



ТОЛЬКО ДЛЯ
РОДИТЕЛЕЙ

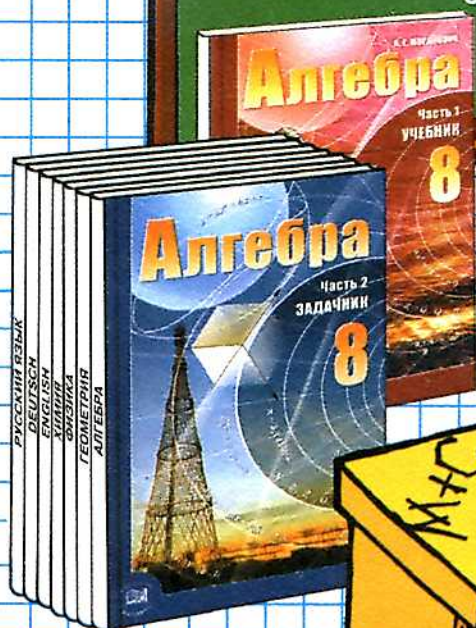
Серия
РЕШЕБНИК

NEW

Домашняя работа по алгебре

«АЛГЕБРА
8 класс. Задачник»
А.Т. Мордкович,
Т.Н. Мисустина,
Е.Е. Тумлычинская

8



В.Е. Бачурин, В.В. Мымрин

Домашняя работа по алгебре за 8 класс

**к задачнику «Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2.
Задачник для учащихся общеобразовательных
учреждений / [А.Г. Мордкович и др.];
под ред. А.Г. Мордковича. —
11-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009»**

Учебно-методическое пособие

*Издание одиннадцатое,
переработанное и исправленное*

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2010**

УДК 372.8:512

ББК 74.262.21

Б32

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Условия заданий и упражнений приводятся исключительно в учебных целях и в необходимом объеме — как иллюстративный материал.

Изображения учебных изданий «Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1 Учебник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович. — 11-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» и «Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для общеобразовательных учреждений / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. — 11-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» приведены на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Бачурин, В.Е.

Б32 Домашняя работа по алгебре за 8 класс к задачнику А.Г. Мордковича и др. «Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений»: учебно-методическое пособие / В.Е. Бачурин, В.В. Мымрин. — 11-е изд., перераб. и испр. — М.: Издательство «Экзамен», 2010. — 317, [3] с. (Серия «Решебник»)

ISBN 978-5-377-03008-9

В пособии решены и в большинстве случаев подробно разобраны задачи и упражнения из задачника «Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. — 11-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре.

УДК 372.8:512

ББК 74.262.21

Формат 84x108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага газетная.

Уч.-изд. л. 12,78. Усл. печ. л. 16,80. Тираж 20 000 экз. Заказ № 8551(3)

ISBN 978-5-377-03008-9

© Бачурин В.Е., Мымрин В.В., 2010

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Алгебраические дроби	5
§ 1 Основные понятия.....	5
§ 2. Основное свойство алгебраической дроби	
§ 3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями	17
§ 4 Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями	23
§ 5 Умножение и деление алгебраических дробей Возведение алгебраической дроби в степень	35
§ 6. Преобразование рациональных выражений	42
§ 7. Первые представления о рациональных уравнениях	48
§ 8. Степень с отрицательным целым показателем	54
Домашняя контрольная работа № 1 ...	59
Глава 2. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня	
§ 9 Рациональные числа...	
§ 10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа	
§ 11 Иррациональные числа	58
§ 12. Множество действительных чисел	70
§ 13. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график	
§ 14. Свойства квадратных корней	
§ 15. Преобразование выражений, содержащих операции извлечения квадратного корня	80
§ 16. Модуль действительного числа	93
Домашняя контрольная работа № 2	102
Глава 3. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$	105
§ 17. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график	105
§ 18. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график	119
§ 19. Как построить график функции $y = f(x - l)$, если известен график функции $y = f(x)$	
§ 20. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	144
§ 21 Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	153
§ 22. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график	
§ 23. Графическое решение квадратных уравнений	159
Домашняя контрольная работа № 3	

Глава 4. Квадратные уравнения	174
§ 24. Основные понятия	174
§ 25. Формулы корней квадратных уравнений	179
§ 26. Рациональные уравнения	190
§ 27. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	202
§ 28. Еще одна формула корней квадратного уравнения ..	216
§ 29. Теорема Виета	223
§ 30. Иррациональные уравнения	235
Домашняя контрольная работа № 4	245
Глава 5. Неравенства	248
§ 31. Свойства числовых неравенств	248
§ 32. Исследование функций на монотонность	256
§ 33. Решение линейных неравенств	258
§ 34. Решение квадратных неравенств	265
§ 35. Приближенные значения действительных чисел	279
§ 36. Стандартный вид числа	280
Домашняя контрольная работа № 5	283
Глава 6. Итоговое повторение	285

Глава 1. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

§ 1. Основные понятия

1.1. а) дробь, б) $\frac{10x^2+4x-7}{8} = \frac{10}{8}x^2 + \frac{4}{8}x - 7$ — многочлен;

в) дробь, г) дробь.

1.2. а) можно представить как многочлен;

б); в); г) — являются алгебраическими дробями.

1.3. а) $\frac{a-5}{a+5}$; при $a = -5$ знаменатель обращается в 0, значит $a = -5$ недопустимое значение;

б) $\frac{5c}{4+10c}$, $4+10c=0$; $c = -\frac{4}{10} = -0,4$ — недопустимое значение,

в) $\frac{3x-9}{1+x}$, $x = -1$ недопустимое значение;

г) $\frac{15m+4}{m^2+1}$; $m^2+1 > 0$, значит, алгебраическая дробь имеет смысл при любых m

1.4. а) $\frac{9x^2}{x(x+2)}$ Знаменатель $x(x+2) = 0$ при $x_1 = 0$, $x_2 = -2$.

б) $\frac{45z^3+5}{z(23z+69)}$ Знаменатель $z(23z+69) = 0$ при $z_1 = 0$, $z_2 = -3$

в) $\frac{8y^2}{y(y-4)}$ Знаменатель $y(y-4) = 0$ при $y_1 = 0$, $y_2 = 4$

г) $\frac{72t^2-17}{2t(15t-60)}$ Знаменатель $2t(15t-60) = 0$ при $t_1 = 0$, $t_2 = 4$

1.5. а) $\frac{3a^2+5}{(a+2)(a+3)}$ Знаменатель $(a+2)(a+3) = 0$ при $a_1 = -2$, $a_2 = -3$

б) $\frac{8b^3+14}{(2b-7)(3b+9)}$ Знаменатель $(2b-7)(3b+9) = 0$ при $b_1 = \frac{7}{2}$, $b_2 = -3$

в) $\frac{31c^2}{(c+12)(c-19)}$ Знаменатель $(c+12)(c-19) = 0$ при $c_1 = -12$, $c_2 = 19$

г) $\frac{99d^2-53}{(3d-4)(5d-45)}$ Знаменатель $(3d-4)(5d-45) = 0$ при $d_1 = \frac{4}{3}$, $d_2 = -9$.

1.6. а) $\frac{4x^2-2x-3}{(x-3)(x+3)}$ Знаменатель $(x-3)(x+3) = 0$ при $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

б) $\frac{35p-24}{(p+4)(p-4)}$ Знаменатель $(p+4)(p-4) = 0$ при $p_1 = -4$, $p_2 = 4$

в) $\frac{17s+1}{(s-2)(2+s)}$ Знаменатель $(s-2)(2+s) = 0$ при $s_1 = 2$, $s_2 = -2$

$$\frac{t^2 + 4t - 1}{t^2 - 36} \quad \text{Знаменатель } t^2 - 36 = 0 \text{ при } t = -6, t_2 = 6$$

$$1.7. \text{ а) } \frac{1}{x-3}, \text{ б) } \frac{a}{y(y-12)}, \text{ в) } \frac{10}{(z+4)(z+7) \cdot z}, \text{ г) } \frac{1}{x^2+1}.$$

$$1.8. \text{ а) } \frac{x-4}{x+2}, x-4=0 \text{ при } x=4 \quad \text{ б) } \frac{x^2+1}{x^2}, \text{ не может быть равно } 0.$$

$$\text{ в) } \frac{2x+6}{x-2}=0, \text{ если } 2x+6=0, \text{ т.е. } x=-3 \quad \text{ г) } \frac{x+1}{x^2+1}=0, \text{ если } x+1=0, \text{ т.е. } x=-1$$

$$1.9. \text{ а) } \frac{3x^2}{x(x-2)}=0, \text{ если } 3x^2=0, \text{ т.е. при } x=0. \text{ Но } x \neq 0, \text{ так как } x \text{ стоит в знаменателе, поэтому данная дробь не равна нулю ни при каких значениях } x.$$

$$\text{ б) } \frac{x^2-4}{x-2}=0, \text{ если } x^2-4=0, \text{ т.е. при } x=\pm 2. \text{ Но } x \neq 2, \text{ поэтому данная дробь равна нулю только при } x=-2.$$

$$\text{ в) } \frac{x(x+3)}{(x+3)^2}=0, \text{ если } x(x+3)=0, \text{ т.е. при } x=0 \text{ и } x=-3. \text{ Но } x \neq -3, \text{ поэтому данная дробь равна нулю только при } x=0.$$

$$\text{ г) } \frac{x(x+1)}{x^2-1}=0, \text{ если } x(x+1)=0, \text{ т.е. при } x=0 \text{ или } x=-1$$

Но $x \neq \pm 1$, поэтому данная дробь равна нулю только при $x=0$

$$1.10. \text{ а) При } x=3, \frac{x-2}{x}=\frac{3-2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$\text{ б) При } t=4, s=-1 \quad \frac{(t-7)^2}{2s}=\frac{(4-7)^2}{2 \cdot (-1)}=\frac{(-3)^2}{-2}=\frac{9}{-2}=-\frac{9}{2}$$

$$\text{ в) При } y=4, \frac{y+6}{y-2}=\frac{4+6}{4-2}=\frac{10}{2}=5$$

$$\text{ г) При } x=2, y=-2, \frac{x-5}{(2y+3)^2}=\frac{2-5}{(2 \cdot (-2)+3)^2}=\frac{-3}{(-4+3)^2}=\frac{-3}{(-1)^2}=-3$$

$$1.11. \text{ а) При } p=-2 \quad \frac{(p+8)^2}{p^2+4}=\frac{(-2+8)^2}{(-2)^2+4}=\frac{6^2}{4+4}=\frac{36}{8}=4,5$$

$$\text{ б) При } t=4, s=-1 \quad \frac{(t+4s)^2}{2st}=\frac{(4+4(-1))^2}{2 \cdot 4 \cdot (-1)}=0.$$

$$\text{ в) При } s=\frac{1}{2} \quad \frac{s^2-1}{-2s}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2-1}{-2 \cdot \frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{4}-1}{-1}=\frac{\frac{3}{4}}{-1}=-\frac{3}{4}$$

$$\text{ г) При } x=2, y=-2 \quad \frac{x-5y}{x^2-y^2}=\frac{2-5(-2)}{2^2-(-2)^2} \text{ — дробь не имеет смысла, так как ее знаменатель обращается в } 0$$

$$1.12. \text{ а) } 2b - a = -(a - 2b) = -3,$$

$$\text{б) } 2a - 4b = 2(a - 2b) = 2 \cdot 3 = 6,$$

$$\text{в) } \frac{4b - 2a}{3} = \frac{-2(a - 2b)}{3} = \frac{-2 \cdot 3}{3} = -2,$$

$$\text{г) } \frac{6}{2a - 4b} = \frac{6}{2 \cdot (a - 2b)} = \frac{6}{2 \cdot 3} = 1.$$

1.13. Пусть v км/ч — скорость передвижения туристов по лесной тропе, тогда $(v + 1)$ км/ч — скорость их передвижения по шоссе. По условию

$$\frac{6}{v} + \frac{10}{v+1} = 3,5$$

1.14. Пусть v км/ч — собственная скорость катера. По условию

$$\frac{18}{v+2} + \frac{14}{v-2} = 1\frac{1}{3}.$$

1.15. Пусть x км/ч — скорость 1-го автомобиля, тогда $x + 20$ км/ч — скорость 2-го автомобиля. По условию $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1$.

1.16. Пусть x км/ч — скорость грузовика, $(x + 20)$ км/ч — скорость автомобиля

По условию грузовик был в пути на $\frac{10}{60}$ часа больше: $\frac{40}{x} - \frac{10}{x+20} = \frac{10}{60}$

1.17. Пусть x км/ч — скорость первой группы, $(x + 1)$ км/ч — скорость второй группы. Время, потраченное первой группой туристов, — $\frac{12}{x}$, а второй

$$\frac{10}{x+1} \quad \text{По условию} \quad \frac{12}{x} - \frac{10}{x+1} = 1.$$

1.18. Пусть x км/ч — скорость течения реки, тогда $(30 + x)$ км/ч — скорость лодки по течению, $(30 - x)$ км/ч — скорость лодки против течения. Известно что по течению лодка прошла 48 км, значит, время затратила $\frac{48}{30+x}$ ч,

против течения 42 км, время $\frac{42}{30-x}$ ч. По условию $\frac{48}{30+x} = \frac{42}{30-x}$.

$$\text{Решим это уравнение: } \frac{48^{30-x}}{30+x} - \frac{42^{30+x}}{30-x} = 0; \quad \frac{48 \cdot 30 - 48x - 42 \cdot 30 - 42x}{(30+x)(30-x)} = 0.$$

$$30(48 - 42) - 90x = 0; -90x = -180; x = 2.$$

При $x = 2$ знаменатель $(30 + x)(30 - x) \neq 0$, значит, это решение нам подходит

Ответ: 2 км/ч — скорость течения реки.

1.19. Пусть x км/ч — скорость автобуса, тогда $(x + 30)$ км/ч — скорость автомобиля. Время, потраченное автобусом $\frac{160}{x}$ ч, а автомобилем — $\frac{280}{x+30}$ ч

$$\text{По условию время одно и то же: } \frac{160}{x} = \frac{280}{x+30}$$

$$\text{Решим уравнение } \frac{160^{x+30}}{x} - \frac{280^x}{x+30} = 0,$$

$$160x + 4800 - 280x = 0; -120x = -4800; x = -4800 \quad (-120) = 40$$

Знаменатель $x(x + 30)$ при $x = 40$ не равен 0, значит, решение подходит

Ответ: 40 км/ч

1.20. а) При $x > 0, y > 0$: $\frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} > 0$

б) При $x > 0, y < 0$: $\frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} > 0$.

в) При $x < 0, y > 0$: $\frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} < 0$.

г) При $x < 0, y < 0$: $\frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} < 0$.

1.21. а) $\frac{5}{a^2+7} > 0$, так как $5 > 0$, и $a^2 + 7 \geq 7$ для любых a , т.к. квадрат любого числа – неотрицательное число.

б) $\frac{-3}{b^2+4} < 0$, числитель – отрицательное число -3 , знаменатель $b^2 + 4 \geq 4$,

т.к. $b^2 \geq 0$, значит, $\frac{-3}{b^2+4} < 0$

в) $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0$. Знаменатель $a^2+8 \geq 8$, а числитель $(x-3)^2 \geq 0$, т.к. при $x=3, x-3=0$

г) $\frac{(y-6)^2}{-y^2-3} \leq 0$. числитель $(y-6)^2 \geq 0$ при $y=6, y-6=0$, а знаменатель $-y^2-3 = -(y^2+3) \leq -3$, следовательно, при делении отрицательного числа на отрицательное получается положительное число

1.22. а) При $a=4, b=-2, \frac{(3a-b)^2}{a+b} = \frac{(3 \cdot 4 - 2)^2}{4 - 2} = 98$.

б) При $c=-2, d=1, \frac{c^6-1}{d^4+2} = \frac{(-2)^6-1}{1^4+2} = \frac{(-2)^3 \cdot (-2)^3-1}{3} = \frac{64-1}{3} = 21$

в) При $x=3, y=4, \frac{(x-y)^4}{x^2+y^2} = \frac{(3-4)^4}{3^2+4^2} = \frac{(-1)^4}{9+16} = \frac{1}{25}$.

г) При $m=2, n=-1, \frac{2mn}{m^3+n^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)}{(2)^3 + (-1)^3} = \frac{-4}{8-1} = -\frac{4}{7}$

1.23. а) При $a=4, b=-2, \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} = \frac{4^2 - (-2)^2}{(4-2)^2} = \frac{16-4}{4} = \frac{12}{4} = 3$

б) При $c=-2, d=10, \frac{c^3+dc}{c^2d+d^2} = \frac{c(c^2+d)}{d(c^2+d)} = \frac{c}{d} = -\frac{1}{5}$

в) При $x=13, y=12, \frac{x^2+y^2}{x^4-y^4} = \frac{x^2+y^2}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)} = \frac{1}{x^2-y^2} = \frac{1}{169-144} = \frac{1}{25}$

г) При $m=2, n=-1, \frac{m^4-n^4}{m^3n-mn^3} = \frac{(m^2-n^2)(m^2+n^2)}{mn(m^2-n^2)} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{4+1}{-2} = -\frac{5}{2}$

1.24. а) при любом x б) при $b \neq 0$ в) при любом x г) при $m \neq 0$

1.25. а) $x \neq -\frac{5}{2}$; $x \neq \frac{1}{3}$ в) $s \neq -\frac{1}{44}$; $s \neq \frac{3}{32}$

б) $y \neq -\frac{1}{3}$; $y \neq \frac{3}{5}$ г) $r \neq \frac{25}{9}$; $r \neq 3$

1.26. а) $a \neq 1$; б) $4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$, поэтому $b \neq \frac{1}{2}$,

в) $c \neq -3$; г) $4m^2 + 36m + 81 = (2m + 9)^2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -\frac{9}{2}$

1.27. а) $a \neq -17$; $a \neq -8$; $a \neq 9$; в) $c \neq -3$; $c \neq -\frac{8}{7}$; $c \neq \frac{1}{2}$,

б) $b \neq -\frac{4}{3}$; $b \neq \frac{1}{2}$; $b \neq \frac{8}{3}$; г) $d \neq -1$; $d \neq -\frac{7}{5}$

1.28. а) $b \neq 0$; $b \neq \frac{2}{3}$; в) $s \neq -\frac{1}{2}$, $s \neq 0$;

б) $k \neq \pm 3$; г) $m \neq \pm 2$.

1.29. а) $a \neq -17$; $a \neq 0$; $a \neq 3$;

б) $b \neq -\frac{1}{2}$; $b \neq \pm \frac{4}{3}$ ($16b^2 - 9 = (4b - 3)(4b + 3)$);

в) $c \neq -8$; $c \neq 0$; $c \neq 3$;

г) $d = -\frac{5}{7}$; $d \neq \pm \frac{1}{2}$ ($4d^2 - 1 = (2d - 1)(2d + 1)$).

1.30. Дробь обращается в нуль при $m = 1$, а при $m = -1$, $m = 0$ и $m = 2$ не имеет смысла.

1.31. а) $\frac{(a+2)^2 - 4(a+1) - a^2}{a^2 + 1} = \frac{a^2 + 4a + 4 - 4a - 4 - a^2}{a^2 + 1} = 0$ при всех

значениях переменной a , так как $a^2 + 1 \neq 0$ ни при каких a ;

б) $\frac{9 + x(x-6) - (x-3)^2}{x^2 + 3} = \frac{9 + x^2 - 6x - x^2 + 6x - 9}{x^2 + 3} = 0$ при всех значениях

переменной x , так как $x^2 + 3 \neq 0$ ни при каких x .

1.32. Знаменатели данных дробей равны 0, поэтому эти дроби не имеют смысла ни при каких значениях переменной:

а) $(x-3)(x^2 + 3x + 9) - x(x^2 + 3) + 3(9+x) = x^3 - 27 - x^3 - 3x + 27 + 3x = 0$;

б) $2(4-a) - (a+2)(a^2 - 2a + 4) + a(a^2 + 2) = 8 - 2a - (a^3 + 8) + a^3 + 2a = 0$

1.33. $5a - 10b = 18$, преобразуем $5(a - 2b) = 18$, $a - 2b = \frac{18}{5} = 3,6$.

а) $3a - 6b = 3(a - 2b) = 3 \cdot \frac{18}{5} = 10,8$; б) $\frac{7,2}{a-2b} = 7,2 : \frac{18}{5} = \frac{36}{5} \cdot \frac{5}{18} = 2$.

в) $\frac{8b-4a}{3} = \frac{-4(a-2b)}{3} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{18}{5} = -4\frac{4}{5}$; г) $\frac{a^2-4ab+4b^2}{3,6} = \frac{(a-2b)^2}{3,6} = \frac{(3,6)^2}{3,6} = 3,6$

$$1.34. \text{ а) } x - 3y = \frac{1}{3}(3x - 9y) = \frac{1}{3}; \quad \text{б) } \frac{6}{x-3y} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18.$$

$$\text{в) } \frac{12y-4x}{5} = \frac{-\frac{4}{3}(3x-9y)}{5} = -\frac{4}{15};$$

$$\text{г) } (9y^2 - 6xy + x^2) \cdot 3 = (3y - x)^2 \cdot 3 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 3 = \frac{1}{3}$$

$$1.35. \text{ а) } -\frac{a}{b} = -3;$$

$$\text{б) } \frac{b}{a} = 1; \frac{a}{b} = \frac{1}{3};$$

$$\text{в) } \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = 4;$$

$$\text{г) } \frac{b+2a}{a} = \frac{b}{a} + \frac{2a}{a} = \frac{1}{3} + 2 = 2\frac{1}{3}$$

$$1.36. \text{ а) } \frac{x}{2y} = \left(\frac{x}{y}\right) : 2 = \frac{1}{10};$$

$$\text{б) } \frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + 1 : \left(\frac{x}{y}\right) = 1 + 5 = 6.$$

$$\text{в) } \frac{y}{2x} = \frac{1}{2} : \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{5}{2};$$

$$\text{г) } \frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - \frac{y}{y} = \frac{1}{5} - 1 = -\frac{4}{5}$$

$$1.37. \text{ а) При } \frac{x}{y} = 0,2, \frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + 1 : \left(\frac{x}{y}\right) = 1 + 1 : 0,2 = 6$$

$$\text{б) При } \frac{x}{y} = 0,4, \frac{3x-8y}{y} = \frac{3x}{y} - \frac{8y}{y} = 3 \cdot 0,4 - 8 = -6,8$$

$$1.38. \text{ Дано } \frac{a+2b}{b} = 7.$$

$$\text{Преобразуем это выражение: } \frac{a}{b} + \frac{2b}{b} = 7; \frac{a}{b} + 2 = 7; \frac{a}{b} = 5.$$

$$\text{а) } \frac{a}{b} = 5; \text{ б) } \frac{2a-b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 - 1 = 9; \text{ в) } \frac{2a+3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} + 3 \cdot \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 + 3 = 13;$$

$$\text{г) } \frac{4b-a}{2a} = \frac{4b}{2a} - \frac{a}{2a} = 2 : \left(\frac{a}{b}\right) - \frac{1}{2} = 2 : 5 - \frac{1}{2} = -0,1.$$

$$1.39. \text{ Дано } \frac{x-3y}{y} = 12.$$

$$\text{Преобразуем это выражение: } \frac{x}{y} - \frac{3y}{y} = 12; \frac{x}{y} - 3 = 12; \frac{x}{y} = 15.$$

$$\text{а) } \frac{x}{y} = 15; \text{ б) } \frac{y}{x} = 1 : \left(\frac{x}{y}\right) = 1 : 15 = \frac{1}{15}; \text{ в) } \frac{2x+y}{y} = 2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right) + \frac{y}{y} = 2 \cdot 15 + 1 = 31,$$

$$\text{г) } \frac{3x-y}{2x} = \frac{3x}{2x} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} : 15 = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}.$$

$$1.40. \text{ а) } \frac{n+3}{n} = 1 + \frac{3}{n}, \frac{3}{n} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n = 1; n = 3,$$

$$\text{б) } \frac{2n+5}{n} = 2 + \frac{5}{n}, \frac{5}{n} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n = 1; n = 5;$$

$$\text{в) } \frac{6-n}{n} = \frac{6}{n} - 1, \frac{6}{n} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n = 1; n = 2; n = 3; n = 6.$$

Но при $n = 6$ $\frac{6}{n} - 1 = 0 \notin \mathbb{N}$. Итак, $n = 1, n = 2$ или $n = 3$.

$$\text{г) } \frac{45-7n}{n} = \frac{45}{n} - 7, \frac{45}{n} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n = 1; n = 3; n = 5; n = 9; n = 15; n = 45$$

Но так как $\frac{45}{n}$ должно быть больше или равно 8, то подходят $n = 1, n = 3; n = 5$

1.41. а) $\frac{12}{x} - \frac{12}{x+1} = 1$. Два пешехода вышли из пункта А в пункт В, между которыми расстояние 12 км. 2-й пешеход шел со скоростью на 1 км/ч больше, чем 1-й, и пришел на 1 час раньше в В. Найти скорости пешеходов.

б) $\frac{24}{x+2} = \frac{16}{x-2}$. Моторная лодка проходит по реке по течению 24 км, а против течения 16 км за одинаковое время. Найти собственную скорость лодки, если известно, что скорость реки 2 км/ч

в) $\frac{20}{x} = \frac{25}{x+1}$. Две туристические группы вышли одновременно из пункта А. 2-я группа шла со скоростью, на 1 км/ч больше, чем 1-я. Известно, что за одно и то же время 1-я группа прошла 20 км, 2-я – 25 км. Найти скорости групп.

г) $\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x+2} = \frac{1}{2}$. Если велосипедист будет ехать медленнее своей обычной скорости на 1 км/ч, то на 10 км он потратит времени на 0,5 часа больше, чем на 9 км, проезжая со скоростью на 2 км/ч больше обычной.

§ 2. Основное свойство алгебраической дроби

$$\text{2.1. а) } \frac{4b}{7} = \frac{12ab}{21a}; \quad \text{в) } \frac{m^2}{n} = \frac{5m^2r}{5rn}; \quad \text{б) } -\frac{a}{b} = \frac{a^2}{-ab}; \quad \text{г) } \frac{-pq}{p^2s} = \frac{-q}{ps}$$

$$\text{2.2. а) } \frac{x}{x+y} = \frac{xn}{xn+yn}, \text{ тождество, т.к. } \frac{x \cdot n}{n(x+y)} = \frac{x}{x+y};$$

$$\text{б) } \frac{c}{d} = \frac{c+s}{d+s}, \text{ не тождество};$$

$$\text{в) } \frac{a-b}{a} = \frac{a^2-ab}{a^2}, \text{ тождество, т.к. } \frac{a^2-ab}{a^2} = \frac{a(a-b)}{a \cdot a} = \frac{a-b}{a};$$

$$\text{г) } \frac{mx+n}{qx+p} = \frac{m+n}{q+p}, \text{ тождеством не является.}$$

$$\text{2.3. а) } \frac{15ab}{12bc} = \frac{5a}{4c}; \quad \text{б) } \frac{14k^2l}{7kl^2} = \frac{2k}{l}; \quad \text{в) } \frac{144xy}{63yz} = \frac{16x}{7z}; \quad \text{г) } \frac{135p^3q^2}{25q^2 \cdot p} = \frac{27}{5}p^2$$

$$2.4. \text{ a) } \frac{4(a-b)}{5(a-b)^2} = \frac{4}{5(a-b)};$$

$$\text{б) } \frac{13(x+4)^3}{26x(x+4)} = \frac{(x+4)^2}{2x};$$

$$\text{в) } \frac{8(k+l)^2}{9(k+l)^3} = \frac{8}{9(k+l)};$$

$$\text{г) } \frac{48m(2m-n)^3}{60n(2m-n)^3} = \frac{4m}{5n}.$$

$$2.5. \text{ a) } \frac{2^4}{2^6} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}; \text{ б) } \frac{4^3}{4^2} = 4; \text{ в) } \frac{7^{12}}{7^{10}} = 7^2 = 49; \text{ г) } \frac{6^3}{6^2} = 6.$$

$$2.6. \text{ a) } \frac{64}{4^2} = \frac{4^3}{4^2} = 4.$$

$$\text{б) } \frac{625}{5^5} = \frac{25 \cdot 25}{5^5} = \frac{5^2 \cdot 5^2}{5^5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{в) } \frac{24}{2^3} = \frac{8 \cdot 3}{2^3} = \frac{2^3 \cdot 3}{2^3} = 3;$$

$$\text{г) } \frac{33}{54} = \frac{27}{54} = \frac{1}{2}.$$

$$2.7. \text{ a) } \frac{3^3 \cdot 12^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^3 \cdot (3 \cdot 4)^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^3 \cdot 3^4 \cdot 4^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^7 \cdot 4^4}{3^5 \cdot 4^2} = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144;$$

$$\text{б) } \frac{14^7 \cdot 28^2}{7^9 \cdot 2^4} = \frac{7^7 \cdot 2^7 \cdot 7^2 \cdot 4^2}{7^9 \cdot 2^4} = \frac{7^9 \cdot 2^{11}}{7^9 \cdot 2^4} = 2^7 = 128,$$

$$\text{в) } \frac{625 \cdot 15^3}{5^5 \cdot 3^3} = \frac{5^4 \cdot 5^3 \cdot 3^3}{5^5 \cdot 3^3} = 5^2 = 25;$$

$$\text{г) } \frac{11^5 \cdot 5^6}{25 \cdot 55^5} = \frac{11^5 \cdot 5^6}{5^2 \cdot 5^5 \cdot 11^5} = \frac{1}{5}.$$

$$2.8. \text{ a) } \frac{5a^{18}}{7} = \frac{40a}{56}; \text{ б) } \frac{26m}{112} = \frac{13m}{56}; \text{ в) } \frac{3k^{17}}{8} = \frac{21k}{56}; \text{ г) } \frac{27t}{168} = \frac{9t}{56}$$

$$2.9. \text{ a) } \frac{2b^{12}}{3a} = \frac{24b}{36a}; \text{ б) } \frac{5an}{36a^2} = \frac{5n}{36a}; \text{ в) } \frac{7s^{1a}}{36} = \frac{7as}{36a}; \text{ г) } \frac{9d}{108ad} = \frac{3}{36a}.$$

$$2.10. \text{ a) } \frac{58l}{28mn} = \frac{29l}{14mn};$$

$$\text{б) } \frac{1^{17m}}{2n} = \frac{7m}{14mn};$$

$$\text{в) } \frac{27mk}{42m^2n} = \frac{3 \cdot 9k}{3 \cdot 2 \cdot 7mn} = \frac{9k}{14mn};$$

$$\text{г) } \frac{3^{12n}}{7m} = \frac{6n}{14mn}$$

$$2.11. \text{ a) } \frac{1^{3x}}{8xy} = \frac{3x}{24x^2y};$$

$$\text{б) } \frac{15xz}{120x^2y} = \frac{3xz}{24x^2y};$$

$$\text{в) } \frac{2x^{18x^2}}{3y} = \frac{16x^5}{24x^2y};$$

$$\text{г) } \frac{21a^2y^2}{48x^2y^3} = \frac{10,5a^2}{24x^2y}.$$

$$2.12. \text{ a) } \frac{19x^2}{5} \text{ и } \frac{35y^2}{5}; \text{ б) } \frac{50y^3}{5y} \text{ и } \frac{8x^3}{5y}; \text{ в) } \frac{21m^2}{7} \text{ и } \frac{6n^2}{7}; \text{ г) } \frac{a^2}{10b} \text{ и } \frac{100b^2}{10b}$$

$$2.13. \text{ a) } \frac{x}{x-y} \text{ и } \frac{5x(x-y)}{x-y};$$

$$\text{б) } \frac{9a^2(a+9)}{a+9} \text{ и } \frac{a^2}{a+9};$$

$$\text{в) } \frac{7y}{x+y} \text{ и } \frac{(x-y)(x+y)}{x+y};$$

$$\text{г) } \frac{(5-b)(5+b)}{5+b} \text{ и } \frac{8b}{5+b}.$$

2.14. а) $\frac{2ab}{a+b}$ и $\frac{(a+b)^2}{a+b}$; в) $\frac{(a-b)^2}{a-b}$ и $\frac{a^2b}{a-b}$;
б) $\frac{x-y}{x+y}$ и $\frac{x^3+y^3}{x+y}$; г) $\frac{x+2}{x-2}$ и $\frac{x^3-8}{x-2}$.

2.15. а) $\frac{10a}{12}$ и $\frac{7b}{12}$; б) $\frac{9a^2}{24}$ и $\frac{10ab}{24}$; в) $\frac{21d}{48}$ и $\frac{43c}{48}$; г) $\frac{80r^2}{350}$ и $\frac{49x^2}{350}$

2.16. а) $\frac{b}{3a}$ и $\frac{9}{a}$; б) $\frac{14}{24c}$ и $\frac{33}{8c}$; в) $\frac{25}{10b}$ и $\frac{4}{10b}$; г) $\frac{111a}{432d}$ и $\frac{40a}{432d}$

2.17. а) $\frac{y^2}{xy}$ и $\frac{x^2}{xy}$; б) $\frac{a^3}{2a^2b^2}$ и $\frac{b^3}{2a^2b^2}$; в) $\frac{n^3}{m^2}$ и $\frac{m^3}{n^2}$; г) $\frac{3c^3}{5ct}$ и $\frac{t^3}{5ct}$

2.18. а) $\frac{2(a+b)b}{10ab}$ и $\frac{a(a-b)}{10ab}$; в) $\frac{x(3-x)}{12xy}$ и $\frac{3y(y+2)}{12xy}$;
б) $\frac{21d^4}{180cd}$ и $\frac{25c^4}{180cd}$; г) $\frac{20n^4}{270m^2n}$ и $\frac{63m^4}{270m^2n}$.

2.19. а) $\frac{2b^2}{2ab}$ и $\frac{c}{2ab}$; б) $\frac{5+p}{b^3}$ и $\frac{4pb}{b^3}$; в) $\frac{2m^2}{6mn}$ и $\frac{5}{6mn}$; г) $\frac{m+n}{n^3}$ и $\frac{m^2n}{n^3}$

2.20. а) $\frac{x^2y}{5y^2}$ и $\frac{5(z-3)}{5y^2}$; в) $\frac{18ac}{6ad^2}$ и $\frac{d(c+d)}{6ad^2}$;
б) $\frac{xy}{15x^2y^2}$ и $\frac{3}{15x^2y^2}$; г) $\frac{15ty}{20x^2y^2}$ и $\frac{8tx}{20x^2y^2}$.

2.21. а) $\frac{16a}{30a^3b^3}$ и $\frac{9b}{30a^3b^3}$; в) $\frac{55p^5c}{140p^8q^{31}}$ и $\frac{16q^{30}c}{140p^8q^{31}}$;
б) $\frac{4m(7n+m)}{252m^3n^4}$ и $\frac{7n(n-4m)}{252m^3n^4}$; г) $\frac{5(2y^2-x)x^2}{120x^4y^3}$ и $\frac{2(8y+5x^2)y^2}{120x^4y^3}$

2.22. а) $\frac{ab}{a(a+b)}$ и $\frac{13b(a+b)}{a(a+b)}$; в) $\frac{2c(b-c)}{b(b-c)}$ и $\frac{b^2}{b(b-c)}$;
б) $\frac{(1+a)(a-4)}{a^2(a-4)}$ и $\frac{a^2(a-1)}{a^2(a-4)}$; г) $\frac{x^3(x-y)}{x^3(x+y)}$ и $\frac{(x+3)(x+y)}{x^3(x+y)}$

2.23. а) $\frac{b(a-1)}{a(a-1)}$ и $\frac{b^2}{a(a-1)}$; в) $\frac{c+d}{c(c-d)}$ и $\frac{d(c-d)}{c(c-d)}$;
б) $\frac{c(c+1)}{c(c-1)}$ и $\frac{c-3}{c(c-1)}$; г) $\frac{x^2}{y(y+x)}$ и $\frac{y^2}{y(y+x)}$.

2.24. а) $\frac{b(a-b)}{2a(a-b)}$ и $\frac{2(a+b)}{2a(a-b)}$; в) $\frac{3(m-n)}{m(m+n)}$ и $\frac{n(m+n)}{3m(m+n)}$;
б) $\frac{(a-1)^2}{a^2(a-1)}$ и $\frac{a(a+1)}{a^2(a-1)}$; г) $\frac{m(m-4)}{m^2(m+2)}$ и $\frac{(m-2)(m+2)}{m^2(m+2)}$

$$2.25. a) \frac{34x}{6x-6} \text{ и } \frac{11}{6x-6};$$

$$b) \frac{5x}{8x+8y} \text{ и } \frac{18y}{8x+8y};$$

$$6) \frac{b(b-2)}{ab(b+2)} \text{ и } \frac{a(a+2)}{ab(b+2)};$$

$$r) \frac{y(x-3)}{xy(x-y)} \text{ и } \frac{x(y-3)}{xy(x-y)}.$$

$$2.26. a) \frac{5m(m+8)}{m^2-64} \text{ и } \frac{6n(m-8)}{m^2-64};$$

$$b) \frac{(q+10)^2}{q^2-100} \text{ и } \frac{3q(q-10)}{q^2-100};$$

$$6) \frac{(a-b)^2}{b(a^2-b^2)} \text{ и } \frac{4a(a+b)}{b(a^2-b^2)};$$

$$r) \frac{(x+1)^2}{y(x^2-1)} \text{ и } \frac{(x-1)^2}{y(x^2-1)}.$$

$$2.27. a) \frac{3c(c-d)}{d(c^2-d^2)} \text{ и } \frac{(c+d)(c+3)}{d(c^2-d^2)};$$

$$b) \frac{(x-2)(x+1)}{y(x^2-1)} \text{ и } \frac{2y(x-1)}{y(x^2-1)};$$

$$6) \frac{x^3-8}{x(4-x^2)} \text{ и } \frac{(2-x)^2}{x(4-x^2)};$$

$$r) \frac{(x+1)^2}{x(x^2-1)} \text{ и } \frac{x^3-1}{x(x^2-1)}.$$

$$2.28. a) \frac{15}{m-n} \text{ и } \frac{-16}{m-n};$$

$$6) \frac{15a}{2a+b} \text{ и } \frac{-6b}{2a+b};$$

$$b) \frac{48}{3p-q} \text{ и } \frac{-11}{3p-q};$$

$$r) \frac{-4s}{2y+3s} \text{ и } \frac{8t}{2t+3s}.$$

$$2.29. a) \frac{1}{(x-y)^2} \text{ и } \frac{1}{(y-x)^2}, \frac{1}{(x-y)^2} \text{ и } \frac{1}{(-1)^2(x-y)^2} = \frac{1}{(x-y)^2};$$

$$6) \frac{15m}{(a-b)^2} \text{ и } \frac{17n}{-(b-a)^2}, \frac{15n}{(a-b)^2} \text{ и } \frac{-17n}{(a-b)^2};$$

$$b) \frac{25p}{(p-q)^2} \text{ и } \frac{5q}{(q-p)^2}, \frac{25p}{(p-q)^2} \text{ и } \frac{5q}{(p-q)^2};$$

$$r) \frac{3k}{-(l-k)^2} \text{ и } \frac{8l}{(k-l)^2}, \frac{-3k}{(k-l)^2} \text{ и } \frac{8l}{(k-l)^2}$$

$$2.30. a) \frac{7x}{x^2-4} \text{ и } \frac{(x+2)^2}{x^2-4};$$

$$b) \frac{(m-n)^2}{m^2-n^2} \text{ и } \frac{5mn}{m^2-n^2};$$

$$6) \frac{8y}{y^2-9} \text{ и } \frac{-5(y+3)}{y^2-9};$$

$$r) \frac{7m(n-m)}{m^2-n^2} \text{ и } \frac{3n}{m^2-n^2}.$$

$$2.31. a) \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} \text{ и } \frac{49}{(x-y)^2};$$

$$b) \frac{p}{(p+q)^2} \text{ и } \frac{p^2-q^2}{(p+q)^2};$$

$$6) \frac{32a}{(z-t)^8} \text{ и } \frac{42b(z-t)}{(z-t)^8};$$

$$r) \frac{7a(a+b)^2}{(a+b)^4} \text{ и } \frac{9b}{(a+b)^4}.$$

$$2.32. a) \frac{11a}{a^3+b^3} \text{ и } \frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3};$$

$$b) \frac{10b}{b^3-8} \text{ и } \frac{b^2+2b+4}{b^3-8};$$

$$6) \frac{3x+1}{x^3-27} \text{ и } \frac{(x-3)^2}{x^2+3x+9};$$

$$r) \frac{1-5y}{t^3+y^3} \text{ и } \frac{(t+y)^2}{t^3-y^3}.$$

$$2.33. \text{ а) } \frac{(a-b)^2}{5(a^2-b^2)} \text{ и } \frac{5a^2}{5(a^2-b^2)}; \quad \text{ в) } \frac{2xy}{2(x^2-y^2)} \text{ и } \frac{(x+y)^2}{2(x^2-y^2)}.$$

$$\text{ б) } \frac{xy^3}{x(x^2-y^2)} \text{ и } \frac{x^3-y^3}{x(x^2-y^2)}; \quad \text{ г) } \frac{z^3-l^3}{z(z^2-l^2)} \text{ и } \frac{3tz}{z(z^2-l^2)}$$

$$2.34. \text{ а) } \frac{4,5a^2+0,5ab}{40,5a^2-0,5b^2} = \frac{0,5a(9a+b)}{0,5 \cdot (81a^2-b^2)} = \frac{a(9a+b)}{(9a-b)(9a+b)} = \frac{a}{9a-b}$$

$$\text{ б) } \frac{24,5x^2-0,5y^2}{3,5x^2-0,5xy} = \frac{0,5(49x^2-y^2)}{x \cdot 0,5(7x-y)} = \frac{(7x-y)(7x+y)}{x(7x-y)} = \frac{7x+y}{x}$$

$$2.35. \text{ а) При } x=0,5, y=0,25,$$

$$\frac{9x^2-3xy}{12xy-4y^2} = \frac{3x(3x-y)}{4y(3x-y)} = \frac{3x}{4y} = \frac{3 \cdot 0,5}{4 \cdot 0,25} = \frac{3}{4 \cdot 0,5} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ б) При } a=-2,4, b=0,2, \frac{a^2-2ab}{12b^2-6ab} = \frac{a(a-2b)}{-6b(a-2b)} = -\frac{a}{6b} = \frac{-(-2,4)}{6 \cdot 0,2} = \frac{2,4}{1,2} = 2$$

$$\text{ в) При } m=1,5, n=-4,5, \frac{16m^2-4n^2}{6m-3n} = \\ = \frac{4(2m-n)(2m+n)}{3(2m-n)} = \frac{4}{3} \cdot (2m+n) = \frac{4}{3} \cdot (2 \cdot (1,5) + (-4,5)) = -2.$$

$$\text{ г) При } k=\frac{1}{5}, l=\frac{1}{6}, \frac{30kl-15k^2}{8l^2-4kl} = \frac{15k(2l-k)}{4l(2l-k)} = \frac{15 \cdot (\frac{1}{5})}{4 \cdot (\frac{1}{6})} = 4,5$$

$$2.36. \text{ а) } \frac{2x-6y}{0,25x^2-2,25y^2} = \frac{2(x-3y)}{0,25(x^2-9y^2)} = \frac{8(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{8}{x+3y} = \frac{8}{8} = 1.$$

$$\text{ б) } \frac{2a+4b}{0,2a^2-0,8b^2} = \frac{2(a+2b)}{0,2(a^2-4b^2)} = \frac{2(a+2b)}{0,2(a-2b)(a+2b)} = \frac{10}{a-2b} = 2$$

$$2.37. \text{ а) } \frac{3b^3}{6a^2b^2}; \frac{7ab}{6a^2b^2} \text{ и } \frac{2a^3}{6a^2b^2}; \quad \text{ в) } \frac{12kl^3m^4}{20l^3m^3}; \frac{10k^2l^2m^2}{20l^3m^3} \text{ и } \frac{5kl^4}{20l^3m^3};$$

$$\text{ б) } \frac{3s^2t^2}{s^2t}; \frac{2t^2}{s^2t} \text{ и } \frac{5s}{s^2t}; \quad \text{ г) } \frac{2n^3}{m^2n^2}; \frac{5m^3n^3}{m^2n^2} \text{ и } \frac{3m^3n}{m^2n^2}$$

$$2.38. \text{ а) } \frac{2st}{ts(s+t)}; \frac{s(s+t)^2}{st(s+t)} \text{ и } \frac{t(s^2-t^2)}{st(s+t)}; \text{ б) } \frac{m^2}{(m+n)m}; \frac{n(m+n)}{m(m+n)} \text{ и } \frac{(m+n)^2m}{(m+n)m}$$

$$\text{ в) } \frac{3(a+b)^2}{3a^2(a+b)}; \frac{a(a^2-b^2)}{3a^2(a+b)} \text{ и } \frac{3a^2b^2}{3a^2(a+b)}; \text{ г) } \frac{2a^2}{2a(a-b)}; \frac{b(a-b)}{2a(a-b)} \text{ и } \frac{2a(a^2-b^2)}{2a(a-b)}$$

$$2.39. \text{ а) } \frac{x^2y(x-y)}{xy(x^2-y^2)}; \frac{xy^2(x+y)}{xy(x^2-y^2)} \text{ и } \frac{5(x^2-y^2)}{xy(x^2-y^2)};$$

$$\text{ б) } \frac{x^3-1}{(x-2)(x-1)}; \frac{x^2-4}{(x-2)(x-1)} \text{ и } \frac{2x(x-2)(x-1)}{(x-2)(x-1)};$$

$$b) \frac{p^2 q(p+q)}{pq(p^2-q^2)}; \frac{pq^2(p-q)}{pq(p^2-q^2)} \text{ и } \frac{3(p^2-q^2)}{pq(p^2-q^2)};$$

$$r) \frac{y^2-25}{(y+1)(y+5)}; \frac{5y(y+1)(y+5)}{(y+1)(y+5)} \text{ и } \frac{y^3+1}{(y+1)(y+5)}.$$

$$2.40. a) \frac{3ab}{(a-b)(a+b)}; \frac{a^2(a-b)}{(a-b)(a+b)} \text{ и } \frac{b^2(a+b)}{(a-b)(a+b)};$$

$$б) \frac{4c}{c^2-25}; \frac{(c-5)^2}{c^2-25} \text{ и } \frac{(c+5)^2}{c^2-25};$$

$$в) \frac{c-1}{(c-2)(c+2)}; \frac{c^2(c+2)}{(c-2)(c+2)} \text{ и } \frac{4(c-2)}{(c-2)(c+2)};$$

$$r) \frac{(a+x)^2}{a^2-x^2}; \frac{2ax}{a^2-x^2} \text{ и } \frac{(a-x)^2}{a^2-x^2}.$$

$$2.41. a) \frac{x^2+5}{4-x^2}; \frac{(x+1)(2-x)}{4-x^2} \text{ и } \frac{(1-x)(2+x)}{4-x^2};$$

$$б) \frac{10xy}{4x^2-y^2}; \frac{-2x(2x-y)}{4x^2-y^2} \text{ и } \frac{-5y(2x+y)}{4x^2-y^2};$$

$$в) \frac{p^2+1}{p^2-9}; \frac{(p-1)(p-3)}{p^2-9} \text{ и } \frac{-(p+1)(p+3)}{p^2-9};$$

$$r) \frac{-3q(3p+q)}{9p^2-q^2}; \frac{6pq}{9p^2-q^2} \text{ и } \frac{-2p(3p-q)}{9p^2-q^2}.$$

$$2.42. a) \frac{a}{(a-1)(a^2+a+1)}; \frac{(a-1)^2}{(a-1)(a^2+a+1)} \text{ и } \frac{a^2+a+1}{(a-1)(a^2+a+1)};$$

$$б) \frac{4(x^2+xy+y^2)}{3(x^3-y^3)}; \frac{4(x^2-y^2)}{3(x^3-y^3)} \text{ и } \frac{9xy}{3(x^3-y^3)};$$

$$в) \frac{b^2-4}{(b+2)(b^2-2b+4)}; \frac{2b}{(b+2)(b^2-2b+4)} \text{ и } \frac{2(b^2-2b+4)}{(b+2)(b^2-2b+4)};$$

$$r) \frac{4(a+b)^2}{4(a^3+b^3)}; \frac{20ab}{4(a^3+b^3)} \text{ и } \frac{3(a^2-ab+b^2)}{4(a^3+b^3)}.$$

$$2.43. a) \frac{4a^2b^2}{ab(a^2-b^2)}; \frac{b(a^3-b^3)}{ab(a^2-b^2)} \text{ и } \frac{a(a^3-b^3)}{ab(a^2-b^2)};$$

$$б) \frac{6cd(c-d)}{6cd(25c^2-d^2)}; \frac{-3d(5c+d)^2}{6cd(25c^2-d^2)} \text{ и } \frac{2c(5c-d)^2}{6cd(25c^2-d^2)};$$

$$в) \frac{24x^2}{4x(x^2-9)}; \frac{-4x(x^3+27)}{4x(x^2-9)} \text{ и } \frac{4(x^3-27)}{4x(x^2-9)};$$

$$\Gamma) \frac{2pq(p+q)}{2pq(q^2-16p^2)}; \frac{-2q(q+4p)^2}{2pq(q^2-16p^2)} \text{ и } \frac{p(q-4p)^2}{2pq(q^2-16p^2)}.$$

$$2.44. \text{ а) } \frac{(z+3)^2}{(z-3)^2(z+3)^2}; \frac{z^4+81}{(z-3)^2(z+3)^2} \text{ и } \frac{(z-3)^2}{(z-3)^2(z+3)^2};$$

$$\text{б) } \frac{625-x^4}{(5-x)^2(5+x)^2}; \frac{(x+5)^3}{(5-x)^2(5+x)^2} \text{ и } \frac{(x-5)^3}{(5-x)^2(5+x)^2};$$

$$\text{в) } \frac{2(t-2)^2}{(t-2)^2(t+2)^2}; \frac{2(t+2)^2}{(t-2)^2(t+2)^2} \text{ и } \frac{t^4-16}{(t-2)^2(t+2)^2};$$

$$\Gamma) \frac{(y+1)^3}{(y-1)^2(y+1)^2}; \frac{(1-y)^3}{(y-1)^2(y+1)^2} \text{ и } \frac{y^4-1}{(y-1)^2(y+1)^2}.$$

$$2.45. \text{ а) } \frac{2mn(n-m)(n+m)}{3(n-m)^2(n+m)^2}; \frac{3m^2(n+m)^2}{3(n-m)^2(n+m)^2} \text{ и } \frac{3n^2(n-m)^2}{3(n-m)^2(n+m)^2};$$

$$\text{б) } \frac{-2mn(m-n)(m+n)}{3(m-n)^2(m+n)^2}; \frac{3(m+n)^4}{3(m-n)^2(m+n)^2} \text{ и } \frac{3(m-n)^4}{3(m-n)^2(m+n)^2};$$

$$\text{в) } \frac{5xy(y-x)(y+x)}{2(y-x)^2(y+x)^2}; \frac{2x^2(y-x)^2}{2(y-x)^2(y+x)^2} \text{ и } \frac{6y^2(y+x)^2}{2(y-x)^2(y+x)^2};$$

$$\Gamma) \frac{-6x(x-3)(x+3)}{-5(x-3)^2(x+3)^2}; \frac{5(x-3)^4}{-5(x-3)^2(x+3)^2} \text{ и } \frac{-5(x+3)^4}{-5(x-3)^2(x+3)^2}.$$

$$2.46. \text{ а) } \frac{c+6a}{(a+2b)(c-3a)}; \frac{2b(c-3a)}{(a+2b)(c-3a)} \text{ и } \frac{c(a+2b)}{(a+2b)(c-3a)};$$

$$\text{б) } \frac{(3a+b)(9a^2-b^2)}{2(2a+c)(9a^2-b^2)}; \frac{(2a+c)^2(3a+b)}{2(2a+c)(9a^2-b^2)} \text{ и } \frac{12a^2(3a-b)}{2(2a+c)(9a^2-b^2)};$$

$$\text{в) } \frac{x+2y}{(x+2y)(y-5z)}; \frac{z(y-5z)}{(x+2y)(y-5z)} \text{ и } \frac{2x+z}{(x+2y)(y-5z)};$$

$$\Gamma) \frac{6(a-1)}{6(a-b)(a-c)}; \frac{-3(a^2-c^2)}{6(a-b)(a-c)} \text{ и } \frac{2(a-b)^2}{6(a-b)(a-c)}.$$

§ 3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

$$3.1. \text{ а) } \frac{a}{5} + \frac{b}{5} = \frac{a+b}{5};$$

$$\text{б) } \frac{6}{p} - \frac{q}{p} = \frac{6-q}{p};$$

$$\text{в) } \frac{x}{12} - \frac{y}{12} = \frac{x-y}{12};$$

$$\Gamma) \frac{m}{n} + \frac{3}{n} = \frac{m+3}{n}.$$

$$3.2. \text{ а) } \frac{7a^2}{4x} + \frac{9a^2}{4x} = \frac{16a^2}{4x} = \frac{4a^2}{x};$$

$$\text{в) } \frac{48p^8}{5n} - \frac{23p^8}{5n} = \frac{25p^8}{5n} = \frac{5p^8}{n};$$

$$\text{б) } \frac{x-y}{14} - \frac{x}{4} = \frac{x-y-x}{14} = -\frac{y}{14};$$

$$\Gamma) \frac{c}{25} + \frac{d-c}{25} = \frac{c+d-c}{25} = \frac{d}{25}$$

$$3.3. a) \frac{a+b}{6a} - \frac{a-2b}{6a} = \frac{a+b-a+2b}{6a} = \frac{3b}{6a} = \frac{b}{2a};$$

$$b) \frac{19-10x}{x^2} + \frac{3x-19}{x^2} = \frac{19-10x+3x-19}{x^2} = -\frac{7x}{x^2} = -\frac{7}{x};$$

$$b) \frac{2a-b}{12b} + \frac{a+b}{12b} = \frac{2a-b+a+b}{12b} = \frac{3a}{12b} = \frac{a}{4b};$$

$$r) \frac{7m+2n}{n^3} - \frac{7m-3n}{n^3} = \frac{7m+2n-7m+3n}{n^3} = \frac{5n}{n^3} = \frac{5}{n^2}.$$

$$3.4. a) \frac{7p-13}{10p} - \frac{2p-3}{10p} = \frac{7p-13-2p+3}{10p} = \frac{5p-10}{10p} = \frac{5(p-2)}{10p} = \frac{p-2}{2p};$$

$$b) \frac{b-7a}{2ab} - \frac{b-a}{2ab} = \frac{b-7a-b+a}{2ab} = \frac{-6a}{2ab} = -\frac{3}{b};$$

$$b) \frac{3x+7y}{24y} + \frac{3x-4y}{24y} = \frac{3x+7y+3x-4y}{24y} = \frac{6x+3y}{24y} = \frac{2x+y}{8y};$$

$$r) -\frac{2x-3c}{4cx} + \frac{2x+5c}{4cx} = \frac{3c-2x+2x+5c}{4cx} = \frac{8c}{4cx} = \frac{2}{x}.$$

$$3.5. a) \frac{a^2-1}{a^3} - \frac{2a-1}{a^3} = \frac{a^2-2a}{a^3} = \frac{a-2}{a^2};$$

$$b) \frac{x^2+2x-3}{2x^2} + \frac{3-x}{2x^2} = \frac{x^2+x}{2x^2} = \frac{x+1}{2x};$$

$$b) \frac{2-3b^3}{b^4} + \frac{b^2-2}{b^4} = \frac{b^2-3b^3}{b^4} = \frac{1-3b}{b^2};$$

$$r) \frac{2-3y^2+y}{3y^2} - \frac{2+y^2}{3y^2} = \frac{y-4y^2}{3y^2} = \frac{1-4y}{3y}.$$

$$3.6. a) \frac{a}{a-2} - \frac{1}{a-2} = \frac{a-1}{a-2}; \quad b) \frac{c}{c+2} + \frac{2}{c+2} = \frac{c+2}{c+2} = 1;$$

$$b) \frac{6}{y+7} + \frac{y}{y+7} = \frac{6+y}{y+7}; \quad r) \frac{m}{m-8} - \frac{8}{m-8} = \frac{m-8}{m-8} = 1$$

$$3.7. a) \frac{6}{3+p} + \frac{2p}{3+p} = \frac{6+2p}{3+p} = 2; \quad b) \frac{a-1}{a-2} - \frac{1}{a-2} = \frac{a-2}{a-2} = 1;$$

$$b) \frac{3q}{q-4} - \frac{12}{q-4} = \frac{3q-12}{q-4} = 3; \quad r) \frac{6}{y+7} + \frac{y+1}{y+7} = \frac{y+7}{y+7} = 1$$

$$3.8. a) \frac{7}{z-7} - \frac{z}{z-7} = \frac{7-z}{z-7} = -1; \quad b) \frac{t}{t-2} + \frac{2}{2-t} = \frac{t}{t-2} - \frac{2}{t-2} = \frac{t-2}{t-2} = 1,$$

$$b) \frac{t}{3-t} - \frac{3}{3-t} = \frac{t-3}{3-t} = -1; \quad r) \frac{5}{5-z} + \frac{z}{z-5} = \frac{5}{5-z} - \frac{z}{5-z} = \frac{5-z}{5-z} = 1$$

$$3.9. a) \frac{y}{y+5} - \frac{5}{-y-5} = \frac{y}{y+5} + \frac{5}{y+5} = \frac{y+5}{y+5} = 1;$$

$$b) \frac{2y}{y+3} + \frac{y-3}{-y-3} = \frac{2y}{y+3} - \frac{y-3}{y+3} = \frac{y+3}{y+3} = 1;$$

$$b) \frac{x}{1+x} - \frac{1}{-x-1} = \frac{x}{1+x} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} = 1;$$

$$r) \frac{3x+5}{-x-5} + \frac{2x}{x+5} = \frac{-3x-5}{x+5} + \frac{2x}{x+5} = \frac{-x-5}{x+5} = -1$$

$$3.10. a) \frac{2m}{m-n} + \frac{2n}{n-m} = \frac{2m}{m-n} - \frac{2n}{m-n} = \frac{2(m-n)}{m-n} = 2,$$

$$b) \frac{x^2}{x+y} - \frac{xy}{-y-x} = \frac{x^2}{x+y} + \frac{xy}{x+y} = \frac{x^2+xy}{x+y} = \frac{x(x+y)}{x+y} = x,$$

$$b) \frac{3c}{c+d} - \frac{3d}{-d-c} = \frac{3c}{c+d} + \frac{3d}{c+d} = \frac{3(c+d)}{c+d} = 3;$$

$$r) \frac{pq}{p-q} + \frac{q^2}{q-p} = \frac{pq}{p+q} - \frac{q^2}{p-q} = \frac{pq-q^2}{p-q} = \frac{q(p-q)}{p-q} = q$$

$$3.11. a) \frac{c^2}{2(c+9)} - \frac{81}{2(c+9)} = \frac{c^2-81}{2(c+9)} = \frac{(c-9)(c+9)}{2(c+9)} = \frac{c-9}{2};$$

$$b) \frac{a^2-3}{a(a-3)} - \frac{6}{a(a-3)} = \frac{a^2-9}{a(a-3)} = \frac{(a-3)(a+3)}{a(a-3)} = \frac{a+3}{a},$$

$$b) \frac{144}{5(12-b)} - \frac{b^2}{5(12-b)} = \frac{144-b^2}{5(12-b)} = \frac{(12-b)(12+b)}{5(12-b)} = \frac{b+12}{5};$$

$$r) \frac{15-d^2}{d(5+d)} + \frac{10}{d(d+5)} = \frac{25-d^2}{d(d+5)} = \frac{(5-d)(5+d)}{d(d+5)} = \frac{5-d}{d}.$$

$$3.12. a) \frac{y}{y^2-16} + \frac{4}{y^2-16} = \frac{y+4}{(y-4)(y+4)} = \frac{1}{y-4}.$$

$$b) \frac{100}{3x-10} - \frac{9x^2}{3x-10} = \frac{100-9x^2}{3x-10} = \frac{(10-3x)(10+3x)}{3x-10} = -3x-10.$$

$$b) \frac{7}{49-t^2} + \frac{t}{49-t^2} = \frac{7+t}{(7-t)(7+t)} = \frac{1}{7-t};$$

$$r) \frac{121}{5x+11} - \frac{25x^2}{5x+11} = \frac{121-25x^2}{5x+11} = \frac{(11-5x)(11+5x)}{5x+11} = 11-5x$$

$$3.13. a) \frac{2z}{9-z^2} - \frac{6}{9-z^2} = \frac{2(z-3)}{(3-z)(z+3)} = -\frac{2}{z+3},$$

$$b) \frac{x^2+1}{xy-y^2} + \frac{y^2+1}{y^2-xy} = \frac{x^2+1}{xy-y^2} - \frac{y^2+1}{xy-y^2} = \frac{x^2-y^2}{y(x-y)} = \frac{(x-y)(x+y)}{y(x-y)} = \frac{x+y}{y};$$

$$b) \frac{3t}{49-t^2} - \frac{21}{49-t^2} = \frac{3(t-7)}{(7-t)(7+t)} = -\frac{3}{t+7}.$$

$$r) \frac{p^2-2}{p^2-pq} + \frac{q^2-2}{pq-p^2} = \frac{p^2-2}{p^2-pq} - \frac{q^2-2}{p^2-pq} = \frac{p+q}{p}$$

$$3.14. a) \frac{z^2}{z(z+8)} - \frac{64}{z(z+8)} = \frac{z^2-64}{z(z+8)} = \frac{(z+8)(z-8)}{z(z+8)} = \frac{z-8}{z}.$$

$$6) \frac{a^2}{(9x-a)^2} - \frac{81x^2}{(a-9x)^2} = \frac{a^2-81x^2}{(a-9x)^2} = \frac{(a-9x)(a+9x)}{(a-9x)^2} = \frac{a+9x}{a-9x};$$

$$8) \frac{t^2}{(t+10)^2} - \frac{100}{(t+10)^2} = \frac{(t-10)(t+10)}{(t+10)^2} = \frac{t-10}{t+10};$$

$$11) \frac{49c^2}{(b-7c)^2} - \frac{b^2}{(7c-b)^2} = \frac{49c^2-b^2}{(7c-b)^2} = \frac{(7c-b)(7c+b)}{(7c-b)^2} = \frac{7c+b}{7c-b}.$$

$$3.15. a) \frac{b^2}{b^2+1} + \frac{2b^2+1}{b^2+1} - \frac{2(2b^2+1)}{b^2+1} = \frac{b^2+2b^2+1-4b^2-2}{b^2+1} = \frac{-b^2-1}{b^2+1} = \frac{-(b^2+1)}{b^2+1} = -1$$

$$6) \frac{3c^2+4}{2c^2+3} - \frac{2(c^2+2)}{2c^2+3} + \frac{c^2+3}{2c^2+3} = \frac{3c^2+4-2c^2-4+c^2+3}{2c^2+3} = \frac{2c^2+3}{2c^2+3} = 1.$$

$$3.16. a) \frac{x^2+12x}{x^2-36} + \frac{36}{x^2-36} = \frac{x^2+12x+36}{(x-6)(x+6)} = \frac{x+6}{x-6};$$

$$6) \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{2xy}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x-y}{x+y};$$

$$8) \frac{x^3}{x^2-y^2} - \frac{y^3}{x^2-y^2} = \frac{x^3-y^3}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+xy+y^2}{x+y},$$

$$11) \frac{y^3}{y^2-4} + \frac{8}{y^2-4} = \frac{y^3+8}{y^2-4} = \frac{(y+2)(y^2-2y+4)}{(y-2)(y+2)} = \frac{y^2-2y+4}{y-2}.$$

$$3.17. a) \frac{a^2}{a-3} - \frac{6a-9}{a-3} = \frac{a^2-6a+9}{a-3} = \frac{(a-3)^2}{a-3} = a-3;$$

$$6) \frac{c^2+100}{c-10} + \frac{20c}{10-c} = \frac{c^2-20c+100}{c-10} = \frac{(c-10)^2}{c-10} = c-10;$$

$$8) \frac{b^2}{b+5} + \frac{10b+25}{b+5} = \frac{(b+5)^2}{b+5} = b+5;$$

$$11) \frac{d^2+49}{7-d} + \frac{14d}{d-7} = \frac{d^2-14d+49}{7-d} = \frac{(d-7)^2}{7-d} = 7-d.$$

$$3.18. a) \frac{n^2+n}{n^3-8} + \frac{n+4}{n^3-8} = \frac{n^2+2n+4}{(n-2)(n^2+2n+4)} = \frac{1}{n-2};$$

$$6) \frac{x^2+2}{1+x^3} - \frac{3}{1+x^3} = \frac{x^2-1}{1+x^3} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x-1}{x^2-x+1};$$

$$8) \frac{m^2+9}{m^3+27} - \frac{3m}{m^3+27} = \frac{m^2-3m+9}{(m+3)(m^2-3m+9)} = \frac{1}{m+3};$$

$$11) \frac{3y^2-1}{8y^3-1} + \frac{y^2}{9y^3-1} = \frac{4y^2-1}{8y^3-1} = \frac{(2y-1)(2y+1)}{(2y-1)(4y^2+2y+1)} = \frac{2y+1}{4y^2+2y+1}$$

$$3.19. \text{ а) При } a=12, \frac{a^2-58}{a-8} - \frac{6}{a-8} = \frac{a^2-58-6}{a-8} = \frac{a^2-64}{a-8} =$$

$$= \frac{(a-8)(a+8)}{a-8} = a+8 = 12+8 = 20.$$

$$\text{б) } \frac{c^2-8c}{c-4} + \frac{16}{c-4} = \frac{c^2-8c+16}{c-4} = \frac{(c-4)^2}{c-4} = c-4 = -3,5-4 = -7,5;$$

$$\text{в) При } b=3,5, \frac{b^2-108}{b+10} + \frac{8}{b+10} = \frac{b^2-108+8}{b+10} = \frac{b^2-100}{b+10} =$$

$$= \frac{(b-10)(b+10)}{b+10} = b-10 = 3,5-10 = -6,5.$$

$$\text{г) } \frac{x^2+2x}{1+x} + \frac{1}{1+x} = \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1 = 4,1+1 = 5,1.$$

3.20. а)

$$\frac{-x^2+5x}{1-6x} + \frac{4(x^2-2x)}{6x-1} = \frac{-x^2+5x-41x^2+2x}{1-6x} = \frac{7x-42x^2}{1-6x} = 7x = \frac{7}{28} = \frac{1}{4};$$

$$\text{б) } \frac{(m-1)^2}{m^3+27} + \frac{8-m}{m^3+27} = \frac{m^2-2m+1+8-m}{m^3+27} =$$

$$= \frac{m^2-3m+9}{(m+3)(m^2-3m+9)} = \frac{1}{m+3} = \frac{1}{-0,5} = -2;$$

$$\text{в) } \frac{4c^2-8c}{3c-2} - \frac{2c+5c^2}{2-3c} = \frac{4c^2-8c+2c+5c^2}{3c-2} = \frac{9c^2-6c}{3c-2} = \frac{3c(3c-2)}{3c-2} = 3c = 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{3};$$

$$\text{г) При } n=-4: \frac{n^2+n+1}{n^2-8} - \frac{n+3}{8-n^2} =$$

$$= \frac{n^2+n+1+n+3}{n^2-8} = \frac{n^2+2n+4}{(n-2)(n^2+2n+4)} = \frac{1}{n-2} = \frac{1}{-4-2} = -\frac{1}{6}.$$

$$3.21. \text{ а) } \frac{9x^2}{9x^2-4} - \frac{12x}{(3x-2)(3x+2)} + \frac{4}{9x^2-4} = \frac{9x^2-12x+4}{9x^2-4} = \frac{(3x-2)^2}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{3x-2}{3x+2}$$

$$\text{б) } \frac{25a^2}{25a^2-1} - \frac{10a}{(5a-1)(5a+1)} - \frac{1^{1-1}}{1-25a^2} = \frac{25a^2-10a+1}{25a^2-1} = \frac{(5a-1)^2}{(5a-1)(5a+1)} = \frac{5a-1}{5a+1}$$

$$3.22. \text{ а) } \frac{100d^2}{100d^2-9} - \frac{160d}{(3-10d)(10d+3)} + \frac{9-100d}{100d^2-9} =$$

$$= \frac{100d^2+160d+9-100d}{100d^2-9} = \frac{(10d+3)^2}{(10d-3)(10d+3)} = \frac{10d+3}{10d-3};$$

$$\text{б) } \frac{49}{49a^2-16} + \frac{56a+33}{(7a-4)(-7a-4)} - \frac{49a^2}{16-49a^2} =$$

$$= \frac{49-56a-33+49a^2}{49a^2-16} = \frac{49a^2-56a+16}{(7a-4)(7a+4)} = \frac{(7a-4)^2}{(7a-4)(7a+4)} = \frac{7a-4}{7a+4}.$$

$$3.23. \text{ a) } \frac{x^2+y^2}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^2}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2+y^2}{2xy-x^2-y^2} = \frac{x^2+y^2}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^2}{(x-y)^2} - \frac{3xy^2+y^2}{x^2-2xy+y^2} =$$

$$= \frac{x^2+y^2+3xy^2-y^2-3xy^2-y^2}{(x-y)^2} = \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x-y)} = \frac{x+y}{x-y}.$$

$$6) \frac{8m^2+3m-2}{4m^2+4m+1} + \frac{5m-7}{4m^2+4m+1} - \frac{4m-9}{(2m+1)^2} =$$

$$\frac{8m^2+3m-2+5m-7-4m+9}{(2m+1)^2} = \frac{8m^2+4m}{(2m+1)^2} - \frac{4m(2m+1)}{(2m+1)^2} = \frac{4m}{2m+1}.$$

$$3.24. \text{ a) } \frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{2ab}{b^2-2ab+a^2} - \frac{b^2}{(a-b)(b-a)} = \frac{a^2-2ab+b^2}{(a-b)^2} = 1;$$

$$6) \frac{y^2}{(-x-y)^2} + \frac{x^2}{x^2+2xy+y^2} - \frac{2xy}{(x+y)(-x-y)} = \frac{y^2+x^2+2xy}{(x+y)^2} = 1;$$

$$3.25. \text{ a) } \frac{5}{(b-4)(5-b)} + \frac{b+1}{(4-b)(5-b)} = \frac{5-b-1}{(b-4)(5-b)} = \frac{4-b}{(b-4)(5-b)} = \frac{1}{b-5};$$

$$6) \frac{2}{(3-a)(2-a)} + \frac{a-4}{(a-3)(a-2)} = \frac{2+a-4}{(3-a)(2-a)} = \frac{a-2}{(3-a)(2-a)} = \frac{-(2-a)}{(3-a)(2-a)} = \frac{1}{3-a}.$$

$$3.26. \text{ a) } \frac{*}{2-3a} + \frac{3a-4}{2-3a} = 1 \Rightarrow *+3a-4 = 2-3a \Rightarrow * = 6-6a$$

$$6) \frac{5x-4}{x-2} - \frac{*}{x-2} = 2 \Rightarrow 5x-4-* = 2x-4 \Rightarrow * = 3x$$

$$b) \frac{*}{2y+5} + \frac{y-1}{2y+5} = -1 \Rightarrow *+y-1 = -2y-5 \Rightarrow * = -3y-4$$

$$r) \frac{4b-7}{8b+9} - \frac{*}{8b+9} = -3 \Rightarrow -*+4b-7 = -24b-27 \Rightarrow * = 28b+20.$$

$$3.27. \frac{x^2-3}{(x-2)^4} - \frac{5x-1}{(x-2)^4} + \frac{x+6}{(x-2)^4} = \frac{x^2-3-5x+1+x+6}{(x-2)^4} = \frac{x^2-4x+4}{(x-2)^4} =$$

$$= \frac{(x-2)^2}{(x-2)^4} = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \text{ т.к. } (x-2)^2 > 0, x = 2 - \text{ недопустимое значение для}$$

приведенной дроби.

$$3.28. \frac{2-y^2}{(y-3)^4} - \frac{7-5y}{(y-3)^4} - \frac{4-y}{(y-3)^4} = \frac{2-y^2-7+5y-4+y}{(y-3)^4} = \frac{-(y^2-6y+9)}{(y-3)^4} =$$

$$= \frac{-(y-3)^2}{(y-3)^4} = -\frac{1}{(y-3)^2} < 0 \text{ при всех } y, \text{ кроме } y = 3 - \text{ недопустимое значение.}$$

$$3.29. \frac{x^3+y^3}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^3}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2}{2xy-x^2-y^2} = \frac{x^3+y^3+3xy^2-y^3-3xy^2}{(x-y)^2} = \frac{x^3}{(x-y)^2}.$$

§ 4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

$$4.1. \text{ а) } \frac{1^3}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3+5}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \frac{3^4}{8} - \frac{7}{32} = \frac{12-7}{32} = \frac{5}{32};$$

$$\text{в) } \frac{4}{49} - \frac{6^{17}}{7} = \frac{4-42}{49} = -\frac{38}{49};$$

$$\text{г) } \frac{13}{100} + \frac{17^{15}}{20} = \frac{13+85}{100} = \frac{98}{100} = 0,98.$$

$$4.2. \text{ а) } \frac{x^5}{4} + \frac{y^4}{5} = \frac{5x+4y}{20};$$

$$\text{б) } \frac{a^{13}}{8} - \frac{b^4}{6} = \frac{3a-4b}{24};$$

$$\text{в) } \frac{m^4}{9} + \frac{n^9}{4} = \frac{4m+9n}{36};$$

$$\text{г) } \frac{c^{12}}{10} - \frac{d^5}{4} = \frac{2c-5d}{20}.$$

$$4.3. \text{ а) } \frac{x^3}{5} + \frac{2x^{15}}{3} = \frac{3x+10x}{15} = \frac{13x}{15}$$

$$\text{б) } \frac{3b}{28} - \frac{b}{4} = \frac{3b}{28} - \frac{7b}{28} = -\frac{4b}{28} = -\frac{b}{7};$$

$$\text{в) } \frac{6m}{7} - \frac{m}{11} = m \cdot \left(\frac{6^{11}}{7} - \frac{1^{17}}{11} \right) = m \cdot \frac{66-7}{77} = \frac{59}{77}m;$$

$$\text{г) } \frac{m}{42} + \frac{5m^7}{6} = \frac{m+35m}{42} = \frac{36}{42} \cdot m = \frac{6}{7}m.$$

$$4.4. \text{ а) } \frac{x-1^4}{3} + \frac{x+1^{13}}{4} = \frac{4x-4+3x+3}{12} = \frac{7x-1}{12};$$

$$\text{б) } \frac{a+8^4}{9} + \frac{a-2^{13}}{12} = \frac{4a+32+3a-6}{36} = \frac{7a-26}{36};$$

$$\text{в) } \frac{c+5^{18}}{3} + \frac{2c+9^{13}}{8} = \frac{8c+40+6c+27}{24} = \frac{14c+67}{24};$$

$$\text{г) } \frac{3-z^2}{12} - \frac{3z-5^3}{8} = \frac{6-2z-9z+15}{24} = \frac{21-11z}{24}$$

$$4.5. \text{ а) } \frac{b-2}{5} + \frac{2b+1}{15} = \frac{3b-6}{15} + \frac{2b+1}{15} = \frac{5b-5}{15} = \frac{b-1}{3};$$

$$\text{б) } \frac{b-4q}{6} - \frac{2q+b}{10} = \frac{5b-20q}{30} - \frac{6q+3b}{30} = \frac{2b-14q}{30} = \frac{b-7q}{15};$$

$$\text{в) } \frac{5t-s}{14} - \frac{3s-t}{7} = \frac{5t-s}{14} - \frac{6s-2t}{14} = \frac{7t-7s}{14} = \frac{t-s}{2};$$

$$\text{г) } \frac{p-5}{20} + \frac{p-1}{12} = \frac{3p-15}{60} + \frac{5p-5}{60} = \frac{8p-20}{60} = \frac{2p-5}{15}$$

$$4.6. \text{ а) } \frac{a}{b} + \frac{2}{a} = \frac{a^2+2b}{ab};$$

$$\text{б) } \frac{n}{2m} - \frac{4m^2}{3n} = \frac{3n^2-8m^2}{6mn};$$

$$\text{в) } \frac{3}{y} - \frac{y^2}{x} = \frac{3x-y^3}{xy};$$

$$\text{г) } \frac{2p}{5q} + \frac{q^4}{2p} = \frac{4p^2+5q^5}{10pq}.$$

$$4.7. \text{ а) } \frac{3c-5^d}{c} - \frac{3d-2^c}{d} = \frac{3cd-5d-3dc+2c}{cd} = \frac{2c-5d}{cd}.$$

$$6) \frac{8a-15^b}{a} + \frac{3b-12^a}{b} = \frac{8ab-15b+3ab-12a}{ab} = \frac{11ab-15b-12a}{ab};$$

$$B) \frac{7-5r}{r} - \frac{8-5s}{s} = \frac{s(7-5r)-r(8-5s)}{rs} = \frac{7s-8r}{rs};$$

$$r) \frac{9-5z^t}{z} + \frac{5+4t^z}{t} = \frac{9t-5zt+5z+4zt}{zt} = \frac{9t+5z-zt}{zt}.$$

$$4.8. a) \frac{x}{7y} - \frac{1^7}{y} = \frac{x-7}{7y};$$

$$6) \frac{a}{12b} + \frac{3a}{4b} = \frac{a+9a}{12b} = \frac{10a}{12b} = \frac{5a}{6b};$$

$$B) \frac{7}{a} + \frac{b}{5a} = \frac{b+35}{5a};$$

$$r) \frac{5y}{8x} - \frac{7y}{24x} = \frac{15y-7y}{24x} = \frac{8y}{24x} = \frac{y}{3x}.$$

$$4.9. a) \frac{4m-5}{3m^2} - \frac{m+2}{m^2} = \frac{4m-5-3(m+2)}{3m^2} = \frac{m-11}{3m^2};$$

$$6) \frac{7p+1}{3p} + \frac{2p-3}{9p} = \frac{21p+3+2p-3}{9p} = \frac{23}{9};$$

$$B) \frac{3z-8}{5z^2} + \frac{z-1}{z^2} = \frac{3z-8+5(z-1)}{5z^2} = \frac{8z-13}{5z^2};$$

$$r) \frac{8-9t}{22t} - \frac{t+4}{11t} = \frac{8-9t-2(t+4)}{22t} = \frac{11t}{22t} = \frac{1}{2}.$$

$$4.10. a) \frac{x-4}{5x} + \frac{2}{3x} = \frac{3(x-4)+5 \cdot 2}{15x} = \frac{3x-2}{15x};$$

$$6) \frac{n+4}{8n} - \frac{m-2}{8m} = \frac{(n+4)m-n(m-2)}{8mn} = \frac{4m+2n}{8mn} = \frac{2m+n}{4mn};$$

$$B) \frac{3}{5a} - \frac{6+2a}{13a} = \frac{3 \cdot 13 - 5(6+2a)}{65a} = \frac{9-10a}{65a};$$

$$r) \frac{p+4}{12p} - \frac{q+8}{12q} = \frac{q(p+4)-p(q+8)}{12pq} = \frac{4q-8p}{12pq} = \frac{q-2p}{3pq}.$$

$$4.11. a) \frac{3c+5d}{35cd} + \frac{c-3d}{21cd} = \frac{3(3c+5d)+5(c-3d)}{105cd} = \frac{14c}{105cd} = \frac{2}{15d};$$

$$6) \frac{9-2a}{35a^2} - \frac{2a+1}{15a^2} = \frac{3(9-2a)-7(2a+1)}{105a^2} = \frac{20-20a}{105a^2} = \frac{4-4a}{15a^2};$$

$$B) \frac{4d+7}{14d^2} - \frac{2d+5}{10d^2} = \frac{5(4d+7)-7(2d+5)}{70d^2} = \frac{6d}{70d^2} = \frac{3}{35d};$$

$$r) \frac{2m+3n}{21mn} - \frac{m+6n}{15mn} = \frac{5(2m+3n)-7(m+6n)}{105mn} = \frac{3m-27n}{105mn} = \frac{m-9n}{35mn}.$$

$$4.12. a) \frac{b^b}{a} + \frac{1}{ab} = \frac{b^2+1}{ab};$$

$$B) \frac{t^2}{y} - \frac{4}{yt} = \frac{t^3-4}{yt};$$

$$6) \frac{2t}{xy} - \frac{3x}{yt} = \frac{2t^2-3x^2}{xyt};$$

$$r) \frac{6s}{pq} + \frac{8p}{qs} = \frac{6s^2+8p^2}{pqs}.$$

$$4.13. a) \frac{a-b}{ab} - \frac{a-c}{ac} = \frac{c(a-b)-b(a-c)}{abc} = \frac{ac-ab}{abc} = \frac{c-b}{bc};$$

$$6) \frac{2m-n}{mn} + \frac{5n-2k}{nk} = \frac{(m-n)k + m(5n-2k)}{mnk} = \frac{5mn-nk}{mnk} = \frac{5m-k}{mk};$$

$$b) \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} = \frac{z(x-y) + x(y-z)}{xyz} = \frac{xy-zy}{xyz} = \frac{x-z}{xz};$$

$$r) \frac{3z+2t}{zt} - \frac{t+3s}{st} = \frac{s(3z+2t) - z(t+3s)}{zst} = \frac{2ts-zt}{zst} = \frac{2s-z}{zs}.$$

$$4.14. a) \frac{x^2+y^2}{x} - x = \frac{x^2+y^2-x^2}{x} = \frac{y^2}{x};$$

$$6) 2s - \frac{(b+5)^2}{b} = \frac{2bs - b^2 - 2bs - s^2}{2bs} = -\frac{b^2+s^2}{2bs};$$

$$b) 3z + \frac{1-9z^2}{3z} = \frac{9z^2+1-9z^2}{3z} = \frac{1}{3z};$$

$$r) \frac{(p-q)^2}{2p} + q = \frac{p^2 - 2pq + q^2 + 2pq}{2p} = \frac{p^2 + q^2}{2p}.$$

$$4.15. a) (2a+1) - \frac{8a^2+3}{4a} = \frac{(2a+1)4a - 8a^2 - 3}{4a} = \frac{8a^2 + 4a - 8a^2 - 3}{4a} = \frac{4a-3}{4a};$$

$$6) \frac{4}{3b} + 3b + 1 = \frac{4+9b^2+3b}{3b}; \quad b) \frac{9b^2-4}{3b} + (2-3b) = \frac{9b^2-4+(2+3b)3b}{3b} = \frac{6b-4}{3b};$$

$$r) a-1 + \frac{1}{4a} = \frac{(a-1)4a+1}{4a} = \frac{4a^2-4a+1}{4a}.$$

$$4.16. a) \frac{1}{x^2} + \frac{x-2}{x} = \frac{1+x(x-2)}{x^2} = \frac{x^2-2x+1}{x^2};$$

$$6) \frac{5}{a} - \frac{10a-1}{5a^3} = \frac{5 \cdot 5a^2 - 10a + 1}{5a^3} = \frac{(5a-1)^2}{5a^3};$$

$$b) \frac{m+1}{m} - \frac{3m-1}{m^2} = \frac{m(m+1) - m(3m-1)}{m^2} = \frac{m^2 + m - 3m^2 + m}{m^2} = \frac{2m-3m^2}{m^2} = \frac{2-3m}{m};$$

$$r) \frac{1+8y}{y^3} + \frac{8}{y} = \frac{y^2(1+8y) + 8}{y^3} = \frac{8y^3 + y^2 + 8}{y^3}.$$

$$4.17. a) \frac{y-x}{xy} + \frac{y-x}{y^2} = \frac{y(y-x) + x(y-x)}{y^2x} = \frac{y^2-x^2}{y^2x};$$

$$6) \frac{d+9}{3d} - \frac{d-3}{d^2} = \frac{d(d+9) - 3(d-3)}{3d^2} = \frac{d^2+6d+9}{3d^2};$$

$$b) \frac{a-3b}{ab} + \frac{b+a}{a^2} = \frac{a(a-3b) + b(b+a)}{a^2b} = \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2b};$$

$$r) \frac{c+4}{4c} - \frac{c+4}{c^2} = \frac{c(c+4) - 4(c+4)}{4c^2} = \frac{c^2-16}{4c^2}.$$

$$4.18. a) \frac{m+2}{m^2n} - \frac{n-3}{mn^2} = \frac{nm^2+2n-mn+3m}{m^2n^2} = \frac{2n+3m}{m^2n^2};$$

$$6) \frac{z^2+3t}{3z^2t} + \frac{z-2}{2z^2} = \frac{2(z^2+3t)+3t(z-2)}{6z^2t} = \frac{2z^2+3tz}{6z^2t} = \frac{2z+3t}{6zt};$$

$$B) \frac{y-1}{xy^2} - \frac{2+x}{x^2y} = \frac{x(y-1)-y(2+x)}{x^2y^2} = -\frac{x+2y}{x^2y^2};$$

$$r) \frac{m^3-3n^2}{3m^3n^2} - \frac{m-5}{5m^3} = \frac{5(m^3-3n^2)-3n^2(m-5)}{15m^3n^2} = \frac{5m^3-3n^2m}{15m^3n^2} = \frac{5m^2-3n^2}{15m^2n^2}$$

$$4.19. a) \frac{xy-y}{x} - \frac{xy-x}{y} - \frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{y(xy-y)-x(xy-x)-x^2+y^2}{xy} = \frac{xy^2-x^2y}{xy} = y-x;$$

$$6) 12 + \frac{4p}{q} + \frac{p^2}{3q^2} = \frac{36q^2+12pq+p^2}{3q^2} = \frac{(p+6q)^2}{3q^2};$$

$$B) \frac{3mn+2n^2}{mn} - \frac{m+2n}{m} + \frac{m-2n}{n} = \frac{3mn+2n^2-n(m+2n)+m(m-2n)}{mn} = \frac{m^2}{mn} = \frac{m}{n},$$

$$r) \frac{25b^2}{2a^2} - \frac{10b}{a} + 2 = \frac{25b^2-20ab+4a^2}{2a^2} = \frac{(2a-5b)^2}{2a^2}.$$

$$4.20. a) \frac{12x+5y}{4x^2y} - \frac{5y-4x}{5xy^2} = \frac{5y(12x+5y)-4x(5y-4x)}{20x^2y^2} =$$

$$= \frac{60xy+25y^2-20xy+16x^2}{20x^2y^2} = \frac{(4x+5y)^2}{20x^2y^2} = \frac{(2+1)^2}{20 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{25}} = 45.$$

$$6) \frac{2n+3m}{6mn^2} - \frac{9m-2n}{9m^2n} = \frac{3m(2n+3m)-2n(9m-2n)}{18m^2n^2} =$$

$$= \frac{9m^2-12mn+4n^2}{18m^2n^2} = \frac{(3m-2n)^2}{18m^2n^2} = \frac{(2-1)^2}{18 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{2};$$

$$4.21. a) \frac{1}{z+2} - \frac{2}{3z} = \frac{3z-2(z+2)}{3z(z+2)} = \frac{z-4}{3z(z+2)},$$

$$6) \frac{2a+b}{6a-b} - \frac{b}{2a} = \frac{2a(2a+b)-b(6a-b)}{2a(6a-b)} = \frac{4a^2-4ab+b^2}{2a(6a-b)} = \frac{(2a-b)^2}{2a(6a-b)};$$

$$B) \frac{1}{2t} - \frac{2}{5t} = \frac{5t-2(2t-1)}{5t(2t-1)} = \frac{t+2}{5t(2t-1)};$$

$$r) \frac{7n+2k}{9n-2k} + \frac{n}{2k} = \frac{2k(7n+2k)+n(9n-2k)}{2k(9n-2k)} = \frac{4k^2+12kn+9n^2}{2k(9n-2k)} = \frac{(2k+3n)^2}{2k(9n-2k)}$$

$$4.22. a) 4a + \frac{1}{a-1} = \frac{4a^2-4a+1}{a-1} = \frac{(2a-1)^2}{a-1};$$

$$6) a-1 - \frac{2-3a}{a-2} = \frac{(a-1)(a-2)-(2-3a)}{a-2} = \frac{a^2}{a-2};$$

$$B) \frac{9+3b^2}{b+3} - 2b = \frac{9+3b^2-2b^2-6b}{b+3} = \frac{(b-3)^2}{b+3};$$

$$r) \frac{3-2b^2}{2b-1} + b+3 = \frac{3-2b^2+(b+3)(2b-1)}{2b-1} = \frac{5b}{2b-1}$$

$$4.23. \text{ a) } x+y-\frac{x^2+y^2}{x-y}=\frac{x^2-y^2-x^2-y^2}{x-y}=-\frac{2y^2}{x-y};$$

$$\text{б) } x-y-\frac{x^2+y^2}{x-y}=\frac{x^2-2xy+y^2-x^2-y^2}{x-y}=-\frac{2xy}{x-y};$$

$$\text{в) } \frac{a^2+b^2}{a+b}+a-b=\frac{a^2+b^2+a^2-b^2}{a+b}=\frac{2a^2}{a+b};$$

$$\text{г) } \frac{a^2+b^2}{a+b}-a-b=\frac{a^2+b^2-(a+b)^2}{a+b}=-\frac{2ab}{a+b}.$$

$$4.24. \text{ a) } \frac{b}{a}+\frac{b}{a(a-1)}=\frac{b(a-1)+b}{a(a-1)}=\frac{ab}{a(a-1)}=\frac{b}{a-1};$$

$$\text{б) } \frac{b+a}{2a}+\frac{b^2}{a(a-b)}=\frac{(b+a)(a-b)+2b^2}{2a(a-b)}=\frac{a^2+b^2}{2a(a-b)};$$

$$\text{в) } \frac{3d}{c(c+3)}-\frac{d}{c}=\frac{3d-d(c+3)}{c(c+3)}=\frac{cd}{c(c+3)}=\frac{d}{c+3};$$

$$\text{г) } \frac{n^2}{m(m+n)}-\frac{m-n}{3m}=\frac{3n^2-(m-n)(m+n)}{3m(m+n)}=\frac{4n^2-m^2}{3m(m+n)}.$$

$$4.25. \text{ a) } \frac{c+1}{c+3}-\frac{c^2-3}{c(c+3)}=\frac{c(c+1)-(c^2-3)}{c(c+3)}=\frac{1}{c};$$

$$\text{б) } \frac{a-2}{a^2}-\frac{a+2}{a(a-2)}=\frac{(a-2)^2-(a+2)a}{a^2(a-2)}=\frac{-6a+4}{a^2(a-2)};$$

$$\text{в) } \frac{x^2}{y(y+x)}+\frac{y+2x}{y+x}=\frac{x^2+y(y+2x)}{x(y+x)}=\frac{(x+y)^2}{x(y+x)}=\frac{x+y}{x};$$

$$\text{г) } \frac{4-m}{m(m+2)}+\frac{m-2}{m^2}=\frac{m(4-m)+(m+2)(m-2)}{m^2(m+2)}=\frac{4(m-1)}{m^2(m+2)}.$$

$$4.26. \text{ a) } \frac{a}{a(a+b)}+\frac{2}{b(a+b)}=\frac{2b+2a}{ab(a+b)}=\frac{2}{ab};$$

$$\text{б) } \frac{y+c}{c(c+a)}+\frac{y-a}{a(c+a)}=\frac{a(y+c)+c(y-a)}{ac(c+a)}=\frac{y(a+c)}{ac(a+c)}=\frac{y}{ac};$$

$$\text{в) } \frac{3}{x(x-y)}-\frac{3}{y(x-y)}=\frac{3y-3x}{xy(x-y)}=-\frac{3}{xy};$$

$$\text{г) } \frac{y-x}{x(x-a)}-\frac{y-a}{a(x-a)}=\frac{a(y-x)-x(y-a)}{ax(x-a)}=\frac{ay-yx}{ax(x-a)}=-\frac{y}{ax}$$

$$4.27. \text{ a) } \frac{y}{x(x+y)}-\frac{x}{y(x+y)}=\frac{y^2-x^2}{xy(x+y)}=\frac{y-x}{xy};$$

$$\text{б) } \frac{m+2n}{n(m+n)}+\frac{n}{m(m+n)}=\frac{m(m+2n)+n^2}{mn(m+n)}=\frac{(m+n)^2}{mn(m+n)}=\frac{m+n}{mn};$$

$$\text{в) } \frac{9t}{p(3t-p)}-\frac{p}{t(3t-p)}=\frac{9t^2-p^2}{pt(3t-p)}=\frac{(3t-p)(3t+p)}{pt(3t-p)}=\frac{3t+p}{pt};$$

$$\Gamma) \frac{a}{b(a-b)} - \frac{2a-b}{a(a-b)} = \frac{a^2-b(2a-b)}{ab(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{ab(a-b)} = \frac{a-b}{ab}.$$

$$4.28. \text{ a) } \frac{c}{b(c-2b)} + \frac{2}{2b-c} = \frac{c-2b}{b(c-2b)} = \frac{1}{b};$$

$$\text{б) } \frac{a}{b(c-b)} + \frac{b}{c(b-c)} = \frac{c^2-b^2}{c(c-b)} = \frac{c+b}{c}; \quad \text{в) } \frac{6}{a(a-2)} + \frac{3}{2-a} = \frac{6-3a}{a(a-2)} = -\frac{3}{a},$$

$$\Gamma) \frac{9n}{m(3n-m)} + \frac{m}{n(m-3n)} = \frac{9n^2-m^2}{m(3n-m)} = \frac{3n+m}{m}.$$

$$4.29. \text{ a) } \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{x(x-y)+y(x+y)}{x^2-y^2} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2};$$

$$\text{б) } \frac{a-3}{a+3} - \frac{a+2}{a-2} = \frac{(a-3)(a-2)-(a+2)(a+3)}{(a+3)(a-2)} = \frac{-10a}{(a+3)(a-2)},$$

$$\text{в) } \frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} = \frac{m(m+n)-n(m-n)}{m^2-n^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2};$$

$$\Gamma) \frac{p+2}{p+1} - \frac{p+6}{p+3} = \frac{(p+2)(p+3)-(p+6)(p+1)}{(p+1)(p+3)} = -\frac{2p}{(p+1)(p+3)}$$

$$4.30. \text{ a) } \frac{c-d}{2d(c+d)} + \frac{c+d}{2d(c-d)} = \frac{(c-d)^2+(c+d)^2}{2d(c^2-d^2)} = \frac{c^2+d^2}{d(c^2-d^2)},$$

$$\text{б) } \frac{x+4y}{5y(x+y)} - \frac{x-y}{5y(x-4y)} = \frac{x^2-16y^2-(x^2-y^2)}{5y(x+y)(x-4y)} = -\frac{3y}{(x+y)(x-4y)},$$

$$\text{в) } \frac{x+y}{4x(x-y)} - \frac{x-y}{4x(x+y)} = \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4x(x^2-y^2)} = \frac{4xy}{4x(x^2-y^2)} = \frac{y}{x^2-y^2},$$

$$\Gamma) \frac{d-c}{3c(2c+d)} + \frac{2c-d}{3c(c+d)} = \frac{d^2-c^2+4c^2-d^2}{3c(2c+d)(c+d)} = \frac{c}{(2c+d)(c+d)}$$

$$4.31. \text{ a) } \frac{x^2-3xy}{(x+y)(x-y)} + \frac{y}{x-y} = \frac{x^2-3xy+y(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x-y}{x+y},$$

$$\text{б) } \frac{a-3c}{a-c} + \frac{a^2+3c^2}{(a-c)(a+c)} = \frac{(a+c)(a-3c)+a^2+3c^2}{(a-c)(a+c)} = \frac{2a^2-2ac}{(a-c)(a+c)} = \frac{2a}{a+c},$$

$$\text{в) } \frac{b-2m}{b+m} - \frac{m^2-5bm}{(b-m)(b+m)} = \frac{(b-2m)(b-m)-(m^2-5mb)}{(b-m)(b+m)} =$$

$$= \frac{b^2-3mb+2m^2-m^2+5mb}{(b-m)(b+m)} = \frac{(b+m)^2}{(b-m)(b+m)} = \frac{b+m}{b-m};$$

$$\Gamma) \frac{3d}{d+4} - \frac{d^2-20d}{(d-4)(d+4)} = \frac{3d(d-4)-d^2+20d}{(d-4)(d+4)} =$$

$$= \frac{2d^2+8d}{(d-4)(d+4)} = \frac{2d(d+4)}{(d-4)(d+4)} = \frac{2d}{d-4}.$$

$$4.32. a) \frac{-6x-3+2(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{-2x+3}{(2x-3)(2x+3)} = -\frac{1}{2x+3};$$

$$б) \frac{6a+1+2a(2a-1)}{(2a+1)(2a-1)} = \frac{(2a+1)^2}{(2a+1)(2a-1)} = \frac{2a+1}{2a-1};$$

$$в) \frac{15x-15y-4(5x-3y)}{(5x-3y)(5x+3y)} = \frac{-5x-3y}{(5x-3y)(5x+3y)} = -\frac{1}{5x-3y} = \frac{1}{3y-5x},$$

$$г) \frac{4-18x+3x(3x+2)}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{(3x-2)^2}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{3x-2}{3x+2}.$$

$$4.33. a) \frac{4b-a+(a-b)^2}{a(a+b)(a-b)} = \frac{(a+b)^2}{a(a+b)(a-b)} = \frac{a+b}{a(a-b)};$$

$$б) \frac{(3-x)x+(x-2)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{2(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x(x+1)};$$

$$в) \frac{(c+2)^2-8c}{c(c-2)(c+2)} = \frac{(c-2)^2}{c(c-2)(c+2)} = \frac{c-2}{c(c+2)};$$

$$г) \frac{(a+5)a-(a+4)(a-3)}{a(a-3)(a+3)} = \frac{4a+12}{a(a-3)(a+3)} = \frac{4}{a(a-3)}.$$

$$4.34. a) \frac{3c-6(c-2)}{(c-2)^2} = \frac{12-6c}{(c-2)^2} = \frac{6}{2-c}; \quad б) \frac{2a^2-(a+b)(a-b)}{2(a-b)^2} = \frac{a^2+b^2}{2(a-b)^2},$$

$$в) \frac{3m+2(m+5)}{(m+5)^2} = \frac{5m+10}{(m+5)^2}; \quad г) \frac{(x+y)(x-y)+3x^2}{3(x-y)^2} = \frac{4x^2-y^2}{3(x-y)^2}.$$

$$4.35. a) \frac{a^2+3ab}{2ab+2b^2} - \frac{a}{2b} = \frac{a^2+3ab}{2b(a+b)} - \frac{a}{2b} = \frac{a^2+3ab-a(a+b)}{2b(a+b)} = \frac{2ab}{2b(a+b)} = \frac{a}{a+b},$$

$$б) \frac{3b+a}{9a} + \frac{b^2}{a^2-3ab} = \frac{3b+a}{9a} + \frac{b^2}{a(a-3b)} = \frac{(a+3b)(a-3b)+9b^2}{9a(a-3b)} = \frac{a^2}{9a(a-3b)} = \frac{a}{9(a-3b)};$$

$$в) \frac{c}{3d} - \frac{4cd+c^2}{3d^2+3cd} = \frac{c}{3d} - \frac{4cd+c^2}{3d(c+d)} = \frac{c(c+d)-4cd}{3d(c+d)} = \frac{-3cd}{3d(c+d)} = -\frac{c}{c+d},$$

$$г) \frac{n}{n^2+2mn} + \frac{m-2n}{4mn} = \frac{n}{m(m+2n)} + \frac{m-2n}{4mn} = \frac{4n^2+m^2-4n^2}{4mn(m+2n)} = \frac{m}{4n(m+2n)}.$$

$$4.36. a) \frac{a-12}{2a-8} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-12+2a}{2a-8} = \frac{3(a-4)}{2(a-4)} = \frac{3}{2};$$

$$б) \frac{x-1}{3x-12} - \frac{x-2}{2x-8} = \frac{2(x-1)-3(x-2)}{6(x-4)} = \frac{4-x}{6(x-4)} = -\frac{1}{6};$$

$$в) \frac{d+3}{cd+d^2} - \frac{c-3}{cd+c^2} = \frac{d+3}{d(c+d)} - \frac{c-3}{c(c+d)} = \frac{c(d+3)-d(c-3)}{cd(c+d)} = \frac{3(c+d)}{cd(c+d)} = \frac{3}{cd},$$

$$г) \frac{3p+q}{p^2-pq} - \frac{3q+p}{pq-q^2} = \frac{3p+q}{p(p-q)} - \frac{3q+p}{q(p-q)} = \frac{q(3p+q)-p(3q+p)}{pq(p-q)} = \frac{q^2-p^2}{pq(p-q)} = -\frac{p+q}{pq}.$$

$$4.37. a) \frac{2-a}{a(a-b)} - \frac{2-b}{b(a-b)} = \frac{b(2-a) - a(2-b)}{ab(a-b)} = \frac{2(b-a)}{ab(a-b)} = -\frac{2}{ab},$$

$$b) \frac{b+2a}{a(a+b)} - \frac{a+2b}{b(a+b)} = \frac{b(b+2a) - a(a+2b)}{ab(a+b)} = \frac{(b-a)(b+a)}{ab(a+b)} = \frac{b-a}{ab},$$

$$c) \frac{d+3}{d(c+d)} - \frac{c-3}{c(c+d)} = \frac{c(d+3) - d(c-3)}{cd(c+d)} = \frac{3(c+d)}{cd(c+d)} = \frac{3}{cd};$$

$$r) \frac{3p+q}{p(p-q)} - \frac{3q+p}{q(p-q)} = \frac{(3p+q)q - p(3q+p)}{pq(p-q)} = \frac{(q-p)(q+p)}{pq(p-q)} = -\frac{p+q}{pq}$$

$$4.38. a) \frac{2b}{(1-b)(1+b)} + \frac{1}{1+b} = \frac{2b+1-b}{(1-b)(1+b)} = \frac{1}{1-b},$$

$$b) \frac{36+c^2-c(c+6)}{(c-6)(c+6)} = \frac{6(6-c)}{(c-6)(c+6)} = -\frac{6}{c+6},$$

$$c) \frac{2a-(a-3)}{(a-3)(a+3)} = \frac{a+3}{(a-3)(a+3)} = \frac{1}{a-3},$$

$$r) \frac{2(m+4)-(5m-4)}{m^2-16} = \frac{12-3m}{(m-4)(m+4)} = \frac{3(4-m)}{(m-4)(m+4)} = -\frac{3}{m+4}$$

$$4.39. a) \frac{10x}{(4-x)(4+x)} - \frac{5}{4-x} = \frac{10-5(4+x)}{(4-x)(4+x)} = \frac{5(x-4)}{(4-x)(4+x)} = -\frac{5}{x+4},$$

$$b) \frac{6x^2-15x+25-x(5+2x)}{(2x-5)(2x+5)} = \frac{(2x-5)^2}{(2x-5)(2x+5)} = \frac{2x-5}{2x+5},$$

$$c) \frac{12n}{(n-7)(n+7)} - \frac{6}{n-7} = \frac{12n-6(n+7)}{(n-7)(n+7)} = \frac{6(n-7)}{(n-7)(n+7)} = \frac{6}{n+7};$$

$$r) \frac{15z^2+32z+16}{(3z-4)(3z+4)} - \frac{2z}{3z-4} = \frac{15z^2+32z+16-2z(3z+4)}{(3z-4)(3z+4)} = \frac{(3z+4)^2}{(3z-4)(3z+4)} = \frac{3z+4}{3z-4}$$

$$4.40. a) \frac{1-x}{x(x-y)} - \frac{y-1}{y(y-x)} = \frac{(1-x)y + (y-1)x}{xy(x-y)} = \frac{y-x}{xy(x-y)} = -\frac{1}{xy}$$

$$b) \frac{p-q}{2p(p+q)} + \frac{2q}{(p-q)(p+q)} = \frac{(p-q)^2 + 2q \cdot 2p}{2p(p-q)(p+q)} = \frac{(p+q)^2}{2p(p-q)(p+q)} = \frac{p+q}{2p(p-q)},$$

$$c) \frac{3+c}{c(c-d)} - \frac{3+d}{d(c-d)} = \frac{(3+c)d - (3+d)c}{cd(c-d)} = \frac{3(d-c)}{cd(c-d)} = -\frac{3}{cd},$$

$$r) \frac{3m+n}{3m^2-3mn} - \frac{4n}{9m^2-n^2} = \frac{3m+n}{3m(3m-n)} - \frac{4n}{(3m-n)(3m+n)} =$$

$$= \frac{(3m+n)^2 - 4n \cdot 3m}{3m(3m-n)(3m+n)} = \frac{(3m-n)^2}{3m(3m-n)(3m+n)} = \frac{3m-n}{3m(m+n)}$$

$$4.41. a) \frac{y}{(x-y)^2} + \frac{x+y}{y(x-y)} = \frac{y^2 + (x-y)(x+y)}{y(x-y)^2} = \frac{x^2}{y(x-y)^2},$$

$$b) \frac{9p+63}{(p+9)^2} - \frac{8}{p+9} = \frac{9p+63-8(p+9)}{(p+9)^2} = \frac{p-9}{(p+9)^2}.$$

$$\text{B)} \quad \frac{a+b}{a(a-b)} - \frac{a}{(a-b)^2} = \frac{a^2 - b^2 - a^2}{a(a-b)^2} = -\frac{b^2}{a(a-b)^2}.$$

$$\text{r)} \quad \frac{3z+7}{(z+7)^2} - \frac{2}{z+7} = \frac{3z+7-2(z+7)}{(z+7)^2} = \frac{z-7}{(z+7)^2}.$$

$$4.42. \text{ a)} \quad \frac{12x+5y}{20x^2y} - \frac{5y-4x}{25xy^2} = \frac{5y(12x+5y)-4x(5y-4x)}{100x^2y^2} = \left(\frac{5y+4x}{10xy}\right)^2;$$

$$\text{б)} \quad \frac{2n+3m}{12mn^2} - \frac{9m-2n}{18m^2n} = \frac{3m(2n+3m)-2n(9m-2n)}{36m^2n^2} = \left(\frac{3m-2n}{6mn}\right)^2$$

$$4.43. \text{ a)} \quad \frac{5}{18y} - \frac{2+3y}{3y^3} - \frac{y-3}{9y^2} = \frac{5}{18y} - \frac{2}{3y^3} - \frac{1}{y^2} - \frac{1}{9y} + \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{6y} - \frac{2}{3y^2} - \frac{2}{3y^3}$$

$$\frac{y-2}{6y^2} - \frac{y+2}{3y^3} = \frac{1}{6y} - \frac{2}{3y^2} - \frac{2}{3y^3}$$

$$\text{б)} \quad -\frac{abc-a^3}{a^2b} + \frac{abc-b^3}{b^2c} + \frac{abc-c^3}{c^2a} = \frac{a(bc-a^2)^c}{a^2b} + \frac{b(ac-b^2)^a}{b^2c} + \frac{c(ab-c^2)^b}{c^2a} =$$

$$= \frac{bc^2-a^2c+a^2c-b^2a+ab^2-c^2b}{abc} = 0.$$

$$4.44. \text{ a)} \quad \frac{3m+4}{(3m-2)(3m+2)} - \frac{3}{2(3m-2)} = \frac{2(3m+4)-3(3m+2)}{2(3m-2)(3m+2)} =$$

$$= \frac{2-3m}{2(3m-2)(3m+2)} = -\frac{1}{2(3m+2)};$$

$$\text{б)} \quad \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a^{-1}}{4ax-x^2} = \frac{x-12a}{(x-4a)(x+4a)} + \frac{4a}{x(x-4a)} =$$

$$= \frac{x^2-12xa+4xa+16a^2}{x(x^2-16a^2)} = \frac{x^2-8xa+16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{(x-4a)^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x-4a}{x(x+4a)};$$

$$\text{B)} \quad \frac{3}{2(b-3a)} + \frac{3a+2b}{(3a-b)(3a+b)} = \frac{-3(3a+b)+2(3a+2b)}{2(3a-b)(3a+b)} =$$

$$= \frac{b-3a}{2(3a-b)(3a+b)} = -\frac{1}{2(3a+b)};$$

$$\text{r)} \quad \frac{c-30d}{c^2-100d^2} - \frac{10d^{-1}}{10cd-c^2} = \frac{c-30d^c}{(c-10d)(c+10d)} + \frac{10d}{c(c-10d)} =$$

$$= \frac{c^2-30cd+10cd+100d^2}{c(c-10d)(c+10d)} = \frac{(c-10d)^2}{c(c-10d)(c+10d)} = \frac{c-10d}{c(c+10d)}$$

$$4.45. \text{ a)} \quad \frac{4a(a+2)-3a^2-8a-4}{(a+2)^2} = \frac{a^2-4}{(a+2)^2} = \frac{(a-2)(a+2)}{(a+2)^2} = \frac{a-2}{a+2};$$

$$\text{б)} \quad \frac{7n^2+mn-8m^2}{(m-n)^2} + \frac{8m}{m-n} = \frac{7n^2+mn-8m^2+8m(m-n)}{(m-n)^2} = \frac{7n(n-m)}{(m-n)^2} = \frac{7n}{n-m};$$

$$\text{в)} \frac{8y^2 - 9xy + x^2}{(x-y)^2} + \frac{9y}{x-y} = \frac{8y^2 - 9xy + x^2 + 9y(x-y)}{(x-y)^2} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)^2} = \frac{x+y}{x-y};$$

$$\text{г)} \frac{5+13p-6p^2}{(3p+1)^2} + \frac{2p}{3p+1} = \frac{5+13p-6p^2+2p(3p+1)}{(3p+1)^2} = \frac{5(3p+1)}{(3p+1)^2} = \frac{5}{3p+1}.$$

$$4.46. \text{ а)} \frac{2x^2+1-x(x-1)}{x^3-1} = \frac{x^2+x+1}{x^3-1} = \frac{1}{x-1};$$

$$\text{б)} \frac{6y+y^2-2y+4}{y^3+8} = \frac{(y+2)^2}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{y+2}{y^2-2y+4};$$

$$\text{в)} \frac{6c^2+48-3c(c+4)}{c^3+64} = \frac{3(c^2-4c+16)}{(c+4)(c^2-4c+16)} = \frac{3}{c+4};$$

$$\text{г)} \frac{b^2+3b+9-9b}{b^3-27} = \frac{(b-3)^2}{(b-3)(b^2+3b+9)} = \frac{b-3}{b^2+3b+9}.$$

$$4.47. \text{ а)} \frac{c^3+d^3-c^3+d^3}{c+d} = \frac{2d^3}{c+d}; \quad \text{б)} \frac{a^3-b^3-a^3-b^3}{a^2-ab+b^2} = -\frac{2b^3}{a^2-ab+b^2};$$

$$\text{в)} \frac{m^1+n^3-m^3+n^1}{m-n} = \frac{2n^3}{m-n}; \quad \text{г)} \frac{x^3+y^3+x^3-y^3}{x^2+xy+y^2} = \frac{2x^3}{x^2+xy+y^2}.$$

$$4.48. \text{ а)} \frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = \frac{a^3+b^3+a^3-b^3}{a^2-b^2} = \frac{2a^3}{a^2-b^2};$$

$$\text{б)} \frac{m^2-2mn+4n^2}{m-2n} + \frac{m^2+2mn+4n^2}{m+2n} = \frac{m^3+8n^3+m^3-8n^3}{m^2-4n^2} = \frac{2m^3}{m^2-4n^2},$$

$$\text{в)} \frac{9x^2-3xy+y^2}{3x-y} + \frac{9x^2+3xy+y^2}{3x+y} = \frac{27x^3+y^3+27x^3-y^3}{9x^2-y^2} = \frac{54x^3}{9x^2-y^2};$$

$$\text{г)} \frac{4l^2+6lk+9k^2}{2l+3k} + \frac{4l^2-6lk+9k^2}{2l-3k} = \frac{8l^3-27k^3+8l^3+27k^3}{4l^2-9k^2} = \frac{16l^3}{4l^2-9k^2}$$

$$4.49. \text{ а)} 1^{a^3+1} - \frac{1}{a^3+1} - \frac{a}{a+1} = \frac{a^3+1-1-a^3+a^2-a}{a^3+1} = \frac{a^2-a}{a^3+1};$$

$$\text{б)} \frac{c(c-3)-(c^2+3c+9)+27}{c^3-27} = \frac{18-6c}{c^3-27} = \frac{6(3-c)}{(c-3)(c^2+3c+9)} = -\frac{6}{c^2+3c+9},$$

$$\text{в)} 1^{8d^3+1} - \frac{2d-1}{4d^2-2d+1} - \frac{2d}{2d+1} =$$

$$= \frac{8d^3+1-4d^2+1-8d^3+4d^2-2d}{8d^3+1} = \frac{2-2d}{8d^3+1};$$

$$\text{г)} \frac{1}{b+2} - \frac{b^{b+2}}{b^2-2b+4} - \frac{12}{b^3+8} = \frac{b^2-2b+4-b^2-2b-12}{b^3+8} =$$

$$= \frac{-4(b+2)}{(b+2)(b^2-2b+4)} = \frac{-4}{b^2-2b+4}$$

$$\begin{aligned}
 4.50. \text{ a) } & \frac{3b^2 + 2b + 4}{b^3 - 1} - \frac{1 - 2b}{b^2 + b + 1} - \frac{3}{b - 1} = \\
 & = \frac{3b^2 + 2b + 4 - b + 2b^2 + 1 - 2b - 3b^2 - 3b - 3}{b^3 - 1} = \\
 & = \frac{2(b^2 - 2b + 1)}{(b - 1)(b^2 + b + 1)} = \frac{2(b - 1)^2}{(b - 1)(b^2 + b + 1)} = \frac{2(b - 1)}{b^2 + b + 1}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{a - 2}{a^2 + 2a + 4} - \frac{6a}{a^3 - 8} + \frac{1}{a - 2} = \frac{a^2 - 4a + 4 - 6a + a^2 + 2a + 4}{a^3 - 8} = \\
 & = \frac{2a^2 - 8a + 8}{a^3 - 8} = \frac{2(a^2 - 4a + 4)}{a^3 - 8} = \frac{2(a - 2)^2}{(a - 2)(a^2 + 2a + 4)} = \frac{2(a - 2)}{a^2 + 2a + 4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4.51. \text{ a) } & \frac{2mn}{m^3 + n^3} + \frac{2m}{m^2 - n^2} - \frac{1}{m - n} = \\
 & = \frac{2mn}{(m + n)(m^2 - mn + n^2)} + \frac{2m}{(m - n)(m + n)} - \frac{1}{m - n} = \\
 & = \frac{2m^2n - 2mn^2 + 2m^3 - 2m^2n + 2mn^2 - m^3 - n^3}{(m + n)(m^2 - mn + n^2)(m - n)} = \\
 & = \frac{(m - n)(m^2 + mn + n^2)}{(m + n)(m^2 - mn + n^2)(m - n)} = \frac{m^2 + mn + n^2}{m^3 + n^3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{2xy}{x^3 - y^3} - \frac{2x}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x + y} = \frac{2xy}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} - \frac{2x}{(x - y)(x + y)} + \frac{1}{x + y} = \\
 & = \frac{2x^2y + 2xy^2 - 2x^3 - 2x^2y - 2xy^2 + x^3 - y^3}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)} = \\
 & = \frac{-(x^3 + y^3)}{(x^3 - y^3)(x + y)} = \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{(y^3 - x^3)(x + y)} = \frac{x^2 - xy + y^2}{y^3 - x^3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4.52. \text{ a) } & \frac{1}{(b - 5)^2} - \frac{2}{b^2 - 25} + \frac{1}{(b + 5)^2} = \\
 & = \frac{b^2 + 10b + 25 - 2b^2 + 50 + b^2 - 10b + 25}{(b - 5)^2(b + 5)^2} = \frac{100}{(b - 5)^2(b + 5)^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{1}{(2m - 5n)^2} - \frac{2}{25n^2 - 4m^2} + \frac{1}{(5n + 2m)^2} = \\
 & = \frac{25n^2 + 20nm + 4m^2 - 50n^2 + 8m^2 + 25n^2 - 20nm + 4m^2}{(25n^2 - 4m^2)^2} = \frac{16m^2}{(25n^2 - 4m^2)^2}
 \end{aligned}$$

4.53.

$$\begin{aligned} \frac{3a(16-3a)}{9a^2-4} + \frac{3(1+2a)}{2-3a} - \frac{2-9a}{3a+2} &= \frac{3a(16-3a)}{(3a-2)(3a+2)} - \frac{3(1+2a)^{3a+2}}{(3a-2)} - \frac{2-9a^{3a-2}}{3a+2} = \\ &= \frac{48a-9a^2-3(3a+6a^2+2+4a)-(6a-27a^2-4+18a)}{9a^2-4} = \\ &= \frac{48a-9a^2-18a^2-21a-6+27a^2-24a+4}{9a^2-4} = \frac{3a-2}{(3a-2)(3a+2)} = \frac{1}{3a+2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4.54. \quad \frac{x+2y}{x^2+2x+y^2} - \frac{x-2y}{x^2-y^2} + \frac{2y^2}{(x+y)(x^2-y^2)} &= \frac{x+2y}{(x+y)^2} - \frac{x-2y^{x+y}}{(x-y)(x+y)} + \\ &- \frac{2y^2}{(x+y)(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+2xy-xy-2y^2-x^2+2xy-xy+2y^2+2y^2}{(x+y)(x-y)(x+y)} = \\ &= \frac{2y^2+2xy}{(x+y)^2(x-y)} = \frac{2y(y+x)}{(y+x)^2(x-y)} = \frac{2y}{x^2-y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4.55. \quad \frac{1}{2z^2+5z} - \frac{2}{25-10z} - \frac{4}{4z^2-25z} &= \frac{1^{5(2z-5)}}{z(2z+5)} + \frac{2^{z(2z+5)}}{5(2z-5)} - \frac{4^{5z}}{(2z-5)(2z+5)} = \\ &= \frac{10z-25+4z^2+10z-20z}{5z(4z^2-25)} = \frac{4z^2-25}{5z(4z^2-25)} = \frac{1}{5z}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4.56. \quad \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} &= \\ &= \frac{1-a^2}{1+a-a^2} + \frac{1}{1+a^2} + \frac{2}{1+a^4} + \frac{4}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \\ &= \frac{1-a^2}{1-a^2} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \\ &= \frac{1^{(1-a^2)/(1+a^2)/(1+a^4)/(1+a^8)/(1+a^{16})}}{2^{(1-a^2)/(1+a^2)/(1+a^4)/(1+a^8)/(1+a^{16})}} + \frac{1+a}{4^{(1-a^4)/(1+a^4)/(1+a^8)/(1+a^{16})}} + \\ &+ \frac{1+a^2}{8^{(1-a^8)/(1+a^8)/(1+a^{16})}} + \frac{1+a^4}{16^{(1-a^{16})/(1+a^{16})}} + \frac{1+a^8}{16^{(1-a^{16})/(1+a^{16})}} + \frac{1+a^{16}}{16^{(1-a^{16})/(1+a^{16})}} = \\ &= \frac{1-a^{32}}{2(1-a^8)/(1+a^{16})+16(1-a^{16})} = \frac{2(1+a^4)/(1+a^8)/(1+a^{16})(1+a^2+1-a^2)}{4(1-a^4)/(1+a^8)/(1+a^{16})+8(1-a^8)/(1+a^{16})+16(1-a^{16})} + \\ &+ \frac{1-a^{32}}{4(1-a^4)/(1+a^8)/(1+a^{16})+8(1-a^8)/(1+a^{16})+16(1-a^{16})} = \\ &= \frac{4(1+a^8)/(1+a^{16})(1+a^4+1-a^4)+8(1-a^8)/(1+a^{16})+16(1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\ &= \frac{8(1-a^{16})/(1+a^{16})(1+a^8+1-a^8)+16(1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{16 \cdot (1+a^{16}+1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{32}{1-a^{32}} \end{aligned}$$

§ 5. Умножение и деление алгебраических дробей.

