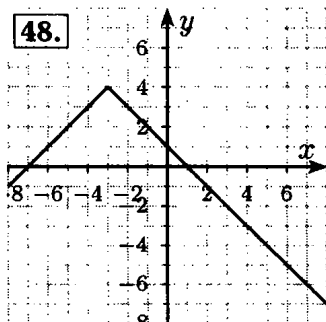
б)  $\downarrow x \in (-\infty; 4]$ ,

$\uparrow x \in [4; +\infty)$ ; в)  $x_1 = -1$

и  $x_2 = 9$ ; г)  $y > 0$  при

$x \in (-\infty; -1) \cup (9; +\infty)$ ,

$y < 0$  при  $x \in (-1; 9)$ .



a)  $y_{\max} = 4$ ;

б)  $\uparrow x \in (-\infty; -3)$ ,

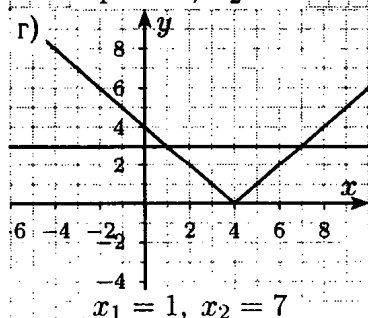
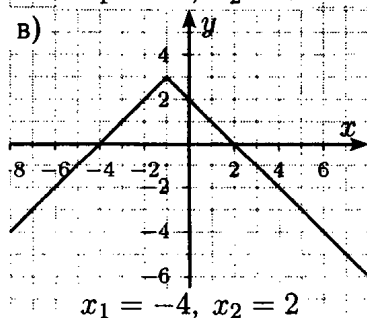
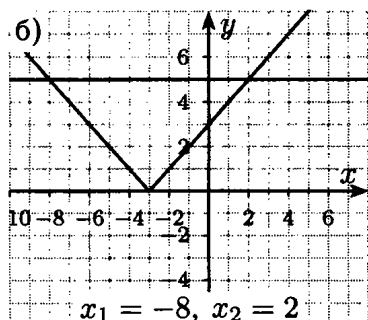
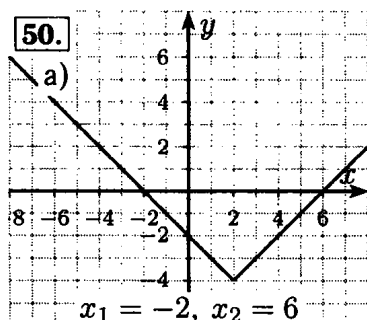
$\downarrow x \in [-3; +\infty)$ ; в)  $x_1 = -7$

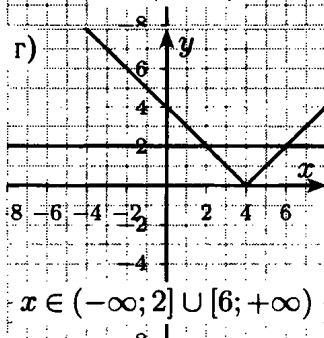
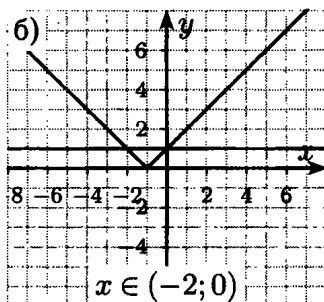
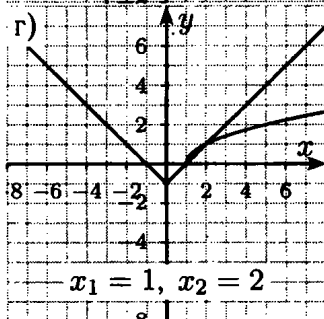
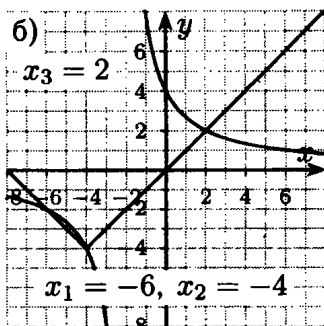
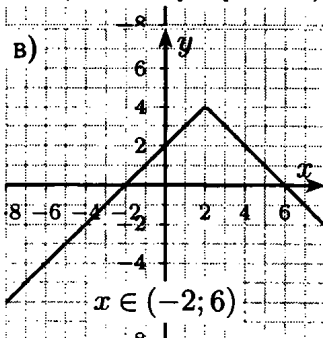
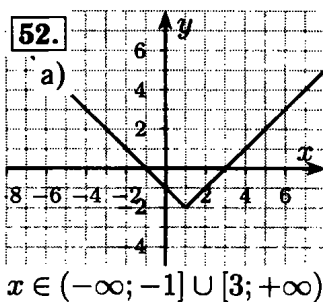
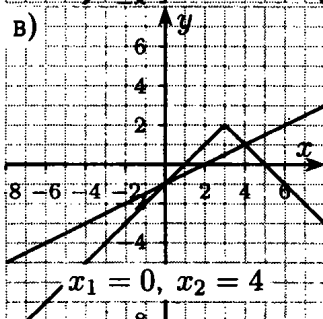
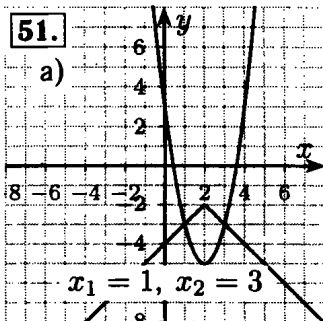
и  $x_2 = 1$ ; г)  $y > 0$  при

$x \in (-7; 1)$ ,  $y < 0$  при

$x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$ .

**49.** а)  $y_{\min} = 0$ ;  $y_{\max} = \sqrt{2}$ ; б)  $y_{\max} = -(4 - \sqrt{2})$ ;  
 $y_{\min} = -3$ ; в)  $y_{\max} = 5$ ;  $y_{\min} = 5 - \sqrt{3}$ ; г)  $y_{\min} = -2$ ;  
 $y_{\max} = \sqrt{5} - 4$ .

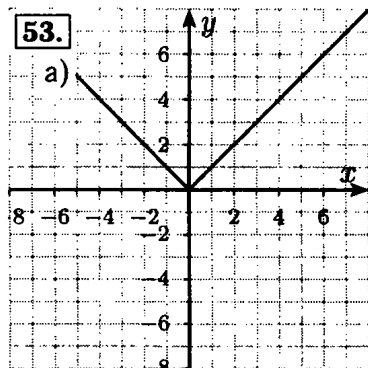




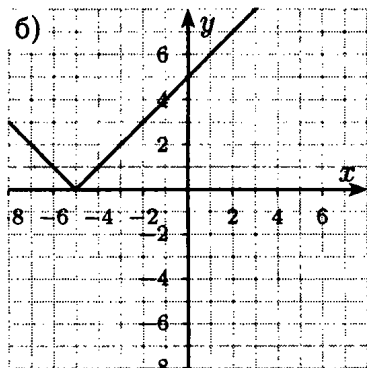


53.

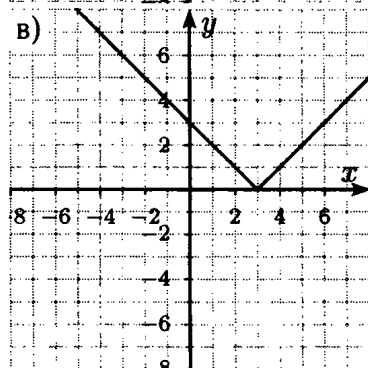
a)



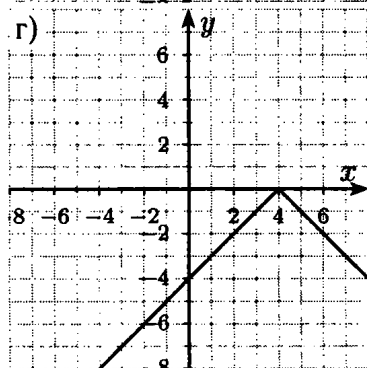
б)



в)



г)



54. а)  $f(0) = 5$ ,  $f(-3) = 38$ ,  $f(2t) = 12t^2 - 4t + 5$ ,  
 $f(x+2) = 3 \cdot (x+2)^2 - 2 \cdot (x+2) + 5 = 3x^2 + 10x + 13$ ;  
 б)  $f(1) = -2$ ,  $f(-2) = -23$ ,  $f(3x) = -36x^2 - 9x - 1$ ,  
 $f(x-1) = -4 \cdot (x-1)^2 + 3 \cdot (x-1) - 1 = -4x^2 + 11x - 8$ .

55. а)  $f(1) = 0$ ,  $f(8) = \sqrt{7}$ ,  $f(0,5x) = \sqrt{0,5x-1}$ ,  $f(x^2 + 1) = \sqrt{x^2} = |x|$ ;  
 б)  $f(0) = 2$ ,  $f(-2) = \sqrt{2}$ ,  $f(4x) = \sqrt{4x+4} = 2\sqrt{x+1}$ ;  
 $f(x^2 + 4x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} = |x + 2|$ .

56. а)  $f(x+2) = f(x-1) \Rightarrow (x+2)^2 - 3 \cdot (x+2) + 2 = (x-1)^2 - 3 \cdot (x-1) + 2 \Rightarrow (x+2)^2 - (x-1)^2 - 3 \cdot (x+2-x+1) = 0 \Rightarrow (x+2-x+1) \cdot (x+2+x-1) - 3 \cdot 3 = 0 \Rightarrow 3(2x+1) - 9 = 0 \Rightarrow 2x+1 = 3 \Rightarrow x = 1$ ;  
 б)  $f(x+1) = f(x-3) \Rightarrow (x+1)^2 - 5 \cdot (x+1) + 6 = (x-3)^2 - 5 \cdot (x-3) + 6 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 5x - 5 = x^2 - 6x + 9 - 5x + 15 \Rightarrow 8x = 284 \Rightarrow x = 3,5$ .

