

НОВАЯ РЕДАКЦИЯ



ТОЛЬКО ДЛЯ  
РОДИТЕЛЕЙ

Серия  
**РЕШЕБНИК**

# Домашняя работа по алгебре и началам математического анализа

К двум изданиям

# II

«АЛГЕБРЕ  
И НАЧАЛА  
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
10 – 11 классы. Задачник»  
А.Т. Мордкович  
и др.



**А.А. Сапожников**

# **Домашняя работа по алгебре и началам математического анализа за 11 класс**

**к задачникам «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. — 10-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» и «Алгебра и начала анализа. 10–11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская; Под ред. А.Г. Мордковича. — 7-е изд., испр. — М.: Мнемозина, 2006».**

***Учебно-методическое пособие***

*Издание одиннадцатое, переработанное и исправленное*

**Издательство  
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА  
2011**

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображение учебных пособий «Алгебра и начала математического анализа 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича — 10-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» и «Алгебра и начала анализа. 10–11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская; Под ред. А.Г. Мордковича. — 7-е изд., испр. — М.: Мнемозина, 2006» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

**Сапожников, А.А.**

- С19 Домашняя работа по алгебре и началам математического анализа за 11 класс к задачнику А.Г. Мордковича и др. «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)»: учебно-методическое пособие / А.А. Сапожников. — 11-е изд., перераб. и испр. — М.: Издательство «Экзамен», 2011. — 223, [1] с. (Серия «Решебник»).

ISBN 978-5-377-03497-1

В пособии решены и в большинстве случаев подробно разобраны задачи и упражнения из задачников «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. — 10-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» и «Алгебра и начала анализа. 10–11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская; Под ред. А.Г. Мордковича. — 7-е изд., испр. — М.: Мнемозина, 2006».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре и началам математического анализа.

УДК 373:512  
ББК 22.14я721

---

Формат 84х108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 7,16.  
Усл. печ. л. 11,76. Тираж 15 000 экз. Заказ № 10736.

---

ISBN 978-5-377-03497-1

© Сапожников А.А., 2011  
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2011

# Оглавление

<b>Глава 7. Показательная и логарифмическая функции.....</b>	<b>4</b>
§ 39. Показательная и логарифмическая функции.....	4
§ 40. Показательные уравнения и неравенства.....	19
§ 41. Понятие логарифма.....	36
§ 42. Функция $y = \log_a x$ , ее свойства и график.....	40
§ 43. Свойства логарифма .....	47
§ 44. Логарифмические уравнения .....	55
§ 45. Логарифмические неравенства .....	64
§ 46. Переход к новому основанию логарифма.....	69
§ 47. Дифференцирование показательной и логарифмической функций .....	73
<b>Глава 8. Первообразная и интеграл .....</b>	<b>83</b>
§ 48. Первообразная .....	83
§ 49. Определенный интеграл .....	91
<b>Глава 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей .....</b>	<b>114</b>
§ 50. Статистическая обработка данных .....	114
§ 51. Простейшие вероятностные задачи .....	115
§ 52. Сочетания и размещения .....	118
§ 53. Формула бинома Ньютона .....	122
§ 54. Случайные события и их вероятности .....	122
<b>Глава 10. Уравнения и неравенства.</b>	
<b>Системы уравнений и неравенств .....</b>	<b>129</b>
§ 55. Равносильность уравнений.....	129
§ 56. Общие методы решения уравнений .....	133
§ 57. Решение неравенств с одной переменной.....	152
§ 58. Уравнения и неравенства с двумя переменными .....	171
§ 59. Системы уравнений .....	184
§ 60. Задачи с параметрами .....	215

## Глава 7. Показательная и логарифмическая функции

### § 39. Показательная и логарифмическая функции

39.1 (1300). а)  $2^3 = 8$ .

б)  $2^{-2} = \frac{1}{4}$ ;

в)  $2^5 = 32$ ,

г)  $2^{-4} = \frac{1}{16}$ .

39.2 (1301). а)  $2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$ .

б)  $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

в)  $2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$ ;

г)  $2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ .

1302 (с). а)  $3^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{2}{3}}$ ,

б)  $3^{\frac{1}{2}} > 3^{-\frac{1}{2}}$ ;

в)  $3^{\frac{4}{5}} > 3^{\frac{3}{5}}$ .

г)  $3^1 > 3^{-\frac{3}{2}}$

39.3 (1303). а)  $5^{\frac{2}{3}} \vee 5^{\frac{4}{5}}$ ,  $5^{\frac{10}{15}} < 5^{\frac{12}{15}}$ ,

б)  $5^{-\frac{7}{3}} \vee 5^{-\frac{6}{5}}$ ;  $5^{-\frac{35}{15}} < 5^{-\frac{18}{15}}$ ;

в)  $5^{\frac{3}{5}} \vee 5^{\frac{4}{7}}$ ,  $5^{\frac{21}{35}} > 5^{\frac{20}{35}}$ .

г)  $5^{-\frac{3}{8}} \vee 5^{-\frac{11}{9}}$ ;  $5^{-\frac{3}{8}} > 5^{-\frac{11}{9}}$

1304 (с). а)  $2^3 \cdot 2^2 = 8 \cdot 4 = 32$ .

б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3$ ;

в)  $3^2 \cdot 3^3 = 243$ .

г)  $5^{-4} \cdot 5^2 = 1/25$ .

39.4 (1305). а)  $2^{5,3} \cdot 2^{-0,3} = 2^5 = 32$ ,

б)  $7^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{3,5} = 7^3 = 343$ ;

в)  $3^{6,8} \cdot 3^{-5,8} = 3^1 = 3$ .

г)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{3,7} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-0,7} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

39.5 (1306). а)  $4^{3,5} \cdot 4^3 = 4^{\frac{1}{2}} = 2$ ,

б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6,3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2,3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$ ,

в)  $8^{\frac{2}{3}} \cdot 8^2 = 8^{\frac{1}{3}} = 2$ ,

г)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{2,4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-0,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ .

39.6 (1307). а)  $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^2 = 4$ ,

б)  $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$ ,

$$\text{в)} \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3^3 = 27,$$

$$\text{г)} \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3} - 1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$39.7 (1308). \text{ а)} (2^{-3})^2 \cdot 2^5 = 2^{-1} = \frac{1}{2},$$

$$\text{б)} \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{4,1}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{20,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20,5-20,6} = \sqrt[10]{\frac{3}{2}},$$

$$\text{в)} (3^{2,7})^3 : 3^{5,1} = 3^3 = 27;$$

$$\text{г)} \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{3}{2}$$

$$1309 \text{ (с). а)} \sqrt[4]{8} \cdot 2^{0,5} : 2^{1,25} = 2^{\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{4}} = 2^0 = 1,$$

$$\text{б)} \sqrt[4]{10000} \cdot \sqrt{100} : 10^3 = 10^{-1} = 0,1;$$

$$\text{в)} \sqrt[3]{81} \cdot 3^{2,6} : 3^{1,6} = 3^{\frac{4}{3} + 2,6 - 1,6} = 9\sqrt[3]{3},$$

$$\text{г)} \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[3]{128} : 2^3 = 2^{\frac{1}{2} + \frac{7}{3} - 3} = \sqrt[3]{2};$$

$$39.8 (1310). \text{ а)} 3^x = 9, x = 2;$$

$$\text{б)} 3^x = \frac{1}{3}, x = -1,$$

$$\text{в)} 3^x = 27, x = 3;$$

$$\text{г)} 3^x = \frac{1}{81}, x = -4$$

$$39.9 (1311). \text{ а)} 5^x = \sqrt{5}, x = \frac{1}{2},$$

$$\text{б)} \left(\frac{1}{3}\right)^x = 81, x = -4;$$

$$\text{в)} 8^x = \sqrt[5]{8}, x = \frac{1}{5};$$

$$\text{г)} \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{16}{25}, x = 2$$

$$39.10 (1312). \text{ а)} 2^{3x} = 128, x = \frac{7}{3},$$

$$\text{б)} 6^{3x} = 216, x = 1,$$

$$\text{в)} 3^{2x} = \frac{1}{27}, x = -\frac{3}{2};$$

$$\text{г)} \left(\frac{1}{7}\right)^{5x} = \frac{1}{343}, x = \frac{3}{5}$$

$$39.11 (1313). \text{ а)} y = 3^x \text{ — показательная;}$$

$$\text{г)} y = (\sqrt{3})^x \text{ — показательная.}$$

$$1314 \text{ (с). а)} y = 7^x, y(3) = 343; y(-1) = \frac{1}{7}; y\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{7},$$

$$\text{б)} y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}; y(1) = \frac{1}{2}; y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2},$$

в  $v = (\sqrt{3})^x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(4) = 9$ :  $y(5) = 3^{\frac{5}{2}}$ .

$v = (\frac{4}{9})^x$ ,  $y(-\frac{3}{2}) = \frac{27}{8}$ ,  $y(-1) = \frac{9}{4}$ ,  $y(2,5) = \frac{32}{243}$ .

39.12 (1315). а)  $2^x = 16$ ,  $x = 4$ .

б)  $2^x = 8\sqrt{2}$ ,  $x = \frac{7}{2}$ .

в)  $2^x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $x = -\frac{1}{2}$ .

г)  $2^x = \frac{1}{32\sqrt{2}}$ ,  $x = -\frac{11}{2}$ .

39.13 (1316). а)  $(\frac{1}{5})^x = \frac{1}{25}$ ,  $x = 2$ .

б)  $(\frac{1}{5})^x = 125$ ,  $x = -3$ .

в)  $(\frac{1}{5})^x = \frac{1}{25\sqrt{5}}$ ,  $x = \frac{5}{2}$ .

г)  $(\frac{1}{5})^x = 625\sqrt{5}$ ,  $x = -4 - \frac{1}{2} = -4.5$ .

39.14 (1317). б)  $y = 18^x$  — ограничена снизу:

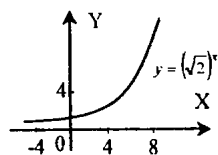
$y = (\frac{4}{11})^x$  — ограничена снизу

39.15 (1318). б)  $y = (0.6)^x$  — не ограничена сверху.

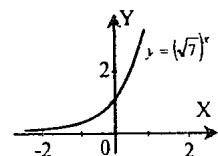
в)  $y = (7, 2)^x$  — не ограничена сверху

39.16 (1319).

а)

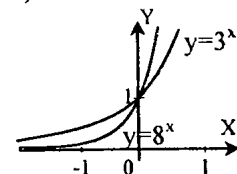


в,

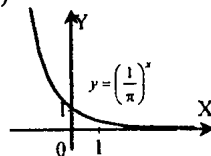


1320 (с).

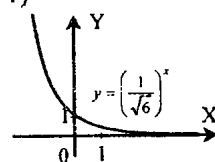
а)



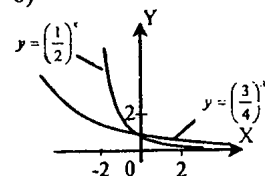
б)



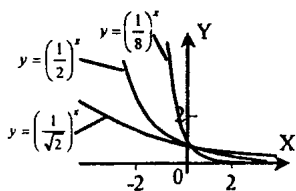
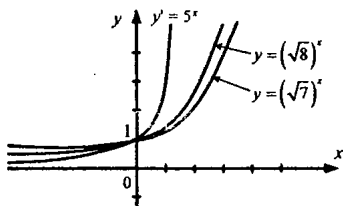
г)



б)



$$\text{в) } y = (\sqrt{7})^x; y = 5^x; y = (\sqrt{8})^x \quad \text{г) } y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x, y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$$



$$39.17 (1321). \text{ а) } (1,3)^{34} < (1,3)^{40},$$

$$\text{б) } \left(\frac{7}{9}\right)^{16,2} < \left(\frac{7}{9}\right)^{-3},$$

$$\text{в) } (12,1)^{\sqrt{3}} < (12,1)^{\sqrt{5}};$$

$$\text{г) } (0,65)^{-\sqrt{2}} > 0,65^{\frac{1}{2}}$$

$$39.18 (1322). \text{ а) } 17^{-\frac{3}{4}} < 1;$$

$$\text{б) } (9,1)^{\sqrt{7}} > 1,$$

$$\text{в) } \left(\frac{5}{3}\right)^{-2,5} < 1;$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{2}\right)^8 < 1$$

$$39.19 (1343). \text{ а) } 2^{-\sqrt{2}}; 1; 2^{\frac{1}{3}}; 2^{1,4}; 2^{\sqrt{2}}; 2^{1,5}$$

$$\text{б) } 0,3^9; 0,3^{\frac{1}{2}}; 0,3^{\frac{1}{3}}; 0,3^{-\sqrt{5}}; 0,3^{-9}$$

$$39.20 (1323). \text{ а) } y = (\sqrt{3})^x = 3^{\frac{x}{2}} \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \sqrt{3} > 1$$

$$\text{б) } y = (0,3)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } 0,3 < 1$$

$$\text{в) } y = 21^x \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } 21 > 1$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{4}{\sqrt{19}}\right)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{4}{\sqrt{19}} < 1$$

$$39.21 (1324). \text{ а) } y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{1}{2} < 1$$

$$\text{б) } y = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x} = \left(\frac{9}{2}\right)^x \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{9}{2} > 1$$

$$\text{в) } y = 17^{-x} = \left(\frac{1}{17}\right)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{1}{17} < 1$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{1}{13}\right)^{-x} = 13^x \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } 13 > 1$$



39.22 (1325). а)  $4^x \leq 64$ ;  $4^x \leq 4^3$ ;  $x \leq 3$ .

б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{2^x} > \frac{1}{2^3}$ ;  $x < 3$ .

в)  $5^x \geq 25$ ;  $x \geq 2$ .

г)  $\frac{2}{3} < \frac{8}{27}$ ;  $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^3$ ;  $x > 3$ .

39.23 (1326). а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 81$ ;  $3^{-x} \geq 3^4$ ;  $x \leq -4$

б)  $15^x < \frac{1}{225}$ ;  $15^x < 15^{-2}$ ;  $x < -2$

в)  $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \frac{243}{8}$ ;  $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \left(\frac{2}{7}\right)^{-3}$ ;  $x \geq -3$

г)  $2^x > \frac{1}{256}$ ;  $2^x > 2^{-8}$ ;  $x > -8$

39.24 (1327). а)  $y = 2^x$ ;  $[1; 4]$ ;  $y_{\max} = 2^4 = 16$ ;  $y_{\min} = 2^1 = 2$ .

б)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;  $[-4; -2]$ ;  $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 81$ ;  $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$ .

в)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;  $[0; 4]$ ;  $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$ ;  $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$ .

г)  $y = 2^x$ ;  $[-4; 2]$ ;  $y_{\max} = 2^2 = 4$ ;  $y_{\min} = 2^{-4} = 1/16$ .

39.25 (1328). а)  $y = (\sqrt{2})^x$ ;  $(-\infty; 4]$ ;  $y_{\max} = (\sqrt{2})^4 = 4$ ;  $y_{\min}$  не существует

б)  $y = (1/\sqrt{3})^x$ ;  $(-\infty; 2]$ ;  $y_{\max}$  не существует;  $y_{\min} = 1/3$ .

в)  $y = (\sqrt[3]{5})^x$ ;  $[0; +\infty)$ ;  $y_{\max}$  не существует;  $y_{\min} = (\sqrt[3]{5})^0 = 1$ .

г)  $y = (1/\sqrt{7})^x$ ;  $[-2; +\infty)$ ;  $y_{\max} = (1/\sqrt{7})^{-2} = 7$ ;  $y_{\min}$  не существует.

39.26 (1329).  $y = 2^x$ ;  $2^x = 32$ ;  $x = 5$ ;  $2^x = 1/2$ ;  $x = -1$ ;  $x \in [-1; 5]$ .

39.27 (1330).  $y = (1/3)^x$ ;  $(1/3)^x = 81$ ;  $x = -4$ ;  $(1/3)^x = 1/27$ ;  $x = 3$ ;  $x \in [-4; 3]$

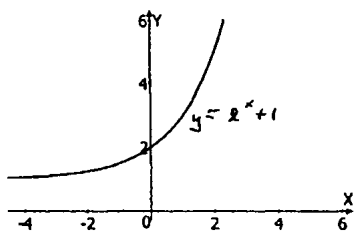
39.28 (1331). а)  $y = 4^{x^2-1}$ ;  $x \in R$ ;

б)  $y = 7^{1/x}$ ;  $x \neq 0$ ;

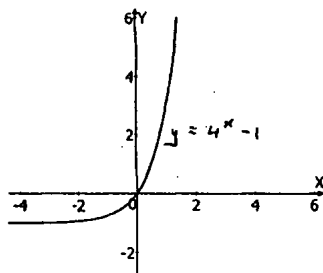
в)  $y = (3/8)^{-x^2+2}$ ;  $x \in R$ ;

г)  $y = (9, 1)^{\frac{1}{x-1}}$ ;  $x \neq 1$

39.29 (1332). a)  $y = 2^x + 1$ :

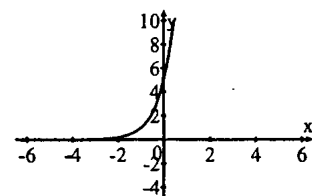


б)  $y = 4^x - 1$

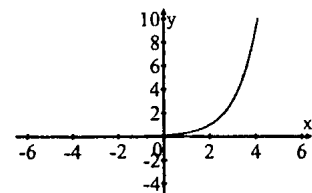


39.30 (1333).

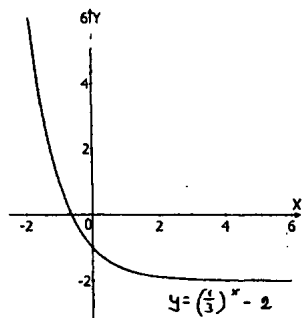
a)  $y = 5^{x+1}$



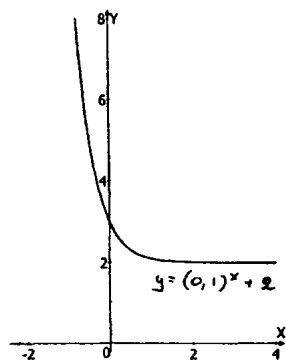
б)  $y = 3^{x-2}$



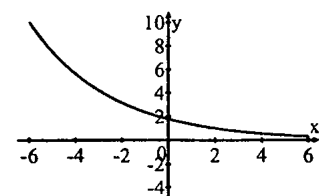
б)  $y = (1/3)^x - 2$ :



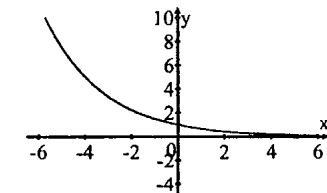
г)  $y = (0,1)^x + 2$



б)  $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$

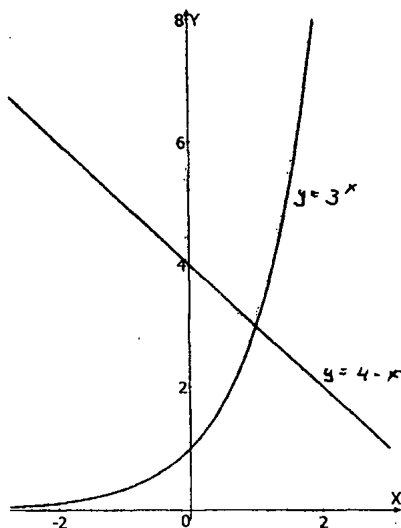


г)  $y = (2/3)^{x+0,5}$

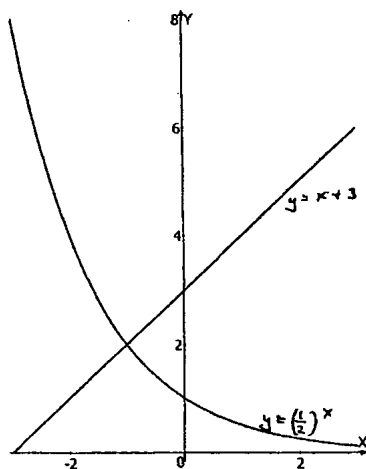


39.31 (1334).

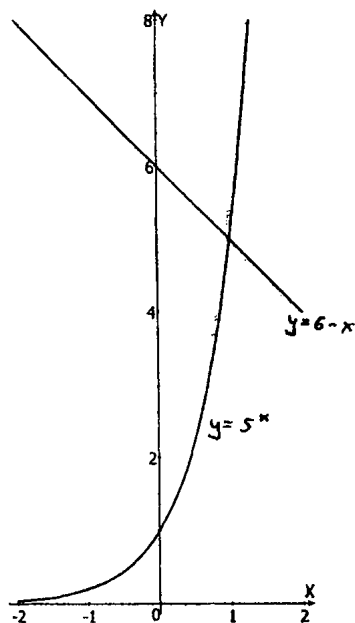
a)  $3^x = 4 - x$ ,  $x = 1$ ;



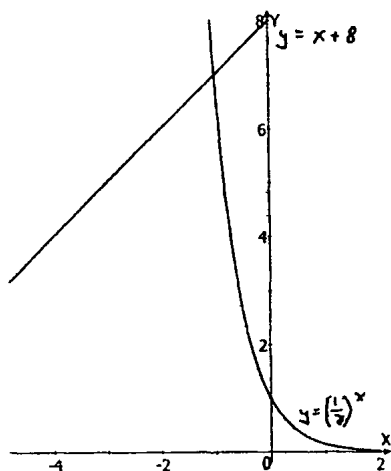
б)  $(1/2)^x = x + 3$ ,  $x = -1$ ;



в)  $5^x = 6 - x$ ,  $x = 1$ ;

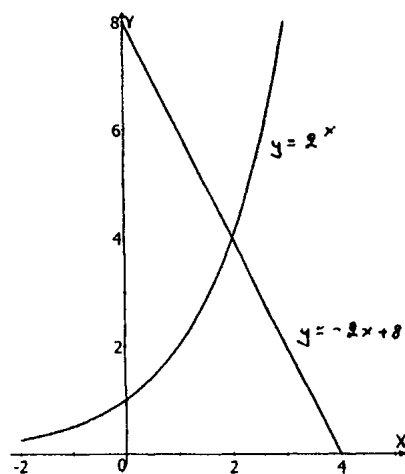


г)  $(1/7)^x = x + 8$ ,  $x = -1$ ;

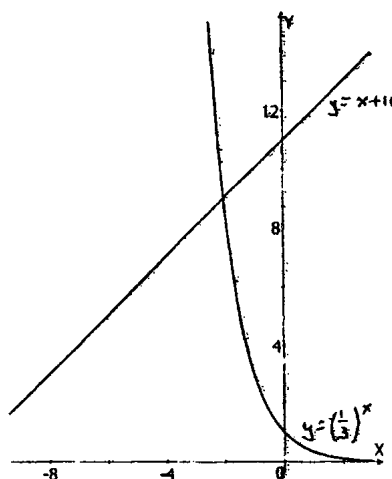


# 39.32 (1335).

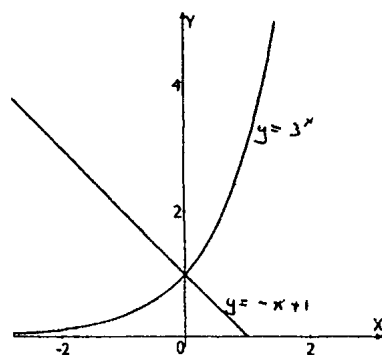
a)  $2^x = -2x + 8, x = 2;$



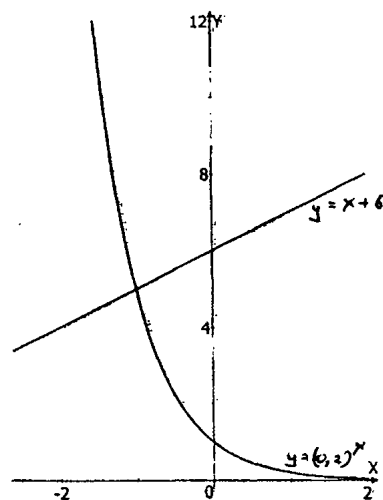
б)  $(1/3)^x = x + 11, x = -2;$



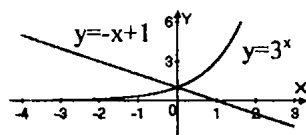
в)  $3^x = -x + 1, x = 0;$



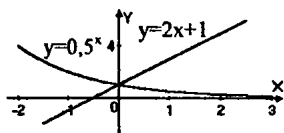
г)  $0,2^x = x + 6, x = -1;$



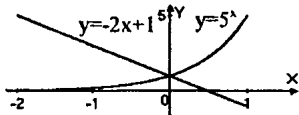
## 39.33 (1336). a) $y = 3^x, y = -x + 1; 3^x > -x + 1, x > 0.$



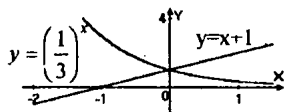
б)  $y = (0,5)^x$ ,  $y = 2x + 1$ ;  $(0,5)^x > 2x + 1$ ;  $x < 0$ .



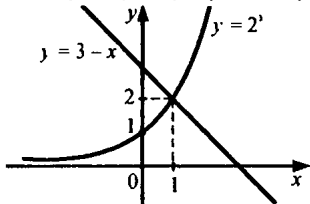
в)  $y = 5^x$ ,  $y = -2x + 1$ ;  $5^x > -2x + 1$ ;  $x > 0$ .



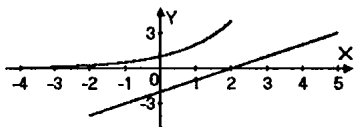
г)  $y = (1/3)^x$ ,  $y = x + 1$ ;  $(1/3)^x > x + 1$ ;  $x < 0$ .



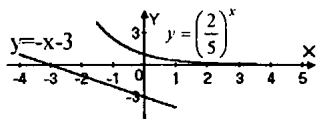
39.34 (1337). а) (и)  $y = 2^x$ ;  $y = 3 - x$ ;  $x > 1$ .



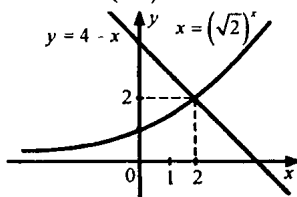
а)  $y = 2^x$ ,  $y = x - 2$ ;  $x \in \mathbb{R}$ .



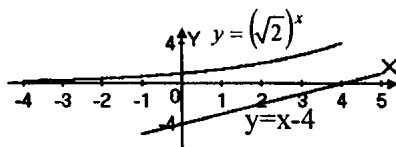
б)  $y = (2/5)^x$ ;  $y = -x - 3$ ;  $(2/5)^x > -x - 3$ ;  $x \in \mathbb{R}$



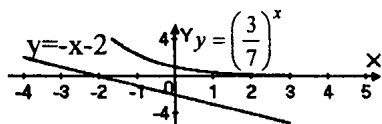
в) (и)  $y = (\sqrt{2})^x$ ;  $y = 4 - x$ ;  $x > 2$



в)  $y = (\sqrt{2})^x$ ;  $y = x - 4$ ;  $(\sqrt{2})^x > (x - 4)$ ;  $x \in R$ .



г)  $y = (3/7)^x$ ;  $y = -x - 2$ ;  $(3/7)^x > -x - 2$ ;  $x \in R$



39.35 (1338). а)  $y = 2^x$ ;  $y = -(3/2)x - 1$ ;  $2^x < -(3/2)x - 1$ ,  $x < -1$

б)  $y = (1/2)^x$ ;  $y = -x - 2$ ;  $(1/2)^x < -x - 2$ ; нет решений.

в)  $y = (1/5)^x$ ;  $y = 3x + 1$ ;  $(1/5)^x < 3x + 1$ ;  $x > 0$ .

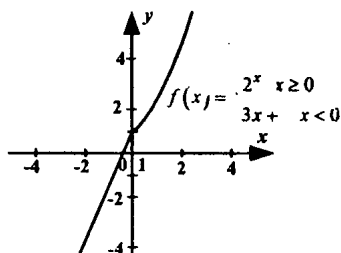
г)  $y = 3^x$ ;  $y = -2x + 5$ ;  $3^x < -2x + 5$ ;  $x < 1$

39.36 (1339).  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0 \\ 3x + 1, & x < 0 \end{cases}$

а)  $f(-3) = -3 \cdot 3 + 1 = -8$ ;

$f(-2,5) = -\frac{13}{2}$ ;  $f(0) = 1$ ;  $f(2) = 4$ ;

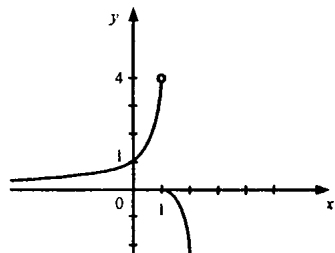
$f(3,5) = 8\sqrt{2}$



39.37 (1340).  $f(x) = \begin{cases} 4^x, & x < 1 \\ -x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$

а)  $f(-3) = \frac{1}{64}$ ;  $f(-2,5) = \frac{1}{32}$ ;

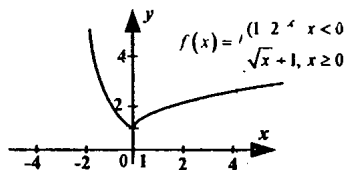
$f(0) = 1$ ;  $f(1) = 0$ ;  $f(2) = -3$ .



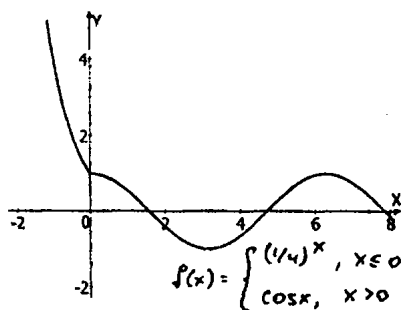
39.38 (1341).  $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x < 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

а)  $f(-5) = 32$ ;  $f(-2,5) = \sqrt{32}$ ;

$f(0) = 1$ ;  $f(4) = 3$ ;  $f(1,69) = 2,3$ .



**39.39 (1342).**  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^x, & x \leq 0 \\ \cos x, & x > 0 \end{cases}$



a)  $f(-3) = 64$ ;  $f(-2) = 16$ ;  $f(-1,5) = 8$ ;  $f(0) = 1$ ;

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$ .

**1343 (c).** а)  $2^{-\sqrt{2}}$ ; 1;  $2^{\frac{1}{3}}$ ;  $2^{1,4}$ ;  $2^{\sqrt{2}}$ ;  $2^{1,5}$

б)  $0,3^9$ ;  $0,3^{\frac{1}{2}}$ ;  $0,3^{\frac{1}{3}}$ ;  $0,3^{-\sqrt{5}}$ ;  $0,3^{-9}$ .

**1344 (c).** а)  $y = -3 \cdot 12^x$ ; убывает на  $\mathbb{R}$ . б)  $y = \frac{1}{0,5^x + 1}$ ; возрастает на  $\mathbb{R}$ .

в)  $y = -9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$ ; возрастает на  $\mathbb{R}$ . г)  $y = -\frac{3}{4 + 2^x}$ ; возрастает на  $\mathbb{R}$ .

**1345 (c).** а)  $y = 3^{x-1} + 8$ ;  $[-3; 1]$ ;  $y_{\max} = 3^{1-1} + 8 = 9$ ;  $y_{\min} = 3^{-3-1} + 8 = 8\frac{1}{81}$ .

б)  $y = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 4$ ;  $[-1; 2]$ ;  $y_{\max} = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + 4 = \frac{25}{3} + 4 = \frac{37}{3}$ ;

$y_{\min} = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 4 = \frac{9}{5} + 4 = \frac{29}{5}$ .

в)  $y = 7^{x-2} + 9$ ;  $[0; 2]$ ;  $y_{\max} = 7^{2-2} + 9 = 10$ ;  $y_{\min} = 7^{-2} + 9 = 9\frac{1}{49}$ .

г)  $y = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 13$ ;  $[-2; 3]$ ;  $y_{\max} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 13 = 29$ ;

$y_{\min} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 13 = 13\frac{1}{2}$ .

1346 (c). a)  $y = \frac{1}{2^x - 1}, 2^x \neq 1, x \neq 0.$

б)  $y = \frac{x+2}{0,5^x - 2}, 0,5^x \neq 2, x \neq -1$

в)  $y = \frac{x}{3^x - 9}, 3^x \neq 9, x \neq 2.$

г)  $y = \frac{2x+1}{(1/3)^x - 27}, 3^{-x} \neq 27, x \neq -3$

39.40 (1347). a)  $y = 3 \cdot 2^x; y \in (0; +\infty).$

б)  $y = 14 \cdot (1/2)^x; y \in (0; +\infty).$

в)  $y = (1/2) \cdot 7^x; y \in (0; +\infty).$

г)  $y = 4/3 \cdot (1/2)^x; y \in (0; +\infty).$

39.41 (1348). a)  $y = 3^x + 1; y \in (1; +\infty);$

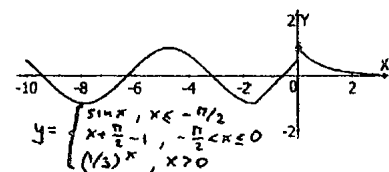
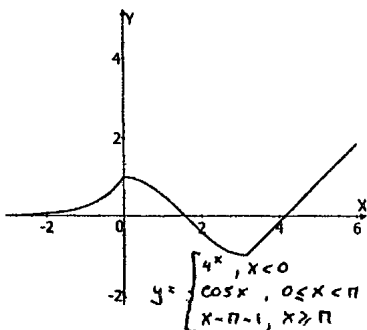
б)  $y = (7/9)^x + 6; y \in (6; +\infty)$

в)  $y = 17^x - 2; y \in (-2; +\infty).$

г)  $y = (2/5)^x - 8; y \in (-8; +\infty)$

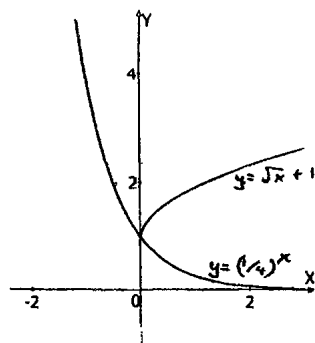
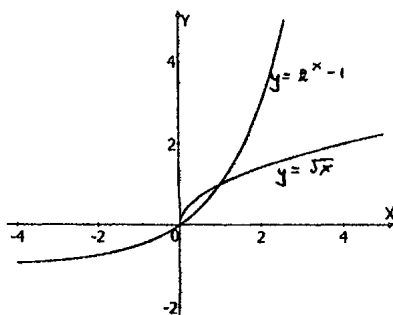
1349 (c). a)  $y = \begin{cases} 4^x, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x < \pi; \\ x - \pi - 1, & x \geq \pi \end{cases}$

б)  $y = \begin{cases} \sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ x + \frac{\pi}{2} - 1, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ (1/3)^x, & x > 0 \end{cases}$



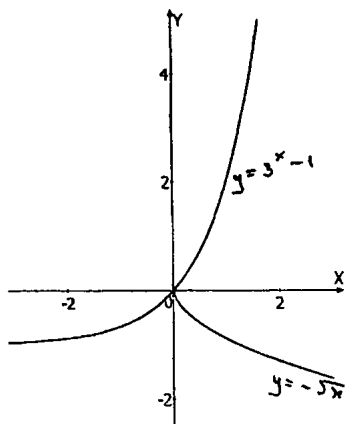
1350 (c). a)  $2^x - 1 = \sqrt{x}, x = 1, x = 0;$

б)  $(1/4)^x = \sqrt{x} + 1, x = 0;$

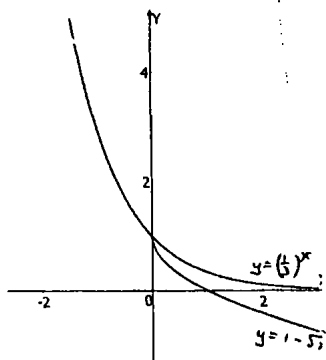




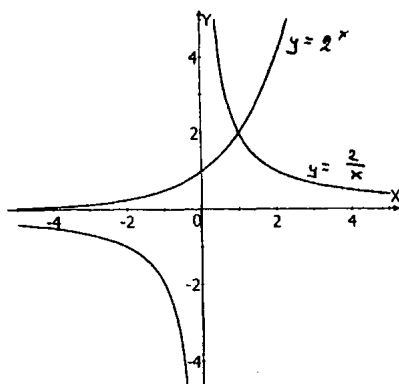
в)  $3^x - 1 = -\sqrt{x}; x = 0;$



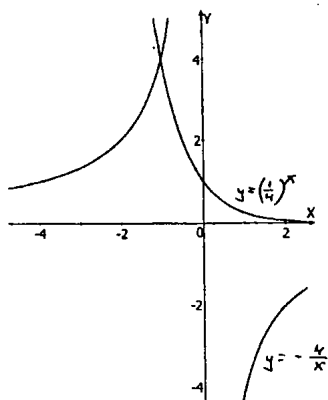
г)  $(1/3)^x = 1 - \sqrt{x}, x = 0;$



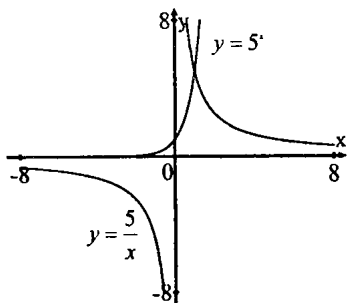
1351 (c). а)  $2^x = 2/x, x = 1;$



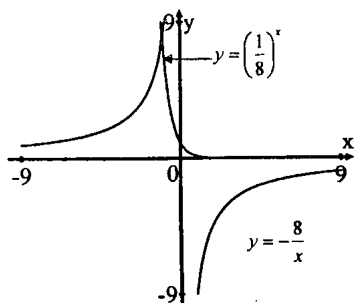
б)  $(1/4)^x = -(4/x), x = -1;$



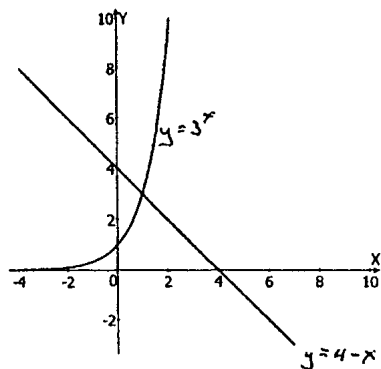
в)  $5^x = 5/x, x = 1;$



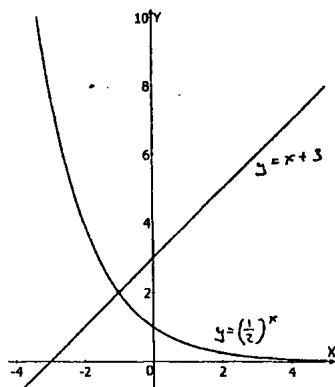
г)  $(1/8)^x = -(8/x), x = -1;$



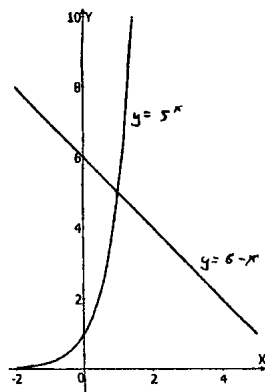
1352 (c). a)  $3^x \geq 4 - x, x \geq 1$ :



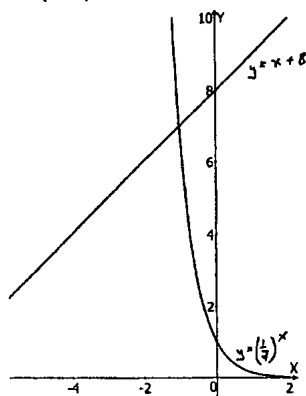
б)  $(1/2)^x \leq x + 3, x \geq -1$ :



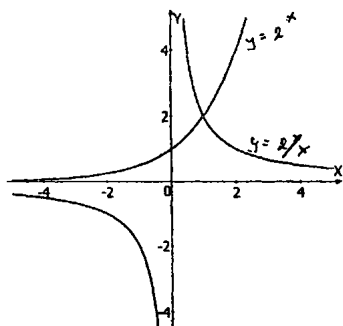
в)  $5^x < 6 - x, x < 1$ :



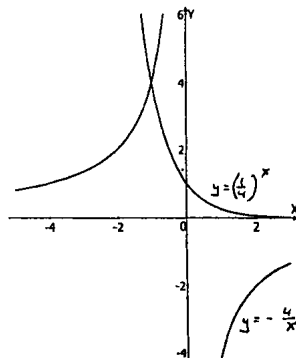
г)  $(1/7)^x > x + 8, x < -1$ :



1353 (c). a)  $2^x \geq 2/x, x \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$  :

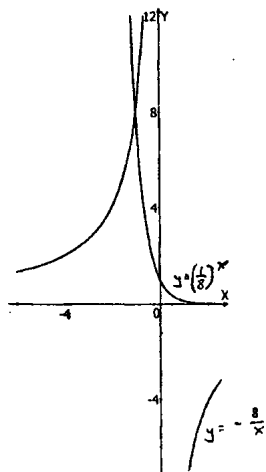
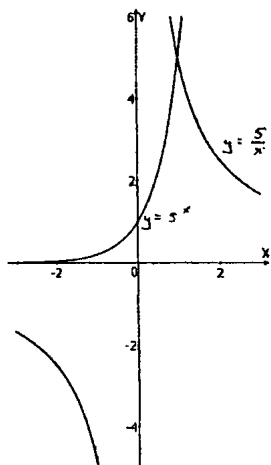


б)  $(1/4)^x < -4/x, x \in (-1; 0)$



$$в) 5^x \leq 5/x, \quad x \in (0; 1];$$

$$г) (1/8)^x > -(8/x); \quad x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty);$$



1354 (с). а)  $2x + 1 \geq \cos x$ , т.к.  $2x > 0$  при любом  $x$ , то  $2x + 1 \geq 1 \geq \cos x$  при любом  $x$  (т.к.  $\cos x \leq 1$ )  $\Rightarrow x \in (-\infty, +\infty)$ ;

б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} + 1 > 2 \cos x$  — в условии опечатка;

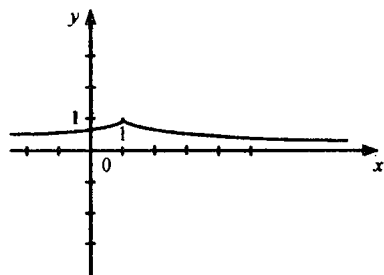
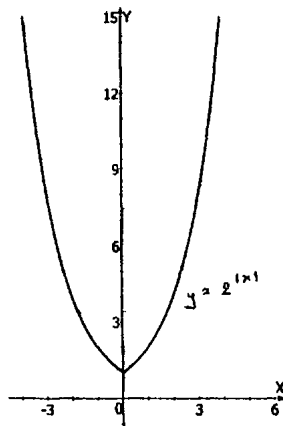
в)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 < \sin x$ , т.к.  $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 0$  и  $\sin x \leq 1$  для всех  $x$  то  $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 > 1 \geq \sin x$ ,

т.е. это неравенство не имеет решений;

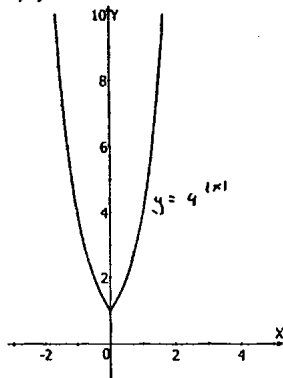
г)  $3^{|x|} \leq \cos x$ , аналогично при  $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$   $3^{|x|} > 1$ ,  $\cos x \leq 1 \Rightarrow 3^{|x|} > \cos x$ , т.е. на этом промежутке решений нет, при  $x = 0$   $3^{|0|} = \cos 0 = 1 \Rightarrow x = 0$ .

$$1355 (с). а) y = 2^{|x|}$$

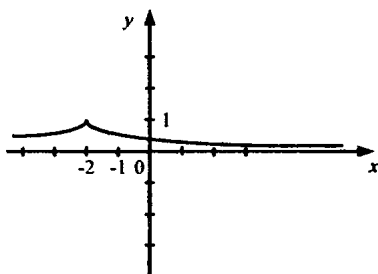
$$б) y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x-1|}$$



$$b) y = 4^{|x|}$$



$$r) y = 0,2^{|x-2|}$$



39.42 (1356).  $f(x) = 2^x$ ; а)  $f(x_1)f(x_2) = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = f(x_1+x_2)$ ;

б)  $f(x+1)f(2x) = 2^{x+1}2^{2x} = 2 \cdot 2^{3x} = 2f^3(x)$ ;

в)  $f(-2x) = 2^{-2x} = \frac{1}{2^{2x}} = \frac{1}{f^2(x)}$ ;

г)  $f(\cos^2 x) = 2^{\cos^2 x} = 2^{\frac{1}{2}(1+\cos 2x)} = \sqrt{2} \left( 2^{\frac{1}{2}\cos 2x} \right) = \sqrt{2f(\cos 2x)}$ .

#### § 40. Показательные уравнения и неравенства

40.1 (1357). а)  $3^x = 9$ ;  $x = 2$ .

б)  $2^x = 16$ ;  $x = 4$ .

в)  $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1$ ;  $x = 0$ ;

г)  $0,5^x = 0,125$ ;  $x = 3$ .

40.2 (1358). а)  $4^x = \frac{1}{16}$ ;  $x = -2$ .

б)  $7^x = \frac{1}{343}$ ;  $x = -3$ .

в)  $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$ ;  $x = -2$ .

г)  $0,2^x = 0,00032$ ;  $x = 5$

40.3 (1359). а)  $10^x = \sqrt[4]{1000}$ ;  $x = \frac{3}{4}$ .

б)  $5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$ ;  $x = -\frac{2}{3}$

в)  $0,3^x = \sqrt[4]{0,0081} = 0,3$ ;  $x = 1$ .

г)  $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25\sqrt{5}$ ;  $x = -2,5$ .

40.4 (1360). а)  $0,3^x = \frac{1000}{27}$ ;  $x = -3$ .

б)  $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$ ;  $x = -2$ .

в)  $0,7^x = \frac{1000}{343}$ ;  $x = -3$ .

г)  $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$ ;  $x = -4$ .

40.5 (1361). a)  $2^{x+1} = 4$ ;  $x + 1 = 2$ ;  $x = 1$ .

б)  $5^{3x-1} = 0,2$ ;  $3x - 1 = -1$ ;  $x = 0$ .

в)  $0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}$ ;  $4 - 5x = 2 + \frac{1}{2}$ ;  $x = 0,3$ .

г)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$ ;  $2 - x = -3 - \frac{1}{2}$ ;  $x = 5,5$ .

40.6 (1362). a)  $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$ ;  $x + 1 = 2x + 3$ ;  $x = -2$ .

б)  $6^{2x-8} = 216^x$ ;  $2x - 8 = 3x$ ;  $x = -8$ .

в)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$ ;  $7 - 4x = x - 3$ ;  $x = 2$ .

г)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = (1,5)^{2x-3}$ ;  $8x + 1 = 3 - 2x$ ;  $x = \frac{1}{5}$ .

40.7 (1363). a)  $3^{x^2-4,5} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{27}$ ;  $3^{x^2-4} = 3^{-3}$ ;  $x^2 = 1$ ;  $x = \pm 1$ .

б)  $0,5^{x^2-5,5} \cdot \sqrt{0,5} = 32$ ;  $0,5^{x^2-5} = 0,5^{-5}$ ;  $x^2 - 5 = -5$ ;  $x = 0$ .

в)  $\sqrt{2^{-1}} \cdot 2^{x^2-7,5} = \frac{1}{128}$ ;  $2^{x^2-8} = 2^{-7}$ ;  $x^2 = 1$ ;  $x = \pm 1$ .

г)  $0,1^{x^2-0,5} \cdot \sqrt{0,1} = 0,001$ ;  $(0,1)^{x^2} = (0,1)^3$ ;  $x = \pm\sqrt{3}$ .

40.8 (1364). a)  $2^x \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}$ ;  $3^x = \frac{1}{9}$ ;  $x = -2$ .

б)  $\left(\frac{1}{5}\right)^x 3^x = \sqrt{\frac{27}{125}}$ ;  $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$ ;  $x = \frac{3}{2}$ .