Возведение алгебраической дроби в степень

- 5.1. а) $\frac{77}{34} \cdot \frac{17}{33} = \frac{7 \cdot 11 \cdot 17}{17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$, в) $\frac{20}{9} \cdot \frac{9}{40} = \frac{20 \cdot 9}{9 \cdot 40} = \frac{1}{2}$;
- б) $\frac{12}{25} \cdot \frac{18}{35} = \frac{12 \cdot 35}{25 \cdot 18} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{14}{15}$, г) $\frac{13}{64} \cdot \frac{65}{128} = \frac{13 \cdot 128}{64 \cdot 65} = \frac{2}{5}$;
- 5.2. а) $\frac{6x}{19} \cdot \frac{y}{5} = \frac{6xy}{19 \cdot 5} = \frac{6xy}{95}$; б) $\frac{5}{4a} \cdot \frac{7}{9b} = \frac{5 \cdot 9b}{4a \cdot 7} = \frac{45b}{28a}$;
- в) $\frac{11c}{12} \cdot \frac{5d}{13} = \frac{11c \cdot 5d}{12 \cdot 13} = \frac{55}{156} cd$; г) $\frac{7m}{6} \cdot \frac{3}{10t} = \frac{7m \cdot 10t}{6 \cdot 3} = \frac{7m}{3} \cdot \frac{5t}{3} = \frac{35}{9} mt$;
- 5.3. а) $\frac{5x}{6} : x = \frac{5x}{6} \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$; б) $\frac{25}{12y} \cdot y = \frac{25}{12}$;
- в) $\frac{19t}{20} \cdot t = \frac{19}{20}$; г) $z \cdot \frac{5z}{27} = z \cdot \frac{27}{5z} = \frac{27}{5}$;
- 5.4. а) $\frac{6a}{b} \cdot \frac{3a}{b} = \frac{6a \cdot b}{b \cdot 3a} = 2$; б) $-\frac{4p}{q} \cdot \frac{q}{2n} = -\frac{4p \cdot q}{q \cdot 2n} = -\frac{2p}{n}$;
- в) $-\frac{9}{2x} \cdot -\frac{5x}{3} = \frac{9 \cdot 5x}{2x \cdot 3} = 7,5$; г) $\frac{5c}{2d} \cdot -\frac{15c}{d} = -\frac{5c \cdot d}{2d \cdot 15c} = -\frac{1}{6}$;
- 5.5. а) $\frac{a^2}{6} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^2 \cdot 3}{6 \cdot a} = \frac{a}{2}$; б) $\frac{24}{b^2} \cdot \frac{b^3}{36} = \frac{24 \cdot b^3}{b^2 \cdot 36} = \frac{2}{3} b$;
- в) $\frac{n^{24}}{28} \cdot \frac{n^{39}}{56} = \frac{n^{24} \cdot 56}{28 \cdot n^{39}} = \frac{2}{n^{15}}$; г) $\frac{m^5}{10} \cdot \frac{100}{m^{12}} = \frac{m^5 \cdot 100}{10 \cdot m^{12}} = \frac{10}{m^7}$;
- 5.6. а) $\frac{12x^5}{55} \cdot \frac{6x^2}{5} = \frac{12x^5 \cdot 5}{55 \cdot 6x^2} = \frac{2x^3}{11}$; б) $\frac{4}{3y^3} \cdot \frac{y^8}{18} = \frac{4 \cdot y^8}{3y^3 \cdot 18} = \frac{2y^5}{27}$;
- в) $\frac{16}{5d^3} \cdot \frac{12}{d^4} = \frac{16 \cdot d^4}{5d^3 \cdot 12} = \frac{4d}{15}$; г) $\frac{36c^{12}}{49} \cdot \frac{7}{6c^{15}} = \frac{6}{7c^3}$;
- 5.7. а) $\frac{b^2}{xy} \cdot \frac{xy}{a^2b} = \frac{b}{a^2}$; б) $\frac{m^3}{cd} \cdot \frac{m^2n}{cd} = \frac{m^3 \cdot cd}{cd \cdot m^2n} = \frac{m}{n}$;
- в) $\frac{a^3b}{c} \cdot \frac{c^2}{a^4} = \frac{bc}{a}$; г) $\frac{p^2q^2}{z} \cdot \frac{p^3q^3}{z^2} = \frac{p^2 \cdot q^2 \cdot z^2}{z \cdot p^3 \cdot q^3} = \frac{z}{pq}$;
- 5.8. а) $\frac{3m^2n}{c} \cdot \frac{m^2n}{3c} = \frac{3m^2n}{c} \cdot \frac{3c}{m^2n} = 9$; б) $\frac{x^1}{6y^{10}} \cdot \frac{3y^3}{x^{11}} = \frac{1}{x^8y}$;
- в) $\frac{a^9}{8b^8} \cdot \frac{a}{10b^{10}} = \frac{a^9}{8b^8} \cdot \frac{10b^{10}}{a^1} = \frac{5b^2}{4a^2}$; г) $\frac{5c^2x}{a} \cdot \frac{15a}{c^3x} = \frac{75}{c}$;
- 5.9. а) $6mx \cdot \frac{ab}{2mx^2} = \frac{3ab}{x}$; б) $15y^1 \cdot \frac{25y^2}{4x} = \frac{15y^3 \cdot 4x}{25y^2} = \frac{12xy}{5}$;
- в) $\frac{4ab^2}{3cm^3} \cdot 6c^2m^2 = 8 \cdot \frac{ab^2c}{m}$; г) $9xy \cdot \frac{3x^2y}{ab} = \frac{9xy \cdot ab}{3x^2y} = \frac{3ab}{x}$;

$$5.10. \text{ a) } \frac{4x^3y^2}{p} \cdot \frac{1}{6x^4y^5} = \frac{2}{3xy^3p}; \quad \text{ b) } \frac{4x^3y^4}{a} \cdot \frac{1}{36x^3y^4} = \frac{1}{9a},$$

$$\text{ b) } \frac{m}{17a^2d^2} \cdot 34a^2d^8 = 2md^6; \quad \text{ r) } 8p^3n^5 \cdot \frac{x}{6p^2n^3} = \frac{4}{3}n^2xp;$$

$$5.11. \text{ a) } \frac{x-y}{4a} \cdot \frac{4}{x-y} = \frac{1}{a}; \quad \text{ б) } \frac{a+b}{8} \cdot \frac{a+b}{8x} = \frac{(a+b) \cdot 8x}{8 \cdot (a+b)} = x$$

$$\text{ b) } \frac{2m-3n}{7} \cdot \frac{7s}{2m-3n} = s; \quad \text{ r) } \frac{15p+12q}{13p} \cdot \frac{15p+12q}{13} = \frac{(15p+12q) \cdot 13}{13p \cdot (15p+12q)} = \frac{1}{p}$$

$$5.12. \text{ a) } \frac{3a+4b}{8x^2} \cdot \frac{4b+3a}{16x^2} = \frac{(3a+4b) \cdot 16x^2}{8x^2 \cdot (4b+3a)} = 2; \quad \text{ б) } \frac{7c+9d}{13p^3} \cdot \frac{39p^2}{9d+7c} = 3p^9$$

$$\text{ b) } \frac{44c^3}{15m+4n} \cdot \frac{52c}{4n+15m} = \frac{44c^3 \cdot (15m+4n)}{(15m+4n) \cdot 52c} = \frac{11c^2}{13}; \quad \text{ r) } \frac{12ab}{19t+8} \cdot \frac{8+19t}{15b^2} = \frac{4a}{5b}$$

$$5.13. \text{ a) } \frac{16u-13v}{21} \cdot \frac{13v-16u}{p} = \frac{(16u-13v)p}{21(13v-16u)} = -\frac{p}{21}; \quad \text{ б) } \frac{45m-n}{23c} \cdot \frac{c}{n-45m} = -\frac{1}{23},$$

$$\text{ b) } \frac{98p-17q}{4} \cdot \frac{17q-98p}{16m} = \frac{(98p-17q) \cdot 16m}{4(17q-98p)} = -4m; \quad \text{ r) } \frac{64r-15s}{9c^2} \cdot \frac{18c}{15s-64r} = -\frac{2}{c}$$

$$5.14. \text{ a) } \frac{c+d}{c-d} \cdot \frac{c-d}{c} = \frac{c+d}{c}; \quad \text{ б) } \frac{a-b}{c+d} \cdot \frac{3(a-b)}{a(c+d)} = \frac{a-b}{c+d} \cdot \frac{a(c+d)}{3(a-b)} = \frac{a}{3},$$

$$\text{ b) } \frac{m(m-n)}{p(p+q)} \cdot \frac{p^2(p+q)}{m-n} = mp; \quad \text{ r) } \frac{a+b}{2b(a-b)} \cdot \frac{a+b}{2b^2(a-b)} = \frac{a+b}{2b(a-b)} \cdot \frac{2b^2(a-b)}{a-b} = b$$

$$5.15. \text{ a) } x+y, \quad \text{ б) } \frac{2x+y}{x-y} \cdot \frac{1}{(2x+y)^2} = \frac{1}{(x-y)(2x+y)},$$

$$\text{ b) } 2a+b; \quad \text{ r) } (a-b)^2 \cdot \frac{a-2b}{a-b} = (a-b)(a-2b)$$

$$5.16. \text{ a) } \frac{a}{x^2-3x} \cdot \frac{a^3}{3x-9} = \frac{3a(x-3)}{x(x-3)a^3} = \frac{3}{a^2x}; \quad \text{ б) } \frac{a+a^2}{n} \cdot \frac{n^2}{3+3a} = \frac{a(1+a)n^2}{n \cdot 3(1+a)} = \frac{an}{3},$$

$$\text{ b) } \frac{m^2-m^2}{y^4} \cdot \frac{y^2}{m^2-m} = \frac{m^2(m-1)y^2}{y^4m(m-1)} = \frac{m}{y^2}; \quad \text{ r) } \frac{10c^2}{b^2-b^3} \cdot \frac{5}{b-b^2} = \frac{10c^2b(1-b)}{5b^2(1-b)} = \frac{2c^2}{b}$$

$$5.17. \text{ a) } \frac{rx+r^2}{x^2} \cdot \frac{x+r}{x} = \frac{r(x+r)x}{x^2(x+r)} = \frac{r}{x}; \quad \text{ б) } \frac{mx+my}{ab^2} \cdot \frac{a^2b}{4x+4y} = \frac{m(x+y)a^2b}{ab^2 \cdot 4(x+y)} = \frac{ma}{4b},$$

$$\text{ b) } \frac{xy}{p^2+p^2} \cdot \frac{p+p^2}{x^2y^2} = \frac{xyp(1+p)}{p^2(1+p)x^2y^2} = \frac{1}{xyp}; \quad \text{ r) } \frac{6a}{n^2-n} \cdot \frac{3an}{2n-2} = \frac{6a \cdot 2(n-1)}{n(n-1) \cdot 3an} = \frac{4}{n^2}$$

$$5.18. \text{ a) } \frac{4p-p^2}{y-x} \cdot \frac{8p-2p^2}{x-y} = \frac{p(4-p)(x-y)}{(y-x)(4-p) \cdot 2p} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{ б) } \frac{a-b}{3q-q^2} \cdot \frac{6q-2q^2}{b-a} = \frac{(a-b) \cdot 2q(3-q)}{q(3-q)(b-a)} = -2;$$

$$b) \frac{c^3 - c^2}{d^3 + d} \cdot \frac{1 + d^2}{c - c^2} = \frac{-c^2(c-1)(1+d^2)}{d(d^2+1) \cdot c(c-1)} = -\frac{c}{d},$$

$$r) \frac{x+x^3}{n-n^2} : \frac{x^2+1}{n^3-n^2} = \frac{x(1+x^2) \cdot n^2(n-1)}{n(1-n)(x^2+1)} = -xn$$

$$5.19. a) \frac{x^2 - y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y) \cdot 3y}{3xy(x-y)} = \frac{x+y}{x};$$

$$b) \frac{5a^2}{a^2-16} \cdot \frac{5a}{a+4} = \frac{5a^2(a+4)}{(a-4)(a+4) \cdot 5a} = \frac{a}{a-4},$$

$$b) \frac{c^2-49}{10cd} \cdot \frac{2c+14}{5d} = \frac{(c-7)(c+7) \cdot 5d}{10cd \cdot 2(c+7)} = \frac{c-7}{4c},$$

$$r) \frac{b-d}{d} \cdot \frac{3bd}{b^2-d^2} = \frac{(b-d) \cdot 3bd}{d(b-d)(b+d)} = \frac{3b}{b+d}$$

$$5.20. a) \frac{1}{x+y} \cdot (x^3 + y^3) = \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{(x+y)} = x^2 - xy + y^2,$$

$$b) (a^3 + b^3) : (a^2 - ab + b^2) = \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - ab + b^2} = a + b,$$

$$b) \frac{1}{n^3 - m^3} \cdot (n^2 + nm + m^2) = \frac{n^2 + nm + m^2}{(n-m)(n^2 + nm + m^2)} = \frac{1}{n-m},$$

$$r) (p^3 - q^3) : (p-q) = \frac{(p-q)(p^2 + pq + q^2)}{p-q} = p^2 + pq + q^2$$

$$5.21. a) \frac{1}{a^3 - b^3} \cdot (a^2 - b^2) = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2},$$

$$b) (8a^3 + 1) \cdot \frac{4a^2 - 2a + 1}{n} = \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)n}{4a^2 - 2a + 1} = (2a+1)n,$$

$$b) \frac{12n}{x^3 - 27} \cdot \frac{x^2 + 3x + 9}{6n} = \frac{12n(x^2 + 3x + 9)}{(x-3)(x^2 + 3x + 9) \cdot 6n} = \frac{2}{x-3},$$

$$r) \frac{(m-4)(m^2 + 4m + 16)}{3} : (m^2 + 4m + 16) = \frac{m-4}{3}$$

$$5.22. a) \frac{x^2 - 10x + 25}{3x + 12} \cdot \frac{2x - 10}{x^2 - 16} = \frac{(x-5)^2 \cdot (x-4)(x+4)}{3(x+4) \cdot 2(x-5)} = \frac{1}{6}(x^2 - 9x + 25),$$

$$b) \frac{1-a^2}{4a+8b} \cdot \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{3-3a} = \frac{(1-a)(1+a)(a+2b)^2}{4(a+2b) \cdot 3(1-a)} = \frac{(1+a)(a+2b)}{12}$$

$$b) \frac{c^2 - 25}{c^2 + 12c + 36} \cdot \frac{3c + 18}{2c + 10} = \frac{(c-5)(c+5) \cdot 3(c+6)}{(c+6)^2 \cdot 2(c+5)} = \frac{3 \cdot (c-5)}{2 \cdot (c+6)},$$

$$-, \frac{5m-10n}{m-5} \cdot \frac{4n^2-4mn+m^2}{15-3m} = \frac{5(m-2n) \cdot 3(5-m)}{(m-5)(2n-m)^2} = \frac{15}{2n-m}$$

$$5.23. \text{ а) } \left(\frac{x}{y}\right)^8 = \frac{x^8}{y^8}; \text{ б) } \left(\frac{p}{qr}\right)^{12} = \frac{p^{12}}{q^{12}r^{12}}; \text{ в) } \left(\frac{cd}{m}\right)^{19} = \frac{c^{19}d^{19}}{m^{19}}; \text{ г) } \left(\frac{z}{ts}\right)^{23} = \frac{z^{23}}{t^{23}s^{23}}$$

$$5.24. \text{ а) } \left(\frac{a}{2x}\right)^5 = \frac{a^5}{32x^5}, \quad \text{ в) } \left(\frac{8z}{9}\right)^2 = \frac{64z^2}{81},$$

$$\text{ б) } \left(\frac{5y}{3}\right)^3 = \frac{125y^3}{27}, \quad \text{ г) } \left(\frac{t}{4b}\right)^4 = \frac{t^4}{256b^4}$$

$$5.25. \text{ а) } \left(-\frac{2x}{3y}\right)^5 = -\frac{32x^5}{243y^5}, \quad \text{ в) } \left(\frac{-4t}{5s}\right)^3 = -\frac{64t^3}{125s^3};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{-8z}{15t}\right)^2 = \frac{64z^2}{225t^2}, \quad \text{ г) } \left(\frac{-3m}{4n}\right)^4 = \frac{81m^4}{256n^4}$$

$$5.26. \text{ а) } \left(\frac{2x^2y^3}{3z^6}\right)^4 = \frac{16x^8y^{12}}{81z^{24}}; \quad \text{ в) } \left(\frac{5a^4c^3}{2k^3}\right)^3 = \frac{125a^{12}c^9}{8k^9};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{-3n^6k^3}{10p^4}\right)^3 = -\frac{27n^{18}k^9}{1000p^{12}}, \quad \text{ г) } \left(-\frac{5x^6y^3}{z^8}\right)^4 = \frac{625x^{24}y^{12}}{z^{32}}$$

$$5.27. \text{ а) } \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1, \text{ для всех } a \neq 0 \text{ и } b \neq 0;$$

$$\text{ б) } \left(\frac{2a-b}{a+2}\right)^0 = 1, \text{ для всех } b \text{ и } a \neq -2 \text{ таких, что } 2a \neq b$$

$$\text{ в) } \left(\frac{a^2-9}{a}\right)^0 = 1, \text{ для всех } a \neq 0, a \neq \pm 3,$$

$$\text{ г) } \left(\frac{16-a^2}{a^2-9}\right)^0 = 1 \text{ для всех } a \neq \pm 3 \text{ и } a \neq \pm 4,$$

$$5.28. 198. \text{ а) } \frac{a^2}{x} \cdot \left(\frac{x^2}{a^3}\right)^2 = \frac{a^2 \cdot x^4}{x \cdot a^6} = \frac{x^3}{a^4}; \quad \text{ б) } \left(\frac{p}{x^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{x^3}{p^2}\right)^2 = \frac{p^3}{x^9} \cdot \frac{x^6}{p^4} = \frac{1}{x^3 p}$$

$$\text{ в) } \left(\frac{a^3b}{c^4}\right)^5 \cdot \left(\frac{c^7}{a^5b^2}\right)^3 = \frac{a^{15} \cdot b^5 \cdot c^{21}}{c^{20} \cdot a^{15} \cdot b^6} = \frac{c}{b}; \quad \text{ г) } \left(\frac{x^6y^8}{x^5}\right)^3 \cdot \frac{x^{10}y^{13}}{z^8} = \frac{x^{30} \cdot y^{40} \cdot z^8}{x^{25} \cdot x^{10} \cdot y^{13}} = \frac{z^8 \cdot y^{27}}{x^5}$$

$$5.29. \text{ а) } \frac{18a^3}{11b^3} \cdot \frac{22b^4}{9a^2} = 4ab; \quad \text{ б) } \frac{17x^2y}{5a} \cdot \left(-\frac{34xy^2}{25a^2}\right) = -\frac{17 \cdot x^2 \cdot y \cdot 25 \cdot a^2}{5a \cdot 34 \cdot x \cdot y^2} = -\frac{5xa}{2y};$$

$$\text{ в) } -\frac{35ax^2}{12b^2y} \cdot \frac{8ab}{2xy} = -\frac{35a^2x}{3by^2}; \quad \text{ г) } \left(-\frac{27c^3}{4b^2}\right) \cdot \left(-\frac{45c^5}{32b}\right) = \frac{27c^3}{4b^2} \cdot \frac{32b}{45c^5} = \frac{24}{5bc^2}$$

$$5.30. \text{ а) } \frac{4p^2q^{10}}{9m^2a^4} \cdot \frac{jm^2a^2}{4p^3q^7} = \frac{q^3}{pa^2},$$

$$6) \frac{50a^4b^3}{63m^9n^8} \cdot \frac{27m^6n^{15}}{125a^6b^9} = -\frac{50 \cdot 27}{63 \cdot 125} \frac{n^7}{a^2b^4m^3} = -\frac{6n}{35a^2b^4m^3},$$

$$B) \frac{8x^3y^{12}}{125a^6b^3} \cdot \frac{25a^4b^3}{24x^8y^{13}} = \frac{x}{15a^2y}, \quad \Gamma) \frac{100p^4q^4}{9a^6} \cdot \frac{27a^6}{25p^3q^3} = -12pq$$

$$5.31. a) \frac{10y^3}{9a} \cdot \frac{3b}{5y^3} \cdot \frac{3a^2}{by} = \frac{2ya}{b},$$

$$B) \frac{28a^2}{27x^3} \cdot \frac{45y}{21x^4} \cdot \frac{x^8}{20ay} = \frac{1}{9}xa$$

$$6) \frac{25}{14 \cdot 10} \cdot \frac{21 \cdot 8}{15} \cdot \frac{a^3b^3x^2y^3}{a^3b^3x^2y^4} = 2y,$$

$$\Gamma) \frac{45}{49} \cdot \frac{56}{27} \cdot \frac{63}{20} \cdot \frac{m^6n^4}{m^2n^2t^3} = \frac{6m^4n^2}{t^3}$$

$$5.32. a) \frac{x^6}{8a^9} \cdot \frac{16a^4}{x^6} = \frac{2}{a}$$

$$6) \frac{32a^{40}b^{15}}{c^{35}} \cdot \frac{c^{36}}{256a^{40}b^{16}} = -\frac{c}{8b}$$

$$B) \frac{2^8a^{16}}{b^{24}} \cdot \frac{b^4}{2^2a^6} = \frac{64a^{10}}{b^{20}}$$

$$\Gamma) \frac{9^4x^{28}y^{24}}{a^{48}} \cdot \frac{a^{24}}{3^9x^{15}y^{12}} = -\frac{x^{13}y^2}{3a^{24}}$$

$$5.33. a) \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{9a-9b}{a^2+a} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a-b) \cdot a \cdot (a+1)} \cdot \frac{9 \cdot (a-b)}{a} = \frac{9(a-1)}{a}$$

$$6) \frac{(y-5)^2}{3y+18} \cdot \frac{2y-10}{y^2-36} = \frac{(y-5)^2(y-6)(y+6)}{3(y+6) \cdot 2(y-5)} = \frac{(y-6)(y-5)}{6}$$

$$B) \frac{(x+4)^2}{3x-9} \cdot \frac{x^2-9}{3x+12} = \frac{(x+4)^2 \cdot (x-3)(x+3)}{3(x-3) \cdot 3(x+4)} = \frac{(x+4)(x+3)}{9}$$

$$\Gamma) \frac{b^2+4bc}{b+6} \cdot \frac{b^2-16c^2}{2b+12} = \frac{b(b+4c)}{(b+6) \cdot (b-4c) \cdot (b+4c)} \cdot \frac{2(b+6)}{b-4c} = \frac{2b}{b-4c}$$

$$5.34. a) \frac{x^2-16}{8x^2} \cdot \frac{x+4}{4x} = \frac{(x-4)(x+4)}{8x^2 \cdot (x+4)} \cdot \frac{4x}{x-4} = \frac{x-4}{2x}$$

$$6) \frac{3a-6b}{a+7} \cdot \frac{2a+14}{a^2-4b^2} = \frac{3(a-2b)}{(a+7)(a-2b)(a+2b)} \cdot \frac{2(a+7)}{a+2b} = \frac{6}{a+2b}$$

$$B) \frac{m^2-n^2}{9m} \cdot \frac{3m^2}{m-n} = \frac{m(m+n)}{3}, \quad \Gamma) \frac{(c+2)^2}{2c^2} \cdot \frac{4c}{c^2-4} = \frac{2(c+2)}{c(c-2)}$$

$$5.35. a) \frac{x^2y}{25y^2-4} \cdot \frac{15y+6}{3xy^2} = \frac{3 \cdot x^2y(5y+2)}{(5y-2)(5y+2) \cdot 3xy^2} = \frac{x}{y(5y-2)}$$

$$6) \frac{7-2x}{22a^2b^2} \cdot \frac{4x^2-49}{11ab^3} = \frac{(7-2x) \cdot 11ab^3}{22a^2b^2 \cdot (2x-7)(2x+7)} = -\frac{b}{2a(2x+7)}$$

$$B) \frac{m^2n}{64n^2-9} \cdot \frac{5mn}{8n+3} = \frac{m^2n \cdot (8n+3)}{(8n-3)(8n+3) \cdot 5mn} = \frac{m}{(8n-3) \cdot 5}$$

$$\Gamma) \frac{24c^2d}{(3p-5)(3p+5)} \cdot \frac{(5-3p)}{12cd^3} = \frac{-2c}{d^2(3p+5)}$$

$$5.36. a) \frac{(z-5)(z+5)}{z(z-3)} \cdot \frac{(3-z)(3+z)}{z-5} = -\frac{(z-5)(z-3)}{z}$$

$$6) \frac{5(p-q)(p+q)}{5(p-2q)} \cdot \frac{p(p-2q)}{(q-p)^2} = \frac{p(p+q)}{p-q};$$

$$B) \frac{6(d-c)}{c+p} \cdot \frac{c(c+p)}{(c-d)(c+d)} = -\frac{6c}{c+d}; \quad r) \frac{3(x-y)(x+y)}{y(x+3y)} \cdot \frac{3(x+3y)}{(y-x)^2} = \frac{9(x+y)}{(x-y)y}$$

$$5.37. a) \frac{(x-3)^2}{9x^3} \cdot \frac{9x}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-3)}{x^2(x+3)};$$

$$6) \frac{(2c+1)^2}{cd(c-d)} \cdot \frac{2(d-c)}{(2c-1)(2c+1)} = -\frac{2(2c+1)}{cd(2c-1)};$$

$$B) \frac{(5-y)(5+y)}{25y} \cdot \frac{10y^2}{(y-5)^2} = \frac{2(5+y)y}{5(y-5)};$$

$$r) \frac{3(1-2a)}{(1-3a)^2} \cdot \frac{(1-3a)(1+3a)}{a(2a-1)} = -\frac{3(1+3a)}{(1-3a)a}.$$

$$5.38. a) \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{ab(a-b)} \cdot \frac{a-b}{a+b} = \frac{a^2-ab+b^2}{ab},$$

$$6) \frac{x^2+3x+9}{x+3} \cdot \frac{1}{(x-3)(x^2+3x+9)} = \frac{1}{x^2-9},$$

$$B) \frac{2x(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \cdot \frac{x-2}{x+2} = \frac{2x}{x^2+2x+4};$$

$$r) (x+y)(x^2-xy+y^2) \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = (x+y)^2$$

$$5.39. a) \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1};$$

$$6) \frac{(t+2)(t^2-2t+4)}{3t(4t+9)} \cdot \frac{4t+9}{t^2-2t+4} = \frac{t+2}{3t};$$

$$B) \frac{(z+3)^2}{(z+3)(z^2-3t+9)} \cdot \frac{z^2-3t+9}{3(z+3)} = \frac{1}{3};$$

$$r) \frac{(y-2)(y^2+2y+4)}{(y-3)(y+3)} \cdot \frac{y+3}{y^2+2y+4} = \frac{y-2}{y-3}.$$

$$5.40. a) \frac{a^2-6a+9}{1-b^3} \cdot \frac{2a-6}{b^2-1} = \frac{(a-3)^2 \cdot (b-1)(b+1)}{(1-b)(1+b+b^2) \cdot 2(a-3)} = \frac{(3-a)(b+1)}{2(1+b+b^2)},$$

$$6) \frac{c^3-8d^3}{2c+4d} \cdot \frac{4d^2-c^2}{(2d-c)^2} = \frac{(c-2d)(c^2+2cd+4d^2) \cdot (2d-c)(2d+c)}{2(c+2d)(2d-c)^2} =$$

$$= -\frac{c^2+2cd+4d^2}{2};$$

$$B) \frac{b^2-6b+9}{4b^2-6b+9} \cdot \frac{27+8b^3}{6-2b} = \frac{(b-3)^2 \cdot (3+2b)(9-6b+4b^2)}{2(3-b)(9-6b+4b^2)} = \frac{(3+2b)(3-b)}{2},$$

$$r) \frac{(m-1)^2}{4+4m^3} \cdot \frac{1-m^2}{(2m+2)^2} = \frac{(m-1)^2 \cdot 4(m+1)^2}{4(1+m)(1-m+m^2) \cdot (1-m)(1+m)} = \frac{1-m}{1-m+m^2}$$

$$5.41. a) \frac{1-16a^2}{4a^2+10a+25} : \frac{4a-1}{8a^3-125} = \frac{(1-4a)(1+4a) \cdot (2a-5)(4a^2+10a+25)}{(4a^2+10a+25)(4a-1)} =$$

$$= (5-2a)(1+4a);$$

$$b) \frac{64a^3-27b^3}{(4a-3b)^2} : \frac{9b^2-16a^2}{16a^2+12ab+9b^2} = \frac{(4a-3b)(16a^2+12ab+9b^2) \cdot (9b^2-16a^2)}{(4a-3b)^2 \cdot (16a^2+12ab+9b^2)} =$$

$$= -\frac{(4a-3b)(4a+3b)}{4a-3b} = -(4a+3b);$$

$$b) \frac{4-9c^2}{9c^2-12c+16} : \frac{2-3c}{27c^3+64} = \frac{(2-3c)(2+3c) \cdot (3c+4)(9c^2-12c+16)}{(9c^2-12c+16)(2-3c)} = (2+3c)(3c+4),$$

$$r) \frac{125p^3+8q^3}{(5p+2q)^2} : \frac{25p^2-10pq+4q^2}{4q^2-25p^2} = \frac{(5p+2q)(25p^2-10pq+4q^2)(4q^2-25p^2)}{(5p+2q)^2(25p^2-10pq+4q^2)} =$$

$$= \frac{(2q-5p)(2q+5p)}{5p+2q} = 2q-5p.$$

$$5.42. a) \frac{x-3}{2(x+2)} : \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x^2+3x+9)} = \frac{x^2+3x+9}{x(x-2)} = \frac{1}{2x};$$

$$b) \frac{(a-4)(a+4)}{a(2-a)} : \frac{b(a-2)}{(a+4)^2} : \frac{4b}{a-4} = -\frac{4b^2}{a(a+4)}.$$

$$b) \frac{(b-5)^2}{5(b-2)} : \frac{b(2-b)}{(b-5)(b+5)} : \frac{b+5}{5b} = -\frac{(b-5)}{25} = \frac{5-b}{25};$$

$$r) \frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{3(a-2)} : \frac{a(a-2)}{(a+2)^2} : \frac{(a-2)(a+2)}{a^2-2a+4} = \frac{a(a-2)}{3}.$$

$$5.43. a) \left(\frac{b^4(b-c)^2}{a^6(c-a)} \right)^3 : \left(\frac{b^2(b-c)}{a^3(a-c)} \right)^6 = \frac{b^{12}(b-c)^6 \cdot a^{18}(a-c)^6}{a^{18}(c-a)^3 \cdot b^{12}(b-c)^6} = (c-a)^3,$$

$$b) \left(-\frac{a^2+ab}{ab^2-b^3} \right)^4 : \left(\frac{b-a}{a^2+2ab+b^2} \right)^3 = \frac{a^4(a+b)^4 \cdot (b-a)^3}{b^8(a-b)^4 \cdot (a+b)^6} = \frac{a^4}{b^8(b-a) \cdot (a+b)^2},$$

$$b) \left(\frac{a^2(a-b)}{x^4(a-x)^3} \right)^6 : \left(\frac{x^6(x-a)^5}{a^3(b-a)^2} \right)^4 = \frac{a^{12}(a-b)^6 \cdot x^{24}(x-a)^{20}}{x^{24}(a-x)^{18} \cdot a^{12}(b-a)^8} = \frac{(x-a)^2}{(b-a)^2},$$

$$r) \left(\frac{x^2-4xy+4y^2}{x^2+xy} \right)^2 : \left(-\frac{x+y}{2xy-x^2} \right)^3 = -\frac{(x-2y)^4 \cdot (x+y)^3}{x^2(x+y)^2 \cdot x^3(2y-x)^3} = \frac{(x-2y)(x+y)}{x^5}$$

$$5.44. \frac{a^4-64ab^3}{a^2-2ab+b^2} : \frac{a^2-b^2}{a^2b-16b^3} : \frac{a^3+4a^2b+16ab^2}{ab+4b^2} =$$

$$= \frac{a(a-4b)(a^2+4ab+16b^2) \cdot (a-b)(a+b) \cdot b(a+4b)}{(a-b)^2 \cdot b(a-4b)(a+4b) \cdot a(a^2+4ab+16b^2)} = \frac{a+b}{a-b};$$

$$6) \frac{x^3+125z}{x^2-16z^2} \cdot \frac{x^3-25x}{x^2-8xz+16z^2} \cdot \frac{x+4z}{x^2-5x+25} \cdot \frac{x-4z}{x-5} =$$

$$= \frac{z(x+5)(x^2-5x+25) \cdot (x-4z)^2 \cdot (x+4z)(x-5)}{(x-4z)(x+4z) \cdot x(x-5)(x+5) \cdot (x^2-5x+25)(x-4z)} = \frac{z}{x}$$

$$5.45. a) \frac{4x^2}{2x-y} \cdot \frac{12x^3}{4x^2-y^2} \cdot \frac{2x^2}{6x^2+3xy} = \frac{4x^2 \cdot (2x-y)(2x+y) \cdot 2x^2}{(2x-y) \cdot 12x^3 \cdot 3x(2x+y)} = \frac{1}{9};$$

$$6) \frac{a^2+a}{2a-8} \cdot \frac{a^2+a}{2a+8} \cdot \frac{3a^4+6a^3+3a^2}{a^2-16} = \frac{a(a+1) \cdot a(a+1) \cdot (a-4)(a+4)}{2(a-4) \cdot 2(a+4) \cdot 3a^2(a+1)^2} = \frac{1}{12}$$

$$5.46. a) \frac{8x^6y^9}{(x+y)^3} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^6y^9} \cdot \frac{(x+y)^2}{8(x-y)} = 1; \quad 6) \frac{(a-3)^2}{9a^4b^2} \cdot \frac{18a^2b}{9-a^2} \cdot \frac{ab(a+3)}{2(a-3)} = -1$$

§ 6. Преобразование рациональных выражений

$$6.1. a) \left(\frac{c}{2} + \frac{c}{3} \right) \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{3c+2c}{6} \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{5c}{6} \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{5}{6c};$$

$$6) \frac{\left(\frac{2x}{y^2} - \frac{1}{2x} \right)}{\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2x} \right)} = \frac{4x^2 - y^2}{2xy^2} \cdot \frac{2xy}{2x+y} = \frac{(2x+y)(2x-y)}{(2x+y)y} = \frac{2x-y}{y};$$

$$в) \frac{d^2}{3} : \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{d^2} = \frac{d^2}{3} \cdot \frac{(d^3+4)}{2d^2} = \frac{d^3+4}{6};$$

$$г) \frac{\left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right)}{\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)} = \frac{a^2-b^2}{b^2a} \cdot \frac{ba}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a-b}{b};$$

$$6.2. a) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{yx} \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy} \cdot \frac{5xy}{x-y} = 5(x+y);$$

$$6) \left(\frac{z^2}{t^2} + \frac{2z}{t} - 1 \right) \cdot \frac{t}{t+z} = \frac{z^2+2zt+t^2}{t^2} \cdot \frac{t}{t+z} = \frac{(z+t)^2}{t^2} \cdot \frac{t}{z+t} = \frac{z+t}{t};$$

$$в) \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} \cdot \frac{3ab}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{ba} \cdot \frac{3ab}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b)}{ab} \cdot \frac{3ab}{a+b} = 3(a-b);$$

$$г) \left(1 - \frac{2c}{a} + \frac{c^2}{d^2} \right) \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{d^2-2ca+c^2}{d^2} \cdot \frac{d}{c-a} = \frac{(d-c)^2}{d^2} \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{(c-d)^2}{d(c-d)} = \frac{c-d}{d}$$

$$6.3. a) \frac{m^2-n^2}{n} \cdot \frac{n}{m+n} = m-n; \quad 6) \frac{3v+u}{v} \cdot \frac{uv}{2(u+3v)} = \frac{u}{2};$$

$$в) \frac{4p^2-q^2}{p} \cdot \frac{q}{q-2p} = -\frac{q(2p+q)}{p}; \quad г) \frac{r-2s}{s} \cdot \frac{rs^2}{2(2s-r)} = -\frac{rs}{2}$$

$$6.4. a) \left(2 + \frac{t}{t+1}\right) \cdot \frac{3t^2+3t}{12t+8} = \frac{2t+2+t}{t+1} \cdot \frac{3t(t+1)}{4(3t+2)} = \frac{3t}{4}$$

$$b) \frac{\left(\frac{p-5p}{p+2}\right)}{\frac{p-3}{p+2}} = \frac{p^2+2p-5p}{p+2} \cdot \frac{p+2}{p-3} = \frac{p(p-3)}{p-3} = p;$$

$$b) \frac{z-3}{z+3} \cdot \left(z + \frac{z^2}{3-z}\right) = \frac{z-3}{z+3} \cdot \frac{3z-z^2+z^2}{3-z} = -\frac{3z}{z+3};$$

$$r) \frac{\left(\frac{q}{q-5}-2q\right)}{\frac{11-2q}{q-5}} = \frac{q-2q^2+10q}{q-5} \cdot \frac{q-5}{11-2q} = \frac{q(11-2q)}{11-2q} = q.$$

$$6.5. a) \left(\frac{6}{x-y} - \frac{5}{x+y}\right) \cdot \frac{x-y}{x+11y} = \frac{6x+6y-5x+5y}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{x-y}{x+11y} = \frac{1}{x+y};$$

$$b) \left(\frac{x-2y}{xy} + \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x^2y^2}{x-y} = \frac{x-2y+y}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{x-y} = xy;$$

$$b) \left(a - \frac{a^2}{a+1}\right) \cdot \frac{a^2-1}{a^2+2a} = \frac{a^2+a-a^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a(a+2)} = \frac{a-1}{a+2};$$

$$r) \frac{cd-d^2}{c^2+d^2} \cdot \left(\frac{c}{c+d} + \frac{d}{c-d}\right) = \frac{d(c-d)}{c^2+d^2} \cdot \frac{c^2-cd+cd+d^2}{c^2-d^2} =$$

$$= \frac{d(c-d)(c^2+d^2)}{(c^2+d^2)(c-d)(c+d)} = \frac{d}{c+d}.$$

$$6.6. a) \left(\frac{1+c^3}{1+c} - c\right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = \left(\frac{(1+c)(1-c+c^2)}{1+c} - c\right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} =$$

$$= (1-2c+c^2) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = (1-c)^2 \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = 1-c;$$

$$b) \frac{b+3}{b^3+9b} \cdot \left(\frac{b+3}{b-3} + \frac{b-3}{b+3}\right) = \frac{b+3}{b(b^2+9)} \cdot \frac{b^2+6b+9+b^2-6b+9}{(b-3)(b+3)} =$$

$$= \frac{(b+3)2(b^2+9)}{b(b^2+9)(b-3)(b+3)} = \frac{2}{b(b-3)};$$

$$b) \frac{\left(\frac{3d+1}{2d+2}-1\right)}{\frac{6d-6}{d+1}} = \frac{3d+1-2d-2}{2(d+1)} \cdot \frac{d+1}{6d-6} = \frac{(d-1)(d+1)}{2(d+1)6(d-1)} = \frac{1}{12};$$

$$r) \frac{x^2-9}{2x^2+1} \cdot \left(\frac{6x+1}{x-3} + \frac{6x-1}{x+3}\right) = \frac{x^2-9}{2x^2+1} \cdot \frac{6x^2+19x+3+6x^2-19x+3}{(x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{(x^2-9) \cdot 2 \cdot (6x^2+3)}{(2x^2+1)(x^2-9)} = \frac{6(2x^2+1)}{2x^2+1} = 6.$$

$$6.7. a) \left(\frac{m}{n^2 - mn} + \frac{n}{m^2 - mn} \right) \cdot \frac{mn}{n+m} = \frac{m^3 - m^2n + n^3 - mn^2}{(n^2 - mn)(m^2 - mn)} \cdot \frac{mn}{m+n} =$$

$$= \frac{(m-n)(m^2 - n^2) \cdot mn}{mn(n-m)(m-n)(m+n)} = -\frac{(m-n)(m+n)}{(m-n)(m+n)} = -1;$$

$$6) \frac{r^2 - 25}{r+3} \cdot \frac{1}{r^2 + 5r} - \frac{r+5}{r^2 - 3r} = \frac{(r-5)(r+5)}{(r+3) \cdot r(r+5)} - \frac{r+5}{r^2 - 3r} =$$

$$= \frac{r-5}{r(r+3)} - \frac{r+5}{r(r-3)} = \frac{r^2 - 8r + 15 - r^2 - 8r - 15}{r(r+3)(r-3)} = -\frac{16r}{r(r^2 - 9)} = -\frac{16}{9 - r^2};$$

$$8) \left(\frac{St}{S^2 - t^2} + \frac{t}{2t - 2S} \right) \cdot \frac{S^2 - t^2}{2t} = \left(\frac{St}{(S-t)(S+t)} + \frac{t}{2(t-S)} \right) \times$$

$$\times \frac{S^2 - t^2}{2t} = \frac{(2St - tS - t^2)}{2(S-t)(S+t)} \cdot \frac{S^2 - t^2}{2t} = \frac{t(S-t)(S^2 - t^2)}{4t(S^2 - t^2)} = \frac{S-t}{4};$$

$$9) \frac{3a+b}{ab(a-b)} + \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{3a-b}{(a-b)(b+a)} = \frac{3a+b}{ab(a-b)} - \frac{3a-b}{ab(a+b)} =$$

$$= \frac{(3a+b)(a+b) - (3a-b)(a-b)}{ab(a-b)(a+b)} = \frac{8}{(a-b)(a+b)}.$$

$$6.8. a) \text{ При } m = \frac{3}{14}, \frac{\left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right)}{\frac{4m}{10m-5}} = \frac{4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 4m - 1}{(2m-1)(2m+1)} \cdot \frac{5(2m-1)}{4m} =$$

$$= \frac{10(2m-1)}{(2m-1)(2m+1)} = \frac{10}{2m+1} = \frac{10}{2 \cdot \frac{3}{14} + 1} = 7;$$

$$6) \text{ При } a=23 \text{ и } b=33, \left(\frac{a}{b-a} - \frac{a}{b+a} \right) \cdot \frac{b^2 + 2ab + a^2}{2a^2} = \frac{a(b+a-b+a)}{(b-a)(b+a)} \cdot \frac{(b+a)^2}{2a^2} =$$

$$= \frac{2a \cdot a \cdot (b+a)^2}{(b-a) \cdot 2a^2 \cdot (b+a)} = \frac{b+a}{b-a} = \frac{56}{10} = 5,6;$$

$$6.9. a) \frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{x-y+x+y}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x-y-x-y}{(x+y)(x-y)}} = \frac{2x}{-2y} = -\frac{x}{y};$$

$$6) \frac{\frac{2}{x} \cdot \frac{x-2}{x^2-x}}{\frac{3}{x} \cdot \frac{x+3}{x^2-x}} = \frac{\frac{2x^2-2x-x^2}{x(x^2-x)}}{\frac{3x^2-3x+x^2+3x}{x(x^2-x)}} = \frac{x^2}{4x^2} = \frac{1}{4};$$

$$8) \frac{\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{x+y-x-y}{(x-y)(x+y)}}{\frac{x-y+x+y}{(x+y)(x-y)}} = \frac{2y}{2x} = \frac{y}{x};$$

$$9) \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = \frac{\frac{x^2-x+4-x^2}{(x-1)(x^2-x)}}{\frac{2x^2-2x-x^2-x+2}{(x-1)(x^2-x)}} = \frac{2x^2-6x+4}{x^2-3x+2} = 2$$

$$6.10. a) \frac{\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}}{\frac{a^2+5a}{1-5a}} = \frac{(a+5)(a+1+5a-1)}{(5a-1)(a+1)} \cdot \frac{1-5a}{a^2+5a} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= -\frac{(a+5) \cdot 6a \cdot (1-5a)}{(1-5a)(a+1) \cdot a \cdot (a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{-6}{a+1} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{a^2-1}{a+1} = a-1.$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{b-3}{7b-4} - \frac{b-3}{b-4} \right) \cdot \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} = \frac{(b-3)(b-4-7b+4)}{(7b-4)(b-4)} \times \\
 & \times \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} = \frac{(b-3)(-6b)(7b-4)}{(7b-4)(b-4) \cdot 3b(3-b)} + \frac{b^2-14}{4-b} = \\
 & = \frac{6}{3(b-4)} + \frac{b^2-14}{4-b} = \frac{b^2-14}{4-b} - \frac{2}{4-b} = \frac{b^2-16}{4-b} = -(b+4) = -b-4
 \end{aligned}$$

$$6.11. a) \frac{\left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2} \right)}{\left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} \right)} = \frac{\left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{(a+b)^2} \right)}{\left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{(a+b)(a-b)} \right)} = \frac{\frac{a^3+a^2b-a^3}{(a+b)^2}}{\frac{a^2-ab-a^2}{(a+b)(a-b)}} = \frac{a^2b}{(a+b)^2} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{-ab} = \frac{a(b-a)}{a+b}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \frac{\frac{z-2}{4z^2+16z+16}}{\left(\frac{z}{2z-4} - \frac{z^2+4}{2z^2-8} - \frac{2}{z^2+2z} \right)} = \frac{\frac{z-2}{4(z^2+4z+4)}}{\left(\frac{z}{2(z-2)} - \frac{z^2+4}{2(z-2)(z+2)} - \frac{2}{z(z+2)} \right)} = \frac{\frac{z-2}{4(z+2)^2}}{\frac{(z^2+2z) \cdot z - z^3 - 4z - 2(z-2) \cdot 2}{2z(z-2)(z+2)}} = \\
 & = \frac{z-2}{4(z+2)^2} \times \frac{2z(z-2)(z+2)}{4z-4z+8} = \frac{2z(z-2)^2}{4 \cdot (2(z-2)^2(z+2))} = \frac{z}{4(z+2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.12. a) & \left(\frac{10m^2}{3+2m} - 5m \right) \cdot \frac{8m^3+27}{30m^2-15m} + \frac{8-2m}{2m-1} = \\
 & = -\frac{15m}{2m+3} \cdot \frac{(2m+3)(4m^2-6m+9)}{15m(2m-1)} + \frac{8-2m}{2m-1} = \\
 & = \frac{8-2m-4m^2+6m-9}{2m-1} = -\frac{4m^2-4m+1}{2m-1} = 1-2m;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \frac{9n^2+3n-9n^2}{3n+1} \cdot \frac{(3n+1)(9n^2-3n+1)}{3n(2-3n)} + \frac{9n-3}{3n-2} = \\
 & = \frac{9n-3-9n^2+3n-1}{3n-2} = -\frac{9n^2-12n+4}{3n-2} = 2-3n.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.13. a) & \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \left(\frac{3n+9}{n-3} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3n-9} + \frac{2}{9-n^2} - \frac{1}{n^2+3n} \right) = \\
 & = \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{(3n+9)^2(n^2+3n-6n-3n+9)}{(n-3)^2 3(n-3)(n+3) \cdot n} = \\
 & = \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{9(n+3)^2(n-3)^2}{3(n-3)^3(n+3) \cdot n} = \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{9(n+3)}{3(n-3) \cdot n} = \\
 & = \frac{9n-27}{(3-n)n^2} + \frac{3n+9}{(n-3)n} = \frac{3n^2+9n-9n+27}{n^2(n-3)} = \frac{3(n^2+9)}{n^2(n-3)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{2}{2p-q} + \frac{6q}{q^2-4p^2} - \frac{4}{2p+q} \right) : \left(1 + \frac{4p^2+q^2}{4p^2-q^2} \right) = \\
 & = \frac{-4p-2q+6q-4q+8p}{q^2-4p^2} \cdot \frac{4p^2-q^2+4p^2+q^2}{4p^2-q^2} = \frac{-4p}{4p^2-q^2} \times \frac{4p^2-q^2}{8p^2} = -\frac{1}{2p}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.14. a) & \frac{k-4}{k-2} \left(\frac{80k}{k^3-8} + \frac{2k}{k^2+2k+4} - \frac{k-16}{2-k} \right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \\
 & = \frac{k-4}{k-2} \left(\frac{80k+2k^2-4k+k^3+2k^2+4k-16k^2-32k-64}{(k-2)(k^2+2k+4)} \right) - \\
 & - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{k-4}{k-2} \cdot \frac{(k-4)(k^2+2k+4)}{k^3-12k^2+48k-64} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \\
 & = \frac{(k-4)(k-2)k^2+2k+4}{(k-2)(k-4)^3} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{k^2+2k+4-6k-4}{(k-4)^2} = \frac{k}{k-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{m-n}{(m+n)^2} - \frac{2m}{m^2-n^2} + \frac{m+n}{(m-n)^2} \right) \cdot \frac{8mn^2}{m^6-n^6} + \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \\
 & = \frac{3mn^2+2mn^2+3mn^2}{(m+n)^2(m-n)^2} \cdot \frac{m^6-n^6}{8mn^2} + \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \frac{(m^2-n^2)(m^2+n^2)}{(m+n)^2(m-n)^2} + \\
 & + \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} - \frac{2n^2}{m^2-n^2} = \frac{m^2-n^2}{m^2-n^2} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.15. & \frac{8y^2+2y}{8y^3-1} - \frac{2y-1}{4y^2+2y+1} \cdot \left(1 + \frac{2y+1}{4y} \cdot \frac{4y^2+10y}{4y^2+2y+1} \right) \cdot \frac{1}{2y} = \\
 & = \frac{8y^2+2y-4y^2+1}{(2y-1)(4y^2+2y+1)} - \frac{4y^2-2y+4y^2-1-4y^2+10y}{2y(2y-1)} \cdot \frac{1}{2y} = \\
 & = \frac{(4y^2+2y-1)(4y^2-4y+1)2y}{(2y-1)(4y^2+2y+1)2y(2y-1)} = \frac{(2y-1)^2}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{2y-1}{2y+1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.16. & \left(\frac{y^2+9}{2^2-3y^2} + \frac{y}{3y+9} - \frac{3}{y^2-3y} \right) \cdot \frac{(3y+9)^2}{3y^2-y^3} = \\
 & = \frac{y^3+9y+3y^2-y^3+27+9y}{3(3-y)(3+y)y} \cdot \frac{(3y+9)^2}{y^2(3-y)} = \\
 & = \frac{27+18y+3y^2}{3y(3-y)(3+y)} \cdot \frac{y^2(3-y)}{(3y+9)^2} = \frac{(3y+9)^2 \cdot y^2(3-y)}{9y(3-y)(3+y)(3y+9)^2} = \frac{y}{9(3+y)} = \frac{y}{9y+27}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.17. & \left(\frac{z}{z-2} - \frac{z^2}{z^3+8} + \frac{z^2+2z}{z-2} \right) \cdot \frac{8}{z^2-2z+4} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} = \\
 & = \frac{z^4+8z-z^4-2z^3}{(z^3+8)(z-2)} \cdot \frac{z^2-2z+4}{8} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} = \\
 & = \frac{2z(4-z^2)}{(z+2)(z^2-2z+4)(z-2)} \cdot \frac{z^2-2z+4}{8} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} = -\frac{z}{4} + \frac{z^2+z+6}{4z+8} = \frac{6-z}{4z+8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.18. & \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} \left(\frac{4}{4y^2-9x^2} - \frac{6y-9x}{8y^3+27x^3} \right) = \\
 & = \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} \left(\frac{4}{(2y+3x)(2y-3x)} - \frac{3(2y-3x)}{(2y+3x)(4y^2-6xy+9x^2)} \right) = \\
 & = \frac{18xy}{2y-3x} + \frac{1}{2y-3x} \left(\frac{16y^2-24xy+36x^2-12y^2+36xy-27x^2}{(2y+3x)(2y-3x)(4y^2-6xy+9x^2)} \right) =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} \cdot \frac{(2y+3x)(2y-3x)(4y^2-6xy+9x^2)}{(2y+3x)^2} =$$

$$= \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{4y^2-6xy+9x^2}{2y+3x} = \frac{(2y)^2+12xy+(3x)^2}{2y+3x} = \frac{(2y+3x)^2}{2y+3x} = 3x+2y.$$

$$6.19. \frac{2-a}{5} + \left(\frac{1}{1-2a} \right)^2 : \left(\frac{a+2}{4a^3-4a^2+a} - \frac{2-a}{1-8a^3} \cdot \frac{4a^2+2a+1}{2a^2+a} \right) =$$

$$= \frac{2-a}{5} + \frac{1}{(1-2a)^2} : \left(\frac{a+2}{a(4a^2-4a+1)} - \frac{(2-a)(4a^2+2a+1)}{(1-8a^3) \cdot a(2a+1)} \right) =$$

$$= \frac{2-a}{5} + \frac{1}{(1-2a)^2} : \left(\frac{a+2}{a(2a-1)^2} - \frac{2-a}{a(1-2a)(1+2a)} \right) =$$

$$= \frac{2-a}{5} + \frac{1}{(1-2a)^2} : \frac{(a+2)(1+2a) - (2-a)(1-2a)}{a(1-2a)^2(1+2a)} = \frac{2-a}{5} +$$

$$+ \frac{1}{(1-2a)^2} \cdot \frac{a(1-2a)^2(1+2a)}{2a^2+2+5a-2a^2-2+5a} = \frac{2-a}{5} + \frac{a(1+2a)}{10a} = \frac{2-a}{5} + \frac{1+2a}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

$$6.20. \left(\frac{b^2-2b+4}{4b^2-1} \cdot \frac{2b^2+b}{b^3+8} - \frac{b+2}{2b^2-b} \right) : \frac{4}{b^2+2b} - \frac{b+4}{3-6b} =$$

$$= \left(\frac{b(2b+1)}{(4b^2-1)(b+2)} - \frac{b+2}{b(2b-1)} \right) \cdot \frac{4}{b^2+2b} - \frac{b+4}{3-6b} =$$

$$= \left(\frac{b}{(2b-1)(b+2)} - \frac{b+2}{b(2b-1)} \right) : \frac{4}{b^2+2b} - \frac{b+4}{3-6b} =$$

$$= \frac{b^2-b^2-4b-4}{(2b-1) \cdot b(b+2)} \cdot \frac{b(b+2)}{4} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{b+1}{1-2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{-1+2b}{3-6b} = -\frac{1}{3}.$$

$$6.21. \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{3}{8x^3+1} + \frac{3}{4x^2-2x+1} \right) \cdot \left(2x - \frac{4x-1}{2x+1} \right) =$$

$$= \frac{4x^2-2x+1-3+6x+3}{(2x+1)(4x^2-2x+1)} \cdot \frac{4x^2+2x-4x+1}{2x+1} = \frac{(4x^2+4x+1)(4x^2-2x+1)}{(2x+1)^2(4x^2-2x+1)} = 1$$

$$6.22. \frac{ax}{a+x} + \frac{bx}{x-b} = \frac{\frac{a^2b}{a-b}}{a+\frac{ab}{a-b}} + \frac{\frac{a^2b}{a-b}}{\frac{ab}{a-b} \cdot b} = \frac{\frac{ab^2}{a-b}}{\frac{a^2 \cdot ab+ab}{a-b}} + \frac{\frac{ab^2}{a-b}}{\frac{ab \cdot ab+b^2}{a-b}} = \frac{a^2b}{a^2} + \frac{a^2b}{a^2} = b+a = a+b.$$

$$6.23. \left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2 \right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2-5x+3}{2x} =$$

$$= \frac{x^2+4x+3+8x-4x^2-12x}{2x(x+3)} \cdot \frac{x+3}{x+1} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{3(1-x^2)}{2x(x+1)} - \frac{x^2-5x+3}{2x}$$

$$= \frac{3-3x}{2x} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{2x-x^2}{2x} = \frac{x(2-x)}{2x} = \frac{2-x}{2} = \frac{1}{2}(2-x).$$

Так как $x > 2$, то $(x-2) > 0$ и $(2-x) < 0$.

Следовательно, $\frac{1}{2}(2-x) < 0$. Что и требовалось доказать.

$$\begin{aligned}
 6.24. \quad & \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} : \left(\frac{4}{4a^2-9} - \frac{6a-9}{8a^3+27} \right) = \\
 & = \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} \cdot \frac{16a^2-24a+36-12a^2+36a-27}{(2a-3)(2a+3)(4a^2-6a+9)} = \\
 & = \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1 \cdot (2a-3)(2a+3)(4a^2-6a+9)}{(2a-3)(4a^2-12a+9)} = \\
 & = \frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{4a^2-6a+9}{2a3} = \frac{6a+9}{2a+3} = \frac{3(2a+3)}{2a+3} = 3.
 \end{aligned}$$

Итак, данное выражение при любых a принимает одно и то же значение 3. Что и требовалось доказать.

§ 7. Первые представления о рациональных уравнениях

7.1. а) $x = 3$; б) $x = -1$; в) $x = -4$; г) $x = 0$

7.2. а) $x = -\frac{1}{3}$; б) $x = -3$ или $x = 1$; в) $x = 3$; г) $x = -4$ или $x = 5$

7.3. а) $x = 0$ или $x = -3$; б) $x = \pm \frac{1}{2}$; в) $x = 0$ или $x = 4$; г) $x = \pm \frac{2}{3}$

7.4. а) ни при каком; б) ни при каком;
в) ни при каком; г) ни при каком

7.5. а) $2x - 5 = 0$; $x = -\frac{5}{2}$ в) $3x - 4 = 0$; $x = \frac{4}{3}$
б) $x(x - 2) = 0$; $x = 0$ или $x = 2$ г) $x(x - 1) = 0$; $x = 0$ или $x = -1$
7.6. а) $4x - 1 = 0$; $x = \frac{1}{4}$ б) $(2x + 3)(x - 5) = 0$; $x = -\frac{3}{2}$ или $x = 5$

в) $5x + 2 = 0$; $x = -\frac{2}{5}$ г) $(2x - 1)(x + 3) = 0$; $x = -3$ или $x = \frac{1}{2}$

7.7. а) $m^2 + 5m = 0$ б) $p^2 + 4p = 0$
 $m(m+5) = 0$ $p(p+4) = 0$
 $m = -5$ или $m = 0$ $p = -4$ или $p = 0$
в) $n^2 - 9n = 0$ г) $q^2 - 16q = 0$
 $n(n-9) = 0$ $q(q-16) = 0$
 $n = 0$ или $n = 9$ $q = 0$ или $q = 16$

7.8. а) $x^2 - 100 = 0$; $x^2 = 100$; $x = \pm 10$ б) $4x^2 - 9 = 0$; $x^2 = \frac{9}{4}$; $x = \pm \frac{3}{2}$

в) $z^2 - 36 = 0$; $z^2 = 36$ г) $9x^2 - 1 = 0$; $x^2 = \frac{1}{9}$; $x = \pm \frac{1}{3}$

7.9. а) $\begin{cases} x^2 - 4x = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-4) = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$

б) $\begin{cases} x^2 + 3x = 0 \\ 5x + 15 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+3) = 0 \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$

$$b) \begin{cases} x^2 + 5x = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+5) = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -5;$$

$$r) \begin{cases} x^2 - 7x = 0 \\ 3x - 21 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-7) = 0 \\ x \neq 7 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

$$7.10. a) \begin{cases} x^2 - 25 = 0 \\ 3x + 15 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 5 \\ x \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5; \quad б) \begin{cases} x^2 - 36 = 0 \\ x^2 + 6x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 6 \\ x \neq 0 \\ x \neq -6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6,$$

$$b) \begin{cases} x^2 - 49 = 0 \\ 4x - 28 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 7 \\ x \neq 7 \end{cases} \Leftrightarrow x = -7; \quad r) \begin{cases} x^2 - 64 = 0 \\ x(8-x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 8 \\ x \neq 0 \\ x \neq 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

$$7.11. a) t^4 = 81; t = \pm 3 \quad б) \begin{cases} a(a-2)(a+2) = 0 \\ a \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow a = 0 \text{ или } a = 2.$$

$$b) y^4 = 16; y = \pm 2 \quad r) \begin{cases} d(3-d)(3+d) = 0 \\ d \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow d = 0 \text{ или } d = -3$$

$$7.12. a) 2x + 1 = 5; 2x = 4; x = 2 \quad б) 10 - 3y = -8y; 5y = -10; y = -2$$

$$b) 3z - 14 = -2; 3z = 12; z = 4. \quad r) 2t + 9 = 20t; 18t = 9; t = \frac{1}{2}.$$

$$7.12. a) 5a = 4(a-3); a = -12$$

$$б) 3(6-v) = 4(2v-1); 18-3v = 8v-4; 11v = 22; v = 2$$

$$b) 3-3c = 7(c-1); 2c = -7; c = -\frac{7}{2}$$

$$r) 4(5+2) = 5(3s-5); 11s = 33; s = 3$$

$$7.14. a) 3n + 75 = 6n + 42; 3n = 33$$

$$b) 8r + 3 = 10r - 1; 2r = 4; r = 2$$

$$7.15. a) x^2 = x; x(x-1) = 0; x = 0 \text{ или } x = 1$$

$$б) 5y^2 - 1 = y^2 + 3; 4y^2 = 4; y^2 = 1; y = \pm 1$$

$$b) x^2 = 2x; x(x-2) = 0; x = 0 \text{ или } x = 2 \quad r) 3t^2 + 5 = 9 + 2t^2; t^2 = 4; t = \pm 2.$$

$$7.16. a) \frac{x^2-4}{x+2} = 0; x-2 = 0; x = 2$$

$$b) \frac{x^2+x}{x+1} = 0; x = 0$$

$$r) \frac{x(2-x)}{2-x} = 0; x = 0$$

$$7.17. a) \frac{x^2-3x}{x-3} = 0; x = 0$$

$$б) \frac{x^2-25}{x+5} = 0; x-5 = 0; x = 5$$

$$b) \frac{x^2-2x}{x} = 0; x-2 = 0; x = 2 \quad r) \frac{16-x^2}{x-4} = 0; -(4+x) = 0; x = -4$$

$$7.18. a) \frac{x^2-12x+36}{x-6} = 0; \frac{(x-6)^2}{x-6} = 0; x-6 = 0; x = 6$$

$$б) \frac{4x-1-(x+5)}{x-2} = 0; \frac{3x-6}{x-2} = 0; 3 = 0; \text{нет решений}$$

$$b) \frac{x^2+10x+25}{x+5} = 0; \frac{(x+5)^2}{x+5} = 0; x+5 = 0; x = -5$$

$$г) \frac{7x+4-3x+8}{x+3} = 0; \frac{4x+12}{x+3} = 0; 4 = 0; \text{ нет решений}$$

$$7.19. а) 5a - 4(a - 3) = -20; a = -32$$

$$б) 3p + p + 12 = \frac{1}{3} \cdot 15; 4p = -7; p = -\frac{7}{4}$$

$$в) \frac{c}{7} - \frac{3c-1}{14} = 2; 2c - (3c - 1) = 2 \cdot 14; -c + 1 = 28; c = -27$$

$$г) 4(2-q) - q = \frac{1}{4} \cdot 20; -5q = -3; q = \frac{3}{5}$$

$$7.20. а) \frac{8-x-8}{2x} = \frac{5}{6}; -\frac{1}{2} = -\frac{5}{6}; \text{ нет решений}$$

$$б) \frac{x+1+x \cdot 2x}{2x(x+1)} = \frac{1}{2}; 2(2x^2 + x + 1) = 2x^2 + 2x; 2x^2 + 2 = 0; \text{ нет решений}$$

$$в) \frac{x-20+20}{4x} = \frac{2}{3}; \frac{1}{4} = \frac{2}{3}; \text{ нет решений}$$

$$г) 3x^2 - 2(x-2) = \frac{1}{3}(x-2)3x; 3x^2 - 2x + 4 = x^2 - 2x; 2x^2 + 4 = 0; \text{ нет корней}$$

$$7.21. а) 3(x-2) + x(x+2) = x^2 - 4; 3x - 6 + x^2 + 2x = x^2 - 4; 5x = 2; x = \frac{2}{5}$$

$$б) 2x(x+1) + 3(x-1) = 2(x^2 - 1); 2x^2 + 2x + 3x - 3 = 2x^2 - 2; 5x = 1; x = 0,2$$

$$в) x + 3 + x(x-3) = x^2 - 9; -2x = -12; x = 6$$

$$г) 3x(x+2) - 5(x-2) = 3(x^2 - 4); 3x^2 + x + 10 = 3x^2 - 12; x = -22$$

7.22. 1) Пусть x (км/ч) – скорость велосипедиста. Тогда $2,5 \cdot x$ (км/ч) – скорость мотоциклиста. По условию задачи время, затраченное на весь путь велосипедистом и мотоциклистом выражаются соответственно:

$$\frac{50}{x} \text{ (ч)} \text{ и } \frac{50}{2,5 \cdot x} \text{ (ч)}. \text{ Мотоциклист выехал на 2,5 часа позже, поэтому}$$

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{2,5 \cdot x} = 2,5;$$

$$2) \frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5; \frac{50}{x} - \frac{20}{x} = \frac{5}{2}; \frac{30}{x} - \frac{5}{2} = 0; \frac{60-5x}{2x} = 0;$$

$x = 12$. Так как при $x = 12$, $2x \neq 0$, то $x = 12$ – корень уравнения.

3) Скорость велосипедиста равна 12(км/ч).

Скорость мотоциклиста равна $12 \cdot 2,5$ (км/ч)=30(км/ч).

Ответ: 12(км/ч); 30(км/ч).

7.27. 1) Пусть x (км/ч) – скорость автобуса, тогда $1,2 \cdot x$ (км/ч) – скорость мотоциклиста. АВ=100(км), поэтому время прохождения АВ автобусом и мотоциклистом равно $\frac{100}{x}$ (ч) и $\frac{100}{1,2 \cdot x}$ (ч) соответственно. Так как

мотоциклист выехал на $8(\text{мин}) = \frac{2}{15}$ (ч) позже автобуса и приехал на 12(мин)

$$= \frac{1}{5} \text{ (ч)} \text{ раньше автобуса, то } \frac{100}{x} - \frac{100}{1,2x} = \frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{3}.$$

$$2) \frac{100}{x} - \frac{100}{1.2x} = \frac{1}{3} \cdot \frac{300}{3x} - \frac{250}{3x} - \frac{x}{3x} = 0, x=50 - \text{корень уравнения, так как } 3 \cdot 50 \neq 0$$

3) Итак, скорость мотоциклиста равна $1,2 \cdot x = 1,2 \cdot 50 = 60 (\text{км/ч})$

Ответ: 60 (км/ч).

$$7.31. \text{ а) } 3(x^2 + 4x) = 2x(x + 2); x^2 + 8x = 0; x = 0 \text{ или } x = -8$$

$$\text{б) } (c - 2)^2 = (c + 3)^2; c^2 - 4c + 4 = c^2 + 6c + 9; 10c = -5; c = -\frac{1}{2}$$

$$\text{в) } 9(x^2 - 5x) = 7x(x - 1); 2x^2 - 38x = 0; x = 0 \text{ или } x = 19$$

$$\text{г) } (x - 2)(x - 4) = (x + 2)(x + 3); x^2 - 6x + 8 = x^2 + 5x + 6; 11x = 2; x = \frac{2}{11}$$

$$7.28. \text{ а) } 2x^2 - 1 = x^2; x^2 = 1, x = \pm 1 \quad \text{б) } 3x^2 + 2 = 3x^2 + 3x, x = \frac{2}{3}$$

$$\text{в) } 3x^2 - 4 = 2x^2, x^2 = 4, x = \pm 2 \quad \text{г) } 5x^2 - 3 = 5x^2 - 10x, 10x = 3, x = 0,3$$

$$7.29. \text{ а) } 3x^2 + 1 = 2x^2 + 2x, x^2 - 2x + 1 = 0; (x - 1)^2 = 0; x = 1$$

$$\text{б) } 2^2 - 5 = x^2 - 1, x^2 = 4, x = \pm 2$$

$$\text{в) } 5x^2 - 36 = 6x^2 - 12x, x^2 - 12x + 36 = 0; (x - 6)^2 = 0; x = 6$$

$$\text{г) } 2x^2 - 13 = x^2 - 4, x^2 = 9, x = \pm 3$$

$$7.30. \text{ а) } \begin{cases} x(x^2 - 25) = 0 \\ x \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0; x = 5 \quad \text{б) } \begin{cases} y^* = 256 \\ y \neq 0 \\ y \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow y = 4$$

$$\text{в) } \begin{cases} x(36 - x^2) = 0 \\ x \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0; x = -6; \quad \text{г) } \begin{cases} y^* = 625 \\ y \neq 0 \\ y \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow y = -5$$

$$7.32. \text{ а) } 3x(x + 1) + (x - 1)(x + 3) = 3(x^2 - 1);$$

$$3x^2 + 3x + x^2 + 2x - 3 = 3x^2 - 3, x^2 + 5x = 0; x = 0 \text{ или } x = -5$$

$$\text{б) } \frac{a-1}{4a-5} - \frac{(2a-1)^2}{(4a-5)^2} = 0$$

$$(a-1)(4a-5) - (2a-1)^2 = 0; 4a^2 - 9a + 5 - 4a^2 + 4a - 1 = 0; -5a = -4, a = 0,8$$

$$\text{в) } 2x(x-3) + (x+3)(x-6) = 2(x^2-9)$$

$$2x^2 - 6x + x^2 - 3x - 18 = 2x^2 - 18; x^2 - 9x = 0; x = 0 \text{ или } x = 9$$

$$\text{г) } \frac{(b-1)^2}{(b+3)^2} - \frac{b+1}{b+3} = 0, (b-1)^2 - (b+1)(b+3) = 0; b^2 - 2b + 1 - b^2 - 4b - 3 = 0$$

$$6b = -2; b = -\frac{1}{3}$$

$$7.33. \text{ а) } 3(x+4) - 25 - (x+1)(x-4) = 0$$

$$3x + 12 - 25 - x + 3x + 4 = 0; x^2 - 6x + 9 = 0; (x-3)^2 = 0; x = 3$$

$$\text{б) } 19 + x(x-5) - 3(x+1) = 0; 19 + x^2 - 5x - 3x - 3 = 0;$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0; (x-4)^2 = 0; x = 4$$

$$\text{в) } (x+5) - 26 - (x+4)(x-5) = 0; x + 5 - 26 - (x^2 - x - 20) = 0;$$

$$-x^2 + 2x - 1 = 0; (x-1)^2 = 0; x = 1$$

$$\text{г) } 14 + 6(x-3) - x(x+2) = 0; -x^2 + 4x - 4 = 0; (x-2)^2 = 0; x = 2.$$

$$7.34. \text{ а) } 3(x^2 + 3x) + (x + 12)(x - 3) - 6 \cdot 3x = 0;$$

$$3x^2 + 9x + x^2 + 9x - 36 - 18x = 0; 4x^2 - 36 = 0; x^2 = 9; x = \pm 3$$

$$\text{б) } 3(x + 2) - 6 - (1 + 2x)x = 0; 3x + 6 - 6 - x - 2x^2 = 0; 2x^2 - 2x = 0;$$

$$x = 0 \text{ или } x = 1$$

$$\text{в) } 4(x^2 - x) + 12x - (x + 2)(x + 6) = 0; 4x^2 - 4x + 12x - x^2 - 8x - 12 = 0;$$

$$3x^2 - 12 = 0; x^2 = 4; x = \pm 2$$

$$\text{г) } (5 - x) - 5 - x(x - 7) = 0; 5 - x - 5 - x^2 + 7x = 0; -x^2 + 6x = 0; x = 0; x = 6.$$

$$7.35. \text{ а) } x(x + 2) - 4(x - 2) = 8; x^2 - 2x = 0; x = 0 \text{ или } x = 2$$

$$\text{б) } 3x + 27 + 3(3 - x) - 4x \cdot x = 0; 3x + 27 + 9 - 3x - 4x^2 = 0;$$

$$4x^2 = 36; x^2 = 9; x = \pm 3$$

$$\text{в) } x(x + 3) - 6(x - 3) - 18 = 0; 4x^2 + 3x - 6x + 18 - 18 = 0;$$

$$x^2 - 3x = 0; x = 0; x = 3$$

$$\text{г) } 5x \cdot x + 2(x - 2) - 16 - 2x = 0; 5x^2 + 2x - 4 - 16 - 2x = 0; x^2 = 4; x = \pm 2$$

$$7.36. \text{ а) } \frac{c-2}{2c+6} + \frac{c+3}{3c-6} = 0; \frac{3c^2 - 12c + 12 + 2c^2 + 12c + 18}{(2c+6)(3c-6)} = 0;$$

$$\frac{5c^2 + 30}{(2c+6)(3c-6)} = 0; 5c^2 + 30 = 0, c^2 = -6 - \text{нет корней.}$$

$$\text{б) } (y + 2)(y - 7) - 4y - y(y - 7) = 0; y^2 - 5y + 14 - 4y - y^2 + 7y = 0;$$

$$2y = 14; y = 7$$

$$\text{в) } \frac{d+5}{5d-20} + \frac{d-4}{4d+20} = \frac{9}{20}; \frac{d+5}{5(d-4)} + \frac{d-4}{4(d+5)} - \frac{9}{20} = 0;$$

$$\frac{4d^2 + 40d + 100 + 5d^2 - 40d + 80}{20(d-4)(d+5)} - \frac{9}{20} = 0; \frac{9d^2 + 180 - 9d^2 - 9d + 180}{20(d-4)(d+5)} = 0.$$

$$\frac{360 - 9d}{20(d-4)(d+5)} = 0; 360 - 9d = 0; d = 40.$$

При $d=40$, $20(d-4)(d+5) \neq 0$, то есть $d = 40$ – корень уравнения.

$$\text{г) } \frac{2a-2}{a^2-36} - \frac{a-2}{a^2-6a} - \frac{a-1}{a^2+6a} = 0; \frac{2a-2}{a^2-6^2} - \frac{a-2}{a(a-6)} - \frac{a-1}{a(a+6)} = 0;$$

$$\frac{2a^2 - 2a - a^2 - 4a + 12 - a^2 + 7a - 6}{a(a-6)(a+6)} = 0; \frac{a+6}{a(a-6)(a+6)} = 0; a+6 = 0, a = -6.$$

При $a = -6$, $a(a-6)(a+6) = 0$, то есть уравнение корней не имеет.

$$7.37. \text{ а) } \frac{c+2}{c^2-5c} - \frac{c-5}{2c^2-50} = \frac{c+25}{2c^2-50}; \frac{c+2}{c^2-5c} - \frac{c-5+c+25}{2c^2-50} = 0;$$

$$\frac{c+2}{c(c-5)} - \frac{2c+20}{2(c-5)(c+5)} = 0; \frac{2c^2 + 14c + 20 - 2c^2 - 20c}{2c(c-5)(c+5)} = 0;$$

$$\frac{20-6c}{2c(c-5)(c+5)} = 0; 20-6c = 0; c = 3\frac{1}{3}.$$

При $c = 3\frac{1}{3}$, $2c(c-5)(c+5) \neq 0$, то есть $c = 3\frac{1}{3}$ – корень уравнения.

$$\text{б) } \frac{3y-1}{6y-3} - \frac{1}{1-4y^2} = \frac{y}{2y+1}; \frac{3y-1}{3(2y-1)} - \frac{1}{(1-2y)(1+2y)} = \frac{1}{2y+1};$$

$$\frac{-6y^2 - y + 1 - 3 - 3y + 6y^2}{3(1-2y)(1+2y)} = 0; \quad \frac{-4y-2}{3(1-2y)(1+2y)} = 0; \quad -4y-2=0; y=-\frac{1}{2}$$

При $y = -\frac{1}{2}$, $3(1-2y)(1+2y)=0$, то есть уравнение не имеет корней

$$\text{в) } \frac{4(d+9)}{5d^2-45} + \frac{d+3}{5d^2-15d} = \frac{d-3}{d^2+3d}; \quad \frac{4(d+9)}{5(d-3)(d+3)} + \frac{d+3}{5d(d-3)} - \frac{d-3}{d(d+3)} = 0,$$

$$\frac{4d^2+36d+d^2+6d+9-5d^2+30d-45}{5d(d-3)(d+3)} = 0;$$

$$\frac{72d-36}{5d(d-3)(d+3)} = 0; \quad 72d-36=0; \quad d=\frac{1}{2}.$$

При $d = \frac{1}{2}$, $5d(d-3)(d+3) \neq 0$, то есть $d = \frac{1}{2}$ — корень уравнения.

$$\text{г) } \frac{1}{4x-6} + \frac{2x-5}{18-8x^2} - \frac{1}{2x^2+3x} = 0; \quad \frac{1}{2(2x-3)} + \frac{2x-5}{2(3-2x)(3+2x)} - \frac{1}{x(2x+3)} = 0,$$

$$\frac{2x^2+3x-2x^2+5x+6-4x}{2x(2x-3)(2x+3)} = 0; \quad 4x+6=0; \quad x=-\frac{3}{2}.$$

При $x = -\frac{3}{2}$, $2x(2x-3)(2x+3)=0$, то есть уравнение не имеет корней.

$$\text{7.38. а) } \frac{12d-7}{10d+1} - \frac{d-3}{5d+1} = 1; \quad \frac{60d^2-23d-7-10d^2+29d+3}{(10d+1)(5d+1)} - 1 = 0;$$

$$\frac{50d^2+6d-4-50d^2-15d-1}{(10d+1)(5d+1)} = 0; \quad -9d-5=0; \quad d=-\frac{5}{9}.$$

При $d = -\frac{5}{9}$, $(10d+1)(5d+1) \neq 0$, то есть. При $d = -\frac{5}{9}$ разность соответствующих дробей равна 1.

$$\text{б) } \frac{18b+2}{b-4} - \frac{15b+1}{b+5} = 3; \quad \frac{18b^2+92b+10-15b^2+59b+4}{(b-4)(b+5)} - 3 = 0,$$

$$\frac{3b^2+151b+14-3b^2-3b+60}{(b-4)(b+5)} = 0; \quad 148b+74=0; \quad b=-\frac{1}{2}$$

При $b = -\frac{1}{2}$, $(b-4)(b+5) \neq 0$, то есть. При $b = -\frac{1}{2}$ разность соответствующих дробей равна 3.

$$\text{7.39. а) По условию } \frac{a+1}{2} + 3 \cdot 0,5 = 3 \cdot \frac{1}{2}; \quad \frac{a+1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = 0; \quad \frac{a-3}{2} = 0; \quad a=3$$

$$\text{При } a=3 \text{ и } b=\frac{5}{12} \text{ имеем: } \frac{a+1}{2} - 3b = \frac{4}{2} - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{б) } \frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = \frac{2-c}{9} + \frac{4}{3} = 1 - \text{ по условию задачи; откуда } c=5.$$

$$\text{При } c=5 \text{ и } x=-11\frac{1}{3}: \quad \frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = \left(\frac{c-2}{3} - 4\right) \cdot x = -3 \cdot x = -3 \cdot \left(-11\frac{1}{3}\right) = 34$$

$$7.40. \text{ а) } \frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \cdot y^2 + y^3 = -n-1 + \frac{9}{5}(3n-1) - 27 = -21 \quad \text{— по условию}$$

задачи. Откуда $n = 2$.

$$\text{При } n = 2 \text{ и } y = \frac{1}{3}: \frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \cdot y^2 + y^3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{13}{27}.$$

$$\text{б) } \frac{s-9}{4} \cdot z + \frac{s+2}{3} \cdot z^2 - z^3 = \frac{9-s}{2} + \frac{4(s+2)}{3} + 8 = 16; \quad \frac{27-3s+8s+16}{6} = 8; \quad s = 1.$$

$$\text{При } s = 1 \text{ и } z = 0,5: \frac{s-9}{4} \cdot z + \frac{s+2}{3} \cdot z^2 - z^3 = -2 \cdot 0,5 + 0,25 - 0,125 = -0,875 = -\frac{7}{8}$$

§ 8. Степень с отрицательным целым показателем

$$8.1. \text{ а) } 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3;$$

$$\text{б) } 13^{-2} = \frac{1}{13^2} = \left(\frac{1}{13}\right)^2;$$

$$\text{в) } 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2;$$

$$\text{г) } 27^{-4} = \frac{1}{27^4} = \left(\frac{1}{27}\right)^4.$$

$$8.2. \text{ а) } a^{-5} = \left(\frac{1}{a}\right)^5;$$

$$\text{б) } \frac{1}{c^{-4}} = c^4;$$

$$\text{в) } d^{-3} = \left(\frac{1}{d}\right)^3;$$

$$\text{г) } \frac{1}{t^{-2}} = t^2.$$

$$8.3. \text{ а) } (a-b)^{-2} = \left(\frac{1}{a-b}\right)^2;$$

$$\text{б) } \frac{1}{(c+d)^3} = (c+d)^{-3};$$

$$\text{в) } (t-s)^{-3} = \left(\frac{1}{t-s}\right)^3;$$

$$\text{г) } \frac{1}{(k+l)^{-2}} = (k+l)^2.$$

$$8.4. \text{ а) } 4 \cdot \frac{1}{2^{-2}} = 4 \cdot 2^2 = 16; \quad \text{б) } \frac{b^3}{a^4} = b^3 a^{-4}; \quad \text{в) } 2 \cdot \frac{1}{5^{-1}} = 2 \cdot 5 = 10; \quad \text{г) } \frac{p^2}{q^5} = p^2 q^{-5}$$

$$8.5. \text{ а) } \frac{d}{c^2} = d \cdot c^{-2} \quad \text{б) } \frac{b^3}{a^{-4}} = b^3 a^4; \quad \text{в) } \frac{n}{m} = n \cdot m^{-1} \quad \text{г) } \frac{p^2}{q^{-3}} = p^2 q^3.$$

$$8.6. \text{ а) } \frac{(t+s)^3}{(t-s)^2} = (t+s)^3 \cdot (t-s)^{-2}$$

$$\text{б) } \frac{(k+l)^5}{(p-t)^{-2}} = (k+l)(p-t)^2;$$

$$\text{в) } \frac{(a-b)^2}{c+d} = (a-b)^2 \cdot (c+d)^{-1}$$

$$\text{г) } \frac{(n-m)^4}{(m+n)^{-3}} = (n-m)^4 (m+n)^3.$$

$$8.7. \text{ а) } 2 = 2^1, 4 = 2^2, 8 = 2^3, 16 = 2^4, 32 = 2^5, 64 = 2^6, 128 = 2^7,$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-1}, \quad \frac{1}{4} = 2^{-2}, \quad \frac{1}{8} = 2^{-3}, \quad \frac{1}{16} = 2^{-4}, \quad \frac{1}{32} = 2^{-5}, \quad \frac{1}{64} = 2^{-6}, \quad \frac{1}{128} = 2^{-7};$$

$$\text{б) } 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}, \quad 4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}, \quad 8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}, \quad 16 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}, \quad 32 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5},$$

$$32 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}, \quad 64 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}, \quad 128 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-7}, \quad \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^1, \quad \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

$$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3, \quad \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4, \quad \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5, \quad \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6, \quad \frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$8.8. a) 3 = 3^1, 9 = 3^2, 27 = 3^3, 81 = 3^4, 243 = 3^5,$$

$$\frac{1}{3} = 3^{-1}, \frac{1}{9} = 3^{-2}, \frac{1}{27} = 3^{-3}, \frac{1}{81} = 3^{-4}, \frac{1}{243} = 3^{-5}$$

$$6) 3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \quad 9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \quad 27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \quad 81 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \quad 243 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} \quad \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \quad \frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \quad \frac{1}{243} = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$8.9. a) \frac{1}{36} = 6^{-2}; 6) \frac{1}{343} = 7^{-3}; b) \frac{1}{625} = 5^{-4}; r) \frac{1}{1024} = 2^{-10}.$$

$$8.10. a) 0,1 = 10^{-1}; 6) 0,0001 = 10^{-4}; b) 0,01 = 10^{-2}; r) 0,00001 = 10^{-5}$$

$$8.11. a) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{2}\right)^0, \left(\frac{1}{2}\right)^1; 6) 3^3, 3^0, 3^{-1}, 3^{-2}.$$

$$b) 5^2, 5^0, 5^{-1}, 5^{-2}; r) \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^0, \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$8.12. a) (64 \cdot 4^{-5})^2 = (2^6 \cdot (2^2)^{-5})^2 = (2^6 \cdot 2^{-10})^2 = (2^{-4})^2 = 2^{-8} = \frac{1}{256};$$

$$6) \frac{5^{-3} \cdot 5^{-1}}{5^{-6}} = \frac{5^{-4}}{5^{-6}} = 5^2 = 25,$$

$$b) (128 \cdot 2^{-6})^{-2} = (2^7 \cdot 2^{-6})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}, r) \frac{3^{-9}}{3^{-2} \cdot 3^{-6}} = \frac{3^{-9}}{3^{-8}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$8.13. a) \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} 10^{-1} + 4^0 - (-2)^3 - (-5)^{-2} \cdot (-5)^3 = -\frac{3}{10} + 1 + 8 + 5 = 14 - \frac{3}{10} = 13,7;$$

$$6) -\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} 2^{-1} - \left(\frac{4}{81}\right)^0 - (-0,5)^{-2} + (2,5)^{-1} \cdot (2,5)^2 =$$

$$= -2 \cdot 2^{-1} - 1 - (-2)^2 + 2,5 = -1 - 1 - 4 + 2,5 = -3,5;$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot (4)^{-1} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} + (-0,6)^{-3} \cdot (-0,6)^4 - (4^5)^0 =$$

$$= 2 \cdot 2^{-2} - (-3)^3 + (-0,6) - 1 = 0,5 + 27 - 0,6 - 1 = 25,9;$$

$$r) (-0,5)^{-3} \cdot (2)^{-1} - (\sqrt{16})^0 - (-2)^3 \cdot 1,2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = (-2)^{-3} \cdot (2)^{-1} - 1 + 8 \cdot 1,2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$$

$$= -8 \cdot \frac{1}{2} - 1 + 9,6 - 2,25 = -7,25 + 9,6 = 2,35.$$

$$8.14. a) a^2 \cdot a^{-3} = a^{-1} = \frac{1}{a}; 6) b^4 \cdot b^{-5} = b^{-1} = \frac{1}{b}; b) d \cdot d^{-2} = d^{-1} = \frac{1}{d}; r) m^5 \cdot m^{-1} = m^4.$$

$$8.15. a) k^6 \cdot k^{-1} = k^5; 6) l^2 \cdot l^{-1} = l^1; b) x^3 \cdot x^{-4} = x^{-1}; r) y \cdot y^{-3} = y^{-2}$$

$$8.16. a) 2a^{-2} \cdot \frac{2}{3}a = 2 \cdot \frac{2}{3}a^{-3} = \frac{4}{3}a^{-3}; 6) 1,2x^{-2} \cdot 4x^{-5} = 0,3x^{-7};$$

$$b) \frac{4}{7}m^7 \cdot \frac{3}{4}m^{-3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4}m^{10} = \frac{3}{7}m^{10}; r) 8r^{-5} \cdot \frac{2}{3}r^{-7} = 8 \cdot \frac{2}{3}r^{-12} = \frac{16}{3}r^{-12}.$$

$$8.17. \text{ a) } 3m^{-2}n^3 : \frac{3}{4} m^{-3}n^3 = 3 \cdot \frac{4}{3} m = 4m; \text{ б) } 0,5a^2b^{-2} \cdot 4a^{-3}b^3 = 2a^{-1}b = \frac{2b}{a};$$

$$\text{в) } \frac{7}{11} t^{-2}s^6 \cdot \frac{4}{7} t^{-1}s^{-2} = t^{-3}s^4 = \frac{s^4}{t^3}; \text{ г) } 16p^{-1}q^3 : \frac{4}{7} p^{-3}q^2 = 16 \cdot \frac{7}{4} p^2q = 28p^2q.$$

$$8.18. \text{ a) } (a^2-1) \cdot a^{-1} = \frac{a^2-1}{a}; \quad \text{б) } (l^3-l^2) \cdot l^{-2} = l^2(l-1) \cdot l^{-2} = l-1;$$

$$\text{в) } (b-b^3)b^{-2} = \frac{b(1-b^2)}{b^2} = \frac{1-b^2}{b};$$

$$\text{г) } (m^5-m^4) \cdot m^{-5} = m^4(m-1) \cdot m^{-5} = (m-1) \cdot m^{-1} = \frac{m-1}{m}.$$

$$8.19. \text{ a) } ab^{-1} + a^{-1}b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}; \quad \text{б) } c^{-1}d^2 - c^2d^{-1} = \frac{d^2}{c} - \frac{c^2}{d} = \frac{d^3-c^3}{cd};$$

$$\text{в) } p^2q^2(p^{-2}-q^{-2}) = p^2q^2\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}\right) = p^2 \cdot q^2 \cdot \frac{q^2-p^2}{p^2q^2} = q^2-p^2;$$

$$\text{г) } mn^{-2} - m^{-2}n = \frac{m}{n^2} - \frac{n}{m^2} = \frac{m^3-n^3}{n^2m^2}.$$

$$8.20. \text{ a) } (b^{-1}+a^{-1}) \cdot (a+b)^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab};$$

$$\text{б) } (x^{-2}-y^{-2}) \cdot (x-y) = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) \cdot \frac{1}{x-y} = \frac{y^2-x^2}{x^2y^2} \cdot \frac{1}{x-y} = -\frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)x^2y^2} = -\frac{x+y}{x^2y^2};$$

$$\text{в) } (m^{-2}+n^{-2}) : (m^2+n^2) = \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}\right) \cdot \frac{1}{m^2+n^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2n^2(m^2+n^2)} = \frac{1}{m^2n^2};$$

$$\text{г) } (ab^{-2}+a^{-2}b) \cdot \left(\frac{a^{-1}}{b}\right)^{-2} = \left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}\right) \cdot \left(\frac{b}{a^{-1}}\right)^2 = \frac{a^3+b^3}{a^2b^2} \cdot \frac{a^2b^2}{1} = a^3+b^3.$$

$$8.21. \text{ a) } (b^{-1}+a^{-1}) \cdot \left(\frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot (a+b)^{-1} = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab};$$

$$\text{б) } \left((s^{-1}+t^{-1}) : \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{t^2}\right)\right)^{-1} = \left(\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{t}\right) : (s^2-t^2)\right)^{-1} =$$

$$= \left(\frac{s+t}{st(s^2-t^2)}\right)^{-1} = \frac{st(s^2-t^2)}{s+t} = st(s-t).$$

$$8.22. \text{ a) } \frac{b^5 \cdot b^{-8}}{b^{-1}} = b^{-2} = (3^{-1})^{-2} = 3^2 = 9; \quad \text{б) } \frac{n^{-15} \cdot n}{n^{-12}} = n^{-2} = 4^{-2} = \frac{1}{16}.$$

$$8.23. \text{ a) } \left(\frac{x+4}{3(x+1)} - \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{x+1}{3(x+1)} \cdot \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} =$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{x-1+2}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1};$$

$$6) \left(\frac{x+10}{5(x+5)} - \frac{1}{x+5} \right) \cdot \frac{5}{x-5} - \frac{10}{(x-5)(x+5)} =$$

$$= \frac{x+10-5}{5(x+5)} - \frac{5}{x-5} - \frac{10}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{x-5} - \frac{10}{(x-5)(x+5)} = \frac{x-5}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{x+5}$$

$$8.24. a) \frac{2-a-\frac{5}{a+2}}{\frac{5}{4-a^2}-1} = \frac{(4-a^2-5)}{a+2} \cdot \frac{4-a^2}{5-(4-a^2)} = a-2;$$

$$6) \frac{\frac{1}{x^2-1}-3}{3(x-1)-\frac{1}{x+1}} = \frac{1-3(x^2-1)}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{3(x^2-1)-1} = \frac{1}{1-x}.$$

$$8.25. a) \frac{\frac{3}{x^2}-\frac{3}{x^2}}{2-\frac{1}{x^2}} = \frac{3}{2x^2-1} - \frac{3}{2x^2+1} = \frac{6}{4x^4-1} = \frac{6}{4 \cdot 2^4-1} = \frac{6}{63} = \frac{2}{21},$$

$$6) \frac{9}{2x-1} - \frac{9}{2x+1} = \frac{18}{4x^2-1} = \frac{18}{4 \cdot 25-1} = \frac{18}{99} = \frac{6}{33} = \frac{2}{11}.$$

$$8.26. a) \frac{\frac{2x}{1-\frac{2x}{2-x}}}{\frac{2x}{2-x-2x}} = \frac{2x}{2-3x} = \frac{2x}{2-\frac{5}{2}} = 6:$$

$$6) \frac{\frac{3x}{2-\frac{3x}{2-x}}}{\frac{3x}{4-2x-3x}} = \frac{3x}{4-5x} = \frac{3 \cdot \frac{5}{7}}{4-5 \cdot \frac{5}{7}} = 5.$$

$$8.27. a) \frac{\frac{2-\frac{1}{x}}{\frac{2}{x}+\frac{1}{y}}}{\frac{2y-x}{2y+x}} = \frac{2\frac{y}{x}-1}{2\frac{y}{x}+1} = \frac{\frac{2}{3}-1}{\frac{2}{3}+1} = -\frac{1}{5};$$

$$6) \frac{\frac{1-\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{3}{y}}}{\frac{y-3x}{y+3x}} = \frac{1-3\frac{x}{y}}{1+3\frac{x}{y}} = \frac{1-\frac{3}{4}}{1+\frac{3}{4}} = \frac{1}{7}.$$

$$8.28. a) \frac{\frac{1-\frac{3}{x}}{\frac{1}{x^2}-\frac{9}{y^2}}}{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{xy} = \frac{y-3x}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{y^2-9x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y}{y+3x} = \frac{1}{1+3\frac{x}{y}} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{2}{5},$$

$$6) \frac{\frac{1+\frac{2}{x}}{\frac{1}{x^2}-\frac{4}{y^2}}}{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{xy} = \frac{y+2x}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{y^2-4x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y}{y-2x} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}-2} = -\frac{1}{9}$$

8.29.

$$a) t = x^{-1} 4t^2 - 4t + 1 = 0; (2t - 1)^2 = 0; t = \frac{1}{2} \quad x^{-1} = \frac{1}{2}, x = 2$$

$$б) t = x^{-2} t^2 - 8t + 16 = 0; t = 4; x^{-2} = 4; x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$в) t = x^{-1} \cdot 9t^2 + 6t + 1 = 0; t = -\frac{1}{3}, x = -3$$

$$г) t = x^{-2} t^2 - 18t + 81 = 0; t = 9; x^{-2} = 9; x = 9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} 8.30. & \left(\frac{y^2(xy^{-1}-1)^2}{x(1+x^{-1}y)^2} \cdot \frac{y^2(x^{-2}+y^{-2})}{x(xy^{-1}+x^{-1}y)} \right) \cdot \frac{1-x^{-1}y}{xy^{-1}+1} = \\ & = \frac{y^2(xy^{-1}-1)^2}{x(1+x^{-1}y)^2} \cdot \frac{y^2(x^{-2}+y^{-2})}{x^2y(x^{-2}+y^{-2})} \cdot \frac{1+xy^{-1}}{1-x^{-1}y} = \\ & = \frac{(y(xy^{-1}-1))^2}{x(x(1+x^{-1}y))^2} \cdot \frac{y}{1-x^{-1}y} = \frac{(x-y)^2 y}{x(x+y)^2} \cdot \frac{(x+y)x}{y(x-y)} = \frac{x-y}{x+y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.31. & \left(\frac{a^{-n}+b^{-n}}{a^{-n}-b^{-n}} - \frac{a^{-n}-b^{-n}}{a^{-n}+b^{-n}} \right) = \left(\frac{(a^{-n}+b^{-n})^2 - (a^{-n}-b^{-n})^2}{(a^{-n}-b^{-n})(a^{-n}+b^{-n})} \right)^{-1} = \\ & = \frac{(a^{-2n} + 2a^{-n}b^{-n} + b^{-2n}) - (a^{-2n} - 2a^{-n}b^{-n} - b^{-2n})}{a^{-2n} - b^{-2n}} = \frac{4a^{-n}b^{-n}}{a^{-2n} - b^{-2n}} = \frac{a^{-2n} - b^{-2n}}{4a^{-n}b^{-n}} = \\ & = \frac{(a^{-n})^2 - (b^{-n})^2}{4(ab)^{-n}} = \frac{(0,2^{-1})^2 - (5^{-1})^2}{4(0,2 \cdot 5)^{-1}} = \frac{25 - \frac{1}{25}}{4} = \frac{624}{100} = 6,24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.32. & \left(\frac{a^{-n}-b^{-n}}{a^{-2n}-a^{-n}b^{-n}+b^{-2n}} \right)^{-1} + \left(\frac{a^{-n}+b^{-n}}{a^{-2n}+a^{-n}b^{-n}+b^{-2n}} \right)^{-1} = \\ & = \frac{a^{-2n}-a^{-n}b^{-n}+b^{-2n}}{a^{-n}-b^{-n}} + \frac{a^{-2n}+a^{-n}b^{-n}+b^{-2n}}{a^{-n}+b^{-n}} = \\ & = \frac{(a^{-2n}-a^{-n}b^{-n}+b^{-2n})(a^{-n}+b^{-n}) + (a^{-n}-b^{-n})(a^{-2n}+a^{-n}b^{-n}+b^{-2n})}{(a^{-n}-b^{-n})(a^{-n}+b^{-n})} = \\ & = \frac{a^{-3n}+b^{-3n}+a^{-3n}-b^{-3n}}{a^{-2n}-b^{-2n}} = \frac{2a^{-3n}}{a^{-2n}-b^{-2n}} \end{aligned}$$

Опечатка в условии задачи

Домашняя контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Числитель дроби $\frac{a-8}{(a+7)(a-12)}$ равен нулю при $a = 8$, значит при $a = 8$ и вся

алгебраическая дробь равна нулю. Знаменатель дроби равен нулю при $a = -7$ или $a = 12$, значит при $a = -7$ или $a = 12$ алгебраическая дробь не существует.

$$2. \frac{a^2 - ac + 2ab + b^2 - bc}{ab - c^2 + ac + b^2} = \frac{(a+b)^2 - c(a+b)}{a(b+c) + (b+c)(b-c)} = \frac{(a+b)(a+b-c)}{(b+c)(a+b-c)} = \frac{a+b}{b+c}.$$

3. При $a = 1,9$ и $b = 0,55$:

$$\frac{a^2 - 4b^2 - 5a + 10b}{(a+2b)^2 - 25} = \frac{(a-2b)(a+2b) - 5(a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} = \frac{(a+2b-5)(a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} =$$

$$= \frac{a-2b}{a+2b+5} = \frac{1,9-1,1}{1,9+1,1+5} = 0,1.$$

$$4. \frac{2}{9p-12q} - \frac{4}{9p+12q} + \frac{4p}{16q^2-9p^2} =$$

$$= \frac{6p+8q-12p+16q-12p}{3(3q-4q)(3p+4q)} = \frac{-18p+24q}{3(3q-4q)(3p+4q)} =$$

$$= \frac{-6(3p-4q)}{3(3q-4q)(3p+4q)} = -\frac{2}{3p+4q}.$$

$$5. \frac{8k+k^2+16}{15k^2+3k} : \frac{16-k^2}{25k^2-1} = \frac{(k+4)^2}{3k(5k-1)} \cdot \frac{(5k-1)(5k+1)}{(4-k)(4+k)} =$$

$$= \frac{(k+4)(5k-1)}{3k(4-k)} = \frac{5k^2+19k-4}{12k-3k^2}.$$

$$6. \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b-c}} \cdot \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right) = \frac{a+b+c}{b+c-a} \cdot \frac{(b+c)^2-a^2}{2bc} =$$

$$= \frac{(a+b+c)(a+b+c)(b+c-a)}{2bc(b+c-a)} = \frac{(a+b+c)^2}{2bc}.$$

$$7. \text{ При } x = -3\frac{3}{4}, \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x^2+1}\right) = \frac{4x}{x^2-1} : \frac{4x^2}{(x^2-1)(x^2+1)} =$$

$$= \frac{x^2+1}{x} = \frac{\frac{225}{16}+1}{-\frac{15}{4}} = -\frac{\frac{241}{16}}{\frac{15}{4}} = -\frac{241}{60}.$$

$$8. (c^{-1} + d^{-1})^{-1} \cdot \left(\frac{2}{d^{-2}} - \frac{2}{c^{-2}}\right) = \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)^{-1} \cdot (2d^2 - 2c^2) =$$

$$= 2 \frac{cd}{c+d} (d^2 - c^2) = 2cd(d-c)$$

$$9. \left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a-b}{2a+2b} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} =$$

$$= \frac{4ab + a^2 - 2ab + b^2}{2(a-b)(a+b)} \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2(a-b)(a+b)^2} + \frac{b}{b-a} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1$$

То есть значение выражения не зависит от выбора значений a и b .

10. 1) Пусть x (км/ч) – собственная скорость катера. Тогда, время катера, за которое он прошел 21(км) по течению равно $\frac{21}{x+1}$ (ч) и время, за которое он

прошел 21(км) против течения равно $\frac{21}{x-1}$ (ч). По условию задачи

$$-\frac{21}{x+1} + \frac{21}{x-1} = 15 \text{ (мин)} = \frac{1}{4} \text{ (ч)}.$$

$$2) -\frac{21}{x+1} + \frac{21}{x-1} = \frac{1}{4}; \quad \frac{21x + 21 - 21x + 21}{x^2 - 1} = \frac{1}{4};$$

$$\frac{42}{x^2 - 1} = \frac{1}{4}; \quad x^2 - 1 = 42 \cdot 4 = 168; \quad x^2 = 169; \quad x = \pm 13.$$

3) $x = -13$ (км/ч) не подходит, так как скорость – величина неотрицательная. Итак, скорость катера равна 13(км/ч).

Ответ: 13(км/ч).

Вариант № 2

1. При $b = -5$ числитель дроби $\frac{b+5}{(b-13)(b+7)}$ обращается в ноль, значит при

$b = -5$ дробь равна нулю. При $b = 13$ или $b = -7$ знаменатель дроби обращается в ноль, значит, при $b=13$ или $b = -7$ дробь не существует

$$2. \frac{x^2 + zx - zy + y^2 - 2xy}{xy - y^2 + zx + z^2} = \frac{(x-y)^2 + z(x-y)}{x(z+y) + (z-y)(z+y)} = \frac{(x-y)(x-y+z)}{(z+x)(x-y+z)} = \frac{x-y}{z+y}$$

3. При $x = 3,5$ и $y = 0,75$:

$$\frac{(x-2y)^2 - 49}{x^2 - 4y^2 + 7x + 14y} = \frac{(x-2y-7)(x-2y+7)}{(x-2y)(x+2y) + 7(x+2y)} = \frac{x-2y-7}{x+2y} = \frac{3,5-1,5-7}{3,5+1,5} = -1$$

$$4. \frac{1}{6a-4b} - \frac{1}{6a+4b} + \frac{3a}{9a^2-4b^2} = \frac{1}{2(3a-2b)} - \frac{1}{2(3a+2b)} +$$

$$+ \frac{3a}{(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{3a+2b-3a+2b+6a}{2(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{2(2b+3a)}{2(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{1}{3a-2b}$$

$$5. \frac{3by+6y-5b-10}{7yb-14y} \cdot \frac{b^2-4}{9y^2-25} = \frac{3y(b+2)-5(b+2)}{7y(b-2)} \cdot \frac{(b-2)(b+2)}{(3y-5)(3y+5)} = \frac{(b+2)^2}{7y(3y+5)}$$

$$6. \frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}} : \frac{x^2 y^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2} = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2} \times$$

$$\times \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{x^2 y^2} = \frac{4xy}{x^2 y^2} = \frac{4}{xy}.$$

$$\begin{aligned}
 7. \text{ При } a = -0,01, \quad & \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 3} \cdot \left(\frac{(a+2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right) = \\
 & = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \left(\frac{2(a+2+a)}{4(a-1)(a+1)} - \frac{3}{a(a-1)} \right) = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \left(\frac{4(a+1)}{4(a-1)(a+1)} - \frac{3}{a(a-1)} \right) = \\
 & = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \frac{a-3}{a(a-1)} = \frac{a-1}{a} = \frac{-0,01-1}{-0,01} = 101
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. (x^{-2} - y^{-2}) \cdot \left(\frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}} \right)^{-2} &= \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right) \cdot (x - y)^{-2} = \\
 &= \frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{1}{(x - y)^2} = \frac{x + y}{x^2 y^2 (x - y)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \left(\frac{b}{b^2 - 36} - \frac{b - 6}{b^2 + 6b} \right) : \frac{2b - 6}{b^2 + 6b} - \frac{b}{b - 6} &= \\
 &= \frac{b^2 - b^2 + 12b - 36}{b(b+6)(b-6)} \cdot \frac{b(b+6)}{2(b-3)} - \frac{b}{b-6} = \frac{6}{b-6} - \frac{b}{b-6} = \frac{6-b}{b-6} = -1.
 \end{aligned}$$

То есть значение выражения не зависит от переменной b .

10. 1) Пусть x (км/ч) – собственная скорость лодки.

Тогда, время, за которое она прошла 16(км) по течению равно $\frac{16}{x+2}$ (ч) и

время, за которое она прошла 16(км) против течения равно $\frac{16}{x-2}$ (ч).

По условию задачи: $\frac{16}{x-2} - \frac{16}{x+2} = 12$ (мин) $= \frac{1}{5}$ (ч).

$$2) \frac{16}{x-2} - \frac{16}{x+2} = \frac{1}{5}; \quad \frac{16((x+2) - (x-2))}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{5};$$

$$\frac{32 \cdot 2}{x^2 - 4} = \frac{1}{5}; \quad x^2 - 4 = 5 \cdot 32 \cdot 2 = 320; \quad x^2 = 324; \quad x = \pm 18.$$

3) $x = -18$ (км/ч) не подходит, так как скорость есть величина не отрицательная. Итак, скорость лодки равна 18 (км/ч). Ответ: 18 (км/ч).

Глава 2. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$. СВОЙСТВА КВАДРАТНОГО КОРНЯ

§ 9. Рациональные числа

9.1. а) $-8 \in \mathbb{Z}$; б) $-12 \in \mathbb{Q}$; в) $79 \in \mathbb{N}$; г) $15 \in \mathbb{Z}$.

9.2. а) $-10 \notin \mathbb{N}$; б) $-5,7 \notin \mathbb{Z}$; в) $0 \notin \mathbb{N}$; г) $\frac{2}{13} \notin \mathbb{Z}$.

9.3. а) $12 \in \mathbb{N}$ — истина; в) $\sqrt{5} \in \mathbb{Z}$ — ложь,

б) $-3 \in \mathbb{Q}$ — истина; г) $0 \in \mathbb{N}$ — ложь.

9.4. а) $37 \notin \mathbb{Z}$ — ложь, в) $\frac{5}{12} \notin \mathbb{N}$ — истина;

б) $-5 \notin \mathbb{N}$ — истина, г) $\frac{3}{8} \notin \mathbb{Q}$ — ложь.

9.5. а) истина; б) ложь. в) истина; г) ложь.

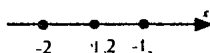
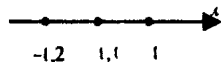
9.6. а) истина. б) истина; в) ложь. г) ложь.

9.7. а) истина, б) ложь, в) истина; г) ложь.

9.8. а) истина; б) ложь. в) истина; г) ложь

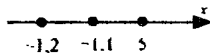
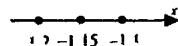
9.9. а) истина. б) истина, в) ложь; г) истина

9.10. а) -1 б) $-0,5$;



в) $-1,15$;

г) 5 .



9.11. а) противоположное: -3 ; обратное: $\frac{1}{3}$,

б) противоположное: 12 ; обратное: $-\frac{1}{12}$,

в) противоположное: -8 ; обратное: $\frac{1}{8}$,

г) противоположное: 7 ; обратное: $-\frac{1}{7}$.

9.12. а) противоположное: $-\frac{1}{3}$, обратное: 3 ;

б) противоположное: $\frac{2}{7}$, обратное: $-\frac{7}{2}$

в) противоположное: $-\frac{5}{6}$, обратное: $\frac{6}{5}$,

г) противоположное: $\frac{4}{9}$; обратное: $-\frac{9}{4}$

$$9.13. \text{ а) } 1; 2; 3; \text{ б) } -1; -2; -3; \text{ в) } -1; 0; 1; \text{ г) } \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}$$

$$9.14. \text{ а) } 1; 2; 3; \text{ б) } 1; 2; 3; \text{ в) } -1; 0; 1; \text{ г) } 1; 2; 3.$$

$$9.15. \text{ а) } \frac{3}{11} = 0,(27); \text{ б) } \frac{8}{33} = 0,(24); \text{ в) } \frac{5}{99} = 0,(05); \text{ г) } \frac{2}{15} = 0,1(3).$$

$$9.16. \text{ а) } \frac{29}{6} = 4,(6); \text{ б) } \frac{34}{9} = 3,(7); \text{ в) } \frac{53}{12} = 4,41(6); \text{ г) } \frac{78}{11} = 7,(09).$$

$$9.17. \text{ а) } 6,335 = 6,335(0);$$

$$\text{ в) } 7,31 = 7,31(0);$$

$$\text{ б) } 0,48 = 0,48(0);$$

$$\text{ г) } 91,856 = 91,856(0).$$

$$9.18. \text{ а) } 1 = 1,(0); \text{ б) } 108 = 108,(0); \text{ в) } 35 = 35,(0); \text{ г) } 572 = 572,(0).$$

$$9.19. \text{ а) } 0,(3) = \frac{1}{3}; \text{ б) } 0,(15) = \frac{5}{33}; \text{ в) } 0,(6) = \frac{2}{3}; \text{ г) } 0,(108) = \frac{4}{37}.$$

$$9.20. \text{ а) } 15(3); x = 15,(3); 10x = 153,(3); 10x - x = 9x = 138; x = \frac{138}{9} = 15\frac{1}{3};$$

$$\text{ б) } 2(14)x = 2,(14); 100x = 214,(14); 100x - x = 99x = 212; x = \frac{212}{99} = 2\frac{14}{99};$$

$$\text{ в) } 7,(2); x = 7,(2); 10x = 72,(2); 10x - x = 9x = 65; x = \frac{65}{9} = 7\frac{2}{9};$$

$$\text{ г) } 23,(25); x = 23,(25); 100x = 2325,(25); 100x - x = 99x = 2302; x = \frac{2302}{99} = 23\frac{25}{99}.$$

$$9.21. \text{ а) } 0,0(24) = \frac{7}{165};$$

$$\text{ б) } 0,00(3) = \frac{1}{300},$$

$$\text{ в) } 0,0(6) = \frac{1}{15};$$

$$\text{ г) } 0,00(18) = \frac{1}{550}$$

$$9.22. \text{ а) } 1,6(1); x = 1,6(1); 10x = 16,(1); 9x = 16,(1) - 1,6(1) = 14,5;$$

$$x = \frac{145}{90} = 1\frac{11}{18};$$

$$\text{ б) } 2,03(5); x = 2,03(5); 10x = 20,35(5); 9x = 18,32; x = \frac{1832}{900} = 2\frac{8}{225};$$

$$\text{ в) } 3,9(12); x = 3,9(12); 100x = 391,2(12); 99x = 387,3; x = \frac{3873}{990} = 3\frac{301}{330}.$$

$$\text{ г) } 0,7(72); x = 0,7(72); 100x = 77,2(72); 99x = 76,5; x = \frac{765}{990} = \frac{17}{22}.$$

$$9.23. \text{ а) } 2; \text{ б) } \frac{5}{2}; \text{ в) } 6; \text{ г) } \frac{11}{2}.$$

$$9.24. \text{ а) } 0; \text{ б) } 1,3; \text{ в) } -3; \text{ г) } \frac{7}{3}.$$

$$9.25. \text{ а) } [-1; 1]; \text{ б) } [13; 14]; \text{ в) } 4; \text{ г) } \frac{25}{2}.$$

9.26.

обратные

а)

$$\frac{20}{7}$$

б)

$$-\frac{25}{28}$$

в)

$$\frac{10}{37}$$

г)

$$-\frac{25}{133}$$

противоположные

$$-0,35$$

$$1,12$$

$$-3,7$$

$$5,32$$

$$9.27. \text{ а) } \frac{2}{7} = 0,(285714); \quad \text{ б) } \frac{12}{35} = 0,3(428571);$$

$$\text{ в) } \frac{17}{23} = 0,(7391304347826086956521); \quad \text{ г) } \frac{13}{14} = 0,9(285714).$$

$$9.28. \text{ а) } \frac{23}{150}; \quad \text{ б) } \frac{8}{11}; \quad \text{ в) } \frac{43}{275}; \quad \text{ г) } \frac{367}{1110}.$$

$$9.29. \text{ а) } \frac{157}{300}; \quad \text{ б) } 2\frac{16}{99}; \quad \text{ в) } 6\frac{29}{225}; \quad \text{ г) } \frac{37}{110}.$$

§ 10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа

$$10.1. \text{ а) } \sqrt{36} = 6, \text{ т.к. } 6 > 0 \text{ и } 6^2 = 36; \quad \text{ б) } \sqrt{121} = 11, \text{ т.к. } 11 > 0 \text{ и } 11^2 = 121;$$

$$\text{ в) } \sqrt{25} = 5, \text{ т.к. } 5 > 0 \text{ и } 5^2 = 25; \quad \text{ г) } \sqrt{196} = 14, \text{ т.к. } 14 > 0 \text{ и } 14^2 = 196.$$

$$10.2. \text{ а) } \sqrt{49} = 7, \text{ верно так как } 7 > 0 \text{ и } 7^2 = 49;$$

$$\text{ б) } \sqrt{\frac{9}{4}} = 1,5, \text{ верно так как } 1,5 > 0 \text{ и } 1,5^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4};$$

$$\text{ в) } \sqrt{100} = 10, \text{ верно так как } 10 > 0 \text{ и } 10^2 = 100;$$

$$\text{ г) } \sqrt{1\frac{7}{9}} = \frac{4}{3}, \text{ верно так как } \frac{4}{3} > 0 \text{ и } \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

$$10.3. \text{ а) } \sqrt{25} = -5, \text{ неверно, т.к. } -5 < 0;$$

$$\text{ б) } \sqrt{36} = 6,5, \text{ неверно, } 6,5^2 = 42,25 \neq 36;$$

$$\text{ в) } \sqrt{100} = 10,1, \text{ неверно, т.к. } (10,1)^2 = 102,01 \neq 100,$$

$$\text{ г) } \sqrt{-81} = -9, \text{ неверно, т.к. } -9 < 0 \text{ и } -81 < 0.$$

$$10.4. \text{ а) } \sqrt{4} = 2, \text{ т.к. } 2 > 0 \text{ и } 2^2 = 4; \quad \text{ б) } \sqrt{25} = 5, \text{ т.к. } 5 > 0 \text{ и } 5^2 = 25;$$

$$\text{ в) } \sqrt{49} = 7, \text{ т.к. } 7 > 0 \text{ и } 7^2 = 49; \quad \text{ г) } \sqrt{1} = 1, \text{ т.к. } 1 > 0 \text{ и } 1^2 = 1.$$

$$10.5. \text{ а) } \sqrt{144} = 12, \text{ т.к. } 12 > 0 \text{ и } 12^2 = 144; \quad \text{ б) } \sqrt{169} = 13, \text{ т.к. } 13 > 0 \text{ и } 13^2 = 169;$$

$$\text{ в) } \sqrt{225} = 15, \text{ т.к. } 15 > 0 \text{ и } 15^2 = 225; \quad \text{ г) } \sqrt{361} = 19, \text{ т.к. } 19 > 0 \text{ и } 19^2 = 361.$$

$$10.6. \text{ а) } \sqrt{0,36} = \sqrt{(0,6)^2} = 0,6; \quad \text{ б) } \sqrt{0,04} = \sqrt{(0,2)^2} = 0,2;$$

$$\text{ в) } \sqrt{0,64} = \sqrt{(0,8)^2} = 0,8; \quad \text{ г) } \sqrt{0,81} = \sqrt{(0,9)^2} = 0,9.$$

$$10.7. \text{ а) } \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3};$$

$$\text{ б) } \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5};$$

$$\text{ в) } \sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7};$$

$$\text{ г) } \sqrt{\frac{16}{121}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{121}} = \frac{4}{11}.$$

$$10.8. \text{ а) } \sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3};$$

$$\text{ б) } \sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2},$$

$$\text{ в) } \sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{ г) } \sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}.$$

10.9. а) $\sqrt{1156} = 34$, б) $\sqrt{1521} = 39$; в) $\sqrt{1024} = 32$, г) $\sqrt{1849} = 43$

10.10. Так как квадратный корень из отрицательного числа не существует, то выражения а) и б) не имеют смысла.

10.11. а) \sqrt{a} имеет смысл при $a \geq 0$; б) $\sqrt{a^2}$ имеет смысл при любом

в) при $a \leq 0$, г) $\sqrt{\frac{1}{a}}$ имеет смысл при $a > 0$.

10.12. а) $(\sqrt{5})^2 = \sqrt{25} = 5$, б) $\left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2 = \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = \frac{5}{7}$;

в) $(\sqrt{4,5})^2 = \sqrt{(4,5)^2} = 4,5$, г) $\left(\sqrt{\frac{1}{12}}\right)^2 = \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2} = \frac{1}{12}$

10.13. а) $(-\sqrt{11})^2 = (\sqrt{11})^2 = 11$, б) $-(\sqrt{21})^2 = -\sqrt{21^2} = -21$,

в) $-(-\sqrt{2})^2 = -(\sqrt{2})^2 = -2$, г) $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{3^2} = -3$

10.14.

а) $(2\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2^2 \cdot 3})^2 = (\sqrt{12})^2 = 12$, б) $(3\sqrt{7})^2 = (\sqrt{3^2 \cdot 7})^2 = (\sqrt{63})^2 = 63$.

в) $(4\sqrt{11})^2 = (\sqrt{4^2 \cdot 11})^2 = (\sqrt{176})^2 = 176$; г) $(6\sqrt{2})^2 = (\sqrt{6^2 \cdot 2})^2 = (\sqrt{72})^2 = 72$.

10.15. а) $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$; б) $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 = \frac{1}{7}$;

в) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{5}{4}$; г) $\left(-\frac{4}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}$

10.16. а) $(\sqrt{3})^6 = (\sqrt{3})^{2 \cdot 3} = 3^3 = 27$; б) $(3\sqrt{2})^4 = ((\sqrt{18})^2)^2 = 18^2 = 324$;

в) $(-\sqrt{11})^4 = (\sqrt{11})^{2 \cdot 2} = 11^2 = 121$; г) $(\sqrt{5})^6 = ((\sqrt{5})^2)^3 = 5^3 = 125$

10.17. а) $\sqrt{3+\sqrt{36}} = \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = 3$; б) $\sqrt{44+\sqrt{25}} = \sqrt{44+5} = \sqrt{49} = 7$.

в) $\sqrt{7+\sqrt{81}} = \sqrt{7+9} = \sqrt{16} = 4$, г) $\sqrt{7-\sqrt{9}} = \sqrt{7-3} = \sqrt{4} = 2$

10.18. а) $\sqrt{16} + \sqrt{100} = 4 + 10 = 14$, б) $\sqrt{49} + \sqrt{0} = 7 + 0 = 7$,

в) $\sqrt{121} - \sqrt{64} = 11 - 8 = 3$, г) $\sqrt{81} + \sqrt{1} = 9 + 1 = 10$

10.19. а) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{4} = 8 \cdot 2 = 16$, б) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{9} = 11 \cdot 3 = 33$,

в) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$, г) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{225} = 5 \cdot 15 = 75$

10.20. а) $\frac{1}{3} \sqrt{0,36} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 = 0,2$, б) $-7 \cdot \sqrt{4} = -7 \cdot 2 = -14$

в) $0,2 \sqrt{1600} = 0,2 \cdot 40 = 8$, г) $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{900} = \frac{1}{5} \cdot 30 = 6$

$$10.21. \text{ а) } x^2 = 4 \quad x = \pm\sqrt{4} = \pm 2, \quad \text{ б) } x^2 = 16, \quad x = \pm\sqrt{16} = \pm 4;$$

$$\text{ в) } x^2 = 9, \quad x = \pm\sqrt{9} = \pm 3, \quad \text{ г) } x^2 = 25, \quad x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

$$10.22. \text{ а) } x^2 = 5, \quad x = \pm\sqrt{5}, \quad \text{ б) } x^2 = 11, \quad x = \pm\sqrt{11},$$

$$\text{ в) } x^2 = 13 \quad x = \pm\sqrt{13} \quad \text{ г) } x^2 = 17 \quad x = \pm\sqrt{17}$$

$$10.23. \text{ а) } \frac{1}{3}x^2 = 75 \quad x^2 = 225 \quad x = \pm 15,$$

$$\text{ б) } 4x^2 - 28 = 0 \quad 4x^2 = 28, \quad x^2 = 7, \quad x = \pm\sqrt{7},$$

$$\text{ в) } \frac{1}{6}x^2 = 24 \quad x^2 = 144 \quad x = \pm 12,$$

$$\text{ г) } 3x^2 - 78 = 0 \quad 3x^2 = 78; \quad x^2 = 26; \quad x = \pm\sqrt{26}$$

$$10.24. \text{ а) } x > \sqrt{2}, \quad x^2 > 2, \quad 4 > 2, \text{ то искомое число равно } \sqrt{4} = 2,$$

$$\text{ б) } 2x < \sqrt{3}, \quad 4x^2 < 3, \quad x^2 < \frac{3}{4}; \quad 0 < \frac{3}{4}, \text{ то искомое число равно } \sqrt{0} = 0,$$

$$\text{ в) } x > \sqrt{5}, \quad x^2 > 5, \quad 9 > 5, \text{ то искомое число равно } \sqrt{9} = 3,$$

$$\text{ г) } 3x < \sqrt{11} \quad 9x^2 < 11, \quad x^2 < \frac{11}{9}, \quad 1 < \frac{11}{9}, \text{ то искомое число равно } \sqrt{1} = 1$$

$$10.25. \text{ а) } 2x > \sqrt{5}, \quad x > \frac{\sqrt{5}}{2}; \quad x^2 > \frac{5}{4}, \quad x_1^2 = 4 \quad x_2^2 = 9 \quad x_3^2 = 16, \quad x_1, x_2, x_3 > 0,$$

$$x = 2, x_2 = 3, x_3 = 4,$$

$$\text{ б) } 2x < \sqrt{7}, \quad x_1 = -3, x_2 = -2, x_3 = -1,$$

$$\text{ в) } 3x < \sqrt{2}, \quad x_1 = -3, x_2 = -2, x_3 = -1,$$

$$\text{ г) } 5x > \sqrt{10}, \quad x > \frac{\sqrt{10}}{5}; \quad x^2 > \frac{2}{5}, \quad x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$$

10.26. Пусть сторона квадрата равна a (см, м), то

$$\text{ а) } a^2 = 64, \quad a = \pm 8 \quad \text{Т.к. } a > 0, \text{ то } a = 8 \text{ (см);}$$

$$\text{ б) } a^2 = 100, \quad a = \pm 10 \quad \text{Т.к. } a > 0, \text{ то } a = 10 \text{ (см);}$$

$$\text{ в) } a^2 = 2,25, \quad a = \pm 1,5 \quad \text{Т.к. } a > 0, \text{ то } a = 1,5 \text{ (см);}$$

$$\text{ г) } a^2 = 17, \quad a = \pm\sqrt{17} \quad \text{Т.к. } a > 0, \text{ то } a = \sqrt{17} \text{ (м).}$$

$$10.27. \text{ а) } \sqrt{x} = 11, \quad x = 11^2 = 121; \quad \text{ б) } \sqrt{x} = \frac{2}{3}, \quad x = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

$$\text{ в) } \sqrt{x} = 1,1, \quad x = 1,1^2 = 1,21, \quad \text{ г) } \sqrt{x} = \frac{7}{8}, \quad x = \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$$

$$10.28. \text{ а) если } a = 1, \text{ то } \sqrt{6-2a} = \sqrt{6-2} = \sqrt{4} = 2;$$

$$\text{ б) если } b = 2, \text{ то } \sqrt{5b^2+10b+9} = \sqrt{20+20+9} = \sqrt{49} = 7,$$

$$\text{ в) если } c = 1,5, \text{ то } \sqrt{4-2c} = \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1,$$

$$\text{ г) если } d = 5, \text{ то } \sqrt{d^3-d^2} = \sqrt{125-25} = \sqrt{100} = 10$$

10.29. а) если $a = 4$ и $b = 7$, то $\sqrt{2a-b} = \sqrt{8-7} = \sqrt{1} =$

б) если $p = 25$ и $q = 16$, то $\sqrt{p+11} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2} = \sqrt{36} - \sqrt{8^2} = 6 - 8 = -2$

в) если $m = 33$ и $n = 2$, то $\sqrt{m-4n} = \sqrt{33-8} = \sqrt{25} = 5$,

г) если $s = 25$ и $t = 16$, то $\sqrt{\frac{s}{t}} + \sqrt{\frac{t}{s}} = \sqrt{9} + \sqrt{\frac{1}{9}} = 3\frac{1}{3}$.

10.30. а) $\sqrt{225} + 3\sqrt{121} = 15 + 3 \cdot 11 = 48$, б) $\frac{9,5}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{9,5}{19} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

в) $-0,03 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = 1$ г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

10.31. а) $5 - \frac{1}{7} \sqrt{1 \frac{27}{169}} = 5 - \frac{1}{7} \cdot \sqrt{\frac{196}{169}} = 5 - \frac{2}{13} = 4\frac{11}{13}$.

б) $8 \cdot \sqrt{5 \frac{1}{16}} + 3 = 8 \cdot \sqrt{\frac{81}{16}} + 3 = 8 \cdot \frac{9}{4} + 3 = 18 + 3 = 21$.

в) $2 \cdot \sqrt{1 \frac{9}{16}} - 1 = 2 \cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{3}{2}$, г) $4 - \frac{1}{4} \sqrt{5 \frac{11}{49}} = 4 - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{16^2}{49}} = 4 - \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{7} = 3\frac{3}{7}$

10.32. а) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{196} + 1,5 \cdot \sqrt{0,36} = \frac{14}{2} + \frac{3}{2} \cdot 0,6 = 7,9$.

б) $0,5 \cdot \sqrt{0,04} + \frac{1}{6} \sqrt{144} = 0,5 \cdot 0,2 + 2 = 2,1$

в) $3,6 \cdot \sqrt{0,25} + \frac{1}{32} \sqrt{256} = 3,6 \cdot 0,5 + \frac{16}{32} = 2,3$;

г) $2,5 \cdot \sqrt{3,24} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{225} = 2,5 \cdot 1,8 - \frac{15}{2} = -3$

10.33. а) $9 < 14 < 16$, поэтому $3 < \sqrt{14} < 4$; б) $36 < 48 < 49$, поэтому $6 < \sqrt{48} < 7$

в) $0 < 0,8 < 1$, поэтому $0 < \sqrt{0,8} < 1$; г) $25 < 28 < 36$, поэтому $-6 < -\sqrt{28} < -5$

Ответ: а) 3,4 б) 6, 7 в) 0, 1 г) -6, -5

10.34. а) $0 < 0,3 < 1$, поэтому $-1 < -\sqrt{0,3} < 0$,

б) $324 < 325 < 361$, поэтому $18 < \sqrt{325} < 19$,

в) $100 < 105 < 121$, поэтому $10 < \sqrt{105} < 11$

г) $225 < 238 < 256$, поэтому $-16 < -\sqrt{238} < -15$

Ответ: а) -1, 0 б) 18, 19 в) 10, 11 г) -16, -15

10.35. а) $x \leq \sqrt{5}$, $x^2 \leq 5$, следовательно, $x^2 = 4$, $x > 0$ и $x = 2$,

б) $2x \leq \sqrt{7}$, $x^2 \leq \frac{7}{4}$, следовательно, $x^2 = 1$, $x > 0$ и $x = 1$,

в) $3x \leq \sqrt{2}$, $x^2 \leq \frac{2}{9}$, следовательно, $x^2 = 0$, $x = 0$

г) $x \leq \sqrt{3}$, $x^2 \leq 3$, следовательно, $x^2 = 3$, $x > 0$ и $x = \sqrt{3}$.

- 10.36. а) $x > \sqrt{7}$ $x^2 > 7$, следовательно, $x^2 = 9$, $x > 0$ и $x = 3$.
 б) $x > \sqrt{10}$; $x^2 > 10$, следовательно, $x^2 = 16$; $x > 0$ и $x = 4$
 в) $x > \sqrt{62}$; $x^2 > 62$, следовательно, $x^2 = 64$; $x > 0$ и $x = 8$,
 г) $x > \sqrt{103}$; $x^2 > 103$, следовательно, $x^2 = 121$; $x > 0$ и $x = 11$
- 10.37. а) $\sqrt{5} < \sqrt{9} = 3$, следовательно, $[1; \sqrt{5}]$ содержит два целых числа.
 б) $-\sqrt{2} > -\sqrt{4} = -2$, $\sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$, следовательно,
 $[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]$ содержит три целых числа;
 в) $-\sqrt{3} > -\sqrt{4} = -2$, $\sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$, следовательно,
 $[-\sqrt{3}; \sqrt{6}]$ содержит четыре целых числа;
 г) $\sqrt{7} > \sqrt{4} = 2$, следовательно, $(\sqrt{7}; 7)$ содержит четыре целых числа.
- 10.38. а) $\sqrt{x-1} = 3$; $x-1 = 3^2 = 9$; $x = 10$;
 б) $\sqrt{4x+1} = 7$; $4x+1 = 49$; $4x = 48$; $x = 12$;
 в) $\sqrt{x+2} = 5$; $x+2 = 25$; $x = 23$;
 г) $\sqrt{7x-1} = 1$; $7x-1 = 1$; $7x = 2$; $x = \frac{2}{7}$.
- 10.39. а) $\sqrt{289-x^2} = 8$; $289-x^2 = 64$; $x^2 = 225$; $x = \pm 15$,
 б) $\sqrt{x^2+144} = 13$; $x^2+144 = 169$; $x^2 = 25$; $x = \pm 5$;
 в) $\sqrt{25-x^2} = 0$; $25-x^2 = 0$; $x^2 = 25$; $x = \pm 5$;
 г) $\sqrt{x^2-144} = 5$; $x^2-144 = 25$; $x^2 = 169$; $x = \pm 13$.
- 10.40. а) $\sqrt{2116} = \sqrt{529 \cdot 4} = \sqrt{23^2 \cdot 2^2} = 46$; б) $\sqrt{4225} = \sqrt{169 \cdot 25} = 13 \cdot 5 = 65$,
 в) $\sqrt{9801} = \sqrt{121 \cdot 81} = 11 \cdot 9 = 99$; г) $70 < \sqrt{5329} < 80$
 Последняя цифра данного числа равна 9. Поэтому, следует искать число, квадрат последней цифры которого оканчивается на 9. Это число равно 73
- 10.41. а) $8464 < 8467 < 8649$; $92 < \sqrt{8467} < 93$, т.е. $\sqrt{8467} \notin \mathbb{Z}$.
 б) $2209 < 2215 < 2304$; $47 < \sqrt{2215} < 48$, т.е. $\sqrt{2215} \notin \mathbb{Z}$.
 в) $2025 < 2113 < 2116$; $45 < \sqrt{2113} < 46$, т.е. $\sqrt{2113} \notin \mathbb{Z}$;
 г) $1225 < 1228 < 1296$; $35 < \sqrt{1228} < 36$, т.е. $\sqrt{1228} \notin \mathbb{Z}$.
- 10.42. а) $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$; б) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$; в) $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$, г) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$
- 10.43. а) $\sqrt[3]{1000} = 10$, т.к. $10^3 = 1000$; б) $\sqrt[3]{3,375} = 1,5$, т.к. $1,5^3 = 3,375$.
 в) $\sqrt[3]{0,001} = 0,1$, т.к. $0,1^3 = 0,001$; г) $\sqrt[3]{7^{12}} = 7^4$, т.к. $(7^4)^3 = 7^{12}$

§ 11. Иррациональные числа

- 11.1. а) $\sqrt{9} = 3$; б) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ – иррациональное число.
 в) $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ – иррациональное число; г) $\sqrt{25} = 5$
- 11.2. а) $6,1 < \sqrt{38} < 6,2$; $6,1 < 6,16... < 6,2$ – верно;
 б) $10,5 < \sqrt{111} < 10,6$; $10,5 < 10,53... < 10,6$ – верно;

в) $4,4 < \sqrt{20} < 4,5$; $4,4 < 4,47... < 4,5$ – верно,

г) $21,5 < \sqrt{463} < 21,6$; $21,5 < 21,51... < 21,6$ – верно.

11.3. $2 < \sqrt{7} < 3$.

11.4. $4 < \sqrt{20} < 5$, $4 < \sqrt{21} < 5$, $4 < \sqrt{22} < 5$.

11.5. а) $\sqrt{7} < 3$; $7 < 9$;

б) $\sqrt{17,3} > 4$; $17,3 > 16$;

в) $\sqrt{5} > 2$; $5 > 4$;

г) $\sqrt{10} > 3,16$; $10 > 9,9856$

11.6. а) $-\sqrt{12} > -4$; $-3,4... > -4$;

б) $-\sqrt{25,6} < -5$; $-5,05... < -5$,

в) $-\sqrt{19} > -4,5$; $-4,35... > -4,5$;

г) $-\sqrt{37} > -6,1$; $-6,08... > -6,1$.

11.7. а) $(6 + \sqrt{2}) + (6 - \sqrt{2}) = 12$ – рациональное число;

б) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$ – рациональное число;

в) $(3 + 2\sqrt{5}) + (3 - \sqrt{20}) = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6$ – рациональное число,

г) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3}) = 7 - 3 = 4$ – рациональное число.

11.8. а) $(7 + \sqrt{3})$ и $(7 - \sqrt{3})$, т.к. $(7 + \sqrt{3}) + (7 - \sqrt{3}) = 14$ – рациональное число

б) $2\sqrt{3}$ и $-\sqrt{3}$, т.к. $2\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$ – иррациональное число.

11.9. а) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{3}$, т.к. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ – рациональное число.

б) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{6}$, т.к. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ – иррациональное число

11.10. Утверждение неверно, т.к. $\sqrt{25} = 5$ – рациональное число.

11.11. а) $\sqrt{9} = 3$; б) $\sqrt{1,96} = 1,4$; в) $\sqrt{3} = 1,7320508...$; г) $\sqrt{9} = 3, (0)$.

11.12. а) $5 + \sqrt{3}$ Предположим, что это рациональное число r , тогда $\sqrt{3} = r - 5$, но $(r - 5)$ – рациональное число, значит, $\sqrt{3}$ – рациональное число, а это неверно. Противоречие. Значит, сделанное нами предположение неверно, т.е. $5 + \sqrt{3}$ – иррациональное число.

б) $7 - \sqrt{2}$ Рассуждая аналогично пункту а), получаем: $7 - \sqrt{2} = r$, $\sqrt{2} = 7 - r$ $\sqrt{2}$ – рациональное число. Противоречие. Значит, $7 - \sqrt{2}$ – иррациональное число.

в) $1 + \sqrt{8}$ Рассуждая аналогично пункту а), получаем: $1 + \sqrt{8} = r$, $\sqrt{8} = r - 1$, $\sqrt{8}$ – рациональное число. Противоречие. Значит, $1 + \sqrt{8}$ – иррациональное число

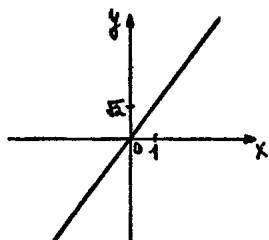
г) $3 - \sqrt{5}$. Рассуждая аналогично пункту а), получаем: $3 - \sqrt{5} = r$, $\sqrt{5} = 3 - r$ $\sqrt{5}$ – рациональное число. Противоречие. Значит, $3 - \sqrt{5}$ – иррациональное число.

11.13. Доказательство аналогично № 1075 (а).

11.14. Пусть a и b – данные числа, причем, a – рациональное число, b – иррациональное число, $a \neq 0$, $a \cdot b = c$. Предположим, что c – рациональное число, тогда $b = \frac{c}{a}$ – рациональное число. Получилось противоречие, т.к.

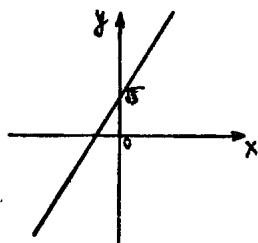
b – иррациональное число. Значит, сделанное нами предположение неверно, т.е. c – иррациональное число. Что и требовалось доказать.

11.15. а) $\sqrt{2}$ – иррациональное число, в) 2α – иррациональное число, б) α^2 – может быть как рациональным, так и иррациональным числом. Например, если $\alpha = \sqrt{2}$, то $\alpha^2 = 2$ – рациональное число. Если $\alpha = \sqrt[3]{2}$, то $\alpha^2 = \sqrt[3]{4}$ – иррациональное число. г) $r^2 - \alpha^2$ – может быть как рациональным, так и иррациональным числом, аналогично б).



предположение о точке В неверно. Т.е. таких точек больше нет, что и требовалось доказать.

11.17. Эта точка $A(-1;0)$. Докажем, что других таких точек нет



Пусть нашлась другая такая точка $B(a,b)$, где a и b – целые числа. Т.к. B принадлежит графику, то $b = \sqrt{3}a + \sqrt{3} = \sqrt{3}(a+1)$, $(a+1)$ – целое число. $\sqrt{3}(a+1)$ – иррациональное число (как произведение иррационального и рационального чисел), значит, b – иррациональное число. Получили противоречие, т.к. b – рациональное число. Значит, наше предположение неверно. Т.е. таких точек больше нет, что и требовалось доказать.

§ 12. Множество действительных чисел

12.1. а) 5; 3; 7 б) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ в) $-1; 0; 1$ г) 1,5; $\sqrt{2}$, 0

12.2. а) 1,2; 5; 0 б) 0; 5; 7 в) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$

г) Это невозможно, т.к. эти два множества не имеют общей части.

12.3. Потому что на координатной прямой есть точки с иррациональными координатами. Нужно добавить иррациональные числа.

12.4. а) $7,5 > 7,498$,

б) $3,1416 > 3,14159$;

в) $54,46 < 54,64$;

г) $1,2112 < 1,2121$.

12.5. а) $-0,25 > -0,26$;

в) $-27,36 > -27,63$;

б) $-5,123 > -5,1231$;

г) $-7,3434 > -7,4343$.

12.6. а) $3, (7) = 3\frac{7}{9} \vee 3\frac{5}{7}, \frac{7}{9} \vee \frac{5}{7}, \frac{7}{9} - \frac{5}{7} = \frac{4}{63} > 0 \Rightarrow 3, (7) > \frac{26}{7}$; б) $0, (1) = \frac{1}{9}$,

в) $6, (3) = 6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$;

г) $4, (2) > 4,2 = \frac{21}{5}$

12.7. а) $4,8 < \sqrt{29}$; $4,8 < 5,38...$

б) $-\sqrt{10} < -3,16$; $-3,162 < -3,16$;

в) $-\sqrt{3} < -\frac{71}{41}, -1,732 < -1,731...$

г) $\sqrt{45} > 5,9$; $6,7 > 5,9$

12.8. а) $x - y = 3 > 0$, значит, $x > y$; б) $x - y = -0,001 < 0$, значит, $x < y$;

в) $x - y = \sqrt{7} > 0$, значит, $x > y$; г) $x - y = -\sqrt{3} < 0$, значит, $x < y$;

12.9. $a < b$, значит, $a - b < 0$. Т.е. подходит только б) -5

12.10. а) $a = 2$, $2(2 + 2) > (2 - 3)(2 + 2)$; $8 > -4$,

б) $a = \sqrt{3}$, $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 2) > (\sqrt{3} - 3)(\sqrt{3} + 2)$,

т.к. 1-е число > 0 , а 2-е < 0 , то $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 2) > (\sqrt{3} - 3)(\sqrt{3} + 2)$.

в) $a = 3,23$, $3,23(3,23 + 2) > (3,23 - 3)(3,23 + 2)$;

т.к. $3,23 > 3,23 - 3$, то $3,23(3,23 + 2) > (3,23 - 3)(3,23 + 2)$;

г) $a = -\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}(-\sqrt{5} + 2) < (-\sqrt{5} - 3)(-\sqrt{5} + 2)$.