**[57.]** a)  $f(x^2 - 2x) = f(x + 4) \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 1} = \sqrt{x + 3}, x \geq 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = x + 3 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x \in (-1; 4);$

б)  $f(x^2 + 5x) = f(x - 5) \Rightarrow \sqrt{x^2 - 5x + 4} = \sqrt{x - 1}, x \geq 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = x - 1 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x \in (1; 5).$

**[58.]** a)  $f(x^2 - 1) = f(3x^2 - 3x) \Rightarrow \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{3x^2 - 3x} \Rightarrow \frac{1}{(x-1) \cdot (x+1)} - \frac{1}{3x(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{3x - (x+1)}{3x(x^2 - 1)} = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0,5;$  б)  $f(x^2 - 2x) = f(x - 2) \Rightarrow \frac{2}{x^2 - 2x + 1} = \frac{2}{x - 1} \Rightarrow \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{2}{x-1} \Rightarrow 2 \cdot (x - 1) = 2 \Rightarrow x = 2.$

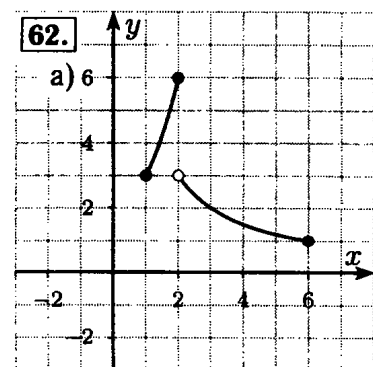
**[59.]** a)  $f(x + 1) < f(x - 2) \Rightarrow (x + 1)^2 - 8 \cdot (x + 1) - 9 < (x - 2)^2 - 8 \cdot (x - 2) - 9 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 8x - 8 < x^2 - 4x + 4 - 8x + 16 \Rightarrow 6x - 27 < 0 \Rightarrow x < 4,5$

б)  $f(x - 4) \geq f(x + 2) \Rightarrow (x - 4)^2 - 6 \cdot (x - 4) + 8 \geq (x + 2)^2 - 6 \cdot (x + 2) + 8 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 - 6x + 24 \geq x^2 + 4x + 4 - 6x - 12 \Rightarrow -12x + 48 \geq 0 \Rightarrow x \leq 4.$

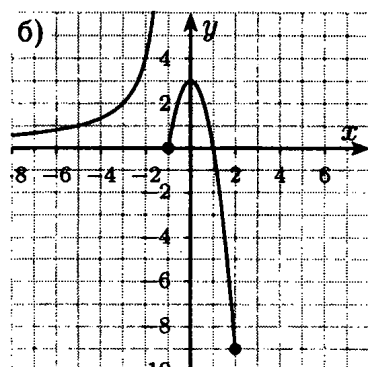
**[60.]** a)  $f(x + 3) > f(0) \Rightarrow (x + 3)^2 + 7 \cdot (x + 3)^2 + 12 > 12 \Rightarrow (x + 3) \cdot (x + 10) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -10) \cup (-3; +\infty);$

б)  $f(x - 1) \leq f(1) \Rightarrow (x - 1)^2 - 4 \cdot (x - 1) + 3 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Rightarrow (x - 2) \cdot (x - 4) \leq 0 \Rightarrow x \in [2; 4].$

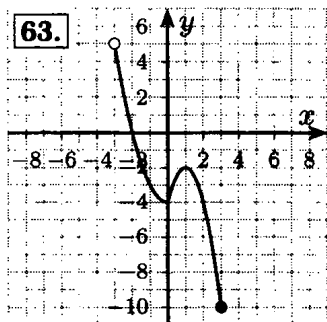
**[61.]** а)  $y(3) < y(1,72);$  б)  $y(3 - \sqrt{2}) < y(3 + \sqrt{2});$  в)  $y(4) < y(3\sqrt{2});$  г)  $y(0,8) > y(5).$



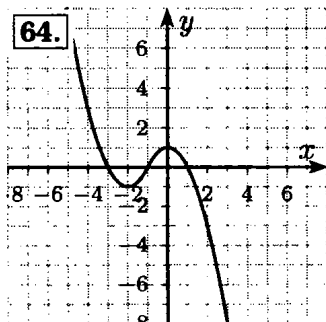
$D(f) = [1; 6], E(f) = [1; 6],$   
 $\uparrow (-\infty; 0), \downarrow [0; 2].$



$D(f) = \mathbb{R},$   
 $E(f) = [-9; +\infty),$   
 $\uparrow (-\infty; 0), \downarrow [0; 2].$

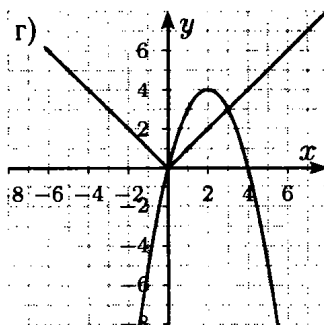
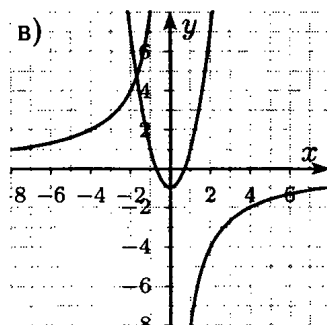
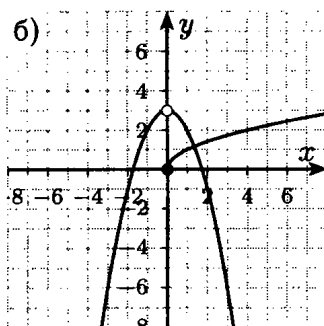
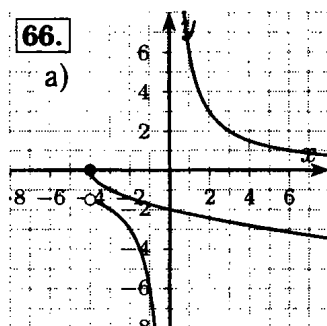


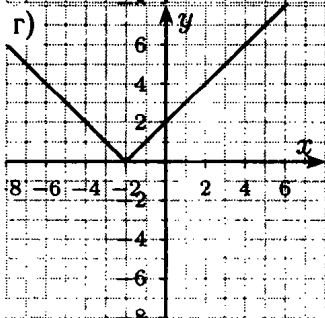
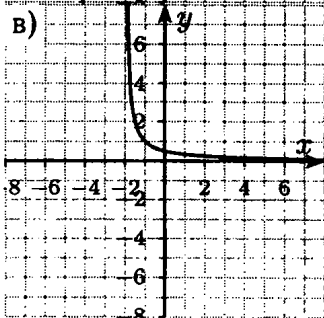
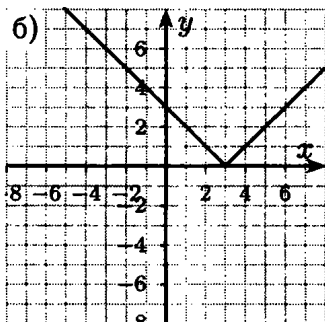
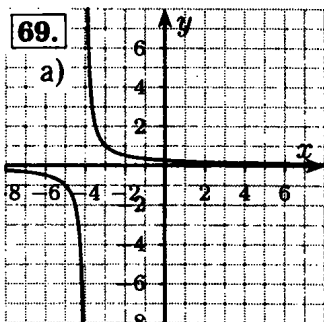
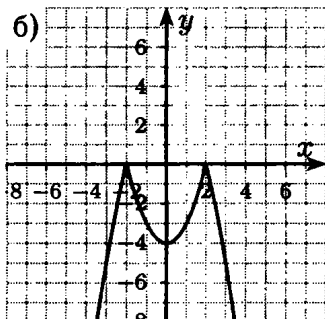
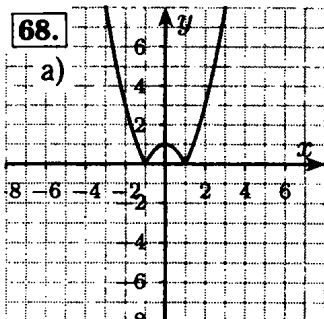
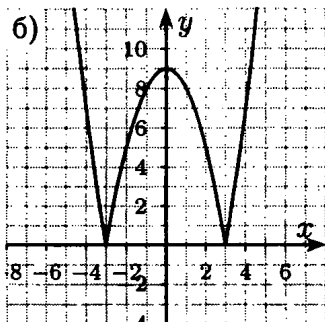
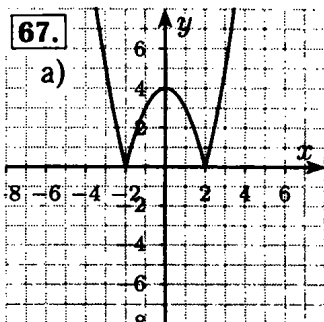
а)  $f - 2 = (0)$ ,  $f(0) = -4$ ,  $f(3) = -10$ ; б) да, нет, да;



один корень —  
 $p \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ;  
 два корня —  $p = \pm 1$ ; три  
 корня —  $p \in (-1; 1)$ .

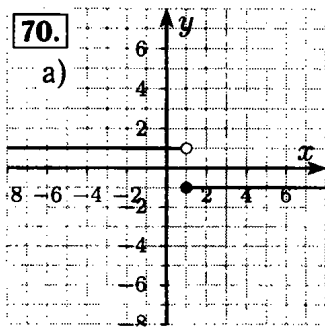
**65.** а)  $\begin{cases} 2x^2, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 1 - (x+1)^2, & -3 \leq x \leq 0 \\ \frac{4}{x}, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$



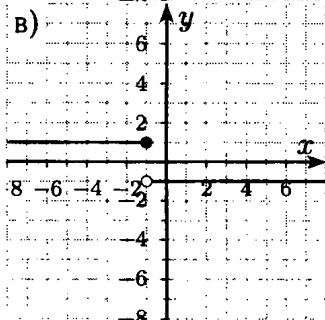


70.

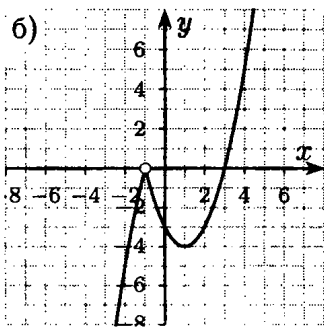
a)



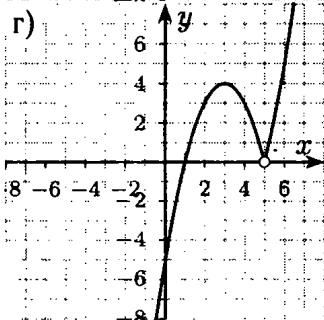
б)



б)

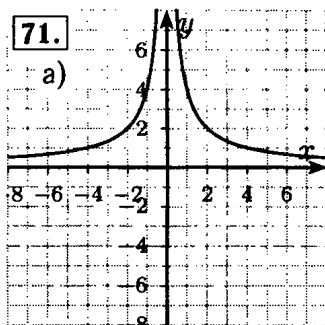


г)

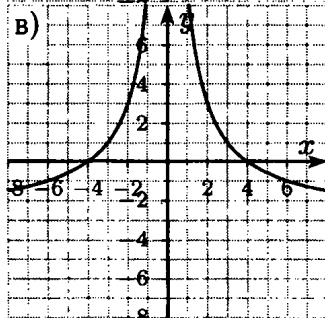


71.

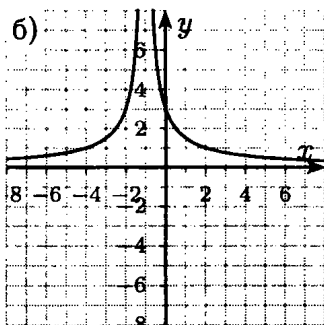
a)



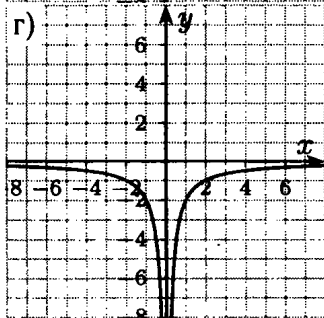
б)



б)

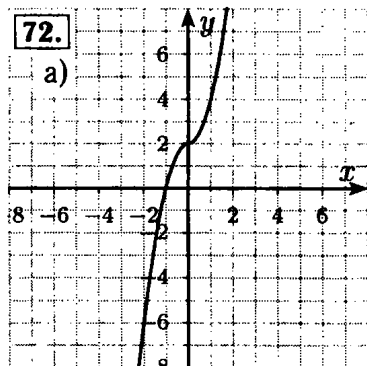


г)

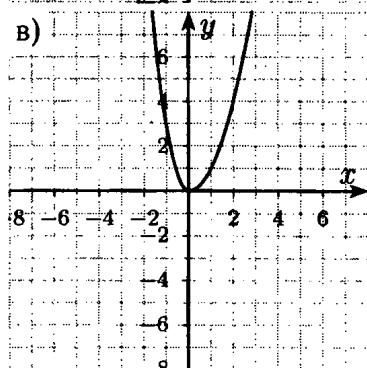


72.