в)  $5^x \cdot 2^x = 0,1^{-3}$ ;  $10^x = 10^3$ ;  $x = 3$ .

г)  $0,3^x \cdot 3^x = \sqrt[3]{0,81}$ ;  $0,9^x = 0,9^{\frac{2}{3}}$ ;  $x = \frac{2}{3}$ .

40.9 (1376). a)  $(\sqrt{12})^x \cdot (\sqrt{3})^x = \frac{1}{6}$ ;  $6^x = \frac{1}{6}$ ;  $x = -1$ .

б)  $(\sqrt[3]{3})^{2x} \cdot (\sqrt[3]{9})^{2x} = 243$ ;  $3^{2x} = 243$ ;  $x = \frac{5}{2}$ .

40.10 (1377). a)  $\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-3} = 0,81^{-2x}$ ;  $\left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}x^2} = 0,9^{-4x}$ ,  $3x^2 - 8x - 3 = 0$ ,

$x = \frac{4+5}{3} = 3$ ;  $x = -\frac{1}{3}$ .

$$6) \left( \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^{x^2+4} = 20,25^{x+1}; \left( \frac{9}{2} \right)^{-1-\frac{x^2}{4}} = 4,5^{2x+2}; x^2 + 8x + 12 = 0, \\ x = -6; x = -2.$$

$$40.11 (1378). a) \sqrt{625} \cdot \sqrt{5^{14x-9}} = \sqrt[6]{125 \cdot 5^{6x-12}}; 5^{7x-\frac{5}{2}} = 5^{x-\frac{3}{2}}; 6x = 1; x = \frac{1}{6}.$$

$$6) \sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt{0,2^{2x-\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{0,04^{-3x+6}}; 0,2^{\frac{x-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}{3}} = 0,2^{-2x+4}, \\ x + \frac{1}{6} = -2x + 4; x = \frac{23}{18} = 1\frac{5}{18}.$$

$$40.12 (1379). a) 27^{\sqrt{x-1}} = \sqrt{9^{x+1}}; 3^{3\sqrt{x-1}} = 3^{x+1}; 3\sqrt{x-1} = x+1, \\ 9x - 9 = x^2 + 1 + 2x; x^2 - 7x + 10 = 0; x = 5; x = 2.$$

$$6) 2^{\sqrt{13-x^2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}; \sqrt{13-x^2} = 3; 13-x^2 = 9; x^2 = 4; x = \pm 2$$

$$b) 3^x \left( \frac{1}{3} \right)^{\sqrt{x+1}} = 243; x - \sqrt{x+1} = 5; x \geq 5; x^2 - 10x + 25 = x+1, \\ x^2 - 11x + 24 = 0; x = 3 \text{ не подходит}; x = 8$$

$$r) \left( 0,1^{\sqrt{x+1}} \right)^{\sqrt{x+6}} = \frac{1}{10^6}; x \geq -1; \sqrt{(x+1)(x+6)} = 6; x^2 + 7x - 30 = 0, \\ x = -10 \text{ не подходит}; x = 3.$$

$$40.13 (1365). a) 3^x - 3^{x+3} = -78; 3^x(1-27) = -78; 3^x = 3, x = 1$$

$$6) 5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8; 5^{2x-3}(5^2-1) = 4,8; 2x-3 = -1, x = 1$$

$$b) 2 \cdot \left( \frac{1}{7} \right)^{3x+7} - 7 \cdot \left( \frac{1}{7} \right)^{3x+8} = 49; \left( \frac{1}{7} \right)^{3x+7} (2-1) = 49; 3x+7 = -2, x = -3$$

$$r) \left( \frac{1}{3} \right)^{5x-1} + \left( \frac{1}{3} \right)^{5x} = \frac{4}{9}; \left( \frac{1}{3} \right)^{5x-1} \left( 1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{9}; 5x-1 = 1, x = 0,4.$$

$$40.14 (1366). a) 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0; \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$6) 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0; \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -3 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ \text{не существует} \end{cases}$$

$$b) \left( \frac{1}{6} \right)^{2x} - 5 \cdot \left( \frac{1}{6} \right)^x - 6 = 0; \left( \frac{1}{6} \right)^x = 6, \left( \frac{1}{6} \right)^x = -1; x = -1, \text{ не существует.}$$

$$r) \left( \frac{1}{6} \right)^{2x} + 5 \cdot \left( \frac{1}{6} \right)^x - 6 = 0; \left( \frac{1}{6} \right)^x = -6, \left( \frac{1}{6} \right)^x = 1; \text{ не существует } x = 0$$

$$40.15 (1367). \text{ а) } 2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0;$$

$$2^x = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}, 2^x = 2; x = -1, x = 1.$$

$$\text{б) } 3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0; 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0;$$

$$3^x = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}; 3^x = 3; x = -1, x = 1.$$

$$\text{в) } 4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{-15-17}{8}; \left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{4}; \text{ не существует, } x = 1.$$

$$\text{г) } (0,25)^x + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0; (0,5)^{2x} + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0;$$

$$(0,5)^x = \frac{-1,5-2,5}{2}; \text{ не существует; } (0,5)^x = \frac{1}{2}, x = 1.$$

$$40.16 (1368). \text{ а) } 4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{17-15}{8} = \frac{1}{4}; x = 1; \left(\frac{1}{4}\right)^x = 4; x = -1.$$

$$\text{б) } (0,01)^x + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0; (0,1)^{2x} + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0$$

$$(0,1)^x = \frac{-9,9-10,1}{2}; \text{ не существует; } (0,1)^x = \frac{-9,9+10,1}{2} = \frac{1}{10}; x = 1$$

$$\text{в) } 3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0; 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7-11}{6}; \text{ не существует; } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7+11}{6} = \frac{2}{3}; x = 1.$$

$$\text{г) } 5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 23 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 10 = 0; \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{-23-27}{10}; \text{ не существует;}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5}; x = 1.$$

$$40.17 (1369). \text{ а) } 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0;$$

$$2^x = \frac{5-27}{4}; \text{ не существует; } 2^x = \frac{5+27}{4} = 8; x = 3.$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 32 = 0; \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 32 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = -4; \text{ не существует; } \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8; x = -3.$$

$$b) 5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0; 5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0;$$

$$5^x = \frac{13-12}{5} = \frac{1}{5}; x = -1; 5^x = 5; x = 1.$$

$$r) \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 162 = 0; \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 162 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9-27}{2}; \text{ не существует; } \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9+27}{2} = 9; x = -2.$$

**40.18 (1384).**

$$a) 3^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = \sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}} + 207; \frac{1}{3} \cdot 3^x - 3^x \cdot \frac{1}{27} = \sqrt{9^x \cdot \frac{1}{(81)^2}} + 207;$$

$$27 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^x = 3^x + 207 \cdot 81; 3^x = 9 \cdot 81; x = 6$$

$$6) \sqrt[4]{16^{x+1}} + 188 = 8 \cdot 2^x - 0,5^{3-x}; 2 \cdot 2^x + 188 = 8 \cdot 2^x - \frac{1}{8} \cdot 2^x;$$

$$6 \cdot 2^x + 188 \cdot 8 = 64 \cdot 2^x - 2^x; 2^x = 4 \cdot 8; x = 5.$$

**40.19 (1370).** a)  $2^x = 3^x; \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1; x = 0.$

$$6) 25^x = 7^{2x}; \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = 1; x = 0.$$

$$b) \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 8^x; 72^x = 1; x = 0.$$

$$r) \left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x; \left(\frac{5}{4}\right)^x = 1; x = 0.$$

**40.20 (1380).** a)  $3^x \cdot 7^{x+2} = 49 \cdot 4^x; 21^x = 4^x, x = 0.$

$$6) 2^{x+1} \cdot 5^{x+3} = 250 \cdot 9^x; 2 \cdot 125 \cdot 10^x = 250 \cdot 9^x; x = 0.$$

**40.21 (1381).** a)  $6^{2x+4} = 2^{8+x} \cdot 3^{3x}; 6^4 \cdot 2^x \cdot 3^{-x} = 2^8; \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^4; x = 4$

$$6) 35^{4x+2} = 5^{3x+4} \cdot 7^{5x}; 35^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^x = 5^4; \left(\frac{5}{7}\right)^x = \left(\frac{5}{7}\right)^2; x = 2.$$

**40.22 (1382).** a)  $2^{4x+2} \cdot 5^{-3x-1} = 6,25 \cdot 2^{x+1}; \left(\frac{2}{5}\right)^{3x} \cdot 2^2 \cdot 5^{-1} = 2 \cdot 6,25;$

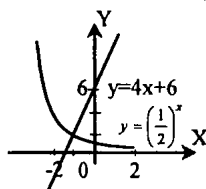
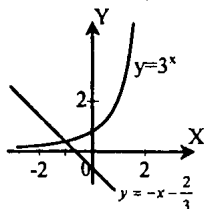
$$\left(\frac{2}{5}\right)^{3x} = \frac{5 \cdot 6,25}{2}; (0,4)^{3x} = 0,064^{-1}; 3x = -3; x = -1.$$

$$6) 3^{5x-1} \cdot 7^{2x-2} = 3^{3x+1}; 3^{-1} \cdot 7^{-2} \cdot \frac{3^{5x}}{3^{3x}} \cdot 7^{2x} = 3; 21^{2x} = 9 \cdot 49; 2x = 2; x = 1.$$



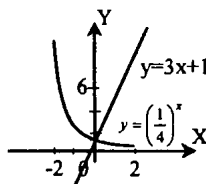
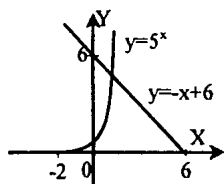
40.23 (1371). a)  $3^x = -x - (2/3)$ ,  $x = -1$ ;

б)  $(1/2)^x = 4x + 6$ ;  $x = -1$ ;



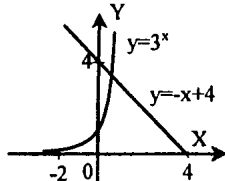
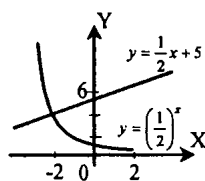
в)  $5^x = -x + 6$ ;  $x = 1$ ;

г)  $(1/4)^x = 3x + 1$ ;  $x = 0$ ;



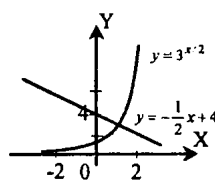
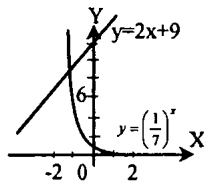
40.24 (1372). a)  $(\frac{1}{2})^x = 0,5x + 5$ ;  $x = -2$ ;

б)  $3^x = -x + 4$ ;  $x = 1$ ;



в)  $(\frac{1}{7})^x = 2x + 9$ ;  $x = -1$ ;

г)  $3^{\frac{x}{2}} = -0,5x + 4$ ;  $x = 2$ ;



40.25 (1386). a)  $18^x - 8 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^x = 0$ ;  $8(\frac{6}{2})^x - 9^x + 9 = 0$ ;  $8 \cdot 3^x - 9^x + 9 = 0$ ;

$3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$ ;  $3^x = 9$ ,  $3^x = -1$ ;  $x = 2$ , не существует;

б)  $12^x - 6^{x+1} + 8 \cdot 3^x = 0$ ;  $3^x(4^x - 6 \cdot 2^x + 8) = 0$ ;  $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ ;

$2^x = 4$ ,  $2^x = 2$ ;  $x = 2$ ,  $x = 1$ .

40.26 (1387). a)  $\frac{1}{3^x + 2} = \frac{1}{3^{x+1}}$ ;  $\frac{3^{x+1} - 3^x - 2}{(3^x + 2)(3 \cdot 3^x)} = 0$ ;  $3^x(3 - 1) = 2$ ;  $3^x = 1$ ;  $x = 0$ .

$$б) \frac{5}{12^x + 143} = \frac{5}{12^{x+2}}; 12^{x+2} - 12^x - 143 = 0; 12^x(144 - 1) = 143; x = 0.$$

$$в) \frac{1}{5^x + 4} = \frac{1}{5^{x+1}}; 5^{x+1} - 5^x - 4 = 0; 5^x(5 - 1) = 4; x = 0.$$

$$г) \frac{8}{11^x + 120} = \frac{8}{11^{x+2}}; 11^{x+2} - 11^x - 120 = 0; 11^x(121 - 1) = 120; x = 0.$$

$$40.27 (1373). а) 3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0; 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x - 2 = 0;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-1-5}{6}; \text{ не существует; } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3}; x = 1.$$

$$б) 2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0; 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 5 = 0;$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3-7}{4}; \text{ не существует; } \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3+7}{4}; x = -1.$$

$$в) 3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0; 3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^x - 7 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4-10}{6}; \text{ не существует; } \left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4+10}{6} = \frac{7}{3}; x = -1.$$

$$г) 5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^x = 0; 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x - 6 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7-13}{10}; \text{ не существует; } \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7+13}{10}; x = 1.$$

40.28 (1374).

$$а) \begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ 3^y = 27^x \end{cases}; \begin{cases} x+y=4 \\ y=3x \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}.$$

$$б) \begin{cases} 0,5^{3x} \cdot 0,5^y = 0,5 \\ 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 32 \end{cases}; \begin{cases} 3x+y=1 \\ 3x-y=5 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}.$$

$$в) \begin{cases} 5^{2x-y} = 125 \\ 4^{x-y} = 4 \end{cases}; \begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$$

$$г) \begin{cases} 0,6^{x+y} \cdot 0,6^x = 0,6 \\ 10^x \cdot 10^y = (0,01)^{-1} \end{cases}; \begin{cases} y+2x=1 \\ x+y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}.$$

$$40.29 (1375). а) \begin{cases} \sqrt{3}^{x+2y} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} \\ 0,1^x \cdot 10^{3y} = 10 \end{cases}; \begin{cases} x+2y=4 \\ 3y-x=1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} 27^y \cdot 3^x = 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 4^y = 2 \end{cases}; \begin{cases} 3y + x = 0 \\ 2y - x = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{1}{5} \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases}.$$

$$8) \begin{cases} (\sqrt{5})^{2x+y} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} \\ \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 5^y = 125 \end{cases}; \begin{cases} 2x + y = 0 \\ y - x = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

$$9) \begin{cases} 5^y \cdot 25^x = 625 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 9^y = \frac{1}{27} \end{cases}; \begin{cases} y + 2x = 4 \\ 2y - x = -3 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{11}{5} \\ y = -\frac{2}{5} \end{cases}.$$

$$1383 \text{ (c). a) } 4(\sqrt{5}-2)^{x-12} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}+2}\right)^{x-12}; 4(\sqrt{5}-2)^{x-12} = (2(\sqrt{5}-2))^{x-12},$$

$$4 = 2^{x-12}; x = 14;$$

$$6) 9(3-\sqrt{8})^{2x+1} = \left(\frac{3}{3+\sqrt{8}}\right)^{2x+1}; 9(3-\sqrt{8})^{2x+1} = (3(3-\sqrt{8}))^{2x+1};$$

$$9 = 3^{2x+1}; 2x+1 = 2; x = \frac{1}{2}.$$

$$1385 \text{ (c). a) } 24 \cdot 3^{2x^2-3x-2} - 2 \cdot 3^{2x^2-3x} + 3^{2x^2-3x-1} = 9;$$

$$3^{2x^2-3x-2}(24 - 2 \cdot 3^2 + 3) = 9; 3^{2x^2-3x-2} = 1; 2x^2 - 3x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{3+5}{4} = 2; x = -\frac{1}{2}.$$

$$6) 5 \cdot 2^{x^2+5x+7} + 2^{x^2+5x+9} - 2^{x^2+5x+10} = 2; 2^{x^2+5x+7}(5 + 2^2 - 2^3) = 2;$$

$$x^2 + 5x + 7 = 1; x = -2; x = -3.$$

$$1388 \text{ (c). a) } \frac{2^x + 1}{2^{x+2} - 2} = 1; 2^x - 2^{x+2} = -2 - 1; 2^x(1 - 4) = -3; x = 0.$$

$$6) \frac{5^{4x-1} + 3}{5^{4x} - 3} = 2; 5^{4x-1} + 3 = 2 \cdot 5^{4x} - 6; 5^{4x-1}(1 - 2 \cdot 5) = -9; 4x - 1 = 0; x = \frac{1}{4}$$

$$8) \frac{3^{x+1} - 1}{3^x + 4} = 2; 3^{x+1} - 1 = 2 \cdot 3^x + 8; 3^x(3 - 2) = 9; x = 2.$$

$$9) \frac{7^{2x} - 1}{7^{2x-1} + 1} = 3; 7^{2x} - 1 = 3 \cdot 7^{2x-1} + 3; 7^{2x-1}(7 - 3) = 4; 2x - 1 = 0; x = \frac{1}{2}$$

$$1389 \text{ (c). a) } 2^{x^2+2x-6} - 2^{7-2x-x^2} = 3,5; x^2 + 2x - 6 = a; 2^a - 2^{-a+1} = 3,5,$$

$$2^{2a} - 2 - 3 \cdot 5 \cdot 2^a = 0; 2 \cdot 2^{2a} - 7 \cdot 2^a - 4 = 0;$$

$$2^a = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2} \text{ не существует; } 2^a = 4, a = 2; x^2 + 2x - 6 = 2;$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0; x = -1 - 3 = -4; x = 2.$$

$$6) 3^{2x^2+x} = 26 + 3^{3-x-2x^2}; 3^{2(2x^2+x)} - 26 \cdot 3^{2x^2+x} - 27 = 0; 3^{2x^2+x} = 27;$$

$$2x^2 + x = 3; x = \frac{-1-5}{4} = -\frac{3}{2}; x = 1; 3^{2x^2+x} = -1 \text{ — не существует.}$$

$$1390 \text{ (c). a) } 5^{2x^2-1} - 3 \cdot 5^{(x+1)(x+2)} - 2 \cdot 5^{6(x+1)} = 0;$$

$$5^{2x^2-1} - 3 \cdot 5^{x^2+3x+2} - 2 \cdot 5^{6(x+1)} = 0; \frac{1}{5} \cdot 5^{2x^2} - 3 \cdot 25 \cdot 5^{3x} \cdot 5^{x^2} - 2 \cdot 5^6 \cdot 5^{6x} = 0;$$

$$5^{2x^2-6x} - 375 \cdot 5^{x^2-3x} - 156250 = 0; D = 140625 + 625000 = 875^2;$$

$$5^{x^2-3x} = \frac{375-875}{2} \text{ — не существует;}$$

$$5^{x^2-3x} = 625; x^2 - 3x = 4; x^2 - 3x - 4 = 0; x = 4, x = -1.$$

$$6) 3^{2x^2-1} - 3^{(x-1)(x+5)} - 2 \cdot 3^{8(x-1)} = 0; 3^7 \cdot 3^{2x^2} - 3^3 \cdot 3^{x^2+4x} - 2 \cdot 3^{8x} = 0;$$

$$2187 \cdot 3^{2x^2-8x} - 27 \cdot 3^{x^2-4x} - 2 = 0; D = 729 + 17496 = 135^2;$$

$$3^{x^2-4x} = \frac{27-135}{2187 \cdot 2} \text{ — не существует; } 3^{x^2-4x} = \frac{162}{4374} = \frac{1}{27};$$

$$x^2 - 4x = -3; x^2 - 4x + 3 = 0; x = 3, x = 1.$$

$$1391 \text{ (c). a) } 9^x + 6^x = 2^{2x+1}; \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = -2 \text{ — не существует; } \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1, x = 0.$$

$$6) 25^{2x+6} + 16 \cdot 4^{2x+4} = 20 \cdot 10^{2x+5}; \left(\frac{5}{2}\right)^{4x+12} - 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+6} + 1 = 0$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{4x+12} = 1; 4x + 12 = 0; x = -3.$$

$$1392 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sqrt{3^{x-1}} \sqrt{9^y} = 27 \\ 2^{2x+y} : 2^x = 64 \end{cases}; \begin{cases} x-1+2y=6 \\ x+y=6 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=5 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} \sqrt{6^{x-2y}} : \sqrt{6^x} = \frac{1}{6} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-y} \cdot 3^{x-2y} = \frac{1}{3} \end{cases}; \begin{cases} x-2y-x=-2 \\ y-2x+x-2y=-1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ -1-x=-1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=0 \end{cases}.$$

$$1393 \text{ (c). а) } \begin{cases} 2^{2x} + 2^x \cdot y = 10 \\ y^2 + y \cdot 2^x = 15 \end{cases} \text{ сложим: } \begin{cases} 2^{2x} + 2 \cdot 2^x \cdot y + y^2 = 25 \\ y^2 + y \cdot 2^x = 15 \end{cases} \cdot 2^x + y = \pm 5$$

$$1) 2^x = 5 - y; y^2 + 5y - y^2 = 15; y = 3, x = 1.$$

$$2) 2^x = -5 - y; y^2 - 5y - y^2 = 15; y = -3, 2^x = -2 \text{ — не существует}$$

Итого (1;3)

$$б) \begin{cases} 7^{2x} - 7^x \cdot y = 28 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases} \text{ сложим: } \begin{cases} (7^x - y)^2 = 16 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}; \begin{cases} 7^x - y = \pm 4 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}$$

$$1) 7^x = 4 + y; y^2 - 4y - y^2 = -12; y = 3, x = 1.$$

$$2) 7^x = -4 + y; y^2 + 4y - y^2 = -12; y = -3, 7^x = -7 \text{ — не существует.}$$

Итого  $x = 1, y = 3$ .

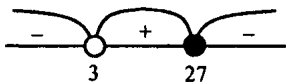
$$1394 \text{ (c). а) } 2^x = a. \text{ Имеет корни при } a > 0$$

$$б) 8^{3x+1} = a + 3. \text{ Имеет корни при } a > -3.$$

$$в) \sqrt[3]{3^x} = -a. \text{ Имеет корни при } a < 0.$$

$$г) \left(\frac{1}{2}\right)^x = a^2. \text{ Имеет корни при } a \neq 0.$$

$$1395 \text{ (c). а) } 48 \cdot 4^x + 27 = a + a \cdot 4^{x+2}; 4^{x+2}(3-a) = a - 27. \text{ При } a = 3 \text{ решений нет. При } a \neq 3: 4^{x+2} = \frac{a-27}{3-a}; \frac{a-27}{3-a} \leq 0; a \in (-\infty; 3) \cup [27; +\infty). \text{ Итого } a \leq 3, a \geq 27.$$



$$б) 9^x + 2a3^{x+1} + 9 = 0; 3^{2x} + 6a3^x + 9 = 0;$$

Это уравнение не имеет корней если  $D < 0$  или корни этого квадратного уравнения отрицательные.

$$\frac{D}{4} = 9a^2 - 9 < 0 \text{ при } a^2 < 1, \text{ т.е. } a \in (-1, 1). 3^x = -3(a \pm \sqrt{a^2 - 1}) < 0 \text{ при } a \geq 1$$

$\Rightarrow$  уравнение не имеет решений при  $a > -1$ .

$$40.30 \text{ (1396). а) } 2^x \geq 4, x \geq 2.$$

$$б) 2^x < 1/2, x < -1$$

$$в) 2^x \leq 8, x \leq 3.$$

$$г) 2^x > \frac{1}{16}, x > -4$$

$$40.31 \text{ (1397). а) } 3^x \leq 81, x \leq 4.$$

$$б) \left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}, x < 3$$

$$в) 5^x > 125, x > 3.$$

$$г) 0,2^x \leq 0,04, x \geq 2$$

$$40.32 \text{ (1398). а) } 3^{2x-4} \leq 27; 2x - 4 \leq 3; x \leq \frac{7}{2}$$

$$6) \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6} > \frac{4}{9}; 3x+6 < 2; x < -\frac{4}{3}$$

$$в) 5^{4x+2} \geq 125; 4x+2 \geq 3; x \geq \frac{1}{4}.$$

$$г) (0,1)^{5x-9} < 0,001; 5x-9 > 3; x > \frac{12}{5}.$$

$$40.33 (1399). а) 7^{2x-9} > 7^{3x-6}; 2x-9 > 3x-6; x < -3$$

$$6) 0,5^{4x+3} \geq 0,5^{6x-1}; 4x+3 \leq 6x-1; 2x \geq 4; x \geq 2.$$

$$в) 9^{x-1} \leq 9^{-2x+8}; x-1 \leq -2x+8; x \leq 3.$$

$$г) \left(\frac{7}{11}\right)^{-3x-0,5} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}; -3x-0,5 > x+1,5; 4x < -2; x < -\frac{1}{2}.$$

$$40.34 (1400). а) 4^{5x-1} > 16^{3x+2}; 5x-1 > 6x+4; x < -5.$$

$$6) \left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}; 1-3x \leq 2x+6; 5x \geq -5; x \geq -1.$$

$$в) 11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}; -7x+1 \leq -4x-20; 3x \geq 21; x \geq 7.$$

$$г) (0,09)^{5x-1} < 0,3^{x+7}; 10x-2 > x+7; x > 1.$$

$$40.35 (1401). а) 2^{3x+6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}; 3x+6 \leq -2x+2; 5x \leq -4; x \leq -\frac{4}{5}.$$

$$6) \left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3+2x}; -3+2x > 3+2x; \text{нет решений.}$$

$$в) 25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}; -2x+6 \geq 1-3x; x \geq -5.$$

$$г) \left(\frac{5}{3}\right)^{2x-8} < \left(\frac{9}{25}\right)^{-x+3}; 2x-8 < 2x-6; x \in R.$$

$$40.36 (1402). а) 2\sqrt{2} \cdot 2^{x-3} \geq \frac{1}{2}; 2^{x-3+1+\frac{1}{2}} \geq 2^{-1}; x-1,5 \geq -1; x \geq \frac{1}{2}.$$

$$6) \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}; \frac{1}{2} \leq 1-2x; x \leq \frac{1}{4}.$$

$$в) \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+4} \cdot 7\sqrt{7} < \frac{1}{7}; 7^{-4-3x+1+\frac{1}{2}} < 7^{-1}; -3x-2,5 < -1; 3x > -1,5; x > -\frac{1}{2}$$

$$г) 0,25 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10-x} > 4\sqrt{64}; 4^{x-11} > 32; 2x-22 > 5; x > \frac{27}{2}.$$

$$40.37 (1403). \text{ a) } 7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6; x^2 - 5x + 6 < 0; x \in (2; 3).$$

$$\text{б) } (0, 6)^{x^2-x} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^6; x^2 - x - 6 \leq 0; x \in [-2; 3].$$

$$\text{в) } 11^{2x^2+3x} \leq 121; 2x^2 + 3x - 2 \leq 0; x \in [-2; \frac{1}{2}].$$

$$\text{г) } 0,3^{x^2-10x} > \left(3\frac{1}{3}\right)^{24}; x^2 - 10x + 24 < 0; x \in (4; 6).$$

$$40.38 (1404). \text{ a) } \sqrt{2^{-1}} \sqrt{2^{x^2-7,5}} \geq 2^{-7}; 2^{\frac{x^2-8,5}{2}} \geq 2^{-7}; x^2 - 8,5 \geq -14;$$

$$2x^2 - 17 \geq -28; x^2 \geq -\frac{11}{2}; x \in R.$$

$$\text{б) } 0,9^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3; x^2 - 4x + 3 > 0; x < 1, x > 3.$$

$$\text{в) } 14^{x^2+x} \leq 196; x^2 + x - 2 \leq 0; x \in [-2; 1].$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x^2-13x} > 9; \frac{13}{2}x - \frac{3}{2}x^2 > 2; 3x^2 - 13x + 4 < 0; x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right).$$

$$40.39 (1405). \text{ a) } 2^x + 2^{x+2} \leq 20; 2^x \leq 4; x \leq 2$$

$$\text{б) } 3^{2x-1} - 3^{2x-3} < \frac{8}{3}; 3^{2x-3} \cdot 8 < \frac{8}{3}; 2x - 3 < -1; x < 1.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6; \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} \left(1 + \frac{1}{5}\right) > 6; -4 - 3x > 1; x < -\frac{5}{3}.$$

$$\text{г) } 0,3^{6x-1} - 0,3^{6x} \geq 0,7; 0,3^{6x-1}(1 - 0,3) \geq 0,7; 6x - 1 \leq 0; x \leq \frac{1}{6}.$$

$$40.40 (1406). \text{ a) } 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0; 3^x \in [1; 3]; x \in [0; 1].$$

$$\text{б) } 5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0; 5^x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty); x \geq 0.$$

$$\text{в) } 0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0; 0,2^x \in (-\infty; 0,2) \cup (1; +\infty); x < 0, x > 1.$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{7}\right)^{2x} + 6\left(\frac{1}{7}\right)^x - 7 < 0; \left(\frac{1}{7}\right)^x \in (-7; 1); x > 0.$$

$$40.41 (1407). \text{ a) } 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0;$$

$$2^x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty); x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty);$$

$$\text{б) } 3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0; 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0; 3^x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right); x \in (-1; 1)$$

$$b) \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \in \left(-4; \frac{1}{4}\right); x \in (1; +\infty).$$

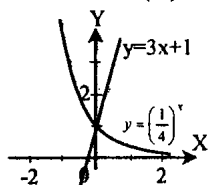
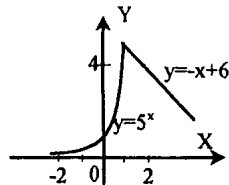
$$r) 0,5^{2x-1} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0; 2 \cdot 0,5^{2x} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0;$$

$$0,5^x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right); x \in (-\infty, 1].$$

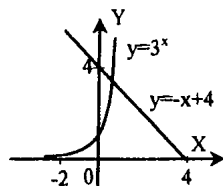
$$40.42 (1408). a) 3^x < 5^x; \left(\frac{5}{3}\right)^x > 1; x > 0. б) 6^x \geq 2^x; 3^x \geq 1; x \geq 0.$$

$$в) \left(\frac{12}{13}\right)^x \leq 12^x; 13^x \geq 1; x \geq 0. r) 0,6^x > 3^x; \left(\frac{1}{5}\right)^x > 1; x < 0.$$

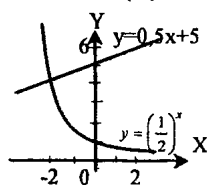
$$40.43 (1409). a) \text{ см.рис. } 5^x \leq -x + 6; x \leq 1; б) \text{ см.рис. } \left(\frac{1}{4}\right)^x > 3x + 1; x < 0.$$



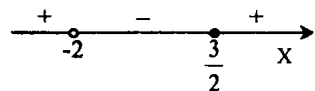
$$в) \text{ см.рис. } 3^x \geq -x + 4; x \geq 1;$$



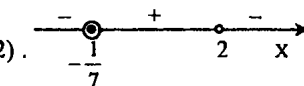
$$r) \text{ см.рис. } \left(\frac{1}{2}\right)^x < 0,5x + 5; x > -2$$



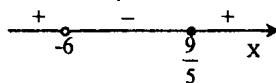
$$40.44 (1410). a) 19^{\frac{2x-3}{x+2}} \geq 1; \frac{2x-3}{x+2} \geq 0; x \in (-\infty; -2) \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right).$$



$$б) 0,36^{-x+2} < 1; \frac{7x+1}{-x+2} > 0; x \in \left(-\frac{1}{7}; -2\right).$$

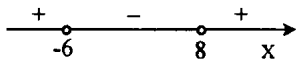


$$в) 37^{\frac{5x-9}{x+6}} \leq 1; \frac{5x-9}{x+6} \leq 0; x \in \left(-6; \frac{9}{5}\right].$$





$$r) \left(\frac{29}{30}\right)^{\frac{9x-18}{6-x}} > 1; \frac{9x-18}{6-x} < 0; x \in (-\infty; 2) \cup (6; +\infty).$$



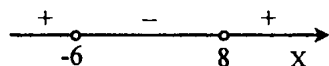
$$1411 \text{ (c). a) } 5^{\frac{x}{x+3}} \leq 5; \frac{x}{x+3} - 1 \leq 0; \frac{3}{x+3} \geq 0; x > -3.$$

$$b) \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{2x-1}{3x+5}} > \frac{4}{9}; \frac{2x-1}{3x+5} - 1 < 0; \frac{-x-6}{3x+5} < 0; x < -6, x > -\frac{5}{3}.$$

$$\frac{-x-6}{3x+5} < 0; x < -6, x > -\frac{5}{3}.$$

$$b) 17^{\frac{x}{x-8}} \geq 17; \frac{x}{x-8} - 1 \geq 0; \frac{8}{x-8} \geq 0; x > 8.$$

$$r) (0, 21)^{\frac{3x+4}{x-8}} < 0, 21; \frac{3x+4}{x-8} - 1 > 0; \frac{2x+12}{x-8} > 0; x < -6, x > 8$$



$$40.45 \text{ (1412). a) } 3^{\frac{x-4}{x}-3} < \frac{1}{27}; \frac{x-4}{x} - 3 < -3;$$

$$\frac{x-4}{x} < 0; x \in (0; 4).$$

$$b) \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{6x-1}{x}-1} \geq \frac{81}{64}; \frac{6x-1}{x} - 1 \leq -2;$$

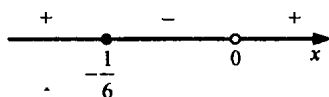
$$\frac{7x-1}{x} \leq 0; x \in (0; \frac{1}{7}].$$

$$b) 8^{\frac{2-x}{x}-2} > \frac{1}{64}; \frac{2-x}{x} - 2 > -2;$$

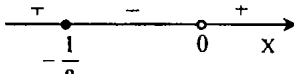
$$\frac{2-x}{x} > 0; x \in (0; 2).$$

$$r) \text{ (H)} \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}-1} \leq \frac{121}{36}; \frac{5x+1}{x} - 1 \geq -2; \frac{6x+1}{x} \geq 0;$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{6}\right] \cup (0; +\infty)$$



$$r) \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}+1} \leq \frac{121}{36}; \frac{5x+1}{x} + 1 \geq -2,$$

$$\frac{8x+1}{x} \geq 0; x \in \left(-\infty, -\frac{1}{8}\right] \cup (0, +\infty)$$


$$40.46 (1413). a) 4^x \left(\frac{3}{8}\right)^x \leq 2,25; \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{9}{4}, x \leq 2$$

$$6) 9^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x > 0,25; \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}; x < 2 \quad b) 5^x \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^x \geq \frac{4}{9}; \left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{4}{9}, x \leq 2$$

$$r) 3^x \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^x < 0,0625; \left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^2, x > 2$$

$$40.47 (1414). a) \frac{1}{64} < 8^{-2x+3} < 512, -2 < -2x+3 < 3; \frac{5}{2} > x > 0, x = 1, 2 \quad \text{От-}$$

вет: 2;

$$6) \frac{1}{27} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{7-x} \leq 243; 3 \geq 2(7-x) \geq -5; -3 \leq 2(x-7) \leq 5; 5,5 \leq x \leq 9,5,$$

$x = 6, 7, 8, 9$ . Ответ: 4.

$$40.48 (1426). a) 2,5^{2x+3} \leq 6,25; 2x+3 \leq 2, x \leq -\frac{1}{2}, x = -1$$

$$6) \left(\frac{2}{5}\right)^{7x-9} \geq \frac{8}{125}; 7x-9 \leq 3; x \leq \frac{12}{7}, x = 1$$

$$b) 1,1^{5x-3} < 1,21; 5x-3 < 2; x < 1; x = 0$$

$$r) 0,7^{9x+4} > 0,49; 9x+4 < 2, x < -\frac{2}{9}; x = -1$$

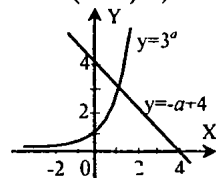
$$40.49 (1427). a) 5^{x^2-2x} \leq 125; x^2-2x-3 \leq 0; x \in [-1; 3] \quad \text{Ответ: 5}$$

$$6) \left(\frac{1}{7}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{1}{49}; 2x^2-3x-2 \leq 0, x \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right] \quad \text{Ответ: 3}$$

$$b) 2^{-x^2+8x} > 128; -x^2+8x-7 > 0; x^2-8x+7 < 0, x \in (1; 7) \quad \text{Ответ: 5}$$

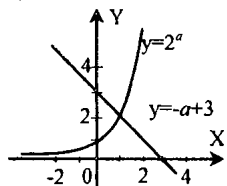
$$r) (0,3)^{x^2-x} > 0,09; x^2-x-2 < 0, x \in (-1; 2) \quad \text{Ответ: 2}$$

$$40.50 (1428). a) 2x+2-x^2 \geq 3^{x^2-2x+2}, x^2-2x+2=a, 3^a \leq -a+4 \quad \text{см.рис}$$



$$a \leq 1, 3^a - 2a - 2 \leq 1, a = 1$$

б)  $2^{x^2-4x+5} \geq 4x-2-x^2$ ,  $x^2-4x+5=a$ ,  $2^a \geq -a+3$  см.рис.



$a \geq 1$ ;  $x^2-4x+5 \geq 1$ ;  $x \in \mathbb{R}$ .

1415 (с). а)  $2^x \cdot 3^x \geq 36^x \cdot \sqrt{6}$ ;  $6^x \leq 6^{-\frac{1}{2}}$ ;  $x \leq -\frac{1}{2}$ .

б)  $3^x \cdot 5^x \leq 225^x \cdot \sqrt{15}$ ;  $15^x \geq 15^{-\frac{1}{2}}$ ;  $x \geq -\frac{1}{2}$ ;

1416 (с). а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 4^x < \left(\frac{16}{9}\right)^{x-1}$ ;  $x < 2x-2$ ;  $x > 2$ ;

б)  $\left(\frac{2}{11}\right)^x \cdot 3^x > \left(\frac{36}{121}\right)^{2x+3}$ ,  $x < 4x+6$ ;  $3x > -6$ ;  $x > -2$ .

1417 (с). а)  $2^{2x+1} - 3^{2x+1} < 3^{2x} - 7 \cdot 2^{2x}$ ;  $2^{2x}(2+7) < 3^{2x}(1+3)$ ;

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} > \frac{9}{4}$ ,  $2x > 2$ ;  $x > 1$ .

б)  $3^{x+1} + 3^{x+2} + 2 \cdot 3^x > 2 \cdot 7^{2x+1}$ ;

$3^x(3+9+2) > 14 \cdot 7^{2x}$ ;  $3^x > 7^{2x}$ ;  $\left(\frac{3}{49}\right)^x > 1$ ;  $x < 0$ .

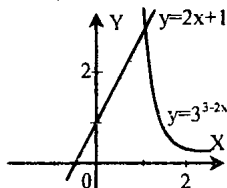
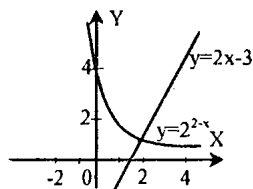
1418 (с). а)  $5^{x-1} \cdot 2^{x+2} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}$ ;  $8 \cdot 10^{x-1} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}$ .

$x-1 > x^2-3x+2$ ;  $x^2-4x+3 < 0$ ;  $x \in (1; 3)$ .

б)  $3^{2x+1} \cdot 2^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}$ ;  $81 \cdot 6^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}$ ;  $2x^2+2x-4 < 0$ .

$x^2+x-2 < 0$ ;  $x \in (-2; 1)$ .

1419 (с). а)  $2^{2-x} > 2x-3$ ; см.рис.  $x < 2$ ; б)  $3^{3-2x} \leq 2x+1$ ; см.рис.  $x \geq 1$ ;



1420 (с). а)  $\frac{x^2+4x+4}{3^x-27} \geq 0$ ;  $\frac{(x+2)^2}{3^x-27} \geq 0$ ;  $x > 3$ ,  $x = -2$ .

$$6) \frac{0,2^x - 0,008}{x^2 - 10x + 25} < 0; \frac{0,2^x - 0,2^3}{(x-5)^2} < 0, \quad x > 3, x \neq 5$$

$$a) \frac{25 - 0,2^x}{4x^2 - 4x + 1} \leq 0; \frac{5^2 - 5^{-x}}{(2x-1)^2} \leq 0; \quad 2 \leq -x; x \leq -2.$$

$$r) \frac{x^2 + 6x + 9}{2^x - 4} > 0; \frac{(x+3)^2}{2^x - 4} > 0; \quad x > 2$$

$$1421 \text{ (c). a) } \frac{5}{12^x + 143} \geq \frac{5}{12^{x+2}}; 12^x + 143 \leq 12^{x+2}; 12^x(1 - 144) \leq -143,$$

$$12^x \geq 1; x \geq 0.$$

$$6) \frac{16^x + 42}{16^x} \leq 22; \frac{42}{16^x} \leq 21; 16^x \geq 2, \quad x \geq \frac{1}{4}$$

$$b) \frac{8}{11^x + 120} \leq \frac{8}{11^{x+2}}; 11^x + 120 \geq 11^{x+2}; 11^x(1 - 121) \geq -120; 11^x \leq 1, \quad x \leq 0.$$

$$r) \frac{5^x + 15}{5^x} < 4; \frac{15}{5^x} < 3; 5^x > 5; \quad x > 1$$

$$1422 \text{ (c). a) } 2^{6x-10} - 9 \cdot 2^{3x-5} + 8 \leq 0; 2^{3x-5} \in [1; 8]; 3x - 5 \in [0; 3], \quad x \in \left[\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right]$$

$$6) 5^{2x+1} - 5^{x+2} \leq 5^x - 5; 5^{2x+1} - 5^x(25+1) + 5 \leq 0;$$

$$5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 \leq 0; 5^x \in \left[\frac{1}{5}; 5\right]; x \in [-1; 1].$$

$$b) 3^{8x+6} - 10 \cdot 3^{4x+3} + 9 \geq 0; 3^{4x+3} \leq 1; 4x + 3 \leq 0; x \leq -\frac{3}{4}, 3^{4x+3} \geq 9,$$

$$x \geq -\frac{1}{4}; \quad x \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right).$$

$$r) 3^{2x+2} - 3^{x+4} < 3^x - 9; 3^{2x+2} - 3^x(81+1) + 9 < 0.$$

$$9 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 9 < 0; 3^x \in \left(\frac{1}{9}; 9\right); x \in (-2; 2)$$

$$1423 \text{ (c). a) } \begin{cases} 2^{x+1} > 4 \\ 7^{3x-10} < 49 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ 3x - 10 < 2 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 4 \end{cases}, \quad x \in (1; 4)$$

$$6) \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{4x+2,5} > \sqrt{2} \\ 10^{x^2-1} > 1000 \end{cases}; \begin{cases} -2,5 - 4x > \frac{1}{2} \\ x^2 - 1 > 3 \end{cases}, \begin{cases} x < -\frac{3}{4} \\ x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \end{cases},$$

$$x \in (-\infty; -2)$$

$$b) \begin{cases} 0.4^{-x+3} < 0,16 \\ 0.1^{x^2+1} > 0,01 \end{cases}; \begin{cases} -x+3 > 2 \\ x^2+1 < 2 \end{cases}; \begin{cases} x < 1 \\ x \in (-1;1) \end{cases}, x \in (-1;1).$$

$$r) \begin{cases} \sqrt{5} \cdot 5^{2x-0,5} \geq 1 \\ 0,2^{6-9x} \leq 125 \end{cases}; \begin{cases} 5^{2x} \geq 1 \\ 5^{9x-6} \leq 5^3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}; x \in [0;1]$$

$$1424 \text{ (c). a) } (x-6)(5^{x-6}-25) < 0; x \in (6;8) \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \circ \quad \quad \circ \\ 6 \quad \quad 8 \quad x \end{array}$$

$$b) (2x+1)(3^{3-x}-9) > 0, x \in (-1/2; 1) \quad \begin{array}{c} - \quad + \quad - \\ \circ \quad \quad \circ \\ -\frac{1}{2} \quad 1 \quad x \end{array}$$

$$1425 \text{ (c). a) } (2^x-8)(3^x-81) < 0, x \in (3;4) \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \circ \quad \quad \circ \\ 3 \quad \quad 4 \quad x \end{array}$$

$$b) (3^{x+2}-\frac{1}{27})(5^{3-2x}-\frac{1}{5}) \geq 0; x \in [-5;2] \quad \begin{array}{c} - \quad + \quad - \\ \bullet \quad \quad \bullet \\ -5 \quad \quad 2 \quad x \end{array}$$

$$1429 \text{ (c). } T = \frac{T_0 - T_c}{2^{t/10}} + T_c, 30 = \frac{100 - 20}{2^{t/10}} + 20; 10 \cdot 2^{t/10} = 80; 2^{t/10} = 8;$$

$$\frac{t}{10} = 3; t = 30. \text{ Ответ: более получаса. } \lim_{t \rightarrow +\infty} \left( \frac{T_0 - T_c}{2^{t/10}} + T_c \right) = T_c.$$

Физический смысл этого предела состоит в том, что температура чайника с увеличением времени будет все больше опускаться до комнатной, но никогда не станет ниже.

