
АЛГЕБРА

Решение упражнений к учебнику

Ш. А. Алимова и др.



$$1. \quad 1) \quad \begin{array}{r|l} x^2 - 2x - 35 & x - 7 \\ x^2 - 7x & x + 5 \\ \hline 5x - 35 & \\ 5x - 35 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_1(x) = x + 5; Q_1(x) = x - 7; P_2(x) = x^2 - 2x - 35.$$

Проверяем результат:

$$M_1(x)Q_1(x) = (x + 5)(x - 7) = x^2 - 2x - 35 = P_2(x). \text{ Ответ: } x + 5.$$

$$2) \quad \begin{array}{r|l} -4x^2 - x + 5 & 4x + 5 \\ -4x^2 - 5x & -x + 1 \\ \hline 4x + 5 & \\ 4x + 5 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_1(x) = -x + 1; Q_1(x) = 4x + 5; P_2(x) = -4x^2 - x + 5.$$

Проверяем результат:

$$M_1(x)Q_1(x) = (-x + 1)(4x + 5) = -4x^2 - x + 5 = P_2(x).$$

Ответ: $-x + 1$.

$$3) \quad \begin{array}{r|l} 6x^2 + 7x - 3 & 2x + 3 \\ 6x^2 + 9x & 3x - 1 \\ \hline -2x - 3 & \\ -2x - 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_1(x) = 3x - 1; Q_1(x) = 2x + 3; P_2(x) = 6x^2 + 7x - 3.$$

Проверяем результат:

$$M_1(x)Q_1(x) = 6x^2 + 7x - 3 = P_2(x).$$

Ответ: $3x - 1$.

$$4) \quad \begin{array}{r|l} 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1 & 3x - 1 \\ 6x^3 - 2x^2 & 2x^2 + 3x - 1 \\ \hline 9x^2 - 6x & \\ 9x^2 - 3x & \\ \hline -3x + 1 & \\ -3x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = 2x^2 + 3x - 1; Q_1(x) = 3x - 1; P_3(x) = 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1.$$

Проверяем результат:

$$M_2(x)Q_1(x) = 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1 = P_3(x).$$

Ответ: $2x^2 + 3x - 1$.

$$5) \quad \begin{array}{r|l} 6x^3 + 11x^2 - 1 & 2x^2 + 3x - 1 \\ 6x^3 + 9x^2 - 3x & 3x + 1 \\ \hline 2x^2 + 3x - 1 & \\ 2x^2 + 3x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_1(x) = 3x + 1; Q_2(x) = 2x^2 + 3x - 1; P_3(x) = 6x^3 + 11x^2 - 1.$$

Проверяем результат:

$$M_1(x)Q_2(x) = 6x^3 + 11x^2 - 1 = P_3(x).$$

Ответ: $3x + 1$.

$$6) \quad \begin{array}{r|l} 15x^3 - x^2 + 8x - 4 & 3x^2 + x + 2 \\ 15x^3 + 5x^2 + 10x & 5x - 2 \\ \hline -6x^2 - 2x - 4 & \\ -6x^2 - 2x - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_1(x) = 5x - 2; Q_2(x) = 3x^2 + x + 2; P_3(x) = 15x^3 - x^2 + 8x - 4.$$

Проверяем результат:

$$M_1(x)Q_2(x) = 15x^3 - x^2 + 8x - 4 = P_3(x).$$

Ответ: $5x - 2$.

$$2. \quad 1) \quad \begin{array}{r|l} 6x^4 + x^3 - 6x^2 + 1 & 2x^2 + x - 1 \\ 6x^4 + 3x^3 - 3x^2 & 3x^2 - x - 1 \\ \hline -2x^3 - 3x^2 & \\ -2x^3 - x^2 + x & \\ \hline -2x^2 - x + 1 & \\ -2x^2 - x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: $3x^2 - x - 1$.

$$2) \quad \begin{array}{r|l} 9x^4 - 7x^2 + 6x - 2 & 3x^2 - 2x + 1 \\ 9x^4 - 6x^3 + 3x^2 & 3x^2 + 2x - 2 \\ \hline 6x^3 - 10x^2 + 6x & \\ 6x^3 + 4x^2 + 2x & \\ \hline -6x^2 + 4x - 2 & \\ -6x^2 + 4x - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: $3x^2 + 2x - 2$.

$$3) \quad \begin{array}{r|l} 15x^5 + 6x^4 - 20x^2 - 8x & 3x^3 - 4 \\ 15x^5 & 5x^3 + 2x \\ \hline 6x^4 & -8x \\ 6x^4 & -8x \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: $5x^2 + 2x$.

$$4) \quad \begin{array}{r|l} 12x^5 - 9x^4 + 8x^2 - 6x & 4x^2 - 3x \\ 12x^5 - 9x^4 & 3x^3 + 2 \\ \hline 8x^2 - 6x & \\ 8x^2 - 6x & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: $3x^3 + 2$.

3. $P_n(x) = M_m(x)Q_k(x) + R_l(x)$; $m = n - k$, $l < k$

1) $n = 2$, $k = 1$, значит, $m = 1$; $l = 0$ ($0 < 1$); $P_2(x) = M_1(x)Q_1(x) + R_0(x)$;

2) $n = 2$, $k = 1$, значит, $m = 1$; $l = 0$ ($0 < 1$); $P_2(x) = M_1(x)Q_1(x) + R_0(x)$;

3) $n = 3$, $k = 1$, значит, $m = 2$; $l = 0$ ($0 < 1$); $P_3(x) = M_2(x)Q_1(x) + R_0(x)$;

4) $n = 3$, $k = 2$, значит, $m = 1$; $l = 1$ ($1 < 2$); $P_3(x) = M_1(x)Q_2(x) + R_1(x)$.

$$\begin{array}{r} 4. \quad 1) \quad \frac{3x^3 + 4x^2}{3x^3 + 2x^2} \Bigg| \frac{3x + 2}{x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}} \\ \underline{2x^2} \\ 2x^2 + \frac{4}{3}x \\ \underline{-\frac{4}{3}x} \\ -\frac{4}{3}x - \frac{8}{9} \\ \underline{-\frac{4}{3}x - \frac{8}{9}} \\ \frac{8}{9} \end{array}$$

$$M(x) = x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}, \quad R(x) = \frac{8}{9};$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \frac{x^3 - 3x^2}{x^3 + \frac{5}{2}x} \Bigg| \frac{2x^2 + 5}{\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}} \\ \underline{-3x^2 - \frac{5}{2}x} \\ -3x^2 - \frac{15}{2} \\ \underline{-\frac{5}{2}x + \frac{15}{2}} \end{array}$$

$$M(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}, \quad R(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{15}{2};$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \frac{3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - x + 7}{3x^4 + 6x^3 - 12x^2} \Bigg| \frac{x^3 + 2x^2 - 4x}{10x^2 - x + 7} \\ \underline{10x^2 - x + 7} \end{array}$$

$$M(x) = 3x, \quad R(x) = 10x^2 - x + 7;$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \frac{2x^4 + 3x^3 - x}{2x^4 + 2x^3 + 2x^2} \Bigg| \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 + x - 3} \\ \underline{x^3 - 2x^2 - x} \\ x^3 + x^2 + x \\ \underline{-3x^2 - 2x} \\ -3x^2 - 3x - 3 \\ \underline{x + 3} \end{array}$$

$$M(x) = 2x^2 + x - 3, \quad R(x) = x + 3.$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad 1) \quad \frac{x^5 + 1}{x^5 + x^4} \Bigg| \frac{x + 1}{x^4 - x^3 + x^2 - x + 1} \\ \underline{-x^4} \\ -x^4 - x^3 \\ \underline{-x^3} \\ x^3 + x^2 \\ \underline{-x^2} \\ -x^2 - x \\ \underline{-x^2 - x} \\ x + 1 \\ \underline{x + 1} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{Ответ: } x^4 - x^3 + x^2 - x + 1.$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \frac{x^6 - 1}{x^6 - x^5} \Bigg| \frac{x - 1}{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} \\ \underline{x^5} \\ x^5 - x^4 \\ \underline{x^4} \\ x^4 - x^3 \\ \underline{x^3} \\ x^3 - x^2 \\ \underline{x^2} \\ x^2 - x \\ \underline{x - 1} \\ x - 1 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\text{Ответ: } x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \frac{3x^5 - 10x^3 - 7}{3x^5 + 2x^3} \Bigg| \frac{3x^2 + 2}{x^3 - 4x} \\ \underline{-12x^3} \\ -12x^3 - 8x \\ \underline{-12x^3 - 8x} \\ 8x - 7 \end{array}$$

$$\text{Ответ: частное } x^3 - 4x, \text{ остаток } 8x - 7.$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \frac{6x^6 + x^4 + x}{6x^6 - 9x^4} \Bigg| \frac{2x^4 - 3x^2}{3x^2 + 5} \\ \underline{10x^4 + x} \\ 10x^4 - 15x^2 \\ \underline{15x^2 + x} \end{array}$$

$$\text{Ответ: частное } 3x^2 + 5, \text{ остаток } 15x^2 + x.$$

$$\begin{array}{r}
 6. \quad 1) \quad \begin{array}{l} 8x^5 + 2x^4 - 10x^3 - 15x^2 \quad \left| \begin{array}{l} 4x^2 - 5 \\ 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3\frac{1}{8} \end{array} \right. \\ \hline 8x^5 - 10x^3 \\ \hline 2x^4 - 15x^2 \\ \hline 2x^4 - \frac{5}{2}x^2 \\ \hline -12,5x^2 \\ \hline -12,5x^2 + \frac{125}{8} \\ \hline -\frac{125}{8} \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: нацело не делится.

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \begin{array}{l} x^6 - 4x^4 + 6x \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x \\ x^4 + 2x^3 \end{array} \right. \\ \hline x^6 - 2x^5 \\ \hline 2x^5 - 4x^4 \\ \hline 2x^5 - 4x^4 \\ \hline 6x \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: нацело не делится.

$$\begin{array}{r}
 7. \quad 1) \quad \begin{array}{l} 5x^3 - 9x^2 + 13x + a \quad \left| \begin{array}{l} 5x + 1 \\ x^2 - 2x + 3 \end{array} \right. \\ \hline 5x^3 + x^2 \\ \hline -10x^2 + 13x \\ \hline -10x^2 - 2x \\ \hline 15x + a \\ \hline 15x + 3 \\ \hline a - 3 \end{array}
 \end{array}$$

$$a - 3 = 0, a = 3.$$

Ответ: $a = 3$.

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \begin{array}{l} 2x^4 + 8x^3 - 5x^2 - 4ax + a \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + 4x - 1 \\ 2x^2 - 3 \end{array} \right. \\ \hline 2x^4 + 8x^3 - 2x^2 \\ \hline -3x^2 - 4ax + a \\ \hline -3x^2 - 12x + 3 \\ \hline (12 - 4a)x + a - 3 \end{array}
 \end{array}$$

$$(12 - 4a)x + a - 3 = 0; 4(3 - a)x + a - 3 = 0; a = 3. \quad (a - 2)x^2 - (a - 2)x = 0; (a - 2)(x^2 - x) = 0; a = 2.$$

Ответ: $a = 3$.

8. По формуле деления нацело должно выполняться равенство $P_n(x) = M_n(x)Q_k(x)$.
Задача сводится к нахождению делителя $Q(x)$ по известному делимому и частному.

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{l} 4x^3 - 5x^2 + 6x + 9 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 3 \\ 4x + 3 \end{array} \right. \\ \hline 4x^3 - 8x^2 + 12x \\ \hline 3x^2 - 6x + 9 \\ \hline 3x^2 - 6x + 9 \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $Q(x) = 4x + 3$.

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \begin{array}{l} 2x^5 + 3x^3 - 2x \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + 2 \\ 2x^3 - x \end{array} \right. \\ \hline 2x^5 + 4x^3 \\ \hline -x^3 - 2x \\ \hline -x^3 - 2x \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $Q(x) = 2x^3 - x$.

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{l} 3x^5 + x^4 - 6x^3 + 7x \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 + x \\ 3x^3 + x^4 \end{array} \right. \\ \hline 3x^5 + x^4 \\ \hline -6x^3 \\ \hline -6x^3 - 2x^2 \\ \hline 2x^2 + 7x \\ \hline 2x^2 + \frac{2}{3}x \\ \hline \frac{19}{3}x \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: нацело не делится.

$$\begin{array}{r}
 4) \quad \begin{array}{l} x^6 - 3x^4 - x^3 + 2x^2 + x \quad \left| \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x \\ x^3 - 2x^2 + 2 \end{array} \right. \\ \hline x^6 + 2x^5 + x^4 \\ \hline -2x^5 - 4x^4 \\ \hline -2x^5 - 4x^4 - 2x^3 \\ \hline 2x^3 + 2x^2 + x \\ \hline 2x^3 + 4x^2 + 2x \\ \hline -2x^2 - x \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: нацело не делится.

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{l} 7x^3 - 22x^2 + ax - 1 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 3x + 1 \\ 7x - 1 \end{array} \right. \\ \hline 7x^3 - 21x^2 + 7x \\ \hline -x^2 + (a - 7)x - 1 \\ \hline -x^2 + 3x - 1 \\ \hline (a - 10)x \end{array}
 \end{array}$$

$$(a - 10)x = 0, a = 10.$$

Ответ: $a = 10$.

$$\begin{array}{r}
 4) \quad \begin{array}{l} 3x^5 - 3x^4 + ax^2 - ax \quad \left| \begin{array}{l} 3x^3 + 2 \\ 3x^5 + 2x^2 \end{array} \right. \\ \hline 3x^5 + 2x^2 \\ \hline -3x^4 + (a - 2)x^2 - ax \\ \hline -3x^4 - 2x \\ \hline (a - 2)x^2 - (a - 2)x \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $a = 2$.

Ответ: $Q(x) = 4x^2 + 3x$.

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{l} 12x^4 + 9x^3 - 8x^2 - 6x \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 - 2 \\ 12x^4 - 8x^2 \end{array} \right. \\ \hline 12x^4 + 9x^3 - 8x^2 \\ \hline 9x^3 - 6x \\ \hline 9x^3 - 6x \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $Q(x) = 4x^2 + 3x$.

$$\begin{array}{r}
 4) \quad \begin{array}{l} 3x^6 + 6x^4 - x^2 - 2 \quad \left| \begin{array}{l} 3x^4 - 1 \\ 3x^6 - x^2 \end{array} \right. \\ \hline 3x^6 - x^2 \\ \hline 6x^4 - 2 \\ \hline 6x^4 - 2 \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $Q(x) = x^2 + 2$.

* Решения и ответы приводятся к учебникам указанных годов.

9. По формуле деления должно выполняться равенство $P_n(x) = M_m(x)Q_k(x) + R_l(x)$.

Задача сводится к нахождению делителя $Q(x)$ по известному делимому, частному и остатку.

Следовательно, $Q_k(x) = \frac{P_n(x) - R_l(x)}{M_m(x)}$.

$$\begin{array}{r} 1) \quad x^2 - 5x - 36 \quad | \quad x - 9 \\ \underline{x^2 - 9x} \\ 4x - 36 \\ \underline{4x - 36} \\ 0 \end{array}$$

$$2) (2x^3 - 8x) : (2x - 4) = (x^3 - 4x) : (x - 2)$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x \quad | \quad x - 2 \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ 2x^2 - 4x \\ \underline{2x^2 - 4x} \\ 0 \end{array}$$

Ответ: $Q(x) = x + 4$.

Ответ: $Q(x) = x^3 + 2x$.

$$\begin{array}{r} 3) \quad 2x^5 + 4x^4 - 5x^3 - 10x^2 \quad | \quad 2x^2 - 5 \\ \underline{2x^5 - 5x^3} \\ 4x^4 - 10x^2 \\ \underline{4x^4 - 10x^2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 15x^6 - 5x^4 + 6x^3 - 2x \quad | \quad 5x^3 + 2 \\ \underline{15x^6 + 6x^3} \\ -5x^4 - 2x \\ \underline{-5x^4 - 2x} \\ 0 \end{array}$$

Ответ: $Q(x) = x^3 + 2x^2$.

Ответ: $Q(x) = 3x^3 - x$.

10. 1) $x^3 - x^2 - 8x + 6 = 0$.

Обозначим $x^3 - x^2 - 8x + 6 = P_3(x)$. Найдем все целые корни уравнения. Целый корень уравнения должен быть делителем свободного члена. Делителями числа являются: 1; -1; 2; -2; 3; -3. Проверим: $P_3(1) \neq 0$, $P_3(-1) \neq 0$, $P_3(2) \neq 0$, $P_3(-2) \neq 0$, $P_3(3) = 0$, $P_3(-3) \neq 0$. Поэтому $P_3(x) = (x - 3)M_2(x)$. Находим $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 8x + 6 \quad | \quad x - 3 \\ \underline{x^3 - 3x^2} \\ 2x^2 - 8x \\ \underline{2x^2 - 6x} \\ -2x + 6 \\ \underline{-2x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$M_2(x) = x^2 + 2x - 2$.

Найдем корни уравнения $x^2 + 2x - 2 = 0$.

Для этого воспользуемся формулой для приведенного квадратного уравнения:

$$x = -\frac{P}{2} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4} - q}. \text{ Тогда } x = -1 \pm \sqrt{3}. \text{ Ответ: } x_1 = 3, \quad x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{3}.$$

- 2) $x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 4 = 0$.

Найдем все целые корни уравнения. Делителями числа 4 являются числа: 1; -1; 2; -2. Проверим: $P_4(1) = 0$, $P_4(-1) \neq 0$, $P_4(2) \neq 0$, $P_4(-2) \neq 0$. Поэтому $P_4(x) = (x - 1)M_3(x)$. Находим $M_3(x)$:

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{x^4 - x^3} \\ 2x^3 - 4x^2 \\ \underline{2x^3 - 2x^2} \\ -2x^2 - 2x \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$M_3(x) = x^3 + 2x^2 - 2x - 4$.

Найдем корни уравнения $x^3 + 2x^2 - 2x - 4 = 0$.

$$x^2(x + 2) - 2(x + 2) = 0; \quad (x + 2)(x^2 - 2) = 0;$$

$$(x + 2)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0.$$

Ответ: $x_1 = 1, \quad x_2 = -2, \quad x_{3,4} = \pm\sqrt{2}$.

3) $6x^3 + 11x^2 - 3x - 2 = 0$.

Найдем все целые корни уравнения. Делителями числа -2 являются числа: $-1, 1, -2, 2$. $P_3(-1) \neq 0$, $P_3(1) \neq 0$, $P_3(-2) = 0$, $P_3(2) \neq 0$. Поэтому $P_3(x) = (x + 2)M_2(x)$. Находим $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 + 11x^2 - 3x - 2 & x + 2 \\ \hline 6x^3 + 12x^2 & \\ \hline -x^2 - 3x & \\ \hline -x^2 - 2x & \\ \hline -x - 2 & \\ \hline -x - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = 6x^2 - x - 1.$$

$$\text{Решим уравнение: } 6x^2 - x - 1 = 0; \quad x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0.$$

$$\text{По теореме Виета находим корни: } -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -2, \quad x_2 = -\frac{1}{3}, \quad x_3 = \frac{1}{2}.$$

4) $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 0$.

Делителями числа -1 являются $-1; 1$.

Проверим: $P_4(-1) \neq 0$, $P_4(1) = 0$.

$P_4(x) = (x - 1)M_3(x)$. Находим $M_3(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 2x - 1 & x - 1 \\ \hline 4x^4 - 4x^3 & \\ \hline -4x^3 + 3x^2 & \\ \hline -4x^3 + 4x^2 & \\ \hline -x^2 + 2x & \\ \hline -x^2 + x & \\ \hline x - 1 & \\ \hline x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_3(x) = 4x^3 - 4x^2 - x + 1.$$

$$\text{Решим уравнение: } 4x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$$

$$4x^2(x - 1) - (x - 1) = 0; \quad (x - 1)(4x^2 - 1) = 0;$$

$$(x - 1)(2x - 1)(2x + 1) = 0;$$

$$4(x - 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0.$$

$$\text{Отсюда } x = 1; \quad \frac{1}{2}; \quad -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = 1; \quad x_{3,4} = \pm \frac{1}{2}.$$

11. 1) $x^3 - 5x^2 + 8x - 6 = 0$.

Найдем все целые корни уравнения. Делителями числа -6 являются числа: $-1; 1; -2; 2; -3; 3; -6; 6$. Обозначим $x^3 - 5x^2 + 8x - 6 = P_3(x)$. При этом $P_3(-1) \neq 0$; $P_3(1) \neq 0$; $P_3(-2) \neq 0$; $P_3(2) \neq 0$; $P_3(-3) \neq 0$; $P_3(3) = 0$; $P_3(-6) \neq 0$; $P_3(6) \neq 0$. Поэтому $P_3(x) = (x - 3)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 8x - 6 & x - 3 \\ \hline x^3 - 3x^2 & \\ \hline -2x^2 + 8x & \\ \hline -2x^2 + 6x & \\ \hline 2x - 6 & \\ \hline 2x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = x^2 - 2x + 2.$$

Решим уравнение: $x^2 - 2x + 2 = 0$.

Воспользовавшись формулой для приведенного квадратного уравнения, узнаем, что корни $M_2(x) = 0$ комплексные. Таким образом, исходное уравнение имеет один действительный корень.

Ответ: $x = 3$.

2) $9x^3 + 12x^2 - 10x + 4 = 0$.

Найдем все целые корни уравнения. Делителями числа 4 являются числа: $-1; 2; -2; 2; -4; 4$. Проверим: $P_3(-1) \neq 0$, $P_3(1) \neq 0$, $P_3(-2) = 0$, $P_3(2) \neq 0$, $P_3(-4) \neq 0$, $P_3(4) \neq 0$. Поэтому $P_3(x) = (x + 2)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 9x^3 + 12x^2 - 10x + 4 & x + 2 \\ \hline 9x^3 + 18x^2 & \\ \hline -6x^2 + 10x & \\ \hline -6x^2 - 8x & \\ \hline -2x + 4 & \\ \hline -2x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = 9x^2 - 6x - 2.$$

Решая уравнение $M_2(x) = 0$, видим, что оно имеет только комплексные корни.

Таким образом, исходное уравнение имеет один действительный корень.

Ответ: $x = -2$.

3) $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6 = 0$.

Найдем все целые корни уравнения. Делителями числа -6 являются числа: -1 ; 1 ; -2 ; 2 ; -3 ; 3 ; -6 ; 6 . Проверим: $P_4(-1) \neq 0$, $P_4(1) \neq 0$, $P_4(-2) \neq 0$, $P_4(2) = 0$, $P_4(-3) = 0$, $P_4(3) \neq 0$, $P_4(-6) \neq 0$, $P_4(6) = 0$. Поэтому $P_4(x) = (x-2)(x+3)M_2(x) = (x^2 + x - 6)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6 & x^2 + x - 6 \\ x^4 + x^3 - 6x^2 & x^2 + 1 \\ \hline x^2 + x - 6 & \\ x^2 + x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = x^2 + 1.$$

Решая уравнение $M_2(x) = 0$, узнаем, что оно имеет комплексные корни.

Таким образом, исходное уравнение имеет только два действительных корня.

Ответ: $x = 2$, $x = -3$.

4) $2x^4 - 2x^3 - 11x^2 - x - 6 = 0$.

Найдем все целые корни уравнения. Делителями числа -6 являются числа: -1 ; 1 ; -2 ; 2 ; -3 ; 3 ; -6 ; 6 . Проверим: $P_4(-1) \neq 0$, $P_4(1) \neq 0$, $P_4(-2) = 0$, $P_4(2) \neq 0$, $P_4(-3) \neq 0$, $P_4(3) = 0$, $P_4(-6) \neq 0$, $P_4(6) = 0$. Поэтому $P_4(x) = (x+2)(x-3)M_2(x) = (x^2 - x - 6)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 2x^3 - 11x^2 - x - 6 & x^2 - x - 6 \\ 2x^4 - 2x^3 - 12x^2 & 2x^2 + 1 \\ \hline x^2 - x - 6 & \\ x^2 - x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = 2x^2 + 1.$$

Уравнение $M_2(x) = 0$ имеет комплексные корни.

Следовательно, исходное уравнение имеет только два действительных корня.

Ответ: $x = -2$; $x = 3$.

12. 1) $6x^3 - 25x^2 + 3x + 4 = P_3(x)$.

Найдем целые корни многочлена $P_3(x)$. Делителями числа 4 являются: -1 ; 1 ; -2 ; 2 ; -4 ; 4 . Проверим: $P_3(-1) \neq 0$, $P_3(1) \neq 0$, $P_3(-2) \neq 0$, $P_3(2) \neq 0$, $P_3(-4) \neq 0$, $P_3(4) = 0$. Поэтому $P_3(x) = (x-4)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 - 25x^2 + 3x + 4 & x - 4 \\ 6x^3 - 24x^2 & 6x^2 - x - 1 \\ \hline -x^2 + 3x + 4 & \\ -x^2 + 4x & \\ \hline -x + 4 & \\ -x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad M_2(x) = 6x^2 - x - 1.$$

$$6x^2 - x - 1 = 0; \quad 6 \left(x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} \right) = 0.$$

По теореме Виета $x = -\frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{2}$.

Таким образом, $P_3(x) = 6(x-4) \left(x + \frac{1}{3} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right)$.

2) $4x^3 + 12x^2 - 3x - 9 = P_3(x)$.

Сгруппируем слагаемые: первое со вторым, третье с четвертым: $P_3(x) = (4x^3 + 12x^2) - (3x + 9)$. Вынесем общие множители за скобки и разложим двучлен на множители: $P_3(x) = 4x^2(x+3) - 3(x+3) = (x+3)(4x^2 - 3) = (x+3)(2x - \sqrt{3})(2x + \sqrt{3})$.

3) $4x^4 + 4x^3 - 25x^2 - x + 6 = P_4(x)$.

Найдем целые корни многочлена $P_4(x)$. Делителями числа 6 являются числа: -1 ; 1 ; -2 ; 2 ; -3 ; 3 ; -6 ; 6 .

Проверим: $P_4(-1) \neq 0$, $P_4(1) \neq 0$, $P_4(-2) \neq 0$, $P_4(2) = 0$, $P_4(-3) = 0$, $P_4(3) \neq 0$, $P_4(-6) \neq 0$, $P_4(6) \neq 0$. Поэтому $P_4(x) = (x-2)(x+3)M_2(x) = (x^2 + x - 6)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r}
 4x^4 + 4x^3 - 25x^2 - x + 6 \quad \Big| \quad \frac{x^2 + x - 6}{4x^2 - 1} \\
 \underline{4x^4 + 4x^3 - 24x^2} \\
 -x^2 - x + 6 \\
 \underline{-x^2 - x + 6} \\
 0
 \end{array}$$

$$M_2(x) = 4x^2 - 1. P_4(x) = (x-2)(x+3)(4x^2-1) = (x-2)(x+3)(2x-1)(2x+1).$$

$$4) x^4 - 2x^3 - 14x^2 - 6x + 5 = P_4(x).$$

Найдем целые корни многочлена $P_4(x)$. Делителями числа 5 являются числа: $-1; 1; -5; 5$. Проверим: $P_4(-1) = 0$, $P_4(1) \neq 0$, $P_4(-5) \neq 0$, $P_4(5) = 0$. Поэтому $P_4(x) = (x+1)(x-5)M_2(x) = (x^2 - 4x - 5)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 2x^3 - 14x^2 - 6x + 5 \quad \Big| \quad \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + 2x - 1} \\
 \underline{x^4 - 4x^3 - 5x^2} \\
 2x^3 - 9x^2 - 6x \\
 \underline{2x^3 - 8x^2 - 10x} \\
 -x^2 + 4x + 5 \\
 \underline{-x^2 + 4x + 5} \\
 0
 \end{array}$$

$$M_2(x) = x^2 + 2x - 1. P_4(x) = (x+1)(x-5)(x^2 + 2x - 1); x^2 + 2x - 1 = 0.$$

Используя формулу для приведенного квадратного уравнения

$$x = -\frac{P}{2} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4} - q}, \text{ получаем } x = -1 \pm \sqrt{2}. P_4(x) = (x+1)(x-5)(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2}).$$

$$13. 1) \frac{x^3 + 2x^2 + 9}{x^3 - 2x^2 + 4x - 3}.$$

Разложим на множители числитель и знаменатель дроби. Перебирая делители числа 9, находим целый корень числителя: -3 .

$$x^3 + 2x^2 + 9 = (x+3)M_2^4(x)$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 2x^2 + 9 \quad \Big| \quad \frac{x+3}{x^2 - x + 3} \\
 \underline{x^3 + 3x^2} \\
 -x^2 + 9 \\
 \underline{-x^2 - 3x} \\
 3x + 9 \\
 \underline{3x + 9} \\
 0
 \end{array}$$

$$M_2^4(x) = x^2 - x + 3.$$

Перебирая делители числа -3 , находим целые корни знаменателя 1 и 3. Удобно использовать только $x = 1$.

$$x^3 - 2x^2 + 4x - 3 = (x-1)M_2^3(x) \quad \frac{x^3 - 2x^2 + 9}{x^3 - 2x^2 + 4x - 3} = \frac{(x+3)(x^2 - x + 3)}{(x-1)(x^2 - x + 3)} = \frac{x+3}{x-1}.$$

$$2) \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{2x^3 + x^2 + 1}.$$

Рассмотрим числитель. Сгруппируем в нем слагаемые: первое с четвертым, второе с третьим. Вынесем за скобки общий множитель и используем формулу сокращенного умножения

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = (x^3 + 1) + (2x^2 + 2x) = (x+1)(x^2 - x + 1) + 2x(x+1) = (x+1)(x^2 + x + 1).$$

Рассмотрим знаменатель. Число -1 является его целым корнем. $2x^3 + x^2 + 1 = (x+1)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + x^2 + 1 \quad | \quad x + 1 \\
 \underline{2x^3 + 2x^2} \\
 -x^2 \\
 \underline{-x^2 - x} \\
 x + 1 \\
 \underline{x + 1} \\
 0
 \end{array}$$

$$M_2(x) = 2x^2 - x + 1 \cdot \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{2x^3 + x^2 + 1} = \frac{(x+1)(x^2 + x + 1)}{(x+1)(2x^2 - x + 1)} = \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - x + 1}.$$

$$3) \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{2x^4 - 3x^3 - x - 6}.$$

Рассмотрим числитель. Сгруппируем слагаемые: первое со вторым, третье с четвертым. Вынесем за скобки общие множители и используем формулу сокращенного умножения.

$$2x^4 - 3x^3 - x - 6 = (x+1)(x-2)M_2(x) = (x^2 - x - 2)M_2(x)$$

$$\begin{array}{r}
 2x^4 - 3x^3 - x - 6 \quad | \quad x^2 - x - 2 \\
 \underline{2x^4 - 2x^3 - 4x^2} \\
 -x^3 + 4x^2 - x \\
 \underline{-x^3 + x^2 + 2x} \\
 3x^2 - 3x - 6 \\
 \underline{3x^2 - 3x - 6} \\
 0
 \end{array}$$

$M_2(x) = 2x^2 - x + 3$. Следовательно, можем записать:

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{2x^4 - 3x^3 - x - 6} = \frac{(x-1)(x+1)(x^2 - x + 1)}{(x+1)(x-2)(2x^2 - x + 3)} = \frac{x^2 - x + 1}{2x^2 - x + 3}.$$

$$4) \frac{2x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 5x - 3}{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}.$$

Рассмотрим числитель. Среди делителей числа -3 находим целые корни числителя -1 и 3 . То есть $2x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 5x - 3 = (x+1)(x-3)M_2(x) = (x^2 - 2x - 3)M_2(x)$

$$\begin{array}{r}
 2x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 5x - 3 \quad | \quad x^2 - 2x - 3 \\
 \underline{2x^4 - 4x^3 - 6x^2} \\
 x^3 - x^2 - 5x \\
 \underline{x^3 - 2x^2 - 3x} \\
 x^2 - 2x - 3 \\
 \underline{x^2 - 2x - 3} \\
 0
 \end{array}$$

$$2x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 5x - 3 = (x+1)(x-3)(2x^2 + x + 1).$$

Рассмотрим знаменатель. Среди делителей числа -3 находим целый корень знаменателя 3 . Поэтому $2x^3 - 5x^2 - 2x - 3 = (x-3)N_2(x)$.

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - 5x^2 - 2x - 3 \quad | \quad x - 3 \\
 \underline{2x^3 - 6x^2} \\
 x^2 - 2x \\
 \underline{x^2 - 3x} \\
 x - 3
 \end{array}$$

$N_2(x) = 2x^2 + x + 1$. Следовательно, можем записать дробь:

$$\frac{2x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 5x - 3}{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3} = \frac{(x+1)(x-3)(2x^2 + x + 1)}{(x-3)(2x^2 + x + 1)} = x + 1.$$

$$14. 1) x^5 - x^4 - 7x^3 + 7x^2 + 12x - 12 = 0.$$

Сгруппируем слагаемые парами попорядку и вынесем общие множители:

$$(x^5 - x^4) - (7x^3 - 7x^2) + (12x - 12) = 0; x^4(x-1) - 7x^2(x-1) + 12(x-1) = 0;$$

$$(x-1)(x^4-7x^2+12)=0.$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Значит, $x_1=1$.
 $x^4-7x^2+12=0$.

Введем замену: $x^2=y$. Подставив в уравнение, получаем приведенное квадратное уравнение $y^2-7y+12=0$.

По теореме Виета $y=3$ и $y=4$. Учитывая замену, получаем $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$, $x_{3,4}=\pm 2$.

Ответ: 1; $\pm\sqrt{3}$; ± 2 .

2) $2x^5-3x^4-7x^3+8x^2+6x-4=0$.

Среди делителей числа -4 находим целый корень уравнения -1 .

Поэтому $2x^5-3x^4-7x^3+8x^2+6x-4=(x+1)M_4(x)$.

Найдем $M_4(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 2x^5-3x^4-7x^3+8x^2+6x-4 & x+1 \\ \hline -5x^4-7x^3 & \\ \hline -5x^4-5x^3 & \\ \hline -2x^3+8x^2 & \\ \hline -2x^3-2x^2 & \\ \hline 10x^2+6x & \\ 10x^2+10x & \\ \hline -4x-4 & \\ -4x-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_4(x)=2x^4-5x^3-2x^2+10x-4. \quad 2x^4-5x^3-2x^2+10x-4=0.$$

Сгруппируем слагаемые: первое с третьим и пятым, второе с четвертым и вынесем общие множители за скобки.

$$(2x^4-2x^2-4)-(5x^3-10x)=0; \quad 2(x^4-x^2-2)-5x(x^2-2)=0;$$

$$2(x^2-2)(x^2+1)-5x(x^2-2)=0; \quad (x^2-2)(2x^2-5x+2)=0;$$

$$2(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2)=0; \quad x_{2,3}=\pm\sqrt{2}, \quad x_4=\frac{1}{2}, \quad x_5=2. \text{ Ответ: } -1; \pm\sqrt{2}; \frac{1}{2}; 2.$$

3) $x^6+x^5-7x^4-5x^3+16x^2+6x-12=0$.

Среди делителей числа -12 находим целые корни уравнения: -2 ; 4 ; 1 .

Поэтому $x^6+x^5-7x^4-5x^3+16x^2+6x-12=(x+1)(x-1)M_4(x)=(x^2+x-2)M_4(x)$

$$\begin{array}{r|l} x^6+x^5-7x^4-5x^3+16x^2+6x-12 & x^2+x-2 \\ \hline -5x^4-5x^3+16x^2 & \\ \hline -5x^4-5x^3+10x^2 & \\ \hline 6x^2+6x-12 & \\ 6x^2+6x-12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_4(x)=x^4-5x^2+6. \quad x^4-5x^2+6=0.$$

Введем замену $x^2=y$. Тогда $y^2-5y+6=0$. По теореме Виета $y=2$, $y=3$.

Учитывая замену, получим $x_{3,4}=\pm\sqrt{2}$, $x_{5,6}=\pm\sqrt{3}$. Ответ: -2 ; 1 ; $\pm\sqrt{2}$; $\pm\sqrt{3}$.

4) $9x^6+6x^5-17x^4-12x^3+7x^2+6x+1=0$

Среди делителей числа 1 находим целые корни уравнения -1 и 1 .

$9x^6+6x^5-17x^4-12x^3+7x^2+6x+1=(x-1)(x+1)M_4(x)$. Найдем $M_4(x)$:

$$\begin{array}{r}
 9x^6 + 6x^5 - 17x^4 - 12x^3 + 7x^2 + 6x + 1 \quad \Big| \quad \frac{x^2 - 1}{9x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 6x - 1} \\
 \hline
 6x^5 - 8x^4 - 12x^3 \\
 \hline
 6x^5 - 6x^3 \\
 \hline
 -8x^4 - 6x^3 + 7x^2 \\
 \hline
 -8x^4 + 8x^3 \\
 \hline
 -6x^3 - x^2 + 6x \\
 \hline
 -6x^3 + 6x \\
 \hline
 -x^2 + 1 \\
 \hline
 -x^2 + 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$M_1(x) = 9x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 6x - 1. \quad 9x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 6x - 1 = 0$$

Среди делителей числа -1 находим целые корни уравнения -1 и 1 .

$9x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 6x - 1 = (x - 1)(x + 1)M_2(x)$. Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r}
 9x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 6x - 1 \quad \Big| \quad \frac{x^2 - 1}{9x^2 + 6x + 1} \\
 \hline
 9x^4 - 9x^2 \\
 \hline
 6x^3 + x^2 - 6x \\
 \hline
 6x^3 - 6x \\
 \hline
 x^2 - 1 \\
 \hline
 x^2 - 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$M_2(x) = 9x^2 + 6x + 1. \quad 9x^2 + 6x + 1 = 0; \quad 9\left(x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) = 0; \quad 9\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = 0; \quad x = -\frac{1}{3}.$$

Видно, что в скобках стоит одна из формул сокращенного умножения.

Ответ: $-1; -\frac{1}{3}; 1$.

15. $ax^3 - 2x^2 - 5x + b = 0, x_1 = 1, x_2 = -2$.

Поскольку x_1 и x_2 — корни уравнения, то они превращают его в верное равенство. Подставляя их в уравнение, получим систему:

$$\begin{cases} a - 2 - 5 + b = 0; \\ -8a - 8 + 10 + b = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a + b - 7 = 0; \\ -8a + b + 2 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения $b = 7 - a$.

Подставим это во второе уравнение: $-8a + 7 - a + 2 = 0; -9a + 9 = 0; a = 1; b = 6$.

Следовательно, исходное уравнение принимает вид $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$.

Среди делителей числа 6 находим третий корень уравнения $x_3 = 3$.

Ответ: $a = 1, b = 6, x_3 = 3$.

16. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0; x_1 + x_2 + x_3 = -a; x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = b; x_1x_2x_3 = -c$

Подставим в уравнение один из его корней x_1 и выражения для a, b и c . Тогда получим:

$$x_1^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x_1^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)x_1 - x_1x_2x_3 = 0;$$

$$x_1^3 - x_1^3 - x_2x_1^2 - x_3x_1^2 + x_1^2x_2 + x_1x_2x_3 + x_1^2x_3 - x_1x_2x_3 = 0.$$

Подобные слагаемые взаимно уничтожаются и в левой части уравнения получается 0. Это верное равенство. Следовательно, теорема Виета доказана.

17. $x^3 + ax + b = 0$

x_1, x_2, x_3 — корни уравнения.

Используя теорему Виета для кубического уравнения, получим:

$$0 = x_1 + x_2 + x_3; \quad a = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3; \quad b = -x_1x_2x_3.$$

Подставляя корни, получим систему трех уравнений:

$$\begin{cases} x_1^3 + ax_1 + b = 0; \\ x_2^3 + ax_2 + b = 0; \\ x_3^3 + ax_3 + b = 0. \end{cases}$$

Сложим эти три уравнения: $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + a(x_1 + x_2 + x_3) + 3b = 0$; $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3x_1x_2x_3 = 0$, что и требовалось доказать.

18. 1) $(2x + 1)(x^3 + 1) + x^2 = 2x(x^3 + 3) - 5$.

Перенесем все члены правой части уравнения в левую с противоположным знаком и упростим:

$$(2x + 1)(x^3 + 1) + x^2 - 2x(x^3 + 3) + 5 = 0; 2x^4 + x^3 + 2x + x^2 + 1 - 2x^4 - 6x + 5 = 0;$$

$$x^3 - 4x + x^2 + 6 = 0.$$

Среди делителей числа 6 находим целый корень уравнения -3 .

$$x^3 - 4x + x^2 + 6 = (x + 3)M_2(x). \text{ Найдем } M_2(x):$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x + x^2 + 6 & x + 3 \\ \hline x^3 + 3x^2 & \\ \hline -2x^2 - 4x & \\ -2x^2 - 6x & \\ \hline 2x + 6 & \\ 2x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = x^2 - 2x + 2. \text{ Уравнение } M_2(x) = 0 \text{ имеет комплексные корни.}$$

Таким образом, исходное уравнение имеет один действительный корень. *Ответ:* $x = -3$.

- 2) $(2x^2 - 1)^2 + x(2x - 1)^2 = (x + 1)^2 + 16x^2 - 6$.

Перенесем все члены правой части в левую и упростим:

$$(2x^2 - 1)^2 + x(2x - 1)^2 - (x + 1)^2 - 16x^2 + 6 = 0;$$

$$4x^4 - 4x^2 + 1 + 4x^3 - 4x^2 + x - x^2 - 2x - 1 - 16x^2 + 6 = 0; 4x^4 + 4x^3 - 25x^2 - x + 6 = 0.$$

Среди делителей числа 6 находим целые корни уравнения -3 и 2 .

$$\text{Поэтому } 4x^4 + 4x^3 - 25x^2 - x + 6 = (x + 3)(x - 2)M_3(x) = (x^2 + x - 6)M_3(x). \text{ Находим } M_3(x):$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 + 4x^3 - 25x^2 - x + 6 & x^2 + x - 6 \\ \hline 4x^4 + 4x^3 - 24x^2 & \\ \hline -x^2 - x + 6 & \\ -x^2 - x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x + 3)(x - 2)(4x^2 - 1) = 0; (x + 3)(x - 2)(2x - 1)(2x + 1) = 0; x_{3,4} = \pm \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -3; 2; \pm \frac{1}{2}.$$

- 3) $x^2(x - 2)(6x + 1) + x(5x + 3) = 1$.

Перенесем единицу из правой в левую часть уравнения и упростим.

$$x^2(6x^2 + x - 18x - 2) + 5x^2 + 3x - 1 = 0; 6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = 0.$$

Среди делителей числа -1 находим целый корень уравнения 1 .

$$\text{Поэтому } 6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)M_3(x). \text{ Находим } M_3(x):$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 3x - 1 & x - 1 \\ \hline 6x^4 - 6x^3 & \\ \hline -5x^3 + 3x^2 & \\ -5x^3 + 5x^2 & \\ \hline -2x^2 + 3x & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline x - 1 & \\ x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_3(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1. \text{ Поэтому } 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 = 0.$$

Целым корнем уравнения является 1 . Поэтому $6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 = (x - 1)N_2(x)$

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 & x - 1 \\ \hline 6x^3 - 6x^2 & \\ \hline x^2 - 2x & \\ x^2 - x & \\ \hline -x + 1 & \\ -x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$N_2(x) = 6x^2 + x - 1; 6x^2 + x - 1 = 0; 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}\right) = 0; x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } 1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{3}.$$

$$4) x^2(3x+1) - (x^2+1)^2 = 3.$$

Перенесем тройку из правой части уравнения в левую и упростим.

$$3x^3 + x^2 - x^4 - 2x^2 - 1 - 3 = 0; -x^4 + 3x^3 - x^2 - 4 = 0$$

Среди делителей числа -4 целым корнем уравнения является 2.

$-x^4 + 3x^3 - x^2 - 4 = (x-2)M_3(x)$. Находим $M_3(x)$:

$$\begin{array}{r} -x^4 + 3x^3 - x^2 - 4 \quad | \quad x-2 \\ \underline{-x^4 + 2x^3} \\ x^3 - x^2 \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ x^2 - 4 \\ \underline{x^2 - 2x} \\ 2x - 4 \\ \underline{2x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$M_3(x) = -x^3 + x^2 + x + 2; -x^3 + x^2 + x + 2 = 0.$$

Перебирая делители числа 2, находим целый корень уравнения 2.

Поэтому $-x^3 + x^2 + x + 2 = (x-2)M_2(x)$. Находим $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r} -x^3 + x^2 + x + 2 \quad | \quad x-2 \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ -x^2 + x \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -x + 2 \\ \underline{-x + 2} \\ 0 \end{array}$$

$$M_2(x) = -x^2 - x - 10$$

Решая уравнение $M_2(x) = 0$ видим, что его корни комплексные. Ответ: $x = 2$.

$$19. 1) 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$$

Поскольку $x = 0$ не является корнем уравнения, то разделим его на x^2 . Получим

$$6x^2 - 35x + 62 - \frac{35}{x} + \frac{6}{x^2} = 0.$$

Сгруппируем слагаемые: первое с пятым, второе с четвертым и вынесем общие множители за скобки.

$$\left(6x^2 + \frac{6}{x^2}\right) - \left(35x + \frac{35}{x}\right) + 62 = 0 \quad 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 35\left(x + \frac{1}{x}\right) + 62 = 0.$$

$$\text{Введем замену } x + \frac{1}{x} = t. \text{ Тогда } x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = t^2, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2.$$

$$\text{Получим } 6(t^2 - 2) - 35t + 62 = 0; 6t^2 - 35t + 50 = 0.$$

$$\text{Используя формулу } t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ получаем } t_1 = \frac{10}{3}, \quad t_2 = \frac{15}{6}.$$

Учитывая замену, получим:

$$1) \quad x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}; \quad x + \frac{1}{x} - \frac{10}{3} = 0; \quad \frac{3x^2 + 3 - 10x}{3x} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет. $3x^2 - 10x + 3 = 0$.

$$\text{Используем формулу } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_1 = 3, \quad x_2 = \frac{1}{3}.$$

$$2) \quad x + \frac{1}{x} = \frac{15}{6}; \quad x + \frac{1}{x} - \frac{15}{6} = 0; \quad \frac{6x^2 + 6 - 15x}{6x} = 0; \quad 6x^2 - 15x + 6 = 0; \quad x_3 = \frac{1}{2}, \quad x_4 = 2.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; 2; 3.$$

$$2) x^4 + 2x^3 - 22x^2 + 2x + 1 = 0.$$

Так как $x = 0$ не является корнем уравнения, то разделим его на x_2 . Получим

$$x^2 + 2x - 22 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$$

Сгруппируем слагаемые: первое с пятым, второе с четвертым.

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(2x + \frac{2}{x}\right) - 22 = 0; \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 22 = 0.$$

Введем замену: $x + \frac{1}{x} = t$. Тогда $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$. $(t^2 - 2) + 2t - 22 = 0$; $t^2 + 2t - 24 = 0$.

По теореме Виета находим $t_1 = 4$, $t_2 = -6$.

Учитывая замену, получим:

$$1) x + \frac{1}{x} = 4; x + \frac{1}{x} - 4 = 0; \frac{x^2 + 2 - 4x}{x} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не 0. $x^2 - 4x + 2 = 0$.

$$\text{Используем формулу } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}.$$

$$2) x + \frac{1}{x} = -6; \frac{x^2 + 1 + 6x}{x} = 0; x^2 + 6x + 1 = 0; x_{3,4} = -3 \pm 2\sqrt{2}. \text{ Ответ: } 2 \pm \sqrt{3}; -3 \pm 2\sqrt{2}.$$

$$20. 1) \frac{x^2}{x+1} - \frac{5}{x-2} = \frac{11}{(x+1)(2-x)}.$$

Перенесем все в левую часть уравнения и приведем к общему знаменателю.

$$\frac{x^2}{x+1} - \frac{5}{x-2} - \frac{11}{(x+1)(2-x)} = 0; \frac{x^2(2-x) + 5(x+1) - 11}{(x+1)(2-x)} = 0; \frac{2x^2 - x^3 + 5x + 5 - 11}{(x+1)(2-x)} = 0;$$

$$\frac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{(x+1)(2-x)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не 0.

$$\begin{cases} -x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = 0; \\ (x+1)(2-x) \neq 0; \end{cases} x \neq -1, x \neq 2, -x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = 0.$$

Среди делителей числа -6 находим целый корень уравнения 1. $-x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = (x-1)M_2(x)$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 2x^2 + 5x - 6 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline x^2 + 5x - 6 \\ x^2 - x \\ \hline 6x - 6 \\ 6x - 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$M_2(x) = -x^2 + x + 6; -x^2 + x + 6 = 0; x^2 - x - 6 = 0.$$

По теореме Виета находим $x_1 = -2$, $x_2 = 3$. Ответ: 1; -2; 3.

$$2) \frac{16x+9}{x+4} - \frac{1}{x} = 2 + 2x.$$

Перенесем все члены из правой части уравнения в левую и приведем к общему знаменателю

$$\frac{16x+9}{x+4} - \frac{1}{x} - 2 - 2x = 0; \frac{16x^2 + 9x - x - 4 - 2x^2 - 8x - 2x^3 - 8x^2}{x(x+4)} = 0; \frac{-2x^3 + 6x^2 - 4}{x(x+4)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} -2x^3 + 6x^2 - 4 = 0; \\ x(x+4) \neq 0; \end{cases} x \neq 0, x \neq -4, -2x^3 + 6x^2 - 4 = 0; x^3 - 3x^2 + 2 = 0.$$

Среди делителей числа 2 находим целый корень уравнения 1. $x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)M_2(x)$

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 3x^2 + 2 \quad \Big| \quad x - 1 \\
 x^3 - x^2 \\
 \hline
 -2x^2 + 2 \\
 -2x^2 + 2x \\
 \hline
 -2x + 2 \\
 -2x + 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$M_2(x) = x^2 - 2x - 2; \quad x^2 - 2x - 2 = 0$$

Используя формулу $x = -\frac{P}{2} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4} - q}$, находим $x = 1 \pm \sqrt{3}$. Ответ: $1; 1 \pm \sqrt{3}$.

$$3) \quad \frac{x^3}{x-1} - \frac{7}{x+1} = \frac{5x^2+9}{x^2-1}.$$

Переносим все в левую часть из правой и приводим к общему знаменателю

$$\frac{x^3}{x-1} - \frac{7}{x+1} - \frac{5x^2+9}{x^2-1} = 0; \quad \frac{3x^2(x+1) - 7(x-1) - 5x^2 - 9}{x^2-1} = 0;$$

$$\frac{3x^3 + 3x^2 - 7x + 7 - 5x^2 - 9}{x^2-1} = 0; \quad \frac{3x^3 - 2x^2 - 7x - 2}{x^2-1} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} 3x^3 - 2x^2 - 7x - 2 = 0; & x \neq 1, x \neq -1; \\ (x-1)(x+1) \neq 0; & 3x^3 - 2x^2 - 7x - 2 = 0. \end{cases}$$

Целым корнем уравнения является число 2.

$$\begin{array}{r}
 3x^3 - 2x^2 - 7x - 2 \quad \Big| \quad x - 2 \\
 3x^3 - 6x^2 \\
 \hline
 4x^2 - 7x \\
 4x^2 - 8x \\
 \hline
 x - 2 \\
 x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$M_2(x) = 3x^2 + 4x + 1; \quad 3x^2 + 4x + 1 = 0.$$

Используя формулу $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, находим $x = -\frac{1}{3}$ и $x = -1$, но -1 противоречит

условию $x \neq -1$. Ответ: $2; -\frac{1}{3}$.

$$4) \quad \frac{2x^2}{x-1} - \frac{3x}{x+2} = \frac{2(4x-1)}{x^2+x-2}.$$

Перенесем правую часть уравнения в левую и приведем к общему знаменателю. Заметим, что $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$.

$$\frac{2x^2}{x-1} - \frac{3x}{x+2} - \frac{2(4x-1)}{x^2+x-2} = 0; \quad \frac{2x^2(x+2) - 3x(x-1) - 2(4x-1)}{(x-1)(x+2)} = 0;$$

$$\frac{2x^3 + 4x^2 - 3x^2 + 3x - 8x + 2}{(x-1)(x+2)} = 0; \quad \frac{2x^3 + x^2 - 5x + 2}{(x-1)(x+2)} = 0.$$

$$\begin{cases} 2x^3 + x^2 - 5x + 2 = 0; & x \neq 1, x \neq -2. \\ (x-1)(x+2) \neq 0; & 2x^3 + x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Целыми корнями уравнения (*) являются числа 1, 4, -2, но они не являются корнями исходного уравнения.

$$2x^3 + x^2 - 5x + 2 = (x-1)(x+2)M_1(x) = (x^2 + x - 2)M_1(x).$$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + x^2 - 5x + 2 \quad \Big| \quad x^2 + x - 2 \\
 2x^3 + 2x^2 - 4x \\
 \hline
 -x^2 - x + 2 \\
 -x^2 - x + 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$M_1(x) = 2x - 1; 2x - 1 = 0; x = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$5) \frac{3x}{2x-1} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{2-3x-2x^2}.$$

Перенесем правую часть уравнения в левую и приведем к общему знаменателю. Заметим, что $2x^2 + 3x - 2 = (2x-1)(x+2)$.

$$\frac{3x}{2x-1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{3}{-2+3x+2x^2} = 0; \frac{3x(x+2) + (x+1)(2x-1) + 3}{(2x-1)(x+2)} = 0;$$

$$\frac{3x^2 + 6x + 2x^2 + x - 1 + 3}{(2x-1)(x+2)} = 0; \frac{5x^2 + 7x + 2}{(2x-1)(x+2)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} 5x^2 + 7x + 2 = 0; \\ (2x-1)(x+2) \neq 0; \end{cases} \quad x \neq \frac{1}{2}, \quad x \neq -2. \quad 5x^2 + 7x + 2 = 0.$$

Используем формулу для квадратного уравнения $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x_1 = -\frac{2}{5}$, $x_2 = -1$.

$$\text{Ответ: } -\frac{2}{5}; -1.$$

$$6) \frac{1-x}{x-3} - \frac{2x}{3x+2} = \frac{4}{6+7x-3x^2}.$$

Приведем к общему знаменателю. Заметим, что $3x^2 - 7x - 6 = -(x-3)(3x+2)$.

$$\frac{1-x}{x-3} - \frac{2x}{3x+2} + \frac{4}{-6-7x+3x^2} = 0; \frac{(1-x)(3x+2) - 2x(x-3) + 4}{(x-3)(3x+2)} = 0;$$

$$\frac{3x+2-3x^2-2x-2x^2+6x+4}{(x-3)(3x+2)} = 0; \frac{-5x^2+7x+6}{(x-3)(3x+2)} = 0.$$

$$\begin{cases} -5x^2 + 7x + 6 = 0; \\ (x-3)(3x+2) \neq 0; \end{cases} \quad x \neq 3, \quad x \neq -\frac{2}{3}. \quad 5x^2 - 7x - 6 = 0.$$

Используем формулу для квадратного уравнения. $x_1 = -\frac{3}{5}$, $x_2 = 2$. Ответ: $-\frac{3}{5}; 2$.

$$21. ax^4 + bx^3 + cx^2 - bx + a = 0, a \neq 0; x - \frac{1}{x} = t.$$

Поскольку $x = 0$ не является корнем уравнения, то разделим его на x^2 . Получим

$$ax^2 + bx + c - \frac{b}{x} + \frac{a}{x^2} = 0.$$

Сгруппируем слагаемые: первое и пятое, второе и четвертое и вынесем общие множители за скобки.

$$\left(ax^2 + \frac{a}{x^2}\right) + \left(bx - \frac{b}{x}\right) + c = 0; a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x - \frac{1}{x}\right) + c = 0.$$

Введем указанную замену $x - \frac{1}{x} = t$. Тогда $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = t^2$, $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2$.

$a(t^2 + 2) + bt + c = 0$; $at^2 + 2a + bt + c = 0$; $at^2 + bt + 2a + c = 0$, что и требовалось доказать.

$$1) x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x + 1 = 0.$$

Видно, что $x = 0$ не является корнем уравнения. Разделим его на x^2 .

$$x^2 - 4x - 2 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0; \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(4x - \frac{4}{x}\right) - 2 = 0; \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x - \frac{1}{x}\right) - 2 = 0.$$

Введем замену $x - \frac{1}{x} = t$. Тогда $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = t^2$.

$$t^2 + 2 - 4t - 2 = 0; t^2 - 4t = 0; t(t-4) = 0; t = 0, t = 4.$$

Учитывая замену, получим

$$1) x - \frac{1}{x} = 0; x^2 - 1 = 0; x = \pm 1; \text{ Ответ: } \pm 1; 2 \pm \sqrt{5}.$$

$$2) x - \frac{1}{x} = 4; x^2 - 4x - 1 = 0; x = 2 \pm \sqrt{5}.$$

2) $2x^4 - 15x^3 + 14x^2 + 15x + 2 = 0$.

Видно, что $x = 0$ не является корнем уравнения, поэтому разделим его на x^2 . Получим

$$2x^2 - 15x + 14 + \frac{15}{x} + \frac{2}{x^2} = 0; \left(2x^2 + \frac{2}{x^2}\right) - \left(15x - \frac{15}{x}\right) + 14 = 0;$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 15\left(x - \frac{1}{x}\right) + 14 = 0.$$

Введем замену $x - \frac{1}{x} = t$. $2(t^2 + 2) - 15t + 14 = 0$; $2t^2 - 15t + 18 = 0$.

Используем формулу для квадратного уравнения. $t_1 = \frac{3}{2}$, $t_2 = 6$.

Учитывая замену, получим:

1) $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$; $\frac{2x^2 - 2 - 3x}{2x} = 0$; $2x^2 - 3x - 2 = 0$; $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 2$; Ответ: $-\frac{1}{2}$; 2; $3 \pm \sqrt{10}$.

2) $x - \frac{1}{x} = 6$; $\frac{x^2 - 1 - 6x}{x} = 0$; $x^2 - 6x - 1 = 0$; $x = 3 \pm \sqrt{10}$.

22. 1) $\frac{x^3 - 9x^2}{x - 1} + \frac{1}{x - 2} + 27 = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$.

Перенесем правую часть уравнения в левую и приведем к общему знаменателю.

$$\frac{x^3 - 9x^2}{x - 1} + \frac{1}{x - 2} + 27 = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2} = 0;$$

$$\frac{(x^3 - 9x^2)(x - 2) + x - 1 + 27(x - 1)(x - 2) - 2x + 3}{(x - 1)(x - 2)} = 0;$$

$$\frac{x^4 - 2x^3 - 9x^3 + 18x^2 + x - 1 + 27x^2 - 81x + 54 - 2x + 3}{(x - 1)(x - 2)} = 0;$$

$$\frac{x^4 - 11x^3 + 45x^2 - 82x + 56}{(x - 1)(x - 2)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} x^4 - 11x^3 + 45x^2 - 82x + 56 = 0; & x \neq 1, x \neq 2. \\ (x - 1)(x - 2) \neq 0; \end{cases}$$

Среди числителей числа 56 находим целый корень уравнения 4.

$$x^4 - 11x^3 + 45x^2 - 82x + 56 = (x - 4)M_3(x). \text{ Находим } M_3(x):$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 11x^3 + 45x^2 - 82x + 56 & x - 4 \\ x^4 - 4x^3 & \\ \hline -7x^3 + 45x^2 & \\ -7x^3 + 28x^2 & \\ \hline 17x^2 - 82x & \\ 17x^2 - 68x & \\ \hline -14x + 56 & \\ -14x + 56 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$M_3(x) = x^3 - 7x^2 + 17x - 14$. Уравнение $M_3(x) = 0$ не имеет целых корней. Ответ: $x = 4$.

2) $\frac{x^3}{x - 2} - \frac{3x^2 - 1}{x + 1} = \frac{6x^2}{x^2 - x - 2}$; $\frac{x^3}{x - 2} - \frac{3x^2 - 1}{x + 1} - \frac{6x^2}{x^2 - x - 2} = 0$;

$$\frac{x^3(x + 1) - (3x^2 - 1)(x - 2) - 6x^2}{(x - 2)(x + 1)} = 0; \frac{x^4 + x^3 - 3x^3 + 6x^2 + x - 2 - 6x^2}{(x - 2)(x + 1)} = 0;$$

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{(x - 2)(x + 1)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} x^4 - 2x^3 + x - 2 = 0; & x \neq 2, x \neq -1; (x^4 - 2x^3) + (x - 2) = 0; x^3(x - 2) + (x - 2) = 0; (x - 2)(x^3 + 1) = 0; \\ (x - 2)(x + 1) \neq 0; \\ (x - 2)(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0; & x^2 - x + 1 = 0. \end{cases}$$

Это уравнение имеет комплексные корни.

Ответ: действительных корней нет.

$$\begin{aligned}
 3) \quad \frac{x^2}{x+2} + \frac{2x^2(x-2)}{x-3} &= \frac{3x^2+19x+6}{x^2-x-6}; \quad \frac{x^2}{x+2} + \frac{2x^2(x-2)}{x-3} - \frac{3x^2+19x+6}{x^2-x-6} = 0; \\
 \frac{x^3(x-3) + 2x^2(x-2)(x+2) - 3x^2 - 19x - 6}{(x+2)(x-3)} &= 0; \quad \frac{x^3 - 3x^2 + 2x^4 - 8x^2 - 3x^2 - 19x - 6}{(x+2)(x-3)} = 0; \\
 \frac{2x^4 + x^3 - 14x^2 - 19x - 6}{(x+2)(x-3)} &= 0.
 \end{aligned}$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} 2x^4 + x^3 - 14x^2 - 19x - 6 = 0; & x \neq -2, x \neq 3. \\ (x+2)(x-3) \neq 0; \end{cases}$$

Среди делителей числа -6 находим целый корень уравнения -1 .

$2x^4 + x^3 - 14x^2 - 19x - 6 = (x+1)M_3(x)$. Находим $M_3(x)$:

$$\begin{array}{r}
 2x^4 + x^3 - 14x^2 - 19x - 6 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{2x^4 + 2x^3} \\
 -x^3 - 14x^2 \\
 \underline{-x^3 - x^2} \\
 -13x^2 - 19x \\
 \underline{-13x^2 - 13x} \\
 -6x - 6 \\
 \underline{-6x - 6} \\
 0
 \end{array}$$

$M_3(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$. Среди делителей числа -6 находим -2 — целый корень уравнения. $M_3(x) = 0$. $2x^3 - x^2 - 13x - 6 = (x+2)M_2(x)$.

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - x^2 - 13x - 6 \quad | \quad x+2 \\
 \underline{2x^3 + 4x^2} \\
 -5x^2 - 13x \\
 \underline{-5x^2 - 10x} \\
 -3x - 6 \\
 \underline{-3x - 6} \\
 0
 \end{array}$$

$M_2(x) = 2x^2 - 5x - 3$; $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Используем формулу для квадратного уравнения.

$$x_1 = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = 3 \text{ — не удовлетворяет условию, } x \neq 3. \text{ Ответ: } -1; -\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad \frac{2x^3}{x+2} + \frac{x^2}{x-1} &= \frac{8x^2-7x+2}{x^2+x-2}; \quad \frac{2x^3}{x+2} + \frac{x^2}{x-1} - \frac{8x^2-7x+2}{x^2+x-2} = 0; \\
 \frac{2x^3(x-1) + x^2(x+2) - 8x^2 + 7x - 2}{(x+2)(x-1)} &= 0; \quad \frac{2x^4 - 2x^3 + x^3 + 2x^2 - 8x^2 + 7x - 2}{(x+2)(x-1)} = 0; \\
 \frac{2x^4 - x^3 - 6x^2 + 7x - 2}{(x+2)(x-1)} &= 0.
 \end{aligned}$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю.

$$\begin{cases} 2x^4 - x^3 - 6x^2 + 7x - 2 = 0; & (*) \quad x \neq -2, x \neq 1. \\ (x+2)(x-1) \neq 0; \end{cases}$$

Среди делителей числа -2 находим целые корни уравнения $(*)$ -2 и 1 , но они не являются корнями исходного уравнения

$$2x^4 - x^3 - 6x^2 + 7x - 2 = (x-1)(x+2)M_2(x)$$

$$\begin{array}{r|l}
 2x^4 - x^3 - 6x^2 + 7x - 2 & x^2 + x - 2 \\
 \hline
 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 & 2x^2 - 3x + 1 \\
 \hline
 -3x^3 - 2x^2 + 7x & \\
 -3x^3 - 3x^2 + 6x & \\
 \hline
 x^2 + x - 2 & \\
 x^2 - x + 2 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$M_2(x) = 2x^2 - 3x + 1$; $2x^2 - 3x + 1 = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 1$ — не удовлетворяет условию $x \neq 1$.

Ответ: $x = \frac{1}{2}$.

23. $\frac{x^2 + 2(a-1)a + a^2 - a}{x-1} = 0$.

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} x^2 + 2(a-1)x + a^2 - a = 0; \\ x - 2 \neq 0; \end{cases} \quad x \neq 2.$$

Для того, чтобы уравнение имело два различных корня, необходимо чтобы дискриминант был больше нуля, т. е. $D = b^2 - 4ac > 0$.

$$D = 4(a-1)^2 - 4(a^2 - a) = 4a^2 - 8a + 4 - 4a^2 + 4a = 4 - 4a = 4(1-a) > 0; a < 1.$$

Также учитываем, что $x \neq 2$ $x = \frac{-2(a-1) \pm 2\sqrt{1-a}}{2} = -(a-1) \pm \sqrt{1-a} \neq 2$.

1) $-(a-1) + \sqrt{1-a} \neq 2$.

Оставим $\sqrt{1-a}$ в левой части, а остальное перенесем в правую и возведем все в квадрат

$$\sqrt{1-a} \neq 2 + a - 1; 1 - a \neq a^2 + 2a + 1; a^2 + 3a \neq 0; a(a+3) \neq 0; a \neq 0, a \neq -3.$$

2) $-(a-1) - \sqrt{1-a} \neq 2$.

$$\sqrt{1-a} \neq -a - 1; 1 - a \neq -a^2 - 2a - 1; a^2 + a + 2 \neq 0.$$

Это уравнение имеет только комплексные решения. Ответ: $a < -3$; $-3 < a < 0$; $0 < a < 1$.

24. $\frac{x^3 - 2ax^2 - a^2x + 2a^3}{x+3} = 0$.

$a \neq 0$, так как в противном случае уравнение будет иметь только один корень.

Знаменатель дроби не может равняться нулю, поэтому $x \neq -3$. Подставим это в числитель.

$$-27 - 18a + 3a^2 + 2a^3 \neq 0; -9(3+2a) + a^2(3+2a) \neq 0; (3+2a) + (a^2-9) \neq 0; a \neq -\frac{3}{2}, a \neq \pm 3.$$

Ответ: $a \neq 0$, $a \neq -\frac{3}{2}$, $a \neq \pm 3$.

25. 1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 74; \\ x + y = 12. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. $x = 12 - y$ — из второго уравнения. $(12 - y)^2 + y^2 = 74$; $144 - 24y + y^2 + y^2 = 74$; $2y^2 - 24y + 70 = 0$; $y^2 - 12y + 35 = 0$.

По теореме Виета $y_1 = 5$, $y_2 = 7$. Соответственно $x_1 = 7$, $x_2 = 5$. Ответ: (5; 7), (7; 5).

2) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 32; \\ x - y = 4. \end{cases}$ В первом уравнении используем формулу сокращенного умножения

$$(x-y)(x+y) = 32. \text{ Решим методом подстановки. } 4(x+y) = 32; x+y = 8; x = 8-y; 8-y-y = 4;$$

$$-2y = -4; y = 2, x = 6. \text{ Ответ: (6; 2).}$$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10; \\ x + y = 4. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.

Выразим из второго уравнения x . $x = 4 - y$; $(4 - y)^2 + y^2 = 10$; $16 - 8y + y^2 + y^2 = 10$; $2y^2 - 8y + 6 = 0$; $y^2 - 4y + 3 = 0$. По теореме Виета $y_1 = 1$, $y_2 = 3$. Соответственно $x_1 = 3$, $x_2 = 1$. Ответ: (1; 3), (3; 1).

- 4) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16; \\ x - y = 1. \end{cases}$ В первом уравнении используем формулу сокращенного умножения.
 $(x - y)(x + y) = 16$. Подставив сюда второе уравнение, получаем систему уравнений:
 $\begin{cases} x + y = 16; \\ x - y = 1. \end{cases}$ Решим систему методом сложения. $2x = 17$; $x = 8,5$; $y = 7,5$. *Ответ:* (8,5; 7,5).
26. 1) $\begin{cases} 2x^2 - 2xy + x = -9; \\ 2y - 3x = 1. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. Из второго уравнения $2y = 3x + 1$. $2x^2 - x(3x + 1) + x + 9 = 0$; $2x^2 - 3x^2 - x + x + 9 = 0$; $-x^2 + 9 = 0$; $x_{1,2} = \pm 3$;
 $y = \frac{3x + 1}{2}$; $y_1 = 5$; $y_2 = -4$. *Ответ:* (3; 5), (-3; 4).
- 2) $\begin{cases} x^2 + 6xy + 8y^2 = 91; \\ x + 3y - 10 = 0. \end{cases}$ В первом уравнении системы добавим и вычтем y^2 . Тогда $x^2 + 6xy + 9y^2 - y^2 = 91$. Используя формулу сокращенного умножения $(x + 3y)^2 = 91 + y^2$.
Из второго уравнения системы $x + 3y = 10$. Подставим это в первое уравнение:
 $10^2 = 91 + y^2$; $y^2 = 9$; $y_{1,2} = \pm 3$; $x = 10 - 3y$; $x_1 = 1$, $x_2 = 19$. *Ответ:* (1; 3), (19; -3).
- 3) $\begin{cases} (x - 1)(y - 1) = 2; \\ x + y = 5. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки $x = 5 - y$.
 $(5 - y - 1)(y - 1) = 2$; $(4 - y)(y - 1) - 2 = 0$; $4y - 4 - y^2 + y - 2 = 0$; $-y^2 + 5y - 6 = 0$; $y^2 - 5y + 6 = 0$.
По теореме Виета $y_1 = 2$, $y_2 = 3$. Соответственно $x_1 = 3$, $x_2 = 2$. *Ответ:* (2; 3), (3; 2).
- 4) $\begin{cases} (x - 2)(y + 1) = 1; \\ x - y = 3. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. $x = y + 3$.
 $(y + 3 - 2)(y + 1) = 1$; $(y + 1)^2 = 1$; $y^2 + 2y + 1 - 1 = 0$; $y^2 + 2y = 0$; $y(y + 2) = 0$; $y_1 = 0$, $y_2 = -2$;
 $y_1 = 3$, $x_2 = 1$.
27. 1) $\begin{cases} x + y = 3; \\ xy = -40. \end{cases}$ По теореме, обратной теореме Виета, x и y являются корнями уравнения $z^2 - 3z - 40 = 0$. Отсюда $z_1 = -5$, $z_2 = 8$. Следовательно, решениями исходной системы уравнений будут пары чисел $x = -5$, $y = 8$; $x = 8$, $y = -5$. *Ответ:* (-5; 8), (8; -5).
- 2) $\begin{cases} x - y = 7; \\ xy = 18. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки $x = 7 + y$. $(7 + y)y = 18$; $y^2 + 7y - 18 = 0$.
По теореме Виета $y_1 = -9$, $y_2 = 2$. Соответственно $x_1 = -2$, $x_2 = 9$. *Ответ:* (-2; -9), (9; 2).
- 3) $\begin{cases} x + y = 8; \\ xy = 15. \end{cases}$ По теореме, обратной теореме Виета, x и y являются корнями уравнения $z^2 - 8z + 15 = 0$. Отсюда $z_1 = 3$, $z_2 = 5$. Следовательно, решениями исходной системы уравнений будут пары чисел $x_1 = 3$, $y_1 = 5$; $x_2 = 5$, $y_2 = 3$. *Ответ:* (3; 5), (5; 3).
- 4) $\begin{cases} x - y = -2; \\ xy = 15. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки $x = y - 2$. $(y - 2)y = 15$;
 $y^2 - 2y - 15 = 0$. По теореме Виета получим $y_1 = -3$, $y_2 = 5$. Соответственно, $x_1 = -5$, $x_2 = 3$.
Ответ: (-5; -3), (3; 5).
28. 1) $\begin{cases} 2x + 3y = 3; \\ 4x^2 - 9y^2 = 27. \end{cases}$ Во втором уравнении системы используем формулу сокращенного умножения и подставим в него первое уравнение. $(2x - 3y)(2x + 3y) = 27$; $(2x - 3y) \cdot 3 = 27$;
 $2x - 3y = 9$; Решим систему уравнений методом сложения. $4x = 12$; $x = 3$; $y = \frac{2x - 9}{3}$,
 $2x + 3y = 3$. $y = -1$. *Ответ:* (3; -1).
- 2) $\begin{cases} x - y = 5; \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.
 $\sqrt{x} = 1 + \sqrt{y}$; $x = 1 + y + 2\sqrt{y}$; $1 + y + 2\sqrt{y} - y = 5$; $2\sqrt{y} = 4$; $\sqrt{y} = 2$; $y = 4$,
 $x = 1 + 4 + 2\sqrt{4} = 9$. *Ответ:* (9; 4).

- 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34; \\ xy = 15. \end{cases}$ Домножим второе уравнение системы на 2 и сложим с первым.
 $x^2 + y^2 + 2xy = 64$. Видно, что в левой части уравнения стоит формула сокращенного умножения $(x + y)^2 = 64$. Отсюда получим две системы уравнений:

- 1) $\begin{cases} x + y = 8; \\ xy = 15; \end{cases} \quad x = 8 - y; (8 - y)y = 15; y^2 - 8y + 15 = 0; y_1 = 3, y_2 = 5; x_1 = 5, x_2 = 3;$
 2) $\begin{cases} x + y = -8; \\ xy = 15; \end{cases} \quad y = -8 - y; (-8 - y)y = 15; y^2 + 8y + 15 = 0; y_1 = -5, y_2 = -3; x_1 = -3, x_2 = -5.$

Ответ: (5; 3), (3; 5), (-3; -5), (-5; -3).

- 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25; \\ xy = 12. \end{cases}$ Второе уравнение домножим на 2 и сложим с первым уравнением
 $x^2 + y^2 + 2xy = 49$. В левой части стоит формула сокращенного умножения $(x + y)^2 = 49$.
 Отсюда получим две системы уравнений:

- 1) $\begin{cases} x + y = 7; \\ xy = 12; \end{cases} \quad x = 7 - y; (7 - y)y = 12; y^2 - 7y + 12 = 0; y_1 = 3, y_2 = 4; x_1 = 4, x_2 = 3;$
 2) $\begin{cases} x + y = -7; \\ xy = 12; \end{cases} \quad y = -7 - y; (-7 - y)y = 12; -7y - y^2 = 12; y^2 + 7y + 12 = 0; y_1 = -3, y_2 = -4; x_1 = -4, x_2 = -3.$

Ответ: (4; 3), (3; 4), (-4; -3), (-3; -4).

29. 1) $\begin{cases} 2x - 3y = 1; \\ 2x^2 - xy - 3y^2 = 3. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.

$$x = \frac{1+3y}{2} \quad 2\left(\frac{1+3y}{2}\right)^2 - \left(\frac{1+3y}{2}\right)y - 3y^2 - 3 = 0; \quad \frac{1+6y+9y^2}{2} - \frac{y+3y^2}{2} - 3y^2 - 3 = 0.$$

Домножим уравнение на 2. $1 + 6y + 9y^2 - y - 3y^2 - 6y^2 - 6 = 0; 5y - 5 = 0; 5(y - 1) = 0; y = 1, x = 2$. Ответ: (2; 1).

- 2) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 133; \\ x + y = 7. \end{cases}$ В первом уравнении используем формулу сокращенного умножения и подставим в него второе уравнение. $(x + y)(x^2 - xy + y^2) = 133$.

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 19; \\ x + y = 7. \end{cases} \quad \text{Решим систему уравнений методом подстановки. } x = 7 - y.$$

$(7 - y)^2 - (7 - y)y + y^2 = 19; 49 - 14y + y^2 - 7y + y^2 + y^2 - 19 = 0; 3y^2 - 21y + 30 = 0; y^2 - 7y + 10 = 0$. По теореме Виета $y_1 = 2, y_2 = 5; x_1 = 5, x_2 = 2$. Ответ: (5; 2), (2; 5).

- 3) $\begin{cases} xy - x + y = 7; \\ xy + x - y = 13. \end{cases}$ Заменим эту систему уравнений на более простую, равносильную ей систему. Первое уравнение получим сложением двух уравнений, второе — вычитанием первого из второго. $\begin{cases} 2xy = 20; \\ 2x - 2y = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 10; \\ x - y = 3. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. $x = 3 + y$. $(3 + y)y = 10; y^2 + 3y - 10 = 0; y_1 = -5, y_2 = 2$ — по теореме Виета; $x_1 = -2, x_2 = 5$.

Ответ: (-2; -5), (5; 2).

- 4) $\begin{cases} xy - 2(x + y) = 2; \\ xy + x + y = 29. \end{cases}$ Вычтем первое уравнение системы из второго.
 $x + y + 2(x + y) = 27; 3(x + y) = 27; x + y = 9$.

Подставив во второе уравнение, получим $xy + 9 = 29; xy = 20$.

Решим систему $\begin{cases} x + y = 9; \\ xy = 20; \end{cases} \quad x = 9 - y; y(9 - y) = 20; y^2 - 9y + 20 = 0; y_1 = 4, y_2 = 5; x_1 = 5, x_2 = 4$.
 Ответ: (5; 4), (4; 5).

30. 1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10; \\ xy = 3. \end{cases}$ Умножив второе уравнение на 2, сложим с первым. $x^2 + y^2 + 2xy = 16$.
 $(x + y)^2 = 16$. В левой части стоит формула сокращенного умножения.

- 1) $\begin{cases} x + y = 4; \\ xy = 3; \end{cases} \quad x = 4 - y; (4 - y)y = 3; y^2 - 4y + 3 = 0; y_1 = 1, y_2 = 3; x_1 = 3, x_2 = 1;$

2) $\begin{cases} x+y=-4; \\ xy=3; \end{cases} \quad x=-4-y; y(-4-y)=3; y^2+4y+3=0; y_1=-3, y_2=-1; x_1=-1, x_2=-3.$
 Ответ: (3; 1), (1; 3), (-1; -3), (-3; -1).

2) $\begin{cases} x^2-xy+y^2=19; \\ xy=15. \end{cases}$ Вычтем из первого уравнения системы второе и используем формулу сокращенного умножения. $x^2-2xy+y^2=4; (x-y)^2=4.$

1) $\begin{cases} x-y=2; \\ xy=15; \end{cases} \quad x=y+2; (y+2)y=15; y^2+2y-15=0; y_1=-5, y_2=3; x_1=-3, x_2=5;$

2) $\begin{cases} x-y=-2; \\ xy=15; \end{cases} \quad x=y-2; (y-2)y=15; y^2-2y-15=0; y_1=-3, y_2=5; x_1=-5, x_2=3.$
 Ответ: (-3; -5), (5; 3), (-5; -3), (3; 5).

3) $\begin{cases} x^2+4xy+y^2=94; \\ 5xy=75. \end{cases}$ Из второго уравнения системы получим $xy=15, 2xy=30$. Подставим в первое уравнение. $x^2+2xy+y^2=94-2xy; (x+y)^2=64.$

1) $\begin{cases} x+y=8; \\ xy=15; \end{cases} \quad x=8-y; (8-y)y=15; y^2-8y+15=0; y_1=3, y_2=5; x_1=5, x_2=3;$

2) $\begin{cases} x+y=-8; \\ xy=15; \end{cases} \quad x=-8-y; (-8-y)y=15; y^2+8y+15=0; y_1=-5, y_2=-3; x_1=-3, x_2=-5.$
 Ответ: (5; 3), (3; 5), (-3; -5), (-5; -3).

4) $\begin{cases} x^2-6xy+y^2=8; \\ 3xy=21. \end{cases}$ Из второго уравнения получим $xy=7, 4xy=28$.
 $x^2-2xy+y^2=8+4xy; (x-y)^2=36.$

1) $\begin{cases} x-y=6; \\ xy=9; \end{cases} \quad x=6+y; (6+y)y=9; y^2+6y-9=0; y_1=-7, y_2=1; x_1=-1, x_2=7;$

2) $\begin{cases} x-y=-6; \\ xy=7; \end{cases} \quad x=y-6; (y-6)y=7; y^2-6y-7=0; y_1=-1, y_2=7; x_1=-7, x_2=1.$
 Ответ: (-7; -1), (-1; -7), (7; 1), (1; 7).

31. 1) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1; \\ x+y=4. \end{cases} \quad x \neq 0, y \neq 0$ — из первого уравнения. $\frac{y+x}{xy} = 1; \frac{4}{xy} = 1; \begin{cases} xy=4; \\ x+y=4. \end{cases}$

Пользуясь теоремой, обратной теореме Виета, получаем $x=2, y=2$. Ответ: (2; 2).

2) $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{3}{2}; \\ xy=80. \end{cases}$ Из первого уравнения следует, что $x \neq y$.

Перепишем первое уравнение по свойству пропорции. $2x+2y=3x-3y$
 $x=5y; 5y^2=80; y^2=16; y_1=-4, y_2=4; x_1=-20, x_2=20$. Ответ: (-20; -4), (20; 4).

3) $\begin{cases} x-y=3; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -0,3. \end{cases}$ Из второго уравнения $x \neq 0, y \neq 0$. $\frac{y-x}{xy} = -0,3; \frac{x-y}{xy} = 0,3; \frac{3}{xy} = 0,3;$

$\begin{cases} xy=10; \\ x-y=3; \end{cases} \quad x=3+y; (3+y)y=10; y^2+3y-10=0; y_1=-5, y_2=2; x_1=-2, x_2=5.$

Ответ: (-2; -5), (5; 2).

4) $\begin{cases} x+y=9; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0,5. \end{cases}$ Из второго уравнения $x \neq 0, y \neq 0$. $\frac{y+x}{xy} = 0,5; \frac{9}{xy} = 0,5; \begin{cases} xy=18; \\ x+y=9. \end{cases}$

Из теоремы, обратной теореме Виета, следует, что $x_1=3, y_1=6; x_2=6, y_2=3$.

Ответ: (3; 6), (6; 3).

32. 1) $\begin{cases} x^2-y=7; \\ x^2y=18. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.
 $x^2=7+y; (7+y)y=18; y^2+7y-18=0.$

По теореме Виета $y_1 = -9$, $y_2 = 2$; $x_1^2 = -2$. $x_2^2 = 9 \Rightarrow x_1 = -3$, $x_2 = 3$. Ответ: $(-3; 2)$, $(3; 2)$.

- 2) $\begin{cases} 2x^2 + y = 3; \\ x^2 y - 1 = 0. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.

$$x^2 = \frac{3-y}{2}; \quad \frac{3-y}{2} \cdot y - 1 = 0; \quad y^2 - 3y + 2 = 0.$$

По теореме Виета $y_1 = 1$, $y_2 = 2$; $x_1^2 = 1$, $x_{1,2} = \pm 1$; $x_2^2 = \frac{1}{2}$, $x_{3,4} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ответ: $(-1; 1)$, $(1; 1)$, $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 2\right)$, $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; 2\right)$.

- 3) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12; \\ x^2 + y^2 = 20. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения.

$$2x^2 = 32; x^2 = 16; x_{1,2} = \pm 4; 2y^2 = 8; y^2 = 4; y_{1,2} = \pm 2. \text{ Ответ: } (-4; -2), (4; 2).$$

- 4) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 21; \\ x^2 + y^2 = 29. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения.

$$2x^2 = 50; x^2 = 25; x_{1,2} = \pm 5; 2y^2 = 8; y^2 = 4; y_{1,2} = \pm 2. \text{ Ответ: } (-5; -2), (5; 2).$$

- 5) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 28; \\ xy^2 + x^2 y = 12. \end{cases}$ В первом уравнении системы применим формулу суммы кубов.

$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 28$. Во втором уравнении вынесем общие множители за скобки

$$xy(y+x) = 12; x+y = \frac{12}{xy}; \frac{12}{xy}(x^2 - xy + y^2) = 28; \frac{x^2 - xy + y^2}{xy} = \frac{7}{3}; 3x^2 - 3xy + 3y^2 - 7xy = 0;$$

$$3x^2 - 10xy + 3y^2 = 0.$$

Рассматривая полученное уравнение как квадратное относительно x , найдем его корни.

$$x_1 = 3y, \quad x_2 = \frac{y}{3}.$$

Подставим полученное выражение во второе уравнение системы

$$1) 3y^3 + 9y^3 = 12; 12y^3 = 12; y^3 = 1; y = 1, x = 3;$$

$$2) \frac{y^3}{3} + \frac{y^3}{9} = 12; 3y^3 + y^3 = 108; 4y^3 = 108; y^3 = 27; y = 3, x = 1. \text{ Ответ: } (3; 1), (1; 3).$$

- 6) $\begin{cases} xy^2 + xy^3 = 10; \\ x + xy = 10. \end{cases}$ Разделим первое уравнение системы на второе $\frac{xy^2(1+y)}{x(1+y)} = 1$.

Заметим, что $x \neq 0$, $y \neq -1$. $y^2 = 1$; $y = 1$; $x = \frac{10}{1+y} = 5$. Ответ: $(5; 1)$.

33. 1) $\begin{cases} x^3 + 27y^3 = 54; \\ x^2 - 3xy + 9y^2 = 9. \end{cases}$ В первом уравнении системы применим формулу суммы кубов

$$(x+3y)(x^2 - 3xy + 9y^2) = 54. \text{ Подставим сюда второе уравнение системы. } x+3y=6; x=6-3y;$$

$$(6-3y)^2 - 3y(6-3y) + 9y^2 = 9; 36 - 36y + 9y^2 - 18y + 9y^2 + 9y^2 = 9; 27y^2 - 54y + 27 = 0;$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0; (y-1)^2 = 0; y = 1; x = 6 - 3 = 3. \text{ Ответ: } (3; 1).$$

- 2) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 19; \\ x^2 + xy + y^2 = 49. \end{cases}$ Сначала сложим оба уравнения системы, затем вычтем из второго первое

$$2x^2 + 2y^2 = 68; x^2 + y^2 = 34. 2xy = 30; x^2 + y^2 + 2xy = 64; (x+y)^2 = 64.$$

$$1) \begin{cases} x+y=8; \\ xy=15; \end{cases} \quad x_1=3, y_1=5; x_2=5, y_2=3; \quad 2) \begin{cases} x+y=-8; \\ xy=15; \end{cases} \quad x_1=-5, y_1=-3; x_2=-3, y_2=-5.$$

Ответ: $(3; 5)$, $(5; 3)$, $(-5; -3)$, $(-3; -5)$.

- 3) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 72; \\ x - y = 6. \end{cases}$ В первом уравнении применим формулу разности кубов

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 72. \text{ Подставив сюда второе уравнение, получим } x^2 + xy + y^2 = 12.$$

Решим систему уравнений методом подстановки. $x = 6 + y$

$$(6+y)^2 + (6+y)y + y^2 - 12 = 0; 36 + 12y + y^2 + 6y + y^2 + y^2 - 12 = 0; 3y^2 + 18y + 24 = 0;$$

$$y^2 + 6y + 8 = 0; y_1 = -4, y_2 = -2; x_1 = 2, x_2 = 4. \text{ Ответ: } (2; -4), (4; -2).$$

- 4) $\begin{cases} x^2 + 5xy + y^2 = 25; \\ 5x + y = 8. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.

$x^2 + y(5x + y) = 25$. $\begin{cases} x^2 + 8y = 25; \\ 5x + y = 8; \end{cases} y = 8 - 5x; x^2 + 8(8 - 5x) - 25 = 0; x^2 + 64 - 40x - 25 = 0;$
 $x^2 - 40x + 39 = 0$. По теореме Виета $x_1 = 1, x_2 = 39$. Соответственно $y_1 = 3, y_2 = -187$.
 Ответ: (1; 3), (39; -187).

34. 1) $\begin{cases} x + y = 41; \\ \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{41}{20}. \end{cases}$ Преобразуем второе уравнение системы. $\frac{x+y}{\sqrt{xy}} = \frac{41}{20}; \frac{41}{\sqrt{xy}} = \frac{41}{20}; \sqrt{xy} = 20$.

$\begin{cases} xy = 400; \\ x + y = 41; \end{cases} y^2 - 41y + 400 = 0; y_1 = 25, y_2 = 16; x_1 = 16, x_2 = 25$. Ответ: (16; 25), (25; 16).

- 2) $\begin{cases} x + y = 10; \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4. \end{cases}$ Заметим, что $x > 0, y > 0$. Возведем второе уравнение системы в квадрат и подставим в него первое уравнение. $x + y + 2\sqrt{xy} = 16; 2\sqrt{xy} = 6; \sqrt{xy} = 3$. $\begin{cases} xy = 9; \\ x + y = 10. \end{cases}$

Из теоремы, обратной теореме Виета, следует $x_1 = 1, y_1 = 9; x_2 = 9, y_2 = 1$. Ответ: (1; 9), (9; 1).

- 3) $\begin{cases} x + y = 5; \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3. \end{cases}$ Заметим, что $x > 0, y > 0$. Возведем второе уравнение системы в квадрат и подставим в него первое $x + y + 2\sqrt{xy} = 9; 2\sqrt{xy} = 4; \sqrt{xy} = 2$. $\begin{cases} xy = 4; \\ x + y = 5. \end{cases}$

Из теоремы, обратной теореме Виета, следует, что $x_1 = 1, y_1 = 4; x_2 = 4, y_2 = 1$.
 Ответ: (1; 4), (4; 1).

- 4) $\begin{cases} x - y = 13; \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1. \end{cases}$ Заметим, что $x > 0, y > 0$. Применим в первом уравнении системы формулу разности квадратов $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 13$. $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 13; \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1. \end{cases}$

Сначала сложим два уравнения системы, затем вычтем из первого уравнения второе. Получим $2\sqrt{x} = 14; \sqrt{x} = 7; x = 49; 2\sqrt{y} = 12; \sqrt{y} = 6; y = 36$. Ответ: (49; 36).

35. 1) $\begin{cases} yz = 15; \\ xz = 10; \\ y^2 + z^2 = 34. \end{cases}$ Первое уравнение системы умножим на 2 и сложим с третьим. Используем формулу сокращенного умножения. $y^2 + z^2 + 2yz = 34 + 30; (y + z)^2 = 64$.

$$1) \begin{cases} y + z = 8; \\ yz = 15; \end{cases} y_1 = 3, z_1 = 5, x_1 = 2; y_2 = 5, z_2 = 3, x_2 = \frac{10}{3};$$

$$2) \begin{cases} y + z = -8; \\ yz = 15; \end{cases} y_1 = -3, z_1 = -5, x_1 = -2; y_2 = -5, z_2 = -3, x_2 = -\frac{10}{3}.$$

$$\text{Ответ: } (2; 3; 5), \left(\frac{10}{3}; 5; 3\right), (-2; -3; -5), \left(-\frac{10}{3}; -5; -3\right).$$

- 2) $\begin{cases} xz + yz = 16; \\ xy + yz = 15; \\ xz + xy = 7. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. Из первого уравнения

$$xz = 16 - yz. \text{ Подставим это в третье уравнение } 16 - yz + xy = 7; \begin{cases} xy - yz = -9; \\ xy + yz = 15. \end{cases}$$

Сначала сложим два уравнения, затем вычтем из второго первое $2xy = 6; xy = 3; 2yz = 24;$

$$yz = 12; xz + 12 = 16; xz = 4. \text{ Получим систему трех уравнений: } \begin{cases} xy = 3; \\ yz = 12; \\ xz = 4. \end{cases}$$

Умножим первое уравнение этой системы на третье $x^2y^2 = 12; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1; y_{1,2} = \pm 3; z_{1,2} = \pm 4$.
 Ответ: (1; 3; 4), (-1; -3; -4).

36. 1) $\begin{cases} x + y = 2a; \\ xy = -3a^2. \end{cases}$ По теореме, обратной теореме Виета, можем записать

$$x^2 - 2ax - 3a^2 = 0; x_1 = 3a, x_2 = -a; y_1 = -a, y_2 = 3a. \text{ Ответ: } (3a; -a), (-a; 3a).$$

2) $\begin{cases} x - y = b; \\ xy = 2b^2. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.

$$x = b + y; (b + y)y = 2b^2; y^2 + by = 2b^2 = 0; y_1 = -2b, y_2 = b; x_1 = -b, x_2 = 2b. \text{ Ответ: } (-b; -2b), (2b; b).$$

37. Пусть x — первое число, y — второе число. Тогда можем записать $\begin{cases} xy = 135; \\ x - y = 6. \end{cases}$

Решим систему методом подстановки. $x = 6 + y; (6 + y)y = 135; y^2 + 6y - 135 = 0; y_1 = -15, y_2 = 9; x_1 = -9, x_2 = 15. \text{ Ответ: } -9 \text{ и } -15 \text{ или } 15 \text{ или } 9.$

38. Пусть x — большее число, y — меньшее число. Тогда получим $\begin{cases} x - y = 18; \\ x + y + \frac{x}{y} = 34. \end{cases}$

Решим систему уравнений методом подстановки.

$$x = 18 + y; 18 + y + y + \frac{18 + y}{y} = 34; 18 + 2y + \frac{18}{y} + 1 - 34 = 0; y \neq 0;$$

$$2y^2 - 15y + 18 = 0; y_1 = 6, y_2 = \frac{3}{2}; x_1 = 24, x_2 = 19,5. \text{ Ответ: } 24 \text{ и } 6 \text{ или } 19,5 \text{ и } \frac{3}{2}.$$

39. Пусть a и b — стороны прямоугольника ($a > 0, b > 0$). Тогда $\begin{cases} 2(a + b) = 14; \\ ab = 12; \end{cases} \begin{cases} a + b = 7; \\ ab = 12. \end{cases}$

По теореме, обратной теореме Виета, $a = 3$ см, $b = 4$ см. *Ответ: 3 см и 4 см.*

40. Пусть a и b — катеты прямоугольного треугольника ($a > 0, b > 0$). Тогда получим систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}ab = 90; \\ a^2 + b^2 = 369; \end{cases} \quad ab = 180; a^2 + b^2 + 2ab = 729; (a + b)^2 = 729;$$

$$\begin{cases} a + b = 27; \\ ab = 180; \end{cases} \quad (a + b = -27 \text{ — не рассматривается, так как } a > 0, b > 0)$$

$$a = 27 - b; (27 - b)y = 180; b^2 - 27b + 180 = 0; b_1 = 12, b_2 = 15; a_1 = 15, a_2 = 12. \text{ Ответ: } 12 \text{ см и } 15 \text{ см.}$$

41. Пусть первый класс купил x билетов ($x > 0$), на каждый билет он потратил $\frac{490}{x}$ р. Тогда второй класс купил $(x - 15)$ билетов и на каждый билет потратил $\left(\frac{490}{x} + 3,5\right)$ р. Получим

$$\text{уравнение: } (x - 15)\left(\frac{490}{x} + 3,5\right) = 350; 490 + 3,5x - \frac{7350}{x} - 52,5 - 350 = 0;$$

$$3,5x^2 + 87,5x - 7350 = 0; x^2 + 25x - 2100 = 0; x_1 = 35, x_2 < 0 \text{ — не удовлетворяет условию задачи. } 35 \text{ билетов купил первый класс. } \frac{490}{x} = 14 \text{ (р.) — первый класс заплатил за каждый}$$

$$\text{билет. } x - 15 = 20 \text{ (билетов) — купил второй класс. } 14 + 3,5 = 17,5 \text{ (р.).}$$

$$\text{Ответ: } 35 \text{ билетов по } 14 \text{ р., } 20 \text{ билетов по } 17,5 \text{ р.}$$

42. Всю работу примем за единицу. Пусть за x часов первый рабочий закончил бы всю работу, за y часов второй рабочий закончил бы всю работу. Тогда $\frac{1}{x}$ — это работа, которую выпол-

няет первый рабочий за 1 час, $\frac{1}{y}$ — работа, которую выполняет второй рабочий за 1 час.