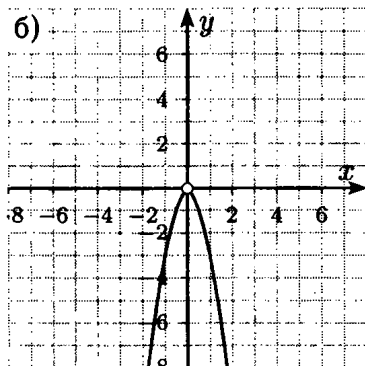
a)



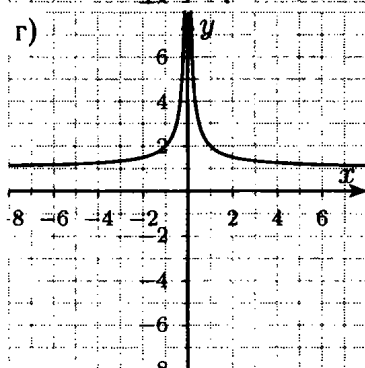
б)



6)

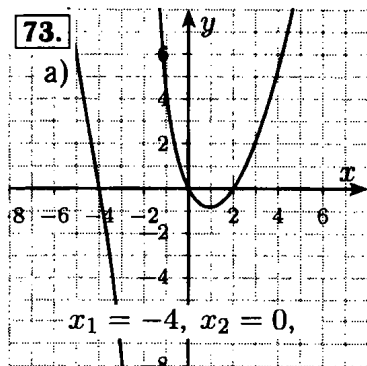


г)

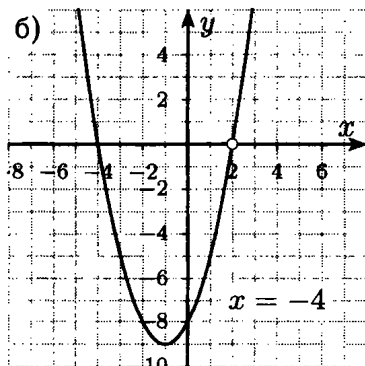


73.

a)



6)



74. а)  $x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x + 6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -6;$   
 б)  $-3x^2 = 18x \Rightarrow 3x(x + 6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -6;$   
 в)  $x^2 - 12x = 0 \Rightarrow -x(x + 12) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -12;$   
 г)  $4x^2 = 28x \Rightarrow 4x(x - 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 7.$

**75.** а)  $3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  б)  $18 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ ; в)  $24 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ ; г)  $5x^2 - 30 = 0 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6}$ .

**76.** а)  $-5x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ; б)  $32 + 8x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$  — нет корней; в)  $(3x + 4)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$ ; г)  $-4x^2 = 40 \Rightarrow x^2 = -10$  — нет корней.

**77.** а)  $6x^2 - 13x - 15 = 0$ :  $a = 6$ ,  $b = -13$ ,  $c = -15$ ;  $D = b^2 - 4ac = -13^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-15) = 529$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{13 \pm 23}{2 \cdot 6}$ ,  $x_1 = -\frac{5}{6}$ ,  $x_2 = 3$ ; б)  $-5x^2 - 27x + 56 = 0$ :  $a = -5$ ,  $b = -27$ ,  $c = 56$ ;  $D = b^2 - 4ac = -27^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 56 = 1849$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{27 \pm 43}{2 \cdot (-5)}$ ,  $x_1 = -7$ ,  $x_2 = \frac{8}{5}$ ; в)  $9x^2 + 40x + 16 = 0$ :  $a = 9$ ,  $b = 40$ ,  $c = 16$ ;  $D = b^2 - 4ac = 40^2 - 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1024$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-40 \pm 32}{2 \cdot 9}$ ,  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = -\frac{4}{9}$ ; г)  $-3x^2 + 16x + 75 = 0$ :  $a = -3$ ,  $b = 16$ ,  $c = 75$ ;  $D = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 75 = 1156$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-16 \pm 34}{2 \cdot (-3)}$ ,  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = \frac{25}{3}$ .

**78.** а)  $-x^2 + 4x - 1 = 0$ :  $a = -1$ ,  $b = 4$ ,  $c = -1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 12$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2 \cdot (-1)}$ ,  $x_1 = 2 - \sqrt{3}$ ,  $x_2 = 2 + \sqrt{3}$ ; б)  $4x^2 - 10x + 5 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = -10$ ,  $c = 5$ ;  $D = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = 20$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{2 \cdot 4}$ ,  $x_1 = \frac{1}{4}(5 - \sqrt{5})$ ,  $x_2 = \frac{1}{4}(5 + \sqrt{5})$ ; в)  $x^2 + 6x + 2 = 0$ :  $a = 1$ ,  $b = 6$ ,  $c = 2$ ;  $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 28$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{7}}{2 \cdot 1}$ ,  $x_1 = -3 - \sqrt{7}$ ,  $x_2 = \sqrt{7} - 3$ ; г)  $-5x^2 - 6x + 1 = 0$ :  $a = -5$ ,  $b = -6$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = -6^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 1 = 56$ ;  $D > 0$ , два решения,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 \pm 2\sqrt{14}}{2 \cdot (-5)}$ ,  $x_1 = \frac{1}{5}(-3 - \sqrt{14})$ ,  $x_2 = \frac{1}{5}(\sqrt{14} - 3)$ .

**79.** а)  $4x^2 + 28x + 49 = 0$ :  $a = 4$ ,  $b = 28$ ,  $c = 49$ ;  $D = b^2 - 4ac = 28^2 - 4 \cdot 4 \cdot 49 = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-28}{2 \cdot 4} = -\frac{7}{2}$ ; б)  $-3x^2 - 24x - 49 = 0$ :  $a = -3$ ,  $b = -24$ ,  $c = -49$ ;  $D = b^2 - 4ac = -24^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-49) = -12$ ;  $D < 0$ , нет решений; в)  $-25x^2 + 80x - 64 = 0$ :

$a = -25$ ,  $b = 80$ ,  $c = -64$ ;  $D = b^2 - 4ac = 80^2 - 4 \cdot (-25) \times (-64) = 0$ ;  $D = 0$ , одно решение  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-80}{2 \cdot (-25)} = \frac{8}{5}$ ;

г)  $2x^2 - 8x + 11 = 0$ :  $a = 2$ ,  $b = -8$ ,  $c = 11$ ;  $D = b^2 - 4ac = -8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 11 = -24$ ;  $D < 0$ , нет решений;

**80.** а)  $(x-1) \cdot (x-2) = (3x+2) \cdot (3-x) + 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = -3x^2 + 7x + 6 + 2 \Rightarrow 4x^2 - 10x - 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_2 = 3$ ; б)  $(x+4) \cdot (4x-3) = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow 4x^2 + 13x - 12 = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow 3x^2 + 8x - 16 = 0 \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot (-16) = 256 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-8 \pm 16}{6} \Rightarrow x = -4$ ,  $x_2 = \frac{4}{3}$ ; в)  $x^2 + x + 12 = 2 \cdot (x+1) \cdot (x-5) \Rightarrow x^2 + x + 12 = -8x - 10 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Rightarrow D = 81 + 4 \times 22 = 169 = 13^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{9 \pm 13}{2} \Rightarrow x_1 = -2$ ,  $x_2 = 11$ ; г)  $19 - (x-6) \cdot (2x+1) = (x-5) \cdot (x-1) \Rightarrow 19 - 2x^2 + 11x + 6 = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow 3x^2 - 17x - 20 = 0 \Rightarrow D = 289 - 4 \cdot 3 \cdot (-20) = 529 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{17 \pm 23}{6} \Rightarrow x_1 = -1$ ,  $x_2 = \frac{20}{3}$ .

**81.** а)  $\frac{8x^2+x}{8} = \frac{15}{32} \Rightarrow 32 \cdot (8x^2 + x) = 15 \cdot 8 \Rightarrow 4 \cdot (8x^2 + x) = 15 \Rightarrow 32x^2 + 4x - 15 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 15 \cdot 32 = 44^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm 44}{64} \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{4}$ ,  $x_2 = \frac{5}{8}$ ; б)  $\frac{2x^2-3x}{2} + \frac{9x+2}{3} = \frac{3-2x^2}{6} \Rightarrow 3 \cdot (2x^2 - 3x) + 2 \cdot (9x + 2) = 3 - 2x^2 \Rightarrow 8x^2 + 9x + 1 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-9 \pm 7}{16} \Rightarrow x_1 = -1$ ,  $x_2 = -\frac{1}{8}$ ; в)  $\frac{10x^2-3x}{2} = \frac{7}{5} \Rightarrow 5 \cdot (10x^2 - 3x) = 7 \cdot 2 \Rightarrow 50x^2 - 15x - 14 = 0 \Rightarrow D = 225 + 4 \cdot 14 \times 50 = 3025 = 55^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{15 \pm 55}{100} \Rightarrow x_1 = 0,7$ ,  $x_2 = -0,4$ ; г)  $\frac{7x+15}{12} - \frac{6x^2+1}{6} = \frac{3-6x^2}{2} \Rightarrow 7x + 15 - 2 \cdot (6x^2 + 1) = 6 \times (3 - 6x^2) \Rightarrow 24x^2 + 7x - 5 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 5 \cdot 24 = 529 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm 23}{48} \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{8}$ ,  $x_2 = \frac{1}{3}$ .

**82.** Из условий задачи получаем уравнение:  

$$\begin{cases} x = y + 4 \\ xy = 96 \end{cases} \Rightarrow y(y+4) = 96 \Rightarrow y^2 + 4y - 96 = 0 \Rightarrow D = 16 + 496 = 512 = 22,627^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-4 \pm 22,627}{2} \Rightarrow y = 9, x = 13.$$

**83.** Из условий задачи получаем уравнение:  $x^2 = 3x(x-8) + 5442x^2 - 24x + 54 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 27 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$ ,  $x_2 = 9$ . Так как  $x - 8 > 0$ , то  $x = 9$ .



**84.** Из условий задачи получаем уравнение:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 80 \\ xy = 175 \end{cases} \Rightarrow x(40 - x) = 175 \Rightarrow x^2 - 40x + 175 =$$

$= 0 \Rightarrow D = 1600 - 4 \cdot 175 = 900 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{40 \pm 30}{2} \Rightarrow x_1 = 5,$   
 $y_1 = 35, x_2 = 35, y_2 = 5.$  Ответ: 5, 35 м.

**85.** Из условий задачи получаем уравнение:  $x^2 + (x + 7)^2 = 17^2 \Rightarrow 2x^2 + 14x - 240 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 120 =$   
 $= 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot (-120) = 529 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm 23}{2} \Rightarrow x = 8,$   
 $x + 7 = 15, S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60 \text{ см}^2).$

**86.** Из условий задачи получаем уравнение:  $x^2 = (x - 2)^2 + (x - 16)^2 \Rightarrow x^2 - 36x + 260 = 0 \Rightarrow D = 1296 -$   
 $- 1040 = 2564 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{36 \pm 16}{2} \Rightarrow x = 26,$  так как  $x > 16,$   
 $x - 2 = 24, x - 16 = 10.$

**87.** Из условий задачи получаем уравнение:  $(4x - 2)^2 - (3x + 2)^2 = 35 \Rightarrow 7x^2 - 28x - 35 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 =$   
 $= 0 \Rightarrow x = 5, 3x = 15, 4x = 20.$

**88.** Из условий задачи получаем уравнение:

$$\begin{cases} x + y + 20 = 48 \\ x^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (28 - x)^2 = 400 \Rightarrow 2x^2 - 56x +$$
 $+ 384 = 0 \Rightarrow x^2 - 28x + 192 = 0 \Rightarrow D = 784 - 4 \cdot 192 =$   
 $= 16 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{28 \pm 4}{2} \Rightarrow x_1 = 12, y_1 = 16; x_2 = 16, y_2 = 12.$   
 Ответ: 12, 16, 20 см.