12.11. а) $x = y - 5$; $x - y = -5 < 0$, значит, $x < y$;

б) $x + 1 = 2y$, где $y > 1$, $x = 2y - 1$; $x - y = 2y - 1 - y = y - 1 > 0$, значит, $x > y$;

в) $y + 3 = x + 2\sqrt{2}$, $x - y = 3 - 2\sqrt{2} > 0$, значит, $x > y$;

г) $y - x = 1 + y^2 > 0$, значит, $y > x$, т.е. $x < y$

12.12. а) $mn > 0$, $\frac{m}{n} > 0$; б) $mn < 0$, $\frac{m}{n} < 0$

12.13. а) $abcd > 0$, т.к. $ab > 0$ и $cd > 0$; б) $\frac{abd}{c} > 0$, т.к. $ab > 0$ и $\frac{d}{c} > 0$;

в) $\frac{ac}{bd} > 0$, т.к. $\frac{a}{b} > 0$ и $\frac{c}{d} > 0$; г) $a^2 b^3 c^4 d^5 < 0$, т.к. $a^2 b^3 > 0$, $c^4 > 0$, $d^5 < 0$

12.14. А (1, 3), т.к. $1 < 1,3 < 2$; В(π), т.к. $3 < \pi < 4$

12.15. С($-\frac{\pi}{4}$), т.к. $-1 < -\frac{\pi}{4} < 0$; D($\sqrt{8}$) т.к. $2 < \sqrt{8} < 3$

12.16. а) $\sqrt{5} = 2,23...$, $\frac{13}{6} = 2,16...$. Значит, $0 < \frac{13}{6} < \sqrt{5}$

б) $\pi = 3,14...$, значит, $3 < 3,1 < \pi$; в) $\frac{\pi}{6} = 0,52...$, значит, $0,3 < 0,5 < \frac{\pi}{6}$.

г) $-\sqrt{10} = -3,16...$, значит, $-3,2 < -\sqrt{10} < -3$

12.17. а) $-\frac{4}{\sqrt{2}} = -2,282...$, $-\frac{15}{7} = -2,14...$, значит, $-\frac{4}{\sqrt{2}} < -\frac{15}{7} < 0$;

б) $2\pi = 6,28...$, значит, $5,81 < 2\pi < 6,3$,

в) $\frac{\pi}{2} = 1,57...$, значит, $1,5 < \frac{\pi}{2} < 1,6$.

г) $-\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,7...$, значит, $-1 < -\frac{\sqrt{2}}{2} < -0,5$

12.18. а) $pq > 0$, значит, либо $p > 0$ и $q > 0$, либо $p < 0$ и $q < 0$;

б) $p^2 q < 0$, т.е. $q < 0$ а p — любое ($\neq 0$); в) $\frac{p}{q^2} > 0$, т.е. $p > 0$ а q — любое ($\neq 0$),

г) $\frac{p}{q} < 0$, значит, либо $p > 0$ и $q < 0$, либо $p < 0$ и $q > 0$

12.19. а) $a > 2$, $3a > 6$, значит, $3a - 6 > 0$;

б) $a > 2$, $a - 2 > 0$, $a > 1 + 1$, $a - 1 > 1$, т.е. $a - 1 > 0$, значит, $\frac{a - 2}{a - 1} > 0$;

в) $a > 2, a - 2 > 0$, значит, $\frac{-5}{2-a} > 0$;

г) $a > 2, a - 2 > 0, a - 1 > 1, 1 - a < -1$, т.е. $1 - a < 0$,
значит, $(a - 2)(1 - a) < 0$.

12.20. а) $b < 3, b - 3 < 0, (b - 1)^2 \geq 0$, значит, $(b - 3)(b - 1)^2 \leq 0$;

б) $b < 3$, т.е. $b < 4, b - 4 < 0, 3 - b > 0$, значит, $\frac{b-4}{3-b} < 0$;

в) $b < 3, 4b < 12$, т.е. $4b < 14, 14 - 4b > 0$;

г) $b < 3, b^2 + 1 > 0$ т.к. $b < 3$, то $b < 7, b - 7 < 0, 3 - b > 0$, значит,
 $\frac{b^2+1}{(b-7)(3-b)} < 0$.

12.21. а) $s < 1$, т.е. $s < 4, s - 1 < 0, s - 4 < 0$, значит, $(s - 1)(s - 4) > 0$;

б) $s > 4$, т.е. $s > 1, s - 4 > 0, s - 1 > 0$, значит, $(s - 1)(s - 4) > 0$;

в) $1 < s < 4, s - 4 < 0, s - 1 > 0$, значит, $(s - 1)(s - 4) < 0$;

г) $s > 5$, т.е. $s > 4, s - 4 > 0, s - 1 > 0$, значит, $(s - 1)(s - 4) > 0$.

12.22. а) $-\sqrt{3} = -1,73...; -\frac{\pi}{2} = -1,57... \text{ т.е. } -2 < -\sqrt{3} < -\frac{\pi}{2}$, значит, $K(-2)$,

$L(-\sqrt{3}), M(-\frac{\pi}{2})$;

б) $\sqrt{3} = 1,73; \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,57$ т.е. $\frac{1}{\sqrt{3}} < 1 < \sqrt{3}$, значит, $K(\frac{1}{\sqrt{3}}), L(1), M(\sqrt{3})$;

в) $\sqrt{5} = 2,23...; \frac{\sqrt{21}}{2} = 2,29... \text{ т.е. } \sqrt{5} < \frac{\sqrt{21}}{2} < 2,5$, значит, $K(\sqrt{5})$,

$L(\frac{\sqrt{21}}{2}), M(2,5)$;

г) $\sqrt{20} = 4,47...; \frac{3\pi}{2} = 4,71...; \text{ т.е. } \sqrt{20} < 4,5 < \frac{3\pi}{2}$, значит,

$K(\sqrt{20}), L(4,5), M(\frac{3\pi}{2})$.

§ 13. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график

13.1.

а) $y = 2; \sqrt{7}; 4$;

б) $x = 0; 1; 9$;

в) $y_{\text{наим}} = 0; y_{\text{наиб}} = 2$;

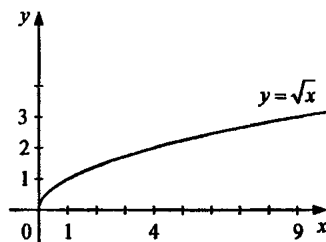
г) Выше прямой $y = 1$ при $x > 1$ и
ниже прямой $y = 1$ при $x \in [0; 1)$.

13.2. а) $y = 0; 1; 1,5$;

б) $x = 4; 6,25; 16$;

в) $y_{\text{наим}} = 1; y_{\text{наиб}} = 3$;

г) Выше прямой $y = 2$ при $x > 4$ и ниже прямой $y = 2$ при $x \in [0; 4)$



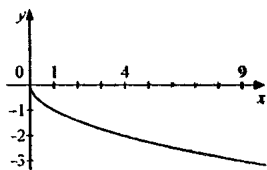
13.3.

а) $y = -1; -1,5; -3;$

б) $x = 0; 4; 16;$

в) $y_{\text{наим}} = -2; y_{\text{наиб}} = -\sqrt{2};$

г) Выше прямой $y = -2$ при $x \in [0; 4)$ и ниже прямой $y = -2$ при $x > 4$.



13.4. а) $A(2; \sqrt{2}) \in \Gamma(y)$, т.к. $y(2) = \sqrt{2} = \sqrt{2};$

б) $B(1; 0) \notin \Gamma(y)$, т.к. $y(1) = \sqrt{1} = 1 \neq 0;$

в) $C(6,25; 2,5) \in \Gamma(y)$, т.к. $y(6,25) = \sqrt{6,25} = 2,5 = 2,5;$

г) $D(-9; 3) \notin \Gamma(y)$, т.к. $y(-9) = \sqrt{-9}$ не имеет смысла.

13.5. а) да; б) нет; в) да; г) нет.

13.6. а) $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 0; y_{\text{наиб}} = 1$ при $x = 1;$

б) $y_{\text{наим}}$ не существует; $y_{\text{наиб}} = 3$ при $x = 9;$

в) $y_{\text{наим}} = 1$ при $x = 1; y_{\text{наиб}} = 2$ при $x = 4;$

г) $y_{\text{наим}} = 2$ при $x = 4; y_{\text{наиб}}$ не существует.

13.7. а) $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 0; y_{\text{наиб}}$ не существует;

б) $y_{\text{наим}} = \sqrt{2}$ при $x = 2; y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наим}} = 3$ при $x = 9; y_{\text{наиб}}$ не существует;

г) $y_{\text{наим}} = \sqrt{5}$ при $x = 5; y_{\text{наиб}}$ не существует.

13.8. а) -2 и $0;$

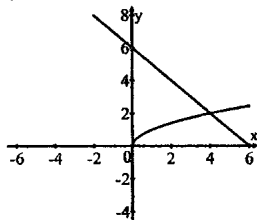
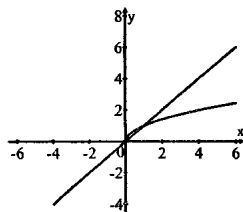
б) $-\infty$ и $-\sqrt{3};$

в) -3 и $-1;$

г) -3 и $-\sqrt{2}.$

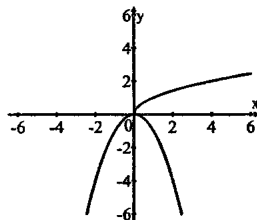
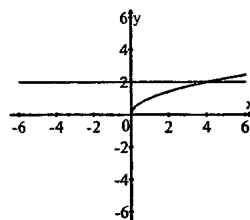
13.9. а) $0; 1;$

б) $4;$



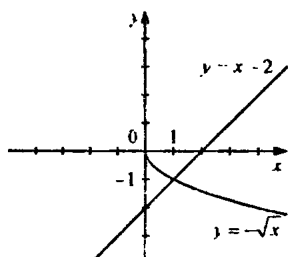
в) $4;$

г) $0.$



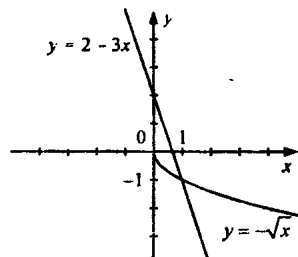
13.10.

а)



Ответ: $x = 1$.

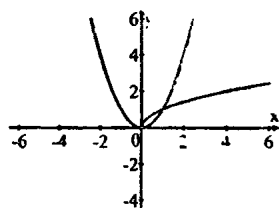
б)



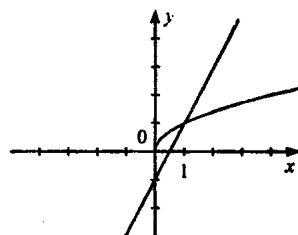
Ответ: $x = 1$.

13.11.

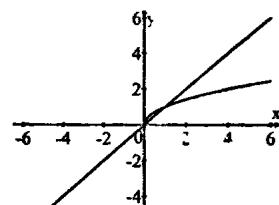
а) (0;0); (1;1);



б)



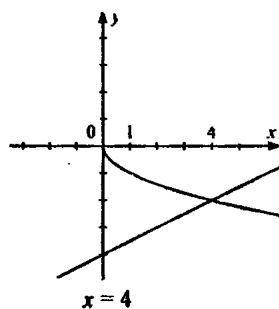
г)



$x = 1$;

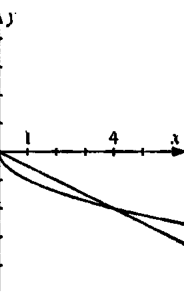
13.12.

а)



$x = 4$

б)



$x = 0$ и $x = 4$

нет решений

13.13. а) $f(9) = 3$; $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$; $f(6,25) = 2,5$;

б) $f(a) = \sqrt{a}$ при $a \geq 0$; $f(-a) = \sqrt{-a}$ при $a \leq 0$; $f(2a) = \sqrt{2a}$ при $a \geq 0$.

в) $f(a+1) = \sqrt{a+1}$ при $a \geq -1$, $f(2-a) = \sqrt{2-a}$ при $a \leq 2$,

$f(3a-1) = \sqrt{3a-1}$ при $a \geq \frac{1}{3}$,

г) $f(a)+1 = \sqrt{a}+1$ при $a \geq 0$, $f(2a)-1 = \sqrt{2a}-1$ при $a \geq 0$,

$f(a-3)+1 = \sqrt{a-3}+1$ при $a \geq 3$

13.14. а) $f(x^4) = \sqrt{x^4} = |x^2| = x^2 = g(x)$,

б) $(f(x))^8 = (\sqrt{x})^8 = x^4 = (x^2)^2 = g(x^2)$

13.15. а) $\sqrt{x-1} = 3$, $x-1 = 9$; $x = 10$. б) $\sqrt{2x} = 4$; $2x = 16$, $x = 8$.

13.16. а) выпукла вверх на $[-1, 1]$; выпукла вниз на $[1, 4]$,

б) выпукла вверх на $[0, 4]$; выпукла вниз на $(-\infty, 0)$;

в) выпукла вверх на $[-3, -2]$ и на $[-1, 1]$, выпукла вниз на $[-2, -1]$,

г) выпукла вниз на $[-3, -1]$ и на $[-1, +\infty)$.

13.17. а) $f(-2) = -4$; $f(0) = 0$, $f(1) = 1$,

б)

в) 1. $D(y) = R$.

2. $y = 0$ при $x = 0$,

$y < 0$ при $x \in (-\infty, 0)$; $y > 0$ при $x \in (0, +\infty)$

3. Функция непрерывна.

4. Функция неограничена.

5. $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ не существуют.

13.18. а) $f(-2) = -2 - 2 = -4$;

$f(1) = 1 - 2 = -1$;

$f(4) = -\sqrt{4} = -2$;

$f(9) = -\sqrt{9} = -3$

б) в) $D(f) = [-2; 9]$

$F(f) = [-4; -1]$

$f(x)$ возрастает на $[-2; 1]$; $f(x)$ убывает на $[1; 9]$

$f(x)$ ни четная, ни нечетная, неперіодическая.

13.19. а) $[0; 1]$; б) $[4; 16]$; в) $[0; 9]$; г) $[1; 25]$.

13.20. а) $[0; 3]$; б) $[2; +\infty)$; в) $[1; 2]$; г) $[3; +\infty)$.

13.21. а) $[\sqrt{2}; 2]$; б) $(2; \sqrt{7}]$; в) $[\sqrt{3}; 3]$; г) $[1; \sqrt{5}]$

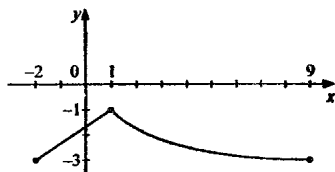
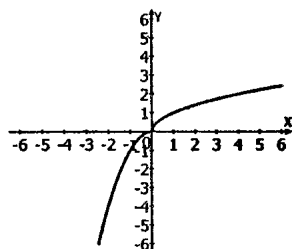
13.22. а) $[1; 9]$; б) $[4; +\infty)$; в) $[4; 16]$; г) $[9; +\infty)$

13.23. а) $[0; 9]$; б) $[1; 4]$.

13.24. а) $[0; 2]$; б) $(\sqrt{2}; 3)$; в) $[2; 3]$; г) $(\sqrt{3}, 2)$

13.25. а) $(1; +\infty)$; б) $(0; \sqrt{5}]$; в) $[0; 2]$; г) $[0; \sqrt{10})$

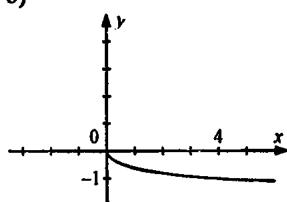
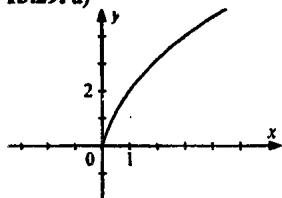
13.26. а) $[0; 4]$; б) $(1; 16)$; в) $[1; 9]$; г) $(4; 9)$.



13.27. а) $(1; +\infty)$; б) $[0; 9]$; в) $[0; 4]$; г) $[1; +\infty)$.

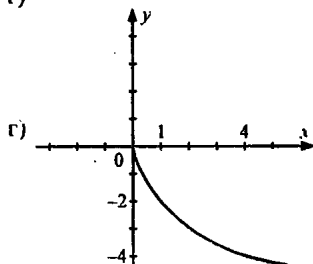
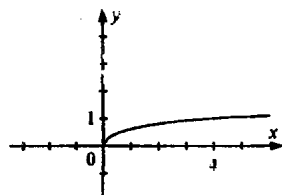
13.28. а) $[-\sqrt{3}, -1]$; б) $(-\infty; -2]$; в) $[-2; -\sqrt{2}]$; г) $(-\infty; -1]$.

13.29. а) б)

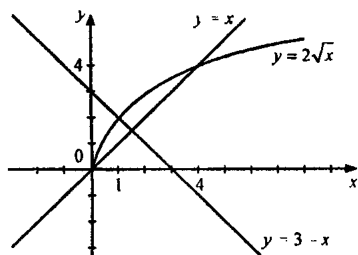


в)

г)



13.30.

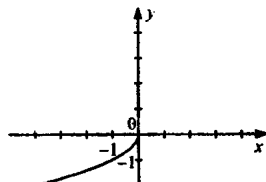
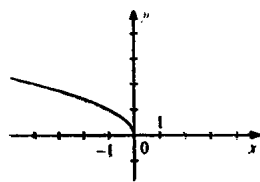


а) $x = 0$ и $x = 4$

б) $x = 1$.

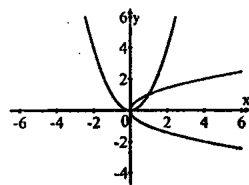
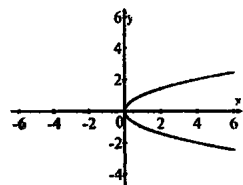
13.31. а)

б)



13.32. а)

б)



§ 14. Свойства квадратных корней

14.1. а) $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$; б) $\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$;

в) $\sqrt{49 \cdot 81} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{81} = 7 \cdot 9 = 63$; г) $\sqrt{64 \cdot 36} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 8 \cdot 6 = 48$.

14.2. а) $\sqrt{0,01 \cdot 0,09} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,09} = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03$;

б) $\sqrt{0,36 \cdot 0,49} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{0,49} = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42$;

в) $\sqrt{0,04 \cdot 1,21} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{1,21} = 0,2 \cdot 1,1 = 0,22$;

г) $\sqrt{0,81 \cdot 0,81} = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,81} = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81$.

14.3. а) $\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$; б) $\sqrt{81 \cdot 100 \cdot 4} = 9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$;

в) $\sqrt{0,64 \cdot 0,36 \cdot 9} = 0,8 \cdot 0,6 \cdot 3 = 1,44$; г) $\sqrt{0,01 \cdot 81 \cdot 0,25} = 0,1 \cdot 9 \cdot 0,5 = 0,45$

14.4. а) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$;

б) $\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}$;

в) $\sqrt{\frac{144}{196}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{196}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$;

г) $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$.

14.5. а) $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{63}$; б) $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$,

в) $\sqrt{\frac{9}{49} \cdot \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{9}{49}} \cdot \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{28}$;

г) $\sqrt{\frac{100}{121} \cdot \frac{4}{81}} = \sqrt{\frac{100}{121}} \cdot \sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{10}{11} \cdot \frac{2}{9} = \frac{20}{99}$

14.6. а) $\sqrt{1 \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$;

б) $\sqrt{5 \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$;

в) $\sqrt{1 \frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$;

г) $\sqrt{3 \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$.

14.7. а) $\sqrt{1 \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$; б) $\sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot \frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{5} = 2,8$,

в) $\sqrt{1 \frac{9}{16} \cdot \frac{64}{100}} = \sqrt{\frac{25}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{10} = 1$; г) $\sqrt{5 \frac{1}{16} \cdot \frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{14}{9} = 7 \frac{1}{2} = 3,5$

14.8. а) $\sqrt{4^4} = 4^2 = 16$; б) $\sqrt{5^8} = 5^4 = 625$; в) $\sqrt{9^6} = 9^3 = 729$; г) $\sqrt{6^4} = 6^2 = 36$

14.9. а) $\sqrt{5^4} = 5^2 = 25$;

б) $\sqrt{(-2)^8} = (-2)^4 = 16$;

в) $\sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$;

г) $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$.

14.10. а) $\sqrt{3^4 \cdot 5^2} = 3^2 \cdot 5 = 45$;

б) $\sqrt{2^6 \cdot 7^4} = 2^3 \cdot 7^2 = 8 \cdot 49 = 392$,

в) $\sqrt{7^2 \cdot 3^6} = 7 \cdot 3^3 = 7 \cdot 27 = 189$;

г) $\sqrt{2^4 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5 = 20$.

14.11. а) $\sqrt{\frac{81 \cdot 25}{16}} = \frac{9 \cdot 5}{4} = \frac{45}{4}$;

б) $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 121}} = \frac{6}{7 \cdot 11} = \frac{6}{77}$;

в) $\sqrt{\frac{9 \cdot 16}{25 \cdot 49}} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$;

г) $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 100}} = \frac{11 \cdot 16}{5 \cdot 10} = 3,52$

$$14.12. \text{ a) } \sqrt{115600} = \sqrt{1156} \cdot 10 = 340; \quad \text{б) } \sqrt{577600} = \sqrt{5776} \cdot 10 = 760;$$

$$\text{в) } \sqrt{608400} = \sqrt{6084} \cdot 10 = 780; \quad \text{г) } \sqrt{902500} = \sqrt{9025} \cdot 10 = 950.$$

$$14.13. \text{ a) } \sqrt{20,25} = \sqrt{2025} \cdot \frac{1}{10} = 4,5; \quad \text{б) } \sqrt{43,56} = \sqrt{4356} \cdot \frac{1}{10} = 6,6;$$

$$\text{в) } \sqrt{96,04} = \sqrt{9604} \cdot \frac{1}{10} = 9,8; \quad \text{г) } \sqrt{37,21} = \sqrt{3721} \cdot \frac{1}{10} = 6,1.$$

$$14.14. \text{ a) } 15; \quad \text{б) } 2 \cdot 7^2 = 98; \quad \text{в) } -3 \cdot 2^3 = -24; \quad \text{г) } 5 \cdot 2^4 = 80$$

$$14.15. \text{ a) } \sqrt{9a^{16}} = 3a^4; \quad \text{б) } \sqrt{36b^8} = 6b^2; \quad \text{в) } \sqrt{49c^4} = 7c^2; \quad \text{г) } \sqrt{1d^6} = 1d^3$$

$$14.16. \text{ a) } -5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot 2x = -10x; \quad \text{б) } -3\sqrt{9y^6} = -3 \cdot 3y^3 = -9y^3;$$

$$\text{в) } -0,1 \cdot \sqrt{100z^8} = -0,1 \cdot 10z^4 = -z^4. \quad \text{г) } -\sqrt{0,25t^2} = -0,5t.$$

$$14.17. \text{ a) } \sqrt{x^2y^4} = xy^2; \quad \text{б) } \sqrt{z^6t^8} = z^3t^4; \quad \text{в) } \sqrt{m^{12}n^{16}} = m^6n^8; \quad \text{г) } \sqrt{p^8q^{10}} = p^4q^5$$

$$14.18. \text{ a) } \sqrt{25a^4b^6} = 5a^2b^3; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{81}{49}p^{12}q^{26}} = \frac{9}{7}p^6q^{13};$$

$$\text{в) } \sqrt{36m^2n^8} = 6mn^4; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{1}{4}r^{18}s^2} = \frac{1}{2}r^9s$$

$$14.19. \text{ a) } \sqrt{\frac{4a^2}{b^6}} = \frac{2a}{b^3}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{169a^{18}}{25b^{30}}} = \frac{13a^9}{5b^{15}},$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{49a^{18}}{81b^6}} = \frac{7a^9}{9b^3}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{576a^{12}}{25b^{26}}} = \frac{24a^6}{5b^{13}}$$

$$14.20. \text{ a) } \sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{64} = 8;$$

$$\text{б) } \sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{49} = 21.$$

$$14.21. \text{ a) } \sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2} = \sqrt{6,76} = 2,6;$$

$$\text{в) } \sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{1} = 1;$$

$$14.22. \text{ a) } \sqrt{0,05} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{2,25} = 1,5;$$

$$\text{б) } \sqrt{2,7} \cdot \sqrt{1,2} = \sqrt{3,24} = 1,8;$$

$$14.23. \text{ a) } \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{160}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}} = \sqrt{2,25} = 1,5;$$

$$14.24. \text{ a) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{242}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11};$$

$$14.25. \text{ a) }$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot (-3)^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{2^{-4}}{(\sqrt{3})^{-4}} \cdot (3)^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{2^{-4}}{3^{-2}} \cdot 3^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}.$$

$$6) \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-4} : (3)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^4} \cdot 3^3 = \frac{1}{\frac{3}{4}} - \frac{1}{\frac{81}{4}} \cdot 27 = \frac{4}{3} - \frac{4}{81} \cdot 27 = 0.$$

$$B) (\sqrt{6})^{-4} + \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{(\sqrt{6})^4} + \frac{1}{\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2} \cdot 8 = \frac{1}{36} + \frac{1}{\frac{36}{2}} \cdot 8 = \frac{1}{36} + \frac{4}{9} = \frac{17}{36}.$$

$$r) \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} (\sqrt{6})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2} = \frac{4}{3} \cdot 6 - 5 = 3.$$

$$14.26. a) \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{25} = 5;$$

$$6) \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{49} = 7;$$

$$B) \sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{(41-40)(41+40)} = 9;$$

$$r) \sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85-84)(85+84)} = 13$$

$$14.27. a) 20 \sqrt{\frac{a}{400}} = 20 \frac{\sqrt{a}}{20} = \sqrt{a}; \quad 6) \frac{1}{13} \cdot \sqrt{169b} = \frac{1}{13} \cdot 13\sqrt{b} = \sqrt{b}.$$

$$B) \frac{1}{15} \cdot \sqrt{225c} = \frac{1}{15} \cdot 15\sqrt{c} = \sqrt{c}; \quad r) 12 \sqrt{\frac{d}{144}} = 12 \cdot \frac{\sqrt{d}}{12} = \sqrt{d}.$$

$$14.28. a) \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = 17; \quad 6) \sqrt{145^2 - 144^2} = \sqrt{145 + 144} = 17,$$

$$B) \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = 13; \quad r) \sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{313 + 312} = 25$$

$$14.29. a) \sqrt{72,5^2 - 71,5^2} = \sqrt{72,5 + 71,5} = 12; \quad 6) \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{3,6} = 6,$$

$$B) \sqrt{98,5^2 - 97,5^2} = \sqrt{98,5 + 97,5} = 14, \quad r) \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{40} \cdot \sqrt{3,6} = 12$$

$$14.30. a) \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \frac{\sqrt{41} \cdot \sqrt{289}}{\sqrt{164}} = \frac{17}{2} = 8,5,$$

$$6) \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \frac{\sqrt{73} \cdot \sqrt{225}}{\sqrt{73} \cdot \sqrt{841}} = \frac{15}{29}; \quad B) \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{64} \cdot \sqrt{288}} = \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96};$$

$$r) \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{194,5^2 - 31,5^2}} = \frac{\sqrt{49} \cdot \sqrt{242}}{\sqrt{162} \cdot \sqrt{225}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}.$$

$$14.31. a) \sqrt{4356} = 66; \quad 6) \sqrt{8464} = 92; \quad B) \sqrt{3844} = 62; \quad r) \sqrt{9025} = 95.$$

$$14.32. a) \sqrt{0,6} = \frac{\sqrt{60}}{10} \approx 0,77; \quad 6) \sqrt{240} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{60} \approx 15,4,$$

$$B) \sqrt{6000} = \sqrt{60} \cdot 10 \approx 77; \quad r) \sqrt{540} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{60} \approx 23,1$$

$$14.33. a) \sqrt{810} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{90} \approx 28,5; \quad 6) \sqrt{360} + 2 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{90} + 2 \approx 21,$$

$$B) \sqrt{2250} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{90} \approx 47,5; \quad r) \sqrt{9000} - 4 = \sqrt{90} \cdot 10 - 4 \approx 91$$

$$14.34. a) x > 0; y > 0, \sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y};$$

$$6) x < 0; y < 0, \sqrt{xy} = \sqrt{-x} \cdot \sqrt{-y}$$

14.35. а) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$; верно при $a = 0, b = 0$; $a = 1$ и $b = 0$;

не верно при $a = 2, b = 1$; $a = 2$ и $b = 2$;

б) $\sqrt{ab} = a\sqrt{b}$; верно при $a = 0, b = 1$; $a = 1$ и $b = 1$;

не верно при $a = 2, b = 1$; $a = 2$ и $b = 2$;

в) $\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$; верно при $a = 1, b = 0$; $a = 0$ и $b = 0$;

не верно при $a = 2, b = 1$; $a = 3$ и $b = 1$;

г) $\sqrt{ab} = ab$; верно при $a = 0$; $b = 2$; $a = 1$ и $b = 1$;

не верно при $a = 2, b = 3$; $a = 3$ и $b = 4$.

14.36. а) $f(4x) = -\sqrt{4x} = -2\sqrt{x} = 2f(x)$; б) $f(x^4) = -\sqrt{x^4} = -x^2 = -(f(x))^4$;

в) $f(0,01x) = -0,1\sqrt{x} = 0,1f(x)$; г) $f(x^5) = -\sqrt{x^5} = -x^2 \cdot \sqrt{x} = x^2 \cdot f(x)$.

§ 15. Преобразование выражений, содержащих операции извлечения квадратного корня

15.1. а) $\sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$; б) $\sqrt{2 \cdot 144} = 12\sqrt{2}$; в) $\sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$; г) $\sqrt{196 \cdot 7} = 14\sqrt{7}$.

15.2. а) $\sqrt{\frac{2}{25}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$;

б) $\sqrt{\frac{121}{10}} = \frac{11}{\sqrt{10}}$;

в) $\sqrt{\frac{6}{49}} = \frac{\sqrt{6}}{7}$;

г) $\sqrt{\frac{225}{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}}$.

15.3. а) $\sqrt{\frac{25}{16 \cdot 2}} = \frac{5}{4\sqrt{2}}$;

б) $\sqrt{\frac{36 \cdot 2}{164 \cdot 5}} = \frac{6}{13}\sqrt{\frac{2}{5}}$;

в) $\sqrt{\frac{6 \cdot 49}{121}} = \frac{7}{11}\sqrt{6}$;

г) $\sqrt{\frac{144 \cdot 3}{7 \cdot 25}} = \frac{12}{5}\sqrt{\frac{3}{7}}$.

15.4. а) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$; в) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$; г) $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

15.5. а) $\sqrt{275} = \sqrt{25 \cdot 11} = 5\sqrt{11}$; б) $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = 11\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{675} = \sqrt{225 \cdot 3} = 15\sqrt{3}$; г) $\sqrt{108} = \sqrt{3 \cdot 36} = 6\sqrt{3}$.

15.6. а) $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{120} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{30} = \sqrt{30}$;

в) $\frac{1}{10}\sqrt{200} = \sqrt{2}$; г) $\frac{1}{5}\sqrt{150} = \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{6} = \sqrt{6}$.

15.7. а) $\sqrt{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{40}{63}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{10}{7}}$; в) $\sqrt{\frac{54}{125}} = \frac{3}{5}\sqrt{\frac{6}{5}}$; г) $\sqrt{\frac{243}{128}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$.

15.8. а) $\sqrt{1\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{13}{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{3}}$; б) $\sqrt{10\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$;

в) $\sqrt{1\frac{13}{32}} = \sqrt{\frac{45}{32}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}$; г) $\sqrt{1\frac{17}{81}} = \sqrt{\frac{98}{81}} = \frac{7}{9}\sqrt{2}$;

15.9. а) $A = 3\sqrt{50} \vee 2\sqrt{98} = B$; $450 \vee 392$; $450 > 392$, т.е. $A > B$;

б) $3\sqrt{\frac{8}{9}} \vee \frac{1}{2}\sqrt{48}$; $9 \cdot \frac{8}{9} \vee \frac{1}{4} \cdot 48$; $8 < 12$; $A < B$.

$$в) 4\sqrt{48} \vee 5\sqrt{27}; 16 \cdot 48 \vee 25 \cdot 27; 768 > 675; A > B.$$

$$г) \frac{1}{7}\sqrt{80} \vee 2\sqrt{\frac{24}{49}}; \frac{80}{49} < \frac{96}{49}; A < B.$$

$$15.10. а) \sqrt{4a} = 2\sqrt{a}; б) \sqrt{25b} = 5\sqrt{b}; в) \sqrt{16c} = 4\sqrt{c}; г) \sqrt{49d} = 7\sqrt{d}.$$

$$15.21. а) -3x^2\sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{3x^4}; \quad б) 4x^2y\sqrt{0,5xy} = \sqrt{8x^5y^3};$$

$$в) -5m^6\sqrt{5m} = -\sqrt{125m^{13}}; \quad г) \frac{1}{2}p\sqrt{\frac{20q}{p}} = \sqrt{5pq}.$$

$$15.22. а) Рассмотрим их квадраты: 36; 32; 25; 26, то искомый порядок: 5; $\sqrt{26}$; $2\sqrt{8}$; 6. б) Рассмотрим их квадраты: 4; 7; 12; 9, то искомый порядок:$$

$$2; \sqrt{7}; 3; 2\sqrt{3}. в) Рассмотрим их квадраты: 16; 18; 20; 25; 19, то искомый порядок: 4; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{19}$; 4,5. г) Рассмотрим их квадраты: 1; $\frac{7}{9}$; $\frac{3}{4}$; 0,49, то$$

$$\text{искомый порядок: } 0,7; 0,5\sqrt{3}; \frac{\sqrt{7}}{3}; 1.$$

$$15.23. а) A = \frac{1}{3\sqrt{3}-5} + \frac{1}{3\sqrt{3}+5} = \frac{6\sqrt{3}}{27-25} = 3\sqrt{3} < \sqrt{10} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{30} = B, \text{ т.е. } A < B.$$

$$б) . а) 5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - \sqrt{a} + 2\sqrt{b} = 4\sqrt{a} + 5\sqrt{b};$$

$$в) -3\sqrt{z} + \sqrt{z} + 9\sqrt{z} = 7\sqrt{z} \quad г) 8\sqrt{c} + \sqrt{d} - \sqrt{d} - 4\sqrt{c} = 4\sqrt{c};$$

$$15.24. а) \sqrt{216} - 2\sqrt{6} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = \sqrt{6}; \quad б) \sqrt{20} + \sqrt{125} = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 7\sqrt{5};$$

$$в) \sqrt{125} + 7\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 12\sqrt{5}; \quad г) \sqrt{32} - \sqrt{128} = 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -4\sqrt{2}.$$

$$15.25. а) 5\sqrt{3} - \sqrt{300} - \sqrt{27} = 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -8\sqrt{3};$$

$$б) 2\sqrt{125} + \sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{80} = 10\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5};$$

$$в) 3\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{80} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 9\sqrt{5};$$

$$г) 3\sqrt{12} + 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{27} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$$

$$15.26. а) \sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a};$$

$$б) 5 + \frac{1}{2}\sqrt{12x} - 10\sqrt{0,03x} = 5\sqrt{3x} + \sqrt{3x} - \sqrt{3x} = 5\sqrt{3x},$$

$$в) \sqrt{5b} - 2\sqrt{20b} - 3\sqrt{80b} = \sqrt{5b} - 4\sqrt{5b} - 12\sqrt{5b} = -15\sqrt{5b};$$

$$г) 3\sqrt{2y} - \sqrt{8y} + 0,1\sqrt{200y} = 3\sqrt{2y} - 2\sqrt{2y} + \sqrt{2y} = 2\sqrt{2y};$$

$$15.27. а) \sqrt{a^3b} + \frac{2}{3a}\sqrt{a^5b} = a\sqrt{ab} + \frac{2a}{3}\sqrt{ab} = \frac{5}{3}a\sqrt{ab}$$

$$б) \sqrt{m^5} + 4m\sqrt{m^3} - m^2\sqrt{m} = m^2\sqrt{m} + 4m^2\sqrt{m} - m^2\sqrt{m} = 4m^2\sqrt{m};$$

$$в) 2a\sqrt{a^7b} + \sqrt{a^9b} = 2a^4\sqrt{ab} - a^4\sqrt{ab} = a^4\sqrt{ab};$$

$$г) \sqrt{81d^3} - 5d\sqrt{d} + \frac{3}{d}\sqrt{4d^5} = 9\sqrt{d} - 5d\sqrt{d} + 6d\sqrt{d} = 10d\sqrt{d}.$$

$$15.28. \text{a)} (6\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3} = (12\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 21;$$

$$\text{б)} (3\sqrt{5} - 2\sqrt{20}) \cdot \sqrt{5} = (3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = -5;$$

$$\text{в)} (\sqrt{32} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} = (4\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 20;$$

$$\text{г)} (2\sqrt{50} - 5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = (10\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 10.$$

$$15.29. \text{a)} \sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{x}) = \sqrt{ax} - x; \quad \text{б)} \sqrt{mn}(\sqrt{m} + \sqrt{n}) = m\sqrt{n} + n\sqrt{m};$$

$$\text{в)} (\sqrt{c} + \sqrt{d}) \sqrt{c} = c + \sqrt{cd}; \quad \text{г)} (\sqrt{p} - \sqrt{q}) \sqrt{pq} = p\sqrt{q} - q\sqrt{p}$$

$$15.30. \text{a)} (\sqrt{50} + \sqrt{6}) : \sqrt{2} = 5 + \sqrt{3}; \quad \text{б)} (\sqrt{28} - \sqrt{44}) : 2 = \sqrt{7} - \sqrt{11};$$

$$\text{в)} (12\sqrt{45} - 6\sqrt{20}) : 3\sqrt{5} = (36\sqrt{5} - 12\sqrt{5}) : 3\sqrt{5} = 8;$$

$$\text{г)} (\sqrt{12} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = (2\sqrt{3} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = (2\sqrt{3} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = 2 - \sqrt{5};$$

$$\text{д)} (4\sqrt{75} - 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3} = (20\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) : 2\sqrt{3} = 12;$$

$$15.31. \text{a)} (2 + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3} - 2 + 3 - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 1;$$

$$\text{б)} (5 + \sqrt{15})(\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = -2\sqrt{5};$$

$$\text{в)} (3 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5}) = 15 + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 5 = 10 - 2\sqrt{5};$$

$$\text{г)} (3 + \sqrt{21})(\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 7\sqrt{3} = -4\sqrt{3}.$$

$$15.32. \text{a)} (a + \sqrt{b})(2a - 3\sqrt{b}) = 2a^2 + 2a\sqrt{b} - 3ab - 3a\sqrt{b} = 2a^2 - a\sqrt{b} - 3ab;$$

$$\text{б)} (2\sqrt{a} - 5\sqrt{3b})(2\sqrt{a} + \sqrt{3b}) = 4a + 2\sqrt{3ab} - 10\sqrt{3ab} - 15b = 4a - 8\sqrt{3ab} - 15b;$$

$$\text{в)} (\sqrt{x} - 2y)(2\sqrt{x} + y) = 2x + y\sqrt{x} - 4y\sqrt{x} - 2y^2 = 2x - 3y\sqrt{x} - 2y^2;$$

$$\text{г)} (\sqrt{m} - 2\sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n}) = m - 2\sqrt{mn} - \sqrt{mn} + 2n = m - 3\sqrt{mn} + 2n;$$

$$15.33. \text{a)} (\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) = 7 - 5 = 2;$$

$$\text{б)} (7 - 5\sqrt{2})(7 + 5\sqrt{2}) = 49 - 50 = -1;$$

$$\text{в)} (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 6 - 2 = 4; \quad \text{г)} (8 + 3\sqrt{7})(8 - 3\sqrt{7}) = 64 - 63 = 1.$$

$$15.34. \text{a)} (a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b; \quad \text{б)} (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y;$$

$$\text{в)} (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = x - 1; \quad \text{г)} (\sqrt{y} + \sqrt{3})^2 = y + 2\sqrt{3y} + 3;$$

$$\text{д)} (\sqrt{3p} - \sqrt{5q})(\sqrt{3p} + \sqrt{5q}) = 3p - 5q.$$

$$15.35. \text{a)} (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b; \quad \text{б)} (\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2 = x - 6\sqrt{xy} + 9y;$$

$$\text{в)} (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = m - 2\sqrt{mn} + n; \quad \text{г)} (\sqrt{t} + 2\sqrt{x})^2 = t + 4\sqrt{tx} + 4x.$$

$$15.36. \text{a)} (\sqrt{2} + 4)^2 = 2 + 8\sqrt{2} + 16 = 18 + 8\sqrt{2}; \quad \text{б)} (\sqrt{5} - 1)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 6 - 2\sqrt{5};$$

$$\text{в)} (2 + \sqrt{17})^2 = 4 + 4\sqrt{17} + 17 = 21 + 4\sqrt{17}; \quad \text{г)} (3 - \sqrt{8})^2 = 9 - 6\sqrt{8} + 8 = 17 - 6\sqrt{8}.$$

$$15.37. \text{a)} (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 = 12 - 12\sqrt{6} + 18 = 30 - 12\sqrt{6};$$

$$6) (\sqrt{6} + \sqrt{12})^2 = 6 + 12\sqrt{12} + 12 = 18 + 12\sqrt{2};$$

$$b) (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2 = 45 - 30\sqrt{15} + 75 = 120 - 30\sqrt{15};$$

$$r) (\sqrt{14} + \sqrt{8})^2 = 14 + 8 + 2\sqrt{8 \cdot 14} = 22 + 8\sqrt{7}.$$

$$15.38. a) (\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + \sqrt{mn} + n) = \sqrt{m^3} - \sqrt{n^3} = m\sqrt{m} - n\sqrt{n},$$

$$6) (c + \sqrt{d})(c^2 - \sqrt{d}c + d) = c^3 + d\sqrt{d};$$

$$b) (\sqrt{r} - 2\sqrt{n})(r + 2\sqrt{rn} + 4n) = r\sqrt{r} - 8n\sqrt{n};$$

$$r) (2\sqrt{s} + 3\sqrt{t})(4s - 6\sqrt{st} + 9t) = 8s\sqrt{s} + 27t\sqrt{t}.$$

$$15.39. a) \frac{x}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}x}{7}; 6) \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}; b) \frac{y}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}; r) \frac{42}{5\sqrt{p}} = \frac{42\sqrt{p}}{5p}.$$

$$15.40. a) \frac{3}{\sqrt{a+b}} = \frac{3\sqrt{a+b}}{a+b}; 6) \frac{a+3}{\sqrt{a^2-9}} = \frac{\sqrt{a+3}}{\sqrt{a-3}} = \frac{\sqrt{a^2-9}}{a-3}.$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{c-d}} = \frac{\sqrt{c-d}}{c-d}; r) \frac{b-2}{\sqrt{4-b^2}} = -\frac{\sqrt{2-b}}{\sqrt{2+b}} = -\frac{\sqrt{4-b^2}}{2+b}.$$

$$15.41. a) \frac{4a}{\sqrt{2a}} = 2\sqrt{2a}; 6) \frac{a^2b}{\sqrt{ab^3}} = \frac{a^2}{\sqrt{ab}} = a^2 \cdot \frac{\sqrt{ab}}{ab} = \frac{a\sqrt{ab}}{b}$$

$$b) \frac{c^2}{\sqrt{c^5}} = \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c}; r) \frac{9a^2bc}{\sqrt{27ab^3c}} = \frac{3a^2bc\sqrt{3ab^3c}}{3ab^3c} = \frac{a\sqrt{3abc}}{b}$$

$$15.42. a) \frac{5}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{5(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{x - y}; 6) \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{(a - b)^2} = \frac{a + 2\sqrt{ab} + b}{(a - b)^2};$$

$$b) \frac{3}{\sqrt{m} - \sqrt{n}} = \frac{3(\sqrt{m} + \sqrt{n})}{m - n}; r) \frac{6}{(\sqrt{p} + \sqrt{q})^3} = \frac{6(\sqrt{p} - \sqrt{q})^3}{(p - q)^3}$$

$$15.43. a) \frac{4}{\sqrt{7}\sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{7 \cdot 3} = \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

$$6) \frac{4}{\sqrt{10} + \sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{10} - \sqrt{2})}{8} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2}.$$

$$b) \frac{6}{\sqrt{15} + \sqrt{12}} = \frac{6(\sqrt{15} - \sqrt{12})}{3} = 2(\sqrt{15} - \sqrt{12}).$$

$$r) \frac{36}{\sqrt{18} - \sqrt{12}} = \frac{36(\sqrt{18} + \sqrt{12})}{6} = 6(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$$

$$15.44. a) \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{3 - 1} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$

$$6) \frac{\sqrt{5} - 3}{3 + \sqrt{5}} = -\frac{(\sqrt{5} - 3)^2}{9 - 5} = -\frac{14 - 6\sqrt{5}}{4} = \frac{3\sqrt{5} - 7}{2}.$$

$$b) \frac{2 + \sqrt{7}}{2 - \sqrt{7}} = \frac{(2 + \sqrt{7})^2}{4 - 7} = \frac{6 + 4\sqrt{7}}{-3} = 3 + 2\sqrt{2};$$

$$r) \frac{5+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}} = \frac{(5+\sqrt{7})(5+\sqrt{7})}{(5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7})} = \frac{25+7+10\sqrt{7}}{25-7} = \frac{32+10\sqrt{7}}{18} = \frac{16+5\sqrt{7}}{9}.$$

$$15.45. a) \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y} = \frac{x^2-x\sqrt{y}}{x^2-y}; \quad 6) \frac{a^2-b}{a-\sqrt{b}} = a+\sqrt{b};$$

$$b) \frac{s}{2s+\sqrt{3r}} = \frac{s(2s-\sqrt{3r})}{4s^2-3r}; \quad r) \frac{25b^2-3a}{\sqrt{3a-5b}} = -(5b+\sqrt{3a}).$$

$$15.46. a) \frac{1}{\sqrt{a+3}-2} = \frac{\sqrt{a+3}+2}{a-1};$$

$$6) \frac{y-3}{\sqrt{4-y}+1} = \frac{(1-\sqrt{4-y})(1+\sqrt{4-y})}{\sqrt{4-y}+1} = 1-\sqrt{4-y};$$

$$b) \frac{2}{3-\sqrt{2x-1}} = \frac{2(3+\sqrt{2x-1})}{10-2x} = \frac{3+\sqrt{2x-1}}{5-x};$$

$$r) \frac{3-b}{2-\sqrt{b+1}} = \frac{4-(b+1)}{2-\sqrt{b+1}} = 2+\sqrt{b+1}.$$

$$15.47. a) \frac{p-\sqrt{pq}+q}{\sqrt{p}-\sqrt{q}} = \frac{\sqrt{p^3}+\sqrt{q^3}}{p-q} = \frac{p\sqrt{p}+q\sqrt{q}}{p-q}; \quad 6) \frac{4+2\sqrt{t}+t}{2+\sqrt{t}} = \frac{8-t\sqrt{t}}{4-t};$$

$$b) \frac{x-3\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3} = \frac{x\sqrt{x}+27}{x-9}; \quad r) \frac{a+2\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{a}-8b\sqrt{b}}{a-4b};$$

$$15.48. a) 5+\sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5}+1);$$

$$b) 3-\sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3}-1);$$

$$6) \sqrt{b}-b = \sqrt{b}(1-\sqrt{b});$$

$$r) \sqrt{a}+a = \sqrt{a}(1+\sqrt{a}).$$

$$15.49. a) 10+5\sqrt{3} = 5(2+\sqrt{3});$$

$$b) 20+60\sqrt{7} = 20(1+3\sqrt{7});$$

$$6) 8-4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}(\sqrt{2}-1);$$

$$r) 45-9\sqrt{5} = 9\sqrt{5}(\sqrt{5}-1).$$

$$15.50. a) \sqrt{10}-\sqrt{6} = \sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3});$$

$$6) 2+\sqrt{6}-\sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1);$$

$$b) \sqrt{5}+5-\sqrt{10} = \sqrt{5}(1+\sqrt{5}-\sqrt{2}).$$

$$r) 7+\sqrt{14}-\sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{7}+\sqrt{2}-1);$$

$$15.51. a) a-2\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a}-2);$$

$$b) \sqrt{a}-2a = \sqrt{a}(1-2\sqrt{a});$$

$$6) \sqrt{3b}-b = \sqrt{b}(\sqrt{3}-\sqrt{b});$$

$$r) a+\sqrt{ab} = \sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b}).$$

$$15.52. a) a+b+\sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}+1);$$

$$6) \sqrt{a^2-b^2}-\sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}(\sqrt{a-b}-1);$$

$$b) 3a-3b-2\sqrt{a-b} = \sqrt{a-b}(3\sqrt{a-b}-2);$$

$$r) a\sqrt{a-b}+\sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{a-b}(a+\sqrt{a+b}).$$

15.53.

$$a) a\sqrt{a}+b\sqrt{b}+a\sqrt{b}+b\sqrt{a} = a(\sqrt{a}+\sqrt{b})+b(\sqrt{b}+\sqrt{a}) = (a+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b});$$

$$6) 2+b\sqrt{a}-2\sqrt{ab}-\sqrt{b} = 2(1-\sqrt{ab})-\sqrt{b}(1-\sqrt{ba}) = (2-\sqrt{b})(1-\sqrt{ab});$$

$$\text{в) } a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1 = \sqrt{ab}(\sqrt{a} + 1) - (\sqrt{a} + 1) = (\sqrt{ab} - 1)(\sqrt{a} + 1);$$

$$\text{г) } ab + a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{ab} = a(b + \sqrt{a}) + \sqrt{b}(b + \sqrt{a}) = (a + \sqrt{b})(b + \sqrt{a}).$$

$$15.54. \text{ а) } a^2 - 5 = (a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5}); \quad \text{б) } 25 - p = (5 - \sqrt{p})(5 + \sqrt{p});$$

$$\text{в) } 11 - b^2 = (\sqrt{11} - b)(\sqrt{11} + b); \quad \text{г) } m - 100 = (\sqrt{m} - 10)(\sqrt{m} + 10).$$

$$15.55. \text{ а) } b - 3 = (\sqrt{b} - \sqrt{3})(\sqrt{b} + \sqrt{3}); \quad \text{б) } 16z - 5 = (4\sqrt{z} - \sqrt{5})(4\sqrt{z} + \sqrt{5});$$

$$\text{в) } a - c = (\sqrt{a} - \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{c}); \quad \text{г) } 7 - 64t = (\sqrt{7} - 8\sqrt{t})(\sqrt{7} + 8\sqrt{t}).$$

$$15.56. \text{ а) } 1 - 2\sqrt{p} + p = (1 - \sqrt{p})(1 + \sqrt{p}); \quad \text{б) } x + 6\sqrt{xy} + 9y = (\sqrt{x} + 3y)(\sqrt{x} + 3y);$$

$$\text{в) } c - 2\sqrt{cd} + d = (\sqrt{c} - \sqrt{d})(\sqrt{c} + \sqrt{d}); \quad \text{г) } q + 4p\sqrt{q} + 4p^2 = (\sqrt{q} + 2p)^2.$$

$$15.57. \text{ а) } 49a - 14\sqrt{a}b + b^2 = (7\sqrt{a} - b)(7\sqrt{a} - b);$$

$$\text{б) } 3c^2 + 10\sqrt{3}c + 25 = (\sqrt{3}c + 5)(\sqrt{3}c + 5);$$

$$\text{в) } 9m - 6\sqrt{mn} + n = (3\sqrt{m} - \sqrt{n})(3\sqrt{m} - \sqrt{n});$$

$$\text{г) } 2a + 2\sqrt{2a}b + b^2 = (\sqrt{2a} + b)(\sqrt{2a} + b).$$

$$15.58. \text{ а) } 4 + 4\sqrt{3} + 3 = (\sqrt{3} + 2)^2; \quad \text{б) } (3 - 2\sqrt{2}) = (\sqrt{2} - 1)^2;$$

$$\text{в) } 2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^2; \quad \text{г) } 7 - 4\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 2)^2.$$

$$15.59. \text{ а) } \frac{a^2 - 7}{a - 7} = a + \sqrt{7}; \quad \text{б) } \frac{b + \sqrt{3}}{3 - b^2} = \frac{1}{\sqrt{3} - b};$$

$$\text{в) } \frac{c^2 - 11}{c - \sqrt{11}} = c + \sqrt{11}; \quad \text{г) } \frac{b + \sqrt{21}}{1 - b^2} = \frac{1}{\sqrt{21} - b}.$$

$$15.60. \text{ а) } \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3} = \sqrt{x} - 3; \quad \text{б) } \frac{m - n}{\sqrt{m} - \sqrt{n}} = \sqrt{m} + \sqrt{n};$$

$$\text{в) } \frac{9 - \sqrt{t}}{t - 81} = \frac{-1}{\sqrt{t} + 9}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{r} + \sqrt{s}}{r - s} = \frac{1}{\sqrt{r} - \sqrt{s}}.$$

$$15.61. \text{ а) } \frac{3\sqrt{x} - 4\sqrt{y}}{9x - 16y} = \frac{1}{3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}}; \quad \text{б) } \frac{121a^2 - 144b}{12\sqrt{b} - 11a} = -(11a + 12\sqrt{b});$$

$$\text{в) } \frac{25a - 49b}{5\sqrt{a} + 7\sqrt{b}} = 5\sqrt{a} - 7\sqrt{b}; \quad \text{г) } \frac{9\sqrt{ab} - 4\sqrt{c}}{16c - 81ab} = \frac{-1}{4\sqrt{c} + 9\sqrt{ab}}.$$

$$15.62. \text{ а) } \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{1 + \sqrt{3}} = \sqrt{2}; \quad \text{в) } \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{3}.$$

$$15.63. \text{ а) } \frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{\sqrt{15} - 3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{15} + \sqrt{10}}{\sqrt{6} + 2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{5 - \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{18} + \sqrt{12}}{\sqrt{15} + \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}.$$

$$15.64. a) \frac{4a+4\sqrt{3}}{3-a^2} = \frac{4(a+\sqrt{3})}{(\sqrt{3}-a)(\sqrt{3}+a)} = \frac{4}{\sqrt{3}-a};$$

$$b) \frac{x-y}{\sqrt{5y}-\sqrt{5x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{5}(\sqrt{y}-\sqrt{x})} = -\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{5}};$$

$$B) \frac{x-25}{3\sqrt{x}+15} = \frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}{3(\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}-5}{3};$$

$$r) \frac{\sqrt{mn}+n}{m-n} = \frac{\sqrt{n}(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}.$$

$$15.65. a) \frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x}+\sqrt{y}; \quad b) \frac{x^2-6x\sqrt{y}+9y}{3\sqrt{y}-x} = 3\sqrt{y}-x;$$

$$B) \frac{\sqrt{s}-\sqrt{r}}{r-2\sqrt{rs}+s} = \frac{1}{\sqrt{s}-\sqrt{r}}; \quad r) \frac{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}{3a+5b+\sqrt{60ab}} = \frac{1}{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}.$$

$$15.66. a) \frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{x-4y} = \frac{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-2\sqrt{y})(\sqrt{x}+2\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}};$$

$$b) \frac{2a+6\sqrt{2ab}+9b}{6a-27b} = \frac{(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})^2}{3(\sqrt{2a}-3\sqrt{b})(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2a}+3\sqrt{b}}{3(\sqrt{2a}-3\sqrt{b})};$$

$$B) \frac{x^2-25y}{x^2+5y-x\sqrt{20y}} = \frac{(x-5\sqrt{y})(x+5\sqrt{y})}{(x-5\sqrt{y})^2} = \frac{x+5\sqrt{y}}{x-5\sqrt{y}};$$

$$r) \frac{6x^2y-2xy^2}{3x+y-\sqrt{12xy}} = \frac{2xy(\sqrt{3x}-\sqrt{y})(\sqrt{3x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{3x}-\sqrt{y})^2} = \frac{2xy(\sqrt{3x}+\sqrt{y})}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{x}-\sqrt{y}}.$$

$$15.67. a) \frac{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = a-\sqrt{ab}+b; \quad b) \frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}-2} = x+2\sqrt{x}+4;$$

$$B) \frac{c^3-d^3}{c+\sqrt{cd}+d} = \sqrt{c}-\sqrt{d}; \quad r) \frac{27+a\sqrt{a}}{3+\sqrt{a}} = 9-3\sqrt{a}+a.$$

$$15.68. a) \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{5} - \frac{\sqrt{x}}{5} = -\frac{\sqrt{y}}{5};$$

$$b) \frac{11\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{12\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(3\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x};$$

$$B) \frac{\sqrt{m}}{12} - \frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{12} = -\frac{\sqrt{n}}{12}$$

$$r) \frac{2\sqrt{c}-\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} - \frac{8\sqrt{c}+6\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} + \frac{\sqrt{c}-3\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} = \frac{2\sqrt{d}-5\sqrt{c}}{5\sqrt{c}}.$$

$$15.69. a) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{3}{\sqrt{a}+3} = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}+3} = 1; \quad b) \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-13} + \frac{13}{13-\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}-13}{\sqrt{n}-13} = 1;$$

$$\text{B)} \frac{4}{\sqrt{q}-4} - \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = \frac{4-\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = -1; \quad \text{r)} \frac{\sqrt{t}}{3-\sqrt{t}} + \frac{3}{\sqrt{t}-3} = \frac{\sqrt{t}-3}{3-\sqrt{t}} = -1.$$

$$15.70. \text{ a)} \frac{a}{\sqrt{a}-3} - \frac{9}{\sqrt{a}-3} = \frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a}+3;$$

$$\text{б)} \frac{c}{\sqrt{c}-10} - \frac{20\sqrt{c}-100}{\sqrt{c}-10} = \frac{(\sqrt{c}-10)^2}{\sqrt{c}-10} = \sqrt{c}-10;$$

$$\text{B)} \frac{c}{\sqrt{c}+9} - \frac{81}{\sqrt{c}+9} = \frac{(\sqrt{c}-9)(\sqrt{c}+9)}{\sqrt{c}+9} = \sqrt{c}-9$$

$$\text{r)} \frac{d}{\sqrt{d}+7} + \frac{14\sqrt{d}+49}{\sqrt{d}+7} = \frac{(\sqrt{d}+7)^2}{\sqrt{d}+7} = \sqrt{d}+7.$$

$$15.71. \text{ a)} \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{yz}} = \frac{z+x}{\sqrt{xyz}},$$

$$\text{б)} \frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{m}-\sqrt{r}}{\sqrt{nr}} = \frac{\sqrt{mr}-\sqrt{nr}+m-\sqrt{nr}}{\sqrt{mnr}} = \frac{m-\sqrt{nr}}{\sqrt{mnr}},$$

$$\text{B)} \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{cd}} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{dm}} = \frac{m-c}{\sqrt{cdm}};$$

$$\text{r)} \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{ab}-\sqrt{ac}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{bc}+\sqrt{ab}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}}{\sqrt{ac}}$$

$$15.72. \text{ a)} \frac{4}{\sqrt{a}-5} + \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{4\sqrt{a}+\sqrt{a}-5}{a-5\sqrt{a}} = \frac{5(\sqrt{a}-1)}{a-5\sqrt{a}}$$

$$\text{б)} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{x+\sqrt{xy}-\sqrt{xy}}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$$

$$\text{B)} \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}-2} - \frac{\sqrt{b}+3}{\sqrt{b}} = \frac{b+\sqrt{b}-b-\sqrt{b}+6}{\sqrt{b}(\sqrt{b}-2)} = \frac{6}{\sqrt{b}(\sqrt{b}-2)};$$

$$\text{r)} \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{dc}-\sqrt{dc}+d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}$$

$$15.73. \text{ a)} \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-12} - \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-8} = \frac{2\sqrt{x}-2-3\sqrt{x}+9}{6(\sqrt{x}-4)} = \frac{7-\sqrt{x}}{6(\sqrt{x}-4)}$$

$$\text{б)} \frac{\sqrt{p}+1}{p-\sqrt{pq}} - \frac{\sqrt{q}-1}{\sqrt{pq}-q} = \frac{\sqrt{pq}+\sqrt{q}-\sqrt{pq}+\sqrt{p}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p}-\sqrt{q})} = \frac{\sqrt{p}+\sqrt{q}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p}-\sqrt{q})},$$

$$\text{B)} \frac{\sqrt{c}-2}{3\sqrt{c}+3} - \frac{3\sqrt{c}-4}{7\sqrt{c}+7} = \frac{7(\sqrt{c}-2)-3(3\sqrt{c}-4)}{21(\sqrt{c}+1)} = \frac{26-2\sqrt{c}}{21(\sqrt{c}+1)}$$

$$\text{r)} \frac{\sqrt{d}+3}{\sqrt{cd}+d} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{cd}+c} = \frac{\sqrt{cd}+3\sqrt{c}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \frac{3}{\sqrt{cd}}$$

$$15.74. \text{ а) } \frac{2}{5+2\sqrt{6}} + \frac{2}{5-2\sqrt{6}} = \frac{10-4\sqrt{6}+10+4\sqrt{6}}{25-24} = 20 - \text{верно};$$

$$\text{б) } \frac{6}{7-4\sqrt{3}} - \frac{6}{7+4\sqrt{3}} = \frac{42+24\sqrt{3}-42+24\sqrt{3}}{49-48} = 48\sqrt{3} = \frac{144}{\sqrt{3}} - \text{верно}$$

$$\text{в) } \frac{3}{5\sqrt{2}-7} + \frac{3}{5\sqrt{2}+7} = \frac{15\sqrt{2}+21+15\sqrt{2}-21}{50-49} = 30\sqrt{2} - \text{верно};$$

$$\text{г) } \frac{1}{9+4\sqrt{5}} - \frac{1}{9-4\sqrt{5}} = \frac{-8\sqrt{5}}{81-80} = -8\sqrt{5} = -2\sqrt{80} - \text{верно}.$$

$$15.75. \text{ а) } \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{\sqrt{a-2\sqrt{b}}}{\sqrt{a+2\sqrt{b}}} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{a-4b} = \frac{a+4b}{a-4b};$$

$$\text{б) } \frac{2\sqrt{a}-3\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+3\sqrt{b}} - \frac{12\cdot\sqrt{ab}}{9b-4a} = \frac{4a+9b-12\sqrt{ab}}{4a-9b} + \frac{12\sqrt{ab}}{4a-9b} = \frac{4a+9b}{4a-9b}.$$

$$15.76. \text{ а) } \frac{\sqrt{a}}{x-3\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{a}}{3\sqrt{x}-9} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)\cdot\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{x}; \text{ б) } \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{n}} \cdot \frac{n}{3+3\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{na}}{3};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{rx}+r}{x} : \frac{\sqrt{x}+\sqrt{r}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{rx}}{x}; \text{ г) } \frac{6\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}} : \frac{3\sqrt{an}}{2\sqrt{n}-2} = \frac{2\cdot 2}{\sqrt{n}\cdot\sqrt{a}} = \frac{4}{\sqrt{na}}.$$

$$15.77. \text{ а) } \frac{x-16}{8x} : \frac{\sqrt{x}+4}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}}; \text{ б) } \frac{z-25}{z-3\sqrt{z}} : \frac{\sqrt{z}+5}{9-z} = -\frac{(\sqrt{z}-5)(\sqrt{z}+3)}{\sqrt{z}};$$

$$\text{в) } \frac{5-\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{7y}{y-25} = -\frac{7\sqrt{y}}{5+\sqrt{y}}; \text{ г) } \frac{3c-3d}{c+\sqrt{cp}} \cdot \frac{\sqrt{c}+\sqrt{p}}{6\sqrt{d}-6\sqrt{c}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{c}} = -\frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{2\sqrt{c}}.$$

15.78.

$$\text{а) } \frac{x-10\sqrt{x}+25}{3\sqrt{x}+12} : \frac{2\sqrt{x}-10}{x-16} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{3(\sqrt{x}+4)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}{2(\sqrt{x}-5)} = \frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-4)}{6};$$

$$\text{б) } \frac{1-a}{4\sqrt{a}+8\sqrt{b}} \cdot \frac{a+4\sqrt{ab}+4b}{3-3\sqrt{a}} = \frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})^2}{12(\sqrt{a}+2\sqrt{b})(1-\sqrt{a})} = \frac{(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})}{12};$$

$$\text{в) } \frac{c-25}{c+12\sqrt{c}+36} \cdot \frac{3\sqrt{c}+18}{2\sqrt{c}+10} = \frac{(\sqrt{c}-5)(\sqrt{c}+5) \cdot 3(\sqrt{c}+6)}{2(\sqrt{c}+6)^2(\sqrt{c}+5)} = \frac{3(\sqrt{c}-5)}{2(\sqrt{c}+6)};$$

$$\text{г) } \frac{5\sqrt{m}-10\sqrt{n}}{\sqrt{m}-5} : \frac{4n-4\sqrt{mn}+m}{15-3\sqrt{m}} = \\ = \frac{5(\sqrt{m}-2\sqrt{n}) : (2\sqrt{n}-\sqrt{m})^2}{(\sqrt{m}-5) : (3(5-\sqrt{m}))} = -\frac{5\cdot 3}{(\sqrt{m}-2\sqrt{n})} = -\frac{15}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} = \frac{15}{2\sqrt{n}-\sqrt{m}}.$$

$$15.79. \text{ а) } \left(2 + \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t}+1}\right) \cdot \frac{3t+3\sqrt{t}}{12\sqrt{t}+8} = \frac{(3\sqrt{t}+2) \cdot 3\sqrt{t}(\sqrt{t}+1)}{(\sqrt{t}+1) \cdot 4(3\sqrt{t}+2)} = \frac{3}{4}\sqrt{t};$$

$$\text{б) } \left(\frac{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \sqrt{xy}.$$

$$15.80. a) \left(\sqrt{a} - \frac{a}{\sqrt{a+1}} \right) \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a+1})(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a+1})\sqrt{a}} = \sqrt{a} - 1;$$

$$b) \frac{\sqrt{cd}-d}{c+d} \left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} \right) = \frac{\sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{c+d} \cdot \frac{c+d}{c-d} = \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}}.$$

$$15.81. a) \frac{a-16}{\sqrt{a+3}} \cdot \frac{1}{a+4\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}+4}{a-3\sqrt{a}} = \frac{(a-16)(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+4)^2(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+4)} =$$

$$= \frac{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}(a-9)} = \frac{-14\sqrt{a}}{\sqrt{a}(a-9)} = \frac{14}{9-a};$$

$$b) \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{b+3\sqrt{b}}{4b-1} : \frac{3+\sqrt{b}}{4\sqrt{b}+2} = \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2b(\sqrt{b}+3)(2\sqrt{b}+1)}{(4b-1)(3+\sqrt{b})} =$$

$$= \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}-1} = \frac{4\sqrt{b}-1+2\sqrt{b}}{4b-1} = \frac{6\sqrt{b}-1}{4b-1}.$$

$$15.82. a) a\sqrt{12} = -\sqrt{12a^2};$$

$$b) -a\sqrt{5} = \sqrt{5a^2};$$

$$b) 3a\sqrt{2} = -\sqrt{18a^2};$$

$$r) -2a\sqrt{7} = \sqrt{28a^2}.$$

$$15.83. a) (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 11 + 2\sqrt{30} - 2\sqrt{30} = 11;$$

$$b) \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 2\sqrt{15} + 8 - 2\sqrt{15} = 8;$$

$$b) (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = 20 + 2 \cdot 6 - 30 = 2;$$

$$r) (6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 38 - 12\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 38.$$

$$15.84. a) (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2 = 5 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1 = 6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2},$$

$$b) (\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 1 = 8 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2};$$

$$b) (\sqrt{6} + \sqrt{2} - 1)^2 = 8 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 1 = 9 - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2},$$

$$r) (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 6)^2 = 5 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2} + 36 = 41 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2}$$

$$15.85. a) \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{54} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{18} \cdot 3 + \sqrt{12} \cdot 2 - 18\sqrt{6}}{\sqrt{36}} = \frac{-12\sqrt{6}}{6} = -2\sqrt{6};$$

$$b) 0,1 \cdot \sqrt{140} - \sqrt{\frac{7}{5}} - \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{7-7-5}{\sqrt{35}} = -\frac{1}{7}\sqrt{35};$$

$$b) \sqrt{18} - \sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{18-2-9}{\sqrt{18}} = \frac{7\sqrt{2}}{6};$$

$$r) \sqrt{\frac{1}{14}} + 2\sqrt{\frac{2}{7}} - \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{14} = \frac{1+4-7-14}{\sqrt{14}} = -\frac{8\sqrt{14}}{7}.$$

$$15.86. a) 3\sqrt{\frac{1}{15}} + 6\sqrt{0,6} - \sqrt{60} = \frac{3+6 \cdot 3-30}{\sqrt{15}} = -\frac{3}{5}\sqrt{15};$$

$$b) 5\sqrt{20} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} + 5\sqrt{0,8} = \frac{50-15+10}{\sqrt{5}} = 9\sqrt{5};$$

$$b) 10\sqrt{0,18} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{50} = \frac{6-2-30}{\sqrt{2}} = -13\sqrt{2};$$

$$r) 20\sqrt{0,27} - 5\sqrt{0,12} + 7\sqrt{0,03} = \frac{18-3+2,1}{\sqrt{3}} = 5,7\sqrt{3}.$$

$$15.87. a) \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{1+2\sqrt{2}+2} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = 1+\sqrt{2};$$

$$б) \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3};$$

$$в) \sqrt{23-4\sqrt{15}} = \sqrt{20-4\sqrt{15}+3} = \sqrt{(20-\sqrt{3})^2} = \sqrt{20}-\sqrt{3} = 2\sqrt{5}-3;$$

$$r) \sqrt{(\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2} = \sqrt{5+6\sqrt{10}+18} = \sqrt{23+6\sqrt{10}}.$$

$$15.88. a) (3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})^2 = (3+2\sqrt{2})(1-2\sqrt{2}+2) = \\ = (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 9-8=1.$$

$$б) (\sqrt{3}-1)^2(4+2\sqrt{3}) = (4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3}) = 16-12=4;$$

$$в) (7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^2 = (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) = 49-48=1,$$

$$r) (\sqrt{2}-3)^2(11+6\sqrt{2}) = (11-6\sqrt{2})(11+6\sqrt{2}) = 121-72=49$$

$$15.89. a) (1-\sqrt{2})^2 = 1-2\sqrt{2}+2 = 3-2\sqrt{2} \text{ т.е. равенство верно;}$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} \neq 1-\sqrt{2} \text{ т.к. } (1-\sqrt{2}) < 0.$$

$$б) (\sqrt{2}-1)^2 = 2-2\sqrt{2}+1 = 3-2\sqrt{2} \text{ т.е. равенство верно;}$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1 \text{ т.к. } (\sqrt{3}-2\sqrt{2}) > 0;$$

$$\sqrt{2}-1 > 0 \text{ и } \sqrt{3-2\sqrt{2}} = (\sqrt{2}-1)^2$$

$$15.90. (\sqrt{3}-5)^2 = 3-10\sqrt{3}+25 = 28-10\sqrt{3} \text{ т.е. равенство верно,}$$

$$a) \sqrt{28-10\sqrt{3}} \neq \sqrt{3}-5 \text{ т.к. } \sqrt{28-10\sqrt{3}} > 0, (\sqrt{3}-5) < 0$$

$$б) \sqrt{28-10\sqrt{3}} > 0, (5-\sqrt{3}) > 0 \text{ и } \sqrt{28-10\sqrt{3}} = (5-\sqrt{3})^2 \text{ т.е. верно б).}$$

$$15.91. a) \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \frac{2a}{a-b} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})-2\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})+2a}{a-b} = \\ = \frac{\sqrt{ab}-b-2a-2\sqrt{ab}+2a}{a-b} = \frac{-b-2\sqrt{ab}}{a-b} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}$$

$$б) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab}}{a-b} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})+\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})-2\sqrt{ab}}{a-b} = \\ = \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$15.92. a) \left(\frac{\sqrt{m}}{n-\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{n}}{m-\sqrt{mn}} \right) \cdot \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{n}-\sqrt{m}} = \frac{(m-n)\sqrt{mn}}{\sqrt{mn}(\sqrt{n}-\sqrt{m})(\sqrt{n}+\sqrt{m}))} = -$$

$$б) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a-b}{a^2+ab} = \frac{a+\sqrt{ab}}{a-b} - \frac{\sqrt{ab}+b}{a^2+ab} = \frac{a-b}{a(a+b)} = \frac{1}{a}$$

$$15.93. a) \left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) : \left(\sqrt{x} - \frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) =$$

$$= \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} - 2\sqrt{y}}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} - x - y}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{1}{y};$$

$$6) \frac{z+2\sqrt{z}}{\sqrt{z}-2} : \left(\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{z}-2} - \frac{z-12}{z-4} - \frac{4}{z+2\sqrt{z}} \right) =$$

$$= \frac{z+2\sqrt{z}}{\sqrt{z}-2} \cdot \left(\frac{\sqrt{z} \cdot \sqrt{z}(\sqrt{z}+2) - (z-2)\sqrt{z} - 4(\sqrt{z}-2)}{\sqrt{z}(z-4)} \right) =$$

$$= \frac{\sqrt{z}(\sqrt{z}+2)}{\sqrt{z}-2} \cdot \frac{\sqrt{z}(\sqrt{z}-2)(\sqrt{z}+2)}{2z+8\sqrt{z}+8} = \frac{z(\sqrt{z}+2)^2}{2(\sqrt{z}+2)^2} = \frac{z}{2}.$$

$$15.94. a) \frac{9x}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} \cdot \frac{12\sqrt{x^3}}{4x-y} \cdot \frac{4}{6x+3\sqrt{xy}} =$$

$$= \frac{9\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} \cdot \frac{(2\sqrt{x}-\sqrt{y})(2\sqrt{x}+\sqrt{y})}{2x\sqrt{x}} \cdot \frac{4}{3\sqrt{x}(2\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{1}{x};$$

$$6) \frac{\sqrt{mn^3}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} \cdot \frac{m-n}{6n\sqrt{m}} \cdot \frac{\sqrt{mn}+n}{6m} =$$

$$= \frac{n\sqrt{mn}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} \cdot \frac{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{6n\sqrt{m}} \cdot \frac{6m}{\sqrt{n}(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = m.$$

$$15.95. a) \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) \cdot \left(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b}) + \sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^{-1} = \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+b} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$$

$$6) \left(\sqrt{c}-\sqrt{d} + \frac{2\sqrt{cd}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}} \right) =$$

$$= \left(\frac{c+d}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} \right)^{-1} \cdot \frac{\sqrt{c}(\sqrt{c}+\sqrt{d}) - \sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{c+d} \cdot \frac{c+d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$15.96. a) x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = (x - \sqrt{2})^2 = 1^2 = 1;$$

$$6) 2a^2 - 8a\sqrt{2} + 16 = (\sqrt{2}a - 4)^2 = (10 - 4)^2 = 36;$$

$$b) y^2 + 2y\sqrt{3} + 3 = (y + \sqrt{3})^2 = 4^2 = 16;$$

$$c) 3b^2 + 2b\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3}b + 1)^2 = 10^2 = 100.$$

$$15.97. \text{ a) } 2a^2 - ab - b^2 = 2(\sqrt{5}+1)^2 - (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) - (\sqrt{5}-1)^2 = \\ = 2(6+2\sqrt{5}) - 4 - (6-2\sqrt{5}) = 2+6\sqrt{5};$$

$$\text{б) } 2a^2 - 5ab + 2b^2 = 2(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2 - 5(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5}) + \\ + 2(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2 = 2(11+2\sqrt{30}) - 5 \cdot 1 + 2(11-2\sqrt{30}) = 39$$

15.98.

$$\text{a) } A = \frac{1}{3\sqrt{3}-5} + \frac{1}{3\sqrt{3}+5} = \frac{6\sqrt{3}}{27-25} = 3\sqrt{3} < \sqrt{10} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{30} = B, \text{ т.е. } A < B.$$

$$\text{б) } A = \frac{2}{4+2\sqrt{5}} - \frac{2}{4-2\sqrt{5}} = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \\ = \frac{-2 \cdot \sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5} = \sqrt{20} < \sqrt{24} = B \text{ т.е. } A < B.$$

$$\text{в) } A = \frac{3}{2\sqrt{6}-3} + \frac{3}{2\sqrt{6}+3} = 3 \cdot \frac{4\sqrt{6}}{24-9} = \frac{4\sqrt{6}}{5} = \sqrt{\frac{120}{25}} > \sqrt{3} = B, \text{ т.е. } A > B$$

$$\text{г) } A = \frac{1}{2+3\sqrt{2}} - \frac{1}{2-3\sqrt{2}} = \frac{-6\sqrt{2}}{4-18} = \frac{3\sqrt{2}}{7} = \sqrt{\frac{18}{49}} < \sqrt{2} = B, \text{ т.е. } A < B$$

$$15.99. \text{ a) } \frac{\frac{x}{x-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x^2+2}}{\frac{x+\sqrt{2}}{x^2+x\sqrt{2}}} = \frac{\frac{x^2+2}{x^2-2}}{\frac{x(x+\sqrt{2})}{x(x+\sqrt{2})}} = \frac{x(x+\sqrt{2})}{x^2-2} = \frac{x}{x-\sqrt{2}};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\frac{a^2+ab}{a-b}} = \frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a(a+b)}{a-b}} = \frac{1}{a}.$$

$$15.100. \text{ a) } \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{3+4\sqrt{3}+4} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}$$

$$\text{б) } \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1;$$

$$\text{в) } \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}; \text{ г) } \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2}+1.$$

$$15.101. \frac{1}{4}(xa^{-1}-ax^{-1}) \cdot \left(\frac{a^{-1}-x^{-1}}{a^{-1}+x^{-1}} - \frac{a^{-1}+x^{-1}}{a^{-1}-x^{-1}} \right) = \\ = \frac{1}{4} \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} \right) \cdot \left(\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{x}} - \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{x}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{x}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2-a^2}{ax} \cdot \left(\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a} \right) = \\ = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2-a^2}{ax} \cdot \frac{-4ax}{x^2-a^2} = -1$$

$$15.102. \frac{1+ax^{-1}}{a^{-1}x^{-1}} \cdot \frac{a^{-1}}{a^{-1}x-ax^{-1}} : \frac{ax^1}{x-a} \cdot x^2 = \frac{1+\frac{a}{x}}{\frac{1}{ax}} \cdot \frac{\frac{1}{a}}{\frac{x}{a}-\frac{a}{x}} : \frac{\frac{a}{x}}{x-a} \cdot \frac{1}{x^2} =$$

$$= (ax+a^2) \cdot \frac{x}{x^2-a^2} \cdot \frac{(x-a)x}{a} \cdot \frac{1}{x^2} = 1.$$

$$15.103. \left(\left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^{-4} + 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a+1}} \right)^{-2} = \left(\frac{(a-1)^2}{(a+1)^2} + 1 \right) \cdot \frac{a+1}{a^2+1} =$$

$$= \frac{2a^2+2}{(a+1)^2} \cdot \frac{a+1}{a^2+1} = \frac{2}{(a+1)} = \left(\sqrt{\frac{a+1}{2}} \right)^{-2}.$$

$$15.104. \text{ а) } \sqrt{9-4\sqrt{5}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{5}+5} = \sqrt{5-2+3-\sqrt{5}} = 1$$

$$\text{ б) } \sqrt{11-4\sqrt{7}} + \sqrt{16-6\sqrt{7}} = \sqrt{7-4\sqrt{7}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{7}+7} = \sqrt{7-2+3-\sqrt{7}} = 1$$

$$15.105. \left(\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}} + \frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}} \right)^2 = \left(\frac{(2+\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}+2+\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}-2+\sqrt{2}} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{(2+\sqrt{2})^2}{2+2\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{2\sqrt{2}-2} \right)^2 = \left(\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{16}{2} = 8$$

$$15.106. \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} = \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{8+4\sqrt{2}+1}}} =$$

$$= \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{(2\sqrt{2}+1)^2}}} = \sqrt{10+8\sqrt{3+2\sqrt{2}}} =$$

$$= \sqrt{10+8\sqrt{1+2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}} = \sqrt{10+8+8\sqrt{2}} =$$

$$= \sqrt{16+8\sqrt{2}+2} = \sqrt{(4+\sqrt{2})^2} = 4+\sqrt{2}.$$

§ 16. Модуль действительного числа

$$16.1. \text{ а) } |6| = 6; \text{ б) } |-2| = -(-2) = 2; \text{ в) } |-4| = -(-4) = 4; \text{ г) } |25| = 25$$

$$16.2. \text{ а) } |-2,56| = -(-2,56) = 2,56; \text{ б) } |1,7| = 1,7;$$

$$\text{ в) } |5,09| = 5,09; \text{ г) } |-3,75| = -(-3,75) = 3,75.$$

$$16.3. \text{ а) } |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1 \quad (\text{т.к. } \sqrt{2}-1 > 0);$$

$$\text{ б) } |\sqrt{3}-5| = -(\sqrt{3}-5) = 5-\sqrt{3} \quad (\text{т.к. } \sqrt{3}-5 < 0);$$

$$\text{ в) } |\sqrt{8}-4| = -(\sqrt{8}-4) = 4-\sqrt{8} \quad (\text{т.к. } \sqrt{8}-4 < 0);$$

$$\text{ г) } |\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-2 \quad (\text{т.к. } \sqrt{5}-2 > 0).$$

16.4. а) $|9|^2 = 9^2 = 81$; б) $|-2|^2 = (-2)^2 = 4$; в) $|-5|^2 = (-5)^2 = 25$; г) $|8|^2 = 8^2 = 64$

16.5. а) $|3| = |-3|$ — верно, т.к. обе части равны 3;

б) $|-2| = |2|$ — неверно, т.к. слева стоит отрицательное число, а справа — положительное число; в) $|-7| = |7|$ — верно, т.к. обе части равны 7;

г) $|-10| = -|10|$ — неверно, т.к. справа стоит отрицательное число, а слева — положительное

16.6. а) $|a| + 3 = |7| + 3 = 7 + 3 = 10$;

б) $|b| + \sqrt{3} = |-\sqrt{3}| + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$;

в) $|b| - 2 = |0| - 2 = -2$;

г) $\sqrt{2} - |d| = \sqrt{2} - |-\sqrt{2}| = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

16.7. а) $|\sqrt{2} - 1| + 1 = \sqrt{2} - 1 + 1 = \sqrt{2}$; б) $|2 - \sqrt{5}| + 2 = \sqrt{5} - 2 + 2 = \sqrt{5}$,

в) $\sqrt{3} - |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1) = 1$, г) $|\sqrt{3} - 2| - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2 - 2\sqrt{3}$.

16.8. а) $|1 - \sqrt{2}| + |3 + \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1 + 3 - \sqrt{2} = 2$,

б) $|2\sqrt{7} - 5 + \sqrt{7} - 3| = |3\sqrt{7} - 8| = 8 - 3\sqrt{7}$.

в) $|2 - \sqrt{5}| - |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} - 2 - (\sqrt{5} - 1) = -1$;

г) $|2\sqrt{3} - 3 - (2 - \sqrt{3})| = |3\sqrt{3} - 5| = 3\sqrt{3} - 5$

16.9.

а) $y = 5; 0; 2,5$,

б) $x = \pm 7; \pm 3; \pm 1$,

в) $y_{\text{наим}} = 1, y_{\text{наиб}} = 4$,

г) убывает при $x \in (-\infty; 0]$;

возрастает при $x \in [0; \infty)$

16.10.

а) $y = -6; -1, -4$,

б) $x = \pm 8; \pm 6; 0$,

в) $y \in [-4; 0]$

г) убывает при $x \in [0; \infty)$

возрастает при $x \in (-\infty; 0]$

16.11. а) $y_{\text{наим}} = |0| = 0, y_{\text{наиб}} = |1| = 1$, б) $y_{\text{наим}} = |0| = 0, y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наим}} = |2| = 2, y_{\text{наиб}} = |7| = 7$, г) $y_{\text{наим}} = |0| = 0, y_{\text{наиб}}$ не существует

16.12. а) $y_{\text{наим}} = 0; y_{\text{наиб}}$ не существует.

б) $y_{\text{наим}} = 0; y_{\text{наиб}} = 7$

в) $y_{\text{наим}} = 0; y_{\text{наиб}} = +\infty$

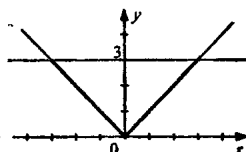
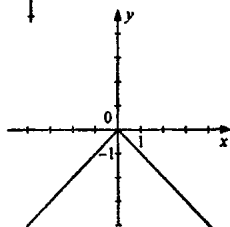
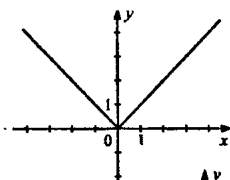
г) $y_{\text{наим}} = 0; y_{\text{наиб}} = 3$

16.13.

а) $x = \pm 3$

б) $x \in (-3; 3)$

в) $x \in (-\infty, -3) \cup (3; +\infty)$



16.14. а) $x = \pm 2$;

б) $y > 2$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$, $y < 2$ при $x \in (-2; 2)$;

в) $x \in (-5; -2) \cup (2; 5)$; г) $y > 2$.

16.15. а) $x = \pm 4$;

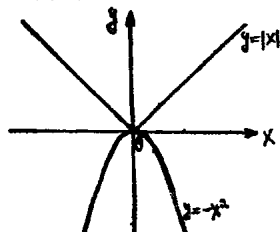
б) $y > -4$ при $x \in (-4; 4)$; $y < -4$ при $x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

в) $y < -4$; г) $x \in [-4; -1] \cup [1; 4]$ &

16.16. а) $|x| = -x^2$.

Строим графики функций

$y = |x|$ и $y = -x^2$.

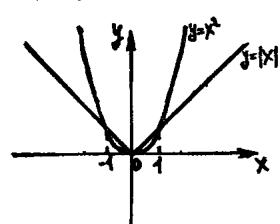


Ответ: 0.

в) $|x| = x^2$

Строим графики функций

$y = |x|$ и $y = x^2$.



Ответ: -1; 1.

16.17. а) $x \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$; б) $x \in [-1; 1]$;

в) $x \in (-4; 4)$;

г)

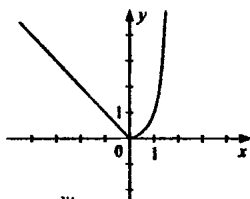
$x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

16.18. а) $f(-2) = 2$; $f(0) = 0$; $f(5) = 25$;

в) $D(f) = (-\infty; +\infty)$;

$E(f) = [0; +\infty)$

$f(x)$ убывает при $x \in (-\infty; 0]$ и возрастает при $x \in [0; +\infty)$



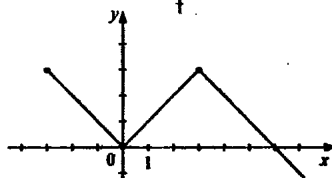
16.19.

а) $f(-3) = 3$; $f(3) = 3$; $f(4, 5) = 1, 5$;

в) $D(f) = [-3; +\infty)$

$E(f) = (-\infty; 3]$

$f(x)$ возрастает при $x \in [0; 3]$; $f(x)$ убывает при $x \in [-3; 0] \cup [3; +\infty)$;



16.20.

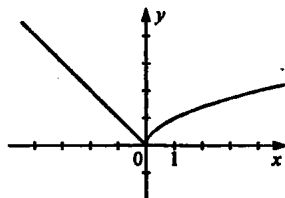
а) $f(-4) = 4; f(-1) = 1; f(0) = 0$

в) $D(f) = (-\infty; +\infty)$

$E(f) = [0; +\infty)$

$f(x)$ возрастает при $x \in [0; +\infty)$;

$f(x)$ убывает при $x \in (-\infty; 0]$



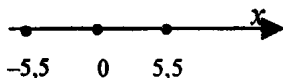
16.21. а) $|x - \sqrt{3}| = 0; x - \sqrt{3} = 0; x = \sqrt{3}$; б) $|x$

$+ 7| = 0; x + 7 = 0; x = -7$;

в) $|x + \sqrt{5}| = 0; x + \sqrt{5} = 0; x = -\sqrt{5}$; г) $|x - 6| = 0; x - 6 = 0; x = 6$.

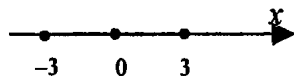
16.22. а) $|x| = 5,5$.

б) $|x| = 1$.



Ответ: $-5,5; 5,5$

в) $|x| = 3$



Ответ: $-3; 3$

16.23. а) $|x-3| = 2$;

$x-3 = \pm 2$

$x = -1, x = 3$

б) $|x-5| = 4$;

$x-5 = \pm 4$

$x = 1, x = 9$

в) $|x-7| = 5$;

$x-7 = \pm 5$

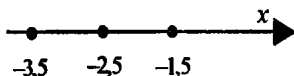
$x = 2, x = 12$

г) $|x-11| = 9$;

$x-11 = \pm 9$

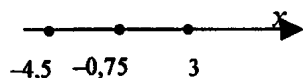
$x = 2, x = 20$

16.24. а) $|x + 2,5| = 1$



Ответ: $-3,5; -1,5$

в) $|x + 0,75| = 3,75$



Ответ: $-4,5; 3$

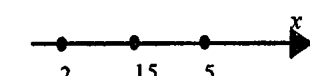
Ответ: $-0,2; 0,2$.

б) $|x-5| = 4$;

$x-5 = \pm 4$

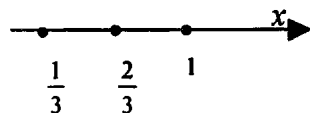
$x = 1, x = 9$

г) $|x - 1,5| = 3,5$.



Ответ: $-2, 5$.

г) $|x - \frac{2}{3}| = \frac{1}{3}$.



Ответ: $\frac{1}{3}, 1$.

16.25. а) $x-3 \geq 0; \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = x-3$;

б) $x-3 < 0; \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = -(x-3) = 3-x$.

16.26. а) $x+5 > 0; \sqrt{(x+5)^2} = |x+5| = x+5$;

б) $x+5 \leq 0; \sqrt{(x+5)^2} = |x+5| = -(x+5) = -x-5$

16.27. а) $\sqrt{1-\sqrt{3}}^2 = 1-\sqrt{3} = -(1-\sqrt{3}) = \sqrt{3}-1$, т.к. $1-\sqrt{3} < 0$;

б) $\sqrt{2-\sqrt{3}}^2 = 2-\sqrt{3} = 2-\sqrt{3}$, т.к. $2-\sqrt{3} > 0$;

в) $\sqrt{\sqrt{5}-3}^2 = \sqrt{5}-3 = -(\sqrt{5}-3) = 3-\sqrt{5}$, т.к. $\sqrt{5}-3 < 0$;

г) $\sqrt{3-\sqrt{6}}^2 = 3-\sqrt{6} = 3-\sqrt{6}$, т.к. $3-\sqrt{6} > 0$.

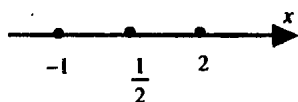
16.28. а) $\sqrt{4-2\sqrt{5}}^2 = 4-2\sqrt{5} = -(4-2\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}-4$, т.к. $4-2\sqrt{5} < 0$,

б) $\sqrt{(\pi-3)^2} = \pi-3 = \pi-3$, т.к. $\pi-3 > 0$;

в) $\sqrt{6-3\sqrt{6}}^2 = 6-3\sqrt{6} = -(6-3\sqrt{6}) = 3\sqrt{6}-6$, т.к. $6-3\sqrt{6} < 0$;

г) $\sqrt{4-\pi}^2 = 4-\pi = 4-\pi$, т.к. $4-\pi > 0$

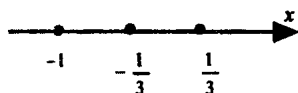
16.29.



а) $|2x-1|=3$;

$\left|2\left(x-\frac{1}{2}\right)\right|=3$; $2\left|x-\frac{1}{2}\right|=3$; $\left|x-\frac{1}{2}\right|=\frac{3}{2}$;

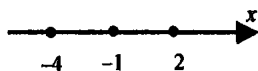
Ответ: -1; 2.



б) $|1+3x|=2$;

$\left|3\left(x+\frac{1}{3}\right)\right|=2$; $3\left|x+\frac{1}{3}\right|=2$; $\left|x-\left(-\frac{1}{3}\right)\right|=\frac{2}{3}$

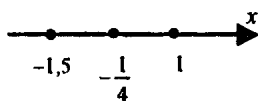
Ответ: -1; $\frac{1}{3}$



в) $|2+2x|=6$; $|2(x+1)|=6$; $2|x+1|=6$,

$|x-(-1)|=3$.

Ответ: -4; 2.

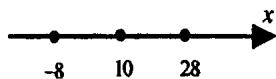


г) $|4x+1|=5$;

$\left|4\left(x+\frac{1}{4}\right)\right|=5$; $4\left|x+\frac{1}{4}\right|=5$; $\left|x-\left(-\frac{1}{4}\right)\right|=\frac{5}{4}$

Ответ: -1,5; 1.

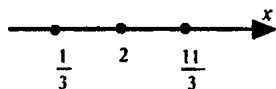
16.30.



а) $|0,2x-2|=3,6$; $|0,2(x-10)|=3,6$,

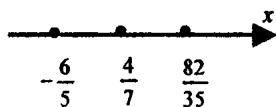
$0,2|x-10|=3,6$; $|x-10|=18$

Ответ: -8; 28.



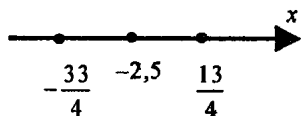
б) $|3-1,5x|=2,5$; $|1,5x-3|=2,5$,

$1,5|x-2|=2,5$; $|x-2|=\frac{5}{3}$. Ответ: $\frac{1}{3}$ $\frac{11}{3}$



в) $|2-3,5x|=6,2$; $|3,5x-2|=6,2$; $3,5\left|x-\frac{4}{7}\right|=6,2$,

$\left|x-\frac{4}{7}\right|=\frac{62}{35}$ Ответ: $-\frac{6}{5}$, $\frac{82}{35}$



$$\begin{aligned} \text{г) } |0,4x + 1| = 2,3; |0,4(x + 2,5)| = 2,3, \\ 0,4|x + 2,5| = 2,3; |x - (-2,5)| = 5,75 \\ \text{Ответ: } -\frac{33}{4}, \frac{13}{4} \end{aligned}$$

$$16.31. \text{ а) } -\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot 2^{-1} - \left(\frac{4}{81}\right)^0 - \text{если } x - 2 > 0, x > 2, \text{ то } \frac{|x-2|}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} = 1,$$

$$\text{если } x - 2 < 0, x < 2, \text{ то } \frac{|x-2|}{x-2} = \frac{-(x-2)}{x-2} = -1,$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{x^2+6x+9}}{x+3} = \frac{|x+3|}{x+3}, \text{ если } x + 3 > 0, x > -3, \text{ то } \frac{|x+3|}{x+3} = \frac{x+3}{x+3} = 1,$$

$$\text{если } x + 3 < 0, x < -3, \text{ то } \frac{|x+3|}{x+3} = -1,$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{x^2+10x+25}}{x+5} = \frac{|x+5|}{x+5}, \text{ если } x + 5 > 0, x > -5, \text{ то } \frac{|x+5|}{x+5} = 1,$$

$$\text{если } x + 5 < 0, x < -5, \text{ то } \frac{|x+5|}{x+5} = -1,$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{x^2-12x+36}}{x-6} = \frac{|x-6|}{x-6}, \text{ если } x - 6 > 0, x > 6, \text{ то } \frac{|x-6|}{x-6} = 1,$$

$$\text{если } x - 6 < 0, x < 6, \text{ то } \frac{|x-6|}{x-6} = -1.$$

$$16.32. \text{ а) } 2 + \sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = 2 + \sqrt{5} - |\sqrt{5}-3| = 2 + \sqrt{5} + \sqrt{5} - 3 = 2\sqrt{5} - 1,$$

$$\text{б) } 4 + \sqrt{6} - \sqrt{(\sqrt{6}-2)^2} = 4 + \sqrt{6} - |\sqrt{6}-2| = 4 + \sqrt{6} - \sqrt{6} + 2 = 6;$$

$$\text{в) } \sqrt{(2-\sqrt{7})^2} + \sqrt{7} + 2 = |2-\sqrt{7}| + \sqrt{7} + 2 = \sqrt{7} - 2 + \sqrt{7} + 2 = 2\sqrt{7};$$

$$\text{г) } \sqrt{(\sqrt{10}-4)^2} - \sqrt{10} - 4 = |\sqrt{10}-4| - \sqrt{10} - 4 = 4 - \sqrt{10} - \sqrt{10} - 4 = -2\sqrt{10}$$

$$16.33. \text{ а) } \sqrt{(5-\sqrt{30})^2} + \sqrt{(6-\sqrt{30})^2} = |5-\sqrt{30}| + |6-\sqrt{30}| = \sqrt{30} - 5 + 6 - \sqrt{30} = 1,$$

$$\text{б) } \sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(5-2\sqrt{3})^2} = |4-2\sqrt{3}| - |5-2\sqrt{3}| = 4-2\sqrt{3}-5+2\sqrt{3} = -1;$$

$$\text{в) } \sqrt{(6-\sqrt{32})^2} + \sqrt{(4-\sqrt{32})^2} = |6-\sqrt{32}| + |4-\sqrt{32}| = 6-\sqrt{32}-4+\sqrt{32} = 2;$$

$$\text{г) } \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-2\sqrt{2})^2} = |3-2\sqrt{2}| + |2-2\sqrt{2}| = 3-2\sqrt{2}-2+2\sqrt{2} = 1$$

$$16.34. \text{ а) } x < 0; \frac{1-x-x+x}{3x(x-1)} = \frac{-x+1}{3x(x-1)} = -\frac{1}{3x},$$

$$\text{б) } 0 < x < 1; \frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{x+1}{3x(x-1)}, \quad \text{в) } x > 1; \frac{x-1+x+x}{3x(x-1)} = \frac{3x-1}{3x(x-1)};$$

$$\text{г) } \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{4}; \frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{1+x}{3x(x-1)}$$

$$16.35. \text{ а) } b < 0: \quad \frac{b(b+1)}{b^2 - b + 1 + b} = \frac{b(b-1)}{b^2 + 1}$$

$$\text{б) } 0 < b < 1, \quad \frac{-b(b-1)}{b^2 - b + 1 - b} = \frac{b(1-b)}{b(b-1) + (1-b)} = \frac{b(1-b)}{(1-b)(1-b)} = \frac{b}{1-b}$$

$$\text{в) } b > 1 \quad \frac{b(b-1)}{b^2 - b + 1 - b} = -\frac{b}{1-b} = \frac{b}{b-1}$$

г) $5 \leq b \leq 6$, т.е. $b > 1$ (аналогично в))

$$16.36. \sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} = |x+2| - |x-3|;$$

$$\text{а) } x < -2, -(x+2) + (x+3) = -x-2+x+3 = -5$$

$$\text{б) } -2 < x < 3, x+2 + (x-3) = 2x-1,$$

$$\text{в) } x > 3, (x+2) - (x-3) = x+2-x+3 = 5$$

г) $-7 \leq x \leq -4$, т.е. $x < -2$ (аналогично а))

$$15.37. \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} - 2\sqrt{x^2 - 10x + 25} = |x-2| + |x+1| - 2|x-5|;$$

$$\text{а) } x < -1, -(x-2) - (x+1) + 2(x-5) = -x+2-x-1+2x-10 = -9,$$

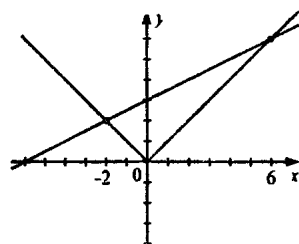
$$\text{б) } -1 < x < 2, -(x-2) + (x+1) + 2(x-5) = -x+2+x+1+2x-10 = 2x-7,$$

$$\text{в) } 2 < x < 5, (x-2) + (x+1) + 2(x-5) = 4x-1,$$

$$\text{г) } x > 5, (x-2) + (x+1) - 2(x-5) = 9$$

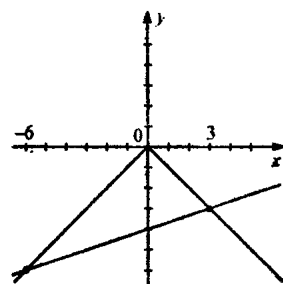
16.38.

а)



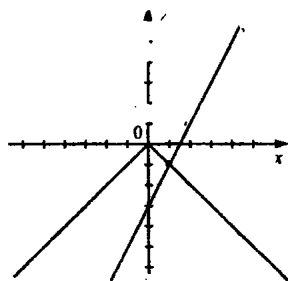
$$x = -2, x = 6$$

в)



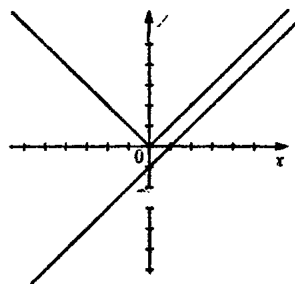
$$x = -6, x = 3$$

б)



$$x = 1$$

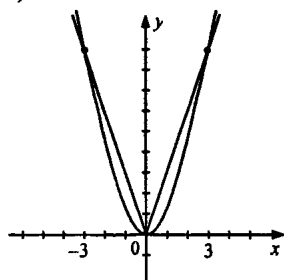
г)



нет решений

16.39.

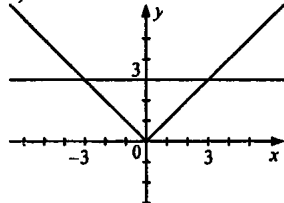
a)



$$x = \pm 3$$

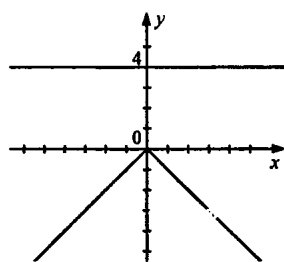
16.40.

a)



$$x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$$

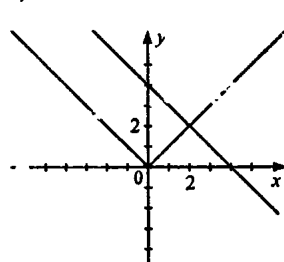
b)



$$x \in (-\infty; \infty)$$

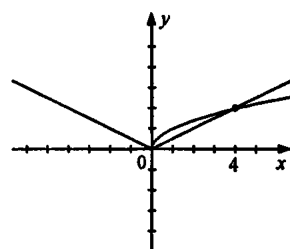
16.41.

a)



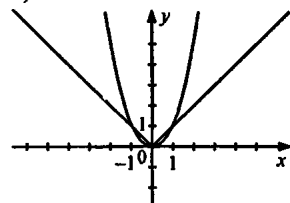
$$x \in (-\infty; 2]$$

b)



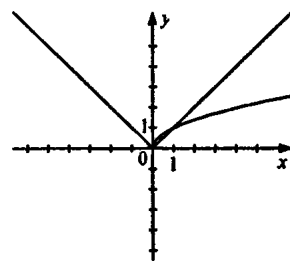
$$x = 4$$

b)



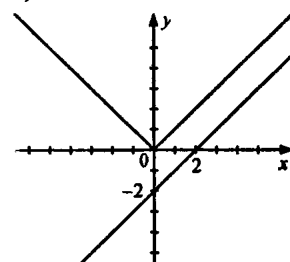
$$x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$$

r)



$$x \in [0; 1]$$

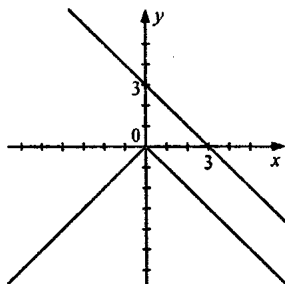
b)



$$x \in (-\infty; \infty)$$

в) см. график к а) $x \in (2; +\infty)$

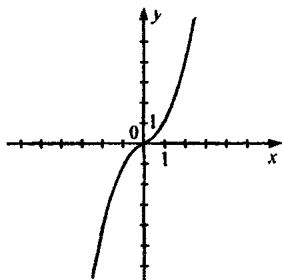
г)



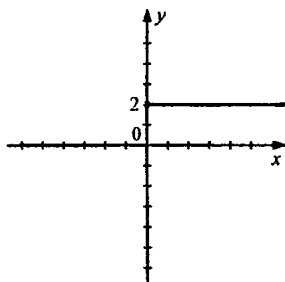
нет решений

16.42.

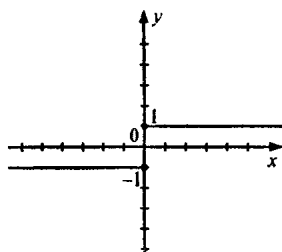
а)



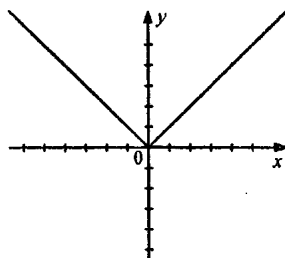
б)



в)

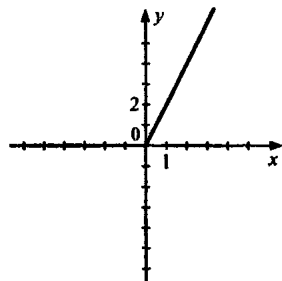


г)

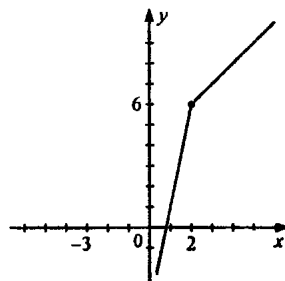


16.43.

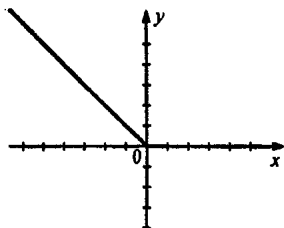
а)



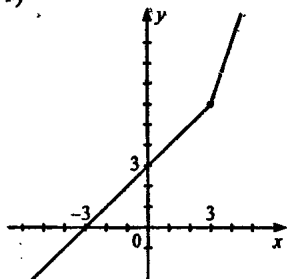
б)



в,

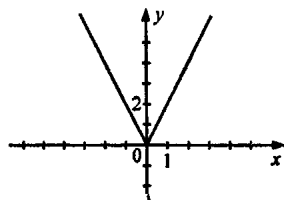


г)

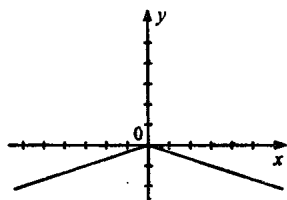


16.44.

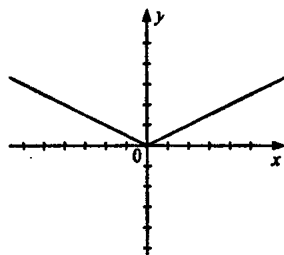
а)



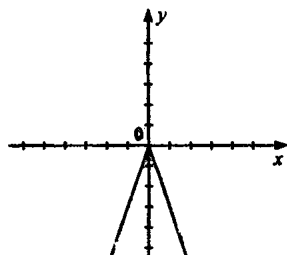
б)



в)



г)



Домашняя контрольная работа № 2

Вариант 1

$$1. \text{ а) } \frac{4}{15} = 0,2(6),$$

$$\text{б) } 1,2(34) = \frac{611}{495}$$

$$2. \sqrt{54756} = 234;$$

$$3. a = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}-2-\sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{5} \vee 4,5; 20 < 20,25; a < b$$

$$4. \text{ а) } 5\sqrt{18} + 7\sqrt{50} - 30\sqrt{2} = 15\sqrt{2} + 35\sqrt{2} - 30\sqrt{2} = 20\sqrt{2},$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{5a^3b^{12}}}{\sqrt{125a^7b^5}} = \frac{\sqrt{b^7}}{\sqrt{25a^4}} = \frac{b^3\sqrt{b}}{5a^2}$$

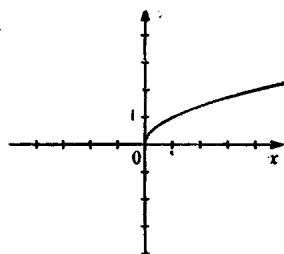
$$5. a) \frac{p\sqrt{p}+q\sqrt{q}-p\sqrt{q}-q\sqrt{p}}{p\sqrt{p}-q\sqrt{q}+p\sqrt{q}-q\sqrt{p}} =$$

$$= \frac{p(\sqrt{p}-\sqrt{q})+q(\sqrt{q}-\sqrt{p})}{p(\sqrt{p}+\sqrt{q})-q(\sqrt{p}+\sqrt{q})} = \frac{(p-q)(\sqrt{p}-\sqrt{q})}{(p-q)(\sqrt{p}+\sqrt{q})} = \frac{\sqrt{p}-\sqrt{q}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}};$$

$$6) \frac{4x-12\sqrt{xy}+9y}{\sqrt{4x^3}-\sqrt{9x^2y}} = \frac{(2\sqrt{x}-3\sqrt{y})^2}{2x\sqrt{x}-3x\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{x}$$

6.

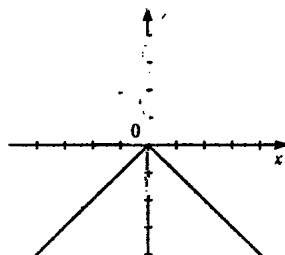
a)



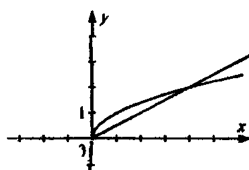
$$x_{\text{наим}} = 0; y_{\text{наиб}} = 2\sqrt{2}$$

$$x = 0; 2.$$

б)



$$y_{\text{наим}} = -8; y_{\text{наиб}} = 0$$



$$8. \frac{\sqrt{c}-7\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-d} - \frac{7\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-c} = \frac{c+d}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} = \frac{c-7\sqrt{cd}+7\sqrt{cd}+d}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{\sqrt{cd}} = \frac{1}{\sqrt{cd}}$$

$$9. \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{x^2-10x+25} = |x-3| + |x-5| = x-3+5-x = 2$$

Вариант 2

$$1. a) \frac{7}{30} = 0.2(3);$$

$$6) 0.2(31) = \frac{229}{990}$$

2. Домашняя работа № 3, вариант 2, № 1

$$3. a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} - \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}}{9-8} = 4\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{2} \approx 5,5$$

$$32 > 30,25$$

$$a > b$$

$$4. a) 3 \cdot \sqrt{27} + 5 \sqrt{75} - 35 \sqrt{3} = 3 \cdot 3 \sqrt{3} + 25 \sqrt{3} - 35 \sqrt{3} = 34 \sqrt{3} - 35 \sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

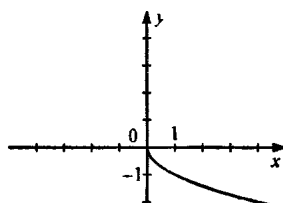
$$6) \frac{\sqrt{48x^7y^5}}{\sqrt{3x^3y^{12}}} = \frac{\sqrt{16x^4}}{\sqrt{y^7}} = \frac{4x^2}{y^3\sqrt{y}}.$$

$$5. a) \frac{m\sqrt{m} + n\sqrt{n} + m\sqrt{n} + n\sqrt{m}}{m\sqrt{m} - n\sqrt{n} + m\sqrt{n} - n\sqrt{m}} = \frac{m(\sqrt{m} + \sqrt{n}) + n(\sqrt{m} + \sqrt{n})}{m(\sqrt{m} + \sqrt{n}) - n(\sqrt{m} + \sqrt{n})} =$$

$$= \frac{(\sqrt{m} + \sqrt{n})(m+n)}{(\sqrt{m} + \sqrt{n})(m-n)} = \frac{m+n}{m-n}.$$

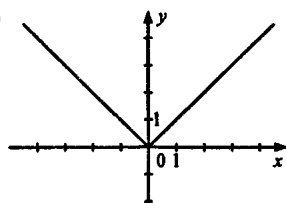
$$6) \frac{9x + 24\sqrt{xy} + 16y}{\sqrt{9x^5} + \sqrt{16x^4y}} = \frac{(3\sqrt{x} + 4\sqrt{y})^2}{3x^2\sqrt{x} + 4x^2\sqrt{y}} = \frac{3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}}{x^2}$$

6. a)



$$y_{\text{наим}} = -\sqrt{7}; y_{\text{наиб}} = -2.$$

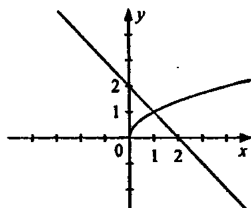
б)



$$y_{\text{наим}} = 4, y_{\text{наиб}} = 7$$

7.

$$x = 1$$



$$8. \left(\frac{\sqrt{a}}{b-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} \right) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} = \frac{a-b}{\sqrt{ab}(\sqrt{b}-\sqrt{a})} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} = -\frac{b-a}{b-a} = -1$$

$$9. \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 8x + 16} = |x-2| + |x-4| = x-2+4-x = 2$$

КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$

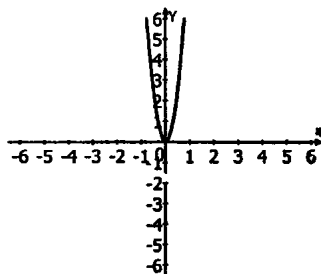
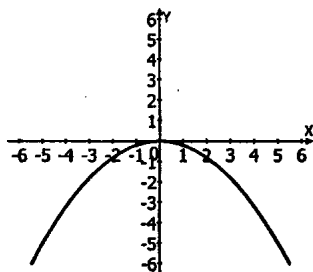
§ 17. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график

17.1. а) $k = 2$; б) $k = -8$; в) $k = 7$; г) $k = -1$.

17.2. а) $k = 0,2$; б) $k = -\frac{1}{8}$; в) $k = -1,85$; г) $k = -\frac{1}{37}$.

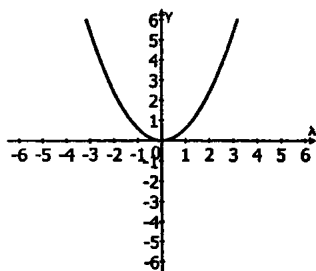
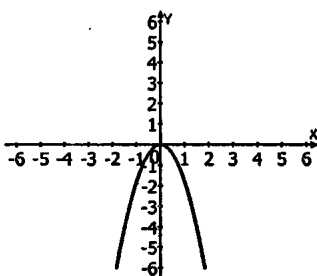
17.3. а)

б)



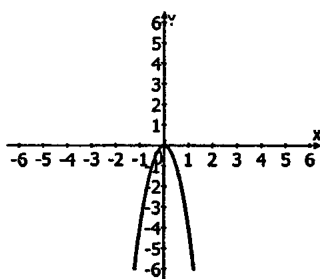
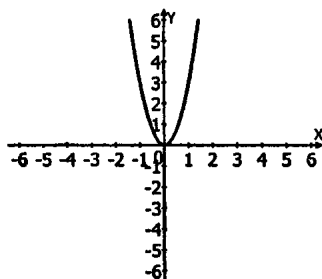
в)

г)

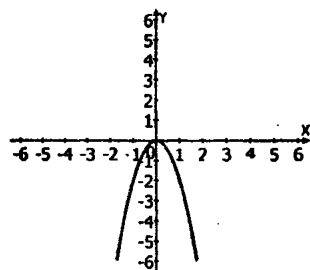


17.4. а)

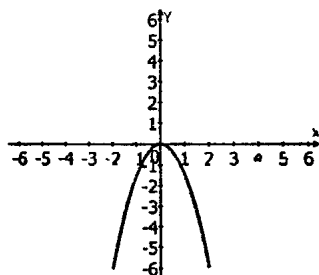
б)



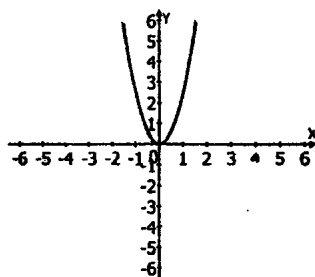
в)



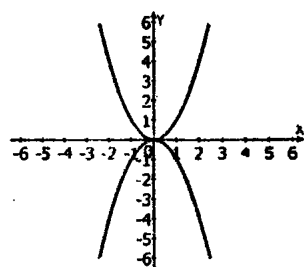
17.5. а)



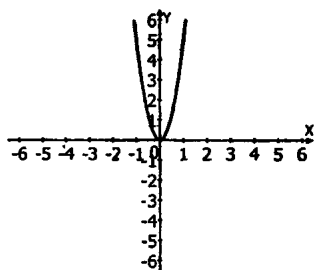
в)



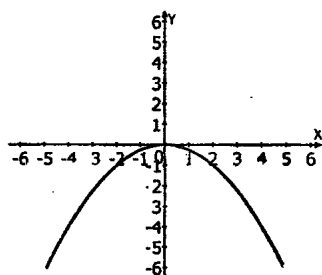
17.6. а)



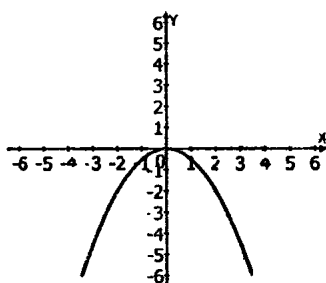
г)



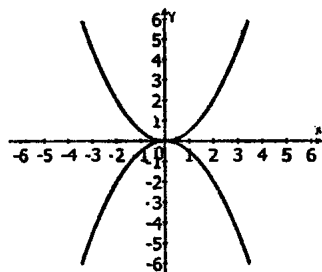
б)



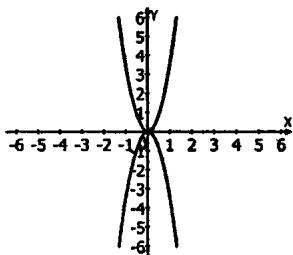
г)



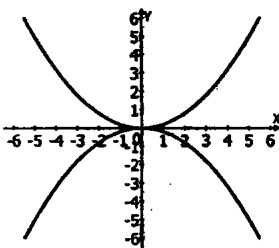
б)



в)

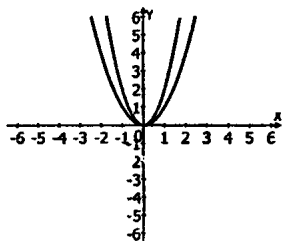


г)

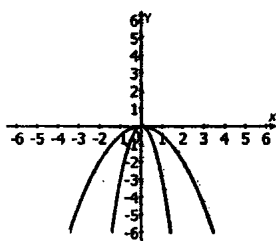


Вершины графиков совпадают. Графики функций симметричны относительно оси X .

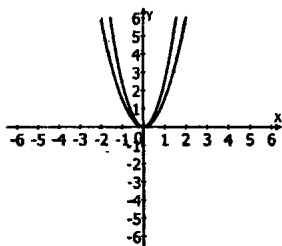
17.7. а)



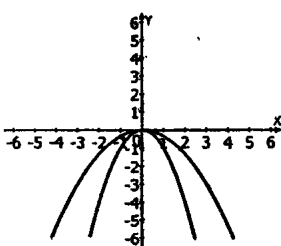
б)



в)



г)



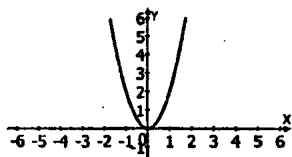
Вершины графиков совпадают.

Графики функций лежат: а), в) выше; б), г) ниже оси X .

17.8. Вершины графиков совпадают, графики функций симметричны относительно оси X .

17.9. Вершины графиков совпадают. Графики функций лежат выше оси X

а)



б)

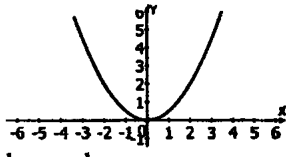


График функции $y = 2x^2$ получается из $y = x^2$ растяжением вдоль оси Y в два раза.

График функции $y = 0.5x^2$ получается из $y = x^2$ сжатием вдоль оси Y в два раза.

в)

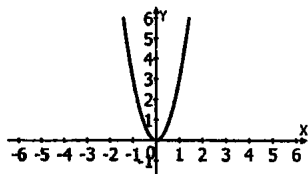


График функции $y = 3x^2$ получается из $y = x^2$ растяжением вдоль оси Y в 3 раза.

г)

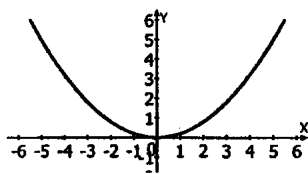


График функции $y = 0,2x^2 = \frac{1}{5}x^2$ получается из $y = x^2$ сжатием по оси Y в 5 раз.

17.10. Вершины графиков совпадают. Графики функций лежат ниже оси X .

а)

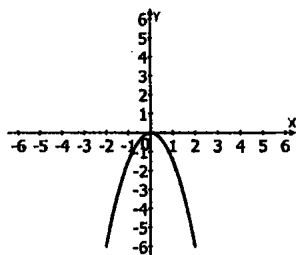


График функции $y = -\frac{3}{2}x^2 = -1,5x^2$ получается из $y = -x^2$ растяжением по оси Y в

$\frac{3}{2}$ раза.

в)

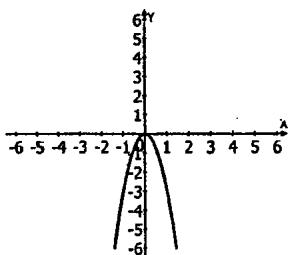


График функции $y = -2,5x^2 = -\frac{5}{2}x^2$ получается из $y = -x^2$ растяжением

по оси Y в $\frac{5}{2}$ раза.

б)

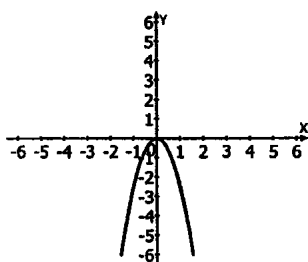


График функции $y = -3x^2$ получается из $y = -x^2$ растяжением по оси Y в 3 раза.

г)

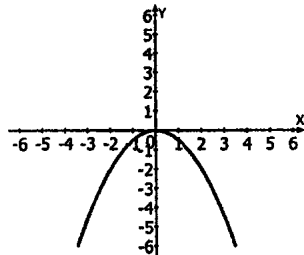
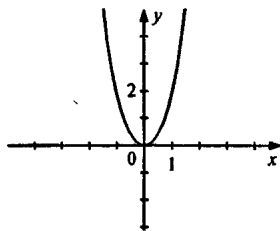


График функции $y = -0,5x^2 = -\frac{1}{2}x^2$ получается из $y = -x^2$ сжатием по оси Y в два раза

17.11. а) $k > 0$; б) $k < 0$.

17.12.



- а) $y = 0; 1; 8$;
 б) $x = 0; 1; 2$;
 в) $y_{\text{наим}} = 0; y_{\text{наиб}} = 8$;
 г) $x \in [1; 2]$.

17.14.

- а) $x = \pm 2$; б) $x \in (-2; 2)$;
 в) $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$;
 г) $y \geq 2$.

17.15

- а) $x = \pm 1$; б) $x \in (-1; 1)$; $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

17.16. а) $y(1) = -220 \cdot (1)^2 = -220$ – принадлежит.б) $y(4) = -220 \cdot 4^2 = -880 \cdot 4 \neq -880$ – не принадлежит.в) $y(-3) = -220 \cdot (-3)^2 = -1980 \neq 1320$ – не принадлежит.г) $y(1,5) = -220 \cdot 2,25 = -495$ – принадлежит.17.17. а) М (2 ; 20), то есть $y(2) = k \cdot 4 = 20, k = 5$.б) N (-3 ; 27), то есть $y(-3) = k \cdot 9 = 27, k = 3$.в) K (1 ; 10), то есть $y(1) = k \cdot 1 = 10, k = 10$.г) L (-4 ; 96), то есть $y(-4) = k \cdot 16 = 96, k = 6$.17.18. а) $y(1) = k \cdot 1 = 1$, то есть $y = x^2$. б) $y(1) = k \cdot 1 = -2$, то есть $y = -2x^2$ в) $y(2) = k \cdot 4 = -2$, то есть $y = -\frac{1}{2}x^2$. г) $y(1) = k \cdot 1 = 2$, то есть $y = 2x^2$ 17.19. а) Да. $y_{\text{наим}} = 0$. б) Нет. в) Нет. г) Да. $y_{\text{наим}} = -4$.17.20. а) Нет. б) Нет. в) Да. $y_{\text{наиб}} = 0$. г) Да. $y_{\text{наиб}} = 8$.

17.21. а) Функция ограничена и сверху, и снизу. Ответ: да.

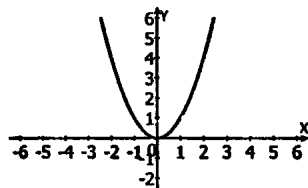
б) Функция ограничена сверху и не ограничена снизу. Ответ: нет.

в) Функция ограничена снизу и не ограничена сверху. Ответ: нет.

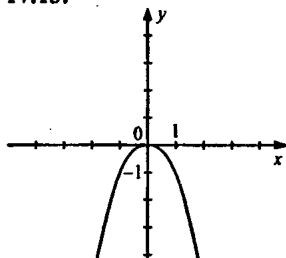
г) Функция не ограничена и сверху, и снизу. Ответ: нет.

Ответ: а) Да; б), в), г) Нет.

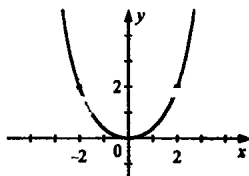
17.22. а)



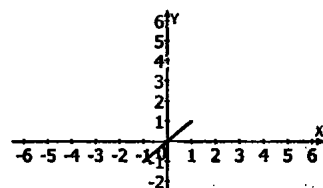
17.13.



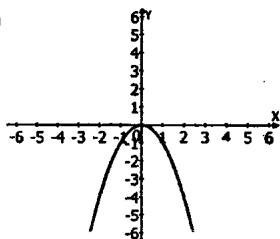
- а) $y = 0; -4; -9$;
 б) $x = 0; 2; 3$;
 в) $y_{\text{наиб}} = 0; y_{\text{наим}} = -9$;
 г) $x \in (1; 2]$.



б)



в)

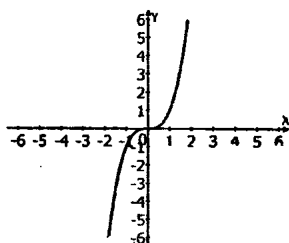


17.23. а) 0 и 8; б) 0 и 18;

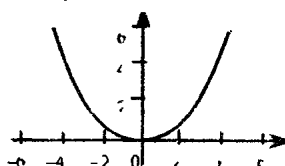
17.25.

а) $y_{\text{наиб}}$ и $y_{\text{наим}}$ не существует;б) $y_{\text{наиб}} = 3$ при $x = -3$, $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 0$ в) $y_{\text{наиб}}$ не существует, $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 0$;г) 0 и $\frac{16}{3}$

г)



в) 2 и 18;

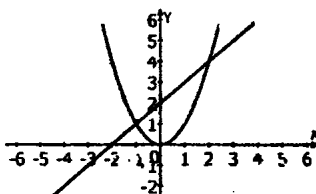
г) $-\infty$ и 017.26. а) $y = x^2$ и $y = 2x$, $x^2 = 2x$, $x^2 - 2x = 0$, $x(x - 2) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 2$. $y = 2x = 2$, $0 = 0$; $y_2 = 2$, $x_2 = 2$ б) $y = -0.5x^2$ и $y = 2$, $-0.5x^2 = 2$, $0.5x^2 + 2 = 0$, $x^2 = -4$, не решений.в) $y = -3x^2$ и $y = -3x$, $-3x^2 = -3x$, $3x(x - 1) = 0$, $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ $y_1 = -3x_1 = 0$, $y_2 = -3x_2 = -3$ г) $y = \frac{1}{3}x^2$ и $y = 3$; $\frac{1}{3}x^2 = 3$, $x^2 = 9$, $x_1 = -3$, $x_2 = 3$, $y = 3$; $y_2 = 3$

Ответ а) (0, 0); (2, 4).

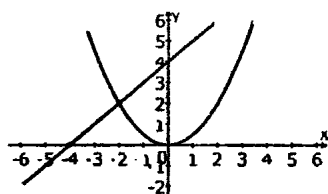
б) графики функций не пересекаются. в) (0, 0); (1, -3); г) (-3, 3); (3, 3)

17.27. а)

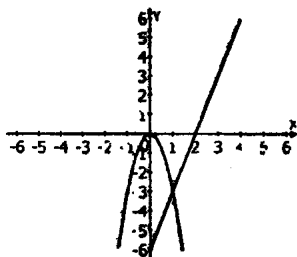
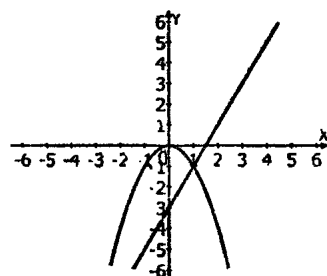
б)

 $x_1 = -1$; $x_2 = 2$

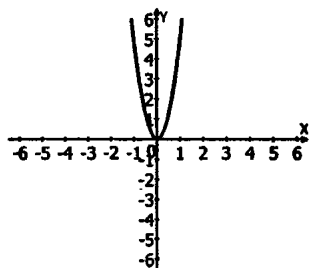
в)

 $x_1 = 4$; $x_2 = -2$

г)

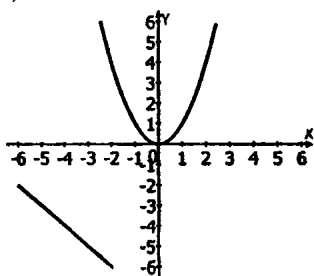
 $x_1 = 1$; $x_2 = -2$  $x_1 = 1$; $x_2 = -3$

17.29. а)



Нет корней.

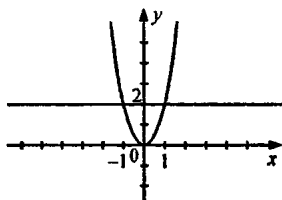
в)



Нет корней.

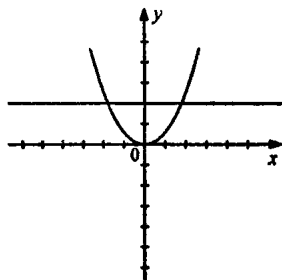
17.29.

а)

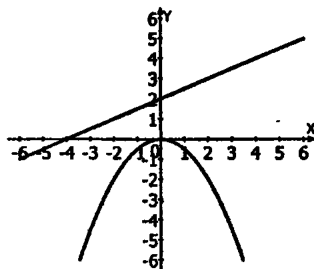


$x = \pm 1$

в)

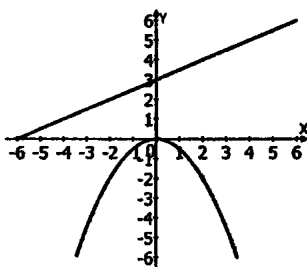


б)



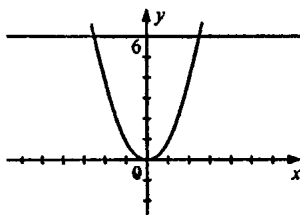
Нет корней.