## § 41. Понятие логарифма

$$1430 \text{ (c). a) } \log_2 8 = 3, 2^3 = 8$$

$$b) \log_3 \frac{1}{9} = -2, 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$в) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4, \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$r) \log_{\frac{1}{5}} 625 = -4, \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 625$$

$$41.1 \text{ (1431). a) } \log_2 2 = 1, 2^1 = 2$$

$$b) \log_{\frac{1}{3}} 1 = 0, \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1,$$

$$в) \log_{0,1} 0,1 = 1, 0,1^1 = 0,1$$

$$r) \log_5 1 = 0, 5^0 = 1.$$

$$41.2 \text{ (1432). a) } \log_4 64 = 3, 4^3 = 64$$

$$b) \log_2 4\sqrt{2} = 2,5, 2^{2,5} = 4\sqrt{2}$$

$$в) \log_{0,2} 125 = -3, \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125$$

$$r) \lg 100\sqrt[5]{10} = 2,2, 10^{2,2} = 100\sqrt[5]{10}$$

$$41.3 (1433). \text{ a) } \log_2 2^4 = 4,$$

$$\text{b) } \log_8 8^{-3} = -3,$$

$$41.4 (1434). \text{ a) } \log_3 \frac{1}{27} = -3.$$

$$\text{b) } \lg 0,0001 = -4.$$

$$41.5 (1435). \text{ a) } \log_{\sqrt{7}} 49 = 4.$$

$$\text{b) } \log_{\frac{1}{15}} 225 \sqrt[3]{15} = -2 \frac{1}{3}.$$

$$41.6 (1436). \text{ a) } \log_{\sqrt{2}} 1 = 0.$$

$$\text{b) } \log_{\sqrt{3}} 81 \sqrt{3} = 9.$$

$$41.7 (1437). \text{ a) } 3^{\log_3 8} = 8.$$

$$\text{b) } 12^{\log_{12} 1,3} = 1,3.$$

$$41.8 (1438). \text{ a) } 2^{3+\log_2 9} = 8 \cdot 9 = 72$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{6}\right)^{2+\log_1 20} = \frac{1}{36} \cdot 20 = \frac{5}{9}.$$

$$1439 \text{ (c). a) } 13^{\log_{13} 4-2} = \frac{4}{169}.$$

$$\text{b) } 2 \cdot 2^{\log_{2,2} 5-2} = \left(\frac{5}{11}\right)^2 \cdot 5 = \frac{125}{121},$$

$$41.9 (1440). \text{ a) } 8^{2\log_8 3} = 9.$$

$$\text{b) } 3^{4\log_3 2} = 2^4 = 16.$$

$$41.10 (1441). \text{ a) } \lg x = 1, \quad x = 10$$

$$\text{b) } \lg x = 3, \quad x = 1000.$$

$$41.11 (1442). \text{ a) } \log_9 x = \frac{1}{2}, \quad x = 3$$

$$\text{b) } \log_8 x = \frac{1}{3}, \quad x = 2$$

$$41.12 (1443). \text{ a) } \log_4 x = -\frac{1}{2}, \quad x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{б) } \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} = -7$$

$$\text{r) } \log_{0,1} (0,1)^5 = 5$$

$$\text{б) } \log_{0,1} 0,0001 = 4$$

$$\text{r) } \log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$$

$$\text{б) } \log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{8} = 5$$

$$\text{r) } \log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729} = -6$$

$$\text{б) } \log_{0,5} \frac{1}{4\sqrt{2}} = 2 \frac{1}{2}$$

$$\text{r) } \lg \frac{1}{\sqrt[3]{10}} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{б) } 4^{\log_4 23} = 23$$

$$\text{r) } \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 7} = 7$$

$$\text{б) } 7^{1+\log_7 4} = 7 \cdot 4 = 28$$

$$\text{r) } (\sqrt{7})^{4+\log \sqrt{7} 0,5} = 49 \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$$

$$\text{б) } 0,5^{\log_{0,5} 4-1} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$\text{r) } 10^{\lg 5-0,5} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$\text{б) } 6^{-3\log_6 2} = 2^{-3} = 1/8.$$

$$\text{r) } 5^{-2\log_5 3} = 1/9$$

$$\text{б) } \lg x = -2, \quad x = 10^{-2} = \frac{1}{100}$$

$$\text{r) } \lg x = -4, \quad x = 1/10000$$

$$\text{б) } \log_{0,027} x = \frac{2}{3}, \quad x = 0,3^2 = 0,09$$

$$\text{r) } \log_{0,25} x = \frac{3}{2}, \quad x = 0,5^3 = 0,125$$

$$\text{б) } \log_{0,125} x = -\frac{2}{3}, \quad x = 0,5^{-2} = 4$$

$$B) \log_{32} x = -\frac{4}{5}, x = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

$$41.13 (1444). a) \log_x 4 = 2, x = 2$$

$$B) \log_x 49 = 2, x = 7$$

$$41.14. a) \log_x \frac{1}{27} = -3, x = 3$$

$$B) \log_x \frac{1}{16} = -4, x = 2.$$

$$41.15 (1445). a) 2^x = 9, x = \log_2 9$$

$$B) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 4, x = \log_{\frac{1}{3}} 4$$

$$1446 (c). a) \log_x \frac{1}{27} = -3, x = 3$$

$$B) \log_x \frac{1}{16} = -4, x = 2$$

$$1447 (c). a) \log_x 3 = \frac{1}{2}, x = 9$$

$$B) \log_x 7 = \frac{1}{3}, x = 343$$

$$41.16 (1448). a) 3^{x+1} = 14, x = \log_3 14 - 1.$$

$$B) 4^{5x-4} = 10, x = \frac{1}{5} \log_4 10 + \frac{4}{5}$$

$$B) \left(\frac{2}{7}\right)^{3-x} = 11, 3-x = \log_{\frac{2}{7}} 11, x = 3 - \log_{\frac{2}{7}} 11.$$

$$r) (\sqrt{5})^{8-9x} = 6, 8-9x = \log_{\sqrt{5}} 6, x = \frac{8}{9} - \frac{1}{9} \log_{\sqrt{5}} 6$$

$$1449 (c). a) 2^{x^2+1} = 7, x^2+1 = \log_2 7, x = \pm \sqrt{\log_2 7 - 1}$$

$$B) 9^{0.5x^2} = 2, 0.5x^2 = \log_9 2, x = \pm \sqrt{2 \log_9 2}$$

$$B) 0.1^{x^2-2} = 3, x^2-2 = \log_{0.1} 3, x = \pm \sqrt{\log_{0.1} 3 + 2}$$

$$r) \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}x^2-1} = 0.1, \frac{1}{3}x^2-1 = \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{10}, x = \pm \sqrt{3(\log_8 10 - 1)}$$

$$41.17 (1450). a) 4^x - 5 \cdot 2^x = -6; 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0; 2^x = 2; x = 1; 2^x = 3; x = \log_2 3$$

$$B) 16^x = 6 \cdot 4^x - 5; 4^{2x} - 6 \cdot 4^x + 5 = 0; 4^x = 5; x = \log_4 5; 4^x = 1; x = 0$$

$$B) 9^x - 7 \cdot 3^x = -12; 3^{2x} - 7 \cdot 3^x + 12 = 0; 3^x = 4; x = \log_3 4; 3^x = 3; x = 1$$

$$r) -9 \cdot 7^x + 14 = -49^x; 7^{2x} - 9 \cdot 7^x + 14 = 0; 7^x = 7; x = 1; 7^x = 2; x = \log_7 2.$$

$$r) \log_{0.01} x = -\frac{3}{2}, x = 0.1^{-3} = 1000.$$

$$B) \log_x 27 = 3, x = 3.$$

$$r) \log_x 125 = 3, x = 5.$$

$$B) \log_x 4 = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{16}$$

$$r) \log_x 8 = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{512}.$$

$$B) 12^x = 7, x = \log_{12} 7$$

$$r) (0.2)^x = 5, x = -1$$

$$B) \log_x 1 = 2, \text{ нет решений.}$$

$$r) \log_x 1 = -3, \text{ нет решений.}$$

$$B) \log_x 4 = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{16}$$

$$r) \log_x 8 = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{512}$$

1451(c). a)  $9^{x+1} + 6 = 189 \cdot 3^{x-2}$ ;  $9 \cdot 3^{2x} - 21 \cdot 3^x - 6 = 0$ ;  $3 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^x - 2 = 0$   
 $3^x = 1/3$ ;  $x = -1$ ;  $3^x = 2$ ;  $x = \log_3 2$ .

б)  $25^{x+1} + 3 = 100 \cdot 5^{x-1}$ ;  $25 \cdot 5^{2x} - 20 \cdot 5^x + 3 = 0$ ;  $D/4 = 25$

$5^x = \frac{10+5}{25} = \frac{3}{5}$ ;  $x = \log_5 \frac{3}{5} = \log_5 3 - 1$ ,  $5^x = \frac{1}{5}$ ,  $x = -1$

в)  $4^{x+1} + 5 = 24 \cdot 2^{x-1}$ ;  $4 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x - 5 = 0$ ;  $2^x = \frac{6-4}{4} = \frac{1}{2}$ ,  $x = -1$ ,  $2^x = \frac{5}{2}$

$x = \log_2 5 - 1$ .

г)  $(\frac{1}{4})^{x+1} + 3 = (\frac{1}{2})^{x-1}$ ;  $(\frac{1}{2})^{2x} - 8 \cdot (\frac{1}{2})^x + 12 = 0$ ;  $(\frac{1}{2})^x = 2$ ,

$x = -1$ ;  $(\frac{1}{2})^x = 6$ ;  $x = \log_{\frac{1}{2}} 6$ .

41.18 (1452). а)  $2^x \geq 9$ ;  $x \geq \log_2 9$ ;

б)  $12^x \leq 7$ ;  $x \leq \log_{12} 7$ ,

в)  $(\frac{1}{3})^x < 4$ ;  $x > \log_{\frac{1}{3}} 4$ ;

г)  $(0,2)^x > 5$ ;  $-x > 1$ ,  $x < -1$

1453 (c). а)  $3^{x+1} \leq 14$ ;  $3^x \leq \frac{14}{3}$ ;  $x \leq \log_3 \frac{14}{3} = \log_3 14 - 1$ .

б)  $5^{5x-4} \geq 10$ ;  $5x - 4 \geq \log_5 10$ ;  $x \geq 1 + \frac{1}{5} \log_5 2$ ;

в)  $(\frac{2}{7})^{3-x} > 11$ ;  $3 - x < \log_{\frac{2}{7}} 11$ ;  $x > 3 - \log_{\frac{2}{7}} 11$ ,

г)  $(\sqrt{5})^{8-9x} < 6$ ;  $8 - 9x < 2 \log_5 6$ ;  $x > \frac{8}{9} - \frac{2}{9} \log_5 6$ .

41.19 (1454). а)  $4^x \cdot 5 \cdot 2^x \geq -6$ ;  $2^{2x} \cdot 5 \cdot 2^x \geq 0$ ;  $2^x \leq 2$ ;  $2^x \geq 3$ ;  $x \in (-\infty; 1] \cup [\log_2 3; +\infty)$

б)  $16^x \leq 6 \cdot 4^{x-5}$ ;  $4^{2x} \cdot 6 \cdot 4^{x-5} \leq 0$ ;  $4^x \in [1; 5]$ ;  $x \in [0; \log_4 5]$ ;

в)  $9^x \cdot 7 \cdot 3^x < -12$ ;  $3^{2x} \cdot 7 \cdot 3^x < 0$ ;  $3^x \in (3; 4)$ ;  $x \in (1; \log_3 4)$ ;

г)  $9 \cdot 7^{x+14} > -49^x$ ;  $7^{2x} \cdot 9 \cdot 7^{x+14} > 0$ ;  $7^x \in (-\infty; -7) \cup (-2; +\infty)$ ;  $x \in \mathbb{R}$

1455 (c). а)  $4^x \cdot 2^{x-a} = a \cdot 2^x$ ;  $2^{2x} \cdot 2^x (1+a) + a = 0$ ;  $2^{2x} a$ ,  $2^{2x} \cdot 1$ . при  $a \leq 0$ ,  $x = 0$ .

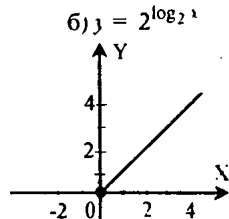
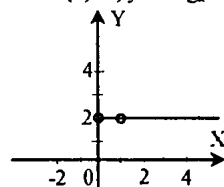
при  $a > 0$   $x = 0$ ;  $x = \log_2 a$ ;

б)  $9^x (2a+1) 3^{x-a^2+a-2} = 0$ ;  $3^{2x} (2a+1) 3^{x-a^2+a-2} = 0$ ;  $3^{x-a^2+a-2} \cdot 3^x \cdot a - 1$ .

при  $a \leq -2$  — решений нет, при  $a \in (-2; 1]$ :  $x = \log_3 (a+2)$ ;

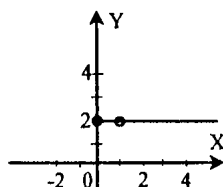
при  $a > 1$   $x = \log_3 (a+2)$ ,  $x = \log_3 (a-1)$ .

1456 (c). а)  $y = \log_x x^2$ ;  $x > 0$ ,  $x \neq 1$ ;  $y = 2$ .

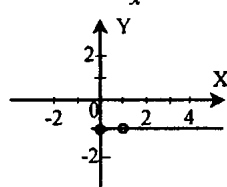




$$b) y = x^{\log_x 2}$$



$$r) y = \log_x \frac{1}{x}$$



## § 42. Функция $y = \log_a x$ , ее свойства и график

$$42.1. a) \log_2 4 = 2; \log_2 8 = 3; \log_2 16 = 4;$$

$$б) \log_2 \frac{2}{\sqrt{8}} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}, \log_2 \frac{4}{\sqrt{2}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$в) \log_2 \frac{1}{8} = -3; \log_2 \frac{1}{32} = -5; \log_2 \frac{1}{128} = -7$$

$$г) \log_2 \sqrt{32} = \frac{5}{2}; \log_2 16 \sqrt{128} = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2};$$

$$1457 (c). a) \log_2 4 = 2; \log_2 8 = 3; \log_2 16 = 4;$$

$$б) \log_2 \frac{1}{2} = -1; \log_2 \frac{1}{4} = -2; \log_2 \frac{1}{16} = -4;$$

$$в) \log_2 32 = 5; \log_2 128 = 7; \log_2 2 = 1;$$

$$г) \log_2 \frac{1}{8} = -3; \log_2 \frac{1}{32} = -5; \log_2 \frac{1}{128} = -7.$$

$$1458 (c). a) \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}; \log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2};$$

$$б) \log_2 \frac{2}{\sqrt{8}} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}; \log_2 \frac{4}{\sqrt{2}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2};$$

$$в) \log_2 \sqrt{32} = \frac{5}{2}; \log_2 16 \sqrt{128} = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2};$$

$$г) \log_2 \frac{4}{\sqrt{32}} = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}; \log_2 \frac{2}{\sqrt{128}} = 1 - \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}.$$

$$1459 (c). a) \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49} = 2;$$

$$б) \log_3 \sqrt{27} = \frac{3}{2};$$

$$в) \log_{0.1} 0.0001 = 4.$$

$$г) \log_{0.2} 625 = -4.$$

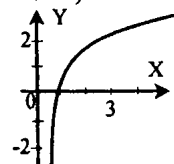
$$1460 (c). a) \log_{\frac{1}{5}} \frac{\sqrt{5}}{125} = -\frac{1}{2} \log_5 5 + \log_5 125 = -\frac{1}{2} + 3 = 2.5,$$

$$б) \log_6 \frac{36}{\sqrt{6}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

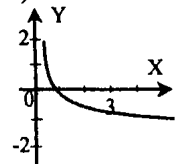
$$b) \log_{0,2} \frac{25}{\sqrt{5}} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2};$$

$$r) \log_{0,1} 10 \sqrt{1000} = -(\log_{10} 100 + \log_{10} \sqrt{10}) = -2,5.$$

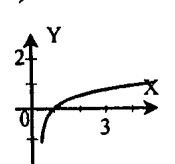
42.2. а)



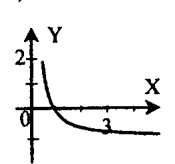
б)



в)

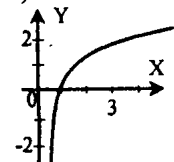


г)

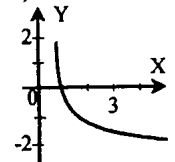


1461 (с).

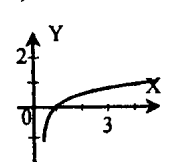
а)



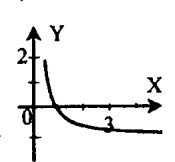
б)



в)



г)



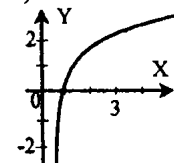
42.3. (1464). а)  $\log_4 7 < \log_4 23$ , так как основание  $4 > 1$  и  $7 < 23$ ;

б)  $\log_{2/3} 0,8 > \log_{2/3} 1$ , так как основание  $2/3 < 1$  и  $0,8 < 1$ ;

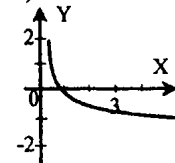
$$в) \log_9 \sqrt{15} < \log_9 13; \quad r) \log_{1/12} \frac{1}{7} > \log_{1/12} \frac{2}{3}.$$

42.4 (1462).

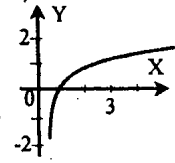
а)



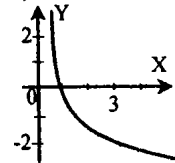
б)



в)



г)

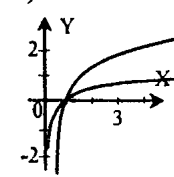


42.5 (1485). а)  $\log_2 0,1$ ;  $\log_2 \frac{1}{6}$ ;  $\log_2 0,7$ ;  $\log_2 2,6$ ;  $\log_2 3,7$ ;

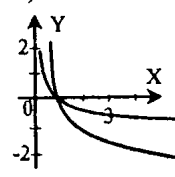
б)  $\log_{0,3} 17$ ;  $\log_{0,3} 3$ ;  $\log_{0,3} 2,7$ ;  $\log_{0,3} \frac{2}{3}$ ;  $\log_{0,3} \frac{1}{2}$ .

1463 (с).

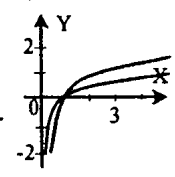
а)



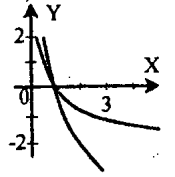
б)



в)



г)



$$42.6. \text{ а) } \log_3 4 \text{ и } \sqrt[3]{9} \quad \left. \begin{array}{l} \log_3 4 < \log_3 9 \\ \log_3 9 = 2 \\ 2 = \sqrt[3]{8} \\ \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{9} \end{array} \right\} \Rightarrow \log_3 4 < \sqrt[3]{9}$$

$$\text{б) } \log_{0,5} 3 \text{ и } \sin 3 \quad \left. \begin{array}{l} \log_{0,5} 3 = -\log_2 3 < 0 \\ 0 < 3 < \pi \Rightarrow \sin 3 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_{0,5} 3 < \sin 3$$

$$\text{в) } \log_2 5 \text{ и } \sqrt[3]{7} \quad \left. \begin{array}{l} \log_2 5 > \log_2 4 \\ \log_2 4 = 2 \\ 2 = \sqrt[3]{8} \\ \sqrt[3]{8} > \sqrt[3]{7} \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 5 > \sqrt[3]{7}$$

$$\text{г) } \lg 0.2 \text{ и } \cos 0.2 \quad \left. \begin{array}{l} \lg 0.2 < 0 \\ 0 < 0.2 < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos 0.2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lg 0.2 < \cos 0.2$$

$$1465 \text{ (с). а) } \log_3 41 > \log_3 27 = 3 > 1; \quad \text{б) } \log_{2,3} 0.1 < 1;$$

$$\text{в) } \log_{\frac{1}{7}} 2.6 < 1; \quad \text{г) } \log_{\sqrt{7}} 0.4 < 1$$

$$42.7 \text{ (1466). а) } y = \log_{2,6} x \text{ возрастает при } x \in (0; +\infty):$$

$$\text{б) } y = \log_{\frac{3}{4}} x \text{ убывает при } x \in (0; +\infty):$$

$$\text{в) } y = \log_{\sqrt{5}} x \text{ возрастает при } x \in (0; +\infty):$$

$$\text{г) } y = \log_{0,9} x \text{ убывает при } x \in (0; +\infty):$$

$$42.8 \text{ (1467). а) } \log_3 x, x \in [\frac{1}{3}; 9]; y_{\max} = y(9) = 2; y_{\min} = y(\frac{1}{3}) = -1.$$

$$\text{б) } \log_{1,2} x, x \in [\frac{1}{8}; 16]; y_{\max} = y(\frac{1}{8}) = 3; y_{\min} = y(16) = -4;$$

$$\text{в) } y = \lg x [1; 1000]; y_{\max} = y(1000) = 3; y_{\min} = y(1) = 0;$$

$$\text{г) } \log_{2,7} x [\frac{8}{27}; \frac{81}{16}]; y_{\max} = y(\frac{81}{16}) = 3; y_{\min} = y(\frac{8}{27}) = -4$$

$$1468 \text{ (с). а) } a = \log_5 x. [\frac{1}{125}; 25]; y_{\max} = y(25) = 2; y_{\min} = y(\frac{1}{125}) = -3.$$

$$\text{б) } y = \log_4 x. [\frac{16}{25}; \frac{25}{16}]; y_{\max} = y(\frac{25}{16}) = 2; y_{\min} = y(\frac{16}{25}) = -2.$$

$$\text{в) } y = \log_6 x [\frac{1}{216}; 36]; y_{\max} = y(36) = 2; y_{\min} = y(\frac{1}{216}) = -3.$$

$$\text{г) } y = \log_2 x [\frac{8}{343}; \frac{343}{8}]; y_{\max} = y(\frac{343}{8}) = 3; y_{\min} = y(\frac{8}{343}) = -3$$

42.9 (1469). а)  $y = \log_3 x$ ;  $\log_3 x = 4$ ;  $x = 81$ ;  $\log_3 x = -2$ ;  $x = \frac{1}{9}$ .  $[\frac{1}{9}, 81]$ ;

б)  $y = \log_{0,5} x$ ;  $\log_{0,5} x = -1$ ;  $x = 2$ ;  $\log_{0,5} x = -3$ ;  $x = 8$ .  $[2, 8]$ .

42.10 (1470). а)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4)$   $\min(x^2 + 4) = 4$ ;  $y_{\max} = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$ ,

б)  $y = \log_{0,3}(x^2 - 4x + 3)$ ;  $y = \log_{0,3}(\min(x^2 - 4x + 3)) = \log_{0,3}(x_{\text{вер}}^2 - 4x_{\text{вер}} + 3) = \log_{0,3}(-1)$  — не существует.

1471 (с). а)  $\log_{1/3} x = 2$ ;  $x = \frac{1}{9}$ ,

б)  $\log_{1/3} x = -3$ ;  $x = 27$ ,

в)  $\log_{1/3} x = \frac{1}{2}$ ;  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;

г)  $\log_{1/3} x = -\frac{2}{3}$ ;  $x = \sqrt[3]{9}$ .

1472 (с). а)  $\log_4 x = -1$ ;  $x = \frac{1}{4}$ ;

б)  $\log_4 x = \frac{3}{2}$ ;  $x = 8$ ;

в)  $\log_4 x = -\frac{1}{2}$ ;  $x = \frac{1}{2}$ ;

г)  $\log_4 x = 5/2$ ;  $x = 32$ .

1473 (с). а)  $\log_2 x = 3$ ;  $x = 8$ ;

б)  $\log_7 x = -1$ ;  $x = \frac{1}{7}$ ;

в)  $\log_{0,3} x = 2$ ;  $x = 0,09$ ;

г)  $\log_{16} x = \frac{1}{2}$ ;  $x = 4$ .

1474 (с). а)  $\log_x 16 = 2$ ;  $x = 4$ ;

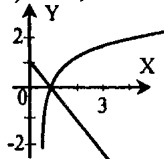
б)  $\log_x \frac{1}{8} = -3$ ;  $x = 2$ ;

в)  $\log_x \sqrt{3} = -1$ ;  $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;

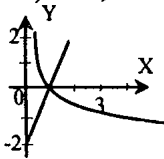
г)  $\log_x 9 = \frac{1}{2}$ ;  $x = 81$ .

1475 (с).

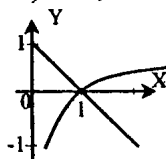
а)  $x = 1$ ;



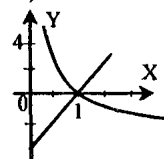
б)  $x = 1$ ;



в)  $x = 1$ ;

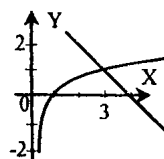


г)  $x = 1$ .

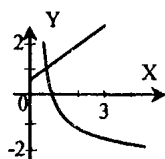


42.11 (1476).

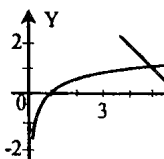
а)  $x=3$ ;



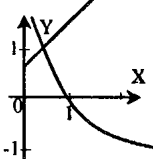
б)  $x = \frac{1}{2}$ ;



в)  $x = 5$ ;

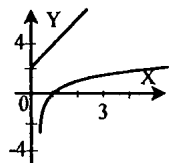


г)  $x = \frac{1}{3}$ .

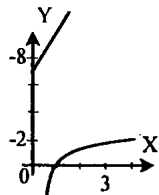


1477 (с).

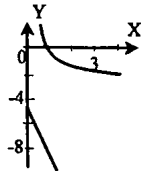
а) решений нет;



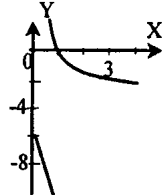
в) решений нет;



б) решений нет;



г) решений нет



42.12 (1478). а)  $\log_6 x \geq 2$ ,  $x \geq 36$ ;

б)  $\log_{0,1} x > 3$ ,  $x \in \left(0; \frac{1}{1000}\right)$ ;

в)  $\log_9 x \leq \frac{1}{2}$ ,  $x \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$ ;

г)  $\log_{4/5} x < 3$ ,  $x > \frac{64}{125}$

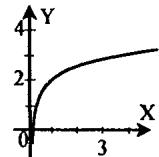
42.13 (1479). а)  $\log_9 x \leq -1$ ,  $0 < x \leq \frac{1}{9}$ ;

б)  $\log_{1/3} x < -4$ ,  $x > 81$ ,

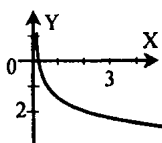
в)  $\log_5 x \geq -2$ ,  $x \geq \frac{1}{25}$ ;

г)  $\log_{0,2} x > -3$ ,  $0 < x < 125$ .

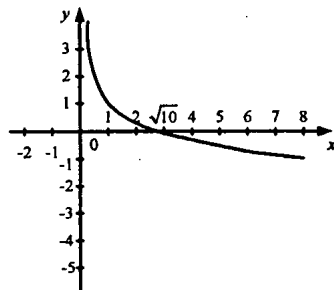
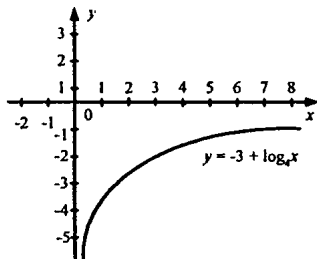
42.14 (1480). а)



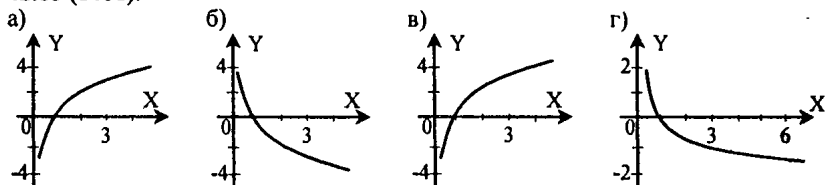
б)



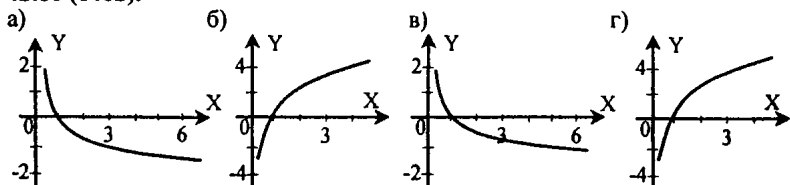
г)



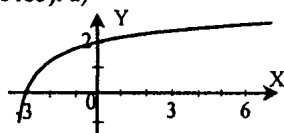
42.15 (1481).



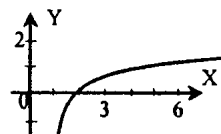
42.16 (1482).



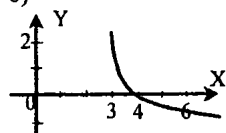
42.17 (1483). а)



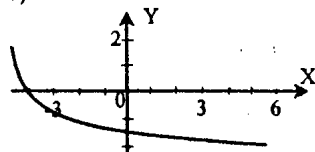
в)



б)



г)



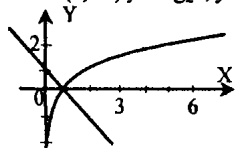
42.18 (1484). а)  $y = \log_6(4x - 1)$ ;  $4x - 1 > 0$ ;  $x > 1/4$ ;

б)  $y = \log_{1/9}(7 - 2x)$ ;  $7 - 2x > 0$ ;  $x < 7/2$ ;

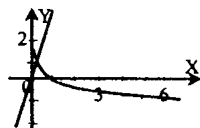
в)  $y = \log_9(8x + 9)$ ;  $8x + 9 > 0$ ;  $x > -(9/8)$ ;

г)  $y = \log_{0.3}(2 - 3x)$ ;  $2 - 3x > 0$ ;  $x < \frac{2}{3}$ .

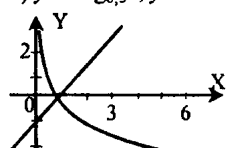
1486 (с). а)  $y = \log_2 x$ ,  $y = -x + 1$ ,  $x > 1$ ;



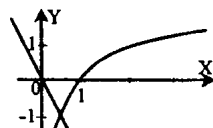
в)  $y = \log_{1/7} x$ ,  $y = 7x$ ,  $x \in (0; \frac{1}{7})$ ;



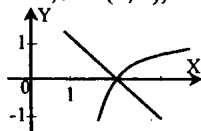
б)  $y = \log_{0.5} x$ ,  $y = x - 1$ ,  $x \in (0; 1)$ ;



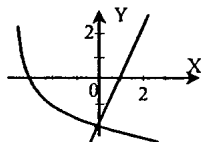
г)  $y = \log_3 x$ ,  $y = -3x$ ,  $x > \frac{1}{3}$



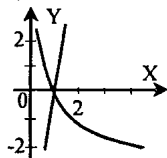
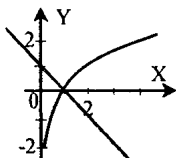
1487 (c). a)  $y = \log_4(x-1)$ ,  $y = -x+2$ ,  $x \in (1; 2)$ ;



б)  $y = \log_{1/2}(x+4)$ ,  $y = 3x-2$ ,  $x > 0$ .

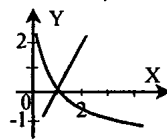
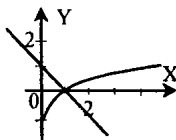


42.19 (1488). a)  $\log_2 x \geq -x+1$ ,  $x \geq 1$ ; б)  $\log_{3/7} x > 4x-4$ ,  $x \in (0; 1)$ ;



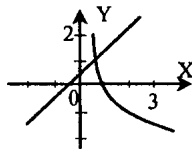
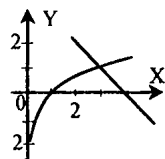
в)  $\log_3 x \leq x+1$ ,  $x \in (0; 1]$ ;

г)  $y = \log_{1/3} x < 2x-2$ ,  $x > 1$ .



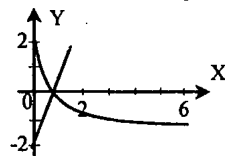
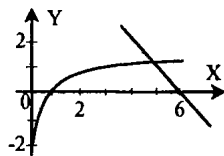
42.20 (1489). a)  $\log_3 x \leq 4-x$ ,  $x \in (0; 3]$ ;

б)  $\log_{1/2} x < x + \frac{1}{2}$ ,  $x > \frac{1}{2}$ ;



в)  $\log_5 x \geq 6-x$ ,  $x \geq 5$ ;

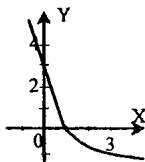
г)  $\log_{1/3} x > x + \frac{2}{3}$ ,  $0 < x < \frac{1}{3}$ .



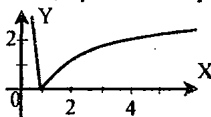
42.21 (1491).  $f(x) = \begin{cases} -3x+3, & x \leq 1 \\ \log_{1/3} x, & x > 1 \end{cases}$

a)  $f(-8) = 27$ ,  $f(0) = 3$ ,  $f(9) = -2$ ,  $f(-6) = 21$ ,  $f(3) = -1$ ,

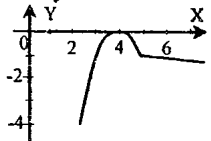
в) функция убывает на  $x \in \mathbb{R}$ .



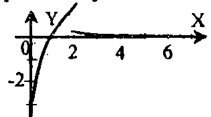
42.22 (1490). а) при  $x \leq 1$  убывает, при  $x \geq 1$  возрастает.



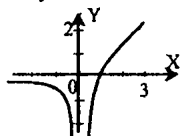
б) при  $x \leq 4$  возрастает, при  $x \geq 4$  убывает.



в) при  $0 < x < 2$  возрастает, при  $x \geq 2$  убывает.



г) при  $x > 0$  возрастает, при  $x < 0$  убывает.



42.23 (1492). а)  $y = \log_5(x^2 - 5x + 6)$ ,  $x^2 - 5x + 6 > 0$ ,  $x < 2$ ,  $x > 3$ ;

б)  $y = \log_{2/3}(-x^2 - 5x + 14)$ ,  $x^2 + 5x - 14 < 0$ ,  $x \in (-7; 2)$ ;

в)  $y = \log_9(x^2 - 13x + 12)$ ,  $x^2 - 13x + 12 > 0$ ,  $x < 1$ ,  $x > 12$ ;

г)  $y = \log_{0.2}(-x^2 + 8x + 9)$ ,  $x^2 - 8x - 9 < 0$ ,  $x \in (-1; 9)$ .

42.24 (1493). а)  $y = \log_{\sqrt{3}} x$ ,  $y \in \mathbb{R}$ ; б)  $y = -22 \log_7 x$ ,  $y \in \mathbb{R}$ ;

в)  $y = -\log_{1/10} x$ ,  $y \in \mathbb{R}$ ; г)  $y = 12 \log_{1/3} x$ ,  $y \in \mathbb{R}$ .

42.25 (1494).  $f(x) = \log_2 x$ ;

а)  $f(2^x) = \log_2 2^x = x \log_2 2 = x$ ;

б)  $f(4^x) + f(8^x) = \log_2 4^x + \log_2 8^x = 2x + 3x = 5x$ .

### § 43. Свойства логарифма

43.1. а)  $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$ ;

в)  $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 = \log_{26} 26 = 1$ ;

б)  $\lg 25 + \lg 4 = \lg 100 = 2$ ;

г)  $\log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12} 144 = 2$ .



$$43.2. \text{ a) } \log_{144} 3 + \log_{144} 4 = \log_{144} 12 = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } \log_{1/8} 4 + \log_{1/8} 2 = \log_{1/8} 8 = -1.$$

$$\text{в) } \log_{216} 2 + \log_{216} 3 = \log_{216} 6 = \frac{1}{3}; \quad \text{г) } \log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72} = \log_{12} 1/144 = -2$$

$$1495 \text{ (c). a) } \log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 6 = 1; \quad \text{б) } \log_{15} 3 + \log_{15} 5 = \log_{15} 15 = 1;$$

$$\text{в) } \log_{26} 2 + \log_{26} 13 = \log_{26} 26 = 1; \quad \text{г) } \log_{12} 4 + \log_{12} 3 = \log_{12} 12 = 1.$$

$$1496 \text{ (c). a) } \log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2; \quad \text{б) } \lg 25 + \lg 4 = \lg 100 = 2;$$

$$\text{в) } \log_4 8 + \log_4 2 = \log_4 16 = 2; \quad \text{г) } \log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12} 144 = 2.$$

$$1497 \text{ (c). a) } \log_{144} 3 + \log_{144} 4 = \log_{144} 12 = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } \lg 40 + \lg 25 = \lg 1000 = 3;$$

$$\text{в) } \log_{216} 2 + \log_{216} 3 = \log_{216} 6 = \frac{1}{3}; \quad \text{г) } \lg 2 + \lg 500 = \lg 1000 = 3$$

$$1498 \text{ (c). a) } \log_{1/8} 4 + \log_{1/8} 2 = \log_{1/8} 8 = -1; \quad \text{б) } \log_8 \frac{1}{4} + \log_8 \frac{1}{2} = \log_8 \frac{1}{8} = -1,$$

$$\text{в) } \log_{1/12} 4 + \log_{1/12} 36 = \log_{1/12} 144 = -2; \quad \text{г) } \log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72} = \log_{12} 1/144 = -2$$

$$43.3 \text{ (1499). a) } \log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9} = \log_3 9 = 2; \quad \text{б) } \log_2 15 - \log_2 30 = \log_2 \frac{1}{2} = -1.$$

$$\text{в) } \log_{1/2} 28 - \log_{1/2} 7 = \log_{1/2} 4 = -2. \quad \text{г) } \log_{0.2} 40 - \log_{0.2} 8 = \log_{0.2} 5 = -1$$

$$43.4 \text{ (1500). a) } \log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 1;$$

$$\text{б) } \log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14 = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = -1.$$

$$\text{в) } \log_{2/3} 32 - \log_{2/3} 243 = \log_{2/3} \frac{32}{243} = 5.$$

$$\text{г) } \log_{0.1} 0.003 - \log_{0.1} 0.03 = \log_{0.1} 0.1 = 1$$

$$1501 \text{ (c). a) } \log_{\sqrt{2}} 2 = 2; \quad \text{б) } \log_{3\sqrt{2}} 18 = 2$$

$$1502 \text{ (c). a) } \log_{1/2} \frac{1}{4\sqrt{2}} = 5/2; \quad \text{б) } \log \frac{1}{100\sqrt{10}} = -5/2.$$

$$43.5 \text{ (1503). a) } (3\lg 2 - \lg 24) : (\lg 3 - \lg 27) = \lg \frac{1}{3} : \lg 81 = \lg 3^{-1} : \lg 3^4 = \frac{-\lg 3}{4\lg 3} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{б) } (\log_3 2 + 3 \log_3 0.25) \cdot (\log_3 28 - \log_3 7) = \log_3 (2 \cdot \frac{1}{4^3}) : \log_3 4 = \frac{\log_3 2^{-5}}{\log_3 2^2} = -\frac{5}{2}$$

$$1504 \text{ (c). a) } \sqrt{5} (\log_3 36 - \log_3 4 + 5^{\log_3 8})^{0.5 \log_3 5} = \sqrt{5} (2+8)^{0.5 \log_3 5} = \sqrt{5} \sqrt{5} = 5.$$

$$\text{б) } \frac{2}{11} (\log_3 3 - \log_{12} 4 - 7^{\log_3 4})^{2 \log_3 11} = \frac{2}{11} (1+4)^{2 \log_3 11} = \frac{2}{11} \cdot 11^2 = 22$$

$$1506 \text{ (c). a) } \log_3 4 \sqrt[3]{9}; \log_3 4 < 2 < \sqrt[3]{9} \Rightarrow \log_3 4 < \sqrt[3]{9},$$

$$6) \log_{\frac{1}{2}} 3 \vee \sin 3; \log_{\frac{1}{2}} 3 < \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1 < \sin 3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 3 < \sin 3,$$

$$b) \log_2 5 \sqrt[3]{7}; \log_2 5 > \log_2 4 = 2; \sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow \log_2 5 > \sqrt[3]{7},$$

$$r) \lg 0,2 \vee \cos 0,2; \lg 2 - 1 \vee \cos 0,2; \lg 2 - 1 < 0, \text{ a } \cos(0,2) > 0 \Rightarrow \lg 0,2 < \cos 0,2$$

$$43.6 \text{ (1507). a) } \log_3 2 = c; \log_3 8 = 3 \log_3 2 = 3c;$$

$$6) \log_{0,5} 3 = a; \log_{0,5} 81 = 4 \log_{0,5} 3 = 4a.$$

$$43.7 \text{ (1508). a) } \log_5 2 = a; \log_5 10 = \log_5 5 \cdot 2 = 1 + \log_5 2 = 1 + a;$$

$$6) \log_6 4 = m; \log_6 24 = 1 + \log_6 4 = 1 + m.$$

$$43.8 \text{ (1509). a) } \log_6 42 = b; \log_6 42 = 1 + \log_6 7 = b; \log_6 7 = b - 1;$$

$$6) \log_7 35 = n; \log_7 35 = \log_7 5 + 1 = n; \log_7 5 = n - 1.$$

$$1510 \text{ (c). } \log_{1/3} 7 = d; \quad \log_{1/3} \frac{1}{49} = -2 \log_{1/3} 7 = -2d.$$

$$43.9 \text{ (1511). a) } \log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9; \log_2 x = \log_2 8; x = 8;$$

$$6) \log_4 x = \log_4 2 \sqrt{2} + \log_4 8 \sqrt{8}; \log_4 x = \log_4 16 \sqrt{16}; x = 64;$$

$$b) \log_7 x = \log_7 14 - \log_7 98; \log_7 x = \log_7 \frac{1}{7}; x = \frac{1}{7};$$

$$r) \lg x = \lg \frac{1}{8} + \lg \frac{1}{125}; \lg x = \lg \frac{1}{1000}; x = \frac{1}{1000}.$$

$$43.10 \text{ (1512). a) } \log_{1/2} x = \log_{1/2} 19 - \log_{1/2} 38 + \log_{1/2} 3;$$

$$\log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{57}{38} = \log_{1/2} \frac{3}{2}; x = \frac{3}{2};$$

$$6) \log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 4 - \log_{0,2} 31; \log_{0,2} x = \log_{0,2} 12; x = 12;$$

$$b) \log_{\sqrt{7}} x = 2 \log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5; \log_{\sqrt{7}} = \log_{\sqrt{7}} (16 \cdot \frac{5}{2}); x = 40;$$

$$r) \log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{7}{9} + \log_{1/3} 21 - 2 \log_{1/3} 7; \log_{1/3} x = \log_{1/3} (\frac{1}{3}); x = \frac{1}{3}$$

$$43.11 \text{ (1513). a) } \lg x = 2 \lg 7 - 3 \lg 3 + \lg 8; \lg x = \lg (\frac{49 \cdot 8}{27}); x = \frac{392}{27}.$$

$$6) \lg x = 2 \lg 3 + \lg 6 - \frac{1}{2} \lg 9; \lg x = \lg (3 \cdot 6); x = 18;$$

$$b) \lg x = \frac{1}{2} \lg 3 + \frac{2}{3} \lg 5 - \frac{1}{3} \lg 4; \lg x = \lg \frac{\sqrt{3} \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}}; x = \sqrt[3]{3} \sqrt[3]{\frac{25}{4}}.$$

$$r) \lg x = -\frac{1}{2} \lg 5 + \lg \sqrt{5} + \frac{1}{4} \lg 25; \lg x = \lg \sqrt{5}; x = \sqrt{5}$$

$$1514 \text{ (c). a) } \log_{0,3} x = \log_{0,3} a - 2 \log_{0,3} b; \log_{0,3} x = \log_{0,3} \frac{a}{b^2}; x = \frac{a}{b^2}.$$

$$6) \log_{2,3} x = 4 \log_{2,3} c - 3 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{c^4}{b^3}; x = \frac{c^4}{b^3};$$

$$в) \log_{1/2} x = 6 \log_{1/2} b - \log_{1/2} c; \log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{b^6}{c}; x = \frac{b^6}{c};$$

$$г) \log_{2,3} x = -2 \log_{2,3} a - 5 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{1}{a^2 b^5}; x = \frac{1}{a^2 b^5}.$$

$$1515 (c). a) \log_2 x = 2 \log_2 a - \log_2 b + \log_2 c; \log_2 x = \log_2 \frac{a^2 c}{b}; x = \frac{a^2 c}{b}.$$

$$6) \log_{2/3} x = 4 \log_{2/3} b + 2 \log_{2/3} a - \log_{2/3} c; \log_{2/3} x = \log_{2/3} \frac{b^4 a^2}{c}; x = \frac{b^4 a^2}{c}$$

$$в) \log_5 x = \log_5 c - 2 \log_5 b + \log_5 a; \log_5 x = \log_5 \frac{ac}{b^2}; x = \frac{ac}{b^2}.$$

$$г) \log_{1/7} x = 3 \log_{1/7} a - 4 \log_{1/7} c + \log_{1/7} b; \log_{1/7} x = \log_{1/7} \frac{a^3 b}{c^4}; x = \frac{a^3 b}{c^4}.$$

$$43.12 (1516). a) \log_2 4 \cdot \log_3 27 = 2 \cdot 3 = 6; \quad 6) \log_5 125 : \log_4 16 = 3 : 2 = 3/2;$$

$$в) \log_{0,5} 0,25 : \log_{0,3} 0,09 = 2 : 2 = 4; \quad г) \lg 1000 : \lg 100 = \frac{3}{2}.$$

$$43.13 (1517). a) \log_{1/2} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4} = -2 \cdot 2 / (-1) = 4;$$

$$6) \log_{\sqrt{3}} 3 \sqrt{3} : \log_{1/7} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5} = 3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2};$$

$$в) \log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125 = 4 : (-1) \cdot 3 = -12;$$

$$г) \log_{\sqrt{5}} 5 \sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10 \sqrt{0,1} = 3 \cdot \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 3.$$

$$1518 (c). a) \log_{1/2} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 3^{\log_3 2} = (-4) \cdot (\frac{1}{3} - 2) : 2 = \frac{10}{3};$$

$$6) \log_{1/3} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt{2}}{8} : 7^{2 \log_7 2} = (-2) \cdot (\frac{1}{3} - 3) : 2^2 = \frac{4}{3};$$

$$в) \log_3 27 : \log_{1/2} 4 \cdot \log_7 \sqrt[3]{49} = 3 : (-2) \cdot \frac{2}{3} = -1;$$

$$г) \log_6 \frac{1}{6\sqrt{216}} \log_{0,3} \frac{1}{0,09} \cdot \lg 10 \sqrt{0,1} = \left(-1 - \frac{3}{2}\right) \cdot (-2) \cdot \frac{1}{2} = 2,5.$$

$$43.14 (1519). a) 2^{2+\log_2 5} = 4 \cdot 5 = 20; \quad 6) 5^{\log_5 16-1} = \frac{16}{5};$$

$$в) 3^{1+\log_3 8} = 3 \cdot 8 = 24; \quad г) 8^{\log_8 3-2} = \frac{3}{64}.$$

$$43.15 (1520). a) 2^{3\log_2 4} = 64;$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{2\log_{1/2} 7} = 49;$$

$$b) 5^{2\log_5 3} = 9;$$

$$r) (0,3)^{3\log_{0,3} 6} = 216.$$

$$43.16. a) 8^{\log_2 3} = 2^{3\log_2 3} = 27;$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{1/3} 13} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/3} 169} = 169;$$

$$b) 100^{\lg 5} = 10^{2\lg 5} = 5^2 = 25;$$

$$r) \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{1/2} 5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4\log_{1/2} 5} = 5^4 = 625.$$

$$1521 (c). a) 8^{\log_2 3} = 2^{3\log_2 3} = 27;$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{1/3} 13} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/3} 169} = 169;$$

$$b) 25^{\log_5 3} = 5^{2\log_5 3} = 9;$$

$$r) \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{1/2} 5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4\log_{1/2} 5} = 5^4 = 625.$$

$$1523 (c). a) \log_7 4 + \log_7 8 \vee \log_7 (4+8); \log_7 32 > \log_7 12;$$

$$b) \log_{0,5} 12 - \log_{0,5} 2 \vee \log_{0,5} (12-2); \log_{0,5} 6 \geq \log_{0,5} 10;$$

$$b) \log_{1/3} 16 + \log_{1/3} 4 \vee \log_{1/3} (16+4); \log_{1/3} 64 < \log_{1/3} 20;$$

$$r) \log_{\sqrt{3}} 15 - \log_{\sqrt{3}} 4 \vee \log_{\sqrt{3}} (15-4); \log_{\sqrt{3}} \frac{15}{4} < \log_{\sqrt{3}} 11.$$

$$1524 (c). y = ab^6; \log_c y = \log_c (ab^6) = \log_c a + 6\log_c b.$$

$$1525 (c). x = \frac{ab^2}{c}; \log_n x = \log_n \frac{ab^2}{c} = \log_n a + 2\log_n b - \log_n c.$$

$$1535 (c). a) \log_3 \left(2\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}\right) - \log_3 \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}\right) = \log_3 \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right) = 0;$$

$$b) \log_{\sqrt{3}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{19}\right) + \log_{\sqrt{3}} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{19}\right) = \log_{\sqrt{3}} 1 = 0;$$

$$b) \log_{1/3} \left(2\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right) + \log_{1/3} \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}\right)^{-1} = \log_{1/3} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2};$$

$$r) \log_{1/2} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) + \log_{1/2} \left(\operatorname{tg} \frac{5}{14} \pi\right) = \log_{1/2} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) + \log_{1/2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}\right) = \log_{1/2} 1 = 0.$$

$$43.17 (1536). a) 36^{1/2 \log_6 18} = 6^{\log_6 18} = 18;$$

$$b) 64^{1/4 \log_8 25} = 8^{\log_8 5} = 5;$$

$$b) 121^{1/2 \log_{11} 35} = 11^{\log_{11} 35} = 35;$$

$$r) 25^{1/4 \log_5 9} = 5^{\log_5 3} = 3.$$

$$43.18 (1537). a) \left(\frac{1}{4}\right)^{1+1/2 \log_{1/2} 14} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{1/2} 14} = \frac{7}{2};$$

$$b) 25^{1-1/2 \log_5 11} = 25 \cdot 5^{\log_5 \frac{1}{11}} = \frac{25}{11};$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^{1+1/2\log_{1/3} 18} = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/3} 18} = 2; \quad r) 49^{1-1/2\log_7 14} = 49 \cdot 7^{\log_7 \frac{1}{14}} = \frac{7}{2}.$$

$$43.19 (1505). a) \sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}} = \sqrt[3]{36 - 9} = \sqrt[3]{27} = 3;$$

$$b) \sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}} = \sqrt[4]{25 - 9} = 2.$$

$$43.20 (1522). a) \frac{\log_7 25}{\log_7 5} = \frac{2 \log_7 5}{\log_7 5} = 2; \quad b) \frac{\log_{1/2} 9}{\log_{1/2} 27} = \frac{2}{3};$$

$$b) \frac{\log_4 36}{\log_4 6} = 2; \quad r) \frac{\log_{0,3} 32}{\log_{0,3} 64} = \frac{5}{6}.$$