**89.** Из условий задачи получаем уравнение:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 92 \\ x^2 + y^2 = 34^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (46 - x)^2 = 34^2 \Rightarrow 2x^2 - 92x +$$
 $+ 2116 - 1156 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 92x + 960 = 0 \Rightarrow x^2 - 46x +$   
 $+ 480 = 0 \Rightarrow D = 2116 - 4 \cdot 480 = 196 = 14^2 \Rightarrow x_{1,2} =$   
 $= \frac{46 \pm 14}{2} \Rightarrow x_1 = 16, y_1 = 30, x_2 = 30, y_2 = 16 \Rightarrow S = xy =$   
 $= 16 \cdot 30 = 480 \text{ см}^2.$ 

**90.** Координаты вершины  $(5; 5^2 - 10 \cdot 5 + c) = (5; c - 25).$  Расстояние от вершины до начала координат  
 $\sqrt{5^2 + (c - 25)^2} = 13 \Rightarrow (c - 25)^2 = 144 \Rightarrow c - 25 = \pm$   
 $\pm 12 \Rightarrow c_1 = 12 \text{ или } c_2 = 37.$

**91.** Координаты вершины  
 $(-\frac{6}{2a}; a \cdot (-\frac{3}{a})^2 + 6 \cdot (-\frac{3}{a}) - 5) = (-\frac{3}{a}; -5 - \frac{9}{a}).$  Расстоя-

ние от вершины до начала координат  $\sqrt{(\frac{3}{a})^2 + (\frac{9}{a} + 5)^2} =$

$$= 5 \Rightarrow |t = \frac{1}{a}| \Rightarrow 9t^2 + (9t + 5)^2 = 25 \Rightarrow 9t^2 + 81t^2 + 90t + 25 = 25 \Rightarrow 90t^2 + 90t = 0 \Rightarrow t(t + 1) = 0 \Rightarrow t_1 = 0; t_2 = -1 \Rightarrow a = -1.$$

**92.** a)  $f(x) = ax^2 + bx + c, f(3) = 9a + 3b + c = -2, f(0) = c = 4, f(2) = 4a + 2b + c - 4 \Rightarrow \begin{cases} 9a + 3b + 4 = -2 \\ 4a + 2b + 4 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a + 3b = -6 \\ 4a + 2b = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = -2 \\ 2a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -8 \Rightarrow y = -8x + 4.$

б)  $f(a) = 2^2 + 2p + q = -3, f(-3) = (-3)^2 - 3p + q = 7 \Rightarrow \begin{cases} 2^2 + 2p + q = -3 \\ (-3)^2 - 3p + q = 7 \end{cases} \Rightarrow 5p - 5 = -10 \Rightarrow p = -1, q = -5 \Rightarrow y = x^2 - x - 5.$

**93.** а)  $x^2 - 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow y = x^2 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 8 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-8) = 36 = 6^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2;$

б)  $2x^4 - 19x^2 = 9 - 0 \Rightarrow |y = x^2 \geq 0| 2y^2 - 19y + 9 = 0 \Rightarrow D = 19^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 289 = 17^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{19 \pm 17}{4} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}, y_2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, x_{3,4} = \pm 3.$

в)  $x^4 - 11x^2 + 18 \Rightarrow |y = x^2 \geq 0| \Rightarrow y^2 - 11y + 18 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 18 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{11 \pm 7}{2} \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{2}, x_{3,4} = \pm 3.$

г)  $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0 \Rightarrow |y = x^2 \geq 0| \Rightarrow 3y^2 - 13y + 4 = 0 \Rightarrow D = 169 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 121 = 11^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{13 \pm 11}{6} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{3}, y_2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, x_{3,4} = \pm 2.$

**94.** а)  $(x^2 + 3)^2 - 7 \cdot (x^2 + 3) + 12 = 0 \Rightarrow |y = x^2 + 3 \geq 3| \Rightarrow y^2 - 7y + 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = 4 \Rightarrow x^2 = 0, x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = 0, x_{2,3} = \pm 1;$

б)  $3 \cdot (6x^2 - x)^2 - 4 \cdot (6x^2 - x) = 1 = 0 \Rightarrow |y = 6x^2 - x| \Rightarrow 3y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6} \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 - 6x + 1 = 0, x^2 - 6x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 3 \pm 2\sqrt{2}, x_{3,4} = 3 \pm \sqrt{\frac{26}{3}};$

в)  $2 \cdot (x^2 - 1)^2 - 13 \cdot (x^2 - 1) - 24 = 0 \Rightarrow y = x^2 - 1 \geq -1 \Rightarrow 2y^2 - 13y - 24 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{13 \pm 19}{4} \Rightarrow y = 8 \Rightarrow x^2 - 1 = 8 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 3;$

$$\Gamma) (x^2 - 4x)^2 + 9 \cdot (x^2 - 4x) + 20 = 0 \Rightarrow |y = x^2 - 4x| \Rightarrow y_1 = -4, y_2 = -5 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0, x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x = 2.$$

$$\text{[95.]} \text{ а) } x^2 + 5x - 36 = 0; \text{ б) } x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{9} = 0; \text{ в) } x^2 + 10x - 21 = 0; \text{ г) } x^2 - \frac{29}{30}x + \frac{1}{9} = 0.$$

$$\text{[96.]} \text{ а) } x^2 - 4x + 1 = 0; \text{ б) } x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0; \text{ в) } +6x + 4 = 0; \text{ г) } x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{5}{18} = 0.$$

$$\text{[97.]} \text{ а) } \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} = \frac{3 \cdot (x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = \frac{3 \cdot (\frac{2}{3})}{-2} = -1;$$

$$\text{б) } x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = (-1)^3 - 3 \cdot (-5) \cdot (-1) = -16.$$

$$\text{[98.]} \text{ а) } x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = b^2 - 12 = 13 \Rightarrow b = \pm 5; \text{ б) } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-1}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -2.$$

$$\text{[99.]} \text{ а) } \begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 - x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 7, x_2 = 4 \Rightarrow q = -x_1 x_2 = -28;$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_2 = 5x_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{3} = 5 \Rightarrow c = 15.$$

$$\text{[100.]} \text{ а) } x_1 x_2 = 4m^2 - 45m - 8 = 28 \Rightarrow 4m^2 - 45m - 36 = 0 \Rightarrow D = 2025 + 4 \cdot 4 \cdot 36 = 2601 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{45 \pm 51}{8} \Rightarrow m_1 = 12, m_2 = -\frac{3}{4}; D = (m-1)^2 - (4m^2 - 45m - 8) = 41m + 9 \geq 0 \Rightarrow m \geq -\frac{9}{41} \approx -0.22 \Rightarrow m = 12;$$

$$\text{б) } x_1 + x_2 = 3m^2 + 16m - 8 = 44 \Rightarrow 6m^2 + 16m - 12 = 0 \Rightarrow D = 256 + 4 \cdot 3 \cdot 12 = 400 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{-16 \pm 20}{6}, m_2 = \frac{2}{3}. \text{ При } m = \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 + 4x + 9\frac{2}{3} = 0 \Rightarrow D < 0; \text{ при } m = -6 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow D > 0. \text{ Следовательно } m = -6.$$

$$\text{[101.]} \text{ а) } x^2 + 22x - 23 = (x-1) \cdot (x+23); \text{ б) } -3x^2 - 8x + 3 = -3 \cdot (x^2 + \frac{8}{3}x - 1) = -3 \cdot (x - \frac{1}{3}) \cdot (x+3) = (x+3) \cdot (1-3x); \text{ в) } -x^2 + 18x - 77 = -(x-7) \cdot (x-11); \text{ г) } 7x^2 + 9x + 2 = 7 \cdot (x+1) \cdot (x + \frac{2}{7}) = (7x+2) \cdot (x+1).$$

$$\text{[102.]} \text{ а) } \frac{x^2 + 2x - 63}{49 - x^2} = \frac{(x-7) \cdot (x+9)}{(7-x) \cdot (7+x)} = -\frac{x+9}{x+7}; \text{ б) } \frac{6x^2 + x}{6x^2 - 17x - 3} = \frac{x(6x+1)}{(6x+1) \cdot (x-3)} = \frac{x}{x-3}; \text{ в) } \frac{8x - x^2}{x^2 - 3x - 40} = \frac{x(8-x)}{(x-8) \cdot (x+5)} = -\frac{x}{x+5}; \text{ г) } \frac{5x^2 - 12x + 4}{25x^2 - 4} = \frac{(5x-2) \cdot (x-2)}{(5x-2) \cdot (5x+2)} = \frac{x-2}{5x+2}.$$

$$\text{103. a) } \frac{4-a}{a} + \frac{a}{4+a} = \frac{(4-a) \cdot (4+a) + a^2}{a(4+a)} = \frac{16}{a(4+a)}; \text{ б) } \frac{2-c}{2+c} - \frac{2+c}{2-c} = \frac{(2-c)^2 - (2+c)^2}{4-c^2} = -\frac{8c}{4-c^2}; \text{ в) } \frac{1+x}{x} - \frac{x+2}{1+x} = \frac{(1+x)^2 - x(x+2)}{x(1+x)} = \frac{1}{x(1+x)}; \text{ г) } \frac{3}{3+y} + \frac{y}{3-y} = \frac{3 \cdot (3-y) + y(3+y)}{9-y^2} = \frac{y^2+9}{9-y^2}.$$

$$\text{104. a) } \frac{4a}{a^2-1} + \frac{a-1}{a+1} = \frac{4a+(a-1)^2}{a^2-1} = \frac{(a+1)^2}{(a-1) \cdot (a+1)} = \frac{a+1}{a-1}; \text{ б) } \frac{2b-5}{b^2-5b} + \frac{1}{5-b} = \frac{2b-5-b}{b^2-5b} = \frac{b-5}{b(b-5)} = \frac{1}{b}; \text{ в) } \frac{12x}{x^2-9} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{12x+(x-3)^2}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{(x+3)^2}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{x+3}{x-3}; \text{ г) } \frac{m+2}{3m^2-3m} - \frac{1}{m-1} = \frac{m+2-3m}{3m(m-1)} = -\frac{2 \cdot (m-1)}{3m(m-1)} = -\frac{2}{3m}.$$

$$\text{105. a) } \frac{x^2-9}{2x+x^2} \cdot \frac{x^2-4}{5x+15} = \frac{(x-3) \cdot (x+3)}{x(x+2)} \cdot \frac{(x-2) \cdot (x+2)}{5 \cdot (x+3)} = \frac{(x-3) \cdot (x-2)}{5x}; \text{ б) } \frac{4y^2}{y^2-4y+4} : \frac{y}{y-2} = \frac{4y^2}{(y-2)^2} \cdot \frac{y-2}{y} = \frac{4y}{y-2}; \text{ в) } \frac{x-x^2}{25-x^2} \times \frac{2x+10}{x^2-1} = \frac{x(1-x)}{(5-x) \cdot (5+x)} \cdot \frac{2 \cdot (x+5)}{(x-1) \cdot (x+1)} = -\frac{2x}{(x+1)(5-x)}; \text{ г) } \frac{a}{a+6} : \frac{6a^2}{a^2+36+12a} = \frac{a}{a+6} \cdot \frac{(a+6)^2}{6a^2} = \frac{a+6}{6a}.$$