г)

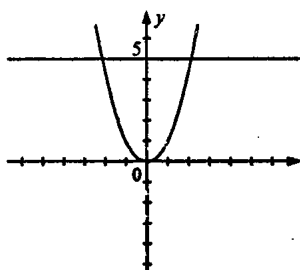


Нет корней.

б)



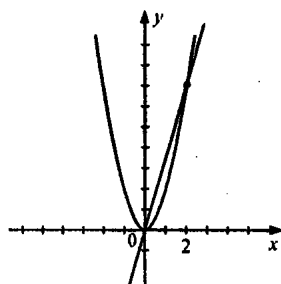
г)



$x = \pm\sqrt{5}$

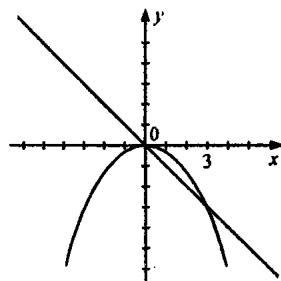
17.30.

а)



$$x = 2$$

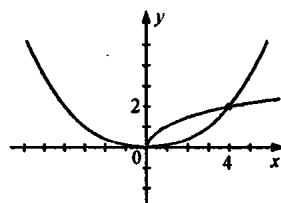
в)



$$x = 3$$

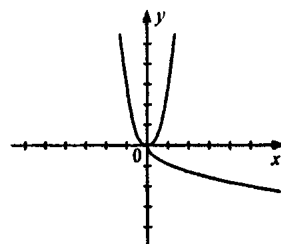
17.31.

а)



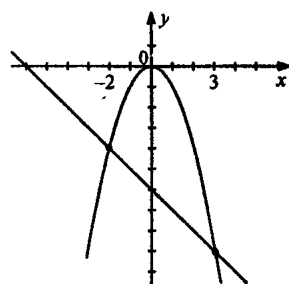
$$x = 4$$

в)



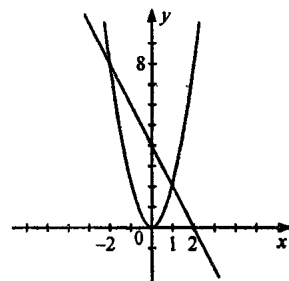
$$x = 0$$

б)



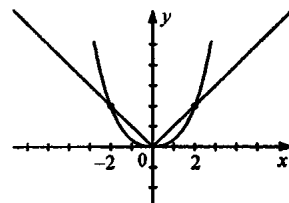
$$x = -2 \text{ или } x = 3$$

г)



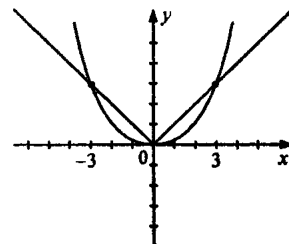
$$x = -2; x = 1.$$

б)



$$x = \pm 2$$

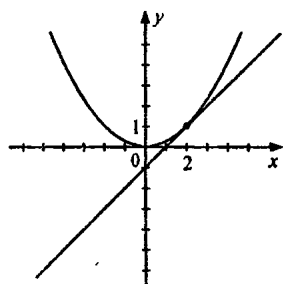
г)



$$x = \pm 3$$

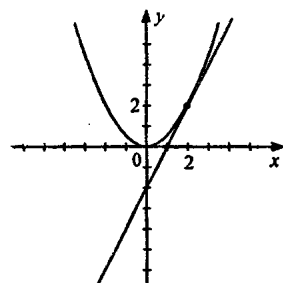
17.32.

а)



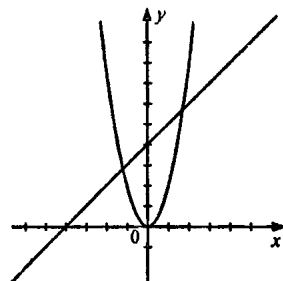
$x = 2$

в)



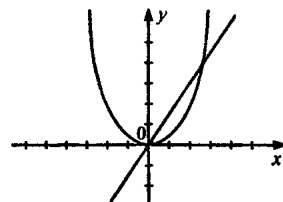
17.33.

а)



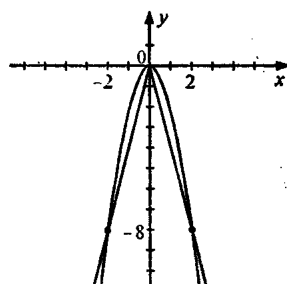
2 решения

в)



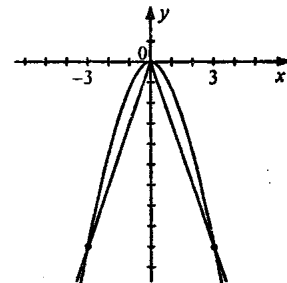
2 решения

б)

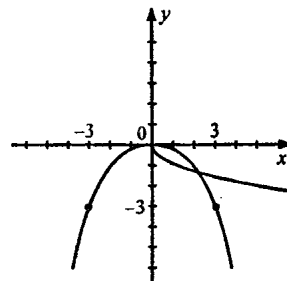


$x = \pm 2$

г)

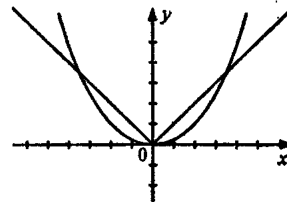


б)



1 решение

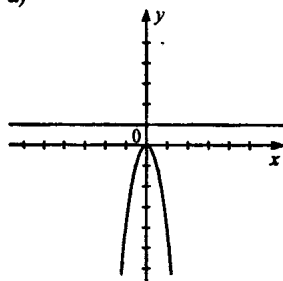
г)



3 решения

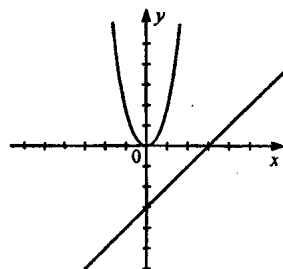
17.34.

а)



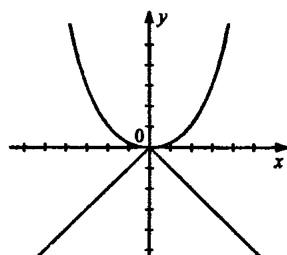
0 решений

в)



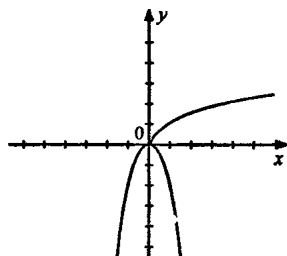
нет решений

б)



1 решение

г)



1 решение

17.35. а) $f(0) = 0$; $f(1) = 2$; $f(-3) = 18$; $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}$;

б) $f(a) = 2a^2$; $f(4a) = 32a^2$; $f(-2a) = 8a^2$; $f(-0,5a) = 0,5a^2$;

в) $f(a+1) = 2(a+1)^2$; $f(b-2) = 2(b-2)^2$; $f(x-3) = 2(x-3)^2$; $f(x+9) = 2(x+9)^2$;

г) $f(a) + 1 = 2a^2 + 1$; $f(x) - 2 = 2x^2 - 2$; $f(a) + b = 2a^2 + b$;

$f(x) - a = 2x^2 - a$.

17.36. а) $f(1) = -4$; $f(-2) = -16$; $f(0) = 0$; $f\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}$;

б) $f(a) = -4a^2$; $f(-a) = -4a^2$; $f(-2a) = -16a^2$; $f(5a) = -100a^2$;

в) $f(a+2) = -4(a+2)^2$; $f(a-3) = -4(a-3)^2$;

$f(x-1) = -4(x-1)^2$; $f(x+6) = -4(x+6)^2$;

г) $f(a) + 1 = 1 - 4a^2$; $f(x) - 5 = -4x^2 - 5$;

$f(x+2) - 1 = -4(x+2)^2 - 1$; $f(x-c) + d = -4(x-c)^2 + d$.

17.37. а) $y \in [0; 3]$; б) $y \in [0; 12]$; в) $y \in (3; 6)$; г) $y \in [0; 3]$.

17.38. а) $y \in (0; +\infty)$;

б) $y \in [3; +\infty)$;

в) $y \in [0; +\infty)$;

г) $y \in (3; +\infty)$.

17.39. а) $x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$;

б) $x \in (1; 3)$;

в) $x \in (-3; 3)$;

г) $x \in [3; 6]$.

17.40. а) $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$;

б) $x \in [-2; 2]$;

в) $x \in [-2; 2]$;

г) $x \in (-3; -2] \cup [2; +\infty)$.

17.41. а) $f(-1) = 2; f(16) = 2; f(1) = 2..$

б)

в)

1) $D(f) = [-1; 6]$.

2) $y = 0$ при $x = 0$:

$y > 0$ при $x \in [-1; 0) \cup (0; 6]$.

3) Функция непрерывна.

4) Функция ограничена и снизу, и сверху.

5) $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 0$. $y_{\text{наиб}} = 2$ при $x \in \{-1\} \cup [1; 6]$.

17.42.

а) $f(-4) = 8$. $f(0.5) = -\frac{1}{12}$, $f(3) = -3$.

б)

в)

1) $D(y) = [-4; 3]$.

2) $y = 0$ при $x = 0$:

$y > 0$ при $x \in [-4; 0)$; $y < 0$ при $x \in (0; 3]$.

3) Функция непрерывна

4) Функция ограничена и сверху, и снизу

5) $y_{\text{наим}} = -3$ при $x = 3$,

$y_{\text{наиб}} = 8$ при $x = -4$

17.43.

а) $f(0) = 0$, $f(2) = \sqrt{2}$, $f(4) = 2$.

в) $D(f) = [-1; 4]$; $E(f) = [-3; 2]$

$f(x)$ возрастает при $x \in [-1; 4]$.

17.44.

а) $f(-2) = 8$,

$f(0) = 0$;

$f(1) = 5$;

б) $x = -1$,

$x = 0$;

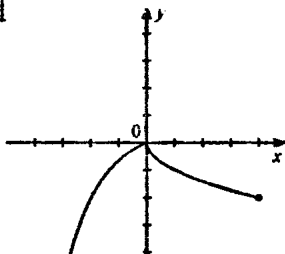
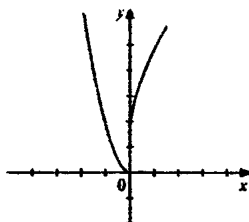
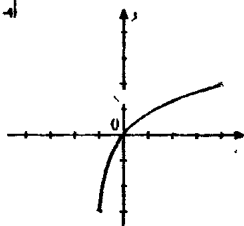
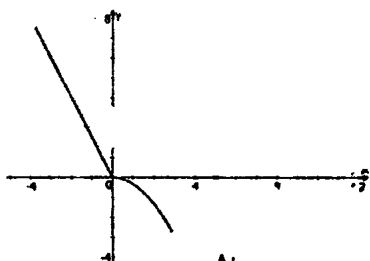
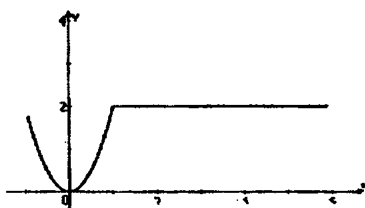
$x = -2$,

$x = 2$.

17.45.

а) $f(-1) = -0.5$; $f(0) = 0$; $f(2) = -\sqrt{2}$.

б) $x = -2$; $x = 0$; $x = -4$.



17.46.

a) $f(-2) = -2$;

$f(2) = -2$;

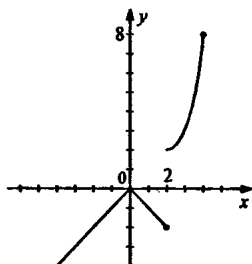
$f(4) = 8$

б) $x = \pm 1$;

$f(x) = 2$ - нет таких x ;

$f(x) = 4,5 = 4,5$; $x = 3$.

17.47.: $y_{\text{наиб}}$ для функции $y = 3x^2$ на $[-1; 1]$ равно 3, то есть $A = 3$.



$y_{\text{наиб}}$ для функции $y = -\frac{1}{7}x^2$ на $[-1; 1]$ равно 0, то есть $B=0$. Так как $3 > 0$, то $A > B$.

17.48. $y_{\text{наиб}}$ для функции $y = 4x^2$ на $[-1; 0]$ равно 4, то есть $C = 4$.

$y_{\text{наим}}$ для функции $y = 3 + x$ на $[1; +\infty)$ равно 4, то есть $D = 4$.

Так как $4 = 4$, то $C = D$.

17.49. $y_{\text{наим}}$ для функции $y = 2x$ на $[2; 5]$ равно 4, то есть $M = 4$.

$y_{\text{наиб}}$ для функции $y = -5x^2$ на $(-\infty; 0]$ равно 0, то есть $N = 0$.

Так как $4 > 0$, то $M > N$.

17.50. $y_{\text{наим}}$ для функции $y = 1,8x^2$ на $[0; +\infty)$ равно 0, то есть $L = 0$.

$y_{\text{наим}}$ для функции $y = -3x + 1$ на $[-1; 0]$ равно 1, то есть $K = 1$.

Так как $0 < 1$, то $L < K$.

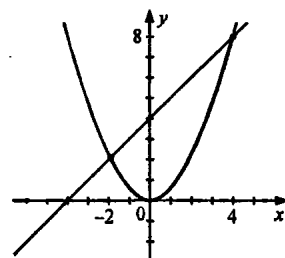
17.51. $y_{\text{наиб}}$ для функции $y = -702x^2$ на $[0; +\infty)$ равно 0, то есть $P = 0$.

$y_{\text{наим}}$ для функции $y = x^2$ на $[-2; 1]$ равно 0, то есть $Q = 0$.

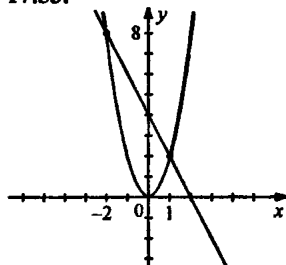
Так как $0 = 0$, то $P = Q$.

17.52.

17.53.



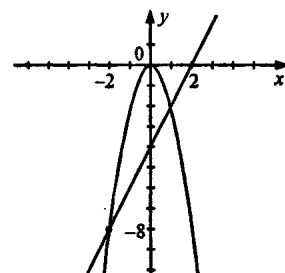
б) $x = -2$ и $x = 4$; г) $x \in (-2; 4)$.



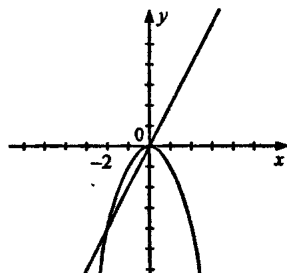
б) $x = -2$ и $x = 1$; г) $x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

17.54. а)

б)

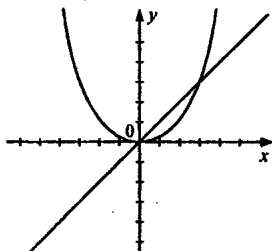


$x \in (-2; 1)$



$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

17.55. а)



$$x \in (0; 3)$$

17.56. а) $f(-x) = 2(-x)^2 = 2x^2$;

б) $f(x^3) = 2(x^3)^2 = 2x^6$;

17.57. а) $f(x^2) = 1,5x^4$;

б) $f(-x^2) = 1,5x^4$;

17.58. а) $f(x^2) = -4(x^2)^2 = -4x^4$;

б) $f(-3x^2) = -4(-3x^2)^2 = -36x^4$;

17.59. $f(x+1) = f(x+4)$; $(x+1)^2 = (x+4)^2$; $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 8x + 16$;

$$6x = -5; x = -\frac{5}{6} = -2,5.$$

17.60. $4f(x+3) = f(2x) - 24$; $4 \cdot 2(x+3)^2 = 2(2x)^2 - 24$;

$$8x^2 + 48x + 72 = 6x^2 - 24$$
; $48x = -96$; $x = -2$.

17.61. $f(x-3) = f(x+5)$; $-(x-3)^2 = -(x+5)^2$;

$$x^2 - 6x + 9 = x^2 + 10x + 25$$
; $16x = -16$; $x = -1$.

17.62.

а) $p \in [-1; 0)$;

б) $p = 2$;

в) $p = 0$;

г) $p \in (0; 2)$.

17.63.

а) $f(-2) = -2$;

$f(2) = -2$;

$f(2, 4) = -2$;

в) $D(f) = [-4; 3]$

$E(f) = [-2; 0]$

$f(x)$ возрастает на $[-2; 0]$;

убывает на $[-4; -2] \cup [0; 2]$ и постоянна на $[2; 3]$.

17.64.

а) $f(-2,5) = -6,25$

$f(-0,5) = -1$

$f(4)$ не определено

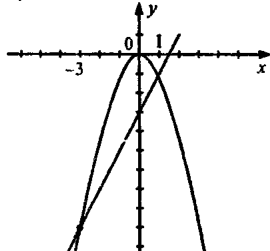
$f(\sqrt{5}-3) = -1$

в) $D(f) = [-3; 2]$

$E(f) = [-9; -1] \cup (0; \sqrt{2})$

Функция возрастает на $[-3; -1] \cup (0; 2)$ и постоянна на $[-1; 0]$.

б)



$$x \in [-3; 1]$$

б) $f(x^2) = 2(x^2)^2 = 2x^4$;

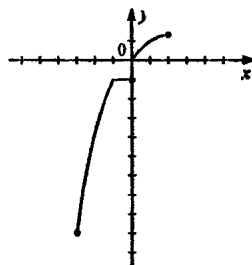
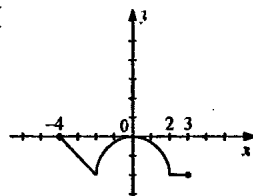
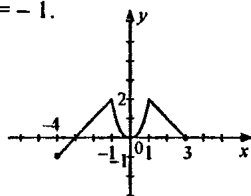
г) $f(-x^2) = 2(-x^2)^2 = 2x^4$;

б) $f(2x^2) = 6x^4$;

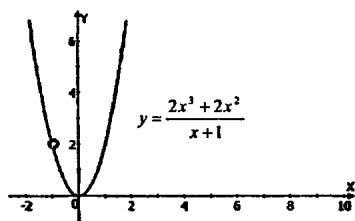
г) $f(-2x^2) = 6x^4$;

б) $f(2x^2) = -4(2x^2)^2 = -16x^4$;

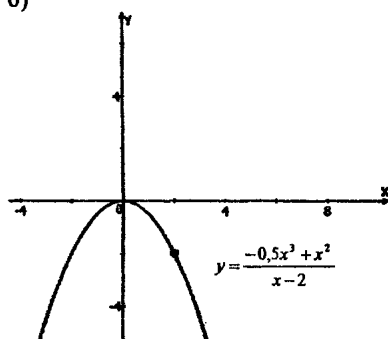
г) $f(x^3) = -4(x^3)^2 = -4x^6$;



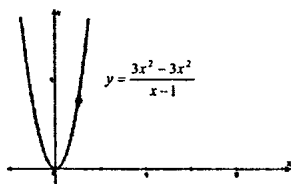
17.65. a)



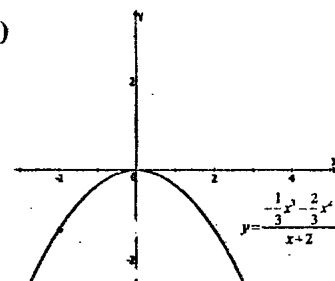
б)



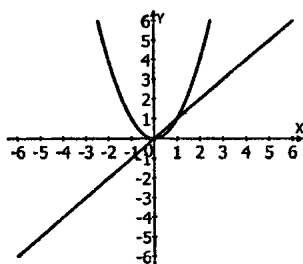
в)



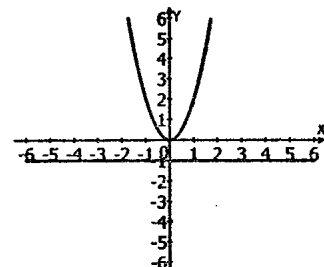
г)



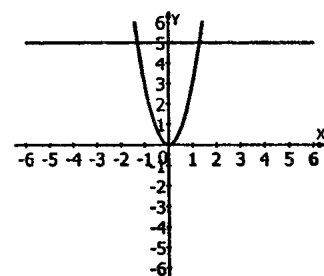
17.66. a)



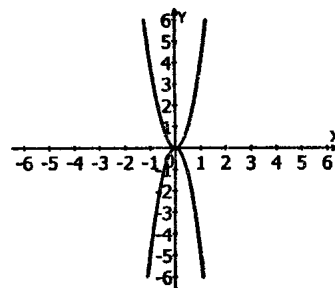
б)



в)



г)



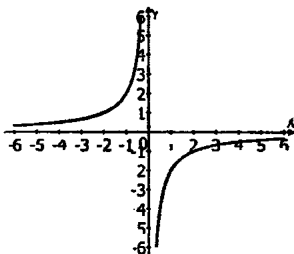
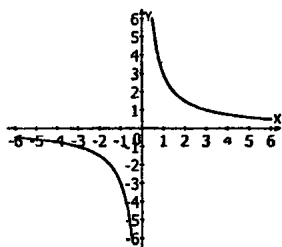
§ 18. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график

18.1. а) $k = 1$;

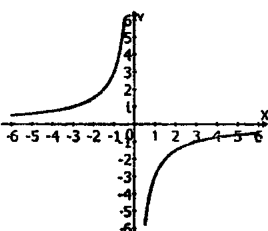
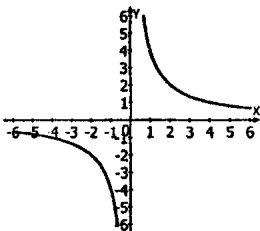
б) $k = 2$; в) $k = \frac{1}{5}$; г) $k = -3$

18.2.

а) Убывает на $(-\infty; 0)$ и на $(0; +\infty)$. б) Возрастает на $(-\infty; 0)$ и на $(0; +\infty)$.

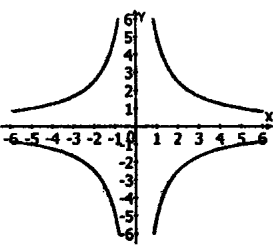
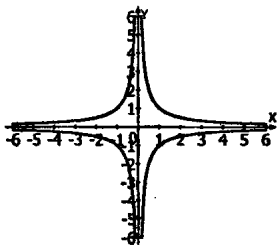


в) Убывает на $(-\infty; 0)$ и на $(0; +\infty)$. г) Возрастает на $(-\infty; 0)$ и на $(0; +\infty)$.



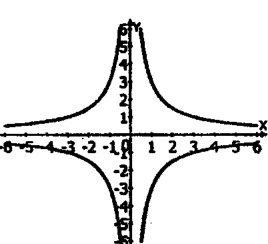
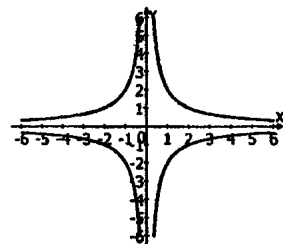
18.3. а)

б)



в)

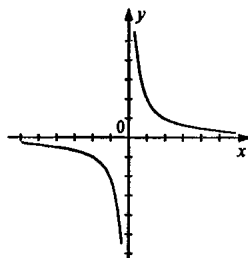
г)



Графики функций симметричны относительно оси Y

18.4. а) $k > 0$;

18.5.

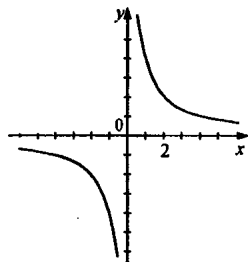


а) $y = 2; -1; \frac{1}{2}$; б) $x = -2; 1; -\frac{1}{2}$;

в) $y_{\text{наим}} = 1; y_{\text{наиб.}} = 4$;

г) $x \in [-2; -1]$.

18.7.



б) $x = 2$; в) $x \in (0; 2)$;

г) $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

18.9. а) $y(1) = \frac{68}{1} = 68$ – принадлежит;

б) $y(5) = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5} \neq 13$ – не принадлежит;

в) $y(-2) = -\frac{68}{2} = -34 \neq 34$ – не принадлежит;

г) $f(-4) = -\frac{68}{4} = -17$ – принадлежит.

18.10. а) $y = \frac{k}{x}$; $7 = \frac{k}{3}$; $k = 21$; $y = \frac{21}{x}$. б) $y = \frac{k}{x}$; $12 = \frac{k}{-0,2}$; $k = -\frac{12}{5}$; $y = -\frac{12}{5x}$.

в) $y = \frac{k}{x}$; $19 = \frac{k}{-4}$; $k = -76$; $y = -\frac{76}{x}$. г) $y = \frac{k}{x}$; $8 = \frac{k}{2,5}$; $k = 20$; $y = \frac{20}{x}$.

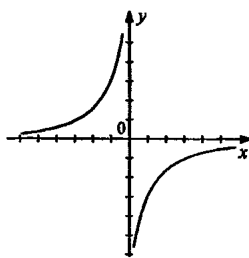
18.11. а) 1 и 2; б) $\frac{1}{2}$ и 2; в) -2 и 0; г) 1 и 2.

18.12. а) $y_{\text{наим}} = 1$; $y_{\text{наиб}} = 2$;

в) $y_{\text{наим}} = -2$; $y_{\text{наиб}} = 0$;

б) $k < 0$.

18.6.

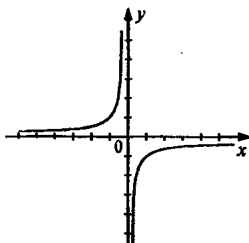


а) $y = 1; -3; -\frac{1}{2}$; б) $x = -1; 3; \frac{1}{2}$;

в) $y_{\text{наим.}} = 1$; $y_{\text{наиб.}} = 3$;

г) $x \in [1; 6]$.

18.8.



б) $x = -1$;

в) $x \in (-1; 0)$;

г) $y \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

18.13.

а) $y = \frac{2}{x}$ и $y = 2x$; $\frac{2}{x} = 2x$; $x^2 = 1$; $x_1 = -1$; $x_2 = 1$. $y_1 = 2x_1 = -2$; $y_2 = 2x_2 = 2$.

б) $y = -\frac{5}{x}$ и $y = -5$; $-\frac{5}{x} = -5$; $x = 1$; $y = -5$.

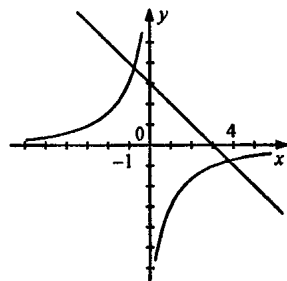
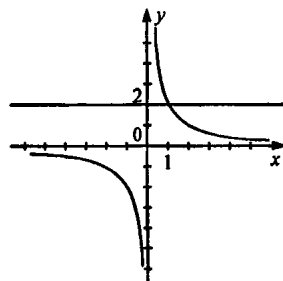
в) $y = -\frac{3}{x}$ и $y = -3x$; $-\frac{3}{x} = -3x$; $x^2 = 1$; $x_1 = -1$; $x_2 = 1$; $y_1 = -3x_1 = 3$; $y_2 = -3x_2 = -3$.

г) $y = \frac{4}{x}$ и $y = 1$; $\frac{4}{x} = 1$; $x = 4$; $y = 1$.

Ответ: а) $(-1; -2)$; $(1; 2)$; б) $(1; -5)$; в) $(-1; 3)$; $(1; -3)$; г) $(4; 1)$.

18.14. а)

б)

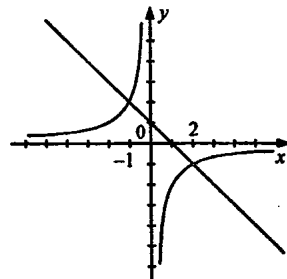
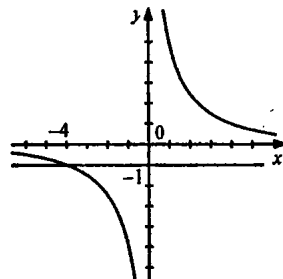


$x = 1$

$x = -1$; $x = 4$.

в)

г)

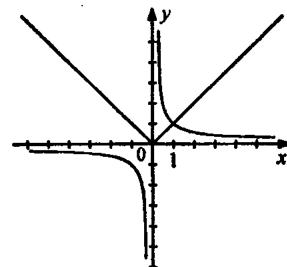
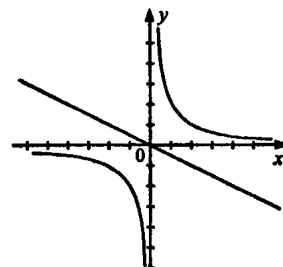


$x = -4$

$x = -1$; $x = 2$.

18.15. а)

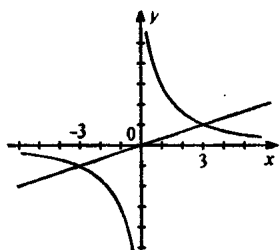
б)



решений нет

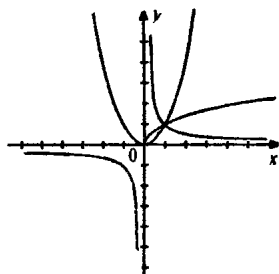
$x = 1$

В)



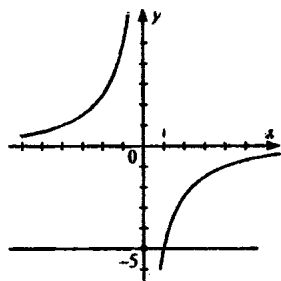
$$x = \pm 3$$

18.16.



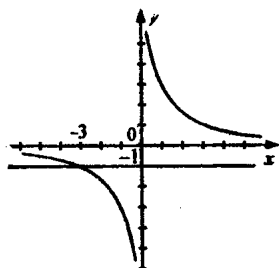
а) г) $x =$

18.17. а)

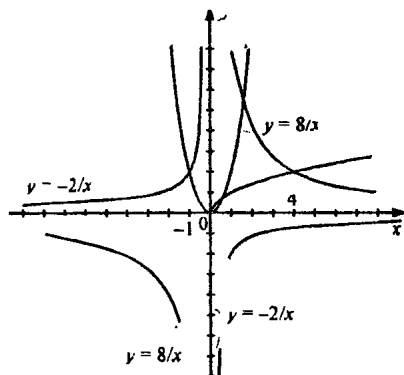
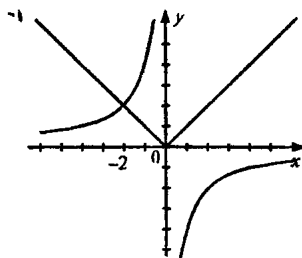


$$x = 1$$

В)

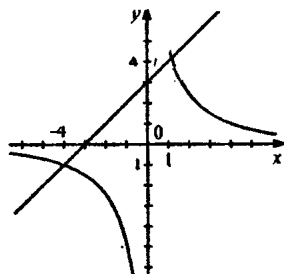


$$x = -3$$



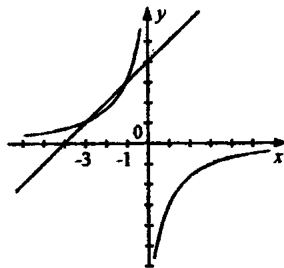
б) $x = 4$ в) $x = -1$

б)



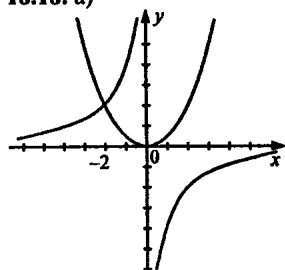
$$x = -4, x = 1$$

г)



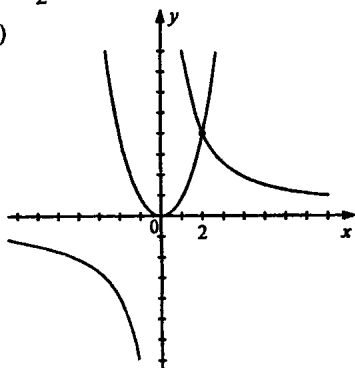
$$x = -3, x = -1$$

18.18. а)



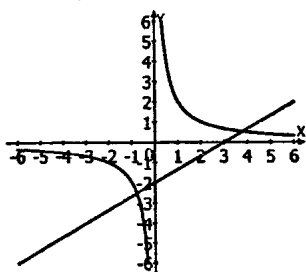
$x = -2$

б)

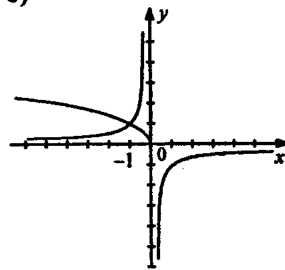


$x = 2$

18.19. а)

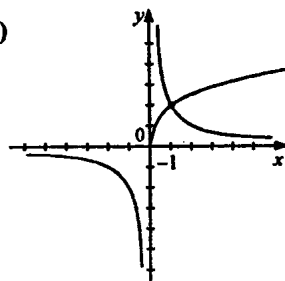


б)



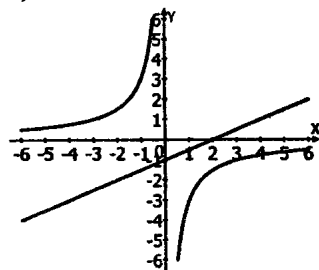
$x = -1$

г)

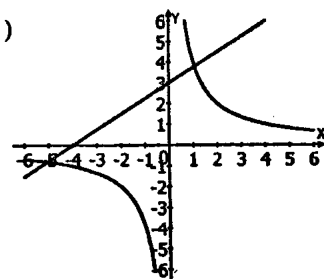


$x = 1$

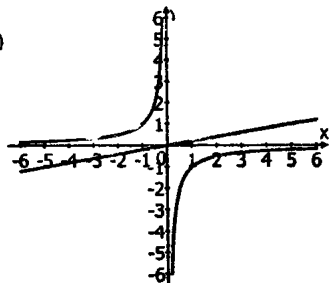
б)



г)

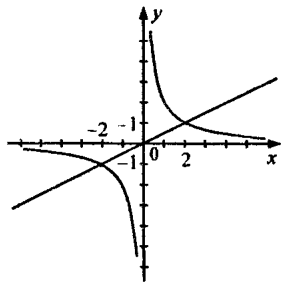


в)



Ответ: а) два; б), в) нет решений; г) два.

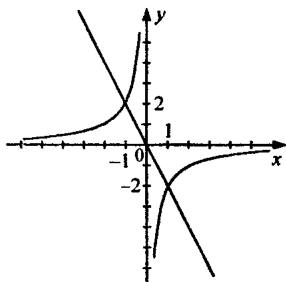
18.20.



a) $x \in (-\infty; -2) \cup (0; 2)$

б) $x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$

18.21.



a) $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$

б) $x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$

18.22. a) $f(1) = 4; f(-2) = -2; f(0,3) = \frac{40}{3}; f\left(-\frac{1}{6}\right) = -24;$

б) $f(-a) = -\frac{4}{a}; f(2a) = -\frac{2}{a}; f(3x) = \frac{4}{3x}; f(-x) = -\frac{4}{x};$

в) $f(a+1) = \frac{4}{a+1}; f(b-3) = \frac{4}{b-3}; f(x+1) = \frac{4}{x+1}; f(x-10) = \frac{4}{x-10};$

г) $f(a)+1 = \frac{4}{a}+1; f(x)-2 = \frac{4}{x}-2;$

$$f(x-2) = +1 = \frac{4}{x-2}+1; f(x+1)-1 = \frac{4}{x+1}-1 \&$$

18.23. a) $f(-1) = 6; f(-3) = 2; f\left(\frac{1}{2}\right) = -12; f\left(\frac{2}{3}\right) = -9,$

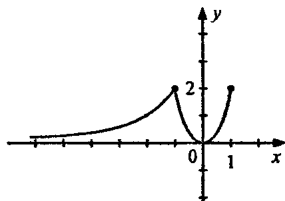
б) $f(3a) = -\frac{2}{a}; f(6a) = -\frac{1}{a}; f(-2x) = \frac{3}{x}; f\left(-\frac{1}{3}x\right) = \frac{18}{x},$

в) $f(a-2) = \frac{6}{2-a}; f(b+4) = -\frac{6}{b+4}; f(x-1) = \frac{6}{1-x}; f(x+2) = -\frac{6}{x+2},$

г) $f(x) = -4 = -\frac{6}{x}-4; f(2x)+1 = -\frac{3}{x}+1;$

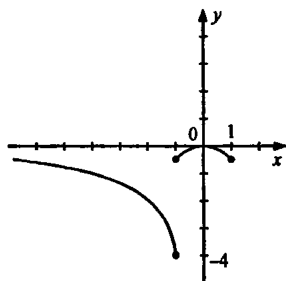
$$f(x-1)+2 = \frac{6}{1-x}+2; 2f(x+3) = -1 = -\frac{12}{x+3}-1.$$

18.24.



a) $f(-2) = 1; f(-1) = 2; f(1) = 2;$

б) $x = \pm 1; x = 0; x = \pm \frac{1}{2}$



а) $f(-4) = -1$; $f(-1) = -4$; $f(1) = -\frac{1}{2}$; б) $x = -2$; $x = 0$; $x = \pm 1$

18.26. $y_{\text{наиб}}$ для функции $y = \frac{3}{x}$ на $[1; 3]$ равно 3, то есть $A = 3$

$y_{\text{наим}}$ для функции $y = x^2$ на $[-1; 1]$ равно 0, то есть $B = 0$.

Так как $3 > 0$, то $A > B$.

18.27. $y_{\text{наим}}$ для функции $y = -\frac{1}{x}$ на $[1; +\infty)$ равно -1 , то есть $C = -1$

$y_{\text{наиб}}$ для функции $y = 2x^2$ на $[0; 1]$ равно 2, то есть $D = 2$.

Так как $-1 < 2$, то $C < D$.

18.28. $y_{\text{наиб}}$ для функции $y = \frac{78}{x}$ на $[1; 7]$ равно 78, то есть $P = 78$.

$y_{\text{наиб}}$ для функции $y = -103x^2$ на $[-5; 4]$ равно 0, то есть $Q = 0$

Так как $78 > 0$, то $P > Q$.

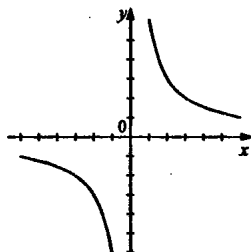
18.29.

а) $x \in [2; 6]$

б) $x \in (-3; 0)$

в) $x \in [-6; -3)$

г) $x \in (0; 1]$



18.30. а) $f(x^2) = \frac{4}{x^2}$;

б) $\frac{1}{4}f(x^3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{x^3} = \frac{1}{x^3}$;

в) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4 \cdot x}{1} = 4x$;

г) $-f(x^5) = -\frac{4}{x^5}$.

18.31. а) $f^2(x) = \left(\frac{4}{x}\right)^2 = \frac{16}{x^2}$;

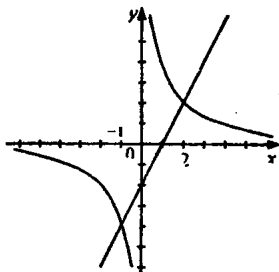
б) $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\frac{4}{x}} = \frac{x}{4}$;

в) $f^3(x) = \left(\frac{4}{x}\right)^3 = \frac{64}{x^3}$;

г) $-\frac{2}{f(x)} = -\frac{2}{\frac{4}{x}} = -\frac{x}{2}$

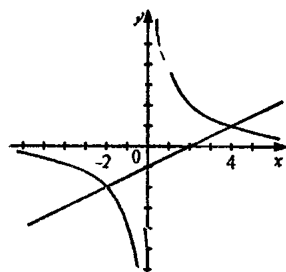
18.32.

a)



$$x \in (-\infty -1) \cup (0; 2)$$

б)



$$x \in (-2; 0) \cup (4; +\infty)$$

$$18.33. f(x+1) - f(x-1) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1(x-1) - 1(x+1)}{(x+1)(x-1)} =$$

$$= -\frac{2}{(x+1)(x-1)} = -\frac{2}{x^2-1} f(x+1) \cdot f(x-1)$$

18.34.

$$f(x+2) + f(2-x) = \frac{3}{x+2} + \frac{3}{2-x} = \frac{6-3x+3x+6}{(x+2)(2-x)} = -4 \cdot \frac{3}{x^2-4} = -4f(x^2-4).$$

$$18.35. f(x+3) = 2f(x+5), \quad \frac{1}{x+3} = \frac{2}{x+5}, \quad \frac{2x+6-x-5}{(x+3)(x+5)} = 0,$$

$$\frac{x+1}{x+3)(x+5)} = 0, \quad x = -$$

18.36.

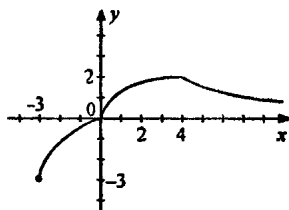
$$a) f(-3) = -3, f(1) = 1,$$

$$f(\sqrt{33}-1) = \frac{8}{\sqrt{33}-1} = \frac{8(\sqrt{33}+1)}{33-1} = \frac{1}{4}(\sqrt{33}+1)$$

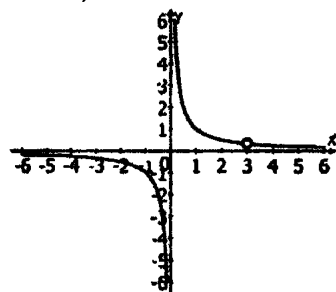
$$b) D(f) = [-3; +\infty)$$

$$E(f) = [-3, 2]$$

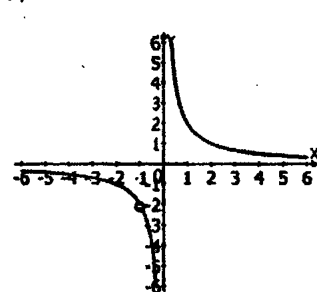
$$f(x) \uparrow \text{ на } [-3; 4]; f(x) \downarrow \text{ на } [4; +\infty)$$



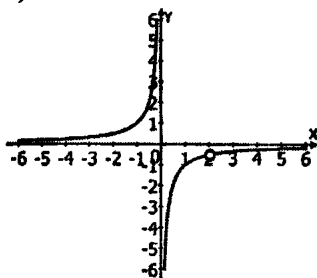
18.37. a)



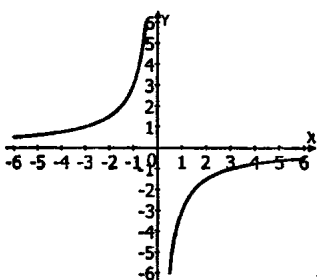
б)



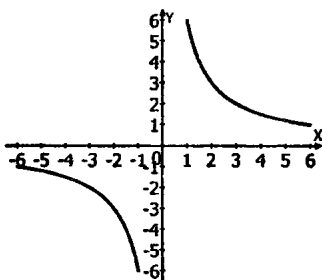
в)



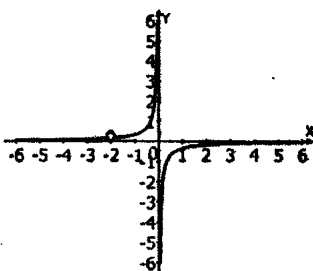
18.38. а)



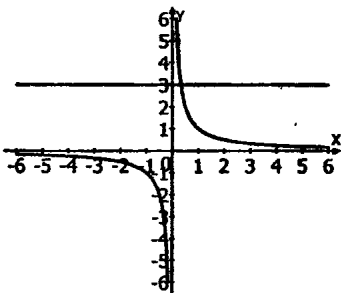
в)



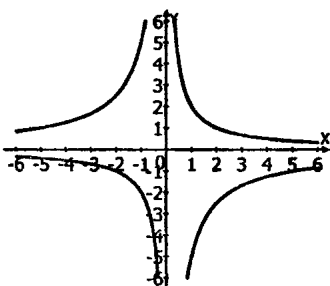
г)



б)

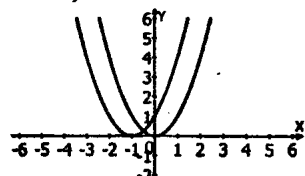


г)

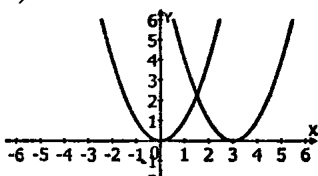


§ 19. Как построить график функции $y = f(x + 1)$, если известен график функции $y = f(x)$

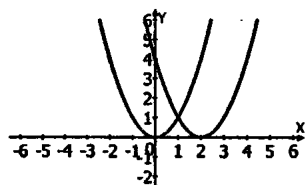
19.1. а)



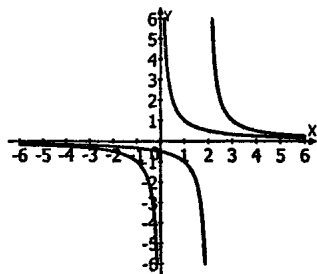
б)



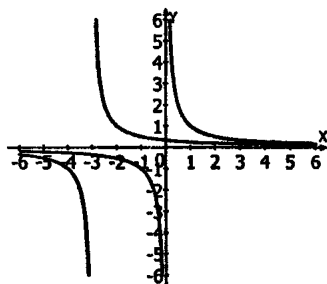
В)



19.2. а)

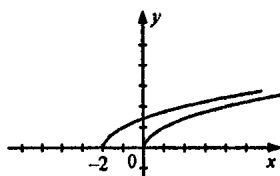


В)

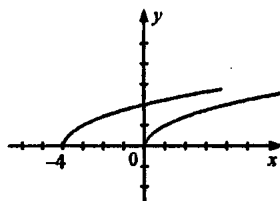


19.3.

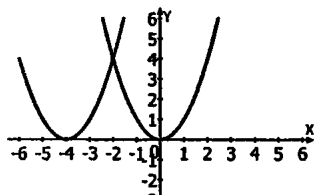
а)



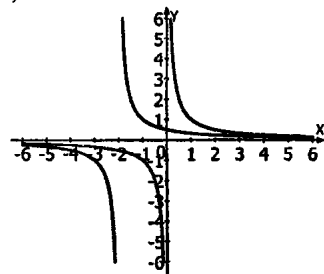
В)



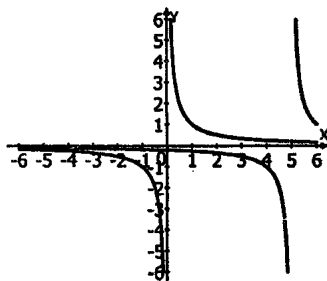
г)



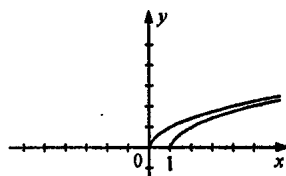
б)



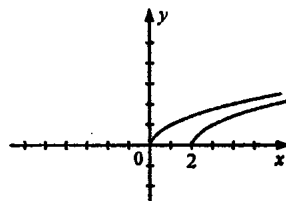
г)



б)

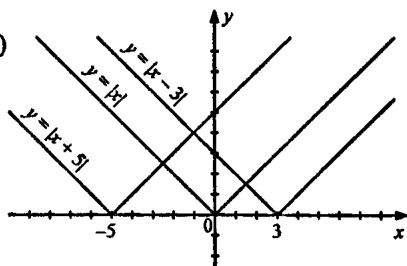


г)

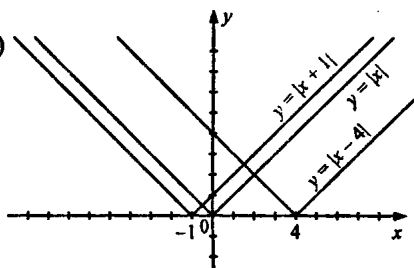


19.4.

а), б)



в), г)

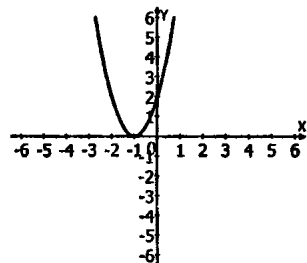


19.5. а) $y = 3(x+4)^2$; б) $y = -\frac{7}{x-3}$, в) $y = \sqrt{x-2}$, г) $y = |x+1|$.

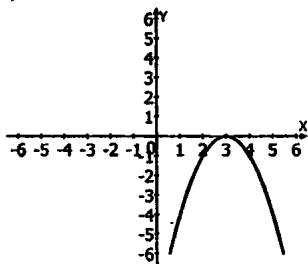
19.6. а) $y = -\frac{1}{3}(x-0,5)^2$, б) $y = \frac{2}{x+2}$, в) $y = -|x-4|$; г) $y = -\sqrt{x+1,5}$

19.7.

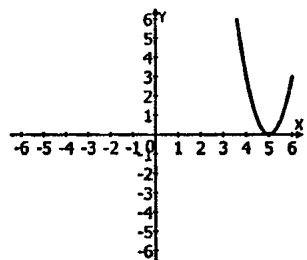
а)



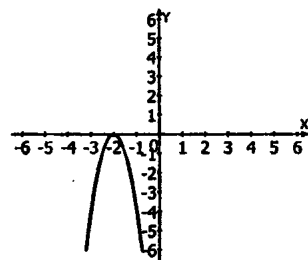
б)



в)

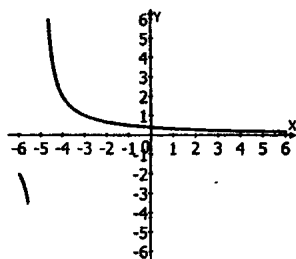


г)

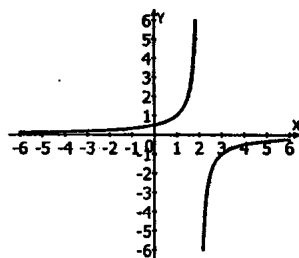


19.8.

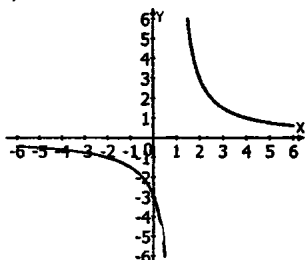
а)



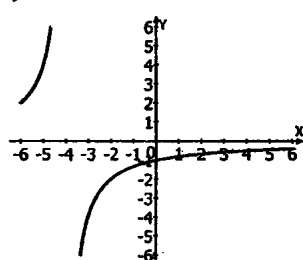
б)



в)

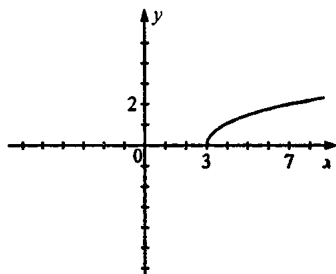


г)

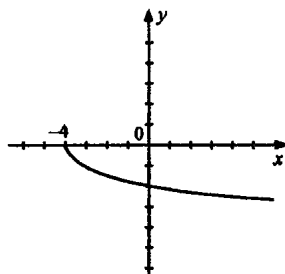


19.9.

а)



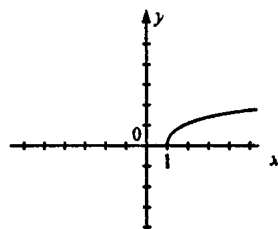
б)



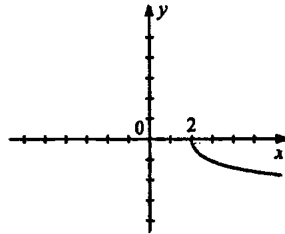
Возрастает на $[3; +\infty)$,

Убывает на $[-4; +\infty)$

в)



г)

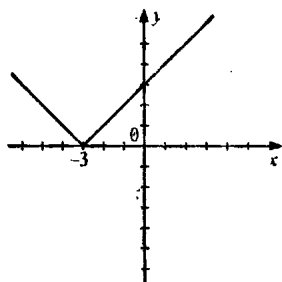


Возрастает на $[1; +\infty)$

Убывает на $[2; +\infty)$

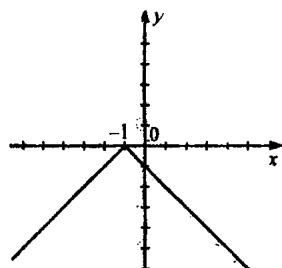
19.10.

а)



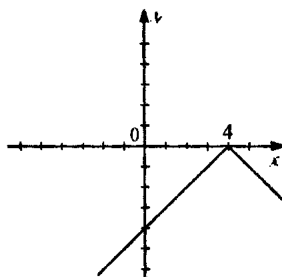
Убывает на $(-\infty, -3]$;
возрастает на $[-3, +\infty)$

в)



Возрастает на $(-\infty, -1]$,
убывает на $[-1; +\infty)$.

б)



Возрастает на $(-\infty, 4]$,
убывает на $[4, +\infty)$

19.11. а) $y = (x-2)^2$; б) $y = -2(x+1)^2$; в) $y = 3(x+2)^2$; г) $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2$

19.12. а) $y = \sqrt{x-2}$, б) $y = \sqrt{x+3}$, в) $y = -\sqrt{x+4}$. г) $y = -\sqrt{x+1}$

19.13. а) $y = \frac{1}{x-1}$; б) $y = -\frac{2}{x+2}$, в) $y = \frac{3}{x-2}$; г) $y = -\frac{1}{x+2}$

19.14. а) $y = |x-1|$; б) $y = -|x+2|$; в) $y = -|x-4|$; г) $y = |x-3|$.

19.15. а) 0 и 2; б) 0 и $+\infty$. в) 0 и $+\infty$, г) 0 и 2

19.16. а) $y_{\text{наиб}} = 0$ при $x = -4$; $y_{\text{наим}} = -5$ при $x = -5$ или $x = -3$

б) $y_{\text{наиб}} = 0$ при $x = -4$; $y_{\text{наим}}$ не существует.

в) $y_{\text{наиб}} = 0$ при $x = -4$; $y_{\text{наим}}$ не существует;

г) $y_{\text{наим}} = -\infty$; $y_{\text{наиб}} = 0$

19.17. а) $y_{\text{наим}} = 1$; $y_{\text{наиб}} = 4$

б) $y_{\text{наим}} = -2$; $y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наиб}} = 4$. $y_{\text{наим}}$ не существует

г) $y_{\text{наим}} = 1$; $y_{\text{наиб}}$ не существует

19.18. а) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 2$ б) $y_{\text{наим}} = y = -\frac{1}{2}$, $y_{\text{наиб}}$ не существует

в) $y_{\text{наим}}$ не существует; $y_{\text{наиб}} = 1$ г) $y_{\text{наим}} = -2$, $y_{\text{наиб}} = -1$

19.19. а) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 2$;

19.20. а) $y_{\text{наим}} = -2$; $y_{\text{наиб}} = -1$;

19.21. а) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = 2$;

в) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = \text{не существует}$;

19.22.

а) $y = 8$; 2 ; 0

б) $x = 0$; $x = 2$; $x = -1$, $x = 3$; $x = 1$,

в) возрастает при $x \in [1, +\infty)$, убывает при

$x \in (-\infty; 1]$;

г) $x = 1$.

19.23.

а) $y = 0$; -1 ; -4 ;

б) $x = -2$; $x = -4$; $x = 0$; $x = 2$, $x = -6$;

в) возрастает при $x \in [-2, +\infty)$, убывает при

$x \in (-\infty; -2]$,

г) $x = -2$.

19.24.

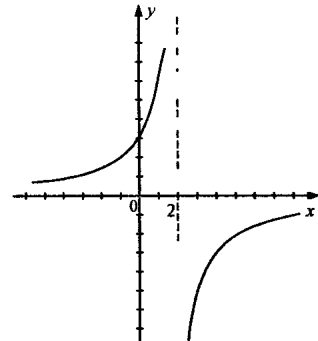
а) $y = -3$; 3 ; 1 ;

б) $x = -\frac{1}{2}$; -4 ; $-\frac{3}{2}$;

в) убывает при $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$,

г) $x = -1$ и $y = 0$.

19.25.



а) $y = 2$; $y = 3$; $y = -6$;

б) $x = 0$; $x = 8$; $x = 6$;

в) возрастает на $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

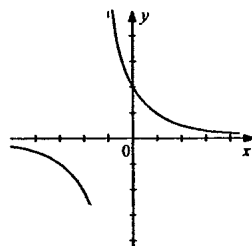
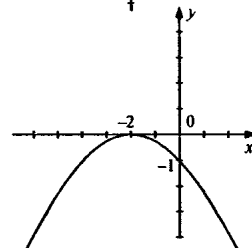
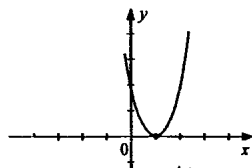
г) $x = 2$; $y = 0$

б) $y_{\text{наим}} = 3$; $y_{\text{наиб}} = \text{не существует}$

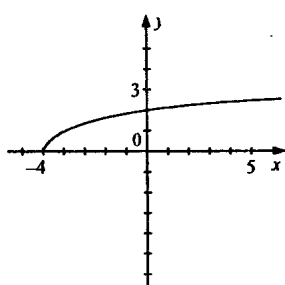
б) $y_{\text{наим}} = -\sqrt{3}$, $y_{\text{наиб}} = 0$

б) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = \text{не существует}$,

г) $y_{\text{наим}} = 3$; $y_{\text{наиб}} = 6$



19.26.



а) $y = 0$; $y = 2$, $y = 3$,

б) $x = -3$; $x = -4$, $x = 5$.

в) $y_{\text{наим}} = 1$; $y_{\text{наиб}} = 2$.

г) $x \in (-4; 5)$

19.27.

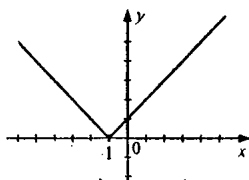
а) $y = 0$; $y = 1$; $y = 5$;

б) $x = -2$ или $x = 0$; $x = -1$; $x = -6$ или $x = 4$;

в) убывает на $(-\infty; -1]$;

возрастает на $[-1; +\infty)$;

г) $x \in [-2; 0]$



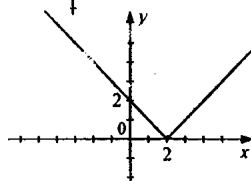
19.28.

а) $y = 5$; $y = 2$; $y = 1$;

б) $x = 1$ или $x = 3$; $x = 2$; $x = -2$ или $x = 6$,

в) убывает на $(-\infty; 2]$; возрастает на $[2; +\infty)$.

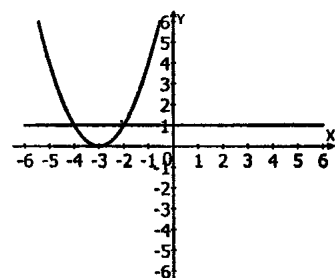
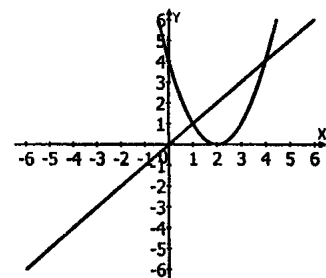
г) $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$



19.29.

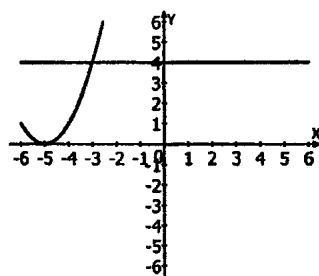
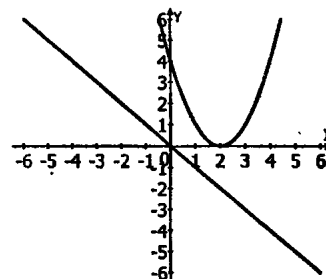
а)

б)



в)

г)

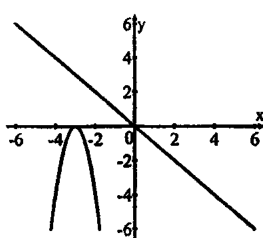
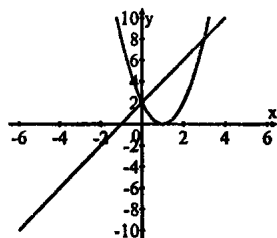


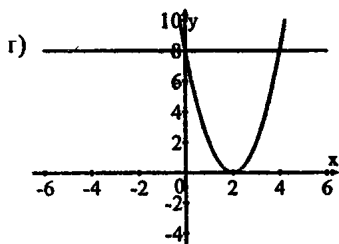
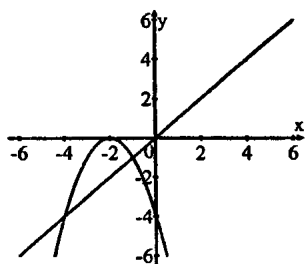
Ответ: а) 1; 4; б) -4, -2; в) нет решений; г) -3; -7

19.30.

а)

б)

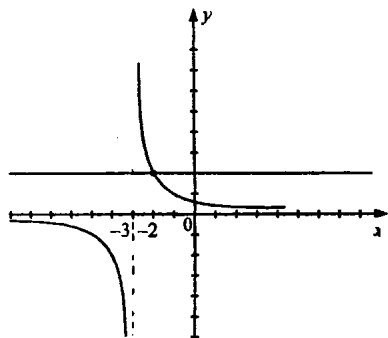




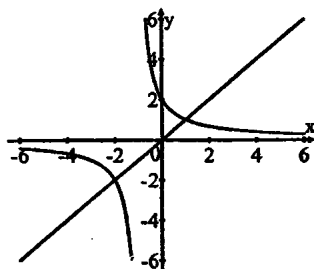
Ответ: а) 3; 0; б) нет решений; в) -1; -4, г) 0; 4.

19.31. а)

б)

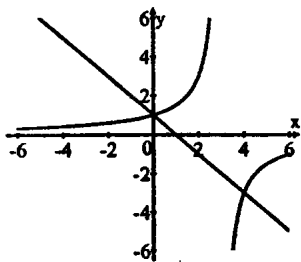
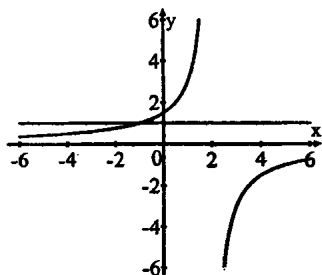


$x = -2$



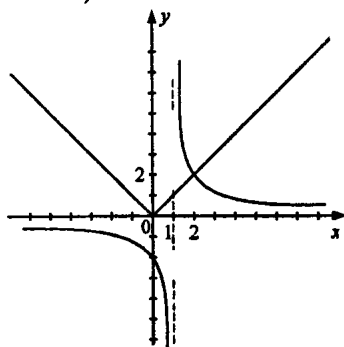
в)

г)

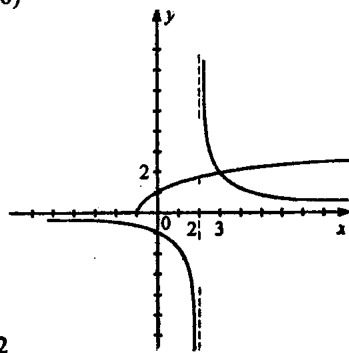


19.32. а)

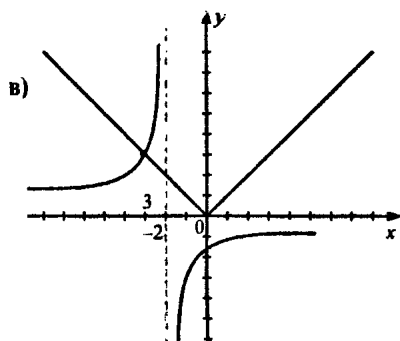
б)



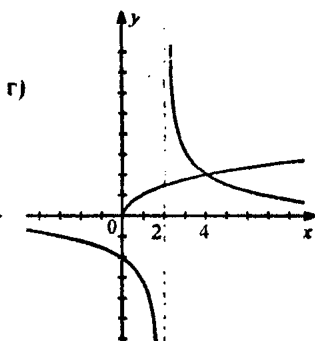
$x = 2$



$x = 3$



$$x = -3$$



$$x = 4$$

19.33. а) $f(-1) = -\frac{1}{2}$; $f(2) = 1$; $f(4) = 3$, б), в) — № 408 б), в).

19.34. а) $f(-1,5) = -\frac{2}{-1,5+1} = 4$; $f(-1) = -(-1)^2 = -1$; $f(2) = -2^2 = -4$.

б)

в)

1) $D(y) = [-3; 2]$.

2) $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при $x \in [-3; -1]$;

$y < 0$ при $x \in [-1; 0) \cup (0; 2]$.

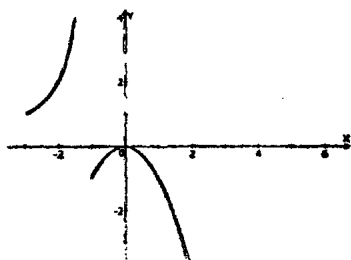
3) Разрыв при $x = -1$.

4) Функция ограничена снизу и не ограничена сверху.

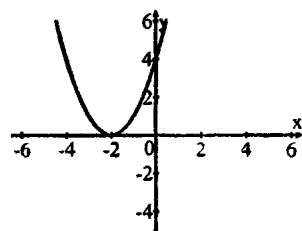
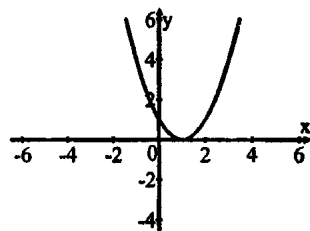
5) $y_{\text{наиб}}$ не существует;

$y_{\text{наим}} = -4$ при $x = 2$.

19.35. а)

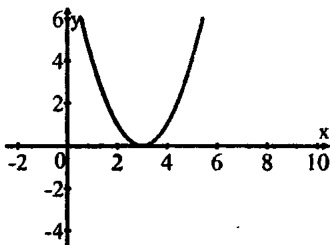
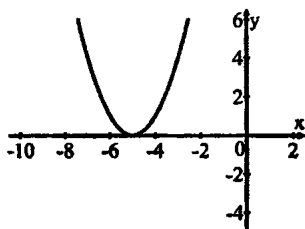


б)



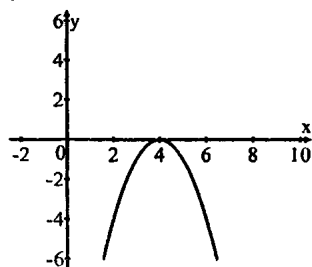
в)

г)

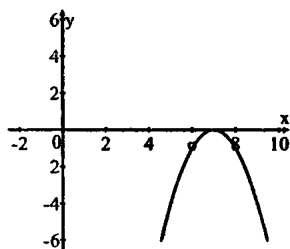


19.36

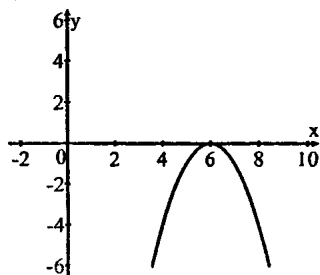
a)



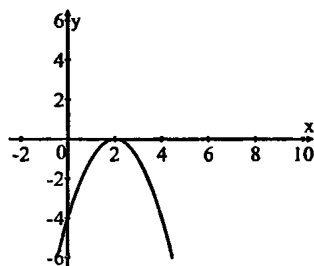
б)



в)

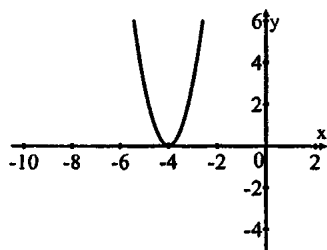


г)

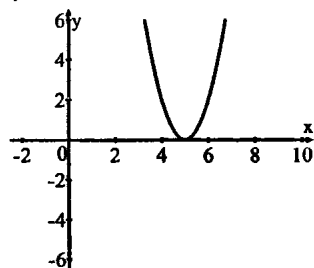


19.37.

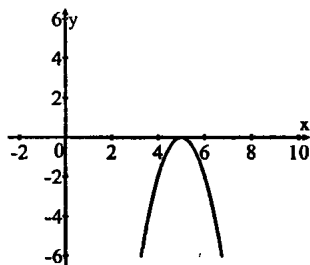
a)



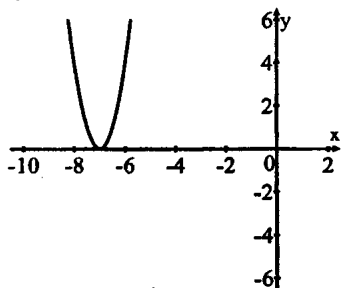
б)



в)

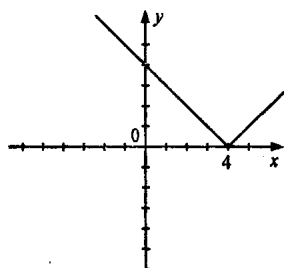


г)

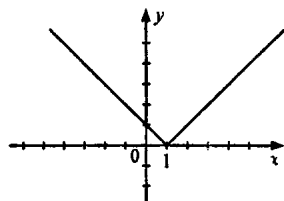


19.38.

а)

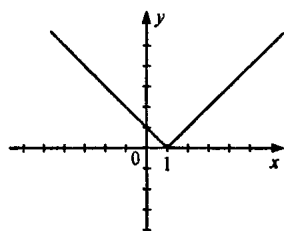


б)

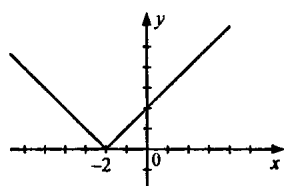


19.39.

а)



б)



19.40. а) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = 3$;

б) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = +\infty$;

19.41. а) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = 2$;

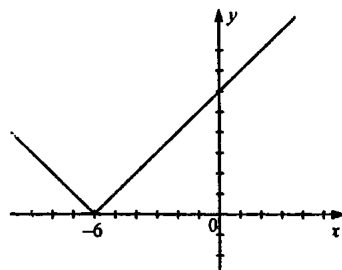
б) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = +\infty$;

19.42. $y_{\text{наиб}}$ функции $y = -3(x + 4)^2$ на $[-5; -3]$ равно -3 , то есть $A = -3$.

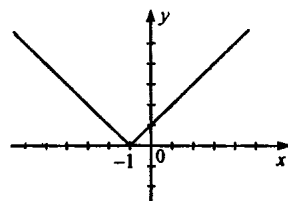
$y_{\text{наим}}$ функции $y = \frac{3}{x}$ на $[1; +\infty)$ равно 3 , то есть $B = 3$.

Так как $-3 < 3$, то $A < B$.

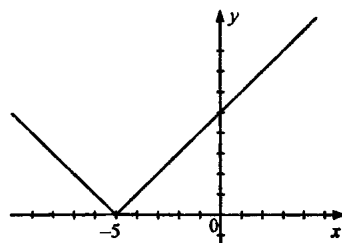
б)



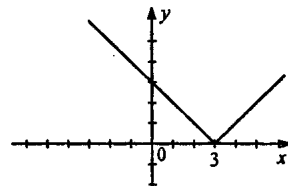
г)



б)



г)



б) $y_{\text{наим}} = 1$; $y_{\text{наиб}} = +\infty$;

г) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = 4$.

б) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = +\infty$;

г) $y_{\text{наим}} = 0$; $y_{\text{наиб}} = 6$.

19.43. $y_{\text{наим}}$ функции $y = 5(x + 3)^2$ на $[-4; -2]$ равно 0, то есть $M = 0$.

$y_{\text{наиб}}$ функции $y = 2x + 3$ на $[0; 1]$ равно 5, то есть $N = 5$.

Так как $0 < 5$, то $M < N$.

19.44. $y_{\text{наиб}}$ функции $y = -\frac{1}{x+2}$ на $(-\infty; -3]$ равно 1, то есть $K = 1$

$y_{\text{наим}}$ функции $y = -3x + 2$ на $(-\infty; 1]$ равно -1 , то есть $L = -1$.

Так как $1 > -1$, то $K > L$.

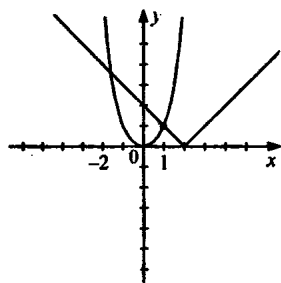
19.45. $y_{\text{наиб}}$ функции $y = -(x+5)^2$ на $[-6; -4]$ равно 0, то есть $P = 0$.

$y_{\text{наим}}$ функции $y = -2(x-1)^2$ на $[0; 2]$ равно 0, то есть $Q = 0$.

Так как $0 = 0$, следовательно, $P = Q$.

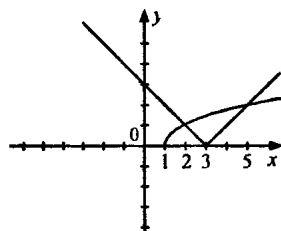
19.46.

а)



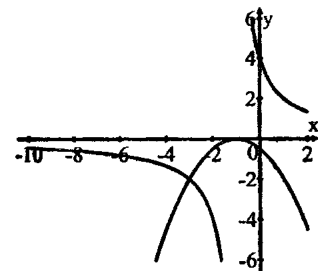
$$x = -2, x = 1$$

в)

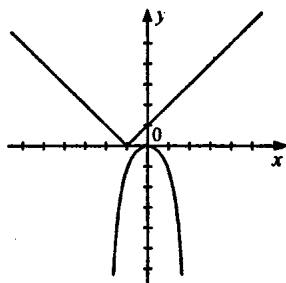


$$x = 2, x = 5$$

19.47. а)

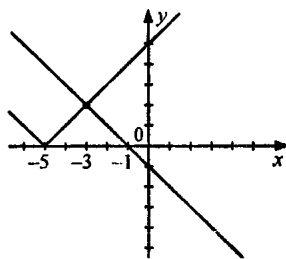


б)



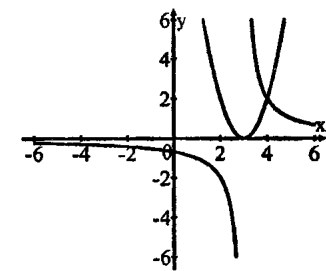
нет решений

г)

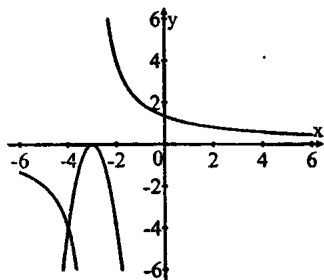


$$x = -3$$

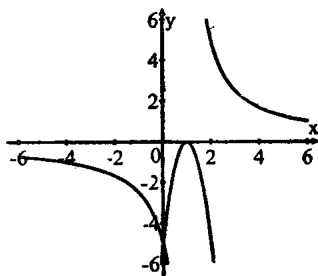
б)



в)

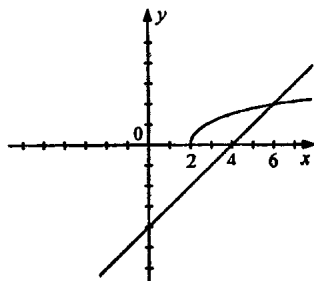
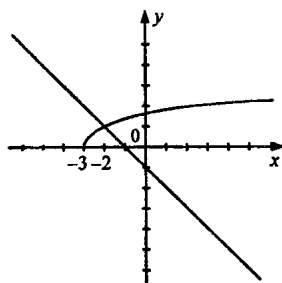


г)



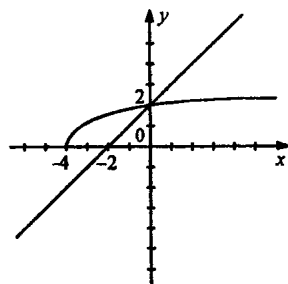
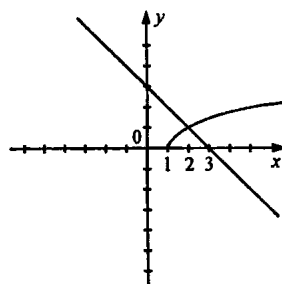
Отвст: а) -3; б) 4; в) -4; г) 0
19.48. а)

б)



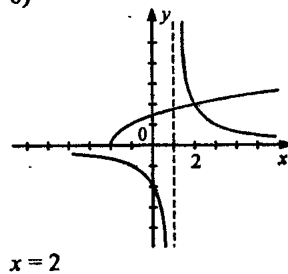
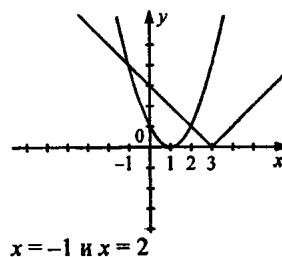
$x = -2$
в)

$x = 6$
г)



$x = 2$
19.49. а)

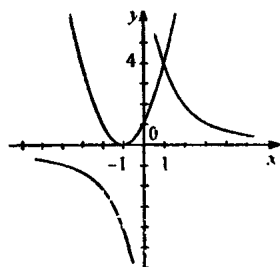
$x = -2$
б)



$x = -1$ и $x = 2$

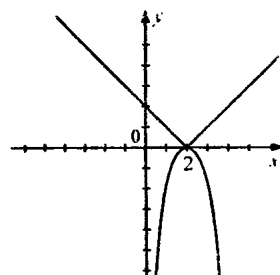
$x = 2$

в)



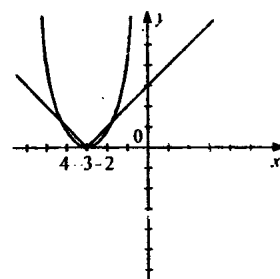
$x = 1$
19.50.

а)



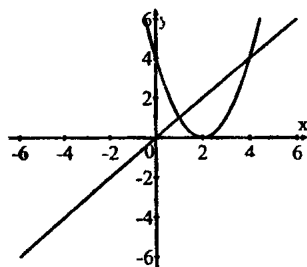
$x = 2$

в)

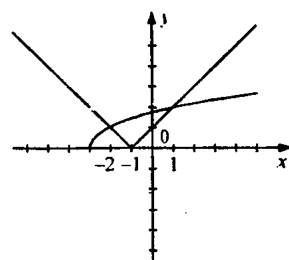


$x = -4$ и $x = -2$

19.51. а)

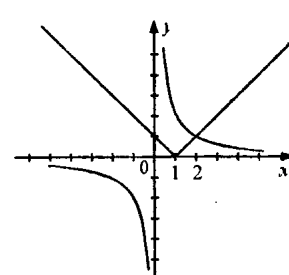


г)



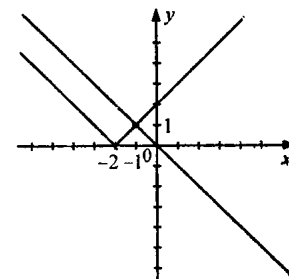
$x = -2$ и $x = 1$

б)



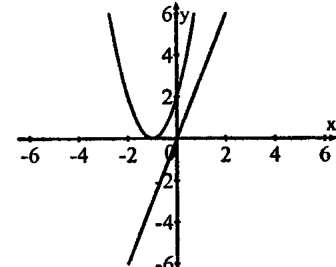
$x = 2$

г)

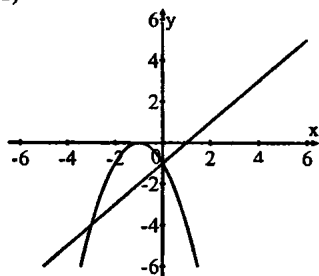


$x = -1$

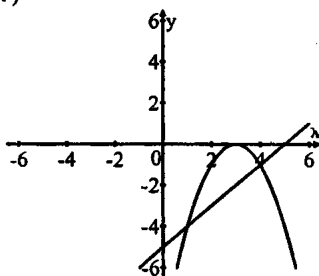
б)



в)

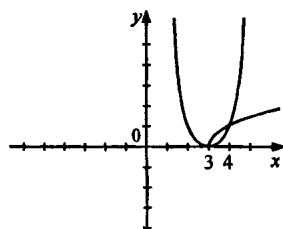


г)



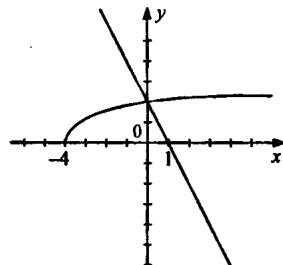
Ответ: а) (1;1);(4;4); б) нет решений; в) (0;-1); (-3;-4); г) (1;-4); (4;-1)
19.52.

а)



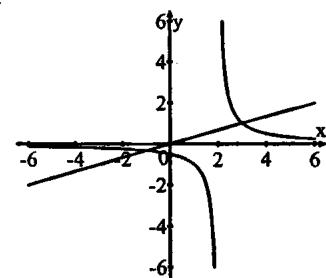
$x = 3; x = 4$

в)

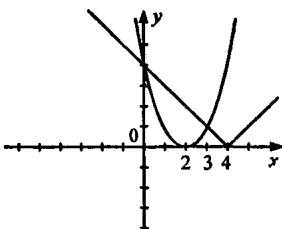


$x = 0$
19.53.

а)

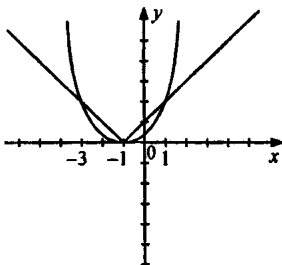


б)



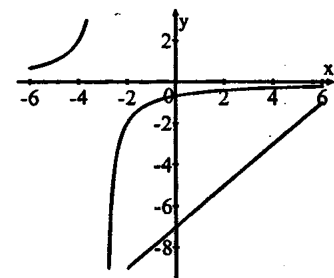
$x = 0; x = 3$

г)

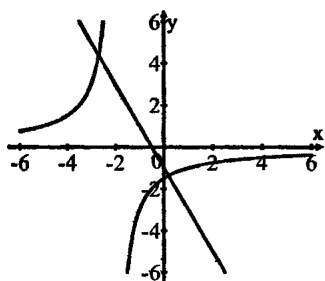


$x = -3; x = -1; x = 1$

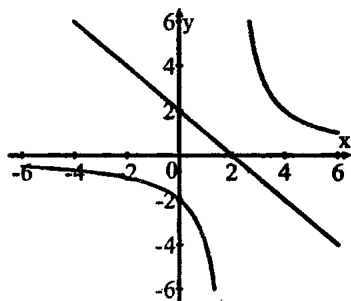
б)



в)



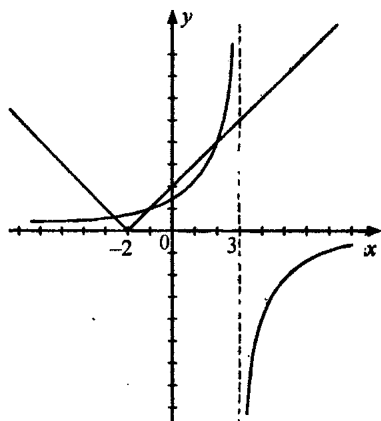
г)



Ответ: а) два; б) два,
в) два, г) нет решений

19.54.

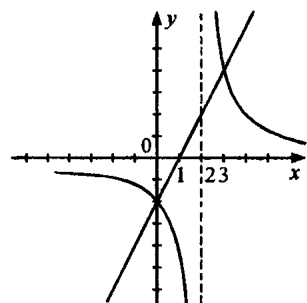
а)



3 решения

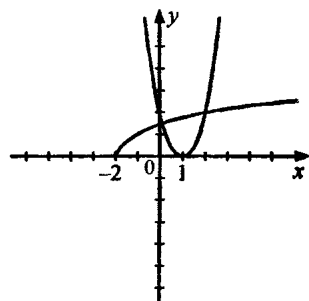
19.55.

а



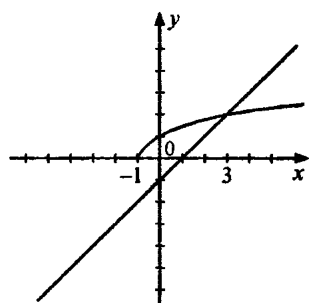
$x \in (0, 2) \cup (3, +\infty)$

б)



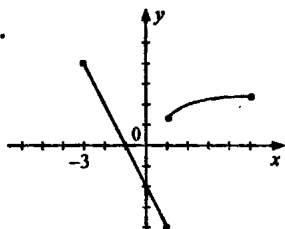
2 решения

б)



$x \in [3, +\infty)$

19.56.

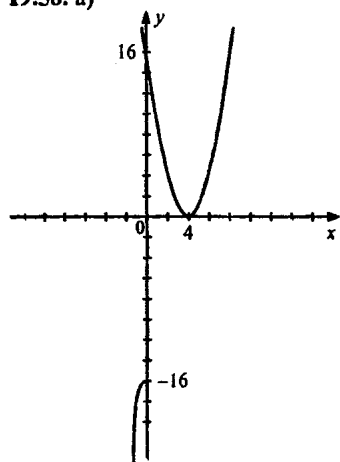


а) $f(-2,8) = 3,6$;

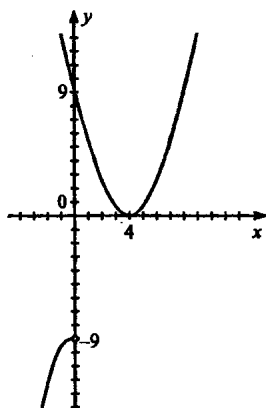
$f(3,84) = \sqrt{4,84} = 2,2$; $f(0) = -2$;

б) $x = -2$; $x = -2$ или $x = 3$; $x = -3$.

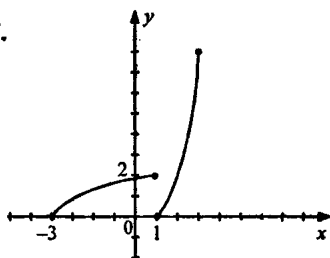
19.58. а)



в)



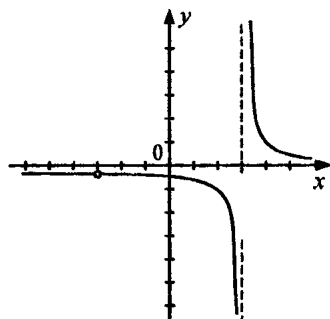
19.57.



б) $p \in \{0\} \cup (2; 8]$ - 1 корень

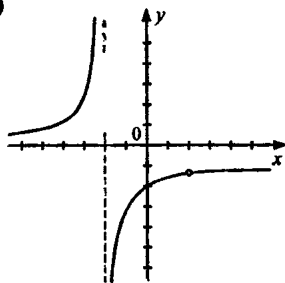
$p \in (0; 2)$ - 2 корня

б)



$$y = \frac{1}{x-3}, \quad x \neq \pm 3$$

г)

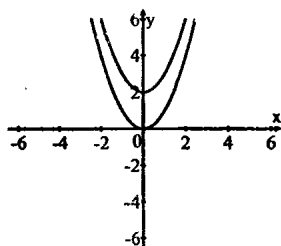


$$y = -\frac{6}{2+x}, \quad x \neq \pm 2$$

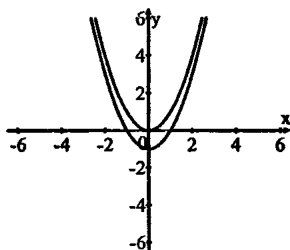
§ 20. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$

20.1.

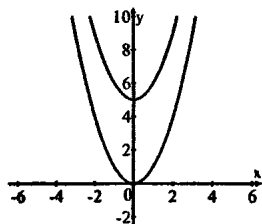
а)



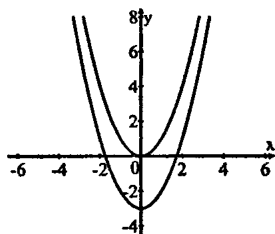
б)



в)

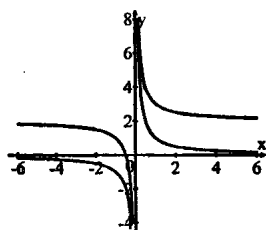


г)

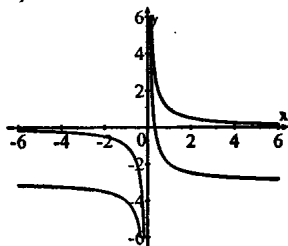


20.2.

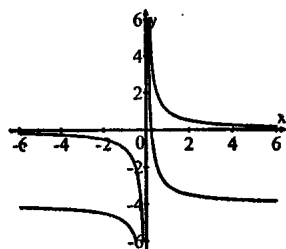
а)



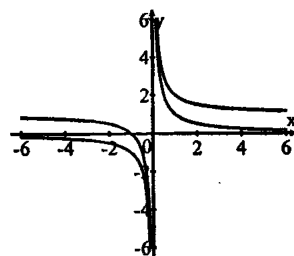
б)



в)

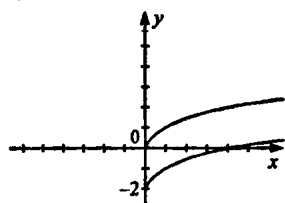


г)

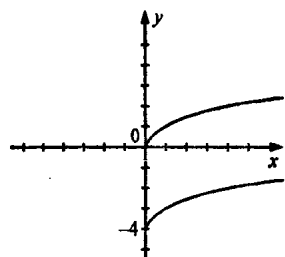


20.3.

a)

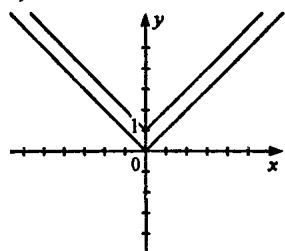


б)

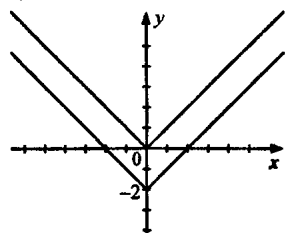


20.4.

a)



б)



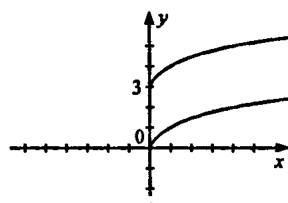
20.5. a) $y = 2x^2 + 3$;

б) $y = \sqrt{x} - 2$;

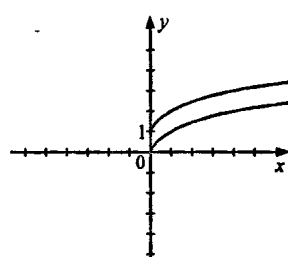
20.6. a) $y = -0,5x^2 - 1$;

б) $y = -\sqrt{x} + 3$;

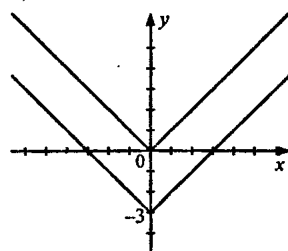
б)



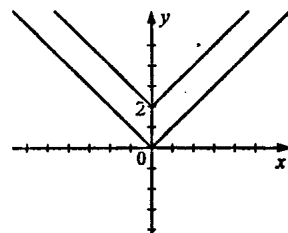
г)



б)



г)



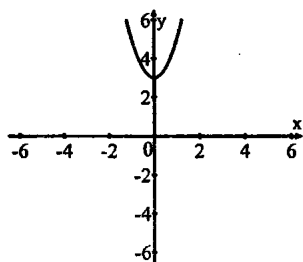
б) $y = \frac{9}{x} - 1$;

г) $y = |x| + 4$.

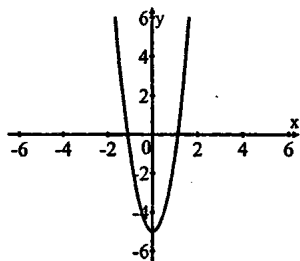
д) $y = 4 - \frac{8}{x}$;

г) $y = -|x| - 2$.

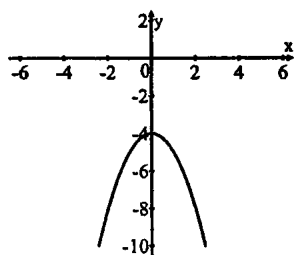
20.7. а) Убывает на $[-\infty, 0]$,
возрастает на $[0; +\infty]$.



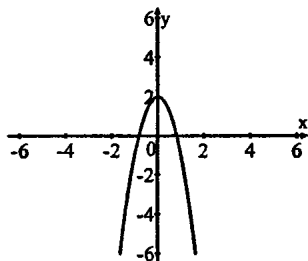
в) Убывает на $(-\infty, 0]$,
возрастает на $[0; +\infty)$.



б) Убывает на $[0; +\infty)$,
возрастает на $(-\infty, 0]$.

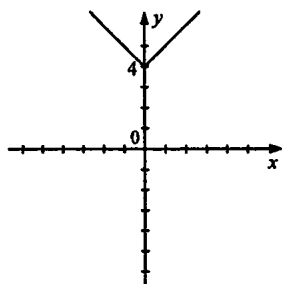


г) Убывает на $[0; +\infty)$,
возрастает на $(-\infty, 0]$.

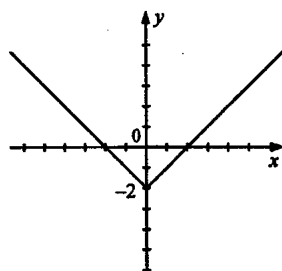


20.8.

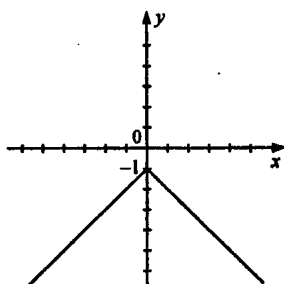
а)



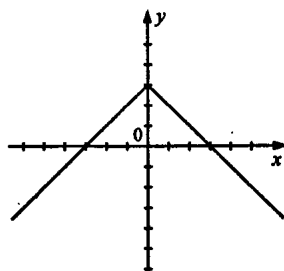
в)



б)

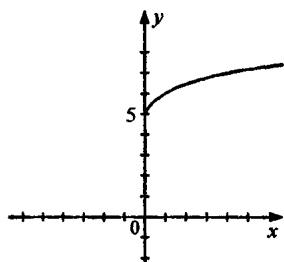


г)



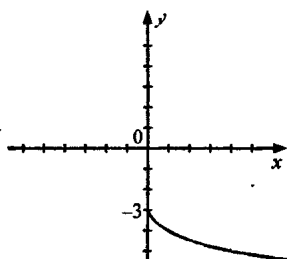
20.9.

а)

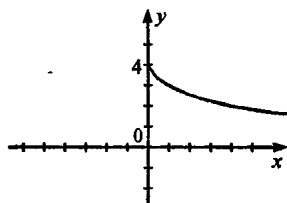


б)

б)



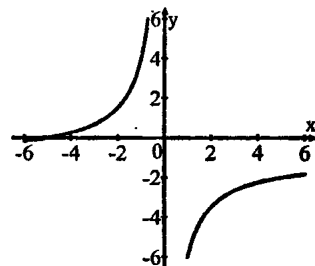
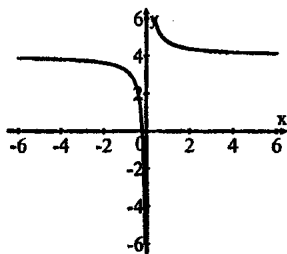
г)



20.10.

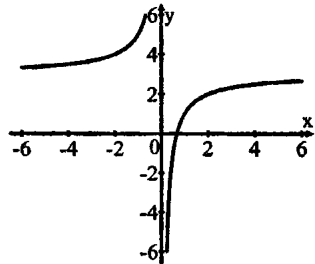
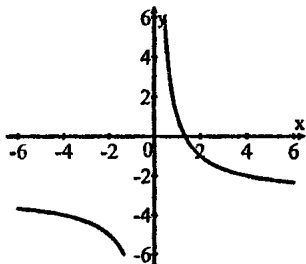
а) Убывает на $(-\infty, 0)$ и на $(0; +\infty)$.

б) Возрастает на $(-\infty, 0)$ и на $(0; +\infty)$.



в) Убывает на $(-\infty, 0)$ и на $(0; +\infty)$.

г) Возрастает на $(-\infty, 0)$ и на $(0; +\infty)$.



20.11. а) $y = 2x^2 + 1$; б) $y = 3 - \frac{1}{2}x^2$; в) $y = -2x^2 - 2$; г) $y = x^2 - 7$.

В ответе к 426 а) допущена ошибка.

20.12. а) $y = \frac{1}{x} + 2$; б) $y = -\frac{2}{x} - 3$; в) $y = \frac{3}{x} + 1$; г) $y = -\frac{1}{x} - 3$.

20.13. а) $y = \sqrt{x} + 2$; б) $y = -\sqrt{x} - 2$; в) $y = \sqrt{x} - 1$; г) $y = 3 - \sqrt{x}$.

20.14. а) $y = |x| - 4$; б) $y = 3 - |x|$; в) $y = |x| + 2$; г) $y = -1 - |x|$.

20.15. а) $y_{\text{наим}} = -5$ при $x = 0$, $y_{\text{наиб}} = -3$ при $x = -1$ или $x = 1$;

б) $y_{\text{наим}} = -5$ при $x = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наим}} = -5$ при $x = 0$, $y_{\text{наиб}} = 3$ при $x = -2$;

г) $y_{\text{наим}} = -5$ при $x = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует.

20.16. а) $y_{\text{наим}} = -1$ при $x = 2$, $y_{\text{наиб}} = 0$ при $x = 1$;

б) $y_{\text{наим}} = -4$ при $x = -1$, $y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наим}}, y_{\text{наиб}}$ — не существует;

г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = -1$ при $x = 2$.

20.17. а) $y_{\text{наим}} = 1$ при $x = \pm 1$, $y_{\text{наиб}} = 4$ при $x = 0$;

б) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 4$ при $x = 0$;

в) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 4$ при $x = 0$;

г) $y_{\text{наим}} = 1$ при $x = -1$, $y_{\text{наиб}} = 4$ при $x = 0$.

20.18. а) $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 1$, $y_{\text{наиб}} = \frac{2}{3}$ при $x = 3$;

б) $y_{\text{наим}} = 0$ при $x = 1$, $y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 2$ при $x = -1$;

г) $y_{\text{наим}} = 1,25$ при $x = -4$, $y_{\text{наиб}} = 1,5$ при $x = -2$.

20.19. а) -1 и 0 ;

б) 0 и $+\infty$;

в) 0 и 1 ;

г) -1 и $+\infty$.

20.20. а) 0 и 1 ;

б) -2 и 0 ;

в) -2 и 0 ;

г) -2 и -1 .

20.21. а) $y_{\text{наим}} = -2$; $y_{\text{наиб}} = 2$;

б) $y_{\text{наим}} = -5$; $y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наим}} = -4$; $y_{\text{наиб}}$ не существует;

г) $y_{\text{наим}} = -4$; $y_{\text{наиб}} = 1$.

20.22. а) $0, 1$; б) $-1, 2$;

в) $0, 2$;

г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 2$.

20.23.

а) $y = -1,5$; $y = -2$; $y = 0$

б) $x = \pm 2$; $x = 0$; $x = \pm 4$

в) $y_{\text{наим}} = -2$

г) $y < 0$ при $x \in (-2; 2)$

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

20.24.

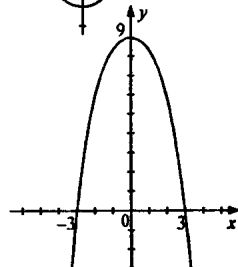
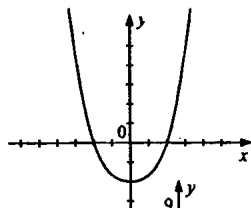
а) $y = 0$; $y = 9$; $y = 8$

б) $x = 0$; $x = \pm 2$; $x = \pm 3$

в) $y_{\text{наиб}} = 9$

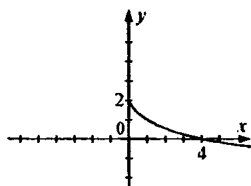
г) $y > 0$ при $x \in (-3; 3)$

$y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$



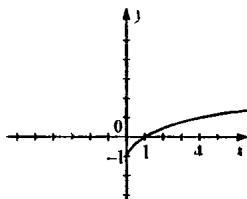
20.25.

- а) $y = 2; y = 1; y = -1$
 б) $x = 1; x = 4; x = 16$
 в) $(-\infty; 2]$
 г) $y > 0$ при $x \in [0; 4)$,
 $y < 0$ при $x > 4$



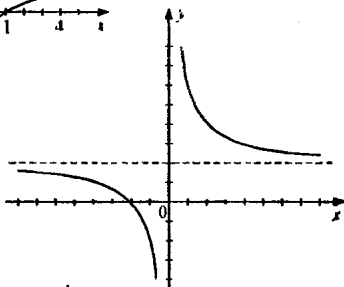
20.26.

- а) $y = -1; y = 0; y = 3$
 б) $x = 0; x = 1; x = 4$
 в) $[-1; +\infty)$
 г) $y < 0$ при $x \in [0; 1)$
 $y > 0$ при $x > 1$



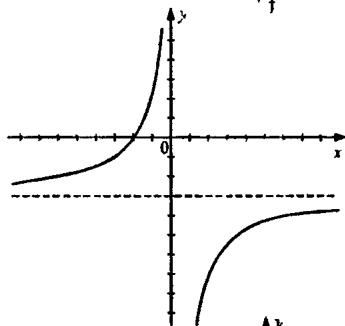
20.27.

- а) $y = 1; y = 0; y = 6$
 б) $x = -4; x = -2; x = -1$
 в) $y < 0$ при $x \in (-2; 0)$
 $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
 г) $y = 2; x = 0$



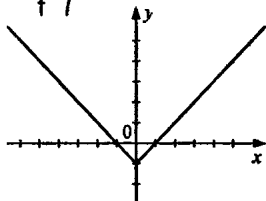
20.28.

- а) $y = -1; y = -6; y = -4$
 б) $x = -2; x = -3; x = -1$
 в) $y > 0$ при $x \in (-2; 0)$
 $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
 г) $x = 0; y = -3$



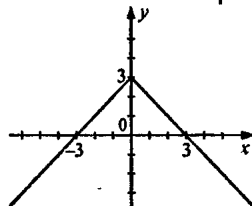
20.29.

- а) $y = -1; y = 1; y = 2$
 б) $x = \pm 4; x = \pm 1;$
 $y = -2$ - нет таких x
 в) $y < 0$ при $x \in (-1; 1);$
 $y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$
 г) $y_{\text{нмн}} = -1$

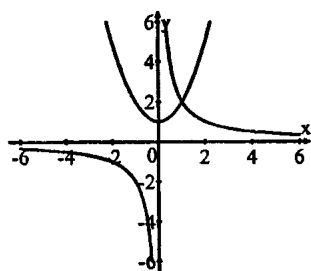


20.30.

- а) $y = -1; y = 3; y = 2$
 б) $x = 0; x = \pm 3; x = \pm 5$
 в) $y > 0$ при $x \in (-3; 3);$
 $y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
 г) $y_{\text{нмн.}}$ не существует

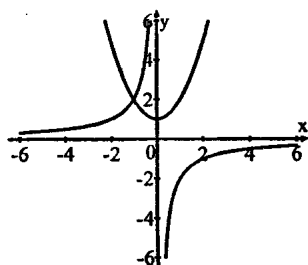


20.31. а)



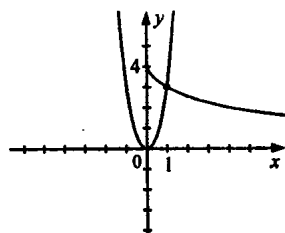
Ответ: 1.

в)



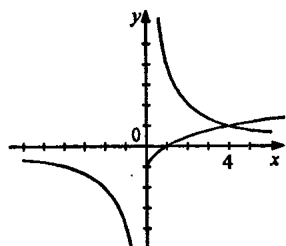
Ответ: -1.

20.32. а)



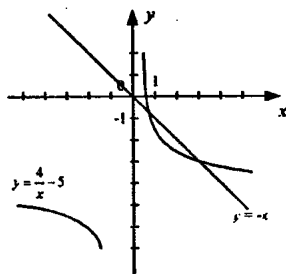
$x = 1$

в)



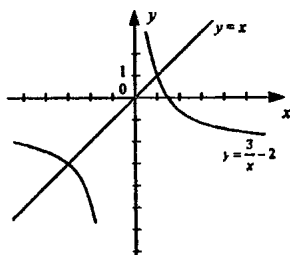
$x = 4$

б) $\frac{4}{x} - 5 = -x$



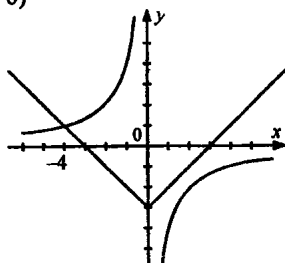
Ответ: 1, 4.

б) $\frac{3}{x} - 2 = x$



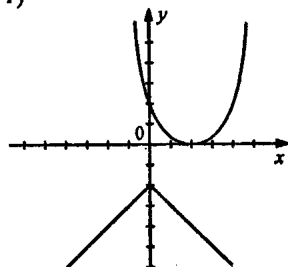
Ответ: 1, -3.

б)



$x = -4$

г)



нет решений

20.33.

$$f(-1,5) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2 = -\frac{1}{4},$$

$$f(1) = -(1)^2 + 2 = 1, \quad f(4) = 4;$$

б)

в) $x = 0; x = 2; x = \pm 1; x = -2.$

20.34.

а) $f(-1) = -3(-1)^2 + 2 = -1,$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 = 1\frac{2}{3}, \quad f(3) = 1;$$

б)

в)

1) $D(y) = [-1; 3]$

2) $y = 0$ при $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}; y > 0$ при $x \in \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \cup (1; 3);$

$$y < 0 \text{ при } x \in \left[-1; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right) \cup \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}; 1\right]$$

3) Разрыв при $x = 1$

4) Функция ограничена и сверху и снизу

5) $y_{\text{наим}} = -1$ при $x = \pm 1, y_{\text{наиб}}$ не существует.

20.35.

$y_{\text{наиб}}$ функции $y = \frac{3}{x} - 2$ на $[1; 3]$, равно 1, т.е. $A = 1;$

$y_{\text{наиб}}$ функции $y = 1 - x$ на $[-4; 3]$, равно -2, т.е. $B = -2.$

Т.к. $1 > -2$, то $A > B.$

20.36. $y_{\text{наиб}}$ функции $y = -\frac{2}{x} - 1$ на $(-\infty; -1]$, равно 1, т.е. $K = 1;$

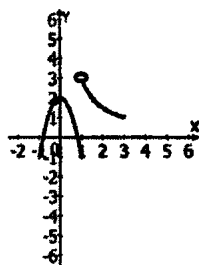
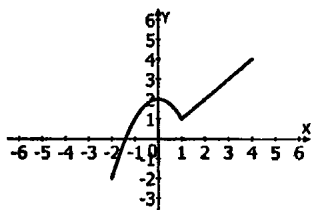
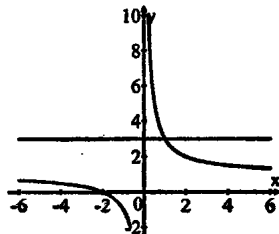
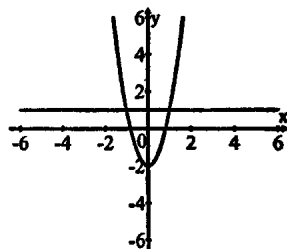
$y_{\text{наиб}}$ функции $y = (x - 4)^2$ на $[3; 5]$, равно 0, т.е. $L = 0.$

Т.к. $1 > 0$, то $K > L.$

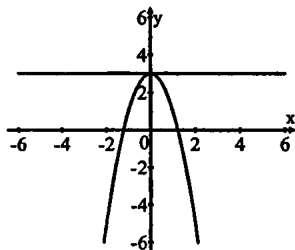
20.37.

а) Ответ: $(1; 1), (-1; 1);$

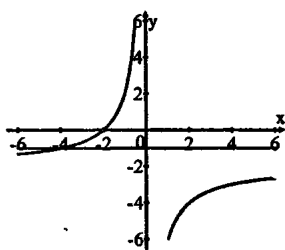
б) Ответ: $(1; 3);$



в) Ответ: $(0; 3)$;

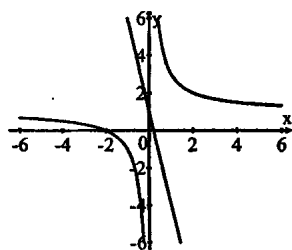


г) Ответ: $(-4; -1)$;



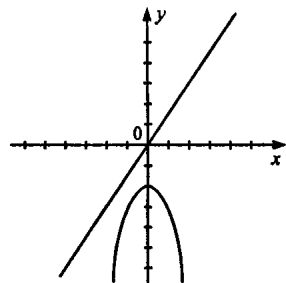
20.38.

а)



Ответ: нет решений

в)



нет решений

20.39.

а) $f(-2) = 1$,

$$f(0) = -0.5 \cdot 0^2 + 3 = 3, \quad f(4) = \frac{4}{3};$$

б)

в)

1) $D(y) = [-4; 4]$

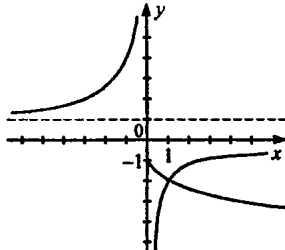
2) $y \neq 0$ $y > 0$ при $x \in [-4; 4]$

3) Разрыв при $x = 2$

4) Функция ограничена и сверху и снизу

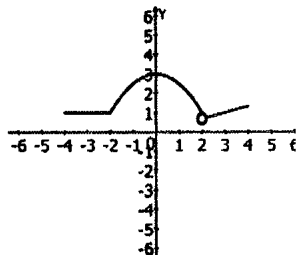
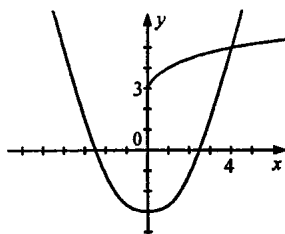
5) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 3$ при $x = 0$.

б)



$x = 1$

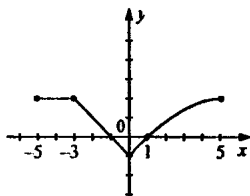
г)



20.40.

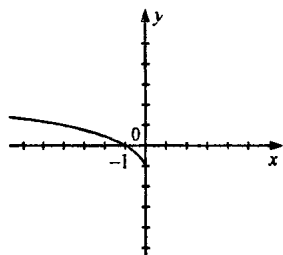
a) $f(-5) = 2; f(1) = 0; f\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right) = \frac{\pi}{2}$

в) $D(f) = [-5; 5]; E(f) = [-1; 2]$

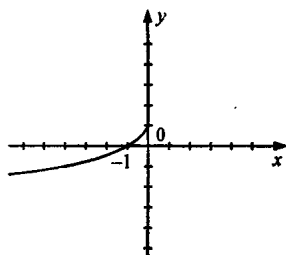


20.41.

a)

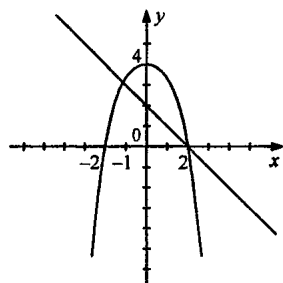


б)



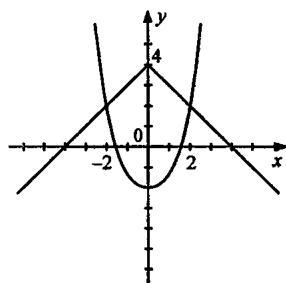
20.42.

a)



$x \in [-1; 2]$

б)

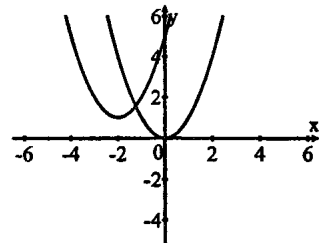


$x \in [-2; 2]$

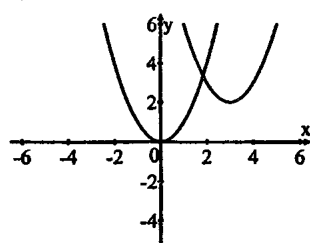
§ 21. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$

21.1.

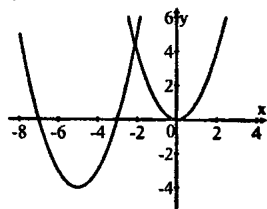
a)



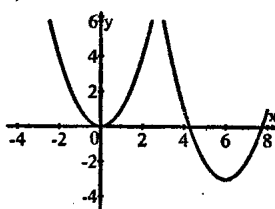
б)



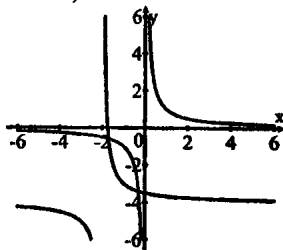
В)



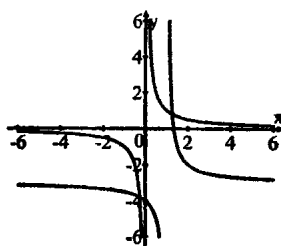
г)



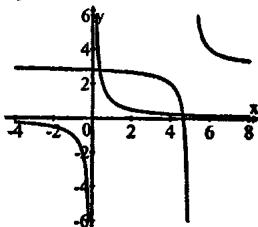
21.2. а)



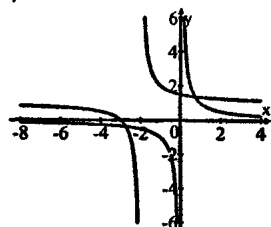
б)



В)

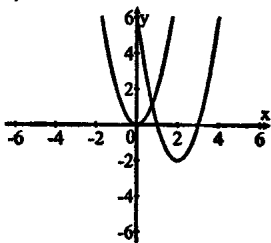


г)

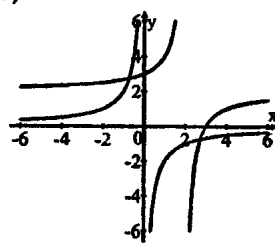


21.3.

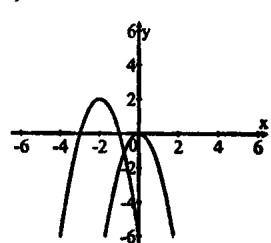
а)



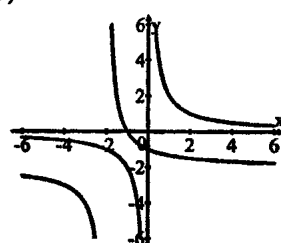
б)



В)

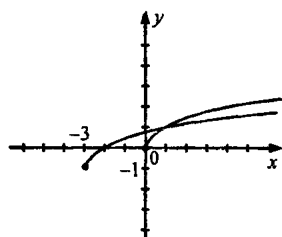


г)

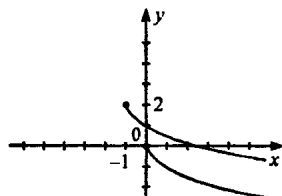


21.4.

a)



b)



21.5. a) $y = 2,5(x+3)^2 - 4$;

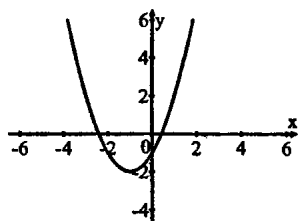
b) $y = \sqrt{x+1} + 2$,

21.6. a) $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$,

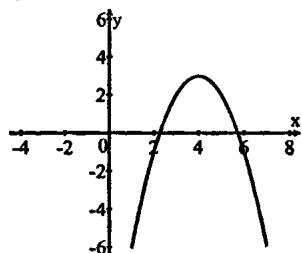
b) $y = -\sqrt{x+4} - 2$,

21.7.

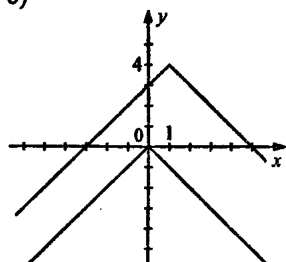
a)



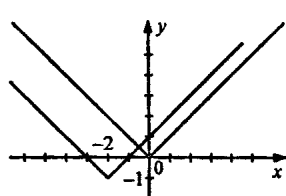
b)



б)



г)



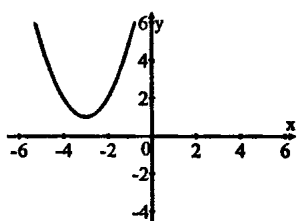
б) $y = -\frac{4}{x-2} + 1$;

г) $y = |x-3| + 1$.

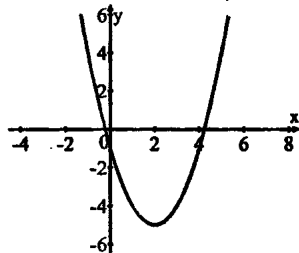
б) $y = \frac{3}{x-1} - 2$,

г) $y = -|x-6| + 3$.

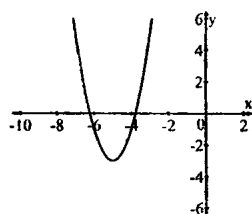
б)



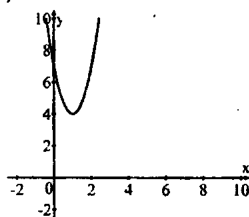
г)



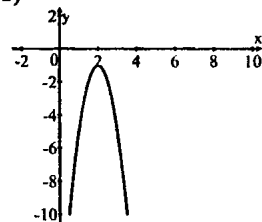
21.8. a)



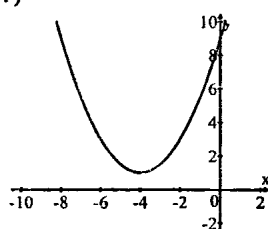
б)



в)

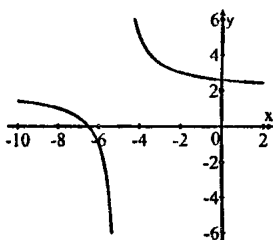


г)

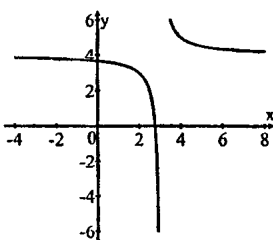


21.9.

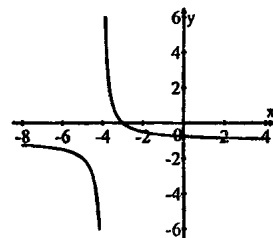
a)



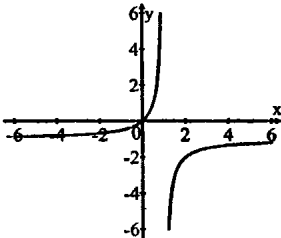
б)



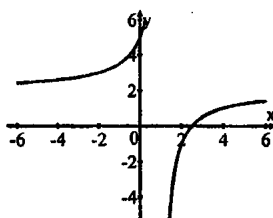
в)



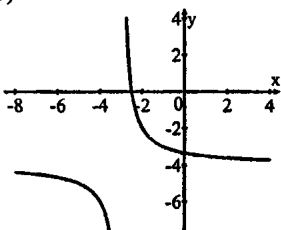
г)



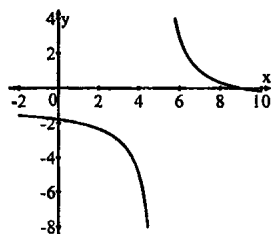
21.10. a)



б)

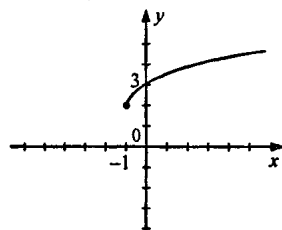


в)

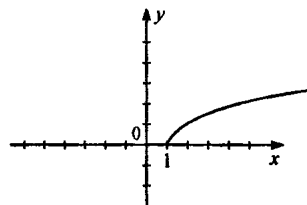


21.11.

а)



в)



21.12. а) $y = -2(x+2)^2 + 2$;

в) $y = -3(x-4)^2 + 9$;

21.13. а) $y = \frac{1}{x-1} + 2$;

в) $y = -\frac{1}{x-4} - 3$;

21.14. а) $y = \sqrt{x+1} - 1$;

в) $y = -\sqrt{x-1} + 2$;

21.15. а) 3,5;

в) 3,5;

21.16. а) -2, 0;

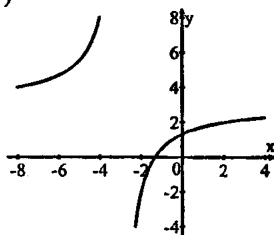
в) -2,5; -2;

21.17. а) -3, -1;

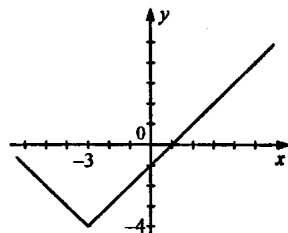
в) $y_{\text{наим}} = 2$;

г) $y_{\text{наим}} = \sqrt{5} - 3$;

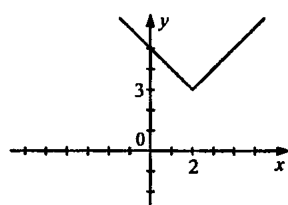
г)



б)



г)



б) $y = (x-3)^2 - 5$;

г) $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$.

б) $y = \frac{3}{x+3} + 2$;

г) $y = \frac{2}{x+2} - 1$.

б) $y = 4 - |x-2|$;

г) $y = |x+3| + 1$.

б) $y_{\text{наим}} = 3$; $y_{\text{наиб}}$ не существует;

г) $y_{\text{наим}} = 5$; $y_{\text{наиб}}$ не существует.

б) $y_{\text{наим}}$ не существует; $y_{\text{наиб}} = 0$;

г) $y_{\text{наим}} = -6$; $y_{\text{наиб}}$ не существует

б) $y_{\text{наим}}$ и $y_{\text{наиб}}$ не существуют;

$y_{\text{наиб}}$ не существует;

$y_{\text{наиб}}$ не существует.

21.18.

а) $x = 1, x = 5$;

$y > 0$ при $x \in (1; 5)$;

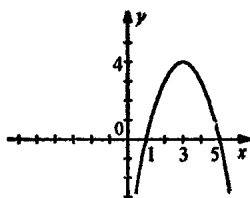
$y < 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$

б) $y \in [3; +\infty]$ - убывает

$y \in (-\infty; 3]$ - возрастает

в) $y_{\text{наиб}} = 4$

г) $x = 3$



21.19.

а) $y = 0$ при $x = 4$,

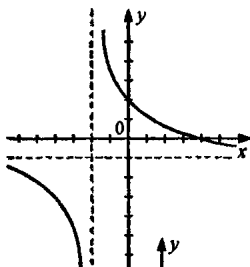
$y > 0$ при $x \in (-2; 4)$

$y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

б) $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

в) $x = -2$

г) $x = -2; y = -1$



21.20.

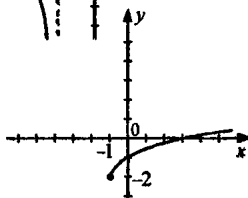
а) $[-1; +\infty)$

б) $[-2; +\infty)$

в) $(0; -1)$ и $(3; 0)$

г) $y > 0$ при $x > 3$,

$y < 0$ при $x \in [-1; 3)$



21.21.

а) $y_{\text{наим}} = -3$

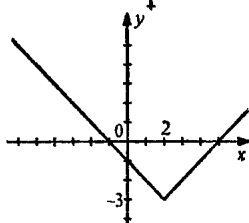
б) убывает на $(-\infty; 2]$; возрастает на $[2; +\infty)$

в) $y = 0$ при $x = -1$ и $x = 5$

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$

$y < 0$ при $x \in (-1; 5)$

г) $E(y) = [-3; +\infty)$



21.22.

а) $y_{\text{наиб}} = 5$

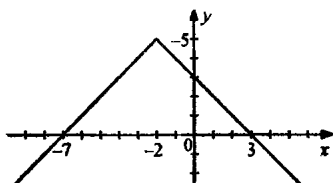
б) убывает на $[-2; +\infty)$; возрастает на $(-\infty; -2]$

в) $y = 0$ при $x = -7$ и $x = 3$

$y > 0$ при $x \in (-7; 3)$

$y < 0$ при $x \in (-\infty; -7) \cup (3; +\infty)$

г) $E(y) = (-\infty; 5]$



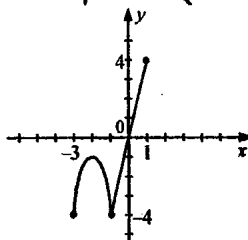
21.23.

а) $p \in (-1; 4]$

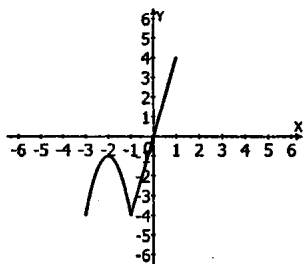
б) $p = -4$ и $p = -1$

в) $p \in (-4; -1)$

г) $p < -4$



21.23.



21.24. а) $f(-2) = 0$, $f(-1) = 0$,

$f(0,25) = -2,5$,

б)

в) $x = -3$; $x = -2$, $x = -1$; $x = -\frac{3}{2}$, $x = 0$

1) $D(y) = \mathbb{R}$.

2) $y = 0$ при $x = -1$ или $x = -2$.

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -2)$

$y < 0$ при $x \in (-2; -1) \cup (-1; +\infty)$.

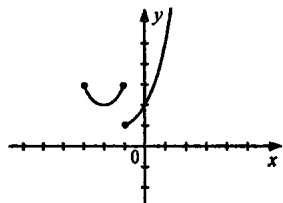
3) Разрыв при $x = -1$.

4) Функция ограничена сверху, неограничена снизу.

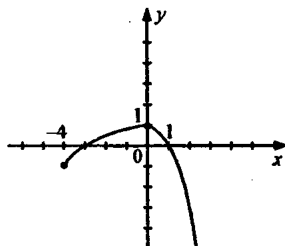
5) $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ не существует

21.25.

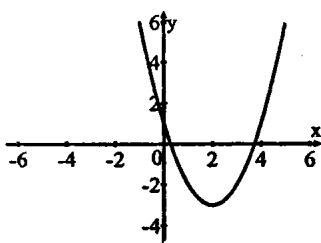
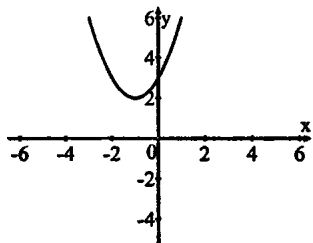
а)



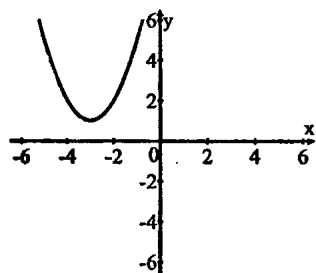
б)



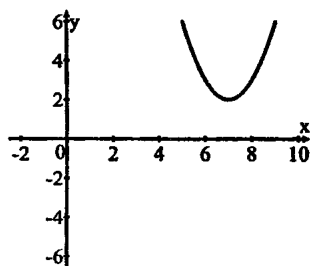
21.26. а) $y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$; б) $y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$,



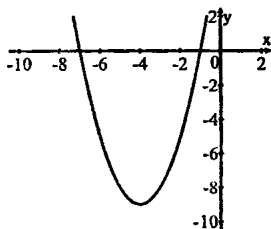
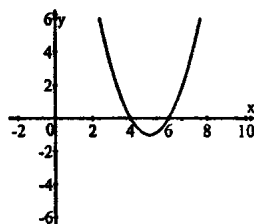
$$b) y = x^2 + 6x + 10 = (x+3)^2 + 1;$$



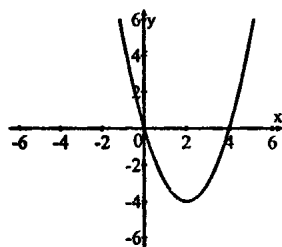
$$r) y = x^2 - 14x + 51 = (x-7)^2 + 2.$$



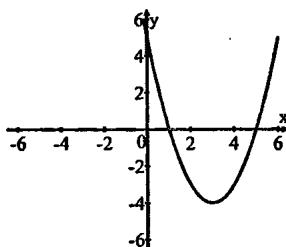
$$21.27. a) y = x^2 - 10x + 24 = (x-5)^2 - 1; б) y = x^2 + 8x + 7 = (x+4)^2 - 9;$$



$$b) y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4;$$

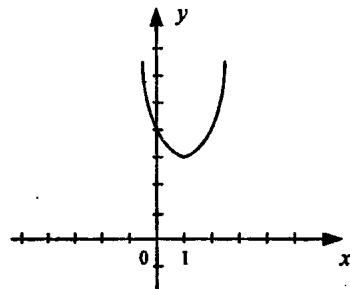


$$r) y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$$

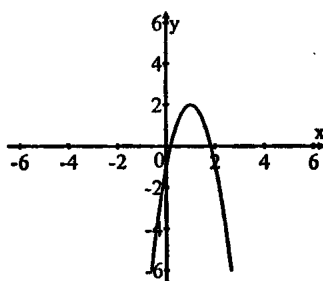


21.28.

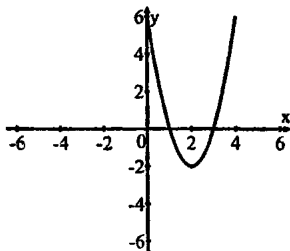
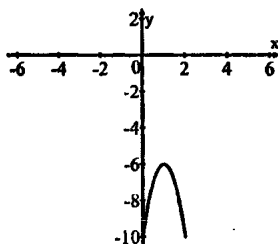
$$a) y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x-1)^2 + 3;$$



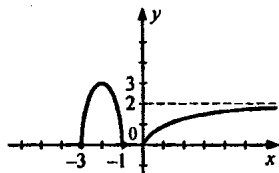
$$б) y = -3x^2 + 6x - 1 = -3(x-1)^2 + 2;$$



$$в) y = -4x^2 + 8x - 10 = -4(x-1)^2 - 6, \quad г) y = 2x^2 - 8x + 6 = 2(x-2)^2 - 2$$



21.29.



§ 22. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график

22.1. а); в) – квадратичные функции.

22.2. а) $a=7; b=-3; c=-2$,

б) $a = \frac{1}{2}; b=0; c=1$,

в) $a=8; b=-2; c=0$;

г) $a = -\frac{3}{10}; b = \frac{2}{5}, c = \frac{1}{7}$

22.3. а) $2x^2 - x + 4$, б) $-x^2 + 7x$; в) $9x^2 - 3x - 1$, г) $x^2 + 5$

22.4. а) вверх; б) вниз; в) вниз; г) вверх.