$$43.21 (1538). a) \frac{\frac{1}{2} \log_3 64 - 2 \log_3 2}{\log_3 2} = \frac{3 \log_3 2 - 2 \log_3 2}{\log_3 2} = 1;$$

$$b) \frac{\log_6 12 + 2 \log_6 2}{\frac{1}{3} \log_6 27 + 4 \log_6 2} = \frac{\log_6 48}{\log_6 48} = 1;$$

$$b) \frac{2 \log_{0,5} 2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4} = \frac{\log_{0,5} 4 \sqrt{10}}{\log_{0,5} 4 \sqrt{10}} = 1;$$

$$r) \frac{\log_{0,3} 16}{\log_{0,3} 15 - \log_{0,3} 30} = \frac{4 \log_{0,3} 2}{-\log_{0,3} 2} = -4.$$

$$43.22. a) \log_4 \sin \frac{\pi}{12} + \frac{1}{3} \log_4 \sin \frac{313\pi}{6} + \log_4 \sin \frac{7\pi}{12} =$$

$$= \log_4 \left( \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{13\pi}{4} \sin \frac{7\pi}{12} \right) = \log_4 \left( \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12} \right) =$$

$$= \log_4 \left( \frac{1}{4} \left( \cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{2\pi}{3} \right) \right) = \log_2 \left( 2^{-3} \right) = -\frac{3}{2}$$

$$b) \frac{1}{2} \log_8 \left( \cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} \right)^2 - \log_8 \left( \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^{-1} =$$

$$= \log_8 \left( \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = \log_8 \cos \frac{\pi}{4} = \log_2 \left( 2^{-\frac{1}{2}} \right) = -\frac{1}{6}$$

$$43.23 (1526). x = \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}}; \log_n x = \log_n \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}} = 2 \log_n a + 3 \log_n c - \frac{1}{2} \log_n b.$$

$$43.24 (1527). a) \log_2 16 a^2 b^3 = 4 + 2 \log_2 a + 3 \log_2 b;$$

$$b) \log_2 \left( \frac{1}{8} a (\sqrt{b})^7 \right) = -3 + \log_2 a + \frac{7}{2} \log_2 b;$$

$$b) \log_2 48a \sqrt{a} b^4 = 4 + \log_2 3 + \frac{3}{2} \log_2 a + 4 \log_2 b; \quad r) \log_2 \frac{b^3}{4a^5} = 3 \log_2 b - 2 - 5 \log_2 a$$

$$43.25 (1528). a) \log_5 \frac{125a^4}{b^4} = 3 + 4 \log_5 a - 4 \log_5 b;$$

$$b) \log_5 \frac{625(\sqrt{ab})^3}{c^{1/2}} = 4 + \frac{3}{2} \log_5 a + 3 \log_5 b - \frac{1}{2} \log_5 c;$$

$$b) \log_5 \frac{25\sqrt{5}a^6 b^7}{c^3} = 2,5 + 6 \log_5 a + 7 \log_5 b - 3 \log_5 c;$$

$$r) \log_5 \left( \frac{a^6}{\sqrt[5]{b^2}} \right)^{-3} = \log_5 \frac{b^{6/5}}{a^{18}} = \frac{6}{5} \log_5 b - 18 \log_5 a.$$

$$43.26 (1529). a) \log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7; \log_4 x = \log_4 14; x = 14;$$

$$b) \log_{1/3} x - \log_{1/3} 7 = \log_{1/3} 4; \log_{1/3} x = \log_{1/3} 28; x = 28;$$

$$b) \log_9 x = \log_9 5 + \log_9 6; \log_9 x = \log_9 30; x = 30;$$

$$r) \log_{1/4} x - \log_{1/4} 9 = \log_{1/4} 5; \log_{1/4} x = \log_{1/4} 45; x = 45.$$

$$43.27 (1530). a) \log_6 12 + \log_6 x = \log_6 24; \log_6 x = \log_6 2; x = 2;$$

$$b) \log_{0,5} 3 + \log_{0,5} x = \log_{0,5} 12; \log_{0,5} x = \log_{0,5} 4; x = 4;$$

$$b) \log_5 13 + \log_5 x = \log_5 39; \log_5 x = \log_5 3; x = 3;$$

$$r) \log_{1/3} 8 + \log_{1/3} x = \log_{1/3} 4; \log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{1}{2}; x = \frac{1}{2}.$$

$$43.28 (1531). a) \log_2 3x = \log_2 4 + \log_2 6; \log_2 3x = \log_2 24; x = 8;$$

$$b) \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 6 + \log_{\sqrt{3}} 2; \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 12; x = 24;$$

$$b) \log_4 5x = \log_4 35 - \log_4 7; \log_4 5x = \log_4 5; x = 1;$$

$$r) \log_{\sqrt{2}} \left( \frac{x}{3} \right) = \log_{\sqrt{2}} 15 - \log_{\sqrt{2}} 6; \log_{\sqrt{2}} \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{2}} \frac{5}{2}; x = \frac{15}{2}$$

$$43.29 (1540). a) \log_x 8 - \log_x 2 = 2; \log_x 4 = 2; x^2 = 4; x = 2;$$

$$b) \log_x 2 + \log_x 8 = 4; \log_x 2(3+1) = 4; \log_x 2 = 1; x = 2;$$

$$b) \log_x 3 + \log_x 9 = 3; \log_x 3(1+2) = 3; \log_x 3 = 1; x = 3;$$

$$r) \log_x \sqrt{5} + \log_x (25 \sqrt{5}) = 3; \log_x \sqrt{5} + \log_x \sqrt{5} + 4 \log_x \sqrt{5} = 3;$$

$$\log_x \sqrt{5} = 1/2; x = 5.$$

$$43.30 (1532). a) \lg(9 \cdot 10^2) = \lg 9 + 2 \approx 2,95;$$

$$b) \lg(9 \cdot 10^{-3}) = \lg 9 - 3 \approx -2,05;$$

$$b) \lg(9 \cdot 10^4) = \lg 9 + 4 \approx 4,95;$$

$$r) \lg(9 \cdot 10^{-5}) = \lg 9 - 5 \approx -4,05.$$

$$43.31 (1533). a) \lg(\lg 50) = \lg(1 + \lg 5) \approx \lg(1,7);$$

$$b) \lg(\lg(0,005)) = \lg(\lg 5 - 3), \text{ т. к. } \lg 5 - 3 < 0, \text{ то это не удовлетворяет ОДЗ};$$

$$b) \lg(\lg 5000) = \lg(3 + \lg 5) \approx \lg(3,7);$$

$$r) \lg(\lg(0,00005)), \text{ т. к. } \lg 0,00005 < 0, \text{ то это не удовлетворяет ОДЗ}.$$

$$43.32 (1534). a) \log_{\sqrt{2}} \left( \sin \frac{\pi}{8} \right) + \log_{\sqrt{2}} \left( 2 \cos \frac{\pi}{8} \right) = \log_{\sqrt{2}} \left( 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \right) =$$

$$= \log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2 = -1;$$

$$b) \log_{1/2} \left( \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \right) + \log_{1/2} \left( \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \right) =$$

$$= \log_{1/2} \left( \cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{6} \right) = \log_{1/2} \left( \cos \frac{\pi}{3} \right) = \log_{1/2} (1/2) = 1;$$

$$b) \log_{1/2} \left( 2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_{1/2} \left( \cos \frac{\pi}{12} \right) = \log_{1/2} \left( \sin \frac{\pi}{6} \right) = 1;$$

$$r) \log_{\sqrt{3}/2} \left( \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_{\sqrt{3}/2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \right) =$$

$$= \log_{\sqrt{3}/2} \left( \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} \right) = \log_{\sqrt{3}/2} \left( \cos \frac{\pi}{6} \right) = 1.$$

$$43.33 (1541). \log_3 2 = a; \log_3 5 = b;$$

$$a) \log_3 10 = \log_3 2 + \log_3 5 = a + b; \quad b) \log_3 20 = 2 \log_3 2 + \log_3 5 = 2a + b;$$

$$b) \log_3 50 = 2 \log_3 5 + \log_3 2 = a + 2b; \quad r) \log_3 200 = \log_3 2 + \log_3 2 + 2 \log_3 5 + \log_3 2 = 3a + 2b.$$

$$43.34 (1539). a) \log_3 4\sqrt[4]{2}; 4\sqrt[4]{3};$$

$$3^{\sqrt[4]{2}} < 3^{1.2} = 3^{\frac{6}{5}}; 4^5 \sqrt[3]{6}; 1024 > 729; \log_3 4 > \sqrt[4]{2};$$

$$b) \log_3 3\sqrt[3]{7}; 3\sqrt[3]{2}; 2^{\sqrt[3]{7}} > 2^{2.5} = 2^{\frac{5}{2}}; 3^2 \sqrt[3]{2^5}; 9 < 32; \log_2 3 < \sqrt[3]{7}.$$

$$1542 (c). \log_5 3 = m; \log_5 2 = n;$$

$$a) \log_5 6 = \log_5 3 + \log_5 2 = m + n;$$

$$b) \log_5 24 = \log_5 3 + 3 \log_5 2 = m + 3n;$$

$$c) \log_5 18 = 2 \log_5 3 + \log_5 2 = 2m + n;$$

$$r) \log_5 72 = 2 \log_5 3 + 3 \log_5 2 = 2m + 3n.$$

$$1543 (c). \log_{1/2} 7 = c; \log_{1/2} 3 = a;$$

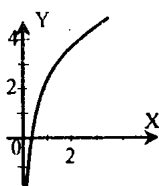
$$a) \log_{1/2} 21 = \log_{1/2} 3 + \log_{1/2} 7 = a + c;$$

$$b) \log_{1/2} \frac{1}{42} = \log_{1/2} 7 - \log_{1/2} 3 + 1 = 1 - a - c;$$

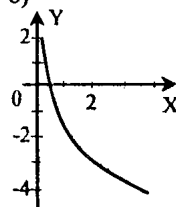
$$b) \log_{1/2} 147 = 2 \log_{1/2} 7 + \log_{1/2} 3 = 2c + a;$$

$$r) \log_{1/2} \frac{49}{\sqrt{3}} = 2 \log_{1/2} 7 - \frac{1}{2} \log_{1/2} 3 = 2c - \frac{1}{2} a.$$

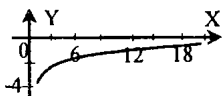
$$43.35 (1544). a)$$



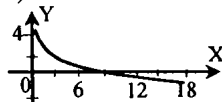
$$b)$$



в)

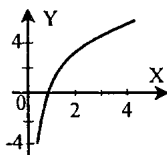


г)

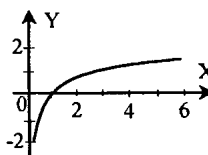


45.36 (1545).

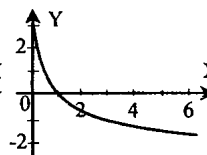
а)



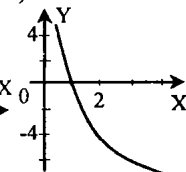
б)



в)

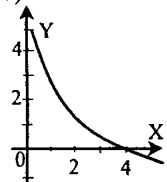


г)

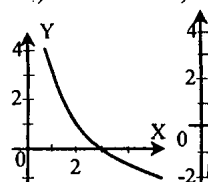


45.37 (1546).

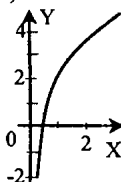
а)



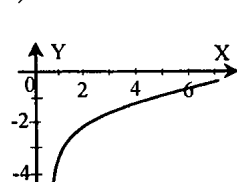
б)



в)



г)



### § 44. Логарифмические уравнения

1547 (с). а)  $\log_2 x = 3$ ;  $x = 8$ :

б)  $\log_2 x = -2$ ;  $x = \frac{1}{4}$ ;

в)  $\log_2 x = \frac{1}{2}$ ;  $x = \sqrt{2}$ .

г)  $\log_2 x = -\frac{1}{2}$ ;  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

1548 (с). а)  $\log_5 x = 2$ ;  $x = 25$ :

б)  $\log_{1/3} x = -1$ ;  $x = 3$ ;

в)  $\log_{0,2} x = 4$ ;  $x = \frac{1}{625}$ ;

г)  $\log_7 x = \frac{1}{3}$ ;  $x = \sqrt[3]{7}$ .

44.1 (1549). а)  $\log_2(3x-6) = \log_2(2x-3)$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} 3x-6 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x > 1,5 \end{cases} \Rightarrow x > 2$ :

$3x-6=2x-3$ ;  $x=3$ :

б)  $\log_6(14-4x) = \log_6(2x-2)$ ;  $\begin{cases} 2x+2 > 0 \\ 14-4x = 2x+2 \end{cases}$ ,  $6x=12$ ;  $x=2$ ;

в)  $\log_{1/6}(7x-9) = \log_{1/6} x$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x > 0 \\ 7x-9 = x \end{cases}$ ;  $x = 3/2$ .

г)  $\log_{0,2}(12x+8) = \log_{0,2}(11x+7)$ ;  $\begin{cases} 11x+7 > 0 \\ 12x+8 = 11x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7/11 \\ x = -1 \end{cases}$ .

Решений нет.



**44.2 (1550).** а)  $\log_3(x^2+6)=\log_3 5x$ .

ОДЗ:  $\begin{cases} x^2+6>0 \\ 5x>0 \end{cases} \Rightarrow x>0; x^2-5x+6=0; x=3, x=2;$

б)  $\log_{1/2}(7x^2-200)=\log_{1/2} 50x$ ; ОДЗ:  $x>\sqrt{\frac{200}{7}}$ ;

$7x^2-50x-200=0$ ;  $\frac{D}{4}=625+1400=45^2$ ;  $x=\frac{25-45}{7}$  не подходит,  $x=10$ ;

в)  $\lg(x^2-6)=\lg(8+5x)$ ; ОДЗ: ОДЗ:  $\begin{cases} |x|>\sqrt{6} \\ x>-\frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x>\sqrt{6}; x^2-5x-14=0;$

$x=-2$  не подходит;  $x=7$ .

г)  $\lg(x^2-8)=\lg(2-9x)$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} |x|>\sqrt{8} \\ x<\frac{2}{9} \end{cases}; x<-\sqrt{8}; x^2+9x-10=0; x=1$  не

подходит,  $x=-10$ .

**44.3 (1551).** а)  $\log_{0,1}(x^2+4x-20)=0$ ; ОДЗ:  $x^2+4x-20>0$ ;  $\begin{cases} x<-2-2\sqrt{6} \\ x>-2+2\sqrt{6} \end{cases}$

$x^2+4x-20=1$ ;  $x^2+4x-21=0$ ;  $x=-7, x=3$ ;

б)  $\log_{1/3}(x^2-10x+10)=0$ ; ОДЗ:  $x^2-10x+10=0$ ;  $\begin{cases} x<5-\sqrt{15} \\ x>5+\sqrt{15} \end{cases}; x^2-10x+10=1;$

$x^2-10x+9=0$ ;  $x=9, x=1$ ;

в)  $\log_7(x^2-12x+36)=0$ ; ОДЗ:  $x^2-12x+36>0$ ;  $\forall x \neq 6$ ;  $x^2-12x+36=1$ ;

$x^2-12x+35=0$ ;  $x=7, x=5$ ;

г)  $\log_{12}(x^2-8x+16)=0$ ; ОДЗ:  $x^2-8x+16>0$ ;  $\forall x \neq 4$ ;  $x^2-8x+16=1$ ;

$x^2-8x+15=0$ ;  $x=3, x=5$ .

**44.4 (1552).** а)  $\log_3(x^2-11x+27)=2$ ;

ОДЗ:  $x^2-11x+27>0$ ;  $\begin{cases} x<\frac{11-2\sqrt{3}}{2} \\ x>\frac{11+2\sqrt{3}}{2} \end{cases}; x^2-11x+27=9; x^2-11x+18=0; x=9, x=2;$

б)  $\log_{1/7}(x^2+x-5)=-1$ ; ОДЗ:  $x^2+x-5>0$ ;  $\begin{cases} x<\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ x>\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{cases}; x^2+x-5=7;$

$x^2+x-12=0$ ;  $x=-4, x=3$ ;

$$\text{в) } \log_2(x^2-3x-10)=3; \text{ ОДЗ: } x^2+3x-1>0; \begin{cases} x>5 \\ x<-2 \end{cases}; x^2-3x-10=8; \\ x^2-3x-18=0; x=6, x=-3;$$

$$\text{г) } \log_{1/3}(x^2+3x-1)=-2; \text{ ОДЗ: } x^2+3x-1>0; \begin{cases} x<\frac{-3-\sqrt{13}}{2} \\ x>\frac{-3+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$x^2+3x-1=9; x^2+3x-10=0; x=-5, x=2.$$

$$44.5 (1553). \text{ а) } \log_2(x^2+7x-5)=\log_2(4x-1);$$

$$\begin{cases} 4x-1>0 \\ x^2+7x-5=4x-1 \end{cases}; x^2+3x-4=0; x=-4 \text{ не подходит, } x=1;$$

$$\text{б) } \log_{0,3}(-x^2+5x+7)=\log_{0,3}(10x-7);$$

$$\begin{cases} 10x-7>0 \\ -x^2+5x+7=10x-7 \end{cases}; \begin{cases} x>0,7 \\ x^2+5x-14=0 \end{cases}; x=-7 \text{ не подходит, } x=2;$$

$$\text{в) } \log_2(x^2+x-1)=\log_2(-x+7); \begin{cases} -x+7>0 \\ x^2+2x-8=0 \end{cases}; x=-4, x=2;$$

$$\text{г) } \log_{0,2}(-x^2+4x+5)=\log_{0,2}(-x-31);$$

$$\begin{cases} -x-31>0 \\ x^2-5x-36=0 \end{cases}; x=-4, x=9 \text{ ни один не подходит.}$$

$$44.6 (1554). \text{ а) } \log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_2 x = 3; x = 8; \log_2 x = 1; x = 2;$$

$$\text{б) } \log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_4 x = 2; x = 16; \log_4 x = -1; x = 1/4;$$

$$\text{в) } \log_{1/2}^2 x + 3\log_{1/2} x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/2} x = -2; x = 4; \log_{1/2} x = -1; x = 2;$$

$$\text{г) } \log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,2} x = -3; x = 125; \log_{0,2} x = 2; x = \frac{1}{25}.$$

$$44.7 (1555). \text{ а) } 2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_5 x = \frac{-5-3}{4} = -2; x = \frac{1}{25};$$

$$\log_5 x = -\frac{1}{2}; x = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

$$\text{б) } 3\log_4^2 x - 7\log_4 x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_4 x = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3}; x = \sqrt[3]{4}; \log_4 x = 2; x = 16;$$

$$\text{в) } 2\log_{0,3}^2 x - 7\log_{0,3} x - 4 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,3} x = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2}; x = \sqrt{\frac{10}{3}};$$

$$\log_{0,3} x = 4; x = 0,0081;$$

$$\text{г) } 3\log_{1/2}^2 x + 5\log_{1/2} x - 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/2} x = \frac{-5-7}{6} = -2; x = 4;$$

$$\log_{1/2} x = \frac{1}{3}; x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

44.8 (1556). а)  $\log_2 x = \log_2 3 + \log_2 5$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_2 x = \log_2 15$ ;  $x = 15$ ;

б)  $\log_7 4 = \log_7 x - \log_7 9$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_7 x = \log_7 36$ ;  $x = 36$ ;

в)  $\log_{1/3} 4 + \log_{1/3} x = \log_{1/3} 18$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{9}{2}$ ;  $x = \frac{9}{2}$ ;

г)  $\log_{0,4} 9 - \log_{0,4} x = \log_{0,4} 3$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_{0,4} x = \log_{0,4} 3$ ;  $x = 3$ .

44.9 (1557). а)  $2\log_8 x = \log_8 2,5 + \log_8 10$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $x^2 = 25$ ;  $x = 5$ ;  $x = -5$  не подходит;

б)  $3\log_2 \frac{1}{2} - \log_2 \frac{1}{32} = \log_2 x$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_2 x = \log_2 4$ ;  $x = 4$ ;

в)  $3\log_{1/7} x = \log_{1/7} 9 + \log_{1/7} 3$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_{1/7} x^3 = \log_{1/7} 27$ ;  $x = 3$ ;

г)  $4\log_{0,1} x = \log_{0,1} 2 + \log_{0,1} 8$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $x^4 = 16$ ;  $x = 2$ ,  $x = -2$  не подходит.

44.10 (1558). а)  $\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x > 2 \\ x > -2 \\ x > 1/2 \end{cases}$ ;

$\log_3(x^2-4) = \log_3(2x-1)$ ;  $x^2-2x-3=0$ ;  $x=3$ ,  $x=-1$  не подходит;

б)  $\log_{11}(x+4) + \log_{11}(x-7) = \log_{11}(7-x)$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x > -4 \\ x > 7 \\ x < 7 \end{cases}$   $x \in \emptyset$ . Нет решений;

в)  $\log_{0,6}(x+3) + \log_{0,6}(x-3) = \log_{0,6}(2x-1)$ ;  $\log_{0,6}(x^2-9) = \log_{0,6}(2x-1)$ ;  $x^2-2x-8=0$ ;

ОДЗ:  $\begin{cases} x > -3 \\ x > 3 \\ x > 1/2 \end{cases}$   $x > 3$ ;  $x=4$ ,  $x=-2$  не подходит;

г)  $\log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x)$ ;

ОДЗ:  $\begin{cases} x > -2 \\ x > -3 \\ x < 1 \end{cases}$   $x \in (-2; 1)$ ;  $\log_{0,4}(x^2+5x+6) = \log_{0,4}(1-x)$ ;  $x^2+6x+5=0$ ;  $x=-5$  не

подходит,  $x=-1$

44.11 (1559). а)  $\log_{23}(2x-1) - \log_{23} x = 0$ ; ОДЗ:  $x > \frac{1}{2}$ ;  $2x-1=x$ ;  $x=1$ ;

б)  $\log_{0,5}(4x-1) - \log_{0,5}(7x-3) = 1$ ;

ОДЗ:  $\begin{cases} x > 3/7 \\ x > 1/4 \end{cases}$   $x > \frac{3}{7}$ ;  $4x-1 = \frac{1}{2}(7x-3)$ ;  $x=-1$  — не подходит  $\Rightarrow$  нет решения.

в)  $\log_{3,4}(x^2-5x-8) - \log_{3,4} x = 0$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x^2-5x+8 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$   $\begin{cases} \forall x \\ x > 0 \end{cases}$   $x > 0$ ;

$x^2-6x+8=0$ ;  $x=4$ ,  $x=2$ ;

$$r) \log_{1/2}(x+9) - \log_{1/2}(8-3x) = 2; \text{ ОДЗ: } x \in (-9; \frac{8}{3}); 4(x+9) = 8-3x;$$

$$7x = -28; x = -4.$$

$$44.12. a) \log_x(2x^2+x-2) = 3 \Leftrightarrow \log_x(2x^2+x-2) = \log_x x^3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x^2 + x - 2 = x^3 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x-2) - (x-2) = 0 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x+1)(x-2) \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2,$$

$$6) \log_{x-1}(12x-x^2-19) = 3 \Leftrightarrow \frac{\log_3(12x-x^2-19)}{\log_3(x-1)} = 3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \log_3(12x-x^2-19) = \log_3(x-1)^3 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 1 \\ x-1 > 0 \\ 12x-x^2-19 = x^3-3x^2+3x-1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ (x-2)(x^2-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3;$$

$$1560 (c). a) f(x) = \log_3(5x-2); f(3x-1) = \log_3(15x-7); \log_3(5x-2) = \log_3(15x-7);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 2/5 \\ x > 7/15 \end{cases}; x > \frac{7}{15}; 5x-2 = 15x-7; 10x = 5; x = \frac{1}{2};$$

$$6) f(x) = \log_2(8x-1); f\left(\frac{x}{2} + 5\right) = \log_2(4x+39); \log_2(8x-1) = \log_2(4x+39);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 1/8 \\ x > -(39/4) \end{cases}; x > 1/8; 8x-1 = 4x+39; 4x = 40; x = 10;$$

$$1562 (c). a) \log_x(2x^2+x-2) = 3 \Leftrightarrow \log_x(2x^2+x-2) = \log_x x^3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x^2 + x - 2 = x^3 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x-2) - (x-2) = 0 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x+1)(x-2) \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2;$$

$$6) \log_{2x-1}(3x^2+x-4) = \log_{2x-1}(x^2-6x-6) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \neq 1 \\ 3x^2+x-4 > 0 \\ 3x^2+x-4 = x^2-6x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \\ 3x^2+x-4 > 0 \\ 2x^2+7x+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \\ 3x^2+x-4 > 0 \\ x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Решений нет, т.к. } \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4} < \frac{1}{2};$$

$$в) \log_{x-1}(12x-x^2-19) = 3 \Leftrightarrow \frac{\log_3(12x-x^2-19)}{\log_3(x-1)} = 3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \log_3(12x - x^2 - 19) = \log_3(x-1)^3 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 1 \\ x-1 > 0 \\ 12x - x^2 - 19 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ (x-2)(x^2-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3;$$

$$r) \log_{4x-3}(2x^2-3x-1) = \log_{4x-3}(x^2+2x-5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-3x-1 = x^2+2x-5 \\ x^2+2x-5 > 0 \\ 4x-3 > 0 \quad 4x-3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+4 = 0 \\ x^2+2x-5 > 0 \\ x > \frac{3}{4} \quad x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases} \\ x^2+2x-5 > 0 \\ x > \frac{3}{4} \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

**44.13 (1563).** a)  $\lg^2 x - \lg x + 1 = \frac{9}{\lg 10x}$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $x \neq \frac{1}{10}$ ;  $\lg^2 x - \lg x + 1 + \lg^3 x - \lg^2 x + \lg x - 9 = 0$ ;  $\lg^3 x = 8$ ;  $\lg x = 2$ ;  $x = 100$ ;

б)  $\log_3^2 x + 3 \log_3 x + 9 = \frac{37}{\log_3(x/27)}$ ;

$\log_3^3 x + 3 \log_3^2 x + 9 \log_3^2 x - 3 \log_3^2 x - 9 \log_3 x - 27 = 37$ ;  $\log_3^3 x = 64$ ;  $\log_3 x = 4$ ;  $x = 81$ ;

в)  $\lg^2 x - 2 \lg x + 4 = \frac{9}{\lg 100x}$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $x \neq 1/100$ ;

$2 \lg^2 x - 4 \lg x + 8 + \lg^3 x - 2 \lg^2 x + 4 \lg x = 9$ ;  $\lg^3 x = 1$ ;  $\lg x = 1$ ;  $x = 10$ ;

г)  $\log_2^2 x + 7 \log_2 x + 49 = \frac{-218}{\log_2(x/128)}$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $x \neq 128$ ;

$\log_3^3 x + 7 \log_2^2 x + 49 \log_2 x - 7 \log_2 x - 49 \log_2 x - 343 = -218$ ;

$\log_2^3 x = 125$ ;  $\log_2 x = 5$ ;  $x = 32$ .

**44.14 (1567).** а)  $\lg 100x \cdot \lg x = -1$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\lg^2 x + 2 \lg x + 1 = 0$ ;  $\lg x = -1$ ;  $x = \frac{1}{10}$

б)  $\lg^2 10x + \lg 10x = 6 - 3 \lg \frac{1}{x}$ ;  $\lg^2 x + 2 \lg x + 1 + \lg x + 1 - 6 - 3 \lg x = 0$ ;

$\lg^2 x = 4$ ;  $\lg x = \pm 2$ ;  $x = 100$ ;  $x = \frac{1}{100}$

**44.15 (1568).** а)  $2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4$ ; ОДЗ:  $x < 0$ ;  $\lg^2(-x) - 4 \lg(-x) + 4 = 0$ ;  $\lg(-x) = 2$ .  
 $x = -100$ ;

$$6) \lg^2 x^3 + \lg x^2 = 40; \text{ ОДЗ: } x > 0; 9 \lg^2 x + 2 \lg x - 40 = 0; \lg x = \frac{-1-19}{9} = -\frac{20}{9};$$

$$x = \frac{1}{10^{20/9}}; \lg x = \frac{18}{9} = 2; x = 100.$$

$$44.16 \text{ (1564). а) } x^{\log_3 x} = 81; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию 3: } \log_3^2 x = 4; \log_3 x = \pm 2; x = 9; x = 1/9;$$

$$б) x^{\log_{0,5} x} = 1/16; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию 1/2: } \log_{1/2}^2 x = 4; \log_{1/2} x = \pm 2; x = 1/4; x = 4;$$

$$в) x^{\log_2 x} = 16; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию 2: } \log_2^2 x = 4; \log_2 x = \pm 2; x = 4; x = 1/4;$$

$$г) x^{\log_{1/3} x} = \frac{1}{81}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию } \frac{1}{3}:$$

$$\log_{1/3}^2 x = 4; \log_{1/3} x = \pm 2; x = 9; x = \frac{1}{9}.$$

$$44.17 \text{ (1565). а) } x^{1+\log_3 x} = 9; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0; \log_3 x = -2; x = \frac{1}{9},$$

$$\log_3 x = 1; x = 3;$$

$$б) x^{\log_{0,5} x - 2} = 0,125; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,5}^2 x - 2 \log_{0,5} x - 3 = 0; \log_{0,5} x = 3; x = 0,125; \dots$$

$$\log_{0,5} x = -1; x = 2;$$

$$в) x^{5+\log_2 x} = \frac{1}{16}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_2^2 x + 5 \log_2 x = -4; \log_2 x = -1; x = \frac{1}{2};$$

$$\log_2 x = -4; x = \frac{1}{16};$$

$$г) x^{\log_{1/3} x - 4} = 27; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/3}^2 x - 4 \log_{1/3} x + 3 = 0; \log_{1/3} x = 3; x = \frac{1}{27};$$

$$\log_{1/3} x = 1; x = \frac{1}{3}.$$

$$44.18 \text{ (1561). а) } \begin{cases} \log_2(x^2 + 3x - 2) - \log_2 y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \quad y = 3x - 2; \quad \log_2(x^2 + 3x - 2) = \log_2(6x - 4);$$

$$2) = \log_2(6x - 4);$$

$$\begin{cases} 6x - 4 > 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 6x - 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}; \quad x = 2, y = 4; x = 1, y = 1;$$

$$6) \begin{cases} 2x + y = 7 \\ \log_3(x^2 + 4x - 3) - \log_3 y = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = 7 - 2x \\ x^2 + 4x - 3 = 21 - 6x \end{cases};$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2 + 4x - 3 > 0; \\ 7 - 2x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -2 - \sqrt{7} \\ x > -2 + \sqrt{7}; \\ x < 7/2 \end{cases}; \quad x \in (-\infty; -2 - \sqrt{7}) \cup (-2 + \sqrt{7}; \frac{7}{2}).$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0; x = -12, y = 31; x = 2, y = 3.$$

$$1566 \text{ (c). a) } \log_2(x-3)(x+5) + \log_2 \frac{x-3}{x+5} = 2; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} (x-3)(x+5) > 0 \\ \frac{x-3}{x+5} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -5 \\ x > 3 \end{cases}.$$

$$2\log_2|x-3|=2; |x-3|=2; x=1 \text{ не подходит; } x=5;$$

$$6) \log_3(x+3)(x+5) + \log_3(\frac{x+3}{x+5}) = 4; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} (x+3)(x+5) > 0 \\ \frac{x+3}{x+5} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -5 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\log_3|x+3|=2; |x+3|=9; x=6, x=-12.$$

$$1569 \text{ (c). a) } \log_5(6-5^x) = 1-x; \text{ ОДЗ: } 5^x < 6; 6-5^x = 5^{1-x}; 5^{2x} \cdot 6 \cdot 5^x \cdot 5 = 0; 5^x = 5; x=1; 5^x = 1; x=0;$$

$$6) \log_3(4 \cdot 3^{x-1} - 1) = 2x-1; \text{ ОДЗ: } 3^{x-1} > 1/4; 4 \cdot 3^{x-1} - 1 = 3^{2x-1}; 3^{2x} \cdot 4 \cdot 3^x \cdot 3 = 0; 3^x = 3; x=1; 3^x = 1; x=0.$$

$$1570 \text{ (c). a) } \log_9(3^{x+2}x-20) = x - x\log_9 3; \text{ ОДЗ: } 3^x + 2x - 20 > 0;$$

$$3^{x+2}x-20 = 9^{x-x\log_9 3}; 3^{x+2}x-20 = 9^x \cdot 3^{-x}; 2x-20=0; x=10;$$

$$6) 0,4^{\lg^2 x - 1} = 6,25^{-2 - \lg x^2}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \left(\frac{2}{5}\right)^{\lg^2 x - 1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4 - 2\lg x^2};$$

$$\lg^2 x - 1 = 4 + 4 \lg x; \lg^2 x - 4 \lg x - 5 = 0; \lg x = 5; x = 100000; \lg x = -1, x = 1/10.$$

$$1571 \text{ (c).}$$

$$a) 6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} = 12; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^{\log_6 x} = 6; \log_6^2 x = 1; x = 6; x = \frac{1}{6};$$

$$6) 10^{\lg^2 x} + 9x^{\lg x} = 1000; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^{\lg x} = 100; \lg^2 x = 2; \lg x = \pm \sqrt{2}; x = 10^{\pm \sqrt{2}}$$

$$44.19 \text{ (1572). a) } \begin{cases} \log_5(x+y) = 1 \\ \log_6 x + \log_6 y = 1 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x+y > 0 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 5-y \\ \log_6(5y-y^2) = 1 \end{cases},$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \\ y = 3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} \log_{0,5}(x+2y) = \log_{0,5}(3x+y) \\ \log_7(x^2-y) = \log_7 x \end{cases} : \text{ОДЗ: } \begin{cases} x+2y > 0 \\ 3x+y > 0 \\ x^2-y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ \log_7(x^2 - 2x) = \log_7 x \end{cases} : x^2 - 3x = 0; x=0, y=0 \text{ не подходит; } x=3, y=6;$$

$$44.20 (1572). a) \begin{cases} \log_9(x-y) = 1/2 \\ \log_{64} x - \log_{64} y = 1/3 \end{cases} : \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > y \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases} : \begin{cases} x = 3 + y \\ \log_{64}(3+y) = \log_{64} 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 + y \\ 3 = 3y \end{cases} ; y=1; x=4;$$

$$6) \begin{cases} \log_{1/3}(3x-y) = \log_{1/3}(x+4) \\ \log_9(x^2+x-y) = \log_9 x^2 \end{cases} : \text{ОДЗ: } \begin{cases} 3x-y > 0 \\ x > -4 \\ x^2+x-y > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} ; \begin{cases} y = 2x-4 \\ x^2-x+4 = x^2 \end{cases}$$

$$x=4; y=4.$$

$$44.21 (1573). a) \begin{cases} 2^{x^2} = 16 \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases} ; \begin{cases} x=4-y \\ 4y-y^2=3 \end{cases} ;$$

$$y^2-4y+3=0; \begin{cases} y=3 \\ x=1 \\ y=1 \\ x=3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \left(\frac{1}{3}\right)^{-y} = \frac{1}{27} \\ \log_2 2x - \log_2 y = 2 \end{cases} : \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} 2x-y=3 \\ \log_2 2x = \log_2 4y \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = 2x-3 \\ \log_2 2x = \log_2(8x-12) \end{cases} ; 6x=12; x=2, y=1;$$

$$44.22 (1573). a) \begin{cases} 9^x \cdot 3^y = 81 \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} y = 4-2x \\ 4x-2x^2+1=0 \end{cases} ;$$

$$x^2-2x+1=0; x=1, y=2;$$

$$6) \begin{cases} (1/2)^x (\sqrt{2})^y = \log_9 3 \\ \log_4 y - \log_4 x = 1 \end{cases} : \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} -x + (y/2) = -1 \\ \log_4 y = \log_4 4x \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = -2+2x \\ -2+2x = 4x \end{cases} ; x=-1. \text{ решений нет.}$$



$$1574 \text{ (c). a) } \begin{cases} \log_2(x-y) - \log_2 3 = 2 - \log_2(x+y) \\ \log_{1/2}(x-y) = -2 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x-y > 0 \\ x+y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 + y \\ 2 - \log_2 3 = 2 - \log_2(2y + 4) \end{cases};$$

$$\log_2(2y+4) = \log_2 3; y = -(1/2), x = 3, 5;$$

$$6) \begin{cases} \log_3(x+2y) - 2\log_3 4 = 1 - \log_3(x-2y) \\ \log_{1/4}(x-2y) = -1 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x+2y > 0 \\ x-2y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 + y \\ \log_3(4+4y) = 1 + 2\log_3 4 - \log_3 4 \end{cases}; \log_3(4+4y) = \log_3 12; y = 2, x = 8.$$

$$1575 \text{ (c). a) } \begin{cases} 2\log_3 y + 3^{x^2+5x-5} = 7 \\ 3\log_3 y - 3^{x^2+5x-5} = 3 \end{cases}; \begin{cases} \log_3 y = 2, y = 9 \\ 4 + 3^{x^2+5x-5} = 7 \end{cases};$$

$$x^2+5x-5=1; x^2+5x-6=0; x=-6; x=1; (1; 9), (-6; 9);$$

$$6) \begin{cases} 2\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 8 \\ 3\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 11 \end{cases}; \begin{cases} \log_2 x = 3, x = 8 \\ 2^{y^2+4y-4} = 2 \end{cases}; y^2+4y-5=0; y=-5; y=1$$

## § 45. Логарифмические неравенства

$$45.1 \text{ (1576). a) } \log_2 x \geq 4; x \geq 16; \quad 6) \log_2 x \leq -3; x \leq \frac{1}{8}, x > 0;$$

$$b) \log_2 x < \frac{1}{2}; x \in (0; \sqrt{2}); \quad r) \log_2 x > -\frac{1}{2}; x > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$45.2 \text{ (1577). a) } \log_{1/3} x \leq 2; x \geq 1/9; \quad 6) \log_{1/2} x \geq -3; x \in (0; 8];$$

$$b) \log_{0.2} x < 3; x > \frac{1}{125}; \quad r) \log_{0.1} x > -\frac{1}{2}; x \in (0; \sqrt{10}).$$

$$45.3 \text{ (1578). a) } \log_5(3x+1) < 2; (3x+1) \in (0; 25); x \in (-\frac{1}{3}; 8);$$

$$6) \log_{0.5} \frac{x}{3} \geq -2; \frac{x}{3} \in (0; 4]; x \in (0; 12];$$

$$b) \log_{1/4} \frac{x}{5} > 1; \frac{x}{5} \in (0; \frac{1}{4}); x \in (0; \frac{5}{4});$$

$$r) \log_{\sqrt{3}}(2x-3) < 4; (2x-3) \in (0; 9); x \in (\frac{3}{2}; 6).$$

$$45.4 \text{ (1579). a) } \log_c x > \log_c(3x-4); \text{ ОДЗ: } x > \frac{4}{3}; 2x < 4; x < 2, x \in (\frac{4}{3}; 2),$$

$$\text{б) } \log_{0,6}(2x-1) < \log_{0,6}x; \text{ ОДЗ: } x > \frac{1}{2}; x > 1;$$

$$\text{в) } \log_{1/3}(5x-9) \geq \log_{1/3}4x; \text{ ОДЗ: } x > \frac{9}{5}; x \leq 9; x \in (\frac{9}{5}; 9];$$

$$\text{г) } \log_3(8-6x) \leq \log_32x; \text{ ОДЗ: } x \in (0; \frac{4}{3}); 8 \leq 8x; x \geq 1; x \in [1; \frac{4}{3}).$$

$$\text{45.5 (1580). а) } \log_2(5x-9) \leq \log_2(3x+1); \text{ ОДЗ: } x > \frac{9}{5}; 2x \leq 10; x \in (\frac{9}{5}; 5];$$

$$\text{б) } \log_{0,4}(12x+2) \geq \log_{0,4}(10x+16); 2x \leq 14; \text{ ОДЗ: } x > -\frac{1}{6}; x \in (-\frac{1}{6}; 7];$$

$$\text{в) } \log_{1/3}(-x) > \log_{1/3}(4-2x); \text{ ОДЗ: } x < 0; -x < 4-2x; x \in (-\infty; 0);$$

$$\text{г) } \log_{2,5}(6-x) < \log_{2,5}(4-3x); \text{ ОДЗ: } x < \frac{4}{3}; 6-x < 4-3x; 2x < -2; x < -1.$$

$$\text{45.6 (1581). а) } \log_3(x^2+6) < \log_35x; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^2-5x+6 < 0; x \in (2; 3);$$

$$\text{б) } \log_{0,6}(6x-x^2) > \log_{0,6}(-8-x); 6x-x^2 < -8-x; \text{ ОДЗ: } 6x-x^2 > 0; x \in (0; 6); x^2-7x-8 > 0, \text{ нет ршений};$$

$$\text{в) } \lg(x^2-8) \leq \lg(2-9x); x^2-8 \leq 2-9x; \text{ ОДЗ: } x^2-8 > 0; \begin{cases} x > 2\sqrt{2} \\ x < -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$x^2+9x-10 \leq 0; x \in [-10; -2\sqrt{2}); \text{ В ответах задачника опечатка};$$

$$\text{г) } \log_{\sqrt{2}}(x^2+10x) \geq \log_{\sqrt{2}}(x-14); x^2+10x > x-14; \text{ ОДЗ: } x > 14; x^2+9x-14 > 0, x > 14$$

$$\text{45.7 (1582). а) } \log_{1/2}(6-x) \geq \log_{1/2}x^2; 6-x \leq x^2; \text{ ОДЗ: } x < 6; x^2+x-6 \geq 0; x \in (-\infty; -3] \cup [2; 6);$$

$$\text{б) } \log_{0,3}(x^2+22) < \log_{0,3}13x; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^2+22 > 13x; x^2-13x-22 > 0; x \in (0; 2) \cup (11; +\infty);$$

$$\text{в) } \log_{1/4}(-x-6) \leq \log_{1/4}(6-x^2); -x-6 \geq 6-x^2; \text{ ОДЗ: } 6-x^2 > 0; x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6}); x^2-x-12 \geq 0, \text{ решений нет};$$

$$\text{г) } \log_{0,5}(x^2-27) > \log_{0,5}(6x); x^2-27 < 6x; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > \sqrt{27} \\ x < -\sqrt{27} \end{cases}$$

$$x^2-6x-27 < 0; x \in (\sqrt{27}; 9).$$

$$\text{45.8 (1583). а) } \log_8(x^2-7x) > 1; x^2-7x > 8; x^2-7x-8 > 0; x \in (-\infty; -1) \cup (8; +\infty);$$

$$\text{б) } \log_{1/2}(x^2+0,5x) \leq 1; x^2+(1/2)x \geq (1/2); 2x^2+x-1 \geq 0; x \in (-\infty; -1] \cup [1/2; +\infty);$$

$$\text{в) } \log_2(x^2-6x+24) < 4; 0 < x^2-6x+24 < 16; x^2-6x+8 < 0; x \in (2; 4);$$

$$\text{г) } \log_{1/3}(-x^2 + \frac{10x}{9}) \geq 2; 0 < -x^2 + \frac{10x}{9} \leq \frac{1}{9}; x \in (0; \frac{10}{9});$$

$$9x^2-10x+1 \geq 0; x \in (-\infty; \frac{1}{9}] \cup [1; +\infty). \text{ Итого: } x \in (0; \frac{1}{9}] \cup [1; \frac{10}{9}).$$

45.9 (1584). а)  $\log_2^2 x > 4\log_2 x - 3$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;

$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 > 0$ ;  $\log_2 x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ ;  $x \in (0; 2) \cup (8; +\infty)$ ;

б)  $\log_{1/2}^2 x + 3\log_{1/2} x < -2$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;

$\log_{1/2}^2 x + 3\log_{1/2} x + 2 < 0$ ;  $\log_{1/2} x \in (-2; -1)$ ;  $\begin{cases} x \in (0; 4) \\ x \in (2; +\infty) \end{cases}$ . Итого:  $x \in (2; 4)$ ;

в)  $\log_4^2 x + \log_4 x \leq 2$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;

$\log_4^2 x + \log_4 x - 2 \leq 0$ ;  $\log_4 x \in [-2; 1]$ ;  $x \in [\frac{1}{16}; 4]$ ; В ответе задачника опечатка

г)  $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 \geq 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_{0,2} x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$ ;

$\begin{cases} x \in [125; +\infty) \\ x \in (0; 0,04] \end{cases}$ . Итого:  $x \in (0; 0,04] \cup [125; +\infty)$ .

45.12 (1585). а)  $2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 \geq 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\begin{cases} \log_5 x \leq -2 \\ \log_5 x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$ ;

$x \in (0; \frac{1}{25}] \cup [\frac{\sqrt{5}}{5}; +\infty)$ .

б)  $2\log_{0,3}^2 x - 7\log_{0,3} x - 4 \leq 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_{0,3} x \in [-\frac{1}{2}; 4]$ ;

$\begin{cases} x \in (0; \sqrt{\frac{10}{3}}] \\ x \in [0,0081; \sqrt{\frac{10}{3}}] \end{cases}$ ;

в)  $3\log_4^2 x - 7\log_4 x + 2 < 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_4 x \in (\frac{1}{3}; 2)$ ;  $x \in (\sqrt[3]{4}; 16)$ ;

г)  $3\log_{1/3}^2 x + 5\log_{1/3} x - 2 > 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\begin{cases} \log_{1/3} x < -2 \\ \log_{1/3} x > \frac{1}{3} \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x \in (0; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}) \\ x \in (9; +\infty) \end{cases}$ ;

$x \in (0; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}) \cup (9; +\infty)$ .

45.10 (1587). а)  $\log_3 x > \log_3 72 - \log_3 8$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_3 x > 2$ ;  $x > 9$ ;

б)  $3\log_{1/3} x < \log_{1/3} 9 + \log_{1/3} 3$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_{1/3} x < -1$ ;  $x > 3$ ;

в)  $\log_5 x - \log_5 35 \leq \log_5 \frac{1}{7}$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $\log_5 x \leq 1$ ;  $x \in (0; 5]$ ;

г)  $4\log_{0,6} x \geq \log_{0,6} 8 + \log_{0,6} 2$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $x^4 \leq 16$ ;  $x \in (0; 2]$ .

45.11 (1588). а)  $\log_{1/3} x + \log_{1/3} (4-x) > -1$ ; ОДЗ:  $x \in (0; 4)$ ;

$\log_{1/3} (4x-x^2) > \log_{1/3} 3$ ;  $4x-x^2 < 3$ ;  $x^2-4x+3 > 0$ ;  $x \in (0; 1) \cup (3; 4)$ ;

б)  $\log_2(7-x) + \log_2 x \geq 1 + \log_2 3$ ; ОДЗ:  $x \in (0; 7)$ ;  $\log_2(7x-x^2) \geq \log_2 6$ ;  $x^2-7x+6 \leq 0$ ;  $x \in [1; 6]$ ;

в)  $\lg(7-x) + \lg x > 1$ ; ОДЗ:  $x \in (0; 7)$ ;  $\lg(7x-x^2) > 1$ ;  $x^2-7x+10 < 0$ ;  $x \in (2; 5)$ ;

г)  $\log_{1/2} x + \log_{1/2} (10-x) \geq -1 + \log_{1/2} 4,5$ ; ОДЗ:  $x \in (0; 10)$ ;

$\log_{1/2} (10x-x^2) \geq \log_{1/2} 9$ ;  $x^2-10x+9 \geq 0$ ;  $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$ .