$$\text{106. a) } (5a-b)^2 \frac{5b}{25a^2-b^2} = (5a-b)^2 \frac{5b}{(5a-b)(5a+b)} = (5a+b) \cdot 5b = 25ab + 5b^2; \text{ б) } \frac{4ax+4a^2+x^2}{3x} : (2a^2+ax) = \frac{(x+2a)^2}{3xa} \times \frac{1}{(x+2a)} = \frac{x+2a}{3ax}; \text{ в) } \frac{8b}{b^2-16} \cdot (b^2-8b+16) = \frac{8b}{(b-4)(b+4)} \times (b-4)^2 = \frac{8b(b-4)}{b+4}; \text{ г) } (3xy-y^2) : \frac{y^2-9x^2}{3y} = y(3x-y) \times \frac{3y}{(y-3x)(y+3x)} = -\frac{3y^2}{y+3x}.$$

$$\text{107. a) } \left( \frac{b}{b-3} - \frac{b}{b+3} - \frac{b^2+9}{9-b^2} \right) \cdot \frac{(3-b)^2}{3b+b^2} = \frac{b(b+3)-b(b-3)+b^2+9 \cdot (3-b)^2}{b^2-9b(b+3)} = \frac{(b+3)^2 \cdot (3-b)^2}{(b-3)(b+3)b(b+3)} = \frac{b-3}{b}; \text{ б) } \frac{y^2+5y}{(y-5)^2} : \left( \frac{5 \cdot (y-5)+y^2+25+5 \cdot (y+5)}{y^2-25} \right) = \frac{y(y+5)(y-5)(y+5)}{(y-5)^2 \cdot (y+5)^2} = \frac{y}{y-5};$$

$$\text{108. a) } \frac{x+40}{x^3-16x} : \left( \frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2} \right) = \frac{x+40}{x(x^2-16)} : \left( \frac{x-4}{3 \cdot (x+4)(x-\frac{1}{3})} + \frac{16}{(x-4)(x+4)} \right) = \frac{(x+40)(3x-1)(x+4)(x-4)}{x(x-4)(x+4)((x-4)^2+48 \cdot (x-\frac{1}{3}))} = \frac{(x+40)(3x-1)}{x(x+40)} = \frac{3x-1}{x^2};$$

$$\text{б) } \frac{y^3-y}{y-4 \cot \left( \frac{y-1}{2y^2+3y+1} - \frac{1}{y^2-1} \right)} = \frac{y(y-1)(y+1)}{y-4} \times \left( \frac{y-1}{(2y+1)(y+1)} - \frac{1}{(y-1)(y+1)} \right) = \frac{y(y-1)(y+1)}{y-4} \times \frac{(y-1)^2-(2y+1)}{(2y+1)(y-1)(y+1)} = \frac{y}{2y+1} \cdot \frac{y(y-4)}{y-4} = \frac{y^2}{2y+1}.$$

$$\begin{aligned} \text{109. a) } & \left( \frac{1}{2-4m} + \frac{m+1}{8m^3-1} \cdot \frac{4m^2+2m+1}{1+2m} \right) : \frac{1}{4m-2} \times \\ & \times \left( \frac{1}{2 \cdot (1-2m)} + \frac{m+1}{(2m-1)(4m^2+2m+1)} \cdot \frac{4m^2+2m+1}{1+2m} \right) \cdot \frac{1}{4m-2} = \\ & = \left( \frac{1}{2 \cdot (1-2m)} + \frac{m+1}{(2m-1)(2m+1)} \right) \cdot (4m-2) = \frac{2 \cdot (m+1) - (2m+1)}{2 \cdot (2m+1)(2m-1)} \times \\ & \times (4m-2) = \frac{1}{2m+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{2+6p}{6} \cdot \left( \frac{1}{2-6p} + \frac{1}{27p^3-1} : \frac{1+3p}{1+3p+9p^2} \right) = \frac{2+6p}{p} \times \\ & \times \left( \frac{1}{2 \cdot (1-3p)} + \frac{1}{(3p-1)(9p^2+3p+1)} \cdot \frac{9p^2+3p+1}{1+3p} \right) = \frac{2 \cdot (1+3p)}{p} \times \\ & \times \frac{2-(3p+1)}{2 \cdot (3p-1)(3p+1)} = -\frac{1}{p}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{110. а) } & \frac{c+5}{c^2-64} : \left( \frac{4}{c+8} - \frac{12}{c^2+16c+64} \right) + \frac{4}{8-c} = \frac{c+5}{c^2-64} : \\ & : \left( \frac{4}{c+8} - \frac{12}{(c+8)^2} \right) + \frac{4}{8-c} = \frac{c+5}{(c-8)(c+8)} \cdot \frac{(c+8)^2}{4 \cdot (c+8) - 12} + \frac{4}{8-c} = \\ & = \frac{(c+5)(c+8)}{4 \cdot (c-8)(c+5)} + \frac{4}{8-c} = \frac{c+8}{4 \cdot (c-8)} - \frac{4}{c-8} = \frac{c+8-16}{4 \cdot (c-8)} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \left( \frac{4}{x-7} + \frac{14}{(x-7)^2} \right) \cdot \frac{(x-7)(x+7)}{2x-7} \cdot \frac{7 \cdot (x-3)}{x-7} = \frac{4x-14}{(x-7)^2} \times \\ & \times \frac{(x-7)(x+7)}{(2x-7)} - \frac{7 \cdot (x-3)}{x-7} = \frac{2 \cdot (x+7)}{x-7} - \frac{7 \cdot (x-3)}{x-7} = \frac{-5x+35}{x-7} = -5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{111. а) } & \frac{7x+12}{x^2+x} = \frac{7}{x} + \frac{5}{x+1}, x \neq 0, x \neq -1 \Rightarrow \frac{7x+12}{x^2+x} = \\ & = \frac{7 \cdot (x+1) + 5x^2}{x^2+x} \Rightarrow \frac{5x^2+7x+7-7x-12}{x(x+1)} = 0 \Rightarrow 5x^2-5=0 \Rightarrow x = \\ & = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{x}{x+5} - \frac{x+5}{5-x} = \frac{50}{x^2-25}, x \neq \pm 5 \Rightarrow \frac{x(x-5)+(x+5)^2}{x^2-25} = \frac{50}{x^2-25} \Rightarrow \\ & \frac{2x^2+5x+25-50}{x^2-25} = 0 \Rightarrow 2x^2+5x-25=0 \Rightarrow x=2,5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } & \frac{x}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{10-x}{x^2-4}, x \neq \pm 2 \Rightarrow \frac{x(x+2)-5 \cdot (x-2)}{x^2-4} = \frac{10-x}{x^2-4} \Rightarrow \\ & x^2-3x+10=10-x \Rightarrow x^2-2x=0 \Rightarrow x=0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & \frac{3 \cdot (x-3)-6}{x^2-3x} + \frac{3x-7}{x-3} = 0, x \neq 0, x \neq 3 \Rightarrow \frac{3x-15+(3x-7)x}{x^2 3x} = \\ & = 0 \Rightarrow 3x^2-4x-15=0 \Rightarrow x=-\frac{5}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{112. а) } & \frac{6}{x^2-4x+3} - \frac{13-7x}{1-x} = \frac{3}{x-3}, x \neq 1, x \neq 3 \Rightarrow 6 + (13- \\ & - 7x)(x-3) - 3 \cdot (x-1) = 0 \Rightarrow 6 + 13x - 39 - 7x^2 + 21x - \\ & - 3x + 3 = 0 \Rightarrow -7x^2 + 31x - 30 = 0 \Rightarrow 7x^2 - 31x + 30 = \\ & = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{31 \pm 11}{14} \Rightarrow x_1 = \frac{10}{7}, x_2 = 3 - \text{ корень не} \\ & \text{подходит.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{8}{x^2-6x+8} + \frac{1-3x}{2-x} = \frac{4}{x-4}, x \neq 2, x \neq 4 \Rightarrow 8 - (1-3x)(x-4) - \\ & - 4 \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow 8 - (x-4-3x^2+12x) - 4x+8 = 0 \Rightarrow 3x^2 - \\ & - 17x + 20 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{17 \pm 7}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = 4 - \text{ корень} \\ & \text{не подходит.} \end{aligned}$$

$$\text{[113.]} \text{ а) } 2x + \frac{2}{x} - 5 = 0, x \neq 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 2;$$

$$\text{б) } 3x - 2x^{-1} - 1 = 0, x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 - 2 - x = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{6} \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = 1;$$

$$\text{в) } 3x + \frac{3}{x} + 10 = 0, x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 + 10x + 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-10 \pm 8}{6} \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -\frac{1}{3};$$

$$\text{г) } 4x + 5 - 6x^{-1} = 0, x \neq 0 \Rightarrow 4x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 11}{8} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = \frac{3}{4}.$$

$$\text{[114.]} \text{ а) } \frac{3}{x^2 - 2x - x} - x^2 + 2x = 0 \Rightarrow |y = x^2 - 2x - 2| \Rightarrow \frac{3}{y} - (y + 2) = 0 \Rightarrow 3 - y^2 - 2y = 0, y \neq 0 \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = -3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0, x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 1;$$

$$\text{б) } \frac{x}{x^2 - 2} + \frac{6 \cdot (x^2 - 2)}{x} = 7 \Rightarrow |y = \frac{x}{x^2 - 2}| \Rightarrow y + \frac{6}{y} = 7 \Rightarrow y^2 - 7y + 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = 6 \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 2} = 1, \frac{x}{x^2 - 2} = 6 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0, 6x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = -\frac{4}{3}, x_4 = \frac{3}{2};$$

$$\text{в) } 1 - \frac{15}{(x^2 - 4x)^2} = \frac{2}{x^2 - 4x} \Rightarrow |y = \frac{1}{x^2 - 4x}| \Rightarrow 1 - 15y^2 = 2y \Rightarrow 15y^2 + 2y - 1 = 0 \Rightarrow y_1 = -\frac{1}{2}, y_2 = \frac{1}{5} \Rightarrow x^2 - 4x = -3, x^2 - 4x = 5 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0, x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -1, x_4 = 5;$$

$$\text{г) } \frac{x-3}{x^2+10x+27} + \frac{x^2+10x+27}{x-3} \Rightarrow |y = \frac{x-3}{x^2+10x+27}| \Rightarrow y + \frac{1}{y} = -2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x - 3 = -x^2 - 10x - 27 \Rightarrow x^2 + 11x + 24 = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = -3.$$

$$\text{[115.]} \text{ Из условий задачи получаем уравнение: } \frac{54}{v+12} + \frac{6}{12} = \frac{21}{v} \Rightarrow \frac{18}{v+12} + \frac{1}{6} - \frac{7}{v} = 0 \Rightarrow 6 \cdot 18 \cdot v + v(v+12) - 7 \cdot 6 \cdot (v+12) = 0 \Rightarrow v^2 + 78v - 504 = 0 \Rightarrow v_{1,2} = \bar{2} \Rightarrow v = 6 \text{ км/ч.}$$

$$\text{[116.]} \text{ Из условий задачи получаем уравнение: } \frac{8}{v-2} + \frac{30}{v+2} = \frac{36}{v} \Rightarrow \frac{8 \cdot (v+2) + 30 \cdot (v-2)}{v^2 - 4} = \frac{36}{v} \Rightarrow v(38v - 44) = 361 \Rightarrow (v^2 - 4) \Rightarrow 2v^2 - 44v + 4 \cdot 36 = 0 \Rightarrow v^2 - 22v + 72 = 0 \Rightarrow v_{1,2} = \frac{22 \pm 14}{2} \Rightarrow v_1 = 4 \text{ или } v_2 = 18 \text{ км/ч.}$$

$$\text{[117.]} \text{ Из условий задачи получаем уравнение: } \frac{24}{v} + \frac{6}{v-3} = 2\frac{2}{3}, v > 3 \Rightarrow \frac{24 \cdot (v-3) + 6v}{v^2 - 3v} = \frac{8}{3} \Rightarrow 3 \cdot (30v - 72) = 8 \cdot (v^2 - 3v) \Rightarrow 8v^2 - 114v + 3 \cdot 72 = 0 \Rightarrow 4v^2 - 57v + 108 = 0 \Rightarrow v_{1,2} = \frac{57 \pm 39}{8} \Rightarrow v = 12 \text{ км/ч.}$$