22.5. а) $y = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$, б) $y = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{5}$,

в) $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{7}$, г) $y = -\frac{b}{2a} = 1$

22.6. а) $x = -\frac{b}{2a} = -1, y(-1) = -5$;

б) $x = -\frac{b}{2a} = -1, y(-1) = 5$,

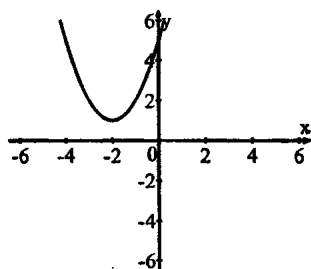
в) $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}, y\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$;

г) $x = -\frac{b}{2a} = 1, y(1) = -1$.

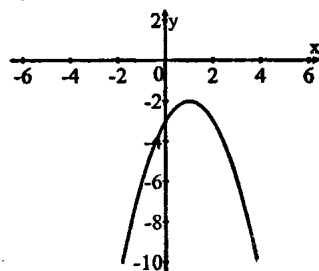
Ответ: а) $(-1; -5)$, б) $(-1; 5)$, в) $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$, г) $(1; -1)$

22.7

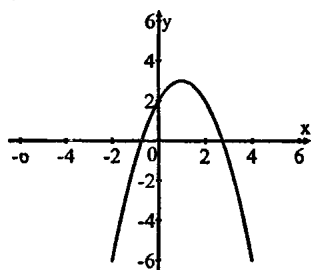
a)



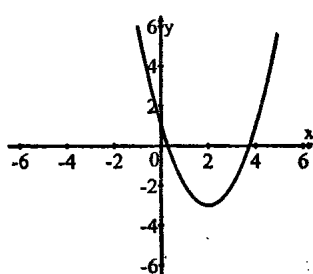
б)



в)

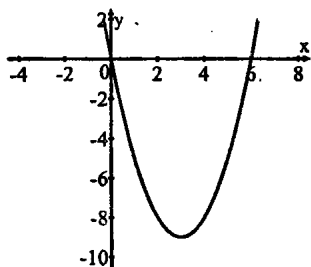


г)

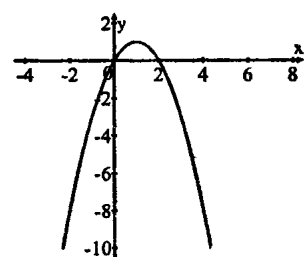


22.8.

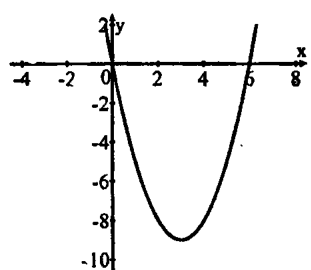
a) $y = x^2 + 6x$



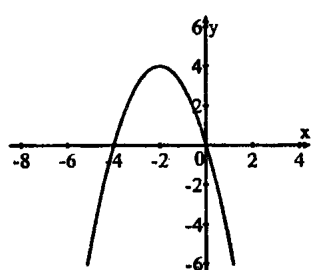
б) $y = -x^2 + 2x$



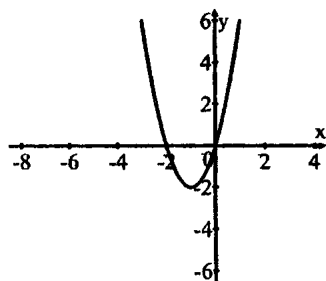
в) $y = x^2 - 6x$



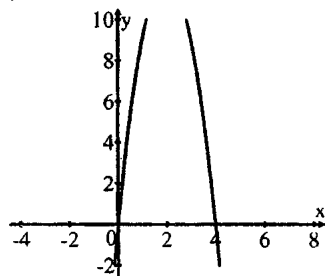
г) $y = -x^2 - 4x$



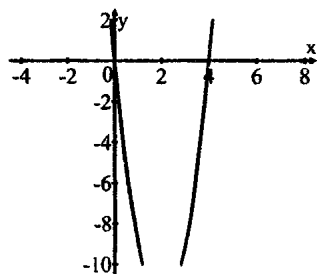
22.9. a)



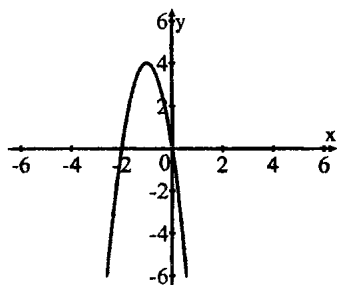
б)



в)

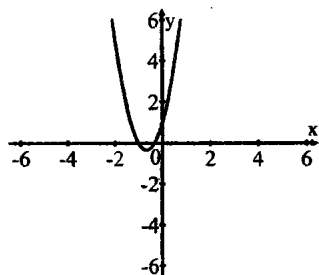


г)

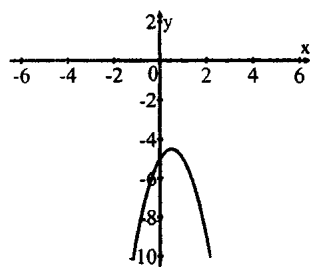


22.10.

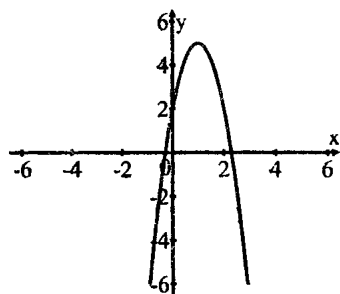
а)



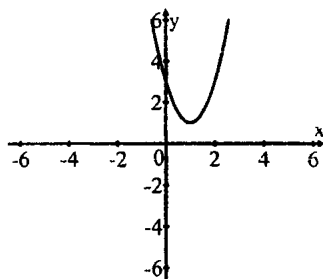
б)



в)

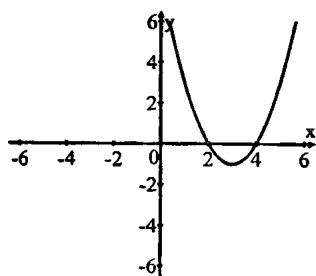


г)

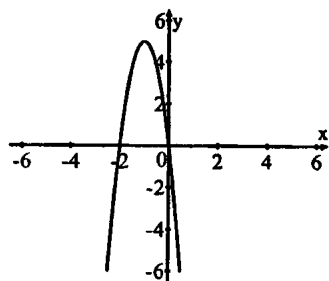


22.11.

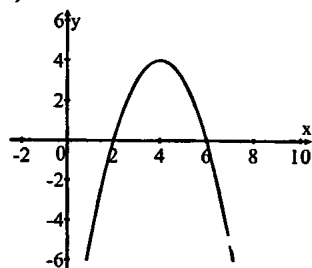
a)



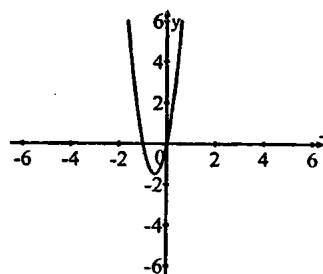
б)



в)

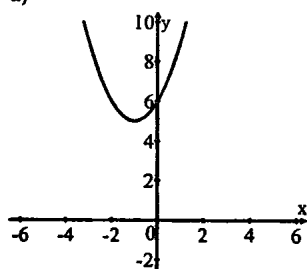


г)

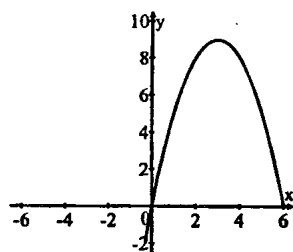


22.12.

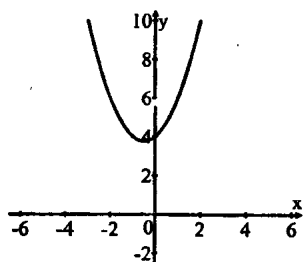
a)



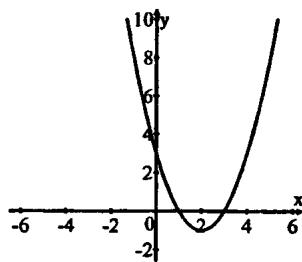
б)



в)



г)

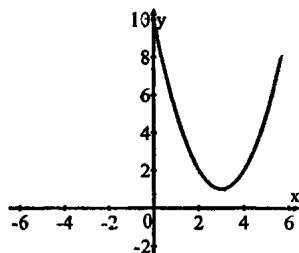


$$22.13. y = x^2 - 6x + c,$$

$$y_{\text{наим}} = 1,$$

$$y_{\text{наим}} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(3) = c - 9,$$

$$c = 10$$



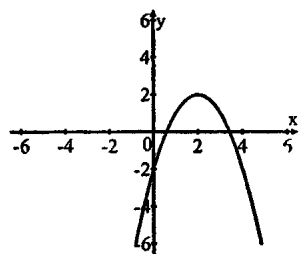
$$22.14.$$

$$y = -x^2 + 4x + c,$$

$$y_{\text{наиб}} = 2;$$

$$y_{\text{наиб}} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(2) = c + 4,$$

$$c = -2.$$



$$22.15.$$

$$a) -3, 1;$$

$$б) y_{\text{наим}} = -3; y_{\text{наиб}} \text{ не существует};$$

$$в) -1; 69;$$

$$г) y_{\text{наим}} = 5; y_{\text{наиб}} \text{ не существует}$$

$$22.16. a), в) y_{\text{наим}} = 3, y_{\text{наиб}} = 4$$

$$б) y_{\text{наим}} \text{ не существует}; y_{\text{наиб}} = 4;$$

$$г) y_{\text{наим}} = 11, y_{\text{наиб}} = 1; y_{\text{наиб}} = 3$$

$$22.17.$$

$$a) -г) -11, 1$$

$$22.18.$$

$$y = (x + 2)^2 - 9$$

$$a) y = -8; y = -5; y = 0$$

$$б) x = -3 \text{ или } x = -1;$$

$$x = -4 \text{ или } x = 0;$$

$$x = -5 \text{ или } x = 1$$

$$в) y_{\text{наим}} = -9$$

$$г) \downarrow \text{ на } (-\infty; -2]$$

$$\uparrow \text{ на } [-2; +\infty)$$

$$д) y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$$

$$y < 0 \text{ при } x \in (-5; 1)$$

$$22.19.$$

$$y = -2(x^2 - 2x) + 6 = -2((x - 1)^2 - 1) + 6 = 8 - 2(x - 1)^2$$

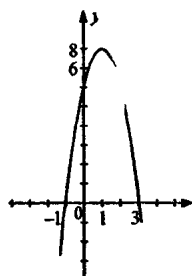
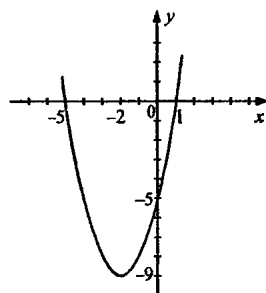
$$a) y = -10; y = 6; y = 0$$

$$б) x = 4 \text{ или } x = -2; x = 0 \text{ или } x = 2; x = -1 \text{ или } x = 3$$

$$в) y_{\text{наиб}} = 8$$

$$г) \text{ убывает при } [8; +\infty), \text{ возрастает при } (-\infty; 8]$$

$$д) y > 0 \text{ при } x \in (-1; 3), y < 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$



22.20. а) возрастает при $x \geq 2$, убывает при $x \leq 2$, б) возрастает на \mathbb{R} ;

в) убывает на \mathbb{R} , г) возрастает при $x \leq 0$, убывает при $x \geq 0$

22.21. а) возрастает при $x \geq -3$, убывает при $x \leq -3$,

б) возрастает при $x \leq 1,5$, убывает при $x \geq 1,5$

в) возрастает при 1, убывает при 1,

г) возрастает при $x \geq -2$, убывает при $x \leq -2$

22.22. а) (1; 0), (5; 0); б) (6; 0), (-2, 0), в) (-3; 0), (-1; 0); г) (1, 0); (7, 0)

22.23. а), в) Два; б), г) Три

22.24. а) $1 < x < 5$; б) $x \leq 2, x \geq 4$; в) $x \leq 1, x \geq 5$; г) $0 < x < 6$

22.25. а) $x \leq -3, x \geq -1$; б) $-4 < x < 0$; в) $-3 < x < -1$; г) $x \leq 4, x \geq 0$

22.26. а) — г) Два

22.27. а) $f(x) = 2x^2 - 5x + 3, f(x^5) = 2(x^5)^{10} - 5(x^5) + 3 = 2x^{10} - 5x^5 + 3$,

б) $f(x) = -x^2 + 2x - 4$

$f(-x-1) = -(-x-1)^2 + 2(-x-1) - 4 = -x^2 - 2x - 1 - 2x - 2 - 4 = -x^2 - 4x - 7$

22.28. а) $y = x^2 + 4x + C, A(0; 2), y(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + C = C = 2, C = 2$

б) $y(0) = C = 4, C = 4$

22.29. а) $y = ax^2 + 4x + 5, M(-10; 0), y(-10) = 100a - 40 + 5 = 100a - 35 = 0$

$a = \frac{35}{100} = 0,35$.

б) $y = ax^2 + 4x - 8, N(4; 0), y(4) = 16a + 16 - 8 = 16a + 8 = 0, a = -\frac{1}{2}$

22.30. а) $y = x^2 + bx + 4$ Ось симметрии. $x=1, x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1, b = -2$.

б) $y = 2x^2 + bx - 3$ Ось симметрии: $x=-4, x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{4} = -4, b = 16$

22.31. $y = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$

Если $x_1, x_2 \in (3; 12)$ и $x_1 < x_2$, то $y_1 = (x_1 - 2)^2 + 1 < (x_2 - 2)^2 + 1 = y_2$, поэтому функция $y = x^2 - 4x + 5$ является возрастающей на промежутке $(3, 12)$.

22.32. $y = x^2 + 6x - 7 = (x+3)^2 - 16$

Если $x_1, x_2 \in (-8; -5)$ и $x_1 < x_2$

$y_1 = (x_1 + 3)^2 - 16 > (x_2 + 3)^2 - 16 = y_2$, поэтому функция $y = x^2 + 6x - 7$ является убывающей на промежутке $(-8; -5)$

22.33. а) $f(2) < f(2,0137)$; б) $f\left(\frac{65}{63}\right) < f\left(\frac{63}{65}\right)$,

в) $f(1,999) > f(2)$; г) $f(49,7) > f(49,69)$.

22.34. а) $f(-2,43) < f(-3)$; б) $f(-59,9) > f(-60)$;

в) $f\left(-\frac{25}{7}\right) < f(-3)$; г) $f(-0,99) > f(1,1)$.

22.35. а) $f(\sqrt{2}) > f(-1)$; б) $f(-12,473) > f(-12,472)$;

в) $f(-1) < f(-\sqrt{5})$; г) $f(\sqrt{2}) < f(\sqrt{3})$

22.36. а) $f(2x) = 20x^2 + 6x - 2$; б) $f(x-1) = 5x^2 - 10x + 5 + 3x - 3 - 2 = 5x^2 - 7x$,

в) $f(x^3) = 5x^6 + 3x^3 - 2$; г) $2f(3x) = 90x^2 + 18x - 4$

22.37. а) $f(-x) = -2x^2 - x - 4$;

б) $f(x+5) = -2x^2 - 20x - 50 + x + 5 - 4 = -2x^2 - 19x - 49$;

в) $f(-x^2) = -2x^4 - x^2 - 4$;

г) $3f(2x) = -24x^2 + 6x - 12$.

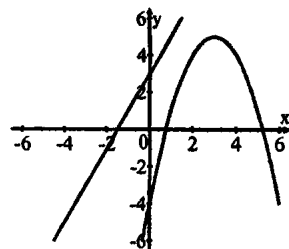
22.38. $f(x-1) = f(x+1)$; $2x^2 - 4x + 2 - 3x + 3 + 12 = 2x^2 + 4x + 2 - 3x - 3 + 12$,
 $-4x + 3 = 4x - 3$; $8x = 6$; $x = \frac{3}{4}$.

22.39. $f(2x+3) = 4f(x-2)$; $-4x^2 - 12x - 9 + 8x + 12 - 3 = -4x^2 + 16x - 16 + 16x - 32 - 12$,
 $-4x = 32x - 60$; $36x = 60$; $x = \frac{5}{3}$.

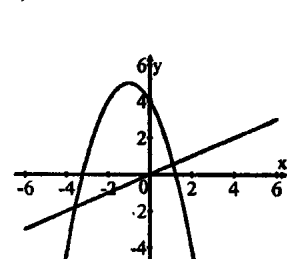
22.40.

а) нет решений;

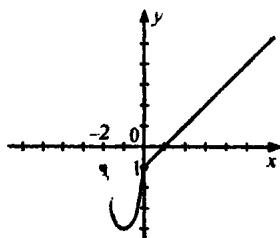
б) два;



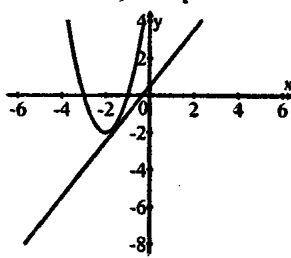
в) два;



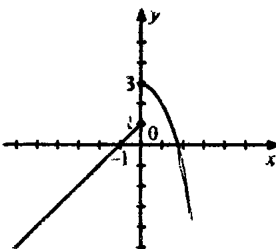
22.41.



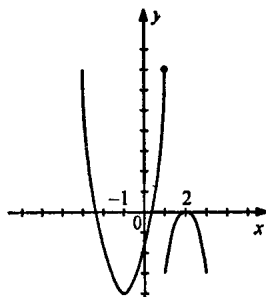
г) нет решений.



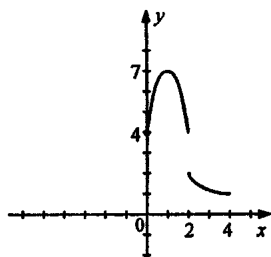
22.42.



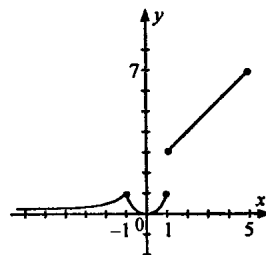
22.44.



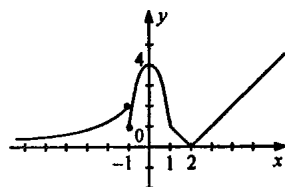
22.45



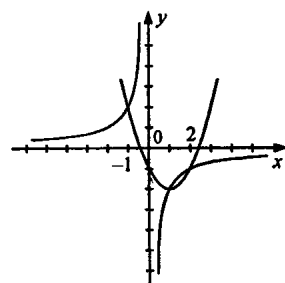
22.46.



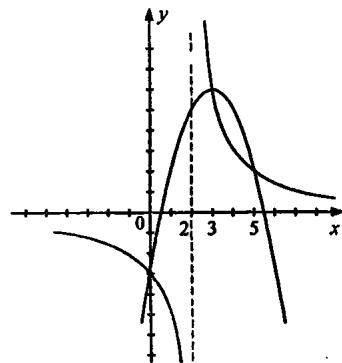
22.47. a)



$$6) y = -x^2 + 6x - 3 = 6 - (x - 3)^2$$



$$x \in (-1; 0) \cup (1; 2)$$



$$x \in (0; 2) \cup (3; 5)$$

$$22.48. y = ax^2 - (a+6)x + 9; x=2 - \text{ось симметрии}; x = -\frac{b}{2a} = \frac{a+6}{2a} = 2; a = 2$$

$$22.49. y = x^2 + 6x + C. \text{ Координаты вершины: } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} = -3$$

$$y(-3) = 9 - 18 + C = C - 9; (-3)^2 + (C - 9)^2 = 25; 9 + C^2 - 18C + 81 = 25;$$

$$C^2 - 18C + 65 = 0; C = 5 \text{ или } C = 13.$$

$$22.50. y = x^2 + bx + C \text{ А(1; -2) - вершина параболы; } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1,$$

$$b = -2; y(-1) = 1 + b + c = 1 - 2 + c = -2; c = -1$$

22.51. $y = ax^2 + bx + c$ $A(1; -2)$ – вершина параболы ; $B(0; 2)$;

$$y(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c = 2 ; c = 2 ; x = -\frac{b}{2a} = 1 ; b = -2a ;$$

$$y(-1) = a + b + c = -2 ; c - a = -2 ; 2 - a = -2 ; a = 4 ; b = -2a = -8 .$$

Отвст: $a = 4$; $b = -8$; $c = 2$.

22.52. $y = x^2 + bx + c$; $y(0) = c = 8$; $y(3) = 9 + 3b + 8 = -1$; $b = -6$.

22.53. $y = x^2 + bx + c$; $y(1) = 1 + b + c = 6$ $b + c = 5$;

$$y(-1) = 1 - b + c = -2 ; c - b = -3 ; 2c = 2 ; c = 1 ; b = 5 - c = 4 .$$

22.54. $y = ax^2 + bx + c$; $K(-2; 3)$; $L(-1; 0)$; $M(0; -9)$; $y(0) = c = -9$; $c = -9$;

$$y(-2) = 4a - 2b - 9 = 3 ; 2a - b = 6 ; y(-1) = a - b - 9 = 0 ; b - a = -9 ;$$

$$a = -3 ; b = -9 + a = -12 .$$

Отвст: $y = -3x^2 - 12x - 9$.

22.55. $y = ax^2 + bx + c$; $A(2; 3)$; $B(0; 1)$; $C(3; 2)$; $y'(0) = c = 1$ $c = 1$;

$$y(2) = 4a + 2b + 1 = 3 ; 2a + b = 1 ; y(3) = 9a + 3b + 1 = 2 .$$

$$3(3a + b) = 3((2a + b) + a) = 1 ; 1 + a = \frac{1}{3} ; a = -\frac{2}{3} ; b = 1 - 2a = \frac{7}{3} .$$

Отвст: $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + 1$.

§ 23. Графическое решение квадратных уравнений

23.8. а) $3x^2 - 6x + 11 = 3(x - 1)^2 + 8 > 0$ при $x \in \mathbb{R}$;

б) $x^2 - 3x + 5 = (x - 1,5)^2 + 2,75 > 0$ при $x \in \mathbb{R}$;

в) $x^2 + 2x + 4 = (x + 1)^2 + 3 > 0$ при $x \in \mathbb{R}$;

г) $2x^2 + 5x + 9 = 2(x + 1,25)^2 + \frac{47}{8} > 0$ при $x \in \mathbb{R}$

23.9. 1) Пусть длина прямоугольника равна b (см);

тогда ширина равна $(b - 2)$ (см). Из условия задачи площадь прямоугольника равна: $b(b - 2) = 8$ (см²);

$$2) b(b - 2) = 8 , b^2 - 2b - 8 = 0 , (b - 1)^2 = 9 , b - 1 = \pm 3 , b = 4 \text{ или } b = -2$$

3) Т.к. длина есть величина не отрицательная, то $b = -2$ (см) не подходит
Т.е. длина равна 4 (см), а ширина равна $(4 - 2) = 2$ (см).

Отвст: 4 (см); 2 (см).

23.10. Пусть a и b — стороны прямоугольника. Имеем:

$$\begin{cases} 2a + 2b = 14 \\ ab = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 7 - a \\ a(7 - a) = 12 \end{cases}$$

$$a(7 - a) = 12 ; 7a - a^2 = 12 ; a^2 - 7a + 12 = 0 ; (a - 3,5)^2 = \frac{1}{4} ;$$

$$a - 3,5 = \pm \frac{1}{2} ; a = 3 \text{ или } a = 4 ; b = 4 \text{ или } b = 3 .$$

Отвст: 3 дн; 4 дн.

23.11. 1) Пусть один из катетов равен y (см), тогда другой равен $(y + 1)$ (см).

Т.к. гипотенуза равна 5 см, то $y^2 + (y + 1)^2 = 5^2$;

$$2 \quad y^2 - y^2 + 2y + 1 = 25, \quad 2y^2 + 2y - 24 = 0,$$

$$y^2 - y - 12 = 0, \quad y = 3 \quad \text{или} \quad y = -4;$$

3 $y = -4$ (см) — не решение задачи, т.к. длина есть величина не отрицательная, т.е. один катет равен 3 (см), а другой равен $3 + 1 = 4$ (см).

Ответ 3 (см), 4 (см).

23.12. 1 способ.

$$a \quad x^2 - 6x + 8 = 0, \quad (x - 3)^2 = 1, \quad x - 3 = \pm 1, \quad x = 4 \quad \text{или} \quad x = 2;$$

$$б \quad x^2 - 2x - 8 = 0, \quad (x + 1)^2 = 9, \quad x + 1 = \pm 3, \quad x = 2 \quad \text{или} \quad x = -4;$$

$$в \quad x^2 - 2x - 8 = 0, \quad (x - 1)^2 = 9, \quad x - 1 = \pm 3, \quad x = 4 \quad \text{или} \quad x = -2;$$

$$г \quad x^2 - 6x + 8 = 0, \quad (x + 3)^2 = 1, \quad x + 3 = \pm 1, \quad x = -2 \quad \text{или} \quad x = -4.$$

2 способ

$$a \quad x^2 - 6x + 8 = 0, \quad (x^2 - 2x) - (4x - 8) = 0, \quad x(x - 2) - 4(x - 2) = 0,$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0, \quad x = 4 \quad \text{или} \quad x = 2;$$

$$б \quad x^2 - 2x - 8 = 0, \quad (x^2 + 4x) - (2x + 8) = 0, \quad x(x + 4) - 2(x + 4) = 0,$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0, \quad x = 2 \quad \text{или} \quad x = -4;$$

$$в \quad x^2 - 2x - 8 = 0, \quad (x^2 + 2x) - (4x + 8) = 0, \quad x(x + 2) - 4(x + 2) = 0,$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0, \quad x = 4 \quad \text{или} \quad x = -2;$$

$$г \quad x^2 - 6x + 8 = 0, \quad (x^2 + 2x) + (4x + 8) = 0, \quad x(x + 2) + 4(x + 2) = 0,$$

$$(x + 4)(x + 2) = 0, \quad x = -2 \quad \text{или} \quad x = -4.$$

23.13. а два, б) один; в) два; г) нет корней.

23.14 а два, б) один; в) нет корней; г) два.

23.15 Зададим p так, чтобы прямая $y = p$ проходила через вершину параболы

$$y = x^2 - 2x + 1, \quad x = -\frac{b}{2a} = 1, \quad y(1) = 1 - 2 + 1 = 0, \quad p = 0.$$

23.16. Зададим p так, чтобы прямая $y = p$ не пересекала параболу

$$y = x^2 - 2x + 3, \quad x = -\frac{b}{2a} = -1, \quad y(-1) = 1 - 2 + 3 = 2, \quad p < 2.$$

23.17 Зададим p так, чтобы прямая $y = p$ пересекала параболу $y = x^2 - 4x + 4$

$$\text{в двух точках, } x = -\frac{b}{2a} = 2, \quad y(2) = 0, \quad p > 0.$$

$$\mathbf{23.18.} \quad D = 16 - 4 \cdot (-6 - p) = 40 - 4p \geq 0, \quad p \geq -10$$

$$\mathbf{23.19} \quad x^2 + 6x + 8 = p. \quad \text{Определим значение функции } y = x^2 + 6x + 8 \quad \text{в}$$

$$\text{вершине параболы. } x = -\frac{b}{2a} = -3, \quad y(-3) = -1.$$

а уравнение не имеет корней при $p < -1$;

б уравнение имеет один корень при $p = -1$;

в уравнение имеет два корня при $p > -1$.

176

23.20. x – ширина участка, y – его длина

$$\begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ xy = 24 \end{cases}$$

$$y = 10 - x; \quad x(10 - x) = 24; \quad x^2 - 10x + 24 = 0; \quad (x - 5)^2 = 1; \\ x - 5 = \pm 1; \quad x = 4; y = 6. \quad \text{Ответ: 4 м; 6 м.}$$

23.21. 1) Пусть один катет равен x (см), тогда другой равен $(x - 4)$ (см).

Площадь треугольника равна $\frac{1}{2}x(x - 4) = 16(\text{см}^2)$;

$$2) \frac{1}{2}x(x - 4) = 16, \quad x^2 - 4x = 32, \quad x^2 - 4x - 32 = 0, \quad x_1 = 8, \quad x_2 = -4;$$

3) Т.к. $x > 0$, то $x_2 = -4$ (см) – не решение задачи.

Катеты равны 8 (см) и $(8 - 4) = 4$ (см). Ответ: 8 (см); 4 (см).

23.22. 1) Пусть один из катетов равен y (м), то другой катет равен $(y - 1)$ (м) и гипотенуза равна $(y + 1)$ (м).

По теореме Пифагора $y^2 + (y - 1)^2 = (y + 1)^2$.

$$2) y^2 + y^2 - 2y + 1 = y^2 + 2y + 1, \quad y(y - 4) = 0, \quad y = 0, \quad y = 4$$

3) Т.к. $y > 0$, то $y = 4$. Г.о. катеты треугольника равны 4(м) и $(4 - 1) = 3$ (м) и гипотенуза равна $(y + 1) = 5$ (см). Ответ: 4(м); 3(м); 5(м).

23.23. 1) Пусть числитель дроби равен p , тогда знаменатель равен $(p + 2)$ и $p(p + 2) = 15$;

$$2) p(p + 2) = 15, \quad p^2 + 2p - 15 = 0, \quad p = 3, \quad p = -5.$$

3) Т.к. в обыкновенной дроби числитель меньше знаменателя, то $p = 3$ и $(p + 2) = 5$ и искомая дробь $\frac{3}{5}$. Ответ: $\frac{3}{5}$

23.24. v км/ч — скорость пешехода. Тогда имеем.

$$\frac{2}{v} + \frac{2}{v + 2} = 1; \quad \frac{2v + 4 + 3v}{v^2 + 2v} = 1; \quad 5v + 4 = v^2 + 2v;$$

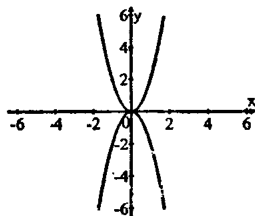
$$v^2 - 3v - 4 = 0; \quad (v - 1,5)^2 = 6,25; \quad v - 1,5 = \pm 2,5, \quad v = 4 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 4 км/ч.

Домашняя контрольная работа № 3

Вариант 1

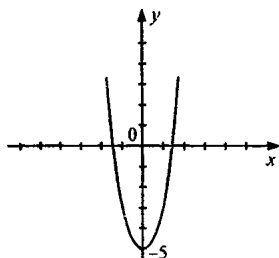
1. Графики функций симметричны относительно оси X .



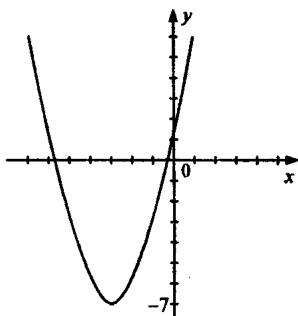
2. Функция $y = -x^2$ ограничена сверху. Функция $y = x^2$ ограничена снизу.

3. $y_{\text{наим}} = 1, y_{\text{наиб}} = 3$.

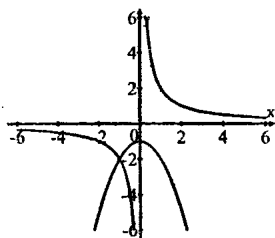
4.



$$5. y = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7$$



$$6. f(x) = 2x^2, g(x) = \frac{4}{x}, f(2x^4) = 8x^8; 2g\left(\frac{1}{x^8}\right) = 2 \cdot \frac{4}{\frac{1}{x^8}} = 8x^8, \text{ т.е. } f(2x^4) = 2g\left(\frac{1}{x^8}\right)$$



Ответ: $(-1; -2)$.

8.

а) $f(-3)$ не определено

б) $f(0) = 2; f(9) = 5$

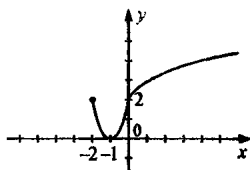
в) $D(f) = [-2; +\infty)$

$E(f) = [0; +\infty)$

9. Функция фозрастает при $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

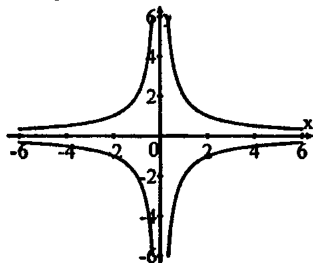
$$10. -x^2 + 4x + 6 = p; x^2 - 4x - 6 = -p; (x-2)^2 - 10 = -p; (x-2)^2 = 10 - p.$$

а) $10 - p < 0; p > 10$. б) $10 - p = 0; p = 10$. в) $10 - p > 0; p < 10$.



Вариант 2

1. Графики функций симметричны относительно оси Y.

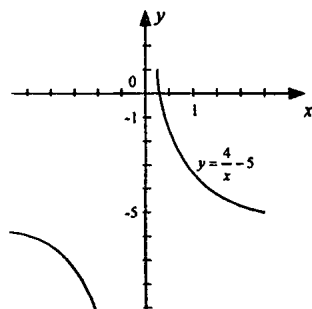


2. Функция $y = -x^2$ ограничена сверху. Функция $y = x^2$ ограничена снизу

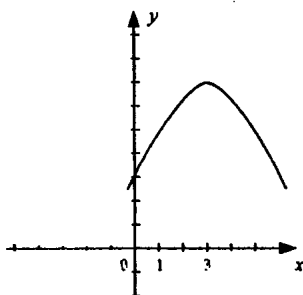
3. $y = \frac{2}{x+1}$ на $[-5; -2]$;

$y_{\max} = -\frac{1}{2}$ при $x = -5$; $y_{\min} = -2$ при $x = -2$.

4.



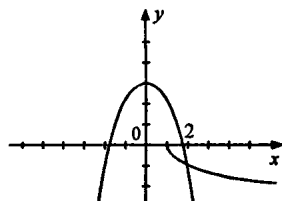
5.



6. $f(x) = 2x^2$, $g(x) = \frac{4}{x}$, $f(2x^4) = 8x^8$

$2g\left(\frac{1}{x^8}\right) = 2 \cdot \frac{4}{\frac{1}{x^8}} = 8x^8$, т.е. $f(2x^4) = 2g\left(\frac{1}{x^8}\right)$

7.



$x = 2$

8.

а) $f(-3) = 0$; $f(1) = 1$

$f(9)$ не определено

в) $D(f) = (-\infty; 4]$

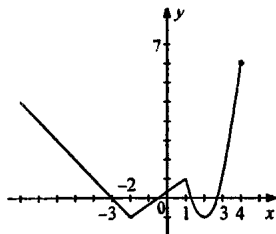
$E(f) = [-1; +\infty)$

9. Функция убывает при

$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

10. $-x^2 + 6x - 2 = p$; $x^2 - 6x + 2 = p$; $(x-3)^2 - 7 = p$; $(x-3)^2 = p + 7$.

а) $p + 7 < 0$; $p < -7$; б) $p + 7 = 0$; $p = -7$; в) $p + 7 > 0$; $p > -7$.



Глава 4. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

§ 24. Основные понятия

24.1. а) $x^2 + 3x + 1 = 0$ является;

б) $5x^3 - x^2 + 4 = 0$ не является, т.к. присутствует слагаемое $5x^3$;

в) $2x^2 + 3x - 7 = 0$ является;

г) $x^3 - x - 6 = 0$ не является, т.к. присутствует слагаемое x^3

24.2. а) $4x^2 + 5x - 1 = 0$ $a = 4$, $b = 5$, $c = -1$;

б) $15x^2 = 0$, $15x^2 + 0 \cdot x + 0 = 0$ $a = 15$, $b = 0$, $c = 0$;

в) $17 - x^2 - x = 0$, $-x^2 - x + 17 = 0$, $a = -1$, $b = -1$, $c = 17$;

г) $8 - 9x^2 = 0$, $-9x^2 + 0 \cdot x + 8 = 0$, $a = -9$, $b = 0$, $c = 8$.

24.3. а) $7x^2 + 12x - 5 = 0$ $a = 7$, $b = 12$, $c = -5$;

б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0$, $-\frac{1}{3}x^2 + 0 \cdot x + \frac{3}{14} = 0$, $a = -\frac{1}{3}$, $b = 0$, $c = \frac{3}{14}$;

в) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{7}x - \frac{5}{12} = 0$ $a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{1}{7}$, $c = -\frac{5}{12}$;

г) $-4x^2 - 7x + 16 = 0$ $a = -4$, $b = -7$, $c = 16$.

24.4. а) $(3x + 1)(2x - 3) + 4(x - 2) = 5(4 - 3x)$;

$6x^2 - 9x + 2x - 3 + 4x - 8 = 20 - 15x$; $6x^2 + 12x - 31 = 0$.

б) $12 - 6(x + 3) - 7x = (x - 2)(x + 3)$, $12 - 6x - 18 - 7x = x^2 - 2x + 3x - 6$,

$-6 - 13x = x^2 + x - 6$, $x^2 + 14x + 0 = 0$ $a = 1$, $b = 14$, $c = 0$;

в) $(2x + 10)(x - 1) + 5(x - 2) = 2(7 + x)$, $2x^2 + 10x - 2x - 10 + 5x - 10 = 14 + 2x$,

$2x^2 + 13x - 20 = 14 + 2x$, $2x^2 + 11x - 34 = 0$ $a = 2$, $b = 11$, $c = -34$;

г) $1 + 3(2x - 4) + (2x - 1)(3 - 2x) = 8$, $1 + 6x - 12 + 6x - 3 - 4x^2 + 2x = 8$,

$-4x^2 + 14x - 22 = 0$, $2x^2 - 7x + 11 = 0$, $a = 2$, $b = -7$, $c = 11$.

24.5. а) $2(x + 6)(x - 6) + 3(x + 6) = x^2 - 5x$, $2(x^2 - 36) + 3x + 18 = x^2 - 5x$,

$2x^2 - 72 + 3x + 18 - x^2 + 5x = 0$, $x^2 + 8x - 54 = 0$, $a = 1$, $b = 8$, $c = -54$;

б) $25 - x^2 + 2(x - 5) = 4(x - 5)$, $x^2 - 25 + 4(x - 5) - 2(x - 5) = 0$,

$x^2 - 25 + 2(x - 5) = 0$, $x^2 - 25 + 2x - 10 = 0$, $x^2 + 2x - 35 = 0$, $a = 1$, $b = 2$, $c = -35$,

24.6. а) $4(4 - 3x)^2 - 2(4 - 3x) = 12 - x$; $4(16 - 24x + 9x^2) - 8 + 6x = 12 - x$;

$64 - 96x + 36x^2 - 8 + 6x - 12 + x = 0$; $36x^2 - 89x + 44 = 0$.

б) $x^2 - 49 - 3(x + 7) = 2(x - 7)$, $x^2 - 49 - 3x - 21 - 2x + 14 = 0$,

$x^2 - 5x - 56 = 0$, $a = 1$, $b = -5$, $c = -56$.

24.7. а) $8x^2 + 5x + 1 = 0$;

б) $-12x^2 + 3x = 0$;

в) $x^2 + 4 = 0$;

г) $9x^2 - 2x + 3 = 0$.

24.8. а) $x^2 - x = 0$;

б) $\frac{2}{9}x^2 - 3\frac{1}{4}x + 1\frac{3}{5} = 0$;

в) $6x^2 + 3,5 = 0$;

г) $-\frac{7}{13}x^2 + 4\frac{4}{7}x - 4\frac{1}{3} = 0$.

24.9. а) $x^2 - 4x + 35 = 0$ – приведенное уравнение;

б) $-15x^2 + 4x - 2 = 0$, $x^2 - \frac{4}{15}x + \frac{2}{15} = 0$ – приведенное уравнение;

в) $12 - x^2 + 3x = 0$, $x^2 - 3x - 12 = 0$ – приведенное уравнение;

г) $18 - 9x + x^2 = 0$ – приведенное уравнение.

24.10. а) $-x^2 + 31x - 6 = 0$, $x^2 - 31x + 6 = 0$ – приведенное уравнение;

б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0$, $\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{14} = 0$, $x^2 - \frac{9}{14} = 0$ – приведенное уравнение;

в) $-2\frac{5}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{12} = 0$, $\frac{21}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{49}{12} = 0$, $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{49}{12} \cdot \frac{8}{21} = 0$,

$x^2 + \frac{2}{7}x + \frac{14}{9} = 0$ – приведенное уравнение;

г) $x^2 - 7x + 16 = 0$ – приведенное уравнение.

24.11. а) $x^2 + 14x - 23 = 0$ – полное уравнение;

б) $16x^2 - 9 = 0$ – неполное уравнение, $16x^2 = 9$, $x^2 = \frac{9}{16}$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}}$, $x_{1,2} = \pm\frac{3}{4}$;

в) $-x^2 + x = 0$ – неполное уравнение, $x^2 - x = 0$, $x(x - 1) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$;

г) $x + 8 - 9x^2 = 0$ – полное уравнение.

24.12. а) $3x^2 - 12x = 0$ – неполное уравнение, $x^2 - 4x = 0$, $x(x - 4) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 4$.

б) $x^2 + 2x = 0$ – неполное уравнение, $x(x + 2) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = -2$;

в) $-2x^2 + 14 = 0$ – неполное уравнение, $2x^2 - 14 = 0$, $x^2 - 7 = 0$,

$x^2 = 7$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$; г) $3 - x^2 + x = 0$ – полное уравнение.

24.13. а) Например, $x^2 + x + 2 = 0$; б) Например, $2x^2 + x + 2 = 0$;

в) Например, $x^2 + 2 = 0$;

г) Например, $2x^2 + x = 0$.

24.14. а) $x^2 - 4x + 3 = 0$, $3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = -3 + 3 = 0$, значит $x = 3$ – корень этого уравнения;

б) $2x^2 + x - 3 = 0$, $2 \cdot (-7)^2 + (-7) - 3 = 2 \cdot 49 - 7 - 3 = 88 \neq 0$, значит $x = -7$ – не является корнем;

в) $2x^2 - 3x - 65 = 0$, $2(-5)^2 - 3(-5) - 65 = 50 + 15 - 65 = 0$, значит $x = -5$ – корень уравнения;

г) $x^2 - 2x + 6 = 0$, $6^2 - 2 \cdot 6 + 6 = 36 - 12 + 6 = 30 \neq 0$, значит $x = 6$ – не является корнем.

24.15. а) $3x^2 - 75 = 0$, $3x^2 = 75$, $x^2 = 25$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{25}$, $x_{1,2} = \pm 5$;

б) $2x^2 + 14x = 0$, $x^2 + 7x = 0$, $x(x + 7) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = -7$;

в) $0,5x^2 - 72 = 0$, $0,5x^2 = 72$, $x^2 = 144$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{144}$, $x_{1,2} = \pm 12$;

г) $3x^2 - 18x = 0$, $x^2 - 6x = 0$, $x(x - 6) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 6$.

24.16. а) $x^2 + 5x = 0$, $x(x + 5) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = -5$;

б) $2x^2 - 9x = 0$, $x^2 - \frac{9}{2}x = 0$, $x\left(x - \frac{9}{2}\right) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$;

в) $x^2 - 12x = 0$, $x(x - 12) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 12$;

г) $3x^2 + 5x = 0$, $x^2 + \frac{5}{3}x = 0$, $x\left(x + \frac{5}{3}\right) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = -1\frac{2}{3}$.

24.17. а) $-x^2 + 8x = 0$, $x^2 - 8x = 0$, $x(x - 8) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 8$;

б) $3x - x^2 = 0$, $x^2 - 3x = 0$, $x(x - 3) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 3$;

в) $-x^2 + 7x = 0$, $x^2 - 7x = 0$, $x(x - 7) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 7$;

г) $19x - x^2 = 0$, $x^2 - 19x = 0$, $x(x - 19) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 19$.

24.18. а) $x^2 - 9 = 0$, $x^2 = 9$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{9}$, $x_{1,2} = \pm 3$; б) $x^2 - 5 = 0$; $x^2 = 5$; $x = \pm\sqrt{5}$;

в) $x^2 - 64 = 0$, $x^2 = 64$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{64}$, $x_{1,2} = \pm 8$; г) $x^2 - 10 = 0$; $x^2 = 10$; $x = \pm\sqrt{10}$

24.19. а) $-2x^2+50=0$; $2x^2=50$; $x^2=25$; $x=\pm 5$ б) $-5x^2+45=0$; $5x^2=45$; $x^2=9$; $x=\pm 3$
 в) $-3x^2+4=0$; $3x^2=4$; $x^2=\frac{4}{3}$; $x=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}$ г) $-9x^2+13=0$; $9x^2=13$; $x^2=\frac{13}{9}$; $x=\pm\sqrt{\frac{13}{9}}$.

24.20. а) $3x^2+7=0$, $3x^2=-7$, $x^2=-\frac{7}{3}$, нет корней; б) $6x^2=0$, $x^2=0$, $x=0$;

в) $4x^2+17=0$, $4x^2=-17$, $x^2=-\frac{17}{4}$, нет корней; г) $15x^2=0$, $x^2=0$, $x=0$.

24.21. а) $(x-2)(x+4)=0$, $x_1=2$, $x_2=-4$;

б) $(x+3,5)(x-7)(x^2+9)=0$, $x+3,5=0$ или $x-7=0$ или $x^2+9=0$,

в) $x=-3,5$, $x_2=7$, $x^2=-9$ – нет корней, Ответ: $-3,5$; 7 ;

г) $(x+2,8)(x+1,3)=0$, $x_1=-2,8$, $x_2=-1,3$;

д) $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)(x^2+1)=0$, $x-\frac{1}{3}=0$ или $x-\frac{1}{5}=0$ или $x^2+1=0$,

$x_1=\frac{1}{3}$, $x_2=\frac{1}{5}$, $x^2=-1$ – нет корней. Ответ: $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{3}$.

24.23. а) $4x^2-3x+7=2x^2+x+7$, $2x^2-4x=0$, $x^2-2x=0$, $x(x-2)=0$, $x_1=0$, $x_2=2$;

б) $(2x+3)(3x+1)=11x+30$, $6x^2+9x+2x+3=11x+30$, $6x^2-27=0$,

$x^2-\frac{9}{2}=0$, $x^2=4,5$, $x_{1,2}=\pm\sqrt{4,5}$;

в) $1-2x+3x^2=x^2-2x+1$, $2x^2=0$, $x^2=0$, $x=0$;

г) $(5x-2)(x+3)=13(x+2)$, $5x^2-2x+15x-6=13x+26$, $5x^2=32$,

$x^2=6\frac{2}{5}$, $x_{1,2}=\pm\sqrt{6\frac{2}{5}}$.

24.22. а) $(x+6)^2=0$; $x=-6$; б) $(2x-7)^2=0$; $x=\frac{7}{2}$;

в) $(x-8)^2=0$; $x=8$; г) $(3x+5)^2=0$; $x=-\frac{5}{3}$.

24.24. а) $\frac{x^2-6x}{3}=x$, $x^2-6x=3x$, $x^2-9x=0$, $x(x-9)=0$, $x_1=0$, $x_2=9$;

б) $\frac{x^2-x}{2}+\frac{x}{3}=0$, $3x^2-3x+2x=0$, $3x^2-x=0$, $x^2-\frac{x}{3}=0$,

$x\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$, $x_1=0$, $x_2=\frac{1}{3}$;

в) $\frac{x^2-x}{6}-\frac{x^2+x}{3}=0$, $x^2-x-2x^2-2x=0$, $-x^2-3x=0$, $x(x+3)=0$, $x_1=0$, $x_2=-3$;

г) $\frac{x^2-4}{5}-\frac{x^2-1}{3}=-1$, $3x^2-12-5x^2+5=-15$, $2x^2=8$, $x^2=4$, $x_{1,2}=\pm 2$.

24.25. Пусть x – первое натуральное число, тогда $(x+1)$ – второе число,

$x \cdot (x+1)$ – произведение чисел или $2x$. Составим уравнение:

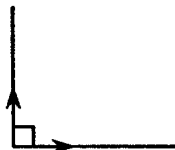
$x \cdot (x+1)=2x$, $x^2+x=2x$, $x^2-x=0$, $x(x-1)=0$, $x_1=0$, $x_2=1$,

$x=0$ – не удовлетворяет условию, т.к. 0 – не натуральное число.

Имеем: 1 – первое число, $1+1=2$ – второе число. Ответ: 1 и 2 .

24.26. Пусть x – первое число, тогда $(x + 1)$ – второе число,
 $x(x + 1)$ – их произведение или $1,5x^2$. Уравнение:
 $x(x + 1) = 1,5x^2$, $x^2 + x = 1,5x^2$, $0,5x^2 - x = 0$, $x^2 - 2x = 0$, $x(x - 2) = 0$,
 $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x = 0$ – не удовлетворяет условию задачи.
 Имеем: 2 – первое число, $2 + 1 = 3$ – второе число. Ответ: 2 и 3.

24.27. Пусть: x с – неизвестное время,
 $5x$ см – пройдет первая точка за это время,
 $12x$ см – пройдет вторая за это время.
 Квадрат расстояния между ними вычислим по теореме



Пифагора:

$(5x)^2 + (12x)^2$ или 52^2 .
 Уравнение: $(5x)^2 + (12x)^2 = 52^2$, $25x^2 + 144x^2 = 52^2$, $169x^2 = 52^2$, $13^2x^2 = 52^2$,

$x^2 = \left(\frac{52}{13}\right)^2$, $x^2 = 16$, $x_{1,2} = \pm 4$, $x = -4$ – не удовлетворяет условию.

Значит, искомое время 4 с. Ответ: 4 с.

24.28. Пусть x см – сторона квадрата, тогда x^2 см² = площадь квадрата или $(59 + 85)$ см². Уравнение:

$x^2 = 59 + 95$, $x^2 = 144$, $x = \pm 12$, $x = -12$ – не удовлетворяет условию. Значит,
 12 см – сторона квадрата. Ответ: 12 см.

24.29. Пусть x см – сторона квадрата, тогда x^2 см² = площадь квадрата, $(x^2 - 12)$ см² – площадь круга или 36 см².

Уравнение: $x^2 - 12 = 36$, $x^2 = 48$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{48}$, $x_{1,2} = \pm 4\sqrt{3}$, $x = -4\sqrt{3}$ – не
 удовлетворяет условию, значит $4\sqrt{3}$ – сторона квадрата. Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

24.30. v км/ч – скорость течения. Тогда:

$$\frac{36}{v+15} + \frac{24}{15-v} = 4; \quad \frac{36(15-v) + 24(15+v)}{225-v^2} = 4;$$

$900 - 125v = 900 - 4v^2$, $4v^2 - 12v = 0$, $4v(v - 3) = 0$; $v = 3$ км/ч. Ответ: 3 км/ч.

24.31. Уравнение является неполным, если $b = 0$ или $c = 0$.

а) $6x^2 + (p - 1)x + 2 - 4p = 0$,

$b = p - 1 = 0$, $p = 1$;

$c = 2 - 4p = 0$, $2 = 4p$, $p = 0,5$;

при $p = 1$: $6x^2 + 2 - 4 \cdot 1 = 0$, $6x^2 + 2 - 4 = 0$, $6x^2 = 2$, $x^2 = \frac{1}{3}$, $x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$;

при $p = 0,5$: $6x^2 - 0,5x = 0$, $x^2 - \frac{1}{12}x = 0$, $x \cdot \left(x - \frac{1}{12}\right) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{12}$;

б) $(p - 2)x^2 + 3x + p = 0$, $c = p = 0$;

при $p = 0$: $-2x^2 + 3x = 0$, $2x^2 - 3x = 0$, $x^2 - 1,5x = 0$, $x(x - 1,5) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1,5$;

в) $3x^2 - (2p + 3)x + 2 + p = 0$,

$b = -(2p + 3) = 0$, $c = 2 + p = 0$,

$p = -1,5$;

$p = -2$;

при $p = -1,5$: $3x^2 + 0,5 = 0$, $x^2 = -\frac{1}{6}$, нет корней;

при $p = -2$: $3x^2 + x = 0$, $x^2 + \frac{x}{3} = 0$, $x \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{1}{3}$;

$$г) (6-p)x^2 + (2p+6)(x+12) = 0, (6-p)x^2 + (2p+6)x + 12 \cdot (2p+6) = 0,$$

$$b = 2p+6 = 0, p = -3; \quad c = 12 \cdot (2p+6) = 0, p = -3;$$

$$\text{при } p = -3: 9x^2 = 0, x^2 = 0, x = 0.$$

$$24.32. (2p-3)x^2 + (3p-6)x + p^2 - 9 = 0$$

$$а) a = 2p-3 = 1, 2p = 4, p = 2;$$

б) уравнение является неприведенным, если $2p-3 \neq 1$, т.е. $p \neq 2$.

уравнение является неполным, если $b = 3p-6 = 0$, т.е.

$$p = 2 \text{ или } c = p^2 - 9 = 0, p^2 = 9. p_{1,2} = \pm 3. \text{ Имеем } p_{1,2} = \pm 3;$$

в) Уравнение является неполным если $p = 2$ или $p = \pm 3$.

Уравнение является приведенным если $p = 2$. Отсюда видно, что $p = 2$;

г) Уравнение является линейным, если $2p-3 = 0, p = 1,5$.

24.33. а) Если уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корень $x = 6$, то:

$$6^2 + 6p + 24 = 0, 36 + 6p + 24 = 0, p = -10;$$

б) Аналогично пункту а) получаем

$$2 \cdot 17^2 + 17p + 68 = 0, 2 \cdot 17 + p + 4 = 0, p = -38;$$

$$в) 7^2 + 7p - 35 = 0, 7 + p - 5 = 0, p = -2,$$

$$г) 3 \cdot 9^2 + 9p - 54 = 0, 3 \cdot 9 + p - 6 = 0, p = -21.$$

24.34. а) Если уравнение $x^2 - 8x + p = 0$ имеет корень $x = 4$, то:

$$4^2 - 8 \cdot 4 + p = 0, p = 16;$$

б) Аналогично пункту а) получаем: $4 \cdot 0^2 - 24 \cdot 0 + p = 0, p = 0$;

$$в) 10^2 + 15 \cdot 10 + p = 0, p = -250; г) 6 \cdot (-5)^2 - 30 \cdot 5 + p = 0, p = 0.$$

$$24.35. а) x^2 - 8x + 15 = 0, x^2 - 2x \cdot 4 + 4^2 - 1 = 0, (x-4)^2 - 1 = 0,$$

$$(x-4-1)(x-4+1) = 0, (x-5)(x-3) = 0, x_1 = 5, x_2 = 3,$$

$$б) x^2 - 12x + 20 = 0, x^2 - 2x \cdot 6 + 6^2 - 16 = 0, (x-6)^2 - 16 = 0,$$

$$(x-6-4)(x-6+4) = 0, (x-10)(x-2) = 0, x_1 = 10, x_2 = 2;$$

$$в) x^2 - 4x + 3 = 0, x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 1 = 0, (x-2)^2 - 1 = 0,$$

$$(x-2-1)(x-2+1) = 0, (x-3)(x-1) = 0, x_1 = 3, x_2 = 1,$$

$$г) x^2 + 6x + 8 = 0, x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 - 1 = 0, (x+3)^2 - 1 = 0,$$

$$(x+3-1)(x+3+1) = 0, (x+2)(x+4) = 0, x_1 = -2, x_2 = -4.$$

$$24.36. а) x^2 + 3x - 10 = 0, x^2 - 2x + 5x - 10 = 0, x(x-2) + 5(x-2) = 0,$$

$$(x-2)(x+5) = 0, x_1 = 2, x_2 = -5;$$

$$б) 2x^2 - 5x + 2 = 0, 2x^2 - x - 4x + 2 = 0, x(2x-1) - 2(2x-1) = 0,$$

$$(x-2)(2x-1) = 0, x_1 = 2, x_2 = 0,5,$$

$$в) x^2 + 9x + 14 = 0, x^2 + 7x + 2x + 14 = 0, x(x+7) + 2(x+7) = 0,$$

$$(x+7)(x+2) = 0, x_1 = -7, x_2 = -2;$$

$$г) 4x^2 - 4x - 3 = 0, (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 - 2^2 = 0, (2x-1)^2 - 2^2 = 0,$$

$$(2x-1-2)(2x-1+2) = 0, (2x-3)(2x+1) = 0, x_1 = 1,5, x_2 = -0,5.$$

$$24.37. а) a^2 + 6a = 3a^2 - a, 2a^2 - 7a = 0, a(2a-7) = 0, a_1 = 0, a_2 = 3,5;$$

$$б) 5a^2 - 12 = a^2 - 4, 4a^2 = 8, a^2 = 2, a_{1,2} = \pm \sqrt{2};$$

$$в) 3a^2 + 2a = 4a^2 - 5a, a^2 - 7a = 0, a(a-7) = 0, a_1 = 0, a_2 = 7;$$

$$г) 7a^2 - a = a^2 + 9a, 6a^2 - 10a = 0, 3a^2 - 5a = 0, a(3a-5) = 0, a_1 = 0, a_2 = 1\frac{2}{3}.$$

$$24.38. а) (3x-1)(2x-2) = (x-4)^2, 6x^2 - 2x - 6x + 2 = x^2 - 8x + 16, 5x^2 = 14,$$

$$x^2 = 2\frac{4}{5} = 2,8, x_{1,2} = \pm \sqrt{2,8};$$

б) $2x - (x+1)^2 = 3x^2 - 5$, $2x - x^2 - 2x - 1 = 3x^2 - 5$, $4x^2 = 4$, $x^2 = 1$, $x_{1,2} = \pm 1$;
 в) $(3x-4)^2 - (5x+2)(2x+8) = 0$, $9x^2 - 24x + 16 - 10x^2 - 4x - 40x - 16 = 0$,
 $-x^2 - 68x = 0$, $x(x+68) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = -68$;
 г) $6x^2 - (x+2)^2 = 4(4-x)$, $6x^2 - x^2 - 4x - 4 = 16 - 4x$, $5x^2 = 20$, $x^2 = 4$, $x_{1,2} = \pm 2$.
24.39. а) $\frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+3}$, $(x-2)(x+3) = (x-3)(x+2)$,
 $x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 - 3x + 2x - 6$, $x = -x$, $2x = 0$, $x = 0$;
 б) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = 3\frac{1}{3}$, $3((x-2)^2 + (x+2)^2) = 10(x^2 - 4)$,
 $3(x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4) = 10x^2 - 40$, $6x^2 + 24 = 10x^2 - 40$, $x^2 = 16$, $x = \pm 4$
 в) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = 0$, $\frac{x-3}{x+3} = \frac{x+3}{x-3}$, $(x-3)^2 = (x+3)^2$,
 $x^2 - 6x + 9 = x^2 + 6x + 9$, $12x = 0$, $x = 0$;
 г) $\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1} = 5$, $(2x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5(2x-1)(2x+1)$
 $4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 = 20x^2 - 5$, $12x^2 = 7$, $x = \pm \sqrt{\frac{7}{12}} = \pm \frac{\sqrt{21}}{6}$.

§ 25. Формулы корней квадратных уравнений

25.1. а) $x^2 + 5x - 6 = 0$, $a = 1$, $b = 5$, $c = -6$, $D = b^2 - 4ac = 25 + 4 \cdot 6 = 49$;
 б) $x^2 - 1,3x + 2 = 0$, $a = 1$, $b = -1,3$, $c = 2$, $D = b^2 - 4ac = 1,69 - 4 \cdot 2 = -6,31$;
 в) $x^2 - 7x - 4 = 0$, $a = 1$, $b = -7$, $c = -4$, $D = b^2 - 4ac = 49 + 16 = 65$;
 г) $x^2 - 2,4x + 1 = 0$, $a = 1$, $b = -2,4$, $c = 1$, $D = b^2 - 4ac = 5,76 - 4 = 1,76$.
25.2. а) $3x^2 + 2x - 1 = 0$, $a = 3$, $b = 2$, $c = -1$, $D = b^2 - 4ac = 4 + 4 \cdot 3 = 16$;
 б) $-x^2 + 4x + 3 = 0$, $a = -1$, $b = 4$, $c = 3$, $D = b^2 - 4ac = 16 + 4 \cdot 3 = 28$;
 в) $4x^2 - 5x - 4 = 0$, $a = 4$, $b = -5$, $c = -4$, $D = b^2 - 4ac = 25 + 4 \cdot 4 \cdot 4 = 89$;
 г) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$, $a = -2$, $b = 5$, $c = 3$, $D = b^2 - 4ac = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49$.
25.3. а) $x^2 - 8x - 84 = 0$, $D = 64 + 4 \cdot 84 > 0$, значит, уравнение имеет 2 корня;
 б) $36x^2 - 12x + 1 = 0$, $D = 144 - 4 \cdot 36 = 0$, значит, уравнение имеет 1 корень;
 в) $x^2 - 22x - 23 = 0$, $D = 22^2 + 4 \cdot 23 > 0$, значит, уравнение имеет 2 корня;
 г) $16x^2 - 8x + 1 = 0$, $D = 64 - 4 \cdot 16 = 0$, значит, уравнение имеет 1 корень.
25.4. а) $x^2 + 3x - 24 = 0$, $D = 9 + 4 \cdot 24 > 0$, значит, уравнение имеет 2 корня;
 б) $x^2 - 16x + 64 = 0$, $D = 256 - 4 \cdot 64 = 0$, значит, уравнение имеет 1 корень;
 в) $x^2 - 2x + 5 = 0$, $D = 4 - 4 \cdot 5 < 0$, значит, уравнение не имеет корней;
 г) $x^2 + 6x + 9 = 0$, $D = 36 - 4 \cdot 9 = 0$, значит, уравнение имеет 1 корень.
25.5. а) $x^2 - 5x + 6 = 0$, $D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 > 0$, значит,
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5+1}{2} = 3$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5-1}{2} = 2$;
 б) $x^2 - 2x - 15 = 0$, $D = 4 + 4 \cdot 15 = 64 > 0$, значит,
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2+8}{2} = 5$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2-8}{2} = -3$;
 в) $x^2 + 6x + 8 = 0$, $D = 36 - 4 \cdot 8 = 4 > 0$, значит,
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6+2}{2} = -2$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6-2}{2} = -4$,

$$г) x^2 - 3x - 18 = 0, D = 9 + 4 \cdot 18 = 81 > 0, \text{ значит}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 + 9}{2} = 6, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 - 9}{2} = -3.$$

$$25.6. а) (x + 21)^2 = 0; x = -21$$

$$б) x^2 + 8x + 7 = 0, D = 64 - 4 \cdot 7 = 36 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{-8 + 6}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{-8 - 6}{2} = -7;$$

$$в) x^2 - 34x + 289 = 0, D = 1156 - 4 \cdot 289 = 0, \text{ значит, } x = \frac{34}{2} = 17;$$

$$г) x^2 + 4x - 5 = 0; D = 16 - 4 \cdot (-5) = 36; x_{1,2} = \frac{-4 \pm 6}{2}; x_1 = -5; x_2 = 1.$$

$$25.7. а) 2x^2 + 3x + 1 = 0, D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 1}{4} = -0,5, \quad x_2 = \frac{-3 - 1}{4} = -1;$$

$$б) 3x^2 - 3x + 4 = 0, D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 4 < 0, \text{ значит, нет корней;}$$

$$в) 5x^2 - 8x + 3 = 0, D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{8 + 2}{10} = 1, \quad x_2 = \frac{8 - 2}{10} = 0,6;$$

$$г) 14x^2 + 5x - 1 = 0; D = 25 - 4 \cdot (-14) = 81; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{28}; x_1 = \frac{1}{7}; x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$25.8. а) 4x^2 + 10x - 6 = 0, 2x^2 + 5x - 3 = 0, D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 > 0; \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-5 - 7}{4} = -3;$$

$$б) 25x^2 + 10x + 1 = 0, D = 100 - 4 \cdot 25 = 0, \text{ значит, } x = -\frac{10}{2 \cdot 25} = -0,2,$$

$$в) 3x^2 - 8x + 5 = 0, D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4 > 0, \text{ значит, } x_1 = \frac{8 + 2}{6} = 1\frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{8 - 2}{6} = 1;$$

$$г) 4x^2 + x + 67 = 0, D = 1 - 4 \cdot 4 \cdot 67 < 0, \text{ значит, нет корней.}$$

$$25.9. а) 3x^2 + 32x + 80 = 0, D = 1024 - 4 \cdot 3 \cdot 80 = 64 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{-32 + 8}{6} = -4, \quad x_2 = \frac{-32 - 8}{6} = -\frac{20}{3} = -6\frac{2}{3};$$

$$б) 100x^2 - 160x + 63 = 0, D = 25600 - 4 \cdot 100 \cdot 63 = 400 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{160 + 20}{200} = 0,9, \quad x_2 = \frac{160 - 20}{200} = 0,7;$$

$$в) 5x^2 + 26x - 24 = 0, D = 676 + 4 \cdot 5 \cdot 24 = 1156 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{-26 + 34}{10} = 0,8, \quad x_2 = \frac{-26 - 34}{10} = -6;$$

$$г) 4x^2 - 12x + 9 = 0, D = 144 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0, \text{ значит, } x = \frac{12}{8} = 1,5.$$

$$25.10. а) -x^2 - 5x + 14 = 0; x^2 + 5x - 14 = 0; D = 25 - 4 \cdot (-14) = 81; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{2};$$

$$x_1 = 2; x_2 = -7.$$

$$6) -3x^2 - 2x + 5 = 0; 3x^2 + 2x - 5 = 0; D = 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 64; x_{1,2} = \frac{-2 \pm 8}{6};$$

$$x_1 = -\frac{5}{3}; x_2 = 1.$$

$$в) -x^2 + 26x - 25 = 0; x^2 - 26x + 25 = 0;$$

$$D = 26^2 - 4 \cdot 25 = 576; x_{1,2} = \frac{26 \pm 24}{2}; x_1 = 1; x_2 = 25.$$

$$г) -5x^2 - 9x + 2 = 0; 5x^2 + 9x - 2 = 0;$$

$$D = 81 + 4 \cdot 5 \cdot (2) = 121; x_{1,2} = \frac{-9 \pm 11}{10}; x_1 = -2; x_2 = \frac{1}{5}.$$

$$25.11. а) x^2 = 2x + 48, x^2 - 2x - 48 = 0, D = 4 + 4 \cdot 48 = 196 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{2+14}{2} = 8, x_2 = \frac{2-14}{2} = -6;$$

$$б) 6x^2 + 7x = 5, 6x^2 + 7x - 5 = 0, D = 49 + 4 \cdot 6 \cdot 5 = 169 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{-7+13}{12} = 0,5, x_2 = \frac{-7-13}{12} = -1\frac{2}{3};$$

$$в) x^2 = 4x + 96, x^2 - 4x - 96 = 0, D = 16 + 4 \cdot 96 = 400 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{4+20}{2} = 12, x_2 = \frac{4-20}{2} = -8;$$

$$г) 2x^2 - 2 = 3x, 2x^2 - 3x - 2 = 0, D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_2 = \frac{3+5}{4} = 2, x_1 = \frac{3-5}{4} = -0,5.$$

$$25.12. а) -x^2 = 5x - 36; x^2 + 5x - 36 = 0;$$

$$D = 25 - 4 \cdot (-36) = 169; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 13}{2}; x_1 = -9; x_2 = 4.$$

$$б) -3x^2 + 8 = 2x; 3x^2 + 2x - 8 = 0;$$

$$D = 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 100; x_{1,2} = \frac{-2 \pm 10}{6}; x_1 = -2; x_2 = \frac{4}{3}.$$

$$в) 25 = -26x - x^2; x^2 + 26x + 25 = 0;$$

$$D = 676 - 4 \cdot 25 = 576; x_{1,2} = \frac{-26 \pm 24}{2}; x_1 = -25; x_2 = -1.$$

$$г) -5x^2 = 9x - 80; 5x^2 + 9x - 80 = 0;$$

$$D = 81 - 4 \cdot 5 \cdot (-80) = 1681; x_{1,2} = \frac{-9 \pm 41}{10}; x_1 = -5; x_2 = 3,2.$$

$$25.13. а) x^2 + 7x + 2 = 0, D = 49 - 4 \cdot 2 = 41 > 0, \text{ значит, } x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2};$$

$$б) 2x^2 + 3x - 1 = 0, D = 9 + 4 \cdot 2 = 17 > 0, \text{ значит, } x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4};$$

$$в) x^2 - 5x + 3 = 0, D = 25 - 4 \cdot 3 = 13 > 0, \text{ значит, } x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2};$$

$$г) 5x^2 - x - 1 = 0, D = 1 + 4 \cdot 5 = 21 > 0, \text{ значит, } x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10}$$

25.14. а) $x^2 + 2x - 7 = 0$, $D = 4 + 4 \cdot 7 = 32 > 0$, значит,

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{2};$$

б) $2x^2 - 4x - 1 = 0$, $D = 16 + 4 \cdot 2 = 24 > 0$, значит,

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{6}}{2};$$

в) $x^2 + 6x + 3 = 0$, $D = 36 - 4 \cdot 3 = 24 > 0$, значит, $x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -3 \pm \sqrt{6}$

г) $5x^2 - 10x + 1 = 0$; $D = 100 - 4 \cdot 5 = 80$; $x_{1,2} = \frac{10 \pm 4\sqrt{5}}{10} = \frac{5 \pm 2\sqrt{5}}{5}$

25.15. а) $2x^2 + 10x + 12 = 0$; $x^2 + 5x + 6 = 0$;

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2}; x_1 = -3; x_2 = -2.$$

б) $-3x^2 + 18x - 24 = 0$; $x^2 - 6x + 8 = 0$; $D = 36 - 4 \cdot 8 = 4$; $x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2}$; $x_1 = 2$; $x_2 = 4$.

в) $6x^2 - 18 - 60 = 0$; $x^2 - 3x - 10 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot (-10) = 49$; $x_{1,2} = \frac{3 \pm 7}{2}$; $x_1 = -2$; $x_2 = 5$

г) $-4x^2 - 16x + 84 = 0$; $x^2 + 4x - 21 = 0$:

$$D = 16 + 4 \cdot 21 = 100; x_{1,2} = \frac{-4 \pm 10}{2}; x_1 = -7; x_2 = 3$$

25.16. а) $0,6x^2 + 0,8x - 7,8 = 0$, $6x^2 + 8x - 78 = 0$, $3x^2 + 4x - 39 = 0$,

$$D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot 39 = 484 > 0, \text{ значит, } x_1 = \frac{-4 + 22}{6} = 3, x_2 = \frac{-4 - 22}{6} = -\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3},$$

б) $0,25x^2 - x + 1 = 0$, $25x^2 - 100x + 100 = 0$, $x^2 - 4x + 4 = 0$,

$$D = 16 - 4 \cdot 4 = 0, \text{ значит, } x = \frac{4}{2} = 2;$$

в) $0,2x^2 - 10x + 125 = 0$, $2x^2 - 100x + 1250 = 0$, $x^2 - 50x + 625 = 0$,

$$D = 2500 - 4 \cdot 625 = 0, \text{ значит, } x = \frac{50}{2} = 25,$$

г) $\frac{4}{5}x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{3}{2} = 0$; $8x^2 - 14x - 15 = 0$;

$$D = 196 + 48 \cdot 15 = 676; x_{1,2} = \frac{14 \pm 26}{16}; x_1 = -\frac{3}{4}, x_2 = \frac{5}{2}$$

г) $0,2x^2 - 10x + 125 = 0$; $x^2 - 50x + 625 = 0$; $(x - 25)^2 = 0$; $x = 25$.

25.17. а) $\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$; $4x^2 + 12x + 3 = 0$;

$$D = 144 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 96 = 16 \cdot 6; x_{1,2} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{6}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{2};$$

б) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 = 0$; $x^2 - 4x + 4 = 0$; $(x - 2)^2 = 0$; $x = 2$.

в) $x^2 + 3x - 1\frac{1}{2} = 0$; $D = 9 - 4 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right) = 15$; $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2};$

$$г) x^2 - \frac{5}{12}x - \frac{1}{6} = 0; 12x^2 - 5x - 2 = 0;$$

$$D = 25 - 4 \cdot 12 \cdot (-2) = 128; x_{1,2} = \frac{5 \pm 11}{24}; x_1 = -\frac{1}{4}; x_2 = \frac{2}{3}.$$

$$25.18. а) 6x(2x+1) = 5x+1, 12x^2 + 6x - 5x - 1 = 0, 12x^2 + x - 1 = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 12 = 49 > 0, \text{ значит, } x_1 = \frac{-1+7}{24} = 0,25, x_2 = \frac{-1-7}{24} = -\frac{1}{3};$$

$$б) 2x(x-8) = -x-18, 2x^2 - 16x + x + 18 = 0, 2x^2 - 15x + 18 = 0,$$

$$D = 225 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 81 > 0, \text{ значит, } x_1 = \frac{15+9}{4} = 6, x_2 = \frac{15-9}{4} = 1,5;$$

$$в) 8x(1+2x) = -1, 16x^2 + 8x + 1 = 0, D = 64 - 4 \cdot 16 = 0, \text{ значит, } x = \frac{-8}{32} = -0,25;$$

$$г) x(x-5) = 1-4x, x^2 - 5x - 1 + 4x = 0, x^2 - x - 1 = 0, D = 1 + 4 = 5 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$25.19. а) (x-2)^2 = 3x-8, x^2 - 4x + 4 - 3x + 8 = 0, x^2 - 7x + 12 = 0,$$

$$D = 49 - 4 \cdot 12 = 1 > 0, \text{ значит, } x_1 = \frac{7+1}{2} = 4, x_2 = \frac{7-1}{2} = 3;$$

$$б) (3x-1)(x+3) + 1 = x(1+6x), 3x^2 - x + 9x - 3 + 1 - x - 6x^2 = 0,$$

$$-3x^2 + 7x - 2 = 0, 3x^2 - 7x + 2 = 0, D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 > 0, \text{ значит,}$$

$$x_1 = \frac{7+5}{6} = 2, x_2 = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3};$$

$$в) 5(x+2)^2 = -6x-44, 5x^2 + 20x + 20 + 6x + 44 = 0, 5x^2 + 26x + 64 = 0,$$

$$D = 676 - 4 \cdot 5 \cdot 64 < 0, \text{ значит, нет корней;}$$

$$г) (x+4)(2x-1) = x(3x+11), 2x^2 + 8x - x - 4 = 3x^2 + 11x, x^2 + 4x + 4 = 0,$$

$$D = 16 - 4 \cdot 4 = 0, \text{ значит } x = -\frac{4}{2} = -2.$$

25.20. Уравнение имеет 1 корень, если $D = 0$:

$$а) x^2 - px + 9 = 0, D = p^2 - 4 \cdot 9 = p^2 - 36, p^2 - 36 = 0, p^2 = 36, p_{1,2} = \pm 6;$$

$$б) x^2 + 3px + p = 0, D = 9p^2 - 4p, 9p^2 - 4p = 0, p(9p - 4) = 0, p_1 = 0, p_2 = \frac{4}{9};$$

$$в) x^2 + px + 16 = 0, D = p^2 - 4 \cdot 16, p^2 - 64 = 0, p^2 = 64, p_{1,2} = \pm 8;$$

$$г) x^2 - 2px + 3p = 0, D = 4p^2 - 4 \cdot 3p, p^2 - 3p = 0, p(p - 3) = 0, p_1 = 0, p_2 = 3.$$

$$25.21. 3x^2 - px - 2 = 0, D = p^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = p^2 + 24,$$

$p^2 + 24 > 0$ для любого p , значит, $D > 0$ для любого p , значит, уравнение имеет при любом p 2 корня, что и требовалось доказать.

25.22. I этап:

Пусть x – искомое натуральное число, тогда x^2 – его квадрат или $x + 56$.

Уравнение: $x^2 = x + 56$.

II этап: $x^2 - x - 56 = 0, D = 1 + 4 \cdot 56 = 225, x_1 = \frac{1+15}{2} = 8, x_2 = -7.$

III этап: $x_2 = -7$ – не удовлетворяет условию задачи.

Так что искомое число 8. Ответ: 8.

25.23. I этап: Пусть x см – ширина прямоугольника, $(x+5)$ см – длина прямоугольника, тогда $x(x+5)$ см² – его площадь или 84 см².

Уравнение: $x(x+5) = 84$.

II этап: $x^2 + 5x - 84 = 0$, $D = 25 + 4 \cdot 84 = 361$, $x_1 = \frac{-5+19}{2} = 7$, $x_2 = \frac{-5-19}{2} = -12$.

III этап: $x_2 = -12 < 0$ – не удовлетворяет условию задачи. Так что

7 см – ширина прямоугольника, $7 + 5 = 12$ (см) – длина прямоугольника.

Ответ: 7 см и 12 см.

25.24. I этап: Пусть x – первое число, $(x+2)$ – второе число, $x(x+2)$ – их произведение или 120.

Уравнение: $x(x+2) = 120$.

II этап: $x^2 + 2x - 120 = 0$, $D = 4 + 4 \cdot 120 = 484$, $x_1 = \frac{-2+22}{2} = 10$, $x_2 = \frac{-2-22}{2} = -12$.

III этап: 10 – первое число, $10 + 2 = 12$ – второе число, или -12 – первое число; $-12 + 2 = -10$ – второе число.

Ответ: 10 и 12 или -12 и -10 .

25.25. I этап: Пусть x м – длина первого катета, $(x+31)$ м – длина второго катета, тогда $\frac{1}{2}x(x+31)$ м² – площадь треугольника или 180 м².

Уравнение: $\frac{1}{2}x(x+31) = 180$.

II этап: $x^2 + 31x - 360 = 0$,

$D = 961 + 4 \cdot 360 = 2401$, $x_1 = \frac{-31+49}{2} = 9$, $x_2 = \frac{-31-49}{2} = -40$.

III этап: $x_2 = -40 < 0$ – не удовлетворяет условию. Так что

9 м – длина первого катета, $9 + 31 = 40$ (м) – длина второго.

Ответ: 9 м и 40 м.

25.26. I этап: Пусть x см – длина АВ,

тогда $AD = x$ см и

$АН = (x-3)$ см. Тогда

$x(x-3)$ см² = площадь АВЕН или 70 см².

Уравнение: $x(x-3) = 70$.

II этап: $x^2 - 3x - 70 = 0$, $D = 9 + 4 \cdot 70 = 289$,

$x_1 = \frac{3+17}{2} = 10$, $x_2 = \frac{3-17}{2} = -7$.

III этап: $x_2 = -7 < 0$ – не удовлетворяет условию задачи. Так что 10 см – длина АВ, т.е. первоначальный размер листа.

Ответ: 10 см.

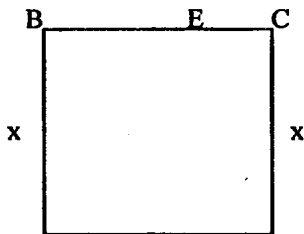
25.27. I этап: Пусть x – первое натуральное число, тогда $x+1$ – второе число,

$x+x+1 = 2x+1$ – их сумма, $x(x+1)$ – их произведение или $2x+1+271$

Уравнение: $x(x+1) = 2x+1+271$.

II этап: $x^2 + x - 2x - 272 = 0$, $x^2 - x - 272 = 0$, $D = 1 + 4 \cdot 272 = 1089$,

$x_1 = \frac{1+33}{2} = 17$, $x_2 = \frac{1-33}{2} = -16$.



III этап: $x_2 = -16 < 0$ – не удовлетворяет условию. Так что 17 – первое число, $17 + 1 = 18$ – второе число. Ответ: 17 и 18.

25.28. I этап: Пусть x — первое натуральное число, $x + 1$ — второе число. $x^2 + (x + 1)^2$ — сумма квадратов или 1201.

Уравнение: $x^2 + (x + 1)^2 = 1201$

II этап: $x^2 + (x + 1)^2 = 1201$, $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 1201$, $2x^2 + 2x - 1200 = 0$
 $x^2 + x - 600 = 0$, $D = 1 + 600 \cdot 4 = 2401$

$$x_1 = \frac{-1 + 49}{2} = 24, x_2 = \frac{-1 - 49}{2} = -25$$

III этап: $x^2 = -25$ — не удовлетворяет условию, тогда 24 – первое число, 25 – второе число.

Разность квадратов этих чисел: $25^2 - 24^2 = (25 - 24)(25 + 24) = 49$.

Ответ: 49.

25.29. I этап: Пусть x – первое натуральное число, тогда $x + 1$ – второе число, $x + 2$ – третье число, $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2$ – сумма их квадратов или 1589

Уравнение: $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 1589$.

II этап: $x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 - 1589 = 0$, $3x^2 + 6x - 1584 = 0$,

$$x^2 + 2x - 528 = 0, D = 4 + 4 \cdot 528 = 2116, x_1 = \frac{-2 + 46}{2} = 22, x_2 = \frac{-2 - 46}{2} = -24$$

III этап: $x_2 = -24 < 0$ – не удовлетворяет условию задачи. Так что

22 – первое число, $22 + 1 = 23$ – второе число, $22 + 2 = 24$ – третье число.

Ответ: 22, 23, 24.

25.30. I этап: Пусть x см – гипотенуза, тогда $(x - 32)$ см – первый катет, $(x - 9)$ см – второй катет. Используя теорему Пифагора, получаем уравнение: $x^2 = (x - 32)^2 + (x - 9)^2$.

II этап: $x^2 = x^2 - 64x + 1024 + x^2 - 18x + 81$, $x^2 - 82x + 1105 = 0$,

$$D = 6724 - 4 \cdot 1105 = 2304, x_1 = \frac{82 + 48}{2} = 65, x_2 = \frac{82 - 48}{2} = 17.$$

III этап: $x_2 = 17$ – не удовлетворяем условию задачи, т.к. длина первого катета в этом случае равна $17 - 32 < 0$. Так что 65 см – гипотенуза, $65 - 32 = 33$ (см) – первый катет, $65 - 9 = 56$ (см) – второй катет.

Ответ: 33, 56 и 65 см.

25.31. Пусть x см — гипотенуза треугольника. Тогда имеем:

$$(x - 8)^2 + (x - 4)^2 = x^2; x^2 - 16x + 64 + x^2 - 8x + 16 = x^2; x^2 - 24x + 80 = 0;$$

$$D = 576 - 4 \cdot 80 = 256; x_{1,2} = \frac{24 \pm 16}{2}; x_1 = 4; x_2 = 20.$$

x_1 не подходит, так как $x > 8$. Ответ: 20 см.

26.32. $x^2 + (x + 1)^2 = x(x + 1) + 307$; $x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + x + 307$; $x^2 + x - 306 = 0$;

$$D = 1 + 4 \cdot 306 = 1225; x_{1,2} = \frac{-1 \pm 35}{2}; x = 17. \quad \text{Ответ: 17 и 18.}$$

25.33. $(x + x + 1)^2 = x^2 + (x + 1)^2 + 840$;

$$4x^2 + 4x + 1 = 2x^2 + 2x + 841; 2x^2 + 2x - 840 = 0; x^2 + x - 420 = 0;$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-420) = 1681; x_{1,2} = \frac{-1 \pm 41}{2}; x = 20;$$

Ответ: 20 и 21.

25.35. I этап. Пусть x — предполагаемый процент снижения стоимости миксера. Т.е за первый месяц цена миксера станет $2500 - 2500 \frac{x}{100}$,

тогда $(x+10)\%$ — процент снижения стоимости за второй месяц.

За два месяца стоимость миксера снизится на

$$2500 \frac{x}{100} + \left(2500 - 2500 \frac{x}{100} \right) \frac{x+10}{100} \text{ рублей.}$$

Стоимость миксера станет равна

$$2500 - 2500 \frac{x}{100} - \left(2500 - 2500 \frac{x}{100} \right) \frac{x+10}{100} \text{ или } 1800 \text{ рублй.}$$

$$\text{Уравнение: } 2500 - 2500 \frac{x}{100} - \left(2500 - 2500 \frac{x}{100} \right) \frac{x+10}{100} = 1800.$$

$$\text{II этап: } 2500 - 25x - (2500 - 25x)(x+10) = 1800;$$

$$2500 - 25x - 25x + 0,25x^2 - 250 + 2,5x = 1800; x^2 - 190x + 1800 = 0$$

$$D = 36100 - 7200 = 28900 = 170^2 \quad x_{1,2} = \frac{190 \pm 170}{2}$$

III этап: $x = 180\%$ — не подходит, т.к. стоимость миксера не может стать меньше 0, тогда 10% — предполагаемый процент снижения стоимости миксера.

Ответ: 10% .

$$\text{25.36. а) } x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0, D = 18 - 4 \cdot 4 = 2,$$

$$x_1 = \frac{-3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}, \quad x_2 = \frac{-3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{-4\sqrt{2}}{2} = -2\sqrt{2};$$

$$\text{б) } 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 1 = 0, D = 48 - 4 \cdot 4 = 32,$$

$$x_{1,2} = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{32}}{8} = \frac{-4\sqrt{3} \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в) } x^2 - 3\sqrt{5} - 20 = 0;$$

$$D = 9 \cdot 5 + 4 \cdot 20 = 125; x_{1,2} = \frac{3\sqrt{5} \pm 5\sqrt{5}}{2}; x_1 = -\sqrt{5}; x_2 = 4\sqrt{5}.$$

$$\text{г) } 4x^2 - 2\sqrt{7}x + 1 = 0, D = 28 - 4 \cdot 4 = 12,$$

$$x_{1,2} = \frac{2\sqrt{7} \pm \sqrt{12}}{8} = \frac{2\sqrt{7} \pm 2\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{7} \pm \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{25.37. а) } (2x-1)(2x+1) + x(x-1) = 2x(x+1), 4x^2 - 1 + x^2 - x - 2x^2 - 2x = 0,$$

$$3x^2 - 3x - 1 = 0, D = 9 + 4 \cdot 3 = 21, x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{6};$$

$$\text{б) } (3x+1)2 - x(7x+5) = 4, 9x^2 + 6x + 1 - 7x^2 - 5x - 4 = 0, 2x^2 + x - 3 = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25, x_1 = \frac{-1+5}{4} = 1, x_2 = \frac{-1-5}{4} = -1,5;$$

$$\text{в) } (3x-1)(3x+1) - 2x(1+4x) = -2, 9x^2 - 1 - 2x - 8x^2 + 2 = 0, x^2 - 2x + 1 = 0,$$

$$(x-1)^2 = 0, x-1 = 0, x = 1;$$

$$\text{г) } (2x+1)^2 + 2 = 2 - 6x^2, 6x^2 + 4x + 1 = 0, 10x^2 + 4x + 1 = 0,$$

$$D = 16 - 4 \cdot 10 < 0, \text{ значит, нет корней.}$$

$$25.38. \text{ а) } \frac{x^2-3}{3} = \frac{2x+4}{5}, 5x^2-6x=6x+12; 5x^2-11x-12=0;$$

$$D=121-4\cdot 5\cdot (-12)=361; x_{1,2}=\frac{11\pm 19}{10}, x_1=-0,8; x_2=2.$$

$$\text{ б) } \frac{x^2-3}{2}-6x=5, x^2-3-12x-10=0, x^2-12x-13=0, D=144+4\cdot 13=196,$$

$$x_1=\frac{12+14}{2}=13, x_2=\frac{12-14}{2}=-1,$$

$$\text{ в) } \frac{2x^2+x}{5}=\frac{4x-2}{3}, 6x^2+3x=20x-10, 6x^2-17x+10=0, D=289-4\cdot 6\cdot 10=49,$$

$$x_1=\frac{17+7}{12}=2, x_2=\frac{17-7}{12}=\frac{5}{6}.$$

$$\text{ г) } \frac{4x^2+x}{3}-\frac{5x-1}{6}=\frac{x^2+17}{9}, 24x^2+6x-15x+3-2x^2-34=0, 12x^2-9x-31=0,$$

$$D=81+4\cdot 12\cdot 31=2809, x_1=\frac{9+53}{44}=\frac{62}{44}=\frac{31}{22}, x_2=\frac{9-53}{44}=-1$$

25.39. Уравнение имеет 2 корня, если $D > 0$

а) $x^2+px=0, D=p^2, p^2>0$, если $p \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$, т.е. $D>0$ не для любого p .

б) $x^2 - px - 5 = 0, D = p^2 + 4\cdot 5 = p^2 + 20 > 0$ для любого p , значит, уравнение имеет два корня при любом p .

в) $x^2 + px + 5 = 0, D = p^2 - 4\cdot 5 = p^2 - 20, D > 0$ не для любого p ;

г) $px^2 - 2 = 0, D = 4\cdot 2\cdot p = 8p, D > 0$ не для любого p

Ответ $x^2 - px - 5 = 0$

25.40. I этап. Пусть x команд участвовало в чемпионате, тогда каждая команда сыграла $(x-1)$ матч. Всего было сыграно $\frac{x(x-1)}{2}$ матча. Известно,

что всего было сыграно 66 матчей, значит, получаем $\frac{x(x-1)}{2} = 66$, это математическая модель

II этап. $x^2 - x = 132, x^2 - x - 132 = 0, D = 1 + 4\cdot 132 = 529.$

$$x_1=\frac{1+23}{2}=12, x_2=\frac{1-23}{2}=-11$$

III этап. Спрашивается, сколько было команд? Получаем 2 возможности: либо 12, либо -11. Второе значение нас не устраивает. Значит, было 12 команд.

Ответ: 12.

25.41. I этап. Пусть x - количество учеников, обменявшихся фотокарточками. Тогда: $x-1$ фотокарточку отдал каждый ученик, $x(x-1)$ фотокарточек было роздано. Известно, что всего было роздано 210 фотокарточек. Значит, $x(x-1)=210$

$$\text{ II этап: } x^2 - x - 210 = 0, D = 1 + 4\cdot 210 = 841, x_1=\frac{1+29}{2}=15, x_2=\frac{1-29}{2}=-14$$

III этап. Видно, что $x = -14$ нам не подходит, значит, фотокарточками обменялось 15 учащихся. Ответ: 15

25.42. I этап: Пусть x – задуманное число. Тогда $x^2 + 36$ – новое число. Известно, что получили число, большее задуманного в 20 раз, т.е. $20x$. Отсюда приходим к уравнению: $20x = x^2 + 36$.

II этап: $x^2 - 20x + 36 = 0$, $D = 400 - 4 \cdot 36 = 256$,

$$x_1 = \frac{20+16}{2} = 18, \quad x_2 = \frac{20-16}{2} = 2.$$

III этап: Мы получили два значения для задуманного числа 2 и 18, т.к. было задумано двузначное число, то это число 18. Ответ: 18.

25.43. I этап: Пусть x км/ч – скорость грузового автомобиля. Тогда:

$(x + 20)$ км/ч – скорость легкового автомобиля, $1,5x$ км – проедет грузовой автомобиль за 1,5 ч, $1,5(x + 20)$ км – проедет легковой автомобиль за 1,5 ч

Известно, что автомобили сехали на север и на восток, значит квадрат расстояния между ними может быть найден по теореме Пифагора. Получаем $(1,5x)^2 + (1,5(x + 20))^2 = 150^2$, т.к. расстояние между ними составило 150 км.

II этап: $1,5^2(x^2 + x^2 + 40x + 400) = 1,5^2 \cdot 100^2$, $2x^2 + 40x + 400 = 10000$,

$x^2 + 20x + 200 = 5000$, $x^2 + 20x - 4800 = 0$, $D = 400 + 4 \cdot 4800 = 19600$,

$$x_1 = \frac{-20+140}{2} = 60, \quad x_2 = \frac{-20-140}{2} = -80.$$

III этап: Ясно, что скорость не может быть отрицательной, значит, скорость грузового автомобиля 60 км/ч, $60 + 20 = 80$ (км/ч) – скорость легкового автомобиля. Ответ: 60 км/ч, 80 км/ч.

25.44. I этап. Пусть $x\%$ — первоначальный процент повышения зарплаты, S – размер зарплаты. После первоначального повышения она станет равна

$$S + S \cdot \frac{x}{100} = S \left(\frac{100+x}{100} \right).$$

Второе повышение — $2x\%$, после него зарплата станет равна

$$S \left(\frac{100+x}{100} \right) \cdot \frac{2x}{100} + S \left(\frac{100+x}{100} \right) = S \left(\frac{100+x}{100} \right) \left(\frac{100+2x}{100} \right).$$

По условию это равно $S + 0,32S = 1,32S$.

II этап. $(100+x)(100+2x) = 13200$, $10000 + 100x + 200x + 2x^2 = 13200$,

$2x^2 + 300x - 3200 = 0$, $x^2 + 150x - 1600 = 0$

$$D = 150^2 - 1600 \cdot 4 = 28900 = 170^2, \quad x_{1,2} = \frac{-150 \pm 170}{2}.$$

III этап. Получилось 2 значения процента повышения зарплаты 10% и -160%. Ясно, что возможно только повышение на 10%.

Ответ: 10%.

25.45. а) $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0$, $x^2 + x - 2 = 0$,

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9, \quad x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, \quad x_2 = -2 \text{ – посторонний корень. Ответ: } 1$$

б) $x^2 + (\sqrt{x-2})^2 - 4 = 0$, $x^2 + x - 2 - 4 = 0$, $x^2 + x - 6 = 0$,

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25, \quad x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3,$$

$x_2 = -3$ – посторонний корень, т.е. выражение $\sqrt{x-2}$ не имеет смысла.
 Ответ: 2.

в) $x^2 - 3(\sqrt{x})^2 - 4 = 0, x^2 - 3x - 4 = 0, D = 9 + 4 \cdot 4 = 25,$

$x_1 = \frac{3+5}{2} = 4, x_2 = \frac{3-5}{2} = -1$ – посторонний корень. Ответ: 4.

г) $x^2 + (\sqrt{x+3})^2 - 5 = 0, x^2 + x + 3 - 5 = 0, x^2 + x - 2 = 0, D = 1 + 4 \cdot 2 = 9,$

$x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, x_2 = -2$. Ответ: -2; 1.

25.46. а) $x^2 - (2p-2)x + p^2 - 2p = 0, D = (2p-2)^2 - 4 \cdot (p^2 - 2p) =$
 $= 4p^2 - 8p + 4 - 4p^2 + 8p = 4,$

$x_1 = \frac{2p-2+2}{2} = p, x_2 = \frac{2p-2-2}{2} = p-2;$

б) $x^2 - \frac{2p+3}{6}x + \frac{p}{6} = 0, 6x^2 - (2p+3)x + p = 0,$

$D = (2p+3)^2 - 4 \cdot 6 \cdot p = 4p^2 + 12p + 9 - 24p = 4p^2 - 12p + 9 = (2p-3)^2,$

$x_1 = \frac{2p+3+2p-3}{12} = \frac{p}{3}, x_2 = \frac{2p+3-2p+3}{12} = 0,5;$

в) $x^2 - (1-p)x - 2p = 2p^2, x^2 - (1-p)x - (2p+2p^2) = 0,$

$D = (p-1)^2 + 4(2p+2p^2) = p^2 + 1 - 2p + 8p + 8p^2 = 9p^2 + 6p + 1 = (3p+1)^2$

$x_1 = \frac{-p+1+3p+1}{2} = p+1, x_2 = \frac{-p+1-3p-1}{2} = -2p$

г) $x^2 + \frac{3p+2}{6}x + \frac{p}{6} = 0, 6x^2 + (3p+2)x + p = 0,$

$D = (3p+2)^2 - 6 \cdot 4 \cdot p = (3p-2)^2$

$x_1 = \frac{-3p-2+3p-2}{12} = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{-3p-2-3p+2}{12} = -\frac{p}{2}$

25.47. $x^2 - px + p - 2 = 0$, уравнение имеет один корень, если $D = 0$,

$D = p^2 - 4(p-2) = p^2 - 4p + 8, p^2 - 4p + 8 = 0,$

$D_1 = 16 - 4 \cdot 8 < 0$, значит, уравнение $p^2 - 4p + 8 = 0$ не имеет корней, т.е. не существует такого p , при котором $D = 0$. Что и требовалось доказать.

25.48. а) 1) $x \geq 0; x^2 + 5x - 6 = 0; D = 25 - 4 \cdot (-6) = 49; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{2}, x_1 = 1$

2) $x < 0; x^2 + 5x + 6 = 0; D = 25 - 4 \cdot 6 = 1; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2}; x_2 = -3; x_1 = -2.$

б) 1) $x > 0; x^2 - 7x + 12 = 0; D = 49 - 4 \cdot 12 = 1; x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2}; x_1 = 3; x_2 = 4$

2) $x < 0; -x^2 - 7x + 12 = 0; x^2 + 7x - 12 = 0;$

$D = 49 - 4 \cdot (-12) = 97; x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{2}; x_1 = \frac{-7 - \sqrt{97}}{2};$

в) 1) $x > 0; x^2 + 5x - 6 = 0; x = 1.$ 2) $x < 0; x^2 - 5x - 6 = 0; x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{2}, x_2 = -1$

$$г) 1) x \geq 0; x^2 + 7x + 12 = 0; x_{1,2} = \frac{-7 \pm 1}{2} = 0; \text{ нет корней.}$$

$$2) x < 0; -x^2 + 7x + 12 = 0; x^2 - 7x - 12 = 0;$$

$$D = 49 + 4 \cdot 12 = 97; x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{97}}{2}; x = \frac{7 - \sqrt{97}}{2}.$$

§ 26. Рациональные уравнения

$$26.1. а) 3x + \frac{4}{x} = 7, 3x + \frac{4}{x} - 7 = 0, \frac{3x^2 - 7x + 4}{x} = 0, 3x^2 - 7x + 4 = 0,$$

$$D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 1, x_1 = \frac{7+1}{6} = 1\frac{1}{3}, x_2 = 1, x \neq 0. \text{ Ответ: } 1; 1\frac{1}{3}.$$

$$б) \frac{2x^2 - 10}{x+5} - 4 = 0;$$

$$2x^2 - 10 - 4(x+5) = 0; x \neq -5; 2x^2 - 4x - 30 = 0; x^2 - 2x - 15 = 0;$$

$$D = 4 = 4 \cdot (-15) = 64; x_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2}, x_1 = -3; x_2 = 5.$$

$$в) x - 10 = \frac{24}{x}, x - 10 - \frac{24}{x} = 0, \frac{x^2 - 10x - 24}{x} = 0, x^2 - 10x - 24 = 0,$$

$$D = 100 + 4 \cdot 24 = 196, x_1 = \frac{10+14}{2} = 12, x_2 = -2, x \neq 0. \text{ Ответ: } -2; 12.$$

$$г) \frac{x^2+3}{x^2+1} = 2, \frac{x^2+3}{x^2+1} - 2 = 0, \frac{x^2+3-2x^2-2}{x^2+1} = 0, \frac{x^2-1}{x^2+1} = 0,$$

$$x^2 - 1 = 0, x_{1,2} = \pm 1. \text{ Ответ: } -1; 1.$$

$$26.2. а) \frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} = 2x, \frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} - 2x = 0,$$

$$4x^2 + 12x + x - 3x^2 - 16x = 0,$$

$$x^2 - 3x = 0, x(x-3) = 0, x_1 = 0, x_2 = 3;$$

$$б) \frac{2x+1}{3} - \frac{4x-x^2}{12} = \frac{x^2-4}{9},$$

$$24x + 12 - 12x + 3x^2 - 4x^2 + 16 = 0, -x^2 + 12x + 28 = 0, x^2 - 12x - 28 = 0,$$

$$D = 144 + 4 \cdot 28 = 256, x_1 = \frac{12+16}{2} = 14, x_2 = -2.$$

$$26.3. а) \frac{x^2-4}{8} - \frac{2x+3}{5} = 1, 5x^2 - 20 - 16x - 24 - 40 = 0, 5x^2 - 16x - 84 = 0,$$

$$D = 256 + 4 \cdot 5 \cdot 84 = 1936, x_1 = \frac{16+44}{10} = 6, x_2 = -2,8;$$

$$б) \frac{3x+4}{5} - \frac{x^2-4x-3}{3} = -1, 9x + 12 - 5x^2 + 20x + 15 = -15, 5x^2 - 29x - 42 = 0,$$

$$D = 841 + 4 \cdot 5 \cdot 42 = 1681, x_{1,2} = \frac{29 \pm 41}{10}, x_1 = 7, x_2 = -1,2.$$

В условии задачника опечатка.

$$26.4. \text{ а) } \frac{6}{x+1} = \frac{x^2-5x}{x+1}, \frac{6}{x+1} - \frac{x^2-5x}{x+1} = 0, \frac{6-x^2+5x}{x+1} = 0, x^2-5x-6=0,$$

$$D = 25 + 4 \cdot 6 = 49, x_1 = \frac{5+7}{2} = 6, x_2 = -1, x \neq -1, x_2 = -1 - \text{посторонний корень.}$$

Ответ: 6.

$$\text{б) } \frac{x^2-6}{x-4} = \frac{x}{x-4}, \frac{x^2-6}{x-4} - \frac{x}{x-4} = 0, \frac{x^2-6-x}{x-4} = 0, x^2-6-x=0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25, x_1 = \frac{1+5}{2} = 3, x_2 = -2, x \neq 4. \text{ Ответ: } -2; 3$$

$$\text{в) } \frac{x-x^2}{5-x} = \frac{-20}{5-x}, \frac{x^2-x-20}{5-x} = 0, x^2-x-20=0; x \neq 5: x_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{2}; x = -4$$

$$\text{г) } \frac{3x^2-x}{1-x} = \frac{2}{1-x}, \frac{3x^2-x}{1-x} - \frac{2}{1-x} = 0, \frac{3x^2-x-2}{1-x} = 0, 3x^2-x-2=0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25, x_1 = \frac{1+5}{6} = 1, x_2 = -\frac{2}{3}, x \neq 1, x = 1 - \text{посторонний корень.}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{2}{3}$$

$$26.5. \text{ а) } \frac{3x^2-14x}{x-4} = \frac{8}{4-x}, \frac{3x^2-14x}{x-4} + \frac{8}{x-4} = 0, \frac{3x^2-14x+8}{x-4} = 0$$

$$3x^2-14x+8=0, D = 196 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 100, x_1 = \frac{14+10}{6} = 4, x_2 = \frac{2}{3}, x \neq 4,$$

$$x = 4 - \text{посторонний корень. Ответ: } \frac{2}{3}$$

$$\text{б) } \frac{-2x^2+6}{x+6} = \frac{11x}{6+x}, 2x^2 + 11x - 6 = 0, x \neq -6, D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 169.$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm 13}{4}, x = \frac{1}{2}$$

$$\text{в) } \frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}, \frac{2x^2}{x-2} + \frac{-7x+6}{x-2} = 0, \frac{2x^2-7x+6}{x-2} = 0, 2x^2-7x+6=0,$$

$$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 1, x_1 = \frac{7+1}{4} = 2, x_2 = 1.5, x \neq 2, x_1 = 2 - \text{посторонний корень}$$

Ответ: 1.5.

$$\text{г) } \frac{x^2+x}{x+3} = \frac{6}{3+x}, \frac{x^2+x-6}{x+3} = 0, x^2+x-6=0, D = 1 + 24 = 25,$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, x_2 = -3 - \text{посторонний корень. Ответ: } 2.$$

$$26.6. \text{ а) } \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}, \frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0, \frac{3x^2+12x-2x^2-4x}{3(x+2)} = 0,$$

$$\frac{x^2+8x}{x+2} = 0, x^2+8x=0, x_1=0, x_2=-8, x \neq -2. \text{ Ответ: } 0; -8.$$

$$6) \frac{5x-3}{x-3} - \frac{2x-3}{x} = 0;$$

$$x(5x-3) - (x-3)(2x-3) = 0; x \neq 0, x \neq 3.$$

$$5x^2 - 3x - 2x^2 + 9x - 9 = 0; 3x^2 + 6x - 9 = 0; x^2 + 2x - 3 = 0;$$

$$D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16; x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2}; x_1 = -3; x_2 = 1.$$

$$b) \frac{x^2-5}{x-1} = \frac{7x+10}{9}, \frac{x^2-5}{x-1} - \frac{7x+10}{9} = 0, \frac{9x^2-45-(x-1)(7x+10)}{x-1} = 0,$$

$$9x^2 - 45 - (7x^2 + 3x - 10) = 0, 2x^2 - 3x - 35 = 0, D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 35 = 289,$$

$$x_1 = \frac{3+17}{4} = 5, x_2 = \frac{3-17}{4} = -\frac{7}{2}, x \neq 1. \text{ Ответ: } -\frac{7}{2}; 5.$$

$$r) \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3x+2}{x}, \frac{2x+3}{x+2} - \frac{3x+2}{x} = 0, \frac{2x^2+3x-(x+2)(3x+2)}{x(x+2)} = 0,$$

$$2x^2 + 3x - (3x^2 + 8x + 4) = 0, -x^2 - 5x - 4 = 0, x^2 + 5x + 4 = 0, D = 25 - 4 \cdot 4 = 9,$$

$$x_1 = \frac{-5+3}{2} = -1, x_2 = -4, x \neq 0, x \neq -2. \text{ Ответ: } -4; -1.$$

$$26.7. a) \frac{2}{x^2-3} - \frac{1}{x} = 0; 2x - (x^2 - 3) = 0; x \neq 0; x \neq \pm\sqrt{3}; x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16; x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2}; x_1 = -1; x_2 = 3.$$

$$6) \frac{4x+1}{x-3} = \frac{3x-8}{x+1}, \frac{4x+1}{x-3} - \frac{3x-8}{x+1} = 0, \frac{(x+1)(4x+1) - (x-3)(3x-8)}{(x+1)(x-3)} = 0,$$

$$4x^2 + 5x + 1 - (3x^2 - 17x + 24) = 0, x^2 + 22x - 23 = 0, D = 484 + 4 \cdot 23 = 576,$$

$$x_1 = \frac{-22+24}{2} = 1, x_2 = -23, x \neq -1, x \neq 3. \text{ Ответ: } -23; 1.$$

$$b) \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}, \frac{3}{x^2+2} - \frac{1}{x} = 0, \frac{3x-x^2-2}{x(x^2+2)} = 0, x^2 - 3x + 2 = 0, D = 9 - 4 \cdot 2 = 1.$$

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = 2, x_2 = 1, x \neq 0. \text{ Ответ: } 1; 2.$$

$$r) \frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}, \frac{2x-1}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0, \frac{(2x-1)(x-1) - (x+7)(3x+4)}{(x-1)(x+7)} = 0,$$

$$\frac{2x^2 - 3x + 1 - (3x^2 + 25x + 28)}{(x-1)(x+7)} = 0, -x^2 - 28x - 27 = 0, x^2 + 28x + 27 = 0,$$

$$D = 784 - 4 \cdot 27 = 676, x_1 = \frac{-28+26}{2} = -1, x_2 = -27, x \neq 1, x \neq -7. \text{ Ответ: } -1; -27$$

$$26.8. a) \frac{x+1}{x+5} + \frac{x-2}{x-5} = 0; (x+1)(x-5) + (x+5)(x-2) = 0; x \neq \pm 5,$$

$$x^2 - 4x - 5 + x^2 + 3x - 10 = 0; 2x^2 - x - 15 = 0;$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 121; x_{1,2} = \frac{1 \pm 11}{4}; x_1 = -\frac{5}{2}; x_2 = 3.$$

$$7) \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} = 3, \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} - 3 = 0,$$

$$\frac{(3x-9)(x+1) + (x+6)(x-1) - 3(x^2-1)}{(x-1)(x+1)} = 0, 3x^2 - 6x - 9 + x^2 - 5x - 6 - 3x^2 + 3 = 0,$$

$$x^2 - x - 12 = 0, D = 1 + 4 \cdot 12 = 49, x_1 = \frac{1+7}{2} = 4, x_2 = -3, x \neq \pm 1$$

Ответ: -3, 4

$$8) \frac{3x+3}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1,$$

$$(3x+3)(x-2) - (x-1)(x+2) = x^2 - 4; x \neq \pm 2; 3x^2 - 3x - 6 - x^2 - x + 2 = x^2 - 4x - 4x = 0; x = 0; x_2 = 4;$$

$$9) \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5, \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} - 5 = 0, \frac{(2x-2)(x-3) + (x+3)(x+3) - 5(x^2-9)}{(x-3)(x+3)} =$$

$$2x^2 - 8x + 6 + x^2 + 6x + 9 - 5x^2 + 45 = 0, -2x^2 - 2x + 60 = 0, x^2 + x - 30 = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 30 = 121, x_1 = \frac{-1+11}{2} = 5, x_2 = -6, x \neq \pm 3 \text{ Ответ: } -6; 5$$

$$26.9. a) \frac{36}{x(x-12)} - \frac{3}{x-12} = 3, \frac{36}{x(x-12)} - \frac{3}{x-12} - 3 = 0, \frac{36 - 3x - 3x(x-12)}{x(x-12)} = 0$$

$$12 - x - x(x-12) = 0, 12 - x - x^2 + 12x = 0, x^2 - 11x - 12 = 0,$$

$$D = 121 + 4 \cdot 12 = 169, x_1 = \frac{11+13}{2} = 12, x_2 = -1, x \neq 12, x \neq 0,$$

$x = 12$ – посторонний корень. Ответ: -1

$$6) \frac{3x}{x-1} - \frac{4}{x} = \frac{3}{x^2-x}; \frac{3x^2-4(x-1)}{x^2-x} = \frac{3}{x^2-x},$$

$$3x^2 - 4x + 4 = 3, x \neq 0; x \neq 1; 3x^2 - 4x + 1 = 0; D = 16 - 4 \cdot 3 = 4,$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6}, x = \frac{1}{3}$$

$$25.10. a) \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}, \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{x+6}{(x-4)(x+1)} = 0,$$

$$\frac{(2x-7)(x+1) - (x+2)(x-4) - x-6}{(x-4)(x+1)} = 0, 2x^2 - 5x - 7 - x^2 + 2x + 8 - x - 6,$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0, D = 16 + 4 \cdot 5 = 36, x_1 = \frac{4+6}{2} = 5, x_2 = -1, x \neq 4, x \neq -1,$$

$x_2 = -1$ – посторонний корень. Ответ: 5

$$6) \frac{6}{(5-x)(x+1)} - \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5},$$

$$6 + x(5-x) - 3(x+1) = 0; x \neq -1; x \neq 5,$$

$$6 + 5x - x^2 + 3x + 3 = 0;$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0, D = 64 + 4 \cdot 9 = 109; x_{1,2} = \frac{8 \pm 10}{2}, x = 9,$$

$$B) \frac{x-}{x-3} - \frac{28}{(x-3)(x-4)} = \frac{3x}{x-4}.$$

$$(x-1)(x-4) + 28 - 3x(x+3) = 0; x \neq -5, x \neq 4.$$

$$x^2 - 5x + 4 + 28 - 3x^2 - 9x = 0. 2x^2 + 14x - 32 = 0. x^2 - 7x - 16 = 0.$$

$$L = 49 - 4(-16) = 113. x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{113}}{2}.$$

$$B) \frac{2x}{x+2} - \frac{x-}{x-3} = \frac{10}{(3-x)(x+2)}, 2x(x-3) - (x-1)(x+2) - 10 = 0. x \neq -2, x \neq 3.$$

$$2x^2 - 6x - x^2 - x - 2 + 10 = 0, x^2 - 7x + 12 = 0.$$

$$D = 49 - 4 \cdot 12 = 1. x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2}, x = 4$$

$$26.11. a) 3x(x-1) + 4(x-1) - 6 = 0; x \neq \pm 1. 3x^2 - 7x - 10 = 0.$$

$$D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 169; x_{1,2} = \frac{-7 \pm 13}{6}, x = -\frac{10}{3}.$$

$$6) x(x-5) - 6(x-5) - 3x - 35 = 0; x \neq \pm 5. x^2 - 4x - 5 = 0.$$

$$L = 16 - 4 \cdot (-5) = 36. x_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{2}; x = -1.$$

$$B) 2x(x-3) + 30 - 5(x+3) = 0; x \neq \pm 3. 2x^2 - 11x + 15 = 0.$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 1. x_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{4}; x = \frac{5}{2}.$$

$$- 2(x+4) + x(x-4) - 20 + 3x = 0; x \neq \pm 4. -x^2 - x - 12 = 0.$$

$$D = -4 \cdot (-12) = 49; x_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{2}, x = 3.$$

$$26.12. a) \frac{a-3}{a+2} = \frac{3a-7}{a+5}, \frac{a-3}{a+2} - \frac{3a-7}{a+5} = 0, \frac{(a+5)(a-3) - (3a-7)(a-2)}{(a+2)(a+5)} = 0.$$

$$a^2 + 2a - 15 - 3a^2 + a + 14 = 0, 2a^2 - 3a + 1 = 0. D = 9 - 4 \cdot 2 = 1.$$

$$a = \frac{3 \pm 1}{4} = 1. a_2 = 0.5. a \neq -2. a \neq -5. \text{ Ответ } 0,5, 1$$

$$6) \frac{3a-9}{3a-1} + \frac{2a-13}{2a-5} - 2 = 0.$$

$$\frac{(3a-9)(2a-5) + (2a-13)(3a-1) - 2(3a-1)(2a-5)}{(3a-1)(2a-5)} = 0.$$

$$6a^2 + 33a + 45 + 6a^2 - 41a + 13 - 12a^2 - 26a + 10 = 0. -34a = 68. a = -2.$$

$$a \neq \frac{1}{2}, a \neq -2.5 \text{ Ответ } -2$$

$$26.13. a) \frac{x-7}{x-2} + \frac{x-1}{x-2} - 1 = 0. \frac{(x+7)(x+2) + (x-1)(x-2) - x^2 + 4}{(x-2)(x+2)} = 0.$$

$$x^2 - 9x + 14 + x^2 - 3x + 2 - x^2 + 4 = 0. x^2 - 6x + 20 = 0. D = 36 - 4 \cdot 20 < 0.$$

значит, нет корней. Ответ нет

$$6) \frac{1-3x}{4x-3} - \frac{x+5}{x+2} = \frac{1-3x}{4x-3} \cdot \frac{x+5}{x+2}.$$

$$\frac{(1-3x)(x+2) - (x+5)(4x-4) - (1-3x)(x+5)}{(4x-3)(x+2)} = 0$$

$$-3x^2 + 2 - 5x - 4x^2 - 17x + 15 + 3x^2 + 14x - 5 = 0, 4x^2 + 8x - 12 = 0, x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$D = 4 + 3 \cdot 4 = 16, x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, x_2 = -3 \quad \text{ОТВЕТ: } 1, -3.$$

$$26.14. \text{ а) } x^4 - 17x^2 + 16 = 0, x^2 = y, y^2 - 17y + 16 = 0, D = 289 - 4 \cdot 16 = 225.$$

$$y_1 = \frac{17+15}{2} = 16, y_2 = 1, x^2 = 16, x^2 = 1, x_{1,2} = \pm 4; x_{3,4} = \pm 1$$

$$б) x^4 + 3x^2 - 10 = 0; t = x^2 \geq 0; t^2 + 3t - 10 = 0;$$

$$D = 9 - 4 \cdot (-10) = 49; t_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2}, t = 2, x^2 = 2, x = \pm \sqrt{2}$$

$$в) x^4 - 10x^2 + 25 = 0, x^2 = y, y^2 - 10y + 25 = 0, D = 100 - 4 \cdot 25 = 0$$

$$y = \frac{10}{2} = 5, x^2 = 5, x_{1,2} = \pm \sqrt{5}.$$

$$г) x^4 + 5x^2 - 36 = 0, x^2 = y, y^2 + 5y - 36 = 0, D = 25 + 4 \cdot 36 = 169$$

$$y_1 = \frac{-5+13}{2} = 4, y_2 = -9, x^2 = 4, x^2 = -9, x_{1,2} = \pm 2; \text{ нет корней.}$$

$$26.15. \text{ а) } 4x^4 - 37x^2 + 9 = 0, x^2 = y, 4y^2 - 37y + 9 = 0, D = 1369 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 1225.$$

$$y_1 = \frac{37+35}{8} = 9, y_2 = \frac{1}{4}, x^2 = 9, x^2 = \frac{1}{4}, x_{1,2} = \pm 3, x_{3,4} = \pm \frac{1}{2}.$$

$$б) 9x^4 + 32x^2 - 16 = 0; t = x^2 \geq 0; 9t^2 + 32t - 16 = 0;$$

$$D = 1024 + 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1600; t_{1,2} = \frac{-32 \pm 40}{18}; t = \frac{4}{9}, x^2 = \frac{4}{9}, x = \pm \frac{2}{3}.$$

$$в) 16x^4 - 25x^2 + 9 = 0, x^2 = y, 16y^2 - 25y + 9 = 0, D = 625 - 4 \cdot 16 \cdot 9 = 49.$$

$$y_1 = \frac{25+7}{32} = 1, y_2 = \frac{9}{16}, x^2 = 1, x^2 = \frac{9}{16}, x_{1,2} = \pm 1; x_{3,4} = \pm \frac{3}{4}.$$

$$г) 9x^4 - 32x^2 - 16 = 0, x^2 = y, 9y^2 - 32y - 16 = 0, D = 1024 + 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1600.$$

$$y_1 = \frac{32+40}{18} = 4, y_2 = -\frac{8}{18}, x^2 = 4, x^2 = -\frac{8}{18}, x_{1,2} = \pm 2, \text{ нет корней}$$

$$26.16. \text{ а) } x^6 - 7x^3 - 8 = 0, x^3 = y, y^2 - 7y - 8 = 0, D = 49 + 4 \cdot 8 = 81$$

$$y_1 = \frac{7+9}{2} = 8, y_2 = -1, x^3 = 8, x^3 = -1, x_1 = 2; x_2 = -1;$$

$$б) x^6 - 9x^3 + 8 = 0, x^3 = y, y^2 - 9y + 8 = 0, D = 81 - 4 \cdot 8 = 49$$

$$y_1 = \frac{9+7}{2} = 8, y_2 = 1, x^3 = 8, x^3 = 1, x_1 = 2; x_2 = 1$$

$$в) x^6 + 7x^3 - 8 = 0, x^3 = y, y^2 + 7y - 8 = 0, D = 49 + 4 \cdot 8 = 81$$

$$y_1 = \frac{-7+9}{2} = 1, y_2 = -8, x^3 = 1, x^3 = -8, x_1 = 1; x_2 = -2.$$

$$г) x^6 + 9x^3 + 8 = 0, x^3 = y, y^2 + 9y + 8 = 0, D = 81 - 4 \cdot 8 = 49$$

$$y_1 = \frac{-9+7}{2} = -1, y_2 = -8, x^3 = -1, x^3 = -8, x_1 = -1, x_2 = -2$$

$$26.17 \text{ а) } \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2 - 4x + 4}, \quad \frac{5}{x-2} + 1 - \frac{14}{x^2 - 4x + 4} = 0,$$

$$\frac{5(x-2) + (x-2)^2 - 14}{(x-2)^2} = 0, 5x - 10 + x^2 - 4x + 4 - 14 = 0, x^2 + x - 20 = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 20 = 81, x_{1,2} = \frac{-1 \pm 9}{2} = 4, x_2 = -5, x \neq 2. \text{ Ответ: } 4, -5$$

$$\text{б) } \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2, \quad \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} - 2 = 0, \quad \frac{3x+1-2(9x^2+6x+1)}{(3x+1)^2} = 0$$

$$3x - 18x^2 - 12x - 2 = 0, 18x^2 + 9x + 2 = 0, D = 81 - 4 \cdot 18 \cdot 2 < 0, \text{ нет корней}$$

Ответ: нет корней.

$$\text{в) } \frac{2}{x-3} + 1 = \frac{15}{(x-3)^2}; 2(x-3) + (x-3)^2 - 15 = 0; x \neq 3, x^2 - 4x - 12 = 0;$$

$$D = 16 - 4 \cdot (-12) = 64; x_{1,2} = \frac{4 \pm 8}{2}; x_1 = -2; x_2 = 6;$$

$$\text{г) } \frac{2}{5x+1} + \frac{3}{(5x+1)^2} = 1; 2(5x+1) + 3 - (5x+1)^2 = 0;$$

$$-25x^2 - 10x - 1 + 10x + 5 = 0; 25x^2 = 4; x^2 = \frac{4}{25}; x = \pm \frac{2}{5}$$

$$26.18. \text{ а) } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x}, \quad \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x(x-2)} - \frac{8}{x(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{x(x-2) + x + 2 - 8}{x^3 - 4x} = 0, x^2 - 2x + x - 6 = 0, x^2 - x - 6 = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25, x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} = 3, x_2 = -2, x \neq 0, x \neq \pm 2,$$

$x = -2$ — посторонний корень. Ответ: 3.

$$\text{б) } \frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3} = \frac{5}{x^3-9x}, \quad \frac{2}{x(x-3)} - \frac{1}{x-3} - \frac{5}{x(x-3)(x+3)} = 0,$$

$$\frac{2(x+3) - x(x+3) - 5}{x^3 - 9x} = 0, 2x + 6 - x^2 - 3x - 5 = 0, x^2 + x - 1 = 0, D = 1 + 4 = 5$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, x \neq 0, x \neq \pm 3 \text{ Ответ: } \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$26.19. \text{ а) } \frac{8x+4}{x^3+1} + \frac{4}{x+1} = \frac{5x-1}{x^2-x+1}, \quad \frac{8x+4}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{4}{x+1} - \frac{5x-1}{x^2-x+1} = 0$$

$$\frac{8x+4+4x^2-4x+4-(5x-1)(x+1)}{x^3+1} = 0, 4x^2+4x+8-5x^2-4x+1 = 0.$$

$$x^2 = 9, x_{1,2} = \pm 3, x \neq -1. \text{ Ответ: } \pm 3.$$

$$\text{б) } a^2 + 56 + (3a+2)(a+2) = 5(a^2 - 2a + 4); a \neq -2;$$

$$a^2 - 18a - 40 = 0; D = 324 - 4 \cdot (-40) = 484; a_{1,2} = \frac{18 \pm 22}{2}, a = 20;$$

$$b) \frac{16-a^2}{8a^3+1} - \frac{2a+1}{4a^2-2a+1} = \frac{2}{2a+1}, \frac{16-a^2}{(2a+1)(4a^2-2a+1)} - \frac{2a+1}{4a^2-2a+1} - \frac{2}{2a+1} = 0.$$

$$\frac{16-a^2-4a^2-4a-1-8a^2+4a-2}{8a^3+1} = 0, 13a^2 = 13 \quad a_{1,2} = \pm 1 \quad a \neq -0,5 \quad \text{Ответ } \pm 1$$

$$r) \frac{x+3}{9x^2+3x+1} + \frac{3}{27x^3-1} = \frac{1}{3x-1},$$

$$\frac{x+3}{9x^2+3x+1} + \frac{3}{(3x-1)(9x^2+3x+1)} - \frac{1}{3x-1} = 0, \frac{3x^2-8x-3+3-9x^2-3x-1}{27x^3-1} = 0$$

$$6x^2-5x+1=0, D=25-4\cdot 6=1,$$

$$x_1 = \frac{5+1}{12} = 0,5, \quad x_2 = \frac{1}{3}, \quad x \neq \frac{1}{3}, \quad x = \frac{1}{3} - \text{посторонний корень. Ответ } 0,5$$

$$26.20. a) \frac{8}{16x^2-9} - \frac{8}{16x^2-24x+9} = \frac{1}{4x^2+3x},$$

$$\frac{8}{(4x-3)(4x+3)} - \frac{8}{(4x-3)^2} - \frac{1}{x(4x+3)} = 0,$$

$$\frac{8x(4x-3)-8x(4x+3)-16x^2+24x-9}{x(4x-3)^2(4x+3)} = 0, -48x-16x^2+24x-9=0,$$

$$16x^2+24x-9=0, (4x+3)^2=0, x=-\frac{3}{4}, x \neq 0, x \neq -\frac{3}{4}, x \neq \frac{3}{4},$$

$$x = -\frac{3}{4} - \text{посторонний корень. Ответ: нет корней.}$$

$$6) \frac{18}{4x^2+4x+1} - \frac{1}{2x^2-x} = \frac{6}{4x^2-1}, \frac{18}{(2x+1)^2} - \frac{1}{x(2x-1)} - \frac{6}{(2x-1)(2x+1)} = 0$$

$$\frac{18x(2x-1)-4x^2-4x-1-6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)^2} = 0, 36x^2-18x-4x^2-1-12x^2-6x=0,$$

$$20x^2-28x-1=0, D=784+4\cdot 20=864, x_{1,2} = \frac{28 \pm 12\sqrt{6}}{40} = \frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10},$$

$$x \neq \pm \frac{1}{2} \quad x \neq 0 \quad \text{Ответ } \frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10}$$

$$b) \frac{x+3}{4x^2-9} - \frac{3-x}{4x^2+12x+9} = \frac{2}{2x-3}, \frac{x+3}{(2x-3)(2x+3)} - \frac{3-x}{(2x+3)^2} - \frac{2}{2x-3} = 0$$

$$\frac{(x+3)(2x+3)-(3-x)(2x-3)-2(4x^2+12x+9)}{(2x+3)^2(2x-3)} = 0,$$

$$2x^2+9x+9-(6x-2x^2-9+3x)-8x^2-24x-18=0, -4x^2-24x=0,$$

$$x^2+6x=0 \quad x=0, x_2=-6, x \neq \pm 1,5$$

$$\text{Ответ } -6, 0$$

$$-\frac{-2x}{6x^2-3x}-\frac{2x-1}{14x^2+7x}=\frac{8}{12x^2-3}-\frac{1+2x}{3x(2x-1)}-\frac{2x-1}{7x(2x+1)}-\frac{8}{3(2x-1)(2x+1)}=0,$$

$$\frac{-(2x+1)^2-3(2x-1)^2-8}{3^2x(2x-1)(2x+1)}=0, 28x^2+28x+7-12x^2+12x-3-56x=0,$$

$$16x^2-16x+4=0, 4x^2-4x+1=0, (2x-1)^2=0, x=\frac{1}{2}$$

$x \neq 0, x \neq 0,5, x \neq -\frac{1}{2}, x = 0,5$ – посторонний корень. Ответ: нет корней

$$26.21. \text{ а) } \frac{x+1}{x^3-3x^2+x-3} + \frac{1}{x^4-1} = \frac{x-2}{x^3-3x^2-x+3}$$

$$\frac{x+1}{(x-3)(x^2+1)} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} - \frac{x-2}{(x-3)(x^2-1)} = 0,$$

$$\frac{(x+1)(x^2-1)+x-3-(x-2)(x^2+1)}{(x-3)(x^2+1)(x^2-1)} = 0$$

$$x^3-x^2-x-1+x-3-x^3+2x^2-x+2=0,$$

$$3x^2-x-2=0, D=1+4 \cdot 3 \cdot 2=25, x_1=\frac{1+5}{6}=1, x_2=-\frac{2}{3}, x \neq \pm 1, x \neq 3,$$

$x = -\frac{2}{3}$ – посторонний корень. Ответ: $-\frac{2}{3}$

$$\text{ б) } \frac{25}{4x^2+1} - \frac{8x+29}{16x^4-1} = \frac{18x+5}{8x^3+4x^2+2x+1}$$

$$\frac{25}{4x^2+1} - \frac{8x+29}{(4x^2-1)(4x^2+1)} - \frac{18x+5}{(2x+1)(4x^2+1)} = 0$$

$$\frac{100x^2-25-8x-29-(18x+5)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)} = 0, 100x^2-8x-54-36x^2+8x+5=0,$$

$$64x^2-49=0, x^2=\frac{49}{64}, x_{1,2}=\pm\frac{7}{8}, x \neq \pm\frac{1}{2} \text{ Ответ: } \pm\frac{7}{8}$$

$$\text{ в) } \frac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8} + \frac{x^2+2x+4}{x^2+2x^2+4x+8} = \frac{2x+2}{x^2-4}$$

$$\frac{x^2-2x+4}{(x-2)(x^2+4)} + \frac{x^2+2x+4}{(x+2)(x^2+4)} - \frac{2x+2}{(x-2)(x+2)} = 0,$$

$$\frac{(x^2-2x+4)(x+2)+(x^2+2x+4)(x-2)-(2x+2)(x^2+4)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)} = 0$$

$$x^3+8+x^3-8-2x^3-8x-2x^2-8=0,$$

$$-2x^2-8x-8=0, 2x^2+8x+8=0, x^2+4x+4=0, (x+2)^2=0, x=-2, x \neq \pm 2,$$

$x=-2$ – посторонний корень.