45.13 (1586). а)  $\log_2^2 x^2 - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $4 \log_2 x - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$ ;

$\log_2 x \in [-\frac{1}{4}; 4]$ ;  $x \in [\sqrt[4]{\frac{1}{2}}; 16]$ ;

б)  $\log_{1/3}^2 x^2 - 7 \log_{1/3} x + 3 \leq 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;

$4 \log_{1/3}^2 x - 7 \log_{1/3} x + 3 \leq 0$ ;  $\log_{1/3} x \in [\frac{3}{4}; 1]$ ;  $\begin{cases} x \in (0; \frac{1}{\sqrt[4]{27}}] \\ x \in [\frac{1}{3}; +\infty) \end{cases}$ ,  $x \in [\frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt[4]{27}}]$ ;

в)  $\log_3^2 x^2 + 13 \log_3 x + 3 < 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;

$4 \log_3^2 x^2 + 13 \log_3 x + 3 < 0$ ;  $\log_3 x \in (-3; -\frac{1}{4})$ ;  $x \in (\frac{1}{27}; \frac{1}{\sqrt[4]{3}})$ ;

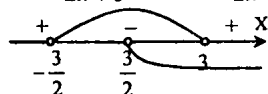
г)  $\log_{1/5}^2 x^2 - 31 \log_{1/5} x - 8 < 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;

$4 \log_{1/5}^2 x^2 - 31 \log_{1/5} x - 8 < 0$ ;  $\log_{1/5} x \in (-\frac{1}{4}; 8)$ ;

$\begin{cases} x \in (0; \sqrt[4]{5}) \\ x \in (\frac{1}{390625}; +\infty) \end{cases}$ ;  $x \in (\frac{1}{390625}; \sqrt[4]{5})$ .

45.14 (1589). а)  $\log_7(6x-9) < \log_7(2x+3)$ ; ОДЗ:  $x > 3/2$ ;

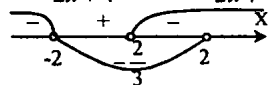
$\log_7(\frac{6x-9}{2x+3}) < 0$ ;  $\frac{6x-9-2x-3}{2x+3} < 0$ ;  $\frac{4x-12}{2x+3} < 0$ ;



$x \in (3/2; 3)$ ;  $x = 2$ ;

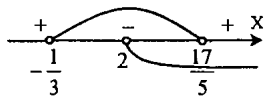
б)  $\log_{1/5} (2-x) \geq \log_{1/5} (2x+4)$ ; ОДЗ:  $x \in (-2; 2)$ ;  $\log_{1/5} (\frac{2-x}{2x+4}) \geq 0$ ;

$\frac{2-x-2x-4}{2x+4} \leq 0$ ;  $\frac{-3x-2}{2x+4} \leq 0$ ;



$x \in [-\frac{2}{3}; 2)$ ;  $x = 1$ ;

$$в) \lg(8x-16) < \lg(3x+1); \text{ ОДЗ: } x > 2; \lg\left(\frac{8x-16}{3x+1}\right) < 0; \frac{5x-17}{3x+1} < 0;$$



$$x \in (2; \frac{17}{5}); x = 3;$$

$$г) \log_{0,4}(7-x) \geq \log_{0,4}(3x+6); \text{ ОДЗ: } x \in (-2; 7);$$

$$7-x \leq 3x+6; 4x \geq 1; x \geq 1/4; x = 6.$$

$$45.15 (1590). \text{ а) } \log_{12}(x^2-x) \leq 1; \text{ ОДЗ: } x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty); x^2-x \leq 12; x^2-x-12 \leq 0;$$

$$x \in [-3; 4]; x \in [-3; 0) \cup (1; 4].$$

Ответ: 6 решений.

$$б) \log_{1/2}(x^2-10x+9) \geq 0; \text{ ОДЗ: } x \in (-\infty; 1) \cup (9; +\infty); x^2-10x+9 \leq 1; x^2-10x+8 \leq 0;$$

$$x \in [5-\sqrt{17}; 5+\sqrt{17}]; x \in [5-\sqrt{17}; 1) \cup (9; 5+\sqrt{17}];$$

Ответ: 0 решений.

$$в) \log_9(x^2-8x) \leq 1; \text{ ОДЗ: } x \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty); x^2-8x \leq 9; x^2-8x-9 \leq 0;$$

$$x \in [-1; 9]; x \in [-1; 0) \cup (8; 9].$$

Ответ: 2 решения.

$$г) \log_{0,3}(-x^2+7x-5) < 0; \text{ ОДЗ: } x \in (\frac{7-\sqrt{29}}{2}; \frac{7+\sqrt{29}}{2});$$

$$-x^2+7x-5 > 1; x^2-7x+6 < 0; x \in (1; 6).$$

Ответ: 4 решения.

$$1591 \text{ (с). а) } \log_{5x-1} 2 \leq 0; \text{ ОДЗ: } x > \frac{1}{5}; x \neq \frac{2}{5}; 1. x \in (\frac{1}{5}; \frac{2}{5}); 2 \geq 1; x \in (\frac{1}{5}; \frac{2}{5});$$

$$2. x > \frac{2}{5}; 2 \leq 1, \text{ решений нет. Итого: } x \in (\frac{1}{5}; \frac{2}{5}).$$

$$б) \log_{3x-4} 0,2 > 0; \text{ ОДЗ: } x > -\frac{4}{3}; x \neq -1; 1. x \in (-\frac{4}{3}; -1); 0,2 < 1 - \text{тождество.}$$

$$2. x > -1; 0,2 > 1 - \text{решений нет. Итого: } x \in (-\frac{4}{3}; -1);$$

$$в) \log_{2-3x} 5 > 0; \text{ ОДЗ: } x < \frac{2}{3}; x \neq \frac{1}{3}; 1. x \in (\frac{1}{3}; \frac{2}{3}); 5 < 1 - \text{решений нет.}$$

$$2. x < \frac{1}{3}; 5 > 1 - \text{тождество.}$$

$$\text{Итого: } x < \frac{1}{3}.$$

$$г) \log_{5-x} 0,3 < 0; \text{ ОДЗ: } x < 5; x \neq 4; 1. x \in (4; 5); 0,3 \geq 1 - \text{решений нет;}$$

$$2. x < 4; 0,3 \leq 1 - \text{тождество. Итого: } x < 4.$$

$$1592 \text{ (с). а) } \log_2(x^2+2x+4) + \log_2(x-2) < \log_2(x^3-x^2+4x-3);$$

$$\log_2(x^3-8) < \log_2(x^3-x^2+4x-3); 0 < x^3-8 < x^3-x^2+4x-3; x > 2; x^2-4x-5 < 0;$$

$$x \in (-1; 5); x \in (2; 5);$$

$$6) \lg(x^3-x^2-x+20) \geq \lg(x+2) + \lg(x^2-2x+4); x^3-x^2-x+20 \geq x^3+8 > 0;$$

$$x > -2; x^2+x-12 \leq 0; x \in [-4; 3]; x \in (-2; 3].$$

$$45.16 (1593). a) \begin{cases} \log_2(2x+3) > \log_2(x-2) \\ \log_6(3x-1) \leq \log_6(9x+4) \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > 2; \begin{cases} x > -5 \\ 6x \geq -5 \end{cases}; x > 2;$$

$$6) \begin{cases} \log_3(6x-1) \leq \log_3(9x+11) \\ \log_6(3-x) > \log_6(4x-1) \end{cases}; \text{ОДЗ: } x \in (\frac{1}{4}, 3); \begin{cases} 3x \geq -12 \\ 5x < 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4/5 \end{cases}; x \in (\frac{1}{4}; \frac{4}{5}).$$

$$45.17 (1594). a) \begin{cases} \log_3 x^2 > \log_3 125 - \log_3 5 \\ \log_{0,2}(x-1) < 0 \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > 1; \begin{cases} \log_3 x > \log_3 5 \\ x-1 > 1 \end{cases}; \begin{cases} x > 5 \\ x > 2 \end{cases}; x > 5;$$

$$6) \begin{cases} \log_{1/2} x^2 \geq \log_{1/2} 28 - \log_{1/2} 7 \\ \log_3(4x-1) > 0 \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > \frac{1}{4}; \begin{cases} x \leq 2 \\ 4x-1 > 1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}; x \in (\frac{1}{2}, 2].$$

$$45.18 (1595). a) \begin{cases} \log_{0,1}(x^2-12) < \log_{0,1}(-x) \\ 2^{x-1} > 1/8 \end{cases}; \text{ОДЗ: } x \in (-\sqrt{12}; 0);$$

$$\begin{cases} x^2-12 > -x \\ x-1 > -3 \end{cases}; \begin{cases} x^2+x-12 > 0 \\ x > -2 \end{cases}, \text{решений нет.}$$

$$6) \begin{cases} 3^{x^2-5x-4} < 9 \\ \log_{1/5}(x^2+3) \geq \log_{1/5} 4x \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > 0; \begin{cases} x^2-5x-6 < 0 \\ x^2-4x+3 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in (-1; 6) \\ x \in [1; 3] \end{cases}; x \in [1; 3]$$

## § 46. Переход к новому основанию логарифма

$$46.1 (1596). a) \log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9 = -\log_2 3 + \log_2 3 = 0;$$

$$6) \log_{\sqrt{3}} 3 \sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2;$$

$$b) \log_{25} 9 - \log_5 3 = 0;$$

$$r) \log_{16} 4 - \log_4 8 = \log_4(2/8) = -1.$$

$$46.2 (1597). \log_2 3 = a;$$

$$a) \log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a};$$

$$6) \log_3 \frac{1}{2} = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a};$$

$$b) \log_3 4 = \frac{2}{\log_2 3} = \frac{2}{a};$$

$$r) \log_3 \frac{1}{4} = \frac{2}{\log_2 3} = \frac{2}{a}.$$

**46.3 (1598).**  $\log_5 2 = b$ :

a)  $\log_2 25 = \frac{2}{\log_5 2} = \frac{2}{b}$ .

б)  $\log_2 \frac{1}{25} = -\frac{2}{\log_5 2} = -\frac{2}{b}$ .

в)  $\log_2 125 = \frac{3}{\log_5 2} = \frac{3}{b}$ .

г)  $\log_2 \frac{1}{625} = -\frac{4}{\log_5 2} = -\frac{4}{b}$ .

**46.4 (1599).**  $\log_2 3 = a$ ;

a)  $\log_4 9 = \log_2 3 = a$ ;

б)  $\log_8 18 = \frac{1}{3} \log_2 18 = \frac{1}{3} (1 + 2 \log_2 3) = \frac{1}{3} (1 + 2a) = \frac{2a + 1}{3}$ ;

в)  $\log_4 81 = \log_2 9 = 2a$ ,

г)  $\log_8 54 = \frac{1}{3} \log_2 54 = \frac{1}{3} (3 \log_2 3 + 1) = \frac{3a + 1}{3}$

**46.5 (1600).** a)  $\log_2 7 \vee \log_7 4$ ;  $\log_2 7 > \frac{2}{\log_2 7}$ ;

б)  $\log_6 9 \vee \log_9 8$ ;  $\frac{1}{\log_9 6} > \log_9 8$ ;

в)  $\log_3 5 \vee \log_5 4$ ;  $\frac{1}{\log_5 3} > \log_5 4$ ;

г)  $\log_{11} 14 \vee \log_{14} 13$ ;  $\frac{1}{\log_{14} 11} > \log_{14} 13$ .

**46.6 (1601).** a)  $\log_2 6 \vee \log_4 5$ ;  $\log_2 6 \vee \frac{1}{2} \log_2 5$ ;  $\log_2 6 > \log_2 \sqrt{5}$ .

б)  $\log_{1/2} 3 \vee \log_{1/4} \frac{3}{2}$ ;  $\log_{1/2} 3 < \frac{1}{2} \log_{1/2} \frac{3}{2}$ ;

в)  $\log_9 6 \vee \log_3 7$ ;  $\log_3 \sqrt{6} < \log_3 7$ ;

г)  $\log_{1/3} 4 \vee \log_{1/9} 7$ ;  $\log_{1/3} 4 < \log_{1/3} \sqrt{7}$ .

**46.7 (1602).** a)  $\log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7$ ;  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1) \log_2 x = 7$ ;  $\log_2 x = 4$ ;  $x = 16$ ;

б)  $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{1/3} x = 6$ ;  $(1 + 2 - 1) \log_3 x = 6$ ;  $\log_3 x = 3$ ;  $x = 27$ .

**46.8 (1603).** a)  $3 \log_3^2 x = \frac{5}{\log_x 3} + 2$ ;  $3 \log_3^2 x - 5 \log_3 x - 2 = 0$ ;  $\log_3 x = -\frac{1}{3}$ ;  $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ ,

$\log_3 x = 2$ ;  $x = 9$ ;

б)  $2 \log_2^2 x - \frac{5}{\log_x 2} + 3$ ;  $2 \log_2^2 x - 5 \log_2 x - 3 = 0$ ;  $\log_2 x = -\frac{1}{2}$ ;  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\log_2 x = 3$ ;  $x = 8$ .

$$46.9 (1604). a) 9^{\log_3 4} + \log_{\sqrt{6}} 3 \cdot \log_3 36 = 16 + \frac{1}{\log_3 \sqrt{6}} \log_3 36 = 16 + 4 = 20,$$

$$b) \log_3 8 \cdot \log_2 27 - 3^{\log_9 25} = \frac{\log_2 8}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_3 27}{\log_3 2} - 5 = 3 \cdot 3 - 5 = 4.$$

$$B) 3^{4 \log_3 2} + \log_5 \sqrt{2} \cdot \log_4 25 = 16 + \frac{1}{2} \log_{25} 4 \cdot \log_4 25 = 16 + \frac{1}{2} = 16,5.$$

$$r) 10^{0,5 \lg 16} + 14 \log_3 \sqrt{2} \log_4 81 = 4 + 14 \cdot \frac{\log_4 \sqrt{2}}{\log_4 3} \cdot 4 \log_4 3 = 4 + 14 = 18$$

$$1605 (c). a) 5 \log_2 9 \cdot \log_3 64 + 3^{\log_6 8} \cdot 2^{\log_6 8} = 5 \cdot 2 \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 64}{\log_2 3} + 6^{\log_6 8} =$$

$$= 5 \cdot 2 \cdot 6 + 8 = 68;$$

$$b) 2^{4 \log_2 3 - 1} + \log_9 3 + \log_3 64 \cdot \log_4 3 = \frac{81}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3 \log_3 4}{\log_3 4} = 41 + 3 = 44,$$

$$B) 16(\log_9 45 - 1) \log_{11} 9 \cdot \log_5 121 = 16 \log_9 5 \cdot \log_{11} 9 \cdot 2 \log_5 11 = 32;$$

$$r) \log_{15} 3 \cdot \log_5 3 \log_{\sqrt{3}} 5 \cdot (1 + \log_3 5) = \frac{1}{\log_3 15} \cdot \frac{1}{\log_3 5} \cdot 2 \log_3 5 (1 + \log_3 5) =$$

$$= \frac{2}{1 + \log_3 5} \cdot (1 + \log_3 5) = 2.$$

$$46.10 (1606). a) \frac{\log_2 56}{\log_{28} 2} - \frac{\log_2 7}{\log_{224} 2} = (\log_2 7 + 3) (\log_2 7 + 2) - \log_2 7 (\log_2 7 + 5) =$$

$$= \log_2^2 7 + 5 \log_2 7 + 6 - \log_2^2 7 - 5 \log_2 7 = 6;$$

$$b) \frac{\log_3 135}{\log_{45} 3} - \frac{\log_3 5}{\log_{1215} 3} = 5 \log_3 5 + \log_3^2 5 + 6 - 5 \log_3 5 - \log_3^2 5 =$$

$$= (3 + \log_3 5)(\log_3 5 + 2) - \log_3 5(5 + \log_3 5) = 6.$$

$$46.11 (1607). \lg 2 = a, \lg 3 = b;$$

$$a) \log_4 12 = 1 + \log_4 3 = 1 + \frac{\lg 3}{\lg 4} = 1 + \frac{b}{2a}, \quad b) \log_6 18 = 1 + \log_6 3 = \frac{\lg 3}{\lg 6} + 1 = \frac{b}{a+b} + 1$$

$$B) \log_{0,5} 3 = -\log_2 3 = -\frac{\lg 3}{\lg 2} = -\frac{b}{a}; \quad r) \log_{1/3} 24 = \frac{\lg 24}{\lg \frac{1}{3}} = \frac{3 \lg 2 + \lg 3}{-\lg 3} = \frac{3a+b}{-b}$$

$$46.12 (1608). \log_2 5 = a, \log_2 3 = b;$$

$$a) \log_3 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 3} = \frac{a+b}{b}; \quad b) \log_8 75 = \frac{1}{3} \log_2 75 = \frac{1}{3} (2 \log_2 5 + \log_2 3) = \frac{2a+b}{3}$$

$$B) \log_{16} 45 = \frac{1}{4} (\log_2 5 + 2 \log_2 3) = \frac{a+2b}{4}, \quad r) \log_{15} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 15} = \frac{2+b}{a+b}$$



1609 (с). а)  $\lg 1, \log_4 3, \log_2 7$ ;  
 в)  $\log_3 1; \log_5 4; \log_7 9$ ;

б)  $\log_3 0,5, \lg 1; \log_{0,5} 0,1$ ;  
 г)  $\log_7 0,6; \log_2 1; \log_{0,2} 0,3$ .

1610 (с). а)  $\lg 0,3; \log_{15} 7; \log_{12} 7; 2^{\log_2 5}$ . б)  $\log_{\frac{1}{7}} 1; \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 4}; \log_6 7; 9^{\log_3 15}$

46.13 (1611). а)  $\log_3 x + 1 = 2\log_3 3$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ ;  $\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$ ;  $\log_3 x = -2$

$x = \frac{1}{9}$ ,  $\log_3 x = 1$ ;  $x = 3$ ;

б)  $2\log_5 x - 3 = -\log_5 x$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ ;  $\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2 = 0$ ;  $\log_5 x = 2$ ;  $x = 25$ ;

$\log_5 x = 1$ ;  $x = 5$ ;

в)  $\log_7 x - 1 = 6\log_7 7$ ;  $\log_7^2 x - \log_7 x - 6 = 0$ ;  $\log_7 x = 3$ ;  $x = 343$ ;  $\log_7 x = -2$ ;  $x = \frac{1}{49}$ ;

г)  $\log_2 x - 9\log_2 2 = 10$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ ;  $\log_2^2 x - 10\log_2 x + 9 = 0$ ;  $\log_2 x = 9$ ;  $x = 512$ ;

$\log_2 x = 1$ ;  $x = 2$ .

46.14 (1612). а)  $\log_4(x+12)\log_4 2 = 1$ ; ОДЗ:  $x > 0, x \neq 1$ ;  $\log_4(x+12) = 2$ ;  $x+12 = x^2$ ;  
 $x^2 - x - 12 = 0$ ;  $x = 4$ ;  $x = -3$  — не подходит;

б)  $1 + \log_5 5\log_7 x = \log_5 35 \cdot \log_5 5$ ; ОДЗ:  $x > 0, x \neq 1$ ;  $1 + \log_7 5 = \log_5 35$ ;  $x = 7$ .

1613 (с). а)  $\log_{0,5}^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $(\log_2 x + 2)^2 + 2\log_2 x = 11$ ;

$\log_2^2 x + 6\log_2 x - 7 = 0$ ;  $\log_2 x = -7$ ;  $x = \frac{1}{128}$ ;  $\log_2 x = 1$ ;  $x = 2$ ;

б)  $\log_3^2 x + \log_9 x + \log_{27}^2 x = \frac{49}{9}$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9})\log_3^2 x = \frac{49}{9}$ ;

$\log_3^2 x - 4$ ;  $\log_3 x = \pm 2$ ;  $x = 9$ ;  $x = \frac{1}{9}$ .

46.15 (1614). а)  $\log_{(2x+1)}(5+8x-4x^2) + \log_{(5-2x)}(1+4x+4x^2) = 4$

$\log_{(2x+1)}(5+8x-4x^2) + 2\log_{(5-2x)}(2x+1) = 4$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x > -1/2 \\ x < 5/2 \\ x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$ ;

$\log_{(2x+1)}(5-2x) + 1 + 2\log_{(5-2x)}(2x+1) - 4 = 0$ ;

$2\log_{(5-2x)}^2(2x+1) - 3\log_{(5-2x)}(2x+1) + 1 = 0$ ;

1)  $\log_{(5-2x)}(2x+1) = 1/2$ ;

$2x+1 = \sqrt{5-2x}$ ;  $4x^2+4x+1 = 5-2x$ ;  $4x^2+6x-4 = 0$ ;  $2x^2+3x-2 = 0$ ;

$x = -2$  — не подходит;  $x = \frac{1}{2}$ ;

$$2) \log_{(5-2x)}(2x+1)=1; 2x+1=5-2x; 4x=4; x=1;$$

$$б) \log_{3x+7}(9+12x+4x^2)=4-\log_{2x+3}(6x^2+23x+21);$$

$$3x+7=a; 2x+3=b; a>0, a \neq 1, b>0, b \neq 1; \log_a b^2=4-\log_a ab; 2 \log_a^2 b-3 \log_a b+1=0;$$

$$\log_a b=1/2; 4x^2+12x+9=3x+7; 4x^2+9x+2=0; x=-1/4; x=-2 - \text{не подходит};$$

$$\log_a b=1; 3x+7=2x+3; x=-4 - \text{не подходит. Итого: } x=-1/4.$$

$$46.16 (1615). а) \log_9 x^2 + \log_3^2(-x) < 2; \text{ОДЗ: } x < 0; \log_3^2(-x) + \log_3(-x) - 2 < 0;$$

$$\log_3(-x) \in (-2; 1); -x \in (1/9; 3); x \in (-3; -1/9);$$

$$б) \log_4 x^2 + \log_2^2(-x) > 6; \text{ОДЗ: } x < 0; \log_2^2(-x) + \log_2(-x) - 6 > 0;$$

$$\log_2(-x) \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty); x \in (-\infty; -4) \cup (-(1/8); 0).$$

## § 47. Дифференцирование показательной и логарифмической функций

$$47.1. а) f(x)=4-e^x; f'(x)=-e^x; б) f(x)=x^3 e^x; f'(x)=3x^2 e^x+x^3 e^x;$$

$$в) f(x)=-8e^x; f'(x)=-8e^x; г) f(x)=\frac{e^x}{x^3}; f'(x)=e^x \frac{3x^2-x^3}{x^6}=e^x \left( \frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3} \right).$$

$$1616 (с). а) f(x)=4-e^x; f'(x)=-e^x; б) f(x)=13e^x; f'(x)=13e^x;$$

$$в) f(x)=e^x-19; f'(x)=e^x; г) f(x)=-8e^x; f'(x)=-8e^x.$$

$$1617 (с). а) f(x)=x^3 e^x; f'(x)=3x^2 e^x+x^3 e^x; б) f(x)=\frac{e^x}{x}; f'(x)=e^x \frac{(x-1)}{x^2};$$

$$в) f(x)=x^2 e^x; f'(x)=e^x(2x+x^2); г) f(x)=\frac{e^x}{x^3}; f'(x)=e^x \frac{3x^2-x^3}{x^6}=e^x \left( \frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3} \right)$$

$$47.2 (1618). а) y=e^{x^2}; x_0=0; y'(x)=e^{x^2} 2x; y'(x_0)=1;$$

$$б) y=e^x(x+1); x_0=-1; y'(x)=e^x(x+2); y'(x_0)=1/e;$$

$$в) y=e^{x-x}; x_0=1; y'(x)=e^x 1; y'(x_0)=e-1;$$

$$г) y=\frac{e^x}{x+1}; x_0=0; y'(x)=e^x \frac{x}{(x+1)^2}; y'(x_0)=0.$$

$$47.3 (1619). а) y=e^{3x-1}; x_0=1/3; y'(x)=3e^{3x-1}; y'(x_0)=3;$$

$$б) y=3e^{6+x}; x_0=-5; y'(x)=3e^{x+6}; y'(x_0)=3e;$$

$$в) y=e^{4-9x}; x_0=4/9; y'(x)=-9e^{4-9x}; y'(x_0)=-9;$$

$$г) y=e^{0,5x-3}; x_0=4; y'(x)=(1/2)e^{0,5x-3}; y'(x_0)=\frac{1}{2e}.$$

$$47.4. а) f(x)=\sqrt[3]{x} \cdot e^x; x_0=1; f'(x)=e^x \cdot \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right); f'(x_0)=e(1+\frac{1}{3})=\frac{4}{3}e;$$

$$б) f(x)=4e^x+3; x_0=-2; f'(x)=4e^x; f'(x_0)=\frac{4}{e^2};$$

$$\text{в)} f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}; x_0=1; f'(x) = \frac{e^x(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x})}{e^{2x}}; f'(x_0) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{e} = -\frac{1}{2e}.$$

$$\text{г)} f(x) = 0,1e^x - 10x; x_0=0; f'(x) = 0,1e^x - 10; f'(x_0) = -9,9;$$

$$1620 \text{ (c). а) } f(x) = 4e^x + 3; x_0 = -2; f'(x) = 4e^x; f'(x_0) = \frac{4}{e^2};$$

$$\text{б) } f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot e^x; x_0=1; f'(x) = e^x \cdot \left( \sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right); f'(x_0) = e(1 + \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}e;$$

$$\text{в) } f(x) = 0,1e^x - 10x; x_0=0; f'(x) = 0,1e^x - 10; f'(x_0) = -9,9;$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}; x_0=1; f'(x) = \frac{e^x(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x})}{e^{2x}}; f'(x_0) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{e} = -\frac{1}{2e}$$

$$47.5 \text{ (1621). а) } h(x) = (1/e)^x; x_0=0; h'(x) = -e^{-x}; h'(x_0) = \lg \alpha = -1;$$

$$\text{б) } h(x) = e^{-x+2}; x_0=2; h'(x) = -e^{-x+2}; h'(x_0) = \lg \alpha = -1;$$

$$\text{в) } h(x) = \frac{1}{e^x} + x^5; x_0 = -1; h'(x) = -e^{-x} + 5x^4; h'(x_0) = \lg \alpha = -e + 5;$$

$$\text{г) } h(x) = x + e^{2x-3}; x_0 = 3/2; h'(x) = 1 + 2e^{2x-3}; h'(x_0) = \lg \alpha = 3.$$

$$47.6 \text{ (1622). а) } h(x) = (1/5)e^{5x-1}; x_0=0,2; h'(x) = e^{5x-1}; h'(x_0) = 1; \alpha = \frac{\pi}{4};$$

$$\text{б) } h(x) = e^{-x-\sqrt{3}}; x_0 = -\sqrt{3}; h'(x) = -e^{-x-\sqrt{3}}; h'(x_0) = -1; \alpha = \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{в) } h(x) = (1/3)e^{1-3x}; x_0 = 1/3; h'(x) = -e^{1-3x}; h'(x_0) = -1; \alpha = \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{г) } h(x) = e^{(\sqrt{3}/3)x-1}; x_0 = \sqrt{3}; h'(x) = \frac{\sqrt{3}}{3} e^{\sqrt{3}/3x-1}; h'(x_0) = \frac{\sqrt{3}}{3}; \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$47.7 \text{ (1623). а) } y = e^x; a=1; y(a) = e; y' = e^x; y'(a) = e; y = xe + e - e = ex;$$

$$\text{б) } y = e^x; a=2; y(a) = e^2; y' = e^x; y'(a) = e^2; y = e^2x - e^2;$$

$$\text{в) } y = e^x; a=0; y(a) = 1; y'(a) = 1; y = x + 1;$$

$$\text{г) } y = e^x; a=-1; y(a) = 1/e; y'(a) = 1/e; y = (x/e) + 2(1/e).$$

$$47.8 \text{ (1624). а) } y = e^{3x-1}; a=1/3; y(a) = 1; y'(a) = 3; y = 3x + 1 - (1/3) \cdot 3 = 3x;$$

$$\text{б) } y = xe^{-2x+1}; a=0,5; y(a) = 1/2; y' = e^{-2x+1} - 2xe^{-2x+1}; y'(a) = 1 - 1 = 0; y = 1/2;$$

$$\text{в) } y = \frac{2}{e^x}; a=0; y(a) = 2; y' = -2e^{-x}; y'(a) = -2; y = -2x + 2;$$

$$\text{г) } y = \frac{e^x}{x+1}; a=0; y(a) = 1; y' = e^x \frac{x}{(x+1)^2}; y'(0) = 0; y = 1.$$

$$1625 \text{ (c). а) } y = 3e^{2x} - 3e^2; y' = 6e^{2x} - 6e^2; x=1; 3e^2 \cdot 1 - 3e^2 = 0 = e^{3 \cdot 1 - 1} \cdot e^2$$

$$\text{Тангенс угла наклона прямой } 3e^2, y' = 3e^{3x-1} y'(1) = 3e^2.$$

Ответ: да;

$$\text{б) } y = x + e; y' = 1; x=0; y(0) = 0 + e \neq 0 \cdot e^0$$

Ответ: нет.

$$1626 \text{ (c). a) } \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1; \quad \text{б) } \int_{-1}^1 3e^x dx = 3e^x \Big|_{-1}^1 = 3e - \frac{3}{e};$$

$$\text{в) } \int_{-1}^0 1/2 e^x dx = \frac{1}{2} e^x \Big|_{-1}^0 = (1/2 - 1/2e); \quad \text{г) } \int_{-2}^1 (-2e^x) dx = (-2e^x) \Big|_{-2}^1 = -2e + \frac{2}{e^2}$$

$$1627 \text{ (c). a) } \int_0^4 e^{0.5x-1} dx = (2e^{0.5x-1}) \Big|_0^4 = 2e - \frac{2}{e}; \quad \text{б) } \int_{-1}^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} \Big|_{-1}^1 = \frac{e^3}{2} - \frac{1}{2e},$$

$$\text{в) } \int_{-4}^4 e^{0.25x+1} dx = 4e^{0.25x+1} \Big|_{-4}^4 = 4e^2 - 4; \quad \text{г) } \int_{-0.5}^0 e^{-2x+2} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x+2} \Big|_{-0.5}^0 = \frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{2}$$

$$1628 \text{ (c). a) } y=0; x=0; x=3; y=e^x; S = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1;$$

$$\text{б) } y=0; x=0; x=4; y=e^{-x}; S = \int_0^4 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^4 = -\frac{1}{e^4} + 1;$$

$$\text{в) } y=0; x=-1; x=1; y=e^x; S = \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e};$$

$$\text{г) } y=0; x=-2; x=0; y=e^{-x}; S = \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_{-2}^0 = -1 + e^2.$$

$$1629 \text{ (c). a) } x=1; y=e^x; y=e^{-x};$$

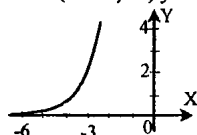
$$S = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 e^{-x} dx = e^x \Big|_0^1 - (-e^{-x}) \Big|_0^1 = e - 1 + \frac{1}{e} - 1 = e + \frac{1}{e} - 2;$$

$$\text{б) } x=-1; y=\frac{1}{e^x}; y=1; S = \int_{-1}^0 e^{-x} dx - 1 \cdot 1 = (-e^{-x}) \Big|_{-1}^0 - 1 = -2 + e;$$

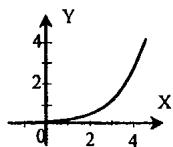
$$\text{в) } y=e^x; x=2; x+2y=2 \text{ или } y=-\frac{x}{2}+1; S = \int_0^2 e^x dx - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = e^x \Big|_0^2 - 1 = e^2 - 2;$$

$$\text{г) } y=e^x; x=2; x=0; y=-e^x; S = 2 \int_0^2 (e^x - e^{-x}) dx = 2 \int_0^2 e^x dx = 2e^x \Big|_0^2 = 2(e^2 - 1).$$

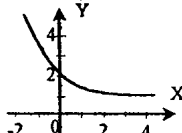
$$47.9 \text{ (1630). a) } y = e^{x+4};$$



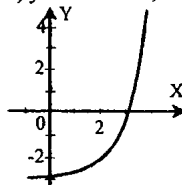
$$\text{в) } y = e^{x-3};$$



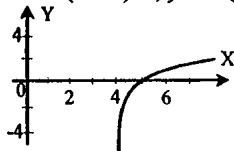
$$\text{б) } y = e^{-x} + 1;$$



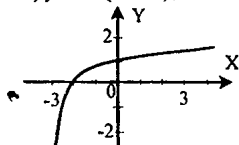
$$\text{г) } y = e^{x-2} - 3;$$



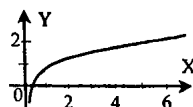
47.10 (1638). а)  $y = \ln(x - 4)$ ;



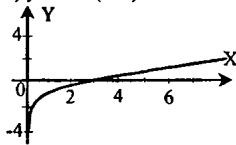
б)  $y = \ln(x + 3)$ ;



б)  $y = \ln ex$ ;



г)  $y = \ln(x/e)$



47.11 (1631). а)  $y = x^2 e^x$ ;  $y' = e^x(x^2 + 2x)$ ; возрастает:  $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$ ;

убывает:  $[-2; 0]$ ;  $x = 0$  — min;  $x = -2$  — max;

б)  $y = e^{2x-4}x$ ;  $y' = e^{2x-4}(2x+1)$ ; возрастает:  $[-1/2; +\infty)$ ; убывает:  $(-\infty; 1/2]$ ;

$x = -1/2$  — min;

в)  $y = x^3 e^x$ ;  $y' = e^x(3x^2 + x^3) = x^2 e^x(3+x)$ ; возрастает:  $[-3; +\infty)$ ; убывает:  $(-\infty; -3]$ ;

$x = -3$  — min;

г)  $y = \frac{e^x}{x}$ ;  $y' = e^x \frac{x-1}{x^2}$ ; возрастает:  $[1; +\infty)$ ; убывает:  $(-\infty; 0) \cup (0; 1]$ ;  $x = 1$  — min.

47.12 (1632).  $y = x^2 e^x$ ;  $y' = e^x(x^2 + 2x)$ ;  $y' = 0$  при  $x = 0$ ,  $x = -2$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y(-2) = 4/e^2$ ;

а)  $x \in [-1; 1]$ ;  $y(-1) = 1/e$ ;  $y(1) = e$ ;  $y_{\min} = 0$ ;  $y_{\max} = e$ ;

б)  $x \in [-3; 1]$ ;  $y(-3) = 9/e^3$ ;  $y(1) = e$ ;  $y_{\min} = 0$ ;  $y_{\max} = e$ ;

в)  $x \in [-3; -1]$ ;  $y_{\min} = 1/e$ ;  $y_{\max} = 4/e^2$ ;

г)  $x \in [1; 3]$ ;  $y(3) = 9e^3$ ;  $y_{\min} = e$ ;  $y_{\max} = 9e^3$ .

47.13. а)  $y = x^2 \ln x$ ;  $y' = 2x \ln x + x$ ;

б)  $y = 3 \ln x + \sin 2x$ ;  $y' = 3/x + 2 \cos 2x$ ;

в)  $y = \frac{x}{\ln x}$ ;  $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$ ;

г)  $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 5 \ln x$ ;  $y' = -\sin \frac{x}{2} - \frac{5}{x}$ .

1633 (с). а)  $y = x^2 \ln x$ ;  $y' = 2x \ln x + x$ ;

б)  $y = \frac{\ln x}{x+1}$ ;  $y' = \frac{(\frac{1}{x})(x+1) - \ln x}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2 + x} - \frac{\ln x}{(x+1)^2}$ ;

в)  $y = \frac{x}{\ln x}$ ;  $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$ ;

г)  $y = (x-5) \ln x$ ;  $y' = \ln x + 1 - (5/x)$ .

1634 (с). а)  $y = e^x \ln x$ ;  $y' = e^x(\ln x + 1/x)$ ;

б)  $y = 3 \ln x + \sin 2x$ ;  $y' = 3/x + 2 \cos 2x$ ;

в)  $y = \sqrt[7]{x^5} \ln x$ ;  $y' = \frac{5 \ln x}{\sqrt[7]{x^2}} + \frac{\sqrt[7]{x^5}}{x} = \frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}(5/7 \ln x + 1)$ ;

г)  $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 5 \ln x$ ;  $y' = -\sin \frac{x}{2} - \frac{5}{x}$ .

$$47.14 \text{ (1635). a) } y = \ln x + x; x_0 = \frac{1}{7}; y' = \frac{1}{x} + 1; y'(x_0) = 7 + 1 = 8;$$

$$б) y = x^3 \ln x; x_0 = e; y' = 3x^2 \ln x + x^2; y'(x_0) = 3e^2 + e^2 = 4e^2;$$

$$в) y = x^2 - \ln x; x_0 = 0,5; y' = 2x - \frac{1}{x}; y'(x_0) = 1 - 2 = -1;$$

$$г) y = \frac{\ln x}{x}; x_0 = 1; y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y'(x_0) = 1.$$

$$47.15. \text{ a) } y = \ln(2x+2); x_0 = -\frac{1}{4}; y' = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}; y'(x_0) = \frac{4}{3}.$$

$$б) y = \ln(5-2x); x_0 = 2; y' = -\frac{2}{5-2x}; y'(x_0) = -2;$$

$$1636 \text{ (c). a) } y = \ln(2x+2); x_0 = -\frac{1}{4}; y' = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}; y'(x_0) = \frac{4}{3};$$

$$б) y = \ln(5-2x); x_0 = 2; y' = -\frac{2}{5-2x}; y'(x_0) = -2;$$

$$в) y = \ln(9-5x); x_0 = -2; y' = -\frac{5}{9-5x}; y'(x_0) = -\frac{5}{19};$$

$$г) y = -3 \ln(-x+4); x_0 = -5; y' = \frac{3}{4-x}; y'(x_0) = \frac{1}{3}.$$

$$47.16 \text{ (1637). a) } f(x) = x^5 - \ln x; a = 1; f(a) = 1; f'(x) = 5x^4 - \frac{1}{x}; f'(a) = 4; y = 4x + 1 - 4 = 4x - 3,$$

$$б) f(x) = \frac{\ln x}{x^2}; a = 1; f(a) = 0; f'(x) = \frac{x - 2x \ln x}{x^4}; f'(a) = 1; y = x - 1;$$

$$в) f(x) = -2x \ln x; a = e; f(a) = -2e; f'(x) = -2 \ln x - 2; f'(a) = -4; y = -4x - 2e + 4e = -4x + 2e,$$

$$г) f(x) = \sqrt[3]{x} \ln x; a = 1; f(a) = 0; f'(x) = x^{-\frac{2}{3}} + (1/3)x^{-\frac{2}{3}} \ln x; f'(a) = 1; y = x - 1$$

$$47.17 \text{ (1648). a) } y = xe^{2x-1}; a = \frac{1}{2}; y(a) = \frac{1}{2}; y' = e^{2x-1}(2x+1); y'(a) = 2;$$

$$y = 2x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 2 = 2x - \frac{1}{2};$$

$$б) y = \frac{x^2 - 1}{e^{3-x}}; a = 2; y(a) = \frac{3}{e}; y' = \frac{2x + x^2 - 1}{e^{3-x}}; y'(a) = \frac{7}{e};$$

$$y = \frac{7}{e}x + \frac{3}{e} - \frac{14}{e} = \frac{1}{e}(7x - 11);$$

$$в) y = x^3 \ln x; a = e; y(a) = e^3; y' = 3x^2 \ln x + x^2; y'(a) = 4e^2; y = 4e^2x + e^3 - 4e^3 = 4e^2x - 3e^3,$$

$$г) y = (2x+1)e^{1-2x}; a = \frac{1}{2};$$

$$y'(a) = 2; y' = 2e^{1-2x} - 2e^{1-2x}(2x+1) = 4xe^{1-2x}; y'(a) = -2; y = -2x + 2 + 1 = -2x + 3$$

$$47.18 \text{ (1639). а) } y=x+\ln \frac{1}{x}; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=1-\frac{1}{1/x} \cdot \frac{1}{x^2}=1-\frac{1}{x},$$

убывает:  $x \in (0; 1]$ ; возрастает  $x \in [1; +\infty)$ ;  $x=1 - \min$ ;

$$б) y=x^4-4\ln x; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=4x^3-\frac{4}{x}=\frac{4x^4-4}{x};$$

возрастает:  $x \in [1; +\infty)$ ; убывает:  $x \in (0; 1]$ ;  $x=1 - \min$ ;

$$47.19 \text{ (1652). а) } y=e^{2x}-3e^{x^2}x+4; y'=2e^{2x}-3e^{x^2}x+1>0; e^x \in (-\infty; 1/2) \cup (1; +\infty);$$

возрастает:  $x \in (-\infty; \ln(1/2)) \cup [0; +\infty)$ ; убывает:  $x \in [\ln(1/2); 0]$ ;

$x=\ln(1/2) - \max$ ;  $x=0 - \min$ ;

$$б) y=1-3x+5e^x-e^{2x}; y'=-3+5e^x-2e^{2x}>0; 2e^{2x}-5e^x+3<0; e^x \in (1; 3/2);$$

возрастает:  $x \in [0; \ln(3/2)]$ ; убывает:  $x \in (-\infty; 0] \cup [\ln(3/2); +\infty)$ ;

$x=0 - \min$ ;  $x=\ln(3/2) - \max$ .

$$47.20 \text{ (1653). а) } y=2\ln x^3-5x+\frac{x^2}{2}; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=\frac{6}{x}-5+x>0; \frac{6-5x+x^2}{x}>0;$$

$x^2-5x+6>0$ ; возрастает:  $x \in (0; 2] \cup [3; +\infty)$ ; убывает:  $x \in [2; 3]$ ;

$x=2 - \max$ ;  $x=3 - \min$ ;

$$б) y=\ln \frac{1}{x^3}+x^2+x+3; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=-\frac{3}{x}+2x+1>0; 2x^2+x-3>0;$$

возрастает:  $x \in [1; +\infty)$ ; убывает:  $x \in (0; 1]$ ;  $x=1 - \min$ .

$$47.21 \text{ (1640). } y=x-\ln x; y'=1-\frac{1}{x}; y'=0 \text{ при } x=1; y(1)=1;$$

$$а) x \in [\frac{1}{e}; e]; y(1/e)=(1/e)+1; y(e)=e-1; y_{\min}=1; y_{\max}=e-1;$$

$$б) x \in [e; e^2]; y(e^2)=e^2-2; y_{\min}=e-1; y_{\max}=e^2-2.$$

$$47.22 \text{ (1654). а) } y=x+\ln(-x); x \in [-4; -0,5]; y'=1+\frac{1}{x}; y'=0 \text{ при } x=-1;$$

$$y(-1)=-1; y(-4)=-4+\ln 4; y(-0,5)=-(1/2)-\ln 2; y_{\min}=-4+\ln 4; y_{\max}=-1;$$

$$б) y=x+e^{-x}; x \in [-\ln 4; \ln 2]; y'=1-e^{-x}; y'=0 \text{ при } x=0; y(0)=1;$$

$$y(-\ln 4)=4-\ln 4; y(\ln 2)=(1/2)+\ln 2; y_{\min}=1; y_{\max}=4-\ln 4.$$

$$47.23 \text{ (1641). а) } f(x)=e^{2x}; y=2ex-5; f'(x)=2e^{2x}; y=2xe^{2x_0}+e^{2x_0}-2x_0e^{2x_0} \text{ — общее}$$

$$\text{уравнение касательной к графику } y=f(x); x_0=\frac{1}{2}; y=2ex+e-e=2ex;$$

$$б) f(x)=\ln(3x+2); y=x+7; f'(x)=\frac{3}{3x+2}; y=\frac{3x}{3x_0+2}+\ln(3x_0+2)-x_0\frac{3}{3x_0+2},$$

$$x_0=\frac{1}{3}; y=x+\ln 3-\frac{1}{3}.$$

$$1642 \text{ (c). a) } \int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2; \quad \text{б) } \int_1^2 (e^x + \frac{1}{x}) dx = (e^x + \ln x) \Big|_1^2 = e^2 + \ln 2 - e;$$

$$\text{в) } \int_0^1 \frac{0,1}{0,1x+1} dx = 0,1 \ln(x+1) \Big|_0^1 = 0,1 \ln 2;$$

$$\text{r) } \int_1^2 (e^{2x} + \frac{2}{x}) dx = (\frac{e^{2x}}{2} + 2 \ln x) \Big|_1^2 = \frac{e^4}{2} + 2 \ln 2 - \frac{e^2}{2}.$$

$$1643 \text{ (c). a) } \int_3^6 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln(2x-1) \Big|_3^6 = \frac{1}{2} \ln 11 - \frac{1}{2} \ln 5 = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{5};$$

$$\text{б) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{-5x+6} = (-\frac{1}{5} \ln(6-5x)) \Big|_{-1}^0 = -\frac{1}{5} \ln 6 + \frac{1}{5} \ln 11 = \frac{1}{5} \ln \frac{11}{6};$$

$$\text{в) } \int_0^{1/2} \frac{1}{4x+1} dx = \frac{1}{4} \ln(4x+1) \Big|_0^{1/2} = \frac{1}{4} \ln 3; \text{ r) } \int_5^8 \frac{dx}{9-x} = -\ln(9-x) \Big|_5^8 = \ln 4.$$

$$1644 \text{ (c). a) } y=0; x=1; x=e; y=\frac{1}{x}; S=\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = 1;$$

$$\text{б) } y=0; x=3; x=-1; y=\frac{1}{2x+3}; S=\int_{-1}^3 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln(2x+3) \Big|_{-1}^3 = \frac{1}{2} \ln 9 = \ln 3;$$

$$\text{в) } y=0; x=e; x=e^2; y=\frac{2}{x}; S=\int_e^{e^2} \frac{2}{x} dx = 2 \ln x \Big|_e^{e^2} = 4 - 2 = 2;$$

$$\text{r) } y=0; x=2; x=5; y=\frac{1}{3x-5}; S=\int_2^5 \frac{dx}{3x-5} = \frac{1}{3} \ln(3x-5) \Big|_2^5 = \frac{1}{3} \ln 10.$$

$$1645 \text{ (c). a) } y=e^x; y=\frac{1}{x}; x=2; x=3;$$

$$S=\int_2^3 (e^x - 1/x) dx = (e^x - \ln x) \Big|_2^3 = e^3 - \ln 3 - e^2 + \ln 2 = e^3 - e^2 + \ln \frac{2}{3};$$

$$\text{б) } y=\frac{1}{x}; y=1; x=5; S=4 - \int_1^5 \frac{1}{x} dx = 4 - \ln x \Big|_1^5 = 4 - \ln 5;$$

$$\text{в) } y=\sqrt{x}; y=\frac{1}{x}; x=4; S=\int_1^4 (\sqrt{x} - \frac{1}{x}) dx = (\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \ln x) \Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \ln 4 - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} - \ln 4.$$

$$\text{r) } y=-\frac{1}{x}; y=-1; x=e; S=1 - (e-1) - \int_1^e \frac{1}{x} dx = (e-1) - \ln x \Big|_1^e = e-2.$$

$$47.74 \text{ (1646). a) } f(x)=3e^{x+4}; a=\frac{3}{e}; f'(x)=3e^{x+4}=\frac{3}{e}; e^{x+4}=e^{-1}; x=-5;$$

$$\text{б) } f(x)=2+\frac{1}{3}e^{-6x-13}; a=-2; f'(x)=-2e^{-6x-13}=-2; e^{-6x-13}=1; 6x+13=0; x=-\frac{13}{6};$$



$$b) f(x) = 2e^{-7x+9}; a = -14; f'(x) = -14 e^{-7x+9} = -14; -7x+9=0; x = \frac{9}{7};$$

$$r) f(x) = 42 - e^{0,1x-4}; a = 0,1; f'(x) = -0,1 e^{0,1x-4} = -0,1; e^{0,1x-4} = 1 - \text{решений нет}$$

$$47.25 (1647). a) g(x) = 6 - \frac{1}{2} e^{2x-3}; a = \frac{1}{e^3}; g'(x) = -e^{2x-3} < \frac{1}{e^3}; x - \text{любое чис.}$$

$$б) g(x) = x + e^{4x-3}; a = 5; g'(x) = 1 + 4e^{4x-3} < 5; e^{4x-3} < 1; x < \frac{3}{4};$$

$$в) g(x) = \frac{1}{3} e^{3x-5}; a = \frac{1}{e}; g'(x) = e^{3x-5} < \frac{1}{e}; 3x+5 < -1; x < -2;$$

$$r) g(x) = e^{9x+21} - x; a = 8; g'(x) = 9e^{9x+21} - 1 < 8; 9x+21 < 0; x < -\frac{7}{3}$$

$$1649 (c). a) y = 2^x \cdot \log_3(x-1); y' = 2^x \ln 2 - \frac{1}{(x-1) \ln 3};$$

$$б) y = 3^{-x} + 2 \log_{1/2} x; y' = -3^{-x} \ln 3 + \frac{2}{x \ln(1/2)};$$

$$в) y = 5^x \cdot 7 \log_{1/5}(x+1); y' = 5^x \ln 5 + \frac{7}{(x+1) \ln 5};$$

$$r) y = \left(\frac{1}{7}\right)^x \cdot \log_5(x+4); y' = -\left(\frac{1}{7}\right)^x \ln 7 + \frac{1}{(x+4) \ln 5}.$$

$$1650 (c). a) y = 7^x \ln(2x+3); y' = 7^x \ln 7 \ln(2x+3) + \frac{2 \cdot 7^x}{2x+3};$$

$$б) y = \frac{\log_5(3x+2)}{x^5}; y' = \frac{3x^5}{(3x+2)x^{10} \ln 5} - \frac{5x^4 \log_5(3x+2)}{x^{10}} =$$

$$= \frac{3}{(3x+2)x^5 \ln 5} - \frac{5 \log_5(3x+2)}{x^6};$$

$$в) y = x^2 \log_{1/2}(3x-1); y' = 2x \log_{1/2}(3x-1) - \frac{3x^2}{(3x-1) \ln 2};$$

$$r) y = \frac{\ln(2x-1)}{3^x}; y' = \frac{\frac{2 \cdot 3^x}{2x-1} - 3^x \ln 3 \ln(2x-1)}{3^{2x}} = \frac{2}{(2x-1)3^x} - \frac{\ln 3 \ln(2x-1)}{3^x}$$

$$1651 (c). a) y = \log_x(x+1) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x};$$

$$y' = \frac{\frac{\ln x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x}}{\ln^2 x} = \frac{1}{(x+1) \ln x} - \frac{\ln(x+1)}{x \ln^2 x};$$

$$6) y = \log_x x^2 = \frac{2 \ln x}{\ln(x-1)}; y' = \frac{2}{x \ln(x-1)} - \frac{\ln x}{(x-1) \ln^2(x-1)}.$$