**118.** Из условий задачи получаем уравнение:  $\frac{120}{v} = \frac{120}{v+20} + \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{120}{v} - \frac{120}{v+20} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2400}{v(v+20)} = \frac{1}{15} \Rightarrow |y = v + 10| \Rightarrow y^2 - 100 = 2400 \cdot 15 \Rightarrow y^2 = 100 \cdot (1 + 24 \cdot 15) = 100 \cdot 361 \Rightarrow y = 10 \cdot 19 = 190 \Rightarrow v = 180 \text{ км/ч.}$

**119.** Из условий задачи получаем уравнение:  $\frac{10}{v} = \frac{10}{v+0,2} + 2,5 \Rightarrow \frac{10 \cdot (v+0,2) - 10v}{v(v+0,2)} = 2,5 \Rightarrow 2 = 2,5d + 0,5v \Rightarrow 5v^2 + v - 4 = 0 \Rightarrow v = 0,8 \text{ км/ч, } v + 0,2 = 1 \text{ км/ч.}$

**120.** Из условий задачи получаем уравнение:  $\frac{60}{v} = \frac{60}{v+40} + \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{60 \cdot (v+40) - 60v}{v(v+40)} = \frac{8}{15} \Rightarrow y = v + 20 \Rightarrow 8 \cdot (y^2 - 400) = 15 \cdot 2400 \Rightarrow y^2 - 400 = 4500 \Rightarrow y = 70 \Rightarrow v = 50 \text{ км/ч, } v + 40 = 90 \text{ км/ч.}$

**121.** Из условий задачи получаем уравнение:  $\frac{20}{v} = \frac{20}{v+20} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{20 \cdot (v+20) - 20v}{v(v+20)} = \frac{1}{6} \Rightarrow y = v + 10 \Rightarrow y^2 - 100 = 6 \cdot 400 \Rightarrow y^2 = 2500 \Rightarrow y = 50 \Rightarrow v = 40 \text{ км/ч, } v + 20 = 60 \text{ км/ч.}$

**122.** а)  $2^{-3} \cdot 2^5 \cdot (2^{-2})^4 = 2^{-3} \cdot 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-6} = \frac{1}{64}$ ;  
б)  $\frac{3^3 \cdot 9^{-3}}{(3^4)^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 3^{-6}}{3^{-8}} = 3^5 = 243$ ; в)  $(5^{-1})^4 \cdot 5^9 \cdot 5^{-2} = 5^{-4} \times 5^9 \cdot 5^{-2} = 5^3 = 125$ ; г)  $\frac{(7^{-2})^3 \cdot 7^{-7}}{49^{-6}} = \frac{7^{-6} \cdot 7^{-7}}{7^{-12}} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$ .

**123.** а)  $\frac{5^{-4} \cdot 15^6}{(3 \cdot 5)^{-2}} = \frac{5^{-4} \cdot 5^6 \cdot 3^6}{3^{10}} = \frac{5^2}{3^4} = \frac{25}{81}$ ; б)  $\frac{4^3 \cdot 14^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7} = \frac{2^6 \cdot 2^{-3} \cdot 7^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7} = \frac{7^2}{2^4} = \frac{49}{16}$ ; в)  $\frac{3^5 \cdot 6}{(2^3)^{-4}} = \frac{3^5 \cdot 3^{-6} \cdot 2^{-6}}{2^{-12}} = 3^{-1} \cdot 2^6 = \frac{64}{3}$ ;  
г)  $\frac{8^{-3} \cdot 10^5}{5^6 \cdot 2^{-2}} = \frac{2^{-9} \cdot 2^5 \cdot 5^5}{5^6 \cdot 2^{-2}} = 2^{-2} \cdot 5^{-1} = \frac{1}{20}$ .

**124.** а)  $\frac{m^6 \cdot (m^{-2})^5}{\frac{m^{-3} \cdot m^7}{(a^{-3})^2 b^{-4}}} = \frac{m^6 \cdot m^{-10}}{m^4} = m^{-8} = (0,5)^{-8} = 2^8 = 256$ ; б)  $\frac{a^{-3} b^{-5} \cdot (a^2 b)^{-1}}{(a^{-3})^2 b^{-4}} = \frac{a^{-3} b^{-5} a^{-2} b^{-1}}{a^{-6} b^{-4}} = ab^{-2} = 15 \cdot 5^{-2} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ ; в)  $\frac{n^{-5} \cdot (n^{-1})^{-9}}{n^{-4} \cdot n^{10}} = \frac{n^{-5} \cdot n^9}{n^6} = n^{-2} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$ ;  
г)  $\frac{(cd^3)^{-2} c^{-8}}{(c^{-5})^2 \cdot (d^{-3})^3} = \frac{c^{-2} d^{-6} c^{-1}}{c^{-10} d^{-9}} = \frac{c^{-10} d^{-6}}{c^{-10} d^{-9}} = d^3 = 27$ .

**125.** а)  $\left( \frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2} \right) \cdot \frac{1}{(2x-2)^{-2}} = \left( \frac{x}{(x-1)^2} - \frac{x+2}{(x-1)(x+2)} \right) \cdot \frac{1}{(2x-2)^{-2}} = \frac{x-(x-1)}{(x-1)^2} 4 \cdot (x-1)^2 = 4$ ;  
б)  $\left( \frac{y+2}{y^2-y-6} - \frac{y}{y^2-6y+9} \right)^{-1} : (3y-9)^2 = \left( \frac{y+2}{(y-3)(y+2)} - \frac{y}{(y-3)^2} \right)^{-1} : (3y-9)^2 = \left( \frac{y-3-y}{(y-3)^2} \right)^{-1} \times \frac{1}{9 \cdot (y-3)^2} = \frac{(y-3)^2}{-3} \cdot \frac{1}{9 \cdot (y-3)^2} = -\frac{1}{27}$ .

- 126.** а)  $\sqrt{(x+4)} = 3, x \geq -4 \Rightarrow x+4 = 9 \Rightarrow x = 5$ ;  
 б)  $\sqrt{\frac{x+7}{x+2}} = 3, x \neq -2 \Rightarrow \frac{x+7}{x+2} = 9 \Rightarrow x+7 = 9x+18 \Rightarrow 8x = -11 \Rightarrow x = -\frac{11}{8}$ ; в)  $\sqrt{3x-1} = 2\sqrt{2}, x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow 3x-1 = 8 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ ; г)  $\sqrt{2x-86-x} = 2 \Rightarrow x \neq 6 \frac{2x-8}{6-x} = 4 \Rightarrow 2x-8 = 24-4x \Rightarrow 6x = 32 \Rightarrow x = 5\frac{1}{3}$ .
- 127.** а)  $\sqrt{x^2-5x} = 6 \Rightarrow x^2-5x = 36 \Rightarrow x^2-5x-36 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 13}{2} \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 9$ ; б)  $\sqrt{x^2-5x+5} = 1 \Rightarrow x^2-5x+5 = 1 \Rightarrow x^2-5x+4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 4$ ; в)  $\sqrt{x^2+6x} = 4 \Rightarrow x^2+6x = 16 \Rightarrow x^2+6x-16 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm 40}{2} \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 2$ ; г)  $\sqrt{x^2+5x+2} = 4 \Rightarrow x^2+5x+2 = 16 \Rightarrow x^2+5x-14 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{2} \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 2$ .
- 128.** а)  $\sqrt{x} = 2-x, x \geq 0, x \leq 2 \Rightarrow x = (2-x)^2 \Rightarrow x^2-5x+4 = 0 \Rightarrow x = 1$ ; б)  $\sqrt{7-x} = x-1, x \leq 7, x \geq 1 \Rightarrow 7-x = (x-1)^2 \Rightarrow x = 3$ ; в)  $\sqrt{x+2} = x, x \geq 0, x \geq -2 \Rightarrow x^2-x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$ ; г)  $\sqrt{12-x} = x, x \geq 0, x \leq 12 \Rightarrow 12-x = x^2 \Rightarrow x^2+x-12 = 0 \Rightarrow x = 3$ .
- 129.** а)  $2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 1, x > 1 \Rightarrow 4 \cdot (x-1) - 4\sqrt{(x-1)(x+4)} + x+4 = 1 \Rightarrow 4\sqrt{(x-1)(x+4)} = 5x-1 \Rightarrow 16 \cdot (x^2+3x-4) = 25x^2-10x+1 \Rightarrow 9x^2-58x+65 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{58 \pm 32}{18} \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = \frac{13}{9}$ ; б)  $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x-2}, x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow x+3-2\sqrt{(x+3)(2x-1)} + 2x-1 = 3x-2 \Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(x-1)} = 4 \Rightarrow (x+3)(2x-1) = 4 \Rightarrow 2x^2+5x-7 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{4} \Rightarrow x = 1$ ; в)  $\sqrt{x+6} - 2\sqrt{x-2} = 1, x > 2 \Rightarrow x+6 - 4\sqrt{(x+6)(x-2)} + 4 \cdot (x-2) = 1 \Rightarrow 4\sqrt{(x+6)(x-2)} = 5x-3 \Rightarrow 16 \cdot (x^2+4x-12) = 25x^2-30x+9 \Rightarrow 9x^2-94x+201 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{94 \pm 40}{18} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = \frac{67}{9} = 7\frac{4}{9}$ ; г)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \sqrt{2x-5} \Rightarrow x+1-2\sqrt{(x+1)(x-2)} + (x-2) = 2x-5, x > 2,5 \Rightarrow 2\sqrt{(x+1)(x-2)} = 4 \Rightarrow (x+1)(x-2) = 4 \Rightarrow x^2-x-6 = 0 \Rightarrow x = 3$ .
- 130.** а)  $\sqrt{2x^2+8x+7} = x+2, x \geq -2 \Rightarrow 2x^2+8x+7 = x^2+4x+4 \Rightarrow x^2+4x+3 = 0 \Rightarrow x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = -3 \Rightarrow x = -1$ ; б)  $\sqrt{2x^2-7x+5} = 1-x, x \leq 1 \Rightarrow 2x^2-7x+5 = 1-2x+x^2 \Rightarrow x^2-5x+4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 4 \Rightarrow x = 1$ ;



$$\text{в) } \sqrt{2x^2 + 8x + 1} = x + 3, x \geq -3 \Rightarrow 2x^2 + 8x + 1 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -4 \Rightarrow x = 2;$$

$$\text{г) } \sqrt{2x^2 - 8x + 1} = 3 - x, x \leq 3 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 1 = 9 - 6x + x^2; x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -2 \Rightarrow x = -2.$$

$$\text{[131.]} \text{ а) } x^2 + 2x - \sqrt{x^2 + 2x} = 3 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2 + 2x} \geq 0| \Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x^2 + 2x = 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 9 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{10}$$

$$\text{б) } x + \sqrt{2x^2 - 7x + 5} = 1 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2 + 6x} \geq 0| \Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 6 \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0, x + 6x - 36 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{2}, x_{3,4} = \frac{-6 \pm 6\sqrt{5}}{2} = -3 + 3\sqrt{5} \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 2, x_{3,4} = -3 \pm 3\sqrt{5}.$$

$$\text{[132.]} \text{ а) } \sqrt{2-x} + \frac{4}{\sqrt{2-x}+3} = 2 \Rightarrow |y = \sqrt{2-x} + 3 \geq 3| \Rightarrow y - 3 + \frac{4}{y} = 2 \Rightarrow y^2 - 3y + 4 - 2t = 0 \Rightarrow y^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow \sqrt{2-x} = 1 \Rightarrow 2-x = 1 \Rightarrow x = 1;$$