Вместе они заканчивают работу за 12 часов. Получим первое уравнение $12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1.$

$$\frac{1}{2}x \text{ — это время, необходимое первому рабочему для выполнения половины работы.}$$

$$\frac{1}{2}y \text{ — время, необходимое второму рабочему для выполнения остальной половины. Поскольку в этом случае на выполнение всей работы требуется 25 часов, то получим второе}$$

$$\text{уравнение } \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 25. \quad \begin{cases} 12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1; \\ \frac{1}{2}(x+y) = 25; \end{cases} \quad \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{12}; \quad \begin{cases} x+y=50; \\ xy=600; \end{cases} \quad x_1=20, y_1=30; x_2=30, y_2=20.$$

Ответ: 20 и 30 часов.

44. Пусть на первой ферме x лошадей, суточная норма овса для каждой лошади y кг/день. Тогда на второй ферме $(x+10)$ лошадей, суточная норма овса $(y-1)$ кг/день, а на третьей — $(x-10)$ лошадей, суточная норма овса $(y+3)$ кг/день. Известно, что три фермы сделали равные запасы овса, при этом первой его хватило на 105 дней, второй — на 100 дней, третьей — также на 100 дней. Получим систему уравнений

$$\begin{cases} 105xy = 100(y-1)(x+10); \\ 100(y-1)(x+10) = 100(x-10)(y+3). \end{cases}$$

Упростим второе уравнение системы $(y-1)(x+10) = (x-10)(y+3)$; $xy + 10y - x - 10 = xy + 3x - 10y - 30$; $20y - 4x + 20 = 0$; $5y - x + 5 = 0$; $x = 5(y+1)$.

Подставим это выражение для x в первое уравнение системы.

$$105 \cdot 5(y+1)y = 100(y-1)(5y+5+10); 105y^2 + 105y = 100y^2 + 300y - 100y - 300;$$

$$5y^2 - 95y + 300 = 0; y_1 = 15, y_2 = 4; x_1 = 80, x_2 = 25.$$

На первой ферме 80 лошадей, суточная норма овса 15 кг.

На второй ферме 90 лошадей, суточная норма 14 кг.

На третьей ферме 70 лошадей, суточная норма 18 кг.

Ответ: 80 лошадей, 15 кг; 90 лошадей, 14 кг; 70 лошадей, 18 кг.

$$\begin{array}{r} 45. 1) \quad \begin{array}{r} x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 11x - 10 \\ x^4 + 3x^3 - 5x^2 \\ \hline -x^3 - x^2 + 11x \\ -x^3 - 3x^2 + 5x \\ \hline 2x^2 + 6x - 10 \\ 2x^2 + 6x - 10 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

Ответ: $x^2 - x + 2$.

$$\begin{array}{r} 2) \quad \begin{array}{r} x^4 + x^3 + x^2 - x - 2 \\ x^4 + \quad \quad x^2 - 2x \\ \hline \quad \quad x^3 + \quad \quad x - 2 \\ \quad \quad x^3 + \quad \quad x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

Ответ: $x + 1$.

$$\begin{array}{r} 3) \quad \begin{array}{r} 2x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 2 \\ 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 \\ \hline -x^2 - 2 \\ -x^2 - x + 2 \\ \hline x - 4 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \begin{array}{r} 6x^4 - x^3 - x + 1 \\ 6x^4 + 3x^3 \\ \hline -4x^3 - x \\ -4x^3 - 2x^2 \\ \hline 2x^2 - x + 1 \\ 2x^2 + x \\ \hline -2x + 1 \\ -2x - 1 \\ \hline 2 \end{array} \end{array}$$

Ответ: $2x^2 - 1$ — частное, $x - 4$ — остаток. Ответ: $3x^3 - 2x^2 + x - 1$ — частное, $x - 1$ — остаток.

46. 1) $6x^3 - 5x^2 - 17x + 6 = 0$. Среди делителей числа 6 находим целый корень уравнения 2. $6x^3 - 5x^2 - 17x + 6 = (x-2)M_2(x)$: Найдем $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 6x^3 - 5x^2 - 17x + 6 \\ 6x^3 - 12x^2 \\ \hline 7x^2 - 17x \\ 7x^2 - 14x \\ \hline -3x + 6 \\ -3x + 6 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

$$M_2(x) = 6x^2 + 7x - 3. 6x^2 + 7x - 3 = 0; x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{1}{3}. \text{ Ответ: } 2; \frac{3}{2}; -\frac{1}{3}.$$

2) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: первое с четвертым, второе с третьим. Применим формулу суммы кубов и вынесем общие множители за скобки.

$$(x^3 + 8) - (3x^2 + 6x) = 0; (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - 3x(x + 2) = 0; (x + 2)(x^2 - 5x + 4) = 0; (x + 2)(x - 1)(x - 4) = 0; x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 4. \text{ Ответ: } -2; 1; 4.$$

3) $2x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 5x - 6 = 0$.

Среди делителей числа -6 находим целые корни уравнения 2 и -3 .

$2x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 3)M_2(x) = (x^2 + x - 6)M_2(x)$. Находим $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 5x - 6 & x^2 + x - 6 \\ 2x^4 + 2x^3 - 12x^2 & \\ \hline x^3 + 2x^2 - 5x - 6 & \\ x^3 + x^2 - 6x & \\ \hline x^2 + x - 6 & \\ x^2 + x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$M_2(x) = x^2 + x + 1$. Уравнение $M_2(x) = 0$ имеет комплексные корни. Ответ: $2; -3$.

4) $3x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 2x + 4 = 0$

Среди делителей числа 4 находим целые корни уравнения 1 и -2 .

$3x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 2x + 4 = (x - 1)(x + 2)M_2(x) = (x^2 + x - 2)M_2(x)$. Находим $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l} 3x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 2x + 4 & x^2 + x - 2 \\ 3x^4 + 3x^3 - 6x^2 & \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 & \\ -2x^2 - 2x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$M_2(x) = 3x^2 - 2; 3x^2 - 2 = 0; x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}. \text{ Ответ: } -2; 1; \pm\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

47. 1) $\frac{4x^2}{x-2} - \frac{4x}{x+3} = \frac{9x+2}{x^2+x-6}; \frac{4x^2}{x-2} - \frac{4x}{x+3} - \frac{9x+2}{x^2+x-6} = 0;$
 $\frac{4x^2(x+3) - 4x(x-2) - 9x - 2}{(x-2)(x+3)} = 0; \frac{4x^3 + 12x^2 - 4x^2 + 8x - 9x - 2}{(x-2)(x+3)} = 0;$
 $\frac{4x^3 + 8x^2 - x - 2}{(x-2)(x+3)} = 0.$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} 4x^3 + 8x^2 - x - 2 = 0; \\ (x-2)(x+3) \neq 0; \end{cases} x \neq 2, x \neq -3. (4x^3 + 8x^2) - (x + 2) = 0; 4x^2(x + 2) - (x + 2) = 0;$$

$$(x + 2)(4x^2 - 1) = 0; (x + 2)(2x - 1)(2x + 1) = 0; x_1 = -2, x_{2,3} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -2; \pm\frac{1}{2}.$$

2) $\frac{x^2}{x+3} + \frac{x}{x-2} = \frac{11x-12}{x^2+x-6}; \frac{x^2}{x+3} + \frac{x}{x-2} - \frac{11x-12}{x^2+x-6} = 0;$
 $\frac{x^2(x-2) + x(x+3) - 11x + 12}{(x+3)(x-2)} = 0; \frac{x^3 - 2x^2 + x^2 + 3x - 11x + 12}{(x+3)(x-2)} = 0;$
 $\frac{x^3 - x^2 - 8x + 12}{(x+3)(x-2)} = 0.$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0; (*) \\ (x+3)(x-2) \neq 0; \end{cases} x \neq -3, x \neq 2.$$

Корнями уравнения $(*)$ являются -3 и 2 , но они не являются корнями исходного уравнения. Ответ: корней нет.

48. 1) $\begin{cases} 2x^2 - y = 2; \\ x - y = 1. \end{cases}$ Из первого уравнения системы вычтем второе

$$2x^2 - x = 1; 2x^2 - x - 1 = 0; x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 1; y_1 = -\frac{3}{2}, y_2 = 0. \text{ Ответ: } \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), (1; 0).$$

- 2) $\begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 19; \\ x - y = 7. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. $x = y + 7$
 $(y + 7)^2 - (y + 7)y - y^2 = 19; y^2 + 14y + 49 - y^2 - 7y - y^2 - 19 = 0; y^2 - 7y - 30 = 0.$
 По теореме Виета $y_1 = 10, y_2 = -3$. Соответственно $x_1 = 17, x_2 = 4$. Ответ: $(17; 10), (4; -3)$.

49. 1) $\begin{cases} \frac{4}{x-1} - \frac{5}{y+1} = 1; \\ \frac{3}{x+3} = \frac{2}{y}. \end{cases}$

Второе уравнение системы перепишем, используя свойство пропорции. Первое уравнение упростим. Затем применим метод подстановки.

$$3y = 2(x + 3); y = \frac{2}{3}x + 2; \frac{4(y + 1) - 5(x - 1) - (x - 1)(y + 1)}{(x - 1)(y + 1)} = 0;$$

$$\frac{4y + 4 - 5x + 5 - xy - x + y + 1}{(x - 1)(y + 1)} = 0; \frac{5y - 6x - xy + 10}{(x - 1)(y + 1)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} 5y - 6x - xy + 10 = 0; \\ (x - 1)(y + 1) \neq 0; \end{cases} \quad x \neq 1, y \neq -1; \quad 5\left(\frac{2}{3}x + 2\right) - 6x - x\left(\frac{2}{3}x + 2\right) + 10 = 0;$$

$$\frac{10}{3}x + 10 - 6x - \frac{2}{3}x^2 - 2x + 10 = 0; -\frac{2}{3}x^2 - \frac{14}{3}x + 20 = 0 \text{ (умножим на } -\frac{3}{2}\text{);}$$

$$x^2 + 7x - 30 = 0. \text{ По теореме Виета } x_1 = 3, x_2 = -10. \text{ Соответственно } y_1 = 4, y_2 = -\frac{14}{3}.$$

Ответ: $(3; 4), \left(-10; -\frac{14}{3}\right)$.

2) $\begin{cases} \frac{3}{x+5} + \frac{2}{y-3} = 2; \\ \frac{4}{x-2} = \frac{1}{y-6}. \end{cases}$

Перепишем второе уравнение системы, используя свойство пропорции. Решим систему методом подстановки.

$$4(y - 6) = x - 2; x = 4y - 22; \frac{3(y - 3) + 2(x + 5) - 2(x + 5)(y - 3)}{(x + 5)(y - 3)} = 0;$$

$$\frac{3y - 9 + 2x + 10 - 2xy + 6x - 10y + 30}{(x + 5)(y - 3)} = 0; \frac{-7y + 8x - 2xy + 31}{(x + 5)(y - 3)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} -7y + 8x - 2xy + 31 = 0; \\ (x + 5)(y - 3) \neq 0; \end{cases} \quad x \neq -5, y \neq 3. \quad -7y + 8(4y - 22) - 2y(4y - 22) + 31 = 0;$$

$$-7y + 32y - 176 - 8y^2 + 44y + 31 = 0; -8y^2 + 69y - 145 = 0; y_1 = 3,625; y_2 = 5; x_1 = -7,5; x_2 = -2.$$

Ответ: $(-7,5; 3,625), (-2; 5)$.

50. Пусть катеты прямоугольного треугольника равны a см и b см. Известно, что площадь пря-

моугольного треугольника $S = \frac{1}{2}ab$. Получим систему уравнений $\begin{cases} \frac{1}{2}ab = 15; \\ a + b = 11; \end{cases} \quad ab = 30; a = 11 - b;$

$$(11 - b)b = 30; b^2 - 11b + 30 = 0; b_1 = 5, b_2 = 6; a_1 = 6, a_2 = 5. \text{ Ответ: } 5 \text{ см и } 6 \text{ см.}$$

51. Пусть диагонали ромба равны d_1 см и d_2 см. Известно, что площадь ромба равна $S = \frac{1}{2}d_1d_2$.

Получим систему уравнений $\begin{cases} d_1 + d_2 = 49; \\ \frac{1}{2}d_1d_2 = 294; \end{cases} \quad d_1d_2 = 588; d_1 = 49 - d_2$

$(49 - d_2)d_2 = 587$; $d_2^2 - 49d_2 + 588 = 0$; $d_2 = 28$ или $d_2 = 21$; $d_1 = 21$, $d_2 = 28$. Ответ: 28 см и 21 см.

52. Пусть первое натуральное число равно x , а второе — y . Тогда получим систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{x-y}{xy} = \frac{1}{24}; \\ \frac{x+y}{x-y} = 5; \end{cases} \quad x-y = \frac{x+y}{5}; \quad \frac{x+y}{xy} = \frac{5}{24}; \quad \frac{x-y}{xy} + \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{24} + \frac{5}{24}; \quad \frac{2x}{xy} = \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{8}; \quad y = 8;$$

$$\frac{x+y}{xy} - \frac{x-y}{xy} = \frac{5}{24} - \frac{1}{24}; \quad \frac{2y}{xy} = \frac{1}{6}; \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{12}; \quad x = 12. \text{ Ответ: } 12; 8.$$

53. Пусть x и $\frac{1}{x}$ — это две взаимно обратные дроби.

$$\text{Тогда } \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{6}; \\ x - \frac{1}{x} = \frac{5}{6}; \end{cases} \quad 2x = \frac{18}{6} = 3; \quad x = \frac{3}{2}; \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{3}. \text{ Ответ: } \frac{3}{2}; \frac{2}{3}.$$

54. 1) $x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 2x + 6 = 0$.

Сгруппируем слагаемые поочередно парами и вынесем общие множители за скобки.

$$(x^5 + 3x^4) + (2x^3 + 6x^2) + (2x + 6) = 0; \quad x^4(x + 3) + 2x^2(x + 3) + 2(x + 3) = 0;$$

$$(x + 3)(x^4 + 2x^2 + 2) = 0; \quad x = -3.$$

Уравнение имеет один действительный корень. Ответ: -3.

2) $x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 4x + 8 = 0$.

Сгруппируем слагаемые поочередно парами и вынесем общие множители за скобки.

$$(x^5 - 2x^4) - (3x^3 - 6x^2) - (4x - 8) = 0; \quad x^4(x - 2) - 3x^2(x - 2) - 4(x - 2) = 0;$$

$$(x - 2)(x^2 + 1)(x^2 - 4) = 0; \quad (x - 2)(x^2 + 1)(x - 2)(x + 2) = 0; \quad x_{1,2} = \pm 2.$$

Уравнение имеет два действительных корня. Ответ: ± 2 .

3) $4x^6 - 4x^5 - 5x^4 - 3x^3 - 7x^2 + x + 2 = 0$

Перебирая делители числа 2, находим целые корни уравнения -1 и 2.

$$4x^6 - 4x^5 - 5x^4 - 3x^3 - 7x^2 + x + 2 = (x + 1)(x - 2)M_4(x) = (x^2 - x - 2)M_4(x). \text{ Находим } M_4(x):$$

$$\begin{array}{r} 4x^6 - 4x^5 - 5x^4 - 3x^3 - 7x^2 + x + 2 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - x - 2 \\ 4x^4 + 3x^2 - 1 \end{array} \right. \\ \underline{4x^6 - 4x^5 - 8x^4} \\ 3x^4 - 3x^3 - 7x^2 \\ \underline{3x^4 - 3x^3 - 6x^2} \\ -x^2 + x + 2 \\ \underline{-x^2 + x + 2} \\ 0 \end{array}$$

$$M_4(x) = 4x^4 + 3x^2 - 1. \quad 1) \quad x^2 = \frac{1}{4}, \quad x_{1,2} = \pm \frac{1}{2}; \quad 2) \quad x^2 = -1, \quad x \text{ — не является действительным корнем. Ответ: } -1; 2; \pm \frac{1}{2}.$$

4) $x^6 - 2x^5 - 2x^4 + 6x^3 - 7x^2 + 8x - 4 = 0$.

Перебирая делители числа -4, находим целые корни уравнения 1, -2 и 2.

$$x^6 - 2x^5 - 2x^4 + 6x^3 - 7x^2 + 8x - 4 = (x - 1)(x - 2)(x + 2)M_3(x) = (x^3 - x^2 - 4x + 4)M_3(x). \text{ Находим } M_3(x):$$

$$\begin{array}{r} x^6 - 2x^5 - 2x^4 + 6x^3 - 7x^2 + 8x - 4 \quad \left| \begin{array}{l} x^3 - x^2 - 4x + 4 \\ x^3 - x^2 + x - 1 \end{array} \right. \\ \underline{x^6 - x^5 - 4x^4 + 4x^3} \\ -x^5 + 2x^4 + 2x^3 - 7x^2 \\ \underline{-x^5 + x^4 + 4x^3 - 4x^2} \\ x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x \\ \underline{x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x} \\ -x^3 + x^2 + 4x - 4 \\ \underline{-x^3 + x^2 + 4x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$M_3(x) = x^3 - x^2 + x - 1; x^3 - x^2 + x - 1 = 0; x^2(x-1) + (x-1) = 0; (x-1)(x^2+1) = 0; x = 1$.
 Ответ: 1; -2; 2.

$$55. 1) \frac{2x^3+1}{2x+1} + \frac{3x^2}{3x-1} = \frac{15x^3}{6x^2+x-1}; \frac{2x^3+1}{2x+1} + \frac{3x^2}{3x-1} - \frac{15x^3}{6x^2+x-1} = 0;$$

$$\frac{(2x^3+1)(3x-1) + 3x^2(2x+1) - 15x^3}{(2x+1)(3x-1)} = 0; \frac{6x^4 - 2x^3 + 3x - 1 + 6x^3 + 3x^2 - 15x^3}{(2x+1)(3x-1)} = 0;$$

$$\frac{6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{(2x+1)(3x-1)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} 6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = 0; & x \neq -\frac{1}{2}, \quad x \neq \frac{1}{3}. \\ (2x+1)(3x-1) \neq 0; \end{cases}$$

Среди делителей числа -1 находим целый корень уравнения 1.

$6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)M_3(x)$. Находим $M_3(x)$:

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 3x - 1 \quad | \quad x-1 \\ \underline{6x^4 - 6x^3} \\ -5x^3 + 3x^2 \\ \underline{-5x^3 + 5x^2} \\ -2x^2 + 3x \\ \underline{-2x^2 + 3x} \\ x - 1 \\ \underline{x - 1} \\ 0 \end{array}$$

$$M_3(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$$

Целым корнем уравнения $M_3(x) = 0$ является 1. $6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 = (x-1)M_2(x)$.

Находим $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r} 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 \quad | \quad x-1 \\ \underline{6x^3 - 6x^2} \\ x^2 - 2x \\ \underline{x^2 - x} \\ -x + 1 \\ \underline{-x + 1} \\ 0 \end{array}$$

$M_2(x) = 6x^2 + x - 1$. Корнями уравнения $M_2(x) = 0$ являются $\frac{1}{3}$ и $-\frac{1}{2}$, но они не являются корнями исходного уравнения. Ответ: 1.

$$2) \frac{6x^3}{x+1} + \frac{5x^2 - 17x + 2}{x-2} = \frac{18x}{2+x-x^2}; \frac{6x^3}{x+1} + \frac{5x^2 - 17x + 2}{x-2} - \frac{18x}{x^2 - x - 2} = 0;$$

$$\frac{6x^3(x-2) + (5x^2 - 17x + 2)(x+1) + 18x}{(x+1)(x-2)} = 0;$$

$$\frac{6x^4 - 12x^3 + 5x^3 + 5x^2 - 17x^2 - 17x + 2 + 18x}{(x+1)(x-2)} = 0; \frac{6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2}{(x+1)(x-2)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} 6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = 0; (*) \\ (x+1)(x-2) \neq 0; \end{cases} \quad x \neq -1, \quad x \neq 2.$$

Целыми корнями уравнения (*) является -1 и 2, но они не являются корнями исходного уравнения.

$$6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x-2)M_2(x) = (x^2 - x - 2)M_2(x).$$

Находим $M_2(x)$:

$$\begin{array}{r|l}
 6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 & x^2 - x - 2 \\
 6x^4 - 6x^3 - 12x^2 & 6x^2 - x - 1 \\
 \hline
 -x^3 + 3x & \\
 -x^3 + x^2 + 2x & \\
 \hline
 -x^2 + x + 2 & \\
 -x^2 + x + 2 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$M_2(x) = 6x^2 - x - 1; 6x^2 - x - 1 = 0; x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{3}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}.$$

56. $\frac{x^4 - 10a^2x^2 + 9a^4}{2x^2 - 3x - 2} = 0$; $a \neq 0$, иначе уравнение будет иметь только один корень.

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$2x^2 - 3x - 2 \neq 0; x \neq 2, x \neq -\frac{1}{2}. x^4 - 10a^2x^2 + 9a^4 = 0$$

$$1) x^2 = 9a^2; x_{1,2} = \pm 3a; \pm 3a \neq 2; a \neq \pm \frac{2}{3}; \pm 3a \neq -\frac{1}{2}; a \neq \pm \frac{1}{6};$$

$$2) x^2 = a^2; x_{3,4} = \pm a; \pm a \neq 2; a \neq \pm 2; \pm a \neq -\frac{1}{2}; a \neq \pm \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } a \neq 0, a \neq \pm \frac{2}{3}, a \neq \pm \frac{1}{6}, a \neq \pm \frac{1}{2}, a \neq \pm 2.$$

57. 1) $\begin{cases} xy = 2; \\ xz = 3; \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$ Умножим первое уравнение на 2 и сложим с третьим. Используем формулу

сокращенного умножения. $2xy = 4; x^2 + y^2 + 2xy = 9; (x + y)^2 = 9$

$$1) \begin{cases} x + y = 3; \\ xy = 2; \end{cases} x_1 = 1, y_1 = 2, z_1 = 3; x_2 = 2, y_2 = 1, z_2 = \frac{3}{2};$$

$$2) \begin{cases} x + y = -3; \\ xy = 2; \end{cases} x_1 = -1, y_1 = -2, z_1 = -3; x_2 = -2, y_2 = -1, z_2 = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Ответ: } (-1; -2; -3), (1; 2; 3), \left(-2; -1; -\frac{3}{2}\right), \left(2; 1; \frac{3}{2}\right).$$

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 30; \\ y - x = 3; \\ y - z = 4. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки

$$\begin{cases} x = y - 3; \\ z = y - 4. \end{cases} (y - 3)^2 + y^2 + (y - 4)^2 = 30; y^2 - 6y + 9 + y^2 + y^2 - 8y + 16 = 30;$$

$$3y^2 - 14y - 5 = 0; y_1 = 5, y_2 = -\frac{1}{3}; x_1 = -2, x_2 = -3\frac{1}{3}; z_1 = 1, z_2 = -7\frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } (-2; 5; 1), \left(-3\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -7\frac{1}{3}\right).$$

3) $\begin{cases} y^2 - 3xy + x^2 - x + y + 9 = 0; \\ y - x = 2. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.

$$\begin{cases} y^2 - 3xy + x^2 + 11 = 0; \\ y = x + 2; \end{cases} (x + 2)^2 - 3x(x + 2) + x^2 + 11 = 0; x^2 + 4x + 4 - 3x^2 - 6x + x^2 + 11 = 0;$$

$$-x^2 + 2x + 15 = 0; x^2 + 2x - 15 = 0; x_1 = -5, x_2 = 3; y_1 = -3, y_2 = 5. \text{ Ответ: } (-5; -3), (3; 5).$$

4) $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 - x - y = 6; \\ x - 2y = 3. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. $x = 3 + 2y$

$$(3 + 2y)^2 + 2y(3 + 2y) + y^2 - 3 - 2y - y - 6 = 0; 9 + 12y + 4y^2 + 6y + 4y^2 + y^2 - 3 - 2y - y - 6 = 0;$$

$$9y^2 + 15y = 0; 3y(3y + 5) = 0; y_1 = 0, y_2 = -\frac{5}{2}; x_1 = 3, x_2 = 3 - \frac{10}{3} = -\frac{1}{3}. \text{ Ответ: } (3; 0), \left(-\frac{1}{3}; -\frac{5}{2}\right).$$

58. Пусть вторая труба наполняет водонапорный бак за x часов ($x > 0$), тогда первая будет наполнять его за $(x - 2)$ часа. Вся работу примем за единицу. Тогда $\frac{1}{x}$ — это сколько вторая труба наполнит за 1 час. Решим уравнение. $\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{175}{60} = 1$; $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} - \frac{60}{175} = 0$;
- $$\frac{175x + 175x - 350 - 60x^2 + 120x}{175x(x-2)} = 0; \quad \frac{-60x^2 + 470x - 350}{175x(x-2)} = 0; \quad 6x^2 - 47x + 35 = 0;$$
- $x_1 = 7$, $x_2 = \frac{5}{6}$; $x_1 - 2 = 5$, $x_2 - 2 < 0$, x_2 не удовлетворяет условию $x > 0$. Ответ: 7 и 5 часов.
59. Пусть цена товара снижалась на x раз. Тогда каждый раз цена становилась в $(1 - x)$ раз меньше. Поскольку снижение было два раза, и цена изменилась с 300 до 192 р., то получим уравнение: $300(1 - x)^2 = 192$; $(1 - x)^2 = 0,64$; $1 - x = 0,8$; $x = 0,2$; $0,2 \cdot 100 = 20\%$.
 Ответ: 20 %.
60. Пусть x км/час ($x > 0$) — собственная скорость теплохода. Тогда $(x + 4)$ км/час — его скорость по течению реки, а $(x - 4)$ км/час — скорость против течения. Известно, что на весь путь теплоход затратил 5 часов. Получим уравнение:
- $$\frac{48}{x+4} + \frac{48}{x-4} = 5; \quad \frac{48}{x+4} + \frac{48}{x-4} - 5 = 0; \quad \frac{48x - 192 + 48x + 195 - 5x^2 + 80}{(x+4)(x-4)} = 0;$$
- $$\frac{-5x^2 + 96x + 80}{(x+4)(x-4)} = 0; \quad 5x^2 - 96x - 80 = 0; \quad x_1 = 20, \quad x_2 = -0,850 \text{ — не удовлетворяет условию } x > 0.$$
- Ответ: 20 км/час.
61. Пусть x рядов было в зрительном зале, тогда $\left(\frac{320}{x} + 4\right)$ мест в каждом ряду стало после ремонта, а количество рядов стало $(x + 1)$. Получим уравнение:
- $$\left(\frac{320}{x} + 4\right)(x + 1) = 420; \quad 320 + \frac{320}{x} + 4x + 4 - 420 = 0; \quad 4x^2 - 96x + 320 = 0; \quad x^2 - 24x + 80 = 0;$$
- $x_1 = 20$, $x_2 = 4$, $x_1 + 1 = 21$. Ответ: 21 ряд.

Степень с рациональными показателем

62. 1) $2^3 + (-3)^3 - (-2)^2 + (-1)^5 = 8 + (-27) - (4) + (-1) = 8 - 27 - 4 - 1 = -24$;
 2) $(-7)^2 - (-4)^3 - 3^4 = 49 - (-64) - 81 = 49 + 64 - 81 = 32$;
 3) $13 \cdot 2^3 - 9 \cdot 2^3 = 2^3 \cdot (13 - 9 + 1) = 5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$;
 4) $6 \cdot (-2)^3 - 5 \cdot (-2)^3 - (-2)^3 = (-2)^3 \cdot (6 - 5 - 1) = (-2)^3 \cdot 0 = 0$.
63. 1) $\frac{7^2 \cdot 7^{15}}{7^{13}} = \frac{7^{2+15}}{7^{13}} = \frac{7^{17}}{7^{13}} = 7^4$; 2) $\frac{5^3 \cdot 5^{10} \cdot 5^5}{5^4 \cdot 5^{15}} = \frac{5^{3+10+5}}{5^{4+15}} = \frac{5^{18}}{5^{19}} = \frac{1}{5}$;
- 3) $\frac{a^2 \cdot a^8 \cdot b^3}{a^9 \cdot b^2} = \frac{a^{2+8} \cdot b^3}{a^9 \cdot b^2} = \frac{a^{10} \cdot b^3}{a^9 \cdot b^2} = ab$; 4) $\frac{c^3 \cdot d^5 \cdot c^9}{c^{10} \cdot d^7} = \frac{c^{3+9} \cdot d^5}{c^{10} \cdot d^7} = \frac{c^{12} \cdot d^5}{c^{10} \cdot d^7} = \frac{c^2}{d^2} = \left(\frac{c}{d}\right)^2$.
64. 1) $1^{-5} = \frac{1}{1^5}$; 2) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$; 3) $(-10)^0 = 1$; 4) $(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$;
- 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16$; 6) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.
65. 1) $\frac{1}{4^5} = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = 4^{-5}$; 2) $\frac{1}{21^3} = \left(\frac{1}{21}\right)^3 = 21^{-3}$; 3) $\frac{1}{x^7} = \left(\frac{1}{x}\right)^7 = x^{-7}$; 4) $\frac{1}{a^9} = \left(\frac{1}{a}\right)^9 = a^{-9}$.
66. 1) $\left(\frac{10}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{10}\right)^3 = \frac{27}{1000}$; 2) $\left(-\frac{9}{11}\right)^{-2} = \left(-\frac{11}{9}\right)^2 = \frac{121}{81}$; 3) $(0,2)^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 5^4 = 625$;
- 4) $(0,5)^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^5 = 32$; 5) $-(-17)^{-1} = -\left(-\frac{1}{17}\right) = \frac{1}{17}$; 6) $-(-13)^{-2} = -\left(-\frac{1}{13}\right)^2 = -\frac{1}{169}$.

$$67. 1) 3^{-1} + (-2)^{-2} = \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12};$$

$$2) \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} - 4^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{1}{4^2} = \frac{27}{8} - \frac{1}{16} = \frac{54-1}{16} = \frac{53}{16} = 3\frac{5}{16};$$

$$3) (0,2)^{-2} + (0,5)^{-5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 5^2 + 2^5 = 25 + 32 = 57;$$

$$4) (-0,1)^{-3} - (-0,2)^{-3} = \left(-\frac{1}{1000}\right)^{-1} + \left(-\frac{1}{125}\right)^{-1} = -1000 + 125 = -875.$$

$$68. 1) 12^{-3} = \frac{1}{12^3} < 1; 2) 21^0 = 1; 3) (0,6)^{-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-5} = \left(\frac{5}{3}\right)^5 > 1; 4) \left(\frac{5}{19}\right)^{-4} = \left(\frac{19}{5}\right)^4 > 1.$$

$$69. 1) (x-y)^{-2} = \frac{1}{(x-y)^2}; 2) (x+y)^{-3} = \frac{1}{(x+y)^3}; 3) 3b^{-5}c^8 = \frac{3c^8}{b^5}; 4) 9a^3b^{-4} = \frac{9a^3}{b^4};$$

$$5) a^{-1}b^2c^{-3} = \frac{b^2}{ac^3}; 6) a^2b^{-1}c^{-4} = \frac{a^2}{bc^4}.$$

$$70. 1) \left(\frac{1}{7}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{7}\right) = \left(\frac{1}{7}\right)^{-3+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 7^2 = 49; 2) \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-4} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{-4+1} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = (-5)^3 = -125;$$

$$3) 0,3^7 \cdot 0,3^{-10} = 0,3^{7-10} = 0,3^{-3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{10}{3}\right)^3 = \frac{1000}{27} = 37\frac{1}{27};$$

$$4) 17^{-5} \cdot 17^3 \cdot 17 = 17^{-5+3+1} = 17^{-1} = \frac{1}{17}.$$

$$71. 1) 9^7 : 9^{10} = 9^{7-10} = 9^{-3} = \left(\frac{1}{9}\right)^3 = \frac{1}{729}; 2) (0,2)^2 : (0,2)^{-2} = (0,2)^{2-(-2)} = (0,2)^4 = 0,0016;$$

$$3) \left(\frac{2}{13}\right)^{-12} : \left(\frac{2}{13}\right)^{-10} = \left(\frac{2}{13}\right)^{-12-(-10)} = \left(\frac{2}{13}\right)^{-2} = \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{169}{4};$$

$$4) \left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{3-(-1)} = \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}.$$

$$72. 1) (a^3)^{-5} = a^{-15}; 2) (b^{-2})^{-4} = b^8; 3) (a^{-3})^7 = a^{-21}; 4) (b^7)^{-4} = b^{-28}.$$

$$73. 1) (ab^{-2})^3 = a^3b^{-6}; 2) (a^2b^{-1})^4 = a^8b^{-4}; 3) (2a^2)^{-6} = (2)^{-6}a^{-12} = \frac{1}{64a^{12}}; 4) (3a^3)^{-4} = (3)^{-4}a^{-12} = \frac{1}{81a^{12}}.$$

$$74. 1) \left(\frac{a^8}{b^7}\right)^{-2} = \frac{a^{-16}}{b^{-14}} = \frac{b^{14}}{a^{16}}; 2) \left(\frac{m^{-4}}{n^{-5}}\right)^{-3} = \frac{m^{12}}{n^{15}}; 3) \left(\frac{2x^6}{3y^{-4}}\right)^2 = \frac{4x^{12}}{9y^{-8}} = \frac{4x^{12}y^8}{9};$$

$$4) \left(\frac{-4x^{-5}y}{z^3}\right)^3 = \frac{-64x^{-15}y^3}{z^9} = -\frac{64y^3}{z^9x^{15}}.$$

$$75. 1) (x^2y^{-2} - 4y^{-2}) \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{-2} \text{ при } x=5, y=6,7; (x^2y^{-2} - 4y^{-2}) = y^{-2} \cdot (x^2 - 4);$$

$$y^{-2} \cdot (x^2 - 4) \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^{-2} = (x^2 - 4) \cdot y^{-2} \cdot y^2 = (x^2 - 4) \cdot y^{-2+2} = x^2 - 4,$$

если $x=5$, то $x^2 - 4 = 5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$. Ответ: 21.

$$2) ((a^2b^{-1})^4 - a^0b^4) : \frac{a^4 - b^4}{b^2} \text{ при } a=2, b=-3;$$

$$((a^2b^{-1})^4 - a^0b^4) : \frac{a^4 - b^4}{b^2} = (a^8b^{-4} - b^4) : \frac{a^4 - b^4}{b^2} = \left(\frac{a^8}{b^4} - b^4\right) \cdot \frac{b^2}{a^4 - b^4} =$$

$$= \frac{a^8 - b^8}{b^4} \cdot \frac{b^2}{a^4 - b^4} = \frac{b^2 \cdot (a^4 - b^4)(a^4 + b^4)}{b^4 \cdot (a^4 - b^4)} = \frac{a^4 + b^4}{b^2},$$

если $a = 2$, $b = -3$, тогда $\frac{2^4 + (-3)^4}{(-3)^2} = \frac{16 + 81}{9} = \frac{97}{9}$. Ответ: $\frac{97}{9}$.

76. 1) $200\,000^4 = (2 \cdot 10^5)^4 = 2^4 \cdot 10^{20} = 16 \cdot 10^{20} = 1,6 \cdot 10^{21}$;

2) $0,0003^3 = (3 \cdot 10^{-4})^3 = 27 \cdot 10^{-12} = 2,7 \cdot 10^{-13}$;

3) $4000^{-2} = (4 \cdot 10^3)^{-2} = 0,0625 \cdot 10^{-6} = 6,25 \cdot 10^{-8}$;

4) $0,002^{-3} = (2 \cdot 10^{-3})^{-3} = 0,125 \cdot 10^9 = 1,25 \cdot 10^8$.

77. 1) $0,0000087 = 8,7 \cdot 10^{-6}$; 2) $0,00000005086 = 5,086 \cdot 10^{-8}$;

3) $\frac{1}{125} = 0,008 = 8 \cdot 10^{-3}$; 4) $\frac{1}{625} = 0,0016 = 1,6 \cdot 10^{-3}$.

78. $3 \cdot 10^{-3}$ мм; $3 \cdot 10^{-3} = \frac{3}{1000} = 0,003$ (мм). Ответ: 0,003 мм.

79. $0,000000000001$ с; $0,000000000001 = 10^{-11}$ с. Ответ: 10^{-11} с.

80. 10^{-4} мм; $10^{-4} = 0,0001$ мм. Ответ: 0,0001 мм.

81. 1) $\frac{a^8 a^{-7}}{a^{-2}} = \frac{a^{8+(-7)}}{a^{-2}} = a^{1-(-2)} = a^{1+2} = a^3$, если $a = 0,8$, тогда $0,8^3 = 0,512$. Ответ: 0,512.

2) $\frac{a^{15} a^3}{a^{13}} = \frac{a^{15+3}}{a^{13}} = \frac{a^{18}}{a^{13}} = a^{18-13} = a^5$, если $a = \frac{1}{2}$, тогда $a^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$. Ответ: $\frac{1}{32}$.

82. 1) $((-20)^7)^{-7} : ((-20)^{-6})^8 + 2^{-2} = (-20)^{-49} : (-20)^{-48} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = ((-20)^{49-48}) + \frac{1}{4} =$

$$= (-20)^{-1} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{20} + \frac{1}{4} = \frac{5-1}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5};$$

2) $((-17)^{-4})^{-6} : ((-17)^{13})^{-2} - \left(\frac{1}{17}\right)^2 = (-17)^{24} : (-17)^{-26} - 17^{-2} = (-17)^{24-(-26)} - 17^{-2} =$
 $= (17^{-2}) - 17^{-2} = \left(\frac{1}{17}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{17}\right)^2 = 0.$

83. 1) $(1,3)^{-118} \cdot (1,3)^{127} = (1,3)^{-118+127} = (1,3)^9 \approx 10,6$;

2) $(0,87)^{-74} : (0,87)^{-57} = (0,87)^{-74-(-57)} = (0,87)^{-17} \approx 10,67$;

3) $\left(\frac{17}{19}\right)^{-47} : \left(\frac{17}{19}\right)^{-26} = \left(\frac{17}{19}\right)^{-47-(-26)} = \left(\frac{17}{19}\right)^{-21} = \left(\frac{19}{17}\right)^{21} \approx 10,34$;

4) $\left(\frac{23}{21}\right)^{56} \cdot \left(\frac{23}{21}\right)^{-25} = \left(\frac{23}{21}\right)^{56+(-25)} = \left(\frac{23}{21}\right)^{31} \approx 16,78$.

84. 1) $(786^{-7})^4 = 786^{-28} = \left(\frac{1}{786}\right)^{28} \approx 8,47 \cdot 10^{-82}$; 2) $(923^3)^{-6} = (923)^{-18} = \left(\frac{1}{923}\right)^{18} \approx 4,23 \cdot 10^{-54}$;

3) $(1,76)^{-8} \cdot (35,4)^{-8} = (1,76 \cdot 35,4)^{-8} = (62,3)^{-8} \approx 4,41 \cdot 10^{-15}$;

4) $(0,47)^{-5} : (7,81)^{-5} = (0,47 : 7,81)^{-5} = (0,06)^{-5} \approx 1,28 \cdot 10^6$.

85. 1) $1,54 \cdot 10^{-4}$ мм — длина ребра куба; $V = (1,54 \cdot 10^{-4})^3 = 3,65 \cdot 10^{-12}$ (мм³). Ответ: $3,65 \cdot 10^{-12}$ мм³.

2) $3,18 \cdot 10^5$ км — длина ребра куба; $V = (3,18 \cdot 10^5)^3 = 32,16 \cdot 10^{15} = 3,22 \cdot 10^{16}$ (км).
 Ответ: $3,22 \cdot 10^{16}$ км.

86. 1) $(a^{-3} + b^{-3}) \cdot (a^{-2} - b^{-2})^{-1} \cdot (a^{-2} - a^{-1}b^{-1} + b^{-2})^{-1} = \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3}\right) \cdot \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)^{-1} \times$

$$\times \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)^{-1} = \left(\frac{b^3 + a^3}{a^3 b^3}\right) \cdot \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 b^2}{b^2 - ab + a^2} = \frac{a^4 b^4 (b^3 + a^3)}{a^3 b^3 (b^2 - a^2)(b^2 - ab + a^2)} =$$

$$= \frac{ab(b^3 + a^3)}{(b-a)(b+a)(b^2 - ab + a^2)} = \frac{ab(b^3 + a^3)}{(b-a)(b^3 + a^3)} = \frac{ab}{b-a};$$

$$\begin{aligned}
 2) (a^2b - ab^2) \cdot (a^{-2} + a^{-1}b^{-1} + b^{-2})^{-1} &= \left(\frac{b}{a^2} - \frac{a}{b^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)^{-1} = \\
 &= \left(\frac{b^3 - a^3}{a^2b^2}\right) \cdot \left(\frac{a^2 + ab + b^2}{a^2b^2}\right)^{-1} = \frac{b^3 - a^3}{a^2b^2} \cdot \frac{a^2b^2}{a^2 + ab + b^2} = \frac{b^3 - a^3}{a^2 + ab + b^2} = \frac{(b-a)(b^2 + ab + a^2)}{b^2 + ab + a^2} = b - a.
 \end{aligned}$$

§ 8. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ НАТУРАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ

$$87. 1) \sqrt[4]{1} = 1; \sqrt[4]{0} = 0; \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{4^2} = 4; \sqrt[4]{169} = \sqrt[4]{13^2} = 13; \sqrt[4]{\frac{1}{289}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{17}\right)^2} = \frac{1}{17};$$

$$2) \sqrt[3]{1} = 1; \sqrt[3]{0} = 0; \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5; \sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{(0,3)^3} = 0,3; \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{1}{3};$$

$$\sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{(0,4)^3} = 0,4;$$

$$3) \sqrt[4]{0} = 0; \sqrt[4]{1} = 1; \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2; \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{2}{3}; \sqrt[4]{\frac{256}{625}} = \sqrt[4]{\left(\frac{4}{5}\right)^4} = \frac{4}{5};$$

$$\sqrt[4]{0,0016} = \sqrt[4]{(0,2)^4} = 0,2.$$

$$88. 1) \sqrt[6]{36^3} = \sqrt[6]{(6^2)^3} = \sqrt[6]{6^6} = 6; 2) \sqrt[12]{64^2} = \sqrt[12]{(2^6)^2} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2;$$

$$3) \sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4} = \frac{1}{5}; 4) \sqrt[8]{225^4} = \sqrt[8]{(15^2)^4} = \sqrt[8]{15^8} = 15.$$

$$89. 1) \sqrt[3]{10^6} = \sqrt[3]{(10^3)^2} = 10^2 = 100; 2) \sqrt[3]{3^{12}} = \sqrt[3]{(3^4)^3} = 3^4 = 81;$$

$$3) \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}} = \sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^4} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}; 4) \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}.$$

$$90. 1) \sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4; 2) \sqrt[15]{-1} = \sqrt[15]{(-1)^{15}} = -1; 3) \sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{3}\right)^3} = -\frac{1}{3};$$

$$4) \sqrt[5]{-1024} = -\sqrt[5]{4^5} = -4; 5) \sqrt[3]{-34^3} = -34; 6) \sqrt[7]{-8^7} = -8.$$

$$91. 1) x = \pm\sqrt[4]{81}; x = \pm\sqrt[4]{(3)^4}; x = \pm 3; x_1 = 3, x_2 = -3. \text{ Ответ: } x_1 = 3, x_2 = -3.$$

$$2) x^5 = -\frac{1}{32}; x = \sqrt[5]{-\frac{1}{32}}; x = \sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5}; x = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

$$3) 5x^5 = -160; x^5 = -160 : 5; x^5 = -32; x = \sqrt[5]{-32}; x = \sqrt[5]{(-2)^5}; x = -2. \text{ Ответ: } -2.$$

$$4) 2x^6 = 128; x^6 = 128 : 2; x^6 = 64; x = \pm\sqrt[6]{64}; x = \pm\sqrt[6]{2^6}; x_1 = -2, x_2 = 2. \text{ Ответ: } -2; 2.$$

$$92. 1) \sqrt[6]{2x-3} \text{ — имеет смысл, если } 2x-3 \geq 0, \text{ тогда } 2x \geq 3; x \geq \frac{3}{2}; x \geq 1,5;$$

$$2) \sqrt[3]{x+3} \text{ — имеет смысл для любого } x; 3) \sqrt[3]{2x^2-x-1} \text{ — имеет смысл для любого } x;$$

$$4) \sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}} \text{ — имеет смысл, если } \frac{2-3x}{2x-4} \geq 0, \text{ откуда } \begin{cases} 2-3x \geq 0; \\ 2x-4 > 0; \end{cases} \begin{cases} -3x \geq -2; \\ 2x > 4; \end{cases} \begin{cases} x \geq \frac{2}{3}; \\ x < 4; \end{cases}$$

$$\text{поэтому } \frac{2}{3} \leq x < 4. \text{ Ответ: } \frac{2}{3} \leq x < 4.$$

$$93. 1) \sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8} \sqrt[6]{64} = \sqrt[3]{(-5)^3} + \frac{1}{8} \sqrt[6]{2^6} = -5 + \frac{1}{8} \cdot 2 = -5 + \frac{1}{4} = -4\frac{3}{4};$$

- 2) $\sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216} = \sqrt[5]{2^5} - 0,5\sqrt[3]{(-6)^3} = 2 - 0,5 \cdot (-6) = 2 + 3 = 5;$
 3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625} = -\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{5^4} = -\frac{1}{3}\sqrt[4]{3^4} + 5 = -\frac{1}{3} \cdot 3 + 5 = -1 + 5 = 4;$
 4) $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256} = \sqrt[3]{(-10)^3} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{4^4} = -10 - \frac{1}{4} \cdot 4 = -10 - 1 = -11;$
 5) $\sqrt[4]{0,0001} - 2\sqrt{0,25} + \sqrt{-\frac{1}{32}} = \sqrt[4]{(0,1)^4} - 2 \cdot 0,5 + \sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5} = 0,1 - 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) = 0,1 - 1 - \frac{1}{2} = -1,4;$
 6) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[5]{-0,001} - \sqrt[5]{0,0016} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{3}\right)^5} + \sqrt[5]{(-0,1)^3} - \sqrt[5]{(0,2)^4} = \frac{1}{3} + (-0,1) - 0,2 =$
 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{10} - \frac{2}{10} = \frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{10-9}{30} = \frac{1}{30}.$

94. 1) $\sqrt{9+\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9-\sqrt{17}} = \sqrt{81-17} = \sqrt{64} = 8;$

2) $\left(\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2 = 3+\sqrt{5} - 2\sqrt{9-5} + 3-\sqrt{5} = 6-2\sqrt{4} = 6-2 \cdot 2 = 6-4 = 2;$

3) $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}} + \sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^2 = 5+\sqrt{21} + 2\sqrt{25-21} + 5-\sqrt{21} = 10+2\sqrt{4} = 10+4 = 14;$

4) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{3-2} = \frac{3+2\sqrt{6}+2-3+2\sqrt{6}-2}{3-2} = \frac{4\sqrt{6}}{1} = 4\sqrt{6}.$

95. 1) $\sqrt[3]{(x-2)^3} = x-2$ — для любого x ; 2) $\sqrt{(3-x)^6}$ так как $\sqrt{(3-x)^6} \geq 0$, то если $x < 3$, $\sqrt{(3-x)^6} = (3-x)^3$, а если $x \geq 3$, $\sqrt{(3-x)^6} = -(3-x)^3 = (x-3)^3$.

96. $1987 < \sqrt{n} < 1988$; $1987^2 < n < 1988^2$; $3\,948\,169 < n < 3\,952\,144$, так как $3\,952\,144 - 3\,948\,169 = 3975$, то между ними 3975 натуральных чисел, а если учесть, что $n < 3\,952\,144$, то таких чисел 3974.

§ 9. СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОРНЯ

97. 1) $\sqrt[3]{343 \cdot 0,125} = \sqrt[3]{7^3 \cdot (0,5)^3} = \sqrt[3]{(7 \cdot 0,5)^3} = \sqrt[3]{(3,5)^3} = 3,5;$

2) $\sqrt[3]{864 \cdot 216} = \sqrt[3]{2^7 \cdot 32 \cdot 8 \cdot 27} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3} = 3^2 \cdot 2^2 \cdot \sqrt[3]{2^2} = 9 \cdot 4 \sqrt[3]{4} = 36\sqrt[3]{4};$

3) $\sqrt[4]{256 \cdot 0,0081} = \sqrt[4]{2^8 \cdot (0,3)^4} = 2^2 \cdot 0,3 = 4 \cdot 0,3 = 1,2;$

4) $\sqrt[3]{32 \cdot 100\,000} = \sqrt[3]{2^5 \cdot 10^5} = 2 \cdot 10 = 20.$

98. 1) $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3} = \sqrt[3]{(5 \cdot 7)^3} = \sqrt[3]{35^3} = 35;$ 2) $\sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{(11 \cdot 3)^4} = \sqrt[4]{33^4} = 33;$

3) $\sqrt{(0,2)^5 \cdot 8^5} = \sqrt{(0,2 \cdot 8)^5} = \sqrt{(1,6)^5} = 1,6;$ 4) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7} \cdot 21^7 = \frac{1}{3} \cdot 21 = \frac{21}{3} = 7.$

99. 1) $\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[3]{500}} = \sqrt[3]{2 \cdot 500} = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10;$

2) $\sqrt[3]{0,2 \cdot \sqrt[3]{0,04}} = \sqrt[3]{0,2 \cdot 0,04} = \sqrt[3]{0,008} = \sqrt[3]{(0,2)^3} = 0,2;$

3) $\sqrt[4]{324 \cdot \sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{324 \cdot 4} = \sqrt[4]{81 \cdot 16} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2^4} = \sqrt[4]{6^4} = 6.$

100. 1) $\sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}} = \sqrt[5]{(3^2)^5 \cdot (2^3)^5} = \sqrt[5]{(9 \cdot 8)^5} = \sqrt[5]{72^5} = 72;$

2) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6} = \sqrt[3]{2^3 \cdot (5^2)^3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot (25)^3} = \sqrt[3]{50^3} = 50;$

$$3) \sqrt[4]{3^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8} = \sqrt[4]{(3^3)^4 \cdot \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^4} = \sqrt[4]{27^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4} = \sqrt[4]{\frac{27}{9}} = \frac{27}{9} = 3;$$

$$4) \sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}} = \sqrt[10]{(4^3)^{10} \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{10}} = \sqrt[10]{64 \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt[10]{\frac{64}{4}} = \frac{64}{4} = 16.$$

$$101. 1) \sqrt[3]{64x^3z^6} = \sqrt[3]{4^3x^3(z^2)^3} = 4xz^2; 2) \sqrt[4]{a^8b^{12}} = \sqrt[4]{(a^2)^4(b^3)^4} = a^2b^3;$$

$$3) \sqrt[5]{32x^{10}y^{20}} = \sqrt[5]{2^5(x^2)^5(y^4)^5} = 2x^2y^4; 4) \sqrt[6]{a^{12}b^{18}} = \sqrt[6]{(a^2)^6(b^3)^6} = a^2b^3.$$

$$102. 1) \sqrt[3]{2ab^2} \cdot \sqrt[3]{4a^2b} = \sqrt[3]{8a^3b^3} = 2ab; 2) \sqrt[4]{3a^2b^3} \cdot \sqrt[4]{27a^2b} = \sqrt[4]{81a^4b^4} = \sqrt[4]{3^4a^4b^4} = 3ab;$$

$$3) \sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3c}{b}} = \sqrt[4]{\frac{a^4bc}{bc}} = \sqrt[4]{a^4} = a; 4) \sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2ab}} = \sqrt[3]{\frac{16a}{2ab^3}} = \sqrt[3]{\frac{8}{b^3}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{b^3}} = \frac{2}{b}.$$

$$103. 1) \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \sqrt[3]{\frac{4^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3} = \frac{4}{5}; 2) \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \sqrt[4]{\frac{2^4}{3^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{2}{3};$$

$$3) \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{3}{2}; 4) \sqrt[5]{7\frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5} = \frac{3}{2}.$$

$$104. 1) \sqrt[4]{324} : \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{324 : 4} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3;$$

$$2) \sqrt[3]{128} : \sqrt[3]{2000} = \sqrt[3]{\frac{128}{2 \cdot 10^3}} = \sqrt[3]{\frac{64}{10^3}} = \sqrt[3]{\frac{4^3}{10^3}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5};$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2; 4) \frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}} = \sqrt[5]{\frac{256}{8}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2;$$

$$5) (\sqrt{20} - \sqrt{45}) : \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{9} = 2 - 3 = -1;$$

$$6) (\sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{5}) : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{5^3} - \sqrt[3]{1} = 5 - 1 = 4.$$

$$105. 1) \sqrt[5]{a^6b^7} : \sqrt[5]{ab^2} = \sqrt[5]{a^6b^7 : ab^2} = \sqrt[5]{a^5b^5} = ab;$$

$$2) \sqrt[3]{81x^4y} : \sqrt[3]{3xy} = \sqrt[3]{81x^4y : 3xy} = \sqrt[3]{27x^3} = \sqrt[3]{3^3x^3} = 3x;$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}} : \sqrt[3]{\frac{y}{9x^2}} = \sqrt[3]{\frac{27x^3}{y^3}} = \sqrt[3]{\frac{3^3x^3}{y^3}} = \frac{3x}{y}; 4) \sqrt[4]{\frac{2b}{a^3}} : \sqrt[4]{\frac{a}{8b^3}} = \sqrt[4]{\frac{16b^4}{a^4}} = \sqrt[4]{\frac{2^4b^4}{a^4}} = \frac{2b}{a}.$$

$$106. 1) \left(\sqrt[6]{7^3}\right)^2 = \sqrt[6]{7^6} = 7; 2) \left(\sqrt[6]{9}\right)^{-3} = 9^{-\frac{3}{6}} = 9^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3};$$

$$3) \left(\sqrt[10]{32}\right)^2 = 32^{\frac{2}{10}} = 32^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2; 4) \left(\sqrt[8]{16}\right)^{-4} = 16^{-\frac{4}{8}} = 16^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}.$$

$$107. 1) \sqrt[4]{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[4]{3^6} = 3; 2) \sqrt{\sqrt[4]{1024}} = \sqrt[4]{1024} = \sqrt[4]{2^{10}} = 2^{\frac{10}{4}} = 2^{\frac{5}{2}} = \sqrt{2^5} = \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2};$$

$$3) \sqrt[3]{\sqrt[9]{9}} \cdot \sqrt[9]{3^7} = \sqrt[9]{9} \cdot \sqrt[9]{3^7} = \sqrt[9]{9 \cdot 3^7} = \sqrt[9]{3^2 \cdot 3^7} = \sqrt[9]{3^9} = 3;$$

$$4) \sqrt[4]{\sqrt[3]{25}} \cdot \sqrt[6]{5^5} = \sqrt[12]{25^5} = \sqrt[12]{5^{10}} = \sqrt[12]{5^2 \cdot 5^{10}} = \sqrt[12]{5^{12}} = 5.$$

$$108. 1) \left(\sqrt[3]{x}\right)^6 = x^{\frac{6}{3}} = x^2; 2) \left(\sqrt[3]{y^2}\right)^3 = \sqrt[3]{y^6} = y^{\frac{6}{3}} = y^2; 3) \left(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}\right)^{16} = a^{\frac{16}{2}} \cdot b^{\frac{16}{3}} = a^8b^{\frac{16}{3}};$$

$$4) \left(\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3}\right)^{12} = a^{\frac{24}{3}} \cdot b^{\frac{36}{4}} = a^8b^9; 5) \left(\sqrt[3]{a^2b}\right)^6 = \left(a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}\right)^6 = a^2b;$$

$$6) \left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}}\right)^4 = \left(27^{\frac{1}{12}} \cdot a^{\frac{3}{12}}\right)^4 = \sqrt[3]{27a^3} = \sqrt[3]{(3a)^3} = 3a.$$

109. 1) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$; 2) $\sqrt[4]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{6 \cdot 3}{4}} = \sqrt[4]{\frac{3}{4} \cdot \frac{6 \cdot 3}{4}} = \sqrt[4]{\frac{3}{4} \cdot \frac{27}{4}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{2^4}} = \frac{3}{2}$;
- 3) $\sqrt[4]{15 \cdot \frac{5}{8}} : \sqrt[4]{\frac{2}{5}} = \sqrt[4]{15 \cdot \frac{5}{8} : \frac{2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{125}{8} \cdot \frac{5}{2}} = \sqrt[4]{\frac{625}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^4}{2^4}} = \frac{5}{2}$;
- 4) $\sqrt[3]{11 \cdot \frac{1}{4}} : \sqrt[3]{\frac{3}{3}} = \sqrt[3]{11 \cdot \frac{1}{4} : \frac{3}{3}} = \sqrt[3]{\frac{45}{4} \cdot \frac{3}{10}} = \sqrt[3]{\frac{9}{4} \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \frac{3}{2}$;
- 5) $\left(\sqrt[3]{127}\right)^2 = \sqrt[6]{3^6} = 3$; 6) $\left(\sqrt[3]{16}\right)^3 = \sqrt[6]{2^{12}} = 2^2 = 4$.
110. 1) $\sqrt[3]{\frac{ab^2}{c}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^5b}{c^2}} = \sqrt[3]{\frac{ab^2}{c} \cdot \frac{a^5b}{c^2}} = \sqrt[3]{\frac{a^6b^3}{c^3}} = \frac{a^2b}{c}$;
- 2) $\sqrt[5]{\frac{8a^2}{b^2}} \cdot \sqrt[5]{\frac{4a^7}{b^3}} = \sqrt[5]{\frac{8a^2}{b^2} \cdot \frac{4a^7}{b^3}} = \sqrt[5]{\frac{32a^9}{b^5}} = \frac{2a^2}{b}$;
- 3) $\frac{\sqrt[4]{a^2b^2c} \cdot \sqrt[4]{a^3b^3c^2}}{\sqrt[4]{abc^3}} = \sqrt[4]{\frac{a^2b^2c \cdot a^3b^3c^2}{abc^3}} = \sqrt[4]{\frac{a^5b^5c^3}{abc^3}} = \sqrt[4]{a^4b^4} = ab$;
- 4) $\frac{\sqrt[3]{2a^4b} \cdot \sqrt[3]{4ab}}{2b\sqrt[3]{a^2b^2}} = \frac{1}{2b} \sqrt[3]{\frac{2a^4b \cdot 4ab}{a^2b^2}} = \frac{1}{2b} \sqrt[3]{\frac{8a^5b^2}{a^2b^2}} = \frac{1}{2b} \sqrt[3]{8a^3} = \frac{1}{2b} \cdot 2a = \frac{a}{b}$;
- 5) $\left(\sqrt[3]{a^3}\right)^5 \cdot \left(\sqrt[3]{b^2}\right)^3 = a^3b^2$; 6) $\left(\sqrt[4]{a^3b^3}\right)^4 : \left(\sqrt[3]{ab^2}\right)^3 = a^3b^3 : ab^2 = a^2b$.
111. 1) $\frac{\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{250}} = \sqrt[3]{\frac{49 \cdot 112}{250}} = \sqrt[3]{\frac{7^2 \cdot 7 \cdot 8}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{7^3 \cdot 2^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{14^3}{5^3}} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$;
- 2) $\frac{\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{120}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{54 \cdot 120}{5}} = \sqrt[4]{54 \cdot 24} = \sqrt[4]{27 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 3} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4} = 2 \cdot 3 = 6$;
- 3) $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{27^2} - \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{\frac{32}{2}} + \sqrt[3]{3^6} - \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{16} + 3 - \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^4} + 3 - \sqrt[3]{2^6} = 2 + 3 - 2 = 3$;
- 4) $\sqrt[3]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{2}} - \sqrt[4]{256} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} + \sqrt[4]{18 \cdot \frac{1}{2}} - \sqrt[4]{256} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} + \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}{2}} - \sqrt[4]{4^4} = \frac{3}{2} + 3 - 4 = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$;
- 5) $\sqrt[3]{11 - \sqrt{57}} \cdot \sqrt[3]{11 + \sqrt{57}} = \sqrt[3]{11^2 - 57} = \sqrt[3]{121 - 57} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$;
- 6) $\sqrt[4]{17 - \sqrt{33}} \cdot \sqrt[4]{17 + \sqrt{33}} = \sqrt[4]{17^2 - 33} = \sqrt[4]{289 - 33} = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4$.
112. 1) $\sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b} \cdot \sqrt[3]{27b} = \sqrt[3]{2ab \cdot 4a^2b \cdot 27b} = \sqrt[3]{2^3a^3b^3a^3} = 6ab$;
- 2) $\sqrt[4]{abc} \cdot \sqrt[4]{a^3b^2c} \cdot \sqrt[4]{b^5c^2} = \sqrt[4]{abc \cdot a^3b^2c \cdot b^5c^2} = \sqrt[4]{a^4b^8c^2} = ab^2c$;
- 3) $\frac{\sqrt[5]{a^3b^2} \cdot \sqrt[5]{3a^2b^3}}{\sqrt[5]{3ab}} = \sqrt[5]{\frac{a^3b^2 \cdot 3a^2b^3}{3ab}} = \sqrt[5]{a^4b^4}$;
- 4) $\frac{\sqrt[4]{8x^2y^5} \cdot \sqrt[4]{4x^3y}}{\sqrt[4]{2xy^2}} = \sqrt[4]{\frac{8x^2y^5 \cdot 4x^3y}{2xy^2}} = \sqrt[4]{16x^4y^4} = 2xy$.
113. 1) $\sqrt[3]{a^{18}} + \left(\sqrt[3]{a^4}\right)^3 = \sqrt[3]{a^{18}} + \left(\sqrt[3]{a^4}\right)^3 = a^{\frac{18}{3}} + a^{\frac{12}{3}} = a^6 + a^4 = 2a^2$;
- 2) $\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^3 + 2\left(\sqrt[4]{x}\right)^8 = \sqrt[3]{x^6} + 2\sqrt[4]{x^8} = x + 2x = 3x$;
- 3) $2\sqrt[4]{a^4b^8} - \left(\sqrt[3]{a^3b^6}\right)^2 = 2\sqrt[4]{a^4b^8} - \sqrt[6]{(a^3b^6)^2} = 2ab^2 - \sqrt[6]{a^6b^{12}} = 2ab^2 - ab^2 = ab^2$;
- 4) $\sqrt[3]{x^6y^{12}} - \left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5 = \sqrt[3]{x^6y^{12}} - \sqrt[5]{(xy^2)^5} = xy^2 - xy^2 = 0$;

$$5) \left(\sqrt[4]{x^8 y^2} \right)^4 - \left(\sqrt{x^2 y^8} \right)^2 = \sqrt[8]{x^8 y^2}^4 - \sqrt[4]{x^2 y^8}^2 = \sqrt[8]{x^{32} y^8} - \sqrt[4]{x^4 y^{16}} = x^4 y - x y^4;$$

$$6) \left(\sqrt[5]{a^5 \sqrt{a}} \right)^5 - \sqrt[5]{a} : \sqrt[10]{a^2} = \left(\sqrt[5]{a^5 \sqrt{a}}^5 - \sqrt[5]{a} \right) : a^{\frac{2}{10}} = \left(a^{\frac{5}{5}} \sqrt[5]{a} - \sqrt[5]{a} \right) : \sqrt[5]{a} = \\ = \frac{a^{\frac{5}{5}} \sqrt[5]{a} - \sqrt[5]{a}}{\sqrt[5]{a}} = \frac{\sqrt[5]{a} \cdot (a - 1)}{\sqrt[5]{a}} = a - 1.$$

$$114. 1) \sqrt{7} \cdot \sqrt{14} : \sqrt{3} = \sqrt{\frac{7 \cdot 14}{3}} = \sqrt{\frac{98}{3}} \approx 5,72;$$

$$2) \sqrt{6,7} \cdot \sqrt{23} \cdot \sqrt{0,37} = \sqrt{6,7 \cdot 23 \cdot 0,37} = \sqrt{57,017} \approx 7,55;$$

$$3) \sqrt{(1,34)^{-7}} \cdot \sqrt{(0,43)^{-7}} = \sqrt{(0,5762)^{-7}} = \sqrt{\left(\frac{5762}{10\,000} \right)^{-7}} = \sqrt{\left(\frac{10\,000}{5762} \right)^7} = \sqrt{(1,74)^7} = \sqrt{48,29} \approx 6,95;$$

$$4) \sqrt{(3,44)^{-9}} : \sqrt{(4,57)^{-9}} = \sqrt{(3,44 : 4,57)^{-9}} = \sqrt{(0,75)^{-9}} = \sqrt{\left(\frac{75}{100} \right)^{-9}} = \sqrt{\left(\frac{3}{4} \right)^{-9}} = \\ = \sqrt{\left(\frac{4}{3} \right)^9} = \sqrt{(1,33)^9} = \sqrt{13,02} \approx 3,59.$$

$$115. 1) \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}} = \sqrt[6]{\frac{3^3 \cdot 3^4}{3}} = \sqrt[6]{3^6} = 3; 2) \frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{343}}{\sqrt[12]{7}} = \frac{7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{3}{4}}}{7^{\frac{1}{12}}} = \frac{7^{\frac{13}{12}}}{7^{\frac{1}{12}}} = 7^{\frac{13}{12} - \frac{1}{12}} = 7^{\frac{12}{12}} = 7;$$

$$3) \left(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{25} \right) \left(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5} \right) = \left(\sqrt[3]{2} \right)^3 + \left(\sqrt[3]{5} \right)^3 = 2 + 5 = 7;$$

$$4) \left(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4} \right) \left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} \right) = \left(\sqrt[3]{3} \right)^3 - \left(\sqrt[3]{2} \right)^3 = 3 - 2 = 1.$$

$$116. \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = 2; \left(\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \right)^2 = 2^2;$$

$$4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} + 4 - 2\sqrt{3} = 4; -2\sqrt{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} + 8 = 4;$$

$$-2\sqrt{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = 4 - 8; -2\sqrt{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = -4;$$

$$\sqrt{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = (-4) : (-2); \sqrt{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = 2, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$117. 1) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} - \sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{b};$$

$$2) \frac{a-b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \cdot \frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \\ = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2} - (\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{b^2} = 2\sqrt[3]{ab};$$

$$3) \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{1}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} \right) (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \left(\frac{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) - (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \right) (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \\ = \left(\frac{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} - \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \right) (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 2\sqrt[4]{b};$$

$$4) \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = \left(\frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) - \sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} \right) :$$

$$: (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) = \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{ab})}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) =$$

$$= (\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = 1.$$

§ 10. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

118. 1) $\sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$; 2) $\sqrt[4]{a^4} = a^{\frac{4}{4}} = a$; 3) $\sqrt[4]{b^3} = b^{\frac{3}{4}}$; 4) $\sqrt[5]{x^{-1}} = x^{-\frac{1}{5}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{5}}$; 5) $\sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{6}}$; 6) $\sqrt[7]{b^{-3}} = b^{-\frac{3}{7}}$.

119. 1) $x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$; 2) $y^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{y^2}$; 3) $a^{-\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^{-5}}$; 4) $b^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{b^{-1}}$; 5) $(2x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2x}$; 6) $(3b)^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(3b)^{-2}}$.

120. 1) $64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$; 2) $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$; 3) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$;

4) $81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = \sqrt[4]{(3^4)^3} = 3^3 = 27$; 5) $16^{-0,75} = 16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$;

6) $9^{-1,5} = 9^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{9^{-3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$.

121. 1) $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}} = 2^{\frac{15}{5}} = 2^3 = 8$; 2) $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}} = 5^{\frac{7}{7}} = 5$; 3) $9^{\frac{2}{9}} : 9^{\frac{1}{9}} = 9^{\frac{2}{9} - \frac{1}{9}} = 9^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{9} = 3$;

4) $4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}} = 4^{\frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = 4^{-\frac{1}{2}} = 4^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; 5) $(7^{-3})^{-\frac{2}{3}} = 7^{2} = 49$;

6) $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4} = 8^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$.

122. 1) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^{\frac{4}{5}} \cdot 3^{\frac{6}{5}} = 3^{\frac{10}{5}} = 3^2 = 9$; 2) $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}} = 7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{4}{3}} = 7^{\frac{6}{3}} = 7^2 = 49$;

3) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$; 4) $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{150}{6}\right)^{\frac{3}{2}} = 25^{\frac{3}{2}} = (5^2)^{\frac{3}{2}} = 5^3 = 125$.

123. 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} = 16^{\frac{3}{4}} + 8^{\frac{4}{3}} = \sqrt[4]{16^3} + \sqrt[3]{8^4} = 2^3 + 2^4 = 8 + 16 = 24$;

2) $(0,04)^{-1,5} - (-0,125)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = 25^{\frac{3}{2}} - 8^{\frac{2}{3}} = 5^3 - 2^2 = 125 - 4 = 121$;

3) $8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}} = 8 - 3^2 = 8 - 9 = -1$; 4) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^4\right)^{-4} = 5^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 25 + 125 = 150$.

124. 1) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{6}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$, при $a = 0,09$, $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{0,09} = 0,3$;

2) $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b} = b^{\frac{1}{2}} : b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{b}$, при $b = 27$, $\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$;

3) $\frac{\sqrt{b} \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}} = \frac{b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{6}}} = b^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}} = b^{\frac{6}{6} + \frac{4}{6} - \frac{1}{6}} = b^{\frac{9}{6}} = b^{\frac{3}{2}} = b$, при $b = 1,3$, $b = 1,3$;

4) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a^5} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{5}{12}} = a^{\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12}} = a^{\frac{12}{12}} = a$, при $a = 2,7$ имеем $a = 2,7$.

125. 1) $\frac{1}{a^3} \cdot \sqrt{a} = a^{-\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$; 2) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b} = b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = b^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{b^5} = b$;

$$3) \sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{3}} : b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{6}}; 4) a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{4}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} = a^1 = a;$$

$$5) x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5} = x^{4,5} : x^{2,5} = x^{4,5-2,5} = x^2;$$

$$6) y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt{y^3} = y^{-3,8+2,3} \cdot y^{\frac{3}{2}} = y^{-1,5} \cdot y^{1,5} = y^0 = 1.$$

$$126. 1) 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 2^{3\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}+3\sqrt{5}} = 2^2 = 4; 2) 3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 9^{\sqrt[3]{2}} : 3^{2\sqrt[3]{2}} = 3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 3^{1+2\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}} = 3^1 = 3;$$

$$3) 6^{1+2\sqrt{3}} : (4^{\sqrt{3}} \cdot 9^{\sqrt{3}}) = 6^{1+2\sqrt{3}} : 6^{2\sqrt{3}} = 6^{1+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}} = 6; 4) (5^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}} = 5^{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = 5^{1-2} = 5^{-1} = \frac{1}{5}.$$

$$127. 1) (a^4)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-6} = a^{-3} \cdot b^4; 2) \left(\left(\frac{a^6}{b^{-3}}\right)^4\right)^{\frac{1}{12}} = \left(\frac{a^{24}}{b^{-12}}\right)^{\frac{1}{12}} = (a^{24} \cdot b^{12})^{\frac{1}{12}} = a^2 b;$$

$$3) (\sqrt{x^{0,4}} \cdot y^{1,2})^{10} = (x^{0,2} \cdot y^{0,6})^{10} = x^2 y^6;$$

$$4) x^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{x^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} = x^{-2\sqrt{2}} \cdot (x^{-(\sqrt{2}-1)})^{\sqrt{2}+1} = x^{-2\sqrt{2}} \cdot x^{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)} = x^{-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}} = x^3.$$

$$128. 1) \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^4 \left(a^4 + a^{-\frac{1}{4}}\right)} = \frac{a^{\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} + a^{\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4} \cdot 4} + a^{\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)}} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(1+a)}{a+1} = a;$$

$$2) \frac{b^{\frac{1}{5}} \left(\sqrt[5]{b^4} - \sqrt[5]{b^{-1}}\right)}{b^{\frac{2}{3}} \left(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{b^{-2}}\right)} = \frac{b^{\frac{1}{5}} \left(b^{\frac{4}{5}} - b^{-\frac{1}{5}}\right)}{b^{\frac{2}{3}} \left(b^{\frac{1}{3}} - b^{-\frac{2}{3}}\right)} = \frac{b^{\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}} - b^{\frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)}}{b^{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)}} = \frac{b - b^0}{b - b^0} = \frac{b-1}{b-1} = 1;$$

$$3) \frac{a^{\frac{5}{3}} b^{-1}}{\sqrt[3]{a^2 - \sqrt[3]{b^2}}} = \frac{ab^{-1} \left(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}} = ab^{-1} = \frac{a}{b};$$

$$4) \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}}.$$

$$129. 1) \left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \sqrt[3]{6} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \left(2^{\frac{6}{3}} - 3^{\frac{6}{3}}\right) \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} (2^2 - 3^2) \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} =$$

$$= \frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} \cdot (4 - 9) \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \frac{4-9}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = 4 - 9 = -5;$$

$$2) \left(5^{\frac{1}{4}} : 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{3}{4}}\right) \cdot \sqrt[4]{1000} = \left(\frac{5^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{3}{4}}} - \frac{2^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{3}{4}}}\right) \cdot \sqrt[4]{10^3} = \left(\frac{5-2}{10^{\frac{3}{4}}}\right) \cdot 10^{\frac{3}{4}} = 3;$$

$$3) (2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} + (3^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}-1} = 2^2 + 3^{3-1} = 4 + 3^2 = 4 + 9 = 13;$$

$$4) \left((0,5)^{\frac{3}{5}}\right)^{-5} - (4^{-0,3})^{-\frac{5}{3}} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}}\right)^{-5} - \left(4^{\frac{-3}{10}}\right)^{-\frac{5}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - 4^{\frac{1}{2}} = 2^3 - \sqrt{4} = 8 - 2 = 6.$$

$$130. 1) a^{\frac{1}{9}} \sqrt[9]{a^3 \sqrt{a}} = a^{\frac{1}{9}} \left(aa^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{9}} \left(a^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{9}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = a^{\frac{1}{9} + \frac{2}{9}} = a^{\frac{1}{3}};$$

$$2) \left(\sqrt[3]{ab^{-2}} + (ab)^{\frac{1}{6}} \right) \sqrt[6]{ab^4} = \left(a^{\frac{1}{3}} b^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} \right) a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} + \sqrt{b};$$

$$3) b^{\frac{1}{12}} \sqrt[3]{b^4} = b^{\frac{1}{12}} \left(b b^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{12}} \left(b^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{12}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b};$$

$$4) \left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} \right) \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} \right) = \left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} \right) \left(\left(\sqrt[3]{a} \right)^2 + \left(\sqrt[3]{b} \right)^2 - \sqrt[3]{a} \sqrt[3]{b} \right) = \left(\sqrt[3]{a} \right)^3 + \left(\sqrt[3]{b} \right)^3 = a + b.$$

$$131. 1) \frac{x-y}{x^2+y^2} = \frac{\left(x^2+y^2 \right) \left(x^2-y^2 \right)}{x^2+y^2} = x^2 - y^2;$$

$$2) \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}} = \frac{\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}} \right) \left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}} \right)}{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}};$$

$$3) \frac{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}{m+2\sqrt{mn}+n} = \frac{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}{\left(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}} \right)^2} = \frac{1}{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}; \quad 4) \frac{c-2c^{\frac{1}{2}}+1}{\sqrt{c}-1} = \frac{\left(c^{\frac{1}{2}}-1 \right)^2}{c^{\frac{1}{2}}-1} = c^{\frac{1}{2}}-1.$$

$$132. 1) \left(1-2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a} \right) : \left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}} \right)^2 = \left(1-\sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 : \left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}} \right)^2 = \frac{\left(1-\sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2}{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}} \right)^2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = \frac{1}{a};$$

$$2) \left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}} \right) : \left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right) = \left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} \right) : \frac{\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{ab}} = \frac{\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})}{\left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} \right)^2} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}};$$

$$3) \frac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^4-a^4} - \frac{b^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^2+b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{4}}(1-a^2)}{a^4(1-a)} - \frac{b^{\frac{1}{2}}(1-b^2)}{b^{\frac{1}{2}}(1+b)} = \frac{(1-a)(1+a)}{1-a} - \frac{(1+b)(1-b)}{1+b} =$$

$$= 1+a - (1-b) = 1+a-1+b = a+b;$$

$$4) \frac{\sqrt{a}-a^{-\frac{1}{2}}}{1-\sqrt{a^{-1}b}} - \frac{\sqrt[3]{a^2}-a^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{a}+a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}(a-b)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})} - \frac{a^{\frac{1}{3}}(a-b)}{\sqrt[3]{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{(a-b)}{\sqrt{a-b}\sqrt{b}} - \frac{(a-b)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} =$$

$$= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-b) - (\sqrt{a}-\sqrt{b})(a-b)}{a-b} = \frac{(a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b}) - (\sqrt{a}-\sqrt{b})(a-b)}{a-b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{b}.$$

$$133. 1) \frac{a^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{ab^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} - \frac{2a^2-4ab}{a-b} = \frac{a^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{ab^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{2a^2-4ab}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} =$$

$$= \frac{a^2(\sqrt{a}-\sqrt{b}) + ab^{\frac{1}{2}}(\sqrt{a}+\sqrt{b}) - 2a^2 + 4ab}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{a^2 - a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} + ab - 2a^2 + 4ab}{a-b} = \frac{5ab-a^2}{a-b};$$

$$2) \frac{3xy-y^2}{x-y} - \frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{3xy-y^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} - \frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} =$$

$$= \frac{3xy-y^2-y\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})-y\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{3xy-y^2-yx-y\sqrt{y}\sqrt{x}-y^2-yx+y\sqrt{x}\sqrt{y}}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} =$$

$$= \frac{2xy-2y^2}{x-y} = \frac{2y(x-y)}{x-y} = 2y;$$

$$3) \frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{a^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}} - (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{a + b} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{b^2}}{a + b} = \frac{-3\sqrt[3]{ab}}{a + b};$$

$$4) \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a - b}{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = 2\sqrt[3]{b}.$$

$$134. 1) \frac{a - b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} = \frac{a + b}{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} =$$

$$= \sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{b^2} = 2\sqrt[3]{ab};$$

$$2) \frac{a + b}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} - \frac{a - b}{a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) - \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} =$$

$$= a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} - \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right) = 2b^{\frac{1}{3}};$$

$$3) \frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}{a - b} - \frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)}{a - b} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{b - a};$$

$$4) \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{a + b} + \frac{1}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}{a + b} = \frac{2\sqrt[3]{a}}{a + b}.$$

$$135. 1) \sqrt[3]{3} + \sqrt[4]{4} \approx 2,85; 2) \sqrt[3]{7} + \sqrt[5]{10} \approx 2,04; 3) 5^{\sqrt{3}} \approx 16,24; 4) (\sqrt[3]{2})^{\sqrt{3}} \approx 1,49; 5) \pi^{\pi} \approx 36,46.$$

$$136. 1) 2^{\frac{1}{3}} \text{ и } 3^{\frac{1}{3}}, 2^{\frac{1}{3}} < 3^{\frac{1}{3}}; 2) 5^{\frac{4}{5}} \text{ и } 3^{\frac{4}{5}}, \text{ так как } \frac{1}{5^{\frac{4}{5}}} < \frac{1}{3^{\frac{4}{5}}}, \text{ то } 5^{\frac{4}{5}} < 3^{\frac{4}{5}};$$

$$3) 5^{\sqrt{3}} \text{ и } 7^{\sqrt{3}}, 5^{\sqrt{3}} < 7^{\sqrt{3}}; 4) 21^{-\sqrt{2}} \text{ и } 31^{-\sqrt{2}}, \text{ так как } \frac{1}{21^{\sqrt{2}}} > \frac{1}{31^{\sqrt{2}}}, \text{ то } 21^{-\sqrt{2}} > 31^{-\sqrt{2}}.$$

$$137. 1) (0,88)^{\frac{1}{6}} \text{ и } \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}, \text{ так как } \left(\frac{88}{100}\right)^{\frac{1}{6}} > \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}, \text{ то } (0,88)^{\frac{1}{6}} > \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}};$$

$$2) \left(\frac{5}{12}\right)^{\frac{1}{4}} \text{ и } (0,41)^{\frac{1}{4}}, \text{ так как } \frac{12}{5} < \frac{100}{41} \text{ и } \left(\frac{12}{5}\right)^{\frac{1}{4}} < \left(\frac{100}{41}\right)^{\frac{1}{4}}, \text{ то } \left(\frac{5}{12}\right)^{\frac{1}{4}} < (0,41)^{\frac{1}{4}};$$

$$3) (4,09)^{\sqrt[3]{2}} \text{ и } \left(4\frac{3}{25}\right)^{\sqrt[3]{2}}, \text{ так как } 4\frac{9}{100} < 4\frac{3}{25}, \text{ то } (4,09)^{\sqrt[3]{2}} < \left(4\frac{3}{25}\right)^{\sqrt[3]{2}};$$

$$4) \left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} \text{ и } \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}, \text{ так как } \frac{12}{11} > \frac{13}{12} \text{ и } \left(\frac{12}{11}\right)^{\sqrt{5}} > \left(\frac{13}{12}\right)^{\sqrt{5}}, \text{ то } \left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} > \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}.$$

$$138. 1) 6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}, \text{ тогда } 2x = \frac{1}{5}, \text{ откуда } x = \frac{1}{5} : 2, x = \frac{1}{10};$$

$$2) 3^x = 27, 3^x = 3^3, \text{ откуда } x = 3; 3) 7^{1-3x} = 7^{10}, 1 - 3x = 10, -3x = 10 - 1, -3x = 9; x = 9 : (-3); x = -3;$$

$$4) 2^{2x+1} = 32, 2^{2x+1} = 2^5; 2x + 1 = 5; 2x = 5 - 1; 2x = 4; x = 4 : 2; x = 2;$$

$$5) 4^{2+x} = 1; 4^{2+x} = 4^0, \text{ тогда } 2 + x = 0; x = -2;$$

6) $\left(\frac{1}{5}\right)^{4x-3} = 5$, так как $5^{3-4x} = 5$, а $3 - 4x = 1$; $-4x = 1 - 3$; $-4x = -2$, то $x = \frac{1}{2}$.

139. 1) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2}$ и $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2}$; $\sqrt[7]{\left(\frac{3-2}{6}\right)^2}$ и $\sqrt[7]{\left(\frac{4-3}{12}\right)^2}$;
 $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{6}\right)^2}$ и $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{12}\right)^2}$; $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{2}{7}}$ и $\left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{2}{7}}$, так как $\frac{1}{6} > \frac{1}{12}$ и $\frac{2}{7} > 0$, а показатель > 0 , то
 $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2} > \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2}$;

2) $\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{7}\right)^3}$; $\sqrt[5]{\left(\frac{5}{4} - \frac{6}{5}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(\frac{7}{6} - \frac{8}{7}\right)^3}$; $\sqrt[5]{\left(\frac{25-24}{20}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(\frac{49-48}{42}\right)^3}$; $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{20}\right)^3}$
и $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{42}\right)^3}$; $\left(\frac{1}{20}\right)^{\frac{3}{5}}$ и $\left(\frac{1}{42}\right)^{\frac{3}{5}}$, так как $\frac{1}{20} > \frac{1}{42}$, а $\frac{3}{5} > 0$, то $\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}\right)^3} > \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{7}\right)^3}$.

140. 1) $3^{2-y} = 27$, $3^{2-y} = 3^3$, тогда $2 - y = 3$; $-y = 3 - 2$; $-y = 1$; $y = -1$. Ответ: -1 .

2) $3^{5-2x} = 1$; $3^{5-2x} = 3^0$, тогда $5 - 2x = 0$; $-2x = -5$; $x = \frac{-5}{-2}$; $x = 2,5$. Ответ: $2,5$.

3) $9^{\frac{1}{2}x-1} - 3 = 0$; $9^{\frac{1}{2}x-1} = 3$; $3^{\left(\frac{1}{2}x-1\right)} = 3^1$, тогда $2\left(\frac{1}{2}x - 1\right) = 1$; $x - 2 = 1$; $x = 2 + 1$; $x = 3$.
 Ответ: 3 .

4) $27^{\frac{3-\frac{1}{3}y}{5}} - 81 = 0$; $3^{\left(\frac{3-\frac{1}{3}y}{5}\right)} = 81$; $3^{\left(\frac{3-\frac{1}{3}y}{5}\right)} = 3^4$, тогда $3\left(3 - \frac{1}{3}y\right) = 4$; $9 - y = 4$; $-y = 4 - 9$;
 $-y = -5$; $y = 5$. Ответ: 5 .

141. 1) $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x-5} = 3^{5x-8}$; $(3^{-2})^{2x-5} = 3^{5x-8}$, тогда $-2(2x - 5) = 5x - 8$; $-4x + 10 = 5x - 8$; $-9x = -18$;
 $x = 2$. Ответ: 2 .

2) $2^{4x-9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$; $2^{4x-9} = 2^{4-x}$, тогда $4x - 9 = 4 - x$; $4x + x = 4 + 9$; $5x = 13$; $x = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$.

Ответ: $2\frac{3}{5}$.

3) $8^x \cdot 4^{x+13} = \frac{1}{16}$; $2^{3x} \cdot 2^{2(x+13)} = 2^{-4}$, тогда $3x + 2(x + 13) = -4$; $3x + 2x + 26 = -4$; $5x = -4 - 26$;
 $5x = -30$; $x = (-30) : 5$; $x = -6$. Ответ: -6 .

4) $\frac{25^{x-2}}{\sqrt{5}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-7,5}$; $5^{2(x-2)} : 5^{\frac{1}{2}} = 5^{-x+7,5}$, откуда $2(x - 2) - \frac{1}{2} = -x + 7,5$; $2x - 4 - \frac{1}{2} = -x + 7,5$;
 $2x - 4,5 = -x + 7,5$; $2x + x = 7,5 + 4,5$; $3x = 12$; $x = 12 : 3$; $x = 4$. Ответ: 4 .

142. 1) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+1} = (3\sqrt{3})^x$; $3^{-\frac{1}{2}(2x+1)} = \left(3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}\right)^x$, откуда $-\frac{1}{2}(2x + 1) = \frac{3}{2}x$; $-x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x$; $-\frac{5}{2}x = \frac{1}{2}$;
 $x = -\frac{1}{5}$. Ответ: $-\frac{1}{5}$.

2) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{x-1} = \left(\frac{2}{\sqrt[3]{2}}\right)^{2x}$; $2^{\frac{1}{3}(x-1)} = 2 \cdot 2^{-\frac{1}{3}(2x)}$, откуда $\frac{1}{3}(x - 1) = \left(1 + \left(-\frac{1}{3}\right)\right) \cdot (2x)$;
 $\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = \left(\frac{3-1}{3}\right) \cdot 2x$; $\frac{x}{3} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3}x$; $\frac{x}{3} - \frac{4}{3}x = \frac{1}{3}$; $-x = \frac{1}{3}$; $x = -\frac{1}{3}$. Ответ: $-\frac{1}{3}$.

3) $9^{3x+4}\sqrt{3} = \frac{27^{x-1}}{\sqrt{3}}$; $3^{2(3x+4)} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = \frac{3^{3(x-1)}}{\sqrt{3}}$; $3^{6x+8} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{3(x-1)} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$; $3^{6x+8+\frac{1}{2}} = 3^{3x-3-\frac{1}{2}}$;

$$6x + 8 + \frac{1}{2} = 3x - 3 - \frac{1}{2}; \quad 6x - 3x = -3\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2}; \quad 3x = -12; \quad x = (-12) : 3; \quad x = -4. \text{ Ответ: } -4.$$

$$4) \frac{8}{(\sqrt{2})^x} = 4^{3x-2} \sqrt{2}; \quad 8 \cdot 2^{-\frac{1}{2}x} = 2^{2(3x-2)} \cdot 2^{\frac{1}{2}}; \quad 2^3 \cdot 2^{-\frac{1}{2}x} = 2^{6x-4+\frac{1}{2}}; \quad 3 - \frac{1}{2}x = 6x - 4 + \frac{1}{2};$$

$$3 - \frac{1}{2}x = 6x - 3\frac{1}{2}; \quad -\frac{1}{2}x - 6x = -3\frac{1}{2} - 3; \quad -6\frac{1}{2}x = -6\frac{1}{2}; \quad x = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$143. 1) \log_7 49 = \log_7 7^2 = 2; 2) \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6; 3) \log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -2;$$

$$4) \log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3.$$

$$144. 1) \lg 23 \approx 1,4; 2) \lg 131 \approx 2,1; 3) 40 \lg 2 \approx 40 \cdot 0,3 \approx 12; 4) 57 \lg 3 \approx 27,2.$$

$$145. 1) 10^{2x-1} = 7; \quad 2x - 1 = \lg 7; \quad x = \frac{1 + \lg 7}{2}; \quad x \approx 0,92. \text{ Ответ: } 0,92.$$

$$2) 10^{1-3x} = 6; \quad 1 - 3x = \lg 6; \quad x = \frac{1 + \lg 6}{3}; \quad x \approx 0,074. \text{ Ответ: } 0,074.$$

$$146. 1) (0,175)^0 + (0,36)^{-2} - 1^{\frac{4}{3}} = 1 + \left(\frac{36}{100}\right)^{-2} - \sqrt[3]{1^4} = 1 + \left(\frac{100}{36}\right)^2 - 1 = \left(\frac{25}{9}\right)^2 = \frac{625}{81};$$

$$2) 1^{-0,43} = (0,008)^{\frac{1}{3}} + (15,1)^0 = 1 - \left(\frac{8}{1000}\right)^{\frac{1}{3}} + 1 = 2 - \left(\frac{1000}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = 2 - \sqrt[3]{\frac{10^3}{2^3}} = 2 - \frac{10}{2} = 2 - 5 = -3;$$

$$3) \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 4 \cdot 379^0 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \sqrt[3]{\frac{1}{27}} + 4 \cdot 1 = \frac{25}{16} - \sqrt[3]{\frac{1}{3^3}} + 4 = \frac{25}{16} - \frac{1}{3} + 4 =$$

$$= \frac{25}{16} + \frac{11}{3} = \frac{75 + 176}{48} = \frac{251}{48};$$

$$4) (0,125)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - (1,85)^0 = \left(\frac{125}{1000}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{9}{16} - 1 = \left(\frac{1000}{125}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{7}{16} = \sqrt[3]{\frac{10^3}{5^3}} - \frac{7}{16} =$$

$$= \frac{10}{5} - \frac{7}{16} = \frac{160 - 35}{80} = \frac{125}{80} = \frac{25}{16}.$$

$$147. 1) 9,3 \cdot 10^{-6} : (3,1 \cdot 10^{-5}) = \frac{9,3 \cdot 10^{-6}}{3,1 \cdot 10^{-5}} = 3 \cdot 10^{-1} = 0,3; 2) 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7 = 5,1 \cdot 10^1 = 51;$$

$$3) 8,1 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-14} = 16,2 \cdot 10^2 = 1620; 4) 6,4 \cdot 10^5 : (1,6 \cdot 10^7) = \frac{6,4 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^7} = \frac{4}{10^2} = 0,04;$$

$$5) 2 \cdot 10^{-1} + \left(6^0 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} = 1,4;$$

$$6) 3 \cdot 10^{-1} - \left(8^0 - \frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-1} = -0,1.$$

$$148. 1) \left(\frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}}}{x^6}\right)^{-2} = \left(\frac{x^{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{5}{6}}}{x^6}\right)^{-2} = \left(\frac{x^{\frac{7}{2}}}{x^6}\right)^{-2} = \left(x^{\frac{1}{6}} : x^{\frac{7}{6}}\right)^2 = x^{-2} = \frac{1}{x^2}, \text{ при } x = \frac{7}{9}, \text{ имеем}$$

$$x^2 = \frac{1}{\left(\frac{7}{9}\right)^2} = \left(\frac{9}{7}\right)^2 = \frac{81}{49};$$

$$2) \left(\frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{9}}}{a^{-\frac{2}{9}}}\right)^{-3} = \left(\frac{a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{9}} \cdot a^{\frac{1}{9}}}{a^{-\frac{2}{9}}}\right)^{-3} = \left(\frac{a^{\frac{7}{9}}}{a^{-\frac{2}{9}}}\right)^{-3} = \left(a^{\frac{7}{9}} \cdot a^{\frac{2}{9}}\right)^{-3} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}, \text{ при } a = 0,1 \text{ имеем } a^3 = 0,001,$$

$$\frac{1}{a^3} = \frac{1}{0,001} = 1000.$$

149. 1) $(\sqrt[3]{125x} - \sqrt[3]{8x}) - (\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{64x}) = (\sqrt[3]{5^3x} - \sqrt[3]{2^3x}) - (\sqrt[3]{3^3x} - \sqrt[3]{4^3x}) =$
 $= (5\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{x}) - (3\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[3]{x}) = 5\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{x} + 4\sqrt[3]{x} = 4\sqrt[3]{x};$
- 2) $(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{16x}) + (\sqrt[4]{81x} - \sqrt[4]{625x}) = (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{2^4x}) + (\sqrt[4]{3^4x} - \sqrt[4]{5^4x}) = \sqrt[4]{x} + 2\sqrt[4]{x} + 3\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{x};$
- 3) $\left(\frac{3}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a}\right) : \frac{3 + \sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1+a}} = \frac{3 + \sqrt{1-a}(\sqrt{1+a})}{\sqrt{1+a}} : \frac{3 + \sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1+a}} = \frac{3+1-a}{\sqrt{1+a}} \cdot \frac{\sqrt{1+a}}{3 + \sqrt{1-a^2}} = 1;$
- 4) $\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}\right) : (\sqrt{x^2 - y^2} - x) = \frac{\sqrt{x^2 - y^2} - x}{\sqrt{x^2 - y^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2} - x} = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}}.$

150. 1) $7^{5x-1} = 49; 7^{5x-1} = 7^2$, тогда $5x - 1 = 2; 5x = 2 + 1; 5x = 3; x = \frac{3}{5}$. Ответ: $\frac{3}{5}$.