Ответ: нет корней

$$r) \frac{5}{x^3 - 2x^2 - 2x + 1} - \frac{2}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1} = \frac{1}{x^2 - 1}.$$

$$\frac{5}{(x+1)(x^2-3x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x^2-3x+1)} - \frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0.$$

$$\frac{5x-5-2x-2-x^2+3x-1}{(x^2-3x+1)(x^2-1)} = 0, x^2 - 6x + 8 = 0, D = 36 - 4 \cdot 8 = 4,$$

$$x_1 = \frac{6+2}{2} = 4, x_2 = 2. \text{ Ответ: } 4; 2.$$

$$26.22. a) (3x-4)^2 - 5(3x-4) + 6 = 0, 3x-4 = y, y^2 - 5y + 6 = 0,$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1, y_1 = \frac{5+1}{2} = 3, y_2 = 2,$$

$$3x-4=3, 3x-4=2, 3x=7, 3x=6, x_1 = \frac{7}{3}, x_2 = 2,$$

$$b) 3(2x+1)^2 + 10(2x+1) + 3 = 0, 2x+1 = y, 3y^2 + 10y + 3 = 0,$$

$$D = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64, y_1 = \frac{-10+8}{6} = -\frac{1}{3}, y_2 = -3, 2x+1 = -\frac{1}{3}, 2x+1 = -3,$$

$$x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -2;$$

$$b) (5x+1)^2 - 3(5x+1) - 4 = 0, 5x+1 = y, y^2 - 3y - 4 = 0,$$

$$D = 9 + 4 \cdot 4 = 25, y_1 = \frac{3+5}{2} = 4, y_2 = -1, 5x+1 = 4,$$

$$5x+1 = -1, x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = -\frac{2}{5};$$

$$r) 2(7x-6)^2 + 3(7x-6) + 1 = 0, 7x-6 = y, 2y^2 + 3y + 1 = 0, D = 9 - 4 \cdot 2 = 1,$$

$$y_1 = \frac{-3+1}{4} = -0.5, y_2 = -1, 7x-6 = -0.5, 7x-6 = -1, x_1 = \frac{11}{14}, x_2 = \frac{5}{7}$$

$$26.23. a) (x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0, x^2 + 2x = y, y^2 - 2y - 3 = 0,$$

$$D = 4 + 4 \cdot 3 = 16, y_1 = \frac{2+4}{2} = 3, y_2 = -1,$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0, D = 4 + 4 \cdot 3 = 16,$$

$$(x+1)^2 = 0, x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1,$$

$$x_3 = -1; x_2 = -3,$$

$$b) 2(x^2 + 3)^2 - 7(x^2 + 3) + 3 = 0, x^2 + 3 = y, 2y^2 - 7y + 3 = 0, D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25$$

$$y_1 = \frac{7+5}{4} = 3, y_2 = \frac{1}{2}, x^2 + 3 = 3, x^2 + 3 = \frac{1}{2}, x = 0, x^2 = -2.5 - \text{нет корней}$$

Ответ: 0

$$b) (x^2 + 1)^2 - 6(x^2 + 1) + 5 = 0, x^2 + 1 = y, y^2 - 6y + 5 = 0, D = 36 - 4 \cdot 5 = 16,$$

$$y_1 = \frac{6+4}{2} = 5, y_2 = 1, x^2 + 1 = 5, x^2 + 1 = 1, x_{1,2} = \pm 2; x_3 = 0;$$

$$r) 2(x^2 + 4x)^2 + 17(x^2 + 4x) + 36 = 0, x^2 + 4x = y, 2y^2 + 17y + 36 = 0,$$

$$D = 289 - 4 \cdot 2 \cdot 36 = 1, y_1 = \frac{-17+1}{4} = -4, y_2 = -\frac{9}{2}, x^2 + 4x + 4 = 0,$$

$$x^2 + 4x + \frac{9}{2} = 0, (x+2)^2 = 0, 2x^2 + 8x + 9 = 0, x = -2; D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot 9 < 0 - \text{нет корней}$$

Ответ: -2.

$$26.24. \text{ а) } (x^2 - 9)^2 - 8(x^2 - 9) + 7 = 0, x^2 - 9 = y, y^2 - 8y + 7 = 0,$$

$$D = 64 - 4 \cdot 7 = 36, y_1 = \frac{8+6}{2} = 7, y_2 = 1,$$

$$x^2 - 9 = 7, x^2 - 9 = 1, x_{1,2} = \pm 4; x_{3,4} = \pm \sqrt{10};$$

$$\text{б) } (x^2 - 4x + 4)^2 + 2(x - 2)^2 = 3, (x - 2)^4 + 2(x - 2)^2 = 3, (x - 2)^2 = y,$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0, D = 4 + 4 \cdot 3 = 16, y_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, y_2 = -3,$$

$$(x - 2)^2 = 1, (x - 2)^2 = -3, x - 2 = 1, x - 2 = -1, \text{ нет корней; } x_1 = 3; x_2 = 1,$$

$$\text{в) } (x^2 - 3x)^2 + 3(x^2 - 3x) - 28 = 0, x^2 - 3x = y, y^2 + 3y - 28 = 0,$$

$$D = 9 + 4 \cdot 28 = 121, y_1 = \frac{-3+11}{2} = 4, y_2 = -7,$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0,$$

$$x^2 - 3x + 7 = 0,$$

$$D = 9 + 4 \cdot 4 = 25,$$

$$D = 9 - 4 \cdot 6 < 0 - \text{нет корней;}$$

$$x = \frac{3+5}{2} = 4; x_2 = -1;$$

$$\text{г) } 2(x^2 + 2x + 1)^2 - (x + 1)^2 = 1, 2(x + 1)^4 - (x + 1)^2 - 1 = 0, (x + 1)^2 = y,$$

$$2y^2 - y - 1 = 0, D = 1 + 4 \cdot 2 = 9, y_1 = \frac{1+3}{4} = 1, y_2 = -\frac{1}{2},$$

$$(x + 1)^2 = 1, (x + 1)^2 = -\frac{1}{2} - \text{нет корней, } x + 1 = 1, x + 1 = -1, x = 0; x_2 = -2.$$

$$26.25. \text{ а) } t = x^{-1}; t^2 - 14t + 48 = 0;$$

$$D = 196 - 4 \cdot 48 = 4; t_{1,2} = \frac{14 \pm 2}{2}; t_1 = 8; t_2 = 6; x_1 = \frac{1}{8}; x_2 = \frac{1}{6};$$

$$\text{б) } t = (x + 2)^{-1}; 9t^2 - 6t + 1 = 0; (3t - 1)^2 = 0; t = \frac{1}{3}; x + 2 = 3; x = 1;$$

$$\text{в) } t = x^{-1}; t^2 - 10t + 24 = 0; D = 100 - 4 \cdot 24 = 4; t_{1,2} = \frac{10 \pm 2}{2}; t_1 = 4; t_2 = 6;$$

$$x_1 = \frac{1}{4}; x_2 = \frac{1}{6};$$

$$\text{г) } t = (x - 3)^{-1}; 16t^2 + 8t + 1 = 0; (4t + 1)^2 = 0, t = -\frac{1}{4}, x - 3 = -4; x = -1.$$

$$26.26. \text{ а) } (x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 3) = 3, x^2 - 3x = y, (y + 1)(y + 3) = 3, y^2 + 4y = 0.$$

$$y_1 = 0, y_2 = -4, x^2 - 3x = 0, x^2 - 3x + 4 = 0, x_1 = 0, x_2 = 3, D = 9 - 4 \cdot 4 < 0 - \text{нет корней;}$$

$$\text{б) } \frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2,9, \frac{x^2 + 1}{x} = y, y + \frac{1}{y} - 2,9 = 0, \frac{y^2 - 2,9y + 1}{y} = 0,$$

$$D = 8,41 - 4 = 4,41, y_1 = \frac{2,9+2,1}{2} = 2,5, y_2 = 0,4, \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{5}{2}, \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{2}{5},$$

$$2x^2 + 2 = 5x,$$

$$5x^2 - 2x + 5 = 0,$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0,$$

$$D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 5 < 0 - \text{нет корней;}$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9, x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } (x^2 - 5x + 7)^2 - (x-2)(x-3) = 1, (x^2 - 5x + 7)^2 - (x^2 - 5x + 6) = 1, \\ x^2 - 5x + 7 = y, y^2 - y + 1 = 1, y_1 = 0, y_2 = 1, x^2 - 5x + 7 = 0, x^2 - 5x + 6 = 1, \\ D = 25 - 4 \cdot 7 < 0, \quad x^2 - 5x + 6 = 0,$$

$$\text{нет корней;} \quad D = 25 - 24 = 1, \quad x_1 = \frac{5+1}{2} = 3, \quad x_2 = 2,$$

$$\text{г) } \frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0, \quad \frac{x^2 + x - 5}{x} = y, \quad y + \frac{3}{y} + 4 = 0, \quad \frac{y^2 + 4y + 3}{y} = 0,$$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 = 4, \quad y_1 = \frac{-4+2}{2} = -1, y_2 = -3, \quad \frac{x^2 + x - 5}{x} = -1, \quad x^2 + x - 5 = -x,$$

$$x^2 + 2x - 5 = 0, D = 4 + 4 \cdot 5 = 4 \cdot 6, \quad x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -1 \pm \sqrt{6}; \quad \frac{x^2 + x - 5}{x} = -3,$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0, D = 16 + 4 \cdot 5 = 36, \quad x_3 = 1, \quad x_4 = -5; \text{ Ответ: } -1 \pm \sqrt{6}, 1; -5$$

$$26.27. \text{ а) } x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2 + x + 3}, \quad x^2 + x + 1 = y, \quad y = \frac{15}{y+2}, \quad y^2 + 2y - 15 = 0,$$

$$D = 4 + 4 \cdot 15 = 64, \quad y_1 = \frac{-2+8}{2} = 3, \quad y_2 = -5,$$

$$x^2 + x + 1 = 3, \\ x^2 + x - 2 = 0,$$

$$x^2 + x + 1 = -5, \\ x^2 + x + 6 = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9, \quad x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, \quad x_2 = -2; \quad D = 1 - 4 \cdot 6 < 0 - \text{нет корней;}$$

$$\text{б) } \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1, \quad x^2 - x = y, \quad \frac{y}{y+1} - \frac{y+2}{y-2} - 1 = 0,$$

$$\frac{y(y-2) - (y+2)(y+1) - (y-2)(y+1)}{(y+1)(y-2)} = 0, \quad (y-2)(y-y-1) - (y+2)(y+1) = 0,$$

$$2 - y - y^2 - 3y - 2 = 0, \quad y^2 + 4y = 0, \quad y_1 = 0, \quad y_2 = -4,$$

$$x^2 - x = 0, \quad x^2 - x + 4 = 0,$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 1;$$

$$D = 1 - 4 \cdot 4 < 0 - \text{нет корней;}$$

$$\text{в) } x^2 + 3x = \frac{8}{x^2 + 3x - 2}, \quad x^2 + 3x = y, \quad y = \frac{8}{y-2}, \quad y^2 - 2y - 8 = 0, \quad D = 4 + 4 \cdot 8 = 36,$$

$$y_1 = \frac{2+6}{2} = 4, \quad y_2 = -2, \quad x^2 + 3x - 4 = 0, \quad x^2 + 3x + 2 = 0,$$

$$D = 9 + 4 \cdot 4 = 25,$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 = 1,$$

$$x_1 = \frac{-3+5}{2} = 1, \quad x_2 = -4;$$

$$x_3 = \frac{-3+1}{2} = -1, \quad x_4 = -2;$$

$$\text{г) } \frac{1}{x^2 - 3x + 3} + \frac{2}{x^2 - 3x + 4} = \frac{6}{x^2 - 3x + 5}, \quad x^2 - 3x + 3 = y, \quad \frac{1}{y} + \frac{2}{y+1} - \frac{6}{y+2} = 0,$$

$$y^2 + 3y + 2 + 2y(y+2) - 6y(y+1) = 0, \quad -3y^2 + y + 2 = 0, \quad 3y^2 - y - 2 = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25, \quad y_1 = \frac{1+5}{6} = 1, \quad y_2 = -\frac{2}{3},$$

$$x^2 - 3x + 3 = 1, \quad x^2 - 3x + 2 = 0, \quad D = 9 - 2 \cdot 4 = 1, \quad x_1 = \frac{3+1}{2} = 2, \quad x_2 = 1$$

$$x^2 - 3x + 3 = \frac{2}{3} \cdot x^2 - 3x + \frac{11}{3} = 0 \quad D = 9 - \frac{11 \cdot 4}{3} < 0, \text{ нет корней. Ответ: 2; 1.}$$

$$26.28. \text{ а) } x(x-1)(x-2)(x-3) = 15, (x^2-3x)(x^2-3x+2) = 15, x^2-3x = y,$$

$$y(y+2) = 15, y^2 + 2y - 15 = 0, D = 4 + 4 \cdot 15 = 64, y_1 = \frac{-2+8}{2} = 3, y_2 = -5.$$

$$\begin{aligned} x^2 - 3x &= 3, & x^2 - 3x &= -5, \\ x^2 - 3x - 3 &= 0, & x^2 - 3x + 5 &= 0, \end{aligned}$$

$$D = 9 + 4 \cdot 3 = 21, x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2} \quad D = 9 - 4 \cdot 5 < 0 - \text{нет корней:}$$

$$\text{б) } x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4, \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4, x + \frac{1}{x} = y,$$

$$y^2 + y - 6 = 0, D = 1 + 4 \cdot 6 = 25, y_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, y_2 = -3,$$

$$x + \frac{1}{x} = 2, x^2 - 2x + 1 = 0, x_3 = 1:$$

$$x + \frac{1}{x} = -3, x^2 + 3x + 1 = 0, D = 9 - 4 = 5, x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{в) } (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 3, (x^2+5x+6)(x^2+5x+4) = 3,$$

$$x^2+5x = y, (y+6)(y+4) = 3, y^2+10y+21 = 0, D = 100 - 4 \cdot 21 = 16 > 0$$

$$y_1 = \frac{-10+4}{2} = -3, y_2 = \frac{-10-4}{2} = -7,$$

$$x^2+5x = -3, x^2+5x+3 = 0, D = 25 - 4 \cdot 3 = 13 > 0, x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x^2+5x = -7, x^2+5x+7 = 0, D = 25 - 4 \cdot 7 < 0, \text{ корней нет:}$$

$$\text{г) } 2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7 \left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0, 2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 - 7 \left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0, x + \frac{1}{x} = y,$$

$$2y^2 - 7y + 5 = 0, D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 9, y_1 = \frac{7+3}{4} = \frac{5}{2}, y_2 = 1,$$

$$x + \frac{1}{x} = 1, x^2 - x + 1 = 0 \quad D = 1 - 4 < 0 - \text{нет корней;}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}, 2x + \frac{2}{x} - 5 = 0, 2x^2 - 5x + 2 = 0, D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9, x_1 = \frac{5+3}{4} = 2,$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

§ 27. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций

27.1. 1 этап. Пусть x км/ч – скорость на втором участке пути. Тогда:

$(x+6)$ км/ч – первоначальная скорость, $\frac{18}{x+6}$ ч – проехал первую часть пути.

$\frac{6}{x}$ ч – затратил на вторую часть. Т.к. всего он был в пути 1,5 ч, получаем

$$\frac{18}{x+6} + \frac{6}{x} = \frac{3}{2}$$

2 этап: $\frac{6}{x+6} + \frac{2}{x} - \frac{1}{2} = 0, 12x + 4x + 24 - x^2 - 6x = 0, x^2 - 10x - 24 = 0,$

$$D = 100 + 4 \cdot 24 = 196, x_1 = \frac{10+14}{2} = 12, x_2 = -2$$

3 этап: Из двух значений неизвестного нас устраивает только первое.

Ответ: 12 км/ч.

27.2. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость I пешехода. Тогда $(x+1)$ км/ч – скорость II. $\frac{6}{x}$ и $\frac{5}{x+1}$ – были в пути соответственно I и II. Отсюда получаем

$$\frac{6}{x} = \frac{5}{x+1} + \frac{1}{2}$$

2 этап: $\frac{6}{x} - \frac{5}{x+1} - \frac{1}{2} = 0, 12x + 12 - 10x - x^2 - x = 0, x^2 - x - 12 = 0,$

$$D = 1 + 4 \cdot 12 = 49, x_1 = \frac{1+7}{2} = 4, x_2 = -3$$

3 этап: Из двух значений нас устраивает только первое, значит, скорость I пешехода 4 км/ч. Ответ: 4 км/ч

27.3. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость I лыжника. Тогда $(x-3)$ км/ч – скорость II. $\frac{30}{x}$ ч и $\frac{30}{x-3}$ ч – были в пути соответственно I и II.

Отсюда получаем $\frac{30}{x} + \frac{1}{3} = \frac{30}{x-3}$

2 этап: $\frac{30}{x} + \frac{1}{3} - \frac{30}{x-3} = 0, 90x - 270 + x^2 - 3x - 90x = 0, x^2 - 3x - 270 = 0,$

$$D = 9 + 4 \cdot 270 = 1089, x_1 = \frac{3+33}{2} = 18, x_2 = -15.$$

3 этап: Т.к. за x мы обозначаем скорость, то $x = 18$. Т.е. скорость I лыжника 18 км/ч; $18 - 3 = 15$ (км/ч) – скорость II. Ответ: 18 и 15 км/ч.

27.4. 1 этап: Пусть x – числитель дроби. Тогда $(x+1)$ – знаменатель.

$\frac{x+1}{x}$ – обратная дробь. $\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} \right)$ – сумма дроби и обратной ей дробию

или $\frac{25}{12}$, т.е. $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{25}{12}$

2 этап: $\frac{x}{x+1} = y, y + \frac{1}{y} - \frac{25}{12} = 0, 12y^2 - 25y + 12 = 0, D = 625 - 4 \cdot 12 \cdot 12 = 49,$

$$y_1 = \frac{25+7}{24} = \frac{4}{3}, y_2 = \frac{3}{4},$$

$$\frac{x}{x+1} = \frac{4}{3}, 3x = 4x + 4, x = -4, \frac{x}{x+1} = \frac{3}{4}, 4x = 3x + 3, x = 3.$$

3 этап: В первом случае получаем, что исходная дробь равна $\frac{-4}{-4+1} = \frac{4}{3}$ – не подходит, т.к. числитель больше знаменателя. Во втором $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

Ответ: $\frac{3}{4}$.

27.5. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость I авто. Тогда: $(x - 10)$ км/ч – скорость

II. $\frac{560}{x}$ ч и $\frac{560}{x-10}$ ч – были в пути соответственно I и II.

Отсюда получаем $\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10}$

2 этап: $\frac{560}{x} + 1 - \frac{560}{x-10} = 0$, $560x - 5600 + x^2 - 10x - 560x = 0$. $x^2 - 10x - 5600 = 0$.

$D = 100 + 4 \cdot 5600 = 22500$, $x_1 = \frac{10+150}{2} = 80$, $x_2 = -70$.

3 этап: Ясно, что подходит только первое значение, т.е. 80 км/ч – скорость I, $80 - 10 = 70$ (км/ч) – скорость II. Ответ: 80 и 70 км/ч.

27.6. 1 этап: Пусть x км/ч – планируемая скорость. Тогда $(x - 10)$ км/ч – действительная скорость. $\frac{100}{x}$ ч и $\frac{100}{x-10}$ ч – время в пути соответственно по

плану и в действительности. Получаем $\frac{100}{x} + \frac{1}{2} = \frac{100}{x-10}$

2 этап: $\frac{100}{x} + \frac{1}{2} - \frac{100}{x-10} = 0$, $200x - 2000 + x^2 - 10x - 200x = 0$.

$x^2 - 10x - 2000 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 2000 = 8100$, $x_1 = \frac{10+90}{2} = 50$, $x_2 = -40$.

3 этап: Ясно, что подходит только первое значение, т.е. 50 км/ч – скорость по плану.

Ответ: 50 км/ч.

27.7. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость до станции. Тогда: $(x + 1)$ км/ч – скорость до деревни. $\frac{32}{x}$ ч и $\frac{32}{x+1}$ ч – время в пути соответственно в первом

и во втором случаях. Получаем $\frac{32}{x} = \frac{32}{x+1} + \frac{2}{15}$

2 этап: $\frac{16}{x} - \frac{16}{x+1} - \frac{1}{15} = 0$, $240x + 240 - 240x - x^2 - x = 0$, $x^2 + x - 240 = 0$,

$D = 1 + 4 \cdot 240 = 961$, $x_1 = \frac{-1+31}{2} = 15$, $x_2 = -16$.

3 этап: Ясно, что подходит только первое значение. Т.е. 15 км/ч – скорость до станции. Ответ: 15 км/ч.

27.8. 1 этап: Пусть x км/ч – начальная скорость. Тогда: $(x + 10)$ км/ч – новая скорость. $\frac{720}{x}$ ч и $\frac{720}{x+10}$ ч – время в пути соответственно в первом и во

втором случаях. Получаем $\frac{720}{x} - 1 = \frac{720}{x+10}$.

2 этап: $\frac{720}{x} - 1 - \frac{720}{x+10} = 0$, $720x + 7200 - x^2 - 10x - 720x = 0$.

$x^2 + 10x - 7200 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 7200 = 28900$, $x_1 = \frac{-10+170}{2} = 80$, $x_2 = -90$.

3 этап: Ясно, что подходит только первое значение. Т.е. 80 км/ч – первоначальная скорость. Ответ: 80 км/ч.

27.9. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость до турбазы. Тогда: $(x - 4)$ км/ч – скорость обратно. $\frac{16}{x}$ ч и $\frac{16}{x-4}$ ч – время в пути соответственно в I и II случаях. Получаем $\frac{16}{x} + \frac{16}{x-4} = \frac{7}{3}$.

2 этап: $\frac{16}{x} + \frac{16}{x-4} - \frac{7}{3} = 0$, $48x - 192 + 48x - 7x^2 + 28x = 0$, $7x^2 - 124x + 192 = 0$.

$D = 15376 - 4 \cdot 7 \cdot 192 = 10000$, $x_1 = \frac{124+100}{14} = 16$, $x_2 = \frac{12}{7}$.

3 этап: $x_2 = \frac{12}{7}$ не подходит, т.к. в этом случае скорость обратно равна $\frac{12}{7} - 4 < 0$. Значит, 16 км/ч – скорость до турбазы; $16 - 4 = 12$ (км/ч) – скорость обратно. Ответ: 12 км/ч.

27.10. 1 этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость. Тогда $(x - 10)$ км/ч – новая скорость. $\frac{40}{x}$ ч и $\frac{40}{x-10}$ ч – время в пути соответственно с I и II случаях. Получаем $\frac{40}{x} + \frac{1}{3} = \frac{40}{x-10}$.

2 этап: $\frac{40}{x} + \frac{1}{3} - \frac{40}{x-10} = 0$, $120x - 1200 + x^2 - 10x - 120x = 0$, $x^2 - 10x - 1200 = 0$

$D = 100 + 4 \cdot 1200 = 4900$, $x_1 = \frac{10+70}{2} = 40$, $x_2 = -30$.

3 этап: Ясно, что подходит только первое значение. Т.е. 40 км/ч – первоначальная скорость. Ответ: 40 км/ч.

27.11. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость пешехода. Тогда $(x+9)$ км/ч – скорость велосипедиста. $\frac{18}{x}$ ч и $\frac{18}{x+9}$ ч – время в пути соответственно пешехода и велосипедиста, получаем $\frac{18}{x} - \frac{18}{x+9} = \frac{9}{5}$.

2 этап: $\frac{2}{x} - \frac{2}{x+9} - \frac{1}{5} = 0$, $10(x+9) - 10x - x^2 - 9x = 0$, $x^2 + 9x - 90 = 0$

$D = 81 + 360 = 441$, $x_1 = \frac{-9+21}{2} = 6$, $x_2 = -15$.

3 этап: Ясно, что подходит только 1-е значение, т.е. 6 км/ч – скорость пешехода, 15 км/ч – скорость велосипедиста. Ответ: 15 км/ч; 6 км/ч.

27.12. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость мото. Тогда $(x + 15)$ км/ч – скорость авто. $\frac{90}{x}$ ч и $\frac{90}{x+15}$ ч – время в пути соответственно мото и авто.

Получаем $\frac{90}{x} - \frac{1}{2} = \frac{90}{x+15}$.

2 этап: $\frac{90}{x} - \frac{1}{2} - \frac{90}{x+15} = 0$, $180x + 2700 - x^2 - 15x - 180x = 0$, $x^2 + 15x - 2700 = 0$,

$D = 225 + 4 \cdot 2700 = 11025$, $x_1 = \frac{-15 + 105}{2} = 45$, $x_2 = -60$.

3 этап: Ясно, что второе значение нам не подходит. 45 км/ч – скорость мото $45 + 15 = 60$ (км/ч) – скорость авто. Ответ: 45 и 60 км/ч.

27.13. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость автобуса. Тогда $(x + 20)$ км/ч скорость такси. $\frac{40}{x}$ ч и $\frac{40}{x+20}$ ч – время в пути соответственно автобуса и такси. Получаем $\frac{40}{x} - \frac{1}{6} = \frac{40}{x+20}$.

2 этап: $\frac{40}{x} - \frac{1}{6} - \frac{40}{x+20} = 0$, $240x + 4800 - x^2 - 20x - 240x = 0$, $x^2 + 20x - 4800 = 0$,

$D = 400 + 4 \cdot 4800 = 19600$, $x_1 = \frac{-20 + 140}{2} = 60$, $x_2 = -80$.

3 этап: Ясно, что второе значение не подходит. 60 км/ч – скорость автобуса. $60 + 20 = 80$ (км/ч) – скорость такси. Ответ: 60 и 80 км/ч.

27.14. 1 этап: Пусть x машин было сначала. Тогда $(x + 4)$ машин стало.

$\frac{60}{x}$ т и $\frac{60}{x+4}$ т грузили на каждую машину соответственно в I и II случаях.

Получаем $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+4} = \frac{1}{2}$.

2 этап: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+4} - \frac{1}{2} = 0$, $120x + 480 - 120x - x^2 - 4x = 0$, $x^2 + 4x - 480 = 0$.

$D = 16 + 4 \cdot 480 = 1936$, $x_1 = \frac{-4 + 44}{2} = 20$, $x_2 = -24$.

3 этап: Ясно, что подходит только первое значение. Т.е. сначала было 20 машин. Ответ: 20 машин.

27.15. 1 этап: Пусть x пар – плановый ежедневный выпуск. $(x + 30)$ пар – фактический ежедневный выпуск. $\frac{5400}{x}$ дн. и $\frac{5400}{x+30}$ дн. – время выполнения

заказа соответственно в I и II случаях. Получаем $\frac{5400}{x} - \frac{5400}{x+30} = 9$

2 этап: $\frac{600}{x} - \frac{600}{x+30} - 1 = 0$. $600x + 18000 - 600x - x^2 - 30x = 0$, $x^2 + 30x - 18000 = 0$.

$D = 900 + 4 \cdot 18000 = 270^2$, $x_1 = \frac{-30 + 270}{2} = 120$, $x_2 = -150$.

3 этап: Ясно, что второе значение не подходит. $\frac{5400}{120 + 30} = 36$ (дн.) – время выполнения заказа. Ответ: 36 дней.

27.16. 1 этап: Пусть x км/ч – собственная скорость лодки.

Тогда: $(x + 3)$ км/ч и $(x - 3)$ км/ч – скорость по течению и против течения

Получаем $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 1$

2 этап: $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} - 1 = 0$, $5x - 15 + 6x + 18 - x^2 + 9 = 0$, $x^2 - 11x - 12 = 0$.

$D = 121 + 4 \cdot 12 = 169$, $x_1 = \frac{11+13}{2} = 12$, $x_2 = -1$

3 этап: Ясно, что второе значение не подходит $12 + 3 = 15$ (км/ч) – скорость по течению. Ответ: 15 км/ч.

27.17. 1 этап: Пусть x км/ч – собственная скорость.

Тогда $(x + 3)$ и $(x - 3)$ км/ч – скорость по течению и против течения. $\frac{35}{x}$ ч и

$\frac{35}{x-3}$ ч – время в пути по течению и против течения.

Получаем $\frac{35}{x+3} + \frac{35}{x-3} - 3 = 7$

2 этап: $\frac{35}{x+3} + \frac{35}{x-3} - 4 = 0$, $35x - 105 + 35x + 105 - 4x^2 + 36 = 0$, $4x^2 - 70x - 36 = 0$.

$2x^2 - 35x - 18 = 0$, $D = 1225 + 4 \cdot 2 \cdot 18 = 1369$, $x = \frac{35 \pm 37}{4} = 18$, $x_2 = -0,5$

3 этап: Ясно, что второе значение не подходит 18 км/ч – собственная скорость. Ответ: 18 км/ч.

27.18. 1 этап: Пусть x км/ч – собственная скорость лодки.

Тогда $(x - 3)$ км/ч и $(x + 3)$ км/ч – скорость против течения и по течению

$\frac{96}{x}$ ч – проходит 96 км в стоячей воде. $\frac{54}{x+3}$ ч и $\frac{42}{x-3}$ ч – время на 54 км по

течению и 42 км против течения. Получаем $\frac{54}{x+3} + \frac{42}{x-3} = \frac{96}{x}$

2 этап: $54x(x - 3) + 42x(x + 3) - 96(x^2 - 9) = 0$, $36x = 96 \cdot 9$, $4x = 96$, $x = 24$

3 этап: 24 км/ч – собственная скорость. Ответ: 24 км/ч.

27.19. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость по озеру.

Тогда: $(x+2)$ км/ч и $(x - 2)$ км/ч – скорость по течению и против течения

$\frac{45}{x+2}$ ч – время, чтобы проплыть 45 км по течению. $\frac{24}{x}$ ч и $\frac{9}{x-2}$ ч – время в

пути по озеру и против течения. Получаем $\frac{24}{x} + \frac{9}{x-2} = \frac{45}{x+2}$

2 этап: $\frac{24}{x} + \frac{9}{x-2} - \frac{45}{x+2} = 0$, $24x^2 - 96 + 9x^2 - 18x - 45x^2 + 90x = 0$,

$-12x^2 + 108x - 96 = 0$, $x^2 - 9x + 8 = 0$, $D = 81 - 4 \cdot 8 = 49$, $x_1 = \frac{9 \pm 7}{2} = 8$, $x_2 = 1$

3 этап: Второе значение не подходит, т.к. в этом случае скорость против течения была бы отрицательной. 8 км/ч – скорость по озеру. Ответ: 8 км/ч

27.20. 1 этап: Пусть x км/ч – собственная скорость катера.

Тогда: $(x - 3)$ и $(x + 3)$ км/ч – скорость против течения и по течению. $\frac{27}{x+3}$ ч

и $\frac{42}{x-3}$ ч – время в пути по течению и против течения.

Получаем $\frac{27}{x+3} + 1 = \frac{42}{x-3}$.

2 этап: $\frac{27}{x+3} + 1 - \frac{42}{x-3} = 0$, $27x - 81 + x^2 - 9 - 42x - 126 = 0$, $x^2 - 15x - 216 = 0$,

$D = 225 + 4 \cdot 216 = 1089$, $x_1 = \frac{15+33}{2} = 24$, $x_2 = -9$.

3 этап: Ясно, что второе значение не подходит. $24 - 3 = 21$ (км/ч) – скорость против течения. Ответ: 21 км/ч.

27.21. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость течения.

Тогда: $(6-x)$ км/ч и $(6+x)$ км/ч – скорость против течения и по течению.

$\frac{3}{6-x}$ ч и $\frac{3}{6+x}$ ч – время в пути против течения и по течению. $\frac{4}{x}$ ч – пройдет плот 4 км по течению.

Получаем $\frac{3}{6-x} + \frac{3}{6+x} = \frac{4}{x}$.

II этап: $\frac{3}{6-x} + \frac{3}{6+x} - \frac{4}{x} = 0$, $18x + 3x^2 + 18x - 3x^2 - 144 + 4x^2 = 0$,

$4x^2 + 36x - 144 = 0$, $x^2 + 9x - 36 = 0$, $D = 81 + 4 \cdot 36 = 225$,

$x = \frac{-9+15}{2} = 3$, $x_2 = \frac{-9-15}{2} = -12$

II этап: Подходит только первое значение. Т.е. скорость течения 3 км/ч. Ответ: 3 км/ч.

27.22. 1 этап: Пусть x км/ч – собственная скорость теплохода.

Тогда $(x + 2)$ км/ч и $(x - 2)$ км/ч – скорость по течению и против течения.

$\frac{36}{x+2}$ ч и $\frac{36}{x-2}$ ч – время в пути по течению и против течения.

Получаем $\frac{36}{x+2} + \frac{36}{x-2} = \frac{15}{2}$.

II этап: $\frac{36}{x+2} + \frac{36}{x-2} - \frac{15}{2} = 0$, $72x - 144 + 72x + 144 - 15x^2 + 60 = 0$,

$5x^2 - 144x - 60 = 0$, $5x^2 - 48x - 20 = 0$, $D = 2304 + 4 \cdot 5 \cdot 20 = 2704$,

$x_1 = \frac{48+52}{10} = 10$, $x_2 = -0,4$.

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. 10 км/ч – собственная скорость теплохода. Ответ: 10 км/ч.

27.23. 1 этап: Пусть x км/ч – скорость по озеру.

Тогда $(x + 3)$ км/ч – скорость по течению. $\frac{6}{x+3}$ ч и $\frac{10}{x}$ ч – время в пути по

течению и против течения. Получаем $\frac{6}{x+3} + \frac{10}{x} = 1$

II этап: $\frac{6}{x+3} + \frac{10}{x} - 1 = 0, 6x + 10x + 30 - x^2 - 3x = 0, x^2 - 13x - 30 = 0.$

$D = 169 + 4 \cdot 30 = 289, x_1 = \frac{13+17}{2} = 15, x_2 = -2.$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. 15 км/ч – скорость по озеру. Ответ: 15 км/ч.

27.24. I этап: Пусть x км/ч – собственная скорость катера.

Тогда: $(x + 3)$ км/ч и $(x - 3)$ км/ч – скорость по течению и против течения

$\frac{210}{x+3}$ ч и $\frac{210}{x-3}$ ч – время в пути по течению и против течения. Получаем

$$\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} = 4.$$

II этап: $\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} - 4 = 0, 210x + 630 - 210x + 630 - 4x^2 + 36 = 0,$

$4x^2 = 1296, x_{1,2} = \pm 18$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. 18 км/ч – собственная скорость катера. Ответ: 18 км/ч.

27.25. I этап: Пусть x км/ч – собственная скорость лодки.

Тогда: $(x + 4)$ км/ч и $(x - 4)$ км/ч – скорость по течению и против течения.

$\frac{20}{x-4}$ ч и $\frac{14}{x}$ ч – время в пути против течения и по озеру.

Получаем $\frac{14}{x} + 1 = \frac{20}{x-4}.$

II этап: $\frac{14}{x} + 1 - \frac{20}{x-4} = 0, 14x - 56 + x^2 - 4x - 20x = 0, x^2 - 10x - 56 = 0,$

$D = 100 + 4 \cdot 56 = 324, x_1 = \frac{10+18}{2} = 14, x_2 = -4.$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. $14 - 4 = 10$ (км/ч) – скорость лодки против течения. Ответ: 10 км/ч.

27.26. I этап: Пусть x т – собирали с 1 Га первого поля.

Тогда: $(x + 10)$ т собирали с 1 Га второго поля. $\frac{550}{x}$ Га и $\frac{540}{x+10}$ Га – площадь

I и II полей. Получаем $\frac{550}{x} + \frac{540}{x+10} = 20.$

II этап: $\frac{55}{x} + \frac{54}{x+10} - 2 = 0, 55x + 550 + 54x - 2x^2 - 20x = 0, 2x^2 - 89x - 550 = 0,$

$D = 7921 + 4 \cdot 2 \cdot 550 = 12321, x_1 = \frac{89+111}{4} = 50, x_2 = -5,5.$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. 50 т – собирали с 1 Га I поля. $50 + 10 = 60$ (т) – собирали с 1 Га II поля. Ответ: 50 и 60 т.

27.27. I этап: Пусть x деталей – плановый выпуск в час.

Тогда: $(x + 20)$ дет. – реальный выпуск. $\frac{120}{x}$ ч и $\frac{120}{x+20}$ ч – время работы по

плану и в действительности. Получаем: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1.$

II этап: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} - 1 = 0, 120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0, x^2 - 20x - 2400 = 0,$

$D = 400 + 4 \cdot 2400 = 10\,000, x_1 = \frac{-20+100}{2} = 40, x_2 = -60.$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. 40 деталей – плановый выпуск в час. Ответ: 40 деталей.

27.28. I этап: Пусть x деталей – плановый выпуск в день.

Тогда: $(x+2)$ дет. – реальный выпуск в день. $\frac{120}{x}$ дн. и $\frac{120}{x+2}$ дн. – время

работы по плану и в действительности. Получаем $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+2} = 3.$

II этап: $\frac{40}{x} - \frac{40}{x+2} - 1 = 0, 40x + 80 - 40x - x^2 - 2x = 0, x^2 + 2x - 80 = 0,$

$D = 4 + 4 \cdot 80 = 324, x_1 = \frac{-2+18}{2} = 8, x_2 = -10$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. 8 деталей – плановый ежедневный выпуск. Ответ: 8 деталей.

27.29. I этап: Пусть x – знаменатель. Тогда: $x-3$ – числитель, $\frac{x-3}{x}$ – дробь.

$\frac{x-3+7}{x+5} = \frac{x+4}{x+5}$ – новая дробь. Получаем $\frac{x+4}{x+5} - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{x}$

II этап: $\frac{x+4}{x+5} - \frac{1}{2} - \frac{x-3}{x} = 0, 2x^2 + 8x - x^2 - 5x - 2(x-3)(x+5) = 0,$

$x^2 + 3x - 2x^2 - 4x + 30 = 0, x^2 + x - 30 = 0, D = 1 + 4 \cdot 30 = 121,$

$x_1 = \frac{1-11}{2} = -6, x_2 = 5$

III этап: В первом случае получаем $\frac{-6-3}{-6} - \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ – не подходит

Во втором: $\frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$. Ответ: $\frac{2}{5}$

27.30. I этап: Пусть x – числитель дроби.

Тогда: $(x+5)$ – её знаменатель. $\frac{x}{x+5}$ – данная дробь. $\frac{x-2}{x+5+16} = \frac{x-2}{x+21}$ – новая

дробь. Получаем $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} = \frac{1}{3}$

II этап: $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} - \frac{1}{3} = 0, 3x^2 + 63x - 3(x+5)(x-2) - (x+5)(x+21) = 0,$

$3x^2 + 63x - 3x^2 - 9x + 30 - x^2 - 26x - 105 = 0, x^2 - 28x + 75 = 0,$

$D = 784 - 4 \cdot 75 = 484, x_1 = \frac{28+22}{2} = 25, x_2 = 3$

III этап: В первом случае наша дробь равна $\frac{25}{25+5} = \frac{25}{30}$ Но это сократимая

дробь, значит, этот случай не подходит. Во втором случае наша дробь равна

$\frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$. Ответ: $\frac{3}{8}$

27.31. I этап: Пусть x – числитель дроби.

Тогда: $(x+1)$ – знаменатель. $\frac{x}{x+1}$ – наша дробь. $\frac{x-1}{x+1-1} = \frac{x-1}{x}$ – новая дробь.

Получаем $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = \frac{1}{12}$.

II этап: $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} - \frac{1}{12} = 0$, $12x^2 - 12x^2 + 12 - x^2 - x = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$.

$D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$, $x_1 = \frac{-1+7}{2} = 3$, $x_2 = -4$.

III этап: В первом случае наша дробь равна $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$.

Во втором $\frac{-4}{-4+1} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$, т.е. числитель больше знаменателя, что противоречит условию. Значит, II случай не подходит. Ответ: $\frac{3}{4}$.

27.32. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость. Тогда: $(x+5)$ км/ч – новая скорость. $\frac{260}{x}$ ч – время на путь АВ по плану. $2x$ км – проехал автобус за 2 ч после выхода из А. $(260 - 2x)$ км – осталось проехать до конца пути. $\frac{260-2x}{x+5}$ ч – проехал эту оставшуюся часть.

$\left(2 + \frac{1}{2} + \frac{260-2x}{x+5}\right)$ ч – был в пути автобус.

Так как автобус прискал вовремя, получаем $\frac{5}{2} + \frac{260-2x}{x+5} = \frac{260}{x}$.

II этап: $\frac{5}{2} + \frac{260-2x}{x+5} - \frac{260}{x} = 0$, $5x^2 + 25x + 520x - 4x^2 - 520x - 2600 = 0$,

$x^2 + 25x - 2600 = 0$, $D = 625 + 4 \cdot 2600 = 11025$,

$x_1 = \frac{-25+105}{2} = 40$, $x_2 = -65$.

III этап: Ясно, что подходит только I случай. Т.е. 40 км/ч – первоначальная скорость. Ответ: 40 км/ч.

27.33. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость.

Тогда: $(x+3)$ км/ч – новая скорость. $\frac{30}{x}$ ч – время на путь до турбазы. $2x$ км –

проехал за 2 ч на обратном пути. $(30 - 2x)$ км – осталось проехать. $\frac{30-2x}{x+3}$ ч –

проехал оставшуюся часть. $\left(2 + \frac{30-2x}{x+3}\right)$ ч – время на обратный путь.

Получаем $2 + \frac{30-2x}{x+3} + \frac{1}{10} = \frac{30}{x}$

II этап: $\frac{21}{10} + \frac{30-2x}{x+3} - \frac{30}{x} = 0$, $21x^2 + 63x + 300x - 20x^2 - 300x - 900 = 0$,

$x^2 + 63x - 900 = 0$, $D = 7569$, $x_1 = \frac{-63+87}{2} = 12$, $x_2 = -75$.

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Тогда получаем, что велосипедист затратил на обратный путь $2 + \frac{30 - 2 \cdot 12}{12 + 3} = 2\frac{2}{5}$ ч.

Ответ: $2\frac{2}{5}$ ч.

27.34. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость.

Тогда: $(x - 3)$ км/ч – новая скорость. $2x$ км – длина ВС. $(2x - 6)$ км и 6 км – первая и вторая части пути. $\frac{2x - 6}{x}$ ч и $\frac{6}{x - 3}$ ч – время на первой и второй

части пути. Учитывая, что велосипедист опоздал на 6 мин., получаем

$$\frac{2x - 6}{x} + \frac{6}{x - 3} = 2 + \frac{1}{10}.$$

II этап: $\frac{2x - 6}{x} + \frac{6}{x - 3} - \frac{21}{10} = 0, 10(x - 3)(2x - 6) + 60x - 21x^2 + 63x = 0,$

$$20x^2 - 120x + 180 - 21x^2 + 123x = 0, x^2 - 3x - 180 = 0, D = 9 + 4 \cdot 180 = 729,$$

$$x_1 = \frac{3 + 27}{2} = 15, x_2 = -12.$$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Длина ВС равна $2 \cdot 15 = 30$ (км).
Ответ: 30 км.

27.35. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость.

Тогда: $(x - 1)$ км/ч – новая скорость. $3x$ км – длина СМ. 16 км. и $(3x - 16)$ км – две части обратного пути. $\frac{16}{x}$ ч. и $\frac{3x - 16}{x - 1}$ ч. – время на этих участках пути.

Учитывая, что пешеход на обратный путь затратил на 4 мин. больше, получаем $\frac{16}{x} + \frac{3x - 16}{x - 1} = 3 + \frac{4}{60}.$

I этап: $\frac{16}{x} + \frac{3x - 16}{x - 1} - \frac{46}{15} = 0, 240x - 240 + 45x^2 - 240x - 46x^2 + 46x = 0,$

$$x^2 - 46x + 240 = 0, D = 2116 - 4 \cdot 240 = 1156, x_1 = \frac{46 + 34}{2} = 40, x_2 = 6.$$

III этап: Ясно, что подходит только второй случай. Значит, длина СМ равна $3 \cdot 6 = 18$ (км). Ответ: 18 км.

27.36. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость.

Тогда: $(x + 10)$ км/ч – новая скорость. $\frac{54}{x}$ ч – плановое время на весь путь.

$$\frac{14}{x} \text{ ч и } \frac{54 - 14}{x + 10} = \frac{40}{x + 10} \text{ ч – время в пути в I случае. Так как поезд опоздал на}$$

$$2 \text{ мин. и на 10 мин. был задержан, получаем: } \frac{1}{6} + \frac{14}{x} + \frac{40}{x + 10} = \frac{1}{30} + \frac{54}{x}.$$

II этап: $\frac{4}{30} - \frac{40}{x} + \frac{40}{x + 10} = 0, \frac{1}{30} - \frac{10}{x} + \frac{10}{x + 10} = 0,$

$$x^2 + 10x - 300x - 3000 + 300x = 0, x^2 + 10x - 3000 = 0, D = 100 + 4 \cdot 3000 = 12100,$$

$$x_1 = \frac{-10 + 110}{2} = 50, x_2 = -60.$$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. 50 км/ч – первоначальная скорость. Ответ: 50 км/ч.

27.37. I этап: Пусть x км/ч – скорость I поезда.

Тогда: $(x + 12)$ км/ч – скорость II поезда. Так как поезда встретились в середине пути, то каждый прошел $\frac{240}{2} = 120$ (км). $\frac{120}{x}$ ч и $\frac{120}{x+12}$ ч – время в пути I и II поездов.

Так как II поезд выехал через 30 мин. после I, получаем $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+12} = \frac{1}{2}$

II этап: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+12} - \frac{1}{2} = 0, 240x + 2880 - 240x - x^2 - 12x = 0,$

$x^2 + 12x - 2880 = 0, D = 11664, x_1 = \frac{-12+108}{2} = 48, x_2 = -60.$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение, т.е. скорости поездов равны 48 км/ч и $48 + 12 = 60$ км/ч. Ответ: 48 и 60 км/ч.

27.38. I этап: Пусть x км/ч – собственная скорость катера.

Тогда: $(x + 2,5)$ км/ч и $(x - 2,5)$ км/ч – скорость по течению и против течения.

$\frac{21}{x+2,5}$ ч и $\frac{21}{x-2,5}$ ч – время на путь по течению и против течения.

Так как общее время равно 4ч и 30 мин. уходит на стоянку, получаем

$\frac{21}{x+2,5} + \frac{21}{x-2,5} + \frac{1}{2} = 4,$

II этап: $\frac{21}{x+2,5} + \frac{21}{x-2,5} - \frac{7}{2} = 0, 42x - 105 + 42x + 105 - 7x^2 + 43,75 = 0,$

$7x^2 - 84x - 43,75 = 0, D = 91^2, x_1 = 12,5, x_2 = -0,5.$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Значит, 12,5 км/ч – скорость катера в стоячей воде. Ответ: 12,5 км/ч.

27.39. I этап: Пусть x км/ч – собственная скорость лодки. Тогда: $(x + 1)$ км/ч и $(x - 1)$ км/ч – скорость по течению и против течения. $\frac{14}{x+1}$ ч и $\frac{15}{x-1}$ ч –

время в пути по течению и против течения. $\left(\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1}\right)$ ч – общее время.

$\frac{30}{x}$ ч – время в пути по стоячей воде. Получаем $\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1} = \frac{30}{x}.$

II этап: $\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1} - \frac{30}{x} = 0, 14x^2 - 14x + 15x^2 + 15x - 30x^2 + 30 = 0,$

$x^2 - x - 30 = 0, D = 1 + 4 \cdot 30 = 121, x_1 = \frac{1+11}{2} = 6, x_2 = -5.$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. собственная скорость лодки равна 6 км/ч. Ответ: 6 км/ч.

27.40. I этап: Пусть x туристов – было в каждом автобусе. Тогда: $(x - 17)$ тур. – планировалось разместить в одном автобусе. $\frac{188}{x}$ авт. и $\frac{180}{x-17}$ авт. – было на самом деле и по плану.

Так как на самом деле было на 2 автобуса меньше, то получаем

$$\frac{180}{x-17} - \frac{188}{x} = 2$$

II этап: $\frac{90}{x-17} - \frac{94}{x} = 1 = 0, 90x - 94x + 1598 - x^2 + 17x = 0,$

$$x^2 - 13x - 1598 = 0, D = 81^2, x_1 = \frac{13+81}{2} = 47, x_2 = -34.$$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. 47 туристов было размещено в каждом автобусе.

Ответ: 47 туристов.

27.41. I этап: Пусть x Га – ежедневная плановая работа.

Тогда: $(x + 25)$ Га – ежедневная действительная работа. $\frac{1800}{x}$ дн. и

$$\frac{1800+200}{x+25} \text{ дн. – плановый и реальный срок выполнения задания.}$$

Так как на самом деле бригада выполнила всю работу на 4 дн. раньше.

получаем $\frac{1800}{x} - \frac{2000}{x+25} = 4$

II этап: $\frac{450}{x} - \frac{500}{x+25} - 1 = 0, 450x + 11250 - 500x - x^2 - 25x = 0,$

$$x^2 + 75x - 11250 = 0, D = 225^2, x_1 = \frac{-75+225}{2} = 75, x_2 = -150.$$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. 75 Га – ежедневная плановая работа.

Ответ: 75 Га.

27.42. I этап: Пусть x км/ч – скорость I пешехода, y км/ч – скорость II пешехода. Тогда: $(x + y)$ км/ч – скорость их сближения. $\frac{44}{x+y}$ ч – время в

пути до встречи. Так как они встретились через 4 часа, то $\frac{44}{x+y} = 4.$

Разберем теперь II движение в задаче. Так как они встретились в середине

пути, то каждый прошел $\frac{44}{2} = 22$ (км). $\frac{22}{x}$ ч и $\frac{22}{y}$ ч – время в пути I и II

пешеходов. Так как I вышел на 44 мин. раньше второго, получаем

$$\frac{22}{x} - \frac{22}{y} = \frac{11}{15}$$

II этап:
$$\begin{cases} \frac{11}{x+y} = 1 \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \begin{cases} x+y=11; y=11-x \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{11-x} - \frac{1}{15} = 0 \end{cases}$$

$$330 - 30x - 30x + x^2 - 11x = 0, x^2 - 71x + 330 = 0, D = 61^2,$$

$$x_1 = \frac{71+61}{2} = 66, \quad x_2 = 5, y_1 = 11 - 66 = -55, \quad y_2 = 11 - 5 = 6.$$

III этап: Ясно, что подходит только II пара (x, y) . Т.е. скорости пешеходов равны 5 и 6 км/ч. Ответ: 5 и 6 км/ч.

27.43. I этап: Пусть x км/ч – плановая скорость, y км/ч – действительная скорость. Тогда: $\frac{96}{x}$ ч и $\frac{96}{y}$ ч – время в пути по плану и т.к. на самом деле

велосипедист проехал путь на 2 часа быстрее, то получаем $\frac{96}{x} - \frac{96}{y} = 2$.

y км – проезжал за 1 час на самом деле. $\frac{5x}{4}$ км – предполагал проезжать за 1 час 15 мин. Так как за 1 час он проезжал на 1 км больше, получаем $y - \frac{5x}{4} = 1$.

II этап:
$$\begin{cases} \frac{48}{x} - \frac{48}{y} - 1 = 0 \\ y = 1 + \frac{5x}{4} = \frac{4+5x}{4} \end{cases} \quad \frac{48}{x} - \frac{192}{4+5x} - 1 = 0,$$

$$192 + 240x - 192x - 4x - 5x^2 = 0, 5x^2 - 44x - 192 = 0, D = 76^2,$$

$$x_1 = \frac{44+76}{10} = 12, \quad x_2 = -3,2, \quad y_1 = \frac{4+5 \cdot 12}{4} = 16, \quad y_2 = \frac{4-5 \cdot 3,2}{4} = -3$$

III этап: Ясно, что подходит только I пара. Значит, на самом деле велосипедист ехал со скоростью 16 км/ч. Ответ: 16 км/ч.

27.44. I этап: Пусть x г – серебра было в сплаве.

Тогда: $(80+x)$ г – масса сплава. $\frac{80}{80+x} \cdot 100\%$ – содержание золота в сплаве

$80+x+100=(180+x)$ г – масса нового сплава. $\frac{180}{180+x} \cdot 100\%$ – содержание золота в новом сплаве.

Так как содержание золота в новом сплаве увеличилось на 20%, получаем

$$\frac{180}{180+x} \cdot 100 - \frac{80}{80+x} \cdot 100 = 20.$$

II этап: $\frac{180 \cdot 5}{180+x} - \frac{80 \cdot 5}{80+x} - 1 = 0, 900x + 72000 - 72000 - 400x - x^2 - 260x - 14400 = 0,$

$$x^2 - 240x + 14400 = 0, D = 0, x = \frac{240}{2} = 120.$$

III этап: В сплаве было 120г серебра. Ответ: 120г.

27.45. I этап: Пусть x кг – первоначальная масса сплава. Тогда: $(x-5)$ кг – содержание меди. $\frac{5}{x} \cdot 100\%$ – содержание цинка. $(x+15)$ кг – масса нового

сплава. $\frac{20}{x+15} \cdot 100\%$ – содержание цинка в новом сплаве. Так как

содержание цинка повысилось на 30%, получаем $\frac{20}{x+15} \cdot 100 - \frac{5}{x} \cdot 100 = 30$.

II этап: $\frac{200}{x+15} - \frac{50}{x} - 3 = 0, 200x - 50x - 750 - 3x^2 - 45x = 0,$

$$3x^2 - 105x + 750 = 0, x^2 - 35x + 250 = 0, D = 225, x_1 = \frac{35+15}{2} = 25, x_2 = 10$$

III этап: В I случае содержание меди в сплаве $25 - 5 = 20$ (кг), а цинка 5 кг. Во II случае меди $10 - 5 = 5$ кг и цинка 5 кг. А в условии говорится, что меди было больше. Значит, подходит только I случай. Т.е. масса сплава равна 25 кг
 Ответ: 25 кг.

§ 28. Еще одна формула корней квадратного уравнения

28.1.

$$\begin{aligned} \text{а) } x^2 - 14x + 33 &= 0, \\ b &= -14, c = 33, \\ x_{1,2} &= 7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 33} = 7 \pm 4, \end{aligned}$$

$$x_1 = 11, x_2 = 3;$$

$$\begin{aligned} \text{в) } x^2 + 12x - 28 &= 0, \\ b &= 12, c = -28, \\ x_{1,2} &= -6 \pm \sqrt{36 + 28} = -6 \pm 8, \\ x_1 &= 2, x_2 = -14; \end{aligned}$$

28.2.

$$\begin{aligned} \text{а) } x^2 + 34x + 280 &= 0, \\ \kappa &= 17, \\ x_{1,2} &= -17 \pm \sqrt{289 - 280} = -17 \pm 3, \\ x_1 &= -20, x_2 = -14; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } x^2 - 24x + 108 &= 0, \\ \kappa &= -12, \\ x_{1,2} &= 12 \pm \sqrt{144 - 108} = 12 \pm 6, \\ x_1 &= 18, x_2 = 6; \end{aligned}$$

28.3.

$$\begin{aligned} \text{а) } 9x^2 - 20x - 21 &= 0, \kappa = -10, \\ x_{1,2} &= \frac{10 \pm \sqrt{100 + 21 \cdot 9}}{9} = \frac{10 \pm 17}{9}, \\ x_1 &= 3, x_2 = -\frac{7}{9}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 5x^2 + 8x - 4 &= 0; \kappa = 4 \\ x_{1,2} &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{5} = \frac{-4 \pm 6}{5} \\ x_1 &= -2, x_2 = \frac{2}{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } x^2 - 10x - 39 &= 0, \\ b &= -10, c = -39, \\ x_{1,2} &= 5 \pm \sqrt{(-5)^2 + 39} = 5 \pm 8, \end{aligned}$$

$$x_1 = 13, x_2 = -3.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } x^2 + 12x + 35 &= 0, \\ b &= 12, c = 35, \\ x_{1,2} &= -6 \pm \sqrt{36 - 35} = -6 \pm 1, \\ x_1 &= -7, x_2 = -5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } x^2 - 16x - 132 &= 0, \\ \kappa &= -8, \\ x_{1,2} &= 8 \pm \sqrt{64 + 132} = 8 \pm 14, \\ x_1 &= 22, x_2 = -6; \\ \text{г) } x^2 + 26x - 120 &= 0, \\ \kappa &= 13, \\ x_{1,2} &= -13 \pm \sqrt{169 + 120} = -13 \pm 17, \\ x_1 &= 4, x_2 = -30. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 7x^2 + 6x - 1 &= 0; \kappa = 3 \\ x_{1,2} &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 7}}{7} = \frac{-3 \pm 4}{7} \\ x_1 &= -1, x_2 = \frac{1}{7}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } 3x^2 - 4x + 2 &= 0; \kappa = -2 \\ x_{1,2} &= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 6}}{3} - \text{нет корней.} \end{aligned}$$

$$\text{28.4. а) } x^2 - 2x - 1 = 0; \frac{D}{4} = 1^2 - 1 \cdot (-1) = 2; x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2};$$

$$\text{б) } x^2 + 4x + 1 = 0; \frac{D}{4} = 4 - 1 = 3; x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3};$$

$$\text{в) } x^2 + 2x - 2 = 0; \frac{D}{4} = 1 + 2 = 3; x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3};$$

$$\text{г) } x^2 - 6x + 7 = 0; \frac{D}{4} = 9 - 7 = 2; x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

$$28.5. \text{ а) } 4x^2 - 8x + 1 = 0; \frac{D}{4} = 16 - 4 = 12; x_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2};$$

$$\text{б) } 9x^2 + 12x + 1 = 0; \frac{D}{4} = 36 - 9 = 27; x_{1,2} = \frac{-6 \pm 3\sqrt{3}}{9} = \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{3};$$

$$\text{в) } 4x^2 - 12x + 7 = 0; \frac{D}{4} = 36 - 4 \cdot 7 = 8; x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2};$$

$$\text{г) } 25x^2 + 10x - 4 = 0; \frac{D}{4} = 25 + 25 \cdot 4 = 125; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 5\sqrt{5}}{25} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{5}.$$

$$28.6. \text{ а) } \frac{x+3}{x-3} = \frac{2x+3}{x}, \frac{x+3}{x-3} - \frac{2x+3}{x} = 0, \frac{x^2+3x-(2x+3)(x-3)}{x(x-3)} = 0,$$

$$\frac{x^2+3x-2x^2-3x+6x+9}{x(x-3)} = 0, \frac{-x^2+6x+9}{x(x-3)} = 0, x^2-6x-9=0,$$

$$D = 36 + 4 \cdot 9 = 2 \cdot 36, x_{1,2} = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 3\sqrt{2}, x \neq 0, x \neq 3. \text{ Ответ: } 3 \pm 3\sqrt{2}.$$

$$\text{б) } \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1, \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} - 1 = 0, \frac{(3x+1)(x-2)-(x-1)(x+2)-x^2+4}{(x+2)(x-2)} = 0,$$

$$3x^2-5x-2-x^2-x+2-x^2+4=0, x^2-6x+4=0, D=36-4 \cdot 4=20,$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 3 \pm \sqrt{5}, x \neq \pm 2. \text{ Ответ: } 3 \pm \sqrt{5}.$$

$$\text{в) } \frac{x+2}{x-2} = \frac{3x-2}{2x};$$

$$2x^2+4x=(3x-2)(x-2); 2x^2+4x=3x^2-8x+4; x^2-12x+4=0;$$

$$\frac{D}{4} = 36 - 4 = 32; x_{1,2} = 6 \pm 4\sqrt{2};$$

$$\text{г) } \frac{3x+2}{x-3} - \frac{x+2}{x+3} = 1; (3x+2)(x+3)-(x+2)(x-3)=(x-3)(x+3);$$

$$3x^2+11x+6-(x^2-x-6)=x^2-9; x^2+12x+21=0;$$

$$\frac{D}{4} = 36 - 21 = 15; x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{15}.$$

28.7. I этап: Пусть x см – ширина прямоугольника.

Тогда $(x+30)$ см – длина прямоугольника.

Так как площадь прямоугольника равна 675 см^2 , получаем $x(x+30)=675$.

II этап: $x^2+30x-675=0, x_{1,2}=-15 \pm \sqrt{225+675}=-15 \pm 30, x_1=15, x_2=-45$.

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Значит, 15 см – ширина прямоугольника, $15+30=45$ (см) – длина. Ответ: 15 и 45 см.

28.8. I этап: Пусть x см – первоначальный размер листа.

Тогда: $(x-6)$ см и x см – размеры оставшейся части.

Так как площадь оставшейся части равна 135 см^2 , получаем $x(x-6)=135$.

II этап: $x^2-6x-135=0, x_{1,2}=3 \pm \sqrt{9+135}=3 \pm 12, x_1=15, x_2=-9$.

III этап: Ясно, что подходит только I значение, т.е. 15 х 15 см – первоначальные размеры листа. Ответ: 15 х 15 см.

28.9. I этап: Пусть x – I число. Тогда: $(x + 6)$ – II число.

Так как произведение чисел равно 187, получаем $x(x + 6) = 187$

II этап: $x^2 + 6x - 187 = 0$, $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9+187} = -3 \pm 14$, $x_1 = 11$, $x_2 = -17$.

III этап: Так как числа натуральные, то подходит только I значение. Т.е. 11 – I число. $11 + 6 = 17$ – II число. Ответ: 11 и 17.

28.10. I этап: Пусть x см – ширина прямоугольника.

Тогда: $(x + 14)$ см – его длина. Используя теорему Пифагора, найдем диагональ. Её квадрат равен $x^2 + (x + 14)^2$.

Так как по условию диагональ равна 34 см, получаем $x^2 + (x + 14)^2 = 34^2$

II этап: $2x^2 + 28x - 960 = 0$, $x^2 + 14x - 480 = 0$,

$x_{1,2} = -7 \pm \sqrt{49+480} = -7 \pm 23$, $x_1 = 16$. $x_2 = -30$.

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. 16 см – ширина,

$16 + 14 = 30$ (см) – длина. Тогда площадь равна $16 \cdot 30 = 480$ (см²).

Ответ: 480 см².

28.11. I этап: Пусть x км/ч – плановая скорость. Тогда: $\frac{30}{x}$ ч – плановое

время на весь путь. $(x + 10)$ км/ч – реальная скорость. $\frac{30}{x+10}$ ч – реальное

время на весь путь. Так как реальное время на 6 мин. меньше, получаем

$$\frac{30}{x+10} + \frac{1}{10} = \frac{30}{x}.$$

II этап: $\frac{30}{x+10} + \frac{1}{10} - \frac{30}{x} = 0$, $300x + x^2 + 10x - 300x - 3000 = 0$,

$x^2 + 10x - 3000 = 0$, $x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25+3000} = -5 \pm 55$, $x_1 = 50$, $x_2 = -60$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. 50 км/ч – первоначальная скорость. Тогда $50 + 10 = 60$ км/ч – действительная скорость.

Ответ: 60 км/ч.

28.12. I этап: Пусть x км/ч – плановая скорость. Тогда: $(x + 6)$ км/ч – действительная скорость. $\frac{36}{x}$ ч – плановое время на весь путь $\frac{36}{x+6}$ –

действительное время на весь путь. Так как действительное время на 12 мин. меньше, получаем $\frac{36}{x+6} + \frac{1}{5} = \frac{36}{x}$.

II этап: $\frac{36}{x+6} + \frac{1}{5} - \frac{36}{x} = 0$, $180x + x^2 + 6x - 180x - 1080 = 0$,

$x^2 + 6x - 1080 = 0$, $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9+1080} = -3 \pm 33$, $x_1 = 30$, $x_2 = -36$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Значит катер шел со скоростью $30 + 6 = 36$ (км/ч). Ответ: 36 км/ч.

28.13. I этап: Пусть x км/ч – скорость I автобуса. Тогда: $(x + 4)$ км/ч – скорость II автобуса. $\frac{48}{x}$ ч и $\frac{48}{x+4}$ ч – время в пути I и II автобусов.

Так как II автобус прискал на 10 мин. раньше, получаем $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} = \frac{48}{x}$

II этап: $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} - \frac{48}{x} = 0, 288x + x^2 + 4x - 288x - 1152 = 0,$

$x^2 + 4x - 1152 = 0, x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4+1152} = -2 \pm 34, x_1 = 32, \quad x_2 = -36.$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Значит, 32 км/ч – скорость I автобуса. Ответ: 32 и 36 км/ч.

28.14. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость. Тогда: $(x + 10)$ км/ч – новая скорость. $\frac{195}{x}$ ч и $\frac{195}{x+10}$ ч – время по плану и в действительности на оставшиеся 195 км. Учитывая, что действительное время на 24 мин. меньше, получаем $\frac{195}{x+10} + \frac{2}{5} = \frac{195}{x}$

II этап: $\frac{195}{x+10} + \frac{2}{5} - \frac{195}{x} = 0, 975x + 2x^2 + 20x - 975x - 9750 = 0,$

$x^2 + 10x - 4875 = 0, x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25+4875} = -5 \pm 70, x_1 = 65, \quad x_2 = -75$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. 65 км/ч – первоначальная скорость. Ответ: 65 км/ч.

28.15. I этап: Пусть x км/ч – скорость товарного поезда.

Тогда: $(x + 20)$ км/ч – скорость скорого поезда. $\frac{400}{x}$ ч и $\frac{400}{x+20}$ ч – время в пути товарного и скорого поездов. Так как время скорого поезда на 1ч меньше, получаем $\frac{400}{x+20} + 1 = \frac{400}{x}$

II этап: $\frac{400}{x+20} + 1 - \frac{400}{x} = 0, 400x + x^2 - 400x - 8000 = 0, x^2 + 20x - 8000 = 0,$

$x_{1,2} = -10 \pm \sqrt{100+8000} = -10 \pm 90, x_1 = 80, \quad x_2 = -100.$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. 80 км/ч – скорость товарного поезда; $80 + 20 = 100$ (км/ч) – скорость скорого поезда.

Ответ: 80 и 100 км/ч.

28.16. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость поезда. Тогда: $(x + 12)$ км/ч – новая скорость. Так как весь путь равен 120 км, его половина равна $\frac{120}{2} = 60$ (км). $\frac{60}{x}$ ч и $\frac{60}{x+12}$ ч – плановое и действительное время на

второй половине пути. Так как поезд был задержан на 10 мин., получаем $\frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} = \frac{60}{x}$

II этап: $\frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} - \frac{60}{x} = 0, 360x + x^2 + 12x - 360x - 4320 = 0,$

$x^2 + 12x - 4320 = 0, x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{36+4320} = -6 \pm 66, x_1 = 60, \quad x_2 = -72.$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. 60 км/ч – первоначальная скорость. Ответ: 60 км/ч.

28.17. I этап: Пусть x км/ч – скорость течения.

Тогда: $(20 + x)$ км/ч и $(20 - x)$ км/ч – скорость по течению и против течения.

$\frac{8}{20+x}$ ч и $\frac{16}{20-x}$ ч – время движения по течению и против течения.

Так как на весь путь катер затратил $\frac{4}{3}$ ч, получаем $\frac{8}{20+x} + \frac{16}{20-x} = \frac{4}{3}$

II этап: $\frac{2}{20+x} + \frac{4}{20-x} - \frac{1}{3} = 0, 120 - 6x + 240 + 12x - 400 + x^2 = 0,$

$x^2 + 6x - 40 = 0, x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9+40} = -3 \pm 7, x_1 = 4, x_2 = -10.$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Т.е. скорость течения равна 4 км/ч. Значит, $20 + 4 = 24$ (км/ч) – скорость по течению. Ответ: 24 км/ч

28.18. I этап: Пусть x км/ч – скорость течения.

Тогда: $(12 + x)$ км/ч и $(12 - x)$ км/ч – скорость по течению и против течения

$\frac{7}{12+x}$ ч и $\frac{10}{12-x}$ ч – время движения по течению и против течения.

Так как катер затратил на путь по течению на 0,5 ч меньше, получаем

$\frac{7}{12+x} + \frac{1}{2} = \frac{10}{12-x}.$

II этап: $\frac{7}{12+x} + \frac{1}{2} - \frac{10}{12-x} = 0, 168 - 14x + 144 - x^2 - 240 - 20x = 0,$

$x^2 + 34 - 72 = 0, x_{1,2} = -17 \pm \sqrt{289+72} = -17 \pm 19, x_1 = 2, x_2 = -36$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Значит, $12 - 2 = 10$ (км/ч) – скорость лодки против течения. Ответ: 10 км/ч.

28.19. а) $x^2 - 52x - 285 = 0, x_{1,2} = 26 \pm \sqrt{676+285} = 26 \pm 31, x_1 = 57, x_2 = -5,$

б) $3x^2 + 130x - 133 = 0;$

$\frac{D}{4} = 65^2 - 3(-133) = 4225 + 399 = 4624 = 68^2; x_{1,2} = \frac{-65 \pm 68}{3}; x_1 = 1; x_2 = -\frac{133}{3},$

в) $x^2 + 108x - 2413 = 0; \frac{D}{4} = 54^2 + 2413 = 5329 = 73^2; x_{1,2} = -54 \pm 73, x_1 = -127; x_2 = 19;$

г) $17x^2 - 128x - 64 = 0;$

$D = 64^2 + 17 \cdot 64 = 64 \cdot 81 = 72^2; x_{1,2} = \frac{64 \pm 72}{17}; x_1 = -\frac{8}{17}; x_2 = 8.$

28.20. а) $x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 = 0, x_{1,2} = 2\sqrt{3} \pm \sqrt{12-12} = 2\sqrt{3};$

б) $x^2 + 2\sqrt{5}x - 20 = 0, x_{1,2} = -\sqrt{5} \pm \sqrt{5+20} = -\sqrt{5} \pm 5;$

в) $x^2 + 6\sqrt{2}x + 18 = 0; (x + 3\sqrt{2})^2 = 0; x = -3\sqrt{2};$

г) $x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0, x_{1,2} = 2\sqrt{2} \pm \sqrt{8-4} = 2\sqrt{2} \pm 2.$

28.21. а) $x^2 - 2(a-1)x + a^2 - 2a - 3 = 0, x_{1,2} = a-1 \pm \sqrt{(a-1)^2 - a^2 + 2a + 3} =$

$= a-1 \pm \sqrt{a^2 - 2a + 1 - a^2 + 2a + 3} = a-1 \pm 2, x_1 = a+1, x_2 = a-3,$

б) — 953 в) вместо "а" везде поставить "р"

$x^2 + 2(p+1)x + p^2 + 2p - 8 = 0,$

$x_{1,2} = -p-1 \pm \sqrt{(p+1)^2 - p^2 - 2p + 8} = -p-1 \pm \sqrt{p^2 + 2p + 1 - p^2 - 2p + 8} = -p-1 \pm 3,$

$x_1 = -p+2, x_2 = -p-4;$

в) $x^2 - 2(a-1)x + a^2 - 2a - 15 = 0, x_{1,2} = a-1 \pm \sqrt{(a-1)^2 - a^2 + 2a + 15} =$

$= a-1 \pm \sqrt{a^2 - 2a + 1 - a^2 + 2a + 15} = a-1 \pm 4, x_1 = a+3, x_2 = a-5.$

$$\text{г) } x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 6a - 7 = 0, x_{1,2} = -a - 3 \pm \sqrt{(a+3)^2 - a^2 - 6a + 7} =$$

$$= -a - 3 \pm \sqrt{a^2 + 6a + 9 - a^2 - 6a + 7} = -a - 3 \pm 4, x_1 = -a + 1, \quad x_2 = -a - 7$$

$$\text{28.22. а) } x^2 - 2px + p^2 - 1 = 0; D = 4p^2 - 4(p^2 - 1) = 4; x_{1,2} = \frac{2p \pm 4}{2} = p \pm 2;$$

$$\text{б) } px^2 - 4x + 1 = 0; \text{ Если } p = 0, \text{ то } x = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Если } p \neq 0, \text{ то } \frac{D}{4} = 4 - p.$$

$$\text{Если } 4 - p \geq 0, \text{ то есть при } p \leq 4. x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - p}}{p};$$

При $p > 4$ корней нет.

$$\text{в) } x^2 - 4px + 4p^2 - 1 = 0; \frac{D}{4} = 4p^2 - 4p^2 + 1 = 1; x_{1,2} = 2p \pm 1;$$

$$\text{г) Если } p = 0, \text{ то } x = \frac{1}{3}. \text{ Если } p \neq 0, \text{ то } \frac{D}{4} = 36 - 4p.$$

$$\text{Если } 36 - 4p \geq 0, \text{ то есть при } p \leq 9. x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{9 - p}}{p};$$

При $p > 9$ корней нет.

$$\text{28.23. а) Если } p = 4, \text{ то } x = -1.$$

$$\text{Если } p \neq 4, \text{ то } \frac{D}{4} = (p-2)^2 - (p-4)p = 4; x_{1,2} = \frac{2 - p \pm 2}{(p-4)}; x_1 = -1; x_2 = \frac{p}{4-p},$$

$$\text{б) Если } p = 0, \text{ то } x = -1, 5.$$

$$\text{Если } p \neq 0, \text{ то } \frac{D}{4} = (p+1)^2 - p(p+3) = 1 - p.$$

$$\text{При } p \in (-\infty; 0) \cup (0; 1] \quad x = \frac{-(p+1) \pm \sqrt{1-p}}{p}.$$

При $p > 1$ корней нет.

28.24. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость. Тогда: $(x + 12)$ км/ч – новая скорость. $2x$ км – проехал мотоциклист за 2 ч. $(120 - 2x)$ км – осталось проехать. $\frac{120 - 2x}{x}$ ч и $\frac{120 - 2x}{x + 12}$ ч – плановое и действительное время

движения на оставшейся части. Так как в действительности мотоциклист ехал на 6 мин. меньше, получаем $\frac{120 - 2x}{x + 12} + \frac{1}{10} = \frac{120 - 2x}{x}$

$$\text{II этап: } \frac{120 - 2x}{x + 12} + \frac{1}{10} - \frac{120 - 2x}{x} = 0,$$

$$1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 10(x + 12)(120 - 2x) = 0,$$

$$1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 20x^2 - 960x - 14400 = 0, x^2 + 252x - 14400 = 0,$$

$$x_{1,2} = -126 \pm 174, x_1 = 48, \quad x_2 = -300.$$

III этап: Ясно, что подходит только I значение. Значит, новая скорость равна $48 + 12 = 60$ (км/ч). Ответ: 60 км/ч.

28.25. I этап: Пусть x км/ч – первоначальная скорость.

Тогда: $(x + 4)$ км/ч – новая скорость. $\frac{40}{x}$ ч – время движения от города до фермы. $2x$ км – проехал за 2 ч. при движении обратно. $(40 - 2x)$ км – осталось проехать до города. $\frac{40 - 2x}{x + 4}$ ч – проехал оставшуюся часть.

Так как на обратном пути велосипедист останавливался на 20 мин., получаем

$$\frac{40}{x} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{40 - 2x}{x + 4}$$

II этап: $\frac{40 - 2x}{x + 4} - \frac{40}{x} + \frac{7}{3} = 0, 120x - 6x^2 - 120x - 480 + 7x^2 + 28x = 0,$

$$x^2 + 28x - 480 = 0, x_{1,2} = -14 \pm \sqrt{196 + 480} = -14 \pm 26, x_1 = 12, x_2 = -40.$$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. Значит, новая скорость равна $12 + 4 = 16$ (км/ч). Ответ: 16 км/ч.

28.26. I этап. Пусть $x\%$ — процентное увеличение изделий.

Тогда после 1-го увеличения завод выпустил $800 + 800 \cdot \frac{x}{100} = 800 + 8x$ — изделий.

После второго увеличения $(800 + 8x) \cdot \frac{x}{100} + 800 + 8x$ — изделий.

Это составило 1152 изделий.

II этап. $(800 + 8x) \cdot \frac{x}{100} + 8x - 352 = 0; 800x + 8x^2 + 800x - 35200 = 0$

$$x^2 + 200x - 4400 = 0$$

$$x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120, x_1 = 20, x_2 = -220$$

III этап. Ясно, что подходит только первое значение -20% . Ответ: 20% .

28.27. I этап. Пусть $x\%$ — процентное увеличение числа принятых студентов в год. Тогда через 1 год было принято $2000 + 2000 \cdot \frac{x}{100} = 2000 + 20x$ — студентов.

а еще через год $(2000 + 20x) \cdot \frac{x}{100} + 2000 + 20x$ — студентов, что составило 2880 человек.

II этап. $(2000 + 20x) \cdot \frac{x}{100} + 20x - 880 = 0$

$$200x + 2x^2 + 200x - 8800 = 0; x^2 + 200x - 4400 = 0$$

$$x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120, x_1 = 20, x_2 = -220.$$

III этап. Ясно, что подходит только первое значение 20% . Ответ: 20% .

28.28. I этап: Пусть x дней – плановый срок выполнения работы в день. y м³ – плановая производительность в день.

Тогда: xy (м³) – вся работа, т.е. 2800 м³ воды.

Получаем $xy = 2800$ ($y - 20$) м³ – действительная производительность в день. $(x + 1)$ дней – время работы. $(x + 1)(y - 20)$ м³ – объем работы, выполненный за это время. Так как в действительности не выкачали еще 100 м³, получаем $(x + 1)(y - 20) = 2800 - 100$

II этап. $\begin{cases} xy = 2800 \\ (x+1)(y-20) = 2700 \end{cases} \quad xy + y - 2x - 2 = 2700,$

$2800 + y - 20x - 20 = 2700, y - 20x = -80, y = 20x - 80, x(20x - 80) = 2800,$

$x(x - 4) = 140, x^2 - 4x - 140 = 0, x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4+140} = 2 \pm 12,$

$x = 14,$

$x_2 = -10, y_1 = 20 \quad 14 - 80 = 200.$

$y_2 = -20 \cdot 10 - 80 = -280.$

III этап. Ясно, что подходит только 1 пара (x, y) . Т.е. 14 дней – плановый срок выполнения всей работы. Ответ: 14 дней.

§ 29. Теорема Виета

29.1. а) $x^2 - 6x + 11 = 0, x_1 + x_2 = 6, x_1 \cdot x_2 = 11;$

б) $x^2 + 6x - 11 = 0, x_1 + x_2 = -6, x_1 \cdot x_2 = -11;$

в) $x^2 - 11x - 6 = 0, x_1 + x_2 = 11, x_1 \cdot x_2 = -6;$

г) $x^2 + 11x - 6 = 0, x_1 + x_2 = -11, x_1 \cdot x_2 = -6.$ Ответ: у б).

29.2. а) $x^2 + 2x - 5 = 0, x_1 + x_2 = -2, x_1 \cdot x_2 = -5;$

б) $x^2 - 15x + 16 = 0, x_1 + x_2 = 15, x_1 \cdot x_2 = 16;$

в) $x^2 - 19x + 1 = 0, x_1 + x_2 = 19, x_1 \cdot x_2 = 1;$

г) $x^2 + 8x + 10 = 0, x_1 + x_2 = -8, x_1 \cdot x_2 = 10.$

29.3. а) $2x^2 + 9x - 10 = 0, x_1 + x_2 = -\frac{9}{2} = -4,5, x_1 \cdot x_2 = -\frac{10}{2} = -5.$

б) $5x^2 + 12x + 7 = 0, x_1 + x_2 = -\frac{12}{5}, x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{5}.$

в) $19x^2 - 23x + 5 = 0, x_1 + x_2 = \frac{23}{19}, x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{19}.$

г) $3x^2 + 113x - 7 = 0, x_1 + x_2 = -\frac{113}{3}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3}.$

29.4. а) $x^2 - 6 = 0, x_1 + x_2 = 0, x_1 \cdot x_2 = -6;$ б) $2x^2 + 3x = 0, x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}, x_1 \cdot x_2 = 0;$

в) $x^2 + 5x = 0, x_1 + x_2 = -5, x_1 \cdot x_2 = 0;$ г) $7x^2 - 1 = 0, x_1 + x_2 = 0, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{7}.$

29.5. а) $0,2x^2 - 4x - 1 = 0, x_1 + x_2 = \frac{4}{0,2} = 20, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{0,2} = -5;$

б) $\sqrt{3}x^2 - 12x - 7\sqrt{3} = 0, x_1 + x_2 = \frac{12}{\sqrt{3}}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -7.$

в) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0, x_1 + x_2 = \sqrt{5}, x_1 \cdot x_2 = 1;$

г) $\frac{2}{3}x^2 + 2x - 1 = 0, x_1 + x_2 = -\frac{2 \cdot 3}{2} = -3, x_1 \cdot x_2 = -1,5.$

29.6. а) $x^2 + 3x + 2 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = 2 \end{cases} \quad x_1 = -1, x_2 = -2;$

б) $x^2 - 15x + 14 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = 15 \\ x_1 \cdot x_2 = 14 \end{cases} \quad x_1 = 1, x_2 = 14;$

в) $x^2 + 8x + 7 = 0, x_1 = -1, x_1 \cdot x_2 = 7, x_2 = -7;$

г) $x^2 - 19x + 18 = 0, x_1 = 1, x_1 \cdot x_2 = 18, x_2 = 18.$

$$29.7. \text{ а) } x^2 + 3x - 4 = 0, x_1 = 1, x_1 \cdot x_2 = -4, x_2 = -4;$$

$$\text{ б) } x^2 - 12x - 11 = 0, x_1 = -1, x_1 \cdot x_2 = -11, x_2 = 11;$$

$$\text{ в) } x^2 - 9x - 10 = 0, x_1 = -1, x_1 \cdot x_2 = -10, x_2 = 10;$$

$$\text{ г) } x^2 + 8x - 9 = 0, x_1 = 1, x_1 \cdot x_2 = -9, x_2 = -9.$$

$$29.8. \text{ а) } x^2 + 9x + 20 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = -9 \\ x_1 \cdot x_2 = 20 \end{cases} \quad x_1 = -4, x_2 = -5;$$

$$\text{ б) } x^2 - 15x + 36 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = 15 \\ x_1 \cdot x_2 = 36 \end{cases} \quad x_1 = 12, x_2 = 3;$$

$$\text{ в) } x^2 + 5x - 14 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = -14 \end{cases} \quad x_1 = -7, x_2 = 2;$$

$$\text{ г) } x^2 - 7x - 30 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = -30 \end{cases} \quad x_1 = 10, x_2 = -3$$

$$29.9. \text{ а) } x_1 = 4, x_2 = 2, -p = x_1 + x_2 = 4 + 2 = 6, p = -6, x_1 \cdot x_2 = q = 4 \cdot 2 = 8, x^2 - 6x + 8 = 0;$$

$$\text{ б) } x_1 = 3, x_2 = -5, -p = 3 - 5 = -2, p = 2, q = x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot (-5) = -15, x^2 + 2x - 15 = 0;$$

$$\text{ в) } x_1 = -8, x_2 = 1, -p = -8 + 1 = -7, p = 7, q = -8 \cdot 1 = -8, x^2 + 7x - 8 = 0;$$

$$\text{ г) } x_1 = -6, x_2 = -2, -p = -6 - 2 = -8, p = 8, q = -6 \cdot (-2) = 12, x^2 + 8x + 12 = 0.$$

$$29.10. \text{ а) } x_1 = 2,5, x_2 = 2, -p = 2,5 - 2 = 0,5, p = -0,5, q = 2,5 \cdot (-2) = -5, x^2 - 0,5x - 5 = 0;$$

$$\text{ б) } x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1\frac{1}{2}, -p = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = -\frac{5}{6}, p = \frac{5}{6}, q = -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = -1, x^2 + \frac{5}{6}x - 1 = 0;$$

$$\text{ в) } x_1 = -2,4, x_2 = -1,5, -p = -2,4 - 1,5 = -3,9, p = 3,9, q = 2,4 \cdot 1,5 = 3,6, x^2 + 3,9x + 3,6 = 0;$$

$$\text{ г) } x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = -1\frac{2}{3}, -p = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} = -\frac{16}{15}, p = \frac{16}{15}, q = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = -1, x^2 - \frac{16}{15}x - 1 = 0.$$

29.11. $x^2 + bx - 8 = 0, D = b^2 + 4 \cdot 8 = b^2 + 32, D > 0$ для любого b . Значит, это уравнение не может не иметь корней, и не может иметь равных корней

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = -8 \end{cases}$ т.к. $x_1 \cdot x_2 = -8 < 0$ для любого b , то уравнение всегда имеет два

корня разных знаков.

29.12. $ax^2 + bx + c = 0, \quad x_1, x_2 - \text{корни.}$

$$\text{ а) } a = 2, x_1 = 3, x_2 = -0,5, \begin{cases} 3 - 0,5 = -\frac{b}{2}; & 2,5 = -\frac{b}{2}, \quad b = -5 \\ 3 \cdot (-0,5) = \frac{c}{2}; & -\frac{3}{2} = \frac{c}{2}; \quad c = -3 \end{cases}$$

$$\text{ б) } b = -1, x_1 = 3, x_2 = -4; \begin{cases} 3 - 4 = \frac{1}{a}; & -1 = \frac{1}{a}; \quad a = -1 \\ 3 \cdot (-4) = \frac{c}{a}; & -12 = \frac{c}{-1}; \quad c = 12 \end{cases}$$

$$\text{ в) } c = 4, x_1 = -2, x_2 = -0,25; \begin{cases} -2 - 0,25 = -\frac{b}{a}; & -2,25 = -\frac{b}{a}, \quad b = 18 \\ -2 \cdot (-0,25) = \frac{4}{a}; & 0,5 = \frac{4}{a}; \quad a = 8 \end{cases}$$

$$\text{ г) } b = 6, x_1 = 3, x_2 = -4; \begin{cases} 3 - 4 = -\frac{6}{a}; & -1 = -\frac{6}{a}; \quad a = 6 \\ 3 \cdot (-4) = \frac{c}{a}; & -12 = \frac{c}{6}; \quad c = -72 \end{cases}$$

$$29.13. x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0, x_1 + x_2 = 0, x_1 + x_2 = -p^2 - 4p - 5 = 0, \\ p^2 + 4p - 5 = 0, D = 16 + 4 \cdot 5 = 36, p_1 = \frac{-4+6}{2} = 1, p_2 = -5$$

$$29.14. x^2 + 3x + (p^2 - 7p + 12) = 0, x_1 + x_2 = 0, x_1 \cdot x_2 = p^2 - 7p + 12 = 0, \\ p^2 - 7p + 12 = 0, D = 49 - 4 \cdot 12 = 1, p_1 = \frac{7+1}{2} = 4, p_2 = 3.$$

$$29.15. a) x^2 - 12x + 24 = 0, x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{36 - 24} = 6 \pm 2\sqrt{3},$$

$$x^2 - 12x + 24 = (x - 6 - 2\sqrt{3})(x - 6 + 2\sqrt{3});$$

$$b) x^2 - 8x + 15 = 0, x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 15} = 4 \pm 1,$$

$$x = 5, x_2 = 3, x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5);$$

$$b) x^2 + 7x + 12 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 \cdot x_2 = 12 \end{cases} \quad x_1 = -4 \quad x_2 = -3$$

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3);$$

$$r) x^2 + 3x - 10 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = -10 \end{cases} \quad x_1 = -5, x_2 = 2,$$

$$x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2).$$

$$29.16. a) -x^2 + 16x - 15, x^2 - 16x + 15 = 0, x_1 = 1, x_1 \cdot x_2 = 15, x_2 = 15$$

$$-x^2 + 16x - 15 = -(x - 1)(x - 15) = (1 - x)(x - 15);$$

$$b) -x^2 - 8x + 9, x^2 + 8x - 9 = 0, \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 \cdot x_1 = -9 \end{cases} \quad x_2 = -9$$

$$-x^2 - 8x + 9 = -(x - 1)(x + 9) = (1 - x)(x + 9);$$

$$b) -x^2 + 5x - 6, x^2 - 5x + 6 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{cases} \quad x_1 = 2, x_2 = 3$$

$$-x^2 + 5x - 6 = -(x - 2)(x - 3) = (2 - x)(x - 3);$$

$$r) -x^2 + 7x + 8 = -(x - 8)(x + 1)$$

$$29.17. a) 3x^2 + 5x - 2, 3x^2 + 5x - 2 = 0, D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49,$$

$$x = \frac{-5+7}{6} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = -2, 3x^2 + 5x - 2 = 3(x - \frac{1}{3})(x + 2) = (3x - 1)(x + 2)$$

$$b) 6x^2 + 5x - 1, 6x^2 + 5x - 1 = 0, D = 25 + 4 \cdot 6 = 49,$$

$$x_1 = \frac{-5+7}{12} = \frac{1}{6}, \quad x_2 = -1, 6x^2 + 5x - 1 = 6(x + 1)(x - \frac{1}{6}) = (x + 1)(6x - 1),$$

$$b) 5x^2 + 2x - 3, 5x^2 + 2x - 3 = 0, D = 4 + 4 \cdot 5 \cdot 3 = 64,$$

$$x_1 = \frac{-2+8}{10} = \frac{3}{5}, \quad x_2 = -1, 5x^2 + 2x - 3 = 5(x - \frac{3}{5})(x + 1) = (5x - 3)(x + 1),$$

$$r) 15x^2 - 8x + 1, 15x^2 - 8x + 1 = 0, D = 64 - 60 = 4,$$

$$x = \frac{8+2}{30} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{1}{5}, 15x^2 - 8x + 1 = 5 \cdot 3 \cdot (x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{5}) = (3x - 1)(5x - 1).$$

$$29.18. a) -3x^2 - 8x + 3, 3x^2 - 8x - 3 = 0, D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100,$$

$$x = \frac{-8+10}{6} = \frac{1}{3}, x_2 = -3,$$

$$-(3x^2 - 8x - 3) = -3(x - \frac{1}{3})(x + 3) = -(3x - 1)(x + 3) = (1 - 3x)(x + 3).$$

$$b) -5x^2 + 6x - 1, 5x^2 - 6x + 1 = 0, D = 36 - 4 \cdot 5 = 16.$$

$$x = \frac{6+4}{10} = 1, x_2 = \frac{1}{5}, -5(x - 1)(x - \frac{1}{5}) = (x - 1)(1 - 5x),$$

$$B) -2x^2 + 9x - 4, 2x^2 - 9x - 4 = 0, L = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49.$$

$$x_1 = \frac{9+7}{4} = 4, x_2 = \frac{1}{2}, -2(x-4)(x-\frac{1}{2}) = (x-4)(1-2x),$$

$$-4x^2 - 3x + 85, 4x^2 + 3x - 85 = 0, D = 9 + 4 \cdot 4 \cdot 85 = 37^2$$

$$x = \frac{-3+37}{8} = \frac{17}{4}, x_2 = -5, -4(x - \frac{17}{4})(x+5) = (1-4x)(x+5)$$

$$29.19. a) \frac{x+4}{x^2+7x+12} = \frac{x+4}{(x+4)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$$

$$6) \frac{3x^2-10x+3}{x^2-3x} = \frac{3(x-3)(x-\frac{1}{3})}{x(x-3)} = \frac{3x-1}{x}, 3x^2 - 10x + 3 = 0.$$

$$L = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64, x = \frac{10+8}{6} = 3, x_2 = \frac{1}{3}$$

$$B) \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \frac{x+1}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$$

$$- \frac{5x^2+x-4}{x^2+x} = \frac{5(x-\frac{4}{5})(x+1)}{x(x+1)} = \frac{5x-4}{x}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 81, x = \frac{-1+9}{10} = \frac{4}{5}, x_2 = -1$$

$$29.20. a) \frac{2x^2+9x+7}{x^2-1} = \frac{2(x+1)(x+\frac{7}{2})}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x+7}{x-1}$$

$$L = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 25, x_1 = \frac{-9+5}{4} = -1, x_2 = \frac{7}{2}$$

$$6) \frac{9x^2-1}{3x^2-8x-3} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{3(x-3)(x+\frac{1}{3})} = \frac{3x-1}{x-3}$$

$$D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100, x_1 = \frac{8+10}{6} = 3, x_2 = -\frac{1}{3}$$

$$B) \frac{2x^2+7x-4}{x^2-16} = \frac{2(x-\frac{1}{2})(x+4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x-1}{x-4}$$

$$D = 49 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81, x_1 = \frac{-7+9}{4} = \frac{1}{2}, x_2 = -4,$$

$$1) \frac{4x^2-1}{2x^2-9x-5} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2(x+\frac{1}{2})(x-5)} = \frac{2x-1}{x-5}$$

$$29.21. a) \frac{x^2-8x+15}{x^2+7x-30} = \frac{(x-5)(x-3)}{(x-3)(x+10)} = \frac{x-5}{x+10}$$

$$= 64 - 60 = 4, x = \frac{8+2}{2} = 5, x_2 = 3$$

$$D_2 = 49 - 4 \cdot 30 = 169 \quad x_1 = \frac{-7+13}{2} = 3, \quad x_2 = -10$$

$$6) \frac{6x^2 + 7x - 3}{2x - 15x^2} = \frac{6(x - \frac{1}{3})(x + \frac{3}{2})}{-15(x - \frac{1}{3})(x + \frac{2}{5})} = \frac{2(x + \frac{3}{2})}{-5(x + \frac{2}{5})}$$

$$15x^2 + x - 2 = 0,$$

$$D_1 = 49 + 4 \cdot 6 \cdot 3 = 121 \quad x_1 = \frac{-7+11}{12} = \frac{4}{3}, \quad x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$D_2 = 1 + 4 \cdot 15 \cdot 2 = 121 \quad x_1 = \frac{1+11}{30} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = -\frac{2}{5}$$

$$8) \frac{6x^2 - 19x + 13}{2x^2 - 7x - 9} = \frac{6(x - \frac{13}{6})(x - 1)}{2(x - 1)(x + \frac{9}{2})} = \frac{3x - 6,5}{x + 4,5}$$

$$D_1 = 361 - 4 \cdot 6 \cdot 13 = 49 \quad x_1 = \frac{19+7}{12} = \frac{13}{6}, \quad x_2 = 1,$$

$$D_2 = 49 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 121 \quad x_1 = \frac{-7+11}{4} = 1, \quad x_2 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{21x^2 + x - 2}{2 + 5x - 3x^2} = \frac{21(x - \frac{1}{3})(x + \frac{2}{7})}{3(x - \frac{1}{3})(x - 2)} = \frac{21x - 6}{6 - 3x} = \frac{7x - 2}{2 - x} \quad 3x^2 - 5x - 2 = 0,$$

$$D_1 = 1 + 4 \cdot 21 \cdot 2 = 169 \quad x_1 = \frac{1+13}{42} = \frac{6}{21}, \quad x_2 = -\frac{1}{3}$$

$$D_2 = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 \quad x_1 = \frac{5+7}{6} = 2, \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

$$29.22. a) \frac{1}{x+2} + \frac{5}{x^2 - 3x - 6} - \frac{2x}{x-3} = \frac{x}{2x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{5}{x+2(1-x)} + \frac{2x}{x-3} - \frac{x}{2x+1}$$

$$= \frac{x-3+5+2x^2+4x}{x+2(1-x)} - \frac{x}{2x+1} = \frac{2x^2+5x+2}{x+2(1-x)} - \frac{x}{2x+1} = \frac{(2x+1)(x-2)}{(x+2)(1-x)} - \frac{x}{x-5}$$

$$D_1 = 1 + 4 \cdot 6 = 25 \quad x_1 = \frac{1+5}{2} = 3, \quad x_2 = -2$$

$$D_2 = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 \quad x_1 = \frac{5+3}{4} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = -2$$

$$6) \frac{2}{x+1} + \frac{10}{x^2 - 3x + 4} + \frac{3x}{x-4} = \frac{3x+2}{3} \left[\frac{2}{x+1} + \frac{0}{(x-4)(x+1)} - \frac{3x}{x-4} \right]$$

$$\frac{3}{3x+2} = \frac{2x-8+10+3x^2-3x}{(x-4)(x+1)} = \frac{3}{3x-2} = \frac{3x^2+5x+2}{(x-4)(x+1)} = \frac{3}{3x+2}$$

$$= \frac{(3x+2)(x+1)-3}{(x-4)(x+1)(3x+2)} = \frac{3}{x-4}$$

$$D_1 = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 \quad x_1 = \frac{5+1}{6} = \frac{2}{3}, \quad x_2 = -1$$

$$29.23. \text{ а) } \frac{x^2+1}{x^2-4x+3} + \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-3}, \frac{x^2+1}{(x-1)(x-3)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-3} = 0,$$

$$\frac{x^2+1+2x-6-3x+3}{(x-1)(x-3)} = 0, x^2-x-2=0, D=1+4 \cdot 2=9, x = \frac{1+3}{2} = 2, x_2 = -1$$

$$\text{б) } \frac{18}{x-8} = \frac{x^2-7}{x^2-7x-8} - \frac{6}{x+1}, \frac{18}{x-8} - \frac{x^2-7}{(x+1)(x-8)} + \frac{6}{x+1} = 0,$$

$$\frac{18x+18-x^2+7+6x-48}{(x+1)(x-8)} = 0, x^2-24x+23=0, x_1=23, x_2=1$$

$$29.24. \text{ а) } \frac{x^2+4}{x^2-x-2} + \frac{10}{x+1} = \frac{3x}{x-2}, \frac{x^2+4}{(x+1)(x-2)} + \frac{10}{x+1} - \frac{3x}{x-2} = 0,$$

$$\frac{x^2+4+10x-20-3x^2-3x}{x^2-x-2} = 0, 2x^2-7x+16=0, D=49-4 \cdot 2 \cdot 16 < 0,$$

Нет корней;

$$\text{б) } \frac{6}{4-x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x^2-10}{x^2-2x-8}, \frac{x^2-10}{(x-4)(x+2)} + \frac{3x}{x+2} + \frac{6}{x-4} = 0,$$

$$\frac{x^2-10+3x^2-12x+6x+12}{(x-4)(x+2)} = 0, 4x^2-6x+2=0, 2x^2-3x+1=0, x=1, x_2=\frac{1}{2}$$

$$29.25. \text{ а) } \frac{x^2-5}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+3}{x-1} + \frac{2x+2}{x-2},$$

$$x^2-5-(x+3)(x-2)-(2x+2)(x-1)=0; x \neq 1; x \neq 2$$

$$2x^2+x-3=0; D=1-4 \cdot 2 \cdot (-3)=25; x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{4}, x = -\frac{3}{2}$$

$$\text{б) } \frac{2x^2+9x}{(x-3)(x+2)} + \frac{3x+2}{x+2} = \frac{2x+3}{x-3};$$

$$2x^2+9x-(x-3)(3x+2)-(2x+3)(x+2)=0; x \neq -2, x \neq 3$$

$$2x^2+9x-3x^2+7x+6-2x^2-7x-6=0; 3x^2-9x=0; x(x-3)=0; x=0$$

$$29.26. \text{ а) } x^2-88x+780=0, x_1+x_2=88, x_1 \cdot x_2=780, x=78, x_2=10$$

$$\text{б) } x^2-26x+120=0, x_1+x_2=26, x_1 \cdot x_2=120, x_1=20, x_2=6,$$

$$\text{в) } x^2-26x+105=0, x_1+x_2=26, x_1 \cdot x_2=105, x_1=21, x_2=5,$$

$$\text{г) } x^2+35x-114=0, x_1+x_2=-35, x_1 \cdot x_2=-114, x_1=-38, x_2=3$$

29.27. $ax^2+bx+c=0, 0=a+b+c=a \cdot 1^2+b \cdot 1+c=0$, т.е. $x=1$ является корнем уравнения $ax^2+bx+c=0$, что и требовалось доказать

29.28. а) $13x^2+18x-31=0$, так как $13+18-31=0$, то $x=1$ - корень

$$1 \cdot x_2 = -\frac{31}{13}, x_2 = -\frac{31}{13};$$

б) $5x^2-27x+22=0$, так как $5-27+22=0$, то $x=1$ - корень

$$x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot x_2 = x_2 = \frac{22}{5};$$

в) $6x^2-20x+20=0$, так как $6-20+20=0$, то $x=1$ - корень

$$x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot x_2 = x_2 = \frac{20}{6} = \frac{10}{3};$$

г) $3x^2 + 35x - 38 = 0$, так как $3 + 35 - 38 = 0$, то $x = 1$ - корень

$$x \quad x_2 = 1 \quad x_2 = x_2 = -\frac{38}{3}$$

29.29. $ax^2 + bx + c = 0$, $0 = a - b + c = a - (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 0$, т.е. $x = -1$ является корнем уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, что и требовалось доказать.

29.30. а) $3x^2 + 18x + 15 = 0$, так как $3 - 18 + 15 = 0$, то $x_1 = -1$ - корень.

$$x \quad x_2 = -x_2 = \frac{15}{3}, x_2 = -\frac{15}{3} = -5;$$

б) $11x^2 + 17x + 6 = 0$, так как $11 - 17 + 6 = 0$, то $x_1 = -1$ - корень.

$$x \quad x_2 = -x_2 = \frac{6}{11}, x_2 = -\frac{6}{11},$$

в) $67x^2 - 105x - 172 = 0$, так как $67 + 105 - 172 = 0$, то $x_1 = -1$ - корень

$$x \quad x_2 = -x_2 = -\frac{172}{67}, x_2 = \frac{172}{67},$$

г) $14x^2 - 37x - 51 = 0$, так как $14 + 37 - 51 = 0$, то $x_1 = -1$ - корень

$$x \quad x_2 = -x_2 = -\frac{51}{14}, x_2 = \frac{51}{14}$$

29.31. а) $x = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$, $-p = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$, $p = 0$, $q = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = -2$, $x^2 - 2 = 0$:

б) $x_1 = 3\sqrt{5}$, $x_2 = -3\sqrt{5}$, $-p = 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 0$, $p = 0$, $q = 3\sqrt{5} \cdot (-3\sqrt{5}) = -45$, $x^2 - 45 = 0$,

в) $x = \sqrt{7}$, $x_2 = -\sqrt{7}$, $-p = \sqrt{7} - \sqrt{7} = 0$, $p = 0$, $q = \sqrt{7} \cdot (-\sqrt{7}) = -7$, $x^2 - 7 = 0$;

г) $x = 9\sqrt{2}$, $x_2 = -9\sqrt{2}$, $-p = 9\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 0$, $p = 0$, $q = 9\sqrt{2} \cdot (-9\sqrt{2}) = -162$, $x^2 - 162 = 0$

29.32. а) $x = 3 + \sqrt{2}$, $x_2 = 3 - \sqrt{2}$, $-p = 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6$, $p = -6$

$$q = (3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) - 9 - 2 = 7; x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$б) x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, -p = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = 1, p = -1,$$

$$q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{1 - 5}{4} = -1, x^2 - x - 1 = 0$$

$$в) x_1 = 2 + \sqrt{5}, x_2 = 2 - \sqrt{5}, -p = 2 + \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 4, p = -4$$

$$q = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1, x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$г) x = \frac{-4 - \sqrt{3}}{7}, x_2 = \frac{-4 + \sqrt{3}}{7}, -p = \frac{-4 - \sqrt{3} - 4 + \sqrt{3}}{7} = -\frac{8}{7}, p = \frac{8}{7}$$

$$q = \frac{-4 - \sqrt{3}}{7} \cdot \frac{-4 + \sqrt{3}}{7} = \frac{16 - 3}{49} = \frac{13}{49}; x^2 + \frac{8}{7}x + \frac{13}{49} = 0$$

29.33. а) $x + 6\sqrt{x} + 8$, $\sqrt{x} = y$, $y^2 + 6y + 8$, $y_1 = -2$, $y_2 = -4$

$$x + 6\sqrt{x} + 8 = y^2 + 6y + 8 = (y + 2)(y + 4) = (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} + 4).$$

б) $x - 7\sqrt{x} - 18$, $\sqrt{x} = y$, $y^2 - 7y - 18$, $y_1 = -2$, $y_2 = 9$,

$$x - 7\sqrt{x} - 18 = y^2 - 7y - 18 = (y + 2)(y - 9) = (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 9).$$

в) $x - 12\sqrt{x} + 35$, $\sqrt{x} = y$, $y^2 - 12y + 35$, $y_1 = 5$, $y_2 = 7$,

$$x - 12\sqrt{x} + 35 = y^2 - 12y + 35 = (y - 5)(y - 7) = (\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} - 7)$$

$$x + 3\sqrt{x} - 40, \sqrt{x} = y, y^2 + 3y - 40, y = -8, y_2 = 5,$$

$$x + 3\sqrt{x} - 40 = y^2 + 3y - 40 = (y + 8)(y - 5) = (\sqrt{x} + 8)(\sqrt{x} - 5)$$

$$29.34. a) 7x + 23\sqrt{x} + 16, \sqrt{x} = y, 7y^2 + 23y + 16, y_1 = -1, y_2 = -\frac{16}{7}.$$

$$7x + 23\sqrt{x} + 16 = 7y^2 + 23y + 16 = 7(y + 1)(y + \frac{16}{7}) = (\sqrt{x} + 1)(7\sqrt{x} + 16);$$

$$b) 3x^3 - 10x\sqrt{x} + 3, x\sqrt{x} = y, 3y^2 - 10y + 3, y_1 = 3, y_2 = \frac{1}{3}.$$

$$3x^3 - 10x\sqrt{x} + 3 = 3y^2 - 10y + 3 = 3(y - 3)(y - \frac{1}{3}) = (x\sqrt{x} - 3)(3x\sqrt{x} - 1),$$

$$B) 9x + 4\sqrt{x} - 5, \sqrt{x} = y, 9y^2 + 4y - 5, y_1 = -1, y_2 = \frac{5}{9}.$$

$$9x + 4\sqrt{x} - 5 = 9y^2 + 4y - 5 = 9(y + 1)(y - \frac{5}{9}) = (\sqrt{x} + 1)(9\sqrt{x} - 5);$$

$$r) 2x^3 - 5x\sqrt{x} + 2, x\sqrt{x} = y, 2y^2 - 5y + 2, y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2}.$$

$$2x^3 - 5x\sqrt{x} + 2 = 2y^2 - 5y + 2 = 2(y - 2)(y - \frac{1}{2}) = (x\sqrt{x} - 2)(2x\sqrt{x} - 1).$$

$$29.35. a) x^4 - 13x^2 + 36, x^2 = y, y^2 - 13y + 36, y_1 = 4, y_2 = 9.$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = y^2 - 13y + 36 = (y - 4)(y - 9) = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3).$$

$$b) -2x^6 + 9x^3 - 4, x^3 = y, -2y^2 + 9y - 4, y_1 = 4, y_2 = \frac{1}{2}.$$

$$-2x^6 + 9x^3 - 4 = -2y^2 + 9y - 4 = -2(y - 4)(y - \frac{1}{2}) = (4 - y)(2y - 1) = (4 - x^3)(2x^3 - 1)$$

$$B) -x^4 + 20x^2 - 64, x^2 = y, -y^2 + 20y - 64, y_1 = 16, y_2 = 4.$$

$$-x^4 + 20x^2 - 64 = -y^2 + 20y - 64 = -(y - 16)(y - 4) = (16 - x^2)(x^2 - 4) = (4 - x)(4 + x)(x - 2)(x + 2);$$

$$r) 15x^6 - 8x^3 + 1, x^3 = y, 15y^2 - 8y + 1, y_1 = \frac{1}{3}, y_2 = \frac{1}{5}.$$

$$15x^6 - 8x^3 + 1 = 15y^2 - 8y + 1 = 15(y - \frac{1}{3})(y - \frac{1}{5}) = (3y - 1)(5y - 1) = (3x^3 - 1)(5x^3 - 1)$$

$$29.36. a) x^2 - 12x + 24 = 0; D = 144 - 4 \cdot 24 = 48; x_{1,2} = \frac{12 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{3}.$$

$$x^2 - 12x + 24 = (x - (6 - 2\sqrt{3}))(x - (6 + 2\sqrt{3}))$$

$$b) 4x^2 - 4x - 1 = 0; D = 16 - 4 \cdot (-4) = 32; x_{1,2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$4x^2 - 4x - 1 = 4 \left(x - \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{2}}{2} \right) = (2x - 1 - \sqrt{2})(2x - 1 + \sqrt{2}).$$

$$B) x^2 - 6x + 1 = 0; D = 36 - 4 = 32; x_{1,2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}.$$

$$x^2 - 6x + 1 = (x - 3 - 2\sqrt{2})(x - 3 + 2\sqrt{2})$$

$$-14x^2 - 12x + 7 = 0; D = 144 = 4 \cdot 4 \cdot 9 = 32; x_{1,2} = \frac{12 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2},$$

$$4x^2 - 12x + 7 = 4 \left(x - \frac{3 - \sqrt{2}}{2} \right) \left(x - \frac{3 + \sqrt{2}}{2} \right) = (2x - 3 + \sqrt{2})(2x - 3 - \sqrt{2})$$

$$29.37. a) \frac{x - 5\sqrt{x} - 14}{x - 2\sqrt{x} - 8} = \frac{y^2 - 5y - 14}{y^2 - 2y - 8} = \frac{(y - 7)(y + 2)}{(y - 4)(y + 2)} = \frac{\sqrt{x} - 7}{\sqrt{x} - 4}$$

$$b) \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 2x - 3} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 9)}{x^2 - 2x - 3} = \frac{(x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(x + 1)} = (x - 1)(x + 3)$$

$$B) \frac{2x + 11\sqrt{x} - 6}{x + 3\sqrt{x} - 18} = \frac{2y^2 + 11y - 6}{y^2 + 3y - 18} = \frac{2(y - \frac{1}{2})(y + 6)}{(y + 6)(y - 3)} = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$$

$$D = 121 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 169, y_1 = \frac{-11 + 13}{4} = \frac{1}{2}, y_2 = -6;$$

$$c) \frac{x^3 - 4x}{x^4 - 3x^2 - 4} = \frac{x(x^2 - 4)}{(x^2 - 4)(x^2 + 1)} = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$29.38. a) \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}{x^2 + 3x - 10} = \frac{x^2(x + 5) - 4(x + 5)}{(x + 5)(x - 2)} = \frac{(x + 5)(x - 2)(x + 2)}{(x + 5)(x - 2)} = x + 2;$$

$$b) \frac{x^3 - 2x^2 - 16x + 32}{x^2 - 6x + 8} = \frac{x^2(x - 2) - 16(x - 2)}{(x - 4)(x - 2)} = \frac{(x - 2)(x - 4)(x + 4)}{(x - 2)(x - 4)} = x + 4;$$

$$B) \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 + 3x + 2} = \frac{x^2(x + 1) - 4(x + 1)}{(x + 1)(x + 2)} = \frac{(x - 2)(x + 2)(x + 1)}{(x + 1)(x + 2)} = x - 2.$$

$$c) \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \frac{x^2(x - 3) - (x - 3)}{(x - 3)(x + 1)} = \frac{(x - 1)(x + 1)(x - 3)}{(x - 3)(x + 1)} = x - 1.$$

$$29.39. x^4 - 9x - 17 = 0 \quad x_1, x_2 - \text{корни}$$

$$a) x_1^4 + x_2^4 = x_1^4 + 2x_1x_2 + x_2^4 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^4 - 2x_1x_2 = 9^2 - 2 \cdot (-17) = 81 + 34 = 115;$$

$$b) x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -17 \cdot 9 = -153$$

$$29.40. 3x^2 + 8x - 1 = 0 \quad x_1, x_2 - \text{корни}$$

$$a) x^2 + x_1^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 =$$

$$= \left(-\frac{8}{3} \right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) = \frac{64}{9} + \frac{2}{9} = \frac{66}{9} = \frac{22}{3}.$$

$$b) x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{8}{3} \right) = \frac{8}{9}$$

$$29.41. x^2 - (2p^2 - p - 6)x + (8p - 1) = 0, x_1 + x_2 = 2p^2 - p - 6 = -5,$$

$$2p^2 - p - 1 = 0; D_1 = 1 + 4 \cdot 2 = 9, p_1 = \frac{1 + 3}{4} = 1, p_2 = -\frac{1}{2}$$

проверим найденные p_1 и p_2 . если $p = 1$, то $x^2 - 5x + 7 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 7 < 0$, нет корней

Если $p = -\frac{1}{2}$, то $x^2 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 6)x - 5 = 0$, $x^2 + 5x - 5 = 0$

$D = 25 + 4 \cdot 5 > 0$, т.е. корни есть.

Значит, подходит только $p_2 = -\frac{1}{2}$.

29.42. $x^2 - (p+1)x + (2p^2 - 9p - 12) = 0$, $x_1 \cdot x_2 = -21$,

$x_1 \cdot x_2 = 2p^2 - 9p - 12 = -21$, $2p^2 - 9p + 9 = 0$,

$D_1 = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 9$, $p_1 = \frac{9+3}{4} = 3$, $p_2 = \frac{3}{2}$. Проверим найденные p_1 и p_2

Если $p = 3$, $x^2 - 4x - 21 = 0$, $D = 16 + 4 \cdot 21 > 0$ есть корни.

Если $p = \frac{3}{2}$, $x^2 - 2,5x - 21 = 0$, $D = 6,25 + 4 \cdot 21 > 0$ есть корни.

Значит, оба значения подходят. Ответ: $\frac{3}{2}; 3$.

29.43. $2px^2 + (p^2 - 9)x - 5p + 2 = 0$, x_1 и $-x_1$.

Пусть $p = 0$, тогда $-9x + 2 = 0$, $x = \frac{2}{9}$ — не подходит.

Пусть $p \neq 0$ $\frac{9-p^2}{2p} = x_1 + x_2 = x_1 - x_1 = 0$, $9 - p^2 = 0$, $p_{1,2} = \pm 3$

Проверим найденные p_1 и p_2 :

Если $p = 3$, $6x^2 - 13 = 0$, есть корни $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{13}{6}}$.

Если $p = -3$, $-6x^2 + 17 = 0$, есть корни $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{17}{6}}$. Ответ: $\pm \sqrt{\frac{13}{6}}$, $\pm \sqrt{\frac{17}{6}}$

29.44. $2px^2 + 5x + p + 1 = 0$, x_1 и $\frac{1}{x_1}$, $\frac{p+1}{2p} = x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot \frac{1}{x_1} = 1$,

$p + 1 = 2p$, $p = 1$,

если $p = 0$, $5x + 1 = 0$, $x = -\frac{1}{5}$ — не подходит.

Проверим найденное p .

Если $p = 1$, $2x^2 + 5x + 2 = 0$, $D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0$, есть корни,

$x_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -2$. Ответ: $-2; -\frac{1}{2}$.

29.45. $x^2 + (3p-5)x + (3p^2 - 11p - 6) = 0$, $x_1^2 + x_2^2 = 65$,

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (3p-5)^2 - 2(3p^2 - 11p - 6) = 65$,

$9p^2 - 30p + 25 - 6p^2 + 22p + 12 - 65 = 0$, $3p^2 - 8p - 28 = 0$,

$D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 28 = 400$, $p_1 = \frac{8+20}{6} = \frac{14}{3}$, $p_2 = -2$,

проверим найденные p_1 и p_2 : если $p = \frac{14}{3}$, $x^2 + 9x + 8 = 0$,

$D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 > 0$, есть корни,

$$x_1 = \frac{-9+7}{2} = -1, x_2 = -8,$$

если $p = -2, x^2 - 11x + 28 = 0, D = 121 - 4 \cdot 28 = 9 > 0$ есть корни, $x_1 = \frac{11+3}{2} = 7,$

$x_2 = 4$. Ответ: 4, 7 при $p = -2; -1, -8$, при $p = 4 \frac{2}{3}$.

$$29.46. 2x^2 - 15x + p = 0, \quad x_1 - x_2 = 2,5,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{15}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{p}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 = 2,5 \\ x_1 = x_2 + \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$x_2 + \frac{5}{2} + x_2 = \frac{15}{2}, 2x_2 = 5, x_2 = \frac{5}{2}, x_1 = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5,$$

$$5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{p}{2}, p = 25. \text{ Проверим найденное } p:$$

Если $p = 25, 2x^2 - 15x + 25 = 0, D = 225 - 8 \cdot 25 > 0$ есть корни.

Значит, $p = 25$ — подходит. Ответ: 2,5 и 5 при $p = 25$.

$$29.47. 2x^2 - 14x + p = 0, x_1 = 2,5x_2, \begin{cases} x_1 + x_2 = 7; \\ x_1 = 2,5x_2 \end{cases} \quad x_2 = 7 - x_1$$

$$x_1 = 2,5(7 - x_1), x_1 = 17,5 - 2,5x_1, 3,5x_1 = 17,5,$$

$$x_1 = 5, x_2 = 7 - 5 = 2, 5 \cdot 2 = x_1 \cdot x_2 = \frac{p}{2}, p = 20. \text{ Проверим найденное } p:$$

Если $p = 20, 2x^2 - 14x + 20 = 0, D = 196 - 4 \cdot 2 \cdot 20 > 0$, есть корни.

Значит, $p = 20$ — подходит. Ответ: 5 и 2 при $p = 20$.

$$29.48. \text{ а) } \frac{x+12}{x^3-9x} : \left(\frac{x-3}{2x^2+5x-3} - \frac{9}{9-x^2} \right) = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} : \left(\frac{x-3}{(x+3)(2x-1)} + \frac{9}{(x-3)(x+3)} \right) =$$

$$= \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} : \frac{x^2-6x+9+18x-9}{(x+3)(x-3)(2x-1)} = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)(2x-1)}{x(x+12)} = \frac{2x-1}{x^2};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{3a-1}{a^2-4} - \frac{9a}{3a^2+5a-2} \right) : \frac{15a^3-60a}{12a+1} = \left(\frac{3a-1}{(a-2)(a+2)} - \frac{9a}{(a+2)(3a-1)} \right) :$$

$$\frac{15a(a^2-4)}{12a+1} = \frac{9a^2-6a+1-9a^2+18a}{(a-2)(a+2)(3a-1)} \cdot \frac{15a(a-2)(a+2)}{12a+1} = \frac{15a}{3a-1}.$$

$$29.49. \text{ а) } \left(\frac{4}{5a^2+a-4} - \frac{a+1}{9(5a-4)} \right) : \frac{15a-12}{a+7} = \left(\frac{4}{(a+1)(5a-4)} - \frac{a+1}{9(5a-4)} \right) :$$

$$\frac{15a-12}{a+7} = \frac{36-a^2-2a-1}{9(5a-4)(a+1)} : \frac{3(5a-4)}{a+7} = -\frac{a^2+2a-35}{3(a+1)(a+7)} = -\frac{(a-5)(a+7)}{3(a+1)(a+7)} = \frac{5-a}{3(a+1)}$$

$$\text{ б) } \frac{5(a+4)}{a-1} : \left(\frac{9(a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{3a^2+a-4} \right) = \frac{5(a+4)}{a-1} : \left(\frac{9(a-1)}{3a+4} - \frac{(a-1)(3a+4)}{(a-1)(3a+4)} \right) = \frac{5(a+4)}{a-1} \times$$

$$\times \frac{(a-1)(3a+4)}{9(a-1)^2 - (2a-7)^2} = \frac{5(a+4)(3a+4)}{(3a-3-2a+7)(3a-3+2a-7)} = \frac{5(3a+4)}{5a-10} = \frac{3a+4}{a-2}.$$

$$\begin{aligned}
 29.50. \text{ a) } & \frac{2\lambda}{\lambda+2} - \frac{4}{x^2+5x+6} - \frac{3}{\lambda+3} = \frac{2x-1}{3} + \frac{x}{3+x} = \\
 & = \frac{2x(\lambda+3) + 4 - 3(x+2)}{(\lambda+2)(\lambda+3)} - \frac{3}{2x-1} - \frac{x}{x+3} = \frac{2x^2+3x-2}{(x+2)(x+3)} - \frac{3}{2x-1} - \frac{x}{x+3} = \\
 & = \frac{(2x-1)(\lambda+2)}{(\lambda+2)(\lambda+3)} - \frac{3}{2x-1} - \frac{x}{x+3} = \frac{x+3}{x+3} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{2\lambda}{\lambda-3} + \frac{1}{\lambda+1} - \frac{4}{x^2-2x-3} = \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \\
 & = \frac{2x(\lambda+1) + (\lambda-3) - 4}{(\lambda-3)(\lambda+1)} - \frac{x}{2x+1} - \frac{3}{3-x} = \frac{2x^2+3x+1}{(x-3)(x+1)} - \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \\
 & = \frac{(2\lambda+1)(\lambda+1)}{(\lambda-3)(\lambda+1)} - \frac{x}{2x+1} - \frac{3}{3-x} = \frac{x}{x-3} - \frac{3}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} = 1
 \end{aligned}$$

$$29.51. \text{ a) } \frac{x^2}{x^2-x\lambda+10} + \frac{16}{3x^2-12} = 1, \quad \frac{x^2}{(x-5)(x-2)} + \frac{16}{3(x-2)(x+2)} - 1 = 0.$$

$$\frac{3x^2}{(x-5)(x-2)} - \frac{16}{(x-2)(x+2)} - 3 = 0.$$

$$3x^3 + 6x^2 + 16x - 80 - 3(x^2 - 4)(x - 5) = 0.$$

$$3x^3 - 6x^2 + 16x - 80 - 3x^3 + 12x + 15x^2 - 60 = 0, \quad 21x^2 - 28x - 140 = 0.$$

$$3x^2 + 4x - 20 = 0, \quad D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot 20 = 256.$$

$$x_1 = \frac{-4+16}{6} = 2 - \text{посторонний корень} \quad x_2 = -\frac{10}{3} \quad \text{Ответ: } -\frac{10}{3}$$

$$\text{б) } \frac{2x^2}{2x^2+x-3} - \frac{8}{2x^2-3\lambda-9} = 1, \quad \frac{2x^2}{(x-1)(2\lambda+3)} - \frac{8}{(x-3)(2x+3)} - 1 = 0.$$

$$2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 - (x^2 - 4x + 3)(2x + 3) = 0.$$

$$2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 - (2x^3 - 8x^2 + 6x + 3x^2 - 12x + 9) = 0, \quad -x^2 - 2x - 1 = 0.$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0, \quad x = -1 \quad \text{Ответ: } -1$$

$$29.52. \text{ a) } \frac{10x+5}{21\lambda-14} - \frac{\lambda-1}{2x+3} = \frac{21}{6x^2+5x-6}, \quad \frac{21}{(3\lambda-2)(2\lambda+3)} + \frac{x-1}{2x+3} - \frac{10x+5}{7(3x-2)} = 0.$$

$$(4x-7)(x-1)(3x-2) - (10x+5)(2x+3) = 0.$$

$$4x^3 + 21x^2 - 35x + 14 - 20x^2 - 40x - 15 = 0, \quad x^3 - 75x + 146 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 73;$$

$$\text{б) } \frac{4}{6x^2-13\lambda+6} + \frac{x-2}{6x-4} = \frac{2x+1}{10x-15}, \quad \frac{4}{(2\lambda-3)(3\lambda-2)} + \frac{x-2}{2(3x-2)} - \frac{2x+1}{5(2\lambda-3)} = 0.$$

$$40 - 5(\lambda-2)(\lambda-3) - 2(3\lambda-2)(2x+1) = 0, \quad 40 + 10x^2 - 35x + 30 - 12x^2 + 2x + 4 = 0.$$

$$2x^2 + 33x - 74 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = -18.5$$

$$29.53. \text{ a) } \frac{2\lambda+1}{6\lambda-4} + \frac{13}{6x^2+5x-6} = \frac{2\lambda+1}{4x+6}, \quad \frac{2\lambda+1}{6x-4} + \frac{13}{(2x+3)(3\lambda-2)} - \frac{2\lambda+1}{4x+6} = 0.$$

$$(2\lambda+1)(4x+6) + 4 \cdot 13 - (6x-4)(2x+1) = 0: \quad x \neq -\frac{3}{2}, \quad x \neq \frac{2}{3}.$$

$$8x^2 - 12x + 4x + 4x + 6 + 52 - 12x^2 - 6x + 8x + 4 = 0:$$

$$-4x^2 - 18x + 62 = 0; \quad 2x^2 + 9x - 31 = 0; \quad D = 81 + 4 \cdot 2 \cdot 31 = 329; \quad x_{2,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{329}}{4}.$$

$$6) \frac{8x-1}{10x^2-19x+6} + \frac{x-1}{10x-4} = \frac{2x+1}{4x-6}; \frac{8x-1}{(2x-3)(5x-2)} + \frac{x-1}{2(5x-2)} - \frac{2x+1}{2(2x-3)} = 0,$$

$$4(8x-1) + (x-1)(4x-6) - (2x+1)(10x-4) = 0; x \neq \frac{2}{5}; x \neq \frac{3}{2};$$

$$32x-4+4x^2-10x+6-20x^2-2x+4=0;$$

$$-16x^2+20x+6=0; 8x^2-10x-3=0;$$

$$D=100-4 \cdot 8 \cdot (-3)=196; x_{1,2}=\frac{10 \pm 14}{16}; x_1=\frac{3}{2} \text{ — не подходит; } x_2=-\frac{1}{4}.$$

$$29.54. a) \frac{x-1}{x^2-2x-3} + \frac{x+3}{x^2-2x-8} = \frac{4x-1}{2x^2-6x-8}.$$

$$\frac{x-1}{(x-3)(x+1)} + \frac{x+3}{(x-4)(x+2)} - \frac{4x-1}{2(x-4)(x+1)} = 0,$$

$$2(x-1)(x-4)(x+2) + 2(x+3)(x-3)(x+1) - (4x-1)(x-3)(x+2) = 0,$$

$$2(x-1)(x^2-2x-8) + 2(x+1)(x^2-9) - (4x-1)(x^2-x-6) = 0,$$

$$2(x^3-x^2-2x^2+2x-8x+8) + 2(x^3+x^2-9x-9) - (4x^3-x^2-4x^2+x-24x+6) = 0,$$

$$-6x^4-12x+16-2x^2-18x-18+5x^2+23x-6=0, x^4-7x-8=0,$$

$$x_1=8, x_2=-1 \text{ — посторонний корень. Ответ: } 8$$

$$6) \frac{2}{2x^2-x-1} + \frac{x}{x^2-x-2} = \frac{3x+1}{3x^2-3}; \frac{2}{(x-1)(2x+1)} + \frac{x}{(x-2)(x+1)} - \frac{3x+1}{3(x-1)(x+1)} = 0,$$

$$6(x+1)(x-2) + 3x(x-1)(2x-1) - (3x+1)(2x+1)(x-2) = 0,$$

$$6(x^2-x-2) + 3x(2x^2-x-1) - (3x+1)(2x^2-3x-2) = 0,$$

$$6x^2-6x-12+6x^3-3x^2-3x-6x^3-2x^2+9x^2+3x+6x+2=0,$$

$$10x^2-10=0, x^2=1, x_{1,2}=\pm 1 \text{ — посторонний корень. Ответ: нет корней.}$$

$$29.55. a) \left(\frac{3}{x-3} + \frac{4}{(x-3)(x-2)} + \frac{2x}{x-2} \right) \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} =$$

$$= \frac{3(x-2)+4+2(x(x-3))}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{2x^2-3x-2}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} =$$

$$\frac{(2x+1)(x-2)}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{3}{x-3} + \frac{x-12}{3(x-3)} = \frac{x-3}{3(x-3)} = \frac{1}{3};$$

$$6) \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x+3)} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} =$$

$$= \frac{2x(x-1)+(x+3)-4}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{2x^2-x-1}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6-2x} =$$

$$= \frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{x}{x+3} + \frac{3-x}{2(x+3)} = \frac{x+3}{2(x+3)} = \frac{1}{2}$$

§ 30. Иррациональные уравнения

$$30.1. a) \sqrt{x+2}=3; x+2=3^2; x=7; 6) \sqrt{4x+1}=3; 4x+1=9; 4x=8; x=2;$$

$$в) \sqrt{x-5}=9; x-5=81; x=86; г) \sqrt{7x-1}=3; 7x-1=9; 7x=10; x=\frac{10}{7}.$$

$$30.2. \text{ а) } \sqrt{x^2-1} = 2; x^2-1=4; x^2=5; x_{1,2} = \pm\sqrt{5};$$

$$\text{б) } \sqrt{4x^2+5} = 3; 4x^2+5=9; 4x^2=4; x_{1,2} = \pm 1;$$

$$\text{в) } \sqrt{3-2x^2} = 1; 3-2x^2=1; 2x^2=2; x_{1,2} = \pm 1;$$

$$\text{г) } \sqrt{6+5x^2} = 2; 6+5x^2=4; 5x^2=-2; \text{ нет корней}$$

$$30.3. \text{ а) } \sqrt{4x^2+5x-2} = 2; 4x^2+5x-2=4; 4x^2+5x-6=0;$$

$$D = 25 + 4 \cdot 4 \cdot 6 = 121; x_1 = \frac{-5+11}{8} = \frac{3}{4}; x_2 = -2;$$

$$\sqrt{23x-14-3x^2} = 0; 3x^2-23x+14=0;$$

$$D = 529 - 4 \cdot 3 \cdot 14 = 361; x_1 = \frac{23+19}{6} = 7; x_2 = \frac{2}{3};$$

$$\text{в) } \sqrt{23+3x-5x^2} = 3; 23+3x-5x^2=9; 5x^2-3x-14=0;$$

$$D = 9 + 4 \cdot 5 \cdot 14 = 289; x_1 = \frac{3+17}{10} = 2; x_2 = \frac{3-17}{10} = -1,4;$$

$$\text{г) } \sqrt{5x^2+22x-15} = 0; 5x^2+22x-15=0; D = 484 + 20 \cdot 15 = 784;$$

$$x_1 = \frac{-22+28}{10} = 0,6; x_2 = -5.$$

$$30.4. \text{ а) } \sqrt{\frac{2x+3}{x-1}} = 1; \frac{2x+3}{x-1} = 1; 2x+3 = x-1; x = -4,$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} = 2; \frac{5x-1}{x+3} = 4; 5x-1 = 4x+12; x = 13;$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{x+5}{4x-1}} = 4; \frac{x+5}{4x-1} = 16; x+5 = 64x-16; 63x = 21; x = \frac{1}{3};$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{x+2}{3x-6}} = 3; \frac{x+2}{3x-6} = 9; x+2 = 27x-54; 26x = 56; x = \frac{28}{13}.$$

$$30.5. \text{ а) } \sqrt{5-x} + 2 = 0, \sqrt{5-x} = -2, \text{ нет корней, т.к. квадратный корень принимает лишь неотрицательные значения;}$$

$$\text{б) } \sqrt{x-4} + \sqrt{x^2-3} = 0, \text{ так как квадратный корень всегда } \geq 0, \text{ то}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-4} = 0, & x = 4 \\ \sqrt{x^2-3} = 0, & x = \pm\sqrt{3} \end{cases} \text{ Система не имеет решений.}$$

$$\text{в) } \sqrt{3x-1} + 1 = 0, \sqrt{3x-1} = -1 - \text{ нет корней, аналогично пункту а);}$$

$$\text{г) } \sqrt{x-8} + 3 = \sqrt{7-x}, \text{ т.к. квадратный корень имеет смысл только неотрицательных выражений: } \begin{cases} x-8 \geq 0; & x \geq 8 \\ 7-x \geq 0; & x \leq 7 \end{cases} - \text{ система не имеет решений.}$$

$$30.6. \text{ а) } \sqrt{7x-4} = \sqrt{5x+2}, 7x-4 = 5x+2, 2x = 6, x = 3.$$

$$\text{Проверка: } \sqrt{21-4} = \sqrt{15+2} - \text{ верно. Ответ: 3;}$$

$$\text{б) } \sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7}, 2x-5 = 4x-7, 2x = 2, x = 1$$

$$\text{Проверка: } \sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7}; \sqrt{-3} = \sqrt{-3} - \text{ не имеет смысла. Ответ: нет корней;}$$

$$в) \sqrt{3x+4} = \sqrt{5x+2}, 3x+4=5x+2, 2x=2, x=1.$$

Проверка: $\sqrt{3+4} = \sqrt{5+2}$ — верно. Ответ: 1;

$$г) \sqrt{3x+1} = \sqrt{2x-3}, 3x+1=2x-3, x=-4$$

Проверка: $\sqrt{-12+1} = \sqrt{-8-3}$ — не имеет смысла. Ответ: нет корней.

$$30.7. а) x-6\sqrt{x}+8=0; \sqrt{x}=y, y^2-6y+8=0; y_1=4, y_2=2;$$

$$\sqrt{x}=4, \sqrt{x}=2; x_1=16; x_2=4;$$

$$б) x-5\sqrt{x}+6=0; \sqrt{x}=y, y^2-5y+6=0; y_1=2, y_2=3;$$

$$\sqrt{x}=2, \sqrt{x}=3; x_1=4; x_2=9;$$

$$в) x-7\sqrt{x}+12=0; \sqrt{x}=y, y^2-7y+12=0; y_1=3, y_2=4;$$

$$\sqrt{x}=3, \sqrt{x}=4; x_1=9; x_2=16$$

$$г) x-3\sqrt{x}+2=0; \sqrt{x}=y, y^2-3y+2=0; y_1=2, y_2=1;$$

$$\sqrt{x}=2, \sqrt{x}=1; x_1=4, x_2=1.$$

$$30.8. а) x+\sqrt{x}=30, \sqrt{x}=y, y^2+y-30=0, y_1=5, y_2=-6.$$

$$\sqrt{x}=5, \sqrt{x}=-6 - \text{нет корней. } x=25. \text{ Ответ: } 25.$$

$$б) x-4\sqrt{x}-12=0, \sqrt{x}=y, y^2-4y-12=0, y_1=6, y_2=-2,$$

$$\sqrt{x}=6, \sqrt{x}=-2 - \text{нет корней. } x=36. \text{ Ответ: } 36.$$

$$в) x+\sqrt{x}=12, \sqrt{x}=y, y^2+y-12=0, y_1=-4, y_2=3,$$

$$\sqrt{x}=3, \sqrt{x}=-4 - \text{нет корней. } x=9. \text{ Ответ: } 9.$$

$$г) x-3\sqrt{x}-18=0, \sqrt{x}=y, y^2-3y-18=0, y_1=6, y_2=-3,$$

$$\sqrt{x}=6, \sqrt{x}=-3 - \text{нет корней. } x=36. \text{ Ответ: } 36.$$

$$30.9. а) \sqrt{x} - \frac{20}{\sqrt{x}} = 1, \sqrt{x}=y, y - \frac{20}{y} - 1 = 0, y^2 - y - 20 = 0,$$

$$y_1=5, y_2=-4, \sqrt{x}=5, \sqrt{x}=-4 - \text{нет корней.}$$

$$x=25. \text{ Ответ: } 25.$$

$$б) \sqrt{x} + 3 = \frac{18}{\sqrt{x}}, \sqrt{x}=y, y + 3 - \frac{18}{y} = 0, y^2 + 3y - 18 = 0,$$

$$y_1=-6, y_2=3, \sqrt{x}=-6 - \text{нет корней; } \sqrt{x}=3, x=9. \text{ Ответ: } 9.$$

$$в) \sqrt{x} - \frac{6}{\sqrt{x}} = 1, \sqrt{x}=y, y - \frac{6}{y} - 1 = 0, y^2 - y - 6 = 0,$$

$$y_1=3, y_2=-2, \sqrt{x}=3, \sqrt{x}=-2 - \text{нет корней. } x=9, \text{ Ответ: } 9$$

$$г) \sqrt{x} + 4 = \frac{32}{\sqrt{x}}, \sqrt{x}=y, y + 4 - \frac{32}{y} = 0, y^2 + 4y - 32 = 0,$$

$$y_1=-8, y_2=4, \sqrt{x}=-8 - \text{нет корней; } \sqrt{x}=4, x=16. \text{ Ответ: } 16.$$

$$30.10. а) (5x-1) + \sqrt{5x-1} = 12, \sqrt{5x-1}=y, y^2+y-12=0, y_1=-4, y_2=3,$$

$$\sqrt{5x-1}=-4 - \text{нет корней; } \sqrt{5x-1}=3, 5x-1=9, x=2. \text{ Ответ: } 2.$$

$$б) 2x+3 + \sqrt{2x+3} = 2, \sqrt{2x+3}=y, y^2+y-2=0, y_1=-2, y_2=1,$$

$$\sqrt{2x+3}=-2 - \text{нет корней; } \sqrt{2x+3}=1, 2x+3=1,$$

$$x=-1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$в) (7x+4) - \sqrt{7x+4} = 42, \sqrt{7x+4}=y, y^2-y-42=0,$$

$y_1 = 7, y_2 = -6. \sqrt{7x+4} = 7, \sqrt{7x+4} = -6$ – нет корней;

$$\sqrt{7x+4} = 49, x = \frac{45}{7}. \text{ Ответ: } \frac{45}{7}$$

$$\cdot) (12x-1) + \sqrt{12x-1} = 6. \sqrt{12x-1} = y, y^2 + y - 6 = 0. y_1 = 2, y_2 = -3.$$

$$\sqrt{12x-1} = 2, \sqrt{12x-1} = -3 \text{ – нет корней; } 12x-1 = 4.$$

$$x = \frac{5}{12} \text{ Ответ: } \frac{5}{12}$$

$$30.11. \text{ а) } \sqrt{7-3x} = x+7, 7-3x = x^2 + 14x + 49. x^2 + 17x + 42 = 0, x_1 = -3, x_2 = -14$$

$$\text{Проверка: } x_1 = -3, \sqrt{7+9} = 7-3 \text{ – верно.}$$

$$x_2 = -14, \sqrt{7+3 \cdot 14} = -14+7 \text{ – ложно. Ответ: } -3.$$

$$\text{б) } \sqrt{3-x} = 3x+5, 3-x = 9x^2 + 25 + 30x, 9x^2 + 31x + 22 = 0, D = 169.$$

$$x = \frac{-31 \pm 13}{18} = -1, x_2 = -\frac{44}{18} = -\frac{22}{9}$$

$$\text{Проверка: } x_1 = -1, \sqrt{3+1} = 5-3 \text{ – верно.}$$

$$x_2 = -\frac{22}{9}, \sqrt{3+\frac{22}{9}} = -\frac{22}{9} + 5 \text{ – ложно. Ответ: } -1$$

$$\text{в) } \sqrt{15+3x} = 1-x, 15+3x = 1-2x+x^2, x^2-5x-14=0, x_1 = 7, x_2 = -2$$

$$\text{Проверка: } x_1 = 7, \sqrt{15+21} = 1-7 \text{ – ложно.}$$

$$x_2 = -2, \sqrt{15-6} = 1-3 \text{ – верно. Ответ: } -2$$

$$\cdot) \sqrt{54-5x} = 7-2x, 34-5x = 49-4x^2-28x, 4x^2-23x+15=0.$$

$$D = 289, x_1 = 5, x_2 = \frac{3}{4}$$

$$\text{Проверка } x_1 = 5, \sqrt{34-25} = 7-10 \text{ – ложно.}$$

$$x_2 = \frac{3}{4}, \sqrt{34-5 \cdot \frac{3}{4}} = 7-2 \cdot \frac{3}{4} \text{ – верно. Ответ: } \frac{3}{4}$$

$$30.12. \text{ а) } \sqrt{8-2x} = x, 8-2x = x^2, x^2 + 2x - 8 = 0, x_1 = -4, x_2 = 2.$$

$$\text{Проверка: } x_1 = -4, \sqrt{8+8} = -4 \text{ – ложно.}$$

$$x_2 = 2, \sqrt{8-4} = 2 \text{ – верно. Ответ: } 2.$$

$$\text{б) } \sqrt{5-x} = x+15, 5-x = x^2 + 30x + 225, x^2 + 31x + 220 = 0,$$

$$D = 81, x_1 = \frac{-31+9}{2} = -11, x_2 = -20$$

$$\text{Проверка: } x_1 = -11, \sqrt{5+11} = -11+15 \text{ – верно.}$$

$$x_2 = -20, \sqrt{5+20} = -20+15 \text{ – ложно. Ответ: } -11$$

$$\cdot) \sqrt{3+2x} = x-6, 3+2x = x^2 - 12x + 36, x^2 - 14x + 33 = 0.$$

$$x_1 = 11, x_2 = 3$$

$$\text{Проверка: } x_1 = 11, \sqrt{3+22} = 11-6 \text{ – верно.}$$

$$x_2 = 3, \sqrt{3+6} = 3-6 \text{ – ложно. Ответ: } 11$$

$$\cdot) \sqrt{1-5x} = 7+x, 1-5x = 49 + 14x + x^2, x^2 + 19x + 48 = 0.$$

$$x_1 = -16, x_2 = -3 \text{ Проверка: } x_1 = -16, \sqrt{1+80} = 7-16 \text{ – ложно}$$

$$x_2 = -3, \sqrt{1+15} = -3-3 \text{ – верно. Ответ: } -3$$

30.13. а) $\sqrt{x-4}+x=6$, $\sqrt{x-4}=6-x$.

$$\begin{cases} x-4=(6-x)^2 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=36-12x+x^2 \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-13x+40=0 \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=5 \Leftrightarrow x=5 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

б) $5x-\sqrt{3x+4}=2$; $\sqrt{3x+4}=5x-2$,

$$\begin{cases} 3x+4=(5x-2)^2 \\ 5x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4=25x^2-20x+4 \\ x \geq 0,4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 25x^2-23x=0 \\ x \geq 0,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{23}{25} \Leftrightarrow x=\frac{23}{25} \\ x \geq 0,4 \end{cases}$$

в) $\sqrt{5x+1}+1=2x$; $\sqrt{5x+1}=2x-1$,

$$\begin{cases} 5x+1=(2x-1)^2 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+1=4x^2-4x+1 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2-9x=0 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{9}{4} \Leftrightarrow x=\frac{9}{4} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

г) $\sqrt{7-3x}=x-3$;

$$\begin{cases} 7-3x=(x-3)^2 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7-3x=x^2-6x+9 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \text{ — нет решений.} \\ x \geq 3 \end{cases}$$

30.14. а) $\sqrt{x+1}=2$ и $x-2=1$; $x=3$, $\sqrt{3+1}=2$, $2=2$ — значит, $x=3$ — общий корень, т.е. уравнения равносильны;

б) $\sqrt{2x+1}=3$ и $x^2=16$; $x_1=4$, $x_2=-4$, $x_2=-4$ — не является корнем I уравнения. Значит, уравнения не равносильны;

в) $\sqrt{5-x}=3$ и $x^2=16$; $x_1=4$, $x_2=-4$, $x_1=4$ — не является корнем I уравнения. Значит, нет.