$$\text{б) } \frac{3}{\sqrt{x+1}+1} + 2\sqrt{x+1} = 5 \Rightarrow |y = \sqrt{x+1} + 1 \geq 1| \Rightarrow \frac{3}{y} + 2 \cdot (y-1) = 5 \Rightarrow 3 + 2y^2 - 2y - 5y = 0 \Rightarrow 2y^2 - 7y + 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 3.$$

$$\text{[133.]} \text{ а) } 10\sqrt{x^2 - x - 1} - \frac{3}{x^2 - x - 1} = 7 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2 - x - 1} \geq 0| \Rightarrow 10y - \frac{3}{y} = 7 \Rightarrow 10y^2 - 3 = 7y; 10y^2 - 7y - 3 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{7 \pm 13}{20} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2;$$

$$\text{б) } 2\sqrt{x^2 - 9x + 23} - 5 = \frac{3}{\sqrt{x^2 - 9x + 23}} \Rightarrow |y = \sqrt{x^2 - 9x + 23} \geq 0| \Rightarrow 2y - 5 = \frac{3}{y} \Rightarrow 2y^2 - 5y - 3 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x^2 - 9x + 23 = 9 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 7.$$

$$\text{[134.]} \text{ а) } \frac{1}{7-4\sqrt{3}} - \frac{1}{7+4\sqrt{3}} = \frac{14}{49-48} \Rightarrow \sqrt{196} > \sqrt{192} \Rightarrow \frac{1}{7-4\sqrt{3}} - \frac{1}{7+4\sqrt{3}} > \sqrt{192};$$

$$\text{б) } 9 + 12\sqrt{2} + 8 \Rightarrow 12\sqrt{22}\sqrt{70} \Rightarrow 72; 7 + 2\sqrt{70} + 10 \Rightarrow 6\sqrt{2}\sqrt{70} \Rightarrow 70 \Rightarrow 3 + 2\sqrt{2} > \sqrt{7} + \sqrt{10};$$

$$\text{в) } \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} = \frac{14}{50-49} = 14 \Rightarrow \sqrt{196} < \sqrt{198} \Rightarrow \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} < \sqrt{198}.$$

$$\text{г) } 2\sqrt{5} + 3 \Rightarrow 20 + 12\sqrt{5} + 9 \Rightarrow 6\sqrt{5}\sqrt{190} \Rightarrow 180; 10 + 2\sqrt{190} + 19\sqrt{190} \Rightarrow 190 \Rightarrow 2\sqrt{5} + 3 < \sqrt{10} + \sqrt{19}.$$

$$\text{[135.]} \text{ а) } \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}+4} + \frac{4\sqrt{m}}{(\sqrt{m}-4)(\sqrt{m}+4)} = \frac{\sqrt{m}(\sqrt{m}-4)+4\sqrt{m}}{m-16} = \frac{m}{m-16} = \frac{9}{\frac{16}{9}-16} = \frac{16}{16-9 \cdot 16} = -\frac{1}{8};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-5} - \frac{5\sqrt{n}}{n-25} = \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+5)-5\sqrt{n}}{n-25} = \frac{n}{n-25} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{25}{4}-25} = -\frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{[136.]} \quad \text{a)} \quad & \left( \sqrt{x} + \frac{3-x}{\sqrt{x+1}} \right) \cdot \frac{1-x}{\sqrt{x+3}} \Rightarrow \left( \sqrt{x} + \frac{3-x}{\sqrt{x+1}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{1-x} = \\ & = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1-x}{\sqrt{x+3}} = 1 - \sqrt{x}; \quad \text{б)} \quad \left( 2 + \sqrt{b} \right) \cdot \left( \frac{b-\sqrt{b}}{\sqrt{b}-1} 2\sqrt{b} + 2 \right) = \\ & = \left( 2 + \sqrt{b} \right) \cdot \left( 2 - \sqrt{b} \right) = 4 - b; \quad \text{в)} \quad \left( \frac{6-y}{1+\sqrt{y}} + \sqrt{y} \right) : \frac{6+\sqrt{y}}{y-1} = \\ & = \frac{6-y+y+\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}} \cdot \frac{y-1}{6+\sqrt{y}} = \sqrt{y} - 1; \quad \text{г)} \quad \left( 1 + 2\sqrt{a} - \frac{\sqrt{a}+a}{\sqrt{a+1}} \right) = (1 + \\ & + 2\sqrt{a} - \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = (1 + \sqrt{a}) \cdot (1 - \sqrt{a}) = 1 - a. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[137.]} \quad \text{a)} \quad & \left( \frac{\sqrt{x^3}-1}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x} \right) : \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \left( \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x} \right) : \\ & : \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = (\sqrt{x} + 1)^2 : (\sqrt{x} + 1) = \sqrt{x} + 1; \quad \text{б)} \quad \frac{1+\sqrt{a}}{1-a} \times \\ & \times \left( \frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) = \frac{1+\sqrt{a}}{1-a} \cdot (1 - \sqrt{a})^2 = \frac{1}{1-\sqrt{a}} \cdot (1 - \sqrt{a})^2 = \\ & = 1 - \sqrt{a}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[138.]} \quad \text{a)} \quad & \left( \frac{3\sqrt{x}-x\sqrt{x}}{3-x} - 2 \right)^{-1} : \frac{\sqrt{x}+2}{x-4} = (\sqrt{x} - 2)^{-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{x-4} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{x}-2} : \frac{1}{\sqrt{x}-2} = 1; \quad \text{б)} \quad \left( \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)^{-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = (\sqrt{x} + 1)^{-1} \times \\ & \times \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = (\sqrt{x} + 1)^{-1} \cdot (\sqrt{x} + 1) = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[139.]} \quad \text{a)} \quad & \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} = |3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}| + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{5} - \\ & - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{5}; \quad \text{б)} \quad \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2} = \\ & = |2 - \sqrt{7}| + |2 - \sqrt{7}| = \sqrt{7} - 2 + 3 - \sqrt{7} = 1; \\ \text{в)} \quad & \sqrt{(2\sqrt{15} - 3\sqrt{7})^2 - 3\sqrt{7}} = |2\sqrt{15} - 3\sqrt{7}| - 3\sqrt{7} = 3\sqrt{7} - \\ & - 2\sqrt{15} - 3\sqrt{7} = -2\sqrt{15}; \quad \text{г)} \quad \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10} - 4)^2} = \\ & = |\sqrt{10} - 3| + |\sqrt{10} - 4| = \sqrt{10} - 3 + 4 - \sqrt{10} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[140.]} \quad \text{a)} \quad & x^2 - 5 \cdot (\sqrt{x})^2 - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0, x \geq 0 \Rightarrow x_1 = \\ & = 6, x_2 = -14 \Rightarrow x = 6; \quad \text{б)} \quad x^2 + \sqrt{(x+1)^2} - 3 \Rightarrow x^2 + \\ & + |x+1| - 3 = 0: \quad 1) \quad x \geq -1 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1; \\ & 2) \quad x < -1 \Rightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = \\ & = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}; \quad \text{в)} \quad x^2 + (\sqrt{x-3})^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 3 - 9 = \\ & = 0, x \geq 3 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -4 \Rightarrow x = 3; \\ \text{г)} \quad & x^2 + \sqrt{(x-3)^2} \Rightarrow x^2 + |x-3| - 9 = 0: \quad 1) \quad x > 3 \Rightarrow x^2 + x - \\ & - 3 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 3 \Rightarrow x = 3; \\ & 2) \quad x < 3 \Rightarrow x^2 - x + 3 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = \\ & = -2, x_2 = 3 \Rightarrow x = -2. \end{aligned}$$

**141.** а)  $3 + 2x < -4 \Rightarrow 2x < -7 \Rightarrow x < -\frac{7}{2}$ ; б)  $1 - 3x \geq 2 \Rightarrow 3x \leq -1 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3}$ ; в)  $2 + 5x > -3 \Rightarrow 5x > -5 \Rightarrow x > -1$ ; г)  $1 - 2x \leq 3 \Rightarrow 2x \geq -2 \Rightarrow x \geq -1$ .

**142.** а)  $\frac{x-2}{12} \geq \frac{3x-5}{15} \Rightarrow 5 \cdot (x-2) \geq 4 \cdot (3x-5) \Rightarrow 7x \leq 10 \Rightarrow x \leq \frac{10}{7}$ ; б)  $\frac{3-2x}{9} \leq \frac{2x+7}{6} \Rightarrow 2 \cdot (3-2x) \leq 3 \cdot (2x+7) \Rightarrow 10x \geq -15 \Rightarrow x \geq -1,5$ ; в)  $\frac{2+x}{10} > \frac{3x-1}{15} \Rightarrow (2+x) > 2 \cdot (3x-1) \Rightarrow 3x < 8 \Rightarrow x < \frac{8}{3}$ ; г)  $\frac{3x-1}{8} > \frac{3-5x}{20} \Rightarrow 2x \geq -2 \Rightarrow x \geq -1$ .

**143.** а)  $(x-3)(x+3) > x^2 + 5x - 4 \Rightarrow x^2 - 9 > x^2 + 5x - 4 \Rightarrow 5x < -5 \Rightarrow x < -1$ ; б)  $(x+4)^2 \leq x^2 + 6x + 10 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 \leq x^2 + 6x + 10 \Rightarrow 2x \leq -6 \Rightarrow x \leq -3$ ; в)  $(3-2x)(3+2x) \geq 10 - 4x^2 + 5x \Rightarrow 9 - 4x^2 \leq 10 - 4x^2 + 5x \Rightarrow 5x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{5}$ ; г)  $(1-3x)^2 > 9x^2 + 3x - 8 \Rightarrow 1 - 6x + 9x^2 > 9x^2 + 3x - 8 \Rightarrow 9x < 9 \Rightarrow x < 1$ .

**144.**  $x^2 + 5x + q = 0$ : а)  $D = 20 - 4q < 0 \Rightarrow 4q > 20 \Rightarrow q > 5$ . Наименьшее целое  $q = 6$ . б)  $D = 49 - 4q \geq 0 \Rightarrow q \leq \frac{49}{4}$ . Наибольшее целое  $q = 12$ .

**145.** а)  $ax^2 + 6x - 3 = 0 \Rightarrow D = 36 + 12a > 0 \Rightarrow a > -3$ ; б)  $ax^2 + 5x + 15 = 0 \Rightarrow D = 25 - 60a < 0 \Rightarrow a > \frac{5}{12}$ .

**146.** а)  $\frac{3-p}{4} - \frac{5-2p}{18} < 0 \Rightarrow 9 \cdot (3-p) - 2 \cdot (5-2p) < 0 \Rightarrow 17 - 5p < 0 \Rightarrow p > \frac{17}{5}$ . Наименьшее целое  $p = 4$ . б)  $\frac{5-2k}{4} + \frac{9+2k}{6} > 0 \Rightarrow 3 \cdot (5-2k) + 2 \cdot (9+2k) > 0 \Rightarrow 33 - 2k > 0 \Rightarrow k < \frac{33}{2}$ . Наибольшее целое  $q = 16$ .

**147.** а)  $x^2 + 3x + 2 < 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) < 0 \Rightarrow x \in (-2; -1)$ ; б)  $x^2 + x - 12 \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+4) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$ ; в)  $x^2 - 7x + 12 > 0 \Rightarrow (x-3)(x-4) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$ ; г)  $x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) \leq 0 \Rightarrow x \in [-1; 4]$ .