2) $(0,2)^{1-x} = 0,04; (0,2)^{1-x} = (0,2)^2$, тогда $1 - x = 2; -x = 2 - 1; -x = 1; x = -1$. Ответ: -1 .

3) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+3} = 7^{2x}; \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2x}$, тогда $3x + 3 = -2x; 3x + 2x = -3; 5x = -3; x = -\frac{3}{5}$.

Ответ: $-\frac{3}{5}$.

4) $3^{5x-7} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}; 3^{5x-7} = 3^{-2x}$, поэтому $5x - 7 = -2x; 5x + 2x = 7; 7x = 7; x = 1$. Ответ: 1 .

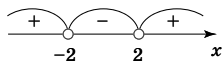
151. 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 10000^{0,25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}} + 10000^{\frac{1}{4}} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = 16^{\frac{3}{4}} + 10 - \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{1}{5}} =$
 $= \sqrt[4]{16^3} + 10 - \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[4]{(2^4)^3} + 10 - \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5}} = 2^3 + 10 - \frac{3}{2} = 8 + 10 - \frac{3}{2} = \frac{33}{2} = 16,5;$

2) $(0,001)^{\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}} = 1000^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{2^2} \sqrt[3]{64^2} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1000} - \frac{1}{4} \sqrt[3]{(4^3)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^4} =$
 $= \sqrt[3]{10^3} - \frac{1}{4} \cdot 4^2 - \frac{1}{2^4} = 10 - \frac{16}{4} - \frac{1}{16} = 10 - 4 - \frac{1}{16} = \frac{160 - 64 - 1}{16} = \frac{95}{16};$

3) $27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27^2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(3^3)^2} - \frac{1}{4} + \sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$
 $= 3^2 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = 9 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{108 - 3 + 8}{12} = \frac{113}{2};$

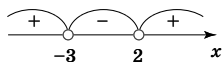
4) $(-0,05)^4 - 625 - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - 625 - \left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = 2^4 - 625 - \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}} =$
 $= 16 - 625 - \sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^3} = 16 - 625 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 16 - 625 - \frac{8}{27} = -609\frac{8}{27}.$

152. 1) $\sqrt{x^2 - 4}$, выражение имеет смысл, если $x^2 - 4 \geq 0$, то есть $(x - 2)(x + 2) \geq 0$;

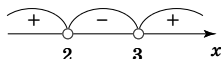


2) $\sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}$, выражение имеет смысл для любого x ;

3) $\sqrt[6]{\frac{x-2}{x+3}}$, выражение имеет смысл, если $(x - 2)(x + 3) \geq 0$, при этом $x + 3 \neq 0$, $x \neq -3$;

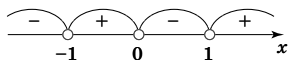


- 4) $\sqrt[4]{x^2 - 5x + 6}$, выражение имеет смысл, если $x^2 - 5x + 6 \geq 0$, тогда $(x - 3)(x - 2) \geq 0$.



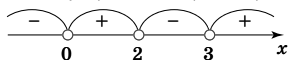
Ответ: $x \leq 2, x \geq 3$.

- 5) $\sqrt[8]{x^3 - x}$, выражение имеет смысл, если $x^2 - x \geq 0$, поэтому $x(x^2 - 1) \geq 0$, $x(x - 1)(x + 1) \geq 0$.



Ответ: $-1 \leq x \leq 0, x \geq 1$.

- 6) $\sqrt[6]{x^3 - 5x^2 + 6x}$, выражение имеет смысл, если $x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0$, поэтому $x(x^2 - 5x + 6) \geq 0$, $x(x - 3)(x - 2) \geq 0$.



Ответ: $0 \leq x \leq 2, x \geq 3$.

$$153. 1) \frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{7}{4}}}{\frac{1}{a^4} - a^{\frac{3}{4}}} = \frac{a^{\frac{7}{4}}(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{5}{4}})}{a^{-\frac{3}{4}}(a - 1)} = \frac{a^{-1}(a - 1)(a + 1)}{a - 1} = a^{-1}(a + 1) = \frac{a + 1}{a};$$

$$2) \frac{a^{\frac{4}{3}} - a^{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{a^3} - a^{\frac{2}{3}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}(a^{\frac{2}{3}} - 1)}{a^{-\frac{2}{3}}(a - 1)} = \frac{(a + 1)(a - 1)}{a - 1} = a + 1;$$

$$3) \frac{b^4 + 2b^4 + b^{\frac{3}{4}}}{b^4 + b^{-\frac{1}{4}}} = \frac{b^{\frac{3}{4}}(b^2 + 2b + 1)}{b^{-\frac{1}{4}}(b + 1)} = \frac{(b + 1)^2}{\sqrt{b}(b + 1)} = \frac{b + 1}{\sqrt{b}};$$

$$4) \frac{a^{\frac{4}{3}}b^{-2} - a^{-2}b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{3}}b^{-2} - b^{\frac{5}{3}}a^{-2}} = \frac{a^{-2}b^{-2}\left(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{-2}b^{-2}\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)} = \frac{\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} = a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b};$$

$$5) \frac{\sqrt{a^3b^{-1}} - \sqrt{a^{-1}b^3}}{\sqrt{ab^{-1}} - \sqrt{a^{-1}b}} = \frac{\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}}}{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}} = \frac{\frac{\sqrt{a^4} - \sqrt{b^4}}{\sqrt{ab}}}{\frac{\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}} = \frac{\sqrt{a^4} - \sqrt{b^4}}{\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}} = \frac{a^2 - b^2}{a - b} = \frac{(a - b)(a + b)}{a - b} = a + b;$$

$$6) \frac{a^{\frac{3}{4}}b^{-\frac{1}{4}} - a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}}(a - b)}{a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b};$$

$$7) \left(\frac{1 + \sqrt{ab}}{\sqrt[4]{ab}} + \frac{\sqrt[4]{a^3b} - \sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} \right)^{-2} \cdot \left(1 + \frac{b}{a} + 2\sqrt{\frac{b}{a}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{(1 + \sqrt{ab})(\sqrt{b} - \sqrt{a}) + (\sqrt[4]{a^3b} - \sqrt[4]{ab^3})\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}(\sqrt{b} - \sqrt{a})} \right) \times$$

$$\times \left(\left(1 + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\sqrt{b} - \sqrt{a} + b\sqrt{a} - a\sqrt{b} + a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt[4]{ab}(\sqrt{b} - \sqrt{a})} \right)^{-2} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{b}{a}} \right) =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{\sqrt[4]{ab}(\sqrt{b} - \sqrt{a})} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right) = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a}} = \sqrt{b} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b});$$

$$8) \left(\frac{a + b}{\sqrt[3]{a^2 - 3b^2}} + \frac{\sqrt[3]{ab^2} - \sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{a^2 - 2\sqrt[3]{ab^3} + \sqrt[3]{b^3}}} \right) : (\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}) = \left(\frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})} + \frac{\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a})}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} =$$

$$= \left(\frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} = \left(\frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \right) \times$$

$$\begin{aligned} \times \frac{1}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} &= \left(\frac{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} = \frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b})} = \\ &= \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} = \frac{(\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})(\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b})}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} = \sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}. \end{aligned}$$

154. $V_k = 100 \text{ см}^3$, $V_m = 100 \text{ см}^2$

$V_k = a^3$, где a — длина ребра куба; $a = \sqrt[3]{V_k}$, откуда $a = \sqrt[3]{100} = \sqrt[3]{10^2} \approx 4,64$ (см);

$V_n = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$, где R — радиус шара; $R = \sqrt[3]{\frac{V_n}{\frac{4}{3}\pi}}$, откуда $R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 100}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{300}{4\pi}} \approx 2,88$.

D — диаметр шара, $D = 2R$, $D = 2 \cdot 2,88 \approx 5,76$, откуда видно, что $2R > a$, следовательно, данный шар невозможно поместить в этот куб, так как диаметр шара больше ребра куба.

155. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{q}}$, где l — длина маятника, T — период колебаний, $q \approx 9,8 \text{ м/с}^2$, $l = 18,5 \text{ см}$.

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{0,185}{9,8}} \approx 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{0,185}{9,8}} \approx 0,86 \text{ (с)}.$$

§ 12. СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

156. а) $y(x) = x^2 - 4x + 5$; $y(-3) = (-3)^2 - 4 \cdot (-3) + 5 = 9 + 12 + 5 = 26$; $y(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 5 = 1 + 4 + 5 = 10$; $y(0) = 0 - 0 + 5 = 5$; $y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 4 - 8 + 5 = 1$;

б) если $y(x) = 1$, значит $x^2 - 4x + 5 = 1$; $x^2 - 4x + 4 = 0$; $(x - 2)^2 = 0$; $x - 2 = 0$; $x = 2$;

если $y(x) = 5$, значит $x^2 - 4x + 5 = 5$; $x^2 - 4x = 0$; $x(x - 4) = 0$; $x_1 = 0$, $x - 4 = 0$; $x_2 = 4$;

если $y(x) = 10$, значит $x^2 - 4x + 5 = 10$; $x^2 - 4x - 5 = 0$; $x_1 = 5$, $x_2 = -1$;

если $y(x) = 17$, значит $x^2 - 4x + 5 = 17$; $x^2 - 4x - 12 = 0$; $x_1 = 6$, $x_2 = -2$.

157. 1) $y(x) = \frac{x+5}{x-1}$; $y(-2) = \frac{-2+5}{-2-1} = \frac{3}{-3} = -1$; $y(0) = \frac{5}{-1} = -5$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}+5}{\frac{1}{2}-1} = \frac{11}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right) = -11$;

$$y(3) = \frac{3+5}{3-1} = \frac{8}{2} = 4;$$

2) если $y(x) = -3$, значит $\frac{x+5}{x-1} = -3$, при этом $x - 1 \neq 0$; $\begin{cases} 4x = -2; \\ x \neq 1, \end{cases}$ тогда $x = -\frac{1}{2}$;

если $y(x) = -2$, значит $\frac{x+5}{x-1} = -2$, при этом $x - 1 \neq 0$; $\begin{cases} 3x = -3; \\ x \neq 1, \end{cases}$ тогда $x = -1$;

если $y(x) = 13$, значит $\frac{x+5}{x-1} = 13$, $x + 5 - 13x + 13 = 0$, при этом $x - 1 \neq 0$;

$\begin{cases} -12x = -18; \\ x \neq 1, \end{cases}$ тогда $x = 1,5$; если $y(x) = 19$, значит $\frac{x+5}{x-1} = 19$, $x + 5 - 19x + 19 = 0$, при этом $x - 1 \neq 0$;

$\begin{cases} -18x = -24; \\ x \neq 1, \end{cases}$ тогда $x = \frac{4}{3}$.

158. 1) $y = 4x^2 - 5x + 1$, $x \in (-\infty; \infty)$; 2) $y = 2 - x - 3x^2$, $x \in (-\infty; \infty)$;

3) $y = \frac{2x-3}{x-3}$, $x - 3 \neq 0$, $x \neq 3$, $x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$;

4) $y = \frac{3}{5-x^2}$, $5 - x^2 \neq 0$, $x^2 \neq 5$, $x_1 \neq \sqrt{5}$, $x_2 \neq -\sqrt{5}$; $x \in \left(-\infty; -\sqrt{5}\right) \cup \left(-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right) \cup \left(\sqrt{5}; +\infty\right)$;

$$5) y = \sqrt[4]{6-x}, 6-x \geq 0, -x \geq -6, -x \geq 6, x \leq 6, x \in (-\infty; 6];$$

$$6) y = \sqrt{\frac{1}{x+7}}, x+7 > 0, x \in (-7; \infty).$$

$$159. 1) y = \frac{2x}{x^2 - 2x - 3}, x^2 - 2x - 3 \neq 0, (x-1)(x-3) \neq 0, \text{значит } x \neq 1, x \neq 3, x \in (-\infty; 1) \cup (1; 3) \cup (3; \infty);$$

$$2) y = \sqrt[6]{x^2 - 7x + 10}, x^2 - 7x + 10 \geq 0, (x-2)(x-5) \geq 0,$$

$$x \in (-\infty; 2] \cup [5; +\infty);$$

$$3) y = \sqrt[8]{3x^2 - 2x + 5}, 3x^2 - 2x + 5 \geq 0, \text{ найдем корни уравнения } 3x^2 - 2x + 5 = 0:$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4 - 60 = -56, D < 0, \text{ корней нет, а так как } 3 > 0, \text{ то ветви вверх, значит, } 3x^2 - 2x + 5 > 0, \text{ для любого } x, x \in (-\infty; +\infty);$$

$$4) y = \sqrt[6]{\frac{2x+4}{3-x}}, \frac{2x+4}{3-x} \geq 0, \text{ при этом } 3-x \neq 0, x \neq 3, 2x+4 \geq 0, 2x \geq -4, x \geq -2, \text{ значит } -2 \leq x < 3.$$

$$160. y(x) = |2-x| - 2$$

$$1) y(-3) = |2 - (-3)| - 2 = 2 + 3 - 2 = 3; y(-1) = |2 - (-1)| - 2 = 2 + 1 - 2 = 1; y(1) = |2 - 1| - 2 = 1 - 2 = -1;$$

$$y(3) = |2 - 3| - 2 = 1 - 2 = -1;$$

$$2) \text{ если } y(x) = -2, \text{ значит } |2-x| - 2 = -2, |2-x| = 0; x = 2;$$

$$\text{если } y(x) = 0, \text{ значит } |2-x| - 2 = 0, |2-x| = 2, 2-x = 2, \text{ или } -2+x = 2, \text{ тогда } x_1 = 4, x_2 = 0;$$

$$\text{если } y(x) = 2, \text{ значит } |2-x| - 2 = 2, |2-x| = 4, 2-x = 4, \text{ или } -2+x = 4, x_1 = -2, x_2 = 6.$$

$$161. 1) y = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}, \text{ значит } \frac{x-2}{x+3} \geq 0, \text{ к тому же } x+3 \neq 0, x \neq -3; x-2 \geq 0,$$

$$x \geq 2, x \in (-\infty; -3) \cup [2; \infty);$$

$$2) y = \sqrt[4]{(x-1)(x-2)(x-3)}, (x-1)(x-2)(x-3) \geq 0; x-1 \geq 0, x \geq 1, x-2 \geq 0, x \geq 2, x-3 \geq 0, x \geq 3;$$

$$x \in [1; 2] \cup [3; +\infty);$$

$$3) y = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}, \text{ тогда } 1+x \neq 0, x \neq -1, x \in (-\infty; -1) \cup (-1; \infty);$$

$$4) y = \sqrt{(x+1)(x-1)(x-4)}, (x+1)(x-1)(x-4) \geq 0, x+1 \geq 0, x \geq -1, x-1 \geq 0, x \geq 1, x-4 \geq 0, x \geq 4,$$

$$x \in [-1; 1] \cup [4; +\infty);$$

$$5) y = \sqrt[8]{\frac{x^2+4x-5}{x-2}}, \text{ тогда } \frac{x^2+4x-5}{x-2} \geq 0, \text{ при этом } x-2 \neq 0, x \neq 2, \frac{(x-1)(x+5)}{x-2} \geq 0;$$

$$x \in [-5; 1] \cup (2; +\infty);$$

$$6) y = \sqrt[6]{x} + \sqrt{1+x}, \text{ тогда } \begin{cases} x \geq 0; \\ 1+x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0; \\ x \geq -1; \end{cases} x \geq 0, x \in [0; +\infty).$$

$$162. \text{ Т. } M(-2; 1)$$

$$1) y = 3x^2 + 2x + 29, \text{ подставим координаты т. } M(-2; 1); 1 = 3 \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) + 29; 1 = 12 - 4 + 29; 1 \neq 37, \text{ значит, не принадлежит};$$

$$2) y = |4 - 3x| - 9, \text{ подставим координаты т. } M(-2; 1); 1 = |4 - 3 \cdot (-2)| - 9, 1 = 10 - 9; 1 = 1,$$

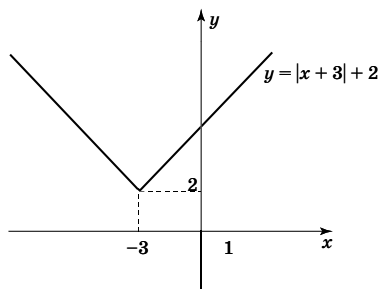
значит т. $M(-2; 1)$ принадлежит графику данной функции;

3) $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$, подставим координат т. $M(-2; 1)$ $1 = \frac{(-2)^2 + 3}{-2 - 1}$; $1 = \frac{4 + 3}{-3}$; $1 \neq -\frac{7}{3}$, значит

т. $M(-2; 1)$ не принадлежит графику данной функции;

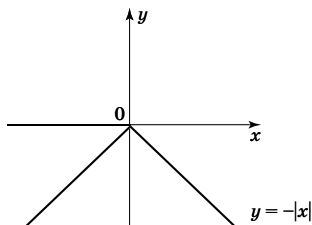
4) $y = |\sqrt{2 - x} - 5| - 2$, подставим координаты т. $M(-2; 1)$ $1 = |\sqrt{2 - (-2)} - 5| - 2$; $1 = |2 - 5| - 2$; $1 = 3 - 2$; $1 = 1$, значит т. $M(-2; 1)$ принадлежит графику данной функции.

163. 1) $y = |x + 3| + 2$;



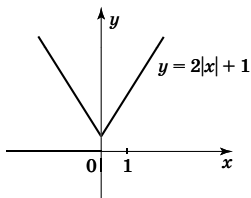
$$y = \begin{cases} x + 5, & x \geq -3; \\ -x - 1, & x < -3. \end{cases}$$

2) $y = -|x|$;



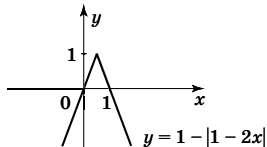
$$y = \begin{cases} -x, & x \geq 0; \\ x, & x < 0. \end{cases}$$

3) $y = 2|x| + 1$;



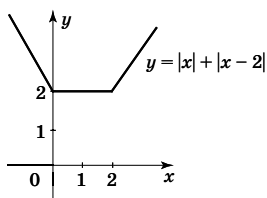
$$y = \begin{cases} 2x + 1, & x \geq 0; \\ -2x + 1, & x < 0. \end{cases}$$

4) $y = 1 - |1 - 2x|$;



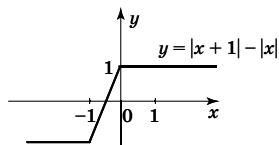
$$y = \begin{cases} 2x, & x \leq \frac{1}{2}; \\ -2x + 2, & x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

5) $y = |x| + |x - 2|$;

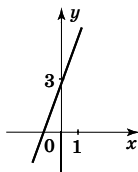


$$y = \begin{cases} -2x + 2, & x < 0; \\ 2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 2x - 2, & x > 2; \end{cases} \quad y = \begin{cases} -1, & x < -1; \\ 2x + 1, & -1 \leq x \leq 0; \\ 1, & x \geq 0. \end{cases}$$

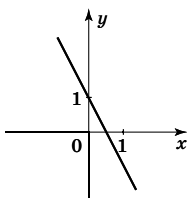
6) $y = |x + 1| - |x|$.



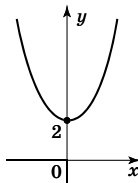
164. 1) $y = 2x + 3$

 y возрастает, если $x \in (-\infty; \infty)$;

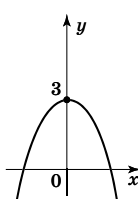
2) $y = 1 - 3x$

 y убывает, если $x \in (-\infty; \infty)$.

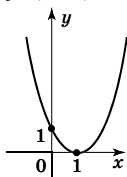
3) $y = x^2 + 2$

 y возрастает, если $x \in (0; \infty)$, y убывает, если $x \in (-\infty; 0)$.

4) $y = 3 - x^2$

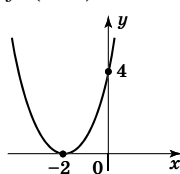
 y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$, y убывает, если $x \in (0; \infty)$.

5) $y = (1 - x)^2$



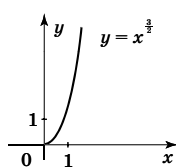
y возрастает, если $x \in (1; \infty)$, y убывает, если $x \in (-\infty; 1)$.

6) $y = (2 + x)^2$

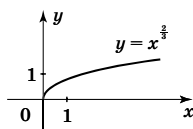


y возрастает, если $x \in (-2; \infty)$, y убывает, если $x \in (-\infty; -2)$.

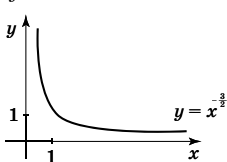
166. 1) $y = x^{\frac{3}{2}}$.



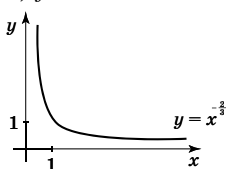
2) $y = x^{\frac{2}{3}}$.



3) $y = x^{-\frac{3}{2}}$.



4) $y = x^{-\frac{2}{3}}$.

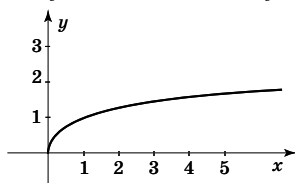


167. 1) $x^{\frac{1}{2}} = 3$, $x = 3^2 = 9$; 2) $x^{\frac{1}{4}} = 2$, $x = 2^4 = 16$; 3) $x^{-\frac{1}{4}} = 2$, $x = 2^{-4} = 16^{-1} = \frac{1}{16}$;

4) $x^{\frac{4}{5}} = 81$, $x = 81^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{81^5} = \sqrt[4]{(3^4)^5} = 3^5 = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$.

168. $y = \sqrt[4]{x}$

1) если $y = 0,5$, то $x \approx 0,06$; если $y = 1$, то $x = 1$; если $y = 4$, то $x = 256$; если $y = 2,5$, то $x \approx 3,91$;



2) $\sqrt[4]{1,5} \approx 1,2$; $\sqrt[4]{2} \approx 1,3$; $\sqrt[4]{2,5} \approx 1,26$; $\sqrt[4]{3} \approx 1,32$.

$$169. 1) y = x^{\frac{4}{3}} \text{ и } y = 625; \begin{cases} y = x^{\frac{4}{3}}, & x^{\frac{4}{3}} = 625; \\ & x = 625^{\frac{3}{4}} = (5^4)^{\frac{3}{4}} = 5^3; \text{ Ответ: т. } M(125; 625). \\ y = 625, & x = 125. \end{cases}$$

$$2) y = x^{\frac{6}{5}} \text{ и } y = 64; \begin{cases} y = x^{\frac{6}{5}}, & x^{\frac{6}{5}} = 64; \\ & x = 64^{\frac{5}{6}} = (2^6)^{\frac{5}{6}} = 2^5; \text{ Ответ: т. } M(32; 64). \\ y = 64, & x = 32. \end{cases}$$

$$3) y = x^{\frac{3}{2}} \text{ и } y = 216; \begin{cases} y = x^{\frac{3}{2}}, & x^{\frac{3}{2}} = 216; \\ & x = 216^{\frac{2}{3}} = (6^3)^{\frac{2}{3}} = 6^2; \text{ Ответ: т. } M(36; 216). \\ y = 216, & x = 36. \end{cases}$$

$$4) y = x^{\frac{7}{3}} \text{ и } y = 128; \begin{cases} y = x^{\frac{7}{3}}, & x^{\frac{7}{3}} = 128; \\ & x = 128^{\frac{3}{7}} = (2^7)^{\frac{3}{7}} = 2^3; \text{ Ответ: т. } M(8; 128). \\ y = 128, & x = 8. \end{cases}$$

$$170. 1) y = x + \frac{1}{x}, \text{ пусть } x_1 < x_2; y_1 = x_1 + \frac{1}{x_1} = \frac{(x_1^2 + 1)}{x_1}, y_2 = x_2 + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2^2 + 1}{x_2},$$

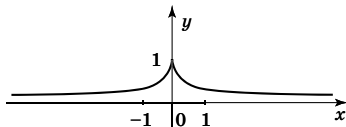
$$y_1 - y_2 = \frac{x_1^2 + 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + 1}{x_2} = \frac{x_1^2 \cdot x_2 + x_2 - x_2^2 \cdot x_1 - x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1 - x_2) \cdot (x_1 \cdot x_2 - 1)}{x_1 \cdot x_2},$$

при $x_1, x_2 > 0$, но $x_1, x_2 < 1$, имеем $x_1 - x_2 < 0, x_1 \cdot x_2 > 0, x_1 \cdot x_2 - 1 < 0$,

тогда $\frac{(x_1 - x_2) \cdot (x_1 \cdot x_2 - 1)}{x_1 \cdot x_2} > 0$, поэтому $y_1 > y_2$.

Поэтому т.к. $x_1 < x_2$, а $y_1 > y_2$, функция убывает на интервале $0 < x < 1$.

$$2) y = \frac{1}{x^2 + 1},$$



y возрастает при $x \in (-\infty; 0]$, y убывает при $x \in [0; \infty)$;

$$3) y = x^3 - 3x.$$

Пусть $x_1 < x_2$ и $x_1, x_2 \leq -1$, значит так как $y_1 = x_1^3 - 3x_1, y_2 = x_2^3 - 3x_2$, тогда

$$y_1 - y_2 = x_1^3 - x_2^3 - 3x_1 + 3x_2 = (x_1^3 - x_2^3) - 3(x_1 - x_2) = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3) - 3(x_1 - x_2) = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3) < 0,$$

при $x_1 \leq -1, x_2 \leq -1$, имеем $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \geq 3$, поэтому $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3 \geq 0$,

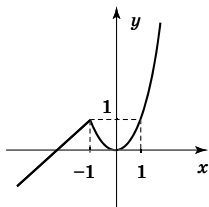
значит, так как $x_1 < x_2$ и $y_1 < y_2$, то y возрастает при $x \leq -1$ и $x \geq 1$; убывает при $-1 \leq x \leq 1$.

$$4) y = x - 2\sqrt{x}. \text{ Пусть } x_1 < x_2 \text{ и } x_1, x_2 \geq 1, \text{ тогда}$$

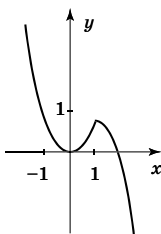
$$y_1 - y_2 = (x_1 - x_2) - 2(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}) = (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) - 2(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}) = (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} - 2) < 0,$$

при $x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 1$, имеем: $\sqrt{x_1} \geq 1$, $\sqrt{x_2} \geq 1$, значит $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \geq 2$, поэтому, так как $x_1 < x_2$ и $y_1 < y_2$, то y возрастает при $x \geq 1$, убывает при $0 \leq x \leq 1$.

171. 1) $y = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } x > -1; \end{cases}$



2) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1; \\ 2-x^2, & \text{если } x > 1; \end{cases}$



y возрастает при $x \in (-\infty; -1] \cup [0; \infty)$,
 y убывает при $x \in [-1; 0]$;

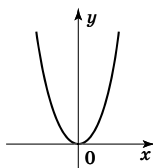
y возрастает при $x \in [0; 1]$;
 y убывает при $x \in (-\infty; 0] \cup [1; \infty)$.

172. 1) $y = 2x^4$ — четная, так как $y(-x) = 2 \cdot (-x)^4 = 2x^4 = y(x)$;
 2) $y = 3x^5$ — нечетная, так как $y(-x) = 3 \cdot (-x)^5 = -3x^5 = -y(x)$;
 3) $y = x^2 + 3$ — четная, так как $y(-x)^2 + 3 = x^2 + 3 = y(x)$;
 4) $y = x^3 - 2$ — данная функция не является ни четной, ни нечетной, так как $y(-x) = (-x)^3 - 2 = -x^3 - 2 \neq -x^3 + 2 = -y(x)$, $y(-x) = -x^3 - 2 \neq x^3 - 2 = y(x)$.

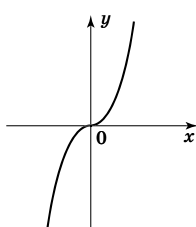
173. 1) $y = x^4$ — четная; 2) $y = x^{-3}$ — нечетная; 3) $y = x^4 + x^2$ — четная; 4) $y = x^3 + x^5$ — нечетная;
 5) $y = x^2 - x + 1$ — данная функция не является ни четной, ни нечетной;

6) $y = \frac{1}{x+1}$ — данная функция не является ни четной, ни нечетной.

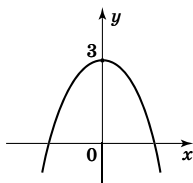
174. 1) $y = x^4$



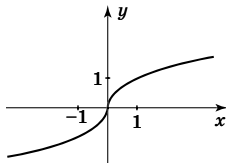
2) $y = x^5$



3) $y = -x^2 + 3$



4) $y = \sqrt[5]{x}$



175. 1) $y = \frac{x+2}{x-3}$; $y(x) \neq y(-x)$, $y(-x) = \frac{-x+2}{-x-3} = \frac{-(x-2)}{-(x+3)} = \frac{x-2}{x+3}$; $y(x) \neq -y(-x)$, поэтому $y(x)$ ни четная, ни нечетная;

2) $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 4}$; $y(x) \neq y(-x)$, $y(-x) = \frac{x^2 - x - 1}{-x + 4} = \frac{x^2 - x - 1}{-(x - 4)}$; $y(x) \neq -y(-x)$, откуда $y(x)$ не является ни четной, ни нечетной функцией.

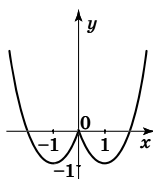
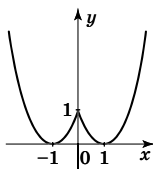
176. 1) $y = x^4 + 2x^2 + 3$ — четная; 2) $y = x^3 + 2x + 1$ — ни четная, ни нечетная;

3) $y = \frac{3}{x^3} + \sqrt[3]{x}$ — нечетная, так как $y(-x) = \frac{3}{-x^3} + \sqrt[3]{-x} = -\left(\frac{3}{x^3} + \sqrt[3]{x}\right) = -y(x)$;

4) $y = x^4 + |x|$ — четная; 5) $y = |x| + x^3$ — ни четная, ни нечетная;

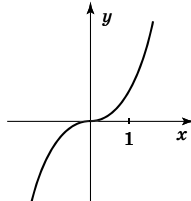
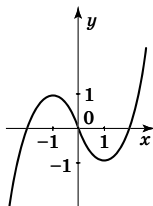
6) $y = \sqrt[3]{x-1}$ — данная функция не является ни четной, ни нечетной.

177. 1) $y = x^2 - 2|x| + 1$; $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & x \geq 0; \\ x^2 + 2x + 1, & x < 0; \end{cases}$ 2) $y = x^2 - 2|x|$; $y = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0; \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$

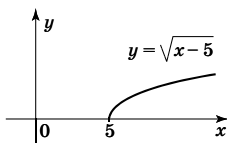


178. 1) $y = x|x| - 2x$; $y = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0; \\ -x^2 + 2x, & x < 0; \end{cases}$

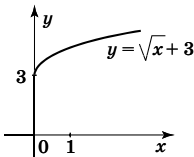
2) $y = x|x| + 2x$; $y = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \geq 0; \\ -x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$



179. 1) $y = \sqrt{x-5}$



2) $y = \sqrt{x} + 3$

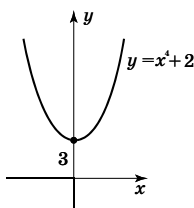


1) область определения $x - 5 \geq 0$, $x \geq 5$;

2) функция не является ни четной, ни нечетной;

3) y возрастает, если $x \geq 5$;

3) $y = x^4 + 2$

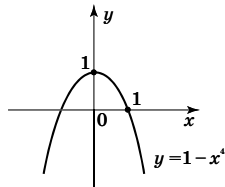


1) функция определена при $x \geq 0$;

2) функция не является ни четной, ни нечетной;

3) y возрастает, если $x \geq 0$;

4) $y = 1 - x^4$



1) функция определена при любом x ;

2) $y = x^4 + 2$ — четная, так как

$y(-x) = (-x)^4 + 2 = x^4 + 2 = y(x)$;

3) y убывает, если $x \in (-\infty; 0)$;

y возрастает, если $x \in (0; \infty)$;

1) функция определена при $x \in (-\infty; \infty)$;

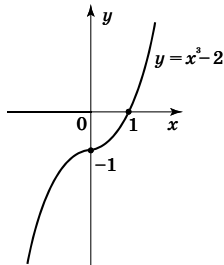
2) $y = 1 - x^4$ — четная, так как

$y(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = y(x)$;

3) y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$;

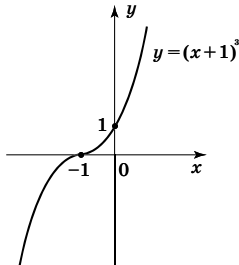
y убывает, если $x \in (0; \infty)$;

5) $y = (x + 1)^3$



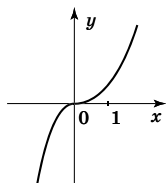
- 1) функция определена при $x \in (-\infty; \infty)$;
- 2) функция не является ни четной, ни нечетной;
- 3) y возрастает при всех x ;

6) $y = x^3 - 2$



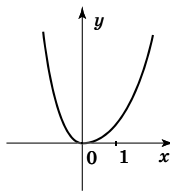
- 1) функция определена при $x \in (-\infty; \infty)$;
- 2) $y = x^3 - 2$ — не является ни четной, ни нечетной;
- 3) y возрастает при всех x .

180. 1) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \geq 0; \\ x^3, & \text{если } x < 0; \end{cases}$



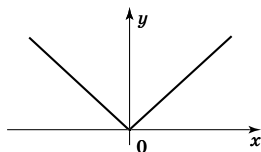
- а) $y > 0$, если $x > 0$;
- б) y возрастает, если $x \in (-\infty; \infty)$;

2) $y = \begin{cases} x^3, & \text{если } x > 0; \\ x^2, & \text{если } x \leq 0; \end{cases}$

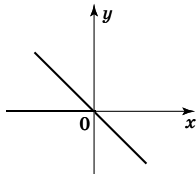
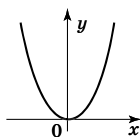


- а) $y > 0$, если $x \neq 0$;
- б) y убывает, если $x \in (-\infty; 0)$,
 y возрастает, если $x \in (0; \infty)$.

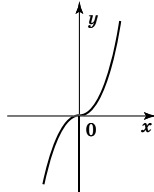
181. 1) $y = x, x > 0$



- а) пусть y — четная, тогда $y = |x|$;
- 2) $y = x^2, x > 0$

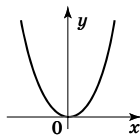


- б) пусть y — нечетная, тогда $y = x$;
- а) пусть y — четная, тогда $y = x^2$;

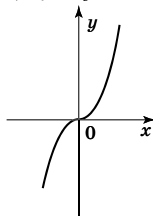


- б) пусть y — нечетная, тогда $y = x|x|$;

3) $y = x^2 + x$



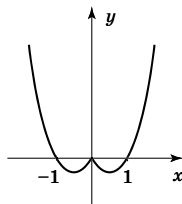
а) пусть y — четная, тогда $y = x^2 + |x|$;



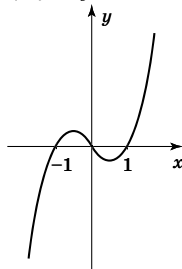
б) пусть y — нечетная, тогда $y = x|x|$;

4) $y = x^2 - x, x > 0$

а) пусть y — четная, тогда $y = x^2 - |x|$;



б) пусть y — нечетная, тогда $y = x|x| - x$.



182. 1) $y = (x + 1)^6$, ось симметрии: $x = -1$; 2) $y = x^6 + 1$, ось симметрии: $x = 0$.

183. 1) $y = x^3 + 1$, центр симметрии: т. $M(0; 1)$; 2) $y = (x + 1)^3$, центр симметрии: т. $M(-1; 0)$.

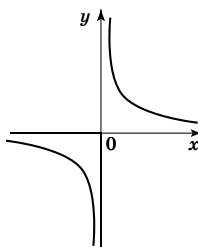
184. $y = \frac{2}{x}$

1) $y(x) = 4$, если $x = \frac{1}{2}$;

2) $y(x) = -\frac{1}{2}$, если $x = -4$;

3) $y(x) > 1$, если $0 < x < 2$;

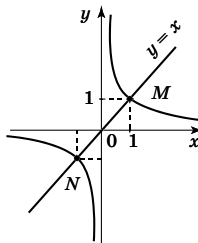
4) $y(x) \leq 1$, если $x < 0$ и $x \geq 2$.



185. $y = \frac{1}{x}, y = x$

1) графики этих функций пересекаются в т. $M(1; 1)$ и $N(-1; -1)$;

2) график функции $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, чем график $y = x$, если $x < -1$ и $0 < x < 1$ и ниже, если $-1 < x < 0$ и $x > 1$.



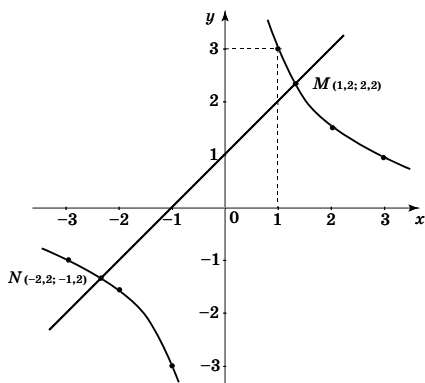
186. 1) $y = \frac{12}{x}, y = 3x, \begin{cases} y = \frac{12}{x}; \\ y = 3x; \end{cases}$ точки (2; 6); (-2; -6);

2) $y = -\frac{8}{x}, y = -2x, \begin{cases} y = -\frac{8}{x}; \\ x = -2x; \end{cases}$ точки (2; -4); (-2; 4);

3) $y = \frac{2}{x}, y = x - 1, \begin{cases} y = \frac{2}{x}; \\ y = x - 1; \end{cases}$ точки (2; 1); (-1; -2);

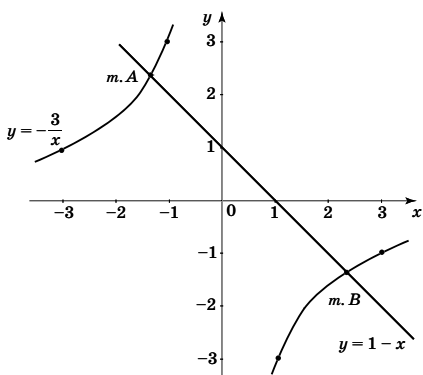
4) $y = \frac{6}{x+1}, y = x+2, \begin{cases} y = \frac{6}{x+1}; \\ y = x+2; \end{cases}$ точки (1; 3); (-4; -2).

187. 1) $y = \frac{3}{x}, y = x + 1$



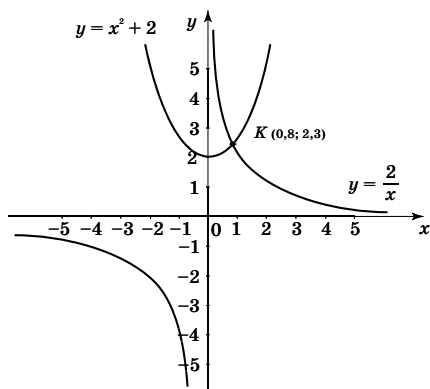
т. $M(1, 2; 2, 2)$ и т. $N(-2, 2; -1, 2)$ — точки пересечения графиков функций $y = \frac{3}{x}$ и $y = x + 1$.

2) $y = -\frac{3}{x}, y = 1 - x$



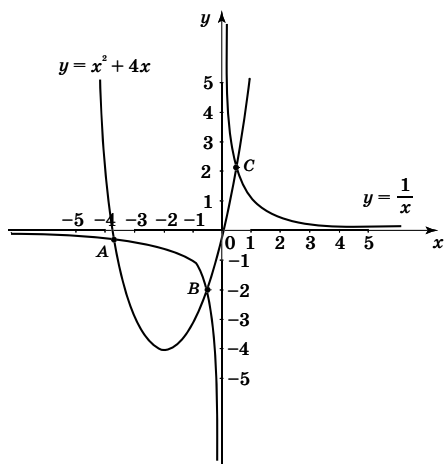
т. $A(-1, 2; 2, 3)$ и т. $B(2, 3; -1, 2)$ — точки пересечения графиков функций $y = -\frac{3}{x}$ и $y = 1 - x$.

3) $y = \frac{2}{x}$, $y = x^2 + 2$



т. $K(0,8; 2,3)$ — точка пересечения графиков функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = x^2 + 2$.

4) $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2 + 4x$

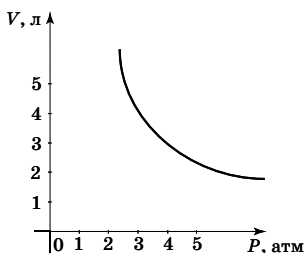


т. $A(-3,8; -0,2)$, т. $B(-0,5; -2)$ и т. $C(0,5; 1,8)$ — точки пересечения графиков функций $y = \frac{1}{x}$ и $y = x^2 + 4x$.

188. $V = \frac{12}{p}$

1) $V(4) = \frac{12}{4} = 3$ (л.); $V(5) = \frac{12}{5} = 2,4$ (л.); $V(10) = \frac{12}{10} = 1,2$ (л.);

2) $V = 3$ л, тогда $3 = \frac{12}{p}$, откуда $p = \frac{12}{3} = 4$ (атм.);



$V = 5$ л, тогда $5 = \frac{12}{p}$, откуда $p = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ (атм.);
 $V = 15$ л, тогда $15 = \frac{12}{p}$, откуда $p = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ (атм.);

3) график зависимости объема газа от его давления.

189. $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение, R — сопротивление;

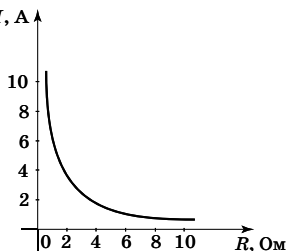
1) $U = 6$, $I = \frac{6}{R}$, при $I = 10$, $R = \frac{6}{10} = 0,6$ (Ом); при $I = 5$, $R = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (Ом);

при $I = 1,2$, $R = \frac{6}{1,2} = 5$ (Ом);

2) если $R = 6$ Ом, тогда $I = \frac{6}{6} = 1$ (А); если $R = 12$ Ом, тогда $I = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (А);

если $R = 20$ Ом, тогда $I = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ (А);

3) график зависимости $I(R)$ при $U = 6$. $I, \text{ А}$



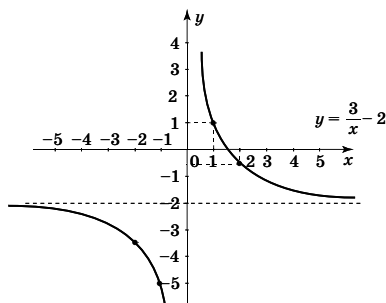
190. $r = 150$ м; $v = 60$ км/ч

Так как $a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{r}$, тогда $a_{\text{ц}} = \frac{60^2}{0,15} = 24\,000$ (км/ч²).

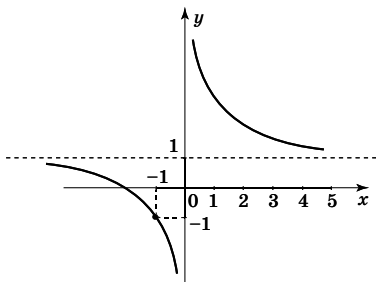
Отсюда видим, что центростремительное ускорение ($a_{\text{ц}}$) уменьшится, если радиус закругления дороги увеличится. *Ответ:* уменьшится.

191. 1) $y = \frac{3}{x} - 2$

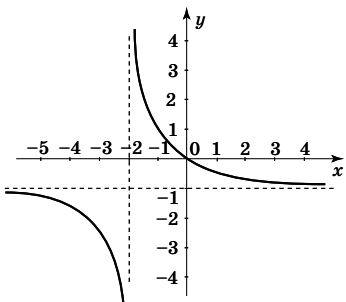
x	1	2	3	-1	-2
y	1	-0,5	-2	-5	-3,5



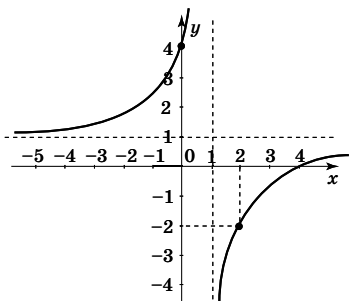
2) $y = \frac{2}{x} + 1$



3) $y = \frac{2}{x+2} - 1$

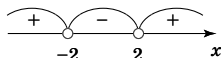


4) $y = \frac{3}{1-x} + 1$

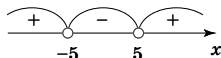


192. 1) $x^7 > 1$, тогда $x > 1$; 2) $x^3 \leq 27$, $x^3 \leq 3^3$, поэтому $x \leq 3$; 3) $y^3 \geq 64$, $y \geq 4^3$, значит $y \geq 4$;

4) $y^3 < 125$, $y < 5^3$, поэтому $y < 5$; 5) $x^4 \leq 16$, $(x^2 - 4)(x^2 + 4) \leq 0$;



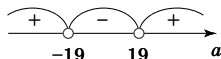
6) $x^4 > 625$, $x^4 > 625$; $x^4 - 625 > 0$; $(x^3 - 25)(x^2 + 25) > 0$; $(x^2 + 25)(x - 5)(x + 5) > 0$; $x < -5$, $x > 5$.



193. 1) $S = a^2$, где S — площадь квадрата, a — сторона квадрата

$a^2 > 361$, $a^2 - 361 > 0$, $(a - 19)(a + 19) > 0$, $a > 0$.

Ответ: сторона квадрата.



2) $V = a^3$, где V — объем куба, a — ребро куба, $a > 0$; $a^3 > 343$, $a^3 - 343 > 0$, $a^3 > 7^3$, $a > 7$ (дм).

Ответ: ребро куба больше 7 дм.

194. 1) $\sqrt{x-3} = 2$, показать, что число 7 является корнем уравнения.

Пускай $x = 7$, тогда $\sqrt{7-3} = 2$; $\sqrt{4} = 2$; $2 = 2$, значит, 7 — корень уравнения;

2) $\sqrt{x^2 - 13} - \sqrt{2x - 5} = 3$,

пусть $x = 7$, тогда $\sqrt{49 - 13} - \sqrt{2 \cdot 7 - 5} = 3$; $\sqrt{36} - \sqrt{9} = 3$; $6 - 3 = 3$; $3 = 3$, значит, 7 — корень уравнения.

195. 1) $\sqrt{x} = 3$, $x^{\frac{1}{2}} = 3$, $x = 3^2$, $x = 9$; 2) $\sqrt{x} = 7$, $x^{\frac{1}{2}} = 7$, $x = 7^2$, $x = 49$;

3) $\sqrt{2x-1} = 0$, $2x-1=0$, $2x=1$, $x=\frac{1}{2}$; 4) $\sqrt{3x+2}=0$, $3x+2=0$, $3x=-2$, $x=-\frac{2}{3}$.

196. 1) $\sqrt{x+1}=2$, ОДЗ: $x+1 \geq 0$, $x \geq -1$, $x+1=4$, $x=3$, входит в ОДЗ;

Проверка: $\sqrt{3+1}=2$, $\sqrt{4}=2$, $2=2$. Ответ: $x=3$.

2) $\sqrt{x-1}=3$, ОДЗ: $x-1 \geq 0$, $x \geq 1$; возведем обе части уравнения в квадрат

$x-1=9$, $x=10$, входит в ОДЗ. Проверка: $\sqrt{10-1}=3$, $\sqrt{9}=3$, $3=3$. Ответ: $x=10$.

3) $\sqrt{1-2x}=4$, ОДЗ: $1-2x \geq 0$, $-2x \geq -1$, $2x \leq 1$, $x \leq \frac{1}{2}$; возведем обе части уравнения в квадрат
 $1-2x=16$, $-2x=15$, $x=-7,5$, входит в ОДЗ. Ответ: $x=-7,5$.

4) $\sqrt{2x-1}=3$, ОДЗ: $2x-1 \geq 0$, $2x \geq 1$, $x \geq \frac{1}{2}$; возведем обе части уравнения в квадрат
 $2x-1=9$, $2x=10$, $x=5$, входит в ОДЗ. Ответ: $x=5$.

197. 1) $\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-3}$; ОДЗ: $\begin{cases} x+1 \geq 0; \\ 2x-3 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1; \\ 2x \geq 3; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1; \\ x \geq 1,5; \end{cases}$

возведем обе части уравнения в квадрат $x+1=2x-3$, $x-2x=-3-1$, $-x=-4$, $x=4$, входит в ОДЗ.
 Ответ: $x=4$.

2) $\sqrt{x-2}=\sqrt{3x-6}$; ОДЗ: $\begin{cases} x-2 \geq 0; \\ 3x-6 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2; \\ 3x \geq 6; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2; \\ x \geq 2; \end{cases}$

возведем обе части уравнения в квадрат

$x-2=3x-6$, $x-3x=-6+2$, $-2x=-4$, $x=2$, входит в ОДЗ. Ответ: $x=2$.

3) $\sqrt{x^2+24}=\sqrt{11x}$; ОДЗ: $x \geq 0$;

возведем обе части уравнения в квадрат

$x^2+24=11x$, $x^2-11x+24=0$, $x_1=3$, $x_2=8$, входят в ОДЗ. Ответ: $x=3$, $x=8$.

4) $\sqrt{x^2+4x}=\sqrt{14-x}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2+4x \geq 0; \\ 14-x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x(x+4) \geq 0; \\ -x \geq -14; \end{cases} \begin{cases} x+4 \geq 0; \\ x \geq 0, x \leq 14; \end{cases} \begin{cases} x \geq -4; \\ x \geq 0, x \leq 14; \end{cases}$

$x \in (-\infty; -4] \cup [0; 14]$;

возведем обе части уравнения в квадрат

$x^2+4x=14-x$, $x^2+4x+x-14=0$, $x^2+5x-14=0$, $x_1=2$, $x_2=-7$, входят в ОДЗ.

Ответ: $x=2$, $x=-7$.

198. 1) $\sqrt{x+2}=x$; ОДЗ: $\begin{cases} x+2 \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -2; \\ x \geq 0; \end{cases} x \geq 0$; возведем обе части уравнения в квадрат

$x+2=x^2$, $-x^2+x+2=0$, $x^2-x-2=0$, $x_1=2$, $x_2=-1$; $x=-1$ — не входит в ОДЗ, тогда $x=2$.

Ответ: $x=2$.

2) $\sqrt{3x+4}=x$; ОДЗ: $\begin{cases} 3x+4 \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 3x \geq -4; \\ x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{4}{3}; \\ x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1\frac{1}{3}; \\ x \geq 0; \end{cases} \Rightarrow x \geq 0$;

возведем обе части уравнения в квадрат

$3x+4=x^2$, $-x^2+3x+4=0$, $x^2-3x-4=0$, $x_1=4$, $x_2=-1$; $x=-1$ — не входит в ОДЗ, так как $-1 < 0$, тогда $x=4$. Ответ: $x=4$.

3) $\sqrt{20-x^2}=2x$; ОДЗ: $\begin{cases} 20-x^2 \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -x^2+20 \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} x \in [0; 2\sqrt{5}]$;

возведем обе части уравнения в квадрат

$20-x^2=4x^2$, $-x^2-4x^2+20=0$, $20+(-5x^2)=0$, $20-5x^2=0$, $x^2=4$, $x_1=2$, $x_2=-2$; $x=-2$ — не входит в ОДЗ, тогда $x=2$. Ответ: $x=2$.

4) $\sqrt{0,4-x^2}=3x$; ОДЗ: $\begin{cases} 0,4-x^2 \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 \leq 2\sqrt{0,1}; \\ x \geq 0; \end{cases} x \in [0; 2\sqrt{0,1}]$;

возведем обе части уравнения в квадрат

$0,4-x^2=9x^2$, $-x^2-9x^2=-0,4$, $10x^2=0,4$, $x^2=0,04$, $x_1=0,2$, $x_2=-0,2$; $x=-0,2$ — не входит

в ОДЗ, тогда $x = 0, 2$. Ответ: $x_2 = 0, 2$.

199. 1) $\sqrt{x^2 - x - 8} = x - 2$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - x - 8 \geq 0; \\ x - 2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 - x - 8 \geq 0; \\ x \geq 2; \end{cases} x \in \left[\frac{1 + \sqrt{33}}{2}; \infty \right);$

$$x^2 - x - 9 = 0; D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 1 \cdot (-8) = 1 + 32 = 33, D > 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2}, \quad x_1 = \frac{1 + \sqrt{33}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{33}}{2}; \text{ возведем обе части уравнения в квадрат}$$

$$x^2 - x - 8 = (x - 2)^2, \quad x^2 - x - 8 = x^2 - 4x + 4, \quad x^2 - x^2 - x + 4x = 4 + 8, \quad 3x = 12, \quad x = 4 \text{ — входит в ОДЗ. Ответ: } x = 4.$$

2) $\sqrt{x^2 + x - 6} = x - 1$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + x - 6 \geq 0; \\ x - 1 \geq 0; \end{cases} x \in [2; \infty)$; возведем обе части уравнения в квадрат

$$x^2 + x - 6 = (x - 1)^2, \quad x^2 + x - 6 = x^2 - 2x + 1, \quad x^2 - x^2 + x + 2x = 1 + 6, \quad 3x = 7,$$

$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ — входит в ОДЗ. Ответ: } x = 2\frac{1}{3}.$$

200. 1) $(x - 1)^3 > 1$; $x - 1 > 1$; $x > 2$; 2) $(x + 5)^3 > 8$, значит, $(x + 5)^3 > 2^3$; $x + 5 > 2$; $x > 2 - 5$; $x > -3$;
3) $(2x - 3)^7 \geq 1$; $(2x - 3)^7 \geq 1^7$, значит, $2x - 3 \geq 1$; $2x \geq 1 + 3$; $2x \geq 4$; $x \geq 2$;
4) $(3x - 5)^7 > 1$; $(3x - 5)^7 > 1^7$, значит, $3x - 5 > 1$; $3x > 1 + 5$; $3x > 6$; $x > 2$;
5) $(3 - x)^4 > 256$; $(3 - x)^2(3 + x) > 16^2$; $((3 - x)^2 - 16)((3 - x)^2 + 16) > 0$; $(3 - x - 4)(3 - x + 4) > 0$;
 $(3 - x)^2 + 16 > 0$ при любом x ,

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \circ \quad \circ \quad \circ \\ 1 \quad 7 \quad x \end{array} \quad \text{тогда } (-x - 1)(7 - x) > 0;$$

6) $(4 - x)^4 > 81$; $((4 - x)^2 - 9)((4 - x)^2 + 9) > 0$, так как $(4 - x)^2 + 9 > 0$, то $(4 - x - 3)(4 - x + 3) > 0$,
тогда $(1 - x)(7 - x) > 0$; $x < 1$; $x > 7$.

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \circ \quad \circ \quad \circ \\ -1 \quad 7 \quad x \end{array}$$

201. 1) $\sqrt{x} = -8$, данное уравнение не имеет смысла, так как $\sqrt{x} \geq 0$;

2) $\sqrt{x} + \sqrt{x - 4} = -3$, уравнение не имеет смысла, потому что слева стоит сумма неотрицательных слагаемых, а справа — отрицательное число;

3) $\sqrt{-2 - x^2} = 12$, уравнение не имеет смысла, так как $-2 - x^2 < 0$ для любого x ;

4) $\sqrt{7x - x^2 - 64} = 5$, уравнение не имеет смысла, потому что $7x - x^2 - 63 < 0$ для любых x .

202. 1) $\sqrt{x^2 - 4x + 9} = 2x - 5$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 4x + 9 \geq 0; \\ 2x - 5 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 4x + 9 \geq 0; \\ 2x \geq 5; \end{cases} x \in \left[\frac{5}{2}; \infty \right);$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$x^2 - 4x + 9 = (2x - 5)^2; \quad x^2 - 4x + 9 = 4x^2 - 20x + 25; \quad x^2 - 4x^2 - 4x + 20x = 25 - 9; \quad 3x^2 - 16x + 16 = 0; \quad D = (16)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 16 = 256 - 192 = 64, \quad D > 0$$

$$x_1 = \frac{16 + \sqrt{64}}{6} = \frac{16 + 8}{6} = \frac{24}{6} = 4, \quad x_2 = \frac{16 - \sqrt{64}}{6} = \frac{16 - 8}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}; \quad x = \frac{4}{3} \text{ — не входит в}$$

ОДЗ, тогда $x = 4$. Ответ: 4.

2) $\sqrt{x^2 + 3x + 6} = 3x + 8$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 3x + 6 \geq 0; \\ 3x + 8 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 3x + 6 \geq 0; \\ 3x \geq -8; \end{cases} x \in \left[-2\frac{2}{3}; \infty \right);$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$x^2 + 3x + 6 = (3x + 8)^2; \quad x^2 + 3x + 6 = 9x^2 + 48x + 64; \quad x^2 - 9x^2 + 3x - 48x + 64 - 64 = 0; \quad -8x^2 - 45x - 58 = 0; \quad 8x^2 + 45x + 58 = 0; \quad D = b^2 - 4ac = 45^2 - 4 \cdot 8 \cdot 58 = 2025 - 1856 = 169, \quad D > 0$$

$$x_1 = \frac{-45 + \sqrt{169}}{16} = \frac{-45 + 13}{16} = \frac{-32}{16} = -2,$$

$$x_2 = \frac{-45 - \sqrt{169}}{16} = \frac{-45 - 13}{16} = \frac{-58}{16} = -3\frac{10}{16} = -3\frac{5}{8}; \quad x = -3\frac{5}{8} \text{ — не входит в ОДЗ, тогда } x = -2.$$

Ответ: -2.

3) $2x = 1 + \sqrt{x^2 + 5}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 5 \geq 0; \\ 2x - 1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 \geq -5; \\ 3x \geq 1; \end{cases} x \in \left[\frac{1}{2}; \infty \right); \quad 2x - 1 = \sqrt{x^2 + 5},$

возведем обе части уравнения в квадрат

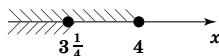
$$(2x-1)^2 = x^2 + 5; 4x^2 - 4x + 1 = x^2 + 5; 4x^2 - x^2 - 4x + 1 - 5 = 0; 3x^2 - 4x - 4 = 0;$$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 16 + 48 = 64, D > 0;$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{8^2}}{6} = \frac{4 + 8}{6} = \frac{12}{6} = 2, x_2 = \frac{4 - 8}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}; x = -\frac{2}{3} \text{ — не входит в ОДЗ, тогда } x = 2.$$

Ответ: 2.

$$4) x + \sqrt{13 - 4x} = 4; -x + 4 = \sqrt{13 - 4x}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 13 - 4x \geq 0; \\ -x + 4 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 13 \geq 4x; \\ x \leq 4; \end{cases} \begin{cases} x \leq \frac{13}{4}; \\ x \leq 4; \end{cases} \begin{cases} x \leq 3\frac{1}{4}; \\ x \leq 4; \end{cases}$$



$$x \in \left(-\infty; 3\frac{1}{4}\right];$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$13 - 4x = 16 - 8x + x^2; 13 - 4x - 16 + 8x - x^2 = 0; -3 + 4x - x^2 = 0; -x^2 + 4x - 3 = 0; x^2 - 4x + 3 = 0;$$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4, D > 0;$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = \frac{4 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3, x_2 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1; x_1 = 3; x_2 = 1 \text{ — входят в ОДЗ.}$$

Ответ: $x = 1; x = 3$.

$$203. 1) \sqrt{x+12} = 2 + \sqrt{x}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 0; \\ x+12 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0; \\ x \geq -12; \end{cases} x \in [0; \infty);$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$x+12 = (2 + \sqrt{x})^2; x+12 = 4 + 4\sqrt{x} + x; x - x + 12 - 4 - 4\sqrt{x} = 0; 8 - 4\sqrt{x} = 0; 4\sqrt{x} = 8;$$

$$\sqrt{x} = 2; x^{\frac{1}{2}} = 2, x = 2^2, x = 4 \text{ — входит в ОДЗ. Ответ: 4.}$$

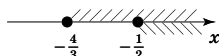
$$2) \sqrt{4+x} + \sqrt{x} = 4; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 0; \\ 4+x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0; \\ x \geq -4; \end{cases} x \in [0; \infty);$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$\sqrt{4+x} = (4 - \sqrt{x})^2; 4+x = 16 - 8\sqrt{x} + x; 4+x - 16 + 8\sqrt{x} - x = 0;$$

$$-12 + 8\sqrt{x} = 0; 8\sqrt{x} = 12; \sqrt{x} = 1,5; x = 2,25 \text{ — входит в ОДЗ. Ответ: 2,25.}$$

$$204. 1) \sqrt{2x+1} + \sqrt{3x+4} = 3; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 2x+1 \geq 0; \\ 3x+4 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 2x \geq -1; \\ 3x \geq -4; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2}; \\ x \geq -\frac{4}{3}; \end{cases}$$

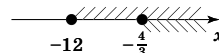


$$x \in \left[-\frac{1}{2}; \infty\right);$$

$$\text{возведем обе части уравнения в квадрат } 2x+1 = (3 - \sqrt{3x+4})^2;$$

$$2x+1 = 9 - 6\sqrt{3x+4} + 3x+4; 2x+1 - 9 - 3x - 4 = -6\sqrt{3x+4}; -x - 12 = -6\sqrt{3x+4};$$

$$x+12 = 6\sqrt{3x+4}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x+12 \geq 0; \\ 3x+4 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -12; \\ x \geq -\frac{4}{3}; \end{cases}$$



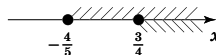
$$x \in \left[-\frac{4}{3}; \infty\right); x \in \left[-\frac{4}{3}; \infty\right) \text{ — общая ОДЗ;}$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$(x+12)^2 = (6\sqrt{3x+4})^2; x^2 + 24x + 144 = 36(3x+4); x^2 + 24x + 144 = 36 \cdot 3x + 144; x^2 - 24x + 144 = 108x + 144; 84x - x^2 = 0; x(84 - x) = 0; x = 0; 84 - x = 0; 84 = x \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

Ответ: $x = 0$.

$$2) \sqrt{4x-3} + \sqrt{5x+4} = 4; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 4x-3 \geq 0; \\ 5x+4 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 4x \geq 3; \\ 5x \geq -4; \end{cases} \begin{cases} x \geq \frac{3}{4}; \\ x \geq -\frac{4}{5}; \end{cases}$$



$$x \in \left[\frac{3}{4}; \infty \right);$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$\sqrt{5x+4} = 4 - \sqrt{4x-3}; \quad 5x+4 = 16 - 8\sqrt{4x-3} + 4x - 3; \quad 5x+4-16-4x+3 = -8\sqrt{4x-3};$$

$$x-9 = -8\sqrt{4x-3}; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x-9 \geq 0; \\ 4x-3 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 9; \\ 4x \geq 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 9; \\ x \geq \frac{3}{4}; \end{cases}$$

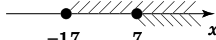


$$x \in \left[\frac{3}{4}; 9 \right] - \text{общая ОДЗ};$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$(x-9)^2 = (-8\sqrt{4x-3})^2; \quad x^2 - 18x + 81 = 64(4x-3); \quad x^2 - 18x + 81 = 256x - 192; \quad x^2 - 274x + 273 = 0; \quad x_1 = 273, \quad x_2 = 1; \quad x = 273 - \text{не входит в ОДЗ, тогда } x = 1. \quad \text{Ответ: } x = 1.$$

$$3) \sqrt{x-7} - \sqrt{x+17} = -4; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x-7 \geq 0; \\ x+17 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 7; \\ x \geq -17; \end{cases}$$



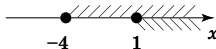
$$x \in [7; \infty); \quad \sqrt{x+7} = \sqrt{x-7} + 4;$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$x+17 = x-7 + 8\sqrt{x-7} + 16; \quad x+17-x+7-16 = 8\sqrt{x-7}; \quad 8 = 8\sqrt{x-7}; \quad 1 = \sqrt{x-7};$$

$$x-7=1; \quad x=1+7; \quad x=8 - \text{входит в ОДЗ. Ответ: } x=8.$$

$$4) \sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x+4 \geq 0; \\ x-1 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -4; \\ x \geq 1; \end{cases}$$



$$x \in [1; \infty); \quad \text{возведем обе части уравнения в квадрат}$$

$$\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{x-1}; \quad x+4 = (1 + \sqrt{x-1})^2; \quad x+4 = 1 + 2\sqrt{x-1} + x-1;$$

$$x+4-1-x+1 = 2\sqrt{x-1}; \quad 4 = 2\sqrt{x-1}; \quad 2 = \sqrt{x-1}; \quad 2 = (x-1)^{\frac{1}{2}};$$

$$x-1=2^2; \quad x-1=4; \quad x=4+1; \quad x=5 - \text{входит в ОДЗ. Ответ: } x=5.$$

$$205. 1) y = \sqrt{4+\sqrt{x}}; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 0; \\ 19-2\sqrt{x} \geq 0; \end{cases} \quad x \in [0; 90^{\frac{1}{4}}]; \quad y = \sqrt{19-2\sqrt{x}}; \quad y = \sqrt{4+\sqrt{x}},$$

$$\sqrt{4+\sqrt{x}} = \sqrt{19-2\sqrt{x}}; \quad \text{возведем обе части уравнения в квадрат}$$

$$4+\sqrt{x} = 19-2\sqrt{x}; \quad 3\sqrt{x} = 15; \quad \sqrt{x} = 5; \quad x^{\frac{1}{2}} = 5; \quad x = 5^2 = 25 - \text{входит в ОДЗ. Ответ: } x = 25.$$

$$2) \sqrt{7+\sqrt{x}} = \sqrt{11-\sqrt{x}}; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 0; \\ 11-\sqrt{x} \geq 0; \end{cases} \quad x \in [0; 121]; \quad \text{возведем обе части уравнения в квадрат}$$

$$7+\sqrt{x} = 11-\sqrt{x}; \quad -4 = -2\sqrt{x}; \quad 4 = 2\sqrt{x}; \quad 2 = \sqrt{x}; \quad 2 = x^{\frac{1}{2}}; \quad x = 2^2; \quad x = 4 - \text{входит в ОДЗ.}$$

$$\text{Ответ: } x = 4.$$

$$206. 1) \sqrt{x-2} > 3; \quad \text{ОДЗ: } x-2 \geq 0, \quad x \geq 2; \quad \text{возведем обе части неравенства в квадрат}$$


$$x-2 > 9; \quad x > 11. \quad \text{Ответ: } x > 11.$$

$$2) \sqrt{x-2} \leq 1; \quad \text{ОДЗ: } x-2 \geq 0; \quad x \geq 2; \quad \text{возведем обе части неравенства в квадрат}$$

$$x-2 \leq 1, \quad x \leq 1+2, \quad x \leq 3, \quad \text{учитывая ОДЗ, имеем } 2 < x < 3. \quad \text{Ответ: } 2 < x < 3.$$

$$3) \sqrt{2-x} \geq x; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} 2-x \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2; \\ x \geq 0; \end{cases} \quad x \in [0; 2]; \quad \text{возведем обе части неравенства в квадрат}$$

$$2-x \geq x^2, \quad 2-x-x^2 \geq 0, \quad x^2+x-2 \leq 0, \quad x \leq -2 \text{ или } x \leq 1.$$



$$\text{Ответ: } 0 \leq x < 1.$$

$$4) \sqrt{2-x} < x; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} 2-x \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2; \\ x \geq 0; \end{cases} \quad \text{возведем обе части уравнения в квадрат}$$

$$2-x < x^2, \quad 2-x-x^2 < 0, \quad x^2+x-2 > 0, \quad x < -2, \quad x > 1.$$



Ответ: $1 < x \leq 2$.

5) $\sqrt{5x+11} > x+3$; ОДЗ: $\begin{cases} 5x+11 \geq 0; \\ x+3 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 5x \geq -11; \\ x \geq -3; \end{cases} \begin{cases} x \geq -2, 2; \\ x \geq -3; \end{cases}$

возведем обе части неравенства в квадрат

$5x+11 > x^2+6x+9, -x^2-x+2 > 0, x^2+x-2 < 0, x < -2, x < 1.$



Ответ: $-2, 2 \leq x < -2$.

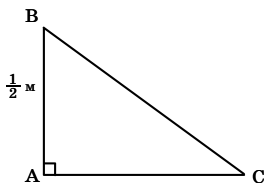
6) $\sqrt{x+3} \leq x+1$; ОДЗ: $\begin{cases} x+3 \geq 0; \\ x+1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -3; \\ x \geq -1; \end{cases}$ возведем обе части неравенства в квадрат

$x+3 \leq x^2+2x+1, -x^2-x+2 \leq 0, x^2+x-2 \geq 0, x \geq -2, x \geq 1.$



Ответ: $x \geq 1$.

207. $BC - AC \leq 0,02$. Если $AC = x$, то $BC = \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}}$.



Получим: $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - x \leq 0,02$; $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} \leq 0,02 + x$; ОДЗ: $0,02 + x \geq 0$; $x \geq -0,02$;

возведем в квадрат $x^2 + \frac{1}{4} \leq 0,0004 + 0,04x + x^2$; $-0,04x \leq -0,2496$; $0,04x \geq 0,2496$;

$x \geq 6,24$. Ответ: не меньше 6,24 м.

208. 1) $y = \frac{1}{2x+1}$, значит $2x+1 \neq 0$; $2x \neq -1$; $x \neq -\frac{1}{2}$, тогда $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$;

2) $y = (3-2x)^{-2}$, значит $3-2x \neq 0$; $-2x \neq -3$; $x \neq \frac{3}{2} \neq 1,5$, тогда $x \in (-\infty; 1,5) \cup (1,5; \infty)$.

3) $y = \sqrt{-5-3x}$, значит $-5-3x \geq 0$, $-5 \geq 3x$, $-3x \geq 5$, $x \leq -1\frac{2}{3}$, тогда $x \in \left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right]$;

4) $y = \sqrt[3]{7-3x}$, значит имеет смысл для любого x , т.е. $x \in (-\infty; \infty)$.

209. 1) $\sqrt[4]{2,7}$ и $\sqrt[4]{2,9}$; $\sqrt[4]{2,7} < \sqrt[4]{2,9}$, потому что $2,7 < 2,9$ и $\sqrt[4]{x}$ — возрастает;

2) $\sqrt[4]{\frac{1}{7}}$ и $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$; $\sqrt[4]{\frac{1}{7}} > \sqrt[4]{\frac{1}{8}}$, так как $\frac{1}{7} > \frac{1}{8}$ и $\sqrt[4]{x}$ — возрастает;

3) $(-2)^5$ и $(-3)^5$; $(-2)^5 > (-3)^5$, так как $-2 > -3$, $y = x^5$ — возрастает;

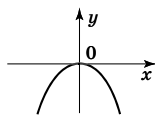
4) $\left(2\frac{2}{3}\right)^5$ и $8\left(2\frac{3}{4}\right)^5$; $\left(2\frac{2}{3}\right)^5 < 8\left(2\frac{3}{4}\right)^5$, так как $y = x^5$ и $2\frac{2}{3} < 2\frac{3}{4}$ — возрастает.

210. 1) $y = -2x^2$

а) функция четная, потому что $y(-x) = -2 \cdot (-x)^2 = -2x^2 = y(x)$;

б) y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$; y убывает, если $x \in (0; \infty)$;

в) график функции $y = -2x^2$ — парабола, ветви которой направлены вниз;

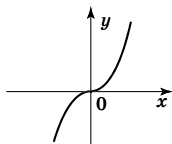


$$2) y = \frac{1}{2}x^5$$

а) функция нечетная, потому что $y(-x) = \frac{1}{2}(-x)^5 = -\frac{1}{2}x^5 = -y(x)$;

б) y возрастает для любого x ;

в) график функции — гипербола;

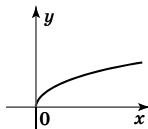


$$3) y = 2\sqrt[4]{x}$$

а) определена при $x \geq 0$;

б) функция не является ни четной, ни нечетной;

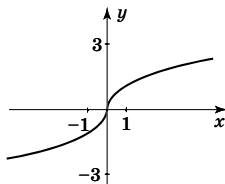
в) y возрастает при всех x ;



$$4) y = 3\sqrt[3]{x},$$

а) функция нечетная;

б) y возрастает при всех значениях x .

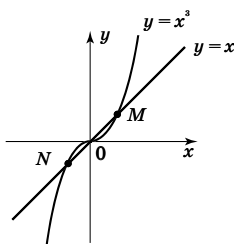


211. 1) $y = \frac{k}{x}$, если $k = -4$, то ветви гиперболы расположены в II и IV квадратах, так как $-4 < 0$;

2) $y = \frac{k}{x}$, если $k = 3$, то ветви гиперболы расположены в I и III квадратах, так как $3 > 0$.

$$212. y = x, y = x^3$$

т. $M(1; 1)$ и т. $N(-1; -1)$ — точки пересечения графиков $y = x$ и $y = x^3$.



$$213. 1) y = x^2, y = x^3$$

$$\begin{cases} y = x^2; \\ y = x^3; \end{cases} \quad x^2 = x^3, \text{ тогда } x^2 - x^3 = 0; x^2(x - 1) = 0; x_1 = 0, x_2 = 1.$$

т. $A(0; 0)$ и т. $B(1; 1)$ — точки пересечения графиков функций $y = x^2$ и $y = x^3$;

$$2) y = \frac{1}{x}, y = 2x$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{x}; \\ y = 2x; \end{cases} \quad \frac{1}{x} = 2x, \text{ тогда } \frac{1-2x}{x} = 0; 1-2x^2 = 0, x^2 = \frac{1}{2}; x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, x_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}};$$

т. $M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{2}\right)$; т. $N\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\sqrt{2}\right)$ — точки пересечения данных графиков;

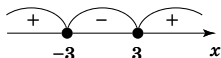
$$3) y = \sqrt{x}, y = |x|; \begin{cases} y = \sqrt{x}; \\ y = |x|; \end{cases} |x| = \sqrt{x}, \text{ значит } x_1 = 0, x_2 = 1;$$

т. $M(0; 0)$ и т. $N(1; 1)$ — точки пересечения графиков функций $y = |x|$ и $y = \sqrt{x}$;

$$4) y = \sqrt[3]{x}, y = \frac{1}{x}; \begin{cases} y = \sqrt[3]{x}; \\ y = \frac{1}{x}; \end{cases} \sqrt[3]{x} = \frac{1}{x}, x^{\frac{4}{3}} = 1, \text{ тогда } x_1 = 1, x_2 = -1;$$

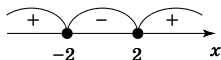
т. $M(1; 1)$ и т. $N(-1; -1)$ — точки пересечения графиков функций $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = \frac{1}{x}$.

214. $1) x^4 \leq 81, x^4 - 81 \leq 0, (x^2 - 9)(x^2 + 9) \leq 0$, так как $x^2 + 9 > 0$, то $(x - 3)(x + 3) > 0$;



2) $x^5 > 32, x^5 < 2^5$, значит $x > 2$;

3) $x^6 > 64, (x^2)^3 > 4^3, x^2 > 4$, тогда $x^2 - 4 > 0, (x - 2)(x + 2) > 0$;



4) $x^2 \leq -32, x^5 \leq (-2)^2$, тогда $x \leq -2$.

215. 1) $\sqrt{3 - x} = 2$; ОДЗ: $3 - x \geq 0, -x \geq -3, x \leq 3$; возведем в квадрат обе части уравнения $3 - x = 4; -x = 4 - 3; -x = 1; x = -1$ — входит в ОДЗ. Ответ: $x = -1$.

2) $\sqrt{3x + 1} = 7$; ОДЗ: $3x + 1 \geq 0; 3x \geq -1; x \geq -\frac{1}{3}$; возведем в квадрат обе части уравнения $3x + 1 = 49; 3x = 49 - 1; 3x = 48; x = 48 : 3; x = 16$ — входит в ОДЗ. Ответ: $x = 16$.

3) $\sqrt{3 - 11x} = 2x$; ОДЗ: $\begin{cases} x \geq 0; \\ 3 - 11x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0; \\ x \leq \frac{3}{11}; \end{cases}$ возведем обе части уравнения в квадрат

$$3 - 11x = 4x^2; -4x^2 - 11x + 3 = 0; 4x^2 + 11x - 3 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 121 + 48 = 169, D > 0;$$

$$x_1 = \frac{-11 - 13}{8} = \frac{-24}{8} = -3; x_2 = \frac{-11 + 13}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; x = -3 \text{ — не входит в ОДЗ, тогда } x = \frac{1}{4}.$$

Ответ: $x = \frac{1}{4}$.

4) $\sqrt{5x - 1 + 3x^2} = 3x$; ОДЗ: $\begin{cases} x \geq 0; \\ 3x^2 + 5x - 1 \geq 0; \end{cases} x \in [0; 2; +\infty);$

возведем в квадрат обе части уравнения $5x - 1 + 3x^2 = 9x^2; 6x^2 - 5x + 1 = 0$;

$$D = 25 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 25 - 24 = 1, D > 0; x_1 = \frac{5 + 1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5 - 1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ — входят в ОДЗ.}$$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3}$.

5) $\sqrt{2x - 1} = x - 2$; ОДЗ: $\begin{cases} 2x - 1 \geq 0; \\ x - 2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 2x \geq 1; \\ x \geq 2; \end{cases} \begin{cases} x \geq \frac{1}{2}; \\ x \geq 2; \end{cases}$

возведем в квадрат обе части уравнения

$$2x - 1 = (x - 2)^2; 2x - 1 = x^2 - 4x + 4; -x^2 + 4x + 2x - 1 - 4 = 0;$$

$$-x^2 + 6x - 5 = 0; x^2 - 6x + 5 = 0; x_1 = 5, x_2 = 1; x = 1 \text{ — не входит в ОДЗ, тогда } x = 5.$$

Ответ: $x = 5$.

6) $\sqrt{2 - 2x} = x + 3$; ОДЗ: $\begin{cases} 2 - 2x \geq 0; \\ x + 3 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -2x \geq -2; \\ x \geq -3; \end{cases} \begin{cases} x \leq 1; \\ x \geq -3; \end{cases}$

возведем в квадрат обе части уравнения

$$2 - 2x = (x + 3)^2; 2 - 2x = x^2 + 6x + 9; 2 - 2x - x^2 - 6x - 9 = 0;$$

$$-x^2 - 8x - 7 = 0; x^2 + 8x + 7 = 0; x_1 = -7, x_2 = -1.$$

Так как $x = -1$ — не входит в ОДЗ, тогда $x = -7$. Ответ: $x = -7$.

216. 1) $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x - 15}$, имеет смысл при всех x , т.е. $x \in (-\infty; \infty)$;

2) $y = \sqrt[4]{13x - 22 - x^2}$, $-x^2 + 13x - 22 \geq 0$, $x^2 - 13x + 22 \leq 0$.

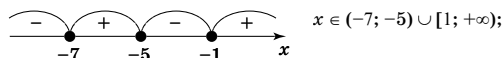
Решим уравнение: $x^2 - 13x + 22 = 0$; $x_1 = 11$, $x_2 = 2$, тогда



$$2 \leq x \leq 11.$$

3) $y = \sqrt{\frac{x^2 + 6x + 5}{x + 7}}$, ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 6x + 5 \geq 0; \\ x + 7 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} (x + 5)(x + 1) \geq 0; \\ x \neq -7; \end{cases} \frac{x^2 + 6x + 5}{x + 7} \geq 0$.

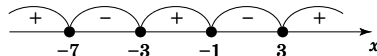
Решим: $x^2 + 6x + 5 = 0$, $x_1 = -5$, $x_2 = -1$, $\frac{(x + 5)(x + 1)}{x + 7} \geq 0$, откуда



$$x \in (-7; -5) \cup [-1; +\infty);$$

4) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 + 8x + 7}}$, $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 8x + 7} \geq 0$.

Решим: $(x^2 - 9)(x^2 + 8x + 7) = 0$; $(x - 3)(x + 3)(x + 1)(x + 7) = 0$; $x_1 = 3$, $x_2 = -3$, $x_3 = -1$, $x_4 = -7$,



так как $x^2 + 8x + 7 \neq 0$, то $x_1 = 3$, $x_2 = -3$, откуда $-3 \leq x < -1$, $x \geq 3$.

217. 1) $y = \frac{1}{(x - 3)^2}$, на промежутке $x > 3$ y убывает;

2) $y = \frac{1}{(x - 2)^3}$, на промежутке $x < 2$ y убывает.

Если $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_1 < x_2$, то $y(0) = \left(-\frac{1}{8}\right)$, $y(1) = -1$, $y_1 > y_2$, тогда так как $x_1 < x_2$,

$y_1 > y_2$, то y убывает, если $x < 2$;

3) $y = \sqrt[3]{x + 1}$, $x \geq 0$.

Пусть $x_1 = 7$, $x_2 = 26$; $y_1 = \sqrt[3]{8} = 2$, $y_2 = \sqrt[3]{27} = 3$; $y_1 < y_2$ и так как $x_1 < x_2$, то получим, что y — возрастает, если $x \geq 0$;

4) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x + 1}}$, $x < -1$.

Пусть $x_1 = -8$, $x_2 = -27$, $x_1 > x_2$; $y_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{-8}} = -\frac{1}{2}$; $y_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{-27}} = -\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$, получим,

что $y_1 < y_2$, $x_1 > x_2$, значит y — убывает, если $x < -1$.

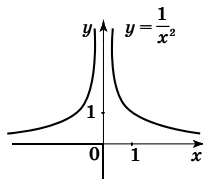
218. 1) $y = x^6 - 3x^4 + x^2 - 2$ — функция четная, так как $y(-x) = (-x)^6 - 3(-x)^4 + (-x)^2 - 2 = x^6 - 3x^4 + x^2 - 2 = y(x)$;

2) $y = x^5 - x^3 + x$ — функция нечетная, так как $y(-x) = (-x)^5 - (-x)^3 + (-x) = -x^5 + x^3 - x = -y(x)$;

3) $y = \frac{1}{(x - 2)^2} + 1$ — функция не является ни четной, ни нечетной;

4) $y = x^7 + x^5 + 1$ — функция не является ни четной, ни нечетной.

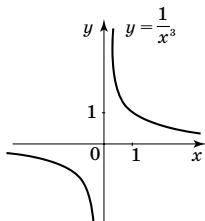
219. 1) $y = \frac{1}{x^2}$



1. $y = \frac{1}{x^2}$ — функция четная, так как $y(-x) = \frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} = y(x)$.

2. y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$. 3. построим график. 4. y убывает, если $x \in (0; \infty)$.

2) $y = \frac{1}{x^3}$

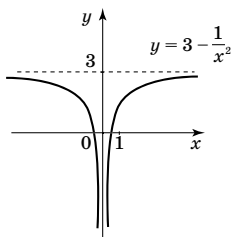


1. $y = \frac{1}{x^3}$ — функция нечетная, так как $y(-x) = \frac{1}{(-x)^3} = \frac{1}{-x^3} = -y(x)$.

2. y убывает, если $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

3. график функции — гипербола.

3) $y = 3 - \frac{1}{x^2}$

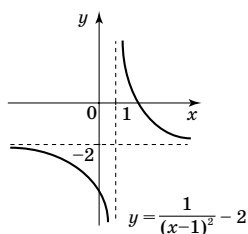


1. Функция является четной, так как $y(-x) = 3 - \frac{1}{(-x)^2} = 3 - \frac{1}{x^2} = y(x)$.

2. y возрастает, если $x > 0$. 3. y убывает, если $x < 0$.

4. Построим график.

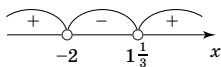
4) $y = \frac{1}{(x-1)^3} - 2$



1. Функция не является ни четной, ни нечетной. 2. y убывает, если $x < 1$ и $x > 1$.

3. График функции — гипербола.

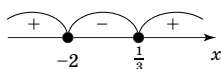
220. 1) $(3x + 1)^4 > 625$; $(3x + 1)^4 > 25^2$; $(3x + 1)^2 - 25 > 0$; $((3x + 1) - 5)((3x + 1) + 5) > 0$; $(3x + 1 - 5)(3x + 1 + 5) > 0$; $(3x - 4)(3x + 6) > 0$;



значит, $x < -2$ или $x > 1\left(\frac{1}{3}\right)$. Ответ: $1\frac{1}{3} < x < 2$.

2) $(3x^2 + 5x)^5 \leq 32$; $(3x^2 + 5x)^5 \leq 2^5$; $3x^2 + 5x \leq 2$, тогда $3x^2 + 5x - 2 \leq 0$;
 $D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49$, $D > 0$;

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm 7}{6}, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = \frac{1}{3},$$

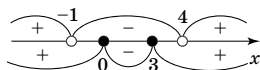


поэтому $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$; $(x+2)\left(x - \frac{1}{3}\right) \leq 0$.

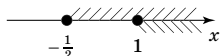
Ответ: $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$.

221. 1) $\sqrt{x^2 - 3x} < 2$; ОДЗ: $x^2 - 3x \geq 0$; $x(x-3) \geq 0$; $x \geq 0$; $x-3 \geq 0$; $x \geq 3$;

$(x^2 - 3x)^2 < 4^2$; $x^2 - 3x < 4$; $x^2 - 3x - 4 < 0$; $x_1 = -1$, $x_2 = 4$; $(x-4)(x+1) < 0$; $-1 < x < 4$;



2) $\sqrt{2x+1} \leq x-1$; ОДЗ: $\begin{cases} 2x+1 \geq 0; \\ x-1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 2x \geq -1; \\ x \geq 1; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2}; \\ x \geq 1; \end{cases}$



$x \in [1; \infty)$;

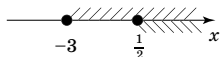
возведем обе части неравенства в квадрат

$2x+1 \leq (x-1)^2$; $2x+1 \leq x^2 - 2x + 1$; $-x^2 + 2x + 2x + 1 - 1 \leq 0$; $-x^2 + 4x \leq 0$; $x^2 - 4x \geq 0$;
 $x(x-4) \geq 0$; $x \geq 0$; $x-4 \geq 0$; $x \geq 4$.



Ответ: $x \geq 4$.

222. 1) $\sqrt{2x^2 + 5x - 3} = x+1$; ОДЗ: $\begin{cases} x+1 \geq 0; \\ 2x^2 + 5x - 3 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1; \\ x \geq \frac{1}{2}; \end{cases} x \geq -3$;



$x \in \left[\frac{1}{2}; \infty\right)$; возводим обе части уравнения в квадрат

$2x^2 + 5x - 3 = (x+1)^2$; $2x^2 + 5x - 3 = x^2 + 2x + 1$; $2x^2 - x^2 + 5x - 2x - 3 - 1 = 0$; $x^2 + 3x - 4 = 0$;
 $x_1 = 1$, $x_2 = -4$; $x = -4$ не входит в ОДЗ, тогда $x = 1$. Ответ: $x = 1$.

2) $\sqrt{3x^2 - 4x + 2} = x+4$;

ОДЗ: $\begin{cases} x+4 \geq 0; \\ 3x^2 - 4x + 2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -4; \\ 3x^2 - 4x + 2 \geq 0; \end{cases} x \in (-4; \infty)$; возведем обе части уравнения в квадрат
 $3x^2 - 4x + 2 = (x+4)^2$; $3x^2 - 4x + 2 = x^2 + 8x + 16$; $3x^2 - 4x + 2 - x^2 - 8x - 16 = 0$; $2x^2 - 12x - 14 = 0$;
 $x^2 - 6x - 7 = 0$; $x_1 = 7$, $x_2 = -1$ — входят в ОДЗ. Ответ: $x = -1$, $x = 7$.

3) $\sqrt{x+3} + \sqrt{2x-3} = 6$;

ОДЗ: $\begin{cases} x+3 \geq 0; \\ 2x-3 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -3; \\ 2x \geq 3; \end{cases} \begin{cases} x \geq -3; \\ x \geq \frac{3}{2}; \end{cases} x \in \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$;

возведем обе части уравнения в квадрат

$\sqrt{2x-3} = 6 - \sqrt{x+3}$; $2x-3 = (6 - \sqrt{x+3})^2$; $2x-3 = 36 - 12\sqrt{x+3} + x+3$;

$2x-3-36-x-3 = -12\sqrt{x+3}$; $x-42 = -12\sqrt{x+3}$; ОДЗ: $\begin{cases} x+3 \geq 0; \\ x-42 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -3; \\ x \geq 42; \end{cases} x \in \left[\frac{3}{2}; 42\right]$;

возведем обе части уравнения в квадрат

$$(x - 42)^2 = (-12\sqrt{x+3})^2; x^2 - 84x + 1764 = 144(x+3);$$

$$x^2 - 84x + 1764 = 144x + 432; x^2 - 84x - 144x + 1764 - 432 = 0;$$

$$x^2 - 228x + 1332 = 0; x_1 = 222, x_2 = 6; x = 222 \text{ — не входит в ОДЗ, тогда } x = 6.$$

Ответ: $x = 6$.

4) $\sqrt{7-x} + \sqrt{3x-5} = 4;$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 7-x \geq 0; \\ 3x-5 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \geq -7; \\ 3x \geq 5; \end{cases} \begin{cases} x \leq 7; \\ x \geq \frac{5}{3}; \end{cases} x \in \left[\frac{5}{3}; 7\right]; \sqrt{3x-5} = 4 - \sqrt{7-x};$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$3x-5 = (4 - \sqrt{7-x})^2; 3x-5 = 16 - 8\sqrt{7-x} + 7 - x; 3x-5-16+8\sqrt{7-x}-7+x=0;$$

$$4x-28 = -8\sqrt{7-x}; x-7 = -2\sqrt{7-x}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x-7 \geq 0; \\ 7-x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -7; \\ x \leq 7; \end{cases} x \in \left[\frac{5}{3}; 7\right];$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$(x-7)^2 = (-2\sqrt{7-x})^2; x^2 - 14x + 49 = 4(7-x); x^2 - 14x + 49 - 28 + 4x = 0; x^2 - 10x + 21 = 0;$$

$$x_1 = 3, x_2 = 7 \text{ — входят в ОДЗ. Ответ: } x = 3, x = 7.$$

ГЛАВА IV. ЭЛЕМЕНТЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

223. 1) $40^\circ = \frac{40\pi}{180} = \frac{2\pi}{9}$ рад; 2) $120^\circ = \frac{120\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$ рад; 3) $105^\circ = \frac{105\pi}{180} = \frac{7\pi}{12}$ рад;

4) $150^\circ = \frac{150\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$ рад; 5) $32^\circ = \frac{32\pi}{180} = \frac{8\pi}{45}$ рад; 6) $140^\circ = \frac{140\pi}{180} = \frac{7\pi}{9}$ рад;

224. 1) $\frac{\pi}{6} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$; 2) $\frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$; 3) $\frac{2}{3}\pi = \frac{3 \cdot 180^\circ}{3} = 120^\circ$;

4) $\frac{3}{4}\pi = \frac{3 \cdot 180^\circ}{4} = 135^\circ$; 5) $4 = 4 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \left(\frac{720}{\pi}\right)^\circ$; 6) $0,36 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{36}{100} = \left(\frac{324}{5\pi}\right)^\circ$.

225. 1) $\frac{\pi}{2} \approx \frac{3,14}{2} \approx 1,57$; 2) $\frac{3}{2}\pi = \frac{3 \cdot 3,14}{2} \approx 4,71$; 3) $2\pi = 2 \cdot 3,14 \approx 6,28$;

4) $\frac{2}{3}\pi \approx \frac{2 \cdot 3,14}{3} \approx 2,09$.

226. 1) $\frac{\pi}{2}$ и 2; $\frac{\pi}{2} < 2$; 2) 2π и 6,7; $2\pi < 6,7$; 3) π и $3\frac{1}{5}$; $3,14 < 3\frac{1}{5}$; тогда $\pi < 3\frac{1}{5}$;

4) $\frac{3}{2}\pi$ и 4,8; $\frac{9,42}{2} < 4,8$; $4,71 < 4,8$; тогда $\frac{3}{2}\pi < 4,8$;

5) $-\frac{\pi}{2}$ и $-\frac{3}{2}$; $-1,57 < -\frac{3}{2}$; тогда $-\frac{\pi}{2} < -\frac{3}{2}$; 6) $-\frac{3}{2}\pi$ и $-\sqrt{10}$; $-\frac{3}{2}\pi < -\sqrt{10}$.

227. а) Равносторонний треугольник: $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ рад;

б) равнобедренный прямоугольный треугольник: $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ рад;

в) квадрат: $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ рад; г) правильный шестиугольник: $120^\circ = \frac{2}{3}\pi$ рад.

228. l — длина дуги окружности, $l = 0,36$ м; α — центральный угол, $\alpha = 0,9$ рад;

R — радиус окружности, $R - ?$ $l = \alpha R$, отсюда $R = \frac{l}{\alpha}$, тогда $R = \frac{0,36}{0,9} = 0,4$ (м).

Ответ: 0,4 м.