**1655 (c).** а)  $y = 4 \cdot 2^{3x} - 27 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+3}; x \in [-2; 0]; y' = 12 \cdot 2^{3x} \ln 2 - 54 \cdot 2^{2x} \ln 2 + 3 \cdot 2^{x+3} \ln 2 =$   
 $= 6 \ln 2 (2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} + 4 \cdot 2^x) = 6 \ln 2 \cdot 2^x (2 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 4) = 6 \ln 2 \cdot 2^x (2 \cdot 2^x - 1)(2^x - 4), y' = 0$  при  
 $x = -1, x = 2, y_{\min} = 1; y_{\max} = 5 \frac{3}{4}$ ; (минимум достигается при  $x=0$ , максимум —  
 $x=-1$ );

б)  $y = 3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 3^{x-2}; x \in [-1; 1]; y' = \ln 3 (3 \cdot 3^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} \cdot 3^x) = 3^x \ln 3 (3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^{x+1});$   
 $y' = 0$  при  $x = 0, x = -1; y(0) = 0; y(-1) = 4/27; y(1) = 12;$   
 $y_{\min} = 0; y_{\max} = 12.$

**46.26 (1656).** а)  $y = e^{\frac{x}{2}}; y' = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}}; y = e^{\frac{x_0}{2}} + \frac{1}{2} e^{\frac{x_0}{2}} (x - x_0)$  — касательная;

$$e^{\frac{x_0}{2}} - \frac{x_0}{2} e^{\frac{x_0}{2}} = 0; x_0 = 2; y = \frac{e}{2} x + e - e = \frac{e}{2} x;$$

б)  $y = \ln x; y' = \frac{1}{x}; y = \frac{x}{x_0} + \ln x_0 - \frac{x_0}{x_0}$  — касательная;  $\ln x_0 - 1 = 0; x_0 = e; y = \frac{x}{e},$

в)  $y = e^{\frac{x}{3}}; y' = \frac{1}{3} e^{\frac{x}{3}}; y = \frac{e^{\frac{x_0}{3}} \cdot x}{3} + e^{\frac{x_0}{3}} - \frac{x_0}{3} e^{\frac{x_0}{3}}$  — касательная;

$$1 - \frac{x_0}{3} = 0; x_0 = 3; y = \frac{e}{3} x;$$

г)  $y = \ln x^3 = 3 \ln x; y' = \frac{3}{x}; y = \frac{3}{x_0} x + 3 \ln x_0 - 3$  — касательная;

$$3 \ln x_0 - 3 = 0; x_0 = e; y = \frac{3x}{e}.$$

**46.27 (1657).** а)  $y = 3x - 4 + a; y = \ln(3x - 4); y' = \frac{3}{3x - 4};$

$$y = \frac{3x}{3x_0 - 4} + \ln(3x_0 - 4) - \frac{3x_0}{3x_0 - 4}$$
 — касательная к графику  $y = \ln(3x - 4)$  в

точке  $x_0; \frac{3}{3x_0 - 4} = 3; x_0 = \frac{5}{3}; y = 3x - \frac{5}{1} = 3x - 5; a = -1;$

б)  $y = 2x + 3 + a; y = \ln(2x + 3); y' = \frac{2}{2x + 3};$

$$y = \frac{2x}{2x_0 + 3} + \ln(2x_0 + 3) - \frac{2x_0}{2x_0 + 3}$$
 — касательная к графику  $y = \ln(2x + 3)$  в

точке  $x_0; \frac{2}{2x_0 + 3} = 2; x_0 = -1; y = 2x + 2; a = -1.$

**46.28 (1658).**  $y=x^6 e^{-x}$ ;  $y'=e^{-x}(-x^6+6x^5)=x^5 e^{-x}(6-x)$ ;  $y'>0$  при  $x\in(0;6)$ ;  $y'<0$  при  $x\in(-\infty;0)\cup(6;+\infty)$ ;  $y'=0$  при  $x=0, x=6$ ;  $x\in(a; a+7)$ ;

$$\text{а) } \begin{cases} a+7>0 \\ a+7\leq 6 \\ a<0 \end{cases}; \begin{cases} a\geq 0 \\ a<6 \\ a+7>6 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} a+7>6 \\ a<0 \end{cases}; a\in(-7; -1]\cup[0; 6); \text{ в) } \begin{cases} a+7>6 \\ a<0 \end{cases}; a\in(-1; 0);$$

$$\text{в) } \begin{cases} a\geq 6 \\ a+7\leq 0 \end{cases}; a\in(-\infty; -7]\cup[6; +\infty); \text{ г) } \begin{cases} a>0 \\ a+7<6 \end{cases} - \text{ нет таких } a.$$

$$\text{1659 (с). а) } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 4^x dx + \int_1^2 4x^3 dx = \frac{4^x}{\ln 4} \Big|_0^1 + x^4 \Big|_1^2 = \frac{4-1}{\ln 4} + 16-1 = \frac{3}{\ln 4} + 15;$$

$$\text{б) } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_0^1 + \ln x \Big|_1^2 = \frac{2}{3} + \ln 2.$$

$$\text{1660 (с). а) } y=2^x; y=3-x; y=0; x=0; S=\int_0^1 2^x dx + 2\cdot \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{\ln 2};$$

$$\text{б) } y=3^x; y=5-2x; y=0; x=0; S=\int_0^1 3^x dx + \int_1^{5/2} (5-2x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_0^1 + (5x-x^2) \Big|_1^{5/2} = \\ = \frac{25}{2} - \frac{25}{4} - 5 + 1 + \frac{2}{\ln 3} = \frac{9}{4} + \frac{2}{\ln 3}.$$

$$\text{1661 (с). а) } y=\frac{1}{x^2}; y=2^{x-1}; x=2; S=\int_1^2 \left( 2^x - 1 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left( \frac{2^x}{\ln 2} - x + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \\ = \frac{4}{\ln 2} - 2 + \frac{1}{2} - \frac{2}{\ln 2} + 1 - 1 = \frac{2}{\ln 2} - \frac{3}{2};$$

$$\text{б) } y=\frac{1}{\sqrt{x}}; y=2^{x-1}; x=4; S=\int_1^4 \left( 2^{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \left( \frac{2^{x-1}}{\ln 2} - 2\sqrt{x} \right) \Big|_1^4 = \\ = \frac{8}{\ln 2} - 4 - \frac{1}{\ln 2} + 2 = \frac{7}{\ln 2} - 2.$$

$$\text{1662 (с). а) } y=e^x; y=\frac{e}{x}; x=e; y=0;$$

$$S=\int_0^1 e^x dx e^x dx + \int_1^e \frac{e}{x} dx = e^x \Big|_0^1 + e \ln x \Big|_1^e = e-1+e-2e-1;$$

$$\text{б) } y=\left(\frac{1}{3}\right)^x; y=x^2+1; x=2; S=\int_0^2 \left( x^2 + 1 - \frac{1}{3^x} \right) dx = \\ = \left( \frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{\ln 3} \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} + 2 + \frac{1}{9\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{14}{3} - \frac{8}{9\ln 3} = \frac{2}{3} \left( 7 - \frac{4}{3\ln 3} \right).$$

## Глава 8. Первообразная и интеграл

### § 48. Первообразная

48.1 (985). а)  $F(x) = x^2 + x^3$ ;  $F'(x) = 2x + 3x^2$ ;

б)  $F(x) = x^4 - x^{11}$ ;  $F'(x) = 4x^3 - 11x^{10}$

в)  $F(x) = x^4 + x^{11}$ ;  $F'(x) = 4x^3 + 11x^{10}$ ;

г)  $F(x) = x^{13} - x^{19}$ ;  $F'(x) = 13x^{12} - 19x^{18}$

48.2 (986). а)  $F(x) = 3 \sin x$ ;  $F'(x) = 3 \cos x$ ;

б)  $F(x) = -4 \cos x$ ;  $F'(x) = 4 \sin x$ ;

в)  $F(x) = -9 \sin x$ ;  $F'(x) = -9 \cos x$ ;

г)  $F(x) = 5 \cos x$ ;  $F'(x) = -5 \sin x$ ;

48.3 (987). а)  $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ ;  $F(x) = \frac{1}{x} + C$ ;

б)  $f(x) = \frac{7}{x^2}$ ;  $F(x) = -\frac{7}{x} + C$ ;

48.4 (988). а)  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;  $F(x) = \sqrt{x} + C$ ;

б)  $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x}}$ ;  $F(x) = 12\sqrt{x} + C$ ;

48.5. а)  $f(x) = x^2 + x^{16}$ ;  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17} + C$ ;

б)  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ ;  $F(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + C$ ;

в)  $f(x) = x^{13} + x^{18}$ ;  $F(x) = \frac{x^{14}}{14} + \frac{x^{19}}{19} + C$ ;

г)  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$ ;  $F(x) = \sqrt{x} + x + C$ ;

989. а)  $f(x) = 4x^{10}$ ;  $F(x) = \frac{4}{11}x^{11} + C$ ; б)  $f(x) = -3x^6$ ;  $F(x) = -\frac{3}{7}x^7 + C$ ;

в)  $f(x) = 5x^7$ ;  $F(x) = \frac{5}{8}x^8 + C$ ; г)  $f(x) = -9x^{19}$ ;  $F(x) = -\frac{9}{20}x^{20} + C$ .

48.6. а)  $f(x) = 4x^3 - 6x^2$ ;  $F(x) = x^4 - 2x^3 + C$ ;

б)  $f(x) = -3 \sin x + 2 \cos x$ ;  $F(x) = 3 \cos x + 2 \sin x + C$ ;

$$\text{в) } f(x) = 5x^4 - 3x^5; \quad F(x) = x^5 - \frac{x^6}{2} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = -13\sin x + \frac{5}{\cos^2 x}; \quad F(x) = 13\cos x + 5\operatorname{tg} x + C.$$

**48.7.**

$$\text{а) } F(x) = e^x + \ln|x| \quad \text{б) } F(x) = 3\ln x - \frac{4}{x} + 5\operatorname{ctg} x$$

$$\text{в) } F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} \quad \text{г) } F(x) = \frac{5}{6}x^{\frac{6}{5}} - 2e^x$$

$$\text{990 (c). а) } f(x) = x^2 + x^{16}; \quad F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = x^9 + x^{33}; \quad F(x) = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^{34}}{34} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = x^{13} + x^{18}; \quad F(x) = \frac{x^{14}}{14} + \frac{x^{19}}{19} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = x + x^{14}; \quad F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^{15}}{15} + C;$$

$$\text{991 (c). а) } f(x) = -\frac{1}{x^2} + x; \quad F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}; \quad F(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = -\frac{1}{x^2} + x^3; \quad F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1; \quad F(x) = \sqrt{x} + x + C;$$

$$\text{992 (c). а) } f(x) = 4x^3 - 6x^2; \quad F(x) = x^4 - 2x^3 + C;$$

$$\text{б) } f(x) = 13x^6 + 9x^4; \quad F(x) = 13\frac{x^7}{7} + 9\frac{x^5}{5} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = 5x^4 - 3x^5; \quad F(x) = x^5 - \frac{x^6}{2} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = 12x^{10} + 3x^7; \quad F(x) = \frac{12x^{11}}{11} + \frac{3x^8}{8} + C;$$

$$\text{993 (c). а) } f(x) = -3\sin x + 2\cos x; \quad F(x) = 3\cos x + 2\sin x + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{4}{\sin^2 x} - \frac{9}{\cos^2 x}; \quad F(x) = -4\operatorname{ctg} x - 9\operatorname{tg} x + C;$$

$$\text{в) } f(x) = -4 \cos x + \frac{2}{\sin^2 x};$$

$$F(x) = -4 \sin x - 2 \operatorname{ctg} x + C;$$

$$\text{г) } f(x) = -13 \sin x + \frac{5}{\cos^2 x};$$

$$F(x) = 13 \cos x + 5 \operatorname{tg} x + C.$$

$$995 \text{ (c). а) } f(x) = -\frac{1}{(6x+1)^2};$$

$$F(x) = \frac{1}{6(6x+1)} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{(8x-3)^2};$$

$$F(x) = -\frac{1}{8(8x-3)} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{1}{(7x-3)^2};$$

$$F(x) = -\frac{1}{7(7x-3)} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = -\frac{1}{(10x+2)^2};$$

$$F(x) = \frac{1}{10(10x+2)} + C.$$

$$996 \text{ (c). а) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{7x-9}};$$

$$F(x) = \frac{2}{7} \sqrt{7x-9} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{42-3x}};$$

$$F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{42-3x} + C.$$

$$997 \text{ (c). а) } \int 4 \sin x dx = -4 \cos x + C;$$

$$\text{б) } \int -\frac{9}{\cos^2 x} dx = -9 \operatorname{tg} x + C;$$

$$\text{в) } \int 6 \cos x dx = 6 \sin x + C;$$

$$\text{г) } \int -\frac{16}{\sin^2 x} dx = 16 \operatorname{ctg} x + C;$$

$$998 \text{ (c). а) } \int \frac{3dx}{2\sqrt{x}} = 3\sqrt{x} + C.$$

$$\text{б) } \int -\frac{15}{x^2} dx = \frac{15}{x} + C.$$

$$\text{в) } \int \frac{5dx}{2\sqrt{x}} = 5\sqrt{x} + C.$$

$$\text{г) } \int \frac{20}{x^2} dx = -\frac{20}{x} + C.$$

$$999 \text{ (c). а) } \int (x^3 + \sin x) dx = \frac{x^4}{4} - \cos x + C. \text{ б) } \int \left( x^9 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \frac{x^{10}}{10} + \operatorname{tg} x + C$$

$$\text{в) } \int (x^2 + \cos x) dx = \frac{x^3}{3} + \sin x + C. \text{ г) } \int \left( x^6 + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \frac{x^7}{7} - \operatorname{ctg} x + C$$

$$1000 \text{ (c). а) } \int \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} + x^2 \right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^3}{3} + C. \text{ б) } \int \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} + x \right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C.$$

$$1001 \text{ (c). а) } \int \left( \frac{1}{x^2} + x^3 \right) dx = -\frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C. \text{ б) } \int \left( -\frac{1}{x^2} + x^5 \right) dx = \frac{1}{x} + \frac{x^6}{6} + C$$

$$1002 \text{ (c). а) } \int (2-9x)^6 dx = -\frac{(2-9x)^7}{63} + C. \text{ б) } \int (7+5x)^{13} dx = \frac{(7+5x)^{14}}{70} + C$$

$$1006 \text{ (c). a) } y' = x^4 - 3x^2; y = \frac{x^5}{5} - x^3 + C. \text{ б) } y' = x^{12} - 8x^7; y = \frac{x^{13}}{13} - x^8 + C.$$

$$1007 \text{ (c). a) } y' = \sin x + 1; y = -\cos x + x + C. \text{ б) } y' = \cos x - 9; y = \sin x - 9x + C.$$

$$1008 \text{ (c). a) } y' = \frac{13}{x^2} + x; y = -\frac{13}{x} + \frac{x^2}{2} + C. \text{ б) } y' = \frac{4}{x^2} - 4x; y = -\frac{4}{x} - 2x^2 + C.$$

$$1009 \text{ (c). a) } y' = \frac{-9}{x^2} + \sin x; y = \frac{9}{x} - \cos x + C.$$

$$\text{б) } y' = -\frac{5}{x^2} - \cos x; y = \frac{5}{x} - \sin x + C.$$

$$48.8 \text{ (1012). a) } f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1; F(x) = x.$$

$$\text{б) } f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin x; F(x) = -\cos x.$$

$$\text{в) } f(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}; F(x) = \operatorname{tg} x.$$

$$\text{г) } f(x) = 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}; F(x) = -\operatorname{ctg} x.$$

$$48.9 \text{ (994). a) } f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right); F(x) = -\frac{1}{3} \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right); F(x) = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \cos(4x - 3); F(x) = \frac{1}{4} \sin(4x - 3) + C;$$

$$\text{г) } f(x) = \sin\left(2 - \frac{x}{2}\right); F(x) = 2 \cos\left(2 - \frac{x}{2}\right) + C.$$

$$48.10. \text{ a) } f(x) = -\frac{1}{(6x+1)^2}; F(x) = \frac{1}{6(6x+1)} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{7x-9}}; F(x) = \frac{2}{7} \sqrt{7x-9} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{1}{(7x-3)^2}; F(x) = -\frac{1}{7(7x-3)} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{42-3x}}; F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{42-3x} + C.$$

48.11.

$$\text{a) } f(x) = \sin 2x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \cdot (-\cos 2x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$$

$$6) f(x) = e^{2x-5} - \cos 3x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}e^{2x-5} - \frac{1}{3}\sin 3x$$

$$B) f(x) = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \Rightarrow F(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cdot 2 = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$r) f(x) = \sqrt[3]{3x-1} + \frac{1}{2-7x} \Rightarrow$$

$$F(x) = \frac{3}{4}(3x-1)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{1}{3} + \ln(2-7x) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{4}(3x-1)^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{7}\ln|2-7x|$$

$$48.12 (1003), a) y = \sin x, M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{4}\right);$$

$$Y = -\cos x + C; \frac{1}{4} = -\frac{1}{2} + C; C = \frac{1}{4}; Y = -\cos x + \frac{3}{4}$$

$$6) y = \frac{1}{\cos^2 x}, M\left(\frac{\pi}{4}; -1\right); Y = \operatorname{tg} x + C; -1 = 1 + C; C = -2; Y = \operatorname{tg} x - 2$$

$$B) y = \cos x, M\left(\frac{\pi}{6}; 1\right); Y = \sin x + C; 1 = \frac{1}{2} + C; C = \frac{1}{2}; Y = \frac{1}{2} + \sin x.$$

$$r) y = \frac{1}{\sin^2(x/3)}, M\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right); Y = -3 \operatorname{ctg} \frac{x}{3} + C; 0 = -3 + C; C = 3;$$

$$Y = -3 \operatorname{ctg} \frac{x}{3} + 3.$$

$$48.13 (1004). v = 1 + 2t; s(t) = t + t^2 + C; 5 = 2 + 4 + C; C = -1;$$

$$s(t) = t^2 + t - 1.$$

$$48.14 (1005). v = -4 \sin 3t; s(t) = \frac{4}{3} \cos 3t + C; 2 = \frac{4}{3} + C; C = \frac{2}{3};$$

$$s(t) = \frac{4}{3} \cos 3t + \frac{2}{3}.$$

$$48.15 (1010). v = \frac{6}{\sqrt{2t+1}}; s(t) = 6\sqrt{2t+1} + C; s(0) = 6 + C = 3; C = -3;$$

$$s(t) = 6\sqrt{2t+1} - 3.$$

$$48.16 (1011). a(t) = 2(t+1)^2; v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + C; v(0) = \frac{2}{3} + C_1 = 1; C_1 = \frac{1}{3},$$

$$v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + \frac{1}{3}; s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + C_2; s(0) = \frac{1}{6} + C_2 = 1; C_2 = \frac{5}{6},$$

$$s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + \frac{5}{6}.$$



$$48.17 (1013). a) g(x) = 8 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 4 \sin x; \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 3\right);$$

$$G(x) = -4 \cos x + C; \quad C = 3; \quad G(x) = -4 \cos x + 3.$$

$$b) g(x) = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = \cos x, \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 16\right);$$

$$G(x) = \sin x + C; \quad 16 = 1 + C; \quad C = 15; \quad G(x) = \sin x + 15.$$

$$B) g(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x, \quad M(0; 7);$$

$$G(x) = \sin x + C; \quad 7 = 0 + C; \quad G(x) = \sin x + 7.$$

$$r) g(x) = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x, \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 15\right);$$

$$G(x) = \sin x + C; \quad 15 = 1 + C; \quad C = 14; \quad G(x) = \sin x + 14.$$

$$1014 (c). a) \int (\operatorname{tg}^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C.$$

$$b) \int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

$$B) \int (\operatorname{ctg}^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$r) \int \sin x \cos x dx = \int \frac{1}{2} \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

$$1015 (c). a) \int \sin 2x \sin 6x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 8x) dx = \frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{16} \sin 8x + C$$

$$b) \int \sin 4x \cos 3x dx = \int \frac{1}{2} (\sin 7x + \sin x) dx = -\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{14} \cos 7x + C.$$

$$B) \int \cos 3x \cos 5x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 8x + \cos 2x) dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{16} \sin 8x + C.$$

$$r) \int \sin 2x \cos 8x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 10x - \sin 6x) dx = -\frac{1}{20} \cos 10x + \frac{1}{12} \cos 6x + C$$

$$1016 (c). a) \int \sin^2 x dx = \int \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$\begin{aligned} b) \int \sin^4 x dx &= \int \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right)^2 dx = \int \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos^2 2x \right) dx = \\ &= \int \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx = \frac{1}{4} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} x + \frac{1}{32} \sin 4x + C = \\ &= \frac{3x}{8} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C. \end{aligned}$$

$$B) \int \cos^2 x dx = \int \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$r) \int \cos^4 x dx = \int \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx = \frac{3x}{8} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C.$$

$$1017 \text{ (c). a) } \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx =$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C = -2 \operatorname{ctg} 2x + C.$$

$$6) \int \frac{\cos 2x dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x + C =$$

$$= -\frac{2}{\sin 2x} + C.$$

$$48.48 \text{ (1018). a) } f(x) = 2x + 3; \quad F(x) = x^2 + 3x + C;$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3/2; \quad F(-3/2) = 9/4 - 9/2 + C = 0;$$

$$C = 9/4; \quad F(x) = x^2 + 3x + 9/4.$$

$$6) f(x) = 12(3x - 1)^3; \quad F(x) = (3x - 1)^4 + C;$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1/3; \quad F(1/3) = C = 0; \quad F(x) = (3x - 1)^4.$$

$$1019 \text{ (c). a) } f(x) = 2x, \quad y = x + 2,$$

$$F(x) = x^2 + C; \quad y = x_0^2 + C + 2x_0(x - x_0) = 2xx_0 - x_0^2 + C;$$

$$2x_0 = 1; \quad x_0 = 1/2; \quad y = x - \frac{1}{4} + C = x + 2; \quad C = \frac{9}{4}; \quad F(x) = x^2 + \frac{9}{4}.$$

$$6) f(x) = 3x^3, \quad y = 3x + 2; \quad F(x) = 3/4 x^4 + C;$$

$$y = 3/4 x_0^4 + C + 3x_0^3(x - x_0) = 3x_0^3 x - 2\frac{1}{4} x_0^4 + C;$$

$$3x_0^3 = 3; \quad x_0 = 1; \quad y = 3x - (9/4) + C = 3x + 2; \quad C = \frac{17}{4}; \quad F(x) = \frac{3}{4} x^4 + \frac{17}{4}.$$

$$48.19 \text{ (1020). } y = 3 \cos 3x + 6 \sin 6x; \quad Y = \sin 3x - \cos 6x + C;$$

$$6 = \sin \frac{3\pi}{2} - \cos 3\pi + C; \quad 6 = -1 + 1 + C; \quad C = 6;$$

$$Y = \sin 3x - \cos 6x + 6;$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{3x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^2}{x^4} dx = \int_{-2}^{-1} \left( 3x^2 - 4x - 7 + \frac{3}{x^2} \right) dx =;$$

48.20.

$$a) f(x) = 2x, \quad y = x + 2, \quad F(x) = x^2 + C;$$

$$y = x_0^2 + C + 2x_0(x - x_0) = 2xx_0 - x_0^2 + C; \quad 2x_0 = 1; \quad x_0 = 1/2;$$

$$y = x - \frac{1}{4} + C = x + 2; \quad C = \frac{9}{4}; \quad F(x) = x^2 + \frac{9}{4}.$$

$$6) f(x) = 3x^3, y = 3x + 4,75$$

$$F(x) = \frac{3}{4}x^4 + c$$

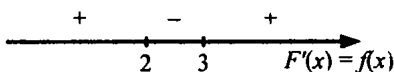
$$y = \frac{3}{4}x_0^4 + c + 3x_0^3(x - x_0) = 3x_0^3x - 2\frac{1}{4}x_0^4 + c \quad 3x_0^3 = 3 \Rightarrow x_0 = 1,$$

$$y = 3x - 2,25 + c = 3x + 4,75 \Rightarrow c = 7 \quad F(x) = \frac{3}{4}x^4 + 7$$

48.21.

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x-1}} \quad y = F(x), F'(x) = 0 \Rightarrow x \text{ — точка экстремума}$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-3)}{\sqrt{x-1}} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ x=3 \end{matrix}$$

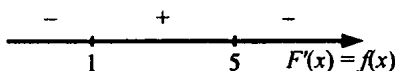


$\Rightarrow x = 2$  — max,  $x = 3$  — min

$$6) f(x) = (25x - x^3) \ln x \quad y = F(x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x(25 - x^2) \ln x = 0 \Rightarrow$$

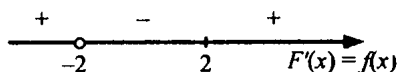
$\Rightarrow x = 1$  и  $x = 5$ , т.к.  $x > 0$ .



$\Rightarrow x = 1$  — min,  $x = 5$  — max

$$b) f(x) = \frac{3x-6}{\sqrt[3]{2x+4}} \quad y = F(x)$$

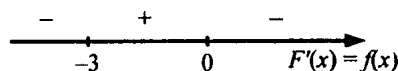
$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3(x-2)}{\sqrt[3]{2(x+2)}} = 0 \Rightarrow x = 2$$



$\Rightarrow x = 2$  — min

$$r) f(x) = \frac{x^3 - 9x}{\sqrt[4]{2-x}} \quad y = F(x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x(x^2 - 9)}{\sqrt[4]{2-x}} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=-3 \end{matrix}, \text{ т.к. } x < 2$$



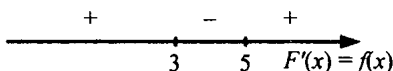
$\Rightarrow x = -3$  — min,  $x = 0$  — max.

48.22.

$$a) f(x) = (2x-10)\sqrt{x-3}; a = 3,3; b = 4,1;$$

$$y = F(x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-10)\sqrt{x-3} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=3 \\ x=5 \end{matrix}$$

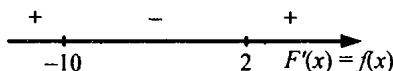


$$\Rightarrow F(x) \text{ — убывает на } (3; 5] \Rightarrow F(3,3) > F(4,1)$$

$$б) f(x) = (3x+60)\sqrt[3]{2x-4}; a = 15; b = 17$$

$$y = F(x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x+10)\sqrt[3]{2(x-2)} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ x=-10 \end{matrix}$$



$$\Rightarrow F(x) \text{ — возрастает на } [2; +\infty) \Rightarrow F(17) > F(15)$$

### § 49. Определенный интеграл

$$49.1 (1021). a) \int_{-\frac{2}{3}}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{-\frac{2}{3}}^1 = \frac{1}{4} - \frac{16}{81 \cdot 4} = \frac{1}{4} - \frac{4}{81} = \frac{65}{324}.$$

$$б) \int_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}.$$

$$в) \int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}.$$

$$г) \int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} \Big|_4^9 = 6 - 4 = 2.$$

$$49.2 (1022). a) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1.$$

$$б) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 = 2$$

$$в) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 = 2.$$

$$г) S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{7t+4}} dt = \frac{2}{7} \sqrt{7t+4} \Big|_0^3 = \frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6}{7}.$$

## 49.3.

$$a) \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1$$

$$б) \int_{-1}^1 3e^x dx = 3e^x \Big|_{-1}^1 = 3 \left( e - \frac{1}{e} \right)$$

$$в) \int_{-1}^0 \frac{1}{2} e^x dx = \frac{1}{2} e^x \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{e} \right)$$

$$г) \int_{-2}^1 -2e^x dx = -2e^x \Big|_{-2}^1 = -2 \left( e - \frac{1}{e^2} \right)$$

## 49.4.

$$a) \int_0^4 e^{0,5x-1} dx = 2e^{0,5x-1} \Big|_0^4 = 2 \left( e - \frac{1}{e} \right)$$

$$б) \int_{-1}^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{2} \left( e^3 - \frac{1}{e} \right)$$

$$в) \int_{-4}^4 e^{0,25x+1} dx = 4e^{0,25x+1} \Big|_{-4}^4 = 4(e^2 - 1)$$

$$г) \int_{-0,5}^0 e^{-2x+2} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x+2} \Big|_{-0,5}^0 = -\frac{1}{2} (e^2 - e^3)$$

## 49.5.

$$a) \int_{-1}^0 \sqrt[3]{1-2x} dx \Big|_{y=1-2x} = -\frac{1}{2} \int_3^1 y^{\frac{1}{3}} dy = \frac{3}{8} y^{\frac{4}{3}} \Big|_1^3 = \frac{3}{8} \left( 3^{\frac{4}{3}} - 1 \right)$$

$$б) \int_4^5 \frac{1}{(x-3)^3} dx = -\frac{1}{2} \frac{1}{(x-3)^2} \Big|_4^5 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - 1 \right) = \frac{3}{8}$$

$$в) \int_{\frac{2}{3}}^{11} 5\sqrt[5]{3x-1} dx \Big|_{y=3x-1} = \frac{5}{3} \int_1^{32} y^{\frac{1}{5}} dy = \frac{25}{18} y^{\frac{6}{5}} \Big|_1^{32} = \frac{25}{18} (2^6 - 1) = 87,5$$

$$г) \int_2^3 (5x-7)^{-\frac{2}{3}} dx \Big|_{y=5x-7} = \frac{1}{5} \int_3^8 y^{-\frac{2}{3}} dy = \frac{3}{5} y^{\frac{1}{3}} \Big|_3^8 = \frac{3}{5} (2 - \sqrt[3]{3})$$

## 49.6.

$$a) \int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2$$

$$б) \int_1^2 \left( e^x + \frac{1}{x} \right) dx = (e^x + \ln x) \Big|_1^2 = e^2 - e + \ln 2$$

$$\text{в)} \int_0^1 \frac{0,1}{x+1} dx = 0,1 \ln(x+1) \Big|_0^1 = \frac{\ln 2}{10}$$

$$\text{г)} \int_1^2 \left( e^{2x} + \frac{2}{x} \right) dx = \left( \frac{1}{2} e^{2x} + 2 \ln x \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (e^4 - e^2) + 2 \ln 2$$

49.7.

$$\text{а)} \int_3^6 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln(2x-1) \Big|_3^6 = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{5}$$

$$\text{б)} \int_{-1}^0 \frac{dx}{-5x+6} \Big|_{y=-x} = \int_0^1 \frac{dy}{5y+6} = \frac{1}{5} \ln(5y+6) \Big|_0^1 = \frac{1}{5} \ln \frac{11}{6}$$

$$\text{в)} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{4x+1} = \frac{1}{4} \ln(4x+1) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \ln 3$$

$$\text{г)} \int_5^8 \frac{dx}{9-x} \Big|_{y=9-x} = \int_1^4 \frac{dy}{y} = \ln y \Big|_1^4 = \ln 4$$

$$\text{1023 (c). а)} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{5}{\sin^2 \left( x + \frac{\pi}{3} \right)} dx = -5 \operatorname{ctg} \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -5 \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} + 5 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{в)} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin \frac{x}{3} dx = -6 \cos \frac{x}{3} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -3 + 3\sqrt{3}.$$

$$\text{г)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{7}{\cos^2 3x} dx = \frac{7}{3} \operatorname{tg} 3x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = 0 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3}.$$

$$\text{1024 (c). а)} \left| \int_0^3 \frac{1}{(x+3)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{x+3} \Big|_0^3 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{б)} \left| \int_0^2 (-x^2 + 6x) dx \right| = \left| \left( -\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = -\frac{8}{3} + 12 = \frac{28}{3}.$$

$$1025 \text{ (c). a) } \left| \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{2(2x+1)} \Big|_0^1 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}. \int \left( 4x^3 - 3x^2 + x - \frac{1}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left( x^4 - x^3 + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = 16 - 8 + 2 + \frac{1}{2} - 1 + 1 - \frac{1}{2} - 1 = 9$$

$$6) \int_{-2}^{-1} \frac{5x^7 - 4x^6 + 2x}{x^3} dx = \int_{-2}^{-1} \left( 5x^4 - 4x^3 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \left( x^5 - x^4 - \frac{2}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} =$$

$$= -1 - 1 + 2 + 32 + 16 - 1 = 47$$

$$b) \int_2^3 \frac{6x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 1}{x^2} dx = \int_2^3 \left( 6x^2 - 4x + 7 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left( 2x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{x} \right) \Big|_2^3 =$$

$$= 54 - 18 + 21 + \frac{1}{3} - 16 + 8 - 14 - \frac{1}{2} = 34\frac{5}{6}.$$

$$r) \int_{-2}^{-1} \frac{3x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^2}{x^4} dx = \int_{-2}^{-1} \left( 3x^2 - 4x - 7 + \frac{3}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left( x^3 - 2x^2 - 7x - \frac{3}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} = -1 - 2 + 7 + 3 + 8 + 8 - 14 - \frac{3}{2} = 7,5.$$

$$49.8 \text{ (1026). a) } v(t) = 3t^2 - 4t + 1; S(3) = \int_0^3 (3t^2 - 4t + 1) dt = t^3 - 2t^2 + t \Big|_0^3 =$$

$$= 27 - 18 + 3 = 12.$$

$$6) v(t) = \frac{1}{\sqrt{5t+1}}; S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{5t+1}} dt = \frac{2}{5} \sqrt{5t+1} \Big|_0^3 = \frac{8}{5} - \frac{2}{5} = \frac{6}{5}.$$

$$b) v(t) = 4t^3 - 6t^2; S(3) = \int_0^3 (4t^3 - 6t^2) dt = t^4 - 2t^3 \Big|_0^3 = 81 - 54 = 27$$

$$r) v(t) = \frac{1}{\sqrt{7t+4}}; S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{7t+4}} dt = \frac{2}{7} \sqrt{7t+4} \Big|_0^3 = \frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$49.9 \text{ (1027). a) } \rho(x) = x^2 - x + 1, l = 6; \left| \int_0^6 (x^2 - x + 1) dx \right| = \left| \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right|_0^6 =$$

$$= \frac{216}{3} - \frac{36}{2} + 6 = 60.$$

$$6) \rho(x) = \frac{1}{(x+3)^2}, l = 3; \left| \int_0^3 \frac{1}{(x+3)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{x+3} \right|_0^3 = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$b) \rho(x) = -x^2 + 6x, l = 2; \left| \int_0^2 (-x^2 + 6x) dx \right| = \left| \left( -\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right) \right|_0^2 = -\frac{8}{3} + 12 = \frac{28}{3}.$$

$$r) \rho(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}, l = 1; \left| \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{2(2x+1)} \right|_0^1 = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

$$49.10 (1028). a) \int_{-2}^3 f(x) dx = 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{(4+1)}{2} = 9,5.$$

$$b) \int_{-2}^3 f(x) dx = 3 \cdot \frac{3}{2} + \frac{2 \cdot 2}{2} = 6,5.$$

$$49.11 (1029). a) y = x^2, y = 0, x = 4; S = \int_0^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{64}{3}.$$

$$b) y = x^3, y = 0, x = -3, x = 1;$$

$$S = - \int_{-3}^0 x^3 dx + \int_0^1 x^3 dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-3}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = \frac{41}{2}.$$

$$b) y = x^2, y = 0, x = -3; S = \int_{-3}^0 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^0 = 9.$$

$$r) y = x^4, y = 0, x = -1, x = 2; S = \int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}.$$

$$49.12. a) y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2; S = \int_0^2 (x^3 + 2) dx = \left( \frac{x^4}{4} + 2x \right) \Big|_0^2 = 8.$$

$$b) y = -x^2 + 4x, y = 0; S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}.$$

$$1030 (c). a) y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2; S = \int_0^2 (x^3 + 2) dx = \left( \frac{x^4}{4} + 2x \right) \Big|_0^2 = 8.$$

$$b) y = -x^2 + 4x, y = 0; S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}.$$

$$b) y = 4 - x^2, y = 0; S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$



$$\text{r) } y = -x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = -2; \quad S = \int_{-2}^0 (-x^3 + 1) dx = \left( -\frac{x^4}{4} + x \right) \Big|_{-2}^0 = 4 + 2 = 6$$

$$49.13. \text{ a) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2; \quad S = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 9; \quad S = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^9 = 6 - 2 = 4.$$

$$1031 \text{ (c). a) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2; \quad S = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 9; \quad S = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^9 = 6 - 2 = 4.$$

$$\text{в) } y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 4; \quad S = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^4 = 4 - 2 = 2.$$

$$\text{r) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = -1, x = -3; \quad S = \int_{-3}^{-1} \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-3}^{-1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$49.14 \text{ (1032). a) } y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}; \quad S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

$$\text{б) } y = \cos 2x, y = 0, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3};$$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{в) } y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}; \quad S = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{r) } y = \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi; \quad S = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \sqrt{2}.$$

$$49.15. \text{ a) } y = 1 + \frac{1}{2} \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2};$$

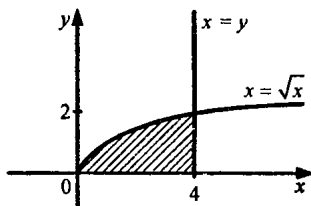
$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( 1 + \frac{1}{2} \cos x \right) dx = \left( x + \frac{1}{2} \sin x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = \pi + 1$$

6)  $y = 1 - \sin 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$ ;

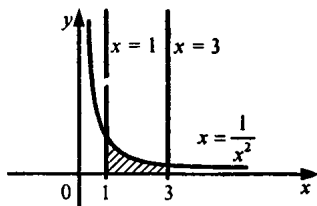
$$S = \int_0^{\pi} (1 - \sin 2x) dx = \left( x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \pi + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \pi.$$

49.16.

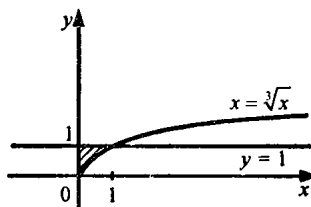
a)  $\int_0^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$



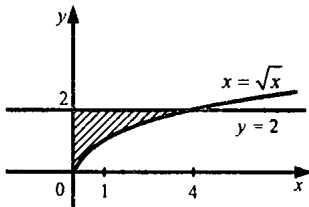
б)  $\int_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = \frac{2}{3}$



в)  $\int_0^1 (1 - \sqrt[3]{x}) dx = \left( x - \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$

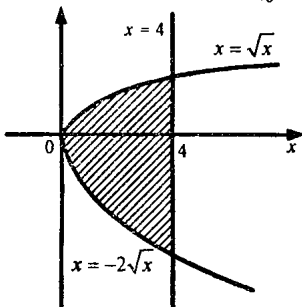


г)  $\int_0^4 (2 - \sqrt{x}) dx = \left( 2x - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_0^4 = \frac{8}{3}$

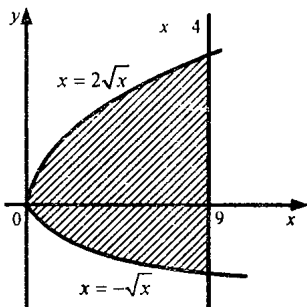


49.17.

a)  $\int_0^4 (\sqrt{x} + 2\sqrt{x}) dx = 2x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = 16$



б)  $\int_0^9 (2\sqrt{x} + \sqrt{x}) dx = 2x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^9 = 54$



49.18.

a)  $\int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1$

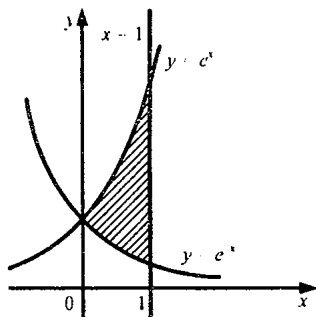
б)  $\int_0^4 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^4 = 1 - e^{-4}$

$$B) \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e}$$

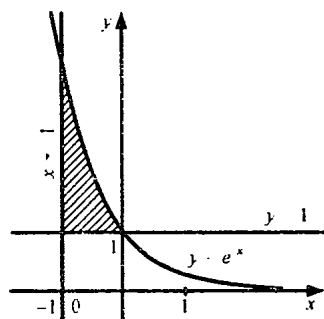
$$1) \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_{-2}^0 = e^2 - 1$$

49.19.

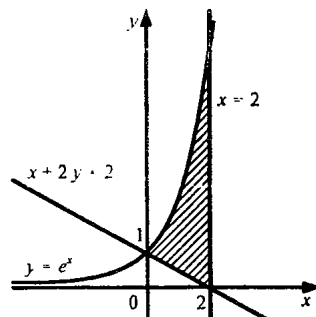
$$a) \int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx = (e^x + e^{-x}) \Big|_0^1 = e + \frac{1}{e} - 2 = \frac{(e-1)^2}{e}$$



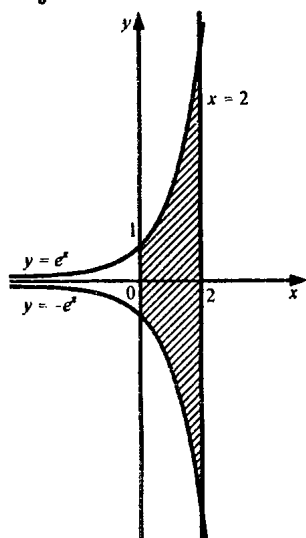
$$b) \int_{-1}^0 (e^{-x} - 1) dx = (-e^{-x} - x) \Big|_{-1}^0 = e - 2$$



$$B) \int_0^2 \left( e^x + \frac{1}{2}x - 1 \right) dx = \left( e^x + \frac{1}{4}x^2 - x \right) \Big|_0^2 = e^2 - 2$$



$$r) \int_0^2 (e^x + e^{-x}) dx = 2e^x \Big|_0^2 = 2(e^2 - 1)$$



49.20.

$$a) \int_1^e \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^e = 1$$

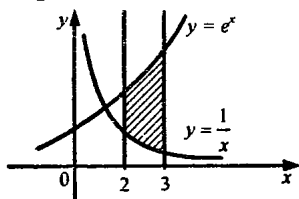
$$b) \int_1^3 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln(2x+3) \Big|_1^3 = \ln 3$$

$$b) \int_e^{e^2} \frac{2dx}{x} = 2 \ln x \Big|_e^{e^2} = 2$$

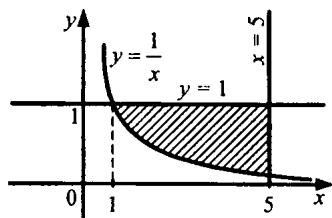
$$r) \int_2^5 \frac{dx}{3x-5} = \frac{1}{3} \ln(3x-5) \Big|_2^5 = \frac{1}{3} \ln 10$$

49.21.

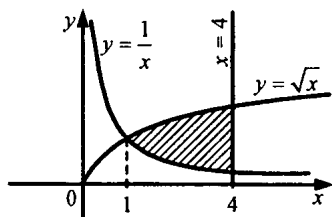
$$a) \int_2^3 \left( e^x - \frac{1}{x} \right) dx = \left( e^x - \ln x \right) \Big|_2^3 = e^3 - e^2 - \ln \frac{3}{2}$$



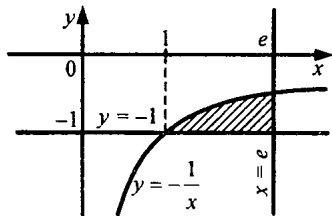
$$6) \int_1^5 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = (x - \ln x) \Big|_1^5 = 4 - \ln 5$$



$$B) \int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \ln x\right) \Big|_1^4 = 4\frac{2}{3} - \ln 4$$



$$r) \int_1^e \left(-\frac{1}{x} + 1\right) dx = (x - \ln x) \Big|_1^e = e - 2$$



$$1033 \text{ (c). a) } y = 1 + \frac{1}{2}\cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2};$$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{2}\cos x\right) dx = \left(x + \frac{1}{2}\sin x\right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = \pi + 1$$

$$5) y = 1 - \sin 2x, y = 0, x = 0, x = \pi;$$

$$S = \int_0^{\pi} (1 - \sin 2x) dx = \left(x + \frac{1}{2}\cos 2x\right) \Big|_0^{\pi} = \pi + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \pi.$$

$$b) y = 2 - 2\sin x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2};$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - 2\sin x) dx = (2x + 2\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2.$$

$$r) y = 2 + \cos \frac{x}{2}, y = 0, x = 0, x = \frac{2\pi}{3};$$

$$S = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \left( 2 + \cos \frac{x}{2} \right) dx = \left( 2x + 2\sin \frac{x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = \frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}.$$

$$49.22 (1034). a) \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4; S = 2 \cdot 8 - 4 = 12$$

$$b) S = \frac{\pi}{2} \cdot 1 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

$$b) S = 16 - \int_{-2}^2 x^2 dx = 16 - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^2 = 16 - \frac{8}{3} - \frac{8}{3} = \frac{32}{3}$$

$$r) S = \int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 1 + 1 = 2.$$

$$1035 (c). a) y = x, y = -0.5x + 5, x = -1, x = 3;$$

$$S = \int_{-1}^3 (-0.5x + 5) dx - \int_{-1}^3 x dx = \left( -\frac{1}{4}x^2 + 5x \right) \Big|_{-1}^3 - \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^3 = -\frac{9}{4} + 15 + \frac{1}{4} + 5 - \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 14.$$

$$b) y = 2x, y = x - 2, x = 4;$$

$$S = \int_{-2}^4 2x dx - \int_{-2}^4 (x - 2) dx = x^2 \Big|_{-2}^4 - \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-2}^4 = 16 - 4 - 8 + 8 + 2 + 4 = 18.$$

$$b) y = -x, y = 3 - \frac{x}{4}, x = -2, x = 1;$$

$$S = \int_{-2}^1 \left( 3 - \frac{x}{4} \right) dx - \int_{-2}^1 -x dx = \left( 3x - \frac{x^2}{8} \right) \Big|_{-2}^1 - \left( -\frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^1 = 3 - \frac{1}{8} + 6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 = 7\frac{7}{8}.$$

$$r) y = 1 - x \quad y = 3 - 2x \quad x = 0$$

$$S = \int_0^2 (3 - 2x) dx - \int_0^2 (1 - x) dx = (3x - x^2) \Big|_0^2 + \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 = 6 - 4 + 2 - 2 = 2$$

49.23 (1036). a)  $y = 1 - x^2$ ,  $y = -x - 1$ ,  $1 - x^2 = -x - 1$ ,  $x^2 - x - 2 = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$ .