г) $\sqrt{3x+4}=5$ и $2(x-3)=15-x$; $2x-6=15-x$, $3x=21$, $x=7$,

$\sqrt{3 \cdot 7+4}=5$ — верно. Т.е. уравнения равносильны.

30.15. а) $\sqrt{x+1}=3$ и $x^2-7x-8=0$; $x+1=9$,

I уравнение имеет 1 корень, а II — 2 корня. Значит, нет;

б) $\sqrt{x}=x-2$ и $x^2=5x-4$; $x^2-5x+4=0$, $x_1=4$, $x_2=1$, $x_2=1$ — не является корнем I уравнения. Значит, нет;

в) $\sqrt{7-x}=-2$ — нет корней и $x^2+4x+8=0$.

$D=16-4 \cdot 8 < 0$ — нет корней. Значит, да;

г) $\sqrt{4x+1} = x-1$ и $x^2 - 12x + 36 = 0$; $x = 6$, $4x+1 = x^2 - 2x + 1$,
 $x^2 - 6x = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 6$, $x_1 = 0$ – посторонний корень. Т.е. уравн
 равносильны.

30.16. а) $\sqrt{4x+3} = \sqrt{4x^2+5x-2}$, $4x+3 = 4x^2+5x-2$, $4x^2+x-5=0$,

$$D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 81, x_1 = \frac{-1+9}{8} = 1, x_2 = -\frac{5}{4}.$$

Проверка: $x_1 = 1$, $\sqrt{4+3} = \sqrt{4+5-2}$ – верно.

$$x_2 = -\frac{5}{4}, \sqrt{-5+3} = \sqrt{4 \cdot \frac{25}{16} - \frac{25}{4} - 2} \text{ – ложно. Ответ: } 1.$$

б) $\sqrt{6x^2-2x+1} = \sqrt{3x+2}$, $6x^2-2x+1 = 3x+2$, $6x^2-5x-1=0$,

$$D = 25 + 4 \cdot 6 = 49, x_1 = \frac{5+7}{12} = 1, x_2 = -\frac{1}{6}.$$

Проверка: $x_1 = 1$, $\sqrt{6-2+1} = \sqrt{3+2}$ – верно.

$$x_2 = -\frac{1}{6}, \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + 1} = \sqrt{-\frac{1}{2} + 2} \text{ – верно. Ответ: } -\frac{1}{6}; 1.$$

в) $\sqrt{8x-3} = \sqrt{x^2+4x+1}$, $8x-3 = x^2+4x+1$, $x^2-4x+4=0$, $x=2$.

Проверка: $\sqrt{16-3} = \sqrt{4+8+1}$ – верно. Ответ: 2.

г) $\sqrt{2x^2+3x-1} = \sqrt{5x-1}$, $2x^2+3x-1 = 5x-1$, $2x^2-2x=0$,
 $x=0$, $x_2=1$.

Проверка: $x_1=0$, $\sqrt{-1} = \sqrt{-1}$ – ложно.

$$x_2=1, \sqrt{2+3-1} = \sqrt{5-1} \text{ – верно. Ответ: } 1.$$

30.17. а) $\sqrt{x^2+2x+5} = \sqrt{x^2-3x+10}$, $x^2+2x+5 = x^2-3x+10$,
 $5x=5$, $x=1$.

Проверка: $\sqrt{1+2+5} = \sqrt{1-3+10}$ – верно. Ответ: 1.

б) $\sqrt{5x^2-3x+1} = \sqrt{3x^2-4x+2}$, $5x^2-3x+1 = 3x^2-4x+2$,

$$2x^2+x-1=0, x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0, x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{2}.$$

Проверка: $x_1 = -1$, $\sqrt{5+3+1} = \sqrt{3+4+2}$ – верно.

$$x_2 = \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{3}{2} + 1} = \sqrt{\frac{3}{4} - 2 + 2} \text{ – верно. Ответ: } -1; \frac{1}{2}.$$

в) $\sqrt{3x^2+5x-1} = \sqrt{2x^2+2x-3}$, $3x^2+5x-1 = 2x^2+2x-3$,
 $x^2+3x+2=0$, $x_1 = -2$, $x_2 = -1$.

Проверка: $x_1 = -2$, $\sqrt{3 \cdot 4 - 10 - 1} = \sqrt{2 \cdot 4 - 4 - 3}$ – верно.

$$x_2 = -1, \sqrt{3-5-1} = \sqrt{2-2-3} \text{ – ложно. Ответ: } -2.$$

г) $\sqrt{6x^2+x+5} = \sqrt{x^2-x-1}$, $6x^2+x+5 = x^2-x-1$, $5x^2+2x+6=0$,
 $D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 6 < 0$ – нет корней. Ответ: нет корней.

30.18. а) $\sqrt{2x^2+3x+1} = x+1$, $2x^2+3x+1 = x^2+2x+1$, $x^2+x=0$,
 $x=0$, $x_2=-1$.

Проверка: $x_1 = 0$, $\sqrt{1} = 1$ — верно.

$x_2 = -1$, $\sqrt{2-3+1} = -1+1$ — верно. Ответ: $-1; 0$.

б) $\sqrt{5x^2-3x+2} = x-3$, $5x^2-3x+2 = x^2-6x+9$, $4x^2+3x-7 = 0$,

$D = 9 + 4 \cdot 4 \cdot 7 = 121$, $x_1 = \frac{-3+11}{8} = 1$, $x_2 = -\frac{7}{4}$.

Проверка: $x_1 = 1$, $\sqrt{5-3+2} = 1-3$ — ложно.

$x_2 = -\frac{7}{4}$, $\sqrt{5\left(-\frac{7}{4}\right)^2 + 3 \cdot \frac{7}{4} + 2} = -\frac{7}{4} - 3$ — ложно. Ответ: нет корней

в) $\sqrt{x^2+x+1} = x+2$, $x^2+x+1 = x^2+4x+4$, $3x = -3$, $x = -1$

Проверка: $\sqrt{1-1+1} = 2-1$ — верно. Ответ: -1 .

г) $\sqrt{3x^2+x+70} = x-5$, $3x^2+x+70 = x^2-10x+25$,

$2x^2+11x+45 = 0$, $D = 121 - 8 \cdot 45 < 0$ — нет корней.

30.19. а) $\sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{x-19}$, $x+1 = 4 + 4\sqrt{x-19} + x-19$, $16 = 4\sqrt{x-19}$,
 $16 = x-19$, $x = 35$.

Проверка: $\sqrt{35+1} = 2 + \sqrt{35-19}$ — верно. Ответ: 35.

б) $\sqrt{x+8} = \sqrt{7x+9} - 1$, $x+8 = 7x+9+1-2\sqrt{7x+9}$, $2\sqrt{7x+9} = 6x+2$,

$\sqrt{7x+9} = 3x+1$, $7x+9 = 9x^2+6x+1$, $9x^2-x-8 = 0$,

$D = 1 + 4 \cdot 9 \cdot 8 = 289$, $x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{16}{2 \cdot 9} = -\frac{8}{9}$.

Проверка: $x_1 = 1$, $\sqrt{1+8} = \sqrt{7+9} - 1$ — верно.

$x_2 = -\frac{8}{9}$, $\sqrt{-\frac{8}{9}+9} = \sqrt{-\frac{7 \cdot 8}{9}+9} - 1$ — ложно. Ответ: 1.

в) $\sqrt{x-13} = \sqrt{x+8} - 3$, $x-13 = x+8+9-6\sqrt{x+8}$, $6\sqrt{x+8} = 30$,

$\sqrt{x+8} = 5$, $x+8 = 25$, $x = 17$.

Проверка: $\sqrt{17-13} = \sqrt{17+8} - 3$ — верно. Ответ: 17.

г) $\sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{x-2}$, $3x-5 = 1+2\sqrt{x-2}+x-2$, $2x-4 = 2\sqrt{x-2}$,

$x-2 = \sqrt{x-2}$, $x^2-4x+4 = x-2$, $x^2-5x+6 = 0$, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.

Проверка: $x_1 = 3$, $\sqrt{9-5} = 1 + \sqrt{3-2}$ — верно.

$x_2 = 2$, $\sqrt{6-5} = 1+0$ — верно. Ответ: 2; 3.

30.20. а) $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$, $\sqrt{15-x} = 6 - \sqrt{3-x}$, $15-x = 36 - 12\sqrt{3-x} + 3-x$,

$12\sqrt{3-x} = 24$, $\sqrt{3-x} = 2$, $3-x = 4$, $x = -1$.

Проверка: $\sqrt{16} + \sqrt{4} = 6$ — верно. Ответ: -1 .

б) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$, $\sqrt{3x+7} = 2 + \sqrt{x+1}$, $3x+7 = 4 + 4\sqrt{x+1} + x+1$,

$2x+2 = 4\sqrt{x+1}$, $x+1 = 2\sqrt{x+1}$, $x^2+2x+1-4x-4 = 0$, $x^2-2x-3 = 0$,

$x_1 = 3$, $x_2 = -1$.

Проверка: $x_1 = 3$, $\sqrt{9+7} - \sqrt{4} = 2$ — верно.

$x_2 = -1$; $2 = 2$ — верно. Ответ: $-1; 3$.

$$\begin{aligned} \text{в)} \sqrt{x-1} - \sqrt{6-x} &= 1, \sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{6-x}, \\ x-1 &= 1 + 2\sqrt{6-x} + 6-x, 2x-8 = 2\sqrt{6-x}, x-4 = \sqrt{6-x}, \\ x^2-8x+16 &= 6-x, x^2-7x+10=0, x_1=5, x_2=2. \\ \text{Проверка: } x_1=5, 2-1 &= 1 - \text{верно.} \\ x_2=2, 1-2 &= 1 - \text{ложно. Ответ: 5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} &= 2, x-2 = 4 + x + 3 - 4\sqrt{x+3}, 4\sqrt{x+3} = 9, \\ x+3 &= \frac{81}{16}, x = \frac{33}{16} \quad \text{Проверка: } \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = 2 - \text{ложно. Ответ: нет корней} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{30.21. а)} \sqrt{4-2x} + \sqrt{2+x} &= 2\sqrt{2}, \sqrt{4-2x} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2+x}, \\ 4-2x &= 8 + 2 + x - 4\sqrt{2}\sqrt{2+x}, 4\sqrt{2}\sqrt{2+x} = 3x+6, \\ 32(2+x) &= 9x^2 + 36 + 36x, 9x^2 + 4x - 28 = 0, D = 16 + 4 \cdot 9 \cdot 28 = 32^2, \\ x_1 &= \frac{-4+32}{18} = \frac{14}{9}, x_2 = -2. \end{aligned}$$

$$\text{Проверка: } x_1 = \frac{14}{9}, \sqrt{4-2 \cdot \frac{14}{9}} + \sqrt{2+\frac{14}{9}} = 2\sqrt{2} - \text{верно.}$$

$$x_2 = -2, \sqrt{4+4} + 0 = 2\sqrt{2} - \text{верно. Ответ: } -2; \frac{14}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \sqrt{x+7} &= \sqrt{3x+19} - \sqrt{x+2}, x+7 = 3x+19+x+2-2\sqrt{(3x+19)(x+2)}, \\ 2\sqrt{3x^2+25x+38} &= 3x+14, 12x^2+100x+152-9x^2-196-84x=0, \\ 3x^2+16x-44 &= 0, D = 256 + 12 \cdot 44 = 28^2, x_1 = \frac{-16+28}{6} = 2, x_2 = -\frac{22}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Проверка: } x_1 = 2, 3 = 5 - 2 - \text{верно.}$$

$$x_2 = -\frac{22}{3} - \text{ложно, так как } \sqrt{-\frac{22}{3}+7} = \sqrt{-\frac{1}{3}} - \text{не существует. Ответ: 2.}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-4} &= 2\sqrt{x}, 3x+1+x-4+2\sqrt{3x^2-11x-4} = 4x, \\ 2\sqrt{3x^2-11x-4} &= 3, 12x^2-44x-16-9=0, 12x^2-44x-25=0, D = 56^2, \\ x_1 &= \frac{44+56}{24} = \frac{25}{6}, x_2 = -\frac{1}{2}, \end{aligned}$$

$$\text{Проверка: } x_1 = \frac{25}{6} - \text{верно; } x_2 = -\frac{1}{2} - \text{ложно. Ответ: } \frac{25}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} &= \sqrt{6x-11}, x-2+x+3+2\sqrt{x^2+x-6} = 6x-11, \\ 2\sqrt{x^2+x-6} &= 4x-12, \sqrt{x^2+x-6} = 2x-6, x^2+x-6 = 4x^2-24x+36, \\ 3x^2-25x+42 &= 0, D = 11^2, x_1 = \frac{25+11}{6} = 6, x_2 = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Проверка: } x_1 = 6 - \text{верно, } x_2 = \frac{7}{3} - \text{ложно. Ответ: 6.}$$

$$\begin{aligned} \text{30.22. а)} \sqrt{x+1} - \sqrt{9-x} &= \sqrt{2x-12}, x+1+9-x-2\sqrt{(x+1)(9-x)} = 2x-12, \\ 2\sqrt{(x+1)(9-x)} &= -2x+22, -x^2+8x+9 = 121-22x+x^2, \\ 2x^2-30x+112 &= 0, x^2-15x+56=0, \\ D &= 1, x_1 = 8, x_2 = 7. \end{aligned}$$

Проверка: $x_1 = 8$ – верно, $x_2 = 7$ – верно. Ответ: 7; 8.

б) $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12}$,

$$x+1+4x+13+2\sqrt{4x^2+17x+13}=3x+12, 2\sqrt{4x^2+17x+13}=-2x-2,$$

$$\sqrt{4x^2+17x+13}=-(x+1), 4x^2+17x+13-x^2-2x-1=0,$$

$$3x^2+15x+12=0, x^2+5x+4=0, x_1=-4, x_2=-1$$

Проверка: $x_1 = -4$ – ложно, $x_2 = -1$ – верно. Ответ: -1.

в) $\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x+6} = \sqrt{12x+25}$, $2x+5+5x+6+2\sqrt{(2x+5)(5x+6)}=12x+25$.

$$2\sqrt{10x^2+37x-30}=5x+14, 40x^2+148x+120=25x^2+196+140x,$$

$$15x^2+8x-76=0, D=64+4560=4624=68^2,$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 68}{30}, x_1 = 2, x_2 = -\frac{38}{15}$$

$x_2 = -\frac{38}{15}$ – посторонний корень, т.к. не входит в ОДЗ уравнения:

$$\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ 5x+6 \geq 0 \\ 12x+25 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq -\frac{6}{5} \quad \text{Ответ: 2.}$$

г) $\sqrt{2x+3} \cdot \sqrt{4-x} = \sqrt{7-x}$, $2x+3+4-x-2\sqrt{(2x+3)(4-x)}=7-x$.

$$x = \sqrt{-2x^2+5x+12}, x^2 = -2x^2+5x+12, 3x^2-5x-12=0.$$

$$D=25+4 \cdot 3 \cdot 12=13^2, x_1 = \frac{5+13}{6}=3, x_2 = -\frac{4}{3}$$

Проверка: $x_1 = 3$ – верно, $x_2 = -\frac{4}{3}$ – ложно. Ответ: 3.

30.23. а) $(x^2+1)+2\sqrt{x^2+1}=15$, $\sqrt{x^2+1}=y$, $y^2+2y-15=0$.

$$y_1=-5, y_2=3. \sqrt{x^2+1}=-5 \text{ – нет корней, } \sqrt{x^2+1}=3, x^2+1=9, x^2=8, x_{1,2}=\pm 2\sqrt{2}$$

б) $\sqrt{x-2} - \frac{3}{\sqrt{x-2}} + 2 = 0$, $\sqrt{x-2} = y$, $y - \frac{3}{y} + 2 = 0$.

$$y^2+2y-3=0, y_1=-3, y_2=1.$$

$$\sqrt{x-2}=-3 \text{ – нет корней. } \sqrt{x-2}=1, x=3 \text{ Ответ: 3.}$$

в) $2(x^2-9)+3\sqrt{x^2-9}-5=0$, $\sqrt{x^2-9}=y$, $2y^2+3y-5=0$,

$$D=9+4 \cdot 2 \cdot 5=49, y_1 = \frac{-3+7}{4}=1, y_2 = -\frac{5}{2},$$

$$\sqrt{x^2-9}=1, \sqrt{x^2-9}=-\frac{5}{2} \text{ – нет корней, } x^2=10, x_{1,2}=\pm\sqrt{10} \text{ Ответ: } \pm\sqrt{10}$$

г) $\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x-1}-4} = \frac{\sqrt{x-1}-6}{\sqrt{x-1}-7}$, $\sqrt{x-1}=y$, $\frac{y-2}{y-4} = \frac{y-6}{y-7}$,

$$y^2-9y+14=y^2-10y+24, y=10,$$

$$\sqrt{x-1}=10, x=101.$$

Ответ: 101

$$30.24. a) \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} + \sqrt{\frac{2x-3}{3x+2}} = 2,5, \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} = y, y + \frac{1}{y} - 2,5 = 0,$$

$$y^2 - 2,5y + 1 = 0, y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2},$$

$$\sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} = 2, 3x+2 = 8x-12, 5x = 14, x_1 = \frac{14}{5},$$

$$\sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} = \frac{1}{2}, 2x-3 = 12x+8, 10x = -11, x_2 = -1,1$$

$$6) 3\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 2,5 = 3\sqrt{1-\frac{1}{x}},$$

$$\sqrt{\frac{x}{x-1}} = y,$$

$$3y - 2,5 = 3\frac{1}{y},$$

$$3y^2 - 2,5y - 3 = 0,$$

$$6y^2 - 5y - 6 = 0,$$

$$D = 25 + 4 \cdot 6 \cdot 6 = 169,$$

$$y_1 = \frac{5+13}{12} = \frac{3}{2}, y_2 = -\frac{2}{3}, \sqrt{\frac{x}{x-1}} = \frac{3}{2}, \sqrt{\frac{x}{x-1}} = -\frac{2}{3} - \text{нет корней},$$

$$\frac{x}{x-1} = \frac{9}{4}, 4x = 9x-9, 5x = 9, x = \frac{9}{5}. \text{ Ответ: } \frac{9}{5}$$

$$b) \sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} + \sqrt{\frac{2x+1}{x-1}} = \frac{10}{3}, \sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = y, y + \frac{1}{y} - \frac{10}{3} = 0,$$

$$3y^2 - 10y + 3 = 0,$$

$$D = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64,$$

$$y_1 = \frac{10+8}{6} = 3, y_2 = \frac{1}{3},$$

$$\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = 3, x-1 = 18x+9, 17x = -10, x = -\frac{10}{17},$$

$$\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = \frac{1}{3}, 9x-9 = 2x+1, 7x = 10, x = \frac{10}{7}. \text{ Ответ: } -\frac{10}{17}; \frac{10}{7}.$$

$$r) 4\sqrt{3-\frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = 3, \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = y, \frac{4}{y} - y - 3 = 0,$$

$$-y^2 - 3y + 4 = 0, y^2 + 3y - 4 = 0,$$

$$y_1 = -4, y_2 = 1,$$

$$\sqrt{\frac{x}{3x-1}} = -4 - \text{нет корней}, \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = 1, 3x-1 = x,$$

$$2x = 1, x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2}.$$

Домашняя контрольная работа № 4

Вариант 1

$$1. \frac{2x^2 + 5x - 7}{x^2 - 8x + 7} = \frac{2(x-1)(x+\frac{7}{2})}{(x-1)(x-7)} = \frac{2x+7}{x-7}; D_1 = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 7 = 81,$$

$$x_1 = \frac{-5+9}{4} = 1, x_2 = -\frac{7}{2};$$

$$2. а) 2(x+4) - x(x-5) = 7(x-8), 2x+8-x^2+5x=7x-56, x^2=64, x_{1,2}=\pm 8,$$

$$б) t=x^2 \geq 0; 6t^2+t-1=0;$$

$$D=1-4 \cdot 6 \cdot (-1)=25; t_{1,2}=\frac{-1 \pm 5}{12}; x^2=t=\frac{1}{3}; x=\pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

3. $x^2 - 2kx + k - 3 = 0$, так как уравнение имеет только один корень, то

$$D=0. D=4k^2-4(k-3)=4k^2-4k+12=0, k^2-k+3=0,$$

$D_1=1-4 \cdot 3 < 0$ – нет корней. Что и требовалось доказать;

$$4. \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2, \frac{1}{3x+1} + \left(\frac{1}{3x+1}\right)^2 = 2,$$

$$\frac{1}{3x+1} = y, y^2 + y - 2 = 0, y_1 = -2, y_2 = 1, \frac{1}{3x+1} = -2, -6x - 2 = 1, 6x = -3, x = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3x+1} = 1, 3x+1=1, x=0. \text{ Ответ: } -0,5; 0.$$

5. I этап: Пусть x км/ч – первичная скорость. Тогда: $(x+12)$ км/ч – новая

скорость. $\frac{300}{x}$ ч и $\frac{300}{x+12}$ ч – время на дорогу туда и обратно.

Так как на путь обратно автобус затратил на 50 мин. меньше, получаем

$$\frac{300}{x+12} + \frac{5}{6} = \frac{300}{x}.$$

$$\text{II этап: } \frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} - \frac{60}{x} = 0, 360x + x^2 + 12x - 360x - 4320 = 0,$$

$$x^2 + 12x - 4320 = 0, x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{36 + 4320} = -6 \pm 66, x_1 = 60, x_2 = -72.$$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение, т.е 60 км/ч – первоначальная скорость. Ответ: 60 км/ч.

$$6. 2x^2 - 9x - 12 = 0, x_1, x_2 - \text{корни.}$$

$$а) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -\frac{12}{2} \cdot \frac{9}{2} = -27;$$

$$б) \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_2 + x_1)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 2 \cdot 6 \cdot \frac{81}{4} + 12}{-6} = \frac{-129}{-6} = \frac{129}{6} = \frac{43}{2},$$

$$в) x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) =$$

$$= \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{81}{4} + 3 \cdot 6 \right) = \frac{9}{2} \cdot \frac{81+72}{4} = \frac{9 \cdot 153}{2 \cdot 4} = \frac{1377}{8}$$

$$7. x^2 + (t^2 - 3t - 11)x + 6t = 0, \quad x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = -t^2 + 3t + 11 = 1, \quad t^2 - 3t - 10 = 0, \quad t_1 = 5, \quad t_2 = -2$$

Проверим найденные t_1 и t_2 : если $t_1 = 5$, то $x^2 - x + 30 = 0$,

$D = 1 - 4 \cdot 30 < 0$ нет корней, т.е. $p = 5$ — не подходит

Если $t_2 = -2$, то $x^2 - x - 12 = 0$, $x_1 = 4$, $x_2 = -3$.

Ответ: при $t = -2$;

$$x_1 = 4; x_2 = -3.$$

$$8. x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5}, \quad x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 3x - 5, \quad x^2 - x - 6 = 0,$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -2.$$

Проверка: $x_1 = 3$, $2 = \sqrt{2 \cdot 9 - 9 - 5}$ — верно.

$x_2 = -2$, $-3 = \sqrt{2 \cdot 4 + 6 - 5}$ — ложно. Ответ: 3

Вариант 2

$$1. \frac{x^2 + 9x + 8}{3x^2 + 8x + 5} = \frac{(x+8)(x+1)}{3(x+1)(x+\frac{5}{3})} = \frac{x+8}{3x+5}, \quad D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4.$$

$$x_1 = \frac{-8+2}{6} = -1, \quad x_2 = -\frac{5}{3}.$$

$$2. a) x(x+3) - 4(x-5) = 7(x+4) - 8, \quad x^2 + 3x - 4x + 20 - 7x - 28 + 8 = 0, \\ x^2 - 8x = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 8;$$

$$б) 2x^4 - 9x^2 + 4 = 0, \quad x^2 = y, \quad 2y^2 - 9y + 4 = 0,$$

$$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49, \quad y_1 = \frac{9+7}{4} = 4, \quad y_2 = \frac{1}{2}.$$

$$x^2 = 4, \quad x^2 = \frac{1}{2},$$

$$x_{1,2} = \pm 2, \quad x_{3,4} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$3. x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0. \text{ Так как уравнение имеет только один корень, то } D = 0. D = 4k^2 - 4(2k+3) = 0, \quad k^2 - 2k - 3 = 0, \quad k_1 = 3, \quad k_2 = -1,$$

$$4. \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4, \quad \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} - 4 = 0,$$

$$2x-1-13x+4-4(2x-1)^2 = 0, \quad -11x+3-4(4x^2-4x+1) = 0,$$

$$-11x+3-16x^2+16x-4 = 0, \quad 16x^2-5x+1 = 0,$$

$$D = 25 - 4 \cdot 16 < 0 \text{ — нет корней.}$$

Ответ: нет корней.

5. 1 этап: Пусть x км/ч — старая скорость.

Тогда, $(x + 10)$ км/ч — новая скорость. $\frac{325}{x}$ ч и $\frac{325}{x+10}$ ч — время движения по старому и новому расписаниям.

Так как время движения по новому расписанию меньше на 40 мин.,

$$\text{получаем } \frac{325}{x+10} + \frac{2}{3} = \frac{325}{x}$$

$$\text{II этап: } \frac{325}{x+10} + \frac{2}{3} - \frac{325}{x} = 0, 975x + 2x^2 + 20x - 975x - 9750 = 0,$$

$$x^2 + 10x - 4875 = 0, x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 4875} = -5 \pm 70,$$

$$x_1 = 65, \quad x_2 = -75.$$

III этап: Ясно, что подходит только первое значение. Г.с. новая скорость равна $65 + 10 = 75$ (км/ч). Ответ 75 км/ч.

$$6. 3x^2 - 4x - 1 = 0, \quad x_1 x_2 = -\frac{1}{3}, \quad x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$$

$$a) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{4}{9};$$

$$б) \frac{x_2}{x} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{16}{9} + \frac{2}{3}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{16+6}{3} = -\frac{22}{3};$$

$$в) x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = \\ = \frac{4}{3} \left(\frac{16}{9} + \frac{2}{9} \right) = \frac{4}{3} \cdot \frac{25}{9} = \frac{100}{27};$$

$$7. x^2 + (4k-1)x + (k^2 - k + 8) = 0. \quad x_1 \cdot x_2 = 10. \\ 10 = k^2 - k + 8, k^2 - k - 2 = 0, k_1 = 2, \quad k_2 = -1.$$

Проверим найденные k_1 и k_2 .

$$\text{Если } k_1 = 2, \text{ то } x^2 + 7x + 10 = 0,$$

$$D = 49 - 4 \cdot 10 = 9,$$

$$x_1 = \frac{-7+3}{2} = -2, x_2 = -5.$$

$$\text{если } k_2 = -1, \text{ то } x^2 - 5x + 10 = 0.$$

$$D = 25 - 4 \cdot 10 < 0 - \text{нет корней.}$$

г.е. k_2 — не подходит

Ответ: -5 и -2 при $k = 2$.

$$8. \sqrt{x^2 + 3x + 3} = 2x + 1.$$

$$x^2 + 3x + 3 = 4x^2 + 4x + 1, 3x^2 + x - 2 = 0, D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25,$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{6} = \frac{2}{3}, x_2 = -1.$$

$$\text{Проверка: } x = \frac{2}{3} \quad \sqrt{\frac{4}{9} + 5^{19}} = \frac{4}{3} + 1.$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \text{верно.}$$

$$x_2 = -1. \sqrt{1-3+3} = -2+1 - \text{ложно. Ответ: } \frac{2}{3}.$$

Глава 5. НЕРАВЕНСТВА

§ 31. Свойства числовых неравенств

31.1. а) $5,6 > 5,56$;

в) $6,79 < 6,8$;

б) $-2,4 < -2,39$;

г) $-0,1 > -0,11$.

31.2. а) $-\frac{4}{5} < -\frac{2}{7}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{9}$, $\frac{3}{4} - \frac{5}{9} = \frac{27-20}{36} = \frac{7}{36} > 0$, значит, $\frac{3}{4} > \frac{5}{9}$;

в) $\frac{7}{11}$ и $\frac{9}{13}$, $\frac{7}{11} - \frac{9}{13} = \frac{91-99}{13 \cdot 11} < 0$, значит, $\frac{7}{11} < \frac{9}{13}$;

г) $-\frac{6}{17}$ и $-\frac{1}{3}$, $-\frac{6}{17} - \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{6}{17} + \frac{1}{3} = \frac{-18+17}{17 \cdot 3} < 0$, значит, $-\frac{6}{17} < -\frac{1}{3}$.

31.3. а) $\frac{2}{5} < 0,41$; б) $-2\frac{1}{4} < 2,2$; в) $-1,7 > -1\frac{3}{4}$;

г) $\frac{6}{25}$ и $0,25$, $\frac{6}{25} - \frac{1}{4} = \frac{24-25}{100} < 0$, значит, $\frac{6}{25} < 0,25$.

31.4. а) $0,4 > \frac{1}{3}$;

б) $-1\frac{5}{6}$ и $-1,82$, $-1\frac{5}{6} - (-1,82) = -\frac{11}{6} + \frac{182}{100} = -\frac{11}{6} + \frac{91}{50} = \frac{-550+546}{6 \cdot 50} < 0$,

значит, $-1\frac{5}{6} < -1,82$;

в) $2,56$ и $2\frac{7}{11}$, $2,56 - 2\frac{7}{11} = 0,56 - \frac{7}{11} = \frac{14}{25} - \frac{7}{11} = \frac{154-175}{25 \cdot 11} < 0$,

значит, $2,56 < 2\frac{7}{11}$;

г) $-0,13$ и $-\frac{1}{9}$, $-0,13 - \left(-\frac{1}{9}\right) = -0,13 + \frac{1}{9} = -\frac{13}{100} + \frac{1}{9} = \frac{-117+100}{900} < 0$,

значит, $-0,13 < -\frac{1}{9}$.

31.5.

а) $3,7 + 1,02 < 4,26 + 0,5$,

$4,72 < 4,76$;

в) $5,9 - 1,45 < 2,8 + 1,9$,

$4,45 < 4,7$;

б) $-3,1 + 3,5 > 2,1 - 2,59$,

$0,4 > -0,49$;

г) $7,31 - 2,33 < 3,11 + 1,88$,

$4,98 < 4,99$.

31.6.

а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} < 1\frac{1}{5}$, $\frac{7}{6} < \frac{6}{5}$;

в) $2\frac{1}{7} < 1\frac{1}{14} + 1\frac{1}{2}$;

б) $-1\frac{5}{6} < -\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$, $-\frac{11}{6} < \frac{-23}{20}$;

г) $-\frac{2}{5} - 2\frac{1}{6} < -2\frac{1}{2}$.

31.7.

а) $(-1,21)^2 > 0$;

в) $(0,574)^4 > 0$;

б) $(-3,41)^7 < 0$;

г) $(-9,85)^3 < 0$.

31.8.

а) $-\frac{2}{5} \cdot (-45,14) > 0$;

в) $-1,7 : \left(-\frac{12}{91}\right) > 0$;

31.9.

а) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{-8+15}{20} > 0$;

в) $\frac{5}{13} - \frac{1}{2} = \frac{10-13}{26} < 0$;

31.10.

а) $a + b > ab$;

в) $\frac{k+l}{2} < 3(k-l)$;

31.11.

а) $t - s > \frac{t}{s}$;

в) $k^2 - l^2 < 2(k+l)$;

31.12.

а) $a < b, -5a > -5b$;

в) $a < b, 0,1a < 0,1b$;

31.13.

а) $a < b, a - 4 < b - 4$;

в) $a < b, a + 1,8 < b + 1,8$;

31.14.

а) $m + 12 < n + 12, m < n$;

в) $-0,3 - m > -0,3 - n, -m > -n, m < n$;

31.15.

а) $5x < 3x, 5x - 3x < 0, 2x < 0, x < 0$;

в) $9x > 2x, 9x - 2x > 0, 7x > 0, x > 0$;

31.16.

а) $m > n, -7m < -7n$

(по свойству 3);

в) $m > n,$

$\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$ (по свойству 3);

31.17.

а) $a - 8 > b - 8, a > b$; да.

в) $12 - a > 12 - b, -a > -b, a < b$; нет

б) $-2\frac{1}{4} \cdot 54,235 < 0$;

г) $\frac{6}{17} \cdot (-21,489) < 0$.

б) $2,35 - 2\frac{1}{4} = 2,35 - 2,25 > 0$;

г) $-\frac{4}{11} + \frac{3}{7} = \frac{-28+33}{77} > 0$.

б) $m^2 < n$;

г) $3p > p^3$.

б) $(m+n)^2 \leq m-n$;

г) $n(n+1) \geq (n+1)^2$.

б) $a < b, \frac{a}{6} < \frac{b}{6}$;

г) $a < b, -\frac{a}{7} > -\frac{b}{7}$

б) $a < b, a + 7,3 < b + 7,3$;

г) $a < b, a - 125 < b - 125$.

б) $3,5 - m > 3,5 - n, -m > -n, m < n$;

г) $4,9 + m < 4,9 + n, m < n$.

б) $-4x < 4x, 4x + 4x > 0, 8x > 0, x > 0$;

г) $-45x > -3x, 45x - 3x < 0, 42x < 0, x < 0$.

б) $m > n,$

$-m > -n$ (по свойству 3),

$1-m > 1-n$ (по свойству 2);

г) $m > n,$

$5m > 5n$ (по свойству 3),

$5m+13 > 5n+13$ (по свойству 2).

б) $3a > 3b, a > b$; да.

г) $\frac{a}{7} > \frac{b}{7}, a > b$. да.

31.18.

а) $2 - x > 2 - y$. $-x > -y$, $x < y$; да

в) $-41 + x < -41 + y$, $x < y$; да

б) $-3,5x > -3,5y$, $-x > y$, $x < y$; да

г) $\frac{x}{-2,8} > \frac{y}{-2,8}$, $x < y$. да

31.19. $a, b, c, d > 0$,

$a > b$, $d < b$, $c > a$.

Г.с. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, $\frac{1}{d} > \frac{1}{b}$, $\frac{1}{c} < \frac{1}{a}$, значит, $\frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}$

31.20.

а) $13 > 5$ и $8 > 1$,

$13 + 8 > 5 + 1$

$21 > 6$.

в) $19 > 12$ и $3,5 > 2$.

$19 + 3,5 > 12 + 2$, $25,5 > 14$.

б) $-1,5 < -0,2$ и $3,5 > 2$,

$1,5 > 0,2$ и $3,5 > 2$,

$1,5 + 3,5 > 0,2 + 2$, $5 > 2,2$,

г) $-0,1 < 1$ и $-2,8 < 4$,

$-0,1 - 2,8 < 1 + 4$, $-2,9 < 5$

31.21.

а) $5 > 2$ и $-3 < 1$,

$5 > 2$ и $3 > -1$,

$5 + 3 > 2 - 1$, $8 > 1$;

в) $0,2 < 3$ и $2,8 > 1,7$.

$-0,2 > -3$ и $2,8 > 1,7$.

$0,2 + 2,8 > -3 + 1,7$, $2,6 > -1,3$.

б) $7,5 < 11,7$ и $-4,7 > -5,8$.

$7,5 < 11,7$ и $4,7 < 5,8$,

$7,5 + 4,7 < 11,7 + 5,8$, $12,2 < 17,5$.

г) $-3,9 > -7,2$ и $6,5 < 14,7$.

$3,9 < 7,2$ и $6,5 < 14,7$,

$3,9 + 6,5 < 7,2 + 14,7$, $10,4 < 21,9$

31.22.

а) $a > 2$, $3a > 2 \cdot 3$, $3a > 6$;

в) $a > 2$, $0,5a > 0,5 \cdot 2$, $0,5a > 1$.

б) $a > 2$, $-2a < -2 \cdot 2$, $-2a < -4$;

г) $a > 2$, $-1,5a < -1,5 \cdot 2$, $-1,5a < -3$

31.23.

а) $m < 4,5$, $\frac{m}{5} < \frac{4,5}{5}$, $\frac{m}{5} < 0,9$.

б) $m < 4,5$, $-\frac{m}{3} > -\frac{4,5}{3}$, $-\frac{m}{3} > -1,5$.

в) $m < 4,5$, $\frac{m}{1,5} < \frac{4,5}{1,5}$, $\frac{m}{1,5} < 3$.

г) $m < 4,5$, $-\frac{m}{0,09} > -\frac{4,5}{0,09}$, $-\frac{m}{0,09} > -50$

31.24.

а) $b > 0,5$, $2b > 1$,

$2b + 4 > 1 + 4$, $2b + 4 > 5$;

в) $b > 0,5$, $4,5b > 2,25$.

$4,5b - 3,25 > 2,25 - 3,25$.

$4,5b - 3,25 > -1$,

б) $b > 0,5$, $-6b < -3$,

$-6b + 8 < -3 + 8$, $-6b + 8 < 5$;

г) $b > 0,5$, $-7b < -3,5$,

$-7b - 2 < -3,5 - 2$,

$-7b - 2 < -5,5$

31.25.

а) $n < -3$; $\frac{n}{7} < -\frac{3}{7}$; $\frac{n}{7} + \frac{2}{7} < -\frac{1}{7}$

б) $n < -3$; $\frac{n}{6} < -\frac{1}{2}$; $\frac{n}{6} + \frac{2}{9} < -\frac{5}{18}$

в) $n < -3$;

г) $\frac{n}{2} < -\frac{3}{2}$; $\frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -\frac{3}{2} - \frac{3}{5}$.

г) $n < -3$;

$-\frac{n}{8} > \frac{3}{8}$; $-\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{3}{8} - \frac{1}{4}$,

$\frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -2\frac{1}{10}$.

$-\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

31.26.

а) $a > 2$, $b > 3$

$3a > 6$, $5b > 15$;

$3a + 5b > 6 + 15$, $3a + 5b > 21$

б) $a < 2b$, $b < c$,

$a < 2b$, $2b < 2c$,

$a < 2c$, $2a < 4c$

в) $a > 3, b > 5$
 $2a > 6, 4b > 20$;
 $2a + 4b > 6 + 20; 2a + 4b > 26$;

31.27.

а) $a > 3, b > 5$;
 $ab > 3 \cdot 5$;
 $ab > 15$. Ответ: верно.
 в) $a > 4$; т.к. $4 > 0, a > 0$
 $a^2 > 4^2; a^2 > 16$.

Ответ: верно.

31.28.

а) $a > 1, 6a > 6$;
 т.к. $a > 0$, то $\frac{6a}{a} > \frac{6}{a}$; $6 > \frac{6}{a}$

Ответ: да.

в) $a < 5$; неравенство $\frac{15}{a} > 3$.
 не верно, т.к. a может быть < 0 .

Ответ: нет

31.29.

а) $k > 3, l > 7$;
 $2k > 6, 3l > 21. 2k + 3l > 27$
 в) $k > 3, l > 7$.
 $k > 3, 1,5l > 10,5$;
 $k + 1,5l > 13,5$;

31.30.

а) $p > 2, s < 5$;
 $p > 2, -2s > -10; p - 2s > -8$;
 в) $p > 2, s < 5; 4s < 20$;
 $-2p < -4; 4s - 2p < 16$

31.31.

а) $m > 1, n > 4$;
 $m + n > 5$;
 $m + n + 4 > 9$;
 в) $m > 1, n > 4; -2m < -2$;
 $-5n < -20; -2m - 5n < -22$;
 $3 - 2m - 5n < -19$;

31.32.

а) $x > 6, y < 12$;
 $x > 6, -2y > -24$;
 $x - 2y > -18; x - 5 - 2y > -23$;
 в) $x > 6, y < 12$;
 $5x > 30, -y > -12$.
 $5x - y > 18; 5x - y + 10 > 28$;

31.33.

а) $a = 3, b = 8; a < 5 < b$
 в) $a = -2,5; b = 7,8; a < 6 < b$;

г) $a \geq 5b, b \geq 2c$;
 $3a \geq 15b, 15b \geq 30c$;
 $3a \geq 30c$.

б) $a < 2, b < 3$

не верно, т.к. a и b могут быть < 0
 Ответ: не верно.

г) $a < 6$;
 не верно, т.к. a может быть < 0 .
 Ответ: не верно.

б) $a < 2$; неравенство $\frac{4}{a} > 2$

неверно, т.к. a может быть < 0

Ответ: нет.

г) $a > 7$, т.е. $a > 0$;
 $\frac{a}{a} > \frac{7}{a}, \frac{7}{a} < 1; \frac{14}{a} < 2$.

Ответ: да

б) $k > 3, l > 7$;
 $-k < -3, -l < -7; -k - l < -10$;
 г) $k > 3, l > 7$.
 $-4k < -12, -5l < -35$;
 $-4k - 5l < -47$.

б) $p > 2, s < 5$;
 $-3p < -6, s < 5; s - 3p < -1$
 г) $p > 2, s < 5; 3p > 6$;
 $-6s > -30; 3p - 6s > -24$.

б) $m > 1, n > 4; -3m < -3$;
 $-4n < -16; -4n - 3m < -19$;
 $12 - 4n - 3m < -7$;
 г) $m > 1, n > 4$;
 $7m > 7, 6n > 24; 7m + 6n > 31$;
 $7m + 6n + 1 > 32$.

б) $x > 6, y < 12$;
 $-2x < -12, 3y < 36$;
 $-2x + 3y < 24; 14 - 2x + 3y < 38$;
 г) $x > 6, y < 12$;
 $4x > 24, -3y > -36$;
 $4x - 3y > -12; 16 + 4x - 3y > 4$

б) $a = -5, b = -3; a < -4 < b$
 г) $a = -6, b = -2; a < -3 < b$.

31.34.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 10 < a < 16, \\ & 0,5 \cdot 10 < 0,5a < 0,5 \cdot 16; \\ & 5 < 0,5a < 8, \end{aligned}$$

$$\text{в)} \quad 10 < a < 16, -16 < -a < -10; \\ -48 < -3a < -30;$$

31.35.

$$\text{a)} \quad 2,6 < \sqrt{7} < 2,7,$$

$$5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4;$$

$$\text{в)} \quad 2,6 < \sqrt{7} < 2,7;$$

$$-2,7 < -\sqrt{7} < -2,6;$$

31.36.

$$\text{a)} \quad 6,1 < \sqrt{8} + \sqrt{11} < 6,3,$$

$$\text{в)} \quad 6,6 < 2\sqrt{11} < 6,8;$$

$$9,4 < \sqrt{8} + 2\sqrt{11} < 9,7;$$

31.37.

$$\text{a)} \quad 2 < \frac{1}{4}a < \frac{5}{2};$$

$$3 < \frac{1}{4}a + b < 4,5;$$

$$\text{в)} \quad 8 < ab < 20$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & 10 < a < 16, \\ & -6 < a - 16 < 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & 10 < a < 16; 20 < 2a < 32, \\ & 21 < 2a + 1 < 33. \end{aligned}$$

$$\text{б)} \quad 2,6 < \sqrt{7} < 2,7;$$

$$5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4; 7,2 < 2 + 2\sqrt{7} < 7,4,$$

$$\text{г)} \quad 2,6 < \sqrt{7} < 2,7;$$

$$-2,7 < -\sqrt{7} < -2,6; 0,3 < 3 - \sqrt{7} < 0,4$$

$$\text{б)} \quad -3,4 < -\sqrt{11} < -3,3,$$

$$-0,6 < \sqrt{8} - \sqrt{11} < -0,4;$$

$$\text{г)} \quad 8,4 < 3\sqrt{8} < 8,7;$$

$$-3,4 < -\sqrt{11} < -3,3;$$

$$5 < 3\sqrt{8} - \sqrt{11} < 5,4.$$

$$\text{б)} \quad -1 < -\frac{1}{2}b < -\frac{1}{2};$$

$$7 < a - \frac{1}{2}b < 9,5;$$

$$\text{г)} \quad 1 < b < 2;$$

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{b} < 1; 4 < \frac{a}{b} < 10$$

$$\text{31.38. } a > b + 3, b + 1 > 7, b + 1 + 2 > 7 + 2, b + 3 > 9,$$

$a > b + 3, b + 3 > 9$, значит, $a > 9$, что и требовалось доказать.

$$\text{31.39. а)} \quad 3(x+1) + x - 4(2+x) = 3x + 3 + x - 8 - 4x = -5 < 0, \text{ значит,}$$

$$3(x+1) + x < 4(2+x);$$

$$\text{б)} \quad m(m+n) - mn = m^2 + mn - mn = m^2 \geq 0, \text{ значит, } m(m+n) \geq mn;$$

$$\text{в)} \quad 2y^2 - 6y + 1 - 2y(y-3) = 2y^2 - 6y + 1 - 2y^2 + 6y = 1 > 0,$$

$$\text{значит, } 2y^2 - 6y + 1 > 2y(y-3);$$

$$\text{г)} \quad c^2 - d^2 - (-2d^2 - 1) = c^2 - d^2 + 2d^2 + 1 = c^2 + d^2 + 1 > 0, \text{ значит, } c^2 - d^2 > -2d^2 - 1$$

$$\text{31.40. а)} \quad x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 \geq 0;$$

$$\text{б)} \quad 9m^2 + 6mn - (-n^2) = 9m^2 + 6mn + n^2 = (3m+n)^2 \geq 0,$$

$$\text{значит, } 9m^2 + 6mn \geq -n^2;$$

$$\text{в)} \quad 2pq - (p^2 + q^2) = -(p^2 - 2pq + q^2) = -(p-q)^2 \leq 0, \text{ значит, } 2pq \leq p^2 + q^2,$$

$$\text{г)} \quad 4c^2 + 9d^2 - 12cd = (2c - 3d)^2 \geq 0, \text{ значит, } 4c^2 + 9d^2 \geq 12cd.$$

$$\text{31.41. а)} \quad 2x - (2(x-4) - a^2) = 2x - (2x - 8 - a^2) = 8 + a^2 > 0, \text{ значит, } 2x > 2(x-4) - a^2,$$

$$\text{б)} \quad z(z+1) + 5 - (1-3z) = z^2 + z + 4 + 3z = (z+2)^2 \geq 0, \text{ значит,}$$

$$z(z+1) + 5 \geq 1 - 3z;$$

$$\text{в)} \quad 4y^2 - 3y - 9(y-1) = 4y^2 - 3y - 9y + 9 = (2y-3)^2 \geq 0, \text{ значит, } 4y^2 - 3y \geq 9(y-1),$$

$$\text{г)} \quad t(t+5) - 3 - (3t-4) = t^2 + 5t - 3t + 1 - (3t-4) = t^2 - 3t + 4 - 3t + 4 = t^2 - 6t + 8 = (t-2)(t-4) \geq 0, \text{ значит, } t(t+5) - 3 \geq 3t - 4$$

$$\text{31.42. а)} \quad (x+1)(x-4) - (x+2)(x-5) = x^2 - 3x - 4 - x^2 + 3x + 10 = 6 > 0,$$

$$\text{значит, } (x+1)(x-4) > (x+2)(x-5);$$

$$б) (t-3)(t-4) - (t-1)(t+2) = t^2 + t - 12 - t^2 - t + 2 = -10 < 0,$$

значит, $(t-3)(t-4) < (t-1)(t+2)$;

$$в) (a+2)(a+6) - (a+5)(a+3) = a^2 + 8a + 12 - a^2 - 8a - 15 = -3 < 0,$$

значит, $(a+2)(a+6) < (a+5)(a+3)$;

$$г) (b-6)(b+2) - (b-3)(b-1) = b^2 - 4b - 12 - b^2 + 4b - 3 = -15 < 0, \text{ значит, } (b-6)(b+2) < (b-3)(b-1).$$

$$31.43. а) (7+2d)(7-2d) - (49-d(4d+1)) = 49 - 4d^2 - 49 + 4d^2 + d = d < 0,$$

значит, $(7+2d)(7-2d) < 49 - d(4d+1)$;

$$б) (2q-3)(q-3) - (q-1)(q-8) = 2q^2 - 9q + 9 - q^2 + 9q - 8 = q^2 + 1 > 0,$$

значит, $(2q-3)(q-3) > (q-1)(q-8)$.

$$31.44. а) \frac{a^2+b^2}{2ab} - 1 = \frac{a^2+b^2-2ab}{2ab} = \frac{(a-b)^2}{2ab} \geq 0, \text{ значит, } \frac{a^2+b^2}{2ab} \geq 1,$$

$$б) 25r + \frac{1}{r} - (-10) = 25r + \frac{1}{r} + 10 = \frac{25r^2 + 10r + 1}{r} = \frac{(5r+1)^2}{r} \leq 0,$$

значит, $25r + \frac{1}{r} \leq -10$;

$$в) y + \frac{9}{y} - 6 = \frac{y^2 - 6y + 9}{y} = \frac{(y-3)^2}{y} \geq 0, \text{ значит, } y + \frac{9}{y} \geq 6;$$

$$г) n + \frac{16}{n} - (-8) = n + \frac{16}{n} + 8 = \frac{n^2 + 8n + 16}{n} = \frac{(n+4)^2}{n} \leq 0, \text{ значит, } n + \frac{16}{n} \leq -8$$

$$31.45. а) \frac{p}{q} + \frac{q}{p} - 2 = \frac{p^2 + q^2 - 2pq}{pq} = \frac{(p-q)^2}{pq} \leq 0, \text{ значит, } \frac{p}{q} + \frac{q}{p} \leq 2;$$

$$б) \frac{(m+n)^2}{2} - (m^2 + n^2) = \frac{m^2 + 2mn + n^2 - 2m^2 - 2n^2}{2} = \frac{-(m-n)^2}{2} \leq 0,$$

значит, $\frac{(m+n)^2}{2} \leq m^2 + n^2$

$$31.46. а) x^2 - 6x + 14 = x^2 - 6x + 9 + 5 = (x-3)^2 + 5 > 0;$$

$$б) a^2 + 10 - (-6a) = a^2 + 6a + 10 = a^2 + 6a + 9 + 1 = (a+3)^2 + 1 > 0.$$

значит, $a^2 + 10 > -6a$;

$$в) y^2 + 70 - 16y = y^2 - 16y + 64 + 6 = (y-8)^2 + 6 > 0, \text{ значит, } y^2 + 70 > 16y;$$

$$г) b^2 + 20 - (-8b) = b^2 + 8b + 16 + 4 = (b+4)^2 + 4 > 0, \text{ значит, } b^2 + 20 > -8b$$

$$31.47. а) (s-4)(2-s) = -s^2 + 6s - 8 = -(s-3)^2 + 1 < 2;$$

$$б) z^2 + 6zt + 10t^2 = z + 6zt + 9t^2 + t^2 = (z+3t)^2 + t^2 \geq 0,$$

значит, $z^2 + 6zt + 10t^2 \geq 0$;

$$г) (a+1)(3-a) - 5 = -a^2 + 2a + 3 - 5 = -a^2 + 2a - 2 = -(a^2 - 2a + 1) - 1 = -(a-1)^2 - 1 < 0, \text{ значит, } (a+1)(3-a) < 5;$$

$$г) m^2 - 12m + 40 = (m-6)^2 + 4 > 0$$

$$31.48. а) 2,8 < \sqrt{8}; 7,84 < 8;$$

$$б) \sqrt{3} > 1,7; 3 > 2,89;$$

$$в) \sqrt{10} < 3,4; 10 < 11,56.$$

$$г) \sqrt{7} < 2,8; 7 < 7,84.$$

$$31.49. а) \sqrt{5} < \frac{4}{5} \sqrt{8}; 5 < \frac{16}{25} \cdot 8;$$

$$б) \sqrt{3} < \frac{7}{6} \sqrt{2}; 3 < \frac{49}{36} \cdot 2;$$

$$в) \sqrt{8} < \frac{4}{5} \sqrt{13}; 8 < \frac{16}{25} \cdot 13;$$

$$г) \sqrt{7} > \frac{3}{5} \sqrt{19}; 7 > \frac{9}{25} \cdot 19.$$

31.50. а) $\sqrt{2} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + 2$, т.к. $2 + 7 + 2\sqrt{14} < 5 + 4 + 4\sqrt{5}$

$\sqrt{14} < 2\sqrt{5}$, $14 < 20$;

б) $2 + \sqrt{11} < \sqrt{5} + \sqrt{10}$, т.к. $4 + 11 + 4\sqrt{11} < 5 + 10 + 2\sqrt{50}$.

$2\sqrt{11} < \sqrt{50}$, $44 < 50$;

в) $\sqrt{7} + \sqrt{5} > 3 + \sqrt{3}$, т.к. $7 + 5 + 2\sqrt{35} > 9 + 3 + 6\sqrt{3}$.

$\sqrt{35} > 3\sqrt{3}$, $35 > 27$;

г) $\sqrt{3} + \sqrt{15} > 4 + \sqrt{2}$, т.к. $3 + 15 + 2\sqrt{45} > 16 + 2 + 8\sqrt{2}$.

$\sqrt{45} > 4\sqrt{2}$, $45 > 32$.

31.51. а) $\sqrt{37} - \sqrt{14} > 6 - \sqrt{15}$, т.к. $37 + 14 - 2\sqrt{37 \cdot 14} > 36 - 15 - 12\sqrt{15}$

$\sqrt{37 \cdot 14} < 6\sqrt{15}$, $37 \cdot 14 < 36 \cdot 15$, $518 < 540$;

б) $\sqrt{11} - \sqrt{10} < \sqrt{6} - \sqrt{5}$, т.к. $11 + 10 - 2\sqrt{110} < 6 + 5 - 2\sqrt{30}$.

$5 - \sqrt{110} < -\sqrt{30}$, $5 < \sqrt{110} - \sqrt{30}$, $25 < 110 + 30 - 2\sqrt{1100 \cdot 3}$.

$2\sqrt{3300} < 115$, $4 \cdot 3300 < 115^2$, $13200 < 13225$;

в) $\sqrt{17} - \sqrt{15} < \sqrt{7} - \sqrt{5}$, т.к. $17 + 15 - 2\sqrt{17 \cdot 15} < 7 + 5 - 2\sqrt{7 \cdot 5}$.

$10 - \sqrt{255} < -\sqrt{35}$, $10 < \sqrt{255} - \sqrt{35}$

$100 < 255 + 35 - 2\sqrt{255 \cdot 35}$, $\sqrt{255 \cdot 35} < 95$, $255 \cdot 35 < 85^2$;

г) $\sqrt{10} - \sqrt{7} < \sqrt{11} - \sqrt{6}$, т.к. $\sqrt{10} - \sqrt{11} < \sqrt{7} - \sqrt{6}$

31.52. а) $15,4 \cdot 3,5 < 15,4 \cdot 3,4$, б) $-22,1 \cdot 2,5 < -22 \cdot 2,5$;

в) $238 \cdot 2 > 237 \cdot 2$; г) $-5,2 \cdot 4,3 < -5,1 \cdot 4,3$.

31.53. а) $1,8 \cdot 2,7 < 1,82 \cdot 2,7$, б) $32,5 \cdot 0,5 < 32,5 \cdot 0,5$;

в) $492 \cdot 0,3 < 492 \cdot 0,3$; г) $8,34 \cdot 1,1 < 8,34 \cdot 1,1$

31.54. $k > l$

$0,2 + k > l$, $l > l - 12$,

$k + 2,6 > k$, $l - 1,45 > l - 12$

Значит, $l - 12 < l$, $1,45 < l < k < 0,2 + k < k + 2,6$

Ответ: $l - 12$; $l - 1,45$; l ; k ; $0,2 + k$; $k + 2,6$

31.55. а) $3a + 12 > 3b + 10$, $3a > 3b - 2$, нельзя утверждать, что $a > b$.

Например, $a = 0,8$, $b = 1$ удовлетворяют неравенству $3a + 12 > 3b + 10$, но $a < b$

Ответ: нет.

б) $\frac{2a}{b} > 2$, $\frac{a}{b} > 1$, нельзя утверждать, что $a > b$. Например, $a = -3$, $b = -2$

удовлетворяют неравенству $\frac{2a}{b} > 2$, но $a < b$. Ответ: нет

в) $7a > 5b$, $a > \frac{5}{7}b$, нельзя утверждать, что $a > b$. Например, $a = 1$, $b = 1,1$

удовлетворяют неравенству $7a > 5b$, но $a < b$. Ответ: нет

г) $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$, нельзя утверждать, что $a > b$. Например, $a = -3$, $b = -2$.

удовлетворяют неравенству $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$, но $a < b$. Ответ: нет

31.56. а) $x^2y \geq 0$. Нельзя утверждать, что $y \geq 0$, например, $x = 0, y = -5$. удовлетворяет неравенству $x^2y \geq 0$, но $y < 0$. Ответ: нет.

б) $\frac{x}{y^2} \geq 0$. т.к. $y \neq 0$, то $y^2 \cdot \frac{x}{y^2} \geq 0 \cdot y^2, x \geq 0$. Ответ: да.

в) $xy^2 < 0$. $y^2 \neq 0 \cdot \frac{1}{y^2} > 0 \cdot xy^2 \cdot \frac{1}{y^2} < 0 \cdot \frac{1}{y^2} x < 0$ Ответ: да.

г) $\frac{x^2}{y} \geq 0$. Для $x=-1, y=1 \cdot \frac{x^2}{y} \geq 0$, но $x < 0$. Ответ: нет.

31.57. а) $\frac{2}{a-3} > 1, \frac{2}{a-3} - 1 > 0, \frac{2-a+3}{a-3} > 0, \frac{a-5}{a-3} < 0$,

значит, $3 < a < 5$. Ответ: да

б) $\frac{1}{a-2} < 1$. Нельзя утверждать, что $a > 3$. Например,

$a = -10$ удовлетворяет неравенству $\frac{1}{a-2} < 1$, но $a < 3$. Ответ: нет

в) $\frac{8}{a-2} > 2, \frac{4}{a-2} > 1, \frac{4}{a-2} - 1 > 0, \frac{4-a+2}{a-2} > 0$,

$\frac{a-6}{a-2} < 0$, значит, $2 < a < 6$. Ответ: да

г) $\frac{12}{a-1} < 3$. Нельзя утверждать, что $a > 5$. Например, $a = -10$ удовлетворяет

неравенству $\frac{12}{a-1} < 3$, но $a < 5$. Ответ: нет.

31.58. $ab > 0; \frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} - 4 = \frac{25a^2 + 36b^2 - 60ab}{15ab} = \frac{(5a-6b)^2}{15ab} \geq 0$, значит, $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} \geq 4$

31.59. а) $a^2 + 2b^2 + 2ab + 2b + 2 = a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2b + 1 + 1 =$
 $= (a-b)^2 + (b+1)^2 + 1 > 0$;

б) $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) - 4 = (a+b) \cdot \frac{a+b}{ab} - \frac{4ab}{ab} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{ab} =$
 $= \frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$, значит, $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$.

31.60. а) $2a^2 + b^2 + c^2 - 2a(b+c) = 2a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac =$
 $= (a-b)^2 + (a-c)^2 \geq 0$, значит, $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$;

б) $(x^2 - y^2)^2 - 4xy(x-y)^2 = (x-y)^2((x+y)^2 - 4xy) = (x-y)^2(x^2 + 2xy + y^2 - 4xy) = (x-y)^2(x^2 - 2xy + y^2) = (x-y)^4 \geq 0$

31.61. $a^3 + 1 - (a^2 + a) = a^3 - a^2 + 1 - a = a^2(a-1) - (a-1) = (a-1)(a^2 - 1) = (a-1)^2(a+1)$.

т.к. $a \geq -1$, то $a+1 \geq 0$, значит,

$a^3 + 1 - (a^2 + a) \geq 0, a^3 + 1 \geq a^2 + a$.

31.62. $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}, a > 0, b > 0$. Т.к. a и $b > 0$, то $\sqrt{ab} > 0$,

$2\sqrt{ab} > 0, a + 2\sqrt{ab} + b > a + b, (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$,

т.к. $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0, \sqrt{a+b} > 0$, то

$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$, что и требовалось.

$$31.63. \sqrt{a^2 + b^2} \leq a + b, a \geq 0, b \geq 0.$$

$$ab \geq 0, 2ab \geq 0, 0 \leq 2ab, a^2 + b^2 \leq a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(\sqrt{a^2 + b^2})^2 \leq (a + b)^2. \text{ Так как } \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0, a + b \geq 0,$$

то $\sqrt{a^2 + b^2} \leq a + b$, что и требовалось доказать.

$$31.64. (\sqrt{bc} - \sqrt{ad})^2 \geq 0, bc + ad - 2\sqrt{abcd} \geq 0, bc + ad \geq 2\sqrt{abcd},$$

$$bc + ad + ab + cd \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd},$$

$$(a + c)(b + d) \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd},$$

$$(\sqrt{(a + c)(b + d)})^2 \geq (\sqrt{ab} + \sqrt{cd})^2, \text{ так как } \sqrt{(a + c)(b + d)} \geq 0,$$

$$\sqrt{ab} + \sqrt{cd} \geq 0, \text{ то } \sqrt{(a + c)(b + d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$31.65. \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}, a > 0, b > 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0, a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0,$$

$$a - \sqrt{ab} + b \geq \sqrt{ab}, \text{ т.к. } \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0, \text{ то}$$

$$(a - \sqrt{ab} + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \geq \sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b}),$$

$$\text{т.к. } \sqrt{ab} > 0, \text{ то } \frac{(a - \sqrt{ab} + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b},$$

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b},$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

§ 32. Исследование функций на монотонность

32.1. а) да; б) нет; в) да; г) нет.

32.2. а) да; б) нет; в) да; г) нет.

32.3. а) функция возрастает при $0 \leq x \leq 2$, функция убывает при $-2 \leq x \leq 0$,

б) функция возрастает при $-5 \leq x \leq -1$, функция убывает при $-1 \leq x \leq 2$,

в) функция возрастает $-2 \leq x \leq 4$;

г) функция возрастает при $-3 \leq x \leq 2$, функция убывает при $-4 \leq x \leq -3$ и $x \geq 2$.

32.4. $y = 2x - 5$. Т.к. это линейная функция вида $y = kx + b$, и т.к. $k = 2 > 0$, то функция является возрастающей.

32.5. $y = 7 - 13x$. Т.к. это линейная функция вида $y = kx + b$, и т.к. $k = -13 < 0$, то функция является убывающей.

32.6. а) $y = 2x + 3$ – возрастающая функция, т.к. $k = 2 > 0$;

б) $y = 5 - 4x$ – убывающая функция, т.к. $k = -4 < 0$;

в) $y = x - 2$ – возрастающая функция, т.к. $k = 1 > 0$;

г) $y = 1 - 2x$ – убывающая функция, т.к. $k = -2 < 0$.

32.7. а) $y = 2x^2$. Т.к. $k = 2 > 0$, то функция возрастает при $x \geq 0$, функция убывает при $x \leq 0$;

б) $y = -x^2$. Т.к. $k = -1 < 0$, то функция возрастает при $x \leq 0$, функция убывает при $x \geq 0$;

в) $y = 0,5x^2$. Т.к. $k = 0,5 > 0$, то функция возрастает при $x \geq 0$.

функция убывает при $x \leq 0$;

г) $y = -2x^2$. Т.к. $k = -2 < 0$, то функция возрастает при $x \leq 0$,

функция убывает при $x \geq 0$.

32.8. а) $y = \frac{2}{x}$. Т.к. $k = 2 > 0$, то функция убывает при $x < 0$ и $x > 0$.

б) $y = -\frac{3}{x}$. Т.к. $k = -3 < 0$, то функция возрастает при $x < 0$ и $x > 0$.

в) $y = 3 - \frac{1}{x}$. Промежутки монотонности совпадают с функцией $y = -\frac{1}{x}$.

Т.к. $k = -1 < 0$, то функция возрастает при $x < 0$ и $x > 0$;

г) $y = \frac{4}{x} - 1$. Промежутки монотонности этой функции совпадают с

промежутками функции $y = \frac{4}{x}$.

Т.к. $k = 4 > 0$, то обе функции убывают при $x < 0$ и $x > 0$.

32.9. а) $y = \sqrt{x}$. Т.к. $k = 1 > 0$, то функция возрастает на всей области определения, т.е. при $x \geq 0$;

б) $y = \sqrt{x-3}$. Т.к. $k = 1 > 0$, то функция возрастает на всей области определения, т.е. при $x \geq 3$;

в) $y = -\sqrt{x}$. Т.к. $k = -1 < 0$, то функция убывает на всей области определения, т.е. при $x \geq 0$;

г) $y = 2 + \sqrt{x}$. Промежутки монотонности этой функции совпадают с промежутками функции $y = \sqrt{x}$. Т.к. $k = 1 > 0$, то обе функции возрастают на всей области определения, т.е. при $x \geq 0$.

32.10. а) $y = |x|$. Это функция вида $y = k|x|$.

Т.к. $k = 1 > 0$, то функция возрастает при $x \geq 0$ и убывает при $x \leq 0$;

б) $y = -|x|$. Т.к. $k = -1 < 0$, то функция убывает при $x \geq 0$ и возрастает при $x \leq 0$;

в) $y = |x| + 2$. Промежутки монотонности этой функции совпадают с промежутками функции $y = |x|$.

Т.к. $k = 1 > 0$, обе функции возрастают при $x \geq 0$ и убывают при $x \leq 0$;

г) $y = |x-1|$. Ось симметрии этого графика $x = 1$ и т.к. $k = 1 > 0$, то функция возрастает при $x \geq 1$ и убывает при $x \leq 1$.

32.11. $y = f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 0 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$

а) $f(-2) = -2, f(1) = \frac{1}{1} = 1, f(5) = \frac{1}{5} = 0,2$;

б) график функции $y = f(x)$

в) свойства функции $y = f(x)$. область определения $x \in \mathbb{R}$,

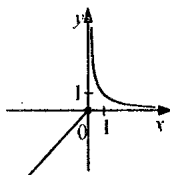
$y > 0$ при $x > 0$; $y < 0$ при $x < 0$;

функция имеет разрыв при $x = 0$;

функция не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений,

функция выпукла вниз при $x > 0$;

функция возрастает при $x \leq 0$, убывает при $x > 0$.



$$32.12. y = f(x) = \begin{cases} 2x^2, & -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$$

а) $f(-1) = 2(-1)^2 = 2$, $f(0) = 2 \cdot 0^2 = 0$, $f(4) = \sqrt{4} = 2$.

б) график функции $y = f(x)$

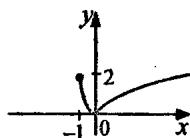
в) свойства функции $y = f(x)$:

область определения: $x \geq -1$; $y > 0$ при $-1 \leq x < 0$ и $x > 0$, $y = 0$ при $x = 0$;

функция непрерывна; $y_{\text{наим}} = y(0) = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует;

функция выпукла вниз при $-1 \leq x \leq 0$ и выпукла вверх при $x \geq 0$;

функция убывает при $-1 \leq x \leq 0$, возрастает при $x \geq 0$.



$$32.13. y = f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x}, & \text{если } x < 1 \\ |x|, & \text{если } 0 < x \leq 6 \end{cases}$$

а) $f(-3) = \frac{3}{-3} = -1$, $f(0) = 0$, $f(6) = |6| = 6$;

б) график функции $y = f(x)$

в) свойства функции $y = f(x)$:

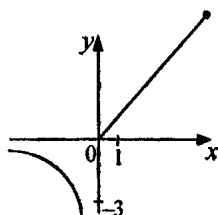
область определения: $x < 0$, $0 < x \leq 6$;

$y > 0$ при $0 < x \leq 6$; $y < 0$ при $x < 0$, $y = 0$ при $x = 0$

функция имеет разрыв при $x = 0$; $y_{\text{наиб}} = y(6) = 6$, $y_{\text{наим}}$ не существует;

функция выпукла вверх при $x < 0$; функция убывает при $x < 0$,

возрастает при $0 < x \leq 6$.



32.14. а) $y = x^2 + \sqrt{x} + 1$.

Данную функцию можно представить в виде суммы двух функций:

$y_1 = x^2$, $y_2 = \sqrt{x} + 1$. y_1 и y_2 возрастают на луче $[0; +\infty)$. Т.к. сумма двух возрастающих функций – возрастающая функция, то функция

$y = x^2 + \sqrt{x} + 1$ возрастает на луче $[0; +\infty)$;

б) $y = \frac{1}{x} - x^2$

Данную функцию можно представить в виде суммы двух функций:

$y_1 = \frac{1}{x}$, $y_2 = -x^2$ y_1 и y_2 убывают на открытом луче $(0; +\infty)$.

Т.к. сумма двух убывающих функций – убывающая функция, то функция

$y = \frac{1}{x} - x^2$ убывает на открытом луче $(0; +\infty)$.

§ 33. Решение линейных неравенств

33.1. $2a + 3 > 7a - 17$.

а) $a = 2$, $2 \cdot 2 + 3 > 7 \cdot 2 - 17$,

$7 > -3$ – верно, значит, $a = 2$ является решением неравенства;

б) $a = 6,5$, $2 \cdot 6,5 + 3 > 7 \cdot 6,5 - 17$ $16 > 28,5$ – ложно, значит, $a = 6,5$ не является решением неравенства;

в) $a = -\sqrt{2}$, $-2\sqrt{2} + 3 > -7\sqrt{2} - 17$, $5\sqrt{2} > -20$ – верно, значит, $a = -\sqrt{2}$ является решением неравенства;

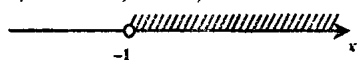
г) $a = \sqrt{18}$, $2\sqrt{18} + 3 > 7\sqrt{18} - 17$, $5\sqrt{18} < 20$... ложно, значит $a = \sqrt{18}$ не является решением неравенства.

33.2. $3x > x + 2$, $2x > 2$, $x > 1$ – решение неравенства. 7 и $\sqrt{5}$ является решением неравенства.

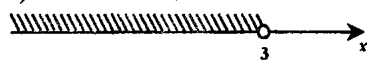
33.3. $9x + 1 > 7x$, $2x > -1$, $x > -0,5$ Ответ. $x_1 = 0$; $x_2 = 10$

33.4.

а) $x + 1 > 0$, $x > -1$,



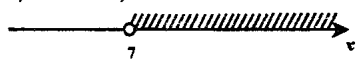
б) $x - 3 < 0$, $x < 3$,



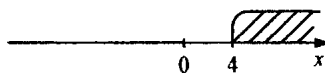
в) $x + 2,5 < 0$, $x < -2,5$;



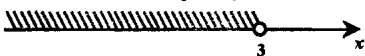
г) $x - 7 > 0$, $x > 7$.



33.5. а) $x \geq 4$



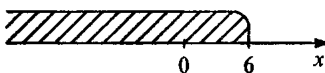
б) $4x < 12$; $x < 3$;



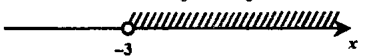
в) $5x > 25$; $x > 5$.



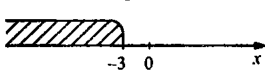
г) $x \leq 6$



33.6. а) $11x > -33$; $x > -3$,



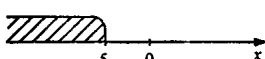
б) $x \leq -3$



в) $-6x > -12$; $x < 2$;



г) $x \leq -5$

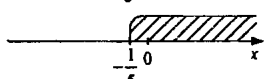


33.7.

а) $3x + 2 > 0$; $3x > -2$; $x > -\frac{2}{3}$;



б) $-5x \leq 1$; $x \geq -\frac{1}{5}$;



в) $4x - 5 < 0$; $4x < 5$; $x < \frac{5}{4}$,

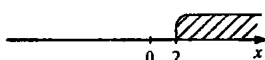


г) $-6x \geq -12$; $x \leq 2$;

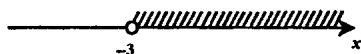


33.8.

а) $2x \geq 4$; $x \geq 2$;



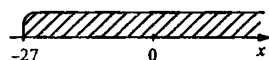
$$6) -3x + 4 < 13; 3x > -9; x > -3$$



$$B) -5x - 1 > 24; 5x < -25; x < -5;$$



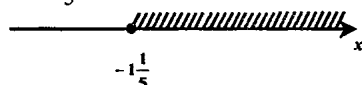
$$r) -x \leq 27; x \geq -27$$



33.9.

$$a) 5(x+2) \geq 4; x+2 \geq \frac{4}{5}.$$

$$x \geq -\frac{6}{5};$$

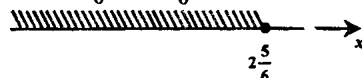


$$6) -2(x-3) \leq 5; x-3 \geq -2.5; x \geq 0,5;$$



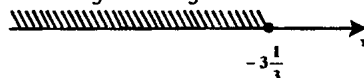
$$B) 6(x-1) \leq 11$$

$$x-1 \leq \frac{11}{6}; x \leq \frac{17}{6};$$



$$r) -3(x+4) \geq -2$$

$$x+4 \leq \frac{2}{3}; x \leq -\frac{10}{3}$$



33.10.

$$a) 5a - 3 > 0; 5a > 3; a > \frac{3}{5}$$

$$6) 23b + 11 < 0; 23b < -11; b < -\frac{11}{23}$$

33.11

$$a) 13c - 22 \geq 0; 13c \geq 22;$$

$$c \geq \frac{22}{13}$$

$$6) 2d + 4 \leq 0; 2d \leq -4; d \leq -2$$

33.12

$$a) 5m - 8 > 2; 5m > -6; m > -\frac{6}{5}$$

$$6) 7n - 1 < 1; 7n < 2; n < \frac{2}{7}$$

33.13.

$$a) 9p - 2 \geq 3p + 4.$$

$$6p \geq 6; p \geq 1;$$

$$6) 11q + 3 < 5q - 6.$$

$$6q < -9; q < -1,5.$$

33.14.

$$a) 2a - 11 > a + 13; a > 24;$$

$$B) 6 - 4c > 7 - 6c$$

$$2c > 1; c > 0,5;$$

$$6) 8b + 3 < 9b - 2; b > 5$$

$$r) 3 - 2x < 12 - 5x$$

$$3x < 9; x < 3.$$

33.15.

$$a) 2d - 5 \geq 3 - d$$

$$3d \geq 8; d \geq \frac{8}{3};$$

$$6) 3m + 17 \leq m - 13$$

$$2m \leq -30;$$

$$m \leq -15;$$

$$B) 6n - 2 \leq 7n + 8; n \geq -10;$$

$$r) p + 4 \geq 12 + 9p$$

$$8p \leq -8; p \leq -1.$$

33.16.

а) $-2x + 12 > 3x - 3$;
 $5x < 15$; $x < 3$;

в) $5z - 14 < 8z - 20$;
 $3z > 6$; $z > 2$;

б) $6y + 8 \leq 10y - 8$

$4y \leq -16$

$y \leq -4$

г) $3t + 5 \geq 7t - 7$

$-4t \geq -12$

$t \leq 3$

33.17.

а) $10x + 9 > -3(2 - 5x)$;
 $10x + 9 > -6 + 15x$;
 $5x < 15$; $x < 3$;

в) $2(3 - 2z) + 3(2 - z) \leq 40$;
 $6 - 4z + 6 - 3z \leq 40$;
 $7z \geq -28$; $z \geq -4$;

б) $-(6y + 2) + 3(y - 1) \geq 0$;

$-6y - 2 + 3y - 3 \geq 0$;

$3y \leq -5$; $y \leq -\frac{5}{3}$;

г) $-(8t - 2) - 2(t - 3) > 0$;

$8t - 2 + 2(t - 3) < 0$;

$10t - 2 - 6 < 0$; $10t < 8$; $t < \frac{4}{5}$.

33.18.

а) $2(x + 1) - 1 < 7 + 8x$;
 $2x + 2 - 1 < 7 + 8x$;
 $6x > -6$; $x > -1$;

в) $-2(4z + 1) < 3 - 10z$;
 $-8z - 2 < 3 - 10z$;
 $2z < 5$; $z < 2,5$;

б) $3 - 11y \leq -3(y - 2)$;

$3 \leq 11y - 3y + 6$;

$8y \geq -3$; $y \geq -\frac{3}{8}$;

г) $4 - 3t > -4(2t + 2)$;

$4 - 3t > -8t - 8$;

$5t > -12$; $t > -\frac{12}{5}$;

33.19.

а) $8 + 6p < 2(5p - 8)$;
 $4 + 3p < 5p - 8$; $2p > 12$; $p > 6$;

в) $2(3 - 4q) - 3(2 - 3q) \leq 0$;
 $6 - 8q - 6 + 9q \leq 0$; $q \leq 0$;

б) $-(6y + 2) + 6(y - 1) \geq 0$;

$-6y - 2 + 6y - 6 \geq 0$; $-8 \geq 0$;

нет решений.

г) $7 - 16r \leq -2(8r - 1) + 5$;

$7 - 16r \leq -16r + 2 + 5$; $0 \leq 0$;

$-\infty < r < +\infty$.

33.20.

а) $4(a + 1) + 3a > 7a + 2$
 $4 > 2$; $-\infty < a < +\infty$;

в) $4(2 + 3z) + 3(4 - 4z) \geq 0$;
 $8 + 12z + 12 - 12z \geq 0$; $20 \geq 0$;
 $-\infty < z < +\infty$;

б) $7b - 3 \geq 7(1 + b)$;

$7b - 3 \geq 7 + 7b$; $-3 \geq 7$;

нет решений;

г) $5(4d - 3) + 5(3 - 4d) < 0$;

$20d - 15 + 15 - 20d < 0$; $0 < 0$;

нет решений.

33.21.

а) $\frac{3a}{4} > 1$; $a > \frac{4}{3}$;

в) $\frac{8c}{11} > 2$; $\frac{4c}{11} > 1$; $c > \frac{11}{4}$;

б) $\frac{5b}{8} < 3$; $b < \frac{24}{5}$;

г) $\frac{9d}{5} < 0$; $d < 0$.

33.22.

а) $3x - 2 < 0$; $x < -\frac{2}{3}$

в) $7x - 7 > 0$; $x > \frac{7}{5}$

б) $3x - 4 \leq 0$; $x \leq \frac{4}{3}$

г) $1 + 2x \geq 0$; $x \geq -\frac{1}{2}$

33.23.

а) $\frac{2x-1}{3} \geq 1$; $2x - 1 \geq 3$

$2x \geq 4$; $x \geq 2$.

б) $\frac{12-9x}{7} \geq 7$; $12 - 9x \geq 49$;

$9x \leq -37$; $x \leq -\frac{37}{9}$.

в) $\frac{3x+1}{4} \leq 15$; $3x + 1 \leq 60$;

$3x \leq 59$; $x \leq \frac{59}{3}$;

г) $\frac{23-5x}{11} \leq 1$; $23 - 5x \leq 11$;

$5x \geq 12$; $x \geq \frac{12}{5}$

33.24.

а) $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} > 7$; $3a + 2a > 42$;

$5a > 42$; $a > \frac{42}{5}$.

б) $\frac{2c}{9} - c \geq 3$; $-\frac{7c}{9} \geq 3$

$-c \geq \frac{27}{7}$; $c \leq -\frac{27}{7}$

в) $\frac{b}{6} - \frac{b}{4} \leq 1$; $4b - 6b \leq 24$;

$-2b \leq 24$; $-b \leq 12$; $b \geq -12$;

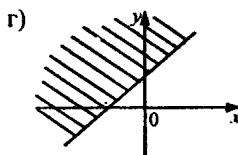
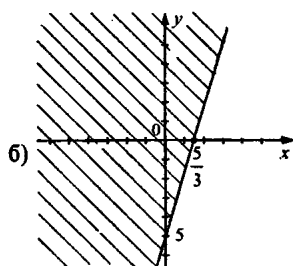
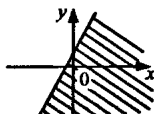
г) $\frac{3d}{4} - 2d < 0$; $3d - 8d < 0$;

$-5d < 0$; $d > 0$

33.25.

а) $y < 2x + 1$.

Все точки плоскости, расположенные ниже прямой $y = 2x + 1$, не включая точки прямой.



г) $y \geq x + 2$

все точки плоскости, расположенные не ниже прямой $y = x + 2$, включая точки прямой.

33.26. а) $(3x + 8)(x + 12) > 3(x + 12)^2$; $3x^2 + 8x + 36x + 96 > 3x^2 + 72x + 432$.
 $28x < -336$; $x < -12$.

б) $(2x + 5)(8x - 15) < (4x - 3)^2$; $16x^2 + 10x - 75 < 16x^2 + 9 - 24x$.

$34x < 84$; $x < \frac{42}{17}$.

33.27. а) $a(a - 2) - a^2 > 5 - 3a$; $-2a > 5 - 3a$; $a > 5$;

б) $3x(3x - 1) - 9x^2 < 3x + 6$; $-3x < 3x + 6$; $6x > -6$; $x > -1$;

$$в) 5y^2 - 5y(y+4) \geq 100; -20y \geq 100; y \leq -5$$

$$г) 7c(c-2) - c(7c+1) < 3; -14c - c < 3; -15c < 3; c > -\frac{1}{5}$$

33.28.

$$а) 0,2m^2 - 0,2(m-6)(m+6) > 3,6m$$

$$0,2m^2 - 0,2(m^2 - 36) > 3,6m;$$

$$m^2 - (m^2 - 36) > 18m; 18m < 36;$$

$$m < 2;$$

$$б) (12n-1)(3n+1) < 1+(6n+2)^2$$

$$36n^2 + 9n - 1 < 1 + 36n^2 + 24n + 4.$$

$$15n > -6; n > -\frac{2}{5}$$

$$в) (2p-5)^2 - 0,5p < (2p-1)(2p+1) - 15;$$

$$4p^2 - 20p + 25 - 0,5p < 4p^2 - 16;$$

$$20,5p > 41; p > 2;$$

$$г) (4q-1)^2 > (2q+3)(8q-1)$$

$$16q^2 - 8q + 1 > 16q^2 + 22q - 3;$$

$$30q < 4; q < \frac{2}{15}.$$

33.29.

$$а) \frac{2a-1}{3} < \frac{5a-2}{2};$$

$$4a - 2 < 15a - 6;$$

$$11a > 4; a > \frac{4}{11};$$

$$в) \frac{2b-1}{5} - \frac{3-b}{3} < 2;$$

$$6b - 3 - 15 + 5b < 30; 11b < 48;$$

$$b < \frac{48}{11};$$

$$б) 2c - \frac{c+1}{2} \leq \frac{c-1}{3};$$

$$12c - 3c - 3 \leq 2c - 2;$$

$$7c \leq 1; c \leq \frac{1}{7};$$

$$г) \frac{d-1}{3} - d \geq \frac{d+1}{2};$$

$$2d - 2 - 6d \geq 3d + 3; 7d \leq -5.$$

$$d \leq -\frac{5}{7}$$

33.30.

$$а) \frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} < 2 + \frac{x}{6};$$

$$3x + 3 - 2x - 4 < 12 + x; -1 < 12;$$

$$-\infty < x < +\infty;$$

$$в) \frac{t-1}{2} - \frac{2t+3}{8} - t > 2,$$

$$4t - 4 - 2t - 3 - 8t > 16;$$

$$6t < -23; t < -\frac{23}{6}.$$

$$б) \frac{37-3z}{2} + 9 < \frac{2z-7}{4} - 2z;$$

$$74 - 6z + 36 < 2z - 7 - 8z; 74 < -43$$

нет решений.

$$г) \frac{3y+5}{4} - 1 \leq \frac{y-2}{3} + y;$$

$$9y + 15 - 12 \leq 4y - 8 + 12;$$

$$7y \geq 11; y \geq \frac{11}{7},$$

33.31.

$$а) 4(x-7) - 2(x+3) < 9;$$

$$4x - 28 - 2x - 6 < 9; 2x < 43;$$

$$x < 21,5; x_0 = 21. \text{ Ответ: } 21$$

33.32.

$$а) \frac{2x-1}{3} + \frac{5x+7}{2} < 4;$$

$$4x - 2 + 15x + 21 < 24; 19x < 5;$$

$$x < \frac{5}{19}; x_0 = 0; \text{ Ответ: } 0.$$

$$б) 5(x-1) + 7(x+2) < 3$$

$$5x - 5 + 7x + 14 < 3; 12x < -6;$$

$$x < -0,5; x_0 = -1; \text{ Ответ: } -1$$

$$б) \frac{3x+2}{5} - \frac{2x-4}{3} > 7,$$

$$9x + 6 - 10x + 20 > 105; x < -79;$$

$$x_0 = -80;$$

Ответ: -80.

33.33.

а) $7(x+2) - 3(x-8) > 10$.

$7x + 14 - 3x + 24 > 10$.

$4x > -28; x > -7, x_0 = -6$.

Ответ: -6

б) $3(x-2) - 4 \geq 2(x+3)$;

$3x - 6 - 4 \geq 2x + 6$,

$x \geq 16; x_0 = 16$.

Ответ: 16.

33.34.

а) $\frac{2x-3}{5} + \frac{9-4x}{6} < 1$;

$12x - 18 + 45 - 20x - 30 < 0$.

$8x > -3; x > -\frac{3}{8}, x_0 = 0$

Ответ: 0

б) $\frac{3x-2}{4} + \frac{4x+1}{3} \geq 1$;

$9x - 6 + 16x + 4 \geq 12$,

$25x \geq 14; x \geq \frac{14}{25}, x_0 = 1$.

Ответ: 1.

33.35. I этап: Пусть x км – проплыли туристы по течению. Тогда $(10-x)$ км – проплыли против течения. $5 + 1 = 6$ (км/ч) и $5 - 1 = 4$ (км/ч) – скорость по течению и против течения.

$\frac{x}{6}$ ч и $\frac{10-x}{4}$ ч – время движения по течению и против течения. Так как туристы были в пути менее 2 часов, получаем

$$\frac{x}{6} + \frac{10-x}{4} < 2$$

II этап: $4x + 60 - 6x < 48, 2x > 12, x > 6$.

III этап: Туристы проплыли по течению больше 6 км. Но т.к. весь путь равен 10 км и часть пути они проплыли против течения, то путь по течению также меньше 10 км.

Ответ: больше 6 км, но меньше 10 км.

33.36. I этап: Пусть x км – шли дачники со скоростью 4 км/ч. Тогда: $(10-x)$ км –

шли с новой скоростью. $4 + 2 = 6$ (км/ч) – новая скорость. $\frac{x}{4}$ ч и $\frac{10-x}{6}$ ч –

время движения со старой и новой скоростями

Т.к. дачники должны успеть на поезд, который отправляется через 2 ч.

получаем $\frac{x}{4} + \frac{10-x}{6} < 2$.

II этап: $6x + 40 - 4x < 48, 2x < 8, x < 4$.

III этап: Со скоростью 4 км/ч дачники могли идти менее 4 км

Ответ: менее 4 км.

33.37. I этап: Пусть x км – расстояние от А до С. Тогда: $(x-15)$ км –

расстояние от С до В. $\frac{x}{50}$ ч и $\frac{x-15}{40}$ ч – время движения от А до С и от С до В

Т.к. весь путь занимает менее 3 часов, получаем $\frac{x}{50} + \frac{x-15}{40} < 3$

II этап: $4x + 5x - 75 < 600, 9x < 675, x < 75$.

III этап: Т.к. АС длиннее ВС на 15 км и АС выражается целым числом десятков километров, то АС = 20, 30, 40, 50, 60 или 70 км.

Ответ: 20, 30, 40, 50, 60 или 70 км.

33.38. I этап: Пусть интересующее нас расстояние – x км.

Ясно что $0 < x \leq 240$. Найдем наименьшее x .

II этап: x – будет наименьшим, если автомобиль сразу поедет за автобусом.
т. е. поедет с ним одновременно.

Тогда автомобиль проедет АВ за $\frac{240}{90} = \frac{8}{3}$ ч. За это время автобус проедет

$$\frac{8}{3} \cdot 54 = 144 \text{ км.}$$

$240 - 144 = 96$ км будет расстояние в этот момент между ними.

$90 + 54 = 144$ (км/ч) – скорость сближения

$$\frac{96}{144} = \frac{6}{9} \text{ (ч)} - \text{проедет это расстояние } 240 - 90 - \frac{6}{9} = 240 - 60 = 180 \text{ (км)} -$$

искомое расстояние.

III этап: Итак, искомое расстояние будет более 180 км, т.к. по условию автомобиль поехал спустя некоторое время.

Ответ: более 180 км.

§ 34. Решение квадратных неравенств

34.1.

а) $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

б) $x \in [1; 3]$

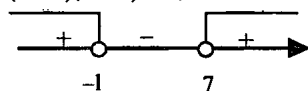
в) $x \in (1; 3)$

г) $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

34.2. а) $x^2 - 6x - 7 > 0$;

$x_1 = 7, x_2 = -1$;

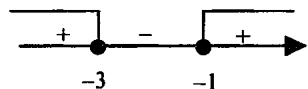
$(x - 7)(x + 1) > 0$;



Ответ: $(-\infty; 1) \cup (7; +\infty)$.

в) $x^2 + 4x + 3 \geq 0$

$x_1 = -3, x_2 = -1$

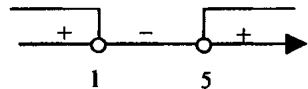


Ответ: $(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$.

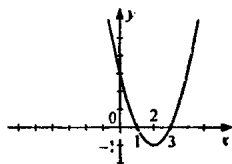
34.3. а) $-x^2 + 6x - 5 < 0$

$x^2 - 6x + 5 > 0$

$x_1 = 1, x_2 = 5$



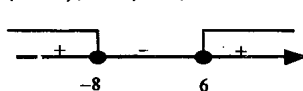
Ответ: $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.



б) $x^2 + 2x - 48 \leq 0$;

$x_1 = -8, x_2 = 6$;

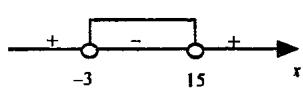
$(x + 8)(x - 6) \leq 0$;



Ответ: $[-8; 6]$.

г) $x^2 - 12x - 45 < 0$

$x_1 = 15, x_2 = -3$

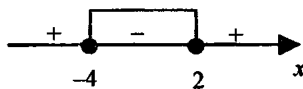


Ответ: $(-3; 15)$.

б) $-x^2 - 2x + 8 \geq 0$

$x^2 + 2x - 8 \leq 0$

$x_1 = -4, x_2 = 2$

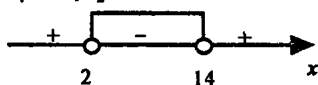


Ответ: $[-4; 2]$.

$$b) -x^2 + 16x - 28 > 0$$

$$x^2 - 16x + 28 < 0$$

$$x_1 = 14, x_2 = 2$$

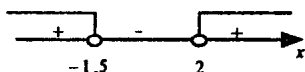


Ответ: $(2; 14)$.

$$34.4. a) 2x^2 - x - 6 > 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49$$

$$x_1 = \frac{1+7}{4} = 2, x_2 = -1,5$$

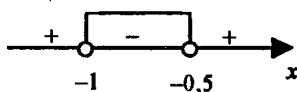


Ответ: $(-\infty; -1,5) \cup (2; +\infty)$.

$$b) 2x^2 + 3x + 1 < 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{4} = -0,5, x_2 = -1$$



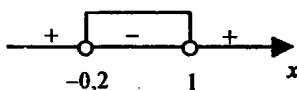
Ответ: $(-1; -0,5)$.

$$34.5. a) -5x^2 + 4x + 1 > 0$$

$$5x^2 - 4x - 1 < 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 5 = 36$$

$$x_1 = \frac{4+6}{10} = 1, x_2 = -0,2$$



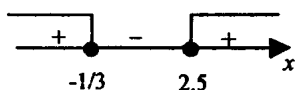
Ответ: $(-0,2; 1)$.

$$b) -6x^2 + 13x + 5 < 0$$

$$6x^2 - 13x - 5 > 0$$

$$D = 169 + 4 \cdot 6 \cdot 5 = 289$$

$$x_1 = \frac{13+17}{12} = 2,5, x_2 = -\frac{1}{3}$$

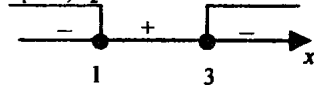


Ответ: $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (2,5; +\infty)$.

$$r) -x^2 + 4x - 3 \leq 0$$

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

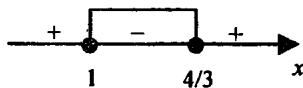


Ответ: $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

$$6) 3x^2 - 7x + 4 \leq 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 1$$

$$x_1 = \frac{7+1}{6} = \frac{4}{3}, x_2 = 1$$

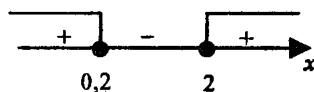


Ответ: $[-1; \frac{4}{3}]$.

$$r) 5x^2 - 11x + 2 \geq 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 81$$

$$x_1 = \frac{11+9}{10} = 2, x_2 = 0,2$$



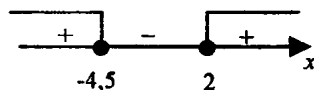
Ответ: $(-\infty; 0,2] \cup [2; +\infty)$.

$$6) -2x^2 - 5x + 18 \leq 0$$

$$2x^2 + 5x - 18 \geq 0$$

$$D = 25 + 8 \cdot 18 = 169$$

$$x_1 = \frac{-5+13}{64} = 2, x_2 = -4,5$$



Ответ: $(-\infty; -4,5] \cup [2; +\infty)$.

$$r) -3x^2 + 5x - 2 \geq 0$$

$$3x^2 - 5x + 2 \leq 0$$

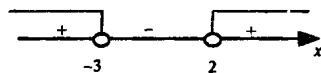
$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1$$

$$x_1 = \frac{5+1}{6} = 1, x_2 = \frac{2}{3}$$



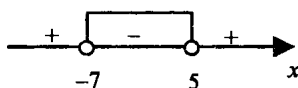
Ответ: $[\frac{2}{3}; 1]$.

34.6. а) $(x-2)(x+3) > 0$,



Ответ: $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

б) $(x+7)(x-5) < 0$,



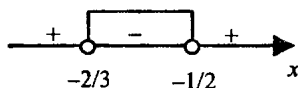
Ответ: $(-7; 5)$.

34.7. а) $x \in (-1; 2)$

б) $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

34.8. а) $(2x+1)(3x+2) < 0$

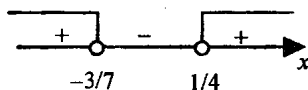
$(x + \frac{1}{2})(x + \frac{2}{3}) < 0$



Ответ: $(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{2})$.

б) $(7x+3)(4x-1) > 0$

$(x + \frac{3}{7})(x - \frac{1}{4}) > 0$



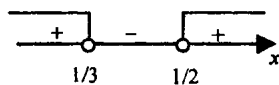
Ответ: $(-\infty; -\frac{3}{7}) \cup (\frac{1}{4}; +\infty)$.

34.9. а) $6x^2 > 5x - 1$

$6x^2 - 5x + 1 > 0$

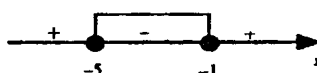
$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$

$x_1 = \frac{5+1}{12} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1}{3}$



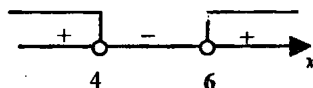
Ответ: $(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$.

б) $(x+5)(x+1) \leq 0$,



Ответ: $[-5; -1]$.

г) $(x-4)(x-6) > 0$,



Ответ: $(-\infty; 4) \cup (6; +\infty)$.

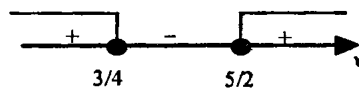
б) $x \in (-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$

г) $x \in [-5; 3]$

б) $(3-4x)(2x-5) \leq 0$

$(4x-3)(2x-5) \geq 0$

$(x - \frac{3}{4})(x - \frac{5}{2}) \geq 0$

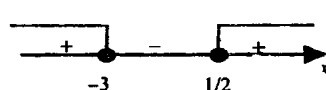


Ответ: $(-\infty; \frac{3}{4}] \cup [\frac{5}{2}; +\infty)$

г) $(1-2x)(3+x) \leq 0$

$(2x-1)(3+x) \geq 0$

$(x - \frac{1}{2})(x+3) \geq 0$



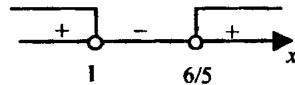
Ответ: $(-\infty; -3] \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$.

б) $-5x^2 < 6 - 11x$

$5x^2 - 11x + 6 > 0$

$D = 121 - 20 \cdot 6 = 1$

$x_1 = \frac{11+1}{10} = \frac{6}{5}$; $x_2 = 1$



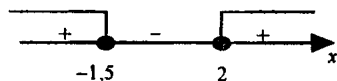
Ответ: $(-\infty; 1) \cup (\frac{6}{5}; +\infty)$.

$$в) -2x^2 + x \leq -6$$

$$2x^2 - x - 6 \geq 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 \cdot 2 = 49$$

$$x_1 = \frac{1+7}{4} = 2; x_2 = -1,5$$

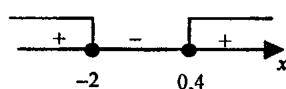


$$г) 5x^2 \geq 4 - 8x$$

$$5x^2 + 8x - 4 \geq 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 144$$

$$x_1 = \frac{-8+12}{10} = 0,4; x_2 = -2$$



Ответ: $(-\infty; -1,5] \cup [2; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -2] \cup [0,4; +\infty)$.

34.10. а) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$; $(x-3)^2 \leq 0$; $x = 3$. Ответ: 3.

б) $-x^2 + 12x - 36 > 0$; $x^2 - 12x + 36 < 0$; $(x-6)^2 < 0$. Ответ: нет решений.

в) $x^2 - 16x + 64 \geq 0$; $(x-8)^2 \geq 0$. Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

г) $-x^2 + 4x - 4 < 0$; $x^2 - 4x + 4 > 0$; $(x-2)^2 > 0$. Ответ: $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

34.11. а) $25x^2 + 30x + 9 \geq 0$; $(5x+3)^2 \geq 0$. Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

б) $-9x^2 + 12x - 4 < 0$; $9x^2 - 12x + 4 > 0$; $(3x-2)^2 > 0$. Ответ: $(-\infty; \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$.

в) $-4x^2 + 12x - 9 > 0$; $4x^2 - 12x + 9 < 0$; $(2x-3)^2 < 0$. Ответ: нет решения.

г) $36x^2 + 12x + 1 \leq 0$; $(6x+1)^2 \leq 0$; $x = -\frac{1}{6}$. Ответ: $-\frac{1}{6}$.

34.12. а) $3x^2 + x + 2 > 0$; $D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot 2 < 0$. Т.к. $a = 3 > 0$, то $x \in (-\infty; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

б) $5x^2 - 2x + 1 \geq 0$; $D = 4 - 4 \cdot 5 < 0$. Т.к. $a = 5 > 0$, то $x \in (-\infty; +\infty)$. Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

в) $7x^2 - x + 3 \leq 0$; $D = 1 - 4 \cdot 7 \cdot 3 < 0$. Т.к. $a = 7 > 0$, то нет решения.

Ответ: нет решения.

г) $2x^2 + 5x + 10 < 0$; $D < 0$. Т.к. $a = 2 > 0$, то нет решения. Ответ: нет решения.

34.13.

$$а) -7x^2 + 5x - 2 < 0$$

$$7x^2 - 5x + 2 > 0$$

$$D < 0$$

Т.к. $a = 7 > 0$, то $x \in (-\infty; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

$$в) -2x^2 + 3x - 2 \geq 0$$

$$2x^2 - 3x + 2 \leq 0$$

$$D < 0$$

Т.к. $a > 0$, то нет решения.

Ответ: нет решения.

$$б) -3x^2 - 3x - 1 \leq 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D < 0$$

Т.к. $a = 3 > 0$, то $x \in (-\infty; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

$$г) -5x^2 - x - 1 > 0$$

$$5x^2 + x + 1 < 0$$

$$D < 0$$

Т.к. $a = 5 > 0$, то нет решения.

Ответ: нет решения.

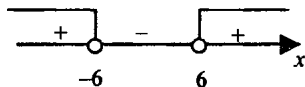
$$34.14. а) x \in (-\infty; 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$$

$$б) -4x^2 + 2x - \frac{1}{4} \leq 0; 16x^2 - 8x + 1 \geq 0; (4x-1)^2 \geq 0; x \in (-\infty; +\infty)$$

$$в) x^2 + 2x - 2 > 0; x \in (-\infty; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; +\infty)$$

$$г) x \in \left[-\infty; \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}\right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$$

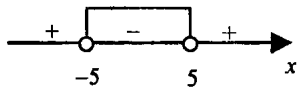
34.15. а) $x^2 - 36 > 0$; $(x-6)(x+6) > 0$



Ответ: $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$.

б) $x^2 + 7 < 0$; $x^2 < -7$ Ответ: нет решения.

в) $x^2 - 25 < 0$; $(x-5)(x+5) < 0$



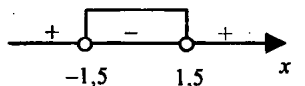
Ответ: $(-5; 5)$.

г) $x^2 + 15 > 0$; $x^2 > -15$. Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

34.16. а) $4x^2 - 9 < 0$

$x^2 - \frac{9}{4} < 0$

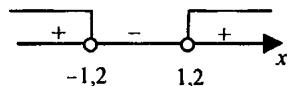
$(x - \frac{3}{2})(x + \frac{3}{2}) < 0$



Ответ: $(-1.5; 1.5)$.

в) $25x^2 - 36 > 0$; $x^2 - \frac{36}{25} > 0$

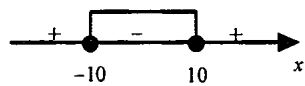
$(x - \frac{6}{5})(x + \frac{6}{5}) > 0$



Ответ: $(-\infty; -1.2) \cup (1.2; +\infty)$.

34.17. а) $x^2 \leq 100$

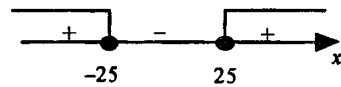
$(x-10)(x+10) \leq 0$



Ответ: $[-10; 10]$.

в) $x^2 \geq 625$

$(x-25)(x+25) \geq 0$

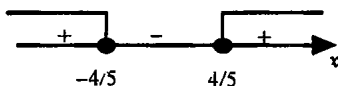


Ответ: $(-\infty; -25] \cup [25; +\infty)$.

б) $16 - 25x^2 \leq 0$

$25x^2 - 16 \geq 0$

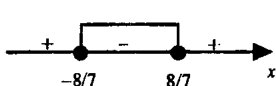
$x^2 - \frac{16}{25} \geq 0$; $(x - \frac{4}{5})(x + \frac{4}{5}) \geq 0$



Ответ: $(-\infty; -0.8] \cup [0.8; +\infty)$.

г) $64 - 49x^2 \geq 0$; $49x^2 - 64 \leq 0$

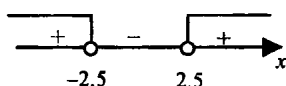
$x^2 - \frac{64}{49} \leq 0$; $(x - \frac{8}{7})(x + \frac{8}{7}) \leq 0$



Ответ: $[-\frac{8}{7}; \frac{8}{7}]$.

б) $4x^2 > 25$

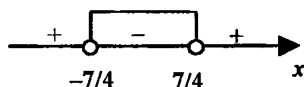
$x^2 - \frac{25}{4} > 0$; $(x - \frac{5}{2})(x + \frac{5}{2}) > 0$.



Ответ: $(-\infty; -2.5) \cup (2.5; +\infty)$.

г) $16x^2 < 49$

$x^2 - \frac{49}{16} < 0$; $(x - \frac{7}{4})(x + \frac{7}{4}) < 0$

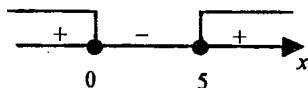


Ответ: $(-\frac{7}{4}; \frac{7}{4})$.

Вероятно, в учебнике в № 1337 г) опечатка: следует читать $16x^2 < 49$, а не $16x^2 < 47$.

34.18. а) $x^2 - 5x > 0$

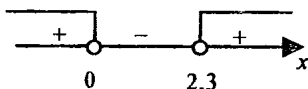
$x(x - 5) > 0$



Отвст: $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$.

б) $x^2 + 8x < 0$

$x(x + 8) < 0$

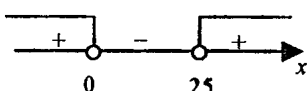


Отвст: $(-8; 0)$.

34.19. а) $x^2 > 25x$

$x^2 - 25x > 0$

$x(x - 25) > 0$

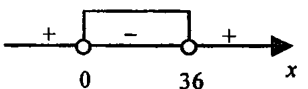


Отвст: $(-\infty; 0) \cup (25; +\infty)$.

б) $x^2 < 36x$

$x^2 - 36x < 0$

$x(x - 36) < 0$

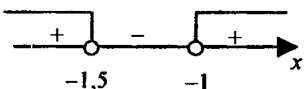


Отвст: $(0; 36)$.

34.20. а) $2x^2 + 5x + 3 > 0$

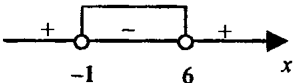
$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$

$x_1 = -1; x_2 = -1,5$



Отвст: $(-\infty; -1,5) \cup (-1; +\infty)$.

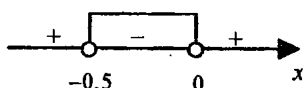
34.21. а) $x^2 - 5x - 6 < 0; x_1 = 6, x_2 = -1$



целочисленные решения: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Отвст: шесть

б) $x^2 + 0,5x < 0$

$x(x + 0,5) < 0$



Отвст: $(-0,5; 0)$.

г) $x^2 - 2,3x > 0$

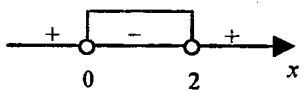
$x(x - 2,3) > 0$

Отвст: $(-\infty; 0) \cup (2,3; +\infty)$

б) $0,3x^2 < 0,6x$

$x^2 - 2x < 0$

$x(x - 2) < 0$

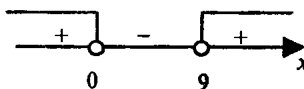


Отвст: $(0; 2)$.

г) $0,2x^2 > 1,8x$

$x^2 - 9x > 0$

$x(x - 9) > 0$



Отвст: $(-\infty; 0) \cup (9; +\infty)$.

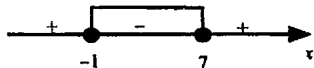
б) $-x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{36} \geq 0$

$x^2 + \frac{x}{3} + \frac{1}{36} \leq 0$

$(x + \frac{1}{6})^2 \leq 0; x = -\frac{1}{6}$

Отвст: $-\frac{1}{6}$

$$б) x^2 - 6x \leq 7; x^2 - 6x - 7 \leq 0; x_1 = 7, x_2 = -1.$$



целочисленные ршшения: -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Ответ: девять.

34.22.

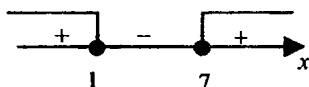
$$а) x^2 + 7x \leq 30; x^2 + 7x - 30 \leq 0; x_1 = -10, x_2 = 3$$



Ответ: -10.

34.23.

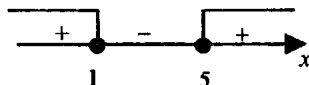
$$а) \sqrt{x^2 - 8x + 7}; x^2 - 8x + 7 \geq 0; x_1 = 1, x_2 = 7$$



Ответ: $(-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

$$в) \sqrt{x^2 - 6x + 5}$$

$$x^2 - 6x + 5 \geq 0; x_1 = 5, x_2 = 1.$$



Ответ: $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

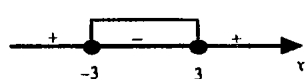
$$г) 2 + x - x^2 \geq 0; x^2 - x - 2 \leq 0; (x+1)(x-2) \leq 0; x \in [-1; 2]$$

34.24.

$$а) \sqrt{9 - x^2}$$

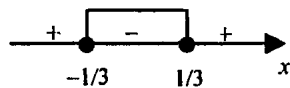
$$9 - x^2 \geq 0; x^2 - 9 \leq 0;$$

$$(x-3)(x+3) \leq 0$$



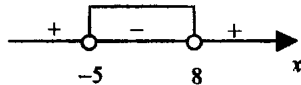
Ответ: $[-3; 3]$.

$$в) \sqrt{9x^2 - 1}; 9x^2 - 1 \geq 0; x^2 - \frac{1}{9} \geq 0; (x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{3}) \geq 0$$



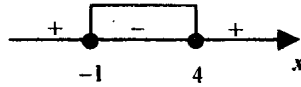
Ответ: $(-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{3}; +\infty)$.

$$б) 3x - x^2 > -40; x^2 - 3x - 40 < 0, x_1 = 8, x_2 = -5$$



Ответ: 7

$$б) \sqrt{-x^2 + 3x + 4}, -x^2 + 3x + 4 \geq 0, x^2 - 3x - 4 \leq 0; x_1 = 4, x_2 = -1$$

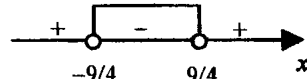


Ответ: $[-1; 4]$.

$$б) \frac{1}{\sqrt{16x^2 - 81}}$$

$$16x^2 - 81 > 0; x^2 - \frac{81}{16} > 0;$$

$$(x - \frac{9}{4})(x + \frac{9}{4}) > 0$$



Ответ: $(-\infty; -\frac{9}{4}) \cup (\frac{9}{4}; +\infty)$.

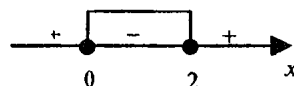
$$r) 4 - 25x^2 > 0; 25x^2 - 4 < 0; (5x - 2)(5x + 2) < 0; x \in \left(-\frac{2}{5}; \frac{2}{5}\right).$$

34.25.

a) $\sqrt{2x - x^2}$

$$2x - x^2 \geq 0; x^2 - 2x \leq 0$$

$$x(x - 2) \leq 0$$

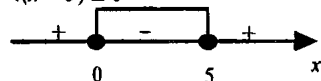


Ответ: $[0; 2]$.

b) $\sqrt{5x - x^2}$

$$5x - x^2 \geq 0; x^2 - 5x \leq 0$$

$$x(x - 5) \leq 0$$

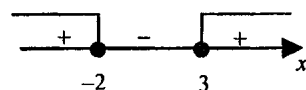


Ответ: $[0; 5]$

34.26.

a) $\sqrt{(x-3)/(x+2)}$

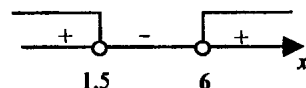
$$(x-3)(x+2) \geq 0$$



Ответ: $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$.

b) $\frac{1}{\sqrt{(x-6)/(2x+3)}}$

$$(x-6)(2x+3) > 0; (x-6)(2x+1.5) > 0$$



Ответ: $(-\infty; -1.5) \cup (6; +\infty)$.

34.27. a) $x^2 - 5x + 6 > 0; (x-2)(x-3) > 0; x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

б) $-2x^2 + 5x - 2 > 0; 2x^2 - 5x + 2 < 0; 2(x-2)\left(x - \frac{1}{2}\right) < 0; x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

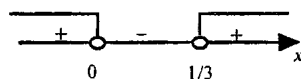
в) $x^2 - x - 12 > 0; (x-4)(x+3) > 0; x \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$

г) $-3x^2 - 10x - 3 > 0; 3x^2 + 10x + 3 < 0; 3(x+3)\left(x + \frac{1}{3}\right) < 0; x \in \left(-3; -\frac{1}{3}\right)$

б) $\frac{1}{\sqrt{6x^2 - 2x}}$

$$6x^2 - 2x > 0; x^2 - \frac{x}{3} > 0$$

$$x\left(x - \frac{1}{3}\right) > 0$$

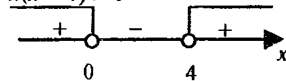


Ответ: $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

г) $\frac{2}{\sqrt{3x^2 - 12x}}$

$$3x^2 - 12x > 0; x^2 - 4x > 0$$

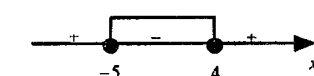
$$x(x - 4) > 0$$



Ответ: $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

б) $\sqrt{(x+5)(4-x)}$

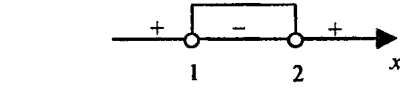
$$(x+5)(4-x) \geq 0; (x+5)(x-4) \leq 0$$



Ответ: $[-5; 4]$.

г) $\frac{4}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}$

$$(x-1)(2-x) > 0; (x-1)(x-2) < 0$$

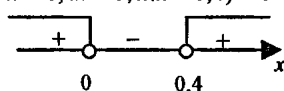


Ответ: $(1; 2)$.

34.28. а) $5x^2 > 2x$

$5x^2 - 2x > 0$

$x^2 - 0,4x > 0; x(x - 0,4) > 0$

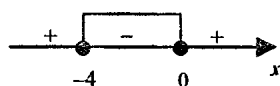


Ответ: $(-\infty; 0) \cup (0,4; +\infty)$.

б) $4x \leq -x^2$

$x^2 + 4x \leq 0$

$x(x + 4) \leq 0$

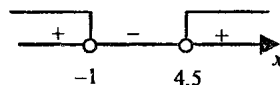


Ответ: $[-4; 0]$.

34.29.

а) $2x(3x - 1) > 4x^2 + 5x + 9, 6x^2 - 2x - 4x^2 - 5x - 9 > 0, 2x^2 - 7x - 9 > 0,$

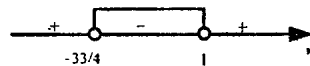
$D = 49 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 121, x_1 = \frac{7+11}{4} = 4,5, x_2 = -1.$



Ответ: $(-\infty; -1) \cup (4,5; +\infty)$.

б) $3x^2 + 40x + 10 < 43 - x(x - 11), 3x^2 + x^2 + 40x - 11x + 10 - 43 < 0, 4x^2 - 29x - 33 < 0,$

$D = 841 + 4 \cdot 4 \cdot 33 = 1369, x_1 = \frac{-29+37}{8} = 1, x_2 = -\frac{33}{4}.$

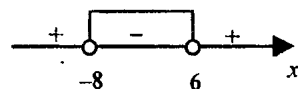


34.30. а) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 < 0$

$x^2 + 2x - 48 < 0$

$x_1 = -8$

$x_2 = 6$

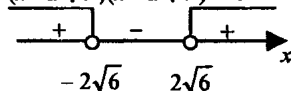


Ответ: $(-8; 6)$

б) $\frac{1}{2}x^2 > 12$

$x^2 - 24 > 0$

$(x - 2\sqrt{6})(x + 2\sqrt{6}) > 0$

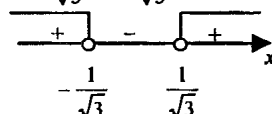


Ответ: $(-\infty; -2\sqrt{6}) \cup (2\sqrt{6}; +\infty)$.

г) $\frac{1}{3}x^2 > \frac{1}{9}$

$x^2 - \frac{1}{3} > 0$

$(x - \frac{1}{\sqrt{3}})(x + \frac{1}{\sqrt{3}}) > 0$



Ответ: $(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$.

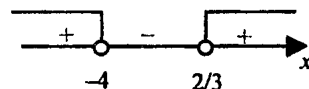
Ответ: $(-\frac{33}{4}; 1)$.

б) $\frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} > \frac{8}{15}$

$3x^2 + 10x - 8 > 0$

$D = 100 + 4 \cdot 3 \cdot 8 = 196$

$x_1 = \frac{-10+14}{6} = \frac{2}{3}; x_2 = -4$

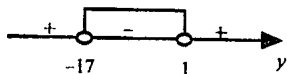


Ответ: $(-\infty; -4) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$.

$$34.31. \text{ а) } x^4 + 16x^2 - 17 < 0$$

$$x^2 = y; y^2 + 16y - 17 < 0$$

$$y_1 = -17, y_2 = 1$$



$$-17 < y < 1$$

$$-17 < x^2 < 1$$

$$x^2 < 1$$

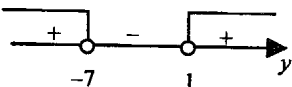
$$(x-1)(x+1) < 0$$

Ответ: $(-1; 1)$.

$$\text{в) } x^4 + 6x^2 - 7 > 0$$

$$x^2 = y; y^2 + 6y - 7 > 0$$

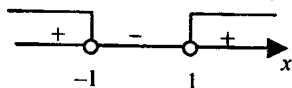
$$y_1 = -7, y_2 = 1$$



$$y < -7; y > 1$$

$$x^2 < -7; x^2 > 1$$

нет решения $(x-1)(x+1) > 0$

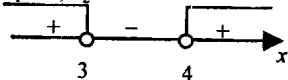


Ответ: $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$$34.32. \text{ а) } \frac{1}{x^2 - 7x + 12} > 0$$

$$x^2 - 7x + 12 > 0$$

$$x_1 = 4, x_2 = 3$$

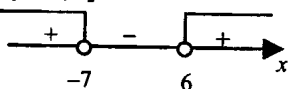


Ответ: $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$.

$$\text{в) } \frac{3}{42 - x^2 - x} < 0$$

$$42 - x^2 - x < 0; x^2 + x - 42 > 0;$$

$$x_1 = -7, x_2 = 6.$$

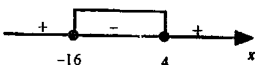


Ответ: $(-\infty; -7) \cup (6; +\infty)$.

$$6) y^4 + 12y^2 - 64 \geq 0$$

$$y^2 = x; x^2 + 12x - 64 \geq 0$$

$$x_1 = -16, x_2 = 4$$



$$x \leq -16 \text{ or } x \geq 4$$

$$y^2 \leq -16 \text{ or } y^2 \geq 4$$

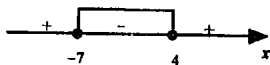
$$(y-2)(y+2) \geq 0$$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

$$\text{г) } z^4 + 3z^2 - 28 \leq 0$$

$$z^2 = x; x^2 + 3x - 28 \leq 0$$

$$x_1 = -7, x_2 = 4$$

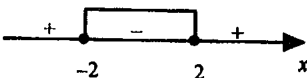


$$-7 \leq x \leq 4$$

$$-7 \leq z^2 \leq 4$$

$$z^2 \leq 4$$

$$(z-2)(z+2) \leq 0$$

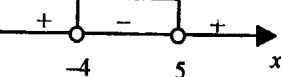


Ответ: $[-2; 2]$.

$$\text{б) } \frac{-3}{x^2 - x - 20} > 0$$

$$\frac{1}{x^2 - x - 20} < 0$$

$$x^2 - x - 20 < 0; x_1 = 5, x_2 = -4$$

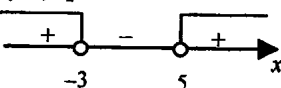


Ответ: $(-4; 5)$.

$$\text{г) } \frac{-5}{2x+15-x^2} < 0$$

$$\frac{1}{2x+15-x^2} > 0; x^2 - 2x - 15 < 0;$$

$$x_1 = 5, x_2 = -3.$$



Ответ: $(-3; 5)$.

$$34.33. \text{ а) } \frac{1}{x^2-5x-14} > 0; \frac{1}{x^2-5x-14} \geq 0; x^2-5x-14 > 0; x^2-5x-14 > 0$$

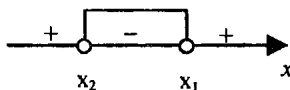
Значит, неравенства равносильны. Ответ: да.

б) $x^2+6x-16 < 0; x^2+6x-16 \leq 0; D=36+4 \cdot 16 > 0$. Значит, существуют x_1 и x_2 . В первом неравенстве они не будут включены в ответ, а во втором – будут. Т.е. неравенства не равносильны. Ответ: нет.

в) — нет

г) да

$$34.34. \text{ а) } x^2+5x-8 < 0, D=25+4 \cdot 8=57, x_1=\frac{-5+\sqrt{57}}{2}, x_2=\frac{-5-\sqrt{57}}{2};$$

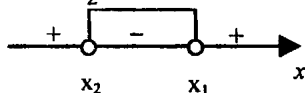


$x_1 \approx 1,3, x_2 \approx -6,2$, целочисленные ршения: $-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1$.