**148.** а)  $2x^2 - 9x + 4 \geq 0 \Rightarrow 2 \cdot (x-4) \cdot (x + \frac{1}{2}) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [4; +\infty)$ ; б)  $9x^2 + 8x - 1 < 0 \Rightarrow 9 \cdot (x+1) \cdot (x - \frac{1}{9}) < 0 \Rightarrow x \in (-1; \frac{1}{9})$ ; в)  $3x^2 - 4x + 1 \leq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x-1) \cdot (x - \frac{1}{3}) \leq 0 \Rightarrow x \in [\frac{1}{3}; 1]$ ; г)  $-2x^2 + x + 1 < 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 > 0 \Rightarrow 2 \cdot (x-1) \cdot (x + \frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$ .

**149.** а)  $x^2 - 81 \leq 0 \Rightarrow (x-9)(x+9) \leq 0 \Rightarrow x \in [-9; 9]$ ; б)  $-x^2 > 4x \Rightarrow x^2 + 4x < 0 \Rightarrow x(x+4) < 0 \Rightarrow x \in (-4; 0)$ ; в)  $121 \leq x^2 \Rightarrow (x-11)(x+11) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -11] \cup [11; +\infty)$ ; г)  $x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow x \in (0; 2)$ .

**150.** а)  $4x^2 - 12x + 9 > 0 \Rightarrow (2x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)$ ; б)  $-2x^2 + x - 1 < 0 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$ ; в)  $9x^2 - 6x + 1 \leq 0 \Rightarrow (3x - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ ; г)  $x^2 - 2x + 5 < 0 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$ .

**151.** а)  $\sqrt{4x - 9x} \Rightarrow 4x - 9x \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{9}{4}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{5-7x}} \Rightarrow 5 - 7x > 0 \Rightarrow x < \frac{5}{7}$ ; в)  $\sqrt{3-9x} \Rightarrow 3 - 9x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{5x+3}} \Rightarrow 5x + 3 > 0 \Rightarrow x > -\frac{3}{5}$ .

**152.** а)  $\sqrt{x^2 - 3x} \Rightarrow x^2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x(x - 3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{12-3x^2}} \Rightarrow 12 - 3x^2 > 0 \Rightarrow 12 - 3x^2 > 0 \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow x \in (-2; 2)$ ; в)  $\sqrt{36 - x^2} \Rightarrow 36 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-6; 6]$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{4x^2 - 8x}} \Rightarrow 4x^2 - 8x > 0 \Rightarrow 4x(x - 2) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .

**153.** а)  $\sqrt{x^2 - 8x + 15} \Rightarrow x^2 - 8x + 15 \geq 0 \Rightarrow (x - 5)(x - 3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 3] \cup [5; +\infty)$ ; б)  $\sqrt{(-x^2 + 9x - 20)^{-1}} \Rightarrow -x^2 + 9x - 20 > 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 20 < 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 5) < 0 \Rightarrow x \in (4; 5)$ ; в)  $\sqrt{(x^2 + 7x + 12)^{-1}} \Rightarrow x^2 + 7x + 12 > 0 \Rightarrow (x + 3)(x + 4) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$ ; г)  $\sqrt{-x^2 - 11x - 28} \Rightarrow x^2 + 11x + 28 \leq 0 \Rightarrow (x + 4)(x + 7) \leq 0 \Rightarrow x \in [-7; -4]$ .

**154.** а)  $\sqrt{(x^2 + 8x + 16)^{-1}} \Rightarrow (x + 4)^2 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$ ; б)  $\sqrt{(-x^2 + 2x - 3)^{-1}} \Rightarrow x^2 - 2x + 3 < 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot 3 < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$ ; в)  $\sqrt{x^2 + 6x + 10} \Rightarrow x^2 + 6x + 10 \geq 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 10 < 0 \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$ ; г)  $\sqrt{-x^2 + 2x - 1} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow (x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$ .

**155.** а)  $\frac{\sqrt{3-5x-2x^2}}{2x+5}, x \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow 3 - 5x - 2x^2 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 3 \leq 0 \Rightarrow 2 \cdot (x - \frac{1}{2})(x + 3) \leq 0 \Rightarrow x \in [-3; 0) \cup [0; \frac{1}{2}]$ ; б)  $\frac{\sqrt{3x^2-x-14}}{2x+5}, x \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow 3x^2 - x - 14 \geq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x + 2)(x - \frac{7}{2}) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{5}{2}) \cup (-\frac{5}{2}; -2] \cup [\frac{7}{3}; +\infty)$ ; в)  $\frac{\sqrt{2-5x-3x^2}}{9x}, x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 \leq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x + 2)(x - \frac{1}{3}) \leq 0 \Rightarrow x \in [-2; 0) \cup (0; \frac{1}{3}]$ ; г)  $\frac{\sqrt{3x^2-4x-15}}{7-2x}, x \neq \frac{7}{2} \Rightarrow 3x^2 - 4x - 15 \geq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x - 3)(x + \frac{5}{3}) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{5}{3}) \cup [3; \frac{7}{2}) \cup (\frac{7}{2}; +\infty)$ .

**156.** а)  $y = \sqrt{2x+8} \Rightarrow 2x+8 \geq 0 \Rightarrow 2x > -8 \Rightarrow x \geq -4$ ; б)  $y = \frac{1}{\sqrt{10x^2-3x-1}} \Rightarrow 10x^2-3x-1 > 0 \Rightarrow 10 \times \times (x - \frac{1}{2}) \cdot (x + \frac{1}{5}) > 0 \Rightarrow x \in [-\infty; -\frac{1}{5}) \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$ ; в)  $y = \sqrt{(3x-18)^{-1}} \Rightarrow 3x-18 > 0 \Rightarrow 3x > 18 \Rightarrow x > 6$ ; г)  $y = \sqrt{10+3x-x^2} \Rightarrow x^2-3x-10 \leq 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) \leq 0 \Rightarrow x \in [-2; 5]$ .

**157.** а)  $5x^2-kx+5=0 \Rightarrow D = k^2-4 \cdot 5 \cdot 5 > 0 \Rightarrow k^2-100 > 0 \Rightarrow k \in (-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$ ; б)  $3x^2+2kx-(k-6)=0 \Rightarrow D = 4k^2-4 \cdot 3 \cdot -(k-6) = 4k^2+12k-72 \geq 0 \Rightarrow k^2+3k-18 \geq 0 \Rightarrow (k-3)(k+6) \geq 0 \Rightarrow k \in (-\infty; -6] \cup [3; +\infty)$ ; в)  $3x^2+2kx+12=0 \Rightarrow D = 4k^2-4 \cdot 3 \cdot 12 < 0 \Rightarrow k^2-36 < 0 \Rightarrow k \in (-6; 6)$ ; г)  $2x^2-kx+k+6 \Rightarrow D = k^2-4 \cdot 2 \cdot (k+6) \leq 0 \Rightarrow k^2-8k-48 \leq 0 \Rightarrow (k-12)(k+4) \leq 0 \Rightarrow k \in [-4; 12]$ .

**158.** Из условий задачи получаем уравнение: а)  $a(a+3) > 70 \Rightarrow a^2+3a-70 > 0 \Rightarrow (a-7)(a+10) > 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -10) \cup (7; +\infty)$ . Так как сторона прямоугольника не может быть отрицательной величиной, то меньшая сторона прямоугольника больше 7 см.

б) Из условий задачи получаем уравнение:  $\frac{1}{2} \cdot (a-5)a > 25 \Rightarrow a^2-5a-50 > 0 \Rightarrow (a-10)(a+5) > 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -5) \cup (10; +\infty)$ . Так как сторона прямоугольника не может быть отрицательной величиной, то меньшая сторона прямоугольника больше 10 см.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

## Задачи на повторение

4

## Глава 1. Алгебраические дроби 23

§1. Основные понятия . . . . .	23
§2. Основное свойство алгебраической дроби . . .	28
§3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями . . . . .	32
§4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями . . . . .	36
§5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень . . . . .	44
§6. Преобразование рациональных выражений . .	50
§7. Первые представления о рациональных уравнениях . . . . .	55
§8. Степень с отрицательным целым показателем	63
Домашняя контрольная работа №1 . . . . .	67
Вариант 1 . . . . .	67
Вариант 2 . . . . .	68

## Глава 2. Функция $y = \sqrt{x}$ .

### Свойства квадратного корня 70

§9. Рациональные числа . . . . .	70
§10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа . . . . .	71
§11. Иррациональные числа . . . . .	76
§12. Множество действительных чисел . . . . .	77
§13. Функция $y = \sqrt{x}$ , её свойства и график . . .	79
§14. Свойства квадратных корней . . . . .	85
§15. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня . .	89

§16. Модуль действительного числа . . . . .	102
Домашняя контрольная работа №2 . . . . .	111
Вариант 1 . . . . .	111
Вариант 2 . . . . .	112
<b>Глава 3. Квадратичная функция <math>y = \frac{k}{x}</math></b>	<b>114</b>
§17. Функция $y = kx^2$ , её свойства и график . . .	114
§18. Функция $y = \frac{k}{x}$ , её свойства и график . . .	131
§19. Как построить график функции $y = f(x+l)$ , если известен график функции $y = f(x)$ . .	141
§20. Как построить график функции $y = f(x) +$ $+ m$ , если известен график функции $y = f(x)$	158
§21. Как построить график функции $y = f(x +$ $+ l) + m$ , если известен график функции $y = f(x)$ . . . . .	169
§22. Функция $y = ax^2 + bx + c$ , её свойства и график	179
§23. Графическое решение квадратных уравнений	189
Домашняя контрольная работа №3 . . . . .	196
Вариант 1 . . . . .	196
Вариант 2 . . . . .	198
<b>Глава 4. Квадратные уравнения</b>	<b>200</b>
§24. Основные понятия . . . . .	200
§25. формулы корней квадратных уравнений . . .	206
§26. Рациональные уравнения . . . . .	218
§27. Рациональные уравнения как математиче- ские модели реальных ситуаций . . . . .	229
§28. Ещё одна формула корней квадратного урав- нения . . . . .	242
§29. Теорема Виета . . . . .	250
§30. Иррациональные уравнения . . . . .	262
Домашняя контрольная работа №4 . . . . .	271
Вариант 1 . . . . .	271
Вариант 2 . . . . .	272

<b>Глава 5. Неравенства</b>	<b>274</b>
§31. Свойства числовых неравенств . . . . .	274
§32. Исследование функции на монотонность . . .	281
§33. Решение линейных неравенств . . . . .	283
§34. Решение квадратных неравенств . . . . .	289
§35. Приближённые значения действительных чисел . . . . .	305
§36. Стандартный вид числа . . . . .	306
Домашняя контрольная работа №5 . . . . .	309
Вариант 1 . . . . .	309
Вариант 2 . . . . .	310

<b>Глава 6. Итоговое повторение</b>	<b>312</b>
-------------------------------------	------------



Издательство «ЛадКом»  
ladya-book@bk.ru

**С. М. Зак**

**ВСЕ ДОМАШНИЕ  
РАБОТЫ  
К УЧЕБНИКУ  
А. Г. Мордковича  
АЛГЕБРА  
8 КЛАСС**

**ФГОС**

Формат 84x108 1/32

Бумага типографская. Печать офсетная. 352 с.

Усл.печ.л. 11. Тираж 10 000 экз. Заказ № ВЗК-02728-13.

Издательство «ЛадКом» Москва 2014 г.

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,  
филиал «Дом печати — ВЯТКА» в полном соответствии  
с качеством предоставленных материалов.

610033, г. Киров, ул. Московская, 122.

Факс: (8332) 53-53-80, 62-10-36

<http://www.gipp.kirov.ru>; e-mail: [order@gipp.kirov.ru](mailto:order@gipp.kirov.ru)