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 (1 - x^2) dx + \left| \int_{-1}^2 (-1 - x) dx \right| - \left| \int_1^2 (1 - x^2) dx \right| = \\ &= \left( x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 + \left| \left( -x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 \right| - \left| \left( x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 \right| = \\ &= 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + \left| 2 - 2 - \frac{1}{2} + 1 \right| - \left| 2 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3} \right| = 2 - \frac{2}{3} + 5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3} + 1 = 4,5. \end{aligned}$$

б)  $y = x^2 - 3x + 2$ ,  $y = x - 1$ ;  $x^2 - 3x + 2 = x - 1$ ;  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  $x = 3$ ,  $x = 1$ :

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 (x - 1) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 2) dx = \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 - \left( \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_1^3 = \\ &= \frac{9}{2} - 3 - \frac{1}{2} + 1 - 9 + \frac{27}{2} - 6 + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 = -15 + \frac{32}{2} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

в)  $y = x^2 - 1$ ,  $y = 2x + 2$ ;  $x^2 - 1 = 2x + 2$ ;  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ;  $x = 3$ ,  $x = -1$ :

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^3 (2x + 2) dx - \int_{-1}^3 (x^2 - 1) dx = \left( x^2 + 2x \right) \Big|_{-1}^3 - \left( \frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^3 = \\ &= 9 + 6 - 1 + 2 - 9 + 3 - \frac{1}{3} + 1 = 10\frac{2}{3} \end{aligned}$$

г)  $y = -x^2 + 2x + 3$ ,  $y = 3 - x$ ;  $-x^2 + 2x + 3 = 3 - x$ ;  $-x^2 + 3x = 0$ ;  $x = 0$ ,  $x = 3$ :

$$S = \int_0^3 (-x^2 + 2x + 3) dx - \int_0^3 (3 - x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_0^3 = -9 + \frac{27}{2} = 4,5$$

49.24. а)  $y = x^2 - 4x$ ,  $y = -(x - 4)^2$ ;  $x^2 - 4x = -(x - 4)^2$ ;  $x^2 - 4x = -x^2 + 8x - 16$ ;

$2x^2 - 12x + 16 = 0$ ,  $x^2 - 6x + 8 = 0$ ;  $x = 2$ ,  $x = 4$ :

$$\begin{aligned} S &= \int_2^4 (-(x - 4)^2) dx - \int_2^4 (x^2 - 4x) dx = -\frac{1}{3}(x - 4)^3 \Big|_2^4 - \left( \frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_2^4 = \\ &= 0 - \frac{8}{3} - \frac{64}{3} + 32 + \frac{8}{3} - 8 = 24 - \frac{64}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

б)  $y = x^2 + 2x - 3$ ,  $y = -x^2 + 2x + 5$ ;  $x^2 + 2x - 3 = -x^2 + 2x + 5$ ;  $2x^2 - 8 = 0$ ;  $x = \pm 2$ ;

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 2x + 5) dx - \int_{-2}^2 (x^2 + 2x - 3) dx =$$

$$= \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x \right) \Big|_{-2}^2 - \left( \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_{-2}^2 =$$

$$= -\frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 6 - \frac{8}{3} + 4 + 6 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3}.$$

**49.25. a)**  $y = x^2 - 6x + 9$ ,  $y = (x+1)(3-x)$ ;  $(x-3)^2 = (x+1)(3-x)$ ;  
 $(x-3)(x-3+x+1) = 0$ ;  $x = 3$ ,  $x = 1$ ;

$$S = \int_1^3 (x+1)(3-x) dx - \int_1^3 (x-3)^2 dx = \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 - \frac{1}{3} (x-3)^3 \Big|_1^3 =$$

$$= -9 + 9 + 9 + \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{8}{3} = 5 - \frac{7}{3} = \frac{8}{3}.$$

**б)**  $y = x^2 - 4x + 3$ ,  $y = -x^2 + 6x - 5$ ;  $x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 6x - 5$ ;  
 $2x^2 - 10x + 8 = 0$ ;  $x^2 - 5x + 4 = 0$ ;  $x = 4$ ,  $x = 1$ ;

$$S = \int_1^4 (-x^2 + 6x - 5) dx - \int_1^4 (x^2 - 4x + 3) dx =$$

$$= \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx = 2 \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 4x \right) \Big|_1^4 =$$

$$= 2 \left( -\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) = 2(28 - 21 - 2,5) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{5}{2} = 9.$$

**1037 (c). a)**  $y = x^2 - 4x$ ,  $y = -(x-4)^2$ ;  $x^2 - 4x = -x^2 + 8x - 16$ ;  
 $2x^2 - 12x + 16 = 0$ ;  $x^2 - 6x + 8 = 0$ ;  $x = 2$ ,  $x = 4$ ;

$$S = \int_2^4 (-(x-4)^2) dx - \int_2^4 (x^2 - 4x) dx = -\frac{1}{3} (x-4)^3 \Big|_2^4 - \left( \frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_2^4 =$$

$$= 0 - \frac{8}{3} - \frac{64}{3} + 32 + \frac{8}{3} - 8 = 24 - \frac{64}{3} = \frac{8}{3}.$$

**б)**  $y = x^2 + 2x - 3$ ,  $y = -x^2 + 2x + 5$ ;  $2x^2 - 8 = 0$ ;  $x = \pm 2$ ,

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 2x + 5) dx - \int_{-2}^2 (x^2 + 2x - 3) dx =$$

$$= \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x \right) \Big|_{-2}^2 - \left( \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_{-2}^2 =$$

$$= -\frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 6 - \frac{8}{3} + 4 + 6 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3}.$$



$$\text{в) } y = x^2 - 6x + 9, y = (x+1)(3-x); (x-3)^2 = (x+1)(3-x), \\ (x-3)(x-3+x+1) = 0, x = 3, x = 1.$$

$$S = \int_1^3 (x+1)(3-x) dx - \int_1^3 (x-3)^2 dx = \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 - \frac{1}{3} (x-3)^3 \Big|_1^3 = \\ = -9 + 9 + 9 + \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{8}{3} = 5 - \frac{7}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{г) } y = x^2 - 4x + 3, y = -x^2 + 6x - 5; x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 6x - 5 : \\ 2x^2 - 10x + 8 = 0, x^2 - 5x + 4 = 0, x = 4, x = 1:$$

$$S = \int_1^4 (-x^2 + 6x - 5) dx - \int_1^4 (x^2 - 4x + 3) dx = \\ = \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx = 2 \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 4x \right) \Big|_1^4 = \\ = 2 \left( -\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) = 2(28 - 21 - 2.5) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{5}{2} = 9.$$

$$1038 \text{ (c). a) } y = \cos x, y = -x, x = 0; x = \frac{\pi}{2}; \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1:$$

$$S = 1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{8} + 1$$

$$\text{б) } y = \sin 2x, y = x - \frac{\pi}{2}, x = 0;$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\text{в) } y = \sin x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}; S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\text{г) } y = \cos \frac{x}{2}, y = x - \pi, x = 0, x = \pi; S = \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx + \pi \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 2 + \frac{\pi^2}{2}.$$

$$1039 \text{ (c). a) } \int_{-1}^0 \frac{(x^2-2x)(3-2x)}{x-2} dx = \int_{-1}^0 (3x-2x^2) dx = \left( \frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^0 = -\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{13}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \int_2^3 \frac{(x^2-4)(x^2-1)}{x^2+x-2} dx &= \int_2^3 (x-2)(x+1) dx = \int_2^3 (x^2-x-2) dx = \\ &= \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3 = 9 - \frac{9}{2} - 6 - \frac{8}{3} + 2 + 4 = 9 - \frac{9}{2} - \frac{8}{3} = \frac{11}{6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \int_2^3 \frac{(x^2-3x+2)(2+x)}{x-1} dx &= \int_2^3 (x-2)(x+2) dx = \int_2^3 (x^2-4) dx = \\ &= \left( \frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 = 9 - 12 - \frac{8}{3} + 8 = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \int_{-1}^1 \frac{(9-x^2)(x^2-16)}{x^2-7x+12} dx &= \int_{-1}^1 -(x+3)(x+4) dx = \int_{-1}^1 (-x^2-7x-12) dx = \\ &= \left( -\frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} - 12x \right) \Big|_{-1}^1 = -\frac{1}{3} - \frac{7}{2} - 12 - \frac{1}{3} + \frac{7}{2} + 12 = -24\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$1040 \text{ (c). а) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos 3x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 5x - \sin x) dx =$$

$$\left( \frac{-1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{10} - \frac{5}{10} = -0.4.$$

$$\text{б)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx = \frac{1}{2} (x + \sin x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3}{8}\pi - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 7x \cos 5x dx &= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos 12x + \cos 2x) dx = \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{12} \sin 12x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{8}. \end{aligned}$$

$$\text{г)} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 3x dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 6x \right) dx = \left( \frac{1}{2}x - \frac{1}{12} \sin 6x \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi.$$

$$1041 \text{ (c). а) } \int_{-2}^3 f(x) dx = 1 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3 \cdot 3}{2} = -3.$$

$$\text{б)} \int_{-2}^3 f(x) dx = 1 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - 1 + 2 = \frac{3}{2}.$$

$$1046 \text{ (c). a) } \int_{-2}^3 |x| dx = 2 \cdot \frac{2}{2} + 3 \cdot \frac{3}{2} = 6,5; \text{ б) } \int_0^5 |x-1| dx = 1 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{4}{2} = 8,5$$

$$1047 \text{ (c). a) } y = 2 \cos 3x - 3 \sin 2x + 6, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{6};$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (2 \cos 3x - 3 \sin 2x + 6) dx &= \left( \frac{2}{3} \sin 3x + \frac{3}{2} \cos 2x + 6x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \\ &= \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \pi = \pi - \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

$$\text{б) } y = 2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 7, y = 0, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4};$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 7) dx = \left( -\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{3}{2} \sin 2x + 7x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} = \\ &= 2 + \frac{3}{2} + \frac{35\pi}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{7\pi}{4} = 7\pi. \end{aligned}$$

$$1048 \text{ (c). a) } y = x^3, y = 10 - x, x = 0; x^3 = 10 - x; x = 2;$$

$$S = \int_0^2 (10 - x) dx - \int_0^2 x^3 dx = \left( 10x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 - \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 20 - 2 - 4 = 14.$$

$$\text{б) } y = x^3, y = 10 - x, y = 0; S = \int_0^2 x^3 dx + \int_2^{10} (10 - x) dx = 4 + 32 = 36.$$

$$\text{в) } y = -x^3, y = 5 + 4x, x = 0;$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^0 (5x + 4x) dx - \int_{-1}^0 (-x^3) dx = \int_{-1}^0 (5 + 4x) dx + \int_{-1}^0 x^3 dx = \\ &= (5x + 2x^2) \Big|_{-1}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 = 5 - 2 - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\text{г) } y = -x^3, y = 5 + 4x, y = 0; -x^3 = 5 + 4x; x = -1;$$

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{5}{4}}^{-1} (5 + 4x) dx + \int_{-1}^0 -x^3 dx &= 5x + 2x^2 \Big|_{-\frac{5}{4}}^{-1} - \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 = \\ &= -5 + 2 + \frac{25}{4} - \frac{25}{8} + \frac{1}{4} = -3 + \frac{27}{8} = \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

**1049 (с).** а)  $y = |x|$ ,  $y = -|x| + 2$ . Полученная фигура будет квадратом со стороной  $\sqrt{2}$ , его площадь равна 2,  $S = 2$

б)  $y = |x+1|$ ,  $y = -(x-1)^2 + 2$ ;  $|x+1| = -(x-1)^2 + 2$ ;  $x+1 = \pm(x-1)^2 + 2$ ,  
 $x = 0$ ,  $x = 1$ ;

$$S = \int_0^1 (-(x-1)^2 + 2) dx - \int_0^1 |x+1| dx = \left( -\frac{1}{3}(x-1)^3 + 2x \right) \Big|_0^1 - \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{6}$$

в)  $y = |x| - 2$ ,  $y = \frac{x}{2}$ ;  $|x| - 2 = \frac{x}{2}$ ;  $x = \pm \frac{x}{2} + 2$ ;  $x = 4$ ,  $x = -\frac{4}{3}$ ;

$$S = \int_{-\frac{4}{3}}^4 \frac{x}{2} dx - \int_{-\frac{4}{3}}^0 (-x-2) dx - \int_0^4 (x-2) dx = \frac{x^2}{4} \Big|_{-\frac{4}{3}}^4 + \left( \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-\frac{4}{3}}^0 - \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^4 =$$

$$= 4 - \frac{4}{9} - \frac{8}{9} + \frac{8}{3} - 8 + 8 = 4 + \frac{4}{3} = 5\frac{1}{3}.$$

г)  $y = (x-1)^2$ ,  $y = -|x+1| + 2$ ;  $|x+1| = 2 - (x-1)^2$ ;  $x+1 = \pm 2 \mp (x-1)^2$ ;  
 $x = 0$ ,  $x = 1$ ;

$$S = \int_0^1 (-|x+1| + 2) dx - \int_0^1 (x-1)^2 dx = \left( -\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 - \frac{1}{3}(x-1)^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

**49.26 (1050).** а)  $y = 3 - x^2$ ,  $y = 1 + |x|$ ;  $3 - x^2 = 1 + |x|$ .  $x = \pm 1$ ,

$$S = 2 \cdot \left( \int_0^1 (3 - x^2) dx - \int_0^1 (1 + |x|) dx \right) = 2 \left( \left( 3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 - \left( x + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 \right) = 2 \left( \frac{8}{3} - \frac{3}{2} \right) = \frac{7}{3}$$

б)  $y = x^2$ ,  $y = 2 - |x|$ ;  $x^2 = 2 - |x|$ ;  $x = \pm 1$ ;

$$S = 2 \cdot \left( \int_0^1 (2 - |x|) dx - \int_0^1 x^2 dx \right) = 2 \left( 2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 2 \cdot \left( 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{7}{3}$$

**49.27 (1042).** а)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & -3 \leq x \leq 2 \\ 6-x & x > 2 \end{cases}$ ;

$$\int_{-3}^6 f(x) dx = \int_{-3}^2 x^2 dx + \int_2^6 (6-x) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^2 + \left( 6x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_2^6 =$$

$$= \frac{8}{3} + 9 + 36 - 18 - 12 + 2 = 17 + \frac{8}{3} = 19\frac{2}{3}.$$

$$6) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & 0 < x \leq 1; \\ x^3 & x > 1 \end{cases};$$

$$\int_{\frac{1}{4}}^2 f(x) dx = \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx + \int_1^2 x^3 dx = 2\sqrt{x} \Big|_{\frac{1}{4}}^1 + \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = 2 - 1 + 4 - \frac{1}{4} = 4\frac{3}{4}.$$

$$49.28 (1043). a) \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = 4\pi; 6) \int_{-5}^0 \sqrt{25-x^2} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{25\pi}{4}.$$

$$49.29 (1044). a) \int_0^4 \sqrt{4x-x^2} dx = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi = 2\pi; 6) \int_{-1}^0 \sqrt{-x^2-2x} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{\pi}{4}$$

$$49.30 (1045). a) \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4-x^2} dx = \pi r^2 \cdot \frac{45}{360} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + 1;$$

$$6) \int_{-1}^4 \sqrt{64-x^2} dx = \pi r^2 \cdot \frac{60}{360} + 4 \cdot 8 \sin 60^\circ = \frac{32}{3} \pi + 16\sqrt{3}$$

$$49.31 (1052). a) S = \int_{-1}^2 (2x-x^2) dx - \int_{-1}^2 (x-2) dx = \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 - \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= 4 - \frac{8}{3} - 1 - \frac{1}{3} - 2 + 4 + \frac{1}{2} + 2 = 7 - 3 + \frac{1}{2} = 4,5.$$

$$6) S = \int_{-1}^2 (1-x) dx - \int_{-1}^2 ((x-1)^2 - 2) dx = \left( x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 - \left( \frac{x^3}{3} - x^2 - x \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= 2 - 2 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{8}{3} + 4 + 2 - \frac{1}{3} - 1 + 1 = 4,5.$$

$$49.32 (1051). a) y = \sin 2x, y = \frac{16x^2}{\pi^2}; \sin 2x = \frac{16x^2}{\pi^2}; x = \frac{\pi}{4} \quad x=0;$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{16x^2}{\pi^2} dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{16}{\pi^2} \left( \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{64 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{6-\pi}{12}$$

$$6) y = x^2 - 1, y = \cos \frac{\pi x}{2}; x^2 - 1 = \cos \frac{\pi x}{2}; x = \pm 1;$$

$$S = \int_{-1}^1 \cos \frac{\pi}{2} x dx - \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} x \Big|_{-1}^1 - \left( \frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^1 =$$

$$= \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{\pi} + \frac{4}{3}.$$

$$\text{в) } y = \cos x, y = \left( \frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2; \cos x = \left( \frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2, x = \frac{\pi}{2}, x = 0,$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2 dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{3 \cdot 2} \left( \frac{2x}{\pi} - 1 \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi}{6}$$

$$\text{г) } y = x^2 - 2x, y = \sin \frac{\pi x}{2}; x^2 - 2x = \sin \frac{\pi x}{2}; x = 0, x = 2;$$

$$S = \int_0^2 \sin \frac{\pi}{2} x dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = -\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} x \Big|_0^2 - \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 =$$

$$= \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi} - \frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{\pi} + \frac{4}{3}.$$

$$1053 \text{ (c). а) } \int_{\frac{1}{4}}^x \frac{dt}{\sqrt{t}} = x; 2\sqrt{t} \Big|_{\frac{1}{4}}^x = x; 2\sqrt{x} - 1 = x; 4x = x^2 + 2x + 1,$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0; x = 1.$$

$$\text{б) } \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{2t+4}} = 2; \sqrt{2t+4} \Big|_0^x = 2; \sqrt{2x+4} = 4; x = 6.$$

$$\text{в) } \int_5^x \frac{dt}{\sqrt{2t-1}} = x - 11; \sqrt{2t-1} \Big|_5^x = x - 11; \sqrt{2x-1} - 3 = x - 11, \sqrt{2x-1} = x - 8,$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = x^2 - 16x + 64 \\ x \geq 8 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 18x + 65 = 0 \\ x \geq 8 \end{cases}; x = 9 + 4 = 13;$$

$$x = 9 - 4 = 5 \text{ — не подходит, т.к. } x \geq 8; x = 13.$$

$$\text{г) } \int_2^x \frac{dt}{\sqrt{t+2}} = 2; 2\sqrt{t+2} \Big|_2^x = 2; 2\sqrt{x+2} = 6; x = 7.$$

$$1054 \text{ (c). а) } \int_0^x \cos^2 t dt = \frac{x}{2}; \int_0^x \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2t \right) dt = \frac{x}{2}; \left( \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^x = \frac{x}{2},$$

$$\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x = \frac{x}{2}; x = \frac{\pi n}{2}.$$

$$6) \int_0^x \cos 2t dt + \int_{\frac{\pi}{4}}^x \sin 2t dt = 0; \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_0^x - \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_{\frac{\pi}{4}}^x = 0;$$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0; \operatorname{tg} 2x = 1; x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}.$$

$$B) 2 \int_0^x \sin^2 t dt = x; \int_0^x (1 - \cos 2t) dt = x; \left( t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^x = x;$$

$$x - \frac{1}{2} \sin 2x = x; x = \frac{\pi n}{2}.$$

$$r) \int_0^x (2 \cos 2t + 6 \cos 6t) dt = 0; (\sin 2t + \sin 6t) \Big|_0^x = 0; \sin 2x + \sin 6x = 0;$$

$$\sin 4x \cos 2x = 0; \sin 4x = 0; x = \frac{\pi n}{4}; \cos 2x = 0; x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; x = \frac{\pi n}{4}.$$

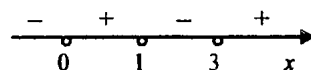
$$1055 \text{ (c). a) } \int_0^x t dt < \frac{1}{2}; \frac{t^2}{2} \Big|_0^x < \frac{1}{2}; x^2 < 1; x \in (-1; 1).$$

$$6) \int_0^x (3t^2 - 8t + 3) dt > 0; (t^3 - 4t^2 + 3t) \Big|_0^x > 0;$$

$$x^3 - 4x^2 + 3x > 0;$$

$$x(x-1)(x-3) > 0;$$

$$x \in (0; 1) \cup (3; +\infty).$$



$$B) \int_0^x t^3 dt < \frac{1}{4}; \frac{t^4}{4} \Big|_0^x < \frac{1}{4}; x^4 < 1; x \in (-1; 1).$$

$$r) \int_0^x (2t + 5) dt > 6; (t^2 + 5t) \Big|_0^x > 6; x^2 + 5x - 6 > 0; (x-1)(x+6) > 0;$$

$$x \in (-\infty; -6) \cup (1; +\infty).$$

$$1056 \text{ (c). a) } \int_0^x \sin t dt < \frac{1}{2}; -\cos t \Big|_0^x < \frac{1}{2}; -\cos x + 1 < \frac{1}{2}; \cos x > \frac{1}{2};$$

$$x \in \left( -\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right).$$

$$6) \int_{\frac{\pi}{2}}^x \cos 2t dt > \frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^x > \frac{1}{2\sqrt{2}}; \sin 2x > \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$2x \in \left( \frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \right); \quad x \in \left( \frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{3\pi}{8} + \pi n \right).$$

$$\text{в) } \int_0^x \cos t \, dt < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \sin t \Big|_0^x < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad x \in \left( -\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right)$$

$$\text{г) } \int_{\pi}^x \sin \frac{t}{2} \, dt > \sqrt{3}, \quad -2 \cos \frac{t}{2} \Big|_{\pi}^x > \sqrt{3}; \quad -\cos \frac{x}{2} > \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos \frac{x}{2} < -\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$x \in \left( \frac{5\pi}{3} + 4\pi n; \frac{7\pi}{3} + 4\pi n \right).$$

**1057 (с).** а) Вершина параболы  $y = 2x - x^2$ ,  $x_0 = -\frac{2}{-2} = 1 \Rightarrow$  касательной в этой точке будет прямая  $y = 1$ .

$$S = 1 \cdot 1 - \int_0^1 (2x - x^2) \, dx = 1 - \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 1 - 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

б) Аналогично предыдущей задаче  $y = 2x^2 - 6x$ ;  
 $y = 4,5$  — касательная в точке  $x = 1,5$ .

$$S = 4,5 \cdot 1,5 + 2 \int_0^{\frac{3}{2}} (x^2 - 3x) \, dx = \frac{27}{4} + 2 \left( \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} - \frac{27}{4} = \frac{9}{4}.$$

**49.33 (1058).** а)  $y = x^3$ ,  $x = 0$ ,  $y(1) = 1$ ;  $y' = 3x^2$ ;  $y'(1) = 3$ ;  $y = 3x - 2$  — касательная к графику  $y = x^3$  в точке  $x = 1$ ;

$$S = \int_0^1 x^3 \, dx - \int_0^1 (3x - 2) \, dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 - \left( \frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 = \frac{3}{4}.$$

б)  $y = x^3$ ;  $y'(x) = 3x^2$ ;  $y'(0) = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(1) = 3$ ;  $y(1) = 1$ ;  
 $y = 0$ ,  $y = 3x - 2$  — касательные к графику  $y = x^3$  в точках  $x = 0$  и  $x = 1$ :

$$S = \int_0^1 x^3 \, dx - \int_0^{\frac{2}{3}} (3x - 2) \, dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 - \left( \frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{12}.$$

$$\textbf{1059 (с). а) } y = 3 - \frac{1}{2}x^2; \quad y = 3 - \frac{1}{2}x_0^2 - x_0(x - x_0) = -x_0x - \frac{1}{2}x_0^2 + x_0^2 + 3 = -x_0x + \frac{1}{2}x_0^2 + 3$$

т.к. касательные и парабола симметричны относительно оси  $y$ , и угол между касательными  $90^\circ$ , то касательные наклонены к оси  $y$  под углом  $45^\circ$ . Для нахождения искомой площади достаточно найти ее часть справа от  $Oy$  и умножить на 2.

$$x_0 = -1; \quad y = -x + \frac{1}{2} + 3 = -x + \frac{7}{2}, \quad \text{— одна из касательных;}$$



$$3 - \frac{1}{2}x^2 = -x + \frac{7}{2}; \quad x^2 - 2x + 1 = 0; \quad x = 1;$$

$$S = 2 \left( \int_0^1 \left( -x + \frac{7}{2} \right) dx - \int_0^1 \left( 3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx \right) = 2 \left( -\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2}x \right) \Big|_0^1 - 2 \left( 3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^1 =$$

$$= -1 + 7 - 6 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

б)  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}; \quad y = \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2} + x_0(x - x_0) = xx_0 + \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2}; \quad y' = x_0 = 1;$   
 $y' = x_0 = -1; \quad y = x + 2; \quad y = -x + 2$  — искомые касательные;

$$x + 2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}; \quad x = 1;$$

$$S = 2 \left( \int_0^1 \left( \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^1 (x + 2) dx \right) = 2 \left( \frac{x^3}{6} + \frac{5}{2}x \right) \Big|_0^1 - 2 \left( \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 =$$

$$= \frac{1}{3} + 5 - 1 - 4 = \frac{1}{3}.$$

**1060 (с).** а)  $y = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}; \quad y = \frac{x_0^2\sqrt{3}}{2} + x_0\sqrt{3}(x - x_0) = \sqrt{3}x_0x - \frac{\sqrt{3}x_0^2}{2};$

$$y' = \sqrt{3}x_0 = \sqrt{3}, \quad y' = \sqrt{3}x_0 = -\sqrt{3}; \quad x_0 = 1, \quad x_0 = -1;$$

$$x_0 = 1, \quad x_0 = -1;$$

$$y = \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad y = -\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ — уравнения искоемых касательных;}$$

$$S = 2 \left( \int_0^1 \left( x^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx - \int_0^1 \left( \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx \right) =$$

$$= 2 \left( \frac{x^3\sqrt{3}}{6} \right) \Big|_0^1 - 2 \left( \frac{\sqrt{3}x^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

б)  $y = -\frac{x^2}{2\sqrt{3}}; \quad y = \frac{x_0^2}{2\sqrt{3}} + \frac{x_0}{\sqrt{3}}(x - x_0) = -\frac{x_0}{\sqrt{3}}x + \frac{x_0^2}{\sqrt{3}};$

$$y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$x_0 = 1, \quad x_0 = -1; \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}, \quad y = -\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ — искомые касательные;}$$

$$S = 2 \left( \int_0^1 \left( -\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) dx + \int_0^1 \frac{x^2}{2\sqrt{3}} dx \right) = \left( -\frac{x^2}{\sqrt{3}} + \frac{x}{\sqrt{3}} \right) \Big|_0^1 + \frac{x^3}{3\sqrt{3}} \Big|_0^1 = \frac{1}{3\sqrt{3}};$$

$$49.34 (1061). \text{ а) } y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1; y' = 3x^2 - 12x + 9;$$

$$y(3) = 27 - 54 + 27 + 1 = 1; y'(3) = 27 - 36 + 9 = 0;$$

$y = 1$  — касательная к графику данной функции в точке  $x = 3$ ;

$$x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 1; x(x^2 - 6x + 9) = 0; x = 0, x = 3;$$

$$S = \int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 9x + 1) dx - 3 \cdot 1 = \left( \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9x^2}{2} + x \right) \Big|_0^3 - 3 =$$

$$= \frac{81}{4} - 54 + \frac{81}{2} + 3 - 3 = \frac{27}{4}.$$

$$\text{б) } y = x^3 - 3x; y(-1) = -1 + 3 = 2; y' = 3x^2 - 3; y'(-1) = 0;$$

$y = 2$  — касательная к графику данной функции в точке  $x = -1$ ;

$$x^3 - 3x = 2; x = -1, x = 2;$$

$$S = 3 \cdot 2 - \int_{-1}^2 (x^3 - 3x) dx = 6 - \left( \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 = 6,75.$$

$$1062 \text{ (с). а) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = a;$$

$$1) S = \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \frac{7}{8}; -\frac{1}{x} \Big|_1^a = \frac{7}{8}; -\frac{1}{a} + 1 = \frac{7}{8}; \frac{1}{a} = \frac{1}{8}; a = 8.$$

$$2) S = \int_a^1 \frac{1}{x^2} dx = \frac{7}{8}; -\frac{1}{x} \Big|_a^1 = \frac{7}{8}; -1 + \frac{1}{a} = \frac{7}{8}; \frac{1}{a} = \frac{15}{8}; a = \frac{8}{15}$$

Ответ:  $\frac{8}{15}, 8$ .

$$\text{б) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = -1, x = a;$$

$$1) S = \int_{-1}^a \frac{1}{x^2} dx = \frac{10}{11}; -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^a = \frac{10}{11}; -\frac{1}{a} - 1 = \frac{10}{11}; \frac{1}{a} = -\frac{21}{11}; a = -\frac{11}{21}$$

$$2) S = \int_a^{-1} \frac{1}{x^2} dx = \frac{10}{11}; -\frac{1}{x} \Big|_a^{-1} = \frac{10}{11}; 1 + \frac{1}{a} = \frac{10}{11}; a = -11.$$

Ответ:  $-11, -\frac{11}{21}$ .

# Глава 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

## § 50. Статистическая обработка данных

50.1. а) 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5

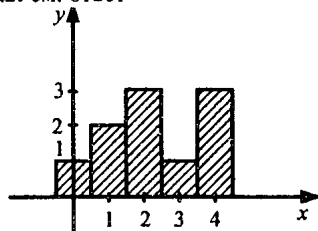
б) 4, кратность = 9

в)

2	3	4	5
2	5	9	4

г)  $\frac{2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 4 \cdot 5}{20} = 3,75$

50.2. см. ответ



в)

г)  $\frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 4}{10} = 2,3$

50.3. а)  $\frac{7 + 8 + 10 + 2 + 9}{5} = 7,2$

б) 67000

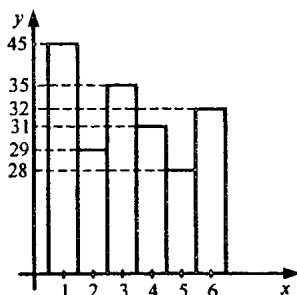
в) см. ответ

г) см. ответ

50.4. см. ответ

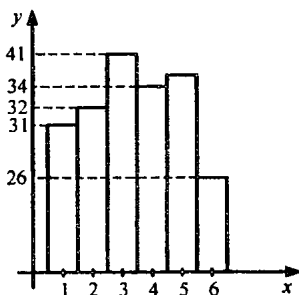
50.5. см. ответ

50.6.



а)

в),



б)

г) — см. ответ

50.7. а)  $\frac{x}{50} \cdot 100 = 23x - 105$

$21x = 105$

$x = 5$

$$6) \frac{y}{50} \cdot 100 = y^2 - y - 70$$

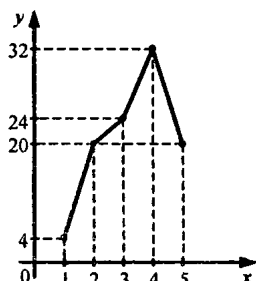
$$y^2 - 3y - 70 = 0$$

$$\begin{cases} y = 10 \\ y = -7 \end{cases} \Rightarrow y = 10$$

в),

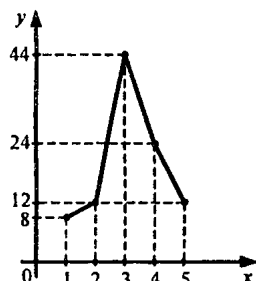
г) — см. ответ

50.8. — см. ответ



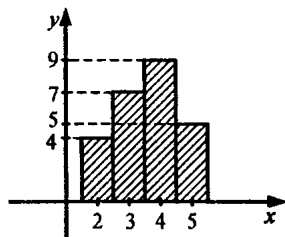
в)

50.9. — см. ответ



в)

50.10. — см. ответ



г)

50.11. — см. ответ

### § 51. Простейшие вероятностные задачи

$$51.1. \text{ а) } \frac{14}{12+14+13+11} = 0,28$$

$$6) \frac{12+11}{12+14+13+11} = 0,46$$

$$\text{в) } \frac{12+14+13}{12+14+13+11} = 0,78$$

$$\text{г) } 1 - \frac{11}{12+14+13+11} = 0,78$$

$$51.2. \text{ а) } 15 \text{ точек правее от оси ординат, всего точек: } 25 \Rightarrow \frac{15}{25} = 0,6$$

б) 10 точек ниже оси абсцисс, всего точек:  $25 \Rightarrow \frac{10}{25} = 0,4$

в) 6 точек в IV координатной четверти, всего точек:  $25 \Rightarrow \frac{6}{25} = 0,24$

г) 10 точек ниже  $y = x$ , всего точек:  $25 \Rightarrow \frac{10}{25} = 0,4$

**51.3.** а) 3 точки лежат на оси ординат, всего точек:  $9 \Rightarrow \frac{1}{3}$

б) 4 точки не лежат на координатных осях, всего точек:  $9 \Rightarrow \frac{4}{9}$

в) 5 точек лежат в круге радиусом 1, всего точек:  $9 \Rightarrow \frac{5}{9}$

г) таких точек нет  $\Rightarrow 0$ .

**51.4.** а) 24 числа больше 1, всего 25 чисел  $\Rightarrow \frac{24}{25} = 0,96$

б) 7 чисел меньше 20, всего 25 чисел  $\Rightarrow \frac{7}{25} = 0,28$

в) 20 четных чисел, всего 25 чисел  $\Rightarrow \frac{20}{25} = 0,8$

г) 9 чисел, не оканчивающихся нулем, всего 25 чисел  $\Rightarrow 0,36$ .

**51.5.** а) мою новую соседку по парте зовут не Таня и не Аня;

б) явка на выборы была  $< 40\%$  или  $> 47\%$ ;

в) из пяти выстрелов в цель попало не более одного;

г) на контрольной я решил одну или две задачи из пяти.

**51.6.** а) на контрольной работе больше половины класса не получили пятерки;

б) хотя бы одна пуля в тире у меня попала в цель;

в) в нашем классе не все и умные, и красивые;

г) в кошельке у меня нет ни трех рублей одной монетой, ни трех долларов одной купюрой.

**51.7.** а) 50 чисел нечетных, всего чисел:  $101 \Rightarrow \frac{50}{101}$

б) 19 чисел, у которых среди чисел есть 3, всего чисел:  $101 \Rightarrow \frac{19}{101}$

в) 100 чисел не являющихся кубом целого числа, всего чисел:  $101 \Rightarrow \frac{100}{101}$

г) 95 чисел имеет сумму цифр  $> 3$ , всего чисел:  $101 \Rightarrow \frac{95}{101}$ .

**51.8.** а) таких 25, всего комбинаций  $36 \Rightarrow \frac{25}{36}$

$$\text{б) таких 20, всего: } 36 \Rightarrow \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

$$\text{в) таких 33, всего: } 36 \Rightarrow \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

$$\text{г) таких 32, всего: } 36 \Rightarrow \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

$$\mathbf{51.9.} \text{ а) дублей: 7, всего: } 28 \Rightarrow \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

$$\text{б) таких: 7, всего: } 28 \Rightarrow \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

$$\text{в) таких: 26, всего: } 28 \Rightarrow \frac{26}{28} = \frac{13}{14}$$

$$\text{г) таких: 15, всего: } 28 \Rightarrow \frac{15}{28}$$

$$\mathbf{51.10.} \text{ а) различных пар букв 1056, всего: } 1089 \Rightarrow \frac{1056}{1089} = \frac{32}{33}$$

$$\text{б) таких: 100, всего: } 1089 \Rightarrow \frac{100}{1089} = \left(\frac{10}{33}\right)^2 \approx 0,092$$

$$\text{в) таких: } 33^2 - 12^2, \text{ всего: } 1089 = 33^2 \Rightarrow \frac{33^2 - 12^2}{33^2} = 1 - \left(\frac{12}{33}\right)^2 \approx 0,868$$

$$\text{г) таких: 64, всего: } 1089 \Rightarrow \frac{64}{1089} \approx 0,059$$

$$\mathbf{51.11.} \text{ а) таких пар: 10, всего: } 5 \cdot 4 = 20 \Rightarrow \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{б) пар: 2, всего: } 20 \Rightarrow \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\text{в) пар: 4, всего: } 20 \Rightarrow \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$\text{г) пар: 5, всего: } 20 \Rightarrow \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$\mathbf{51.12.} \text{ а) таких комбинаций: } 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 \text{ всего: } 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \Rightarrow \frac{120}{210} = \frac{4}{7}$$

$$\text{б) таких комбинаций: } 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ всего: } 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \Rightarrow \frac{60}{210} = \frac{2}{7}$$

$$\text{в) таких комбинаций: } 3 \cdot 6 \cdot 5 = 90 \text{ всего: } 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \Rightarrow \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$$

$$\text{г) 1 комбинация, всего: } 210 \Rightarrow \frac{1}{210}$$

## § 52. Сочетания и размещения

52.1. а)  $7^2 = 49$  — всего  $\Rightarrow 49 - 7 = 42$       б)  $6 + 7 + 7 = 20$

в)  $4 \cdot 7 = 28$  — всего  $\Rightarrow 28 - 4 = 24$

г)  $7 + 7 + 7 + 4 = 25$  — все меньших 55  $\Rightarrow$  нечетных 14.

52.2. а)  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$

б)  $(5!)^2 = 14400$

в)  $5! \cdot 3! = 720$

г)  $5! \cdot 4! = 2880$

52.3. а)  $\frac{7! + 8!}{5! + 6!} = \frac{6 \cdot 7(1+8)}{1+6} = 54$

б)  $\frac{1}{4!} + \frac{10}{5!} + \frac{630}{6!} = \frac{1+2+21}{4!} = 1$

в)  $\frac{1}{6!} + \frac{1}{5!} - \frac{49}{7!} = \frac{1+6-7}{6!} = 0$

г)  $\frac{7}{11} \cdot \frac{(10!)^2 - (9!)^2}{(8!)^2 - (7!)^2} = \frac{7}{11} \cdot \frac{8^2 \cdot 9^2 (10^2 - 1)}{8^2 - 1} = 8^2 \cdot 9^2 = 5184$

52.4. а)  $(n+1)! > (0,99n+5) \cdot n!$

$n+1 > 0,99n+5$        $n > 400 \Rightarrow n = 401$

б)  $(n+1)! > (n+333) \cdot (n-1)!$

$n(n+1) > n+333$        $n^2 > 333 \Rightarrow n = 19$

в)  $\frac{2^n}{n!} < 1$        $\frac{2^n}{n!}$  — убывает при  $n \rightarrow \infty \Rightarrow n = 4$

г)  $n! > 10(n-1)!$        $n > 10 \Rightarrow n = 11$

52.5. а)  $10! = 100 \cdot (1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9) \Rightarrow 2$

б)  $15! = 10^3 \cdot (123 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 3) \Rightarrow 3$

в)  $26! : 5^6$  и  $26! / 5^7 \Rightarrow 26! : 10^6$  и  $26! / 10^7 \Rightarrow 6$

г)  $100! : 5^{24}$  и  $100! / 5^{25} \Rightarrow 100! : 10^{24}$  и  $100! / 10^{25} \Rightarrow 24$

52.6. а)  $C_{17}^2 = 136$       б) 17      в)  $C_{17}^2 - 17 = 119$       г) 17

52.7. а) да;      б) да;      в) нет

г) Порядок важен в:

1 Двухзначные числа.

2. Отметки по русскому языку и литературе.

Порядок не важен:

1. Двое добровольцев для уборки в парке.

4. Три книги из библиотеки.

52.8. а)  $C_{17}^2 = \frac{17 \cdot 16}{2} = 136 \Rightarrow A_{18}^2 = 272$

б)  $C_{100}^2 = \frac{100 \cdot 99}{2} = 4950 \Rightarrow A_{100}^2 = 9900$

в)  $C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$        $A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60$

$$r) C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = 70 \quad A_8^4 = \frac{8!}{4!} = 1680$$

$$52.9. a) C_{27}^2 - C_{26}^2 = C_{26}^1 = 26$$

$$б) \frac{A_{10}^3}{C_{10}^3} = 3! = 6$$

$$в) \frac{A_8^6}{A_{10}^2} = \frac{(8!)^2}{2! \cdot 10!} = 224$$

$$r) C_{11}^5 - C_{11}^6 = 0, \text{ т.к. } C_{11}^5 = C_{11}^6 = \frac{11!}{5! \cdot 6!}$$

$$55.10. a) C_x^3 = 2C_x^2$$

$$\frac{x!}{3!(x-3)!} = \frac{x!}{(x-2)!}$$

$$x-2=3!$$

$$x=8$$

$$б) C_x^{x-2} = 15$$

$$\frac{x!}{(x-2)!2!} = 15$$

$$x(x-1) = 30$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x=6 \\ x=-5 \end{cases} \Rightarrow x=6$$

$$в) C_x^2 + C_{x+1}^2 = 49$$

$$\frac{x!}{2!(x-2)!} + \frac{(x+1)!}{2!(x-1)!} = 49$$

$$x(x-1) + (x+1) = 98$$

$$x^2 = 49$$

$$x=7$$

$$r) C_8^x = 70$$

$$\frac{8!}{x!(8-x)!} = 70$$

$$\frac{(x+1)(x+2)\dots 8}{(8-x)!} = 70 \Rightarrow (x+1)(x+2)\dots 8:70 \Rightarrow x=4, C_8^4 = 70.$$

$$52.11. a) A_x^5 = 18A_{x-2}^4$$

$$\frac{x!}{(x-5)!} = 18 \frac{(x-2)!}{(x-6)!}$$

$$x(x-1) = 18(x-5)$$

$$x^2 - 19x + 90 = 0$$

$$x=9, x=10$$

$$б) A_{x-1}^2 - C_x^1 = 79$$

$$\frac{(x-1)!}{(x-3)!} - \frac{x!}{(x-1)!} = 79$$

$$(x-1)(x-2) - x = 79$$

$$x^2 - 4x - 77 = 0$$

$$x=11$$

$$в) C_x^3 = A_x^2$$

$$\frac{x!}{3!(x-3)!} = \frac{x!}{(x-2)!}$$

$$x-2=3!$$

$$x=8$$

$$r) C_x^4 = A_x^3 + C_x^3$$

$$\frac{x!}{4!(x-4)!} = \frac{x!}{(x-3)!} + \frac{x!}{3!(x-3)!}$$

$$6(x-3) = 4!(6+1)$$

$$x=31$$

$$52.12. a) 120 < A_{k-3}^2 < 140$$

$$120 < \frac{(k-3)!}{(k-5)!} < 140$$

$$120 < (k-3)(k-4) < 140 \Rightarrow 120 < x(x-1) < 140 \Rightarrow x=12 \Rightarrow k=15$$



$$6) C_6^2 < A_n^2 < C_8^2$$

$$15 < n(n-1) < 28 \Rightarrow n = 5$$

$$B) C_{10}^2 < A_x^2 < 60$$

$$45 < x(x-1) < 60 \Rightarrow x = 8$$

$$r) C_{19}^2 < A_x^2 + C_x^2 < 200$$

$$\frac{19!}{2!17!} < \frac{3x!}{2!(x-2)!} < 200$$

$$\Rightarrow 114 < x(x-1) \leq 133 \Rightarrow x = 12$$

$$52.13. a) C_{n+1}^2 = \frac{4}{5} C_n^3$$

$$15(n+1) = 4(n-2)(n-1)$$

$$6) C_{n+1}^3 = \frac{6}{5} C_n^4$$

$$20(n+1) = 6(n-2)(n-3)$$

$$3n^2 - 25n + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow n = 8$$

$$B) C_{2n}^{n+1} = \frac{14}{25} C_{2n+1}^{n-1}$$

$$25(n+2) = 14(2n+1)$$

$$r) C_{2n+3}^n = \frac{6}{5} C_{2n+2}^{n+1}$$

$$5(2n+3)(n+1) = 6(n+3)(n+2)$$

$$52.14. a) 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$$

в)  $C_5^3 = C_5^2 = 10$  — способами съели сразу 3 куска + 2 способа сталося на последние 2 куска  $\Rightarrow 2 \cdot C_5^3 = 20$

$$r) 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$$

$$52.15. a) 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

$$\frac{6!}{2!4!} < \frac{n!}{(n-2)!} < \frac{8!}{2!6!}$$

$$\frac{10!}{2!8!} < \frac{x!}{(x-2)!} < 60$$

$$C_{19}^2 < 3C_x^2 < 200$$

$$342 < 3x(x-1) < 400$$

$$\frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} = \frac{4n!}{5 \cdot 3!(n-3)!}$$

$$4n^2 - 27n - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow n = 7$$

$$\frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} = \frac{6 \cdot n!}{5 \cdot 4!(n-4)!}$$

$$\frac{(2n!)}{(n+1)!(n-1)!} = \frac{14}{25} \frac{(8n+1)!}{(n-1)!(n+2)!}$$

$$n = 12$$

$$\frac{(2n+3)!}{n!(n+3)!} = \frac{6}{5} \frac{(2n+2)!}{(n+1)(n+1)!}$$

$$4n^2 - 5n - 21 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow n = 3$$

$$6) C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

$$6) C_7^3 = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

$$в) C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$$

г) число аккордов с подряд следующими нотами:  $25 \Rightarrow$  число аккордов, в которых нет подряд идущих нот:  $35 - 25 = 10$ .

$$52.16. а) C_{36}^5 = 376992$$

$$б) 36 - 4 = 32$$

$$в) C_9^5 = 126$$

$$г) 4 \cdot C_9^5 = 504, \text{ т.к. для каждой масти } C_9^5.$$

$$52.17. а) 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$$

$$б) 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^5$$

$$в) 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

$$г) 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 2 \cdot 8^4$$

52.18.  $n$  — количество человек

а) каждый здоровался с каждым  $\Rightarrow n - 1$  рукопожатий  $\Rightarrow$  всего

$$\frac{n(n-1)}{2} \text{ рукопожатий, т.к. есть повторения } 60 < \frac{n(n-1)}{2} < 70$$

б) аналогично с а) получаем:

$$60 < \frac{(n-1)(n-2)}{2} < 70$$

$$120 < (n-1)(n-2) < 140 \Rightarrow n-1 = 12 \Rightarrow n = 13$$

в) т.к. двое не поздоровались  $\Rightarrow$  на одно рукопожатие меньше

$$\Rightarrow C_{n-1}^2 = \frac{n(n-1)}{2} - 1 \Rightarrow 61 < \frac{n(n-1)}{2} < 71 \Rightarrow n = 12$$

$$г) \text{ для четверых: } C_4^2 = 6$$

$$\text{для остальных: } C_{n-4}^2 = \frac{(n-4)!}{2!(n-6)!} = \frac{(n-4)(n-5)}{2} \Rightarrow 60 < C_4^2 + C_{n-4}^2 < 70$$

$$54 < \frac{(n-4)(n-5)}{2} < 64$$

$$108 < (n-4)(n-5) < 128 \Rightarrow n-4 = 11 \Rightarrow n = 15$$

$$52.19. а) C_{20}^3 = 1140$$

$$б) C_{12}^3 = 220$$

$$в) 12 \cdot 5 \cdot 3 = 180$$

$$г) (20 - 13) \cdot C_{12}^2 \text{ — выучил все кроме одного}$$

$$C_{12}^3 \text{ — выучил все вопросы из билета } \Rightarrow 8 \cdot C_{12}^2 + C_8^3 = 748$$

52.20.

$$а) C_{10}^5 \cdot C_8^3 = 14112$$

$$б) (C_{10}^5 - C_8^3) C_8^3 = 10976$$

$$в) \text{ без певца А и певицы В: } C_9^5 \cdot C_7^3; \text{ для А и В: } C_9^4 \cdot C_7^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_9^5 \cdot C_7^3 + C_9^4 \cdot C_7^2 = C_9^4 (C_7^3 + C_7^2) = C_9^4 \cdot C_8^3 = 7056$$

г) Т.к. одна певица будет петь мужскую партию, то остается 2 женские партии, их можно выбрать  $C_8^2$  способами  $\Rightarrow C_8^2 = 28$ .