229. l — длина дуги окружности, $l = 3$ см; R — радиус окружности, $R = 1,5$ см;

$$l = \alpha R, \text{ отсюда } \alpha = \frac{l}{R}, \text{ тогда } \alpha = \frac{3}{1,5} = 2 \text{ (рад)}. \text{ Ответ: } 2 \text{ рад.}$$

230. S — площадь сектора; α — угол, $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ рад; R — радиус круга, $R = 1$ см;

$$S = \frac{R^2}{2} \alpha, \text{ отсюда } S = \frac{3\pi}{4 \cdot 2} = \frac{3\pi}{8} \text{ (см}^2\text{)}. \text{ Ответ: } \frac{3\pi}{8} \text{ см}^2.$$

231. R — радиус, круга, $R = 2,5$ см; S — площадь кругового сектора, $S = 6,25$ см²;

$$\alpha \text{ — угол, } \alpha = ? \text{ Так как } S = \frac{R^2}{2} \alpha, \text{ то отсюда } \alpha = \frac{S \cdot 2}{R^2} = \frac{6,25 \cdot 2}{2,5^2} = \frac{6,25 \cdot 2}{6,25} = 2 \text{ (рад).}$$

Ответ: 2 рад.

232. 1) $\alpha = 32^\circ$; $32^\circ \approx \frac{3,1416 \cdot 32}{180}$ рад $\approx 0,56$ рад; 2) $\alpha = 47^\circ$; $47^\circ \approx \frac{3,1416 \cdot 47}{180} \approx 0,82$ (рад);

$$3) \alpha = 163^\circ; 163^\circ \approx \frac{3,1416 \cdot 163}{180} \approx 2,84 \text{ (рад)}; 4) \alpha = 189^\circ; 189^\circ \approx \frac{3,1416 \cdot 189}{180} \approx 3,3 \text{ (рад)};$$

$$5) \alpha = 10,3^\circ; 10,3^\circ \approx \frac{3,1416 \cdot 10,3}{180} \text{ рад} \approx 0,18 \text{ (рад)}; 6) \alpha = 400,8^\circ; 400,8^\circ \approx \frac{3,1416 \cdot 400,8}{180} \text{ рад} \approx 7 \text{ (рад)}.$$

233. 1) $\alpha = \frac{\pi}{75}$ рад, $\alpha = \left(\frac{180}{\pi} \cdot \frac{\pi}{75}\right)^\circ = \left(\frac{180}{75}\right)^\circ = 2,4^\circ$; 2) $\frac{\pi}{23}$, $\alpha = \left(\frac{180}{\pi} \cdot \frac{\pi}{23}\right)^\circ = \left(\frac{180}{23}\right)^\circ \approx 7,8^\circ$;

$$3) \frac{15\pi}{11}, \alpha = \left(\frac{180}{\pi} \cdot \frac{15\pi}{11}\right)^\circ = \left(\frac{180 \cdot 15}{11}\right)^\circ \approx 245,5^\circ; 4) 8,8\pi, \alpha = \left(\frac{180}{\pi} \cdot 8,8\pi\right)^\circ = (180 \cdot 8,8)^\circ \approx 1584^\circ;$$

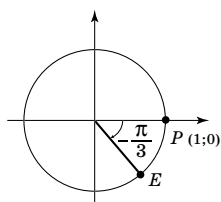
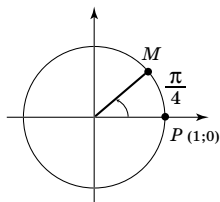
$$5) 1,03, \alpha = \left(\frac{180}{\pi} \cdot 1,03\right)^\circ \approx 59^\circ; 6) 10,37, \alpha = \left(\frac{180 \cdot 10,37}{\pi}\right)^\circ \approx 594^\circ.$$

234. 1) 90° , получим т. $M(0; 1)$; 2) $- \pi$, получим т. $M(-1; 0)$; 3) 180° , получим т. $M(-1; 0)$;

$$4) - \frac{\pi}{2}, \text{ получим т. } M(0; -1); 5) 270^\circ, \text{ получим т. } M(0; -1); 6) 2\pi, \text{ получим т. } M(1; 0).$$

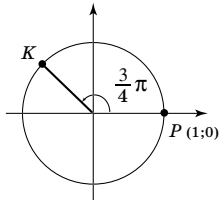
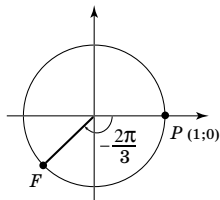
235. 1) т. $P(1; 0), \frac{\pi}{4}$;

2) т. $P(1; 0), -\frac{\pi}{3}$;

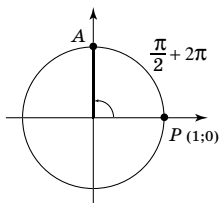


3) т. $P(1; 0), -\frac{2}{3}\pi$;

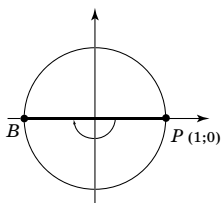
4) т. $P(1; 0), \frac{3}{4}\pi$;



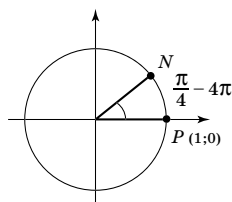
5) т. $P(1; 0)$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi$;



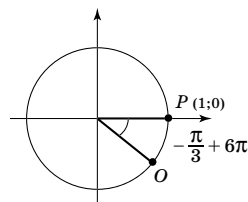
6) т. $P(1; 0)$, $-\pi - 2\pi$;



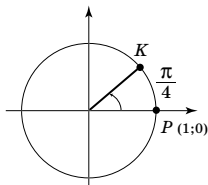
7) т. $P(1; 0)$, $\frac{\pi}{4} - 4\pi$;



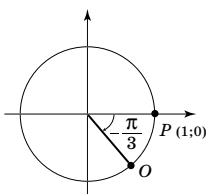
8) т. $P(1; 0)$, $-\frac{\pi}{3} + 6\pi$.

236. 1) т. $P(1; 0)$; $2, 1\pi$; I четверть; 2) т. $P(1; 0)$; $2\frac{2}{3}\pi$; II четверть;3) т. $P(1; 0)$; $-\frac{13}{3}\pi$; IV четверть; 4) т. $P(1; 0)$; $-\frac{25}{4}\pi$; IV четверть;5) 727° ; I четверть; 6) т. $P(1; 0)$; 460° ; II четверть.237. 1) т. $P(1; 0)$; 3π ; т. $A(-1; 0)$; 2) т. $P(1; 0)$; $-\frac{7}{2}\pi$; т. $B(0; 1)$;3) т. $P(1; 0)$; $-\frac{15}{2}\pi$; т. $E(0; 1)$; 4) т. $P(1; 0)$; 5π ; т. $K(-1; 0)$;5) т. $P(1; 0)$; 540° ; т. $L(-1; 0)$; 6) т. $P(1; 0)$; 810° ; т. $O(0; 1)$.238. 1) т. $P(1; 0)$, чтобы получить точку $(-1; 0)$: $\alpha = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;2) т. $P(1; 0)$, чтобы получить точку $(1; 0)$: $\alpha = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;3) т. $P(1; 0)$, чтобы получить точку $(0; 1)$: $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;4) т. $P(1; 0)$, чтобы получить точку $(0; -1)$: $\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.239. 1) $\alpha = 1$ рад = 57° , I четверть; 2) $\alpha = 2,75$ рад = 132° , II четверть;3) $\alpha = 3,16$ рад = 181° , III четверть; 4) $\alpha = 4,95$ рад = 282° , IV четверть.240. 1) $a = 6,7\pi$, $6\frac{7}{10}\pi = \frac{7}{10}\pi + 6\pi$, тогда $x = \frac{7}{10}\pi$, $n = 3$;2) $a = 9,8\pi$, $9\frac{8}{10}\pi = 9\frac{4}{5}\pi = 8\pi + 1\frac{4}{5}\pi$, тогда $x = 1\frac{4}{5}\pi$, $n = 4$;3) $a = 4\frac{1}{2}\pi$, $4\frac{1}{2}\pi = 4\pi + \frac{\pi}{2}$, тогда $x = \frac{\pi}{2}$, $n = 2$;4) $a = 7\frac{1}{3}\pi$, $7\frac{1}{3}\pi = 6\pi + 1\frac{1}{3}\pi$, тогда $x = 1\frac{1}{3}\pi$, $n = 3$;5) $a = \frac{11}{2}\pi$, $\frac{11}{2}\pi = 5\frac{1}{2}\pi = 4\pi + 1\frac{1}{2}\pi$, тогда $x = \frac{3\pi}{2}$, $n = 2$;6) $a = \frac{17}{3}\pi$, $\frac{17}{3}\pi = 5\frac{2}{3}\pi = 4\pi + 1\frac{2}{3}\pi$, тогда $x = 1\frac{2}{3}\pi$, $n = 2$.

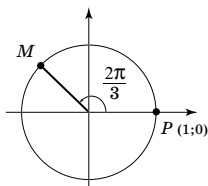
241. 1) т. $P(1; 0)$, $\frac{\pi}{4} \pm 2\pi$;



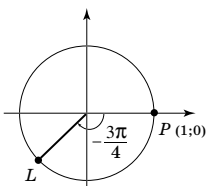
2) т. $P(1; 0)$, $-\frac{\pi}{3} \pm 2\pi$;



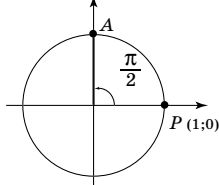
3) т. $P(1; 0)$, $\frac{2\pi}{3} \pm 6\pi$;



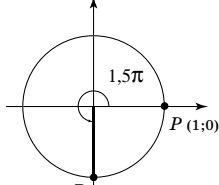
4) т. $P(1; 0)$, $-\frac{3\pi}{4} \pm 8\pi$;



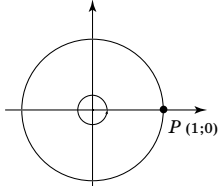
5) т. $P(1; 0)$, $4,5\pi$;



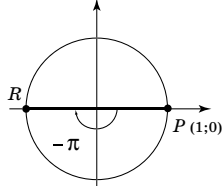
6) т. $P(1; 0)$, $5,5\pi$;



7) т. $P(1; 0)$, -6π ;



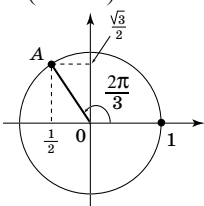
8) т. $P(1; 0)$, -7π .



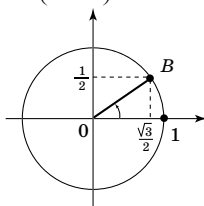
242. 1) т. $P(1; 0)$; $-\frac{3\pi}{2} + 2\pi k$, получим т. $A(0; 1)$; 2) т. $P(1; 0)$; $\frac{5\pi}{2} + 2\pi k$, получим т. $K(0; 1)$;

3) т. $P(1; 0)$; $\frac{7\pi}{2} + 2\pi k$, получим т. $M(0; -1)$; 4) т. $P(1; 0)$; $-\frac{9\pi}{2} + 2\pi k$, получим т. $R(0; -1)$.

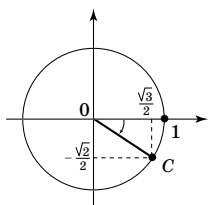
243. 1) т. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\alpha = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;



2) т. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$; $\alpha = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;



3) т. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\alpha = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; $\alpha = \frac{7\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

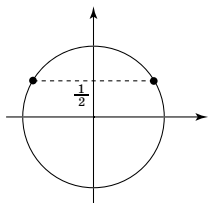


4) т. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\alpha = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$.

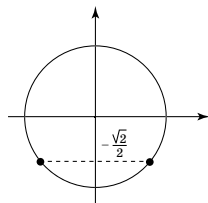
244. 1) $\sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$; 3) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$; 4) $\sin(-90^\circ) = -1$;

5) $\cos(-180^\circ) = -1$; 6) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$; 7) $\cos(-135^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 8) $\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

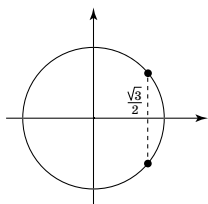
245. 1) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$



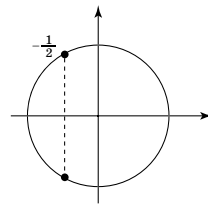
2) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



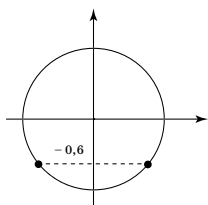
3) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$



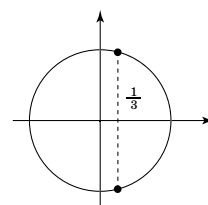
4) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$



5) $\sin \alpha = -0,6$



6) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$



246. 1) $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{2} = 1 + (-1) = 0$; 2) $\sin \left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos \frac{\pi}{2} = -1 + 0 = -1$;
 3) $\sin \pi - \cos \pi = 0 - (-1) = -1$; 4) $\sin 0 - \cos 2\pi = 0 - 1 = -1$;
 5) $\sin \pi + \sin 1,5\pi = 0 + (-1) = -1$; 6) $\cos 0 - \cos \frac{3}{2}\pi = 1 - 0 = 1$.
247. 1) $\operatorname{tg} \pi + \cos \pi = 0 + (-1) = -1$; 2) $\operatorname{tg} 0^\circ - \operatorname{tg} 180^\circ = 0 - 0 = 0$; 3) $\operatorname{tg} \pi + \sin \pi = 0 + 0 = 0$;
 4) $\cos \pi - \operatorname{tg} 2\pi = -1 - 0 = -1$; 5) $\cos 2\pi + \operatorname{tg} 2\pi = 1 + 0 = 1$; 6) $\cos 0 + \sin 2\pi = 1 + 0 = 1$.
248. 1) $3 \sin \frac{\pi}{6} + 2 \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = \frac{3}{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} = \frac{3}{2}$;
 2) $5 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} - 10 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 5 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - 10 \cdot 1 = \frac{5}{2} + 3 - \frac{\sqrt{2}}{2} - 10 = -\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-\sqrt{2}-9}{2}$;
 3) $\left(2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right) : \cos \frac{\pi}{6} = \left(2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}\right) : \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}\right) : \frac{\sqrt{3}}{2} =$
 $= \left(\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{3}\right) : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{-\sqrt{3}}{3} : \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2}{3}$;
 4) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{3}{4} - 1 = \frac{3-4}{4} = -\frac{1}{4}$.
249. 1) $2 \sin x = 0$, тогда $\sin x = 0$, $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{1}{2} \cos x = 0$, значит $\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;
 3) $\cos x - 1 = 0$, откуда $\cos x = 1$, $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;
 4) $1 - \sin x = 0$, поэтому $\sin x = 1$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
250. 1) Да, потому что $-1 < 0,49 < 1$; 2) да, так как $1 > 0,875 > -1$;
 3) нет, потому что $-\sqrt{2} < -1$; 4) да, так как $-1 < 2 - \sqrt{2} < 1$.
251. 1) $2 \sin \alpha + \sqrt{2} \cos \alpha$, при $\alpha = \frac{\pi}{4}$, следовательно $2 \sin \frac{\pi}{4} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} + 1$;
 2) $0,5 \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha$, при $\alpha = 60^\circ$, следовательно
 $0,5 \cos \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} = 0,5 \cdot \frac{1}{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = \frac{1-6}{4} = -\frac{5}{4}$;
 3) $\sin 3\alpha - \cos 2\alpha$, при $\alpha = \frac{\pi}{6}$, следовательно $\sin \frac{3\pi}{6} - \cos \frac{2\pi}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;
 4) $\cos \frac{\alpha}{1} + \sin \frac{\alpha}{3}$, при $\alpha = \frac{\pi}{2}$, следовательно $\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$;
 5) $3 \cos 3\alpha + \operatorname{tg} 2\alpha$, при $\alpha = \frac{\pi}{6}$, следовательно
 $3 \cos \frac{3\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{2\pi}{6} = 3 \cos 90^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ = 3 \cdot 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$;
 6) $3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{3} - 2 \cos 2\alpha$, при $\alpha = \frac{\pi}{2}$, следовательно $3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - 2 \cos \frac{2\pi}{2} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \cdot 0 = \sqrt{3}$.
252. 1) $\sin x = -1$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 2) $\cos x = -1$, $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;
 3) $\sin 3x = 0$, тогда $3x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$;
 4) $\cos 0,5x = 0$, следовательно $0,5x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;
 5) $\cos 2x - 1 = 0$, поэтому $\cos 2x = 1$, откуда $2x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;
 6) $1 - \cos 3x = 0$, $\cos 3x = 1$, $3x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$.

253. 1) $\cos 12^\circ \approx 0,98$; 2) $\sin 38^\circ \approx 0,62$; 3) $\operatorname{tg} 100^\circ \approx -5,67$;
 4) $\sin 400^\circ = \sin (360^\circ + 40^\circ) = \sin 40^\circ \approx 0,64$; 5) $\cos 2,7 \approx \cos 158^\circ = \cos (180^\circ - 22^\circ) \approx -0,93$;
 6) $\operatorname{tg} (-13) \approx -\operatorname{tg} 745^\circ = -\operatorname{tg} (720^\circ + 25^\circ) = -\operatorname{tg} (360^\circ \cdot 2 + 25^\circ) = -\operatorname{tg} 25^\circ \approx -0,47$;
 7) $\sin \frac{\pi}{6} = 0,5$; 8) $\cos \left(-\frac{\pi}{7}\right) \approx \cos 26^\circ \approx 0,9$.
254. 1) т. (1; 0), $\alpha = \frac{\pi}{6}$, следовательно — I четверть; 2) т. (1; 0), $\alpha = \frac{3\pi}{4}$, следовательно — II четверть;
 3) т. (1; 0), $\alpha = 210^\circ$, следовательно — III четверть;
 4) т. (1; 0), $\alpha = -210^\circ$, следовательно — II четверть;
 5) т. (1; 0), $\alpha = 735^\circ$, следовательно — I четверть;
 6) т. (1; 0), $\alpha = 848^\circ$, следовательно — II четверть.
255. 1) $\alpha = \frac{5\pi}{4}$, $\sin \frac{5\pi}{4} < 0$, так как $\pi < \frac{5\pi}{4} < \frac{3\pi}{2}$, III четверть;
 2) $\alpha = \frac{5}{6}\pi$, $\sin \frac{5\pi}{6} > 0$, так как $\frac{\pi}{2} < \frac{5\pi}{6} < \pi$, II четверть;
 3) $\alpha = -\frac{5}{8}\pi$, $\sin \left(-\frac{5\pi}{8}\right) < 0$, так как $-\pi < -\frac{5\pi}{8} < -\frac{\pi}{2}$, III четверть;
 4) $\alpha = -\frac{4}{3}\pi$, $\sin \left(-\frac{4\pi}{3}\right) > 0$, так как $-\frac{3\pi}{2} < -\frac{4\pi}{3} < -\pi$, II четверть;
 5) $\alpha = 740^\circ$, $\sin 740^\circ > 0$, I четверть; 6) $\alpha = 510^\circ$, $\sin 510^\circ > 0$, II четверть.
256. 1) $\alpha = \frac{2}{3}\pi$, $\cos \frac{2\pi}{3} < 0$, II четверть; 2) $\alpha = \frac{7}{6}\pi$, $\cos \frac{7\pi}{6} < 0$, III четверть;
 3) $\alpha = -\frac{3\pi}{4}$, $\cos \left(-\frac{3\pi}{4}\right) < 0$, III четверть; 4) $\alpha = -\frac{2}{5}\pi$, $\cos \left(-\frac{2\pi}{5}\right) > 0$, IV четверть;
 5) $\alpha = 290^\circ > 0$, IV четверть; 6) $\alpha = -150^\circ$, $\cos (-150^\circ) < 0$, III четверть.
257. 1) $\alpha = \frac{5}{6}\pi$, $\operatorname{tg} \frac{5}{6}\pi < 0$, $\operatorname{ctg} \frac{5}{6}\pi < 0$, поэтому II четверть;
 2) $\alpha = \frac{12}{5}\pi$, $\operatorname{tg} \frac{12}{5}\pi > 0$, $\operatorname{ctg} \frac{12}{5}\pi > 0$, поэтому I четверть;
 3) $\alpha = -\frac{3}{5}\pi$, $\operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{5}\right) > 0$, $\operatorname{ctg} \left(-\frac{3\pi}{5}\right) > 0$, III четверть;
 4) $\alpha = -\frac{5}{4}\pi$, $\operatorname{tg} \left(-\frac{5}{4}\pi\right) < 0$, $\operatorname{ctg} \left(-\frac{5}{4}\pi\right) < 0$, II четверть;
 5) $\alpha = 190^\circ$, $\operatorname{tg} 190^\circ > 0$, $\operatorname{ctg} 190^\circ > 0$, III четверть;
 6) $\alpha = 283^\circ$, $\operatorname{tg} 283^\circ < 0$, $\operatorname{ctg} 283^\circ < 0$, IV четверть;
 7) $\alpha = 172^\circ$, $\operatorname{tg} 172^\circ < 0$, $\operatorname{ctg} 172^\circ < 0$, II четверть;
 8) $\alpha = 200^\circ$, $\operatorname{tg} 200^\circ > 0$, $\operatorname{ctg} 200^\circ > 0$, III четверть.
258. 1) Если $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$, $\operatorname{ctg} \alpha > 0$;
 2) если $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{7\pi}{4}$, то $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$, $\operatorname{tg} \alpha < 0$, $\operatorname{ctg} \alpha < 0$;
 3) если $\frac{7}{4}\pi < \alpha < 2\pi$, то $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$, $\operatorname{tg} \alpha < 0$, $\operatorname{ctg} \alpha < 0$;
 4) если $2\pi < \alpha < 2,5\pi$, то $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$, $\operatorname{ctg} \alpha > 0$.
259. 1) $\alpha = 1$, то $\sin 1 > 0$, $\cos 1 > 0$, $\operatorname{tg} 1 > 0$; 2) $\alpha = 3$, то $\sin 3 > 0$, $\cos 3 < 0$, $\operatorname{tg} 3 < 0$;
 3) $\alpha = -3,4$, то $\sin (-3,4) > 0$, $\cos (-3,4) < 0$, $\operatorname{tg} (-3,4) < 0$;
 4) $\alpha = -1,3$, то $\sin (-1,3) < 0$, $\cos (-1,3) > 0$, $\operatorname{tg} (-1,3) < 0$.
260. 1) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$; 2) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) < 0$; 3) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) > 0$;

$$4) 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \sin(\pi - \alpha) > 0; 5) 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \cos(\alpha - \pi) < 0; 6) 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \operatorname{tg}(\alpha - \pi) > 0;$$

$$7) 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) > 0; 8) 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) < 0.$$

261. 1) Если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то знаки синуса и косинуса совпадают;

2) если $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то знаки синуса и косинуса различны.

262. 1) $\sin \frac{2\pi}{3} \sin \frac{3\pi}{4} > 0$, так как $\sin \frac{2\pi}{3} > 0$ и $\sin \frac{3\pi}{4} > 0$;

2) $\cos \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} < 0$, так как $\cos \frac{2\pi}{3} < 0$ и $\cos \frac{\pi}{6} > 0$;

3) $\frac{\sin \frac{2\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{4}} < 0$, так как $\sin \frac{2\pi}{3} > 0$ и $\cos \frac{\pi}{4} > 0$;

4) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} > 0$, так как $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} > 0$ и $\sin \frac{\pi}{4} > 0$.

263. 1) $\sin 0,7 > \sin 4$; так как $\sin 0,7 > 0$, $\sin 4 < 0$; 2) $\cos 1,3 > \cos 2,3$; так как $\cos 1,3 > 0$, $\cos 2,3 < 0$.

264. 1) $\sin(5\pi + x) = 1$; $\sin(4\pi + \pi + x) = 1$, но $\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin \alpha$, где $k \in \mathbb{Z}$,

тогда $\sin(\pi + x) = 1$, $\pi + x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, и $x + \pi = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $\pi + x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ и $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

2) $\cos(x + 3\pi) = 0$; $\cos(x + \pi + 2\pi) = 0$, но так как $\cos(2\pi k + \alpha) = \cos \alpha$,

тогда $\cos(x + \pi) = 0$, $x + \pi = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

3) $\cos\left(\frac{5}{2}\pi + x\right) = -1$; $\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -1$, но так как $\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos \alpha$,

тогда $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$, $\frac{\pi}{2} + x = \pi + 2\pi n$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

4) $\sin\left(\frac{9}{2}\pi + x\right) = -1$, $\sin\left(2 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -1$, так как $\sin(2\pi k + \alpha) = \sin \alpha$, то $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$;

$\frac{\pi}{2} + x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $x = -\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

265. 1) $\sin \alpha + \cos \alpha = -1,4$; Так как $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$, то $M \in \text{III}$ четверти, где $\cos \alpha < 0$, $\sin \alpha < 0$;

2) $\sin \alpha - \cos \alpha = 1,4$; так как $\sin \alpha - \cos \alpha > 1$, то $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, значит, $M \in \text{II}$ четверти.

266. 1) $\sin \alpha + \cos \alpha$, при $\alpha = 48^\circ$, следовательно $\sin 48^\circ + \cos 48^\circ \approx 0,743144 + 0,669131 \approx 1,412275$;

2) $\sin \alpha + \cos \alpha$, при $\alpha = 67^\circ$, следовательно $\sin 67^\circ + \cos 67^\circ \approx 0,920505 + 0,390731 \approx 1,311236$;

3) $\sin \alpha + \cos \alpha$, при $\alpha = \frac{7}{8}\pi$, следовательно $\sin\left(\frac{7}{8}\pi\right) + \cos\left(\frac{7}{8}\pi\right) = \sin(180^\circ - 157,5^\circ) + \cos(180^\circ - 157,5^\circ) = -\sin 22,5^\circ - \cos 22,5^\circ \approx -0,382683 - 0,923879 \approx -1,306562$;

4) $\sin \alpha + \cos \alpha$, при $\alpha = \frac{\pi}{18}$, следовательно $\sin\left(\frac{\pi}{18}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{18}\right) = \sin 10^\circ + \cos 10^\circ \approx 0,173648 + 0,984808 \approx 1,158456$;

5) $\sin \alpha + \cos \alpha$, при $\alpha = -\frac{13}{7}\pi$, следовательно $\sin\left(-\frac{13\pi}{7}\right) + \cos\left(-\frac{13\pi}{7}\right) = \sin\left(-\frac{13\pi}{7}\right) + \cos\left(-\frac{13\pi}{7}\right) \approx -0,923879 + 0,382683 \approx -0,541196$.

267. 1) Так как $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то $\sin \alpha < 0$, тогда

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\sqrt{\frac{12^2}{13^2}} = -\frac{12}{13}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-12 \cdot 13}{13 \cdot 5} = -\frac{12}{5};$$

2) так как $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то $\cos \alpha < 0$, тогда $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - 0,64} = -\sqrt{0,36} = -0,6$;

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,8}{-0,6} = -\frac{4}{3};$$

3) так как $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то $\sin \alpha > 0$, поэтому $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$;

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = -\frac{4}{3}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{3}{4};$$

4) так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\cos \alpha < 0$, тогда $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{4}{25}} = -\sqrt{\frac{21}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$;

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{5} : \frac{+\sqrt{21}}{5} = \frac{1}{\sqrt{21}}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sqrt{21}}{2};$$

5) так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha < 0$, тогда $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$;

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = -\sqrt{\frac{64}{289}} = -\frac{8}{17}; \quad \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{64}{289}} = -\sqrt{\frac{225}{289}} = -\frac{15}{17};$$

6) так как $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha > 0$, тогда $\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$;

$$\sin \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}} = -\sqrt{\frac{1}{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

268. 1) если $\begin{cases} \sin \alpha = 1; \\ \cos \alpha = 1, \end{cases}$ то $1 + 1 = 2 \neq 1$, нет; 2) если $\begin{cases} \sin \alpha = -\frac{4}{5}; \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5}, \end{cases}$ то $\frac{16}{25} + \frac{9}{25} = \frac{25}{25} = 1$, да;

3) если $\begin{cases} \sin \alpha = 0; \\ \cos \alpha = -1, \end{cases}$ то $0 + 1 = 1$, да; 4) если $\begin{cases} \sin \alpha = -\frac{1}{3}; \\ \cos \alpha = -\frac{1}{2}, \end{cases}$ то $\frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36} \neq 1$, нет.

269. 1) $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{5}; \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{24}}; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{5}; \\ \operatorname{ctg}^2 \alpha = 24; \end{cases} \quad 1 + 24 = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = 25$; да;

2) $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{4}; \\ \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{4}; \\ \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{9}{7}; \end{cases} \quad 1 + \frac{9}{7} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2}, \quad \frac{16}{7} \neq \frac{16}{9}$; нет.

270. Так как α — один из углов прямоугольного треугольника, то он острый. Значит, $\cos \alpha > 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{11}; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{40}{121}} = \sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{9}{11}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{11} : \frac{9}{11} = \frac{2\sqrt{10}}{9}. \quad \text{Ответ: } \cos \alpha = \frac{9}{11}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{9}.$$

271. $\operatorname{tg} \beta = 2\sqrt{2}$; $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$; $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + 8} = \frac{1}{9}$. Так как $0 < \beta < 90^\circ$, то $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

$$272. \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \frac{1}{8}; \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{1}{8}.$$

Так как $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, то $\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = \frac{1}{8}$; $2 \cos^2 \alpha = \frac{9}{8}$; $\cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$; $\cos \alpha = \pm \frac{3}{4}$.

Ответ: $\pm \frac{3}{4}$.

$$273. 1) \sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{5}; \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}; \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{12}{25}} = \pm \frac{\sqrt{13}}{5}. \text{ Ответ: } \pm \frac{\sqrt{13}}{5}.$$

$$2) \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}. \text{ Ответ: } \pm \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$3) \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}; \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \pm \frac{2}{3}. \text{ Ответ: } \pm \frac{2}{3}.$$

$$4) \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}; \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}. \text{ Ответ: } \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$274. \operatorname{tg} \alpha = 2, \text{ значит, } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2} \quad 1) \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{2} - 2} = \frac{2,5}{-1,5} = -\frac{5}{3}. \text{ Ответ: } -\frac{5}{3}.$$

$$2) \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1} = \frac{2 - 1}{2 + 1} = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } \frac{1}{3}.$$

$$3) \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha} = \frac{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 3 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 5 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha + 3}{3 \operatorname{tg} \alpha - 5} = \frac{4 + 4}{6 - 5} = 7. \text{ Ответ: } 7.$$

$$4) \frac{\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 2 \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1} = 2. \text{ Ответ: } 2.$$

$$275. \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2} \quad 1) (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4};$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4} - 1; \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{3}{8}. \text{ Ответ: } -\frac{3}{8}.$$

$$2) \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{2}{8}\right) = \frac{11}{16}.$$

Ответ: $\frac{11}{16}$.

$$276. 1) 2 \sin x + \sin^2 x = \cos^2 x = 1; \text{ т.к. } \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \text{ то } 2 \sin x + 1 = 1; 2 \sin x = 0; \sin x = 0; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin^2 x - 2 = \sin x - \cos^2 x; \sin^2 x + \cos^2 x - 2 = \sin x; \text{ т.к. } \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \text{ то } \sin x = -1;$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3) 3 \cos^2 x - 1 = \cos x - 2 \sin^2 x; 3 \cos^2 x + 2 \sin^2 x - 1 = \cos x; \cos^2 x + 2 - 1 = \cos x; \cos^2 x - \cos x + 1 = 0. \text{ Пусть } t = \cos x, \text{ тогда } t^2 - t + 1 = 0. \text{ Решим уравнение: } D = 1 - 4 < 0. \text{ Уравнение решений не имеет. Ответ: решений нет.}$$

$$4) 3 - \cos x = 3 \cos^2 x + 3 \sin^2 x; \text{ т.к. } \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \text{ то } 3 - \cos x = 3; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

$$5) \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \sin \alpha - 2 \sin^2 \alpha; (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \sin \alpha - 2 \sin^2 \alpha; \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha = 0; \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \sin \alpha = 0; 1 - \sin \alpha = 0;$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

- 6) $2 \cos^2 \alpha + \sin^4 \alpha = \cos \alpha + \cos^4 \alpha$; $2 \cos^2 \alpha - \cos \alpha = \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$;
 $2 \cos^2 \alpha = \cos \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$; $2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \cos \alpha - \cos^2 \alpha = 0$;
 $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \cos \alpha = 0$; $1 - \cos \alpha = 0$; $\cos \alpha = 1$; $\alpha = 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Ответ: $2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
277. 1) $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = \sin^2 \alpha$; $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$; $\sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha$, что и требовалось доказать;
 2) $2 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1$; $2 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1$; $2 - 1 = 1$, что и требовалось доказать;
 3) $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$; $\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$; $\operatorname{tg}^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha$, что и требовалось доказать;
 4) $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$; $\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$; $\operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha$, что и требовалось доказать;
 5) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \sin^2 \alpha = 1$; $\frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} + \sin^2 \alpha = 1$; $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$; $1 = 1$, что и требовалось доказать;
 6) $\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} + \cos^2 \alpha = 1$; $\frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \cos^2 \alpha = 1$; $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $1 = 1$, что и требовалось доказать.
278. 1) $\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha - 2 \sin \alpha = \cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 2 \sin \alpha = \sin \alpha - 2 \sin \alpha = -\sin \alpha$. Ответ: $-\sin \alpha$.
 2) $\cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha - \cos \alpha = 0$. Ответ: 0.
279. 1) $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = \frac{-\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha$. Если $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то $-\operatorname{ctg}^2 \alpha = -\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4} = -1$, т.к.
 $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1$. Ответ: -1 .
 2) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - 1 = \operatorname{tg}^2 \alpha$. Если $\alpha = \frac{\pi}{3}$, то $\operatorname{tg}^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} = (\sqrt{3})^2 = 3$. Ответ: 3.
 3) $\cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$. Если $\alpha = \frac{\pi}{6}$, то $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$.
 Ответ: 4.
 4) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. Если $\alpha = \frac{\pi}{3}$, то $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$. Ответ: 4.
280. 1) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = 1$; $\cos^2 \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1$; $1 = 1$, что и требовалось доказать;
 2) $\sin^2 \alpha(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$; $\sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$; $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$;
 $\sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha$, что и требовалось доказать.
281. 1) $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = 1$; 2) $\sin^2 \alpha(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1$;
 3) $\left(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$;
 4) $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} - \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha = 0$.
282. $(1 - \cos 2\alpha)(1 + \cos 2\alpha) = \sin^2 2\alpha$; $1 - \cos^2 2\alpha = \sin^2 2\alpha$; $\sin^2 2\alpha = \sin^2 2\alpha$, что и требовалось доказать;
 2) $\frac{\sin \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} = -\frac{1}{1 + \sin \alpha}$; $\cos^2 \alpha = -(\sin \alpha - 1)(1 + \sin \alpha)$; $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$;
 $\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha$, что и требовалось доказать;
 3) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$; $(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$;
 $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$, что и требовалось доказать;
 4) $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 + 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$;
 $\sin^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$;

$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$, что и требовалось доказать;

$$5) \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}; \frac{\sin^2 \alpha + (1 + \cos \alpha)^2}{(1 + \cos \alpha) \sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}; \frac{\sin^2 \alpha + 1 + 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{(1 + \cos \alpha) \sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha};$$

$$\frac{2 + 2 \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha) \sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}; \frac{2(1 + \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha) \sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}; \frac{2}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$6) \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}; \sin^2 \alpha = (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha); \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha;$$

$$\sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$7) \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1; \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} + \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = 1; \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1; 1 = 1, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$8) \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha; \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha; \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha;$$

$$\frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha; \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$283. 1) \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha} - (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = \frac{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha} =$$

$$= \frac{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \operatorname{ctg} \alpha. \text{ Если } \alpha = \frac{\pi}{3}, \text{ то}$$

$$2 \operatorname{ctg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \text{ Ответ: } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$2) (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} =$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1 - 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\text{Если } \alpha = \frac{\pi}{6}, \text{ то } 2 \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \text{ Ответ: } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$284. \sin \alpha - \cos \alpha = 0,6; (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 0,36; \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0,36;$$

$$1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 0,36; 2 \sin \alpha \cos \alpha = 0,64; \sin \alpha \cos \alpha = 0,32. \text{ Ответ: } 0,32.$$

$$285. \cos \alpha - \sin \alpha = 0,2; (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = 0,04; \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha = 0,04; 1 - 2 \cos \alpha \sin \alpha = 0,04;$$

$$2 \cos \alpha \sin \alpha = 0,96; \cos \alpha \sin \alpha = 0,48; \cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha = (\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha) = 0,2(1 + \cos \alpha \sin \alpha) = 0,2 \cdot (1 + 0,48) = 0,296. \text{ Ответ: } 0,296.$$

$$286. 1) 3 \cos^2 x - 2 \sin x = 3 - 3 \sin^2 x; 3 \cos^2 x + 3 \sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0;$$

$$3 - 2 \sin x - 3 = 0; -2 \sin x = 0; -\sin x = 0; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \sin x - 1 - 2 \sin^2 x; \cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin^2 x = 2 \sin x - 1;$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 2 \sin x - 1; 1 = 2 \sin x - 1; 2 \sin x = 2; \sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$287. 1) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = -\frac{3}{4} - 1 = -1\frac{3}{4}. \text{ Ответ: } -1\frac{3}{4}.$$

$$2) \frac{1 + \operatorname{tg}^2(-30^\circ)}{1 + \operatorname{ctg}^2(-30^\circ)} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 30^\circ}{1 + \operatorname{ctg}^2 30^\circ} = \frac{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + (\sqrt{3})^2} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 + 3} = \frac{\frac{4}{3}}{4} = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } \frac{1}{3}.$$

$$3) 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{4} =$$

$$= -\sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2} = \frac{1 - 3\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1 - 3\sqrt{3}}{2}.$$

$$4) \cos(-\pi) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{3}{2}\pi\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\pi - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} + \sin\frac{3}{2}\pi - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = -1 + 0 - 1 - 1 = -3.$$

Ответ: -3.

$$288. 1) \operatorname{tg}(-\alpha) \cos \alpha + \sin \alpha = -\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cos \alpha + \sin \alpha = 0. \text{ Ответ: } 0.$$

$$2) \cos \alpha - \operatorname{ctg} \alpha (-\sin \alpha) = \cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \sin \alpha = 2 \cos \alpha. \text{ Ответ: } 2 \cos \alpha.$$

$$3) \frac{\cos(-\alpha) + \sin(-\alpha)}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}. \text{ Ответ: } \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}.$$

$$4) \operatorname{tg}(\alpha) \operatorname{ctg}(-\alpha) + \cos^2(-\alpha) + \sin^2 \alpha = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 + 1 = 2. \text{ Ответ: } 2.$$

$$289. \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin(-\alpha)} + \operatorname{tg}(-\alpha) \cos(-\alpha) = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha =$$

$$= \cos \alpha + \sin \alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cos \alpha = \cos \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$290. 1) \frac{3 - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{3 + \sin \frac{\pi}{3} - \cos^2 \frac{\pi}{3}}{2 \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{3 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{12 + 2\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{11 + 2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{11 + 2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}.$$

$$2) 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 3 \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 7,5 \operatorname{tg}(-\pi) + \frac{1}{8} \cos\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = -2 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} -$$

$$- 7,5 \operatorname{tg} \pi + \frac{1}{8} \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) = -2 \cdot \frac{1}{2} + 3 - 7,5 \cdot 0 + \frac{1}{8} \cdot 0 = -1 + 3 = 2. \text{ Ответ: } 2.$$

$$291. 1) \frac{\sin^3(-\alpha) + \cos^3(-\alpha)}{1 - \sin(-\alpha) \cos(-\alpha)} = \frac{-\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} =$$

$$= \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(1 + \cos \alpha \sin \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} = \cos \alpha - \sin \alpha. \text{ Ответ: } \cos \alpha - \sin \alpha.$$

$$2) \frac{1 - (\sin \alpha + \cos(-\alpha))^2}{-\sin(-\alpha)} = \frac{1 - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{\sin \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} =$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = -2 \cos \alpha. \text{ Ответ: } -2 \cos \alpha.$$

$$292. 1) \sin(-x) = 1; -\sin x = 1; \sin x = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \cos(-2x) = 0; \cos 2x = 0; 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) \cos(-2x) = 1; \cos 2x = 1; 2x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sin(-2x) = 0; -\sin 2x = 0; 2x = \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$5) \sin(-x) = \sin \frac{3\pi}{3}; -\sin x = -1; \sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$6) \cos(-x) = \cos \pi; \cos x = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$293. 1) \cos 135^\circ = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 45^\circ\right) = \cos \frac{\pi}{2} \cos 45^\circ - \sin \frac{\pi}{2} \sin 45^\circ = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$2) \cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 90^\circ \cos 30^\circ - \sin 90^\circ \sin 30^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

$$3) \cos 150^\circ = \cos (90^\circ + 60^\circ) = \cos 90^\circ \cos 60^\circ - \sin 90^\circ \sin 60^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$4) \cos 240^\circ = \cos (180^\circ + 60^\circ) = \cos 180^\circ \cos 60^\circ - \sin 180^\circ \sin 60^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

$$294. 1) \cos 57^\circ 30' \cos 27^\circ 30' + \sin 57^\circ 30' \sin 27^\circ 30' = \cos (57^\circ 30' - 27^\circ 30') = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2) \cos 19^\circ 30' \cos 25^\circ 30' - \sin 19^\circ 30' \sin 25^\circ 30' = \cos (19^\circ 30' + 25^\circ 30') = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3) \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{11\pi}{9} - \sin \frac{7\pi}{9} \sin \frac{11\pi}{9} = \cos \left(\frac{7\pi}{9} + \frac{11\pi}{9} \right) = \cos 2\pi = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$4) \cos \frac{8\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7} \sin \frac{\pi}{7} = \cos \left(\frac{8\pi}{7} - \frac{\pi}{7} \right) = \cos \pi = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$295. 1) \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}.$$

$$2) \cos \alpha = -\frac{1}{3}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \quad \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3} = \frac{4 - \sqrt{2}}{6}. \text{ Ответ: } \frac{4 - \sqrt{2}}{6}.$$

$$296. 1) \cos 3\alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin 3\alpha = \cos (3\alpha + \alpha) = \cos 4\alpha. \text{ Ответ: } \cos 4\alpha.$$

$$2) \cos 5\beta \cos 2\beta + \sin 5\beta \sin 2\beta = \cos (5\beta - 2\beta) = \cos 3\beta. \text{ Ответ: } \cos 3\beta.$$

$$3) \cos \left(\frac{\pi}{7} + \alpha \right) \cos \left(\frac{5\pi}{14} - \alpha \right) - \sin \left(\frac{\pi}{7} + \alpha \right) \sin \left(\frac{5\pi}{14} - \alpha \right) = \cos \left(\frac{\pi}{7} + \alpha + \frac{5\pi}{14} - \alpha \right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0. \text{ Ответ: } 0.$$

$$4) \cos \left(\frac{7\pi}{5} + \alpha \right) \cos \left(\frac{2\pi}{5} + \alpha \right) + \sin \left(\frac{7\pi}{5} + \alpha \right) \sin \left(\frac{2\pi}{5} + \alpha \right) = \cos \left(\frac{7\pi}{5} + \alpha - \frac{2\pi}{5} - \alpha \right) = \cos \pi = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$297. 1) \cos(\alpha + \beta) + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) +$$

$$+ \left(\cos \frac{\pi}{2} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{2} \sin \alpha \right) \left(\cos \frac{\pi}{2} \cos \beta + \sin \frac{\pi}{2} \sin \beta \right) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \sin \alpha \sin \beta =$$

$$= \cos \alpha \cos \beta. \text{ Ответ: } \cos \alpha \cos \beta.$$

$$2) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = \cos(\alpha - \beta) = \left(\sin \frac{\pi}{2} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{2} \sin \alpha \right) \left(\sin \frac{\pi}{2} \cos \beta - \cos \frac{\pi}{2} \sin \beta \right) -$$

$$- \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

$$\text{Ответ: } -\sin \alpha \sin \beta.$$

$$298. 1) \sin 73^\circ \cos 17^\circ + \cos 73^\circ \sin 17^\circ = \sin (73^\circ + 17^\circ) = \sin 90^\circ = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) \sin 73^\circ \cos 13^\circ - \cos 73^\circ \sin 13^\circ = \sin (73^\circ - 13^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$3) \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} = \sin \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$4) \sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} = \sin \left(\frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{12} \right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$299. 1) \cos \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \quad \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha =$$

$$= -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{10} = -\frac{4\sqrt{3}}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{4\sqrt{3} + 3}{10}. \quad \text{Ответ: } -\frac{4\sqrt{3} + 3}{10}.$$

$$2) \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha =$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{9}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{\sqrt{14} + 2}{6}. \quad \text{Ответ: } -\frac{\sqrt{14} + 2}{6}.$$

$$300. 1) \sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta.$$

Ответ: $\cos \alpha \sin \beta$.

$$2) \cos(-\alpha) \sin(-\beta) - \sin(\alpha - \beta) = -\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = -\sin \alpha \cos \beta.$$

Ответ: $-\sin \alpha \cos \beta$.

$$3) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - \sin(\alpha - \beta) = \left(\cos \frac{\pi}{2} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{2} \sin \alpha\right) \left(\sin \frac{\pi}{2} \cos \beta - \cos \frac{\pi}{2} \sin \beta\right) -$$

$$- (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta.$$

Ответ: $\cos \alpha \sin \beta$.

$$4) \sin(\alpha + \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \left(\sin \frac{\pi}{2} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{2} \sin \alpha\right) \sin \beta =$$

$$= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta. \quad \text{Ответ: } \sin \alpha \cos \beta.$$

$$301. \sin \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi; \quad \sin \beta = \frac{8}{17}, \quad 0 < \beta < \frac{\pi}{2}; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}; \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta};$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}; \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \frac{15}{17};$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{17} - \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{8}{17} = \frac{12}{17} + \frac{24}{85} = \frac{84}{85};$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{17} + \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{8}{17} = \frac{12}{17} - \frac{24}{85} = \frac{36}{85}.$$

$$\text{Ответ: } \cos(\alpha + \beta) = \frac{84}{85}, \quad \cos(\alpha - \beta) = \frac{36}{85}.$$

$$302. \cos \alpha = -0,8; \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ и } \sin \beta = -\frac{12}{13}; \quad \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}; \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - 0,64} = 0,6;$$

$$\cos \beta = -\sqrt{1 - \sin^2 \beta}; \quad \cos \beta = -\sqrt{1 - \frac{144}{169}} = -\frac{5}{13};$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = 0,6 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) - (-0,8) \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{3}{13} - \frac{48}{65} = -\frac{63}{65}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{63}{65}.$$

$$303. 1) \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \alpha\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2}{3}\pi \cos \alpha + \sin \frac{2}{3}\pi \sin \alpha + \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} =$$

$$= \cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha + \cos \alpha \cos 60^\circ - \sin \alpha \sin 60^\circ = 0. \quad \text{Ответ: } 0.$$

$$2) \sin\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \cos \frac{2}{3}\pi + \cos \alpha \sin \frac{2}{3}\pi - \sin \frac{\pi}{2} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{2} \sin \alpha =$$

$$= -\sin \alpha \cos 60^\circ + \cos \alpha \sin 60^\circ - \sin 60^\circ \cos \alpha + \cos 60^\circ \sin \alpha = 0. \quad \text{Ответ: } 0.$$

$$3) \frac{2 \cos \alpha \sin \beta + \sin(\alpha - \beta)}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} =$$

$$= \frac{\cos \alpha \sin \alpha + \sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta). \text{ Ответ: } \operatorname{tg}(\alpha + \beta).$$

$$4) \frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta} = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta. \text{ Ответ: } \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta.$$

$$304. 1) \sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) = (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) = \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin \alpha \cos \beta \cos \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \beta \sin \alpha \cos \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - (1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$2) \cos(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta) = (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos \alpha \cos \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - (1 - \cos^2 \alpha) \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$3) \frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = -\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = \frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{2 \sin \frac{\pi}{6} \cos \alpha + 2 \cos \frac{\pi}{6} \sin \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cos \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha - \sqrt{2} \sin \alpha}{\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha} = \frac{-\sqrt{2} \sin \alpha}{\cos \alpha} = -\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$4) \frac{\cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = -\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\frac{\cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha - 2 \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + 2 \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6} - 2 \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} - \sqrt{3} \sin \alpha} =$$

$$= \frac{\cos \alpha - \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha}{\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha} = \frac{\sqrt{3} \sin \alpha}{-\cos \alpha} = -\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$305. 1) \cos 6x \cos 5x + \sin 6x \sin 5x = -1; \cos(6x - 5x) = -1; \cos x = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin 3x \cos 5x - \sin 5x \cos 3x = -1; \sin(3x - 5x) = -1; \sin(-2x) = -1; \sin 2x = 1;$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos x = 1; \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos x - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \sin x - \cos x = 1; \cos x - \sin x - \cos x = 1;$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) + \sin \frac{x}{2} = 1; \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} = 1;$$

$$\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} = 1; \cos \frac{x}{2} = 1; \frac{x}{2} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = 4\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } 4\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$306. 1) \frac{\operatorname{tg} 29^\circ + \operatorname{tg} 31^\circ}{1 - \operatorname{tg} 29^\circ \operatorname{tg} 31^\circ} = \operatorname{tg}(29^\circ + 31^\circ) = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}. \text{ Ответ: } \sqrt{3}.$$

$$2) \frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{16} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{16}}{1 + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{16} \operatorname{tg} \frac{3\pi}{16}} = \operatorname{tg} \left(\frac{7\pi}{16} - \frac{3\pi}{16} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$307. 1) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta};$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}, \text{ что и требовалось до-}$$

казать;

$$2) \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1};$$

$$\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1} = \frac{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} + \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}, \text{ что и требовалось до-}$$

казать.

$$308. 1) 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin 2 \cdot 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$2) \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 2 \cdot 15^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$3) (\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)^2 = \cos^2 75^\circ - 2 \cos 75^\circ \sin 75^\circ + \sin^2 75^\circ = 1 - \sin 2 \cdot 75^\circ = 1 - \sin 150^\circ = 1 - \sin(\pi - 30^\circ) = 1 - \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$4) (\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)^2 = \cos^2 15^\circ + 2 \cos 15^\circ \sin 15^\circ + \sin^2 15^\circ = 1 + \sin 2 \cdot 15^\circ = 1 + \sin 30^\circ = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}. \text{ Ответ: } \frac{3}{2}.$$

$$309. 1) 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \sin 2 \cdot \frac{\pi}{8} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$2) \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos 2 \cdot \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3) \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1 + \sqrt{2}}{4}. \text{ Ответ: } \frac{1 + \sqrt{2}}{4}.$$

$$4) \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos^2 \frac{\pi}{8} - 2 \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \sin 2 \cdot \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$310. 1) \sin \alpha = \frac{3}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi. \text{ Поскольку } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \text{ то } \cos \alpha < 0.$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) = -\frac{24}{25}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{24}{25}.$$

$$2) \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}. \text{ Поскольку } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}, \text{ то } \sin \alpha < 0.$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5} \right) \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) = \frac{24}{25}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{24}{25}.$$

$$311. 1) \cos \alpha = \frac{4}{5}; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}; \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{7}{25}.$$

$$2) \sin \alpha = -\frac{3}{5}; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}; \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{7}{25}.$$

$$312. 1) \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha. \text{ Ответ: } \frac{1}{2} \sin 2\alpha.$$

$$2) \cos \alpha \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha. \text{ Ответ: } \frac{1}{2} \sin 2\alpha.$$

$$3) \cos 4\alpha + \sin^2 2\alpha = \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = \cos^2 2\alpha. \text{ Ответ: } \cos^2 2\alpha.$$

$$4) \sin 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin 2\alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 1 - \sin 2\alpha = 1. \\ \text{Ответ: } 1.$$

$$313. 1) \frac{\cos 2\alpha + 1}{2 \cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{2 \cos \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{2 \cos \alpha} = \cos \alpha. \text{ Ответ: } \cos \alpha.$$

$$2) \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \operatorname{ctg} \alpha. \text{ Ответ: } 2 \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$3) \frac{\sin^2 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 1} = \frac{\sin^2 \alpha}{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1} = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{2 \cos \alpha} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha.$$

$$4) \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha. \text{ Ответ: } \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$314. 1) \sin 2\alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1 \\ (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = 1 + \sin 2\alpha - 1 = \sin 2\alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$2) (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha \\ (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - \sin 2\alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$3) \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha \\ \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$4) 2 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 \\ 2 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$315. 1) \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}; (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{4}; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}; 1 + \sin 2\alpha = \frac{1}{4};$$

$$\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}. \text{ Ответ: } -\frac{3}{4}.$$

$$2) \sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{3}; (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9}; \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{9}; 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{9};$$

$$\sin 2\alpha = \frac{8}{9}. \text{ Ответ: } \frac{8}{9}.$$

$$316. 1) 1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha \\ 1 + \cos 2\alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$2) 1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha \\ 1 - \cos 2\alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$317. 1) 2 \cos^2 15^\circ - 1 = 2 \cos^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 2 \cdot 15^\circ = \cos 30^\circ = \\ = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2) 2\cos^2 \frac{\pi}{8} - 1 = 2\cos^2 \frac{\pi}{8} - \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos 2 \cdot \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3) 1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{12} = \cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12} - 2\sin^2 \frac{\pi}{12} = \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$318. 1) 1 - 2\sin^2 5\alpha = \cos^2 5\alpha + \sin^2 5\alpha - 2\sin^2 5\alpha = \cos^2 5\alpha - \sin^2 5\alpha = \cos 10\alpha. \text{ Ответ: } \cos 10\alpha.$$

$$2) 2\cos^2 3\alpha - 1 = 2\cos^2 3\alpha - \cos^2 3\alpha - \sin^2 3\alpha = \cos^2 3\alpha - \sin^2 3\alpha = \cos 6\alpha. \text{ Ответ: } \cos 6\alpha.$$

$$3) \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\frac{1}{2} \sin \alpha} = \frac{2\sin^2 \alpha}{\frac{1}{2} \sin \alpha} = 4 \sin \alpha. \text{ Ответ: } 4 \sin \alpha.$$

$$4) \frac{2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{2\sin \alpha}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2\sin \alpha}.$$

$$319. 1) \frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha - 1;$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha} &= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)} = \\ &= \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha - 1, \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

$$2) \frac{\sin 2\alpha - 2\cos \alpha}{\sin \alpha - \sin^2 \alpha} = -2 \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$\frac{\sin 2\alpha - 2\cos \alpha}{\sin \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha - 2\cos \alpha}{\sin \alpha (1 - \sin \alpha)} = \frac{2\cos \alpha (\sin \alpha - 1)}{\sin \alpha (1 - \sin \alpha)} = -2 \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -2 \operatorname{ctg} \alpha, \text{ что и требовалось до-}$$

казать;

$$3) \operatorname{tg} \alpha (1 + \cos 2\alpha) = \sin 2\alpha;$$

$$\operatorname{tg} \alpha (1 + \cos 2\alpha) = \operatorname{tg} \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \operatorname{tg} \alpha \cdot 2 \cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot 2 \cos^2 \alpha =$$

$$= 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$4) \frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1;$$

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \\ &= \frac{2\sin \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha}{2\cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2\sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{2\cos \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1, \text{ что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$

$$320. 1) \sin 2x - 2\cos x = 0; 2\sin x \cos x - 2\cos x = 0; 2\cos x (\sin x - 1) = 0; \cos x = 0 \text{ или } \sin x = 1;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \cos 2x + 3\sin x = 1; \cos^2 x - \sin^2 x + 3\sin x = 1; -\sin^2 x + 3\sin x = 1 - \cos^2 x; -\sin^2 x + 3\sin x - \sin^2 x = 0; 2\sin^2 x - 3\sin x = 0; \sin x (2\sin x - 3) = 0; \sin x = 0 \text{ или } 2\sin x = 3$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}; \sin x = \frac{3}{2} > 1 \text{ — нет решений. Ответ: } \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) 2\sin x = \sin 2x; 2\sin x = 2\sin x \cos x; 2\sin x (1 - \cos x) = 0; \sin x = 0 \text{ или } \cos x = 1; x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sin^2 x = -\cos 2x; \sin^2 x = -\cos^2 x + \sin^2 x; \cos^2 x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$321. \operatorname{tg} \alpha = 0,6; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot 0,6}{1 - 0,36} = \frac{1,2}{0,64} = 1,875. \text{ Ответ: } 1,875.$$

$$322. 1) \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}} = \operatorname{tg} 2 \cdot \frac{\pi}{8} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) \frac{6 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ} = 3 \cdot \operatorname{tg} 2 \cdot 15^\circ = 3 \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}. \text{ Ответ: } \sqrt{3}.$$

$$323. 1) \sin \frac{13}{2} \pi = \sin \left(6\pi + \frac{\pi}{2} \right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) \sin 17\pi = \sin (18\pi - \pi) = -\sin \pi = 0. \text{ Ответ: } 0.$$

$$3) \cos 7\pi = \cos (8\pi - \pi) = \cos \pi = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$4) \cos \frac{11}{2} \pi = \cos \left(6\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0. \text{ Ответ: } 0.$$

$$5) \sin 720^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ) = 0. \text{ Ответ: } 0.$$

$$6) \cos 540^\circ = \cos(360^\circ + 180^\circ) = \cos 180^\circ = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$324. 1) \cos 420^\circ = \cos(360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$2) \operatorname{tg} 570^\circ = \operatorname{tg} (3\pi + 30^\circ) = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Ответ: } \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$3) \sin 3630^\circ = \sin(10 \cdot 2\pi + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$4) \operatorname{ctg} 60^\circ = \operatorname{ctg} (5\pi + 60^\circ) = \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Ответ: } \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$5) \sin \frac{13\pi}{6} = \sin \left(2\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$6) \operatorname{tg} \frac{11}{6} \pi = \operatorname{tg} \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$325. 1) \cos 150^\circ = \cos (\pi - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2) \sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3) \cos 120^\circ = \cos \left(\frac{\pi}{2} + 30^\circ \right) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

$$4) \sin 315^\circ = \sin(2\pi - 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$326. 1) \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} = \operatorname{tg} \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) \sin \frac{7\pi}{6} = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

$$3) \cos \frac{5\pi}{3} = \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$4) \sin \left(-\frac{11\pi}{6} \right) = -\sin \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$5) \cos \left(-\frac{7\pi}{3} \right) = \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$6) \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right) = -\operatorname{tg} \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}. \text{ Ответ: } \sqrt{3}.$$

$$327. 1) \cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ = \cos \left(4\pi - \frac{\pi}{2} \right) - \sin \left(8\pi + \frac{\pi}{6} \right) - \operatorname{ctg} \left(6\pi + \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= \cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{6} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{3}{2}.$$

$$\begin{aligned} 2) \operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 945^\circ &= \operatorname{tg} 10\pi - \sin \left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(5\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \\ &= -\sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{4} + \pi \right) = -\cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}. \text{ Ответ: } -\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \sin(-7\pi) - 2\cos \frac{31\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} &= -\sin(6\pi + \pi) - 2\cos \left(10\pi + \frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{tg} \left(2\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \\ &= -\sin \pi - 2\cos \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1 + 1 = 0. \text{ Ответ: } 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \cos(-9\pi) + 2\sin \left(-\frac{49\pi}{6} \right) - \operatorname{ctg} \left(-\frac{21\pi}{4} \right) &= \cos(8\pi + \pi) - 2\sin \left(8\pi + \frac{\pi}{6} \right) + \\ &+ \operatorname{ctg} \left(5\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \pi - 2\sin \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -1 - 1 + 1 = -1. \text{ Ответ: } -1. \end{aligned}$$

$$328. 1) \cos^2(\pi - \alpha) + \sin^2(\alpha - \pi) = \cos^2(\pi - \alpha) + \sin^2(\pi - \alpha) = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) \cos(\pi - \alpha) \cos(3\pi - \alpha) - \sin(\alpha - \pi) \sin(\alpha - 3\pi) = \cos(\pi - \alpha) \cos(3\pi - \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \sin(3\pi - \alpha) = \cos(\pi - \alpha + 3\pi - \alpha) = \cos(4\pi - 2\alpha) = \cos 2^\circ(2\pi - \alpha) = \cos 2\alpha. \text{ Ответ: } \cos 2\alpha.$$

$$329. 1) \cos 7230^\circ + \sin 900^\circ = \cos(40\pi + 30^\circ) + \sin(4\pi + \pi) = \cos 30^\circ + \sin \pi = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{aligned} 2) \sin 300^\circ + \operatorname{tg} 150^\circ &= \sin \left(\frac{3\pi}{2} + 30^\circ \right) + \operatorname{tg}(\pi - 30^\circ) = -\cos 30^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{5\sqrt{3}}{6}. \\ \text{Ответ: } -\frac{5\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) 2\sin 6,5\pi - \sqrt{3} \sin \frac{19\pi}{3} &= 2\sin \left(6\pi + \frac{\pi}{2} \right) - \sqrt{3} \sin \left(6\pi + \frac{\pi}{3} \right) = 2\sin \frac{\pi}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}. \\ \text{Ответ: } \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \sqrt{2} \cos 4,25\pi - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \frac{61\pi}{6} &= \sqrt{2} \cos \left(4\pi + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \left(10\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$5) \frac{\sin(-6,5\pi) + \operatorname{tg}(-7\pi)}{\cos(-7\pi) + \operatorname{ctg}(-16,25\pi)} = \frac{-\sin \left(6\pi + \frac{\pi}{2} \right) - \operatorname{tg}(6\pi + \pi)}{\cos(6\pi + \pi) - \operatorname{ctg} \left(16\pi + \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{-\sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \pi}{\cos \pi - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}} = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} 6) \frac{\cos(-540^\circ) + \sin 480^\circ}{\operatorname{tg} 8405^\circ - \operatorname{ctg} 330^\circ} &= \frac{\cos 3\pi + \sin(3\pi - 60^\circ)}{\operatorname{tg}(2\pi + 45^\circ) - \operatorname{ctg}(2\pi - 30^\circ)} = \frac{-1 + \sin 60^\circ}{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ} = -\frac{1}{4} \cdot (3\sqrt{3} - 5) = \frac{1}{4} \cdot (5 - 3\sqrt{3}). \\ \text{Ответ: } \frac{1}{4} \cdot (5 - 3\sqrt{3}). \end{aligned}$$

$$330. 1) \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \sin(\pi - \alpha)}{\cos(\pi - \alpha) + \sin(2\pi - \alpha)} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{-\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{-(\cos \alpha + \sin \alpha)} = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$2) \frac{\cos(\pi - \alpha) + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)}{\sin(\pi - \alpha) - \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)} = \frac{-\cos \alpha + \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$3) \frac{\sin(\alpha - \pi) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\alpha + \pi) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)} = \frac{-\sin(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)} = \frac{-\sin \alpha \cdot -\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$4) \frac{\sin^2(\pi - \alpha) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin(\pi - \alpha)} \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \cdot (-\operatorname{tg} \alpha) = -\frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{\cos \alpha}.$$

331. Пусть α, β, γ — углы треугольника. Тогда $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

$\sin \gamma = \sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin 180^\circ \cos(\alpha + \beta) - \cos 180^\circ \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta)$, что и требовалось доказать.

$$332. 1) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha; \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{2} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{2} \sin \alpha = \cos \alpha,$$

$$2) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha; \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{2} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{2} \sin \alpha = -\sin \alpha,$$

$$3) \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) = -\sin \alpha; \cos \frac{3\pi}{2} \cos \alpha + \sin \frac{3\pi}{2} \sin \alpha = -\sin \alpha,$$

$$4) \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) = -\cos \alpha; \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) = \sin \frac{3}{2}\pi \cos \alpha - \cos \frac{3}{2}\pi \sin \alpha = -\cos \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$333. 1) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1; \sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin(\pi - x) = 1; \sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} < \pi - \alpha < \pi.$$

$$3) \cos(x - \pi) = 0; \cos(\pi - x) = 0; -\cos x = 0; \cos x = 1; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 1; -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1; \cos x = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$334. 1) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 0$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) &= \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = 0, \text{ что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$

$$2) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = 0$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) &= \cos \frac{\pi}{6} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{6} \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{6} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{6} \sin \alpha = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha = 0, \text{ что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$

336. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; $P(1; 0)$ $\frac{\pi}{2} - \alpha$; $-\frac{\pi}{2} < -\alpha < 0$; $0 < \frac{\pi}{2} - \alpha < \frac{\pi}{2}$. То есть данный угол принадлежит первой четверти. Ответ: I четверть.

2) $\alpha - \pi$; $-\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} - \pi$; $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$. То есть данный угол принадлежит третьей четверти.

Ответ: III четверть.

3) $\frac{\pi}{2} + \alpha$; $\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} + \alpha < \pi$. То есть данный угол принадлежит второй четверти. Ответ: II четверть.

4) $\alpha - \frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \frac{\pi}{2} < 0$. То есть данный угол принадлежит четвертой четверти.

Ответ: IV четверть.

5) $\pi - \alpha$; $-\frac{\pi}{2} < -\alpha < 0$; $\frac{\pi}{2} < \pi - \alpha < \pi$. То есть данный угол принадлежит второй четверти.

Ответ: II четверть.

337. 1) $\cos 3\pi = \cos(2\pi + \pi) = \cos \pi = -1$; $\sin 3\pi = \sin(2\pi + \pi) = \sin \pi = 0$. Ответ: 0; -1.

2) $\sin 4\pi = \sin(2\pi + 2\pi) = \sin 2\pi = 0$; $\cos 4\pi = \cos(2\pi + 2\pi) = \cos 2\pi = 1$. Ответ: 0; 1.

3) $\sin 3,5\pi = \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1$;

$\cos 3,5\pi = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \frac{\pi}{2} = 0$. Ответ: -1; 0.

4) $\sin \frac{5}{2}\pi = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$; $\cos \frac{5}{2}\pi = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$. Ответ: 1; 0.

5) $\sin \pi k = 0$; $\cos \pi k = \begin{cases} 1, n - \text{четное,} \\ -1, n - \text{нечетное.} \end{cases}$ Ответ: 0; 1 или -1.

6) $\sin(2k+1)\pi = 0$; $\cos(2k+1)\pi = -1$. Ответ: 0; -1.

338. 1) $\sin 3\pi - \cos \frac{3\pi}{2} = \sin(2\pi + \pi) - \cos \frac{3\pi}{2} = 0$. Ответ: 0.

2) $\cos 0 - \cos 3\pi + \cos 3,5\pi = 1 - \cos(2\pi + \pi) + \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \cos \pi - \cos \frac{\pi}{2} = 1 - (-1) = 2$.

Ответ: 2.

3) $\sin \pi k + \cos 2\pi k = 1$. Ответ: 1.

4) $\cos \frac{(2k+1)\pi}{2} - \sin \frac{(4k+1)\pi}{2} = -1$. Ответ: -1.

339. 1) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Так как $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то $\cos \alpha < 0$

$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{3}} = -\sqrt{\frac{2}{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$. Ответ: $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

2) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 0$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{-\sqrt{1 - \frac{5}{9}}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. Ответ: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

3) $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Так как $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то $\sin \alpha > 0$

$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$; $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$; $\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$;

$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{8}}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

4) $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\cos \alpha < 0$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = -\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = -\sqrt{\frac{2}{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$. Ответ: $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

340. 1) $5 \sin^2 \alpha + \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha + 5 \cos^2 \alpha = 5 + \sin \alpha$;

$5 \sin^2 \alpha + \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha + 5 \cos^2 \alpha = 5(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = 5 + \sin \alpha$, что и требовалось доказать;

$$2) \operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha - 2 \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha = \cos \alpha - 2;$$

$\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha - 2 \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha - 2^\circ (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos \alpha - 2$, что и требовалось доказать;

$$3) \frac{3}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = 3 \cos^2 \alpha; \quad \frac{3}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = 3 \cdot \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = 3 \cos^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$4) \frac{5}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 5 \sin^2 \alpha; \quad \frac{5}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 5 \cdot \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = 5 \sin^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$341. 1) 2 \sin(-\alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 2 \cos(-\alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -2 \sin \alpha \sin \alpha - 2 \cos \alpha \cos \alpha = -2 \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha = -2.$$

Ответ: -2.

$$2) 3 \sin(\pi - \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 3 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 3 \sin \alpha \sin \alpha + 3 \cos^2 \alpha = 3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = 3.$$

Ответ: 3.

$$3) (1 - \operatorname{tg}(-\alpha))(1 - \operatorname{tg}(\pi + \alpha)) \cos^2 \alpha = (1 + \operatorname{tg} \alpha)(1 - \operatorname{tg} \alpha) \cos^2 \alpha = (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha. \text{ Ответ: } \cos 2\alpha.$$

$$4) (1 + \operatorname{tg}^2(-\alpha)) \left(\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2(-\alpha)} \right) = (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Ответ: $\operatorname{tg}^2 \alpha$.

$$342. 1) \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) = -\cos \alpha - \cos \alpha = -2 \cos \alpha.$$

Если $\cos \alpha = \frac{1}{4}$, то $-2 \cos \alpha = -2 \cdot \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$. Ответ: $-\frac{1}{2}$.

$$2) \sin \alpha \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) = -\sin \alpha - \sin \alpha = -2 \sin \alpha.$$

Если $\sin \alpha = \frac{1}{6}$, то $-2 \sin \alpha = -2 \cdot \frac{1}{6} = -\frac{1}{3}$. Ответ: $-\frac{1}{3}$.

$$343. 1) 2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ = \sin 2 \cdot 75^\circ = \sin 150^\circ = \sin(\pi - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$2) \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ = \cos 2 \cdot 75^\circ = \cos 150^\circ = \cos(\pi - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$3) \sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{4}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{4}.$$

$$4) \sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{4}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{4}.$$

$$344. 1) \cos^2(\pi - \alpha) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha. \text{ Ответ: } \cos 2\alpha.$$

$$2) \frac{\cos^2(2\pi + \alpha) - \sin^2(\alpha + 2\pi)}{2 \cos(\alpha + 2\pi) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha \sin \alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha. \text{ Ответ: } \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

$$3) 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha. \text{ Ответ: } \sin 2\alpha.$$

$$4) \frac{2 \sin(\pi - \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2(\alpha - \pi)} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha. \text{ Ответ: } \operatorname{tg} 2\alpha.$$

$$345. 1) \sin \frac{47\pi}{6} = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

$$2) \operatorname{tg} \frac{25\pi}{4} = \operatorname{tg}\left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$3) \operatorname{ctg} \frac{27\pi}{4} = \operatorname{ctg}\left(6\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} = \operatorname{ctg}\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$4) \cos \frac{21\pi}{4} = \cos\left(5\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$346. 1) \cos \frac{23\pi}{4} - \sin \frac{15\pi}{4} = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}. \text{ Ответ: } \sqrt{2}.$$

$$2) \sin \frac{25\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{10\pi}{3} = \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$3) 3 \cos 3660^\circ + \sin(-1560^\circ) = 3 \cos(20\pi + 60^\circ) - \sin(8\pi + 120^\circ) = 3 \cos 60^\circ - \sin(180^\circ - 60^\circ) = \\ = \frac{3}{2} - \sin 60^\circ = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{3 - \sqrt{3}}{2}.$$

$$4) \cos(-945^\circ) + \operatorname{tg} 1035^\circ = \cos(5\pi + 45^\circ) + \operatorname{tg}(5\pi + 135^\circ) = -\cos 45^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ = -\cos 45^\circ + \\ + \operatorname{tg}(180^\circ - 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = -\frac{1 + \sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1 + \sqrt{2}}{2}.$$

$$347. 1) \sin 3 > \cos 4; \cos 4 = \cos\left(\frac{180}{\pi} \cdot 4\right) \approx \cos 229^\circ < 0; \quad \sin 3 = \sin\left(\frac{180}{\pi} \cdot 3\right) \approx \sin 9^\circ > 0.$$

Значит, $\sin 3 > \cos 4$.

$$2) \cos 0 > \sin 5; \sin 5 = \sin\left(\frac{180}{\pi} \cdot 5\right) \approx \sin 286^\circ = \sin(2\pi - 74^\circ) < 0; \cos 0 = 1.$$

Значит, $\cos 0 > \sin 5$.

$$348. 1) \sin 3,5 \operatorname{tg} 3,5 = \sin 3,5 \cdot \frac{\sin 3,5}{\cos 3,5} = \frac{\sin^2 3,5}{\cos 3,5}.$$

$$\text{Так как } \cos 3,5 = \cos\left(\frac{180}{\pi} \cdot 3,5\right) \approx \cos 200^\circ = -\cos 20^\circ < 0, \text{ то } \frac{\sin^2 3,5}{\cos 3,5} < 0;$$

$$2) \cos 5,01 \sin 0,73$$

$$\cos 5,01 = \cos\left(\frac{180}{\pi} \cdot 5,01\right) \approx \cos 287^\circ = \cos(2\pi - 73^\circ) = \cos 73^\circ > 0;$$

$$\sin 0,73 = \sin\left(\frac{180}{\pi} \cdot 0,73\right) \approx \sin 41^\circ > 0. \text{ Значит, } \cos 5,01 \sin 0,73 > 0;$$

$$3) \frac{\operatorname{tg} 13}{\cos 15}; \operatorname{tg} 13 = \operatorname{tg}\left(\frac{180}{\pi} \cdot 13\right) \approx \operatorname{tg} 745^\circ = \operatorname{tg}(4\pi + 25^\circ) > 0;$$

$$\cos 15 = \cos\left(\frac{180}{\pi} \cdot 15\right) \approx \cos 859^\circ = \cos(4\pi + 139^\circ) = \cos(\pi - 41^\circ) = -\cos 41^\circ < 0. \text{ Значит, } \frac{\operatorname{tg} 13}{\cos 15} < 0.$$

$$4) \sin 1 \cos 2^\circ \operatorname{tg} 3$$

$$\sin 1 = \sin\left(\frac{180}{\pi}\right) \approx \sin 57^\circ > 0;$$

$$\cos 2 = \cos \left(\frac{180}{\pi} \cdot 2 \right)^{\circ} \approx \cos 114^{\circ} = \cos(\pi - 66^{\circ}) = -\cos 66^{\circ} < 0;$$

$$\operatorname{tg} 3 = \operatorname{tg} \left(\frac{180}{\pi} \cdot 3 \right)^{\circ} \approx \operatorname{tg} 172^{\circ} = \operatorname{tg}(\pi - 8^{\circ}) = -\operatorname{tg} 8^{\circ} < 0. \text{ Значит, } \sin 1 \cos 2^{\circ} \operatorname{tg} 3 > 0.$$

$$349. 1) \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{3\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \sin \left(\frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} \right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) \sin 165^{\circ} = \sin(120^{\circ} + 45^{\circ}) = \sin 120^{\circ} \cos 45^{\circ} + \cos 120^{\circ} \sin 45^{\circ} = \sin(\pi - 60^{\circ}) \cos 45^{\circ} + \cos(\pi - 60^{\circ})$$

$$\sin 45^{\circ} = \sin 60^{\circ} \cos 45^{\circ} - \cos 60^{\circ} \sin 45^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{4}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{4}.$$

$$3) \sin 105^{\circ} = \sin(60^{\circ} + 45^{\circ}) = \sin 60^{\circ} \cos 45^{\circ} + \cos 60^{\circ} \sin 45^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} + 1)}{4}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} + 1)}{4}.$$

$$4) \sin \frac{\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{4}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{4}.$$

$$5) 1 - 2 \sin^2 195^{\circ} = 1 - \sin^2 195^{\circ} - \sin^2 195^{\circ} = \cos^2 195^{\circ} - \sin^2 195^{\circ} = \cos 2 \cdot 195^{\circ} = \cos 390^{\circ} = \cos(2\pi + 30^{\circ}) = \cos 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$6) 2 \cos^2 \frac{3\pi}{8} - 1 = \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} - 1 = \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sin^2 \frac{3\pi}{8} = \cos 2 \cdot \frac{3\pi}{8} = \cos \frac{3\pi}{4} = \cos \frac{3\pi}{4} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$350. 1) (1 + \operatorname{tg}(-\alpha))(1 - \operatorname{ctg}(-\alpha)) = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = (1 - \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} =$$

$$= 1 + \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha = 1 + \operatorname{ctg} \alpha - 1 = \operatorname{ctg} \alpha. \text{ Ответ: } \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$2) \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg}(-\alpha)}{\cos \alpha + \sin(-\alpha)} + \frac{\operatorname{tg}(-\alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} =$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)} - \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)} - \frac{1}{\cos \alpha} =$$

$$= \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}. \text{ Ответ: } \frac{1}{\sin \alpha}.$$

$$351. \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi. \text{ Поскольку } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \text{ то } \cos \alpha < 0. \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha};$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{5}{9}} = -\sqrt{\frac{4}{9}} = -\frac{2}{3}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} : \left(-\frac{2}{3} \right) = -\frac{\sqrt{5}}{2}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \quad \sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) = -\frac{4\sqrt{5}}{9};$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \quad \cos^2 \alpha = \left(-\frac{2}{3} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{3} \right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}. \text{ Ответ: } -\frac{2}{3}; -\frac{\sqrt{5}}{2}; -\frac{2}{\sqrt{5}}; -\frac{4\sqrt{5}}{9}; -\frac{1}{9}.$$

$$352. 1) \cos^3 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha \cos \alpha = \cos \alpha \sin \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{1}{2} \sin^2 \alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{4} \sin 4\alpha. \text{ Ответ: } \frac{1}{4} \sin 4\alpha.$$

- 2) $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha} = \frac{\sin \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha(1 + 2 \cos \alpha)}{\cos^2 \alpha + \cos \alpha + \cos^2 \alpha} =$
 $= \frac{\sin \alpha(1 + \cos \alpha)}{2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha(1 + 2 \cos \alpha)}{\cos \alpha(1 \cos \alpha + 1)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha. \text{ Ответ: } \operatorname{tg} \alpha.$
353. 1) $\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{4 \cos \alpha} = \frac{\sin 2\alpha(1 - \cos 2\alpha)}{4 \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha(1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}{4 \cos \alpha} =$
 $= \frac{\sin \alpha(\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}{2} = \frac{\sin \alpha \cdot 2 \sin^2 \alpha}{2} = \sin^3 \alpha. \text{ Ответ: } \sin^3 \alpha.$
- 2) $\frac{2 \cos^2 2\alpha}{\sin 4\alpha \cos 4\alpha + \sin 4\alpha} = \frac{2 \cos^2 2\alpha}{\sin 4\alpha(\cos 4\alpha + 1)} = \frac{2 \cos^2 2\alpha}{2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha(\cos 4\alpha + 1)} =$
 $= \frac{\cos^2 2\alpha}{\sin 2\alpha(\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha + 1)} = \frac{\cos^2 2\alpha}{(\cos^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha) \sin^2 2\alpha} = \frac{\cos^2 2\alpha}{\sin 2\alpha \cdot 2 \cos^2 2\alpha} = \frac{1}{2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha} = \frac{1}{\sin 4\alpha}.$
Ответ: $\frac{1}{\sin 4\alpha}.$
- 3) $\frac{\cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{\cos 2\alpha(1 + \sin 2\alpha)}{2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\cos 2\alpha(1 + \sin 2\alpha)}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} =$
 $= \frac{\cos 2\alpha(1 + \sin 2\alpha)}{-\cos 2\alpha} = -(1 + \sin 2\alpha). \text{ Ответ: } -(1 + \sin 2\alpha).$
- 4) $\frac{(\cos - \sin)^2}{\sin 2\alpha \cos 2\alpha - \cos 2\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos 2\alpha(\sin 2\alpha - 1)} = \frac{1 - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha(\sin 2\alpha - 1)} = -\frac{1}{\cos \alpha}.$
Ответ: $-\frac{1}{\cos \alpha}.$
354. 1) $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} - \sin(\pi - x) = \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} - \sin x = \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} - \sin x = 1 + \sin x - \sin x = 1.$
Ответ: 1.
- 2) $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} + \cos(1,5\pi + x) = \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} + \sin x = \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 + \sin x} + \sin x = 1 - \sin x + \sin x = 1.$
Ответ: 1.
- 3) $\frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} - \sin(1,5\pi + x) = \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} + \cos x = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} + \cos x = 1 - \cos x + \cos x = 1.$
Ответ: 1.
- 4) $\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} + \cos(3\pi - x) = \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} + \cos(\pi - x) = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} - \cos x = 1 + \cos x - \cos x = 1.$
Ответ: 1.
355. 1) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{1}{\cos \alpha \sin \alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha}.$
 Если $\alpha = -\frac{\pi}{12}$, то $\frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 2\left(-\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{2}{-\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{2}{-\frac{1}{2}} = -4. \text{ Ответ: } -4.$
- 2) $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha.$
 Если $\alpha = -\frac{\pi}{8}$, то $2 \operatorname{ctg} 2\alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\left(-\frac{\pi}{8}\right) = -2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -2. \text{ Ответ: } -2.$
- 3) $\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha(\cos \alpha - \sin \alpha) + \sin \alpha(\cos \alpha + \sin \alpha)}{(\cos \alpha + \sin \alpha)(\cos \alpha - \sin \alpha)} =$
 $= \frac{\cos^2 \alpha - \cos \alpha \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos 2\alpha}.$

Если $\alpha = -\frac{\pi}{6}$, то $\frac{1}{\cos 2\alpha} = \frac{1}{\cos 2 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2$. Ответ: 2.

$$\begin{aligned} 4) \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} &= \frac{\sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) (\cos \alpha + \sin \alpha)}{(\cos \alpha + \sin \alpha) (\cos \alpha - \sin \alpha)} = \\ &= \frac{\sin \alpha \cos \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = -\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = -\frac{1}{\cos 2\alpha}. \end{aligned}$$

Если $\alpha = \frac{\pi}{3}$, то $-\frac{1}{\cos 2\alpha} = -\frac{1}{\cos 2 \cdot \frac{\pi}{3}} = -\frac{1}{\cos \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$. Ответ: 2.

$$\begin{aligned} 356. \quad \frac{2 \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) + \cos 2\alpha - 1}{\cos 2\alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha} &= \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha + \cos 2\alpha - 1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha} = \\ &= \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 1}{\sin \alpha \cos \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)} = \\ &= \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha - 2 \sin^2 \alpha}{\sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)} = \frac{2 \sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)}{\sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)} = 2. \end{aligned}$$

Число 2 — константа, не зависит от α , что и требовалось доказать.

$$\begin{aligned} 357. \quad 1) \quad \sin(2x + 3\pi) \sin\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right) - \sin 3x \cos 2x &= -1; \quad \sin(2x + \pi)(-\cos 3x) - \sin 3x \cos 2x = -1; \\ \sin 2x \cos 3x - \sin 3x \cos 2x &= -1; \quad \sin(2x - 3x) = -1; \quad \sin(-x) = -1; \quad \sin x = 1; \end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \text{Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \quad \sin\left(5x - \frac{3\pi}{2}\right) \cos(2x + 4\pi) - \sin(5x + \pi) \sin 2x = 0; \quad \cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x = 0;$$

$$\cos(5x - 2x) = 0; \quad \cos 3x = 0; \quad 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$358. \quad 1) \quad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}, \quad \operatorname{tg} \beta = 2,4; \quad \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{-\frac{3}{4} + 2,4}{1 + \frac{3}{4} \cdot 2,4} = \frac{1,65}{1 + 1,8} = \frac{1,65}{2,8} = \frac{33}{56}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{33}{56}.$$

$$2) \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}, \quad \operatorname{ctg} \beta = -1; \quad \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4};$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta}, \quad \operatorname{tg} \beta = -1; \quad \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{1 - \frac{3}{4} \cdot (-1)}{\frac{3}{4} - 1} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{-\frac{1}{4}} = -7. \quad \text{Ответ: } -7.$$

$$\begin{aligned} 359. \quad 1) \quad 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right)\right) = \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 4\alpha\right) = \cos 4\alpha. \quad \text{Ответ: } \cos 4\alpha. \end{aligned}$$

$$2) \quad 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right)\right) =$$

$$= 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha \right) \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} + 4\alpha \right) = \cos 4\alpha; \text{ Ответ: } \cos 4\alpha.$$

$$\begin{aligned} 3) \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) &= \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right) = \\ &= \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) = \sin 2\alpha. \text{ Ответ: } \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) &= \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \\ &- \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) = \sin 2\alpha. \text{ Ответ: } \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

360. 1) $1 + \cos 2x = 2 \cos x$; $1 + \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos x$; $\cos^2 x + \cos^2 x = 2 \cos x$;
 $2 \cos^2 x - 2 \cos x = 0$; $2 \cos x (\cos x - 1) = 0$; $\cos x = 0$ или $\cos x = 1$;

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } 2\pi n, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}.$$

2) $1 - \cos 2x = 2 \sin x$; $1 - \cos^2 x + \sin^2 x = 2 \sin x$; $\sin^2 x + \sin^2 x = 2 \sin x$;
 $2 \sin^2 x - 2 \sin x = 0$; $2 \sin x (\sin x - 1) = 0$; $\sin x = 0$ или $\sin x = 1$;

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi k \text{ или } \frac{\pi}{2} + 2\pi n, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}.$$

361. 1, 4, 9, 16, 25, ..., n^2 , $(n+1)^2$, ...

1) $a_3 = 9$; $a_6 = 36$; $a_n = n^2$;

2) $a_k = 4$, если $k = 2$; $a_k = 25$, если $k = 5$; $a_k = n^2$, если $k = n$, $a_k = (n+1)^2$, если $k = n+1$.

362. 1) $a_n = 2n + 3$; $a_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5$; $a_2 = 2 \cdot 2 + 3 = 7$; $a_3 = 2 \cdot 3 + 3 = 9$. Ответ: 5; 7; 9.

2) $a_n = 1 + 3n$; $a_1 = 1 + 3 \cdot 1 = 4$; $a_2 = 1 + 3 \cdot 2 = 7$; $a_3 = 1 + 3 \cdot 3 = 10$. Ответ: 4; 7; 10.

3) $a_n = 100 - 10n^2$; $a_1 = 100 - 10 = 90$; $a_2 = 100 - 10 \cdot 2^2 = 60$; $a_3 = 100 - 10 \cdot 3^2 = 10$. Ответ: 90; 60; 10.

4) $a_n = \frac{n-2}{3}$; $a_1 = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3}$; $a_2 = \frac{2-2}{3} = 0$; $a_3 = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$. Ответ: $-\frac{1}{3}$; 0; $\frac{1}{3}$.

5) $a_n = \frac{1}{n}$; $a_1 = \frac{1}{1} = 1$; $a_2 = \frac{1}{2}$; $a_3 = \frac{1}{3}$. Ответ: 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

6) $a_n = -n^3$; $a_1 = -1^3 = -1$; $a_2 = -2^3 = -8$; $a_3 = -3^3 = -27$. Ответ: -1; -8; -27.

364. $a_n = n^2 - 2n - 6$

1) -3. Если -3 является членом последовательности, то $a_n = -3$, n — натуральное число.
 $n^2 - 3n - 6 = -3$; $n^2 - 3n - 3 = 0$; $n_1 = -1$, $n_2 = 3$, $3 \in \mathbb{Z}$.

Значит, -3 является членом последовательности. Ответ: является.

2) 2. Если 2 является членом последовательности, то $a_n = 2$, n — натуральное число.
 $n^2 - 2n - 6 = 2$; $n^2 - 2n - 8 = 0$; $n_1 = 4$, $n_2 = -2$, $4 \in \mathbb{Z}$.

Значит, 2 является членом последовательности. Ответ: является.

3) $a_n = 3$; $n^2 - 2n - 6 = 3$; $n^2 - 2n - 9 = 0$; $n_{1,2} = 1 \pm \sqrt{10}$, $1 \pm \sqrt{10} \notin \mathbb{Z}$.

Значит, 3 не является членом последовательности. Ответ: не является.

4) $a_n = 9$; $n^2 - 2n - 6 = 9$; $n^2 - 2n - 15 = 0$; $n_1 = -3$, $n_2 = 5$, $5 \in \mathbb{Z}$.

Значит, 9 является членом последовательности. Ответ: является.

365. $a_1 = 2$

1) $a_{n+1} = 3a_n + 1$; $a_2 = 3a_1 + 1$; $a_2 = 3 \cdot 2 + 1 = 7$; $a_3 = 3a_2 + 1$; $a_3 = 3 \cdot 7 + 1 = 22$; $a_4 = 3a_3 + 1$;
 $a_4 = 3 \cdot 22 + 1 = 67$. Ответ: 2; 7; 22; 67.

2) $a_{n+1} = 5 - 2a_n$; $a_2 = 5 - 2a_1$; $a_2 = 5 - 2 \cdot 2 = 1$; $a_3 = 5 - 2a_2$; $a_3 = 5 - 2 \cdot 1 = 3$; $a_4 = 5 - 2a_3$;
 $a_4 = 5 - 2 \cdot 3 = -1$. Ответ: 2; 1; 3; -1.

366. $a_n = (n-1)(n+4)$

1) $a_n = 150$; $(n-1)(n+4) = 150$; $n^2 + 4n - n - 4 - 150 = 0$; $n^2 + 3n - 154 = 0$.

Используем формулу $n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Тогда $n_1 = 11$; $n_2 = -14$.

Так как $n \in \mathbb{Z}$, то $n = 11$. Ответ: 11.

$$2) a_n = 104; (n-1)(n+4) = 104; n^2 + 4n - n - 4 - 104 = 0; n^2 + 3n - 108 = 0.$$

Используем формулу $n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Тогда получим $n_1 = 9, n_2 = -12$.

Так как $n \in \mathbb{Z}$, то $n = 9$. Ответ: 9.

$$367. a_{n+1} = \sqrt{a_n}; a_1 = 256; a_2 = \sqrt{a_1}; a_2 = \sqrt{256} = 16; a_3 = \sqrt{a_2}; a_3 = \sqrt{16} = 4; a_4 = \sqrt{a_3}; a_4 = \sqrt{4} = 2.$$

Ответ: 256; 16; 4; 2.

$$368. a_1 = 1$$

$$1) a_{n+1} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_n\right); a_2 = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_1\right); a_2 = \sin \frac{\pi}{2} = 1; a_3 = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_2\right); a_3 = \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

Аналогично $a_4 = 1, a_5 = 1, a_6 = 1$. Ответ: 1; 1; 1; 1; 1; 1.

$$2) a_{n+1} = \cos(\pi a_n); a_2 = \cos(\pi a_1); a_2 = \cos \pi = -1; a_3 = \cos(\pi a_2); a_3 = \cos(-\pi) = \cos \pi = -1.$$

Аналогично $a_4 = -1, a_5 = -1, a_6 = -1$. Ответ: -1; -1; -1; -1; -1; -1.

$$369. a_{n+2} = a_n^2 - a_n + 1; a_1 = 2, a_2 = 3; a_5 = a_3^2 - a_3; a_3 = a_1^2 - a_1; a_3 = 2^2 - 2 = 2; a_4 = a_2^2 - a_2; a_4 = 3^2 - 3 = 6; a_5 = 2^2 - 2 = 2. Ответ: -7.$$

$$370. 1) a_n = -5n + 4$$

$$a_{n+1} = -5(n+1) + 4 = -5n - 5 + 4 = -5n - 1; a_{n-1} = -5(n-1) + 4 = -5n + 5 + 4 = -5n + 9;$$

$$a_{n+5} = -5(n+5) + 4 = -5n - 25 + 4 = -5n - 21. Ответ: -5n - 1; -5n + 9; -5n - 12.$$

$$2) a_n = 2(n-10)$$

$$a_{n+1} = 2(n+1-10) = 2(n-9); a_{n-1} = 2(n-1-10) = 2(n-11);$$

$$a_{n+5} = 2(n+5-10) = 2(n-5). Ответ: 2(n-9); 2(n-11); 2(n-5).$$

$$3) a_n = 2 \cdot 3^{n+1}$$

$$a_{n+1} = 2 \cdot 3^{n+2}; a_{n-1} = 2 \cdot 3^n; a_{n+5} = 2 \cdot 3^{n+6}. Ответ: 2 \cdot 3^{n+2}; 2 \cdot 3^n; 2 \cdot 3^{n+6}.$$

$$4) a_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}; a_{n+1} = 7\left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}; a_{n-1} = 7\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}; a_{n+5} = 7\left(\frac{1}{2}\right)^{n+7}.$$

$$Ответ: 7\left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}; 7\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}; 7\left(\frac{1}{2}\right)^{n+7}.$$

$$372. 1) a_1 = 2, d = 5; a_2 = a_1 + d = 2 + 5 = 7; a_3 = a_2 + d = 7 + 5 = 12; a_4 = a_3 + d = 12 + 5 = 17;$$

$$a_5 = a_4 + d = 17 + 5 = 22. Ответ: 2; 7; 12; 17; 22.$$

$$2) a_1 = -3, d = 2; a_2 = a_1 + d = -3 + 2 = -1; a_3 = a_2 + d = -1 + 2 = 1;$$

$$a_4 = a_3 + d = 1 + 2 = 3; a_5 = a_4 + d = 3 + 2 = 5. Ответ: -3; -1; 1; 3; 5.$$

$$373. 1) a_n = 3 - 4n.$$

Требуется доказать, что разность $a_{n+1} - a_n$ одна и та же для всех n (не зависит от n).

Запишем $(n+1)$ -й член данной последовательности

$$a_{n+1} = 3 - 4(n+1) = 3 - 4n - 4 = -4n - 1.$$

$$Поэтому $a_{n+1} - a_n = -4n - 1 - (3 - 4n) = -4n - 1 - 3 + 4n = -4.$$$

Следовательно, разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n , то есть данная последовательность является арифметической прогрессией.

$$2) a_n = -5 + 2n.$$

Требуется доказать, что разность $a_{n+1} - a_n$ одна и та же для всех n (не зависит от n).