Ответ: восемь.

$$\text{ б) } 15-x^2+10x \geq 0, x^2-10x-15 \leq 0, D=100+4 \cdot 15=160$$

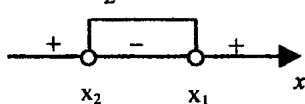
$$x_1=\frac{10+4\sqrt{10}}{2}=5+2\sqrt{10}, x_2=5-2\sqrt{10}, x_1 \approx 11,3, x \approx -1,3$$



Ответ: тринадцать.

$$34.35 \text{ а) } x^2+10x < -12, x^2+10x+12 < 0, D=100+4 \cdot 12=52,$$

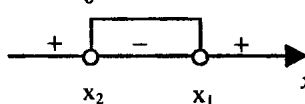
$$x_1=\frac{-10+2\sqrt{13}}{2}=-5+\sqrt{13}, x_2=-5-\sqrt{13}, x_1 \approx -1,5, x_2 \approx -8,5$$



Ответ: -8.

$$\text{ б) } 3x^2+5x \leq 4, 3x^2+5x-4 \leq 0, B=25+4 \cdot 4 \cdot 3=73,$$

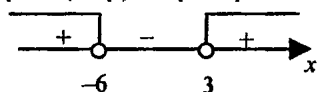
$$x_1=\frac{-5+\sqrt{73}}{6} \approx 0,6, x_2=\frac{-5-\sqrt{73}}{6} \approx -2,3$$



Ответ: 0.

$$34.36. 3x^2-2px-p+6=0, B=4p^2-4 \cdot 3(6-p);$$

а) уравнение имеет два различных корня, если $B > 0, 4p^2-4 \cdot 3(6-p) > 0, p^2-3(6-p) > 0, p^2+3p-18 > 0, p_1=-6, p_2=3$.

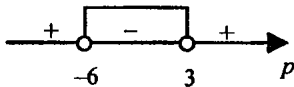


Ответ: $p \in (-\infty; -6) \cup (3; +\infty)$.

б) уравнение имеет один корень, если $D=0$, т.е. $p_1=-6, p_2=3$;

Ответ: $p_1=-6, p_2=3$.

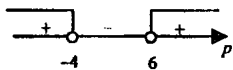
в) уравнение не имеет корней, если $D < 0$; $p^2 + 3p - 18 < 0$



Ответ: $p \in (-6; 3)$.

34.37. $2x^2 - 2px + p + 12 = 0$, $D = 4p^2 - 4 \cdot 2(p + 12)$;

а) уравнение имеет два различных корня, если $D > 0$,
 $p^2 - 2(p + 12) > 0$, $p^2 - 2p - 24 > 0$, $p_1 = 6$, $p_2 = -4$.



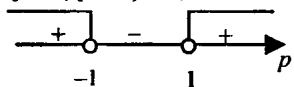
Ответ: б) $p_1 = -4$, $p_2 = 6$.

б) уравнение имеет один корень, если $D = 0$, т.е. $p_1 = 6$, $p_2 = -4$

в) уравнение не имеет корней, если $D < 0$, т.е.
 $-4 < p < 6$.

34.38. $x^2 + 6px + 9 = 0$, $D = 36p^2 - 4 \cdot 9 = 36p^2 - 36$,

а) уравнение имеет два различных корня, если $D > 0$, $p^2 - 1 > 0$.
 $(p - 1)(p + 1) > 0$,



$p < -1$, $p > 1$;

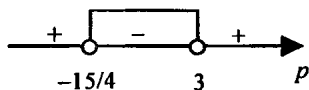
б) уравнение имеет один корень, если $D = 0$, т.е. $p_1 = -1$, $p_2 = 1$.

в) уравнение не имеет корней, если $D < 0$, т.е. $-1 < p < 1$.

34.39. а) $(p - 1)x^2 - 4x + 5 = 0$, $p - 1 \neq 0$, т.е. $p \neq 1$ и $D = 16 - 4 \cdot 5(p - 1) < 0$,
 $4 - 5(p - 1) < 0$, $4 - 5p + 5 < 0$, $5p > 9$, $p > \frac{9}{5}$. Ответ: $p > 1,8$.

б) $(p - 15)x^2 + 4px - 3 = 0$, $p - 15 \neq 0$, т.е. $p \neq 15$ и $D = 16p^2 + 4 \cdot 3(p - 15) < 0$
 $4p^2 + 3(p - 15) < 0$, $4p^2 + 3p - 45 < 0$, $D = 9 + 4 \cdot 4 \cdot 45 = 27^2$

$p_1 = \frac{-3 + 27}{8} = 3$; $p_2 = -\frac{15}{4}$.



Ответ: $-\frac{15}{4} < p < 3$.

в) $(2p + 3)x^2 - 6x + 8 = 0$, $2p + 3 \neq 0$, т.е. $p \neq -1,5$ и $D = 36 - 4 \cdot 8(2p + 3) < 0$,
 $9 - 8(2p + 3) < 0$, $9 - 16p - 24 < 0$, $16p > -15$, $p > -\frac{15}{16}$.

Ответ: $p > -\frac{15}{16}$.

Вероятно, в п. г) опечатка: в уравнении присутствует x .

г) $(3p - 5)x^2 - (6p - 2)x + 3p - 2 = 0$, $3p - 5 \neq 0$, т.е. $p \neq \frac{5}{3}$ и

$D = (6p - 2)^2 - 4 \cdot (3p - 5)(3p - 2) < 0$, $36p^2 - 24p + 4 - 4(9p^2 - 15p - 6p + 10) < 0$,
 $9p^2 - 6p + 1 - 9p^2 + 21p - 10 < 0$, $15p < 9$, $p < \frac{9}{15}$.

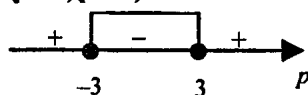
Ответ: $p < 0,6$.

$$34.40. \text{ а) } x^2 - 6x + p^2 = 0$$

$$D = 36 - 4p^2 \geq 0$$

$$9 - p^2 \geq 0; p^2 - 9 \leq 0$$

$$(p-3)(p+3) \leq 0$$



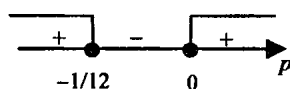
Ответ: $p \in [-3; 3]$.

$$\text{в) } x^2 - 12px - 3p = 0$$

$$D = 144p^2 + 4 \cdot 3p \geq 0$$

$$12p^2 + p \geq 0; p^2 + \frac{p}{12} \geq 0$$

$$p(p + \frac{1}{12}) \geq 0$$



Ответ: $p \in (-\infty; -\frac{1}{12}] \cup [0; +\infty)$.

$$\text{б) } x^2 - 4x - 2p = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 2p \geq 0$$

$$4 + 2p \geq 0; 2p \geq -4$$

$$p \geq -2$$

Ответ: $p \geq -2$.

$$\text{г) } x^2 + 2px + p + 2 = 0$$

$$D = 4p^2 - 4(p+2) \geq 0$$

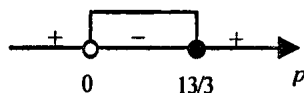
$$p^2 - p - 2 \geq 0; p_1 = 2, p_2 = -1$$



Ответ: $p \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

$$34.41. \text{ а) } 3px^2 - 6px + 13 = 0, \text{ если } p = 0, \text{ то } 13 = 0 - \text{ нет корней;}$$

$$\text{если } p \neq 0: D = 36p^2 - 4 \cdot 3p \cdot 13 \geq 0, 3p^2 - 13p \geq 0, p^2 - \frac{13}{3}p \geq 0, p(p - \frac{13}{3}) \geq 0.$$



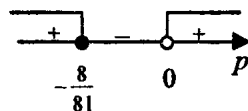
Ответ: $p \in (-\infty; 0) \cup [\frac{13}{3}; +\infty)$.

$$\text{б) } (1-3p)x^2 - 4x - 3 = 0, \text{ если } 1-3p = 0, \text{ т.е. } p = \frac{1}{3}, \text{ уравнение имеет корень.}$$

$$\text{если } p \neq \frac{1}{3}: D = 16 + 4 \cdot (1-3p) \cdot 3 \geq 0, 4 + 3 - 9p \geq 0, 9p \leq 7, p \leq \frac{7}{9}. \text{ Ответ: } p \leq \frac{7}{9}$$

$$\text{в) } px^2 - 9px - 2 = 0, \text{ если } p = 0, \text{ то уравнение не имеет корней,}$$

$$\text{если } p \neq 0: D = 81p^2 + 4 \cdot p \cdot 2 \geq 0, p^2 + \frac{8}{81}p \geq 0, p(p + \frac{8}{81}) \geq 0.$$



Ответ: $p \in (-\infty; -\frac{8}{81}] \cup (0; +\infty)$.

$$\text{г) } (p-1)x^2 - (2p-3)x + p + 5 = 0, \text{ если } p-1 = 0, \text{ т.е. } p = 1, \text{ уравнение имеет корень,}$$

$$\text{если } 2p-3 = 0, \text{ т.е. } p = 1,5, 0,5x^2 + 6,5 = 0 \text{ нет корней,}$$

$$\text{если } p \neq 1 \text{ и } p \neq 1,5: D = (2p-3)^2 - 4(p-1)(p+5) \geq 0,$$

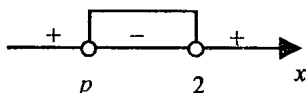
$$4p^2 - 12p + 9 - 4(p^2 + 4p - 5) \geq 0, -28p + 29 \geq 0, 28p \leq 29, p \leq 1\frac{1}{28}.$$

Ответ: $p \leq 1\frac{1}{28}$.

34.42.

$$(x-2)(x-p) < 0, x_1=2, x_2=p.$$

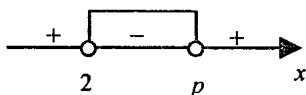
а) $p < 2$



Три целочисленных значения в этом случае: $-1; 0; 1$.

Значит, $p \in [-2; -1)$. Но т.к. p – целое, то $p = -2$.

б) $p \geq 2$.



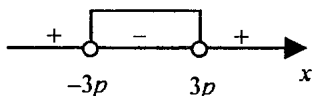
Три целочисленных значения в этом случае: $3, 4, 5$.

Значит, $p \in (5; 6]$. Но т.к. p – целое, то $p = 6$.

Ответ: $p_1 = -2; p_2 = 6$.

34.43. $x^2 \leq 9p^2$

$$(x-3p)(x+3p) \leq 0$$



Одно целочисленное значение в этом случае: $x = 0$.

Значит, $-1 < 3p < 1, -\frac{1}{3} < p < \frac{1}{3}$.

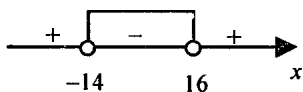
Ответ: $-\frac{1}{3} < p < \frac{1}{3}$.

34.44. I этап: Пусть x см – длина прямоугольника.

Тогда: $(x-2)$ см – его ширина, $x(x-2)$ см² – его площадь.

Т.к. площадь не превосходит 224 см², получаем $x(x-2) \leq 224$

II этап: $x^2 - 2x - 224 \leq 0, x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+224} = 1 \pm 15, x_1=16, x_2=-14$.



$$-14 \leq x \leq 16.$$

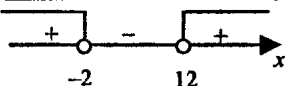
III этап: Ясно, что подходит $0 < x \leq 16$, но т.к. ширина больше нуля, т.к. $x-2 > 0, x > 2$, то получаем, что длина прямоугольника больше 2 см, но не более 16 см.

Ответ: больше 2 см, но не более 16 см.

34.45. I этап: Пусть x см – сторона квадрата. Тогда $2x^2$ см – удвоенная площадь квадрата, $(x+6)$ см и $(x+4)$ см – стороны прямоугольника, $(x+6)(x+4)$ см² – его площадь.

Т.к. площадь прямоугольника меньше удвоенной площади квадрата, получаем: $(x+6)(x+4) < 2x^2$.

II этап: $x^2 - 10x - 24 > 0$, $x_1 = 12$, $x_2 = -2$.



$x \in (-\infty; -2) \cup (12; +\infty)$.

III этап: Ясно, что подходит $x > 12$. Т.е. сторона квадрата более 12 см.

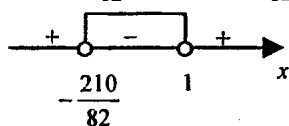
Ответ: более 12 см.

34.46. I этап: За 2 ч I группа прошла $2 \cdot 4 = 8$ (км). Пусть x – искомое время. Тогда: I и II группы окажутся за это время на расстоянии $(8 + 4x)$ км от вершины прямого угла. По теореме Пифагора найдем квадрат расстояния между группами:

$(5x)^2 + (8 + 4x)^2$ (км²). Т.к. группы должны находиться на расстоянии не больше 13 км, получаем $(5x)^2 + (8 + 4x)^2 \leq 169$.

II этап: $25x^2 + 64 + 16x^2 + 64x - 169 \leq 0$, $41x^2 + 64x - 105 \leq 0$, $D = 146^2$

$x_1 = -\frac{-64 + 146}{82} = 1$, $x_2 = -\frac{210}{82}$.



$\frac{210}{82} \leq x \leq 1$.

III этап: Ясно, что подходит $x \leq 1$. Т.е. искомое время не более 1 ч.

Ответ: не более 1 ч.

§ 35. Приближенные значения действительных чисел

35.1. а) 2,7 и 2,8; б) 1,2 и 1,3;

в) 3,9 и 4,0; г) 3,9 и 4,0.

35.2. а) $\sqrt{6} = 2,44\dots$; 2,4 и 2,5;

б) $|2 - \sqrt{7}| = 0,64\dots$; 0,6 и 0,7;

в) $|12 - \sqrt{3}| = 10,26\dots$; 10,2 и 10,3;

г) $\frac{45}{49} = 0,91\dots$; 0,9 и 1.

35.3. а) $\sqrt{3} = 1,732\dots$; 1,73 и 1,74;

б) $\sqrt{2} - 1 = 0,414\dots$; 0,41 и 0,42;

в) $5 - \sqrt{7} = 2,354\dots$; 2,35 и 2,36;

г) $\frac{2}{3} = 0,666\dots$; 0,66 и 0,67.

35.4. а) $\sqrt{5} = 2,236\dots$; 2,23 и 2,24;

б) $\sqrt{11} - 3 = 0,316\dots$; 0,31 и 0,32;

в) $6 - \sqrt{8} = 3,171\dots$; 3,17 и 3,18;

г) $\frac{15}{19} = 0,789\dots$; 0,78 и 0,79.

35.5. а) $\sqrt{11} = 3,316\dots$; 3,31 и 3,32;

б) $|2 - \sqrt{10}| = 1,162$; 1,16 и 1,17;

в) $|5 - \sqrt{2}| = 3,585\dots$; 3,58 и 3,59;

г) $\frac{12}{17} = 0,705\dots$; 0,70 и 0,71.

35.6. а) $\sqrt{15} = 3,8729\dots$; 3,872 и 3,873; б) $\sqrt{19} - 6 = -1,6411$; -1,642 и -1,641;

в) $1 - \sqrt{8} = -1,8284\dots$; -1,829 и -1,828; г) $\frac{3}{19} = 0,1578\dots$; 0,157 и 0,158.

$$35.7. \text{ а) } \sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \approx 12,7;$$

$$\text{б) } \sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,7.$$

$$35.8. \text{ а) } \sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{147} = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,73;$$

$$\text{б) } 0,5\sqrt{200} - \sqrt{98} + \frac{1}{3}\sqrt{162} = 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} \approx 1,41.$$

$$35.9. \text{ а) } |\sqrt{2} - 1,4|; \text{ б) } |\pi - 3,14|; \text{ в) } \left| \frac{\pi}{2} - 1,57 \right|; \text{ г) } |\sqrt{3} - 1,73|.$$

$$35.11. \text{ а) } 0,1\sqrt{200} - 2\sqrt{0,08} + 4\sqrt{0,5} - 0,4\sqrt{50} =$$

$$= \sqrt{2} - 2\sqrt{0,04 \cdot 2} + 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 0,4\sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{2} - 2 \cdot 0,2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 0,4 \cdot 5\sqrt{2} =$$

$$= \sqrt{2} - 0,4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0,6\sqrt{2} \approx 0,8 ;$$

$$\text{б) } 5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{500} - 0,2\sqrt{3215} =$$

$$= \sqrt{5} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 0,2 \cdot 25\sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \approx 11,2 ;$$

$$\text{в) } \sqrt{176} - 2\sqrt{99} - \sqrt{891} + \sqrt{1584} = 4\sqrt{11} - 6\sqrt{11} - 9\sqrt{11} + 12\sqrt{11} = \sqrt{11} \approx 3,3 ;$$

$$\text{г) } \sqrt{1,25} - \frac{1}{14}\sqrt{245} + \sqrt{180} - \sqrt{80} = 0,5\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \approx 4,5 .$$

$$35.12. \text{ а) } \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} = \sqrt{3 - (\sqrt{2\sqrt{5} - 3})^2} = \sqrt{3 - |2\sqrt{5} - 3|} =$$

$$= \sqrt{3 - 2\sqrt{5} + 3} = \sqrt{5 + 1 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = |1 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 1 \approx 1,2;$$

$$\text{б) } \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}} = \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} = \sqrt{5 - \sqrt{(1 + 2\sqrt{3})^2}} = \sqrt{5 - |1 + 2\sqrt{3}|} =$$

$$= \sqrt{5 - 1 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1 \approx 0,7 .$$

§ 36. Стандартный вид числа

$$36.1. \text{ а) } 100 = 10^2; \text{ б) } 10000 = 10^4; \text{ в) } 1000 = 10^3; \text{ г) } 10000000 = 10^7.$$

$$36.2. \text{ а) } 0,001 = 10^{-3}; \text{ б) } 0,1 = 10^{-1}; \text{ в) } 0,00001 = 10^{-5}; \text{ г) } 0,0001 = 10^{-4}.$$

$$36.3. \text{ а) } 2300 = 2,3 \cdot 10^3, \text{ порядок равен } 3;$$

$$\text{б) } 75000 = 7,5 \cdot 10^4, \text{ порядок равен } 4;$$

$$\text{в) } 12 = 1,2 \cdot 10^1, \text{ порядок равен } 1;$$

$$\text{г) } 62000 = 6,2 \cdot 10^5, \text{ порядок равен } 5.$$

$$36.4. \text{ а) } 0,0035 = 3,5 \cdot 10^{-3}, \text{ порядок равен } -3;$$

$$\text{б) } 0,00007 = 7 \cdot 10^{-5}, \text{ порядок равен } -5;$$

$$\text{в) } 0,00024 = 2,4 \cdot 10^{-4}, \text{ порядок равен } -4;$$

$$\text{г) } 0,91 = 9,1 \cdot 10^{-1}, \text{ порядок равен } -1.$$

$$36.5. \text{ а) } 350 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^4, \text{ порядок равен } 4;$$

$$\text{б) } 0,67 \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^2, \text{ порядок равен } 2;$$

$$\text{в) } 85 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10^5, \text{ порядок равен } 5;$$

$$\text{г) } 0,015 \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^0, \text{ порядок равен } 0.$$

36.6. а) $0,73 \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^4$, порядок равен 4;

б) $512 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^5$, порядок равен 5;

в) $0,43 \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^3$, порядок равен 3;

г) $3900 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^7$, порядок равен 7.

36.7. а) $(0,2 \cdot 10^5) \cdot (1,4 \cdot 10^{-2}) = (0,2 \cdot 1,4) \cdot (10^5 \cdot 10^{-2}) = 0,28 \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^2$;

б) $(2,4 \cdot 10^3) \cdot (0,5 \cdot 10^{-3}) = (2,4 \cdot 0,5) \cdot (10^3 \cdot 10^{-3}) = 1,2 \cdot 10^0$;

в) $(3,7 \cdot 10^{-1}) \cdot (7 \cdot 10^8) = (3,7 \cdot 7) \cdot (10^{-1} \cdot 10^8) = 25,9 \cdot 10^7 = 2,59 \cdot 10 \cdot 10^7 = 2,59 \cdot 10^8$;

г) $(5,2 \cdot 10^{14}) \cdot (3 \cdot 10^{-5}) = (5,2 \cdot 3) \cdot (10^{14} \cdot 10^{-5}) = 15,6 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10^{10}$

36.8. а) $0,2 \cdot 10^5 + 1,4 \cdot 10^6 = 0,02 \cdot 10^6 + 1,4 \cdot 10^6 = (0,02 + 1,4) \cdot 10^6 = 1,42 \cdot 10^6$;

б) $7,8 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^2 = 0,0078 \cdot 10^{12} + 7 \cdot 10^2 = (0,0078 + 7) \cdot 10^2 = 7,0078 \cdot 10^2$;

в) $5,2 \cdot 10^3 - 0,5 \cdot 10^2 = 5,2 \cdot 10^3 - 0,05 \cdot 10^3 = (5,2 - 0,05) \cdot 10^3 = 5,15 \cdot 10^3$;

г) $6,1 \cdot 10^{-3} - 9 \cdot 10^{-4} = 6,1 \cdot 10^{-3} - 0,9 \cdot 10^{-3} = 5,2 \cdot 10^{-3}$

36.9. а) $\frac{1,5 \cdot 10^{-23}}{0,06 \cdot 10^{-9}} = 1,5 \cdot \frac{50}{3} \cdot 10^{-12} = 25 \cdot 10^{-12} = 2,5 \cdot 10^{-11}$

б) $\frac{2,7 \cdot 10^{15}}{3,6 \cdot 10^{-5}} = 0,75 \cdot 10^{20} = 7,5 \cdot 10^{19}$

в) $\frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{0,24 \cdot 10^{-17}} = 20 \cdot 10^{13} = 2 \cdot 10^{14}$

г) $\frac{1,44 \cdot 10^{-7}}{1,8 \cdot 10^4} = 0,8 \cdot 10^{-11} = 8 \cdot 10^{-12}$

36.10. а) $\frac{289 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^2}{34 \cdot 10^{-10}} = 17 \cdot 10^5 = 1,7 \cdot 10^6$

б) $\frac{25 \cdot 10^{-17}}{45 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^6} = 5 \cdot 10^{-30}$

в) $\frac{63 \cdot 10^{-21}}{15 \cdot 10^9 \cdot 42 \cdot 10^{-17}} = 0,1 \cdot 10^{-13} = 10^{-14}$

г) $\frac{1 \cdot 10^{-12} \cdot 96 \cdot 10^6}{24 \cdot 10^{18}} = 0,5 \cdot 10^{-24} = 5 \cdot 10^{-25}$

36.11. а) $x = (1,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) = (1,4 \cdot 5) \cdot (10^{-2} \cdot 10^{-1}) = 7 \cdot 10^{-3}$, $b = 6 \cdot 10^{-3}$, значит, $a > b$;

б) $a = \frac{3,6 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$, $b = 1 \cdot 10^{-3}$, значит, $a > b$;

в) $a = (4,2 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^2) = (4,2 \cdot 2) \cdot (10^5 \cdot 10^2) = 8,4 \cdot 10^7$, $b = 70 \cdot 10^7$, значит, $a < b$;

г) $a = \frac{5,4 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^7} = 0,6 \cdot 10^2 = 6 \cdot 10^1$, $b = 7 \cdot 10^1$, значит, $a < b$.

36.12. $b = a_0 \cdot 10^2$, где $1 \leq a_0 < 10$

а) $100b = 100 \cdot a_0 \cdot 10^2 = a_0 \cdot 10^4$, т.е. порядок = 4;

б) $0,1b = 10^{-1} \cdot a_0 \cdot 10^2 = a_0 \cdot 10^1$, т.е. порядок = 1;

в) $10b = 10 \cdot a_0 \cdot 10^2 = a_0 \cdot 10^3$, т.е. порядок = 3;

г) $0,001b = 10^{-3} \cdot a_0 \cdot 10^2 = a_0 \cdot 10^{-1}$, т.е. порядок = -1.

36.13. $m = a_0 \cdot 10^{-4}$, где $1 \leq a_0 < 10$

а) $10m = 10 \cdot a_0 \cdot 10^{-4} = a_0 \cdot 10^{-3}$, т.е. порядок = -3;

б) $0,01m = 10^{-2} \cdot a_0 \cdot 10^{-4} = a_0 \cdot 10^{-6}$, т.е. порядок = -6;

в) $1000m = 10^3 \cdot a_0 \cdot 10^{-4} = a_0 \cdot 10^{-1}$, т.е. порядок = -1;

г) $10000m = 10^4 \cdot a_0 \cdot 10^{-4} = a_0 \cdot 10^0$, т.е. порядок = 0.

36.14. Количество вагонов равно $7,231 \cdot 10^6 : 64 = (7,231 \cdot 10^6) : (6,4 \cdot 10^1) = (7,231 : 6,4) \cdot (10^6 : 10^1) = 1,12984375 \cdot 10^5 \approx 112984,3$. Значит потребуется 112985 вагонов. Ответ: 112985.

36.15. а) $1 \text{ сутки} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ с}$;

б) атмосферное давление на высоте 100 км $= 2,4 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст.;

в) $1 \text{ кал} = 4,19 \cdot 10^{-3} \text{ кДж}$; **г)** $1 \text{ с} = 2,778 \cdot 10^{-4} \text{ ч}$.

36.16. $x = a_0 \cdot 10^6$, где $1 \leq a_0 < 10$

а) $x^2 = (a_0 \cdot 10^6)^2 = a_0^2 \cdot 10^{12}$. Т.к. порядок $a_0^2 = 1$ или 2, то порядок $x^2 = 12$ или 13;

б) $x^5 = (a_0 \cdot 10^6)^5 = a_0^5 \cdot 10^{30}$; $1 \leq a_0 < 10$; $1 \leq a_0^5 < 10^5$. Т.е. порядок $a_0^5 = 0, 1, 2, 3$ или 4, значит, порядок $x^5 = 30, 31, 32, 33$ или 34;

в) $\sqrt{x} = x^{1/2} = (a_0 \cdot 10^6)^{1/2} = \sqrt{a_0} \cdot 10^3$; $1 \leq a_0 < 10$; $1 \leq \sqrt{a_0} < \sqrt{10}$,

т.е. порядок $\sqrt{a_0} = 1$, значит, порядок $\sqrt{x} = 3$;

г) $\frac{1}{x} = x^{-1} = (a_0 \cdot 10^6)^{-1} = a_0^{-1} \cdot 10^{-6}$; $1 \leq a_0 < 10$; $10^{-1} < a_0^{-1} \leq 10^0$,

т.е. порядок $a_0^{-1} = 0$ или -1 , значит, порядок $\frac{1}{x} = -6$ или -7 .

36.17. а) $m = a_0 \cdot 10^{-4}$, $n = b_0 \cdot 10^3$; $mn = (a_0 \cdot 10^{-4}) \cdot (b_0 \cdot 10^3) = a_0 b_0 \cdot 10^{-1}$;

$1 \leq a_0 < 10$, $1 \leq b_0 < 10$; $1 \leq a_0 b_0 < 10^2$, т.е. порядок $a_0 b_0 = 0$ или 1, значит, порядок $mn = -1$ или 0;

б) $n+m = a_0 \cdot 10^3 \cdot 10^{-7} + b_0 \cdot 10^3 = (a_0 \cdot 10^{-7} + b_0) \cdot 10^3$; $10^{-7} \leq a_0 \cdot 10^{-7} < 10^{-6}$;

$1 + 10^{-7} \leq a_0 \cdot 10^{-7} + b_0 < 10^{-6} + 10$, т.е. порядок $a_0 \cdot 10^{-7} + b_0 = 1$ или 2, значит, порядок $m+n = 3$ или 4;

в) $10n + m = 10^4 b_0 + 10^{-4} a_0$, аналогично получаем, что порядок $= 4$ или 5;

г) $0,1m + 10n = a_0 10^{-5} + b_0 10^4$. Аналогично получаем, что порядок $= 4$ или 5.

36.18. $s = a_0 \cdot 10^2$, $t = b_0 \cdot 10^4$

а) $st = a_0 \cdot b_0 \cdot 10^6$; $1 \leq a_0 b_0 < 100$, т.е. порядок $a_0 b_0 = 1$ или 2, значит, порядок $st = 6$ или 7;

б) $100s+t = a_0 \cdot 10^4 + b_0 \cdot 10^4 = (a_0 + b_0) \cdot 10^4$; $2 \leq a_0 + b_0 < 20$, т.е. порядок $a_0 + b_0 = 0$ или 1, значит, порядок $100s+t = 4$ или 5;

в) $0,01s+t = a_0 \cdot 10^0 + b_0 \cdot 10^4 = (a_0 \cdot 10^{-4} + b_0) \cdot 10^4$; $10^{-4} \leq a_0 \cdot 10^{-4} < 10^{-3}$;

$1 + 10^{-4} \leq a_0 \cdot 10^{-4} + b_0 < 10 + 10^{-3}$, т.е. порядок $a_0 \cdot 10^{-4} + b_0 = 0$ или 1, значит, порядок $0,01s+t = 4$ или 5;

г) $0,1st$. Сравнивая с пунктом а), получаем, что порядок $0,1st = 5$ или 6.

36.19. а) Т.к. $1 < 3,252 \cdot 2,165 < 10$, $1 < 3,252 : 2,165 < 10$, $1 < 3,252 + 2,165 < 10$, то: порядок частного $= 9 - 9 = 0$; порядок произведения $= 9 + 9 = 18$, порядок суммы $= 9$.

б) Т.к. $10 < 4,435 \cdot 7,098 < 10^2$, $10^{-1} < 4,435 : 7,098 < 10^0$, $10 < 4,435 + 7,098 < 10^2$, то: порядок произведения $= -7 - 7 + 1 = -13$, порядок частного $= -7 + 7 - 1 = -1$, порядок суммы $= -7 + 1 = -6$;

в) Т.к. $10 < 8,389 \cdot 9,762 < 10^2$, $10^{-1} < 8,389 : 9,762 < 10^0$, $10^0 < 8,389 + 9,762 < 10^1$, то: порядок произведения $= 5 + 4 + 1 = 10$, порядок частного $= 5 - 4 - 1 = 0$, порядок суммы $= 5$;

г) Т.к. $10 < 7,987 \cdot 3,157 < 10^2$, $10^0 < 7,987 : 3,157 < 10^1$, $10^0 < 7,987 + 3,157 < 10$, то: порядок произведения $= -6 - 5 + 1 = -10$, порядок частного $= -6 + 5 = -1$, порядок суммы $= -5$

Домашняя контрольная работа № 5

Вариант 1

$$1. \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3}$$

$$15(3x+5) + 21(10-3x) > 35(2x+7); 45x + 75 + 210 - 63x > 70x + 245$$

$$88x < 404 \quad x < \frac{5}{11}$$

$$\text{Ответ: } x < \frac{5}{11}$$

$$2. x^3 - 8x\sqrt{x} + 18 = x^3 - 8x\sqrt{x} + 16 + 2 = (x\sqrt{x} - 4)^2 + 2 > 0$$

$$3. \frac{4x^2+x}{3} - \frac{3x-1}{6} \leq \frac{x^2+17}{9}$$

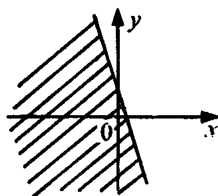
$$24x^2 + 6x - 15x + 3 \leq 2x^2 + 34; 22x^2 - 9x = 31 \leq 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 22 \cdot 31 = 53^2 \quad x_1 = \frac{9+53}{44} = \frac{62}{44} = \frac{31}{22}, x_2 = -1$$

$$\text{Ответ: } [-1; \frac{31}{22}]$$

$$4. y < -3x + 1$$

Все точки плоскости, расположенные ниже прямой $y = -3x + 1$, не включая точки прямой.



$$5. \begin{cases} x^2 - 7x + 12 \geq 0 \\ x^2 + 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x-4) \geq 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; 3] \cup [4; +\infty)$$

$$6. y = f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -1 \\ |x| - 3, & \text{если } -1 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$a) f(-5) = -\frac{2}{-5} = 0,4, f(0) = |0| - 3 = -3, f(7) \text{ не определено.}$$

б) график функции $y = f(x)$

в) свойства функции $y = f(x)$:

область определения: $x \leq 6$;

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (3; 6]$;

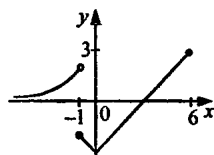
$y < 0$ при $x \in [-1; 3)$, $y = 0$ при $x = 3$;

функция имеет разрыв при $x = -1$;

$y_{\text{наим}} = y(0) = -3$, $y_{\text{наиб}} = y(6) = 3$;

функция выпукла вниз на открытом луче $(-\infty; -1)$;

функция возрастает на открытом луче $(-\infty; -1)$, убывает на отрезке $[-1; 0]$, возрастает на отрезке $[0; 6]$.



$$7. |4\sqrt{3} + \sqrt{48} - 2\sqrt{75}| = |4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3}| = |-2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} \approx 3,5.$$

$$8. (2,345 \cdot 10^2) \cdot (4,564 \cdot 10^{-5}) \approx 10,7 \cdot 10^{-3} = 1,07 \cdot 10^{-2}, \text{ т.е. порядок числа } = -2.$$

Вариант 2

$$1. \frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} < \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2};$$

$$14x - 11x - 11 < 6x - 2 - 39 + 3x, 6x > 30. x > 5. \quad \text{Ответ: } x > 5.$$

$$2. x^3 - 10x\sqrt{x} + 26 = (x\sqrt{x} - 5)^2 + 1 > 0$$

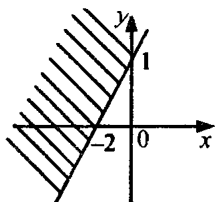
$$3. \frac{3x^2 + x}{4} - \frac{2 - 7x}{5} \geq \frac{3x^2 + 17}{10};$$

$$30x^2 + 10x - 16 + 56x \geq 12x^2 + 68, 18x^2 - 66x - 84 \geq 0,$$

$$9x^2 + 33x - 42 \geq 0, 3x^2 + 11x - 14 \geq 0,$$

$$D = 121 + 4 \cdot 3 \cdot 14 = 289, x_1 = \frac{-11+17}{6} = 1; x_2 = -\frac{14}{3}. \text{ Ответ: } (-\infty; -\frac{14}{3}] \cup [1; +\infty).$$

$$4. y > 2x + 4.$$



Все точки плоскости, расположенные выше прямой $y = 2x + 4$, не включая точки прямой.

$$5. \begin{cases} x^2 + 9x + 14 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)(x+7) \geq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -7) \cup (-2; 1) \cup (1; 3) \cup (3; +\infty)$$

$$10. y = f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{если } x < -2 \\ 2|x| - 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$a) f(-7) = (-7)^2 - 2 = 47,$$

$$f(0) = 2|0| - 2 = -2, f(5) = 2|5| - 2 = 8;$$

б) график функции $y = f(x)$

в) свойства функции $y = f(x)$:

область определения: $x \leq 6$;

$y > 0$ при $x < -\sqrt{2}$ и $1 < x \leq 6$,

$y < 0$ при $x \in (-\sqrt{2}; 1)$

$y = 0$ при $x = -\sqrt{2}$ и $x = 1$;

функция непрерывна

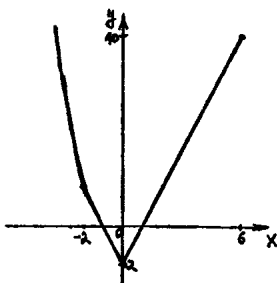
$y_{\text{наим}} = y(0) = -2$, $y_{\text{наиб}}$ не существует;

функция выпукла вниз на луче $(-\infty; -2]$;

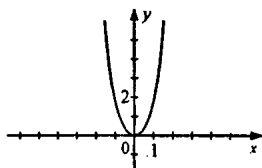
функция убывает на луче $(-\infty; 0]$, возрастает на отрезке $[0; 6]$.

$$7. |4\sqrt{3} + \sqrt{48} - 2\sqrt{75}| = |4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3}| = |-2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} \approx 3,5.$$

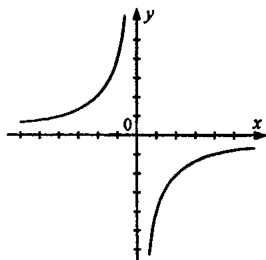
$$8. (2,345 \cdot 10^2) \cdot (4,564 \cdot 10^{-5}) \approx 10,7 \cdot 10^{-3} = 1,07 \cdot 10^{-2}, \text{ т.е. порядок числа } = -2.$$



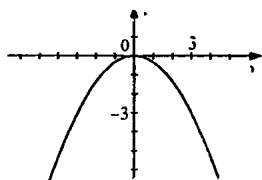
1. а)



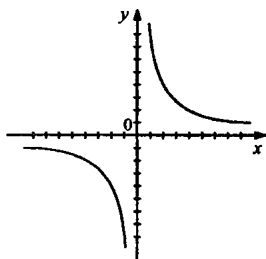
б)



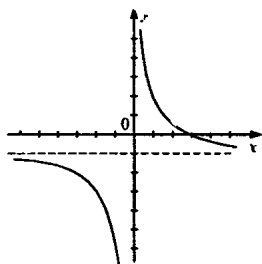
в)



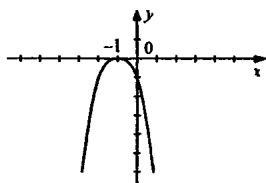
г)



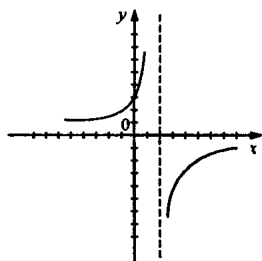
2. а)



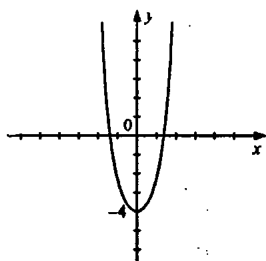
б)



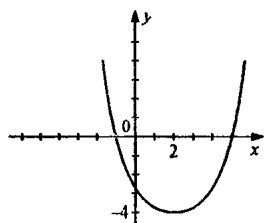
в)



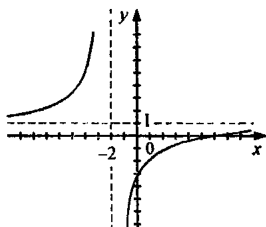
г)



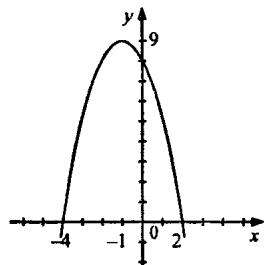
3. а)



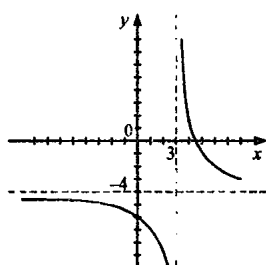
б)



в)



г)



4. а) $y = (x+5)^2$;

б) $y = x^2 - 1$;

в) $y = (x-1)^2 + 3$;

г) $y = (x-2)^2 - 4$

5. а) $y = 2(x-4)^2 + 3$;

б) $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$;

в) $y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 - 4$;

г) $y = 1,5(x-2)^2 + 1$.

6. а) $y = \frac{6}{x-2}$;

б) $y = \frac{6}{x} + 3$;

в) $y = \frac{6}{x+3} + 1$;

г) $y = \frac{6}{x-1} - 2$

7. а) $y = \frac{1}{2}x^2$;

б) $y = -(x+3)^2$;

в) $y = x^2 - 3$;

г) $y = (x-2)^2 - 4$

8. а) $y = -\frac{4}{x}$;

б) $y = \frac{6}{x-2}$;

в) $y = \frac{4}{x} + 2$;

г) $y = \frac{-6}{x+1} - 2$

9. а) $(2; 1)$; $x = 2$;

б) $(-1; 3)$; $x = -1$;

в) $(-6; 8)$; $x = -6$;

г) $(2; -8)$; $x = 2$.

10. а) $-\frac{a-5}{2a} = -3$;

б) $\frac{a-5}{2a} = 3$;

в) $a-5 = 6a$;

г) $5a = -5$;

а) $\frac{a+9}{2a} = 2$;

б) $4a = a+9$;

в) $3a = 9$;

г) $a = 3$

11. а) $-\frac{b}{4} = 2$;

б) $b = -8$;

в) $f(2) = 8 - 16 + c = -8$;

г) $c = 0$

а) $-\frac{b}{-6} = -4$;

б) $b = 24$;

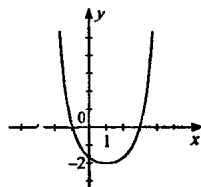
в) $f(-4) = -48 + 24 \cdot 4 + c = 3$;

г) $c = -45$

12. $y = 0,5x^2 - x - 1,5 = 0,5(x^2 - 2x) - 1,5 = 0,5(x-1)^2 - 2$.

а) $(-\infty; 1]$ — убывает; $[1; \infty)$ — возрастает;

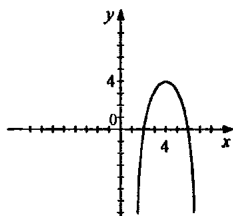
б) $y_{\min} = -2$.



13. $y = -x^2 + 8x - 12 = 4 - (x - 4)^2$

а) $y_{\text{наиб}} = 4$

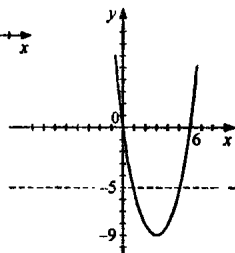
б) $(-\infty; 4]$



14. $y = (x - 3)^2 - 9$

а) $x_1 = 1; x_2 = 5$

б) $x \in (-\infty; 0] \cup [6; +\infty)$



15. а) 1) $(0; 12]$;

2) $x = 0$;

3) \nearrow на $(-\infty; 0)$; \searrow на $(0; +\infty)$;

4) $y_{\text{наиб.}} = 12$; 5) $E(y) = (-\infty; 12]$;

б) 1) $(2; 0)$; 2) $x = 2$; 3) \nearrow на $(2; +\infty)$; \searrow на $(-\infty; 2)$; 4) $y_{\text{наим.}} = 0$;

5) $E(y) = [0; +\infty)$

в) 1) $(1; 4)$; 2) $x = 1$; 3) \nearrow на $(-\infty; 1)$; \searrow на $(1; +\infty)$; 4) $y_{\text{наиб.}} = 4$;

5) $E(y) = (-\infty; 4]$

г) $y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x - 1)^2 + 1$; 1) $(1; 1)$; 2) $x = 1$;

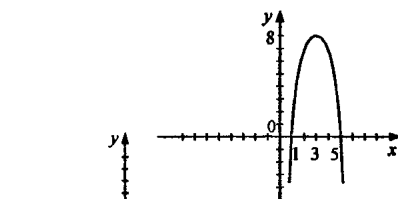
3) \nearrow на $(1; +\infty)$; \searrow на $(-\infty; 1)$; 4) $y_{\text{наим.}} = 1$; 5) $E(y) = [1; +\infty)$

16. а) $y = -2(x - 3)^2 + 8$

$y = 0$ при $x = 1$ и $x = 5$

$y > 0$ при $x \in (1; 5)$

$y < 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$



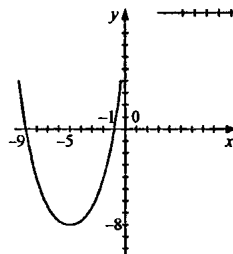
б)

$y = 0$ при $x = -9$ и $x = -1$

$y < 0$ при $x \in (-9; -1)$

$y > 0$

при $x \in (-\infty; -9) \cup (-1; +\infty)$

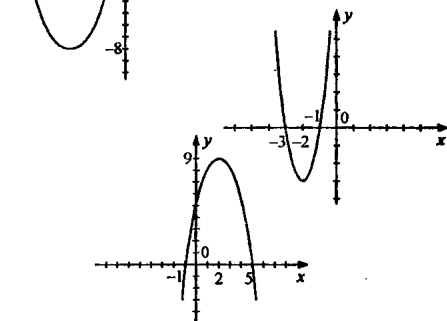


в) $y = 3(x + 2)^2 - 3$

$y = 0$ при $x = -3$ и $x = -1$

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$

$y < 0$ при $x \in (-3; -1)$



г)

$y = 0$ при $x = -1$ и $x = 5$

$y > 0$ при $x \in (-1; 5)$

$y < 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

17. а) $y = 2(x + 1)^2 - 8$; $y_{\text{наиб.}} = 0$; $y_{\text{наим.}} = -8$

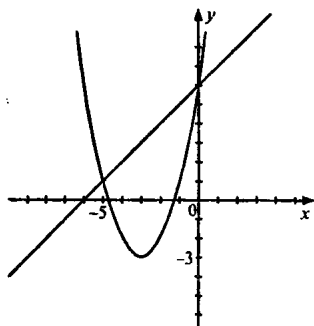
б) $y_{\text{наиб.}} = 0$; $y_{\text{наим.}} = -3$

в) $y_{\text{наим.}} = -6$; $y_{\text{наиб.}}$ не существует

г) $y = -2(x - 2)^2 + 8$; $y_{\text{наиб.}} = 8$; $y_{\text{наим.}}$ не существует

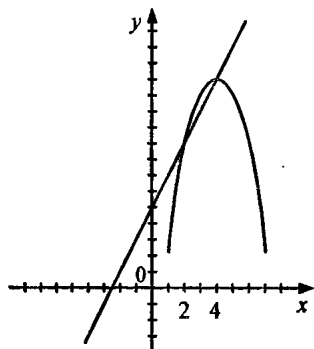
18.

a)



$$x = -5; x = 0$$

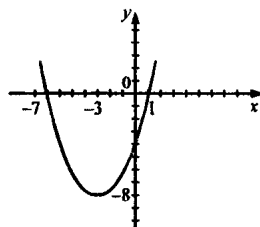
$$\text{в) } \begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -(x-4)^2 + 13 \end{cases}$$



$$x = 2; x = 4;$$

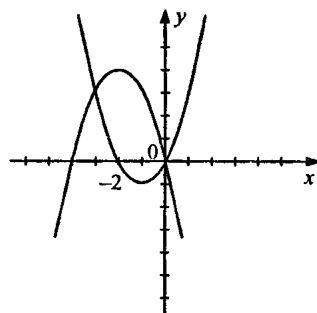
19.

a)



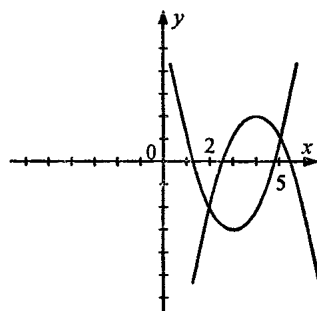
$$x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = -(x+2)^2 + 4 \\ y = (x+1)^2 - 1 \end{cases}$$



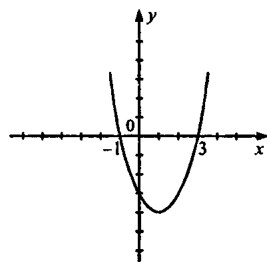
$$x = -2; x = 0$$

$$\text{г) } \begin{cases} y = (x-3)^2 - 3 \\ y = 2 - (x-4)^2 \end{cases}$$



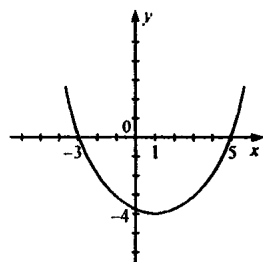
$$x = 2; x = 5.$$

$$\text{б) } x^2 - 2x - 3 \leq 0; (x-1)^2 - 4 \leq 0$$



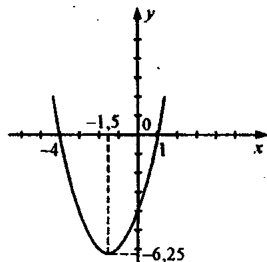
$$x \in [-1; 3]$$

в)



$$x \in [-3; 5]$$

$$г) x^2 + 3x - 4 < 0; (x + 1,5)^2 - 6,25 < 0$$



$$x \in (-4; 1)$$

$$20. а) x^2 + 4x + 4 > 0$$

$$(x + 2)^2 > 0$$

$$x \neq -2$$

$$б) 3x^2 - 6x + 5 > 0$$

$$3(x - 1)^2 + 2 > 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$в) -(x - 3)^2 \geq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$x = 3$$

$$г) 2x^2 - 4x + 7 < 0$$

$$2(x - 1)^2 + 5 < 0$$

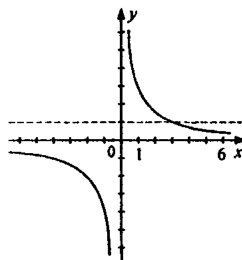
$$x \in \emptyset$$

22.

$$а) y_{\text{наиб}} = 3;$$

$$y_{\text{наим}} = \frac{1}{2}$$

$$б) y \in (0; 3)$$



$$21. а) 2x^2 - 8x + (5 - m) = 0; D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot (5 - m) = 8m + 24$$

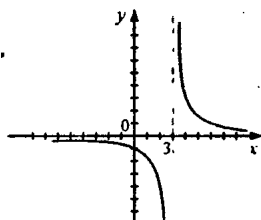
Если $D = 0$, т.е. при $m = -3$, то уравнение имеет 1 корень, при $m > -3$ — 2 корня; при $m < -3$ — нет корней.

$$б) -3x^2 - 12x = 7 - k = 0; 3x^2 + 12x + k + 7 = 0$$

$$D = 144 - 4 \cdot 3(k + 7) = 60 - 12k$$

$k = 5$ — 1 корень; $k < 5$ — 2 корня; $k > 5$ — нет корней.

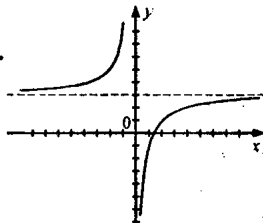
23.



$$а) (3; 0).$$

б) Функция убывает на $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

24.



$$а) x = 0; y = 3.$$

$$б) (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$$

25.

а) $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$;

$E(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

б) Возрастает на $D(y)$.

в) $(-3; -2)$.

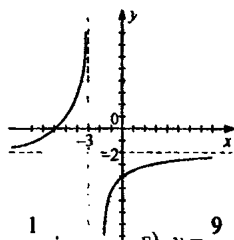
г) $x = -3; y = -2$

27. а) $y = -\frac{3}{x}$,

б) $y = \frac{4}{x}$,

в) $y = -\frac{1}{2x}$;

г) $y = \frac{9}{x}$



28. а) $\frac{10}{-3,9+4} = 100$ — принадлежит

б) $-(\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(-\sqrt{2}) + 15 = 15$ — принадлежит

в) $\frac{18}{0+15} \neq 1,2$ — не принадлежит; г) $\frac{(-\sqrt{7})^2}{7} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \neq 6$ — не принадлежит

29. а) $y_{\text{наим}} = -6$; $y_{\text{наиб}}$ не существует; б) $y_{\text{наим}} = 4$; $y_{\text{наиб}} = \frac{4}{3}$;

в) $y_{\text{наим}} = -10$; $y_{\text{наиб}} = -4$;

г) $y_{\text{наим}}$ не существует; $y_{\text{наиб}} = 0$.

30. а) $y = x^2 - 6x - 7 = (x - 3)^2 - 16$ — убывает на $(-\infty; 3]$ и возрастает на $[3; +\infty)$,

б) $y = -x^2 + 2x + 5 = -(x - 1)^2 + 6$ — убывает на $[1; +\infty)$ и возрастает на $(-\infty; 1]$

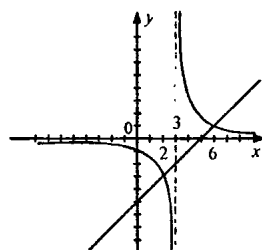
31. а) $y_{\text{наим}} = 1 - 6\sqrt{3}$; $y_{\text{наиб}} = 1 - 4\sqrt{3}$ б) $y_{\text{наим}} = 6\sqrt{6} - 9$; $y_{\text{наиб}} = 6\sqrt{5} - 7,5$

в) $y_{\text{наим}} = 2\sqrt{3} - 2$, $y_{\text{наиб}} = 4$

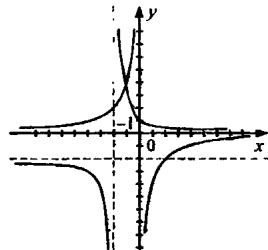
г) $y_{\text{наим}} = -5$; $y_{\text{наиб}} = 10 - 6\sqrt{6}$

32. а) $x = 2$; $x = 6$.

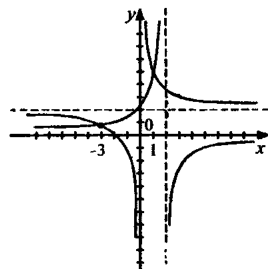
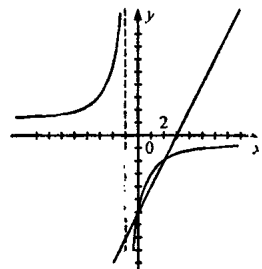
б) $x = -1$.



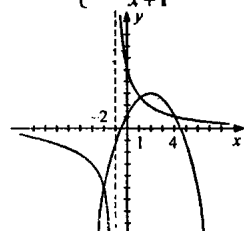
б) $y = 0$; $x = 2$



г) $x = -3$; $x = 1$

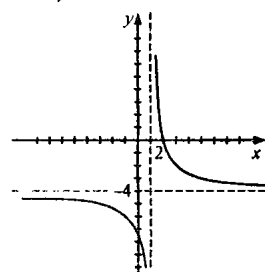


33. а)
$$\begin{cases} y = -0,5(x-2)^2 + 3 \\ y = \frac{5}{x+1} \end{cases}$$



$x = -2; x = 1; x = 4$

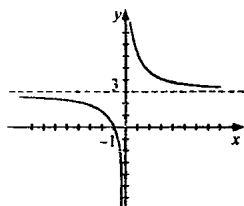
34. а)



$y = 0$ при $x = 2$; $y > 0$ при $x \in (1; 2)$

$y < 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

в)

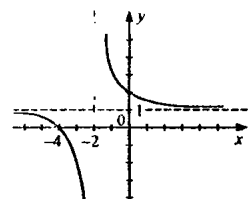


$y = 0$ при $x = -1$;

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$

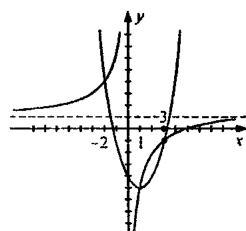
$y < 0$ при $x \in (-1; 0)$

35. а)



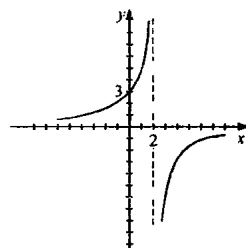
$x \in [-4; -2)$

б)



$x = -2; x = 1; x = 3$

б)

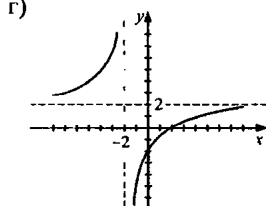


$y = 3$ при $x = 0$

$y < 3$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

$y > 3$ при $x \in (0; 2)$

г)

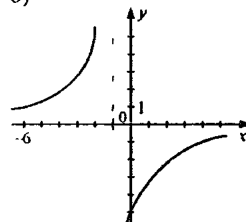


$y = -2$ при $x = 0$

$y > -2$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

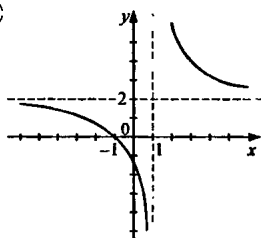
$y < -2$ при $x \in (-2; 0)$

б)



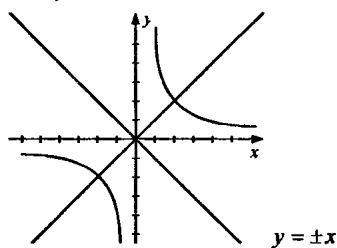
$x \in (-\infty; -6) \cup (-1; +\infty)$

B)

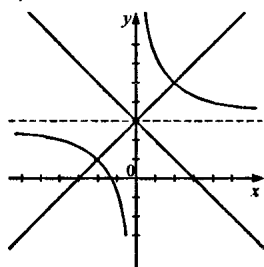


$$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

36. a)

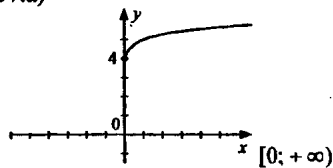


B)

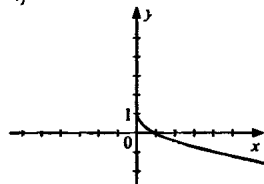


$$y = x + 3; y = 3 - x$$

37. a)

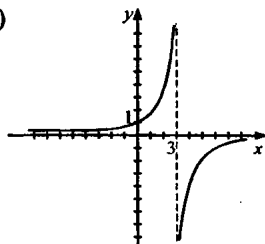


B)



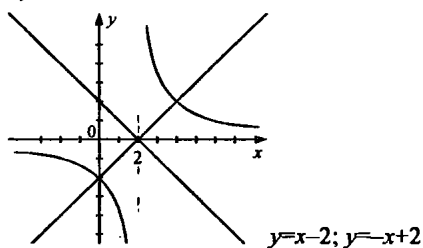
$$[0; +\infty)$$

r)

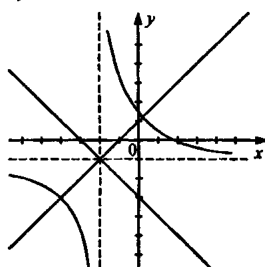


$$x \in [0; 3)$$

6)

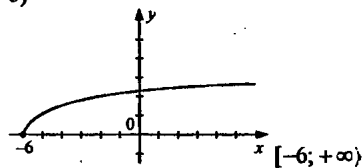


r)

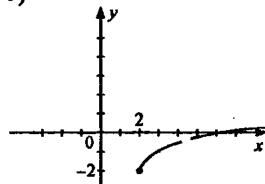


$$y = x + 1; y = -x - 3$$

6)

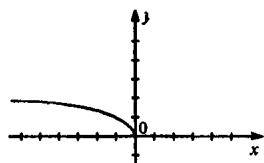


r)



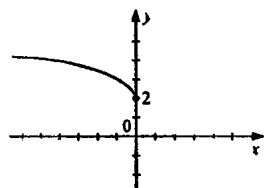
$$[2; +\infty)$$

38. а)



$(-\infty; 0]$

в)



$(-\infty; 0]$

39. а) $y_{\text{наим}} = -5$; $y_{\text{наиб.}}$ не существует

в) $y_{\text{наим.}} = 2$; $y_{\text{наиб.}}$ не существует

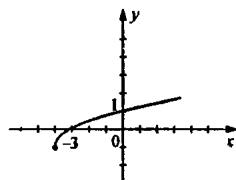
40.

а) $(-3; 0)$ и $(0; 1)$;

б) $y < 0$ при $x \in [-4; -3]$, $y > 0$ при $x > -3$;

в) $x \in [0; 12]$;

г) $[1; 2]$.



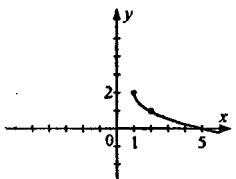
41.

а) $D(y) = [1; \infty)$, $E(y) = (-\infty; 2]$;

б) $[-1; 0]$;

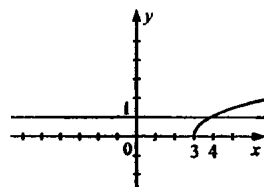
в) $x = 2$;

г) $x \in (5; +\infty)$.

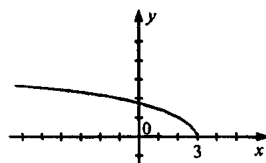


42.

а) $x = 4$

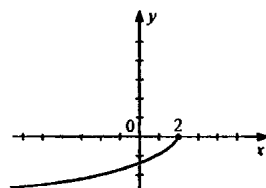


б)



$(-\infty; 3]$

г)

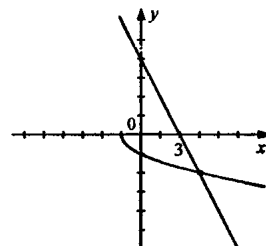


$(-\infty; 2]$

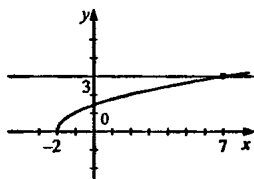
б) $y_{\text{наим.}} = -\sqrt{5}$; $y_{\text{наиб.}} = -\sqrt{2}$

г) $y_{\text{наим.}} = \sqrt{3} + 1$; $y_{\text{наиб.}} = \sqrt{6} + 1$

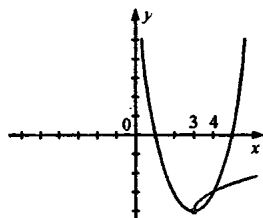
б) $x = 3$



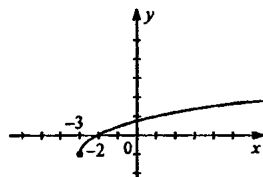
в) $x \sim 1$



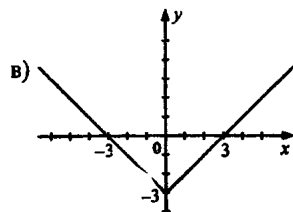
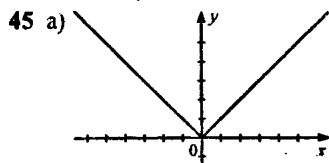
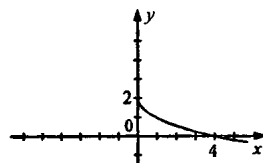
43. а) $x = 4$



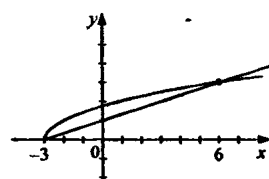
44. а) $y \geq 0$ при $x \in [-2; +\infty)$,
 $y < 0$ при $x \in [-3; -2)$.



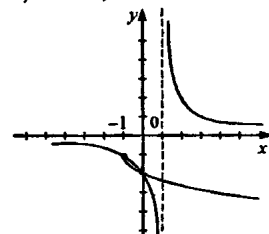
в) $y \geq 0$ при $x \in [0; 4]$,
 $y < 0$ при $x > 4$



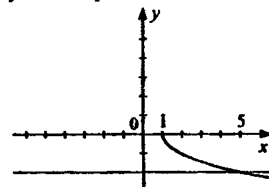
г) $x = -3; x = 6$



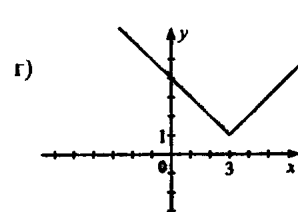
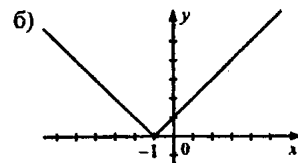
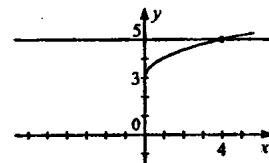
б) $x = -1; x = 0$



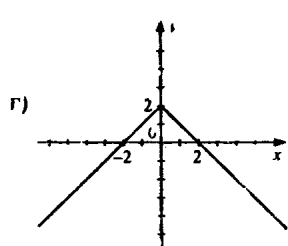
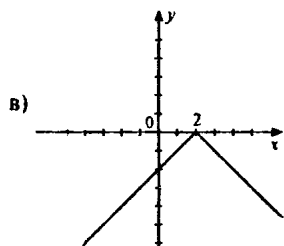
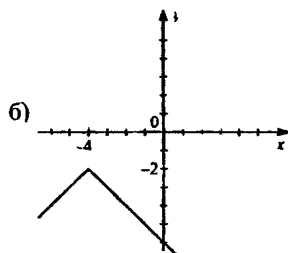
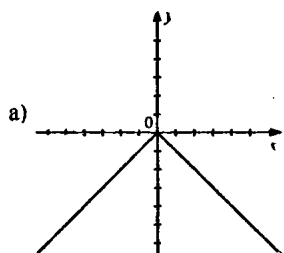
б) $y \geq -2$ при $x \in [1; 5]$,
 $y < -2$ при $x > 5$



г) $y \geq 5$ при $x \in [4; +\infty)$,
 $y < 5$ при $x \in [0; 4]$.

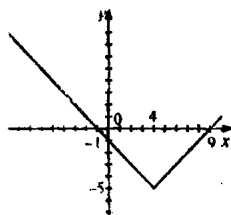


46.



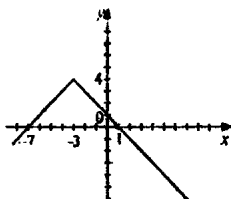
47.

а) -5;

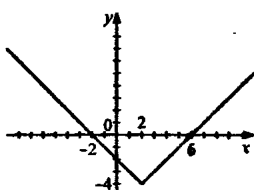
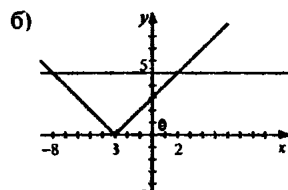
б) убывает при $x \in (-\infty; 4]$ и возрастает при $x \in [4; \infty)$ в) $x = -1$ и $x = 9$ г) $y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (9; +\infty)$ $y < 0$ при $x \in (-1; 9)$ 

48.

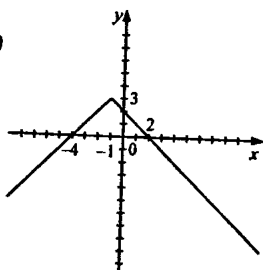
а) 4;

б) возрастает при $x \in (-\infty; -3)$,
убывает при $x \in [-3; \infty)$ в) $x = -7$ и $x = 1$ г) $y > 0$ при $x \in (-7; 1)$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$ 49. а) $y_{\text{наим.}} = 0$; $y_{\text{наиб.}} = \sqrt{2}$ в) $y_{\text{наиб.}} = 5$; $y_{\text{наим.}} = 5 - \sqrt{3}$ б) $y_{\text{наиб.}} = -(4 - \sqrt{2})$; $y_{\text{наим.}} =$ г) $y_{\text{наим.}} = -2$; $y_{\text{наиб.}} = \sqrt{5} - 4$

50. а)

 $x = -2$; $x = 6$  $x = -8$; $x = 2$

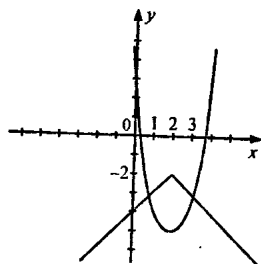
B)



$$x = -4; x = 2$$

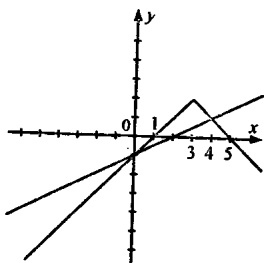
51.

$$a) \begin{cases} y = 2(x-2)^2 - 5 \\ y = -|x-2| - 2 \end{cases}$$



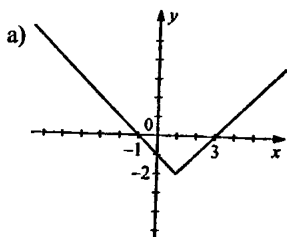
$$x = 1; x = 3$$

B)



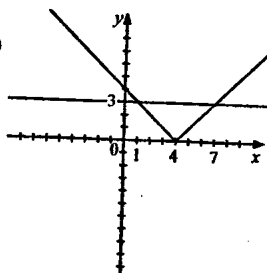
$$x = 0; x = 4$$

52.



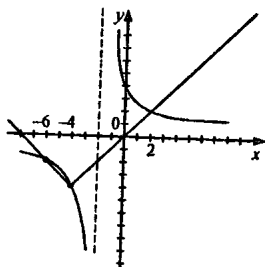
$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

Г)



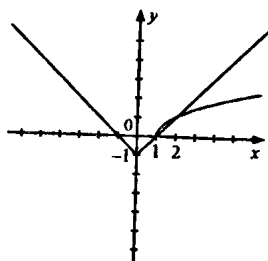
$$x = 1; x = 7.$$

6)



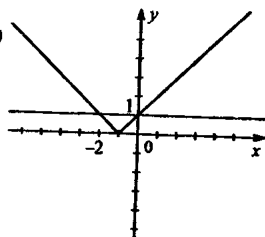
$$x = -6; x = -4; x = 2$$

r)



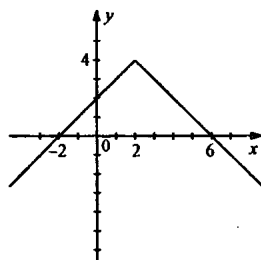
$$x = 1; x = 2$$

6)



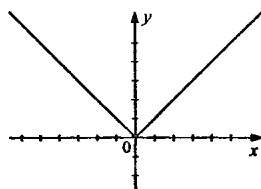
$$x \in (-2; 0)$$

в)

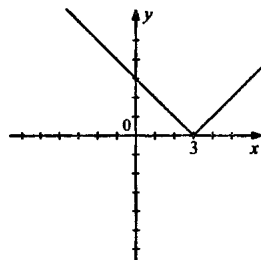


$$x \in (-2; 6)$$

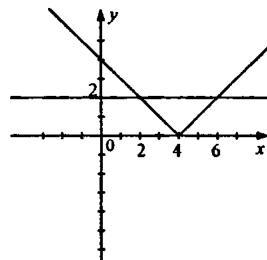
53. а)



б)

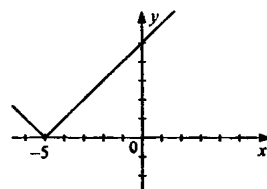


г)

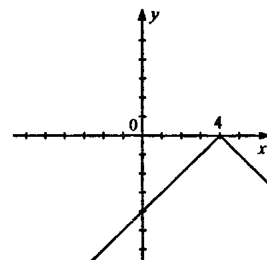


$$x \in (-\infty, 2] \cup [6, +\infty)$$

б)



г)



54. а) $f(0) = 5$; $f(-3) = 38$; $f(2t) = 12t^2 - 4t + 5$;

$f(x+2) = 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 5 = 3x^2 + 10x + 13$;

б) $f(1) = -2$; $f(-2) = -23$; $f(3x) = -36x^2 - 9x - 1$;

$f(x-1) = -4(x-1)^2 + 3(x-1) - 1 = -4x^2 + 11x - 8$

55. а) $f(1) = 0$; $f(8) = \sqrt{7}$; $f(0,5x) = \sqrt{0,5x-1}$; $f(x^2+1) = \sqrt{x^2} = |x|$;

б) $f(0) = 2$; $f(-2) = \sqrt{2}$;

$f(4x) = \sqrt{4x+4} = 2\sqrt{x+1}$; $f(x^2+4x) = \sqrt{x^2+4x+4} = |x+2|$.

56. а) $(x+2)^2 - 3(x+2) + 2 = (x-1)^2 - 3(x-1) + 2$

$(x+2)^2 - (x-1)^2 - 3(x+2-x+1) = 0$

$(x+2-x+1)(x+2+x-1) - 3 \cdot 3 = 0$

$3(2x+1) - 9 = 0$; $2x+1 = 3$; $x = 1$

б) $(x+1)^2 - 5(x+1) + 6 = (x-3)^2 - 5(x-3) + 6$

$x^2 + 2x + 1 - 5x - 5 = x^2 - 6x + 9 - 5x + 15$

$8x = 28$; $x = 3,5$

$$57. \text{ а) } \sqrt{x^2 - 2x - 1} = \sqrt{x + 3}, \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = x + 3 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 4 = 0 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-1; 4\}$$

$$\text{б) } \sqrt{x^2 - 5x + 4} = \sqrt{x - 1}, \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = x - 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 = 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{1; 5\}$$

$$58. \text{ а) } \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{3x^2 - 3x},$$

$$\frac{1}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{3x(x-1)} = 0, \frac{3x - (x+1)}{3x(x^2 - 1)} = 0, 3x - 1 = 0; x = 0,5$$

$$\text{б) } \frac{3}{x^2 - 2x + 1} = \frac{2}{x - 1}, \frac{3}{(x-1)^2} = \frac{2}{x-1}, 2 = 2(x-1); x = 2.$$

$$59. \text{ а) } (x+1)^2 - 8(x-1) - 9 < (x-2)^2 - 8(x-2) - 9;$$

$$x^2 + 2x + 1 - 8x - 8 < x^2 - 4x - 4 - 8x + 16; 6x - 27 < 0; 4x < 4,5$$

$$\text{б) } (x-4)^2 - 6(x-4) + 8 \geq (x+2)^2 - 6(x+2) + 8,$$

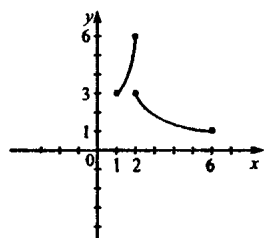
$$x^2 - 8x + 16 - 6x + 24 \geq x^2 + 4x + 4 - 6x - 12, -12x + 48 \geq 0, x \leq 4.$$

$$60. \text{ а) } (x+3)^2 + 7(x+3)^2 + 12 > 12. (x+3)(x+10) > 0; x \in (-\infty; -10) \cup (-3; +\infty)$$

$$\text{б) } (x-1)^2 - 4(x-1) + 3 \leq 0, x^2 - 6x + 8 \leq 0. (x-2)(x-4) \leq 0. x \in [2; 4],$$

$$61. \text{ а) } y(3) < y(1.72); \text{ б) } y(3 - \sqrt{2}) = y(3 + \sqrt{2}); \text{ в) } y(4) < y(3\sqrt{2}); \text{ г) } y(0,8) > y(5)$$

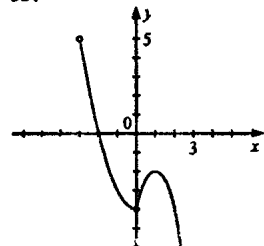
$$62. \text{ а) }$$



$$D(f) = [1; 6]; E(f) = [1, 6]$$

$$f(x) \uparrow \text{ на } [1, 2] \text{ и } \downarrow \text{ на } (2, 6]$$

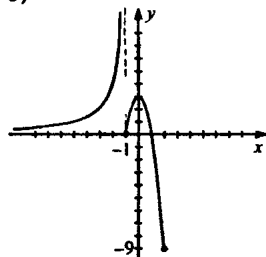
63.



$$\text{а) } f(-2) = 0; f(0) = -4; f(3) = -10$$

$$\text{б) } \text{А — да, В — нет, С — да.}$$

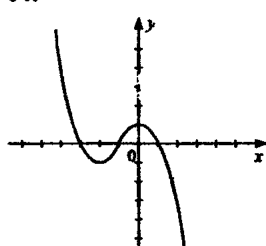
$$\text{б) }$$



$$D(f) = \mathbb{R}, E(f) = [-9; +\infty)$$

$$f(x) \uparrow \text{ на } (-\infty; 0) \text{ и } \downarrow \text{ на } [0; 2]$$

64.



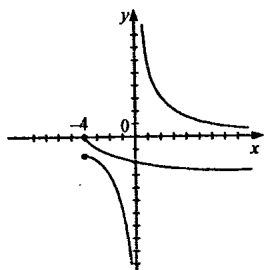
$$p \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \text{ — 1 корень}$$

$$p = \pm 1 \text{ — 2 корня}$$

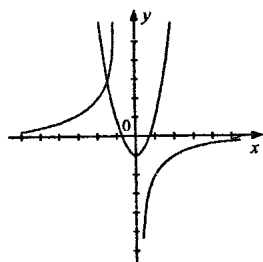
$$p \in (-1; 1) \text{ — 3 корня}$$

65. a) $y = \begin{cases} 2x^2, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$

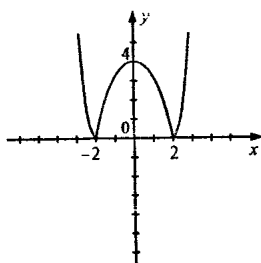
66. a)



б)



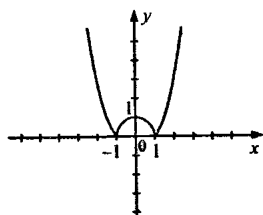
67. a)



$y = |x^2 - 4|$

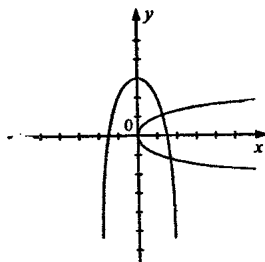
68.

a)

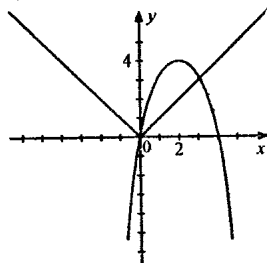


б) $y = \begin{cases} 1 - (x+1)^2, & -3 \leq x \leq 0 \\ \frac{4}{x}, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$

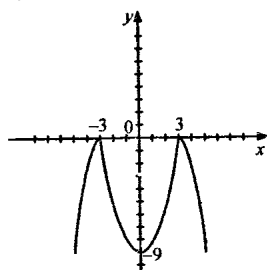
б)



г)

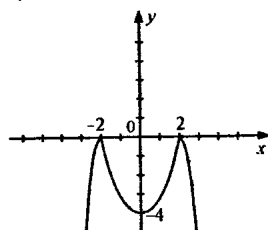


б)

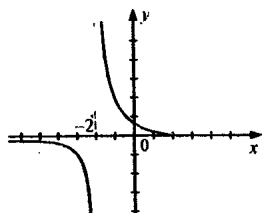


$y = -|x^2 - 9|$

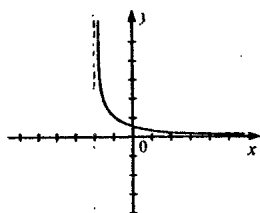
б)



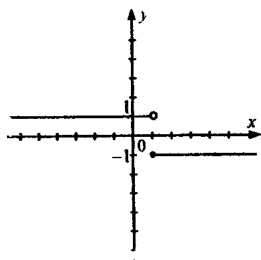
69. а)



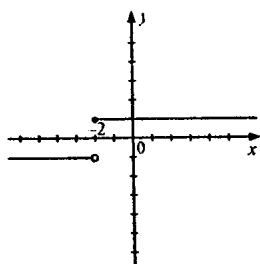
б)



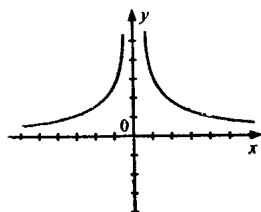
70. а)



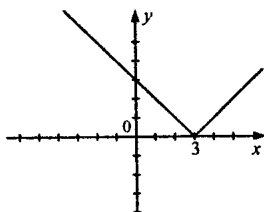
б)



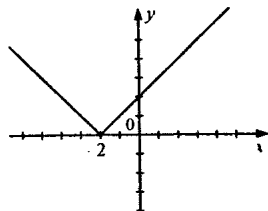
71. а)



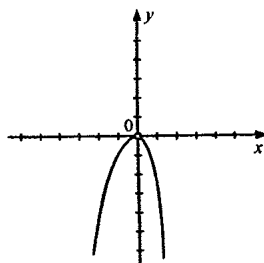
б)



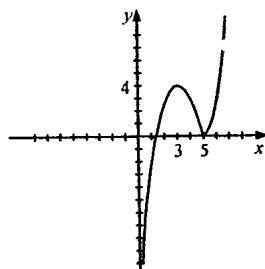
г)



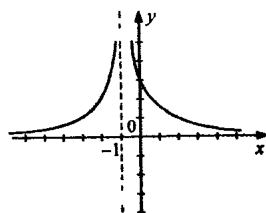
б)



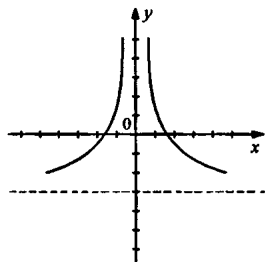
г)



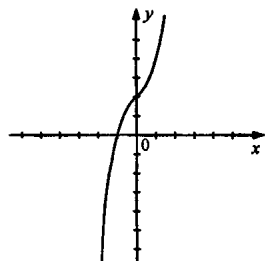
б)



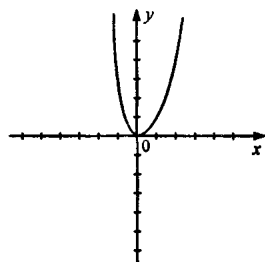
в)



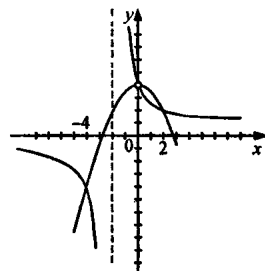
72. а)



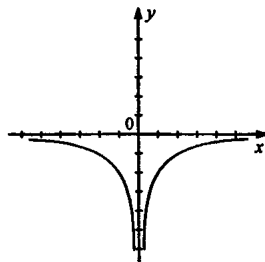
в)



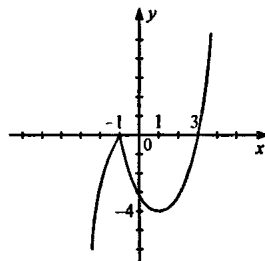
73. а) $\frac{8}{x+2} = 4 - 0,5x^2, x \neq 0$
 $x = -4; x = 2$



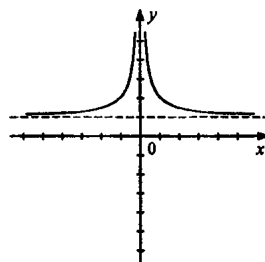
г)



б)



г)

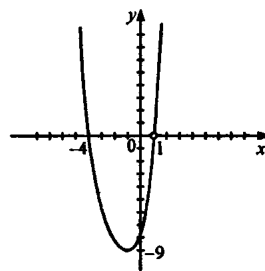


б) $2x - 4 + x^2 - 4 = 0, x \neq 2$

$x^2 + 2x - 8 = 0, x \neq 2$

$(x+1)^2 - 9 = 0$

$x = -4$



$$74. \text{ а) } x(x+6)=0; x_1=0; x_2=-6$$

$$\text{ в) } -x(x+12)=0; x_1=0; x_2=-12$$

$$75. \text{ а) } x^2=9; x=\pm 3$$

$$\text{ в) } x^2=4; x=\pm 2$$

$$\text{ б) } 3x^2+18x=0; x_1=0; x_2=-6$$

$$\text{ г) } 4x(x-7)=0; x_1=0; x_2=7$$

$$\text{ б) } x^2=3; x=\pm\sqrt{3}$$

$$\text{ г) } x^2=6; x=\pm\sqrt{6}$$

$$76. \text{ а) } x=0 \quad \text{ б) } x^2=-4 \text{ — нет корней} \quad \text{ в) } x=-\frac{4}{3} \quad \text{ г) } x^2=-10 \text{ — нет корней}$$

$$77. \text{ а) } D=169-4 \cdot 6 \cdot (-15)=529; x_{1,2}=\frac{13 \pm 23}{12}; x_1=3; x_2=-\frac{5}{6}$$

$$\text{ б) } D=27^2-4 \cdot (-5) \cdot 56=1849; x_{1,2}=\frac{27 \pm 43}{-10}; x_1=1,6; x_2=-7$$

$$\text{ в) } D=1600-4 \cdot 9 \cdot 16=32^2 \quad x_{1,2}=\frac{-40 \pm 32}{18}; x_1=-4; x_2=-\frac{4}{9}$$

$$\text{ г) } D=256-4 \cdot (-3) \cdot 75=1156 \quad x_{1,2}=\frac{-16 \pm 34}{-6}; x_1=\frac{25}{3}; x_2=-3.$$

$$78. \text{ а) } x^2-4x+1=0; D=16-4=12; x_{1,2}=\frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}=2 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{ б) } 4x^2-10x+5=0; D=100-4 \cdot 4 \cdot 5=20; x_{1,2}=\frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{8}=\frac{5 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$\text{ в) } D=36-4 \cdot 2=28; x_{1,2}=\frac{-6 \pm 2\sqrt{7}}{2}=-3 \pm \sqrt{7}$$

$$\text{ г) } D=36-4 \cdot (-5) \cdot 1=56; x_{1,2}=\frac{6 \pm 2\sqrt{14}}{-10}=-\frac{3 \pm \sqrt{14}}{5}$$

$$79. \text{ а) } (2x+7)^2=0; x=-\frac{7}{2} \quad \text{ б) } -(5x-8)^2=0; x=\frac{8}{5}$$

$$\text{ в) } 3x^2+24x+49=0; D=576-4 \cdot 3 \cdot 49 < 0; \text{ нет корней}$$

$$\text{ г) } D < 0 \Rightarrow \text{ нет корней}$$

$$80. \text{ а) } x^2-3x+2=-3x^2+7x+6+2; 4x^2-10x-6=0; 2x^2-5x-3=0;$$

$$D=25+4 \cdot 2 \cdot 3=49; x_{1,2}=\frac{5 \pm 7}{4}; x_1=-\frac{1}{2}; x_2=3$$

$$\text{ б) } 4x^2+13x-12=x^2+5x+4$$

$$3x^2+8x-16=0; D=64-4 \cdot 3 \cdot (-16)=256; x_{1,2}=\frac{-8 \pm 16}{6}; x=-4; x_2=\frac{4}{3}$$

$$\text{ в) } x^2+x+12=2x^2-8x-10$$

$$x^2-9x-22=0; D=81+4 \cdot 22=169; x_{1,2}=\frac{9 \pm 13}{2}; x_1=-2; x_2=11$$

$$\text{ г) } 19-2x^2+11x+6=x^2-6x+5; 3x^2-17x-20=0$$

$$D=289-4 \cdot 3 \cdot (-20)=529; x_{1,2}=\frac{17 \pm 23}{6}; x_1=-1; x_2=\frac{20}{3}$$

$$81. \text{ а) } 32(8x^2+x)=15-84 \quad 4(8x^2+x)=15; 32x^2+4x-15=0;$$

$$D=16+4 \cdot 15 \cdot 32=44^2; x_{1,2}=\frac{-4 \pm 44}{64}; x_1=-\frac{3}{4}; x_2=\frac{5}{8}$$

$$\text{ б) } 3(2x^2-3x)+2(9x+2)=3-2x^2 \quad 8x^2+9x+1=0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 8 = 49; x_{1,2} = \frac{-9 \pm 7}{16}; x_1 = -1; x_2 = -\frac{1}{8}$$

$$в) 5(10x^2 - 3x) = 7 \cdot 2; 50x^2 - 15x - 14 = 0$$

$$D = 225 + 4 \cdot 14 \cdot 50 = 3025; x_{1,2} = \frac{15 \pm 55}{100}; x_1 = 0,7; x_2 = -0,4$$

$$г) 7x + 15 - 2(6x^2 + 1) = 6(3 - 6x^2); 24x^2 + 7x - 5 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 5 \cdot 24 = 529; x_{1,2} = \frac{-7 \pm 23}{48}; x_1 = -\frac{5}{8}; x_2 = \frac{1}{3}$$

$$82. \begin{cases} a = b + 4 \\ ab = 96 \end{cases}$$

$$b(b + 4) = 96; b^2 + 4b - 96 = 0;$$

$$D = 16 + 4 \cdot 96 = 400; b_{1,2} = \frac{-4 \pm 20}{2}; b = 8 \quad a = 12$$

$$83. a^2 = 3a(a - 8) + 544 \quad 2a^2 - 24a + 54 = 0; a^2 - 12a + 27 = 0; a_1 = 3, a_2 = 9$$

Так как $a - 8 > 0$, то $a = 9$.

$$84. \begin{cases} 2a + 2b = 80 \\ ab = 175 \end{cases}$$

$$a(40 - a) = 175; a^2 - 40a + 175 = 0;$$

$$D = 1600 - 4 \cdot 175 = 900; a_{1,2} = \frac{40 \pm 30}{2}; a_1 = 5; b_1 = 35; a_2 = 35; b_2 = 5$$

Ответ: 5 м.; 35 м.

$$85. x^2 + (x + 7)^2 = 17^2; 2x^2 + 14x - 240 = 0; x^2 + 7x - 120 = 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot (-120) = 529; x_{1,2} = \frac{-7 \pm 23}{2}; x = 8; x + 7 = 15$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60 \text{ (см}^2\text{)}. \text{ Ответ: } 60 \text{ см}^2.$$

$$86. x^2 = (x - 2)^2 + (x - 16)^2; x^2 - 36x + 260 = 0$$

$$D = 1296 - 1040 = 256 \quad x_{1,2} = \frac{36 \pm 16}{2}; x = 26 \text{ (так как } x > 16)$$

$$x - 2 = 24; x - 16 = 10$$

$$87. (4x - 2)^2 - (3x + 2)^2 = 35$$

$$7x^2 - 28x - 35 = 0; x^2 - 4x - 5 = 0; x = 5; 3x = 15; 4x = 20$$

$$88. \begin{cases} a + b + 20 = 48 \\ a^2 + b^2 = 400 \end{cases}$$

$$a^2 + (28 - a)^2 = 400; 2a^2 - 56a + 384 = 0; a^2 - 28a + 192 = 0$$

$$D = 784 - 4 \cdot 192 = 16; a_{1,2} = \frac{28 \pm 4}{2}$$

$$a_1 = 12; b_1 = 16;$$

$$a_2 = 16; b_2 = 12$$

Ответ: 12 см; 16 см; 20 см.

$$89. \begin{cases} 2a + 2b = 92 \\ a^2 + b^2 = 34^2 \end{cases}$$

$$a^2 + (46 - a)^2 = 34^2$$

$$2a^2 - 92a + 2116 - 1156 = 0; 2a^2 - 92a + 960 = 0; a^2 - 46a + 480 = 0$$

$$D = 2116 - 4 \cdot 480 = 196; a_{1,2} = \frac{46 \pm 14}{2}$$

$$a_1 = 16; b_1 = 30;$$

$$a_2 = 30; b_2 = 16$$

$$S = ab = 480 \text{ см}^2$$

$$90. \text{ Координаты вершины: } (5; 5^2 - 10 \cdot 5 + c) = (5; c - 25).$$

Расстояние от вершины до начала координат:

$$\sqrt{5^2 + (c - 25)^2} = 13; (c - 25)^2 = 144; c - 25 = \pm 12; c = 13 \text{ или } c = 37$$

$$91. \text{ Координаты вершины: } \left(-\frac{6}{2a}; a \cdot \left(-\frac{3}{a} \right)^2 + 6 \cdot \left(-\frac{3}{a} \right) - 5 \right) = \left(-\frac{3}{a}; -5 - \frac{9}{a} \right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{3}{a} \right)^2 + \left(\frac{9}{a} + 5 \right)^2} = 5, t = \frac{1}{a}$$

$$9t^2 + (9t + 5)^2 = 25; 9t^2 + 81t^2 + 90t + 25 = 25; 90t^2 + 90t = 0; t(t + 1) = 0;$$

$$t = 0; t = -1, a = -1$$

$$92. \text{ а) } f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$93) = 9a + 3b + c = -2; f(0) = c = 4; f(2) = 4a + 2b + c = -4$$

$$\begin{cases} 9a + 3b + 4 = -2 \\ 4a + 2b + 4 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 3b = -6 \\ 4a + 2b = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = -2 \\ 2a + b = -4 \end{cases}$$

$$a = 2; b = -8; y = 2x^2 - 8x + 4$$

$$6) \begin{cases} 2^2 + 2p + q = -3 \\ (-3)^2 - 3p + q = 7 \end{cases}$$

$$5p - 5 = -10; p = -1; q = -5; y = x^2 - x - 5$$

$$93. \text{ а) } t = x^2 \geq 0; t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot (-8) = 36; t_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2}; t = 4; x^2 = 4; x = \pm 2$$

$$6) t = x^2 \geq 0; 2t^2 - 19t + 9 = 0$$

$$D = 19^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 289; t_{1,2} = \frac{19 \pm 17}{4}; t_1 = \frac{1}{2}; t_2 = 9;$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, x = \pm 3$$

$$6) t = x^2 \geq 0; t^2 - 11t + 18 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 18 = 49; t_{1,2} = \frac{11 \pm 7}{2}; t_1 = 2; t_2 = 9;$$

$$x = \pm \sqrt{2}, x = \pm 3$$

$$7) t = x^2 \geq 0; 3t^2 - 13t + 4 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 121; t_{1,2} = \frac{13 \pm 11}{6}; t = \frac{1}{3}; t_2 = 4$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, x = \pm 2$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, x = \pm 2$$

$$94. a) t = x^2 + 3 \geq 3; t^2 - 7t + 12 = 0$$

$$t_1 = 3; t_2 = 4$$

$$x^2 = 0 \quad x^2 = 1$$

$$x = 0 \quad x = \pm 1$$

$$b) t = 6x - x^2; 3t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 = 4; t_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6}; t_1 = 1; t_2 = \frac{1}{3}$$

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$x^2 - 6x + \frac{1}{3} = 0$$

$$D = 36 - 4 = 32$$

$$D = 36 - \frac{4}{3} = \frac{104}{3} = 4 \cdot \frac{26}{3}$$

$$x = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$b) t = x^2 - 1 \geq -1; 2t^2 - 13t - 24 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot (-24) = 361; t_{1,2} = \frac{13 \pm 19}{4}; t = 8$$

$$x^2 - 1 = 8; x^2 = 9; x = \pm 3$$

$$r) t = x^2 - 4x + 4t^2 + 9t + 20 = 0; t_1 = -4, t_2 = -5$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x = 2$$

$$D < 0 \Rightarrow \text{корней нет.}$$

$$95. a) x^2 + 5x - 36 = 0$$

$$b) x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{9} = 0$$

$$b) x^2 + 10x - 21 = 0$$

$$r) x^2 - \frac{29}{30}x + \frac{1}{9} = 0$$

$$96. a) x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$b) x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0$$

$$b) x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$r) x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{5}{18} = 0$$

$$97. a) \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} = \frac{3(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)}{-2} = -1$$

$$b) x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = (-1)^3 - 3 \cdot (-5) \cdot (-1) = -16$$

$$98. a) x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 = b^3 - 12 = 13 \Rightarrow b = \pm 5$$

$$b) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-1}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -2$$

$$99. a) \begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 - x_2 = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_2 = 5x_1 \end{cases}$$

$$x_1 = 7; x_2 = 4$$

$$x_1 = 1; x_2 = 5$$

$$q = -x_1 x_2 = -28$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{3} = 5$$

$$c = 15$$

$$100. a) x_1 x_2 = 4m^2 - 45m - 8 = 28; 4m^2 - 45m - 36 = 0$$

$$D = 2025 + 4 \cdot 4 \cdot 36 = 2601; m_{1,2} = \frac{45 \pm 51}{8}; m_1 = 12; m_2 = -\frac{3}{4}$$

$$D = (m-1)^2 - (4m^2 - 45m - 8) = 41m + 9 \geq 0; m \geq -\frac{9}{41}. \text{ Ответ: } m = 12.$$

$$b) x_1 + x_2 = 3m^2 + 16m - 8 = 44 \quad 3m^2 + 16m - 12 = 0$$

$$D = 256 + 4 \cdot 3 \cdot 12 = 400; m_{1,2} = \frac{-16 \pm 20}{6}; m_1 = \frac{2}{3}; m_2 = -6$$

$$\text{При } m = \frac{2}{3}: x^2 + 4x + 9\frac{2}{3} = 0; D < 0$$

$$m = -6: x^2 + 4x + 3 = 0 \quad D > 0. \text{ Ответ: } m = -6.$$

$$101. a) x^2 + 22x - 23 = (x-1)(x+23)$$

$$b) -3x^2 - 8x + 3 = -3\left(x^2 + \frac{8}{3}x - 1\right) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+3) = (x+3)(1-3x)$$

$$в) -x^2 + 18x - 77 = -(x-7)(x-11)$$

$$г) 7x^2 + 9x + 2 = 7(x+1)\left(x + \frac{2}{7}\right) = (7x+2)(x+1)$$

$$102. a) \frac{x^2 + 2x - 63}{49 - x^2} = \frac{(x-7)(x+9)}{(7-x)(7+x)} = -\frac{x+9}{x+7};$$

$$б) \frac{6x^2 + x}{6x^2 - 17x - 3} = \frac{x(6x+1)}{(6x+1)(x-3)} = \frac{x}{x-3};$$

$$в) \frac{8x - x^2}{x^2 - 3x - 40} = \frac{x(8-x)}{(x-8)(x+5)} = -\frac{x}{x+5};$$

$$г) \frac{5x^2 - 12x + 4}{25x^2 - 4} = \frac{(5x-2)(x-2)}{(5x-2)(5x+2)} = \frac{x-2}{5x+2}.$$

$$103. a) \frac{4-a}{a} + \frac{a}{4+a} = \frac{(4-a)(4+a) + a^2}{a(4+a)} = \frac{16}{a(4+a)};$$

$$б) \frac{2-c}{2+c} - \frac{2+c}{2-c} = \frac{(2-c)^2 - (2+c)^2}{4-c^2} = -\frac{8c}{4-c^2};$$

$$в) \frac{1+x}{x} - \frac{x+2}{1+x} = \frac{(1+x)^2 - x(x+2)}{x(1+x)} = \frac{1}{x(1+x)};$$

$$г) \frac{3}{3+y} + \frac{y}{3-y} = \frac{3(3-y) + y(3+y)}{9-y^2} = \frac{y^2+9}{9-y^2}.$$

$$104. a) \frac{4a}{a^2-1} + \frac{a-1}{a+1} = \frac{4a + (a-1)^2}{a^2-1} = \frac{(a+1)^2}{(a-1)(a+1)} = \frac{a+1}{a-1};$$

$$б) \frac{2b-5}{b^2-5b} + \frac{1}{5-b} = \frac{2b-5-b}{b^2-5b} = \frac{b-5}{b(b-5)} = \frac{1}{b};$$

$$в) \frac{12x}{x^2-9} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{12x + (x-3)^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+3}{x-3};$$

$$\Gamma) \frac{m+2}{3m^2-3m} \cdot \frac{1}{m-1} = \frac{m+2-3m}{3m(m-1)} = -\frac{2(m-1)}{3m(m-1)} = -\frac{2}{3m}.$$

$$105. \text{ a) } \frac{x^2-9}{2x+x^2} \cdot \frac{x^2-4}{5x+15} = \frac{(x-3)(x+3)}{x(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{5(x+3)} = \frac{(x-3)(x-2)}{5x};$$

$$\text{б) } \frac{4y^2}{(y-2)^2} \cdot \frac{y-2}{y} = \frac{4y}{y-2};$$

$$\text{в) } \frac{x(1-x)}{(5-x)(5+x)} \cdot \frac{2(x+5)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{2x}{(x+1)(5-x)};$$

$$\Gamma) \frac{a}{a+6} \cdot \frac{(a+6)^2}{6a^2} = \frac{a+6}{6a}.$$

$$106. \text{ a) } (5a-b)^2 \cdot \frac{5b}{(5a-b)(5a+b)} = (5a+b) \cdot 5b = 25ab + 5b^2;$$

$$\text{б) } \frac{4ax+4a^2+x^2}{3x} : (2a^2+ax) = \frac{(x+2a)^2}{3x} \cdot \frac{1}{a(x+2a)} = \frac{x+2a}{3ax};$$

$$\text{в) } \frac{8b}{(b-4)(b+4)} \cdot (b-4)^2 = \frac{8b(b-4)}{b+4};$$

$$\Gamma) y(3x-y) \cdot \frac{3y}{(y-3x)(y+3x)} = -\frac{3y^2}{y+3x}.$$

$$107. \text{ a) } \left(\frac{b}{b-3} - \frac{b}{b+3} - \frac{b^2+9}{9-b^2} \right) \cdot \frac{(3-b)^2}{3b+b^2} =$$

$$= \frac{b(b+3)-b(b-3)+b^2+9}{b^2-9} \cdot \frac{(3-b)^2}{b(b+3)} = \frac{(b+3)^2}{(b-3)(b+3)} \cdot \frac{(3-b)^2}{b(b+3)} = \frac{b-3}{b};$$

$$\text{б) } \frac{y^2+5y}{(y-5)^2} : \left(\frac{5(y-5)+y^2+25+5(y+5)}{y^2-25} \right) = \frac{y(y+5)}{(y-5)^2} \cdot \frac{(y-5)(y+5)}{(y+5)^2} = \frac{y}{y-5};$$

$$108. \text{ a) } \frac{x+40}{x(x^2-16)} : \left(\frac{x-4}{3(x+4)\left(x-\frac{1}{3}\right)} + \frac{16}{(x-4)(x+4)} \right) =$$

$$= \frac{x+40}{x(x-4)(x+4)} \cdot \frac{(3x-1)(x+4)(x-4)}{(x-4)^2+48\left(x-\frac{1}{3}\right)} = \frac{(x+40)(3x-1)}{x(x+40)} = \frac{3x-1}{x^2};$$

$$\text{б) } \frac{y(y-1)(y+1)}{y-4} \cdot \left(\frac{y-1}{(2y+1)(y+1)} - \frac{1}{(y-1)(y+1)} \right) =$$

$$= \frac{y(y-1)(y+1)}{y-4} \cdot \frac{(y-1)^2-(2y+1)}{(2y+1)(y-1)(y+1)} = \frac{y}{2y+1} \cdot \frac{y(y-4)}{y-4} = \frac{y^2}{2y+1}.$$

$$109. \text{ a) } \left(\frac{1}{2(1-2m)} + \frac{m+1}{(2m-1)(4m^2+2m+1)} \cdot \frac{4m^2+2m+1}{1+2m} \right) : \frac{1}{4m-2} =$$

$$= \left(\frac{1}{2(1-2m)} + \frac{m+1}{(2m-1)(2m+1)} \right) \cdot (4m-2) = \frac{2(m+1)-(2m+1)}{2(2m+1)(2m-1)} \cdot (4m-2) = \frac{1}{2m+1};$$

$$6) \frac{2+6p}{p} \cdot \left(\frac{1}{2(1-3p)} + \frac{1}{(3p-1)(9p^2+3p+1)} \cdot \frac{9p^2+3p+1}{1+3p} \right) =$$

$$= \frac{2(1+3p)}{p} \cdot \frac{2-(3p+1)}{2(3p-1)(3p+1)} = -\frac{1}{p}.$$

$$110. a) \frac{c+5}{c^2-64} : \left(\frac{4}{c+8} - \frac{12}{(c+8)^2} \right) + \frac{4}{8-c} =$$

$$= \frac{c+5}{(c-8)(c+8)} \cdot \frac{(c+8)^2}{4(c+8)-12} + \frac{4}{8-c} = \frac{(c+5)(c+8)}{4(c-8)(c+5)} + \frac{4}{8-c} =$$

$$= \frac{c+8}{4(c-8)} - \frac{4}{c-8} = \frac{c+8-16}{4(c-8)} = \frac{1}{4} \text{ — не зависит от } c.$$

$$6) \left(\frac{4}{x-7} + \frac{14}{(x-7)^2} \right) \cdot \frac{(x-7)(x+7)}{2x-7} - \frac{7(x-3)}{x-7} =$$

$$= \frac{4x-14}{(x-7)^2} \cdot \frac{(x-7)(x+7)}{(2x-7)} - \frac{7(x-3)}{x-7} = \frac{2(x+7)}{x-7} - \frac{7(x-3)}{x-7} = \frac{-5x+35}{x-7} = -5$$

зависит от x .

$$111. a) \frac{7x+12}{x^2+x} = \frac{7(x+1)+5x^2}{x^2+x}$$

$$\frac{5x^2+7x+7-7x-12}{x(x+1)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2-5=0 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

$$6) \frac{x}{x+5} - \frac{x+5}{5-x} = \frac{50}{x^2-25}; \frac{x(x-5)+(x+5)^2}{x^2-25} = \frac{50}{x^2-25}$$

$$\frac{2x^2+5x+25-50}{x^2-25} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+5x-25=0 \\ x \neq \pm 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2,5 \\ x=-5 \\ x \neq \pm 5 \end{cases} \Leftrightarrow x=2,5$$

$$b) \frac{x(x+2)-5(x-2)}{x^2-4} = \frac{10-x}{x^2-4} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+10=10-x \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2-2x=0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow x=0$$

$$r) \frac{3(x-3)-6}{x^2-3x} + \frac{3x-7}{x-3} = 0$$

$$\frac{3x-15+(3x-7)x}{x^2 \cdot 3x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-4x-15=0 \\ x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{5}{3} \\ x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3}$$

$$112. a) 6 + (13 - 7x)(x - 3) - 3(x - 1) = 0, x \neq 1, x \neq 3$$

$$6 + 13x - 39 - 7x^2 + 21x - 3x + 3 = 0$$

$$-7x^2 + 31x - 30 = 0; 7x^2 - 31x + 30 = 0$$

$$D = 961 - 28 \cdot 30 = 121;$$

$$x_{1,2} = \frac{31 \pm 11}{14}; x_1 = \frac{10}{7}; x_2 = 3 \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = \frac{10}{7}.$$

$$б) 8 - (1 - 3x)(x - 4) - 4(x - 2) = 0, x \neq 2, x \neq 4$$

$$8 - (x - 4 - 3x^2 + 12x) - 4x + 8 = 0; 3x^2 - 17x + 20 = 0$$

$$D = 289 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 49; x_{1,2} = \frac{17 \pm 7}{6}, x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = 4 \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5}{3}.$$

$$113. a) 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9; x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4}; x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 2$$

$$б) 3x^2 - 2 - x = 0; 3x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25; x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{6}; x_1 = -\frac{2}{3}; x_2 = 1$$

$$в) 3x^2 + 10x + 3 = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64; x_{1,2} = \frac{-10 \pm 8}{6}; x_1 = -3; x_2 = -\frac{1}{3}$$

$$г) 4x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 121; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 11}{8}; x_1 = -2; x_2 = \frac{3}{4}.$$

$$114. a) t = x^2 - 2x - 2$$

$$\frac{3}{t} - (t + 2) = 0; 3 - t^2 - 2t = 0, t \neq 0$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$t_1 = 1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1; x_2 = 3$$

$$t_2 = -3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x_3 = 1$$

$$б) t = \frac{x}{x^2 - 2}$$

$$t + \frac{6}{t} = 7; t^2 - 7t + 6 = 0$$

$$\frac{x}{x^2 - 2} = 1$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1; x_2 = 2$$

$$\frac{x}{x^2 - 2} = 6$$

$$6x^2 - x - 12 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 \cdot 12 = 289$$

$$x_{3,4} = \frac{1 \pm 17}{12}; x_3 = -\frac{4}{3}; x_4 = \frac{3}{2}$$

$$b) t = \frac{1}{x^2 - 4x}; 1 - 15t^2 = 2t; 15t^2 + 2t - 1 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 15 = 64$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}$$

$$t_2 = \frac{1}{5}$$

$$x^2 - 4x = -3$$

$$x^2 - 4x = 5$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = 3$$

$$x_3 = -1; x_4 = 5$$

$$r) t = \frac{x-3}{x^2+10x+27}; t + \frac{1}{t} = -2$$

$$t = -1$$

$$x-3 = -x^2 - 10x - 27; x^2 + 11x + 24 = 0; x_1 = -8; x_2 = -3$$

115. Пусть скорость течения реки равна v км/ч.

$$\frac{54}{v+12} + \frac{6}{12} = \frac{21}{v}; \frac{18}{v+12} + \frac{1}{6} - \frac{7}{v} = 0$$

$$6 \cdot 18 \cdot v + v(v+12) - 7 \cdot 6(v+12) = 0$$

$$v^2 + 78v - 504 = 0$$

$$D = 6084 + 4 \cdot 504 = 8100; v_{1,2} = \frac{-78 \pm 80}{2}; v = 6. \text{ Ответ: } 6 \text{ км/ч.}$$

$$116. \frac{8}{v-2} + \frac{30}{v+2} = \frac{36}{v}; \frac{8(v+2) + 30(v-2)}{v^2-4} = \frac{36}{v}$$

$$v(38v-44) = 361(v^2-4); 2v^2-44v+4 \cdot 36 = 0; v^2-22v+72 = 0$$

$$D = 484 - 4 \cdot 72 = 196; v_{1,2} = \frac{22 \pm 14}{2}; v_1 = 4; v_2 = 18$$

$$117. \frac{24}{v} + \frac{6}{v-3} = 2\frac{2}{3}$$

$$\frac{24(v-3) + 6v}{v^2-3v} = \frac{8}{3}; 3(30v-72) = 8(v^2-3v); 8v^2-114v+3 \cdot 72 = 0;$$

$$4v^2-57v+108 = 0$$

$$D = 3249 - 16 \cdot 108 = 1521; v = \frac{57 \pm 39}{8}; v > 3 \Rightarrow v = 12.$$

$$118. \frac{120}{v} = \frac{120}{v+20} + \frac{1}{15}; \frac{120}{v} - \frac{120}{v+20} = \frac{1}{15}; \frac{2400}{v(v+20)} = \frac{1}{15}$$

$$t = v + 10$$

$$t^2 - 100 = 2400 \cdot 15; t^2 = 100(1 + 24 \cdot 15) = 100 \cdot 361; t = 10 \cdot 19 = 190; v = 180$$

$$119. \frac{10}{v} = \frac{10}{v+0,2} + 2,5; \frac{10(v+0,2) - 10v}{v(v+0,2)} = 2,5; 2 = 2,5v^2 + 0,5v;$$

$$5v^2 + v - 4 = 0; D = 814; v_{1,2} = \frac{-1 \pm 9}{20}; v = 0,8; v + 0,2 = 1$$

120. Автомобиль проехал 60 километров на 32 минуты быстрее автобуса:

$$\frac{60}{v} = \frac{60}{v+40} + \frac{8}{15}; \frac{60(v+40) - 60v}{v(v+40)} = \frac{8}{15};$$

$$t = v + 20$$

$$8(t^2 - 400) = 15 \cdot 2400; t^2 - 400 = 4500; t = 70; v = 50; v + 40 = 90$$

121. Грузовой автомобиль проехал 20 километров на 10 минут быстрее

$$\text{автобуса: } \frac{20}{v} = \frac{20}{v+20} + \frac{1}{6}, \quad \frac{20(v+20)-20v}{v(v+20)} = \frac{1}{6}$$

$$t = v + 10$$

$$t^2 - 100 = 6 \cdot 400; t^2 = 2500; t = 50; v = 40; v + 20 = 60$$

$$122. \text{ а) } 2^{-3} \cdot 2^5 \cdot (2^{-2})^4 = 2^{-3} \cdot 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-6} = \frac{1}{64};$$

$$\text{б) } \frac{3^3 \cdot 9^{-3}}{(3^4)^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 3^{-6}}{3^{-8}} = 3^5 = 243;$$

$$\text{в) } (5^{-1})^4 \cdot 5^9 \cdot 5^{-2} = 5^{-4} \cdot 5^9 \cdot 5^{-2} = 5^3 = 125;$$

$$\text{г) } \frac{(7^{-2})^3 \cdot 7^{-7}}{49^{-6}} = \frac{7^{-6} \cdot 7^{-7}}{7^{-12}} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$$

$$123. \text{ а) } \frac{5^{-4} \cdot 5^6 \cdot 3^6}{3^{10}} = \frac{5^2}{3^4} = \frac{25}{81};$$

$$\text{б) } \frac{4^3 \cdot 14^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7} = \frac{2^6 \cdot 2^{-3} \cdot 7^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7} = \frac{7^2}{2^4} = \frac{49}{16};$$

$$\text{в) } \frac{3^5 \cdot 3^{-6} \cdot 2^{-6}}{2^{-12}} = 3^{-1} \cdot 2^6 = \frac{64}{3};$$

$$\text{г) } \frac{2^{-9} \cdot 2^5 \cdot 5^5}{5^6 \cdot 2^{-2}} = 2^{-2} \cdot 5^{-1} = \frac{1}{20}.$$

$$124. \text{ а) } \frac{m^6 (m^{-2})^5}{m^{-3} \cdot m^7} = \frac{m^6 \cdot m^{-10}}{m^4} = m^{-8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} = 2^8 = 251;$$

$$\text{б) } \frac{a^{-3} b^{-5} (a^2 b)^{-1}}{(a^{-3})^2 b^{-4}} = \frac{a^{-3} b^{-5} a^{-2} b^{-1}}{a^{-6} b^{-4}} = ab^{-2} = 15 \cdot 5^{-2} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5};$$

$$\text{в) } \frac{n^{-5} \cdot (n^{-1})^{-9}}{n^{-4} \cdot n^{10}} = \frac{n^{-5} \cdot n^9}{n^6} = n^{-2} = 10^{-2} = \frac{1}{100};$$

$$\text{г) } \frac{(cd^3)^{-2} c^{-8}}{(c^{-5})^2 (d^{-3})^3} = \frac{c^{-2} d^{-6} c^{-1}}{c^{-10} d^{-9}} = \frac{c^{-10} d^{-6}}{c^{-10} d^{-9}} = d^3 = 27.$$

$$125. \text{ а) } \left(\frac{x}{(x-1)^2} - \frac{x+2}{(x-1)(x+2)} \right) \cdot \frac{1}{(2x-2)^{-2}} = \frac{x-(x-1)}{(x-1)^2} \cdot 4(x-1)^2 = 4;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \left(\frac{y+2}{(y-3)(y+2)} - \frac{y}{(y-3)^2} \right)^{-1} : (3y-9)^2 = \\ & = \left(\frac{y-3-y}{(y-3)^2} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{9(y-3)^2} = \frac{(y-3)^2}{-3} \cdot \frac{1}{9(y-3)^2} = -\frac{1}{27}. \end{aligned}$$

$$126. \text{ а) } x + 4 = 9; x = 5$$

$$\text{б) } \frac{x+7}{x+2} = 9; x+7 = 9x+18; 8x = -11; x = -\frac{11}{8}$$

$$\text{в) } 3x - 1 = 8; 3x = 9; x = 3$$

$$r) \frac{2x-8}{6-x} = 4; 2x-8 = 24-4x; 6x = 32; x = 5\frac{1}{3}$$

$$127. a) \sqrt{x^2-5x} = 6; x^2-5x = 36; x^2-5x-36 = 0;$$

$$D = 25 + 4 \cdot 36 = 169; x_{1,2} = \frac{5 \pm 13}{2}; x_1 = -4; x_2 = 9$$

$$6) x^2 - 5x + 5 = 1; x^2 - 5x + 4 = 0; x_1 = 1; x_2 = 4$$

$$b) x^2 + 6x = 16; x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 16 = 100; x_{1,2} = \frac{-6 \pm 40}{2}; x_1 = -8; x_2 = 2$$

$$r) x^2 + 5x + 2 = 16; x^2 + 5x - 14 = 0;$$

$$D = 25 - 4 \cdot (-14) = 81; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{2}; x_1 = -7; x_2 = 2$$

$$128. a) \sqrt{x} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = (2-x)^2 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \Leftrightarrow x = 1; \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$6) \sqrt{7-x} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 7-x = (x-1)^2 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 = 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \Leftrightarrow x = 3; \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$b) \sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \Leftrightarrow x = 2; \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$r) \sqrt{12-x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} 12-x = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 \Leftrightarrow x = 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$129. a) 2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 1$$

$$4(x-1) - 4\sqrt{(x-1)(x+4)} + x+4 = 1; 4\sqrt{(x-1)(x+4)} = 5x-1;$$

$$16(x^2 + 3x - 4) = 25x^2 - 10x + 1; 9x^2 - 58x + 65 = 0$$

$$D = 3364 - 4 \cdot 9 \cdot 65 = 1024; x_{1,2} = \frac{58 \pm 32}{18}; x_1 = 5; x_2 = \frac{13}{9}$$

$$6) x+3-2\sqrt{(x+3)(2x-1)}+2x-1=3x-2$$

$$2\sqrt{(x+3)(x-1)} = 4; (x+3)(2x-1) = 4; 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 81; x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{4}; x = 1 \text{ (т.к. } x \geq \frac{1}{2} \text{)}$$

$$b) x+6-4\sqrt{(x+6)(x-2)}+4(x-2)=1$$

$$4\sqrt{(x+6)(x-2)} = 5x-3; 16(x^2+4x-12) = 25x^2-30x+9; 9x^2-94x+201=0$$

$$D = 8836 - 4 \cdot 9 \cdot 201 = 1600; x_{1,2} = \frac{94 \pm 40}{18}; x_1 = 3; x_2 = \frac{67}{9}$$

$$r) x+1-2\sqrt{(x+1)(x-2)}+(x-2)=2x-5$$

$$2\sqrt{(x+1)(x-2)} = 4; (x+1)(x-2) = 4; x^2 - x - 6 = 0; x = 3 \text{ (т.к. } x \geq 2 \text{)}.$$

$$130. a) \sqrt{2x^2 + 8x + 7} = x + 2$$

$$2x^2 + 8x + 7 = x^2 + 4x + 4; x^2 + 4x + 3 = 0; x_1 = -1; x_2 = -3; x \geq -2 \Rightarrow x = -1$$

$$b) \sqrt{2x^2 - 7x + 5} = 1 - x$$

$$2x^2 - 7x + 5 = 1 - 2x + x^2; x^2 - 5x + 4 = 0; x_1 = 1; x_2 = 4; x \leq 1 \Rightarrow x = 1$$

$$b) \sqrt{2x^2 + 8x + 1} = x + 3$$

$$2x^2 + 8x + 1 = x^2 + 6x + 9; x^2 + 2x - 8 = 0; x_1 = 2; x_2 = -4; x \geq -3 \Rightarrow x = 2$$

$$r) \sqrt{2x^2 - 8x + 1} = 3 - x$$

$$2x^2 - 8x + 1 = 9 - 6x + x^2; x^2 - 2x - 8 = 0; x_1 = 4; x_2 = -2; x \leq 3 \Rightarrow x = -2$$

$$131. a) t = \sqrt{x^2 + 2x} \geq 0$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0; t = 3; x^2 + 2x = 9; x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot (-9) = 40; x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{10}$$

$$b) t = \sqrt{x^2 + 6x} \geq 0$$

$$t^2 - 10t + 24 = 0$$

$$t_1 = 4$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 16 = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{2}$$

$$x_1 = -8; x_2 = 2$$

$$t_2 = 6$$

$$x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 36 = 5 \cdot 36$$

$$x_{3,4} = \frac{-6 \pm 6\sqrt{5}}{2} = -3 \pm 3\sqrt{5}$$

$$132. a) t = \sqrt{2-x} + 3 \geq 3$$

$$t - 3 + \frac{4}{t} = 2; t^2 - 3t + 4 - 2t = 0; t^2 - 5t + 4 = 0; t = 4$$

$$\sqrt{2-x} = 1; 2-x = 1; x = 1$$

$$b) t = \sqrt{x+1} + 1 \geq 1$$

$$\frac{3}{t} + 2(t-1) = 5; 3 + 2t^2 - 2t - 5t = 0; 2t^2 - 7t + 3 = 0; t = 3$$

$$\sqrt{x+1} = 2; x = 3$$

$$133. a) t = \sqrt{x^2 - x - 1} \geq 0$$

$$10t - \frac{3}{t} = 7; 10t^2 - 3 = 7t; 10t^2 - 7t - 3 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 169; t_{1,2} = \frac{7 \pm 13}{20}$$

$$t = 1$$

$$x^2 - x - 1 = 1; x^2 - x - 2 = 0; x_1 = -1; x_2 = 2$$

$$b) t = \sqrt{x^2 - 9x + 23} \geq 0$$

$$2t - 5 = \frac{3}{t}; 2t^2 - 5t - 3 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49; t_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4}; t = 3$$

$$x^2 - 9x + 23 = 9; x^2 - 9x + 14 = 0; x_1 = 2; x_2 = 7$$

$$134. a) \frac{1}{7-4\sqrt{3}} - \frac{1}{7+4\sqrt{3}} = \frac{14}{49-48}; 14 > \sqrt{192}$$

$$b) 3+2\sqrt{2}\sqrt{7}+\sqrt{10}$$

$$9+12\sqrt{2}+8\sqrt{7}+2\sqrt{70}+10; 12\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{70}; 6\sqrt{2}\sqrt{70};$$

$$72 > 70 \Rightarrow 3+2\sqrt{2} > \sqrt{7}+\sqrt{10}$$

$$b) \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} = \frac{14}{50-49} = 14 < \sqrt{198}$$

$$r) 20+12\sqrt{5}+9\sqrt{10}+2\sqrt{190}+19$$

$$6\sqrt{5}\sqrt{190} \quad 180 < 190 \Rightarrow 2\sqrt{5}+3 < \sqrt{10}+\sqrt{19}$$

$$135. a) \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}+4} + \frac{4\sqrt{m}}{(\sqrt{m}-4)(\sqrt{m}+4)} = \frac{\sqrt{m}(\sqrt{m}-4)+4\sqrt{m}}{m-16} =$$

$$= \frac{m}{m-16} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{16}{9}-16} = \frac{16}{16-9 \cdot 16} = -\frac{1}{8}$$

$$b) \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-5} - \frac{5\sqrt{n}}{n-25} = \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+5)-5\sqrt{n}}{n-25} = \frac{n}{n-25} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{25}{4}-25} = -\frac{1}{3}$$

$$136. a) \left(\sqrt{x} + \frac{3-x}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{1-x} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{1-x}{\sqrt{x}+3} = 1 - \sqrt{x};$$

$$b) (2+\sqrt{b}) \left(\frac{b-\sqrt{b}}{\sqrt{b}-1} - 2\sqrt{b} + 2 \right) = (2+\sqrt{b})(2-\sqrt{b}) = 4-b;$$

$$b) \left(\frac{6-y}{1+\sqrt{y}} + \sqrt{y} \right) : \frac{6+\sqrt{y}}{y-1} = \frac{6-y+y+\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}} \cdot \frac{y-1}{6+\sqrt{y}} = \sqrt{y}-1;$$

$$r) (1+2\sqrt{a}-\sqrt{a})(1-\sqrt{a}) = 1-a$$

$$137. a) \left(\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x} \right) : \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = (\sqrt{x}+1)^2 : (\sqrt{x}+1) = \sqrt{x}+1.$$

$$b) \frac{1+\sqrt{a}}{1-a} \cdot (1-\sqrt{a})^2 = \frac{1}{1-\sqrt{a}} \cdot (1-\sqrt{a})^2 = 1-\sqrt{a}.$$

$$138. a) (\sqrt{x}-2)^{-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{x-4} = \frac{1}{\sqrt{x}-2} : \frac{1}{\sqrt{x}-2} = 1;$$

$$b) (\sqrt{x}+1)^{-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = (\sqrt{x}+1)^{-1} (\sqrt{x}+1) = 1.$$

$$139. a) |3\sqrt{2}-2\sqrt{5}|+3\sqrt{2}=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}=2\sqrt{5};$$

$$b) |2-\sqrt{7}|+|2-\sqrt{7}|=\sqrt{7}-2+3-\sqrt{7}=1,$$

$$b) |2\sqrt{15} - 3\sqrt{7}| - 3\sqrt{7} = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{15} - 3\sqrt{7} = -2\sqrt{15};$$

$$r) |\sqrt{10} - 3| + |\sqrt{10} - 4| = \sqrt{10} - 3 + 4 - \sqrt{10} = 1.$$

$$140. a) x^2 - 5x - 6 = 0, x \geq 0; x_1 = 6; x_2 = -14 \quad x = 6$$

$$6) x^2 + |x + 1| - 3 = 0$$

$$1) x \geq -1$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1$$

$$2) x < -1$$

$$x^2 - x - 4 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-4) = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$b) x^2 + x - 3 - 9 = 0, x \geq 3$$

$$x^2 + x - 12 = 0, x \geq 3 \quad x_1 = 3; x_2 = -4; x = 3$$

$$r) x^2 + |x - 3| - 9 = 0$$

$$141. a) 2x < -7; x < -\frac{7}{2}$$

$$6) 3x \leq -1; x \leq -\frac{1}{3}$$

$$b) 5x > -5; x > -1$$

$$r) 2x \geq -2; x \geq -1$$

$$142. a) 5(x - 2) \geq 4(3x - 5); 7x \leq 10; x \leq \frac{10}{7}$$

$$6) 2(3 - 2x) \leq 3(2x + 7); 10x \geq -15; x \geq -1,5$$

$$b) 3(2 + x) > 2(3x - 1); 3x < 8; x < \frac{8}{3}$$

$$r) 2x \geq -2; x \geq -1.$$

$$143. a) x^2 - 9 > x^2 + 5x - 4; 5x < -5; x < -1$$

$$6) x^2 + 8x + 16 \leq x^2 + 6x + 10; 2x \leq -6; x \leq -3$$

$$b) 9 - 4x^2 \leq 10 - 4x^2 + 5x; 5x \geq -1; x \geq -\frac{1}{5}$$

$$r) 1 - 6x + 9x^2 > 9x^2 + 3x - 8; 9x < 9; x < 1$$

$$144. a) D = 20 - 4q < 0; 4q > 20; q > 5$$

Наименьшее целое $q = 6$.

$$6) D = 49 - 4q \geq 0; q \leq \frac{49}{4}$$

Наибольшее целое $q = 12$.

$$145. a) D = 36 + 12a > 0; a > -3$$

$$6) D = 25 - 60a < 0; a > \frac{5}{12}$$

$$146. a) \frac{3-p}{4} - \frac{5-2p}{18} < 0; 9(3-p) - 2(5-2p) < 0; 17-5p < 0; p > \frac{17}{5}$$

Наименьшее целое $p = 4$.

$$6) \frac{5-2k}{4} + \frac{9+2k}{6} > 0; 3(5-2k) + 2(9+2k) > 0; 33-2k > 0; k < \frac{33}{2}$$

Наибольшее целое $q = 16$.

$$147. \text{ а) } (x+1)(x+2) < 0; x \in (-2; -1);$$

$$\text{б) } x^2 + x - 12 \geq 0; (x-3)(x+4) \geq 0; x \in (-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$$

$$\text{в) } (x-3)(x+4) > 0; x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$$

$$\text{г) } x^2 - 3x - 4 \leq 0; (x+1)(x-4) \leq 0; x \in [-1; 4]$$

$$148. \text{ а) } 2x^2 - 9x + 4 \geq 0; 2(x-4)\left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 0; x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [4; +\infty)$$

$$\text{б) } 9x^2 + 8x - 1 < 0; 9(x+1)\left(x - \frac{1}{9}\right) < 0; x \in \left(-1; \frac{1}{9}\right)$$

$$\text{в) } 3(x-1)\left(x - \frac{1}{3}\right) \leq 0; x \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]$$

$$\text{г) } 2x^2 - x - 1 > 0; 2(x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right) > 0; x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$$

$$149. \text{ а) } (x-9)(x+4) \leq 0; x \in [-9; 9]$$

$$\text{б) } x^2 + 4x < 0; x(x+4) < 0; x \in (-4; 0)$$

$$\text{в) } (x-11)(x+11) \geq 0; x \in (-\infty; -11] \cup [11; +\infty)$$

$$\text{г) } x(x-2) < 0; x \in (0; 2)$$

$$150. \text{ а) } (2x-3)^2 > 0; x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

$$\text{б) } 2x^2 - x + 1 < 0; D = 1 - 4 \cdot 2 < 0 \Rightarrow \text{решений нет.}$$

$$\text{в) } (3x-1)^2 \leq 0; x = \frac{1}{3}$$

$$\text{г) } D = 4 - 4 \cdot 5 < 0 \Rightarrow \text{решений нет}$$

$$151. \text{ а) } x \geq \frac{9}{4};$$

$$\text{б) } x < \frac{5}{7}; \text{ в) } x \leq \frac{1}{3}; \text{ г) } x > -\frac{3}{5}$$

$$152. \text{ а) } x(x-3) \geq 0; x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$$

$$\text{б) } 12 - 3x^2 > 0; x^2 - 4 < 0; x \in (-2; 2)$$

$$\text{в) } 36 - x^2 \geq 0; x \in [-6; 6]; \text{ г) } 4x(x-2) > 0; x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$

$$153. \text{ а) } x^2 - 8x + 15 \geq 0; (x-5)(x-3) \geq 0; x \in (-\infty; 3] \cup [5; +\infty)$$

$$\text{б) } -x^2 + 9x - 20 > 0; x^2 - 9x + 20 < 0; (x-4)(x-5) < 0; x \in (4; 5)$$

$$\text{в) } x^2 + 7x + 12 > 0; (x+3)(x+4) > 0; x \in (-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$$

$$\text{г) } x^2 + 11x + 28 \leq 0; (x+4)(x+7) \leq 0; x \in [-7; -4]$$

$$154. \text{ а) } (x+4)^2 > 0; x \in (-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$$

$$\text{б) } x^2 - 2x + 3 < 0; D = 4 - 4 \cdot 3 < 0$$

$$\text{в) } x^2 + 6x + 10 \geq 0; D = 36 - 4 \cdot 10 < 0 \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\text{г) } x^2 - 2x + 1 \geq 0; (x-1)^2 \geq 0; x \in (-\infty; +\infty).$$

$$155. \text{ а) } \begin{cases} 3-5x-2x^2 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+5x-3 \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+3) \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-3; 0) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right];$$

6)

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 14 \geq 0 \\ x \neq -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+2)\left(x-\frac{7}{2}\right) \geq 0 \\ x \neq -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; -2\right] \cup \left[\frac{7}{2}; +\infty\right)$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x^2 + 5x - 2 \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+2)\left(x-\frac{1}{3}\right) \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-2; 0) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right]$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x^2 - 4x - 15 \geq 0 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x-3)\left(x+\frac{5}{3}\right) \geq 0 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right] \cup \left[3; \frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$$

156. а) $x \geq -4$

$$\text{б) } 10x^2 - 3x - 1 > 0; 10\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right) > 0; x \in \left(-\infty; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

$$\text{в) } 3x - 18 > 0; x > 6$$

$$\text{г) } x^2 - 3x - 10 \leq 0; (x-5)(x+2) \leq 0; x \in [-2; 5]$$

$$157. \text{ а) } D = k^2 - 4 \cdot 5 \cdot 5 > 0; k^2 - 100 > 0; k \in (-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$$

$$\text{б) } D = 4k^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-(k-6)) = 4k^2 + 12k - 72 \geq 0$$

$$k^2 + 3k - 18 \geq 0; (k-3)(k+6) \geq 0; k \in (-\infty; -6] \cup [3; +\infty)$$

$$\text{в) } D = 4k^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 < 0; k^2 - 36 < 0; k \in (-6; 6)$$

$$\text{г) } D = k^2 - 4 \cdot 2(k+6) \leq 0; k^2 - 8k - 48 \leq 0; (k-12)(k+4) \leq 0; k \in [-4; 12]$$

$$158. \text{ а) } a(a+3) > 70; a^2 + 3a - 70 > 0; (a-7)(a+10) > 0;$$

$$a \in (-\infty; -10) \cup (7; +\infty)$$

Итак, меньшая сторона прямоугольника больше 7 см

$$\text{б) } \frac{1}{2}(a-5)a > 25; a^2 - 5a - 50 > 0; (a-10)(a+5) > 0; a > 10$$

Итак, больший катет треугольника больше 10 см.

Учебно-методическое издание

**Бачурин Владимир Евгеньевич
Мымрин Вячеслав Валерьевич**

Домашняя работа по алгебре за 8 класс

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.000454.01.09 от 27.01.2009 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лаппо*
Дизайн обложки *И.Р. Захаркина*
Компьютерная верстка *Е.Ю. Лысова, Д.А. Ярош*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный)**