Запишем $(n+1)$ -й член данной последовательности

$$a_{n+1} = -5 + 2(n+1) = -5 + 2n + 2 = 2n - 3. a_{n+1} - a_n = 2n - 3 - (-5 + 2n) = 2n - 5 + 5 - 2n = 2.$$

Следовательно, разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n , то есть данная последовательность является арифметической прогрессией.

$$3) a_n = 3(n+1).$$

Требуется доказать, что разность $a_{n+1} - a_n$ одна и та же для всех n .

$$a_{n+1} = 3(n+1+1) = 3n + 6. a_{n+1} - a_n = 3n + 6 - 3(n+1) = 3n + 6 - 3n - 3 = 3.$$

Следовательно, разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n , то есть данная последовательность является арифметической прогрессией.

$$4) a_n = 2(3 - n).$$

Требуется доказать, что разность $a_{n+1} - a_n$ одна и та же для всех n .

$$a_{n+1} = 2(3 - (n+1)) = 2(3 - n - 1) = 4 - 2n. a_{n+1} - a_n = 4 - 2n - 2(3 - n) = 4 - 2n - 6 + 2n = -2.$$

Следовательно, разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n , то есть данная последовательность является арифметической прогрессией.

374. 1) $a_1 = 2, d = 3$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{15} = a_1 + 14d$; $a_{15} = 2 + 14 \cdot 3 = 44$. *Ответ: 44.*

2) $a_1 = 3, d = 4$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{20} = a_1 + 19d$; $a_{20} = 3 + 19 \cdot 4 = 79$. *Ответ: 79.*

3) $a_1 = -3, d = -2$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{18} = a_1 + 17d$; $a_{18} = -3 + 17 \cdot (-2) = -37$. *Ответ: -37.*

4) $a_1 = -2, d = -4$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{11} = a_1 + 10d$; $a_{11} = -2 + 10 \cdot (-4) = -42$. *Ответ: -42.*

375. 1) 1, 6, 11, 16, ...

$a_1 = 1, a_2 = 6$.

Найдем разность арифметической прогрессии

$d = a_2 - a_1 = 6 - 1 = 5$; $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n = 1 + 5(n-1) = 1 + 5n - 5 = 5n - 4$. *Ответ: $5n - 4$.*

2) 25, 21, 17, 13, ...

$a_1 = 25, a_2 = 21$.

Найдем разность арифметической прогрессии

$d = a_2 - a_1 = 21 - 25 = -4$; $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n = 25 - 4(n-1) = 25 - 4n + 4 = 29 - 4n$. *Ответ: $29 - 4n$.*

3) -4, -6, -8, -10, ...

$a_1 = -4, a_2 = -6$.

Найдем разность арифметической прогрессии

$d = a_2 - a_1 = -6 - (-4) = -2$; $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n = -4 - 2(n-1) = -4 - 2n + 2 = -2n - 2$.

Ответ: $-2n - 2$.

4) 1, -4, -9, -14, ...

$a_1 = 1, a_2 = -4$.

Найдем разность арифметической прогрессии

$d = a_2 - a_1 = -4 - 1 = -5$; $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n = 1 - 5(n-1) = 1 - 5n + 5 = 6 - 5n$. *Ответ: $6 - 5n$.*

376. 44, 38, 32, ...

$a_1 = 44, a_2 = 38$.

Найдем разность арифметической прогрессии

$d = a_2 - a_1 = 38 - 44 = -6$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии

$a_n = a_1 + d(n-1)$; $-22 = 44 - 6(n-1)$; $44 - 6n + 6 = -22$; $6n = 72$; $n = 12$. *Ответ: 12.*

377. -18, -15, -12

$a_1 = -18, a_2 = -15$.

Найдем разность арифметической прогрессии

$d = a_2 - a_1 = -15 - (-18) = 3$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$.

$12 = -18 + 3(n-1)$; $12 = -18 + 3n - 3$; $3n = 33$; $n = 11, n \in \mathbb{Z}$.

Значит, 12 является членом арифметической прогрессии.

Ответ: является.

378. 1, -5, ...

$a_1 = 1, a_2 = -5$.

Найдем разность арифметической прогрессии

$d = a_2 - a_1 = -5 - 1 = -6$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$.

$-59 = 1 - 6(n-1)$; $-59 = 1 - 6n + 6$; $6n = 66$; $n = 11$.

$-46 = 1 - 6(n-1)$; $-46 = 1 - 6n + 6$; $6n = 53$; $n = \frac{53}{6} = 8\frac{5}{6}, n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $n = 1$, не является.

379. 1) $a_1 = 7, a_{16} = 67$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии

$a_n = a_1 + d(n-1)$. $a_{16} = a_1 + 15d$; $67 = 7 + 15d$; $15d = 60$; $d = 4$. *Ответ: 4.*

2) $a_1 = -4, a_9 = 0$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии

$a_n = a_1 + d(n-1)$. $a_9 = a_1 + 8d$; $0 = -4 + 8d$; $8d = 4$; $d = \frac{1}{2}$. *Ответ: $\frac{1}{2}$.*

380. $d = 1,5$ 1) $a_9 = 12$.Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_n = a_1 + d(n-1)$. $a_9 = a_1 + 8d$; $2 = a_1 + 8 \cdot 1,5$; $a_1 = 12 - 12 = 0$. Ответ: 0.2) $a_7 = -4$.Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_n = a_1 + d(n-1)$. $a_7 = a_1 + 6d$; $-4 = a_1 + 6 \cdot 1,5$; $a_1 = -4 - 9 = -13$. Ответ: -13.381. 1) $d = -3$, $a_{11} = 20$.Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$.
 $a_{11} = a_1 + 10d$; $20 = a_1 + 10 \cdot (-3)$; $a_1 = 20 + 30 = 50$. Ответ: 50.2) $a_{21} = -10$, $a_{22} = -5,5$.Найдем разность арифметической прогрессии
 $d = a_{22} - a_{21} = -5,5 - (-10) = 4,5$. Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$.
 $a_{21} = a_1 + 20d$; $-10 = a_1 + 20 \cdot 4,5$; $a_1 = -10 - 90 = -100$. Ответ: -100.382. 1) $a_3 = 13$, $a_6 = 22$.Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_n = a_1 + d(n-1)$. $\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d; \\ a_6 = a_1 + 5d; \end{cases}$ $a_1 = a_3 - 2d$; $a_6 = a_3 - 2d + 5d = a_3 + 3d$; $22 = 13 + 3d$; $3d = 9$; $d = 3$; $13 = a_1 + 2 \cdot 3$; $a_1 = 13 - 6 = 7$; $a_n = 7 + 3(n-1) = 7 + 3n - 3 = 4 + 3n$.Ответ: $3n + 4$.2) $a_2 = -7$, $a_7 = 18$.Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d(n-1)$. $\begin{cases} a_2 = a_1 + d; \\ a_7 = a_1 + 6d; \end{cases}$ $a_1 = a_2 - d$; $a_7 = a_2 - d + 6d = a_2 + 5d$; $18 = -7 + 5d$; $5d = 25$; $d = 5$. $-7 = a_1 + 5$; $a_1 = -7 - 5 = -12$; $a_n = -12 + 5(n-1) = -12 + 5n - 5 = 5n - 17$. Ответ: $5n - 17$.

383. 15, 13, 11, ...

Найдем разность арифметической прогрессии

 $d = a_2 - a_1 = 13 - 15 = -2$.Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d(n-1)$
 $a_n = 15 - 2(n-1) = 15 - 2n + 2 = 17 - 2n$. Так как нам нужно знать n при $a_n < 0$, то $17 - 2n < 0$; $2n > 17$; $n > 8\frac{1}{2}$, т.е. при $n \geq 9$, $a_n < 0$. Ответ: $n \geq 9$.384. $a_1 = -10$, $d = 0,5$, $a < 2$.Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$ $a_n = -10 + 0,5(n-1) < 2$; $-10 + 0,5 - 0,5 < 2$; $0,5n < 12,5$; $n < 25$. Ответ: $n < 25$.385. 1) $a_8 = 126$, $a_{10} = 146$.Воспользуемся формулой $a_n = \frac{a_n - k + a_n + k}{2}$. $a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2}$; $a_9 = \frac{126 + 146}{2} = 136$. $d = a_9 - a_8$, $d = 136 - 126 = 10$. Ответ: 136; 10.2) $a_8 = -64$, $a_{10} = -50$ $a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2}$; $a_9 = \frac{-64 - 50}{2} = -57$. $d = a_9 - a_8$, $d = -57 - (-64) = 7$. Ответ: -57; 7.3) $a_8 = -7$, $a_{10} = 3$ $a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2}$; $a_9 = \frac{-7 + 3}{2} = -2$. $d = a_9 - a_8$, $d = -2 - (-7) = 5$. Ответ: -2; 5.4) $a_8 = 0,5$, $a_{10} = -2,5$ $a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2}$; $a_9 = \frac{0,5 - 2,5}{2} = -1$. $d = a_9 - a_8$, $d = -1 - 0,5 = -1,5$. Ответ: -1; -2,5.386. Из условия задачи следует, что $a_1 = 4,9$ м, $d = 9,8$ м. $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_5 = a_1 + 4d$; $a_5 = 4,9 + 4 \cdot 9,8 = 44,1$ (м). Ответ: 44,1 м.387. Из условия задачи следует, что $a_1 = 15$ мин, $d = 10$ мин, $a_n = 1$ ч. 45 мин = 105 мин. $a_n = a_1 + d(n-1)$; $105 = 15 + 10(n-1)$; $10n - 10 = 90$; $10n = 100$; $n = 10$.

10 дней следует принимать воздушные ванны. Ответ: 10.

388. $a_n + a_k = a_{n-l} + a_{k+l}$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + d(n-1); a_n + a_k = a_1 + d(n-1) + a_1 + d(k-1) = 2a_1 + d(n+k-2);$$

$$a_{n-l} + a_{k+l} = a_1 + d(n-l-1) + a_1 + d(k+l-1) = 2a_1 + d(n+k-2).$$

Тогда $a_n + a_k = a_{n-l} + a_{k+l}$, что и требовалось доказать. $a_{10} + a_5 = a_{10-3} + a_{5+3} = a_7 + a_8 = 30$.

Ответ: 30.

389. $a_n = \frac{a_{n+k} + a_{n-k}}{2}$.

Так как $a_n + a_k = a_{n-l} + a_{k+l}$, то $a_{n+k} + a_{n-k} = a_n + a_n = 2a_n$. $a_{10} + a_{30} = 120$;

$$a_{20} = \frac{a_{10} + a_{30}}{2} = \frac{120}{2} = 60. \text{ Ответ: } 60.$$

390. 1) $a_1 = 1, a_n = 20, n = 50$.

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot n; \quad S_{50} = \frac{1+20}{2} \cdot 50 = 525.$$

Ответ: 525.

2) $a_1 = 1, a_n = 200, n = 100$.

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{100} = \frac{a_1 + a_{100}}{2} \cdot n; \quad S_{100} = \frac{1+200}{2} \cdot 100 = 10\,050.$$

Ответ: 10 050.

3) $a_1 = -1, a_n = -40, n = 20$.

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot n; \quad S_{20} = \frac{-1-40}{2} \cdot 20 = -410.$$

Ответ: -410.

4) $a_1 = 2, a_n = 100, n = 50$.

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot n; \quad S_{50} = \frac{2+100}{2} \cdot 50 = 2550.$$

Ответ: 2550.

391. $a_1 = 2, a_n = 98, d = 1$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$98 = 2 + (n-1); n = 97.$$

$$\text{По формуле } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ находим } S_{97} = \frac{2+98}{2} \cdot 97 = 4850. \text{ Ответ: } 4850.$$

392. $a_1 = 1, a_n = 133, d = 2$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$133 = 1 + 2(n-1); 133 = 1 + 2n - 2; 2n = 143; n = 97.$$

$$\text{По формуле } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ находим } S_{97} = \frac{1+133}{2} \cdot 97 = 4489. \text{ Ответ: } 4489.$$

393. 1) $a_1 = -5, d = 0,5$.

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n-1)$, найдем $a_{12} = a_1 + 11d$

$$a_{12} = -5 + 11 \cdot 0,5 = 0,5.$$

$$\text{По формуле } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ находим } S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12; \quad S_{12} = (-5 + 0,5) \cdot 6 = -27.$$

Ответ: -27.

2) $a_1 = \frac{1}{2}, d = -3$.

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n-1)$, находим $a_{12} = a_1 + 11d$

$$a_{12} = \frac{1}{2} + 11 \cdot (-3) = -32,5. \text{ По формуле } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ находим } S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12;$$

$$S_{12} = \left(\frac{1}{2} - 32,5 \right) \cdot 6 = -192. \text{ Ответ: } -192.$$

394. 1) 9; 13; 17; ...; $n = 11$.

Воспользуемся формулами $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, $a_n = a_1 + d(n - 1)$. Тогда

$$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n; \quad S_{11} = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11 = (a_1 + 5d) \cdot 11.$$

Найдем разность арифметической прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = 13 - 9 = 4. \quad S_{11} = (9 + 5 \cdot 4) \cdot 11 = 319. \quad \text{Ответ: } 319.$$

2) -16; -10; -4; ... $n = 12$.

Воспользуемся формулами $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, $a_n = a_1 + d(n - 1)$. Тогда

$$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n.$$

Найдем разность арифметической прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = -10 - (-16) = 6. \quad S_{12} = \frac{2a_1 + 11d}{2} \cdot 12 = (2a_1 + 11d) \cdot 6; \quad S_{12} = (2 \cdot (-16) + 11 \cdot 6) \cdot 6 = 204.$$

Ответ: 204.

395. 1) 3 + 6 + 9 + ... + 273.

Найдем разность арифметической прогрессии

$$d = a_2 - a_1; \quad d = 6 - 3 = 3. \quad \text{Воспользуемся формулой } a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$273 = 3 + 3(n - 1); \quad 273 = 3 + 3n - 3; \quad 3n = 273; \quad n = 91.$$

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{91} = \frac{3 + 273}{2} \cdot 91 = 12\,558. \quad \text{Ответ: } 12\,558.$$

2) 90 + 80 + 70 + ... + (-60).

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1$; $d = 80 - 90 = -10$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n - 1)$

$$-60 = 90 - 10(n - 1); \quad -60 = 90 - 10n + 10; \quad 10n = 160; \quad n = 16.$$

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{16} = \frac{a_1 + a_{16}}{2} \cdot 16; \quad S_{16} = (90 - 60) \cdot 8 = 240.$$

Ответ: 240.

396. Первое двузначное число $a_1 = 10$, последнее двузначное число $a_n = 99$, $d = 1$.

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, получим

$$99 = 10 + (n - 1); \quad 99 = 10 + n - 1; \quad n = 90.$$

$$\text{По формуле } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ находим } S_n = \frac{10 + 99}{2} \cdot 90 = 109 \cdot 45 = 4905.$$

Первое трехзначное число $a_1 = 100$, последнее трехзначное число $a_n = 999$, $d = 1$.

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, получим $999 = 100 + (n - 1)$; $n = 900$.

$$\text{По формуле } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ находим } S_n = \frac{100 + 999}{2} \cdot 900 = 494\,550. \quad \text{Ответ: } 4905; 494\,550.$$

397. 1) $a_n = 3n + 5$.

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8; \quad a_{50} = 3 \cdot 50 + 5 = 155. \quad S_{50} = \frac{8 + 155}{2} \cdot 50 = 4075. \quad \text{Ответ: } 4075.$$

2) $a_n = 7 + 2n$

$$a_1 = 7 + 2 \cdot 1 = 9; \quad a_{50} = 7 + 2 \cdot 50 = 107.$$

$$\text{Воспользуемся формулой } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot 50; \quad S_{50} = \frac{9 + 107}{2} \cdot 50 = 2900.$$

Ответ: 2900.

398. $a_{n+1} = a_n - 3$

$$a_1 = 7.$$

Найдем разность арифметической прогрессии

$$d = a_{n+1} - a_n = -3.$$

Воспользовавшись формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$, найдем a_9 . $a_9 = a_1 + 8d$; $a_9 = 7 + 8 \cdot (-3) = -17$.

$$\text{По формуле } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_9 = \frac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9 = \frac{7 - 17}{2} \cdot 9 = -45. \text{ Ответ: } -45.$$

399. $a_1 = 3$, $S_n = 75$, $d = 1$.

Воспользуемся формулами $a_n = a_1 + d(n-1)$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n \quad 75 = \frac{2 \cdot 3 + (n-1)}{2} \cdot n;$$

$$(6 + (n-1)) \cdot n = 150; 6n + n^2 - n = 150; n^2 + 5n - 150 = 0.$$

По формуле $n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ находим, что $n_1 = 10$, $n_2 = -15$, $-15 \notin N$. Ответ: 10.

400. 1) $a_1 = 10$, $n = 14$, $S_{14} = 1050$.

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ находим a_n .

$$S_{14} = \frac{a_1 + a_{14}}{2} \cdot 14 = (a_1 + a_{14}) \cdot 7; \quad a_{14} = \frac{S_{14}}{7} - a_1; \quad a_{14} = \frac{1050}{7} - 10 = 140.$$

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n-1)$, находим d .

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}; \quad d = \frac{140 - 10}{13} = 10. \text{ Ответ: } 140; 10.$$

2) $a_1 = 2\frac{1}{3}$, $n = 10$, $S_{10} = 90\frac{5}{6}$.

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ находим a_n .

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = (a_1 + a_{10}) \cdot 5; \quad a_{10} = \frac{S_{10}}{5} - a_1;$$

$$a_{10} = \frac{90\frac{5}{6}}{5} - 2\frac{1}{3} = \frac{545}{30} - \frac{7}{3} = \frac{475}{40} = 15\frac{25}{40} = 15\frac{5}{8}.$$

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим d .

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}; \quad d = \frac{15\frac{5}{8} - 2\frac{1}{3}}{9} = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{95}{6} - \frac{7}{3} \right) = \frac{1}{9} \cdot \frac{81}{6} = \frac{9}{6} = 1,5. \text{ Ответ: } 15\frac{5}{8}; 1,5.$$

401. 1) $a_7 = 21$, $S_7 = 205$.

Используя формулу $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, находим a_1 .

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7; \quad a_1 = \frac{S_7}{3,5} - a_7; \quad a_1 = \frac{205}{3,5} - 21 = 58\frac{4}{7} - 21 = 37\frac{4}{7}.$$

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим d .

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}; \quad d = \frac{21 - 37\frac{4}{7}}{6} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{147}{7} - \frac{263}{7} \right) = \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{116}{7} \right) = -2\frac{16}{21}. \text{ Ответ: } 37\frac{4}{7}; -2\frac{16}{21}.$$

2) $a_{11} = 92$, $S_{11} = 22$.

Используя формулу $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, находим a_1 .

$$S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11; \quad a_1 = \frac{S_{11}}{5,5} - a_{11}; \quad a_1 = \frac{22}{5,5} - 92 = -88.$$

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим d .

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}; \quad d = \frac{92 - (-88)}{10} = 18. \text{ Ответ: } -88; 18.$$

402. Из условия следует, что $a_1 = 12$, $d = -1$, $a_n = 1$. Нужно найти S_n .

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n-1)$, находим n .

$1 = 12 - (n-1)$; $n = 12$ — количество рядов в кладке.

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ находим $S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12$;

$S_{12} = (12 + 1) \cdot 6 = 78$ — бревен в одной кладке. Ответ: 78.

403. $a_3 + a_9 = 8$.

Используем формулу $a_n + a_k = a_{n+l} + a_{k-l}$.

$$a_3 + a_9 = a_{1+2} + a_{11-2} = a_1 + a_{11} = 8.$$

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ находим $S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11$; $S_{11} = \frac{8}{2} \cdot 11 = 44$. Ответ: 44.

404. $S_5 = 65$, $S_{10} = 230$.

Вспользуемся формулой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$. Тогда

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = 2,5(a_1 + a_5); \quad S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = 5(a_1 + a_{10}).$$

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим $a_5 = a_1 + 4d$; $a_{10} = a_1 + 9d$.

Тогда $S_5 = 2,5(2a_1 + 4d) = 5(a_1 + 2d)$; $S_{10} = 5(2a_1 + 9d)$.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 5(a_1 + 2d) = 65; & \begin{cases} a_1 + 2d = 13; \\ 5(2a_1 + 9d) = 230; \end{cases} & \begin{cases} a_1 + 2d = 13; \\ 2a_1 + 9d = 46; \end{cases} & \begin{aligned} a_1 &= 13 - 2d; & 2(13 - 2d) + 9d &= 46; & 26 - 4d + 9d &= 46; \\ 5d &= 20; & d &= 4; & a_1 &= 13 - 2 \cdot 4 = 5. \end{aligned} \end{cases}$$

5d = 20; d = 4; a₁ = 13 - 2 · 4 = 5. Ответ: 5; 4.

405. $S_{12} = 3(S_8 - S_4)$.

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ получим $S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12$;

$$a_n = a_1 + d(n-1); \quad a_{12} = a_1 + 11d; \quad S_{12} = 6(2a_1 + 11d); \quad a_8 = a_1 + 7d; \quad a_4 = a_1 + 3d;$$

$$S_8 = \frac{2a_1 + 7d}{2} \cdot 8 = 4(2a_1 + 7d); \quad S_4 = \frac{2a_1 + 3d}{2} \cdot 4 = 2(2a_1 + 3d).$$

Тогда

$$6(2a_1 + 11d) = 3(4(2a_1 + 7d) - 2(2a_1 + 3d)); \quad 6(2a_1 + 11d) = 6(4a_1 + 14d - 2a_1 - 3d);$$

$6(2a_1 + 11d) = 6(2a_1 + 11d)$, что и требовалось доказать.

407. 1) $b_1 = 12$, $q = 2$; $b_2 = b_1q$, $b_2 = 12 \cdot 2 = 24$; $b_3 = b_2q$, $b_3 = 24 \cdot 2 = 48$; $b_4 = b_3q$, $b_4 = 48 \cdot 2 = 96$;

$$b_5 = b_4q, \quad b_5 = 96 \cdot 2 = 192. \text{ Ответ: } 12; 24; 48; 96; 192.$$

$$2) \quad b_1 = -3, \quad q = -4; \quad b_2 = b_1q, \quad b_2 = 3 \cdot (-4) = 12; \quad b_3 = b_2q, \quad b_3 = 12 \cdot (-4) = -48;$$

$$b_4 = b_3q, \quad b_4 = (-48) \cdot (-4) = 192; \quad b_5 = b_4q, \quad b_5 = 192 \cdot (-4) = -768. \text{ Ответ: } -3; 12; -48; 192; -768.$$

408. 1) $b_n = 3 \cdot 2^n$

Заметим, что $b_n \neq 0$, при всех n . Требуется доказать, что частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ — одно и то же

$$\text{число для всех } n \text{ (не зависит от } n\text{)}. \text{ Получаем } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{3 \cdot 2^{n+1}}{3 \cdot 2^n} = 2.$$

Следовательно, частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n , то есть данная последовательность является геометрической прогрессией.

$$2) \quad b_n = 5^{n+3}.$$

Заметим, что $b_n \neq 0$ при любом n .

Требуется доказать, что частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ — одно и то же для всех n (не зависит от n). Полу-

$$\text{чаем } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{5^{n+4}}{5^{n+3}} = 5.$$

Следовательно, частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n , то есть данная последовательность является геометрической прогрессией.

$$3) b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}.$$

Заметим, что $b_n \neq 0$ при любом n .

Требуется доказать, что частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ — одно и то же для всех n (не зависит от n). Полу-

$$\text{чаем } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}} = \frac{1}{3}.$$

Следовательно, частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n , то есть данная последовательность является геометрической прогрессией.

$$4) b_n = \frac{1}{5^{n-1}}.$$

Заметим, что $b_n \neq 0$ при любом n .

Требуется доказать, что частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ — одно и то же для всех n (не зависит от n). Полу-

$$\text{чаем } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{1}{5^n} : \frac{1}{5^{n-1}} = \frac{5^{n-1}}{5^n} = \frac{1}{5}.$$

Следовательно, частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n , то есть данная последовательность является геометрической прогрессией.

409. 1) $b_1 = 3, q = 10$.

Воспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

Тогда $b_4 = b_1 q^3, b_4 = 3 \cdot 10^3 = 3000$. Ответ: 3000.

$$2) b_1 = 4, q = \frac{1}{2}.$$

Воспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$\text{Тогда } b_7 = b_1 q^6, b_7 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}. \text{ Ответ: } \frac{1}{16}.$$

$$3) b_1 = 1, q = -2.$$

Воспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

Тогда $b_5 = b_1 q^4, b_5 = (-2)^4 = 16$. Ответ: 16.

$$4) b_1 = -3, q = -\frac{1}{3}.$$

Воспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$\text{Тогда } b_6 = b_1 q^5, b_6 = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = -3 \cdot \left(-\frac{1}{243}\right) = \frac{1}{81}. \text{ Ответ: } \frac{1}{81}.$$

410. 1) 4, 12, 36, ...

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{12}{4} = 3$.

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$. Ответ: $4 \cdot 3^{n-1}$.

2) $3, 1, \frac{1}{3}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{1}{3}$.

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$. Ответ: $3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

3) $4, -1, \frac{1}{4}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -\frac{1}{4}$.

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$. Ответ: $4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$.

4) $3, -4, \frac{16}{3}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -\frac{4}{3}$.

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$. Ответ: $3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$.

411. 1) $6, 12, 24, \dots, 192, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{12}{6} = 2$.

Из формулы $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим n .

$b_n = 192; 192 = 6 \cdot 2^{n-1}; 2^{n-1} = 32; n - 1 = 5; n = 6$. Ответ: 6.

2) $4, 12, 36, \dots, 324, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{12}{4} = 3$.

Из формулы $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим n . $b_n = 324; 324 = 4 \cdot 3^{n-1}; 3^{n-1} = 81; 3^{n-1} = 3^4; n - 1 = 4; n = 5$.
Ответ: 5.

3) $625, 125, 25, \dots, \frac{1}{25}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{25}{625} = \frac{1}{5}$.

Из формулы $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим n .

$b_n = \frac{1}{25}; \frac{1}{25} = 625 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}; \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} \cdot 5^4 = \frac{1}{5^2}; 5^{1-n} \cdot 5^4 = 5^{-2}; 5 - n = -2; n = 7$. Ответ: 7.

4) $-1, 2, -4, \dots, 128, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -2$.

Из формулы $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим n .

$b_n = 128; 128 = -1 \cdot (-2)^{n-1}; 2^7 = 2^{n-1}; 7 = n - 1; n = 8$. Ответ: 8.

412. 1) $b_1 = 2, b_3 = 162$.

Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим q . $b_3 = b_1 q^2; 162 = 2 \cdot q^2; q^2 = 81; q_1 = 3, q_2 = -3$.

Ответ: -3; 3.

2) $b_1 = -128, b_7 = -2$.

Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим q . $b_7 = b_1 q^6; -2 = -128 q^6; q^6 = \frac{1}{64}; q_1 = -\frac{1}{2}, q_2 = \frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$.

3) $b_1 = 3, b_4 = 81$.

Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим q .

$b_4 = b_1 q^3; 81 = 3 q^3; q^3 = 27, q = 3$. Ответ: 3.

4) $b_1 = 250, b_4 = -2$.

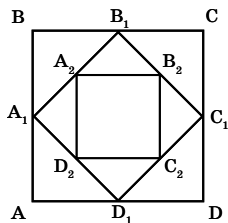
Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим q . $b_4 = b_1 q^3; -2 = 250 q^3; q^3 = -125, q = -5$.

Ответ: -5.

413. 2, 6, 18.

1) Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{6}{2} = 3$.По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим b_8 . $b_8 = b_1 q^7$; $b_8 = 2 \cdot 3^7 = 4374$. Ответ: 4374.2) Используем формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$
 $162 = 2 \cdot 3^{n-1}$; $3^{n-1} = 81$; $n - 1 = 4$; $n = 5$. Ответ: 5.414. 1) $b_8 = \frac{1}{9}$, $b_6 = 81$.Воспользуемся формулой $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$. Тогда получим $b_7 = \sqrt{b_6 \cdot b_8}$, $b_7 = \sqrt{81 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{9} = 3$.Теперь найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_7}{b_6} = 3 : 81 = \frac{1}{27}$.Ответ: 3; $\frac{1}{27}$.2) $b_6 = 9$, $b_8 = 3$.Воспользуемся формулой $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$. Тогда получим $b_7 = \sqrt{b_6 \cdot b_8}$, $b_7 = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$.Теперь найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_7}{b_6}$; $q = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.Ответ: $3\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$.415. 1) $b_4 = 5$, $b_6 = 20$.Воспользуемся формулой $b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$. Тогда получим $b_5 = \pm \sqrt{b_4 \cdot b_6} = \pm \sqrt{5 \cdot 20} = \pm \sqrt{100} = \pm 10$.Найдем знаменатель данной прогрессии $q = \frac{b_5}{b_4}$, $q = \frac{\pm 10}{5} = \pm 2$.Из формулы $b_n = b_1 q^{n-1}$ найдем b_1 . $b_1 = \frac{b_n}{q^{n-1}}$, $b_1 = \frac{b_4}{q^3}$; $b_1 = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$, если $q = 2$; $b_1 = \frac{5}{(-2)^3} = -\frac{5}{8}$, если $q = -2$. Ответ: ± 10 , ± 2 .2) $b_4 = 9$, $b_6 = 4$.Воспользуемся формулой $b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$. $b_5 = \pm \sqrt{b_4 \cdot b_6}$; $b_5 = \pm \sqrt{9 \cdot 4} = \pm 6$.Теперь найдем знаменатель данной прогрессии $q = \frac{b_5}{b_4}$, $q = \frac{\pm 6}{9} = \pm \frac{2}{3}$.Из формулы $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим b_1 . $b_4 = b_1 q^3$.Если $q = \frac{2}{3}$, то $b_1 = \frac{9}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{9 \cdot 27}{8} = \frac{243}{8} = 30 \frac{3}{8}$.Если $q = -\frac{2}{3}$, то $b_1 = \frac{9}{\left(-\frac{2}{3}\right)^3} = -\frac{9 \cdot 27}{8} = -30 \frac{3}{8}$. Ответ: ± 6 , $\pm 30 \frac{3}{8}$.416. Найдем какую сумму вкладчику начислят через 1 год сверх вклада $300\,000 \cdot 1,2 = 360\,000$ (руб.).Тогда в общем через 1 год он может получить $300\,000 + 360\,000 = 660\,000$ (руб.).Аналогично находим сумму вклада через 2 года $660\,000 \cdot 1,2 = 792\,000$ (руб.).Отсюда $660\,000 + 792\,000 = 1\,452\,000$ (руб.). Ответ: 1 425 000 руб.

417.

По условию $ABCD$ — квадрат, $AB = 4$ см, $A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$, ... — тоже квадраты, $BB_1 = B_1C = CC_1 = C_1D_1 = \dots$

Рассмотрим $\triangle A_1BB_1$ ($\angle B = 90^\circ$).

По теореме Пифагора $A_1B_1^2 = A_1B^2 + BB_1^2$; $A_1B = BB_1 = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2$ (см).

Тогда $A_1B_1 = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ (см).

Далее рассмотрим $\triangle A_2B_1B_2$ ($\angle A_2B_1B_2 = 90^\circ$). По теореме Пифагора $A_2B_2^2 = A_2B_1^2 + B_1B_2^2$;

$$A_2B_1 = B_1B_2 = \frac{A_1B_1}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}; \quad A_2B_2 = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2 \text{ (см)}.$$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, $q = \frac{\sqrt{2}}{2}$. То есть последовательность площадей этих квадратов является геометрической прогрессией.

Воспользовавшись формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$, найдем сторону седьмого квадрата.

$$b_7 = b_1 q^6, \quad b_7 = 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^6 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Тогда площадь седьмого квадрата будет равна $S_7 = (b_7)^2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ (см²). Ответ: $\frac{1}{4}$ см².

418. Пусть x инфузorios туфелек было изначально, тогда после первого деления их станет $2x$ штук, а после шестикратного деления — $2^6 x$ штук. Получим уравнение $2^6 x = 320$; $64x = 320$; $x = 5$. Ответ: 5.

419. Пусть b_1, b_2, b_3 — члены геометрической прогрессии. Тогда $b_2^2 = b_1 b_3$, то есть

$$\cos^2 \alpha = (1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \text{ — это верно.}$$

Теперь докажем, что $\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$.

$$\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)}{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)} = \frac{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)}{\cos^2 \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}, \text{ то есть } \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}.$$

Значит, $1 - \sin \alpha$, $\cos \alpha$, $1 + \sin \alpha$ — члены геометрической прогрессии, что и требовалось доказать.

420. 1) $b_1 = \frac{1}{2}$, $q = 2$, $n = 6$.

$$\text{По формуле } S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q} \text{ находим } S_6 = \frac{\frac{1}{2} \cdot (1 - 2^6)}{1 - 2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-63}{-1}\right) = 31,5. \text{ Ответ: } 31,5.$$

- 2) $b_1 = -2$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 5$.

$$\text{По формуле } S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q} \text{ находим } S_5 = \frac{-2 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{2}} = -2 \cdot \frac{\frac{31}{32}}{\frac{1}{2}} = -2 \cdot \frac{31}{16} = -\frac{31}{8} = -3\frac{7}{8}.$$

$$\text{Ответ: } -3\frac{7}{8}.$$

- 3) $b_1 = 1$, $q = -\frac{1}{3}$, $n = 4$

$$\text{По формуле } S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q} \text{ находим } S_4 = \frac{1 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^4\right)}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{80}{81}}{\frac{4}{3}} = \frac{80 \cdot 3}{81 \cdot 4} = \frac{20}{27}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{20}{27}.$$

4) $b_1 = -5$, $q = -\frac{2}{3}$, $n = 5$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ находим $S_5 = \frac{-5 \cdot \left(1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^5\right)}{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)} = -5 \cdot \frac{1 + \frac{32}{243}}{\frac{5}{3}} = -3 \cdot \frac{275}{243} = -\frac{275}{81} = -3 \frac{32}{81}$.

Ответ: $-3 \frac{32}{81}$.

5) $b_1 = 6$, $q = 1$, $n = 200$.

Так как $q = 1$, то прогрессия вырождена. $S_{200} = 6 \cdot 200 = 1200$. Ответ: 1200.

6) $b_1 = -4$, $q = 1$, $n = 100$.

Так как $q = 1$, то прогрессия вырождена. $S_{100} = -4 \cdot 100 = -400$. Ответ: -400.

421. 1) 5, 10, 20, ...

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{10}{5} = 2$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ находим S_7 . $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$; $S_7 = \frac{5 \cdot (1-2^7)}{1-2} = 635$.

Ответ: 635.

2) 2, 6, 18, ...

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{10}{5} = 2$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ находим S_7 . $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$; $S_7 = \frac{2 \cdot (1-3^7)}{1-3} = 3^7 - 1 = 2186$.

Ответ: 2186.

422. 1) $q = 2$, $S_7 = 635$.

Из формулы $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем b_1 .

$S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$; $b_1 = \frac{S_7(1-q)}{1-q^7}$; $b_1 = \frac{635 \cdot (1-2)}{1-2^7} = \frac{635}{2^7-1} = 5$.

Воспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии

$b_n = b_1 q^{n-1}$; $b_7 = b_1 q^6$; $b_7 = 5 \cdot 2^6 = 320$. Ответ: 5; 320.

2) $q = -2$, $S_8 = 85$.

Из формулы $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем b_1 .

$S_8 = \frac{b_1(1-q^8)}{1-q}$; $b_1 = \frac{S_8(1-q)}{1-q^8}$; $b_1 = \frac{85 \cdot (1-(-2))}{1-(-2)^8} = \frac{85 \cdot 3}{-255} = -\frac{3}{3} = -1$.

Воспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии

$b_n = b_1 q^{n-1}$; $b_8 = b_1 q^7$; $b_8 = -1 \cdot (-2)^7 = 128$. Ответ: -1; 128.

423. 1) $S_n = 189$, $b_1 = 3$, $q = 2$.

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$. Тогда $\frac{3 \cdot (1-2^n)}{1-2} = 189$; $1-2^n = -63$; $2^n = 64$;

$2^n = 2^6$; $n = 6$. Ответ: 6.

2) $S_n = 635$, $b_1 = 5$, $q = 2$.

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$. $\frac{5 \cdot (1-2^n)}{1-2} = 635$; $1-2^n = -127$; $2^n = 128$; $2^n = 2^7$;

$n = 7$. Ответ: 7.

3) $S_n = 170$, $b_1 = 256$, $q = -\frac{1}{2}$.

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$. $\frac{256 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = 170$;

$$256 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right) = 255; \quad 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \frac{255}{256}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{256}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \left(-\frac{1}{2}\right)^8; \quad n = 8.$$

Ответ: 8.

4) $S_n = -99, b_1 = -9, q = -2.$

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$

$$\frac{-9(1 - (-2)^n)}{1 - (-2)} = -99; \quad 1 - (-2)^n = 33; \quad (-2)^n = -32; \quad (-2)^n = (-2)^5; \quad n = 5. \text{ Ответ: } 5.$$

424. 1) $b_1 = 7, q = 3, S_n = 847.$ Воспользуемся формулой $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$

$$\frac{7 \cdot (1 - 3^n)}{1 - 3} = 847; \quad 1 - 3^n = -242; \quad 3^n = 243; \quad 3^n = 3^5; \quad n = 5.$$

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ найдем $b_5 = b_1 q^4; b_5 = 7 \cdot 3^4 = 567.$ Ответ: 5; 567.

2) $b_1 = 8, q = 2, S_n = 4088.$

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$

$$\frac{8 \cdot (1 - 2^n)}{1 - 2} = 4088; \quad 1 - 2^n = -511; \quad 2^n = 512; \quad 2^n = 2^9; \quad n = 9.$$

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_9 = b_1 q^8; b_9 = 8 \cdot 2^8 = 2048.$ Ответ: 9; 2048.

3) $b_1 = 2, b_n = 1458, S_n = 2186.$

Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$
 $1458 = 2q^{n-1}; q^{n-1} = 729; q^n = 729q.$

Используя формулу $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, получим $2186 = \frac{2 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}; \quad \frac{1 - q^n}{1 - q} = 1093;$

$$1093(1 - q) = 1 - q^n; \quad 1093 - 1093q = 1 - q^n.$$

Так как $q^n = 729q$, то $1092 - 1093q = -729q; 1092 = 364q; q = 3.$

Тогда $3^n = 729 \cdot 3; 3^{n-1} = 3^6; n - 1 = 6; n = 7.$ Ответ: 7; 3.

4) $b_1 = 1, b_n = 2401, S_n = 2801.$

Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$
 $2401 = q^{n-1}; q^n = 2401q.$

Используя формулу $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, получим $2801 = \frac{1 - q^n}{1 - q}; \quad 2801(1 - q) = 1 - q^n.$

Так как $q^n = 2401q$, то $2801 - 2801q = 1 - 2401q; 2800 = 400q; q = 7.$

Тогда $7^n = 2401 \cdot 7; 7^{n-1} = 2401; 7^{n-1} = 7^4; n - 1 = 4; n = 5.$ Ответ: 5; 7.

425. 1) $1 + 2 + 4 + \dots + 128.$

Сначала требуется найти n — количество слагаемых и q — знаменатель геометрической прогрессии.

$$q = \frac{b_2}{b_1} = 2. \text{ По формуле } b_n = b_1 q^{n-1} \text{ находим } n. \quad 128 = 2^{n-1}; \quad 2^n = 256; \quad 2^n = 2^8; \quad n = 8.$$

Используем формулу $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$ $S_8 = \frac{1 - 2^8}{1 - 2} = 2^8 - 1 = 255.$ Ответ: 255.

2) $1 + 3 + 9 + \dots + 243.$

Сначала требуется найти q — знаменатель геометрической прогрессии и n — количество слагаемых.

$$q = \frac{b_2}{b_1} = 3. \text{ По формуле } b_n = b_1 q^{n-1} \text{ находим } n. \quad 243 = 3^{n-1}; \quad 3^n = 729; \quad 3^n = 3^6; \quad n = 6.$$

Используем формулу $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$ $S_6 = \frac{1 - 3^6}{1 - 3} = \frac{3^6 - 1}{2} = 364.$ Ответ: 364.

3) $-1 + 2 - 4 + \dots + 128.$

Сначала требуется найти q — знаменатель геометрической прогрессии и n — количество слагаемых.

$q = \frac{b_2}{b_1} = -2$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим n . $128 = (-2)^{n-1}; (-2)^n = 256; (-2)^n = (-2)^8; n = 8$.

Используем формулу $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$. $S_8 = \frac{-1 - (-2)^8}{1 - (-2)} = -\frac{1}{3} \cdot (1 - 256) = 85$. *Ответ: 85.*

4) $5 - 15 + 45 - \dots + 405$.

Сначала требуется найти q — знаменатель геометрической прогрессии и n — количество слагаемых.

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-15}{5} = -3.$$

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим n . $405 = 5 \cdot (-3)^{n-1}; (-3)^{n-1}; (-3)^{n-1} = 81; (-3)^{n-1} = (-3)^4; n-1 = 4; n = 5$.

Так как $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то $S_5 = \frac{5 \cdot (1 - (-3)^5)}{1 - (-3)} = \frac{5}{4} \cdot 244 = 5 \cdot 61 = 305$. *Ответ: 305.*

426. 1) $b_2 = 15, b_3 = 25$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_3}{b_2}$; $q = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$.

Тогда $b_1 = \frac{b_2}{q}$, $b_1 = \frac{15}{5/3} \cdot 3 = 9$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим

$$b_5 = b_1 q^4; b_5 = 9 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^4 = 9 \cdot \frac{625}{81} = \frac{625}{9} = 69\frac{4}{9}. \text{ Так как } S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, \text{ то } S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q};$$

$$S_4 = \frac{9 \cdot \left(1 - \left(\frac{5}{3}\right)^4\right)}{1 - \frac{5}{3}} = -13,5 \cdot \left(1 - \frac{625}{81}\right) = 13,5 \cdot \frac{544}{81} = \frac{544}{6} = 90\frac{2}{3}. \text{ Ответ: } 69\frac{4}{9}; 90\frac{2}{3}.$$

2) $b_2 = 14, b_4 = 686, q > 0$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q^2 = \frac{b_4}{b_2}$; $q^2 = \frac{686}{14} = 49; q = 7$, т.к. $q > 0$.

Тогда $b_1 = \frac{b_2}{q}$; $b_1 = \frac{14}{7} = 2$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_5 = b_1 q^4$; $b_5 = 2 \cdot 7^4 = 4802$.

Так как $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то $S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q}$; $S_4 = \frac{2 \cdot (1-7^4)}{1-7} = -\frac{1}{3} \cdot (1-2401) = 800$.

Ответ: 4802; 800.

427. 1) $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Сначала найдем первый и второй члены геометрической прогрессии.

$$b_1 = 3 \cdot 2^{1-1} = 3; b_2 = 3 \cdot 2^{2-1} = 6.$$

Отсюда знаменатель данной прогрессии равен $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{6}{3} = 2$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем S_5 . $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$; $S_5 = \frac{3 \cdot (1-2^5)}{1-2} = -3 \cdot (-31) = 93$.

Ответ: 93.

$$2) b_n = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Сначала найдем первый и второй члены геометрической прогрессии.

$$b_1 = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = -1; b_2 = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}.$$

Отсюда знаменатель данной прогрессии равен $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{1}{2}$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем S_6 .

$$S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q}; \quad S_6 = \frac{-1 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \cdot \left(\frac{1}{64} - 1\right) = -\frac{63}{32} = -1\frac{31}{32}. \quad \text{Ответ: } -1\frac{31}{32}.$$

428. $(x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1) = x^n - 1, n \in \mathbb{Z}, n > 1$

$(x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1) = x^n + x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x - x^{n-1} - x^{n-2} - \dots - x - 1 = x^n - 1$, что и требовалось доказать.

429. 1) $b_3 = 135, S_3 = 195$.

Вспользуемся формулами для n -го члена и суммы геометрической прогрессии.

$$b_n = b_1 q^{n-1}, S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}; \quad b_3 = b_1 q^2; \quad S_3 = \frac{b_1(1-q^3)}{1-q}. \quad \text{Тогда}$$

$$\begin{cases} b_1 q^2 = 135; \\ \frac{b_1(1-q^3)}{1-q} = 195; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 q^2 = 135; \\ \frac{b_1(1-q)(1+q+q^2)}{1-q} = 195; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 q^2 = 135; \\ b_1(1+q+q^2) = 195. \end{cases}$$

Решим систему уравнений методом подстановки. Тогда

$$b_1 + b_1 q + 135 = 195; \quad b_1(1+q) = 60; \quad b_1 = \frac{60}{1+q}; \quad \frac{60q^2}{1+q} = 135; \quad 60q^2 = 135(1+q); \quad 60q^2 - 135q - 135 = 0; \quad 4q^2 - 9q - 9 = 0; \quad q_1 = 3, \quad q_2 = -0,75.$$

$$\text{Если } q_1 = 3, \text{ то } b_1 = \frac{60}{1+3} = 15. \quad \text{Если } q = -0,75, \text{ то } b_1 = \frac{60}{1-0,75} = 240.$$

Ответ: $b_1 = 15, q = 3$ или $b_1 = 240, q = -0,75$.

2) $b_1 = 12, S_n = 372$.

Вспользуемся формулой суммы n первых членов геометрической прогрессии.

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}; \quad S_3 = \frac{b_1(1-q^3)}{1-q} = b_1(1+q+q^2).$$

$$12(1+q+q^2) = 372; \quad q^2 + q + 1 = 31; \quad q^2 + q - 30 = 0.$$

По теореме Виета $q_1 = -6, q_2 = 5$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_3, b_3 = b_1 q^2$.

Если $q = -6$, то $b_3 = 12 \cdot (-6)^2 = 432$. Если $q = 5$, то $b_3 = 12 \cdot 5^2 = 300$.

Ответ: $q = -6, b_3 = 432$ или $q = 5, b_3 = 300$.

430. 1) $b_1 = 1, b_3 + b_5 = 90$.

Вспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_3 = b_1 q^2, b_5 = b_1 q^4; \quad b_1 q^2 + b_1 q^4 = 90.$$

Так как $b_1 = 1$, то $q^4 + q^2 - 90 = 0$. Введем замену $q^2 = x, x > 0$. Тогда $x^2 + x - 90 = 0$.

По теореме Виета $x_1 = 9, x_2 = -10 < 0$. Учитывая замену, получим $q^2 = 9, q_{1,2} = \pm 3$.

Ответ: 3; -3.

2) $b_2 = 3, b_4 + b_6 = 60$.

Вспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_4 = b_1 q^3 = b_2 q^2; \quad b_6 = b_1 q^5 = b_2 q^4; \quad b_2 q^2 + b_2 q^4 = 60; \quad b_2(q^2 + q^4) = 60.$$

Так как $b_2 = 3$, то $q^4 + q^2 - 20 = 0$. Введем замену $q^2 = x, x > 0$. Тогда $x^2 + x - 20 = 0$.

По теореме Виета $x_1 = 4, x_2 = -5 < 0$. Учитывая замену, получим $q^2 = 4, q_{1,2} = \pm 2$.

Ответ: 2; -2.

3) $b_1 - b_3 = 15, b_2 - b_4 = 30$.

Вспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_2 = b_1 q, \quad b_3 = b_1 q^2, \quad b_4 = b_1 q^3. \quad \text{Тогда} \quad \begin{cases} b_1 - b_1 q^2 = 15; & b_1(1 - q^2) = 15; \\ b_1 q - b_1 q^3 = 30; & b_1 q(1 - q^2) = 30. \end{cases}$$

Разделив второе уравнение системы на первое, получим $q = 2$. Тогда $b_1 = \frac{15}{-3} = -5$.

$$\text{По формуле } S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \text{ находим } S_{10}, S_{10} = \frac{b_1(1-q^{10})}{1-q}; \quad S_{10} = \frac{-5 \cdot (1-2^{10})}{1-2} = 5 \cdot (1-1024) = -5115.$$

Ответ: -5115.

4) $b_3 - b_1 = 24$, $b_5 - b_1 = 624$.

Вспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_3 = b_1 q^2, b_5 = b_1 q^4. \text{ Тогда } \begin{cases} b_1 q^2 - b_1 = 24; \\ b_1 q^4 - b_1 = 624; \end{cases} \begin{cases} b_1 (q^2 - 1) = 24; \\ b_1 (q^4 - 1) = 624. \end{cases} \begin{cases} b_1 (q^2 - 1) = 24; \\ b_1 (q^2 - 1)(q^2 + 1) = 624; \end{cases}$$

Разделив второе уравнение системы на первое, получим $q^2 + 1 = 26$; $q^2 = 25$; $q_{1,2} = \pm 5$. Тогда

$$b_1 = \frac{24}{25 - 1} = 1.$$

По формуле $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ находим $S_5 = \frac{b_1(1 - q^5)}{1 - q}$. Если $q = 5$, то $S_5 = \frac{1 - 5^5}{1 - 5} = \frac{-3124}{-4} = 781$.

Если $q = -5$, то $S_5 = \frac{1 - (-5)^5}{1 - (-5)} = \frac{3126}{6} = 521$. Ответ: 781 или 521.

431. 1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{1}{2}$.

Так как $|q| = \frac{1}{2} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{1}{9} : \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

Так как $|q| = \frac{1}{3} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

3) $-81, -27, -9, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{-27}{-81} = \frac{1}{3}$.

Так как $|q| = \frac{1}{3} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

4) $-16, -8, -4, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2}$.

Так как $|q| = \frac{1}{2} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

432. 1) $b_1 = 40$, $b_2 = -20$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{-20}{40} = -\frac{1}{2}$.

Так как $|q| = \frac{1}{2} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

2) $b_7 = 12$, $b_{11} = \frac{3}{4}$.

Вспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_{11} = b_1 q^{10}; b_7 = b_1 q^6; b_{11} = b_7 q^4; \frac{3}{4} = 12 q^4; q^4 = \frac{1}{16}; q^2 = \frac{1}{4}; q_{1,2} = \pm \frac{1}{2}.$$

Так как как $|q| = \frac{1}{2} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

3) $b_7 = -30$, $b_6 = 15$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_7}{b_6}$; $q = \frac{-30}{15} = -2$.

Так как $|q| = 2 > 1$, то геометрическая прогрессия не является бесконечно убывающей.

4) $b_5 = -9$, $b_9 = -\frac{1}{27}$.

Вспользуемся формулой n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_9 = b_1 q^8; b_5 = b_1 q^4; b_9 = b_5 q^4; -\frac{1}{27} = -9q^4; q^4 = \frac{1}{243}; q = \pm \frac{1}{3\sqrt[3]{3}}.$$

Так как как $|q| = \frac{1}{3\sqrt[3]{3}} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

433. 1) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{1}{3}$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} = 1,5$. Ответ: 1,5.

2) $6, 1, \frac{1}{6}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{1}{6}$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{6}{1-\frac{1}{6}} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$. Ответ: $7\frac{1}{5}$.

3) $-25, -5, -1, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{-5}{-25} = \frac{1}{5}$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{-25}{1-\frac{1}{5}} = -\frac{125}{4} = -31\frac{1}{4}$. Ответ: $-31\frac{1}{4}$.

4) $-7, -1, -\frac{1}{7}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$; $q = \frac{1}{7}$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ найдем $S = \frac{-7}{1-\frac{1}{7}} = -\frac{49}{6} = -8\frac{1}{6}$. Ответ: $-8\frac{1}{6}$.

434. 1) $q = \frac{1}{2}$, $b_1 = \frac{1}{8}$. По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$. Ответ: $\frac{1}{4}$.

2) $q = -\frac{1}{3}$, $b_1 = 9$. По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{9}{1+\frac{1}{3}} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$. Ответ: $6\frac{3}{4}$.

3) $q = \frac{1}{3}$, $b_5 = \frac{1}{81}$

Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$, находим b_1 . $b_5 = b_1 q^4$; $b_1 = \frac{b_5}{q^4}$; $b_1 = \frac{\frac{1}{81}}{\left(\frac{1}{3}\right)^4} = 1$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} = 1,5$. *Ответ:* 1,5.

$$4) q = -\frac{1}{2}, b_4 = -\frac{1}{8}.$$

Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$, находим b_1 . $b_4 = b_1 q^3$; $b_1 = \frac{b_4}{q^3}$; $b_1 = \frac{-\frac{1}{8}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} = 1$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$. *Ответ:* $\frac{2}{3}$.

$$435. 1) b_n = 3 \cdot (-2)^n.$$

Найдем $(n+1)$ -й член и знаменатель геометрической прогрессии

$$b_{n+1} = 3 \cdot (-2)^{n+1}; q = \frac{b_{n+1}}{b_n}; q = \frac{3 \cdot (-2)^{n+1}}{3 \cdot (-2)^n} = -2.$$

Поскольку $|q| = 2 > 1$, то геометрическая прогрессия не является бесконечно убывающей. *Ответ:* не является.

$$2) b_n = -3 \cdot 4^n.$$

Найдем $(n+1)$ -й член и знаменатель геометрической прогрессии

$$b_{n+1} = 3 \cdot 4^{n+1}; q = \frac{b_{n+1}}{b_n}; q = \frac{-3 \cdot 4^{n+1}}{-3 \cdot 4^n} = 4.$$

Поскольку $|q| = 4 > 1$, то геометрическая прогрессия не является бесконечно убывающей. *Ответ:* не является.

$$3) b_n = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}. \text{ Найдем } (n+1)\text{-й член и знаменатель геометрической прогрессии}$$

$$b_{n+1} = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n; q = \frac{b_{n+1}}{b_n}; q = \frac{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n}{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}} = -\frac{1}{3}.$$

Поскольку $|q| = \frac{1}{3} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

Ответ: является.

$$4) b_n = 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}. \text{ Найдем } (n+1)\text{-й член и знаменатель геометрической прогрессии}$$

$$b_{n+1} = 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n; q = \frac{b_{n+1}}{b_n}; q = \frac{5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}} = -\frac{1}{2}.$$

Поскольку $|q| = \frac{1}{2} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

Ответ: является.

$$436. 1) 12, 4, \frac{4}{3}, \dots$$

$$\text{Найдем знаменатель данной прогрессии } q = \frac{b_2}{b_1}; q = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим S . $S = \frac{12}{1-\frac{1}{3}} = 18$. *Ответ:* 18.

$$2) 100, -10, 1, \dots$$

$$\text{Найдем знаменатель данной прогрессии } q = \frac{b_2}{b_1}; q = \frac{-10}{100} = -\frac{1}{10}.$$

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим S . $S = \frac{100}{1 + \frac{1}{10}} = \frac{1000}{11} = 90 \frac{10}{11}$. Ответ: $90 \frac{10}{11}$.

437. 1) $q = \frac{1}{2}$, $b_5 = \frac{\sqrt{2}}{16}$.

Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$, находим b_1 . $b_5 = b_1 q^4$; $b_1 = \frac{b_5}{q^4}$; $b_1 = \frac{16}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{\sqrt{2}}{16} \cdot 16 = \sqrt{2}$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$. Ответ: $2\sqrt{2}$.

2) $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $b_4 = \frac{9}{8}$.

Используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$, находим b_1 . $b_4 = b_1 q^3$; $b_1 = \frac{b_4}{q^3}$; $b_1 = \frac{\frac{9}{8}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3} = \frac{9 \cdot 8}{8 \cdot 3\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим

$$S = \frac{\frac{3}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3 \cdot 2}{\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})} = \frac{6}{2\sqrt{3} - \sqrt{3}} = \frac{6(2\sqrt{3} + 3)}{(2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3)} = \frac{6(2\sqrt{3} + 3)}{12 - 9} = \frac{6(2\sqrt{3} + 3)}{3} = 2(2\sqrt{3} + 3) = 4\sqrt{3} + 6.$$

Ответ: $4\sqrt{3} + 6$.

438. $S = 150$.

1) $q = \frac{1}{3}$. Из формулы $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим b_1 . $b_1 = S(1-q)$; $b_1 = 150 \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 150 \cdot \frac{2}{3} = 100$.

Ответ: 100.

2) $b_1 = 75$.

Из формулы $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим q . $q = 1 - \frac{b_1}{S}$; $q = 1 - \frac{75}{150} = 1 - 0,5 = 0,5$. Ответ: 0,5.

439. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots = \frac{1}{3}$.

Это сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем $q = \frac{1}{x^2}$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{x}$.

Воспользуемся формулой $S = \frac{b_1}{1-q}$. $\frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x-1}{x}} = \frac{1}{x-1}$; $x-1=3$; $x=4$. Ответ: 4.

440. $1 + x + x^2 + x^3 + \dots = 1,5$, $0 < x < 1$.

Это сумма геометрической прогрессии (бесконечно убывающей, т.к. $0 < x < 1$) со знаменателем $q = x$.

Воспользуемся формулой $S = \frac{b_1}{1-q}$.

$$1,5 = \frac{1}{1-x}; 1,5(1-x) = 1; 1,5 - 1,5x = 1; 1,5x = 0,5; x = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } \frac{1}{3}.$$

441. $S_5 = -2\frac{29}{32}$, $S = -3$.

Воспользуемся формулами $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $S = \frac{b_1}{1-q}$. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$. $\begin{cases} \frac{b_1(1-q^5)}{1-q} = -2\frac{29}{32} = -\frac{93}{32}; \\ \frac{b_1}{1-q} = -3. \end{cases}$

Разделим первое уравнение системы на второе. $1 - q^5 = \frac{31}{32}$; $q^5 = \frac{1}{32}$; $q = \frac{1}{2}$. Ответ: $\frac{1}{2}$.

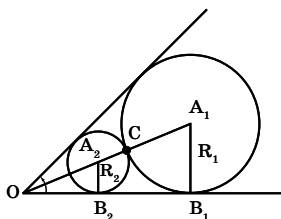
442. Используем формулы $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $S_\infty = \frac{b_1}{1-q}$, $q > 0$, $|q| < 1$, $\begin{cases} \frac{b_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{65}{81}; \\ \frac{b_1}{1-q} = 1. \end{cases}$

$b_1 = 1 - q$; $\frac{b_1(1-q^4)}{b_1} = \frac{65}{81}$; $q^4 = 1 - \frac{65}{81} = \frac{16}{81}$; $q = \frac{2}{3}$; $b_1 = \frac{1}{3}$. Ответ: $\frac{1}{3}$.

443. Высоту получившейся фигуры можно найти с помощью суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, для которой $b_1 = a$, $q = \frac{1}{2}$. $h = S_\infty = \frac{b_1}{1-q} = \frac{a}{1-\frac{1}{2}} = 2a$.

Ответ: $2a$.

444.



Поскольку центры вписанных окружностей лежат на пересечении биссектрис, то OA_1 — биссектриса угла $\angle O$, т.е. $\angle A_1OB_1 = \frac{1}{2}\angle O = 30^\circ$.

Так как OB_1 является касательной к окружностям, то по свойству касательной $OB_1 \perp A_1B$, $OB_1 \perp A_2B_2$, ..., $OB_1 \perp A_nB_n$.

Следовательно, треугольники OB_1A_1 , OB_2A_2 , ..., OB_nA_n — прямоугольные. Для них угол $\angle A_1OB_1$ общий. Значит, треугольники подобны по равному острому углу.

$\Delta A_1OB_1 \sim \Delta A_2OB_2 \sim \dots \sim \Delta A_nOB_n$.

Из ΔA_1OB_1 $OA_1 = \frac{A_1B_1}{\sin \angle A_1OB_1} = \frac{R_1}{\sin 30^\circ} = 2R_1$.

$A_2C = R_2$, $A_1C = R_1$, значит, $A_2A_1 = R_2 + R_1$, а $OA_2 = OA_1 - A_2A_1 = 2R_1 - (R_2 + R_1) = R_1 - R_2$.

Из подобия ΔA_1OB_1 и ΔA_2OB_2 следует, что $\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{OA_1}{OA_2}$;

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{2R_1}{R_1 - R_2}$; $2R_2 = R_1 - R_2$; $R_2 = \frac{1}{3}R_1$.

Аналогично находим, что $R_3 = \frac{1}{3}R_2 = \frac{1}{3^2}R_1$, $R_4 = \frac{1}{3}R_3 = \frac{1}{3^3}R_1$, ..., $R_n = \frac{1}{3^{n-1}}R_1$.

R_1 , R_2 , ..., R_n , ... образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию $\left(b_1 = R_1, q = \frac{1}{3}\right)$, так как с возрастанием номера n члена этой прогрессии приближаются к нулю, $|q| < 1$.

445. 1) Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной дроби.

$b_1 = 0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $b_2 = 0,55 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2}$; $b_3 = 0,555 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{5}{10^3}$.

Видим, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$b_1 = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{10}$. $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{0,5}{1-0,1} = \frac{5}{9}$. $0,(5) = \frac{5}{9}$. Ответ: $\frac{5}{9}$.

- 2) Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной дроби.

$$b_1 = 0,9 = \frac{9}{10}; \quad b_2 = 0,99 = \frac{9}{10} + \frac{9}{10^2}.$$

Данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{0,9}{1-0,1} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

- 3) Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной дроби.

$$b_1 = 0,12 = \frac{12}{100}; \quad b_2 = 0,1212 = \frac{12}{100} + \frac{12}{100^2}; \quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{0,12}{1-0,01} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}. \text{ Ответ: } \frac{4}{33}.$$

- 4) Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной дроби.

$$b_1 = 0,23 = \frac{2}{10} + \frac{3}{10^2}; \quad b_2 = 0,233 = \frac{2}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3};$$

$$0,2 + 5 = \frac{1}{5} + \frac{0,03}{1-0,1} = \frac{1}{5} + \frac{0,3}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{30} = \frac{7}{30}. \text{ Ответ: } \frac{7}{30}.$$

446. 1) $a_n = n(n+3)$; $n=1, a_1 = 1 \cdot (1+3) = 4$; $n=2, a_2 = 2 \cdot (2+3) = 10$; $n=3, a_3 = 3 \cdot (3+3) = 18$.
 Ответ: 4; 10; 18.

2) $a_n = 4^n$; $n=1, a_1 = 4^1 = 4$; $n=2, a_2 = 4^2 = 16$; $n=3, a_3 = 4^3 = 64$. Ответ: 4; 16; 64.

3) $a_n = 5 \cdot 2^n$; $n=1, a_1 = 5 \cdot 2^1 = 10$; $n=2, a_2 = 5 \cdot 2^2 = 20$; $n=3, a_3 = 5 \cdot 2^3 = 40$. Ответ: 10; 20; 40.

4) $a_n = \sin \frac{\pi}{4}$; $n=1, a_1 = \sin \pi = 0$; $n=2, a_2 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$; $n=3, a_3 = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ответ: 0; 1; $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

447. 1) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$; $n=10, a_{10} = \frac{10-1}{10+1} = \frac{9}{11}$; $n=30, a_{30} = \frac{30-1}{30+1} = \frac{29}{31}$. Ответ: $\frac{9}{11}$; $\frac{29}{31}$.

2) $a_n = \frac{n+9}{2n-1}$; $n=10, a_{10} = \frac{10+9}{2 \cdot 10 - 1} = \frac{19}{19} = 1$; $n=30, a_{30} = \frac{30+9}{2 \cdot 30 - 1} = \frac{39}{59}$. Ответ: 1; $\frac{39}{59}$.

3) $a_n = |n-15| - 5$; $n=10, a_{10} = |10-15| - 5 = 0$; $n=30, a_{30} = |30-15| - 5 = 10$. Ответ: 0; 10.

4) $a_n = 10 - |n-20|$; $n=10, a_{10} = 10 - |10-20| = 0$; $n=30, a_{30} = 10 - |30-20| = 0$. Ответ: 0; 0.

448. $a_{n+1} = 1 - 0,5a_n$
 $a_1 = 2$; $a_2 = 1 - 0,5 \cdot a_1 = 1 - 0,5 \cdot 2 = 0$; $a_3 = 1 - 0,5 \cdot a_2 = 1 - 0,5 \cdot 0 = 1$;
 $a_4 = 1 - 0,5 \cdot a_3 = 1 - 0,5 \cdot 1 = 0,5$; $a_5 = 1 - 0,5 \cdot a_4 = 1 - 0,5 \cdot 0,5 = 0,75$;
 $a_6 = 1 - 0,5 \cdot a_5 = 1 - 0,5 \cdot 0,75 = 0,625$; $a_7 = 1 - 0,5 \cdot a_6 = 0,1 - 0,5 \cdot 0,625 = 0,6875$. Ответ: 0,6875.

449. 1) $4, 4\frac{1}{3}, 4\frac{2}{3}, \dots$

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1$, $d = 4\frac{1}{3} - 4 = \frac{1}{3}$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ найдем a_4 и a_5 .

$$a_4 = a_1 + 3d, \quad a_4 = 4 + 3 \cdot \frac{1}{3} = 5; \quad a_5 = a_1 + 4d; \quad a_5 = 4 + 4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}. \text{ Ответ: } \frac{1}{3}; 5; 5\frac{1}{3}.$$

- 2) $3\frac{1}{2}, 3, 2\frac{1}{2}, \dots$

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1$, $d = 3 - 3\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ найдем a_4 и a_5 . $a_4 = a_1 + 3d$, $a_4 = 3\frac{1}{2} + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$;

$$a_5 = a_1 + 4d; \quad a_5 = 3\frac{1}{2} + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} - 2 = 1\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}; 2; 1\frac{1}{2}.$$

- 3) $1, 1 + \sqrt{3}, 1 + 2\sqrt{3}, \dots$

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1$, $d = 1 + \sqrt{3} - 1 = \sqrt{3}$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ найдем a_4 и a_5 . $a_4 = a_1 + 3d$, $a_4 = 1 + 3\sqrt{3}$;

$$a_5 = a_1 + 4d; \quad a_5 = 1 + 4\sqrt{3}. \text{ Ответ: } \sqrt{3}; 1 + 3\sqrt{3}; 1 + 4\sqrt{3}.$$

4) $\sqrt{2}, \sqrt{2} - 3, \sqrt{2} - 6, \dots$

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1, d = \sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} = -3$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n - 1)$ найдем a_4 и a_5 .

$$a_4 = a_1 + 3d, a_4 = \sqrt{2} + 3 \cdot (-3) = \sqrt{2} - 9; a_5 = a_1 + 4d; a_5 = \sqrt{2} + 4 \cdot (-3) = \sqrt{2} - 12.$$

Ответ: $-3; \sqrt{2} - 9; \sqrt{2} - 12$.

450. $a_n = -2(1 - n)$.

Требуется доказать, что разность $a_{n+1} - a_n$ одна и та же для всех n (не зависит от n).
Запишем $(n + 1)$ -й член данной последовательности.

$$a_{n+1} = -2 \cdot (1 - (n + 1)) = -2 \cdot (-n) = 2n; a_{n+1} - a_n = 2n + 2(1 - n) = 2n + 2 - 2n = 2.$$

Следовательно, разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n , то есть данная последовательность является арифметической прогрессией.

451. $a_1 = 6, d = \frac{1}{2}$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n - 1)$ находим $a_5 = a_1 + 4d; a_5 = 6 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 8$. Ответ: 8.

2) $a_1 = -3\frac{1}{3}, d = -\frac{1}{3}$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n - 1)$ находим $a_7 = a_1 + 6d; a_7 = -3\frac{1}{3} + 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{10}{3} - 2 = -\frac{16}{3} = -5\frac{1}{3}$.

Ответ: $-5\frac{1}{3}$.

452. 1) $a_1 = -1, a_2 = 1$.

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1; d = 1 - (-1) = 2$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n - 1); a_{20} = a_1 + 19d; a_{20} = -1 + 19 \cdot 2 = 37$.

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{1} \cdot n$ находим S_{20} .

$$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = (a_1 + a_{20}) \cdot 10; S_{20} = (-1 + 37) \cdot 10 = 360. \text{ Ответ: } 360.$$

2) $a_1 = 3, a_2 = -3$.

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1; d = -3 - 3 = -6$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n - 1); a_{20} = a_1 + 19d; a_{20} = 3 + 19 \cdot (-6) = -111$.

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{1} \cdot n$ находим S_{20} .

$$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = (a_1 + a_{20}) \cdot 10; S_{20} = (3 - 111) \cdot 10 = -1080. \text{ Ответ: } -1080.$$

453. 1) $a_1 = -2, a_n = -60, n = 10$

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{1} \cdot n, S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = (a_1 + a_{10}) \cdot 5; S_{10} = (-2 - 60) \cdot 5 = -310$.

Ответ: -310 .

2) $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = 25\frac{1}{2}, n = 11$.

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{1} \cdot n, S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11 = (a_1 + a_{11}) \cdot 5, 5$;

$$S_{11} = \left(\frac{1}{2} + 25\frac{1}{2}\right) \cdot 5, 5 = 143. \text{ Ответ: } 143.$$

3) $a_1 = -\frac{1}{2}, a_n = 13\frac{1}{2}, n = 8$.

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = (a_1 + a_8) \cdot 4; S_8 = \left(-\frac{1}{2} + 13\frac{1}{2}\right) \cdot 4 = 52$.

Ответ: 52.

4) $a_1 = 48, a_n = 3, n = 11$.

Воспользуемся формулой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$$S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11 = (a_1 + a_{11}) \cdot 5,5; S_{11} = (48 + 3) \cdot 5,5 = 280,5. \text{ Ответ: } 280,5.$$

454. 1) $-38 + (-33) + (-28) + \dots + 12$.

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1, d = -33 + 38 = 5$.

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, найдем n .

$$12 = -38 + 5(n - 1); 50 = 5n - 5; 5n = 55; n = 11.$$

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ найдем S_{11} .

$$S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11 = (a_1 + a_{11}) \cdot 5,5; S_{11} = (-38 + 12) \cdot 5,5 = -143. \text{ Ответ: } -143.$$

2) $-17 + (-14) + (-11) + \dots + 13$.

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1, d = -14 - (-17) = 3$.

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, найдем n .

$$13 = -17 + 3(n - 1); 30 = 3n - 3; 3n = 33; n = 11.$$

По формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ найдем S_{11} .

$$S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11 = (a_1 + a_{11}) \cdot 5,5; S_{11} = (-17 + 13) \cdot 5,5 = -22. \text{ Ответ: } -22.$$

455. 1) $3, 1, \frac{1}{3}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{1}{3}$.

Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_4 = b_1 q^3, b_4 = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{9}; b_5 = b_1 q^4, b_5 = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{27}. \text{ Ответ: } \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}.$$

2) $\frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -\frac{1}{8} : \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$.

Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_4 = b_1 q^3, b_4 = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{32}; b_5 = b_1 q^4, b_5 = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{64}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}; -\frac{1}{32}; \frac{1}{64}.$$

3) $3, \sqrt{3}, 1, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_4 = b_1 q^3, b_4 = 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}; b_5 = b_1 q^4, b_5 = 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^4 = \frac{9}{3^3} = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{1}{3}.$$

4) $5, -5\sqrt{2}, 10, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -\frac{5\sqrt{2}}{5} = -\sqrt{2}$.

Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_4 = b_1 q^3, b_4 = 5 \cdot (-\sqrt{2})^3 = -5 \cdot 2\sqrt{2} = -10\sqrt{2}; b_5 = b_1 q^4, b_5 = 5 \cdot (-\sqrt{2})^4 = 5 \cdot 4 = 20.$$

Ответ: $-\sqrt{2}; -10\sqrt{2}; 20$.

456. $-2, 4, -8, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{4}{-2} = -2$.

Тогда получим $b_n = b_1 q^{n-1}$, $b_n = -2 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^n$. Ответ: $(-2)^n$.

2) $-\frac{1}{2}$, 1, -2, ...

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$.

Тогда получим $b_n = b_1 q^{n-1}$, $b_n = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^{n-2}$. Ответ: $(-2)^{n-2}$.

457. 1) $b_1 = 2$, $q = 2$, $n = 6$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = 2 \cdot 2^5 = 2^6 = 64$. Ответ: 64.

2) $b_1 = \frac{1}{8}$, $q = 5$, $n = 4$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = \frac{1}{8} \cdot 5^3 = \frac{125}{8} = 15\frac{5}{8}$. Ответ: $15\frac{5}{8}$.

3) $b_1 = 5$, $q = -2$, $n = 5$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = 5 \cdot (-2)^4 = 80$. Ответ: 80.

4) $b_1 = -\frac{1}{6}$, $q = -3$, $n = 6$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим $b_n = -\frac{1}{6} \cdot (-3)^5 = 40,5$. Ответ: 40,5.

458. 1) $b_1 = \frac{1}{2}$, $q = -4$, $n = 5$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ находим $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$; $S_5 = \frac{\frac{1}{2} \cdot (1-(-4)^5)}{1-(-4)} = 102,5$.

Ответ: 102,5.

2) $b_1 = 2$, $q = -\frac{1}{2}$, $n = 10$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ находим $S_{10} = \frac{b_1(1-q^{10})}{1-q}$;

$$S_{10} = \frac{2 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{4}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{1024}\right) = \frac{341}{256} = 1\frac{85}{256}. \text{ Ответ: } 1\frac{85}{256}.$$

3) $b_1 = 10$, $q = 1$, $n = 6$.

Так как $q = 1$, то геометрическая прогрессия вырождена $S_6 = b_1 \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60$.

Ответ: 60.

4) $b_1 = 5$, $q = -1$, $n = 9$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ находим $S_9 = \frac{b_1(1-q^9)}{1-q}$; $S_9 = \frac{5 \cdot (1-(-1)^9)}{1-(-1)} = \frac{5}{2} \cdot 2 = 5$.

Ответ: 5.

459. 1) 128, 64, 32, ..., $n = 6$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{64}{128} = 0,5$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем S_6 . $S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q}$; $S_6 = \frac{128 \cdot (1-(0,5)^6)}{1-0,5} = 252$.

Ответ: 252.

2) 162, 54, 18, ..., $n = 5$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{54}{162} = \frac{1}{3}$.

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем S_5 . $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$; $S_5 = \frac{162 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{3}} = 242$.

Ответ: 242.

3) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \dots, n=5.$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 1,5.$

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем $S_5.$

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}; S_5 = \frac{\frac{2}{3} \cdot \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5\right)}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{2 \cdot 4 \cdot \left(1 - \frac{243}{1024}\right)}{3} = 2 \frac{13}{384}. \text{ Ответ: } 2 \frac{13}{384}.$$

4) $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, n=4.$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем $S_4.$

$$S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q}; S_4 = \frac{\frac{3}{4} \cdot \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4\right)}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{3 \cdot 3 \cdot \left(1 - \frac{16}{81}\right)}{4} = 1 \frac{29}{36}. \text{ Ответ: } 1 \frac{29}{36}.$$

5) $-\frac{1}{8}, -\frac{1}{2}, -2, \dots n=4.$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{8}\right) = 4.$

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем $S_4.$

$$S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q}; S_4 = \frac{-\frac{1}{8} \cdot (1-4^4)}{1-4} = -\frac{255}{32} = -8. \text{ Ответ: } -8.$$

6) $-4, 8, -16, \dots, n=5.$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = \frac{8}{-4} = -2.$

По формуле $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ найдем $S_5.$

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}; S_5 = \frac{-4 \cdot (1-(-2)^5)}{1-(-2)} = -\frac{4}{3} \cdot 33 = -44. \text{ Ответ: } -44.$$

460. 1) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$

Так как $|q| < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } \frac{1}{3}.$

2) $-1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{16}, \dots$

Найдем знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1}, q = -\frac{1}{4}.$

Так как $|q| < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

По формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$ находим $S = \frac{-1}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = -\frac{4}{5}. \text{ Ответ: } -\frac{4}{5}.$

461. $a_{n+2} = \frac{a_n + a_{n+1}}{2}, a_1 = -1, a_2 = 3; a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2}, a_3 = \frac{-1+3}{2} = 1; a_4 = \frac{a_2 + a_3}{2}, a_4 = \frac{3+1}{2} = 2;$

$a_5 = \frac{a_3 + a_4}{2}, a_5 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}. \text{ Ответ: } \frac{3}{2}.$

462. $a_1 = 2\frac{1}{2}$, $a_8 = 23\frac{1}{2}$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$.

$a_8 = a_1 + 7d$. Тогда $23\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} + 7d$; $21 = 7d$; $d = 3$. *Ответ:* 3.

463. 1) $a_1 = 5$, $a_3 = 15$.

По формуле $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ находим a_2 . $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$, $a_2 = \frac{5 + 15}{2} = 10$.

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_2 - a_1$, $d = 10 - 5 = 5$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим $a_4 = a_1 + 3d$, $a_4 = 5 + 3 \cdot 5 = 20$;

$a_5 = a_1 + 4d$, $a_5 = 5 + 4 \cdot 5 = 25$. *Ответ:* 5; 10; 15; 20; 25.

2) $a_3 = 8$, $a_5 = 2$.

По формуле $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ находим a_4 . $a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2}$, $a_4 = \frac{8 + 2}{2} = 5$.

Найдем разность арифметической прогрессии $d = a_4 - a_3$, $d = 5 - 8 = -3$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим $a_3 = a_1 + 2d$, $a_1 = a_3 - 2d$, $a_1 = 8 - 2 \cdot (-3) = 14$.

$a_2 = a_1 + d$, $a_2 = 14 - 3 = 11$. *Ответ:* 14; 11; 8; 5; 2.

464. $a_1 = -10$, $a_3 = 5$.

По формуле $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ находим $a_2 = \frac{-10 + 5}{2} = -2,5$. *Ответ:* -2,5.

465. 1) $a_{13} = 28$, $a_{20} = 38$.

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии

$a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{13} = a_1 + 12d$; $a_{20} = a_1 + 19d$; $\begin{cases} a_1 + 12d = 28; \\ a_1 + 19d = 38. \end{cases}$

Вычтем первое уравнение системы из второго $7d = 10$; $d = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$;

$a_1 = 28 - 12 \cdot \frac{10}{7} = 28 - \frac{120}{7} = \frac{76}{7} = 10\frac{6}{7}$;

$a_{19} = a_1 + 18d$; $a_{19} = 10\frac{6}{7} + 18 \cdot 1\frac{3}{7} = \frac{76}{7} + 18 \cdot \frac{10}{7} = \frac{256}{7} = 36\frac{4}{7}$. *Ответ:* $36\frac{4}{7}$; $10\frac{6}{7}$.

2) $a_{18} = -6$, $a_{20} = 6$.

По формуле $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ найдем a_{19} . $a_{19} = \frac{a_{18} + a_{20}}{2}$; $a_{19} = \frac{-6 + 6}{2} = 0$.

Тогда разность арифметической прогрессии будет $d = a_{19} - a_{18}$, $d = 0 - (-6) = 6$.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ найдем a_1 .

$a_{18} = a_1 + 17d$; $a_1 = a_{18} - 17d$; $a_1 = -6 - 17 \cdot 6 = -108$. *Ответ:* 0; -108.

466. 1) $3x$, $\frac{x+2}{2}$, $2x-1$.

Для того чтобы эти числа были последовательными членами арифметической прогрессии нужно, чтобы выполнялось равенство $a_n = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$, то есть $\frac{x+2}{2} = \frac{3x+2x-1}{2}$,

$x+2 = 5x-1$, $4x = 3$, $x = \frac{3}{4}$. *Ответ:* $\frac{3}{4}$.

2) $3x^2$, 2 , $11x$.

Для того чтобы эти числа были последовательными членами арифметической прогрессии нужно, чтобы выполнялось равенство $a_n = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$, то есть $2 = \frac{3x^2 + 11x}{2}$,

$3x^2 + 11x - 4 = 0$; $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -4$. *Ответ:* $\frac{1}{3}$; -4.

467. 1) $\sin(\alpha + \beta)$, $\sin \alpha \cos \beta$, $\sin(\alpha - \beta)$.

Для того чтобы эти числа были последовательными членами арифметической прогрессии нужно, чтобы выполнялось равенство $a_n = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$, то есть

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2};$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{2} = \frac{2 \sin \alpha \cos \beta}{2} = \sin \alpha \cos \beta,$$

что и требовалось доказать.

- 2) $\cos(\alpha + \beta)$, $\cos \alpha \cos \beta$, $\cos(\alpha - \beta)$.

Для того чтобы эти числа были последовательными членами арифметической прогрессии нужно, чтобы выполнялось равенство $a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$, то есть

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2};$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{2} = \frac{2 \cos \alpha \cos \beta}{2} = \cos \alpha \cos \beta,$$

что и требовалось доказать.

- 3) $\cos 2\alpha$, $\cos^2 \alpha$, 1.

Для того чтобы эти числа были последовательными членами арифметической прогрессии нужно, чтобы выполнялось равенство $a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$, то есть $\cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha + 1}{2}$;

$$\cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 1}{2} = \frac{\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{2} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{2} = \cos^2 \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

- 4) $\sin 5\alpha$, $\sin 3\alpha \cos 2\alpha$, $\sin \alpha$.

Для того, чтобы эти числа были последовательными членами арифметической прогрессии нужно, чтобы выполнялось равенство $a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$, то есть

$$\sin 3\alpha \cos 2\alpha = \frac{\sin 5\alpha + \sin \alpha}{2}; \quad \sin 3\alpha \cos 2\alpha = \frac{2 \sin 3\alpha \cos 2\alpha}{2} = \sin 3\alpha \cos 2\alpha,$$

что и требовалось доказать.

468. Последовательные нечетные натуральные числа составляют арифметическую прогрессию $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $S_n = 252$; $d = a_2 - a_1$, $d = 7 - 5 = 2$.

Воспользуемся формулами $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, $a_n = a_1 + d(n - 1)$

$$S = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n \quad (n \in N); \quad 252 = \frac{2 \cdot 5 + 2(n - 1)}{2} \cdot n;$$

$$252 = (5 + (n - 1))n, \quad 252 = 5n + n^2 - n, \quad n^2 + 4n - 252 = 0; \quad x_1 = 14, \quad n_2 = -18 \quad (-18 \notin N).$$

Ответ: 14.

469. 1) $a_1 = 40$, $n = 20$, $S_{20} = -40$.

Из формулы $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ находим a_n .

$$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = (a_1 + a_{20}) \cdot 10; \quad a_{20} = \frac{S_{20}}{10} - a_1; \quad a_{20} = \frac{-40}{10} - 40 = -4 - 40 = -44.$$

Используя формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, находим d .

$$d = \frac{a_n - a_1}{n - 1}, \quad d = \frac{-44 - 40}{20 - 1} = -\frac{84}{19} = -4\frac{8}{19}. \quad \text{Ответ: } -44, -4\frac{8}{19}.$$

- 2) $a_1 = \frac{1}{3}$, $n = 16$, $S_{16} = -10\frac{2}{3}$.

Из формул $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ и $a_n = a_1 + d(n - 1)$ находим d . $S_{16} = \frac{2a_1 + 15d}{2} \cdot 16 = (2a_1 + 15d) \cdot 8$;

$$-10\frac{2}{3} = \left(2 \cdot \frac{1}{3} + 15d\right) \cdot 8; \quad \frac{-3^2}{3} = \frac{16}{3} + 120d, \quad 120d = -16, \quad d = -\frac{2}{15};$$

$$a_{16} = a_1 + 15d, \quad a_{16} = \frac{1}{3} + 15 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}. \quad \text{Ответ: } -1\frac{2}{3}, -\frac{2}{15}.$$

470. 1) $b_1 = 4$, $q = -1$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим b_9 ; $b_9 = b_1 q^8$; $b_9 = 4 \cdot (-1)^8 = 4$. Ответ: 4.

2) $b_1 = 1$, $q = \sqrt{3}$. По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим b_7 ; $b_7 = b_1 q^6$; $b_7 = 1 \cdot (\sqrt{3})^6 = 27$. Ответ: 27.

471. 1) $b_2 = \frac{1}{2}$, $b_7 = 16$.

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ находим q .

$$b_2 = b_1 q, b_7 = b_1 q^6; \begin{cases} b_1 q = \frac{1}{2}; \\ b_1 q^6 = 16; \end{cases} q^5 = 32, q = 2. b_1 = \frac{1}{2}, b_1 = \frac{1}{4}; b_5 = b_1 q^4, b_5 = \frac{1}{4} \cdot 2^4 = 2^2 = 4.$$

Ответ: 4.

2) $b_3 = -3$, $b_6 = -81$.

Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$$b_3 = b_1 q^2, b_6 = b_1 q^5; \begin{cases} b_1 q^2 = -3; \\ b_1 q^5 = -81; \end{cases} q^3 = 27, q = 3.$$

$$b_1 = \frac{-3}{q^2}, b_1 = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}; b_5 = b_1 q^4, b_5 = -\frac{1}{3} \cdot 3^4 = -3^3 = -27. \text{ Ответ: } -27.$$

3) $b_2 = 4$, $b_4 = 1$.

Воспользуемся формулой $b_{n+1} = \pm \sqrt{b_n b_{n+2}}$. $b_3 = \pm \sqrt{b_2 b_4}$, $b_3 = \pm \sqrt{4} = \pm 2$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $q = \frac{b_3}{b_2}$.

Если $b_3 = 2$, то $q = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; если $b_3 = -2$, то $q = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$.

Тогда при $q = \frac{1}{2}$, $b_1 = \frac{b_2}{q}$, $b_1 = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$; при $q = -\frac{1}{2}$, $b_1 = \frac{b_2}{q}$, $b_1 = -8$.

По формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$ найдем b_5 ; $b_5 = b_1 q^4$.

$$1) b_5 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = \frac{1}{2}; 2) b_5 = -8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}.$$

4) $b_4 = -\frac{1}{5}$, $b_6 = -\frac{1}{125}$. По формуле $b_{n+1} = \pm \sqrt{b_n b_{n+2}}$ находим b_5 .

$$b_5 = \pm \sqrt{b_4 b_6}, b_5 = \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right) \left(-\frac{1}{125}\right)} = \pm \sqrt{\frac{1}{625}} = \pm \frac{1}{25}. \text{ Ответ: } \pm \frac{1}{25}.$$

472. $b_1 = 4$, $b_3 = 9$.

По формуле $b_{n+1} = \pm \sqrt{b_n b_{n+2}}$ находим b_2 . $b_2 = \pm \sqrt{b_1 b_3}$, $b_2 = \pm \sqrt{4 \cdot 9} = \pm 6$. Ответ: ± 6 .

473. 1) $b_n = 5^{n+1}$.

Найдем $(n+1)$ -й член и знаменатель геометрической прогрессии.

$b_{n+1} = 5^{n+2}$, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$, $q = \frac{5^{n+2}}{5^{n+1}} = 5$. Так как $|q| = 5 > 1$, то данная прогрессия не является бесконечно убывающей. Ответ: не является.

2) $b_n = (-4)^{n+2}$.

Найдем $(n+1)$ -й член и знаменатель геометрической прогрессии.

$b_{n+1} = (-4)^{n+3}$, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$, $q = \frac{(-4)^{n+3}}{(-4)^{n+2}} = -4$. Так как $|q| = 4 > 1$, то данная прогрессия не является бесконечно убывающей. Ответ: не является.

3) $b_n = \frac{10}{7^n}$.

Найдем $(n+1)$ -й член и знаменатель геометрической прогрессии.

$b_{n+1} = \frac{10}{7^{n+1}}$; $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$, $q = \frac{10}{7^{n+1}} \cdot \frac{7^n}{10} = \frac{1}{7}$. Так как $|q| = \frac{1}{7} < 1$, то данная прогрессия является

бесконечно убывающей. Ответ: является.

$$4) b_n = -\frac{50}{3^{n+3}}.$$

Найдем $(n+1)$ -й член и знаменатель геометрической прогрессии.

$b_{n+1} = -\frac{50}{3^{n+4}}$; $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$; $q = -\frac{50}{3^{n+4}} \cdot \left(-\frac{3^{n+3}}{50}\right) = \frac{1}{3}$. Так как $|q| = \frac{1}{3} < 1$, то данная прогрессия является бесконечно убывающей. *Ответ:* является.

$$474. 1) b_2 = -81, S_2 = 162.$$

Поскольку $b_1 + b_2 = S_2$, то $b_1 = S_2 - b_2$. А так как $q = \frac{b_2}{b_1}$, то $q = \frac{b_2}{S_2 - b_2}$,

$$q = \frac{-81}{162 - (-81)} = -\frac{81}{243} = -\frac{1}{3}.$$

Так как $|q| = \frac{1}{3} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

$$2) b_2 = 33, S_2 = 67.$$

Поскольку $b_1 + b_2 = S_2$, $q = \frac{b_2}{b_1}$, то $b_1 = S_2 - b_2$, $q = \frac{b_2}{S_2 - b_2}$, $q = \frac{33}{67 - 33} = \frac{33}{34}$.

Так как $|q| = \frac{33}{34} < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

$$3) b_1 + b_3 = 130, b_1 - b_3 = 120.$$

Сложив два уравнения, получим $2b_1 = 250$, $b_1 = 125$.

Вычтем из первого уравнения второе. Тогда получим $2b_3 = 10$, $b_3 = 5$.

По формуле $b_{n+1} = \pm\sqrt{b_n b_{n+2}}$ находим b_2 . $b_2 = \pm\sqrt{b_1 b_3}$, $b_2 = \pm\sqrt{125 \cdot 5} = \pm\sqrt{625} = \pm 25$.

Найдем знаменатель геометрической прогрессии. $q = \frac{b_2}{b_1}$, $q = \frac{\pm 25}{125} = \pm 0,2$.

Так как $|q| = 0,2 < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

$$4) b_2 + b_4 = 68, b_2 - b_4 = 60.$$

Сложив два уравнения, получим $2b_2 = 128$, $b_2 = 64$.

Вычтем из первого уравнения второе. Тогда получим $2b_4 = 8$, $b_4 = 4$.

По формуле $b_{n+1} = \pm\sqrt{b_n b_{n+2}}$ находим b_3 . $b_3 = \pm\sqrt{b_2 b_4}$, $b_3 = \pm\sqrt{64 \cdot 4} = \pm 16$.

Теперь можем найти знаменатель геометрической прогрессии.

$$q = \frac{b_3}{b_2}, q = \frac{\pm 16}{64} = \pm 0,25.$$

Так как $|q| = 0,25 < 1$, то геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, что и требовалось доказать.

$$475. \text{Время пребывания на солнце в каждый день составляет арифметическую прогрессию, где } a_1 = 5, d = 5, a_n = 10.$$

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ найдем n . $40 = 5 + 5(n-1)$, $35 = 5n - 5$, $5n = 40$, $n = 8$.

То есть отдыхающий загорал 8 дней. Время его пребывания на солнце будет равно 40 мин в среду, через неделю после начала загорания. *Ответ:* в среду.

$$476. \text{В сутках 24 часа. Значит, 24 раза кукушка кукукнет 1 раз. Часы показывают от 1 до 12. За сутки часовая стрелка обходит 2 круга. Так как кукушка кукует каждый час столько раз, каково время от 1 до 12, то имеет сумму арифметической прогрессии, где}$$

$$a_1 = 1, a_{12} = 12; S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = (a_1 + a_{12}) \cdot 6.$$

Всего получим $24 + 2S_{12} = 24 + 2 \cdot 6(a_1 + a_{12}) = 24 + 12 \cdot (1 + 12) = 24 + 156 = 180$ (раз).

Ответ: 180 раз.

$$477. a_1 + a_2 + a_3 = 15, a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 80.$$

Выразим a_2 и a_3 через a_1 и d с помощью формулы для n -го члена арифметической прогрессии. $a_2 = a_1 + d$, $a_3 = a_1 + 2d$.

Тогда получим систему уравнений:
$$\begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 15; \\ a_1(a_1 + d)(a_1 + 2d) = 80; \end{cases}$$

$3a_1 + 3d = 15; a_1 + d = 5; a_1 = 5 - d; 5(5 - d)(5 + d) = 80; (25 - d^2) = 16; d^2 = 9; d_1 = -3, d_2 = 3; a_1 = 2, a_2 = 8.$

Ответ: 2 и -3 или 8 и 3.

478.
$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 0; \\ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 50. \end{cases}$$

Выразим a_2 и a_3 через a_1 и d с помощью формулы для n -го члена арифметической прогрессии.
 $a_2 = a_1 + d; a_3 = a_1 + 2d; a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 0; 3a_1 + 3d = 0; a_1 = -d;$

$$a_1^2 + (a_1 + d)^2 + (a_1 + 2d)^2 = 50; a_1^2 + d^2 = 50; 2d^2 = 50; d^2 = 25;$$

$$1) d = -5 \quad a_1 = 5 \quad 2) d = 5 \quad a_2 = -5. \text{ Ответ: } 5 \text{ и } -5 \text{ или } -5 \text{ и } 5.$$

479. $b_n^2 = b_{n+k} b_{n-k}.$

Воспользовавшись формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$ для n -го члена геометрической прогрессии, получим

$$b_n^2 = b_1^2 q^{2(n-1)}; b_{n+k} = b_1 q^{n+k-1}; b_{n-k} = b_1 q^{n-k-1}$$

$b_1^2 q^{2(n-1)} = b_1 q^{n+k-1} b_1 q^{n-k-1}; q^{2(n-1)} = q^{(n+k-1) + (n-k-1)}; q^{2n-2} = q^{2n-2}, 2n-2 = 2n-2$, т.е. данное равенство справедливо, что и требовалось доказать. $b_7^2 = b_8 b_{11}; b_7^2 = 225; b_7 = \pm 15.$ Ответ: -15 или 15.

480. $b_n b_k = b_{n+i} b_{k-i}.$

Воспользовавшись формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$ для n -го члена геометрической прогрессии, получим

$$b_k = b_1 q^{k-1}; b_{n+i} = b_1 q^{n+i-1}; b_{k-i} = b_1 q^{k-i-1}$$

$$b_1 q^{n-1} b_1 q^{k-1} = b_1 q^{n+i-1} b_1 q^{k-i-1}; q^{n-1} q^{k-1} = q^{n+i-1} q^{k-i-1}; q^{n-1+k-1} = q^{n+i-1+k-i-1}; q^{n+k-2} = q^{n+k-2};$$

$$b_1 b_7 = b_{1+2} b_{7-2} = b_3 b_5 = 72. \text{ Ответ: } 72.$$

481. Поскольку каждая дрожжевая клетка делится на 2 части, то после первого деления будет 2а клеток, после десятого будет $2^{10}a = 10\,240$. Ответ: 10 240.

482. Из условия задачи следует, что до первой встречи велосипедиста и пешехода прошел 1 час после начала движения, до второй встречи — $\left(1 + \frac{2}{3}\right)$ часа после начала движения, до третьей — $\left(1 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\right)$ часа после начала движения и т.д. Видим, что временные интервалы образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию $\left(b_1 = 1, q = \frac{2}{3}\right).$

Время, потраченное пешеходом на весь путь, это $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = 3$ (ч). Ответ: 3 часа.

484. 1)
$$\begin{array}{r} x^3 - 10x^2 + 26x - 15 \Big| x - 3 \\ x^3 - 3x^2 \\ \hline -7x^2 + 26x \\ -7x^2 + 21x \\ \hline 5x - 15 \\ 5x - 15 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{Ответ: } x^2 - 7x + 5.$$

$$\begin{array}{r} -7x^2 + 26x \\ -7x^2 + 21x \\ \hline 5x - 15 \\ 5x - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} -x^3 - 5x^2 + x + 14 \Big| -x^2 - 3x + 7 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -3x^2 + x \\ -3x^2 - 6x \\ \hline 7x + 14 \\ 7x + 14 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{Ответ: } -x^2 - 3x + 7.$$

$$\begin{array}{r} -3x^2 + x \\ -3x^2 - 6x \\ \hline 7x + 14 \\ 7x + 14 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{l} x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 5x - 4 \\ x^4 + 4x^3 \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 4 \\ x^3 - x^2 - x - 1 \end{array} \right. \quad \text{Ответ: } x^3 - x^2 - x - 1.$$

$$\begin{array}{r} -x^3 - 5x^2 \\ -x^3 - 4x^2 \\ \hline -x^2 - 5x \\ -x^2 - 4x \\ \hline -x - 4 \\ -x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$4) \begin{array}{l} 2x^4 - x^3 + x^2 - x - 5 \\ 2x^4 + 2x^3 \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 1 \\ 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5 \end{array} \right. \quad \text{Ответ: } 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5.$$

$$\begin{array}{r} -3x^3 + x^2 \\ -3x^3 - 3x^2 \\ \hline 4x^2 - x \\ 4x^2 + 4x \\ \hline -5x - 5 \\ -5x - 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$485. 1) 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 = 0.$$

Среди делителей числа 6 находим целый корень уравнения 2.

$$2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 = (x - 2)M_2(x).$$

$$\begin{array}{l} 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 \\ 2x^3 - 4x^2 \end{array} \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ 2x^2 - 5x - 3 \end{array} \right. \quad M_2(x) = -2x^2 - 5x - 3; -2x^2 - 5x - 3 = 0;$$

$$\begin{array}{r} -5x^2 + 7x \\ -5x^2 + 10x \\ \hline -3x + 6 \\ -3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -\frac{1}{2}. \quad \text{Ответ: } 2; 3; -\frac{1}{2}.$$

$$486. 1) \begin{cases} x + y = -1; \\ xy = -72. \end{cases}$$

По теореме, обратной теореме Виета, находим $x_1 = -9, y_1 = 8; x_2 = 8, y_2 = -9$.

Ответ: $(-9; 8), (8; -9)$.

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 50; \\ xy = 25. \end{cases} \quad 2xy = 50; \quad x^2 + y^2 + 2xy = 100; \quad (x + y)^2 = 100.$$

$$1) \begin{cases} x + y = 10; \\ xy = 25; \end{cases} \quad x = 5, y = 5. \quad 2) \begin{cases} x + y = -10; \\ xy = 25; \end{cases} \quad x = -5, y = -5. \quad \text{Ответ: } (5; 5), (-5; -5).$$

$$487. 1) \sqrt[3]{7 \frac{19}{32}} = \sqrt[3]{\frac{243}{32}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^5} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}; \quad 2) \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3};$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{8b^6}{349a^9}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2b^2}{7a^3}\right)^3} = \frac{2b^2}{7a^3}; \quad 4) \sqrt[4]{\frac{16x^8}{81y^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2x^2}{3y}\right)^4} = \frac{2x^2}{3y}.$$

$$488. 1) (3\sqrt{20} + 7\sqrt{15} - \sqrt{5}) : \sqrt{5} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{5} + 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \cdot (6 + 7\sqrt{3} - 1)}{5} = 5 + 7\sqrt{3};$$

$$2) (\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{56}) : \sqrt[3]{7} = \frac{(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{8})}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{7} \cdot (1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{8})}{\sqrt[3]{7}} = 3 - \sqrt[3]{2};$$

$$3) 2\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{6} - 3\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{4 \cdot \frac{3}{2}} + \sqrt{6} - \sqrt{9 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{6} = \sqrt{6};$$

$$4) 7\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{7} + 0,5\sqrt{343} = 7\sqrt{\frac{7}{4}} - \sqrt{7} + \frac{1}{2}\sqrt{49 \cdot 7} = \frac{7}{2}\sqrt{7} - \sqrt{7} + \frac{7}{2}\sqrt{7} = 6\sqrt{7}.$$

489. 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{\sqrt{5}}{3}}$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\sqrt{5}}{3}}$. Эта пара равносильна $3^{\frac{\sqrt{5}}{3}}$ и $2^{\frac{\sqrt{5}}{3}}$. Поскольку $\frac{\sqrt{5}}{3} > 0$, $3 > 2$, то $3^{\frac{\sqrt{5}}{3}} > 2^{\frac{\sqrt{5}}{3}}$.

2) $(0,2)^{\sqrt{2}}$ и $(0,37)^{\sqrt{2}}$. Поскольку $\sqrt{2} > 0$, $0,3 < 0,37$, то $(0,3)^{\sqrt{2}} < (0,37)^{\sqrt{2}}$.

490. 1) $\sqrt{9a^2b} = \sqrt{(3a)^2b} = 3|a|\sqrt{b} = -3|a|\sqrt{b}$ ($b > 0$, $a < 0$);

2) $\sqrt{25a^2b^3} = \sqrt{(5ab)^2b} = 5ab\sqrt{b}$ ($a > 0$, $b > 0$);

3) $\sqrt{8a^3b^5} = \sqrt{2ab(2ab^2)^2} = 2ab^2\sqrt{2ab}$ ($a < 0$, $b < 0$);

4) $\sqrt{121a^3b^3} = \sqrt{ab(11ab)^2} = 11ab\sqrt{ab}$ ($a < 0$, $b < 0$).

491. 1) $x\sqrt{5} = \sqrt{5x^2}$ ($x \geq 0$); 2) $x\sqrt{3} = -\sqrt{3x^2}$ ($x < 0$); 3) $-a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}$ ($a \geq 0$); 4) $-a\sqrt{5} = \sqrt{5a^2}$ ($a < 0$).

492. 1) $x^{\frac{1}{2}} = 2$; $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2^2$; $x = 4$. Ответ: 4. 2) $x^{-\frac{1}{2}} = 3$; $\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2} = 3^{-2}$; $x = \frac{1}{9}$. Ответ: $\frac{1}{9}$.

3) $x^{-3} = 8$; $x^3 = \frac{1}{8}$; $x = \frac{1}{2}$. Ответ: $\frac{1}{2}$. 4) $x^{\frac{5}{2}} = 0$; $x = 0$. Ответ: 0.

493. $y = -\frac{25}{x}$

1) $A(\sqrt{5}; -5\sqrt{5})$; $y = -\frac{25}{\sqrt{5}} = -5\sqrt{5}$. Ответ: принадлежит графику.

2) $B(-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2})$; $y = \frac{-25}{-5\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \neq 5\sqrt{2}$. Ответ: не принадлежит графику.

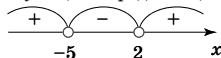
494. $y = \sqrt{1-2x}$

1) $C\left(\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $y = \sqrt{1-2 \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ответ: принадлежит.

2) $D\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$; $y = \sqrt{1-2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2} \neq 1$. Ответ: не принадлежит.

495. 1) $y = \sqrt{-x^2 - 3x + 10}$

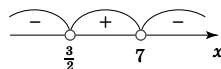
Функция определена, когда $-x^2 - 3x + 10 \geq 0$; $x^2 + 3x - 10 \geq 0$; $(x-2)(x+5) \geq 0$;



Ответ: $x \leq -5$; $x \geq 2$.

2) $y = \sqrt[3]{\frac{x-7}{3-2x}}$.

Функция определена при $\begin{cases} \frac{x-7}{3-2x} \geq 0; \\ \frac{x-7}{3-2x} \neq 0. \end{cases}$ $x \neq \frac{3}{2}$; $\frac{3}{2} < x \leq 7$.



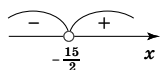
Ответ: $\frac{3}{2} < x \leq 7$.

3) $y = \sqrt[3]{\frac{2x+15}{6}}$.

Функция определена при $6-x \neq 0$, $x \neq 6$. Ответ: $x \neq 6$.

$$4) y = \sqrt{\frac{2x+15}{6}}.$$

Функция определена при $\frac{2x+15}{6} \geq 0$. $x > -7\frac{1}{2}$.



Ответ: $x > -7\frac{1}{2}$.

$$5) y = \sqrt[3]{\frac{x}{0,5x+1}}.$$

Функция определена при $0,5x+1 \neq 0$, $x \neq -2$. Ответ: $x \neq -2$.

$$6) y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-4}.$$

Функция определена при $\begin{cases} x \geq 0; \\ x^2-4 \neq 0; \end{cases} 0 \leq x < 2, x > 2$.

496. 1) $y = x^2 + 6x + 10$.

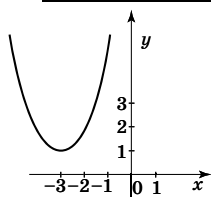
1°. Область определения функции — все действительные числа.

2°. Найдем координаты вершины параболы.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} = -3; y = (-3)^2 - 6 \cdot 3 + 10 = 1.$$

3°.

x	-2	-1	0
y	2	5	10



4°. Функция убывает при $x < -3$, возрастает при $x > -3$.

Не является ни четной, ни нечетной.

2) $y = -x^2 - 7x - 6$.

1°. Область определения функции — все действительные числа.

2°. Найдем координаты вершины параболы.

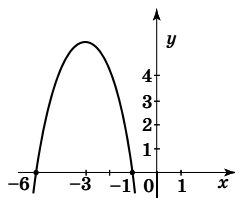
$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{7}{2} = -3,5; y = -(-3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 - 6 = 6,25.$$

3°. Найдем координаты точек пересечения графика с осью OX.

$$y = 0; -x^2 - 7x - 6 = 0; x_1 = -6; x_2 = -1.$$

4°.

x	-5	-4	-3	-2
y	4	6	6	4



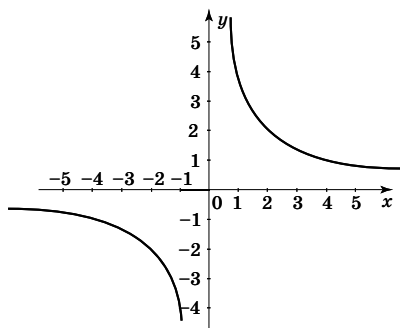
5°. Функция возрастает при $x < -3,5$, убывает при $x > -3,5$.

Не является ни четной, ни нечетной.

$$3) y = \frac{4}{x}$$

1°. Область определения — все действительные числа, кроме $x = 0$.

2°. x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1

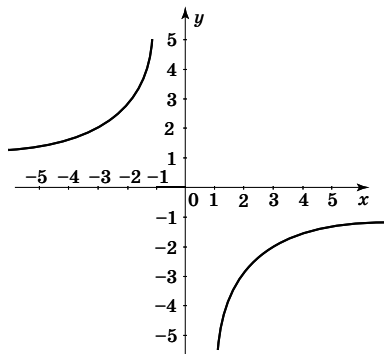


3°. Функция убывает при $x \neq 0$. Функция является нечетной.

$$4) y = -\frac{6}{x}.$$

1°. Область определения — все числа, кроме $x = 0$.

2°. x	-6	-3	-1	1	3	6
y	1	2	6	-6	-2	-1



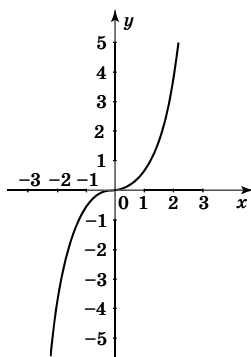
3°. Функция возрастает при $x \neq 0$. Является нечетной.

$$5) y = \frac{x^3}{2}.$$

1°. Область определения — все действительные числа.

2°. Найдем точки пересечения с осью X : $y = 0$ при $x = 0$.

3°. x	-2	-1	1	2
y	-4	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	4



4°. Функция возрастает при $x \in \mathbb{R}$. Является нечетной функцией.

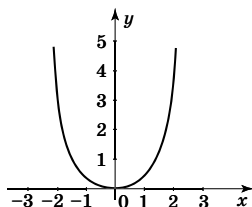
6) $y = \frac{1}{4}x^4$

1°. Область определения — все действительные числа.

2°. График пересекает ось X в точке $y = 0, x = 0$.

3°.

x	-2	-1	1	2
y	4	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	4



4°. Функция убывает при $x < 0$, возрастает при $x > 0$. Является четной функцией.

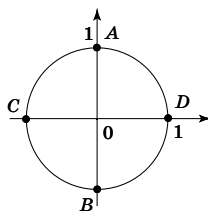
497. $P(1; 0)$

1) $A(0; 1) \alpha = \frac{\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2};$

2) $B(0; -1) \alpha = -\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2};$

3) $C(-1; 0) \alpha = \pi; -\pi; 3\pi;$

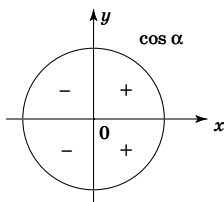
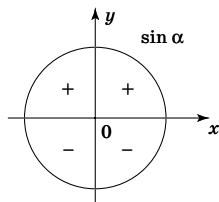
4) $D(1; 0) \alpha = 0; 2\pi; -2\pi.$



498.
$$\frac{2 \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} - 2 \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{6} - 2 \sin \frac{\pi}{4}} = -1.$$

499. 1) $\sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{4\pi}{5} \cos \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{5} \sin \left(\pi - \frac{\pi}{5} \right) \cos \frac{\pi}{6}.$

Известно, что синус и косинус в разных четвертях координатной плоскости принимают следующие значения:



Исходя из этого находим, что данное число положительное.

$$2) \sin \alpha \cos (\pi + \alpha) \operatorname{tg} \alpha, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Известно, что тангенс в первой четверти принимает положительное значение. Синус и косинус принимают значения, указанные на рис. 1.

Из этого следует, что данное число отрицательное.

$$500. \sin \alpha = 0,6; \sin \beta = -0,28; \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \quad \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}.$$

$$1) \cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

Косинус в первой четверти принимает положительное значение, а в третьей четверти — отрицательное.

$$\cos(\alpha - \beta) = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha - \beta) = -\sqrt{1 - 0,6^2} \cdot \sqrt{1 - (-0,28)^2} + 0,6 \cdot (-0,28) = -0,8 \cdot 0,96 - 0,6 \cdot 0,28 = -0,936;$$

$$2) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = -\sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + \sin \beta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha};$$

$$\sin(\alpha + \beta) = -0,6 \cdot \sqrt{1 - (-0,28)^2} - 0,28 \cdot \sqrt{1 - 0,6^2} = -0,6 \cdot 0,96 - 0,28 \cdot 0,8 = -0,8.$$

$$501. 1) \sin 2\alpha - 2\sin \alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha - 2\sin \alpha = 2\sin \alpha (\cos \alpha - 1) = 2\sin \alpha \left(-2\sin^2 \frac{\alpha}{2}\right) = -4\sin \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$2) \sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{2} = 2\sin \frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{\alpha}{2}\right) \cos \frac{1}{2} \left(\alpha - \frac{\alpha}{2}\right) = 7\sin \frac{3\alpha}{4} \cos \frac{\alpha}{4};$$

$$3) \cos \alpha - \sin 2\alpha = \cos \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha = \cos \alpha (1 - 2\sin \alpha);$$

$$4) 1 - \sin 2\alpha - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha - \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha (\sin \alpha - 2\cos \alpha).$$

$$502. \cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{8}{17}; \quad \sin \frac{\alpha}{2} < 0.$$

Сначала вычислим $\sin \frac{\alpha}{2}$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = -\sqrt{1 - \frac{64}{289}} = -\sqrt{\frac{225}{289}} = -\frac{15}{17}.$$

$$\text{Известно, что } \sin \alpha = 2\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}; \quad \sin \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{15}{17}\right) \cdot \left(-\frac{8}{17}\right) = \frac{240}{289}; \quad \cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$\cos \alpha = \left(-\frac{8}{17}\right)^2 - \left(-\frac{15}{17}\right)^2 = \frac{64}{289} - \frac{225}{289} = -\frac{161}{289}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{240}{289} : \left(-\frac{161}{289}\right) = -\frac{240}{161}.$$

$$503. a_n = 3n^2; 3n^2 = 107; n \approx 5,972, \text{ но } n \text{ — натуральное число.}$$

Поэтому 107 не является членом данной последовательности. Ответ: нет.

$$504. 1) a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 1.$$

Это арифметическая прогрессия $a_{n+1} = a_n + d, d = 1$.

$a_n = a_1 + d(n-1)$ — формула n -го члена арифметической прогрессии в общем случае.

$$a_n = 1 + (n-1) = n. \text{ Ответ: } a_n = n.$$

$$2) a_1 = 3, a_{n+1} = 3a_n.$$

Это геометрическая прогрессия $a_{n+1} = a_n q, q = 3$.

Формула n -го члена арифметической прогрессии в общем случае $a_n = a_1 q^{n-1}$.

Для данного случая $a_n = 3 \cdot 3^n$. Ответ: $a_n = 3^n$.

506. 1) $a_1 = 10, d = 6, n = 23$

$$a_n = a_1 + d(n-1) = 10 + 6 \cdot 22 = 142; S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{10 + 142}{2} \cdot 23 = 1748.$$

2) $a_1 = 42, d = \frac{1}{2}, n = 12. a_n = 42 + \frac{1}{2}(12-1) = 47,5; S = \frac{42 + 47,5}{2} \cdot 12 = 537.$

3) $a_1 = 0, d = -2, n = 7. a_n = 0 - 2 \cdot (7-1) = -12; S = \frac{0 - 12}{2} \cdot 7 = -42.$

4) $a_1 = \frac{1}{3}, d = \frac{2}{3}, n = 18. a_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot (18-1) = \frac{1}{3} + \frac{34}{3} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3};$

$$S = \frac{\frac{1}{3} + 11 \frac{2}{3}}{2} \cdot 18 = \left(\frac{36}{3}\right) \cdot 9 = 108.$$

507. $a_1 = 2, a_n = 120, n = 20. S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2 + 120}{2} \cdot 20 = 1220.$

508. $a_n = \frac{1-2n}{3}.$

Докажем, что разность $a_{n+1} - a_n$ одна и та же для всех n (не зависит от n).

Запишем $(n+1)$ -й член данной последовательности:

$$a_{n+1} = \frac{1-2(n+1)}{3} = \frac{-1-2n}{3}. \text{ Поэтому } a_{n+1} - a_n = \frac{-1-2n}{3} - \frac{1-2n}{3} = -\frac{2}{3}.$$

Следовательно, разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n , т.е. данная последовательность является арифметической прогрессией.

509. 1) $b_1 = 5, q = -10, b_n = b_1 q^{n-1}$ — формула n -го члена для геометрической прогрессии.

$$b_4 = 5 \cdot (-10)^{4-1} = -5000.$$

2) $b_4 = -5000, q = -10. b_4 = \frac{b_1}{q^3} = 5.$

510. 1) $b_1 = 3, q = 2, n = 5; b_n = b_5 = b_1 q^{5-1}; b_5 = 3 \cdot 2^4 = 48; S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}; S_5 = \frac{3 \cdot (1-2^5)}{1-2} = 93.$

Ответ: $b_5 = 48; S_5 = 93.$

2) $b_1 = 1, q = 5, n = 4; b_n = b_4 = b_1 q^{4-1}; b_4 = 1 \cdot 5^3 = 125; S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q}; S_4 = \frac{1 \cdot (1-5^4)}{1-5} = 156.$

Ответ: $b_4 = 125; S_4 = 156.$

3) $b_1 = 8, q = \frac{1}{4}, n = 4; b_n = b_4 = b_1 q^{4-1}; b_4 = 8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{8}; S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q};$

$$S_4 = \frac{8 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^4\right)}{1 - \frac{1}{4}} = 2720. \text{ Ответ: } b_4 = \frac{1}{8}; S_4 = 2720.$$

4) $b_1 = 1, q = -3, n = 5; b_n = b_5 = b_1 q^{5-1}; b_5 = 1 \cdot (-3)^4 = 81; S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}; S_5 = \frac{1 \cdot (1-(-3)^5)}{1+3} = 61.$

Ответ: $b_5 = 81; S_5 = 61.$

511. $b_1 = \frac{1}{4}, q = 2, n = 6. S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q}; S_6 = \frac{\frac{1}{4} \cdot (1-2^6)}{1-2} = 15,75. \text{ Ответ: } 15,75.$

512. 1) $6, 4, \frac{8}{3}, \dots$

Найдем знаменатель данной геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$

$S = \frac{b_1}{1-a}$ — формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$$S = \frac{6}{1 - \frac{2}{3}} = 18. \text{ Ответ: } 18.$$

2) $5, -1, \frac{1}{5}, \dots$

Найдем знаменатель данной геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1} = -\frac{1}{5}$.

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{5}{1+\frac{1}{5}} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}. \text{ Ответ: } 4\frac{1}{6}.$$

3) $1, -\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \dots$

Найдем знаменатель данной геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1} = -\frac{1}{4}$.

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{1}{1+\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}. \text{ Ответ: } \frac{4}{5}.$$

4) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

Найдем знаменатель данной геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

5) $\sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \dots$

Найдем знаменатель данной геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\sqrt{2}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2}{\sqrt{2}-1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 2(\sqrt{2}+1). \text{ Ответ: } 2(\sqrt{2}+1).$$

6) $-\sqrt{5}, -1, -\frac{\sqrt{5}}{5}, \dots$

Найдем знаменатель данной геометрической прогрессии $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{-\sqrt{5}}{1-\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\frac{5}{\sqrt{5}-1} = -\frac{5(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = -\frac{5(\sqrt{5}+1)}{5-1} = -\frac{5}{4}(\sqrt{5}+1). \text{ Ответ: } -\frac{5}{4}(\sqrt{5}+1).$$

514. Известно, что $c = 2,45$ м — гипотенуза, $a = 1,78$ м — катет прямоугольного треугольника. Чтобы найти второй катет, нужно воспользоваться теоремой Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$,

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}; b = \sqrt{(2,45)^2 - (1,78)^2} = 1,68 \text{ (м)}. \text{ Ответ: } 1,68 \text{ м.}$$

515. 1) $M(x) = 3x^5 - 6x^4 + x^3 + x^2 + 3$; $P(x) = x^2 - x - 1$;

$$\begin{array}{r} 3x^5 - 6x^4 + x^3 + x^2 + 3 \quad | \quad x^2 - x - 1 \\ \underline{3x^5 - 3x^4 - 3x^3} \quad | \quad 3x^3 - 3x^2 + x - 1 \\ -3x^4 + 4x^3 + x^2 \\ \underline{-3x^4 + 3x^3 + 3x^2} \\ x^3 - 2x^2 + 3 \\ \underline{x^3 - x^2 - x} \\ -x^2 + x + 3 \\ \underline{-x^2 + x + 1} \\ 2 \end{array}$$

Ответ: нацело не делится.

$$2) M(x) = 2x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 4; P(x) = x^2 + x + 1;$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 4 & x^2 + x + 1 \\ \hline 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 & 2x^3 + 2x^2 - x + 1 \\ \hline 2x^4 + x^3 + 2x^2 & \\ 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 & \\ \hline -x^3 + 4 & \\ -x^3 - x^2 - x & \\ \hline x^2 + x + 4 & \\ x^2 + x + 1 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Ответ: нацело не делится.

$$516. 1) x^5 - 9x^4 + 25x^3 - 15x^2 - 26x + 24 = 0$$

Перебирая делители числа 24, находим целые корни уравнения: $-1, 1, 2, 3$. Поэтому $x^5 - 9x^4 + 25x^3 - 15x^2 - 26x + 24 = (x+1)(x-1)(x-2)(x-3)M_1(x) = (x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6)M_1(x)$

$$\begin{array}{r|l} x^5 - 9x^4 + 25x^3 - 15x^2 - 26x + 24 & x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 \\ \hline x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 6x & x - 4 \\ \hline -4x^4 + 20x^3 - 20x^2 - 20x + 24 & \\ -4x^4 + 20x^3 - 20x^2 - 20x + 24 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$M_1(x) = x - 4; x - 4 = 0; x = 4$. Ответ: $-1; 1; 2; 3; 4$.

$$2) x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12 = 0.$$

Сгруппируем слагаемые парами поочередно и вынесем общие множители за скобки.

$$(x^5 + 3x^4) - (5x^3 + 15x^2) + (4x + 12) = 0; x^4(x+3) - 5x^2(x+3) + 4(x+3) = 0;$$

$$(x+3)(x^4 - 5x^2 + 4) = 0; (x+3)(x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0; (x+3)(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) = 0;$$

$$x_1 = -3, x_2 = 1, x_3 = -1, x_4 = 2, x_5 = -2. \text{ Ответ: } -3; 1; -1; 2; -2.$$

$$517. 1) \begin{cases} 3x + 2y - xy = 7; \\ 2x + 3y + xy = 3. \end{cases}$$

Сложим уравнения системы $5x + 5y = 10; x + y = 2; x = 2 - y$.

Решим систему уравнений методом подстановки.

$$2(2 - y) + 3y + (2y - y)y - 3 = 0; 4 - 2y + 3y + 2y - y^2 - 3 = 0; y^2 - 3y - 1 = 0;$$

$$y_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}; x_{1,2} = 2 - \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \right).$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3xy = 28; \\ 2x^2 + y^2 + 3xy = 20. \end{cases}$$

Сначала вычтем из первого уравнения системы второе. Затем сложим оба уравнения.

$$-x^2 + y^2 = 8; y^2 - x^2 = 8; (y - x)(y + x) = 8; 3x^2 + 3y^2 + 6xy = 48; 3(x^2 + y^2 + 2xy) = 48; x^2 + y^2 + 2xy = 16; (x + y)^2 = 16;$$

$$1) \begin{cases} x + y = 4; \\ (y - x)(y + x) = 8; \end{cases} y - x = 2, 2y = 6; y = 3, x = 1.$$

$$2) \begin{cases} x + y = -4; \\ (y - x)(y + x) = 8; \end{cases} y - x = -2, 2y = -6; y = -3, x = -1. \text{ Ответ: } (1; 3), (-1; -3).$$

$$518. 1) \frac{\sqrt{(a-b)^2}}{a-b}, a > b. \frac{\sqrt{(a-b)^2}}{a-b} = \frac{|a-b|}{a-b} = 1, \text{ так как } a-b > 0. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) \frac{\sqrt{(a-b)^2}}{a-b}, b > a. \frac{\sqrt{(a-b)^2}}{a-b} = \frac{|a-b|}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -1, \text{ так как } a-b < 0. \text{ Ответ: } -1.$$

$$3) \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{x^2 + x + 1}}, \text{ где } x > 0. \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{x^2}} = \frac{1}{|x|} = \frac{1}{x}, \text{ так как } x > 0. \text{ Ответ: } \frac{1}{x}.$$

$$4) \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{x^2 + x + 1}}, x < 0. \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{\sqrt{x^2 + x + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2}} = \frac{1}{|x|} = -\frac{1}{x}, \text{ так как } x < 0. \text{ Ответ: } -\frac{1}{x}.$$

$$519. \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}; \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 2.$$

По определению арифметического корня, левая часть данных равенств — это неотрицательное число. Значит, правая часть также должна быть неотрицательной.

Следовательно, верно первое равенство $(2 - \sqrt{3} > 0)$.

$$520. y = \frac{4}{x^2}, x > 0, y = 4x^{-2}.$$

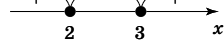
Поскольку $-2 < 0$, то степенная функция $y = x^{-2}$ убывает на промежутке $x > 0$. Докажем это. Пусть $x_2 > x_1 > 0$. Возводя неравенство $x_2 > x_1$ в отрицательную степень -2 , по свойству неравенств, получим $x_2^{-2} < x_1^{-2}$, т.е. $y(x_2) < y(x_1)$, что и требовалось доказать.

Ответ: функция убывает.

$$521. 1) y = \sqrt{(x-2)(x-3)}.$$

Функция определена, когда $(x-2)(x-3) \geq 0$. $x \geq 2, x \geq 3$.

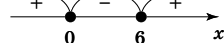
Ответ: $x \geq 2, x \geq 3$.



$$2) y = \sqrt{x^2 - 6x}.$$

Функция определена, когда $x^2 - 6x \geq 0$. $x(x-6) \geq 0$; $x \leq 0, x \geq 6$.

Ответ: $x \leq 0, x \geq 6$.



$$3) y = \frac{1}{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2}.$$

Функция определена, когда $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 \neq 0$; $x \neq \sqrt{2}$. Ответ: $x \neq \sqrt{2}$.

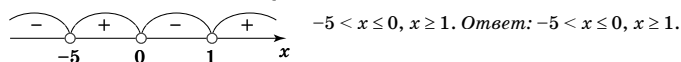
$$4) y = \frac{3}{2\sqrt{3}x - x^2 - 3}$$

Функция определена, когда $2\sqrt{3}x - x^2 - 3 \neq 0$; $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 \neq 0$; $x \neq \sqrt{3}$.

Ответ: $x \neq \sqrt{3}$.

$$5) y = \sqrt{\frac{(x-1)x}{x+5}}.$$

Функция определена, когда $\begin{cases} \frac{(x-1)x}{x+5} \geq 0; \\ x+5 \neq 0; \end{cases}$



$-5 < x \leq 0, x \geq 1$. Ответ: $-5 < x \leq 0, x \geq 1$.

$$6) y = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x}}.$$

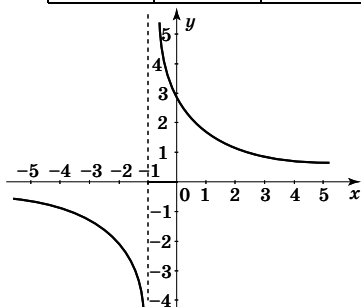
Функция определена, когда $\begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x} \geq 0; \\ \frac{(x-3)(x+3)}{x(x-2)} \geq 0; \\ x^2 - 2x \neq 0; \end{cases} x \leq -3, 0 < x < 2, x \geq 3.$

Ответ: $x \leq -3, 0 < x < 2, x \geq 3$.

522. 1) $y = \frac{3}{x+1}$. 1°. Область определения — все числа, кроме $x = -1$.

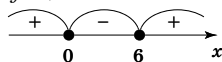
2°.

x	-7	-4	-2	0	2	5
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-3	3	1	$\frac{1}{2}$



Функция убывает при $x \neq -1$. Является нечетной.

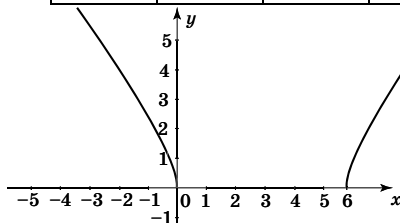
2) $y = \sqrt{x^2 - 6x}$. 1°. Область определения: $x^2 - 6x \geq 0$; $x(x - 6) \geq 0$.



$x \leq 0, x \geq 6$

2°.

x	-2	-1	0	6	7	8
y	4	$\sqrt{7}$	0	0	$\sqrt{7}$	4

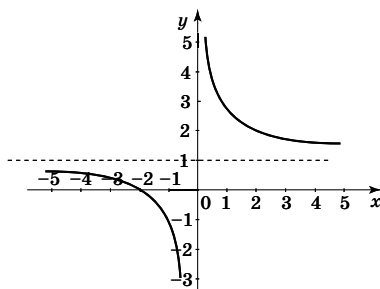


Функция убывает при $x < 0$, возрастает при $x > 6$. Является ни четной, ни нечетной.

3) $y = \frac{x+2}{x}$. 1°. Область определения — все числа, кроме $x = 0$.

2°.

x	-3	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	3
y	$\frac{1}{3}$	0	-1	-3	5	3	2	$\frac{5}{3}$

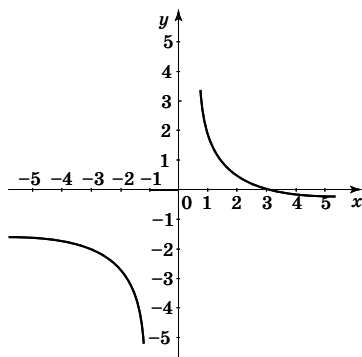


Функция убывает при $x \neq 0$, является ни четной, ни нечетной.

- 4) $y = \frac{3-x}{x}$. 1°. Область определения функции — все числа, кроме $x = 0$.

2°.

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-2	-2,5	-4	2	0,5	0

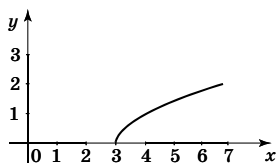


Функция убывает при $x \neq 0$. Является ни четной, ни нечетной.

- 5) $y = \sqrt{x-3}$. 1°. Область определения: $x-3 \geq 0$, $x \geq 3$.

2°.

x	3	4	7
y	0	1	2

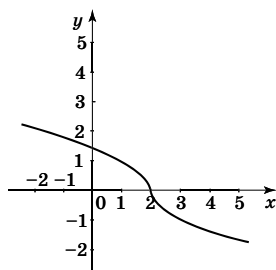


Функция возрастает при $x > 3$. Является ни четной, ни нечетной.

- 6) $y = \sqrt[3]{2-x}$. 1°. Область определения — все действительные числа.

2°.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	$\sqrt[3]{3}$	$\sqrt[3]{2}$	1	0	-1	$\sqrt[3]{-2}$	$\sqrt[3]{-3}$



Функция убывает на всей области определения. Является ни четной, ни нечетной.

523. 1) $\sqrt{x-2} = 4$. Функция $y = \sqrt{x-2}$ определена при $x-2 \geq 0$, $x \geq 2$.

$$(\sqrt{x-2})^2 = 4^2; x-2 = 16; x = 18. \text{ Ответ: } 18.$$

2) $\sqrt{x+3} = 8$. Функция $y = \sqrt{x+3}$ определена при $x+3 \geq 0$, $x \geq -3$.

$$(\sqrt{x+3})^2 = 8^2; x+3 = 64; x = 61. \text{ Ответ: } 61.$$

3) $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x-1}$. Функция $y = \sqrt{2x+1}$ определена при $2x+1 \geq 0$, $x \geq -\frac{1}{2}$.

Функция $y = \sqrt{x-1}$ определена при $x-1 \geq 0$, $x \geq 1$.

$$(\sqrt{2x+1})^2 = (\sqrt{x-1})^2; 2x+1 = x-1; x = -2 \text{ — не удовлетворяет условию } x \geq 1.$$

Ответ: корней нет.

4) $\sqrt[4]{x^2+12} = x$. Функция $y = \sqrt[4]{x^2+12}$ определена при $x^2+12 \geq 0$, $x^2 \geq -12$, т.е. при всех действительных x . $(\sqrt[4]{x^2+12})^4 = x^4$; $x^2+12 = x^4$; $x^4 - x^2 - 12 = 0$;

$$1) x^2 = -3. x \notin \mathbb{R}. 2) x^2 = 4. x_{1,2} = \pm 2. \text{ Ответ: } \pm 2.$$

5) $\sqrt[3]{6x-x^2} = x$. Функция $y = \sqrt[3]{6x-x^2}$ определена при всех действительных x .

$$(\sqrt[3]{6x-x^2})^3 = x^3; 6x-x^2 = x^3; x^3+x^2-6x=0; x(x^2+x-6)=0; x_1=0, x_2=2, x_3=-3.$$

Ответ: 0; 2; -3.

6) $\sqrt{3-x} = \sqrt{1+3x}$. Функция $y = \sqrt{3-x}$ определена при $3-x \geq 0$, $x \leq 3$.

Функция $y = \sqrt{1+3x}$ определена при $1+3x \geq 0$, $x \geq -\frac{1}{3}$.

Поэтому: $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$. $(\sqrt{3-x})^2 = (\sqrt{1+3x})^2$; $3-x = 1+3x$; $4x = 2$; $x = \frac{1}{2}$ — удовлетворяет условию $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$. Ответ: $\frac{1}{2}$.

$$524. 1) \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = \operatorname{tg}^4 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha}{\cos^4 \alpha} \times$$

$$\times \cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha;$$

$$2) \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{\frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$3) \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}} = -\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta;$$

$$4) (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha) = (2\operatorname{ctg} \alpha)(2\operatorname{tg} \alpha) = 4.$$

$$525. 1) \frac{\operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\left(\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) - \sin(\pi + \alpha)\right)}{\operatorname{tg}(\pi + 2)(\cos(\alpha + 2\pi) + \sin(\alpha - 2\pi))} = \frac{\operatorname{ctg}\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)\left(\sin\left(-\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)\right) - \sin(\pi + \alpha)\right)}{\operatorname{tg}(\pi + 2)(\cos(2\pi + \alpha) + \sin(2\pi - \alpha))} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}(-\alpha)(-\cos(-\alpha) + \sin \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha(\cos \alpha - \sin(-\alpha))} = \frac{-\operatorname{tg} \alpha(-\cos \alpha + \sin \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha(\cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha};$$

$$2) \sin(x - 2\pi) \cos\left(\frac{3\pi}{3} - x\right) + \operatorname{tg}(\pi - x) \operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) = -\sin(-x)(-\sin x) + (-\operatorname{tg} x)(-\operatorname{ctg} x) = -\sin^2 x + 1 = \cos^2 x.$$

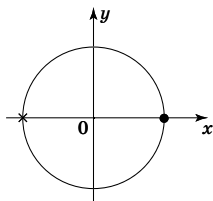
526. 1) $1 - \cos x - 2 \sin \frac{x}{2} = 0$

$$2 \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} = 0; \quad 2 \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} - 1 \right) = 0;$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0 \quad \frac{x}{2} = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{или} \quad \sin \frac{x}{2} = 1; \quad \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x = \pi + 4\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Изобразим эти решения на единичной окружности.



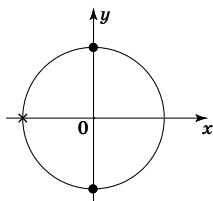
Объединяя эти решения, получим $x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$. Ответ: $x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$.

2) $1 + \cos 2x + 2 \cos x = 0$

$$2 \cos^2 x + 2 \cos x = 0; \quad 2 \cos x (\cos x + 1) = 0; \quad \cos x = 0 \text{ или } \cos x = -1;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Изобразим эти решения на единичной окружности.



$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

527. 1) $\frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta) + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \beta} = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}$

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta) + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \beta} &= \frac{\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} + \operatorname{tg} \beta}{\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} - \operatorname{tg} \beta} = \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha + \operatorname{tg} \beta (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}}{\frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha - \operatorname{tg} \beta (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}} = \\ &= \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta + \operatorname{tg} \beta \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\alpha - \beta)}}{\frac{\sin \alpha \cos \beta + \operatorname{tg} \beta \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)}} = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}, \quad \text{что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$

2) $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg} \alpha$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta} = \frac{2 \sin \alpha \cos \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha,$$

что и требовалось доказать.

528. 1) $1 + \sin \alpha = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$

$$2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = 2 \cos^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right) = 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 1 + \sin \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

2) $1 - \sin \alpha = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$

$$2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = 2 \sin^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right) = 1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 1 - \sin \alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

529. Пусть первый угол треугольника равен x . Тогда, исходя из формулы для n -го члена арифметической прогрессии, второй угол будет равен $x + \frac{\pi}{6}$, а третий — $\left(x + \frac{\pi}{3} \right)$. Известно, что сумма внутренних углов треугольника равна π . Получим уравнение:

$$x + x + \frac{\pi}{6} + x + \frac{\pi}{3} = \pi; \quad 3x + \frac{\pi}{2} = \pi; \quad 3x = \frac{\pi}{2}; \quad x = \frac{\pi}{6} \text{ — первый угол треугольника;}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ — второй угол; } \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \text{ — третий угол. Ответ: } \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}.$$

530. $a_1 = 800$ м — первый член арифметической прогрессии;
 $d = -25$ м — разность арифметической прогрессии;
 $S = 5700$ м — сумма n первых членов арифметической прогрессии;
 n — время, за которое турист достигнет высоты 5700 м.

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; \quad a_n = a_1 + d(n-1); \quad S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; \quad 2a_1n + dn^2 - dn - 2S = 0;$$

$$dn^2 + n(2a_1 - d) - 2S = 0; \quad -25n^2 + 1625n - 11400 = 0; \quad n^2 - 65n + 456 = 0;$$

$$n = \frac{65 \pm \sqrt{4225 - 4 \cdot 456}}{2} = \frac{65 \pm 49}{2}; \quad n_1 = 57, \quad n_2 = 8. \text{ Ответ: 8 часов.}$$

531.
$$\begin{cases} a_1 + a_5 = \frac{5}{3}; \\ a_3 a_4 = \frac{65}{72}. \end{cases}$$

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии
 $a_3 = a_1 + 4d; a_5 = a_1 + 2d; a_4 = a_1 + 3d;$

$$2a_1 + 4d = \frac{5}{3}; \quad a_1 + 2d = \frac{5}{6}; \quad d = \frac{5}{12} - \frac{a_1}{2};$$

$$(a_1 + 2d)(a_1 + 3d) = \frac{65}{72}; \quad \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{12} - \frac{a_1}{2} \right) = \frac{65}{72}; \quad \frac{15}{12} - \frac{a_1}{2} = \frac{13}{12}; \quad \frac{a_1}{2} = \frac{1}{6}; \quad a_1 = \frac{1}{3}; \quad d = \frac{1}{4};$$

$$a_{17} = a_1 + 16d; \quad a_{17} = \frac{1}{3} + \frac{16}{4} = 4 \frac{1}{3}; \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n;$$

$$S_{17} = \frac{1 + \frac{13}{3}}{2} \cdot 17 = \frac{14}{6} \cdot 17 = \frac{7}{3} \cdot 17 = \frac{119}{3} = 39 \frac{2}{3}. \text{ Ответ: } 39 \frac{2}{3}.$$

532.
$$\begin{cases} b_1 - b_2 = 35; \\ b_3 - b_4 = 560. \end{cases}$$

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии $b_2 = b_1 q; b_3 = b_1 q^2; b_4 = b_1 q^3.$

$$\begin{cases} b_1 - b_1 q = 35; & b_1(1 - q) = 35; \\ b_1 q^2 - b_1 q^3 = 560; & b_1 q^2(1 - q) = 560. \end{cases}$$

Разделим второе уравнение системы на первое $\frac{b_1 q^2(1 - q)}{b_1(1 - q)} = \frac{560}{35}; \quad q^2 = 16; \quad q_1 = -4, \quad q_2 = 4$

$$1) b_1 = 7; b_2 = -28; b_3 = 112; b_4 = -448;$$

$$2) b_1 = -\frac{35}{5} = -11\frac{2}{3}; b_2 = -46\frac{2}{3}; b_3 = -186\frac{2}{3}; b_4 = -746\frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: } 7; -28; 112; -448 \text{ или } -11\frac{2}{3}; -46\frac{2}{3}; -186\frac{2}{3}; -746\frac{2}{3}.$$

$$533. q = 3, S_6 = 1820$$

Воспользовавшись формулой для суммы n первых членов геометрической прогрессии, найдем b_1 .

$$S_6 = \frac{b_1(1 - q^6)}{1 - q}; 1820 = \frac{b_1(1 - 3^6)}{1 - 3} = \frac{b_1(1 - 729)}{-2} = 364b_1; b_1 = 5; b_5 = b_1q^4 = 5 \cdot 3^4 = 405. \text{ Ответ: } 5; 405.$$

$$534. \text{ Воспользуемся формулой суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии и формулой } n\text{-го члена. При этом учтем, что } |q| < 1.$$

$$S = \frac{b_1}{1 - q}; b_1 = \frac{b_2}{q}; S = \frac{b_2}{q(1 - q)}; q(1 - q) = \frac{b_2}{S} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5} = -\frac{5}{16}; q^2 - q - \frac{5}{16} = 0.$$

$$\text{По теореме Виета } q_1 = \frac{5}{4} \text{ — не удовлетворяет условию } |q| < 1.$$

$$q_2 = -\frac{1}{4}; b_3 = b_2q = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}. \text{ Ответ: } \frac{1}{8}.$$

$$535. \text{ Обозначим три числа, являющиеся последовательными членами арифметической прогрессии, так } a_n, a_{n+1}, a_{n+2}; \text{ а три числа, являющиеся последовательными членами геометрической прогрессии — } b_k, b_{k+1}, b_{k+2}. \text{ Тогда из условия следует, что } a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 39; (*) a_n - 4 = b_k; (1) a_{n+1} - 5 = b_{k+1}; (2) a_{n+2} - 2 = b_{k+2}. (3)$$

Воспользуемся формулой n -го члена арифметической прогрессии.

$$a_{n+1} = a_n + d; a_{n+2} = a_n + 2d; a_n + a_n + d + a_n + 2d = 39; 3a_n + 3d = 39; a_n + d = 13 = a_{n+1}.$$

Из условия (2) следует, что $b_{k+1} = 13 - 5 = 8$.

$$\text{Так как } b_{k+1} = b_kq, \text{ то } b_k = \frac{8}{q}.$$

Сложим равенства (1), (2) и (3) и используем условие (*)

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 4 - 4 - 2 = b_k + b_{k+1} + b_{k+2} = 2; b_k + b_{k+1} + b_{k+2} = 39 - 4 - 5 - 2;$$

$$b_k + b_{k+1} + b_{k+2} = 28; b_k + b_kq + b_kq^2 = 28; b_k(1 + q + q^2) = 28; \frac{8}{q}(1 + q + q^2) = 28; \frac{1 + q + q^2}{q} = 3,5;$$

$$q^2 + q + 1 - 3,5 = 0; q^2 - 2,5q + 1 = 0. \text{ По теореме Виета } q_1 = 2, q_2 = 0,5.$$

Следовательно,

$$1) b_k = \frac{8}{2} = 4; a_n = 4 + 4 = 8; a_{n+1} = 13; d = 13 - 8 = 5; a_{n+2} = 13 + 5 = 18.$$

$$2) b_k = \frac{8}{0,5} = 16; a_n = 16 + 4 = 20; a_{n+1} = 13; d = 13 - 20 = -7; a_{n+2} = 13 - 7 = 6.$$

$$\text{Ответ: } 8; 13; 18 \text{ или } 20; 13; 6.$$

$$538. 1) \sqrt{5 + \sqrt{21}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{5 + \sqrt{21}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 5 + 2\sqrt{21}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{21}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3 + 7 + 2\sqrt{3 \cdot 7}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3 + 7 + \sqrt{3 \cdot 7} + \sqrt{3 \cdot 7}}}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) + (\sqrt{7} + \sqrt{3})}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7})}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{\sqrt{2}}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{\sqrt{2}}.$$

$$2) \sqrt{4 + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{4 + \sqrt{7}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 4 + 2\sqrt{7}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{7}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7 + 1 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{7 + 1 + \sqrt{7} + \sqrt{7}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{7} + 1) + (1 + \sqrt{7})}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(1 + \sqrt{7})(1 + \sqrt{7})}}{\sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{7}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1 + \sqrt{7}}{\sqrt{2}}.$$

$$539. 1) \frac{1}{\sqrt{5}} \left(4(a+1) + \left(\sqrt[3]{a\sqrt{a}} - 1 \right)^2 - \left(\frac{\sqrt[6]{ab^2} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} + \sqrt[6]{a} \right)^3 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$1^0. \frac{\sqrt[6]{ab^2} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} + \sqrt[6]{a} = \frac{\sqrt[6]{ab^2} + \sqrt{a} + \sqrt[6]{a}\sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{a}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[6]{a}\sqrt[3]{b} + \sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt[6]{a}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} =$$

$$= \frac{2\sqrt[6]{a}\sqrt[3]{b} + 2\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{2\sqrt[6]{a}(\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{a})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = 2\sqrt[6]{a};$$

$$2^0. (2\sqrt[6]{a})^3 = 8\sqrt{a};$$

$$3^0. \left(\sqrt[3]{a\sqrt{a}} - 1 \right)^2 = (a\sqrt{a})^{\frac{2}{3}} - 2(a\sqrt{a})^{\frac{1}{3}} + 1 = a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{3}} - 2a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{6}} + 1 = a - 2a^{\frac{1}{2}} + 1;$$

$$4^0. \left(4(a+1) + \left(\sqrt[3]{a\sqrt{a}} - 1 \right)^2 - \left(\frac{\sqrt[6]{ab^2} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} + \sqrt[6]{a} \right)^3 \right)^{\frac{1}{2}} = \left(4a + a + a - 2a^{\frac{1}{2}} + 1 - 8\sqrt{a} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-10\sqrt{a} + 5a + 5};$$

$$5^0. \frac{\sqrt{-10\sqrt{a} + 5a + 5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{-2\sqrt{a} + a + 1} = \sqrt{-\sqrt{a} - \sqrt{a} + a + 1}.$$

Так как $0 < a \leq 1$, то

$$\sqrt{-\sqrt{a} - \sqrt{a} + a + 1} = \sqrt{-\sqrt{a}(1 - \sqrt{a}) + (1 - \sqrt{a})} = \sqrt{(1 - \sqrt{a})(1 - \sqrt{a})} = \sqrt{(1 - \sqrt{a})^2} = 1 - \sqrt{a}.$$

Ответ: $1 - \sqrt{a}$.

$$2) \frac{a^{-1}b^{-2} - a^{-2}b^{-1}}{a^{-\frac{5}{3}}b^{-2} - b^{\frac{5}{3}}a^{-2}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} = \frac{a^{-2}b^{-2}(a - b)}{a^{-2}b^{-2}\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} = \frac{\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} =$$

$$= a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}.$$

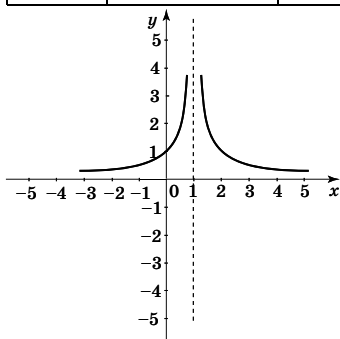
$$540. 1) y = \frac{1}{|x-1|}$$

1⁰. Область определения функции — все действительные числа, кроме $x = 1$.

2⁰. Построим сначала график функции $y = \frac{1}{x-1}$ для $x > 1$.

3⁰. Затем отобразим этот график симметрично относительно прямой $x = 1$.

x	1,5	2	3	4
y	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$



$$2) y = \frac{3}{|x|} - 1$$

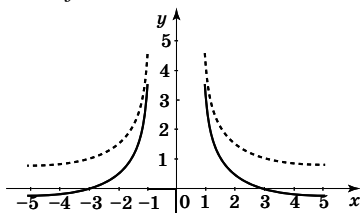
1°. Область определения функции — все действующие числа, кроме $x = 0$.

2°. Построим сначала график функции $y = \frac{3}{x}$ для $x > 0$.

x	1	2	3	6
y	3	1,5	1	0,5

3°. Затем, отобразив этот график симметрично относительно оси y ($x = 0$), получим график функции $y = \frac{3}{|x|}$.

4°. График функции $y = \frac{3}{|x|} - 1$ получим, сместив предыдущий график на единицу вниз по оси y .

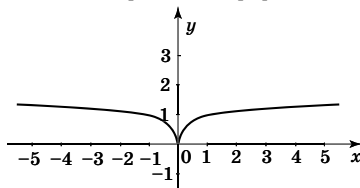


$$3) y = \sqrt[3]{|x|}.$$

1°. Область определения — все действительные числа.

2°. Сначала построим график функции $y = \sqrt[3]{x}$ для $x \geq 0$.

3°. Затем отобразим этот график симметрично относительно оси y .



$$4) y = x^2 - 3|x| - 4.$$

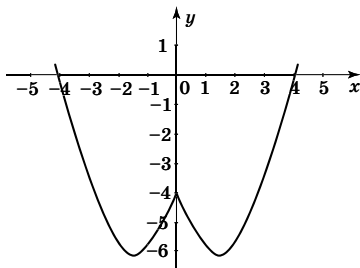
1°. Область определения — все действительные числа.

2°. Построим сначала график функции $y = x^2 - 3x - 4$ для $x > 0$.

Найдем координаты вершины параболы: $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$, $y = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) - 4 = -6,25$.

График пересекает ось x в точке $y = 0$, $x = 4$.

3°. Затем предыдущий график отобразим симметрично относительно оси y .



541. $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -2,4$.

Воспользуемся формулами двойного угла для синуса и косинуса.

$$\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} \left(\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \right) = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}.$$

$$\text{Поэтому } \sin x = \frac{2 \cdot (-2,4)}{1 + (-2,4)^2} = -\frac{4,8}{6,76} = -\frac{20}{169}.$$

$$\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos^2 \frac{x}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = \cos^2 \frac{x}{2} \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} \right) = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \cdot \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} \right) =$$

$$= \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}.$$

$$\text{Поэтому } \cos x = \frac{1 - (-2,4)^2}{1 + (-2,4)^2} = -\frac{4,76}{6,76} = -\frac{119}{169}. \text{ Ответ: } \sin x = -\frac{120}{169}; \cos x = -\frac{119}{169}.$$

542. 1) $\cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right)$

$$\cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) = \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \pi \right) = \cos \left[- \left(\pi - \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) \right) \right] = -\cos \left[- \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) \right] = -\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right),$$

что и требовалось доказать.

2) $\cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) = \cos \left(\alpha + \frac{4\pi}{3} \right)$

$$\cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) = \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} + 2\pi \right) = \cos \left(\alpha - \frac{4\pi}{3} \right), \text{ что и требовалось доказать.}$$

543. Пусть a_1, a_2, a_3, a_4 — искомые числа. Тогда $\begin{cases} a_1 + a_4 = 11; \\ a_2 + a_3 = 2. \end{cases}$

a_1, a_2, a_3 — последовательные члены арифметической прогрессии;

a_2, a_3, a_4 — последовательные члены геометрической прогрессии.

Используя формулу n -го члена арифметической прогрессии, получим $a_2 = a_1 + d$; $a_3 = a_1 + 2d$

$S = \frac{a_1 + a_3}{2} \cdot 3$ — сумма трех членов арифметической прогрессии.

$$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{a_1 + a_3}{2} \cdot 3 = 12 + 2 - a_4; \quad \frac{a_1 + a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = 13 - a_4; \quad \frac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = 13 - a_4;$$

$$3(a_1 + d) = 13 - a_4; \quad a_4 = 13 - 3a_1 - 3d.$$

Известно, что для трех последовательных членов геометрической прогрессии выполняется равенство $b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1}$. Поэтому $a_2^2 = a_3 a_4$.

Подставив вместо a_2, a_3, a_4 их выражения через a_1 и d .

$$(a_1 + 2d)^2 = (a_1 + d)(13 - 3a_1 - 3d). (*)$$

$$\text{Так как } a_2 + a_3 = 2, \text{ то } a_1 + d + a_1 + 2d = 2; 2a_1 + 3d = 2; a_1 = \frac{2 - 3d}{2}.$$

Подставляя это в (*), получим

$$\left(\frac{2 - 3d}{2} + 2d \right)^2 = \left(\frac{2 - 3d}{2} + d \right) \left(13 - 3 \cdot \frac{2 - 3d}{2} - 3d \right); \quad \left(\frac{2 + 3d}{2} \right)^2 = \left(\frac{2 - d}{2} \right) \left(\frac{26 - 6 + 9d - 6d}{2} \right);$$

$$(2 + d)^2 = (2 - d)(20 + 3d); \quad 4 + 4d + d^2 = 40 + 6d - 2d - 3d^2; \quad 4d^2 + 18d - 36 = 0;$$

$$2d^2 + 9d - 18 = 0; \quad d_1 = 1,5; \quad d_2 = -6;$$

$$1) a_1 = \frac{2 - 3 \cdot 1,5}{2} = -1,25; \quad a_2 = 0,25; \quad a_3 = 1,75; \quad a_4 = 13 + 3 \cdot 1,25 - 3 \cdot 1,5 = 12,25;$$

$$2) a_1 = \frac{2-3 \cdot (-6)}{2} = 10; a_2 = 4; a_3 = -2; a_4 = 13 - 3 \cdot 10 + 18 = 1.$$

Ответ: -1,25; 0,25; 1,75; 12,25 или 10; 4; -2; 1.

544. Пусть a_1, a_3, a_9 — искомые числа. Тогда $a_1 + a_3 + a_9 = 78$.

a_1, a_3, a_9 — последовательные члены геометрической прогрессии;

a_1, a_3, a_9 — соответствующие члены арифметической прогрессии.

Из формулы n -го члена арифметической прогрессии следует, что $a_3 = a_1 + 2d$; $a_9 = a_1 + 8d$.

$$\text{Тогда } a_1 + a_1 + 2d + a_1 + 8d = 78; 3a_1 + 10d = 78; a_1 = \frac{78 - 10d}{3}.$$

Известно, что для трех последовательных членов геометрической прогрессии выполняется равенство $b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1}$. Значит, $a_3^2 = a_1a_9$.

$$(a_1 + 2d)^2 = a_1(a_1 + 8d); \left(\frac{78 - 10d}{3} + 2d\right)^2 = \left(\frac{78 - 10d}{3}\right)\left(\frac{78 - 10d}{3} + 8d\right);$$

$$\left(\frac{78 - 4d}{3}\right)^2 = \left(\frac{78 - 10d}{3}\right)\left(\frac{78 + 14d}{3}\right); (78 - 4d)^2 = (78 - 10d)(78 + 14d);$$

$$6084 - 624d + 16d^2 = 6084 + 1092d - 780d - 140d^2; 156^2 - 936d = 0; 156d(d - 6) = 0;$$

$$d_1 = 0; d_2 = 6;$$

$$1) a_1 = \frac{78}{3} = 26; a_3 = 26; a_9 = 26; \quad 2) a_1 = \frac{78 - 10 \cdot 6}{3} = 6; a_3 = 6 + 2 \cdot 6 = 18; a_9 = 6 + 8 \cdot 6 = 54.$$

Ответ: 26; 26; 26 или 6; 18; 54.

$$546. 1) (5,4 \cdot 1,2 - 3,7 : 0,8)(3,14 + 0,86) : 0,25 = (6,48 - 4,625) \cdot 4 : 0,25 = 1,855 \cdot 4 : \frac{1}{4} = 1,855 \cdot 16 = 29,68.$$

Ответ: 29,68.

$$2) (20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95) = (1,16 + 125) : 31,54 = 126,16 : 31,54 = 4.$$

$$3) \left(5\frac{8}{9} - 3\frac{11}{12}\right) \cdot \frac{18}{71} - 7\frac{5}{6} : 15\frac{2}{3} = \left(\frac{53}{9} - \frac{47}{12}\right) \cdot \frac{18}{71} - \frac{47}{6} : \frac{47}{3} = \left(\frac{480 - 423}{108}\right) \cdot \frac{18}{71} - \frac{3}{6} =$$

$$= \frac{57}{108} \cdot \frac{8}{71} - \frac{1}{2} = \frac{57}{6 \cdot 71} - \frac{1}{2} = \frac{57}{426} - \frac{1}{2} = \frac{-156}{426} = -\frac{78}{213}. \text{ Ответ: } -\frac{78}{213}.$$

$$4) \frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18} = \frac{7}{4} + \frac{11}{4} + \frac{1}{4} = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}. \text{ Ответ: } 4\frac{3}{4}.$$

$$547. 1) \left(3\frac{4}{25} + 20,24\right) \cdot 2,15 + \left(5,1625 - 2\frac{3}{16}\right) \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{79}{25} + 20,24\right) \cdot 2,15 + \left(5,1625 - \frac{35}{16}\right) \cdot \frac{2}{5} =$$

$$= (3,16 + 20,24) \cdot 2,15 + (5,1625 - 2,1875) \cdot \frac{2}{5} = 23,4 \cdot 2,15 + 2,975 \cdot 0,4 = 50,31 + 1,19 = 51,5.$$

Ответ: 51,5.

$$2) 0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2,5 \cdot 0,8 = 0,364 : 0,28 + 0,3125 : 0,125 + 2,5 \cdot 0,8 = 1,3 + 2,5 + 2 = 5,8. \text{ Ответ: } 5,8.$$

$$3) \frac{\left(3,25 - \frac{3}{4}\right) \cdot 6,25}{(2 - 0,75) : \frac{4}{5}} + \frac{\left(5,5 - 3\frac{3}{4}\right) : 5}{(-2 - 0,8) \cdot 1\frac{3}{4}} = \frac{2,5 \cdot 6,25}{1,25 : 0,8} + \frac{1,75 : 5}{-2,8 \cdot 1,75} = 3 \cdot 6,25 \cdot 0,8 - \frac{1}{5 \cdot 2,8} =$$

$$= 10 - \frac{1}{14} = \frac{139}{14} = 9\frac{13}{14}. \text{ Ответ: } 9\frac{13}{14}.$$

$$4) \frac{\left(2\frac{3}{20} + 1\frac{5}{16}\right) : 27,7}{\left(1,75 \cdot \frac{2}{3} - 1,75 \cdot 1\frac{1}{8}\right) : \frac{7}{12}} = \frac{\left(\frac{43}{20} + \frac{21}{16}\right) : 27,7}{1,75 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{8}\right) : \frac{7}{12}} = \frac{\frac{1108}{320} : 27,7}{1,75 \cdot \left(-\frac{11}{24}\right) : \frac{7}{12}} = -\frac{0,125}{\frac{7}{4} \cdot \frac{11}{24} \cdot \frac{12}{7}} = -\frac{0,125}{\frac{11}{8}} = -\frac{1}{11}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{11}.$$

548. 1) $x : 7 = 9 : 3$; $\frac{x}{7} = 3$; $x = 21$. Ответ: 21. 2) $125 : 25 = 35 : x$; $\frac{35}{x} = 5$; $x = 7$. Ответ: 7.

3) $144 : x = 36 : 3$; $\frac{144}{x} = 12$; $x = 12$. Ответ: 12.

4) $9\frac{1}{2} : 14\frac{1}{4} = x : 0,75$; $\frac{19}{2} : \frac{57}{4} = x : 0,75$; $\frac{4}{3}x = \frac{2}{3}$; $x = \frac{1}{2}$. Ответ: $\frac{1}{2}$.

5) $\frac{x}{6\frac{5}{6}} = \frac{3,9}{4,1}$; $\frac{6}{41}x = \frac{39}{41}$; $x = 6,5$. 6) $0,3 : x = \frac{4}{9} : 3\frac{1}{3}$; $0,3 : x = \frac{4}{9} : \frac{10}{3}$; $0,3 : x = \frac{2}{15}$;

$x = 2,25$.

549. 1) $a = 400$, $p = 27\%$; $400 \cdot 0,27 = 108$; 2) $a = 2,5$, $p = 120\%$; $2,5 \cdot 1,2 = 3$;

3) $a = 2500$, $p = 0,2\%$; $2500 \cdot 0,002 = 5$; 4) $a = 45$, $p = 2,5\%$; $4,5 \cdot 0,025 = 0,1125$.

550. 1) $p = 23\%$, $b = 690$; $\frac{690}{0,23} = 3000$; 2) $p = 3,2\%$, $b = 9,6$; $\frac{9,6}{0,032} = 300$;

3) $p = 125\%$, $b = 3,75$; $\frac{3,75}{1,25} = 3$; 4) $p = 0,6\%$, $b = 21,6$; $\frac{21,6}{0,006} = 3600$.

551. 1) $a = 24$, $b = 120$; $\frac{24}{120} = 0,2 \rightarrow 20\%$; 2) $a = 4,5$, $b = 90$; $\frac{4,5}{90} = 0,05 \rightarrow 5\%$;

3) $a = 13$, $b = 650$; $\frac{13}{650} = 0,02 \rightarrow 2\%$; 4) $a = 0,08$, $b = 0,48$; $\frac{0,08}{0,48} = \frac{1}{6} \rightarrow 16\frac{2}{3}\%$.

552. 1) $(-3a^3b)(-2ab^3)(-5a^2b^7) = 3 \cdot 2 \cdot 5a^{3+1+2}b^{1+2+7} = 30a^{10}b^{10}$. Ответ: $30a^{10}b^{10}$.

2) $35a^5b^4c : (7ab^3c) = \frac{35}{7}a^{5-1}b^{4-3} = 5a^4b$. Ответ: $5a^4b$.

3) $(-5ab^4c)^3 \cdot \left(-\frac{1}{5}a^5bc^2\right) = \frac{(-5)^3}{(-5)}a^{13+2+5}b^{3+4+1+2}c^{1+3+2+2} = -5a^{13}b^{17}c^7$. Ответ: $-5a^{13}b^{17}c^7$.

4) $\left(-\frac{2}{3}a^4b^3c^2\right)^3 : \left(-\frac{1}{3}a^2bc^3\right)^2 = \frac{(-2)^3}{3^3} \cdot (-3)^2 \cdot a^{43-22}b^{33-12}c^{23-32} = -\frac{8}{3}a^{8}b^7c^0 = -2\frac{2}{3}a^8b^7$. Ответ: $-2\frac{2}{3}a^8b^7$.

553. 1) $(x-6)(5+x) - x^2(x^2-5x+1) = 5x + x^2 - 30 - 6x - x^4 + 5x^3 - x^2 = -x^4 + 5x^3 - x - 30$.

Ответ: $-x^4 + 5x^3 - x - 30$.

2) $(x+7)(5-x) - x^2(x^3+2x-1) = 5x - x^2 + 35 - 7x - x^5 - 2x^3 + x^2 = -x^5 - 2x^3 - 2x + 35$.

Ответ: $-x^5 - 2x^3 - 2x + 35$.

3) $(b-3a)^2 + 8\left(a - \frac{1}{2}b\right)\left(a + \frac{1}{2}b\right) = b^2 - 6a + 9a^2 + 8\left(a^2 - \frac{b^2}{4}\right) = b^2 - 6a + 9a^2 + 8a^2 - 2b^2 = -b^2 + 17a^2 - 6a$. Ответ: $-b^2 + 17a^2 - 6a$.

4) $(3a+6)^2 + 4\left(b - \frac{1}{2}a\right)\left(b + \frac{1}{2}a\right) = 9a^2 + 36a + 36 + 4\left(b^2 - \frac{1}{4}a^2\right) = 9a^2 + 36a + 36 + 4b^2 - a^2 = 8a^2 + 4b^2 + 36a + 36$. Ответ: $8a^2 + 4b^2 + 36a + 36$.

554. 1) $a^3 - ba^2$ при $a = -0,6$, $b = 9,4$

$a^3 - ba^2 = (-0,6)^3 - 9,4 \cdot (-0,6)^2 = -0,216 - 3,384 = -3,6$. Ответ: $-3,6$.

2) $ab^2 + b^3$ при $a = 10,7$, $b = -0,7$

$ab^2 + b^3 = b^2(a+b) = (-0,7)^2 \cdot (10,7 - 0,7) = 0,49 \cdot 10 = 4,9$. Ответ: $4,9$.

3) $(m-5)(2m-3) - 2m(m-4)$ при $m = \frac{3}{5}$

$(m-5)(2m-3) - 2m(m-4) = \left(\frac{3}{5}-5\right)\left(\frac{6}{5}-3\right) - 2\frac{3}{5}\left(\frac{3}{5}-4\right) = -\frac{22}{5} \cdot \left(-\frac{9}{5}\right) - \frac{6}{5} \cdot \left(-\frac{17}{5}\right) = \frac{198}{25} + \frac{102}{25} = \frac{300}{25} = 12$.

Ответ: 12.

4) $(3a-2)(a-4) - 3a(a-2)$ при $a = \frac{3}{4}$

$(3a-2)(a-4) - 3a(a-2) = \left(\frac{9}{4}-2\right)\left(\frac{3}{4}-4\right) - \frac{9}{4}\left(\frac{3}{4}-2\right) = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{13}{4}\right) - \frac{9}{4} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{13}{16} + \frac{45}{16} = \frac{32}{16} = 2$.

Ответ: 2.

555. 1) $(-15x^5 + 10x^4 - 25x^3) : (-5x^2) - 3(x-3)(x^2 + 3x + 9) = \frac{-15x^5}{-5x^2} - \frac{10x^4}{5x^2} + \frac{-25x^3}{-5x^2} - (3x-9)(x^2 + 3x + 9) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 3x^3 - 9x^2 - 27x + 9x^2 + 27x + 81 = -2x^2 + 5x + 81$.
 Ответ: $-2x^2 + 5x + 81$

2) $(9a^2b^3 - 12a^4b^4) : 3a^2b - b^2(2 + 3a^2b) = \frac{9a^2b^3}{3a^2b} - \frac{12a^4b^4}{3a^2b} - 2b^2 - 3a^2b^3 = 3b^2 - 4a^2b^3 - 2b^2 - 3a^2b^3 = b^2 - 7a^2b^3$.
 Ответ: $b^2 - 7a^2b^3$.

556. 1) $1 - \frac{a^2}{4} = \left(1 - \frac{a}{2}\right)\left(1 + \frac{a}{2}\right)$; 2) $\frac{b^2}{9} - 1 = \left(\frac{b}{3} - 1\right)\left(\frac{b}{3} + 1\right)$; 3) $a^2 - b^4 = (a - b^2)(a + b^2)$;

4) $b^4 - 9 = (b^2 - 3)(b^2 + 3) = (b - \sqrt{3})(b + \sqrt{3})(b^2 + 3)$.

557. 1) $1 - a + \frac{a^2}{4} = 1 - \frac{a}{2} - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{4} = \left(1 - \frac{a}{2}\right) - \frac{a}{2}\left(1 - \frac{a}{2}\right) = \left(1 - \frac{a}{2}\right)\left(1 - \frac{a}{2}\right) = \left(1 - \frac{a}{2}\right)^2$;

2) $0,25b^2 - b + 1 = 0,25b^2 - 0,5b - 0,5b + 1 = 0,5b(0,5b - 1) - (0,5b - 1) = (0,5b - 1)(0,5b - 1) = (0,5b - 1)^2$;
 3) $49a^2 - 14a + 1 = (7a - 1)^2$; 4) $1 + 18b + 81b^2 = (1 + 9b)^2$.

558. 1) $y^2 - xy - y + x = y(y - x) - (y - x) = (y - x)(y - x) = (y - x)^2$;

2) $a^2 - ax - x + a = a(a - x) + (a - x) = (a - x)(a + 1)$;

3) $3a^2 + 3ab + a + b = 3a(a + b) + (a + b) = (a + b)(3a + 1)$;

4) $5a^2 - 5ax - 7a + 7x = 5a(a - x) - 7(a - x) = (a - x)(5a - 7)$.

559. 1) $6m^4n + 12m^3n + 3m^2n = 3m^2n(2m^2 + 4m + 1) = 6m^2n\left(m - 1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\left(m - 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$;

2) $2a^3b - 4a^4b + 2a^3b = 2a^3b(a^2 - 2a + 1) = 2a^3b(a - 1)^2$;

3) $a^2 - 2ab + b^2 - y^2 = (a - b)^2 - y^2 = (a - b - y)(a - b + y)$;

4) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 4a^2b^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2)^2 = (a - b)^2(a + b)^2$.

560. 1) $x^2 + 3x - 28 = (x - 4)(x + 7)$; 2) $2x^2 - 12x + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2(x - 3)^2$;

3) $2x^2 - 5x + 3 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 1)$; 4) $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$.

561. 1) $\frac{4 - b^2}{4b - 2b^2} = \frac{(2 - b)(2 + b)}{2b(2 - b)} = \frac{2 + b}{2b}$. Ответ: $\frac{2 + b}{2b}$.

2) $\frac{b^2 - 9}{3b^2 - 9b} = \frac{(b - 3)(b + 3)}{3b(b - 3)} = \frac{b + 3}{3b}$. Ответ: $\frac{b + 3}{3b}$.

3) $\frac{5a^2 - 10ab}{ab - 2b^2} = \frac{5a(a - 2b)}{b(a - 2b)} = \frac{5a}{b}$. Ответ: $\frac{5a}{b}$.

4) $\frac{3xy - 21y^2}{4x^2 - 28xy} = \frac{3y(x - 7y)}{4x(x - 7y)} = \frac{3y}{4x}$. Ответ: $\frac{3y}{4x}$.

5) $\frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16} = \frac{(x - 4)(x + 3)}{(x - 4)(x + 4)} = \frac{x + 3}{x + 4}$. Ответ: $\frac{x + 3}{x + 4}$.

6) $\frac{x^2 - x - 20}{x^2 - 25} = \frac{(x - 5)(x + 4)}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{x + 4}{x + 5}$. Ответ: $\frac{x + 4}{x + 5}$.

7) $\frac{3x^2 - 2x - 8}{2x^2 - 3x - 2} = \frac{2x^2 + x^2 - 3x + x - 2 - 6}{2x^2 - 3x - 2} = \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x^2 - 3x - 2} + \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 3x - 2} = 1 + \frac{(x - 2)(x + 3)}{2(x - 2)(x + 0,5)} = 1 + \frac{x + 3}{2x + 1} = \frac{3x + 4}{2x + 1}$.
 Ответ: $\frac{3x + 4}{2x + 1}$.

8) $\frac{2x^2 + x - 3}{2x^2 + 7x + 6} = \frac{2(x - 1)(x + 1,5)}{2(x + 1,5)(x + 2)} = \frac{x - 1}{x + 2}$. Ответ: $\frac{x - 1}{x + 2}$.

562. 1) $\frac{a^5}{6c^3} : \frac{a^2}{4c^3} = \frac{a^5}{6c^3} \cdot \frac{4c^3}{a^2} = \frac{2}{3}a^3$. Ответ: $\frac{2}{3}a^3$.

2) $\frac{9a^2}{m^3} : \frac{6a^2}{m^5} = \frac{9a^2}{m^3} \cdot \frac{m^5}{6a^2} = \frac{3}{2}m^2$. Ответ: $\frac{3}{2}m^2$.

$$3) \left(\frac{4a}{b^3} \right)^2 \cdot \frac{b^4}{8a} = \frac{16a^2}{b^6} \cdot \frac{b^4}{8a} = \frac{2a}{b^2}. \text{ Ответ: } \frac{2a}{b^2}.$$

$$4) \left(\frac{3c}{k^2} \right)^3 : \frac{9c}{k^3} = \frac{27c^3}{k^6} \cdot \frac{k^3}{9c} = \frac{3c^2}{k^3}. \text{ Ответ: } \frac{3c^2}{k^3}.$$

$$5) \frac{5a}{28b^2} \cdot 8ab \cdot \frac{7b}{5a^3} = \frac{2}{a}. \text{ Ответ: } \frac{2}{a}.$$

$$6) \left(-\frac{25a^4b^3}{14c^2} \right) \cdot \left(\frac{-21c}{10a^2b^3} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{c} = \frac{15a}{4c}. \text{ Ответ: } \frac{15a}{4c}.$$

$$7) \frac{4x(x-1)+1}{4-x^2} : \frac{1-2x}{x-2} = \frac{4x^2-4x+1}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x-2}{1-2x} = \frac{4x^2-4x+1}{2+x} \cdot \frac{1}{2x-1} =$$

$$= \frac{4\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)}{(2+x) \cdot 2\left(x-\frac{1}{2}\right)} = \frac{4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}{2(2+x)\left(x-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)}{2+x} = \frac{2x-1}{2+x}. \text{ Ответ: } \frac{2x-1}{2+x}.$$

$$8) \frac{x^2-4(x-1)}{x-1} : \frac{2-x}{1-x^2} = \frac{x^2-4x+4}{x-1} \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{2-x} = \frac{(x-2)^2(1+x)}{x-2} = (x-2)(1+x). \text{ Ответ: } (x-2)(1+x).$$

$$563. 1) \frac{a-3}{a+3} - \frac{a^2+27}{a^2-9} = \frac{(a-3)(a-3)-(a^2+27)}{a^2-9} = \frac{a^2-6a+9-a^2-27}{a^2-9} =$$

$$= \frac{-6a-18}{a^2-9} = \frac{-6(a+3)}{(a-3)(a+3)} = -\frac{6}{a-3}. \text{ Ответ: } -\frac{6}{a-3}.$$

$$2) \frac{a^2+12}{a^2-4} - \frac{a+3}{a-2} = \frac{a^2+12-(a+2)(a+3)}{a^2-4} = \frac{a^2+12-a^2-3a-2a-6}{a^2-4} = \frac{-5a+6}{a^2-4}. \text{ Ответ: } \frac{-5a+6}{a^2-4}.$$

$$3) \frac{a+1}{a^2-ax} - \frac{x+1}{a^2-x^2} = \frac{a+1}{a(a-x)} - \frac{x+1}{(a-x)(a+x)} = \frac{(a+1)(a+x)-a(x+1)}{a(a^2-x^2)} =$$

$$= \frac{a^2+ax+a+x-ax-a}{a(a^2-x^2)} = \frac{a^2+x}{a(a^2-x^2)}. \text{ Ответ: } \frac{a^2+x}{a(a^2-x^2)}.$$

$$4) \frac{3-a}{ab-a^2} - \frac{3-b}{b^2-a^2} = \frac{3-a}{a(b-a)} - \frac{3-b}{(b-a)(b+a)} = \frac{(3-a)(b+a)-a(3-b)}{a(b^2-a^2)} =$$

$$= \frac{3b+3a-ab-a^2-3a+ab}{a(b^2-a^2)} = \frac{3b-a^2}{a(b^2-a^2)}. \text{ Ответ: } \frac{3b-a^2}{a(b^2-a^2)}.$$

$$564. 1) \frac{4}{a-b} + \frac{9}{a+b} - \frac{8a}{a^2-b^2} = \frac{4(a+b)+9(a-b)-8a}{a^2-b^2} = \frac{4a+4b+9a-9b-8a}{a^2-b^2} =$$

$$= \frac{5a-5b}{a^2-b^2} = \frac{5(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{5}{a+b}. \text{ Ответ: } \frac{5}{a+b}.$$

$$2) \frac{42}{4a^2-9} + \frac{8}{2a+3} + \frac{7}{3-2a} = \frac{42}{4a^2-9} + \frac{8}{2a+3} - \frac{7}{2a-3} = \frac{42+8(2a-3)-7(2a+3)}{4a^2-9} =$$

$$= \frac{42+16a-24-14a-21}{4a^2-9} = \frac{2a-3}{4a^2-9} = \frac{2a-3}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{1}{2a+3}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2a+3}.$$

$$3) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 \right) ab = a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2. \text{ Ответ: } (a-b)^2.$$

$$4) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{ab} \right) ab = b + a - 1. \text{ Ответ: } b + a - 1.$$

$$565. 1) \frac{1}{(x+3)^2} : \frac{x}{x^2-9} - \frac{x-9}{(x+3)^2} = \frac{1}{(x+3)^2} \cdot \frac{x^2-9}{x} - \frac{x-9}{x^2-9} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2 x} - \frac{x-9}{x^2-9} =$$

$$= \frac{x-3}{x(x+3)} - \frac{x-9}{x^2-9} = \frac{(x-3)(x-3)-x(x-9)}{x(x^2-9)} = \frac{x^2-6x+9-x^2+9x}{x(x^2-9)} = \frac{3x+9}{x(x^2-9)} =$$

$$= \frac{x(x+3)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{3}{x(x-3)}. \text{ Ответ: } \frac{3}{x(x-3)}.$$

$$2) \frac{a+6}{a^2-4} - \frac{1}{a^2-4} \cdot \frac{(a+2)^2}{a} = \frac{a+6}{a^2-4} - \frac{(a+2)^2}{(a-2)(a+2)a} = \frac{a+6}{a^2-4} - \frac{a+2}{a(a-2)} =$$

$$= \frac{a(a+6)-(a+2)(a+2)}{a(a^2-4)} = \frac{a^2+6a-a^2-4a-4}{a(a^2-4)} = \frac{2a-4}{a(a^2-4)} = \frac{2(a-2)}{a(a-2)(a+2)} = \frac{2}{a(a-2)}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{a(a-2)}.$$

$$3) a+b - \frac{a^2}{a-1} = \frac{a(a-1)+b(a-1)-a^2}{a-1} = \frac{a^2-a+ba-b-a^2}{a-1} = \frac{ba-a-b}{a-1}. \text{ Ответ: } \frac{ba-a-b}{a-1}.$$

$$4) \frac{a^2}{a+1} - a+1 = \frac{a^2-a(a+1)+(a+1)}{a+1} = \frac{a^2-a^2-a+a+1}{a+1} = \frac{1}{a+1}. \text{ Ответ: } \frac{1}{a+1}.$$

$$566. 1) \frac{b^2}{a^2-2ab} : \left(\frac{2ab}{a^2-4b^2} - \frac{b}{a+2b} \right) = \frac{b^2}{a^2-2ab} : \left(\frac{2ab-b(a-2b)}{a^2-4b^2} \right) =$$

$$= \frac{b^2}{a^2-2ab} : \frac{2ab-ba+2b^2}{a^2-4b^2} = \frac{b^2}{a(a-2b)} \cdot \frac{(a-2b)(a+2b)}{2b^2+ab} = \frac{b^2(a+2b)}{ab(2b+a)} = \frac{b}{a}. \text{ Ответ: } \frac{b}{a}.$$

$$2) \left(\frac{xy}{x^2-y^2} - \frac{y}{2x-2y} \right) : \frac{3y}{x^2-y^2} = \frac{2xy-y(x+y)}{2(x^2-y^2)} : \frac{3y}{x^2-y^2} = \frac{2xy-xy-y^2}{2(x^2-y^2)} \cdot \frac{x^2-y^2}{3y} = \frac{xy-y^2}{2 \cdot 3y} = \frac{y(x-y)}{6y} = \frac{x-y}{6}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{x-y}{6}.$$

$$3) \left(\frac{2xy}{x^2-9y^2} - \frac{y}{x-3y} \right) : \frac{y^2}{x^2+3xy} = \frac{2xy-y(x+3y)}{x^2-9y^2} : \frac{y^2}{x^2+3xy} = \frac{2xy-xy-3y^2}{x^2-9y^2} \times$$

$$\times \frac{x^2+3xy}{y^2} = \frac{xy-3y^2}{x^2-9y^2} \cdot \frac{x^2+3xy}{y^2} = \frac{y(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} \cdot \frac{x(x+3y)}{y^2} = \frac{yx}{y^2} = \frac{x}{y}. \text{ Ответ: } \frac{x}{y}.$$

$$4) \left(\frac{2a+1}{2a-1} - \frac{2a-1}{2a+1} \right) \cdot \frac{10a-5}{4a} = \frac{(2a+1)(2a+1)-(2a-1)(2a-1)}{(2a-1)(2a+1)} \cdot \frac{10a-5}{4a} =$$

$$= \frac{4a^2+4a+1-4a^2+4a-1}{4a^2-1} \cdot \frac{10a-5}{4a} = \frac{8a}{4a^2-1} \cdot \frac{10a-5}{4a} = \frac{8a}{(2a-1)(2a+1)} \cdot \frac{5(2a-1)}{4a} =$$

$$\text{Ответ: } \frac{10}{2a+1}.$$

$$567. 1) \frac{a+1}{a-1} + \frac{6}{a^2-1} - \frac{a+3}{a+1} = \frac{(a+1)(a+1)+6-(a-1)(a+3)}{a^2-1} = \frac{a^2+2a+1+6-a^2-3a+a+3}{a^2-1} =$$

$$= \frac{10}{a^2-1}. \text{ При } a=-9 \quad \frac{10}{a^2-1} = \frac{10}{(-9)^2-1} = \frac{10}{80} = \frac{1}{8}. \text{ Ответ: } \frac{1}{8}.$$

$$2) \frac{b+5}{b+2} - \frac{3}{b^2-4} - \frac{b+1}{b-2} = \frac{(b+5)(b-2)-3-(b+1)(b+2)}{b^2-4} =$$

$$= \frac{b^2-2b+5b-10-3-b^2-2b-b-2}{b^2-4} = \frac{-15}{b^2-4}.$$

$$\text{При } b=-8 \quad \frac{-15}{b^2-4} = \frac{-15}{(-8)^2-4} = \frac{-15}{60} = -\frac{1}{4}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{4}.$$

$$3) \frac{a-2}{a-3} : \left(\frac{a^2-6a+10}{a^2-9} + \frac{2}{a+3} \right) = \frac{a-2}{a-3} : \left(\frac{a^2-6a+10+2(a-3)}{a^2-9} \right) =$$

$$= \frac{a-2}{a-3} : \frac{a^2-6a+10+2a-6}{a^2-9} = \frac{a-2}{a-3} : \frac{a^2-4a+4}{a^2-9} = \frac{a-2}{a-3} \cdot \frac{(a-3)(a+3)}{(a-2)^2} = \frac{a+3}{a-2}.$$

$$\text{При } a=-1 \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{a+3}{a-2} = \frac{-\frac{3}{2}+3}{-\frac{3}{2}-2} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{7}{2}} = -\frac{3}{7}. \text{ Ответ: } -\frac{3}{7}.$$

$$4) \frac{b+1}{b-4} : \left(\frac{b^2+9}{b^2-16} + \frac{2}{b+4} \right) = \frac{b+1}{b-4} : \left(\frac{b^2+9+2(b-4)}{b^2-16} \right) = \frac{b+1}{b-4} : \frac{b^2+9+2b-8}{b^2-16} =$$

$$= \frac{b+1}{b-4} : \frac{b^2+2b+1}{b^2-16} = \frac{b+1}{b-4} \cdot \frac{(b-4)(b+4)}{(b+1)^2} = \frac{b+4}{b+1}.$$

При $b = 4$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{b+4}{b+1} = \frac{\frac{13}{3}+4}{\frac{13}{3}+1} = \frac{\frac{25}{3}}{\frac{16}{3}} = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$. Ответ: $1\frac{9}{16}$.

568. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 3^{-2} : 3^{-5} = 2 - \frac{1}{3^2} : \frac{1}{3^5} = 2 - \frac{1}{3^2} \cdot 3^5 = 2 - 3^3 = -25$. Ответ: -25 .

2) $(-6)^0 \cdot 81^{-2} \cdot 27^3 = 1 \cdot \frac{1}{81^2} \cdot 27^3 = \frac{9^3 \cdot 3^3}{9^2 \cdot 9^2} = 9 \cdot \frac{3^3}{9^2} = \frac{3^3}{9} = 3$. Ответ: 3 .

569. 1) $\frac{a+\sqrt{3}}{a^2-9} = \frac{a+\sqrt{3}}{(a-\sqrt{3})(a+\sqrt{3})} = \frac{1}{a-\sqrt{3}}$. Ответ: $\frac{1}{a-\sqrt{3}}$.

2) $\frac{x-\sqrt{2}}{x^2-2} = \frac{x-\sqrt{2}}{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})} = \frac{1}{x+\sqrt{2}}$. Ответ: $\frac{1}{x+\sqrt{2}}$.

3) $\frac{y-9y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{4}}+3} = \frac{y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{1}{2}}-9)}{y^{\frac{1}{4}}+3} = \frac{y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{1}{4}}-3)\left(y^{\frac{1}{4}}+3\right)}{y^{\frac{1}{4}}+3} = y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{1}{4}}-3)$. Ответ: $y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{1}{4}}-3)$.

4) $\frac{x+x^{\frac{1}{2}}}{x-1} = \frac{x^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)}{\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}-1}$. Ответ: $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}-1}$.

570. 1) $(6-3\sqrt{5})(6+3\sqrt{5}) = 6^2 - (3\sqrt{5})^2 = 36 - 45 = -9$. Ответ: -9 .

2) $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = (\sqrt{5})^2 - 1 = 5 - 1 = 4$. Ответ: 4 .

3) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{20})\sqrt{5} = 3(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 5 - 2\sqrt{25} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 = 5 \cdot (3-2) = 5$. Ответ: 5 .

4) $(1-\sqrt{3})^2 + (1+\sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + 1 + 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 2 + 2 \cdot 3 = 2 + 6 = 8$. Ответ: 8 .

571. 1) $4\sqrt{3}-\sqrt{3}(\sqrt{16}-\sqrt{3}) = \sqrt{3}(4-\sqrt{16}+\sqrt{3}) = \sqrt{3}(4-4+\sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$. Ответ: 3 .

2) $6\sqrt{2}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{36}) = \sqrt{2}(6-\sqrt{2}-\sqrt{36}) = \sqrt{2}(6-\sqrt{2}-6) = \sqrt{2}(-\sqrt{2}) = -2$. Ответ: -2 .

3) $\sqrt{48}-\sqrt{27}-\frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{3}\left(\sqrt{16}-\sqrt{9}-\frac{1}{2}\sqrt{4}\right) = \sqrt{3}\left(4-3-\frac{1}{2} \cdot 2\right) = 0$. Ответ: 0 .

4) $\sqrt{50}-\sqrt{32}-\frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{2}\left(\sqrt{25}-\sqrt{16}-\frac{1}{3}\sqrt{9}\right) = \sqrt{2}\left(5-4-\frac{1}{3} \cdot 3\right) = 0$. Ответ: 0 .

5) $(\sqrt{2}+3)^2 - 3\sqrt{8} = (\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{2} + 9 - 3\sqrt{8} = 2 + 6\sqrt{2} + 9 - 3 \cdot 2\sqrt{2} = 11 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 11$. Ответ: 11 .

6) $(2-\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{12} = 4 - 4\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{12} = 4 - 4\sqrt{3} + 3 + 4\sqrt{3} = 7$. Ответ: 7 .

572. 1) $(\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}})^2 = (\sqrt{4+\sqrt{7}})^2 + 2\sqrt{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{7}} + (\sqrt{4-\sqrt{7}})^2 =$

$= 4 + \sqrt{7} + 2\sqrt{4^2 - (\sqrt{7})^2} + 4 - \sqrt{7} = 8 + 2\sqrt{16-7} = 8 + 2\sqrt{9} = 8 + 2 \cdot 3 = 14$. Ответ: 14 .

2) $(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}})^2 = (\sqrt{3-\sqrt{5}})^2 - 2\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}} + (\sqrt{3+\sqrt{5}})^2 =$

$$= 3 - \sqrt{5} - 2\sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} + 3 + \sqrt{5} = 6 - 2\sqrt{9-5} = 6 - 2\sqrt{4} = 6 - 2 \cdot 2 = 2. \text{ Ответ: } 2.$$

$$3) \frac{1}{5-\sqrt{5}} - \frac{1}{5+\sqrt{5}} = \frac{5+\sqrt{5}-5+\sqrt{5}}{(5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{5}}{25-5} = \frac{2\sqrt{5}}{20} = \frac{\sqrt{5}}{10}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

$$4) \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \frac{4}{7^2-(4\sqrt{3})^2} = \frac{4}{49-48} = 14. \text{ Ответ: } 14.$$

$$573. 1) \frac{1}{3-\sqrt{2}} + \frac{1}{3+\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = \frac{6}{3^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{6}{9-2} = \frac{6}{7}. \text{ Ответ: } \frac{6}{7}.$$

$$2) \frac{1}{5-\sqrt{3}} - \frac{1}{5+\sqrt{3}} = \frac{5+\sqrt{3}-5+\sqrt{3}}{(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{5^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{25-3} = \frac{2\sqrt{3}}{22} = \frac{\sqrt{3}}{11}. \text{ Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{11}.$$

$$3) \frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} - \frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{(3-\sqrt{2})(3-\sqrt{2})-(3+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} = \frac{9-6\sqrt{2}+2-9-6\sqrt{2}-4}{9-2} =$$

$$= \frac{-2-12\sqrt{2}}{7} = -\frac{2}{7}(1+6\sqrt{2}). \text{ Ответ: } -\frac{2}{7}(1+6\sqrt{2}).$$

$$4) \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})-3(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}-3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3-2} = 6\sqrt{2}. \text{ Ответ: } 6\sqrt{2}.$$

$$574. 1) 0,00051 = 5,1 \cdot 10^{-4}; 3) 250\,000 = 2,5 \cdot 10^5; 2) \frac{1}{500} = 0,002 = 2 \cdot 10^{-3};$$

$$4) \frac{3}{2500} = 0,0012 = 1,2 \cdot 10^{-3}.$$

$$575. 1) \frac{(0,25)^5 \cdot 8^6}{2^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot 8^6}{2^8 \cdot 2^{-3}} = \frac{4^{-5} \cdot 4^6 \cdot 2^6}{2^{8-3}} = \frac{4 \cdot 2^6}{2^5} = 4 \cdot 2 = 8. \text{ Ответ: } 8.$$

$$2) \frac{16 \cdot 4^{-2} + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{4 + \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{4^2 \cdot 4^{-2} + 4 \cdot 2^{-2} \cdot 3^2}{4 + 16^{\frac{1}{2}}} = \frac{1+3^2}{4+4} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}. \text{ Ответ: } 1\frac{1}{4}.$$

$$576. 1) \sqrt{8,75^2 + 8,75^2 \cdot 7,25} = \sqrt{8,75^2 \cdot (8,75 + 7,25)} = 8,75\sqrt{16} = 8,75 \cdot 4 = 35. \text{ Ответ: } 35.$$

$$2) \frac{0,625 \cdot 6,75^2 - 3,25^2 \cdot 0,625}{\sqrt{3,5^2 + 7 \cdot 2,75 + 2,75^2}} = \frac{0,625 \cdot (6,75^2 - 3,25^2)}{\sqrt{(3,5+2,75)^2}} = \frac{0,625 \cdot (6,75-3,75)(6,75+3,25)}{3,5+2,75} =$$

$$= \frac{0,625 \cdot 3,5 \cdot 10}{6,25} = \frac{6,25 \cdot 3,5}{6,25} = 3,5. \text{ Ответ: } 3,5.$$

$$577. x > 0, y > 0$$

$$1) \sqrt{\frac{4}{81} x^6 y^{20}} = \sqrt{\left(\frac{2}{9} x^3 y^{10}\right)^2} = \frac{2}{9} x^3 y^{10}. \text{ Ответ: } \frac{2}{9} x^3 y^{10}. 2) \sqrt{x^4 y^{18}} = \sqrt{(x^2 y^9)^2} = x^2 y^9. \text{ Ответ: } x^2 y^9.$$

$$3) \sqrt[3]{27 x^3 y^6} = \sqrt[3]{(3xy^2)^3} = 3xy^2. 4) \sqrt[5]{x^5 y^{10}} = \sqrt[5]{(xy^2)^5} = xy^2. \text{ Ответ: } xy^2.$$

$$578. 1) \left(\frac{\frac{1}{a^2} - b^{\frac{1}{2}}}{a^2 + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}}{a-b} \right) \cdot \frac{a-2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b}{a+b} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} \right) + 2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}}{a-b} \cdot \frac{a-2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b}{a+b} =$$

$$= \frac{a - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a - b} \cdot \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{a + b} = \frac{a + b}{a - b} \cdot \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{a + b} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}.$$

Ответ: $\frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}.$

$$2) \left(\frac{1}{\frac{1}{a^2} + a} - \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^2 + 1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^2 - 1} = \frac{1 - a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{a^2} + 1\right)} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^2 - 1} = \frac{1 - a}{a^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{a^2} + 1\right)} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^2 - 1} = \frac{(1 - a)a^{\frac{1}{2}}}{a^2(a - 1)} = -1.$$

Ответ: -1.

$$3) \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1 + x^{\frac{1}{2}}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{1 - x^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}} - x} \right) = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1 + x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} - 1}{x^{\frac{1}{2}}\left(1 - x^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1 + x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x - 1}{x^{\frac{1}{2}}\left(1 - x^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{x^{\frac{1}{2}}(x - 1)}{x^2(1 - x)} = -1.$$

Ответ: -1.

$$4) \frac{m + 2m^{\frac{1}{2}} + 1}{2m^{\frac{1}{2}}} \cdot \left(\frac{2m^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}} - 1} - \frac{4m^{\frac{1}{2}}}{m - 1} \right) = \frac{\left(m^{\frac{1}{2}} + 1\right)^2}{2m^{\frac{1}{2}}} \cdot \left(\frac{2m^{\frac{1}{2}}\left(m^{\frac{1}{2}} + 1\right) - 4m^{\frac{1}{2}}}{m - 1} \right) =$$

$$= \frac{\left(m^{\frac{1}{2}} + 1\right)^2}{2m^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{2m + 2m^{\frac{1}{2}} - 4m^{\frac{1}{2}}}{m - 1} = \frac{\left(m^{\frac{1}{2}} + 1\right)^2}{2m^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{2m - 2m^{\frac{1}{2}}}{m - 1} = \frac{\left(m^{\frac{1}{2}} + 1\right)^2}{2m^{\frac{1}{2}}} \times \frac{2m^{\frac{1}{2}}\left(m^{\frac{1}{2}} - 1\right)}{\left(m^{\frac{1}{2}} - 1\right)\left(m^{\frac{1}{2}} + 1\right)} = m^{\frac{1}{2}} + 1.$$

Ответ: $m^{\frac{1}{2}} + 1.$

579. Пусть x кг ромашки должны собрать школьники. Тогда $0,84x$ кг массы теряет растения при сушке. Значит $(1 - 0,84)x$ кг остается. Поэтому $(1 - 0,84)x = 16$; $0,16x = 16$; $x = 100$.

Ответ: 100 кг.

580. Пусть завод увеличивал выпуск продукции на x раз. Тогда каждый раз выпуск продукции становился в $(1 + x)$ раз больше. Поскольку увеличение было два раза, и выпуск увеличился от 1200 до 1452 изделий, то получим уравнение:

$$1200(1 + x)^2 = 1452; (1 + x)^2 = 1,21; 1 + x = 1,1; x = 0,1; 0,1 \cdot 100 = 10\%. \text{ Ответ: } 10\%.$$

581. Пусть $x\%$ цинка содержится в каждом сплаве. Известно, что в новом сплаве содержится

$$30\% \text{ цинка. Получим уравнение: } 300 \cdot \frac{x}{100} + 500 \cdot \frac{x}{100} = 800 \cdot 0,3; 3x + 5x = 240;$$

$$8x = 240; x = 30.$$

30 % цинка в каждом сплаве.

Найдем сколько процентов олова содержится во втором сплаве $100\% - 30\% - 26\% = 44\%$. 44 % олова во втором сплаве.

Теперь можем найти сколько килограммов олова содержится в новом сплаве. (Известно, что в первом сплаве 40 % олова.) $300 \cdot 0,4 + 500 \cdot 0,44 = 340$ (кг). Ответ: 340 кг.

582. $(8,8 \cdot 0,25)$ литров — на столько увеличится расход топлива у автомобиля при движении со скоростями выше рекомендованных.

$(8,8 \cdot 0,25 \cdot 4)$ рублей будет стоить бензин АИ-93 на 100 км пути при движении с повышенной скоростью.

$(8,8 \cdot 0,25 \cdot 4 \cdot 5)$ рублей — на столько дороже окажется поездка на расстояние 500 км при езде с повышенной скоростью.

$$8,8 \cdot 0,25 \cdot 4 \cdot 5 = 44 \text{ (руб.)}. \text{ Ответ: } 44 \text{ руб.}$$

$$583. 1) (5a^2 + 3a - 1)(2a^2 - 4a + 2) = 10a^4 - 20a^3 + 10a^2 + 6a^3 - 12a^2 + 6a - 2a^2 + 4a - 2 = 10a^4 - 13a^3 - 4a^2 + 10a - 2. \text{ Ответ: } 10a^4 - 13a^3 - 4a^2 + 10a - 2.$$

$$2) \left(\frac{2}{3} m^2 - \frac{3}{4} n \right)^2 = \frac{4}{9} m^4 - m^2 n + \frac{9}{16} n^2. \text{ Ответ: } \frac{4}{9} m^4 - m^2 n + \frac{9}{16} n^2.$$

$$3) (3m^2 - 6m + 7)(-2m^2 + 5m - 1) = -6m^4 + 15m^3 - 3m^2 + 12m^3 - 30m^2 + 6m - 14m^2 + 35m - 7 = -6m^4 + 27m^3 - 47m^2 + 41m - 7. \text{ Ответ: } -6m^4 + 27m^3 - 47m^2 + 41m - 7.$$

$$4) (a^2b - 3b^2)^2 = a^4b^2 - 6a^2b^3 + 9b^4. \text{ Ответ: } a^4b^2 - 6a^2b^3 + 9b^4.$$

$$584. 1) 4x^8 - 81y^4 = (2x^4 - 9y^2)(2x^4 + 9y^2) = (\sqrt{2}x^2 - 3y)(\sqrt{2}x^2 + 3y)(2x^4 + 9y^2).$$

$$\text{Ответ: } (\sqrt{2}x^2 - 3y)(\sqrt{2}x^2 + 3y)(2x^4 + 9y^2).$$

$$2) 16a^6 - 25b^8 = (4a^3 - 5b^4)(4a^3 + 5b^4). \text{ Ответ: } (4a^3 - 5b^4)(4a^3 + 5b^4).$$

$$3) (x + y)^2 - z^2 = (x + y - z)(x + y + z). \text{ Ответ: } (x + y - z)(x + y + z).$$

$$4) m^2 - (n - k)^2 = (m - n + k)(m + n - k). \text{ Ответ: } (m - n + k)(m + n - k).$$

$$5) 25x^4y^6 - \frac{9}{16}a^6b^6 = \left(5x^2y^3 - \frac{3}{4}a^3b^3 \right) \left(5x^2y^3 + \frac{3}{4}a^3b^3 \right).$$

$$\text{Ответ: } \left(5x^2y^3 - \frac{3}{4}a^3b^3 \right) \left(5x^2y^3 + \frac{3}{4}a^3b^3 \right).$$

$$6) \frac{1}{25}a^6b^2 - \frac{4}{49}c^8 = \left(\frac{1}{5}a^3b - \frac{2}{7}c^4 \right) \left(\frac{1}{5}a^3b + \frac{2}{7}c^4 \right). \text{ Ответ: } \left(\frac{1}{5}a^3b - \frac{2}{7}c^4 \right) \left(\frac{1}{5}a^3b + \frac{2}{7}c^4 \right).$$

$$7) (x + y)^2 - 16(x - y)^2 = (x + y - 4(x - y))(x + y + 4(x - y)) = (x + y - 4x + 4y)(x + y + 4x - 4y) = (5y - 3x)(5x - 3y). \text{ Ответ: } (5y - 3x)(5x - 3y).$$

$$8) (a + b)^2 + 4(a + b) + 4 = (a + b + 2)^2. \text{ Ответ: } (a + b + 2)^2.$$

$$585. 1) 4a^{10}b^8 + 4a^5b^4 + 1 = (2a^5b^4 + 1)^2; \text{ Ответ: } (2a^5b^4 + 1)^2.$$

$$2) 4a^2 - 12ab^2 + 9b^4 = (2a - 3b^2)^2; \text{ Ответ: } (2a - 3b^2)^2.$$

$$3) 16a^4c^6 - 8a^2c^3 + 1 = (4a^2c^3 - 1)^2; \text{ Ответ: } (4a^2c^3 - 1)^2.$$

$$4) 25b^4 + 40ab^2 + 16a^2 = (5b^2 + 4a)^2. \text{ Ответ: } (5b^2 + 4a)^2.$$

$$586. 1) 8a^3b + 3a^2by + 3a^2bx + 8a^2bx = (8a^3b + 8a^2bx) + (3a^2by + 3a^2bx) = 8a^2b(a + x) + 3a^2by(a + x) = (a + x)(8a^2b + 3a^2by) = a^2b(a + x)(8 + 3y). \text{ Ответ: } a^2b(a + x)(8 + 3y).$$

$$2) 25x^3 - 15x^2y - 20xy^2 + 12y^3 = (25x^3 - 15x^2y) - (20xy^2 - 12y^3) = 5x^2(5x - 3y) - 4y^2(5x - 3y) = (5x - 3y)(5x^2 - 4y^2) = (5x - 3y)(\sqrt{5}x - 2y)(\sqrt{5}x + 2y).$$

$$\text{Ответ: } (5x - 3y)(\sqrt{5}x - 2y)(\sqrt{5}x + 2y).$$

$$3) 5a^3c + 10a^2 - 6bc - 3abc^2 = (5a^3c + 10a^2) - (6bc + 3abc^2) = 5a^2(ac + 2) - 3bc(2 + ac) = (ac + 2)(5a^2 - 3bc). \text{ Ответ: } (ac + 2)(5a^2 - 3bc).$$

$$4) 8xy^3 - 24y^2 - 7axy + 21a = (8xy^3 - 24y^2) - (7axy - 21a) = 8y^2(xy - 3) - 7a(xy - 3) = (xy - 3)(8y^2 - 7a). \text{ Ответ: } (xy - 3)(8y^2 - 7a).$$

$$587. 1) \left(1 - \frac{1}{a+b} \right) \left(1 + \frac{1}{a+b} \right)^{-1} = \left(\frac{a+b-1}{a+b} \right) \left(\frac{a+b+1}{a+b} \right)^{-1} = \frac{a+b-1}{a+b} \cdot \frac{a+b}{a+b+1} = \frac{a+b-1}{a+b+1}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{a+b-1}{a+b+1}.$$

$$2) \left(m - \frac{2}{m+n} \right) \left(m + \frac{2}{m+n} \right) + \frac{4}{(m+n)^2} = \left(m^2 - \frac{4}{(m+n)^2} \right) + \frac{4}{(m+n)^2} = \frac{m^2(m+n)^2 - 4}{(m+n)^2} + \frac{4}{(m+n)^2} = \frac{m^2(m+n)^2 - 4 + 4}{(m+n)^2} = m^2. \text{ Ответ: } m^2.$$

$$3) \left(a - b + \frac{4ab}{a-b} \right) : \left(a + b - \frac{4ab}{a+b} \right) = \frac{(a-b)(a-b) + 4ab}{a-b} : \frac{(a+b)(a+b) - 4ab}{a+b} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 4ab}{a-b} : \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{a+b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a-b} : \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a-b} \cdot \frac{a+n}{(a-b)^2} = \frac{(a+b)^3}{(a-b)^3}. \text{ Ответ: } \frac{(a+b)^3}{(a-b)^3}.$$

$$4) \left(a - 2b - \frac{a^2 - b^2}{a + b} \right) : \left(2a - b + \frac{a^2 - b^2}{a - b} \right) = \left(1 - 2b - \frac{(a - b)(a + b)}{a + b} \right) : \left(2a - b + \frac{(a - b)(a + b)}{a - b} \right) =$$

$$= (a - 2b - (a - b)) : (2a - b + (a + b)) = (a - 2b - a + b) : (2a - b + a + b) = -b : 3a = -\frac{b}{3a}.$$

Ответ: $-\frac{b}{3a}$.

$$588. 1) \frac{a+2}{a-5} : \left(\frac{a^2 + a + 19}{a^2 - 25} + \frac{3}{a+5} \right) = \frac{a+2}{a-5} : \left(\frac{a^2 + a + 19 + 3(a-5)}{a^2 - 25} \right) =$$

$$= \frac{a+2}{a-5} : \left(\frac{a^2 + a + 19 + 3a - 15}{a^2 - 25} \right) = \frac{a+2}{a-5} : \frac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 25} = \frac{a+2}{a-5} \cdot \frac{(a-5)(a+5)}{(a+2)^2} = \frac{a+5}{a+2}.$$

Если $a = -1\frac{1}{2}$, то $\frac{a+5}{a+2} = \frac{-\frac{3}{2} + 5}{-\frac{3}{2} + 2} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{2}} = 7$. Ответ: 7.

$$2) \frac{a-3}{2+a} : \left(\frac{a^2 - 3a + 3}{4 - a^2} + \frac{3}{2+a} \right) = \frac{a-3}{2+a} : \frac{a^2 - 3a + 3 + 3(2-a)}{4 - a^2} = \frac{a-3}{2+a} : \frac{a^2 - 3a + 3 + 6 - 3a}{4 - a^2} =$$

$$= \frac{a-3}{2+a} : \frac{a^2 - 6a + 9}{4 - a^2} = \frac{a-3}{2+a} \cdot \frac{(2-a)(2+a)}{(a-3)^2} = \frac{2-a}{a-3}.$$

Если $a = \frac{1}{2}$, то $\frac{2-a}{a-3} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 3} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{3}{5}$. Ответ: $-\frac{3}{5}$.

589. 1) $(5 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 5^{-1}) : 10^{-2} = (5 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 5^{-1}) \cdot 10^2 = 5 - 3 \cdot \frac{1}{5} \cdot 10^2 = 5 - 3 \times 2 \cdot 10 = 5 - 60 = -55$.

Ответ: -55.

$$2) \frac{3 \cdot 2^{-1} - 2 \cdot 3^{-1}}{\left(1\frac{1}{5}\right)^{-1}} = \frac{3^{-1} \cdot 2^{-1} \cdot (9-4)}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$3) \left(1\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \left(1\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{4}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{3^2}{2^3} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

Ответ: 3.

$$4) \frac{\left(3\frac{1}{7}\right)^{-1} + \left(4\frac{2}{5}\right)^{-1} - 1}{11^{-1}} = \frac{\left(\frac{22}{7}\right)^{-1} + \left(\frac{22}{5}\right)^{-1}}{11^{-1}} = 11 \cdot \left(\frac{7}{22} + \frac{5}{22}\right) = 11 \cdot \frac{12}{22} = \frac{12}{2} = 6. \text{ Ответ: } 6.$$

$$5) 3 \cdot 10^{-1} \cdot \left(8^0 - \frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-1} = 0,3 \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-1} =$$

$$= 0,3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-1} = 0,3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{-1} = 0,3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{5} = 0,3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{0,6}{5} = 0,12. \text{ Ответ: } 0,12.$$

$$6) \frac{4^{-1} \cdot 3^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} = \frac{4^{-1} \cdot 3^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2}{5 - 3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{2} = \frac{3}{32}. \text{ Ответ: } \frac{3}{32}.$$

$$7) \sqrt{5,8^2 - 4,2^2} = \sqrt{(5,8 - 4,2)(5,8 + 4,2)} = \sqrt{1,6 \cdot 10} = \sqrt{16} = 4. \text{ Ответ: } 4.$$

$$8) \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{(6,8 - 3,2)(6,8 + 3,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 10} = \sqrt{36} = 6. \text{ Ответ: } 6.$$

590. 1) $\frac{a^2 - b^{-2}}{a^{-1} - b^{-1}} = \frac{(a^{-1} - b^{-1})(a^{-1} + b^{-1})}{a^{-1} - b^{-1}} = a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \text{ Ответ: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$

$$2) \frac{y^{-1} - x^{-1}}{(x^3 - y^3)(xy)^{-1}} = \frac{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}{(x^3 - y^3)(xy)^{-1}} = \frac{\frac{x-y}{xy}}{(x^3 - y^3)} \cdot xy = \frac{x-y}{x^3 - y^3} = \frac{x-y}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{1}{x^2 + xy + y^2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{x^2 + xy + y^2}.$$

$$3) \frac{a^2 - b^2}{a^{-1} + b^{-1}} = \frac{a^2 - b^2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{a^2 - b^2}{\frac{a+b}{ab}} = ab \cdot \frac{(a-b)(a+b)}{a+b} = ab(a-b). \text{ Ответ: } ab(a-b).$$

$$4) \frac{m^{\frac{3}{2}} - m}{m-1} = \frac{m \left(m^{\frac{1}{2}} - 1 \right)}{m-1} = \frac{m \left(m^{\frac{1}{2}} - 1 \right)}{\left(m^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \left(m^{\frac{1}{2}} + 1 \right)} = \frac{m}{m^{\frac{1}{2}} + 1}. \text{ Ответ: } \frac{m}{m^{\frac{1}{2}} + 1}.$$

$$591. 1) \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{3} = |\sqrt{3}-2| - |1-\sqrt{3}| + \sqrt{3} = -\sqrt{3} + 2 - (\sqrt{3}-1) + \sqrt{3} = -\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}. \text{ Ответ: } 3 - \sqrt{3}.$$

$$2) \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{5} = |\sqrt{3}-\sqrt{5}| + |1-\sqrt{3}| - \sqrt{5} = -\sqrt{3} + \sqrt{5} + (\sqrt{3}-1) - \sqrt{5} = -\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - 1 - \sqrt{5} = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$3) \sqrt{12(\sqrt{3}-2)^2} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}|\sqrt{3}-2| - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(2-\sqrt{3}) - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 2 \cdot 3 - 4\sqrt{3} = -6. \text{ Ответ: } -6.$$

$$4) \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-2)^2}{8}} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|\sqrt{2}-2|}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

$$592. x > 0, y < 0$$

$$1) \frac{3}{5} \sqrt{2, 25x^{10}y^6} = \frac{3}{5} |1, 4x^5y^3| = -\frac{3}{5} \cdot 1, 5x^5y^3 = -0, 9x^5y^3. \text{ Ответ: } -0, 9x^5y^3.$$

$$2) 0, 11 \sqrt{\frac{4}{121} x^{12} y^2} = 0, 11 \left| \frac{2}{11} x^6 y \right| = -0, 11 \cdot \frac{2}{11} x^6 y = -0, 02x^6 y. \text{ Ответ: } -0, 02x^6 y.$$

$$593. 1) \frac{m^{\frac{1}{2}} n^{\frac{1}{5}} + n^{\frac{1}{3}}}{m + m^{\frac{1}{2}} n^{\frac{1}{15}}} = \frac{n^{\frac{1}{5}} \left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{2}{15}} \right)}{m^{\frac{1}{2}} \left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{2}{15}} \right)} = \frac{n^{\frac{1}{5}}}{m^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{Если } m = 0, 04, n = 243, \text{ то } \frac{n^{\frac{1}{5}}}{m^{\frac{1}{2}}} = \frac{243^{\frac{1}{5}}}{0, 04^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{0, 2} = 15. \text{ Ответ: } 15.$$

$$2) \frac{m^{\frac{1}{2}} n^{-2} - n^{-\frac{3}{2}}}{m^{\frac{3}{4}} - m^{\frac{1}{4}} n^{\frac{1}{2}}} = \frac{n^{-1} \left(m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}} \right)}{m^{\frac{1}{4}} \left(m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}} \right)} = \frac{1}{n^2 m^{\frac{1}{4}}}.$$

$$\text{Если } m = 81, n = 0, 1, \text{ то } \frac{1}{n^2 m^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{(0, 1)^2 \cdot 81^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{0, 01 \cdot 3} = \frac{1}{0, 03} = \frac{100}{3} = 33 \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } 33 \frac{1}{3}.$$

$$3) \left(1 + \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \right) = 1 - \frac{a-x}{a+x} = \frac{a+a-a+x}{a+x} = \frac{2x}{a+x}.$$

Если $a = 5$, $x = 4$, то $\frac{2x}{a+x} = \frac{2 \cdot 4}{5+4} = \frac{8}{9}$. Ответ: $\frac{8}{9}$.

$$4) \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{a - \sqrt{a^2 - x^2}} - \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{a + \sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{(a + \sqrt{a^2 - x^2})(a + \sqrt{a^2 - x^2}) - (a - \sqrt{a^2 - x^2})(a - \sqrt{a^2 - x^2})}{a^2 - (a^2 - x^2)} =$$

$$= \frac{a^2 + 2a\sqrt{a^2 - x^2} - x^2 + a^2 - x^2 - a^2 + 2a\sqrt{a^2 - x^2} - a^2 + x^2}{x^2} = \frac{4a\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2}.$$

Если $a = 3$, $x = \sqrt{5}$, то

$$\frac{4a\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} = \frac{4 \cdot 3\sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{12\sqrt{9-5}}{5} = \frac{12\sqrt{4}}{5} = \frac{12 \cdot 2}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}. \text{ Ответ: } 4\frac{4}{5}.$$

594. 1) $6n\sqrt{\frac{m}{2n}} \cdot \sqrt{18mn} = 6n\sqrt{\frac{m \cdot 18mn}{2n}} = 6n\sqrt{9m^2} = 6n \cdot 3m = 18mn$. Ответ: $8mn$.

$$2) \frac{a-1}{a^4+a^2} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{4}}}{a^2+1} \cdot a^{\frac{1}{4}} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)}{a^2\left(a^{\frac{1}{4}}+1\right)} \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{1}{4}}+1\right)}{a^2+1} \cdot a^{\frac{1}{4}} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right) \cdot a^{\frac{1}{4}}}{a^2} \cdot a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{2}}-1.$$

Ответ: $a^{\frac{1}{2}}-1$.

$$3) \frac{m+n}{m+2\sqrt{mn}+n} : \left(\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} \cdot \frac{2\sqrt{mn}}{m-n} \right) = \frac{m+n}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2} : \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})-2\sqrt{mn}}{m-n} =$$

$$= \frac{m+n}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2} \cdot \frac{m+2\sqrt{mn}+n-2\sqrt{mn}}{m-n} = \frac{m+n}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2} \cdot \frac{m-n}{m+n} = \frac{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2} = \frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}$.

$$4) \left(\frac{4}{4-a} + \frac{2-a^{\frac{1}{2}}}{2a^2+a} \right) : \frac{16+8a+a^2}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{4 \cdot a^{\frac{1}{2}} + \left(2-a^{\frac{1}{2}}\right)\left(2-a^{\frac{1}{2}}\right)}{a^2(4-a)} : \frac{(4+a)^2}{a^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{4a^{\frac{1}{2}}+4-4a^{\frac{1}{2}}+a}{a^2(4-a)} \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}}}{(4+a)^2} = \frac{4+a}{4-a} \cdot \frac{a}{(4+a)^2} = \frac{a}{(4-a)(4+a)} = \frac{a}{16-a^2}. \text{ Ответ: } \frac{a}{16-a^2}.$$

595. 1) $\left(\frac{a\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-1} + \sqrt{a} \right) : \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} = \frac{a\sqrt{a}-1+\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}-1} : \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} =$

$$= \frac{a\sqrt{a}-1+a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} : \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} = \frac{\sqrt{a}(a-1)+(a-1)}{\sqrt{a}-1} : \frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}-1} =$$

$$= \frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}+1} = \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} = \frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}-1} = \sqrt{a}+1. \text{ Ответ: } \sqrt{a}+1.$$

$$2) \left(\frac{1+b\sqrt{b}}{1+\sqrt{b}} - \sqrt{b} \right) \cdot \frac{1+\sqrt{b}}{1-b} = \frac{1+b\sqrt{b}-\sqrt{b}(1-\sqrt{b})}{1+\sqrt{b}} \cdot \frac{1+\sqrt{b}}{(1-\sqrt{b})(1+\sqrt{b})} =$$

$$= \frac{1+b\sqrt{b}-\sqrt{b}+b}{1+\sqrt{b}} \cdot \frac{1}{1-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}(b-1)-(b-1)}{1+\sqrt{b}} \cdot \frac{1}{1-\sqrt{b}} = \frac{(b-1)(\sqrt{b}-1)}{1+\sqrt{b}} \cdot \frac{1}{1-\sqrt{b}} = \frac{(b-1)(\sqrt{b}-1)}{1-b} = 1-\sqrt{b}.$$

Ответ: $1-\sqrt{b}$.

$$3) \left(\frac{1-a}{1-\sqrt{a}} + a \right) (1-\sqrt{a}) = (1-a) + a(1-\sqrt{a}) = 1-a+a-a\sqrt{a} = 1-a\sqrt{a}. \text{ Ответ: } 1-a\sqrt{a}.$$

$$4) \left(m + \frac{1-m}{1+\sqrt{m}} \right) (1+\sqrt{m}) = m(1+\sqrt{m}) + (1-m) = m+m\sqrt{m}+1-m = 1+m\sqrt{m}. \text{ Ответ: } 1+m\sqrt{m}.$$

596. 1) $8(3x-7)-3(8-x)=5(2x+1); 24x-56-24+3x-10x-5=0; 17x-85=0;$

$17x=85; x=5. \text{ Ответ: } 5.$

2) $10(2x-1)-9(x-2)+4(5x+8)=71; 20x-10-9x+18+20x+32=71; 31x=31;$
 $x=1. \text{ Ответ: } 1.$

3) $3+x(5-x)=(2-x)(x+3); 3+5x-x^2=2x+6-x^2-3x; 6x=3; x=\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$

4) $7-x(3+x)=(x+2)(5-x); 7-3x-x^2=5x-x^2+10-2x; 6x=-3; x=-\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$

597. 1) $\frac{5x-7}{6} - \frac{x+2}{7} = 2; 7(5x-7)-6(x+2)=84; 35x-49-6x-12=84; 29x=145; x=5.$

$\text{Ответ: } 5.$

2) $\frac{4x-8}{3} - \frac{3+2x}{5} = 8; 5(4x-8)-3(3+2x)=120; 20x-40-9-6x=120; 14x=169$

$x=12\frac{1}{14}. \text{ Ответ: } 12\frac{1}{14}.$

3) $\frac{14-x}{4} + \frac{3x+1}{5} = 3; 5(14-x)+4(3x+1)=3; 70-5x+12x+4=3; 7x=-71; x=-10\frac{1}{7}.$

$\text{Ответ: } -10\frac{1}{7}.$

4) $\frac{2x-5}{4} - \frac{6x+1}{8} = 2; 2(2x-5)-(6x+1)=16; 4x-10-6x-1=16; 2x=-27; x=-13,5.$

$\text{Ответ: } -13,5.$

598. 1) $\frac{4}{3(x+2)} = \frac{9}{8x+11}; 27(x+2)=4(8x+11); 27x+54=32x+44; 5x=10; x=2. \text{ Ответ: } 2.$

2) $\frac{1}{3(x-1)} = \frac{3}{2(x+6)}; 9(x-1)=2(x+6); 9x-9=2x+12; 7x=21; x=3. \text{ Ответ: } 3.$

3) $\frac{x}{5-x} + \frac{5-x}{5+x} = 2; \frac{x(5+x) + (5-x)(5-x) + 2(5-x)(5+x)}{(5-x)(5+x)} = 0;$
 $\frac{5x+x^2+25-x^2+50-2x^2}{(5-x)(5+x)} = 0; \frac{-2x^2+5x+75}{(5-x)(5+x)} = 0.$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$\begin{cases} -2x^2+5x+75=0; & x \neq 5, x \neq -5; \\ (5-x)(5+x) \neq 0; \end{cases} \quad 2x^2-5x-75=0; x_1=7,5, x_2=-5 \text{ — не удовлетворяет}$

условию $x \neq -5. \text{ Ответ: } 7,5.$

4) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x}{x+3} = 2; \frac{(x+3)(x+3) + x(x-3) - 2(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)} = 0;$
 $\frac{x^2+6x+9+x^2-3x-2x^2+18}{(x-3)(x+3)} = 0; \frac{3x+27}{(x-3)(x+3)} = 0.$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$\begin{cases} 3x+27=0; \\ (x-3)(x+3) \neq 0; \end{cases} \quad x \neq 3, x \neq -3; 3x+27=0; x=-9. \text{ Ответ: } -9.$

599. 1) $x(x-1)=0; x=0 \text{ или } x=1. \text{ Ответ: } 0; 1. 2) (x+2)(x-3)=0; x=-2 \text{ или } x=3. \text{ Ответ: } -2; 3.$

3) $x \left(2x - \frac{1}{2} \right) (4+3x) = 0; x=0 \text{ или } x=\frac{1}{4} \text{ или } 2x-\frac{1}{2}=0 \text{ или } 4+3x=0; x=-\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}.$

$\text{Ответ: } 0; \frac{1}{4}; -1\frac{1}{3}.$

4) $\frac{(x-5)(x+1)}{x^2+1} = 0$. Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} (x-5)(x+1) = 0; \\ x^2+1 \neq 0; \end{cases} \quad x = 5 \text{ или } x = -1. \text{ Ответ: } 5; -1.$$

600. 1) $x^2 + 3x = 0$; $x(x+3) = 0$; $x = 0$ или $x = -3$. Ответ: 0; -3.

2) $5x - x^2 = 0$; $x(5-x) = 0$; $x = 0$ или $x = 5$. Ответ: 0; 5.

3) $4x + 5x^2 = 0$; $x(4+5x) = 0$; $x = 0$ или $x = -\frac{4}{5}$. Ответ: 0; $-\frac{4}{5}$.

4) $-6x^2 - x = 0$; $-x(1+6x) = 0$; $x = 0$, $x = -\frac{1}{6}$. Ответ: 0; $-\frac{1}{6}$.

5) $2x^2 - 32 = 0$; $2x^2 = 32$; $x^2 = 16$, $x = \pm 4$. Ответ: ± 4 .

6) $2 - \frac{x^2}{2} = 0$; $\frac{x^2}{x} = 2$; $x^2 = 4$, $x = \pm 2$. Ответ: ± 2 .

7) $\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 1 = 0$; $\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 1$; $x^2 = 4$, $x = \pm 2$. Ответ: ± 2 .

8) $x^2 - 8 = 0$; $x^2 = 8$; $x = \pm 2\sqrt{2}$. Ответ: $\pm 2\sqrt{2}$.

601. 1) $2x^2 + x - 10 = 0$; $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{4}$; $x_1 = 2$, $x_2 = -2,5$. Ответ: 2; -2,5.

2) $2x^2 - x - 3 = 0$; $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4}$; $x_1 = 1,5$, $x_2 = -1$. Ответ: 1,5; -1.

3) $7x^2 - 13x - 2 = 0$; $x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{169+56}}{14}$; $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{1}{7}$. Ответ: 2; $-\frac{1}{7}$.

4) $4x^2 - 17x - 15 = 0$; $x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289+240}}{8}$; $x_1 = 5$, $x_2 = -\frac{3}{4}$. Ответ: 5; $-\frac{3}{4}$.

602. 1) $z^2 + 7z + 13 = 0$; $z_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49-52}}{2}$; $z_1 = \frac{-7+i\sqrt{3}}{2}$, $z_2 = \frac{-7-i\sqrt{3}}{2}$. Ответ: $\frac{-7 \pm i\sqrt{3}}{2}$.

2) $z^2 - 8z + 18 = 0$; $z_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64-72}}{2}$; $z_1 = 4+i\sqrt{2}$, $z_2 = 4-i\sqrt{2}$. Ответ: $4 \pm i\sqrt{2}$.

3) $3z^2 - 2z + 2 = 0$; $z_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-24}}{6}$; $z_1 = \frac{1+i\sqrt{5}}{3}$, $z_2 = \frac{1-i\sqrt{5}}{3}$. Ответ: $\frac{1 \pm i\sqrt{5}}{3}$.

4) $5z^2 - 4z + 1 = 0$; $z_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-20}}{10}$; $z_1 = \frac{2+i}{5}$, $z_2 = \frac{2-i}{5}$. Ответ: $\frac{2 \pm i}{5}$.

603. 1) $(3x+4)^2 + 3(x-2) = 46$; $9x^2 + 24x + 16 + 3x - 6 = 46$; $9x^2 + 27x - 36 = 0$; $x^2 + 3x - 4 = 0$.

По теореме Виета находим $x_1 = -4$, $x_2 = 1$. Ответ: -4; 1.

2) $2(1-1,5x) + 2(x-2)^2 = 1$; $2-3x+2(x^2-4x+4) = 1$; $2-3x+2x^2-6x+8-1 = 0$;

$$2x^2 - 11x + 9 = 0$$
; $x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121-72}}{4}$; $x_1 = 4,5$, $x_2 = 1$. Ответ: 4,5; 1.

3) $(5x-3)(x+2) - (x+2)^2 = 0$; $(x+2)(5x-3-(x+2)) = 0$; $(x+2)(5x-3-x-2) = 0$;

$$(x+2)(4x-5) = 0$$
; $x+2 = 0$; $x = -2$ или $4x-5 = 0$; $x = 1\frac{1}{4}$. Ответ: 2; $1\frac{1}{4}$.

4) $x(11-6x) - 20 + (2x-5)^2 = 0$; $11x - 6x^2 - 20 + 4x^2 - 20x + 25 = 0$; $-2x^2 - 9x + 5 = 0$;

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81+40}}{-4}$$
; $x_1 = -5$, $x = \frac{1}{2}$. Ответ: -5; $\frac{1}{2}$.

604. 1) $|x| = \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$ при $x > 0$; $x = -\frac{1}{2}$ при $x < 0$. Ответ: $\pm \frac{1}{2}$.

2) $|x-1| = 4$; $x = 5$ при $x > 1$; $x = -3$ при $x < 1$. Ответ: 5; -3.

- 3) $|3 - x| = 2$; $x = 1$ при $x < 3$; $x = 5$ при $x > 3$. Ответ: -1 .
 4) $|3x| - 3x = 6$; $x < 0$: $-3x - 3x = 6$; $-6x = 6$, $x = -1$. Ответ: -1 ; 5 .
 5) $|2,5 - x| + 3 = 5$; $2,5 - x + 3 = 5$ при $x < 2,5$; $x = 0,5$; $x - 2,5 + 3 = 5$ при $x > 2,5$; $x = 4,5$.
 Ответ: $0,5$; $4,5$.
 6) $|3,7 + x| - 2 = 6$; $3,7 + x - 2 = 6$ при $x > -3,7$; $x = 4,3$; $-3,7 - x - 2 = 6$ при $x < -3,7$; $x = 11,4$.
 Ответ: $4,3$; $11,4$.

605. 1) $\frac{7}{2x+9} - 6 = 5x$; $7 - 6(2x+9) = 5x(2x+9)$; $7 - 12x - 54 = 10x^2 + 45x$; $10x^2 + 57x + 47 = 0$;
 $x_{1,2} = \frac{-57 \pm \sqrt{3249 - 1880}}{20}$; $x_1 = -1$, $x_2 = -4,7$. Ответ: -1 ; $-4,7$.

2) $\frac{x^2}{x-2} - \frac{x+2}{x-1} = 4$; $\frac{x^2 - x - 2 - 4x + 8}{x-2} = 0$; $\frac{x^2 - 5x + 6}{x-2} = 0$.

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0; & x \neq 2; \\ x - 2 \neq 0; \end{cases}$ $x^2 - 5x + 6 = 0$. По теореме Виета $x_1 = 2$, $x_2 = 3$. Ответ: 3 .

3) $\frac{x}{x^2-16} + \frac{x-1}{x+4} = 1$; $\frac{x + (x-1)(x-4) - x^2 + 16}{x^2-16} = 0$; $\frac{x + x^2 - 4x - x + 4 - x^2 + 16}{x^2+16} = 0$;
 $\frac{-4x+20}{x^2-16} = 0$. Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.
 $\begin{cases} -4x+20 = 0; \\ x^2-16 \neq 0; \end{cases}$ $x \neq \pm 4$, $x = 5$. Ответ: 5 .

4) $\frac{12}{(x+6)^2} + \frac{x}{x+6} = 1$; $\frac{12 + x(x+6) - (x+6)^2}{(x+6)^2} = 0$; $\frac{12 + x^2 + 6x - x^2 - 12x - 36}{(x+6)^2} = 0$;
 $\frac{-6x-24}{(x+6)^2} = 0$. Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.
 $\begin{cases} -6x-24 = 0; \\ (x+6)^2 \neq 0; \end{cases}$ $x \neq -6$, $x = -4$. Ответ: -4 .

606. 1) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$. Введем замену $y = x^2$, тогда $y^2 = x^4$, $y^2 - 17y + 16 = 0$.

По теореме Виета получим $y_1 = 1$, $y_2 = 16$. Учитывая замену, получим

1) $x^2 = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$. 2) $x^2 = 16$; $x_{3,4} = \pm 4$. Ответ: ± 1 ; ± 4 .

2) $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$. Введем замену $y = x^2$, тогда $y^2 = x^4$, $y^2 - 37y + 36 = 0$.

По теореме Виета $y_1 = 1$, $y_2 = 36$. Учитывая замену, получим

1) $x^2 = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$. 2) $x^2 = 36$; $x_{3,4} = \pm 6$. Ответ: ± 1 ; ± 6 .

3) $2x^4 - 5x^2 - 12 = 0$. Введем замену $y = x^2$. $2y^2 - 5y - 12 = 0$; $y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+96}}{4}$;
 $y_1 = 4$, $y_2 = -\frac{6}{4}$. Учитывая замену, получим

1) $x^2 = 4$; $x_{1,2} = \pm 2$. Ответ: ± 2 ; $\pm i\sqrt{1,5}$. 2) $x^2 = -\frac{6}{4} = -1,5$; $x_{3,4} = \pm i\sqrt{1,5}$.

4) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$. Введем замену $x^2 = y$. $y^2 - 3y - 4 = 0$. По теореме Виета $y_1 = 4$, $y_2 = -1$.

Учитывая замену, получим

1) $x^2 = 4$; $x_{1,2} = \pm 2$. 2) $x^2 = -1$; $x_{3,4} = \pm i$. Ответ: ± 2 ; $\pm i$.

607. 1) $\sqrt{x+1} - 5 = 0$; ОДЗ: $x \geq -1$. $\sqrt{x+1} = 5$; $x+1 = 25$; $x = 24$. Ответ: 24 .

2) $6 - \sqrt{x+3} = 0$; ОДЗ: $x \geq -3$; $\sqrt{x+3} = 6$; $x+3 = 36$; $x = 33$. Ответ: 33 .

3) $\sqrt{5-x} - 1 = x$; ОДЗ: $x \leq 5$; $\sqrt{5-x} = x+1$; $5-x = (x+2)^2$; $5-x = x^2+2x+1$; $x^2+3x-4=0$.
 По теореме Виета $x_1 = -4$, $x_2 = 1$. Ответ: -4 ; 1 .

4) $3 + \sqrt{x-5} = x-4$; $\sqrt{x-5} = x-3-4$; ОДЗ: $x \geq 7$; $x-5 = (x-7)^2$; $x-5 = x^2-14x+49$;
 $x^2-15x+54=0$. По теореме Виета $x_1 = 6$, $x_2 = 9$ (6 не входит в ОДЗ). Ответ: 9 .

5) $7x - \sqrt{2x+2} = 5x$; $\sqrt{2x+2} = 2x$; ОДЗ: $x \geq 0$; $2x+2 = 4x^2$; $4x^2-2x-2=0$; $2x^2-x-1=0$;

$x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{1}{2}$ — не входит в ОДЗ. Ответ: 1.

6) $12x - \sqrt{5x-4} = 11x$; $\sqrt{5x-4} = x$; ОДЗ: $x \geq \frac{4}{5}$; $5x - 4 = x^2$; $x^2 - 5x + 4 = 0$. По теореме

Виета $x_1 = 1$, $x_2 = 4$. Ответ: 1; 4.

608. 1) $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$. Перебирая делители числа 1, находим целый корень уравнения 1. $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = (x-1)M_3(x)$. Найдем $M_3(x)$:

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 & x-1 \\ \hline x^4 - x^3 & \\ \hline -4x^3 + 8x^2 & \\ -4x^3 + 4x^2 & \\ \hline 4x^2 - 5x & \\ 4x^2 - 4x & \\ \hline -x + 1 & \\ -x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0; (x^3 - 1) - (4x^2 - 4x) = 0; (x-1)(x^2 + x + 1) - 4x(x-1) = 0; (x-1)(x^2 + x + 1 - 4x) = 0; (x-1)(x^2 - 3x + 1) = 0; x_2 = 1 \text{ или } x^2 - 3x + 1 = 0;$$

$$x_{3,4} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}. \text{ Ответ: } 1; \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

2) $x^4 + x^3 - 18x^2 + x + 1 = 0$

Поскольку $x = 0$ не является корнем уравнения, то разделим его на x^2 . Тогда

$$x^2 + x - 18 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0; \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) - 18 = 0.$$

$$\text{Введем замену } x + \frac{1}{x} = t, \quad x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = t^2, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2.$$

$$t^2 - 2 + t - 18 = 0; t^2 + t - 20 = 0. \text{ По теореме Виета } t_1 = -5, t_2 = 4.$$

Учитывая замену, получим:

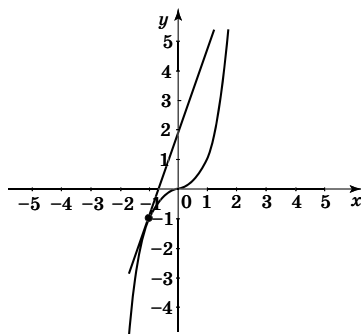
$$1) x + \frac{1}{x} = -5; x^2 + 5x + 1 = 0; x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}.$$

$$2) x + \frac{1}{x} = 4; x^2 - 4x + 1 = 0; x_{3,4} = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}. \text{ Ответ: } \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}; 2 \pm \sqrt{3}.$$

609. 1) $x^3 = 3x + 2$.

Построим графики функций $y = x^3$ и $y = 3x + 2$.

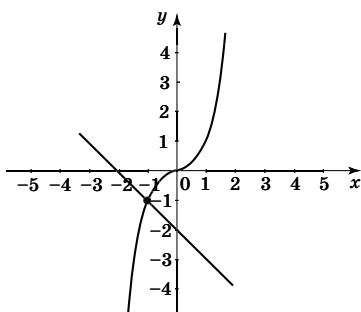
Область определения — все действительные числа.



$x = -1$ и $x = 2$ — точки пересечения графиков.

Ответ: -1; 2.

2) $x^3 = -x - 2$.



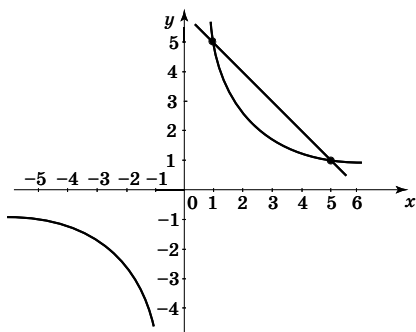
Построим графики функций $y = x^3$ и $y = -x - 2$.
Область определения — все действительные числа.

$x = -1$ — точка пересечения графиков. *Ответ:* -1 .

3) $\frac{5}{x} = 6 - x$. Построим графики функций $y = \frac{5}{x}$ и $y = 6 - x$.

Область определения функции $y = \frac{5}{x}$ — все действительные числа, кроме $x = 0$.

Область определения функции $y = 6 - x$ — все действительные числа.

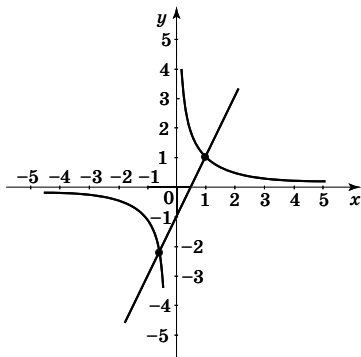


$x = 1$ и $x = 5$ — точки пересечения графиков. *Ответ:* $1; 5$.

4) $x^{-1} = 2x - 1$. Построим графики функций $y = \frac{1}{x}$ и $y = 2x - 1$.

Область определения функции $y = \frac{1}{x}$ — все действительные числа, кроме $x = 0$.

Область определения функции $y = 2x - 1$ — все действительные числа.

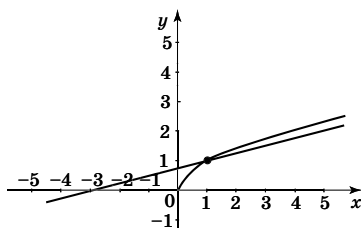


$x = 0,5$ и $x = 1$ — точки пересечения графиков.
Ответ: $0,5; 1$.

5) $\sqrt{x} = \frac{x+3}{4}$. Построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{x+3}{4}$.

Область определения функции $y = \sqrt{x}$ — все неотрицательные действительные числа.

Область определения функции $y = \frac{x+3}{4}$ — все действительные числа.



$x = 1$ — точка пересечения графиков.

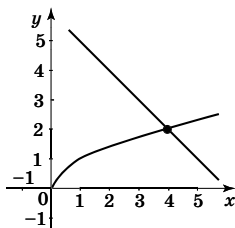
Ответ: 1.

6) $\sqrt{x} = 6 - x$.

Построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$.

Область определения функции $y = \sqrt{x}$ — все неотрицательные действительные числа.

Область определения функции $y = 6 - x$ — все действительные числа.



$x = 4$ — точка пересечения графиков.

Ответ: 4.

610. 1) $\begin{cases} x + y = 12; \\ x - y = 2. \end{cases}$ Сначала сложим оба уравнения системы, а затем вычтем второе из первого.
 $2x = 14$, $x = 7$; $2y = 10$, $y = 5$. Ответ: (7; 5).

2) $\begin{cases} x + y = 10; \\ y - x = 4. \end{cases}$ Сначала сложим оба уравнения системы, а затем вычтем второе из первого.
 $2y = 14$, $y = 7$; $2x = 6$, $x = 3$. Ответ: (3; 7).

3) $\begin{cases} 2x + 3y = 11; \\ 2x - y = 7. \end{cases}$ Вычтем второе уравнение системы из первого: $4y = 4$, $y = 1$.

Подставляя y во второе уравнение системы, получим: $2x - 1 = 7$, $2x = 8$, $x = 4$. Ответ: (4; 1).

4) $\begin{cases} 3x + 5y = 21; \\ 6x + 5y = 27. \end{cases}$ Вычтем первое уравнение системы из второго. Получим: $3x = 6$, $x = 2$.

Подставим x в первое уравнение системы $3 \cdot 2 + 5y = 21$, $5y = 15$, $y = 3$. Ответ: (2; 3).

5) $\begin{cases} 3x + 5y = 4; \\ 2x - y = 7. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. Из второго уравнения выразим y , $y = 2x - 7$; $3x + 5(2x - 7) = 4$; $3x + 10x - 35 = 4$; $13x = 39$; $x = 3$; $y = 2 \cdot 3 - 7 = -1$.

Ответ: (3; -1).

6) $\begin{cases} 4x - 3y = 1; \\ 3x + y = -9. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки.

$y = -9 - 3x$; $4x - 3(-9 - 3x) = 1$; $4x + 27 + 9x = 1$; $13x = -26$;

$x = -2$; $y = -9 - 3 \cdot (-2) = -3$. Ответ: (-2; -3).

611. 1)
$$\begin{cases} \frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} - 2; \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 5. \end{cases}$$
 Решим систему уравнений методом подстановки.

$$\frac{1}{4}x = 5 - \frac{1}{2}y; \quad \frac{2x}{3} = 3\left(5 - \frac{1}{2}y\right) - 2; \quad \frac{2x}{3} = 15 - \frac{3}{2}y - 2; \quad \frac{13}{6}x = 13; \quad x = 6; \quad y = 20 - 2 \cdot 6 = 8.$$

Ответ: (6; 8).

2)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+11) = \frac{1}{3}(y+13) + 2; \\ 5x = 3y + 8. \end{cases}$$
 Решим систему уравнений методом подстановки. Из второго

уравнения выразим x : $x = \frac{3y+8}{5}$. $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3y+8}{5} + 11\right) = \frac{1}{3}(y+13) + 2$;

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3y+63}{5}\right) = \frac{1}{3}y + \frac{19}{3}; \quad \frac{3}{10}y - \frac{1}{3}y = \frac{19}{3} - \frac{63}{10}; \quad -\frac{1}{30}y = \frac{1}{30}; \quad y = -1; \quad x = \frac{-3+8}{5} = 1.$$

Ответ: (1; -1).

3)
$$\begin{cases} \frac{3}{7}x - \frac{2}{5}y = 2; \\ \frac{3}{4}x + \frac{1}{6}y = 12\frac{1}{6}. \end{cases}$$
 Домножим второе уравнение системы на 6 и решим систему методом

подстановки. $\frac{9}{2}x + y = 73$; $y = 73 - \frac{9}{2}x$; $\frac{3}{7}x - \frac{2}{5}\left(73 - \frac{9}{2}x\right) = 2$; $\frac{3}{7}x - \frac{146}{5} + \frac{9}{5}x = 2$;

$$\frac{78}{35}x = \frac{156}{5}; \quad x = 14; \quad y = 73 - \frac{9}{2} \cdot 14 = 10. \text{ Ответ: } (14; 10).$$

4)
$$\begin{cases} \frac{1}{4}(x+3y) = \frac{1}{3}(x+2y); \\ x+5y = 12; \end{cases}$$
 $\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y$; $\frac{1}{12}y - \frac{1}{12}x = 0$; $y - x = 0$; $x = y$; $6y = 12$;
 $y = 2$; $x = 2$. Ответ: (2; 2).

612. 1)
$$\begin{cases} x - y = 7; \\ xy = 18. \end{cases}$$
 Решим систему уравнений методом подстановки.

$$x = 7 + y; \quad (7 + y)y = 18; \quad y^2 + 7y - 18 = 0. \text{ По теореме Виета } y_1 = -9, y_2 = 2; \quad x_1 = -2, x_2 = 9.$$

Ответ: (-2; -9), (9; 2).

2)
$$\begin{cases} x - y = 2; \\ xy = 15. \end{cases}$$
 Решим систему уравнений методом подстановки.

$$x = 2 + y; \quad (2 + y)y = 15; \quad y^2 + 2y - 15 = 0.$$

По теореме Виета $y_1 = -5, y_2 = 3$. Соответственно $x_1 = -3, x_2 = 5$. Ответ: (-3; -5), (5; 3).

3)
$$\begin{cases} x + y = 2; \\ xy = -15. \end{cases}$$
 По теореме, обратной теореме Виета, x и y являются корнями уравнения

$$z^2 - 2z - 15 = 0. \text{ Откуда } z_1 = 5, z_2 = -3.$$

Следовательно, решениями исходной системы являются пары чисел:

$$x_1 = 5, y_1 = -3; \quad x_2 = -3, y_2 = 5. \text{ Ответ: } (-3; 5), (5; -3).$$

4)
$$\begin{cases} x + y = -5; \\ xy = -36. \end{cases}$$
 По теореме, обратной теореме Виета, x и y являются корнями уравнения

$$z^2 + 5z - 36 = 0. \quad z_1 = -9, z_2 = 4. \text{ Следовательно, решениями системы будут:}$$

$$x_1 = -9, y_1 = 4; \quad x_2 = 4, y_2 = -9. \text{ Ответ: } (-9; 4), (4; -9).$$

5)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13; \\ xy = 6. \end{cases}$$
 Домножим второе уравнения системы на 2 и сложим с первым. Восполь-

зуемся формулой квадрата суммы чисел. $2xy = 12$; $x^2 + y^2 + 2xy = 25$; $(x + y)^2 = 25$;

1)
$$\begin{cases} x + y = 5; \\ xy = 6; \end{cases} \quad x_1 = 2, y_1 = 3; \quad x_2 = 3, y_2 = 2. \quad 2) \begin{cases} x + y = -5; \\ xy = 6; \end{cases} \quad x_1 = -2, y_1 = -3; \quad x_2 = -3, y_2 = -2.$$

Ответ: (2; 3), (3; 2), (-2; -3), (-3; -2).

- 6) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41; \\ xy = 20. \end{cases}$ Домножим второе уравнение системы на 2 и сложим с первым. Воспользуемся формулой квадрата суммы чисел. $2xy = 40$; $x^2 + y^2 + 2xy = 81$; $(x + y)^2 = 81$;

1) $\begin{cases} x + y = 9; \\ xy = 20; \end{cases} \quad x_1 = 4, y_1 = 5; x_2 = 5, y_2 = 4.$ 2) $\begin{cases} x + y = -9; \\ xy = 20; \end{cases} \quad x_1 = -5, y_1 = -4; x_2 = -4, y_2 = -5.$

Ответ: (4; 5), (5; 4), (-5; -4), (-4; -5).

613. 1) $\frac{4(7-8x)}{5} + 3(4x+1) = \frac{12x+17}{2}$. Домножим уравнение на 10.

$2 \cdot 4(7-8x) + 10 \cdot 3(4x+1) = 5(12x+17)$; $56 - 64x + 120x + 30 = 60x + 85$;

$120x - 64x - 60x = 85 - 56 - 30$; $-4x = -1$; $x = \frac{1}{4}$. Ответ: $\frac{1}{4}$.

2) $2(5x-24) - \frac{x+16}{11} = \frac{7x-2}{4}$ Домножим уравнение на 44.

$88(5x-24) - 4(x+16) = 11(7x-2)$; $440x - 211x - 4x - 64 = 77x - 22$;

$440x - 4x - 77x = 2112 + 64 - 22$; $359x = 2154$; $x = 6$. Ответ: 6.

3) $\frac{2x+3}{5} + \left(7x - \frac{3-x}{2}\right) = \frac{7x+11}{3} + 1$ Домножим уравнение на 30.

$6(2x+3) + 30\left(7x - \frac{3-x}{2}\right) = 10(7x+11) + 30$; $12x + 18 + 210x - 15(3-x) = 70x + 110 + 30$;

$12x + 210x + 15x - 70x = 110 + 30 - 18 + 45$; $167x = 167$; $x = 1$. Ответ: 1.

4) $\frac{6x+5}{2} - \left(2x + \frac{2x+1}{2}\right) = \frac{10x+3}{4}$ Домножим уравнение на 4.

$2(6x+5) - 4\left(2x + \frac{2x+1}{2}\right) = 10x + 3$; $12x + 10 - 8x - 2(2x+1) = 10x + 3$;

$12x - 8x - 4x - 10x = 3 - 10 + 2$; $-10x = -5$; $x = 0,5$. Ответ: 0,5.

614. 1) $2x = 1 - x\sqrt{3}$; $2x - 1 = x\sqrt{3}$; ОДЗ: $\frac{2x-1}{x} \geq 0$; $x < 0$, $x > \frac{1}{2}$; $(2x-1)^2 = 3x^2$; $4x^2 - 4x + 1 = 3x^2$;

$x^2 - 4x + 1 = 0$; $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$. Ответ: $2 \pm \sqrt{3}$.

2) $x\sqrt{5} - 12 = x$; $x\sqrt{5} = x + 12$; ОДЗ: $\frac{x+12}{x} \geq 0$; $\begin{cases} x < -12; \\ x > 0; \end{cases}$ $5x^2 - (x+12)^2$; $5x^2 = x^2 + 24x + 144$;

$4x^2 - 24x - 144 = 0$; $x^2 - 6x - 36 = 0$; $x_1 = 3 + 3\sqrt{5}$; $x_2 = 3 - 3\sqrt{5}$ — не входит в ОДЗ.

Ответ: $3 + 3\sqrt{5}$.

3) $x\sqrt{5} + 3 = x\sqrt{3} + 5$; $x\sqrt{5} - x\sqrt{3} = 5 - 3$; $x(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 2$; $x = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{5} + \sqrt{3}$.

4) $2x\sqrt{6} - \sqrt{3} = 2\sqrt{6} + x\sqrt{3}$; $2x\sqrt{6} - x\sqrt{3} = 2\sqrt{6} + \sqrt{3}$; $x(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{6} + \sqrt{3}$;

$x = \frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2\sqrt{6} - \sqrt{3}} = \frac{27 + 4\sqrt{18}}{21} = \frac{27 + 12\sqrt{2}}{21} = \frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}$. Ответ: $\frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}$.

615. 1) $\sqrt{x^2} = 1$; $|x| = 1$; $x_1 = 1$, $x_2 = -1$. Ответ: ± 1 .

2) $\sqrt{(x-1)^2} = 1$; $|x-1| = 1$; $x_1 = 2$, $x_2 = 0$. Ответ: 2; 0.

3) $\sqrt{(x-1)^2} = x-1$; $|x-1| = x-1$; при $x > 1$ $x \in \mathbb{R}^+$; при $x \leq 1$ $x = 1$; Ответ: $x \in \mathbb{R}^+$ или $x = 1$.

4) $\sqrt{(x-1)^2} = 1-x$; $|x-1| = 1-x$; при $x \geq 1$ $x = 1$; при $x < 1$ $x \in \mathbb{R}$. Ответ: $x = 1$ или $x \in \mathbb{R}$.

616. 1) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x(x-4)}{x^2-4} = \frac{x-2}{x+2} - \frac{4(3+x)}{4-x^2}$; $\frac{x+2}{x-2} = \frac{x(x-4)}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2} - \frac{4(3+x)}{x^2-4} = 0$;

$\frac{(x+2)(x+2) - x(x-4) - (x-2)(x-2) - 4(3+x)}{x^2-4} = 0$;

$$\frac{x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - x^2 + 4 - 12 - 4x}{x^2 - 4} = 0; \quad \frac{-x^2 + 8x - 4}{x^2 - 4} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} -x^2 + 8x - 4 = 0; & x \neq \pm 2; x^2 - 8x + 4 = 0; & x_{1,2} = 4 \pm 2\sqrt{3}. \end{cases} \text{ Ответ: } 4 \pm 2\sqrt{3}.$$

$$2) 1 + \frac{2}{x-1} - \frac{6}{x^2-1} = \frac{3}{x+1}; \quad 1 + \frac{2}{x-1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} = 0; \quad \frac{x^2-1+2(x+1)-6-3(x-1)}{x^2-1} = 0;$$

$$\frac{x^2-1+2x+2-6-3x+3}{x^2-1} = 0; \quad \frac{x^2-x-2}{x^2-1} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0; & x \neq \pm 1; x^2 - x - 2 = 0. \end{cases} \text{ По теореме Виета } x_1 = -1, x_2 = 2 \text{ (} -1 \text{ не удовлетворяет} \\ \text{условию } x \neq -1 \text{)}. \text{ Ответ: } 2.$$

$$3) \frac{6}{4x^2-1} + \frac{3}{2x+1} = \frac{2}{2x-1} + 1; \quad \frac{6}{4x^2-1} + \frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1} - 1 = 0;$$

$$\frac{6+3(2x-1)-2(2x+1)-(4x^2-1)}{4x^2-1} = 0; \quad \frac{6+6x-3-4x-2-4x^2+1}{4x^2-1} = 0;$$

$$\frac{-4x^2+2x+2}{4x^2-1} = 0. \text{ Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен.}$$

$$\begin{cases} -4x^2+2x+2; & x \neq \pm \frac{1}{2}; & 2x^2-x-1=0; & x_1=1, x_2=-\frac{1}{2} \end{cases} \text{ — не удовлетворяет условию}$$

$$x \neq -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } 1; -\frac{1}{2}.$$

$$4) \frac{x+1}{x-2} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{(x-1)(x-2)} - \frac{x-1}{x-2}; \quad \frac{x+1}{x-2} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x-2)} + \frac{x-1}{x-2} = 0;$$

$$\frac{(x+1)(x-1)-(x+1)(x-2)-4+(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-2)} = 0;$$

$$\frac{x^2-1-x^2+2x-x+2-4+x^2-2x+1}{(x-1)(x-2)} = 0; \quad \frac{x^2-x-2}{(x-1)(x-2)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0; & x \neq 1, x \neq 2. & x^2 - x - 2 = 0; & x_1 = -1, x_2 = 2 \end{cases} \text{ — не удовлетворяет условию } x \neq 2.$$

Ответ: -1.

$$617. 1) \frac{x^2}{x+1} - \frac{4x}{x+2} = 1 - \frac{7x+6}{x^2+3x+2}; \quad \frac{x^2}{x+1} - \frac{4x}{x+2} - 1 + \frac{7x+6}{x^2+3x+2} = 0;$$

$$\frac{x^2(x+2) - 4x(x+1) - (x^2+3x+2) + 7x+6}{x^2+3x+2} = 0;$$

$$\frac{x^3+2x^2-4x^2-4x-x^2-3x-2+7x+6}{x^2+3x+2} = 0; \quad \frac{x^3-3x^2+4}{x^2+3x+2} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 4 = 0; & x^2 - 3x^2 + 4 = 0. \\ x^2 + 3x + 2 \neq 0; \end{cases}$$

Среди делителей числа 4 находим целые корни уравнения -1 и 2.

$$x^3 - 3x^2 + 4 = (x+1)(x-2)M_1(x) = (x^2 - x - 2)(M_1(x)).$$

$x^3 - 3x^2 + 4$	$x^2 - x - 2$
$x^3 - x^2 - 2x$	$x^2 - x - 2$
$-2x^2 + 2x + 4$	$-2x^2 + 2x + 4$
0	0

$$x^3 - 3x^2 + 4 = (x+1)(x-2)^2; x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2).$$

$$\frac{(x+1)(x-2)^2}{(x+1)(x+2)} = 0; \frac{(x-2)^2}{x+2} = 0; \begin{cases} (x-2)^2 = 0; \\ x+2 \neq 0; \end{cases} x = 2. \text{ Ответ: } 2.$$

$$2) \frac{2x^2}{x^2-x} + \frac{3x-2}{x^2-1} - \frac{3}{x^3-1} = \frac{2}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}; \frac{2x^2}{x-1} + \frac{3x-2}{x^2-1} - \frac{3}{x^3-1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{2x}{x^2-1} = 0;$$

$$\frac{2x^2(x+1) + x(3x-2) - 3 - 2x(x+1) + 2x^2}{x(x^2-1)} = 0;$$

$$\frac{2x^3 + 2x^2 + 3x^2 - 2x - 3 - 2x^2 - 2x + 2x^2}{x(x^2-1)} = 0; \frac{2x^3 + 5x^2 - 4x - 3}{x(x^2-1)} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 = 0; \\ x(x^2-1) \neq 0; \end{cases} 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 = 0.$$

Среди делителей числа -3 находим целые корни уравнения 1 и -3 .

$$2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 = (x-1)(x+3)M_1(x) = (x^2 + 2x - 3)M_1(x)$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 & x^2 + 2x - 3 \\ 2x^3 + 4x^2 - 6x & 2x + 1 \\ \hline x^2 + 2x - 3 & \\ x^2 + 2x - 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 = (x-1)(x+3)(2x+1); \frac{(x-1)(x+3)(2x+1)}{x(x-1)(x+1)} = 0; \frac{(x+3)(2x+1)}{x(x+1)} = 0;$$

$$\begin{cases} (x+3)(2x+1) = 0; \\ x(x+1) \neq 0; \end{cases} x \neq 0, x \neq -1; x_1 = -3, x_2 = -0,5. \text{ Ответ: } -3; -0,5.$$

$$618. 1) \sqrt{3x+4} - \sqrt{x+9} = 1; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 3x+4 \geq 0; \\ x+9 \geq 0; \end{cases} x \geq -1\frac{1}{3}; \sqrt{3x+4} = 1 + \sqrt{x+9};$$

$$3x+4 = (1 + \sqrt{x+9})^2; 3x+4 = 1 + x + 9 + 2\sqrt{x+9}; 2x-6 = 2\sqrt{x+9}; x-3 = \sqrt{x+9};$$

$x-3 \geq 0, x \geq 3; (x-3)^2 = x+9; x^2-6x+9 = x+9; x^2-7x=0; x(x-7)=0; x_1=0, x_2=7$ (не удовлетворяет условию $x \geq 3$). Ответ: 7.

$$2) \sqrt{21+x} - \sqrt{28-3x} = 1; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 21+x \leq 0; \\ 28-3x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -21; \\ x \leq 9\frac{1}{3}; \end{cases} \sqrt{21+x} = 1 + \sqrt{28-3x};$$

$$21+x = (1 + \sqrt{28-3x})^2; 21+x = 1 + 28 + 3x + 2\sqrt{28-3x}; 4x-8 = 2\sqrt{28-3x};$$

$$2x-4 = \sqrt{28-3x}; 2x-4 \geq 0, x \geq 2; (2x-4)^2 = 28-3x; 4x^2-16x+16 = 28-3x;$$

$$4x^2-13x-12=0; x_1=4, x_2=-2\frac{2}{4} \text{ — не удовлетворяет условию } x \geq 2. \text{ Ответ: } 4.$$

$$3) \sqrt{5x+3} = \frac{3x+1}{\sqrt{5x-3}}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 5x+3 \geq 0; \\ 5x-3 > 0; \end{cases} x \geq \frac{3}{5}; \sqrt{5x+3} \cdot \sqrt{5x-3} = 3x+1;$$

$$\sqrt{25x^2-9} = 3x+1; 25x^2-9 = (3x+1)^2; 16x^2-6x-10=0; 8x^2-3x-5=0; x_1=1; x_2=-\frac{5}{8} \text{ — не входит в ОДЗ. Ответ: } 1.$$

$$4) \sqrt{2x-3} = \frac{9}{\sqrt{5x+12}}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 2x-3 \geq 0; \\ 5x+12 > 0; \end{cases} x \geq \frac{3}{2}; \sqrt{2x-3} \cdot \sqrt{5x+12} = 9; 2x-3(5x+12)=9^2;$$

$$10x^2+24x-15x-36=81; 10x^2+9x-117=0; x_1=-3,9; x_2=3; -3,9 \text{ — не входит в ОДЗ. Ответ: } 3.$$

$$5) \sqrt{9-5x} + \frac{4}{\sqrt{3+x}} = 2\sqrt{3+x}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 9-5x \geq 0; \\ 3+x > 0; \end{cases} \begin{cases} x \leq 1\frac{4}{5}; \\ x < -3; \end{cases}$$

$$\sqrt{9-5x} \cdot \sqrt{3+x} + 4 = 2\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3+x}; \sqrt{27+9x-15x-5x^2} + 4 = 2(3+x);$$

$$\sqrt{-5x^2 - 6x + 27} = 6 + 2x - 4; -5x^2 - 6x + 27 = (2x + 2)^2; -5x^2 - 6x + 27 = 4x^2 + 8x + 4;$$

$$9x^2 + 14x - 23 = 0; x_1 = 1, x_2 = -2\frac{5}{9}. \text{ Ответ: } 1; -2\frac{5}{9}.$$

$$6) \frac{2}{\sqrt{3x+1}} + \sqrt{3x+1} = \sqrt{5x+9}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 3x+1 < 0; \\ 5x+9 \geq 0; \end{cases} x > -\frac{1}{3};$$

$$2 + \sqrt{3x+1} \cdot \sqrt{3x+1} = \sqrt{5x+9} \cdot \sqrt{3x+1}; 2 + (3x+1) = \sqrt{15x^2 + 5x + 27x + 9};$$

$$3x+3 = \sqrt{15x^2 + 32x + 9}; (3x+3)^2 = 15x^2 + 32x + 9; 9x^2 + 18x + 9 = 15x^2 + 32x + 9;$$

$$6x^2 + 14x = 0; 2x(3x+7) = 0; x_1 = 0 \text{ или } 3x+7=0; x_2 = -1\frac{4}{3} \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

Ответ: 0.

$$619. 1) \sin x + 1 = 0; \sin x = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) 1 - \cos x = 0; \cos x = 1; x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) \cos x + \cos 4\pi = 0; \cos x + 1 = 0; \cos x = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sin x - \sin \frac{\pi}{2} = 0; \sin x - 1 = 0; \sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$620. 1) \cos 2x + 2\sin^2 x + \cos(-x) = 0; \cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin^2 x + \cos x = 0; \cos^2 x + \sin^2 x + \cos x = 0; 1 + \cos x = 0; \cos x = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) 2\cos^2 x - \cos^2 x + \sin(-x) = 0; 2\cos^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x - \sin x = 0; \cos^2 x + \sin^2 x - \sin x = 0;$$

$$1 - \sin x = 0; \sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \text{ Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$621. 1) x^2 - 5ax - 6a^2 = 0. \text{ По теореме Виета } x_1 = -a, x_2 = 6a. \text{ Ответ: } -a; 6a.$$

$$2) x^2 - 7ax + 10a^2 = 0. \text{ По теореме Виета } x_1 = 2a, x_2 = 5a. \text{ Ответ: } 2a; 5a.$$

$$3) x^2 - 6ax + 9a^2 - b^2 = 0. x^2 - 6ax + (3a-b)(3a+b) = 0. \text{ По теореме Виета } x_1 = 3a-b, x_2 = 3a+b. \text{ Ответ: } 3a-b; 3a+b.$$

$$4) x^2 - 4ax - b^2 + 4a^2 = 0. x^2 - 4ax + (2a-b)(2a+b) = 0. \text{ По теореме Виета } x_1 = 2a-b, x_2 = 2a+b. \text{ Ответ: } 2a-b; 2a+b.$$

$$622. 1) x^2 - ax = 0; x(x-a) = 0; x_1 = 0, x_2 = a. \text{ Ответ: } 0; a.$$

$$2) ax^2 - x = 0; x(ax-1) = 0; x_1 = 0 \text{ или } ax-1=0; x_2 = \frac{1}{a}. \text{ Ответ: } 0; \frac{1}{a}.$$

$$3) ax^2 + bx = 0; x(ax+b) = 0; x_1 = 0 \text{ или } ax+b=0; x_2 = -\frac{b}{a}. \text{ Ответ: } 0; -\frac{b}{a}.$$

$$4) \frac{x^2}{a} + \frac{x}{b} = 0; x\left(\frac{x}{a} + \frac{1}{b}\right) = 0; x_1 = 0 \text{ или } \frac{x}{a} + \frac{1}{b} = 0; x_2 = -\frac{a}{b}. \text{ Ответ: } 0; -\frac{a}{b}.$$

$$5) \frac{ax^2}{b} + x = 0; x\left(\frac{ax}{b} + 1\right) = 0; x_1 = 0 \text{ или } \frac{ax}{b} + 1 = 0; x_2 = -\frac{b}{a}. \text{ Ответ: } 0; -\frac{b}{a}.$$

$$6) \frac{ax^2}{b} - \frac{x}{a} = 0; x\left(\frac{a^2x}{b} - 1\right) = 0; x_1 = 0 \text{ или } \frac{a^2x}{b} - 1 = 0; x_2 = \frac{b}{a^2}. \text{ Ответ: } 0; \frac{b}{a^2}.$$

$$623. 1) \begin{cases} 2y - 3x = 1; \\ 3x + 5y = 34. \end{cases} \text{ Решим систему уравнений методом сложения и методом подстановки.}$$

$$7y = 35; y = 5; 10 - 3y = 1; 3x = 9; x = 3. \text{ Ответ: } (3; 5).$$

$$2) \begin{cases} 10x - 3y = 38; \\ 6x + 5y = 50. \end{cases} \text{ Решим систему уравнений методом подстановки. Из первого уравнения}$$

$$\text{выразим } y. y = \frac{10x - 38}{3}; 6x + 5\left(\frac{10x - 38}{3}\right) = 50; 18x + 5(10x - 38) = 150; 18x + 50x - 190 =$$

$$= 150; 68x = 340; x = 5; y = \frac{50 - 38}{3} = 4. \text{ Ответ: } (5; 4).$$

$$3) \begin{cases} 6x - 15y = 12; \\ 4x - 9y = 10. \end{cases} \text{ Решим систему уравнений методом подстановки. Из второго уравнения}$$

получаем $x = \frac{10 + 9y}{4}$. Разделим первое уравнение на 3. $2x - 5y = 4$; $2\left(\frac{10 + 9y}{4}\right) - 5y = 4$;

$$5 + \frac{9}{2}y - 5y = 4; \quad \frac{1}{2}y = 1; \quad y = 2; \quad x = \frac{10 + 18}{4} = 7. \text{ Ответ: } (7; 2).$$

4) $\begin{cases} 14y - 9x = 5; \\ 12x + 21y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 14y - 9x = 5; \\ 4x + 7y = 11. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. Из вто-

рого уравнения выразим x . $x = \frac{11 - 7y}{4}$; $14y - 9\left(\frac{11 - 7y}{4}\right) = 5$; $56y - 9(11 - 7y) = 20$; $56y -$

$$-99 + 63y = 20; \quad 119y = 119; \quad y = 1; \quad x = \frac{11 - 7}{4} = 1. \text{ Ответ: } (1; 1).$$

624. 1) $\begin{cases} x^2 - 5y^2 = -1; \\ 3xy + 7y^2 = 1. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения и методом подстановки.

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 1; \quad x^2 + y^2 + 2xy + y^2 + xy = 0; \quad (x + y)^2 + y(y + x) = 0; \quad (x + y)(x + 2y) = 0.$$

Из второго уравнения системы выразим x . $x = \frac{1 - 7y^2}{3y}$; $\left(\frac{1 - 7y^2}{3y} + y\right)\left(\frac{1 - 7y^2}{3y} + 2y\right) = 0$;

$$\frac{1 - 4y^2}{3y} \cdot \frac{1 - y^2}{3y} = 0; \quad \frac{(1 - 4y^2)(1 - y^2)}{9y^2} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель нет.

$$\begin{cases} (1 - 4y^2)(1 - y^2) = 0; \\ 9y^2 \neq 0; \end{cases} \quad y \neq 0$$

$$(1 - 2y)(1 + 2y)(1 - y)(1 + y) = 0; \quad y_1 = \frac{1}{2}, \quad y_2 = -\frac{1}{2}, \quad y_3 = 1, \quad y_4 = -1;$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = -\frac{1}{2}, \quad x_3 = -2, \quad x_4 = 2. \text{ Ответ: } \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right); (-2; 1); (2; -1).$$

2) $\begin{cases} 3y^2 - 2xy = 160; \\ y^2 - 3xy - 2x^2 = 8. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом подстановки. Из первого урав-

нения системы получим: $x = \frac{3y^2 - 160}{2y}$. $y^2 - 3y \cdot \frac{3y^2 - 160}{2y} - 2\left(\frac{3y^2 - 160}{2y}\right)^2 = 8$;

$$y^2 - \frac{3}{2}(3y^2 - 160) - \frac{(3y^2 - 160)^2}{2y^2} = 8. \quad \forall \text{ что } y \neq 0. \text{ Домножим все уравнение на } 2y^2.$$

$$2y^4 - 3y^2(3y^2 - 160) - (3y^2 - 160)^2 = 16y^2; \quad 2y^4 - 9y^4 + 480y^2 - 9y^4 + 960y^2 - 25\,600 = 16y^2;$$

$$-16y^4 + 1424y^2 - 25\,600 = 0; \quad y^4 - 89y^2 + 1600 = 0. \text{ Введем замену } y^2 = t, \text{ тогда } t^2 = t^2.$$

$$t^2 - 89t + 1600 = 0; \quad t_1 = 64, \quad t_2 = 25.$$

Учитывая замену, получим

$$1) \quad y^2 = 64; \quad y_{1,2} = \pm 8; \quad x_{1,2} = \pm 2. \quad 2) \quad y^2 = 25; \quad y_{1,2} = \pm 5; \quad x_{1,2} = \pm 8,5.$$

Ответ: (2; 8), (-2; -8), (-8,5; 5), (8,5; -5).

3) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}; \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4}. \end{cases}$ Возведем первое уравнение системы в квадрат и вычтем из него второе

уравнение. Тогда $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} = \frac{9}{4}$; $\frac{2}{xy} = 1$; $\frac{x + y}{xy} = \frac{3}{2}$; $\frac{x + y}{2} = \frac{3}{2}$; $\begin{cases} x + y = 3; \\ xy = 2. \end{cases}$

По теореме, обратной теореме Виета, x и y являются корнями уравнения $z^2 - 3z + 2 = 0$;

Откуда $z_1 = 1$, $z_2 = 2$. Поэтому $x_1 = 1$, $y_1 = 2$; $x_2 = 2$, $y_2 = 1$. Ответ: (1; 2), (2; 1).

4) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}; \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = \frac{4}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x + y}{xy} = \frac{1}{3}; \\ \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} = \frac{4}{3}. \end{cases}$ Разделим второе уравнение системы на первое

$$\frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{xy}{x + y} = \frac{4}{3} \cdot 3; \quad \frac{y - x}{xy} = 4; \quad \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 4; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Решим систему методом сложения.

$$\frac{2}{x} = 4 - \frac{1}{3} = \frac{13}{3}; \quad x = \frac{6}{13}; \quad \frac{2}{y} = \frac{1}{3} - 4 = -\frac{11}{3}; \quad y = -\frac{6}{11}. \quad \text{Ответ: } \left(\frac{6}{13}; -\frac{6}{11} \right).$$

- 5) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 5xy = 32; \\ y^2 - xy - 2x^2 = 0. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения и методом подстановки.

$$\begin{cases} 2y^2 + 4xy = 32; \\ 4x^2 + 6xy = 32; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 + 2xy = 16; \\ 2x^2 + 3xy = 16. \end{cases} \quad \text{Из первого уравнения системы выразим } x.$$

$$x = \frac{16 - y^2}{2y}. \quad 2 \left(\frac{6 - y^2}{2y} \right)^2 + 3y \left(\frac{16 - y^2}{2y} \right) - 16 = 0; \quad \frac{(16 - y^2)^2}{2y^2} + \frac{3}{2}(16 - y^2) - 16 = 0.$$

Учтем, что $y \neq 0$. Домножим уравнение на $2y^2$. $(16 - y^2)^2 + 3y^2(16 - y^2) - 32y^2 = 0$;
 $256 - 32y^2 + y^4 + 48y^2 - 3y^4 - 32y^2 = 0$; $-2y^4 - 16y^2 + 256 = 0$; $y^4 + 8y^2 - 128 = 0$.

Введем замену $y^2 = t$, тогда $y^4 = t^2$.

$$t^2 + 8t - 128 = 0; \quad t_1 = 8, \quad t_2 = -16.$$

Учитывая замену, получим $y^2 = 8$, $y^2 = -16$ — отрицательное, не подходит.

$$y_{1,2} = \pm 2\sqrt{2}; \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{2}. \quad \text{Ответ: } (\sqrt{2}; 2\sqrt{2}); (-\sqrt{2}; -2\sqrt{2}).$$

- 6) $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + 4xy = -45; \\ y^2 - xy - 6x^2 = 0. \end{cases}$ Домножим второе уравнение на 2 и сложим с первым

$$2y^2 - 2xy - 12x^2 = 0; \quad -11x^2 + 2xy = -45; \quad y = \frac{11x^2 - 45}{2x};$$

$$\left(\frac{11x^2 - 45}{2x} \right)^2 - x \cdot \frac{11x^2 - 45}{2x} - 6x^2 = 0.$$

Учтем, что $x \neq 0$ и домножим уравнения на $4x^2$.

$$(11x^2 - 45)^2 - 2x^2(11x^2 - 45) - 24x^4 = 0; \quad 121x^4 - 990x^2 + 2025 - 22x^4 + 90x^2 - 24x^4 = 0;$$

$$75x^4 - 900x^2 + 2025 = 0; \quad x^4 - 12x^2 + 27 = 0.$$

Введем замену $x^2 = t$, тогда $x^4 = t^2$.

$$t^2 - 12t + 27 = 0.$$

По теореме Виета $t_1 = 3$, $t_2 = 9$.

Учитывая замену, получим

$$1) \quad x^2 = 3; \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{3}; \quad y_{1,2} = \mp 2\sqrt{3}. \quad 2) \quad x^2 = 9; \quad x_{1,2} = \pm 3; \quad y_{1,2} = \pm 9.$$

$$\text{Ответ: } (\sqrt{3}; -2\sqrt{3}), (-\sqrt{3}; 2\sqrt{3}), (3; 9), (-3; -9).$$

- 7) $\begin{cases} 27x^3 - y^3 = 26; \\ 9x^2 + 3xy + y^2 = 13; \end{cases} \quad \begin{cases} (3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2) = 26; \\ 9x^2 + 3xy + y^2 = 13. \end{cases}$

Решим систему уравнений методом подстановки.

$$(3x - y) \cdot 13 = 26; \quad 3x - y = 2; \quad y = 3x - 2; \quad 9x^2 + 3x(3x - 2) + (3x - 2)^2 = 13;$$

$$9x^2 + 9x^2 - 6x + 9x^2 - 12x + 4 - 13 = 0; \quad 27x^2 - 18x - 9 = 0; \quad 3x^2 - 2x - 1 = 0;$$

$$x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = 1; \quad y_1 = -3, \quad y_2 = 1. \quad \text{Ответ: } \left(-\frac{1}{3}; -3 \right), (1; 1).$$

- 8) $\begin{cases} x^3 + 8y^3 = 12xy; \\ x + 2y = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) = 12xy; \\ x + 2y = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2xy + 4y^2 = 2xy; \\ x^2 + 4y^2 - 4xy = 0; \end{cases}$
 $(x - 2y)^2 = 0; \quad x - 2y = 0; \quad x = 2y; \quad 4y = 6; \quad y = 1.5; \quad x = 3. \quad \text{Ответ: } (3; 1.5).$

625. 1) $\begin{cases} x - y = 3; \\ -2x + 2y = -10; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 3; \\ y - x = -5. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения
 $x - y + y - x = 3 - 5; \quad 0 \neq -2.$
 Значит, система не имеет решений.

2) $\begin{cases} 3x - 2y = 7; \\ -9x + 6y = 21; \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = 7; \\ 2y - 3x = 7. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения

$3x - 2y + 2y - 3x = 7 + 7; 0 \neq 14$. Значит, система уравнений не имеет решений.

626. 1) $3x - 7 < 4(x + 2); 3x - 7 < 4x + 8; x > -15$. Ответ: $x > -15$.

2) $7 - 6x \geq \frac{1}{3}(9x - 1); 7 - 6x \geq 3x - \frac{1}{3}; 9x \leq 7\frac{1}{3}; x \leq \frac{22}{27}$. Ответ: $x \leq \frac{22}{27}$.

3) $1,5(x - 4) + 2,5x < x + 6; 1,5x - 6 + 2,5x < x + 6; 3x < 12, x < 4$; Ответ: $x < 4$.

4) $1,4(x + 5) + 1,6x > 9 + x; 1,4x + 7 + 1,6x > 9 + x; 2x > 2, x > 1$. Ответ: $x > 1$.

627. 1) $\frac{x-1}{3} - \frac{x-4}{2} \leq 1; 2(x-1) - 3(x-4) \leq 6; 2x - 2 - 3x + 12 \leq 6; -x \leq -4; x \geq 4$. Ответ: $x \geq 4$.

2) $\frac{x+4}{5} - \frac{x-1}{4} \geq 1; 4(x+4) - 5(x-1) \geq 20; 4x + 16 - 5x + 5 \geq 20; -x \geq -1; x \leq 1$. Ответ: $x \leq 1$.

3) $\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} \geq 7; 3(x-1) + 2(x+1) \geq 42; 3x - 3 + 2x + 2 \geq 42; 5x \geq 43; x \geq 8\frac{3}{5}$.

Ответ: $x \geq 8\frac{3}{5}$.

4) $\frac{2x-5}{4} - \frac{3-2x}{5} < 1; 5(2x-5) - 4(3-2x) < 20; 10x - 25 - 12 + 8x < 20; 18x < 57; x < 3\frac{1}{6}$.

Ответ: $x < 3\frac{1}{6}$.

5) $x + \frac{x-3}{6} > 3; 6x + x - 3 > 18; 7x > 21; x > 3$. Ответ: $x > 3$.

6) $x + \frac{x+2}{4} < 3; 4x + x + 2 < 12; 5x < 10; x < 2$. Ответ: $x < 2$.

628. 1) $\begin{cases} x+5 \geq 5x-3; \\ 2x-5 < 0; \end{cases} \begin{cases} 4x \leq 8; \\ 2x < 5; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2; \\ x < 2,5; \end{cases} x \leq 2$. Ответ: $x \leq 2$.

2) $\begin{cases} 2x+3 \geq 0; \\ x-7 < 4x-1; \end{cases} \begin{cases} 2x \geq -3; \\ 3x > -6; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2}; \\ x > -2; \end{cases} x \geq -\frac{3}{2}$. Ответ: $x \geq -\frac{3}{2}$.

3) $\begin{cases} 5x-1 \leq 7+x; \\ -0,2x < 1; \end{cases} \begin{cases} 4x \leq 8; \\ x < 5; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2; \\ x < 5; \end{cases} x \leq 2$. Ответ: $x \leq 2$.

4) $\begin{cases} 3x-2 \geq 10-x; \\ -0,5x < 1; \end{cases} \begin{cases} 4x \geq 12; \\ x > 2; \end{cases} \begin{cases} x \geq 3; \\ x > 2; \end{cases} x \geq 3$. Ответ: $x \geq 3$.

629. 1) $\frac{x-2}{6} - x \geq \frac{x-8}{3}; x - 2 - 6x \geq 2x - 16; 7x \leq 14; x \leq 2; x_1 = 1, x_2 = 2$. Ответ: 1; 2.

2) $\frac{x+5}{2} > \frac{x-5}{4} + x; 2x + 10 > x - 5 + 4x; 3x < 15; x < 5; x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4$.

Ответ: 1; 2; 3; 4.

630. 1) $\begin{cases} 2(x+1) < 8-x; \\ -5x-9 < 6; \end{cases} \begin{cases} 2x+2 < 8-x; \\ -5x < 15; \end{cases} \begin{cases} 3x < 6; \\ x > -3; \end{cases} \begin{cases} x < 2; \\ x > -3; \end{cases} x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Ответ: -2; -1; 0; 1.

2) $\begin{cases} 3y + \frac{2y-13}{11} > 2; \\ \frac{y}{6} - \frac{3y-10}{9} < -\frac{2}{3}(y-7); \end{cases} \begin{cases} 33y + 2y - 13 > 22; \\ 2y - 2(3y - 20) < -12(y - 7); \end{cases} \begin{cases} 35y > 35; \\ 3y - 6y + 40 < -12y + 84; \end{cases}$

$\begin{cases} y > 1; \\ 9y < 44; \end{cases} \begin{cases} y < 1; \\ y < 4\frac{8}{9}; \end{cases} y_1 = 2, y_2 = 3, y_3 = 4$. Ответ: 2; 3; 4.

$$3) \begin{cases} 3(x-1) > x-7; \\ -4x+7 > -5; \end{cases} \begin{cases} 3x-3 > x-7; \\ -4x > -12; \end{cases} \begin{cases} 2x > -4; \\ x < 3; \end{cases} \begin{cases} x > -2; \\ x < 3; \end{cases} \quad x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 2.$$

Ответ: -1; 0; 1; 2.

$$4) \begin{cases} \frac{y-1}{2} - \frac{y-3}{4} \geq \frac{y-2}{3} - y; \\ 1-y \geq \frac{1}{2}y-4; \end{cases} \begin{cases} 6(y-1) - 3(y-3) \geq 4(y-2) - 12y; \\ \frac{3}{2}y \leq 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y-6-3y+9 \geq 4y-8-12y; \\ y \leq 3\frac{1}{3}; \end{cases} \begin{cases} 11y \geq -11. \\ y \leq 3\frac{1}{3}; \end{cases} \begin{cases} y \geq -1; \\ y \geq 3\frac{1}{3}; \end{cases} \quad y_1 = -2, y_2 = 0, y_3 = 1, y_4 = 2, y_5 = 3.$$

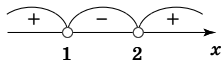
Ответ: -1; 0; 1; 2; 3.

$$631. \begin{cases} \frac{3x-2}{4} + 2\frac{1}{2} > \frac{2x-1}{3} - \frac{3x+2}{6}; \\ \frac{2x-5}{3} - \frac{3x-1}{2} < \frac{3-x}{5} - \frac{2x-1}{4}; \end{cases} \begin{cases} 3(3x-2) + 30 > 4(2x-1) - 2(3x+2); \\ 20(2x-5) - 30(3x-1) < 12(3-x) - 15(2x-1); \end{cases}$$

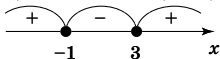
$$\begin{cases} 9x-6+30 > 8x-4-6x+4; \\ 40x-100-90x+30 < 36-12x-30x+15; \end{cases} \begin{cases} 7x > -32; \\ -8x < 121; \end{cases} \begin{cases} x > -4\frac{4}{7}; \\ x > -15,125; \end{cases} \quad x > -4\frac{4}{7};$$

$x_1 = -4, x_2 = -3, x_3 = -2, x_4 = -1$. Ответ: -4; -3; -2; -1.

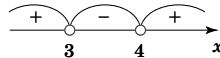
$$632. 1) x^2 - 3x + 2 > 0; (x-2)(x-1) > 0; \begin{cases} x < 1; \\ x > 2. \end{cases} \text{ Ответ: } x < 1, x > 2.$$



$$2) x^2 - 2x - 3 \leq 0; (x+1)(x-3) \leq 0; -1 \leq x \leq 3. \text{ Ответ: } -1 \leq x \leq 3.$$

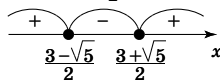


$$3) x^2 - 7x + 12 > 0; (x-3)(x-4) > 0; x < 3, x > 4. \text{ Ответ: } x < 3, x > 4.$$



$$4) -x^2 + 3x - 1 \geq 0; x^2 - 3x + 1 \leq 0; \left(x - \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \leq 0; \frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$



$$5) 3 + 4x + 8x^2 < 0.$$

Найдем дискриминант уравнения $8x^2 + 4x + 3 = 0$.

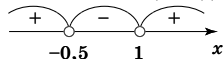
$D = b^2 - 4ac = 16 - 96 = -80 < 0$. Так как $D < 0$, то знак квадратного трехчлена совпадает со знаком коэффициента при x^2 . $k = 8 > 0$, значит, $8x^2 + 4x + 3 > 0$ при любых x . Следовательно, данное неравенство не имеет решений. Ответ: нет решений.

$$6) x - x^2 - 1 \geq 0.$$

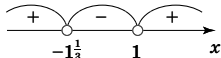
Найдем дискриминант уравнения $x - x^2 - 1 = 0$.

$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0$. Так как $D < 0$, то знак квадратного трехчлена совпадает со знаком коэффициента при x^2 . $k = -1$, т.е. $x - x^2 - 1 < 0$. Следовательно, данное неравенство не имеет решений. Ответ: нет решений.

$$7) 2x^2 - x - 1 < 0; 2(x-1)(x+0,5) < 0; -0,5 < x < 1. \text{ Ответ: } -0,5 < x < 1.$$



8) $3x^2 + x - 4 > 0$; $3(x-1)\left(x + 1\frac{1}{3}\right) > 0$; $x < -1\frac{1}{3}$, $x > 1$. Ответ: $x < -1\frac{1}{3}$, $x > 1$.



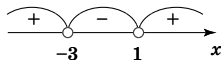
633. 1) $|x| > \frac{1}{5}$; если $x > 0$, то $x > \frac{1}{5}$; если $x < 0$, то $x < -\frac{1}{5}$. Ответ: $x < -\frac{1}{5}$, $x > \frac{1}{5}$.

2) $|x-1| < 2\frac{1}{3}$; если $x \geq 1$, то $x < 3\frac{1}{3}$; если $x < 1$, то $x > -1\frac{1}{3}$. Ответ: $1 \leq x < 3\frac{1}{3}$, $-1\frac{1}{3} < x < 1$.

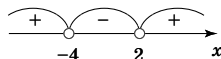
3) $|x-1| > 3$; если $x \geq 1$, то $x > 4$; если $x < 1$, то $x < -2$. Ответ: $x > 4$, $x < -2$.

4) $|x-1| \leq 2$; если $x \geq 1$, то $x \leq 3$; если $x < 1$, то $x \geq -1$. Ответ: $-1 \leq x \leq 3$.

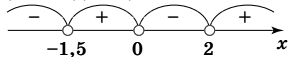
634. 1) $(x-1)(x+3) > 0$; $x < -3$, $x > 1$. Ответ: $x < -3$, $x > 1$.



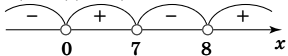
2) $(x+4)(x-2) < 0$; $-4 < x < 2$. Ответ: $-4 < x < 2$.



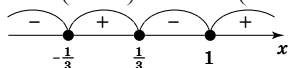
3) $(x+1,5)(x-2)x > 0$; $-1,5 < x < 0$, $x > 2$. Ответ: $-1,5 < x < 0$, $x > 2$.



4) $x(x-8)(x-7) > 0$; $0 < x < 7$, $x > 8$. Ответ: $0 < x < 7$, $x > 8$.

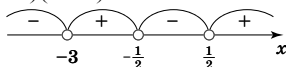


5) $(x-1)\left(x^2 - \frac{1}{9}\right) \geq 0$; $(x-1)\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) \geq 0$; $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$, $x \geq 1$. Ответ: $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$, $x \geq 1$.



6) $(x+3)\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) < 0$; $(x+3)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) < 0$; $x < -3$, $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

Ответ: $x < -3$, $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.



635. 1) $5\sqrt{2}$ и 7. Возведем числа в квадрат $(5\sqrt{2})^2$ и 7^2 ; $50 > 49$. Значит, $5\sqrt{2} > 7$. Ответ: $5\sqrt{2} > 7$.

2) 9 и $4\sqrt{5}$. Возведем числа в квадрат 9^2 и $(4\sqrt{5})^2$; $81 > 80$. Значит, $9 > 4\sqrt{5}$. Ответ: $9 > 4\sqrt{5}$.

3) $10\sqrt{11}$ и $11\sqrt{10}$. Возведем числа в квадрат $(10\sqrt{11})^2$ и $(11\sqrt{10})^2$; $1100 < 1210$. Значит, $10\sqrt{11} < 11\sqrt{10}$. Ответ: $10\sqrt{11} < 11\sqrt{10}$.

4) $5\sqrt{6}$ и $6\sqrt{5}$. Возведем числа в квадрат $(5\sqrt{6})^2$ и $(6\sqrt{5})^2$; $150 < 180$. Значит, $5\sqrt{6} < 6\sqrt{5}$.
Ответ: $5\sqrt{6} < 6\sqrt{5}$.

5) $3\sqrt[3]{3}$ и $2\sqrt[3]{10}$. Возведем числа в куб. $(3\sqrt[3]{3})^3$ и $(2\sqrt[3]{10})^3$; $81 > 80$. Значит, $3\sqrt[3]{3} > 2\sqrt[3]{10}$.
Ответ: $3\sqrt[3]{3} > 2\sqrt[3]{10}$.

6) $2\sqrt[6]{3}$ и $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$. Возведем числа в степень 6. $(2\sqrt[6]{3})^6$ и $(\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5})^6$; 192 и $2^3 \cdot 5^2$; $192 < 200$.
Значит, $2\sqrt[6]{3} < \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$. Ответ: $2\sqrt[6]{3} < \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$.

$$636. \begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{x}{4} + \frac{x}{2} < x + 5; \\ \frac{1}{8}(x+2) < -\frac{1}{7}(x-2); \end{cases} \begin{cases} \frac{x-2x+4x-8x}{8} > 5; \\ \frac{1}{8}x + \frac{1}{4} < -\frac{1}{7}x + \frac{2}{7}; \end{cases} \begin{cases} -\frac{5}{8}x > 5; \\ \frac{15}{56}x < \frac{1}{28}; \end{cases} \begin{cases} x < -8; \\ x < \frac{2}{15}; \end{cases}$$

$x < -8$, $x = -9$ — наибольшее целое отрицательное число. Ответ: -9 .

$$637. \begin{cases} 5x - \frac{3-2x}{2} > \frac{7x-5}{2} + x; \\ \frac{7x-2}{3} - 2x < 5 - \frac{x-2}{4}; \end{cases} \begin{cases} 10x - (3-2x) > 7x - 5 + 2x; \\ 4(7x-1) - 24x < 60 - 3(x-2); \end{cases} \begin{cases} 10x - 3 + 2x > 9x - 5; \\ 28x - 8 - 24x < 60 - 3x + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x > -2; \\ 7x < 74; \end{cases} \begin{cases} x > -\frac{2}{3}; \\ x < 10\frac{4}{7}; \end{cases} \quad x = 10 \text{ — наибольшее натуральное число. Ответ: } 10.$$

$$638. 1) \left| \frac{x}{2} + 3 \right| > 2,5. \text{ Если } \frac{x}{2} + 3 \geq 0, \quad x \geq -6, \text{ то } x > -1; \text{ если } \frac{x}{2} + 3 < 0, \quad x < -6, \text{ то } x < -11.$$

Ответ: $x > -1$, $x < -11$.

$$2) |3x - 2| \geq 10. \text{ Если } 3x - 2 \geq 0, \quad x \geq \frac{2}{3}, \text{ то } x \geq 4; \text{ если } 3x - 2 < 0, \quad x < \frac{2}{3}, \text{ то } x \leq -2\frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: } x \geq 4, \quad x \leq -2\frac{2}{3}.$$

$$3) |5x - 3| < 7. \text{ Если } 5x - 3 \leq 0, \quad x \geq \frac{3}{5}, \text{ то } x < 2; \text{ если } 5x - 3 < 0, \quad x < \frac{3}{5}, \text{ то } x > -\frac{4}{5}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{4}{5} < x < 2.$$

$$4) |2 + 5x| \leq 0. \text{ Если } 2 + 5x \geq 0, \quad x \geq -\frac{2}{5}, \text{ то } x \leq -\frac{2}{5}; \text{ если } 2 + 5x < 0, \quad x < -\frac{2}{5}, \text{ то } x \geq -\frac{2}{5}.$$

$$\text{Следовательно, } x = -\frac{2}{5}. \text{ Ответ: } -\frac{2}{5}.$$

$$639. 1) \sqrt{x^2} < 1; |x| < 1; \text{ если } x \geq 0, \text{ то } x < 1; \text{ если } x < 0, \text{ то } x > -1. \text{ Ответ: } -1 < x < 1.$$

$$2) \sqrt{x^2} > 1; |x| > 1; \text{ если } x \geq 0, \text{ то } x > 1; \text{ если } x < 0, \text{ то } x < -1. \text{ Ответ: } x > 1, \quad x < -1.$$

$$3) \sqrt{(x-1)^2} < 1; |x-1| < 1; \text{ если } x \geq 1, \text{ то } x < 2; \text{ если } x < 1, \text{ то } x > 0. \text{ Ответ: } 0 < x < 2.$$

$$4) \sqrt{(x-1)^2} > 1; |x-1| > 1; \text{ если } x \geq 1, \text{ то } x > 2; \text{ если } x < 1, \text{ то } x < 0. \text{ Ответ: } x < 0, \quad x > 2.$$

$$640. 1) x^5 > -32; (x^5)^{\frac{1}{5}} > (-32)^{\frac{1}{5}}, \quad x > -2. \text{ Ответ: } x > -2.$$

$$2) x^7 < 128; (x^7)^{\frac{1}{7}} < (128)^{\frac{1}{7}}; \quad x < 2. \text{ Ответ: } x < 2.$$

$$3) x^4 > 81; (x^4)^{\frac{1}{4}} > (81)^{\frac{1}{4}}; \quad x > 3. \text{ Ответ: } x > 3.$$

$$4) x^6 < 64; (x^6)^{\frac{1}{6}} < (64)^{\frac{1}{6}}; |x| < 2. \text{ Если } x > 0, \text{ то } x < 2; \text{ если } x < 0, \text{ то } x > -2. \text{ Ответ: } -2 < x < 2.$$

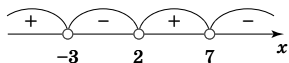
$$5) x^{-3} > 27; (x^{-3})^{\frac{1}{3}} > (27)^{\frac{1}{3}}. \text{ Так как } (x^{-3}) > 0, \quad x < 0, \text{ то } x < \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } x < \frac{1}{3}.$$

$$6) x^{-5} < -1; (x^{-5})^{\frac{1}{5}} < (-1)^{\frac{1}{5}}. \text{ Так как } x > 0, \text{ то } x > -1. \text{ Ответ: } -1 < x < 0.$$

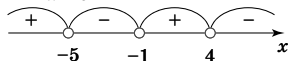
$$7) x^{-8} > 1; (x^{-8})^{\frac{1}{8}} > 1^{\frac{1}{8}}. \text{ Так как } x < 1, \text{ то } x > 0. \text{ Ответ: } 0 < x < 1.$$

$$8) x^{-10} < 1; (x^{-10})^{\frac{1}{10}} < 1^{\frac{1}{10}}; |x| > 1. \text{ Если } x \geq 0, \text{ то } x > 1; \text{ если } x < 0, \text{ то } x < -1. \text{ Ответ: } x > 1, \quad x < -1.$$

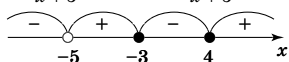
641. 1) $\frac{(x+3)(x-7)}{2-x} > 0$; $x < -3$, $2 < x < 7$. Ответ: $x < -3$, $2 < x < 7$.



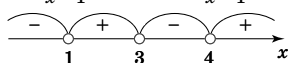
2) $\frac{(x+1)(4-x)}{x+5} < 0$; $-5 < x < -1$, $x > 4$. Ответ: $-5 < x < -1$, $x > 4$.



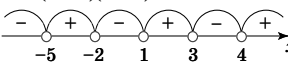
3) $\frac{x^2-x-12}{x+5} \geq 0$; $\frac{(x-4)(x+3)}{x+5} \geq 0$; $-5 < x \leq -3$, $x \geq 4$. Ответ: $-5 < x \leq -3$, $x \geq 4$.



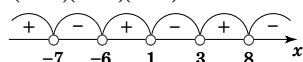
4) $\frac{x^2-7x+12}{x-1} < 0$; $\frac{(x-3)(x-4)}{x-1} < 0$; $x < 1$, $3 < x < 4$. Ответ: $x < 1$, $3 < x < 4$.



5) $\frac{(x-1)(x+2)(x-3)}{(x-4)(x+5)} < 0$; $x < -5$, $-2 < x < 1$, $3 < x < 4$. Ответ: $x < -5$, $-2 < x < 1$, $3 < x < 4$.



6) $\frac{(x+7)(x-3)}{(8-x)(x+6)(x-1)} < 0$; $-7 < x < -6$, $1 < x < 3$, $x > 8$. Ответ: $-7 < x < -6$, $1 < x < 3$, $x > 8$.



642. 1) $a^2 - ab + b^2 \geq ab$; $a^2 - ab + b^2 - ab \geq 0$; $(a-b)^2 \geq 0$ — верно для любых a и b .

2) $1 + \frac{b}{2} \geq \sqrt{2b}$, $b \geq 0$. $\left(1 + \frac{b}{2}\right)^2 \geq (\sqrt{2b})^2$; $1 + \frac{b^2}{4} + b \geq 2b$; $1 - b + \frac{b^2}{4} \geq 0$;

$\left(1 - \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0$ — верно для любого b .

3) $a^2 + a^{-2} \geq 2$, $a \neq 0$. $a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 \geq 0$; $\frac{a^4 + 1 - 2a^2}{a^2} \geq 0$; $\frac{(a^2 - 1)^2}{a^2} \geq 0$;

$\left(\frac{a^2 - 1}{a}\right)^2 \geq 0$ — верно при $a \neq 0$.

4) $a^3 + a^{-3} \leq 2$, $a > 0$. $a^3 + \frac{1}{a^3} - 2 \geq 0$; $\frac{a^6 + 1 - 2a^3}{a^3} \geq 0$; $\frac{(a^3 - 1)^2}{a^3} \geq 0$ — верно при $a > 0$.

643. Пусть первое число равно x , второе — y . Тогда составим и решим систему уравнений.

$\begin{cases} x + y = 120; \\ x - y = 5. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения. $2x = 125$; $x = 62,5$; $2y = 115$; $y = 57,5$.

Ответ: 62,5; 57,5.

644. Пусть скорость течения реки x км/ч. Тогда скорость катера по течению реки равна $(x + 25)$ км/ч, а против течения реки — $(25 - x)$ км/ч. Решим уравнение: $(x + 25) \cdot 3 = (25 - x) \cdot 4,5$; $3x + 75 = 112,5 - 4,5x$; $7,5x = 37,5$; $x = 5$. Ответ: 5 км/ч.

645. Пусть скорость течения реки x км/ч. Тогда скорость моторной лодки $(x + 16)$ км/ч по течению реки, а на обратном пути скорость $(16 - x)$ км/ч. Решим уравнение: $(x + 16) \cdot 2,4 = (16 - x) \cdot 4$; $2,4x + 38,4 = 64 - 4x$; $6,4x = 25,6$; $x = 4$. Ответ: 4 км/ч.

646. Пусть скорость течения реки x км/ч, скорость катера относительно воды y км/ч. Тогда $(x + y)$ км/ч — скорость катера по течению реки, а $(y - x)$ км/ч — скорость против течения.

Составим и решим систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y = 15; \\ 1,5(y - x) = 15; \end{cases} \quad \begin{cases} 1,5x + 1,5y = 22,5; \\ 1,5y - 1,5x = 15. \end{cases}$$

Решим систему методом сложения. $3y = 37,5$; $y = 12,5$; $3x = 7,5$; $x = 2,5$.

Ответ: 12,5 км/ч, 2,5 км/ч.

647. Пусть длина основания равнобедренного треугольника x см, тогда длина боковой стороны $13x$ см. Решим уравнение: $2 \cdot 13x + x = 54$; $26x + x = 54$; $27x = 54$; $x = 2$; $13x = 26$.

Ответ: 2 см, 26 см, 26 см.

648. Пусть скорость рейсового трамвая старой конструкции x км/ч ($x > 0$), тогда скорость нового трамвая $(x + 5)$ км/ч. Известно, что новый трамвай проходит маршрут в 20 км на 0,2

часа быстрее, чем трамвай старой конструкции. Решим уравнение:
$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+5} = 0,2;$$

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+5} - 0,2 = 0; \quad \frac{20(x+5) - 20x - 0,2x(x+5)}{x(x+5)} = 0; \quad \frac{20x + 100 - 20x - 0,2x^2 - x}{x(x+5)} = 0;$$

$$\frac{-0,2x^2 - x + 100}{x(x+5)} = 0; \quad x \neq 0, x \neq -5; \quad -0,2x^2 - x + 100 = 0; \quad x^2 + 5x - 500 = 0;$$

$$x_1 = 20, x_2 = -25 < 0; \quad \frac{20}{x+5} = \frac{20}{25} = 0,8 \text{ (ч)} = 48 \text{ мин} \text{ — за это время новый трамвай проходит}$$

данный маршрут. Ответ: 48 мин.

650. Пусть первый участок составляет x га ($x > 0$), тогда второй участок $(x - 2)$ га. Значит,

первое звено собрало $\frac{875}{x}$ ц пшеницы с 1 га, $\frac{920}{x-2}$ ц пшеницы собрало второе звено с 1 га.

Решим уравнение:
$$\frac{920}{x-2} - \frac{875}{x} = 5; \quad \frac{920x - 875(x-2) - 5x(x-2)}{x(x-2)} = 0;$$

$$\frac{920x - 875x + 1750 - 5x^2 + 10x}{x(x-2)} = 0; \quad \frac{-5x^2 + 55x + 1750}{x(x-2)} = 0; \quad x \neq 0, x \neq 2;$$

$$-5x^2 + 55x + 1750 = 0; \quad x^2 - 11x - 350 = 0; \quad x_1 = 25, x_2 = -14 < 0.$$

$$\frac{875}{25} = 35 \text{ (ц)} \text{ — с 1 га собрало первое звено; } \frac{920}{25-2} = 40 \text{ (ц)} \text{ — с 1 га собрало второе звено.}$$

Ответ: 35 ц, 40 ц.

651. Пусть за x ч ($x > 0$) первый насос мог бы очистить пруд, за y ч ($y > 0$) — второй насос. Вся работу примем за единицу. Тогда первый насос за 1 ч очистит $\frac{1}{x}$, второй насос — $\frac{1}{y}$. Составим

$$\text{и решим систему уравнений. } \begin{cases} 2 \frac{55}{60} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1; \\ x - y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{175}{60} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1; \\ x = 2 + y; \end{cases} \quad \frac{175}{60(2+y)} + \frac{175}{60y} = 1;$$

$$\frac{175y + 175(2+y) - 60(2+y)}{60y(2+y)} = 0; \quad \frac{175y + 350 + 175y - 120y - 60y^2}{60y(2+y)} = 0;$$

$$\frac{-60y^2 + 230y + 350}{60y(2+y)} = 0; \quad y \neq 0, y \neq -2; \quad 6y^2 - 23y - 35 = 0; \quad y_1 = 5, y_2 = -\frac{7}{6} < 0; \quad x = 7.$$

Ответ: 7 ч, 5 ч.

652. Пусть дочери сейчас x лет, отцу — $4x$ лет. Тогда 5 лет назад дочери было $(x - 5)$ лет, а отцу было $9(x - 5)$ лет. Решим уравнение: $9(x - 5) + 5 = 4x$; $9x - 45 + 5 = 4x$; $5x = 40$; $x = 8$; $4x = 32$.

Ответ: 32 года и 8 лет.

653. Ускорение поезда найдем по формуле $a = \frac{v - v_0}{t}$. В данной задаче $v = 60$ км/ч, $v_0 = 0$,

$$t = 25 \text{ мин} = \frac{25}{60} \text{ ч} = \frac{5}{12} \text{ ч. } a = 60 \text{ км/ч} : \frac{5}{12} \text{ ч} = 144 \text{ км/ч} = 40 \text{ км/ч. Ответ: 40 м/мин.}$$

654. Расстояние, пройденное поездом, найдем по формуле $S = \frac{at^2}{2}$, где $a = \frac{v}{t}$.

То есть $S = \frac{v}{t} \cdot \frac{t^2}{2} = \frac{vt}{2}$; $S = \frac{30 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 2,5$ (км). Ответ: 2,5 км.

655. Время, за которое тело проходит данное расстояние, найдем из формулы $S = v_0 t + \frac{qt^2}{2}$.

$\frac{q}{2} t^2 + v_0 t - S = 0$; $4,9t^2 + 3t - 137,5 = 0$; $t_1 = 5$, $t_2 \approx -5,6 > 0$. Ответ: 5 с.

656. Пусть x км/ч ($x > 0$) — скорость велосипедиста, y км/ч ($y > 0$) — скорость пешехода. Тогда до встречи велосипедист проехал $2x$ км, а пешеход прошел $2y$ км. На весь путь велосипедисту понадобилось $\frac{40}{x}$ часов, а пешеходу — $\frac{40}{y}$ часов. Составим и решим систему уравнений.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 40; \\ \frac{40}{x} - \frac{40}{y} = 7,5; \end{cases} \quad x + y = 20; \quad x = 20 - y$$

$$\frac{40}{20 - y} - \frac{40}{y} - 7,5 = 0; \quad \frac{40y - 40(20 - y) - 7,5(20 - y)}{y(20 - y)} = 0; \quad \frac{40y - 800 + 40y - 150y + 7,5y^2}{y(20 - y)} = 0;$$

$$\frac{7,5y^2 - 70y - 800}{y(20 - y)} = 0; \quad y \neq 0, \quad y \neq 20; \quad 7,5y^2 - 70y - 800 = 0; \quad 3y^2 - 28y - 320 = 0;$$

$y_1 = 16$, $y_2 = -6\frac{2}{3} < 0$; $x = 20 - 16 = 4$. Ответ: 4 км/ч, 16 км/ч.

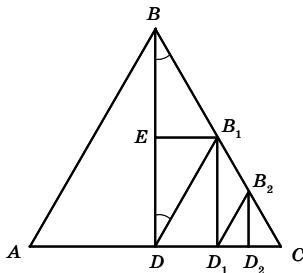
657. Пусть скорость автобуса была x км/ч ($x > 0$), затем увеличилась до $(x + 15)$ км/ч. Задержка составляла 0,2 часа. Решим уравнение: $\frac{60}{x} - 0,2 = \frac{60}{x + 15}$; $\frac{60}{x} - \frac{60}{x + 15} - 0,2 = 0$;

$$\frac{60x + 900 - 60x - 0,2x^2 - 3x}{x(x + 15)} = 0; \quad \frac{-0,2x^2 - 3x + 900}{x(x + 15)} = 0; \quad x \neq 0, \quad x \neq -15;$$

$-0,2x^2 - 3x + 900 = 0$; $x^2 + 15x - 4500 = 0$; $x_1 = 60$, $x_2 = -75 < 0$; $60 + 15 = 75$ (км/ч).
Ответ: 75 км/ч.

658. Пусть скорость поезда x м/с, тогда его длина 6х м, а 15х м ему потребуется, чтобы полностью пройти мимо данной платформы. Решим уравнение: $6x + 150 = 15x$; $9x = 150$;
 $x = 16\frac{2}{3}$; $6x = 100$. Ответ: $16\frac{2}{3}$ м/с, 100 м.

659.



Поскольку треугольник равнобедренный, то BD является и высотой, и медианой, и биссектрисой, т.е. $\angle ABD = \angle CBD$. $\angle ABD = \angle BDB_1$ при параллельных прямых AB и DB_1 и секущей BD . Следовательно, $\angle B_1BD = \angle B_1DB$, треугольник B_1BD — равнобедренный ($BB_1 = DB_1$). В этом треугольнике B_1E является высотой, медианой и биссектрисой. Значит, $BE = DE$. Пусть

$BD = b$, тогда $BE = ED = \frac{b}{2}$.

Поскольку $ED \parallel B_1D_1$, $EB_1 \parallel DD_1$ (как два перпендикуляра к одной прямой), то EB_1D_1D — параллелограмм. Значит, $ED = B_1D_1 = \frac{b}{2}$.

Аналогично доказывается, что $B_2D_2 = \frac{1}{2} B_1D_1 = \frac{b}{4}$ и т.д.

Следовательно, B_1D_1, B_2D_2, \dots составляют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$. То есть сумма длин построенных перпендикуляров равна

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{b}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{b}{2} : \frac{1}{2} = b = BD, \text{ что и требовалось доказать.}$$

660. 1) $y = 3 - 0,5x$, $A(4; 1)$

$y = 3 - 0,5 \cdot 4 = 1$. Значит, т. A принадлежит графику. График пересекает ось Ox , когда $y = 0$. $3 - 0,5x = 0$; $x = 6$. $(6; 0)$ — точка пересечения графика с осью Ox .

График пересекает ось Oy , когда $x = 0$. $y = 3 - 0,5 \cdot 0 = 3$. $(0; 3)$ — точка пересечения графика с осью Oy . $y(-2) = 3 - 0,5 \cdot (-2) = 4$. *Ответ:* принадлежит; $(6; 0)$, $(0; 3)$, $y(-2) = 4$.

2) $y = \frac{1}{2}x - 4$, $A(6; -1)$. $y = \frac{1}{2} \cdot 6 - 4 = -1$. Значит, т. A принадлежит графику данной функции.

График функции пересекает ось Ox , когда $y = 0$. $\frac{1}{2}x - 4 = 0$; $x = 8$.

$(8; 0)$ — точка пересечения графика с осью Ox . График пересекает ось Oy , когда $x = 0$.

$y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 4 = -4$; $(0; -4)$ — точка пересечения графика с осью Oy .

$y(-2) = \frac{1}{2} \cdot (-2) - 4 = -5$. *Ответ:* принадлежит; $(8; 0)$, $(0; -4)$, $y(-2) = -5$.

3) $y = 2,5x - 5$, $A(1,5; -1,25)$. $y = 2,5 \cdot 1,5 - 5 = -1,25$. Значит, т. A принадлежит графику данной функции. График функции пересекает ось Ox , когда $y = 0$. $2,5x - 5 = 0$; $x = 2$.

$(2; 0)$ — точка пересечения графика с осью Ox . График пересекает ось Oy , когда $x = 0$.

$y = 2,5 \cdot 0 - 5 = -5$. $(0; -5)$ — точка пересечения графика с осью Oy . $y(-2) = 2,5 \cdot (-2) - 5 = -10$.

Ответ: принадлежит; $(2; 0)$, $(0; -5)$, $y(-2) = -10$.

4) $y = -1,5x + 6$, $A(4,5; -0,5)$. $y = -1,5 \cdot 4,5 + 6 = -0,75 \neq -0,5$. Значит, т. A не принадлежит графику данной функции. График пересекает ось Ox , когда $y = 0$. $-1,5x + 6 = 0$; $x = 4$.

$(4; 0)$ — точка пересечения графика с осью Ox . График пересекает ось Oy , когда $x = 0$.

$y = -1,5 \cdot 0 + 6 = 6$. $(0; 6)$ — точка пересечения графика с осью Oy .

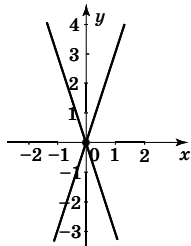
$y(-2) = -1,5 \cdot (-2) + 6 = 9$. *Ответ:* не принадлежит; $(4; 0)$, $(0; 6)$, $y(-2) = 9$.

661. 1) $y = 3x$, $y = -3x$.

Область определения функций — все действительные числа.

1°. Построим график функции $y = 3x$.

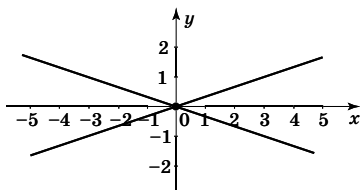
2°. График функции $y = -3x$ построим, отобразив предыдущий график симметрично относительно оси Ox .



2) $y = \frac{1}{3}x$, $y = -\frac{1}{3}x$. Область определения функций — все действительные числа.

1°. Построим сначала график функции $y = \frac{1}{3}x$.

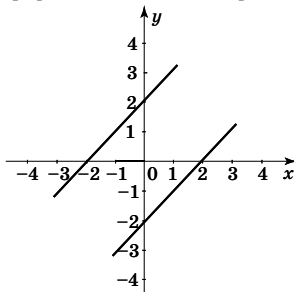
2°. График функции $y = -\frac{1}{3}x$ построим, отобразив предыдущий график симметрично относительно оси Ox .



3) $y = x - 2$, $y = x + 2$. Область определения функций — все действительные числа.

1°. Построим график функции $y = x - 2$.

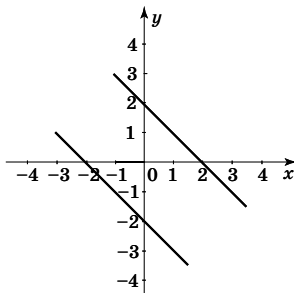
2°. График функции $y = x + 2$ построим путем параллельного переноса предыдущего графика на 4 единицы вверх вдоль оси Oy .



4) $y = -x - 2$, $y = 2 - x$. Область определения функций — все действительные числа.

1°. Построим график функции $y = -x - 2$.

2°. График функции $y = 2 - x$ построим путем параллельного переноса предыдущего графика на 4 единицы вверх вдоль оси Oy .

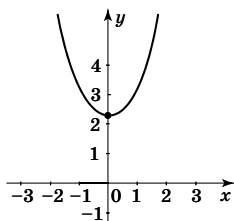


662. 1) $y = x^2 + 2\frac{1}{4}$.

1°. Область определения функции — все действительные числа.

2°. Координаты вершины параболы $x = 0$, $y = 2\frac{1}{4}$.

3 ⁰ .	x	-1	1	-2	2
	y	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$

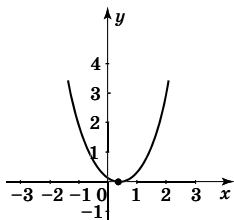


$$2) y = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2, \quad y = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}.$$

1⁰. Область определения функции — все действительные числа.

2⁰. Координаты вершины параболы $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{2}{3}}{2} = -\frac{1}{3}, y = 0$.

3 ⁰ .	x	$-1\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$
	y	4	1	1	4

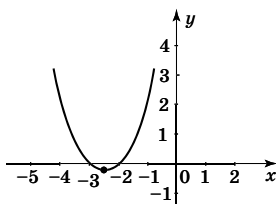


$$3) y = (x + 2,5)^2 - \frac{1}{4}, \quad y = x^2 + 5x + 6.$$

1⁰. Область определения функции — все действительные числа.

2⁰. Координаты вершины параболы $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2} = -2,5, y = -\frac{1}{4}$.

3 ⁰ .	x	-4,5	-3,5	-1,5	-0,5
	y	3,75	0,75	0,75	3,75



4) $y = x^2 - 4x + 5$.

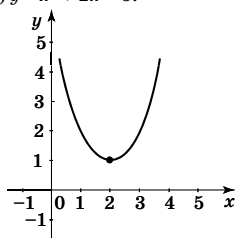
1°. Область определения функции — все действительные числа.

2°. Координаты вершины параболы $x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$, $y = 1$.

3°.	x	0	1	3	4
	y	5	2	2	5

5) $y = x^2 + 2x - 3$.

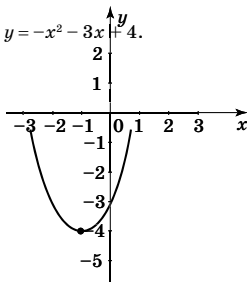
1°. Область определения функции — все действительные числа.

2°. Координаты вершины параболы $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$, $y = -4$.

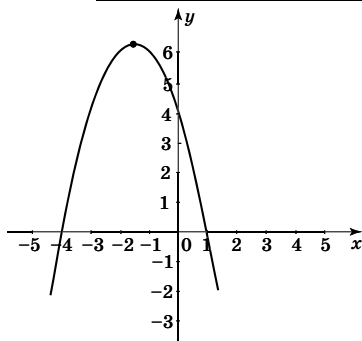
3°.	x	-3	-2	0	1
	y	0	-3	-3	0

6) $y = -x^2 - 3x + 4$.

1°. Область определения функции — все действительные числа.

2°. Координаты вершины параболы $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{-2} = -1,5$, $y = 6,25$.

3°.	x	-4	-3,5	-2,5	-0,5	0,5	1
	y	0	2,25	5,25	5,25	2,25	0



663. 1) $y = x^2 - 8x + 16$; $x = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4$; $y = 0$. Ответ: (4; 0).

2) $y = x^2 - 10x + 15$; $x = -\frac{b}{2a} = \frac{10}{2} = 5$; $y = -10$. Ответ: (5; -10).

3) $y = x^2 + 4x - 3$; $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$; $y = -7$. Ответ: $(-2; -7)$.

4) $y = 2x^2 - 5x + 3$; $x = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$; $y = -\frac{1}{8}$. Ответ: $\left(1\frac{1}{4}; -\frac{1}{8}\right)$.

664. 1) $y = x^2 - 7x - 10$.

Коэффициент при x^2 больше нуля. Значит, ветви параболы направлены вверх. Функция имеет минимум в точке вершины параболы.

$x = -\frac{b}{2a} = \frac{7}{2} = 3,5$, $y = (3,5)^2 - 7 \cdot (3,5) - 10 = -22,25$. Ответ: $-22,25$.

2) $y = -x^2 + 8x + 7$.

Коэффициент при x^2 меньше нуля. Значит, ветви параболы направлены вниз. Функция имеет максимум в точке вершины параболы.

$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{-2} = 4$, $y = -4^2 + 8 \cdot 4 + 7 = 23$. Ответ: 23 .

3) $y = x^2 - x - 6$.

Коэффициент при x^2 больше нуля. Значит, ветви параболы направлены вверх. Функция имеет минимум в точке вершины параболы.

$x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 6 = -6\frac{1}{4}$. Ответ: $-6\frac{1}{4}$.

4) $y = 4 - 3x - x^2$

Коэффициент при x^2 меньше нуля. Значит, ветви параболы направлены вниз. Функция имеет максимум в точке вершины параболы.

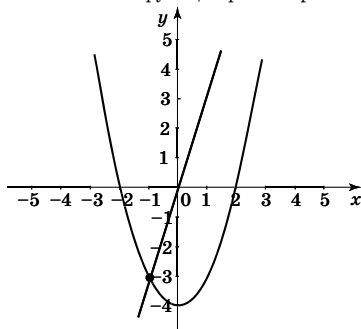
$x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{-2} = -1,5$, $y = 4 - 3 \cdot (-1,5) - (-1,5)^2 = 6,25$. Ответ: $6,25$.

665. 1) $y = x^2 - 4$, $y = 3x$.

Область определения функций — все действительные числа.

Значения этих функций равны при $x = -1$, $x = 4$.

Ответ: $-1; 4$.

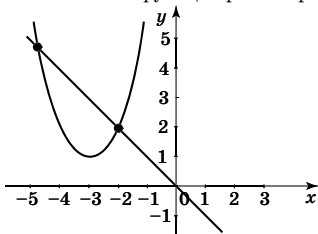


2) $y = (x + 3)^2 + 1$, $y = -x$; $y = x^2 + 6x + 10$, $y = -x$.

Область определения функций — все действительные числа.

Значение этих функций равны при $x = -2$, $x = -5$.

Ответ: $-2; -5$.

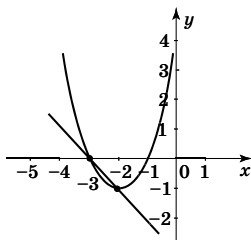


3) $y = (x + 1)(x + 3)$, $y = -x - 3$; $y = x^2 + 4x + 3$, $y = -x - 3$.

Область определения функций — все действительные числа.

Значения этих функций равны при $x = -2$, $x = -3$.

Ответ: -2 ; -3 .

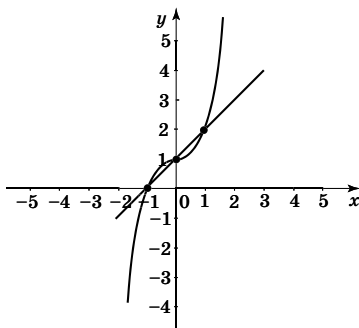


4) $y = x^3 - 1$, $y = x + 1$.

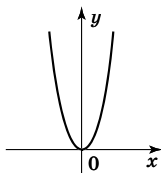
Область определения функций — все действительные числа.

Значения этих функций равны при $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$.

Ответ: -1 ; 0 ; 1 .



666. 1) $y = x^4$



1°. Определена при всех действительных значениях x .

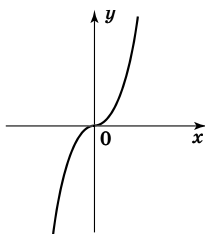
2°. Принимает все действительные значения.

3°. Функция четная.

4°. Функция принимает положительные значения при $x > 0$, $x < 0$.

5°. Функция убывает при $x < 0$, возрастает на промежутке $x > 0$.

2) $y = x^5$



1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

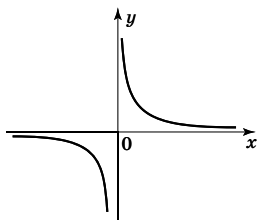
2°. Принимает все действительные значения.

3°. Функция нечетная.

4°. Функция принимает положительные значения при $x > 0$, отрицательные — при $x < 0$.

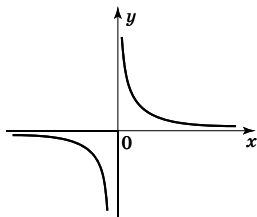
5°. Функция возрастает на всей области определения.

$$3) y = \frac{1}{x^3}$$



- 1°. Определена при $x \neq 0$.
- 2°. Принимает все значения, кроме $x = 0$.
- 3°. Функция нечетная.
- 4°. Функция принимает положительные значения при $x > 0$, отрицательные — при $x < 0$.
- 5°. Функция убывает на промежутках $x < 0$, $x > 0$.

$$4) y = \frac{1}{x^4}$$



- 1°. Определена при $x \neq 0$.
- 2°. Принимает все значения, кроме $x = 0$.
- 3°. Функция нечетная.
- 4°. Принимает положительные значения при $x > 0$, отрицательные — при $x < 0$.
- 5°. Функция убывает на промежутках $x < 0$, $x > 0$.

667. 1) $\sqrt[4]{5,3}$ и $\sqrt[4]{5\frac{1}{3}}$. Поскольку $5,3 < 5\frac{1}{3}$, то $\sqrt[4]{5,3} < \sqrt[4]{5\frac{1}{3}}$.

2) $\sqrt[5]{-\frac{2}{9}}$ и $\sqrt[5]{-\frac{1}{7}}$; $\sqrt[5]{-\frac{14}{63}}$ и $\sqrt[5]{-\frac{9}{63}}$. Поскольку $-\frac{14}{63} < -\frac{9}{63}$, то $\sqrt[5]{-\frac{14}{63}} < \sqrt[5]{-\frac{9}{63}}$, т.е. $\sqrt[5]{-\frac{2}{9}} < \sqrt[5]{-\frac{1}{7}}$.

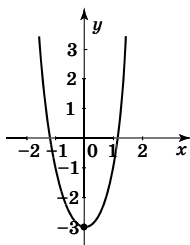
668. 1) $y = 2x^2 - 3$.

1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = 0$, $y = -3$.

$$y = 0, 2x^2 - 3 = 0, x^2 = \frac{3}{2}, x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}, 2x^2 - 3 = 2\left(x - \sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{3}{2}}\right);$$

$$y > 0 \text{ при } x < -\sqrt{\frac{3}{2}}, x > \sqrt{\frac{3}{2}}; y < 0 \text{ при } -\sqrt{\frac{3}{2}} < x < \sqrt{\frac{3}{2}}.$$



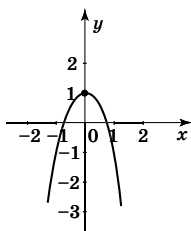
2) $y = -2x^2 + 1$.

1°. Функция определена при всех значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = 0$, $y = 1$.

$$y = 0, -2x^2 + 1 = 0, x^2 = \frac{1}{2}, x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}, -2x^2 + 1 = -2\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right);$$

$$y > 0 \text{ при } -\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}; y < 0 \text{ при } x < -\frac{1}{\sqrt{2}}, x > \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

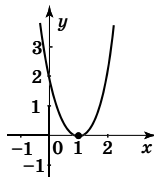


3) $y = 2(x - 1)^2$, $y = 2x^2 - 4x + 2$.

1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = 1$, $y = 0$.

$y = 0$, $2(x - 1)^2 = 0$, $x = 1$; $y > 0$ при $x \neq 1$.

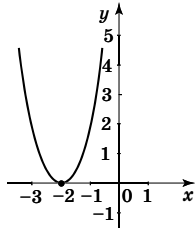


4) $y = 2(x + 2)^2$, $y = 2x^2 + 8x + 8$.

1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = -1$, $y = 0$.

$y = 0$, $2(x + 2)^2 = 0$, $x = -2$; $y > 0$ при $x \neq -2$.

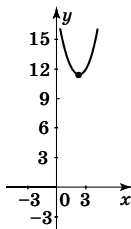


5) $y = 2(x - 3)^2 + 1$, $y = 2x^2 - 8x + 19$.

1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = 2$, $y = 11$.

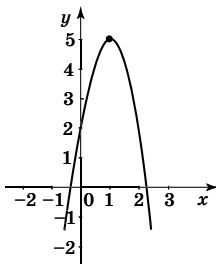
$y = 0$, $2(x - 3)^2 + 1 = 0$; $y > 0$ при всех значениях x .



6) $y = -3(x - 1)^2 + 5$, $y = -3x^2 + 6x + 2$.

1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = 1$, $y = 5$.



$$y = 0, -3(x-1)^2 + 5 = 0, (x-1)^2 = \frac{5}{3}, x_1 = \sqrt{\frac{5}{3}} + 1, x_2 = -\sqrt{\frac{5}{3}} + 1;$$

$$-3(x-1)^2 + 5 = -3\left(x - \sqrt{\frac{5}{3}} - 1\right)\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}} + 1\right);$$

$$y > 0 \text{ при } -\sqrt{\frac{5}{3}} + 1 < x < \sqrt{\frac{5}{3}} + 1; y < 0 \text{ при } x < -\sqrt{\frac{5}{3}} + 1, x > \sqrt{\frac{5}{3}} + 1.$$

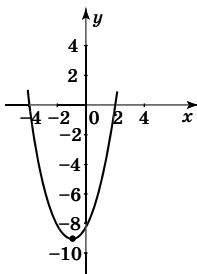
$$7) y = x^2 + 2x - 8.$$

1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = -1, y = -9$.

$$y = 0, x^2 + 2x - 8 = 0, x_1 = -4, x_2 = 2; x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2);$$

$$y > 0 \text{ при } x < -4, x > 2; y < 0 \text{ при } -4 < x < 2.$$



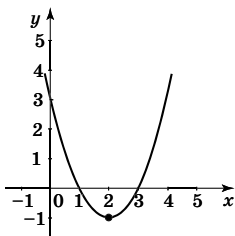
$$8) y = x^2 - 4x + 3.$$

1°. Функция определена при всех действительных значениях x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = 2, y = -1$.

$$y = 0, x^2 - 4x + 3 = 0, x_1 = 1, x_2 = 3; x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3);$$

$$y > 0 \text{ при } x < 1, x > 3; y < 0 \text{ при } 1 < x < 3.$$



669. $y = ax^2 + bx - 5$; $y(-1) = 0$ и $y(1) = 6$.

Используя данные значения функции, составим систему уравнений: $\begin{cases} a - b - 5 = 0; \\ a + b - 5 = 6. \end{cases}$
 Решим систему уравнений методом сложения.

$2a - 10 = 6$, $2a = 16$, $a = 8$; $2b = 6$, $b = 3$. Ответ: $a = 8$, $b = 3$.

670. $y = ax^2 + bx + c$; $(-1; 1)$, $(1; 0)$ и $(4; 3)$.

Используя данные точки, через которые проходит график функции, составим систему

уравнений: $\begin{cases} a - b + c = 1; \\ a + b + c = 0; \\ 16a + 4b + c = 3. \end{cases}$

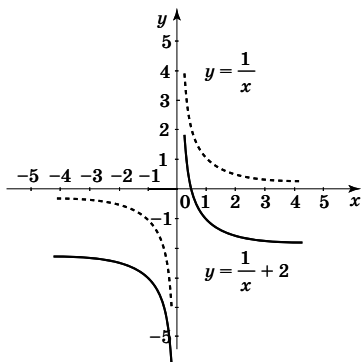
Вычтем из первого уравнения системы второе. Получим: $-2b = 1$, $b = -\frac{1}{2}$. Теперь сложим два первых уравнения системы. $2a + 2c = 1$, $a + c = \frac{1}{2}$, $a = \frac{1}{2} - c$.

Подставим полученные значения в третье уравнение.

$16\left(\frac{1}{2} - c\right) - 2 + c = 3$, $8 - 16c - 2 + c = 3$, $-15c = -3$, $c = \frac{1}{5}$, $a = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$.

Ответ: $a = 0,3$; $b = -0,5$; $c = 0,2$.

671. 1) $y = \frac{1}{x} - 2$



Область определения — все значения x , кроме $x = 0$.

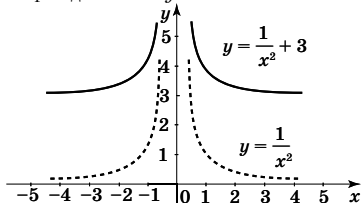
1°. Сначала построим график функции $y = \frac{1}{x}$.

2°. График функции $y = \frac{1}{x} - 2$ получим, сдвинув построенный график на 2 единицы вниз вдоль оси Oy .

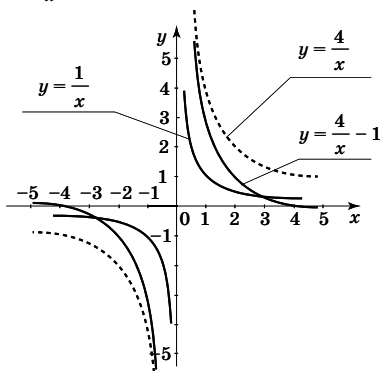
2) $y = 3 + \frac{1}{x^2}$. Область определения — все значения x , кроме $x = 0$.

1°. Строим график функции $y = \frac{1}{x^2}$.

2°. График функции $y = 3 + \frac{1}{x^2}$ получим, сдвинув построенный график на 3 единицы вверх вдоль оси Oy .



3) $y = \frac{4}{x} - 1$.



Область определения — все значения x , кроме $x = 0$.

1°. Строим график функции $y = \frac{1}{x}$.

2°. График функции $y = \frac{4}{x}$ получим растяжением построенного графика от оси абсцисс вдоль оси ординат в 4 раза.

3°. Сдвинув построенный график на 1 единицу вниз вдоль оси Oy , получим график искомой функции.

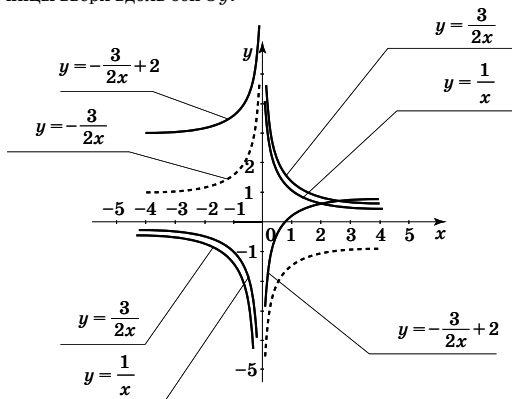
4) $y = -\frac{3}{2x} + 2$. Область определения — все значения x , кроме $x = 0$.

1°. Строим график функции $y = \frac{1}{x}$.

2°. Растягивая его вдоль оси ординат в 1,5 раза, получаем график функции $y = \frac{3}{2x}$.

3°. Отобразив построенный график симметрично, относительно оси Ox , получим график функции $y = -\frac{3}{2x}$.

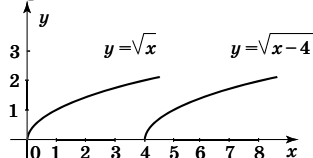
4°. График функции $y = -\frac{3}{2x} + 2$ получим, сдвинув график функции $y = -\frac{3}{2x}$ на 2 единицы вверх вдоль оси Oy .



672. 1) $y = \sqrt{x-4}$. Область определения: $x-4 \geq 0$, $x \geq 4$.

1°. Строим график функции $y = \sqrt{x}$.

2°. График функции $y = \sqrt{x-4}$ получим, сдвигая построенный график на 4 единицы вправо вдоль оси Ox .

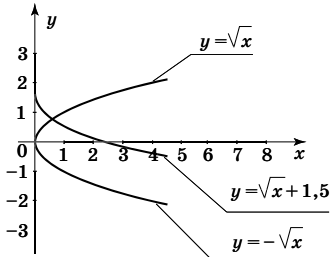


2) $y = -\sqrt{x} + 1,5$. Область определения — все неотрицательные значения x .

1°. Строим график функции $y = \sqrt{x}$.

2°. Отобразив его симметрично относительно оси Ox , получаем график функции $y = -\sqrt{x}$.

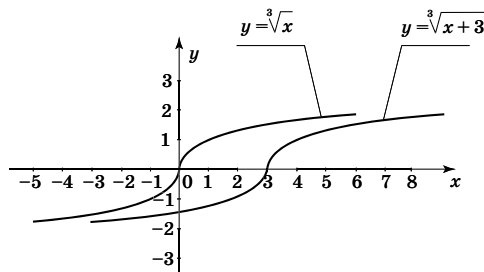
3°. Сдвинув полученный график на 1,5 единицы вверх вдоль оси Oy , получим график $y = -\sqrt{x} + 1,5$.



3) $y = \sqrt[3]{x+3}$. Область определения — все значения x .

1°. Строим график функции $y = \sqrt[3]{x}$.

2°. График функции $y = \sqrt[3]{x+3}$ получим, сдвинув построенный график на 3 единицы вправо вдоль оси Ox .



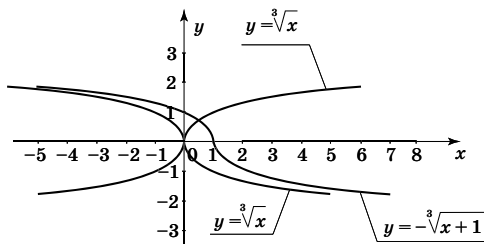
4) $y = -\sqrt[3]{x} + 1$.

Область определения — все значения x .

1°. Строим график функции $y = \sqrt[3]{x}$.

2°. Отобразив его симметрично относительно оси Ox , получаем график функции $y = -\sqrt[3]{x}$.

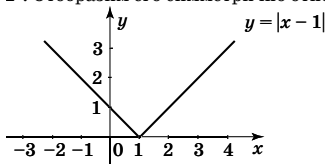
3°. Сдвинув полученный график на 1 единицу вверх вдоль оси Oy , получим график функции $y = -\sqrt[3]{x} + 1$.



673. 1) $y = |x - 1|$. Область определения — все действительные значения x .

1°. Построим график функции $y = x - 1$ для $x \geq 1$.

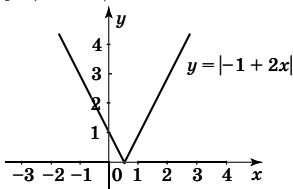
2°. Отобразим его симметрично относительно прямой $x = 1$.



2) $y = |-2 + 2x|$. Область определения — все действительные значения x .

1°. Построим график функции $y = -1 + 2x$ для $x \geq \frac{1}{2}$.

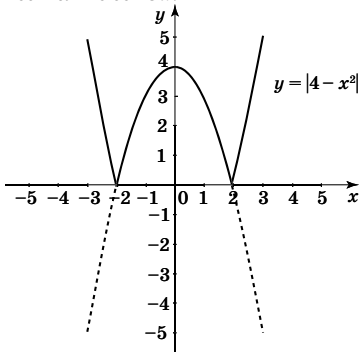
2°. Отобразив его симметрично относительно прямой $x = \frac{1}{2}$, получим график функции $y = |-1 + 2x|$.



3) $y = |4 - x^2|$. Область определения — все действительные значения x .

1°. Построим график функции $y = 4 - x^2$.

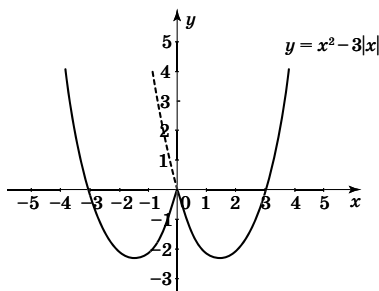
2°. Ту часть графика, которая находится ниже оси абсцисс, отобразим симметрично относительно оси Ox .



4) $y = x^2 - 3|x|$. Область определения — все действительные значения x .

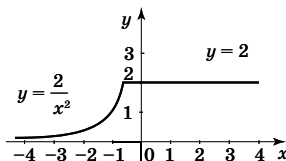
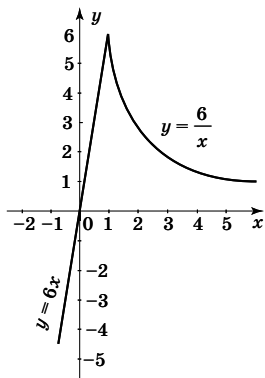
1°. Строим график функции $y = x^2 - 3x$.

2°. Ту часть графика, которая находится справа от оси ординат, отобразим симметрично относительно оси Oy .



674. 1) $y = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x \geq 0; \\ 6x, & \text{если } x < 1. \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} 2, & \text{если } x \geq -1; \\ \frac{2}{x^2}, & \text{если } x < -1. \end{cases}$



675. 1) $y = 2x^4 - |x|$, $y(-x) = 2(-x)^4 - |-x| = 2x^4 - |x| = y(x)$. Функция четная.

2) $y = x^3 + x^2$, $y(-x) = (-x)^3 + (-x)^2 = -x^3 + x^2$. Функция не является ни четной, ни нечетной.

3) $y = \sqrt[3]{x-1}$, $y(-x) = \sqrt[3]{-x-1}$. Функция не является ни четной, ни нечетной.

4) $y = \frac{x^3 + x}{3}$, $y(-x) = \frac{(-x)^3 - x}{3} = \frac{-x^3 - x}{3} = -y(x)$. Функция является нечетной.

676. $a_n = n(n+1)$

1) $n(n+1) = 20$; $n^2 + n - 20 = 0$; $n_1 = -5$, $n_2 = 4$ — целые числа.

Значит, 20 является членом последовательности.

2) $n(n+1) = 30$; $n^2 + n - 30 = 0$; $n_1 = -6$, $n_2 = 5$ — целые числа.

Значит, 30 является членом последовательности.

3) $n(n+1) = 40$; $n^2 + n - 40 = 0$; $n_1 \approx 58$, $n_2 \approx -6,8$ — не являются целыми числами.

Значит, 40 не является членом последовательности.

677. $a_1 = -1$; $a_{n+1} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_n\right)$

1) $a_2 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_1\right) = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1$. Ответ: -1.

$$2) a_3 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_2\right) = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$3) a_5 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_4\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$4) a_{10} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_9\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_1\right) = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$5) a_n = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_{n-1}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} a_1\right) = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

678. $a_1 = 7, a_7 = -5$.

Воспользуемся формулой $a_n = a_1 + d(n-1)$ для n -го члена арифметической прогрессии $a_7 = a_1 + 6d; 7 = -5 + 6d; 12 = 6d; d = 2$. Ответ: 2.

679. $a_{10} = 4, d = 0,5$.

Воспользуемся формулой для n -го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d(n-1)$. $a_{10} = a_1 + 9d; 4 = a_1 + 9 \cdot 0,5; -0,5 = a_1$. Ответ: $-0,5$.

680. 1) $a_n = 459, d = 10, n = 45$.

Воспользуемся формулой для n -го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d(n-1)$. $459 = a_1 + 10 \cdot (45-1); 459 = a_1 + 440; a_1 = 19$.

Из формулы $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ для n первых членов арифметической прогрессии следует

$$S_n = \frac{19 + 459}{2} \cdot 45 = 10\,755. \text{ Ответ: } a_1 = 19, S = 10\,755.$$

681. $a_1 = -2, a_5 = -6, a_n = -40$

$a_n = a_1 + d(n-1)$ — формула n -го члена арифметической прогрессии.

$a_5 = a_1 + 4d; -6 = -2 + 4d; d = -1$. $a_n - 40 = -2 - 1(n-1); -38 = 1 - n; n = 39$. Ответ: 39.

682. $b_{n+1} = -\frac{b_n}{2}, b_1 = 1024$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = -\frac{1}{2} \text{ — знаменатель геометрической прогрессии.}$$

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \text{ — сумма } n \text{ первых членов геометрической прогрессии.}$$

$$S_{10} = \frac{1024 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \cdot 1024 \cdot \left(1 - \frac{1}{1024}\right) = \frac{2}{3} \cdot (1024 - 1) = 682. \text{ Ответ: } 682.$$

683. 1) $b_1 = 5m, q = -10, b_n = -5000; b_2 = b_1 q = 5 \cdot (-10) = -50; b_3 = b_2 q = -50 \cdot (-10) = 500;$

$$b_4 = b_3 q = 500 \cdot (-10) = -5000 = b_n; n = 4. \text{ Ответ: } n = 4.$$

2) $b_3 = 16, b_6 = 2; b_3 = b_1 q^2; b_6 = b_1 q^5 = b_1 q^2 \cdot q^3 = b_3 q^3; q^3 = \frac{b_6}{b_3} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}; q = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } q = \frac{1}{2}.$

3) $b_3 = 16, b_6 = 2$. Из пункта 2) $q = \frac{1}{2}, b_1 = \frac{b_3}{q^2} = \frac{16}{(0,5)^2} = 64. \text{ Ответ: } b_1 = 64.$

4) $b_3 = 16, b_6 = 2$. Из пункта 2) $q = \frac{1}{2}, b_7 = b_6 q = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1. \text{ Ответ: } b_7 = 1.$

684. $3 + 6 + 12 + \dots + 96$

$$q = \frac{6}{3} = 2; b_n = b_1 q^{n-1}; 96 = 3 \cdot 2^{n-1}; 2^n = 64; n = 6. S_n = \frac{b_1(1-q_n)}{1-q}; S_6 = \frac{3 \cdot (1-2^6)}{1-2} = -3(1-64) = 189.$$

Ответ: 189.

685. 1) $a_3 = 25, a_{10} = -3; a_n = a_1 + d(n-1)$.

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d; \\ a_{10} = a_1 + 9d; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 2d = 25; \\ a_1 + 9d = -3. \end{cases} \text{ Решим систему уравнений методом сложения.}$$

$$-7d = 28; d = -4; a_1 = -3 - 9 \cdot (-4) = 33. \text{ Ответ: } a_1 = 33, d = -4.$$

$$2) a_4 = 10, a_7 = 19; a_n = a_1 + d(n-1).$$

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d; \\ a_7 = a_1 + 6d; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 3d = 10; \\ a_1 + 6d = 19. \end{cases} \text{ Решим систему уравнений методом сложения.}$$

$$3d = 9; d = 3; a_1 = 10 - 3 \cdot 3 = 1. \text{ Ответ: } a_1 = 1, d = 3.$$

$$3) a_3 + a_7 = 4, a_2 + a_{14} = -8; a_n = a_1 + d(n-1).$$

$$a_1 + 2d = a_3; a_1 + 6d = a_7; a_1 + d = a_2; a_1 + 13d = a_{14}. \begin{cases} 2a_1 + 8d = 4; \\ 2a_1 + 14d = -8; \end{cases} \begin{cases} 6d = -12; d = -2; a_1 = 2 - \\ -4 \cdot (-2) = 10. \end{cases} \text{ Ответ: } a_1 = 10, d = -2.$$

$$4) a_2 + a_4 = 16, a_1 a_5 = 28; a_n = a_1 + d(n-1).$$

$$a_2 = a_1 + d; a_4 = a_1 + 3d; a_5 = a_1 + 4d. \begin{cases} 2a_1 + 4d = 16; \\ a_1(a_1 + 4d) = 28; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 2d = 8; a_1 = 8 - 2d; (8 - 2d)(8 + \\ + 2d) = 28; 64 - 4d^2 = 28; 4d^2 = 36; d^2 = 9 \end{cases}$$

$$1) d = 3 \text{ или } d = -3; a_1 = 14. \text{ Ответ: } a_1 = 2, d = 3 \text{ или } a_1 = 14, d = -3.$$

$$5) S_{20} = 110, a_{15} - a_5 = \frac{8}{3}; a_n = a_1 + d(n-1).$$

$$a_{15} = a_1 + 14d; a_5 = a_1 + 4d; a_{15} - a_5 = 10d = \frac{8}{3}; d = \frac{4}{15}; S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = 110;$$

$$a_1 + a_{20} = 11; 2a_1 + 19d = 11; a_1 = \frac{1}{2} \left(11 - 19 \cdot \frac{4}{15} \right) = \frac{89}{30}. \text{ Ответ: } a_1 = \frac{89}{30}, d = \frac{4}{15}.$$

$$6) a_1 + a_2 + a_3 = 15, a_1 a_2 a_3 = 80; a_n = a_1 + d(n-1).$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 15; 3a_1 + 3d = 15; a_1 + d = 5; d = 5 - a_1;$$

$$a_1(a_1 + d)(a_1 + 2d) = 80; 5a_1(a_1 + 2(5 - a_1)) = 80; a_1(a_1 + 10 - 2a_1) = 16; a_1(10 - a_1) = 16;$$

$$a_1^2 - 10a_1 + 16 = 0;$$

$$1) a_1 = 2 \text{ или } a_1 = 8; d = -3. \text{ Ответ: } a_1 = 2, d = 3 \text{ или } a_1 = 8, d = -3.$$

$$686. 1) a_9 = -5, a_{11} = 7; a_{10} = \frac{a_9 + a_{11}}{2} = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$2) a_9 + a_{11} = -10; a_{10} = \frac{a_9 + a_{11}}{2} = -5. \text{ Ответ: } -5.$$

$$3) a_9 + a_{10} + a_{11} = 12$$

$$a_n = a_1 + d(n-1) \text{ — формула } n\text{-го члена арифметической прогрессии.}$$

$$a_1 + 8d + a_1 + 9d + a_1 + 10d = 12; 3a_1 + 27d = 12; a_1 + 9d = 4; a_{10} = 4. \text{ Ответ: } 4.$$

$$687. S_7 = -35, S_{42} = -1680$$

$$S_n + \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ — сумма } n \text{ первых членов арифметической прогрессии.}$$

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = -35; S_{42} = \frac{a_1 + a_{42}}{2} \cdot 42 = -1680; \begin{cases} a_1 + a_7 = -10; \\ a_1 + a_{42} = -80; \end{cases} a_n = a_1 + d(n-1).$$

$$\begin{cases} a_1 + a_1 + 6d = -10; \\ a_1 + a_1 + 41d = -80; \end{cases} \begin{cases} 2a_1 + 6d = -10; \\ 2a_1 + 41d = -80; \end{cases} 3d = -70; d = -2; a_1 = -5 - 3d = 1.$$

$$\text{Ответ: } a_1 = 1, d = -2.$$

$$688. 1) b_n = -3^{2n} \\ b_n = -3^{2n} \neq 0 \text{ при всех } n.$$

$$\text{Покажем, что частное } \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{ — одно и то же число для всех } n \text{ (не зависит от } n).$$

$$b_{n+1} = -3^{2n+2}, \frac{b_{n+1}}{b_n} = -3^2 = -9, \text{ т.е. частное } \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{ не зависит от } n.$$

$$\text{Таким образом, данная последовательность является геометрической прогрессией.} \\ \text{Ответ: является.}$$

$$2) b_n = 2^{3n} \\ b_n = 2^{3n} \neq 0 \text{ при всех } n.$$

Покажем, что частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ — одно и то же число для всех n .

$$b_{n+1} = 2^{3n+3}; \quad \frac{b_{n+1}}{b_n} = 2^3 = 8, \text{ т.е. частное } \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{ не зависит от } n.$$

Таким образом, данная последовательность является геометрической прогрессией.

Ответ: является.

$$3) b_n = \frac{3}{2n}$$

$$n \neq 0, \quad b_n = \frac{3}{2n} \neq 0 \text{ при всех } n.$$

Покажем, что частное $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ — одно и то же число для всех n (не зависит от n).

$$b_{n+1} = \frac{3}{2n+2}; \quad \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{3}{2n+2} \cdot \frac{2n}{3} = \frac{2n}{2n+2} = \frac{n}{n+1}, \text{ т.е. частное } \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{ зависит от } n.$$

Таким образом, данная последовательность не является геометрической прогрессией.

Ответ: не является.

$$4) b_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n}{2^n} \neq 0 \text{ при всех } n. \text{ Покажем, что частное } \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{ — одно и то же число для всех } n.$$

$$b_{n+1} = \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n+1}}; \quad \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n+1}} \cdot \frac{2^n}{(-1)^n} = \frac{(-1)^1}{2^1} = -\frac{1}{2}, \text{ т.е. частное } \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{ не зависит от } n.$$

Таким образом, данная последовательность является геометрической прогрессией.

Ответ: является.

689. 1) $b_1 = 12, S_3 = 372$

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \text{ — сумма } n \text{ первых членов геометрической прогрессии.}$$

$$\frac{12(1-q^3)}{1-q} = 372; \quad \frac{(1-q)(1+q+q^2)}{1-q} = 31; \quad q^2 + q - 30 = 0; \quad q_1 = -6, q_2 = 5. \text{ Ответ: } -6 \text{ или } 5.$$

2) $b_1 = 1, S_3 = 157$

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \text{ — сумма } n \text{ первых членов геометрической прогрессии.}$$

$$\frac{1-q^3}{1-q} = 157; \quad 1+q+q^2 = 157; \quad q^2 + q - 156 = 0; \quad q_1 = -13, q_2 = 12. \text{ Ответ: } -13 \text{ или } 12.$$

3) $b_3 = 300, S_3 = 372$

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}; \quad b_n = b_1 q^{n-1}; \quad b_3 = b_1 q^2; \quad b_1 = \frac{b_3}{q^2}; \quad \frac{b_3(1-q^3)}{q^2(1-q)} = S_3;$$

$$\frac{300(1-q^3)}{q^2(1-q)} = 372; \quad \frac{1+q+q^2}{q^2} = 1,24; \quad 1+q+q^2 = 1,24q^2; \quad 0,24q^2 - q - 1 = 0; \quad q_1 = 5, \quad q_2 = -\frac{5}{6}.$$

$$\text{Ответ: } 5 \text{ или } -\frac{5}{6}.$$

4) $b_3 = 144, S_3 = 157$

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}; \quad b_n = b_1 q^{n-1}; \quad b_3 = b_1 q^2; \quad b_1 = \frac{b_3}{q^2}; \quad \frac{b_3(1-q^3)}{q^2(1-q)} = S_3; \quad \frac{144(1-q^3)}{q^2(1-q)} = 157; \quad \frac{1+q+q^2}{q^2} = \frac{157}{144};$$

$$144(1+q+q^2) = 157q^2; \quad 13q^2 - 144q - 144 = 0; \quad q_1 = 12, \quad q_2 = -\frac{12}{13}. \text{ Ответ: } 12 \text{ или } -\frac{12}{13}.$$

690. $b_2 = -\frac{1}{2}, b_4 = -\frac{1}{2}$

$$b_n = b_1 q^{n-1}; b_2 = b_1 q = -\frac{1}{2}; b_4 = b_1 q^3 = -\frac{1}{2}; \frac{b_1 q^3}{b_1 q} = -\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{36}; q^2 = \frac{1}{36}.$$

1) $q = \frac{1}{6}, b_1 = -3;$

2) $q = -\frac{1}{6}, b_1 = 3;$

1) $b_n = -3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1};$

2) $b_n = 3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}.$

Ответ: $q = \frac{1}{6}, b_1 = -3, b_n = -3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$ или $q = -\frac{1}{6}, b_1 = 3, b_n = 3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}.$

691. $b_3 = -6, b_5 = -24$

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} b_{n+1}}; b_4 = \sqrt{b_3 b_5}; b_4 = \sqrt{(-6) \cdot (-24)} = 12; q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{12}{-6} = -2. \text{ Ответ: } b_4 = 12, q = -2.$$

692. $b_n = \frac{1}{3}, b_{n+4} = 27$

$$b_n = b_1 q^{n-1}; b_{n+4} = b_n q^4; 27 = \frac{1}{3} q^4; q^4 = 81$$

1) $q = 3; b_{n+1} = 1; b_{n+2} = 3; b_{n+3} = 9;$ 2) $q = -3; b_{n+1} = -1; b_{n+2} = 3; b_{n+3} = -9.$

Ответ: 1; 3; 9 или -1; 3; -9.

693. 1) $q = 3, S_5 = 484$

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}; \frac{b_1(1 - 3^5)}{1 - 3} = 484; b_1 = \frac{-242}{-2} = 121; b_1 = 4; b_5 = b_1 q^4 = 4 \cdot 3^4 = 324.$$

Ответ: $b_1 = 4, b_5 = 324.$

2) $b_3 = 0,024, S_3 = 0,504$

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}; b_n = b_1 q^{n-1}; b_3 = b_1 q^2; \frac{b_3(1 - q^3)}{q^2(1 - q)} = S_3; \frac{1 + q + q^2}{q^2} = \frac{0,504}{0,024} = 21; 21q^2 = 1 + q + q^2;$$

$$20q^2 - q - 1 = 0;$$

1) $q_1 = \frac{1}{4}; b_1 = \frac{0,024}{0,0625} = 0,384;$ 2) $q_2 = -\frac{1}{5}; b_1 = \frac{0,024}{0,04} = 0,6.$

Ответ: $b_1 = 0,384, q = \frac{1}{4}$ или $b_1 = 0,6, q = -\frac{1}{5}.$

694. 1) $\begin{cases} b_1 + b_2 = 20; \\ b_2 + b_3 = 60. \end{cases}$

$$b_n = b_1 q^{n-1}; \begin{cases} b_1 + b_1 q = 20; \\ b_1 q + b_1 q^2 = 60; \end{cases} \begin{cases} b_1(1 + q) = 20; \\ b_1 q(1 + q) = 60; \end{cases} q = 3; b_1 = \frac{20}{1 + 3} = 5. \text{ Ответ: } b_1 = 5, q = 3.$$

2) $\begin{cases} b_1 + b_2 = 60; \\ b_1 + b_3 = 51. \end{cases}$

$$b_n = b_1 q^{n-1}; \begin{cases} b_1 + b_1 q = 60; \\ b_1 q + b_1 q^2 = 51; \end{cases} \begin{cases} b_1(1 + q) = 60; \\ b_1 q(1 + q) = 51; \end{cases} \frac{1 + q^2}{1 + q} = \frac{51}{60};$$

$$51(1 + q) = 60(1 + q^2); 51 + 51q = 60 + 60q^2; 60q^2 - 51q + 9 = 0;$$

1) $q_1 = \frac{3}{5}; b_1 = \frac{60}{\frac{8}{5}} = 37,5.$ 2) $q_2 = \frac{1}{4}; b_1 = \frac{60}{\frac{5}{4}} = 48.$

Ответ: $q = \frac{3}{5}, b_1 = 37,5$ или $q = \frac{1}{4}, b_1 = 48.$

695. 1) $b_4 = 88, q = 2; S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}; b_n = b_1 q^{n-1}; b_4 = b_1 q^3; \frac{b_4(1 - q^5)}{q^3(1 - q)} = S_5;$

$$\frac{88 \cdot (1 - 2^5)}{2^3 \cdot (1 - 2)} = \frac{88 \cdot (-31)}{-8} = 341. \text{ Ответ: } 341.$$

$$2) b_1 = 11, b_4 = 88; b_n = b_1 q^{n-1}; b_4 = b_1 q^3; q^3 = \frac{88}{11} = 8; q = 2; S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q};$$

$$S_5 = \frac{11 \cdot (1-2^5)}{1-2} = 341. \text{ Ответ: } 341.$$

$$3) S_5 = 341, q = 2$$

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}; b_1 = \frac{S_5(1-q)}{1-q^5}; b_1 = \frac{341 \cdot (1-2)}{1-2^5} = 11. \text{ Ответ: } 11.$$

$$4) b_3 = 44, b_5 = 176$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}; b_3 = b_1 q^2; b_5 = b_1 q^4; q^2 = \frac{176}{44} = 4;$$

$$1) q_1 = 2; b_1 = \frac{44}{4} = 11; S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}; 2) q_2 = -2; b_1 = 11;$$

$$1) S_5 = \frac{11 \cdot (1-2^5)}{1-2} = 341. 2) S_5 = \frac{11 \cdot (1-(-2)^5)}{1+2} = 121. \text{ Ответ: } 341 \text{ или } 121.$$

696. 1) 0,777...

Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной десятичной дроби.

$$b_1 = 0,7 = \frac{7}{10}; b_2 = 0,77 = \frac{7}{10} + \frac{7}{10^2}; b_3 = 0,777 = \frac{7}{10} + \frac{7}{10^2} + \frac{7}{10^3}.$$

Видно, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой $b_1 = 0,7; q = 0,1$.

$$S_n = \frac{b_1}{q-1} = \frac{0,7}{1-0,1} = \frac{7}{9}. \text{ Ответ: } \frac{7}{9}.$$

2) 0,44444...

Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной десятичной дроби.

$$b_1 = 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}; b_2 = 0,44 = \frac{4}{10} + \frac{4}{10^2}; b_3 = 0,444 = \frac{4}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{4}{10^3}.$$

Видно, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой $b_1 = \frac{2}{5}, q = 0,1$.

$$S_n = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{2}{5}}{1-0,1} = \frac{2}{5 \cdot 0,9} = \frac{4}{9}. \text{ Ответ: } \frac{4}{9}.$$

3) 0,818181...

Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной десятичной дроби.

$$b_1 = 0,81 = \frac{81}{100}; b_2 = 0,8181 = \frac{81}{100} + \frac{81}{100^2}.$$

Видно, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой $b_1 = \frac{81}{100}, q = 0,01$.

$$S_n = \frac{b_1}{1-q} = \frac{81}{100 \cdot 0,99} = \frac{81}{99} = \frac{9}{11}. \text{ Ответ: } \frac{9}{11}.$$

4) 0,272727...

Составим последовательность приближенных значений данной бесконечной десятичной дроби.

$$b_1 = 0,27 = \frac{27}{100}; b_2 = 0,2727 = \frac{27}{100} + \frac{27}{100^2}.$$

Видно, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно

убывающей геометрической прогрессии, в которой $b_1 = \frac{27}{100}$, $q = 0,01$.

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{27}{100 \cdot 0,99} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}. \text{ Ответ: } \frac{3}{11}.$$

5) 1,(25)

$$b_1 = 1,25 = 1 + \frac{25}{100} = 1 + \frac{1}{4}; \quad b_2 = 1 + \frac{25}{100} + \frac{25}{100^2};$$

$$S_n + 1 = \frac{b_1}{1-q} + 1 = 1 + \frac{\frac{1}{4}}{0,99} = 1 + \frac{25}{99} = 1 \frac{25}{99}. \text{ Ответ: } 1 \frac{25}{99}.$$

6) 2,(05)

$$b_1 = 2,05 = 2 + \frac{5}{100} = 2 + \frac{1}{20}; \quad b_2 = 2,0505 = 2 + \frac{5}{100} + \frac{5}{100^2};$$

$$S_n + 2 = \frac{b_1}{1-q} + 2 = 2 + \frac{\frac{1}{20}}{0,99} = 2 + \frac{5}{99} = 2 \frac{5}{99}. \text{ Ответ: } 2 \frac{5}{99}.$$

7) 3,0(25)

$$b_1 = 3,025 = 3 + \frac{25}{1000} = 3 + \frac{1}{40}; \quad b_3 = 3,0252525 = 3 + \frac{25}{1000} + \frac{25}{1000 \cdot 100} + \frac{25}{1000 \cdot (100)^2};$$

$$S_n = 3 + \frac{\frac{25}{1000}}{1-0,01} = 3 + \frac{1}{40} \cdot \frac{100}{99} = 3 + \frac{10}{396} = 3 \frac{10}{396}. \text{ Ответ: } 3 \frac{10}{396}.$$

8) -4,(27)

$$b_1 = -\left(4 + \frac{27}{100}\right); \quad b_2 = -\left(4 + \frac{27}{100} + \frac{27}{100^2}\right);$$

$$-(4 + S_n) = -\left(4 + \frac{b_1}{1-q}\right) = -\left(4 + \frac{27}{100 \cdot (1-0,01)}\right) = -\left(4 + \frac{27}{99}\right) = -4 \frac{27}{99} = -4 \frac{3}{11}. \text{ Ответ: } -4 \frac{3}{11}.$$

697. $x + y + z = 25$

x, zy, z — члены арифметической прогрессии; $x, y + 1, z$ — члены геометрической прогрессии;

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ — сумма n первых членов арифметической прогрессии

$$\frac{x+7}{2} \cdot 3 = x + 2y + z; \quad 1,5(x+z) = x + 2y + z; \quad 0,5x + 0,5z - 2y = 0; \quad \begin{cases} x+7-4y=0; \\ x+y+z=25. \end{cases}$$

Решим систему уравнений методом сложения. $5y = 25$, $y = 5$; $x + z + 5 = 25$, $x + z = 20$.

Так как $x, y + 1, z$ — члены геометрической прогрессии, то

$$\frac{y+1}{x} = \frac{z}{y+1}; \quad \frac{6}{x} = \frac{z}{6}; \quad \begin{cases} zx = 36; \\ x+z=20. \end{cases} \quad \text{По теореме, обратной теореме Виета, находим}$$

$$x_1 = 18, z_1 = 2; \quad x_2 = 2, z_2 = 18. \text{ Ответ: } 18; 5; 2 \text{ или } 2; 5; 18.$$

698. $x, \sqrt{4-3x}, 3-2x$.

Если данные числа являются последовательными членами геометрической прогрессии, то выполняется равенство

$$\frac{\sqrt{4-3x}}{x} = \frac{3-2x}{\sqrt{4-3x}}. \quad \text{ОДЗ: } 4-3x \geq 0, \quad x \leq 1 \frac{1}{3}.$$

$$4-3x = x(3-2x); \quad 4-3x = 3x-2x^2; \quad 2x^2-6x+4=0; \quad x^2-3x+2=0.$$

По теореме Виета находим $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ — не входит в ОДЗ. Ответ: 1.

699. Пусть n шахматистов участвовало в турнире. Известно, что партии играют 2 человека, всего сыграно 78 партий. Имеем комбинации из n человек по 2.

$$C_n^2 = 78; \quad \frac{n!}{2 \cdot (n-2)!} = 78, \quad \text{где } n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1. \quad \frac{n(n-1)}{2} = 78; \quad n^2 - n - 156 = 0;$$

$$n_1 = 13, n_2 = -12 < 0. \text{ Ответ: } 13.$$

$$\begin{aligned}
 700. \quad & \frac{1-a}{1-a+a^2} - \frac{2}{1+a} + \frac{-3-7a+2a^2}{a^2+1} = \frac{(1-a)(1+a)(a^2+1) - 2(1-a+a^2)(a^2+1)}{(1-a+a^2)(1+a)(a^2+1)} + \\
 & + \frac{(-3-7a) \cdot 2a^2(1-a+a^2)(1+a)}{(1-a+a^2)(1+a)(a^2+1)} = \frac{1-a^4-2a^2-2+2a^3+2a-2a^4-2a^2}{(1-a+a^2)(1+a)(a^2+1)} + \\
 & + \frac{(-3-7a+2a^2)(1+a^3)}{(1-a+a^2)(1+a)(a^2+1)} = \frac{-3a^4+2a^3-4a^2+2a-1-3-3a^3-7a-7a^4+2a^2+2a^5}{(1-a+a^2)(1+a)(a^2+1)} = \\
 & = \frac{2a^5-10a^4-a^3-2a^2-5a-4}{(1-a+a^2)(1+a)(a^2+1)}.
 \end{aligned}$$

$$701. \quad \sqrt{x+3}+5=7x; \quad \sqrt{x+3}=7x-5; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x+3 \geq 0; \\ 7x-5 \geq 0; \end{cases} \quad x \geq \frac{5}{7}; \\
 x+3=(7x-5)^2; \quad x+3=49x^2-70x+25; \quad 49x^2-71x+22=0.$$

Используем формулу $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{22}{49}$ — не входит в ОДЗ. Ответ: 1.

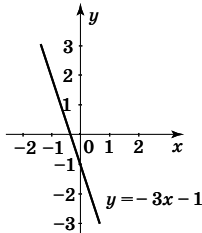
$$702. \quad \sqrt{20} - (\sqrt{5+1} - \sqrt{5-1})^2 = \sqrt{20} - (\sqrt{5+1}) - (\sqrt{5-1}) + 2(\sqrt{5+1})(\sqrt{5-1}) = \sqrt{20} - 2\sqrt{5} + 2(5-1) = 8.$$

Ответ: 8.

$$703. \quad y = -3x + m$$

$(-1; 2)$

$$2 = -3 \cdot (-1) + m; \quad 2 - 3 = m; \quad m = -1; \quad y = -3x - 1; \quad y < 0 \text{ при } x > -\frac{1}{3}.$$



$$704. \quad \begin{cases} 2x + 6y = 18; \\ 3x - 5y = -29. \end{cases} \quad \text{Решим систему уравнений методом подстановки.}$$

$$x + 3y = 9; \quad x = 9 - 3y; \quad 3(9 - 3y) - 5y = -29; \quad 17 - 9y - 5y = -29; \quad 14y = 56; \quad y = 4; \quad x = 9 - 3 \cdot 4 = -3.$$

Ответ: $(-3; 4)$.

$$\begin{aligned}
 705. \quad & \frac{3 \cdot \left(0,5 : 1,25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}\right)}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 18\frac{1}{3}} = \frac{3 \cdot \left(0,4 + \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{11}\right)}{\frac{7}{4} : \frac{55}{3}} = \frac{3 \cdot \left(0,4 + \frac{49}{55} - \frac{3}{11}\right)}{\frac{21}{220}} = \\
 & = \frac{220}{7} \cdot \left(\frac{22}{55} + \frac{49}{55} - \frac{15}{55}\right) = \frac{20}{7} \cdot \frac{56}{55} = 4 \cdot 8 = 32. \quad \text{Ответ: 32.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 706. \quad & \frac{3}{x-1} - \frac{4x-1}{x+1} = \frac{x^2+5}{x^2-1} - 5; \quad \frac{3}{x-1} - \frac{4x-1}{x+1} - \frac{x^2+5}{x^2-1} + 5 = 0; \\
 & \frac{3(x+1) - (4x-1)(x-1) - (x^2+5) + 5(x^2-1)}{x^2-1} = 0;
 \end{aligned}$$

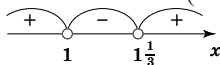
$$\frac{3x+3-4x^2+4x+x-1-x^2-5+5x^2-5}{x^2-1} = 0; \quad \frac{8x-8}{x^2-1} = 0; \quad \frac{8(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0; \quad \frac{8}{x+1} = 0.$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен 0, а знаменатель нет.

Значит, уравнение корней не имеет.

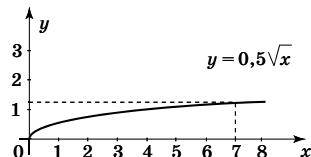
Ответ: корней нет.

707. $3x^2 - 7x + 4 = 0; (x-1)\left(x-1\frac{1}{3}\right) < 0; 1 < x < 1\frac{1}{3}$. Ответ: $1 < x < 1\frac{1}{3}$.



708. $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$.

Область определения — все неотрицательные значения x .



$y(7) \approx 1,3$

709. $|3x - 7| > 10$.

Если $3x - 7 \geq 0$, $x \geq \frac{7}{3}$, то $3x - 7 > 10$, $x > \frac{17}{3}$, $x > 5\frac{2}{3}$.

Если $3x - 7 < 0$, $x < \frac{7}{3}$, то $-3x + 7 > 10$, $x < -1$. Ответ: $x > 5\frac{2}{3}$, $x < -1$

710. $\left(\frac{3,75+2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3}-1,875}-\frac{2,75-1\frac{1}{2}}{8\frac{1}{8}+1,5}\right):\frac{10}{11}=\left(\frac{6,25}{\frac{7}{3}-\frac{1875}{1000}}-\frac{1,25}{\frac{65}{8}+\frac{3}{2}}\right):\frac{10}{11}=\left(\frac{6,25}{\frac{1375}{3000}-\frac{1,25}{\frac{77}{8}}}\right):\frac{10}{11}=\left(\frac{6,25 \cdot 3000}{1375}-\frac{1,25 \cdot 8}{77}\right):\frac{11}{10}=\frac{6,25 \cdot 300}{125}-\frac{1}{7}=15-\frac{1}{7}=14\frac{6}{7}$. Ответ: $14\frac{6}{7}$.

711. $\frac{x^2+2x-15}{x^2-9}=\frac{(x-3)(x+5)}{(x-3)(x+3)}=\frac{x+5}{x+3}$. Ответ: $\frac{x+5}{x+3}$.

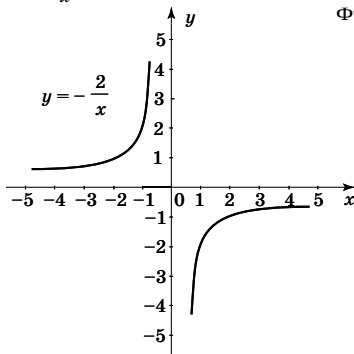
712. $\begin{cases} \frac{1+x}{5}-\frac{2x-y}{2}=3y-1; \\ \frac{5y-2}{2}-\frac{4x-5}{6}=8-2x; \end{cases} \begin{cases} 2(1+x)-5(2x-y)=10(3y-1); \\ 3(5y-2)-(4x-5)=6(8-2x); \end{cases} \begin{cases} 2+2x-10x+5y=30y-10; \\ 15y-6-4x+5=48-12x; \end{cases}$

$\begin{cases} 25y+8x=12; \\ 8x+15y=49. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения.

$10y=-37; y=-3,7; x=\frac{49-15y}{8}=\frac{49-15 \cdot (-3,7)}{8}=\frac{104,5}{8}=13,0625$. Ответ: $(13,0625; -3,7)$.

713. $y = -\frac{2}{x}$. Область определения — все действительные значения x , кроме $x = 0$.

Функция возрастает на промежутках $x < 0$ и $x > 0$.



714. $a_1 = -20, d = 12, n = 15$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; a_n = a_1 + d(n-1); S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S = \frac{2 \cdot (-20) + 12 \cdot 14}{2} \cdot 15 = 960.$$

Ответ: 960.

715. $\sqrt{3x-4} \cdot \sqrt{x-2} = 4; \sqrt{(3x-4)(x-2)} = 4; \text{ОДЗ: } \begin{cases} 3x-4 \geq 0; \\ x-2 \geq 0; \end{cases} x \geq 2.$

$$(3x-4)(x-2) = 16; 3x^2 - 6x - 4x + 8 = 16; 3x^2 - 10x - 8 = 0; x_1 = 4; x_2 = -\frac{2}{3} \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

Ответ: 4.

716. $\frac{7x-2}{3} + 5x \leq \frac{11x-5}{2}$

$$2(7x-2) + 30x \leq 3(11x-5); 14x-4+30x \leq 33x-15; 11x \leq -11; x \leq -1. \text{ Ответ: } x \leq -1.$$

717. $\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \right) \frac{2a^2-2b^2}{a^2+b^2} = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2 - (a^2+b^2)}{a^2-b^2} \cdot \frac{2(a^2-b^2)}{a^2+b^2} =$
 $= ((a+b)^2 + (a-b)^2 - (a^2+b^2)) \cdot \frac{2}{a^2+b^2} = \frac{2(a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2)}{a^2+b^2} - 2 = \frac{2(2a^2+2b^2)}{a^2+b^2} - 2 = 4 - 2 = 2.$

Ответ: 2.

718. $\begin{cases} b_2 - b_1 = 18; \\ b_3 - b_1 = 42. \end{cases}$ Воспользуемся формулой $b_n = b_1 q^{n-1}$. $\begin{cases} b_1 q - b_1 = 18; \\ b_1 q^2 - b_1 = 42; \end{cases} \begin{cases} b_1(q-1) = 18; \\ b_1(q^2-1) = 42. \end{cases}$

Разделим второе уравнение системы на первое.

$$q+1 = \frac{7}{3}; q = \frac{4}{3}; b_1 = 18 \cdot 3 = 54; b_5 = b_1 q^4 = 54 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{512}{3} = 170 \frac{2}{3}. \text{ Ответ: } 170 \frac{2}{3}.$$

719. $x^4 = 6 - x^2; x^2 + x^2 - 6 = 0.$

Введем замену $x^2 = y$, тогда $x^4 = y^2$. $y^2 + y - 6 = 0$. По теореме Виета находим $y_1 = 2, y_2 = -3$. Учитывая замену, получим:

1) $x^2 = 2; x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2};$ 2) $x^2 = -3; x_3 = i\sqrt{3}, x_4 = -i\sqrt{3}$ (где $i^2 = -1$). Ответ: $\pm\sqrt{2}, \pm i\sqrt{3}$.

720. $\left(7\sqrt{\frac{5}{7}} - 5\sqrt{\frac{7}{5}} \right)^2 = 49 \cdot \frac{5}{7} + 25 \cdot \frac{7}{5} - 70 = 35 + 35 - 70 = 0.$

721. $\frac{3x-2}{2x+5} = \frac{x+4}{x-10}; \text{ОДЗ: } \begin{cases} 2x+5 \neq 0; \\ x-10 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x \neq -2,5; \\ x \neq 10; \end{cases} (3x-2)(x-10) = (2x+5)(x+4);$

$$3x^2 - 30x - 2x + 20 = 2x^2 + 8x + 5x + 20; x^2 - 45x = 0; x(x-45) = 0; x = 0 \text{ или } x = 45.$$

Ответ: 0; 45.

722. Пусть скорость одного поезда x км/ч, тогда $(x+20)$ км/ч — скорость второго поезда. Известно, что до встречи они двигались 5 ч. Решим уравнение:

$$5x + 5(x+20) = 700; 5x + 5x + 100 = 700; 10x = 600; x = 60; x+20 = 80. \text{ Ответ: } 60 \text{ км/ч, } 80 \text{ км/ч.}$$

723. $\sqrt{3x^2-2} = x; \text{ОДЗ: } \begin{cases} 3x^2-2 \geq 0; \\ x \geq 0; \end{cases} x \geq \sqrt{\frac{2}{3}}; 3x^2-2 = x^2; 2x^2 = 2; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1. \text{ Ответ: } \pm 1.$

724. $y = x^2 + 7x + 10; x = -\frac{b}{2a} = -\frac{7}{2} = -3,5; y = (-3,5)^2 + 7 \cdot (-3,5) + 10 = 12,25 - 24,5 + 10 = -2,25.$
 $(-3,5; -2,25)$ — находится в третьем квадранте. Ответ: в третьем.

725. $\begin{cases} \frac{x-3}{5} + 2 > \frac{x-1}{10} - 1; \\ x-3 > \frac{x-4}{3}; \end{cases} \begin{cases} 2(x-3) + 20 > x-1-10; \\ 3(x-3) > x-4; \end{cases} \begin{cases} 2x-6+20 > x-11; \\ 3x-9 > x-4; \end{cases} \begin{cases} x > -25; \\ 2x < 5; \end{cases} x > 2,5.$

Ответ: $x > 2,5$.

726. $\left(\frac{ax-b}{a+b} - \frac{bx+a}{b-a} \right) \cdot \left(\frac{a^2-b^2}{x^2-1} : \frac{a^2+b^2}{x-1} \right) = \frac{(b-a)(ax-b) - (a+b)(bx+a)}{b^2-a^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{(x+1)(a^2+b^2)} =$
 $= \frac{abx - b^2 - a^2x + ab - abx - a^2 - b^2x - ba}{b^2-a^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{(x+1)(a^2+b^2)} =$

$$= \frac{-b^2 - a^2x - a^2 - b^2x}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{(x+1)(a^2 + b^2)} = \frac{-b^2(1+x) - a^2(x+1)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{(x+1)(a^2 + b^2)} = \frac{(x+1)(b^2 + a^2)}{(x+1)(a^2 + b^2)} = 1.$$

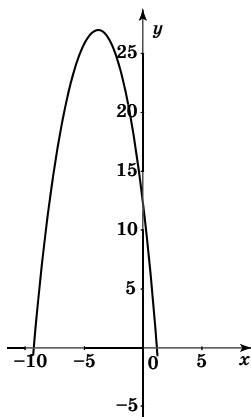
Ответ: 1.

727. $(\sqrt{20} - \sqrt{45} + 2\sqrt{80} + 3\sqrt{125}) \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5} \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{9} + 2\sqrt{16} + 3\sqrt{25}) \cdot \sqrt{5} = 5 \cdot (2 - 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5) = 5 \cdot 22 = 110$. Ответ: 110.

728. $y = -x^2 - 8x + 12$.

1°. Область определения — все значения x .

2°. Координаты вершины параболы: $x = -\frac{8}{2} = -4$; $y = -(-4)^2 - 8 \cdot (-4) + 12 = 28$.



Функция возрастает при $x < -4$.

729. $(x - 2)^2 + 5(16 - 3x) = 0$; $x^2 - 4x + 4 + 80 - 15x = 0$; $x^2 + 19x + 84 = 0$; $x_1 = 7$, $x_2 = 12$.
 Ответ: 7; 12.

730. $5y^2 - 10y - yz + 2z = (5y^2 - 10y) - (yz - 2z) = 5y(y - 2) - z(y - 2) = (y - 2)(5y - z)$.
 Ответ: $(y - 2)(5y - z)$.

731. $\left(a + \frac{b^2}{a-b}\right) \left(1 - \frac{b^3}{a^3 + b^3}\right) (a+b) = \frac{a(a-b) + b^2}{a-b} \cdot \left(a+b - \frac{b^3}{a^2 - ab + b^2}\right) =$
 $= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a-b} - \frac{b^3}{a-b} = \frac{a^3 + b^3 - b^3}{a-b} = \frac{a^3}{a-b}$. Ответ: $\frac{a^3}{a-b}$.

732. $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{5}{2}$; $\frac{(x+1)^2 + (x-1)^2 - \frac{5}{2}(x^2-1)}{x^2-1} = 0$; $\frac{x^2+2x+1+x^2-2x+1-\frac{5}{2}x^2+\frac{5}{2}}{x^2-1} = 0$;
 $\frac{-0,5x^2+4,5}{x^2-1} = 0$. Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю.

$\begin{cases} -0,5x^2 + 4,5 = 0; \\ x^2 - 1 \neq 0; \end{cases} \quad -0,5(x^2 - 9) = 0; x = \pm 3$. Ответ: ± 3 .

733. $y = -2x^2 + 5x - 3$.

Поскольку коэффициент при $x^2 - 2 < 0$, то ветви параболы направлены вниз. Следовательно, наибольшее значение функция достигает в вершине параболы.

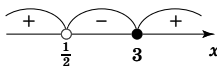
$x = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$; $y = -2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{5}{4}\right) - 3 = -\frac{25}{8} + \frac{25}{4} - 3 = \frac{-25 + 50 - 24}{8} = \frac{1}{8}$. Ответ: $\frac{1}{8}$.

734. $(0,00032)^{\frac{2}{5}} = (32 \cdot 10^{-5})^{\frac{2}{5}} = 32^{\frac{2}{5}} \cdot 10^2 = (2^5)^{\frac{2}{5}} \cdot 10^2 = \frac{1}{4} \cdot 100 = 25$. Ответ: 25.

735. $\left(1+x+\frac{1}{1-x}\right) : \left(1+\frac{1}{1-x^2}\right) = \frac{1-x+x(1-x)+1}{1-x} : \frac{1-x^2+1}{1-x^2} = \frac{2-x+x-x^2}{1-x} \cdot \frac{1-x^2}{2-x^2} = \frac{-x^2+2}{2-x^2} \cdot (1+x) = 1+x$.

При $x = -\frac{4}{5}$ $x+1 = \frac{4}{5}+1 = \frac{1}{5} = 0,2$. Ответ: 0,2.

736. $y = \sqrt{\frac{x-3}{2x-1}}$.

Область определения: $\begin{cases} \frac{x-3}{2x-1} \geq 0; \\ 2x-1 \neq 0; \end{cases}$  $x < \frac{1}{2}, x \geq 3$. Ответ: $x < \frac{1}{2}, x \geq 3$.

737. $\begin{cases} x+3y=4; \\ 0,5x+y=1,5; \end{cases} \begin{cases} x+3y=4; \\ x+2y=3. \end{cases}$ Решим систему уравнений методом сложения.

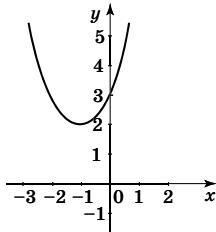
$y=1, x=1$. Ответ: (1; 1).

738. $y = x^2 + px + q$

(-1; 2). Подставим координаты вершины в уравнение параболы $z = (-1)^2 + p \cdot (-1) + q; q - p = 1$;

с другой стороны $x = -\frac{p}{2} = -1; p = 2, q = 3. y = x^2 + 2x + 3$.

Область определения — все действительные значения x .



739. $(1+\sqrt{7})(4-\sqrt{7}) \cdot 3\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = (4-\sqrt{7}+4\sqrt{7}-7) \cdot 3\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = (3\sqrt{7}-3) \cdot 3\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = 63 - 9\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = 63$. Ответ: 63.

740. $\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{1}{6}; \\ \frac{x-y}{4} + \frac{x+y}{3} = \frac{13}{12}; \end{cases} \begin{cases} 3(x+y) - 2(x-y) = 1; \\ 3(x-y) + 4(x+y) = 13; \end{cases} \begin{cases} 3x+3y-2x+2y=1; \\ 3x-3y+4x+4y=13; \end{cases} \begin{cases} x+5y-1=0; \\ 7x+y-13=0; \end{cases}$

$y = 13 - 7x; x + 5(13 - 7x) - 1 = 0; x + 65 - 35x - 1 = 0; -34x = -64;$

$x = 1\frac{5}{17}, y = 13 - 7\frac{64}{34} = -\frac{3}{17}$. Ответ: $\left(1\frac{5}{17}; -\frac{3}{17}\right)$.

741. $\frac{2a^2+5a-3}{a^2+a-6} = \frac{2(a+3)(a-0,5)}{(a-2)(a+3)} = \frac{2a-1}{a-2}$. Ответ: $\frac{2a-1}{a-2}$.


742. $y = x^2 + px + q$

$\begin{cases} x=2, y=0 \\ x=0, y=-2 \end{cases}$ — точки пересечения параболы с осями координат.

$\begin{cases} 0 = 4 + 2p + q; \\ -2 = q; \end{cases} 4 + 2p - 2 = 0; 2p = -2; p = -1. y = x^2 - x - 2$

Координаты вершины параболы: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$.

Парабола расположена ниже оси абсцисс при $y < 0, y = x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1) < 0$;

 $-1 < x < 2$. Ответ: $p = -1, q = -2; \left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{4}\right); -1 < x < 2$.