### § 53. Формула бинома Ньютона

$$53.1. \text{ а) } (x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1$$

$$\text{б) } (2x-y)^6 = 64x^6 - 192x^5y + 240x^4y^2 - 160x^3y^3 + 60x^2y^4 - 12xy^5 + y^6$$

$$\text{в) } (x^2+2)^5 = x^{10} + 10x^8 + 40x^6 + 80x^4 + 80x^2 + 32$$

$$\text{г) } (1-x^3)^4 = 1 - 4x^3 + 6x^6 - 4x^9 + x^{12}$$

$$53.2. \text{ а) } C_7^1 \cdot 1^6 \cdot 1^1 = 7$$

$$\text{б) } C_4^1 \cdot 3^1 \cdot 1^3 = 12$$

$$\text{в) } C_5^1 (-2)^1 \cdot 3^4 = -810$$

$$\text{г) } C_5^4 \cdot 1^1 \cdot 2^4 - C_4^4 \cdot 2^1 \cdot 1^3 = 72$$

$$53.3. \text{ а) } C_4^3 \cdot 1^1 3^3 = 108$$

$$\text{б) } C_5^3 \cdot 3^2 (-2)^3 = -720$$

$$\text{в) } C_5^2 \cdot 1^3 \cdot 2^2 - C_4^1 \cdot 2^3 \cdot 1^2 = 8$$

$$\text{г) } 0 + C_4^3 \cdot 3^1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{4}{9}$$

$$53.4. \text{ а) } C_6^4 \cdot 2^2 \cdot 1^4 = 60$$

$$\text{б) } C_9^3 \cdot 3^6 \cdot 1^3$$

$$53.5. \quad x^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{10-k} = x^{2k-10}$$

$$\text{а) } 2k-10=8 \Rightarrow k=9 \Rightarrow C_{10}^1 \cdot 1^9 \cdot 1^1 \cdot x^8 = 10x^8$$

$$\text{б) } 2k-10=4 \Rightarrow k=7 \Rightarrow C_{10}^3 \cdot 1^7 \cdot 1^3 \cdot x^4 = 120x^4$$

$$\text{в) } 2k-10=-2 \Rightarrow k=4 \Rightarrow C_{10}^6 \cdot 1^4 \cdot 1^6 \cdot x^{-2} = 210x^{-2}$$

$$\text{г) } 2k-10=0 \Rightarrow k=5 \Rightarrow C_{10}^5 \cdot 1^5 \cdot 1^5 = 252$$

$$53.6. \text{ а) } (1+1)^n - 2^n = 1024 \Rightarrow n=10 \Rightarrow C_{10}^5 = 252 \Rightarrow \text{один член}$$

$$\text{б) } (1+1)^4 = 2^n = 512 \Rightarrow n=9 \Rightarrow C_9^4 = C_9^5 = 126 \Rightarrow \text{два члена}$$

$$53.7. \quad \forall n > 1 \quad \text{и} \quad \forall x > 0 : (1+x)^n > 1+nx$$

$$\left. \begin{array}{l} C_n^1 = n \\ C_n^0 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow (1+x)^n = 1+nx + C_{n12}x^2 + \dots + C_n^n x^n$$

$$\left. \begin{array}{l} \forall k (2 \leq k \leq n) : C_n^k > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1+x)^n > 1+nx$$

### § 54. Случайные события и их вероятности

$$54.1. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{с квестами: } C_{12}^2 \\ \text{всего: } C_{20}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_{12}^2}{C_{20}^2} = \frac{3}{95} \quad \text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{с рокадами: } C_8^2 \\ \text{всего: } C_{20}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_8^2}{C_{20}^2} = \frac{14}{95}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких: } 12 \cdot 8 = 96 \\ \text{всего: } C_{20}^2 = 190 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{96}{190} = \frac{48}{95} \quad \text{г) } \frac{33+14+48}{95} = 1$$

$$54.2. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких : } C_{28}^2 \\ \text{всего: } C_{36}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_{28}^2}{C_{36}^2} = \frac{17}{70}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких : } C_9^2 \\ \text{всего: } C_{36}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_9^2}{C_{36}^2} = \frac{2}{35}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких : } C_9^2 \\ \text{всего: } C_{36}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_9^2}{C_{36}^2} = \frac{2}{35}$$

$$\text{г) } \left. \begin{array}{l} \text{таких : } 9 \cdot 9 = 81 \\ \text{всего: } C_{36}^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{81}{C_{36}^3} = \frac{9}{70}$$

$$54.3. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{выигрышных комбинаций : } C_5^3 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{42}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций : } 4 \cdot C_5^2 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4 \cdot C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций : } 5 \cdot C_4^2 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5 \cdot C_4^2}{C_9^3} = \frac{5}{14}$$

$$\text{г) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций : } C_9^3 - C_4^3 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_9^3 - C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$$

$$54.4. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций : } C_{43}^6 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 43,6\%$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций : } 6 \cdot C_{43}^5 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{6 \cdot C_{43}^5}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 41,3\%$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций : } C_6^2 \cdot C_{43}^4 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_6^2 \cdot C_{43}^4}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 13,2\%$$

$$\text{г) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций : } C_6^3 \cdot C_{43}^3 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_6^3 \cdot C_{43}^3}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 1,77\%$$

$$54.5. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких учеников : } 18 - (30 - 22) = 10 \\ \text{всего: } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{3}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких учеников : } 30 - 22 = 8 \\ \text{всего: } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких учеников : } 30 - 18 = 12 \\ \text{всего: } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{18 - (x - 22)}{x} = \frac{x - 18}{x}$$

$$2(x - 18) = 22$$

$$x = 29$$

$$54.6. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких задач : } 26 - (60 - 44) = 20 \\ \text{всего: } 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{5}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких задач: } 50 - 26 = 24 \\ \text{всего: } 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких задач: } 26 - 20 = 6 \\ \text{всего: } 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

$$\frac{26 - (x - 44)}{x} = \frac{x - 26}{x}$$

$$2(x - 26) = 44$$

$$x = 48$$

54.7. см. ответ

54.8.  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$ , т.к.  $A, B$  — независимы  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  а) 0,75; б) 0,91; в) 0,99; г) 0,9901

$$54.9. P(A_1) = 0,8, P(A_2) = 0,6$$

$$\text{а) } P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = 0,48$$

$$\text{б) } 1 - P(A_1 + A_2) = 1 - P(A_1) - P(A_2) + P(A_1)P(A_2) = 0,08$$

$$\text{в) } P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1)P(A_2) = 0,92$$

$$\text{г) } P(A_1 + A_2) - P(A_1 A_2) = 0,44$$

54.10. см. ответ

$$54.11. P = \frac{1}{4}$$

$$\text{а) } P_4(4) = C_4^4 \cdot p^4 (1-p)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256} \approx 0,04$$

$$\text{б) } P_4(0) = C_4^0 \cdot p^0 (1-p)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,316$$

$$\text{в) } P_4(3) = C_4^3 \cdot p^3 (1-p)^1 = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64} \approx 0,047$$

$$\text{г) } P = 1 - P_4(0) \approx 0,684$$

$$54.12. \text{ а) } x^2 \leq 9 \Rightarrow x^2 \leq 10 \Rightarrow P = 1$$

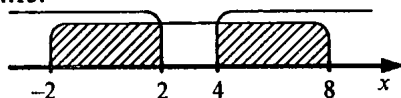
$$\text{б) } 2x - 3 \leq 17 \quad x \leq 10 \quad x^2 \leq 9 \Rightarrow x \leq 10 \Rightarrow P = 1$$

$$\text{в) } x^2 \leq 9 \Rightarrow x^2 \geq 10 \text{ не может быть } \Rightarrow P = 0$$

$$\text{г) } x^3 + 2x \geq 0 \quad x(x^2 + 2) \geq 0 \Big| : (x^2 + 2) > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x^2 \leq 9 \Rightarrow x \in [-3; 3] \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{l([0; 3])}{l([-3; 3])} = \frac{1}{2}$$

54.13.



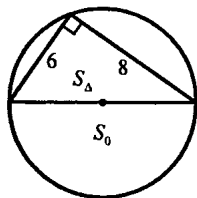
$$\text{a) } |x| \leq 2 \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

$$\text{б) } |x-6| \leq 2 \Rightarrow 4 \leq x \leq 8 \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

$$\text{в) } |x| \leq 1 \Rightarrow P = \frac{1}{4}$$

$$\text{г) } 1 \leq |x-6| \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 \\ x \geq 7 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 \leq x \leq 8 \\ 4 \leq x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{1}{4}$$

54.15.



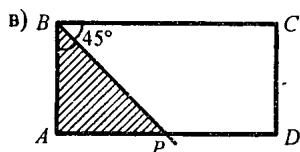
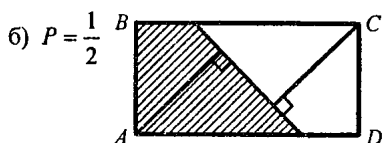
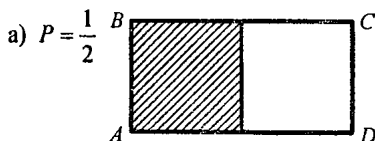
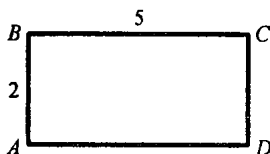
$$\text{a) } P = \frac{S_{\Delta}}{S_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8}{\pi \cdot 5^2} = \frac{24}{25\pi} \approx 0,306$$

$$\text{б) } P = \frac{S_b}{S_0} = \frac{\pi \cdot 2^2}{\pi \cdot 5^2} = \frac{4}{25} = 0,16$$

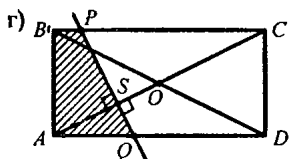
$$\text{в) } P = \frac{S_0 - S_{\Delta}}{S_0} \approx 0,7$$

$$\text{г) } P = \frac{S_{\Delta} - S_b}{S_0} = \frac{24 - 4\pi}{25\pi}$$

54.14.



$$P = \frac{S_{\triangle ABP}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{1}{5} = 0,2$$



$$AS = SO = \frac{1}{2} AO = \frac{1}{4} AC = \frac{\sqrt{29}}{4}$$

$$\frac{AQ}{AS} = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{29}}{5} \Rightarrow AQ = \frac{29}{20}$$

$$\frac{AQ}{AS} = \frac{PC}{CS} = \frac{BC - BP}{AC - AS} = \frac{5 - BP}{\sqrt{29} - \frac{\sqrt{29}}{4}} \Rightarrow BP = 5 - \frac{3}{4} \sqrt{29} \frac{AQ}{AS} = \frac{13}{20}$$

$$P = \frac{S_{ABPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(BP + AQ) \cdot AB}{AB \cdot BC} = \frac{21}{100} = 0,21$$

54.16. а) вероятность, что не угадано ни одно число равна  $\frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} \approx 0,436$

$\Rightarrow$  искомая равна  $(1 - 0,436) \cdot 100\% = 56,4\%$

$$\text{б)} \left( \frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} + \frac{C_6^1 \cdot C_{43}^5}{C_{49}^6} \right) \cdot 100\% = 84,9\%$$

$$\text{в)} \left[ 1 - \left( \frac{C_6^6}{C_{49}^6} + \frac{C_6^1 \cdot C_{43}^5}{C_{49}^6} + \frac{C_6^2 \cdot C_{43}^4}{C_{49}^6} \right) \right] \cdot 100\% = 1,9\%$$

$$\text{г)} \left( \frac{C_6^4 \cdot C_{43}^2}{C_{49}^6} + \frac{C_6^5 \cdot C_{43}^1}{C_{49}^6} + \frac{C_6^6 \cdot C_{43}^0}{C_{49}^6} \right) \cdot 100\% = 0,13\%$$

54.17. а) таких прямоугольных треугольников: 1  
всего комбинаций:  $C_5^3 = 10 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{1}{10}$

б) таких треугольников: 3  
всего комбинаций:  $C_5^3 = 10 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{3}{10}$

в) таких: 5  
всего:  $C_5^3 = 10 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}$

г) таких: 6  
всего:  $C_5^3 = 10 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{3}{5}$

$$54.18. \text{ а)} \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$$

$$\text{б)} \frac{C_4^1 \cdot C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$$

$$\text{в)} \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{г)} \frac{C_6^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} + \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{13}{15}$$

54.19.  $n$  — общее число туристов  
 $100 + 38 + 0,31 \cdot n = n \Rightarrow n = 200$

$$a) 100 + 38 = 138$$

$$б) 200$$

$$в) 100 + 0,31 \cdot n = 162$$

$$г) 38 + 0,31 \cdot n = 100$$

$$54.20. P(A+B) = 0,9 = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{0,9 - P(A)}{1 - P(A)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a) \frac{8}{9}; б) 0,8; в) 0,5; г) \frac{1}{11}.$$

$$54.21. P(A_1) = 0,5$$

$$a) P(A_1 A_2) = 0,4 \Rightarrow P(A_2) = \frac{P(A_1 \cdot A_2)}{P(A_1)} = 0,8$$

$$б) 1 - P(A_1 + A_2) = 0,45 \Rightarrow P(A_1 + A_2) = 0,55$$

$$\Rightarrow P(A_2) = \frac{P(A_1 + A_2) - P(A_1)}{1 - P(A_1)} = 0,1$$

$$в) P(A_1 + A_2) = 0,8 \Rightarrow P(A_2) = 0,6$$

$$г) P(A_1 + A_2) = 0,999 \Rightarrow P(A_2) = 0,998$$

$$54.22. P = 0,4$$

$$a) \text{ см. ответ}$$

$$б) P_3(5) = C_3^5 \cdot (0,4)^5 \cdot (0,6)^0 = 0,01$$

$$в) 1 - P_3(0) - P_3(1) = 0,663$$

$$г) \text{ см. ответ}$$

$$54.23. \sqrt{x} \leq 10 \Rightarrow 0 \leq x \leq 100$$

$$a) \sqrt{x} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow P = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$б) y = \ln(40x - 39 - x^2)$$

$$\begin{cases} x^2 - 40x + 39 < 0 \\ x^2 - 40x + 39 \neq -1 \end{cases}$$

Можно считать, что  $x^2 - 40x + 39 = -1$ , т.к. это множество меры нуль, поэтому не вкладывается в вероятность.

$$\Rightarrow 1 < x < 39 \Rightarrow P = \frac{38}{100} = 0,38$$

$$в) \sqrt{x-10} = 5 \Rightarrow 10 \leq x \leq 35 \Rightarrow P = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$г) y = 0,5 \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) + 1$$

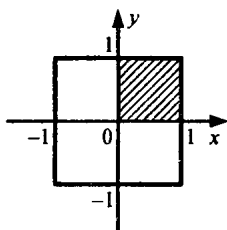
$$y \in [0,5; 1,5] \Rightarrow P = \frac{1}{100} = 0,01$$



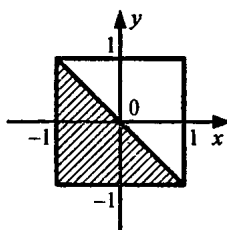
54.24.

$$|x| \leq 1, |y| \leq 1$$

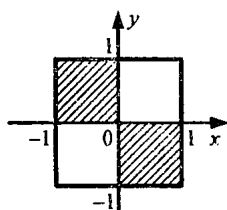
a)  $P = \frac{1}{4}$



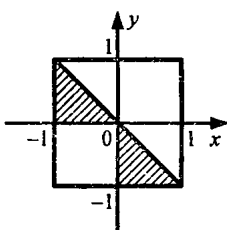
б)  $\Rightarrow P = \frac{1}{2}$



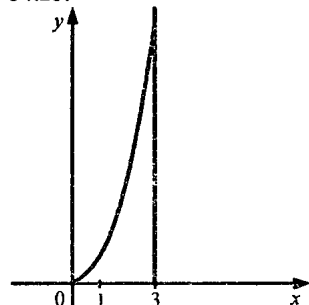
в)  $\Rightarrow P = \frac{1}{2}$



г)  $\Rightarrow P = \frac{1}{4}$



54.25.



a)  $P = \frac{\int_0^1 x^2 dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1}{\frac{1}{3} x^3 \Big|_0^3} = \frac{1}{27}$

б)  $P = \frac{\int_2^3 x^2 dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\frac{1}{3} x^3 \Big|_2^3}{\frac{1}{3} x^3 \Big|_0^3} = \frac{19}{27}$

в)  $P = \frac{\int_2^3 (x^2 - 4) dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\left( \frac{1}{3} x^3 - 4x \right) \Big|_2^3}{\frac{1}{3} x^3 \Big|_0^3} = \frac{7}{27}$

г)  $P = \frac{\int_0^1 (1 - x^2) dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\left( x - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^1}{\frac{1}{3} x^3 \Big|_0^3} = \frac{7}{27}$

## Глава 10. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

### § 55. Равносильность уравнений

**55.1 (1663).**  $2^x=256$ ;  $x=8$ ;

а)  $\log_2 x=3$ ; да;

б)  $x^2-9x+8=0$ ; нет;

в)  $3x^2-24x=0$ ; нет;

г)  $\frac{16}{x}=2$ ; да.

**55.2 (1664).**  $\sin x=0$ ;  $x=\pi n$ ;

а)  $\cos x=1$ ;  $x=2\pi n$ ; нет;

б)  $\operatorname{tg} x=0$ ;  $x=\pi n$ ; да;

в)  $\cos 2x=1$ ;  $x=\pi n$ ; да;

г)  $\sqrt{x-1} \sin x=0$ ;  $x=1$  и  $x=\pi n$ ; нет.

**55.3 (1665).** а)  $\sqrt{2x-1}=3$ ;  $x=5$ ; 1)  $5x=25$ ; 2)  $x/5=1$ ; 3)  $\sqrt{x+4}=3$ ;

б)  $\cos x=3$ ; решений нет; 1)  $\sin x=5$ ; 2)  $\cos x=-3$ ; 3)  $\sin x=-10$ ;

в)  $\lg x^2=4$ ;  $x=\pm 100$ ; 1)  $x^2=100^2$ ; 2)  $\sqrt{x^2}=100$ ; 3)  $|x|=100$ ;

г)  $x^{\frac{3}{5}}=-1$ ; 1)  $x^{\frac{1}{5}}=-1$ ; 2)  $x^{\frac{1}{7}}=-1$ ; 3)  $3x^{\frac{1}{19}}=-3$ .

**1666 (с).** а)  $\sqrt{7x+3}=x \Rightarrow 7x+3=x^2$  (все  $x$ , удовлетворяющие первому уравнению, удовлетворяют и второму);

б)  $\log_2(x-1)-\log_2 x=0 \Rightarrow \log_2(1-(1/x))=0$ ;

в)  $\sin(\pi-x)\operatorname{ctg} x=-(1/2) \Rightarrow \cos x=-(1/2)$ ;

г)  $\sin(\frac{\pi}{2}-x)\operatorname{tg} x=0 \Rightarrow \sin x=0$ .

**1667 (с).** а)  $x^{37}-12x^2+1=0$  и  $x^{37}+1=12x^2$ ;

перенос слагаемого из одной части уравнения в другую не изменяет равносильности;

б)  $\sqrt[5]{x^2-2x-3}=2$  и  $x^2-2x-3=32$ ;

возведение обеих частей уравнения в нечетную степень не нарушает равносильности;

**55.4 (1668).** а)  $\sqrt{2x^2+2}=\sqrt{x^4+3}$  и  $2x^2+2=x^4+3$ ,

т.к. подкоренные выражения всегда положительны, то возведение в квадрат не нарушит равносильности;

б)  $\sqrt[4]{\sin^2 x+1}=1$  и  $\sin^2 x=0$ ,

т.к. подкоренное выражение всегда положительно, то возведя в 4 степень и вычтя из обеих частей уравнения единицу получим второе уравнение, равносильное первому.

55.5 (1669). а)  $3^{\sqrt{x}+4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$  и  $\sqrt{x} + 4 - x = 0$ ;

$$3^{\sqrt{x}+4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow 3^{\sqrt{x}+4-x} = 3^0;$$

логарифмируя по основанию 3, получим второе уравнение;

б)  $\sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4$  и  $x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = 2$ ;  $\sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{2} + x^2 + \frac{1}{2}} = 2^2$ ,

логарифмируя по основанию 2, получим второе уравнение.

55.6 (1670). а)  $\frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + 1} = 3$  и  $x^2 + 3x - 1 = 3x^2 + 3$ ;

т.к.  $x^2 + 1 > 0$  при всех  $x$ , то, домножив обе части уравнения на  $x^2 + 1$ , получим второе уравнение, не нарушив равносильности;

б)  $\frac{\sin x + 1}{\sin x + 2} = \frac{1}{2}$  и  $\sin x + 1 = \frac{1}{2} \sin x + 1$ ,

т.к.  $\sin x + 2 > 0$  при всех  $x$ , то, домножив обе части уравнения на  $\sin x + 2$ , получим второе уравнение, не нарушив равносильности.

55.7 (1671). а)  $\sqrt{3x-5} = \sqrt{9-7x}$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x \geq 5/3 \\ x \leq 9/7 \end{cases}$ ; т.к.  $5/3 > 9/7$ , то эта

система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б)  $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{1-x^2} = 4$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x^2 \geq 4 \\ x^2 \leq 1 \end{cases}$ , эта система не имеет решений,

поэтому уравнение не имеет корней.

55.8 (1672). а)  $\lg(x^2-9) + \lg(4-x^2) = \frac{1}{2}$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x^2 > 9 \\ x^2 < 4 \end{cases}$ ;

эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б)  $\lg(x^2-3x) - \lg(2x-x^2) = \frac{1}{2}$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x^2-3x > 0 \\ 2x-x^2 > 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty) \\ x \in (0; 2) \end{cases}$ ,

эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней.

55.9 (1673). а)  $\sqrt{7x-6} = x$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} 7x-6 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ;  $x \geq \frac{6}{7}$ ;  $x^2 - 7x + 6 = 0$ ;  $x = 6$ ;  $x = 1$ ;

б)  $x+3 = \sqrt{2x+9}$ , ОДЗ:  $\begin{cases} 2x+9 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$ ,  $x \geq -3$ ;  $x^2 - 4x = 0$ ;  $x = 0$ ;

$x = -4$ . — не входит в ОДЗ;

в)  $\sqrt{6x-11} = x-1$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} 6x-11 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$ ,  $x \geq \frac{11}{6}$ ,  $x^2 - 8x + 12 = 0$ ;  $x = 6$ ;  $x = 2$ ;

г)  $-x - 5 = \sqrt{7x+23}$ , ОДЗ:  $\begin{cases} -x-5 \geq 0 \\ 7x+23 \geq 0 \end{cases}$ , эта система не имеет решений.

поэтому уравнение также не имеет решений

**55.10 (1674).** а)  $\sqrt{x^4 - 3x - 1} = x^2 - 1$ ;  $x^4 - 3x - 1 = x^4 - 2x^2 + 1$ ;  $2x^2 - 3x - 2 = 0$ ;

1)  $x = -\frac{1}{2}$ ; проверка:  $\frac{1}{16} + \frac{3}{2} - 1 > 0$ ;  $\frac{1}{4} - 1 < 0 \Rightarrow$  не подходит;

2)  $x = 2$  — подходит;

Ответ: 2.

б)  $\sqrt{x^4 - 3x - 1} = 1 - x^2$ ; 1)  $x = -\frac{1}{2}$ ; проверка:  $1 - \frac{1}{4} > 0$ ;

$\frac{1}{16} + \frac{3}{2} - 1 > 0 \Rightarrow$  подходит; 2)  $x = 2$  — не подходит;

Ответ:  $-(1/2)$ .

в)  $\sqrt{x^4 + x - 9} = 1 - x^2$ ;  $x^4 + x - 9 = x^4 - 2x^2 + 1$ ;  $2x^2 + x - 10 = 0$ ;

1)  $x = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$ ; проверка:  $\left(\frac{5}{2}\right)^4 - \frac{5}{2} - 9 > 0$ ;  $1 - (2,5)^2 < 0 \Rightarrow$  не подходит;

2)  $x = 2$ ; проверка:  $1 - 4 < 0 \Rightarrow$  не подходит;

Ответ: решений нет.

г)  $\sqrt{x^4 + x - 9} = x^2 - 1$ ;

1)  $x = -2,5$ , проверка:  $(2,5)^2 - 1 > 0 \Rightarrow$  подходит;

2)  $x = 2$ , проверка:  $2^2 - 1 > 0 \Rightarrow$  подходит.

Ответ:  $-2,5$ ; 2.

**1675 (с).** а)  $\sqrt{x^4 - 5x^2 - 2,5x} = 5 - x^2$ ;  $x^4 - 5x^2 - 2,5x = x^4 - 10x^2 + 25$ ;

$5x^2 - 2,5x - 25 = 0$ ;  $2x^2 - x - 10 = 0$ ;

1)  $x = \frac{5}{2}$ ; проверка:  $(2,5)^4 - 5 \cdot 2,5^2 - 2,5^2 > 0$ ;  $5 - (2,5)^2 < 0 \Rightarrow$  не подходит;

2)  $x = -2$ ; проверка:  $2^4 - 5 \cdot 2^2 + 2,5 \cdot 2 > 0$ ;  $5 - 2^2 > 0 \Rightarrow$  подходит;

Ответ:  $-2$ ;

б)  $\sqrt{x^4 - 5x^2 - 2,5x} = x^2 - 5$ ;  $x = \frac{5}{2}$  — подходит;  $x = -2$  — не подходит;

Ответ:  $5/2$ ;

в)  $\sqrt{x^4 - 3x^2 - 1,5x} = x^2 - 3$ ;

$x^4 - 3x^2 - 1,5x = x^4 - 6x^2 + 9$ ;

$3x^2 - \frac{3}{2}x - 9 = 0$ ;  $2x^2 - x - 6 = 0$ ;

1)  $x = 2$ ; проверка:  $16 - 12 - 3 > 0$ ;  $4 - 3 > 0 \Rightarrow$  подходит;

2)  $x = -\frac{3}{2}$ ; проверка:  $\frac{9}{4} - 3 < 0 \Rightarrow$  не подходит;

Ответ: 2;

г)  $\sqrt{x^4 - 3x^2 - 1,5x} = 3 - x^2$ ;  $x = -\frac{3}{2}$  — подходит;  $x = 2$  — не подходит

Ответ:  $-(3/2)$ .

**55.11 (1676).** а)  $(x^2-9)(\sqrt{3-2x}-x)=0$ ; ОДЗ:  $x \leq \frac{3}{2}$ ;

1)  $x = 3$  — не подходит;

2)  $x = -3$  — подходит;  $\sqrt{3-2x} = x$ ,  $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ,  $x = -3$  — подходит;

$x = 1$  — подходит;

Ответ: 1; -3.

б)  $(x^2-16)(\sqrt{4-3x}-x)=0$ ; ОДЗ:  $x \leq \frac{4}{3}$ ;

1)  $x = 4$  — не подходит; 2)  $x = -4$  — подходит;

3)  $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ,  $x = -4$ ,  $x = 1$  — подходит; Ответ: 1; -4.

**55.12 (1677).** а)  $\sin 2x \cdot \sqrt{4-x^2} = 0$ . ОДЗ:  $-2 \leq x \leq 2$ ;

1)  $\sin 2x = 0$ ;  $2x = \pi n$ ;  $x = \frac{\pi n}{2}$ .  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ ;

(т.к.  $x$  должен входить в ОДЗ);

2)  $\sqrt{4-x^2} = 0$ ;  $x = \pm 2$ ; Ответ: 0;  $\pm \frac{\pi}{2}$ ;  $\pm 2$ ;

б)  $(\cos 2x - 1) \sqrt{4-x^2} = 0$  ОДЗ:  $-3 \leq x \leq 3$ ;

1)  $\cos 2x = 1$ ;  $x = \pi n$ ;  $x = 0$ ; 2)  $9 - x^2 = 0$ ;  $x = \pm 3$ ; Ответ: 0;  $\pm 3$ ;

в)  $(\cos^2 x - \sin^2 x) \sqrt{1-x^2} = 0$ . ОДЗ:  $-1 \leq x \leq 1$ .

1)  $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$ ;  $\cos 2x = 0$ ;  $2x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ;  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$ ;  $x = -\frac{\pi}{4}$ ;  $x = \frac{\pi}{4}$ ;

2)  $1 - x^2 = 0$ ;  $x = \pm 1$ ; Ответ:  $\pm 1$ ;  $\pm \frac{\pi}{4}$ ;

г)  $\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{16-x^2} = 0$ ; ОДЗ:  $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \\ -4 \leq x \leq 4 \end{cases}$ ;

1)  $\operatorname{tg} x = 0$ ;  $x = \pi n$ ;  $x = \pm \pi$ ,  $x = 0$ ; 2)  $16 - x^2 = 0$ ;  $x = \pm 4$ ; Ответ: 0;  $\pm \pi$ ;  $\pm 4$ .

**1678 (с).** а)  $\frac{\log_2(7+6x-x^2) - \log_2(x-2)}{10x-24-x^2} = 2$ ;

ОДЗ:  $\begin{cases} 7+6x-x^2 > 0 \\ x-2 > 0 \\ 10x-24-x^2 \neq 0 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} 2 < x < 7 \\ x \neq 6 \\ x \neq 4 \end{cases}$ , т.к.  $x$  — целые, то возможные корни —

$x = 3$  и  $x = 5$ : подстановкой в уравнение легко убедиться, что  $x = 5$  — корень,  $x = 3$  — не корень;

Ответ: 5.

$$б) \frac{\log_{12}(6+5x-x^2)}{x^2-9x+20} = 2^{-\sqrt{x-2}};$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 6+5x-x^2 > 0 \\ x-2 > 0 \\ x^2-9x+20 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2 < x < 6 \\ x \neq 4 \\ x \neq 5 \end{cases};$$

рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим  $x = 3$ ;

Ответ: 3.

## § 56. Общие методы решения уравнений

$$56.1 (1679). а) 3^{2-x} = 3^{x^2-4x};$$

т.к. обе части положительны, то прологарифмировав по основанию 3 получим:  $2-x = x^2-4x$ ;

Ответ: можно;

$$б) (3x^2-2)^4 = (x-3)^4;$$

т.к. подстепенные выражения могут быть отрицательными, то заменив уравнение на  $3x^2-2=x-3$  мы потеряем часть корней.

Ответ: нельзя;

$$в). \sqrt[3]{7-x} = \sqrt[3]{5x+1};$$

т.к.  $\sqrt[3]{a}$  определен для всех  $a$ , то обе части уравнения можно возвести в куб, не нарушая равносильности; получим:  $7-x = 5x+1$ ;

Ответ: можно;

$$г) \lg \frac{1}{x} = \lg(2x-7), \text{ в исходном уравнении имеем: } 1/x > 0, 2x-7 > 0; \text{ если}$$

это уравнение пропотенцировать, то получим уравнение  $1/x = 2x-7$ , правая и левая части которого не обязательно положительны, а значит это уравнение не равносильно исходному.

Ответ: нельзя.

$$1680 (с). а) (2x^4+1)^5 = (1-x^3)^5;$$

аналогично пункту в предыдущей задачи получим равносильное уравнение  $2x^4+1 = 1-x^3$ ;

Ответ: можно;

$$б) \log_{0,2}(2\sin x - 1) = \log_{0,2}(3 - \sin^2 x);$$

поскольку  $3 - \sin^2 x > 0$  при всех  $x$ , то потенцированием получили уравнение  $2\sin x - 1 = 3 - \sin^2 x$ ; равносильное исходному;

Ответ: можно;

$$в) \sqrt[6]{2^x-1} = \sqrt[6]{5-3 \cdot 2^x};$$

т.к. подкоренные выражения должны быть неотрицательны, то, возведя в шестую степень мы нарушим равносильность;

Ответ: нельзя;

$$г) \cos(3^x - 1) = \cos(3 - 9^x);$$

уравнение  $3^x - 1 = 3 - 9^x$  не будет равносильно исходному, поскольку  $\cos$  — периодическая функция.

Ответ: нельзя.

$$56.2 (1681). а) 2^{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{2} \sqrt{32}; \text{ ОДЗ: } x \geq 3;$$

$$2^{\sqrt{x-3}} = 2^{\frac{3}{2}}; 4x - 12 = 9; x = \frac{21}{4} > 3;$$

Ответ:  $21/4$ ;

$$б) 10^{\log_7(x-3)} \cdot 0,00001 = 0,1^{\log_7(x-7)}; \text{ ОДЗ: } x > 7;$$

$$10^{\log_7(x-3)-5} = 10^{-\log_7(x-7)}; x^2 - 10x + 21 = 32;$$

$$x^2 - 10x - 11 = 0; (x - 11)(x + 1) = 0; x = -1 \text{ не подходит по ОДЗ.}$$

Ответ: 11.

$$56.3 (1682). а) 0,5^{\sin x - \cos x} = 1; \sin x - \cos x = 0; \sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} = 0;$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0; x = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

$$б) (\sqrt{3})^{\sin^2 x - 1} \cdot 3\sqrt{3} = \sqrt[4]{729}; \sqrt{3}^{\sin^2 x - 1} \cdot 3\sqrt{3} = \sqrt[4]{729}; \cos^2 x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi n.$$

$$56.4. а) \log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8); \text{ ОДЗ: } x > 2;$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0; x = 6, x = 8;$$

Ответ: 6; 8;

$$в) \log_{\sqrt{3}} \frac{x-2}{2x-4} = \log_{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x+2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > -1 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 2;$$

$$\frac{x-2}{2x-4} = \frac{x+1}{x+2}; x^2 - 2x = 0; x = 0, x = 2; x = 2 \text{ — не входит в ОДЗ;}$$

Ответ: 0;

$$1683 (с). а) \log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8); \text{ ОДЗ: } x > 2;$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0; x = 6, x = 8;$$

Ответ: 6; 8;

$$б) \log_{0,8}(9x - 4x^2) = \log_{0,8}(x^3 + 4x^2); \text{ ОДЗ: } 0 < x < \frac{9}{4}; x^3 + 8x^2 - 9x = 0;$$

$$x(x^2 + 8x - 9) = 0; x = 0, x = -9, x = 1; x = 0 \text{ и } x = -9 \text{ не входят в ОДЗ;}$$

Ответ: 1.

$$в) \log_{\sqrt{3}} \frac{x-2}{2x-4} = \log_{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x+2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > -1 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 2.$$

$$\frac{x-2}{2x-4} = \frac{x+1}{x+2}; x^2 - 2x = 0; x = 0, x = 2, x = 2 \text{ — не входит в ОДЗ;}$$

Ответ: 0.

$$г) \log_{0,1} \sqrt{5x-6} = \log_{0,1} \sqrt{x^2-2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 5x-6 > 0 \\ x^2-2 > 0 \end{cases}, x > \sqrt{2},$$

$$5x-6 = x^2-2; x^2-5x+4=0; x=4, x=1; x=1 \text{ — не подходит};$$

Ответ: 4.

$$56.5 (1684). а) (x^2-6x)^5 = (2x-7)^5; x^2-8x+7=0; x=7, x=1,$$

Ответ: 1; 7;

$$б) (\sqrt{6x-1}+1)^9 = (\sqrt{6x+8})^9; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 6x-1 \geq 0 \\ 6x+8 \geq 0 \end{cases}; x \geq \frac{1}{6},$$

$$6x-1+1+2\sqrt{6x-1} = 6x+8; 6x-1=16; x=17/6;$$

Ответ: 17/6;

$$56.6 (1684). а) (2^{2x}+16)^{20} = (10 \cdot 2^x)^{20}; 2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0; 2^x = 8, x=3, 2^x = 2, x=1;$$

Ответ: 1; 3;

$$б) (\log_{0,1} x - 2)^3 = (2 \log_{0,1} x + 1)^3; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,1} x - 2 \log_{0,1} x - 3 = 0;$$

$$\log_{0,1} x = 3, x = 0,001; \log_{0,1} x = -1, x = 10;$$

Ответ: 10; 0,001.

$$1685 (с). а) \sin \left( 3x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right); 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left( 2x + \frac{\pi}{12} \right) = 0;$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n; x = \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2};$$

$$б) \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{8} - x \right) = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{6} + 2x \right); \frac{\pi}{8} - x = \frac{\pi}{6} + 2x + \pi k; 3x + \pi k = -\frac{2\pi}{48}.$$

$$x = -\frac{\pi}{72} + \frac{\pi k}{3}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{72} + \frac{\pi n}{3};$$

$$в) \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right); \sin \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \frac{3x}{2} = 0;$$

$$x = \frac{2\pi n}{3}, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n. \text{ Ответ: } \frac{2\pi n}{3}; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

$$г) \operatorname{ctg} 2x = \operatorname{ctg} 3x; 3x = 2x + \pi k, x = \pi k, \text{ но } x \neq \frac{\pi n}{2}, x \neq \frac{\pi n}{3},$$

Ответ: нет решений.

$$56.7 (1686). а) 2^{x^2+3} - 8^{x+1} = 0; x^2+3 = 3x+3; x^2-3x=0; x=0, x=3. \text{ Ответ: } 0; 3$$

$$б) 27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} = 0; 15-3x^2 = x^2-1; 4x^2 = 16; x = \pm 2. \text{ Ответ: } \pm 2.$$

$$1687 (с). а) 2^{\log_8 x - \log_8 x^2 + 2,5} = (2\sqrt{2}+1)^2 - 9; 2^{\log_8 x - \log_8 x^2 + 2,5} = 2^3 + 4\sqrt{2} - 8,$$

$$2 \log_8 x^2 - \log_8 x = 0; \log_8 x = 0; x = 1;$$

$$б) 3^{\cos x} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}; \cos x + 1,5 = 1; \cos x = -(1/2); x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$



$$56.8 (1688). \text{ а) } (\sqrt{3})^{\lg x} = \frac{3\sqrt{27}}{3^{\lg x}}, \frac{1}{2} \lg x = 1,5 - \lg x; \lg x = 1; x = \frac{\pi}{4} + \pi n;$$

$$\text{б) } (\sqrt{2})^{2 \cos x} = \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}} \cdot \cos x = -\cos x - 1; \cos x = -\frac{1}{2}; x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$56.9 (1689). \text{ а) } \log_{\frac{2}{3}}(7x+9) - \log_{\frac{2}{3}}(8-x) = 1; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 7x+9 > 0 \\ 8-x > 0 \end{cases}; -\frac{9}{7} < x < 8;$$

$$7x+9 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}x; 23x = -11; x = -\frac{11}{23}. \text{ Ответ: } -\frac{11}{23}.$$

$$\text{б) } \log_{1,2}(3x-1) + \log_{1,2}(3x+1) = \log_{1,2} 8; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 3x+1 > 0 \end{cases}; x > \frac{1}{3};$$

$$9x^2 = 9; x = 1, x = -1; x = -1 \text{ — не входит в ОДЗ. Ответ: } 1.$$

$$56.10 (1690). \text{ а) } x^3 - 9x^2 + 20x = 0; x(x^2 - 9x + 20) = 0; x(x-4)(x-5) = 0, \\ x = 0, x = 4, x = 5;$$

$$\text{б) } x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0; (x^2 - 9)(x+1) = 0; (x+1)(x-3)(x+3) = 0; \\ x = \pm 3, x = -1$$

$$1690 \text{ (с). а) } x^3 - 9x^2 + 20x = 0; x(x^2 - 9x + 20) = 0; x(x-4)(x-5) = 0; \\ x = 0, x = 4, x = 5;$$

$$\text{б) } x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0; x(x^2 - 4) - 3(x^2 - 4) = 0;$$

$$(x-2)(x+2)(x-3) = 0; x = \pm 2, x = 3;$$

$$\text{в) } x^5 + 8x^4 + 12x^3 = 0; x^3(x^2 + 8x + 12) = 0; x^3(x+6)(x+2) = 0;$$

$$x = 0, x = -2, x = -6;$$

$$\text{г) } x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0; (x^2 - 9)(x+1) = 0; (x+1)(x-3)(x+3) = 0;$$

$$x = \pm 3, x = -1.$$

$$56.11 (1691). \text{ а) } \sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 18\sqrt{x} = 0; \text{ ОДЗ: } x \geq 0; \sqrt{x}(x^2 - 3x - 18) = 0,$$

$$\sqrt{x}(x-6)(x+3) = 0; x = 0, x = 6, x = -3;$$

$$x = -3 \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

$$\text{Ответ: } 0; 6;$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{x^9} - 2\sqrt[4]{x^5} - 15\sqrt[4]{x} = 0; \text{ ОДЗ: } x \geq 0; \sqrt[4]{x}(x^2 - 2x - 15) = 0;$$

$$\sqrt[4]{x}(x-5)(x+3) = 0; x = 0, x = 5, x = -3; x = -3 \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

$$\text{Ответ: } 0; 5$$

$$56.12 (1692). \text{ а) } 2^x \cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0; 2^x(x-1) - 4(x+1) = 0;$$

$$(x+1)(2^x - 4) = 0; x = -1; x = 2;$$

$$\text{б) } 3^x \cdot x - 3^{x+1} + 27 - 9x = 0; 3^x(x-3) - 9(x-3) = 0;$$

$$(x-3)(3^x - 9) = 0; x = 2, x = 3;$$

$$56.13 (1693). \text{ а) } 2x^2 \sin x - 8 \sin x + 4 - x^2 = 0; x^2(2 \sin x - 1) - 4(2 \sin x - 1) = 0,$$

$$(2 \sin x - 1)(x-2)(x+2) = 0; x = 2, x = -2, x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,$$

$$\text{б) } 2x^2 \cos x + 9 = 18 \cos x + x^2; x^2(2 \cos x - 1) - 9(2 \cos x - 1) = 0,$$

$$(2 \cos x - 1)(x-3)(x+3) = 0, x = \pm 3, x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

**56.14 (1694).** а)  $\sin 2x = \sin x$ ;  $\sin x (2\cos x - 1) = 0$ ;  $x = \pi n$ ,  $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ .

б)  $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$ ;  $\cos x (\cos x + 2 \sin x) = 0$ ;  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ;

$\cos x + 2\sin x = 0$ ;  $\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{2}$ ;  $x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n$ ;

в)  $\sqrt{3} \cos 3x = \sin 6x$ ;  $\cos 3x (\sqrt{3} - 2 \sin 3x) = 0$ ;  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$ ,

$x = (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$ ;

г)  $\sin^2(\pi + \frac{x}{2}) - \frac{1}{2} \sin x = 0$ ;  $\sin \frac{x}{2} (\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}) = 0$ ;

$\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) = 0$ ;  $x = 2\pi n$ ;  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ .

**56.15 (1695).** а)  $8x^6 + 7x^3 - 1 = 0$ ; пусть  $x^3 = a$ , тогда получим:  $8a^2 + 7a - 1 = 0$ ;

$a = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ ;  $a = -1 \Rightarrow x = -1$ ;

Ответ:  $\frac{1}{2}$ ;  $-1$ ;

б)  $x^8 + 3x^4 - 4 = 0$ ; пусть  $x^4 = a \geq 0$ , тогда получим:  $a^2 + 3a - 4 = 0$ ;

$a = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ ;  $a = -4$  — не подходит. Ответ:  $\pm 1$ .

**56.16 (1696).** а)  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - 6\sqrt{x - 1} = 7$ ;  $\sqrt{x - 1} = a \geq 0$ ;  $a^2 - 6a - 7 = 0$ ;

$a = 7 \Rightarrow x = 50$ ;  $a = -1$  — не подходит. Ответ: 50.

б)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 6 = 5\sqrt{2 - x}$ ;  $\sqrt{2 - x} = a \geq 0$ ;  $a^2 - 5a - 6 = 0$ ;

$a = 6 \Rightarrow x = -34$ ;  $a = -1$  — не подходит. Ответ:  $-34$ .

**56.17 (1697).** а)  $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + 4\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = 4$ ;  $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = a > 0$ ;  $a + (4/a) = 4$ ,

$a^2 - 4a + 4 = 0$ ;  $a = 2$ ;  $2x + 3 = 8x - 4$ ;  $6x = 7$ ;  $x = 7/6$ ;

б)  $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + 5\sqrt{\frac{x+3}{5x-1}} = 6$ ;  $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = a > 0$ ;  $a + \frac{5}{a} = 6$ ;  $a^2 - 6a + 5 = 0$ ;

$a = 1 \Rightarrow x = 1$ ;  $a = 5 \Rightarrow 5x - 1 = 25x + 75$ ;  $20x = -76$ ;  $x = -3,8$ ;

Ответ: 1;  $-3,8$ .

**56.18 (1698).** а)  $2^x + 2^{x-1} = 3$ ;  $2^x = a > 0$ ;  $a + \frac{2}{a} = 3$ ;  $a^2 - 3a + 2 = 0$ ;

$a = 1 \Rightarrow x = 0$ ;  $a = 2 \Rightarrow x = 1$ .

Ответ: 0; 1.

б)  $25^{-x} - 50 = 5^{-x+1}$ ;  $5^{-x} = a > 0$ ;  $a^2 - 5a - 50 = 0$ ;  $a = 10 \Rightarrow x = -\log_5 10$ ;  
 $a = -5$  — не подходит.

Ответ:  $-\log_5 10$ .

в)  $5^x + 4 = 5^{2x+1}$ ;  $5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 = 0$ ;  $a = 5^x > 0$ ;  $5a^2 - a - 4 = 0$ ;

$a = -\frac{4}{5} < 0$  — не подходит;  $a = 1 \Rightarrow x = 0$ . Ответ: 0.

г)  $3^{x+1} - 29 = -18 \cdot 3^{-x}$ ;  $3^x = a > 0$ ;  $3 \cdot a^2 - 29a + 18 = 0$ ;

$a = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \log_3 2 - 1$ ;  $a = 9 \Rightarrow x = 2$ ;

Ответ: 2;  $\log_3 2 - 1$ .

**56.19 (1699).** а)  $7^{2x+1} - 50 \cdot 7^x = -7$ ;  $7^x = a > 0$ ;  $7a^2 - 50a + 7 = 0$ ;  $a = 1/7 \Rightarrow x = -1$ ;  
 $a = 7 \Rightarrow x = 1$ .

Ответ:  $\pm 1$ .

б)  $\log_2^2 x + 12 = 7 \log_2 x$ ;  $\log_2 x = a$ ;  $a^2 - 7a + 12 = 0$ ;  $a = 3 \Rightarrow x = 8$ ;

$a = 4 \Rightarrow x = 16$ .

Ответ: 8; 16.

в)  $4 \sin^2 x + 4 = 17 \sin x$ ;  $\sin x = a$ ,  $|a| \leq 1$ ;  $4a^2 - 17a + 4 = 0$ ;

$a = 1/4 \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$ .  $a = 4 > 1$  — не подходит;

Ответ:  $(-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$ ;

г)  $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 = 0$ ;  $\sqrt[6]{x} = a > 0$ ;  $a^2 - a - 2 = 0$ ;  $a = 2 \Rightarrow x = 64$ ;

$a = -1 > 0$  — не подходит;

Ответ: 64.

**56.20 (1700).** а)  $\lg^2 x^2 + \lg 10x - 6 = 0$ ; ОДЗ:  $x > 0$ ;  $a = \lg x$ ;  $4a^2 + a - 5 = 0$ ;

$a = -\frac{5}{4} \Rightarrow x = 10^{-(5/4)}$ ;  $a = 1 \Rightarrow x = 10$ ;

Ответ: 10;  $10^{-(5/4)}$ .

б)  $3^x + 3^{-x+1} = 4$ ;  $3^x = a > 0$ ;  $a^2 - 4a + 3 = 0$ ;  $a = 3 \Rightarrow x = 1$ ;  $a = 1 \Rightarrow x = 0$ .

Ответ: 0; 1;

в)  $2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0$ ;  $\cos x = a$ ,  $|a| \leq 1$ ;  $2a^2 - 7a - 4 = 0$ ;

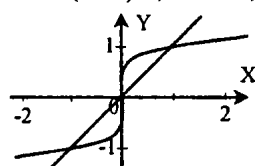
$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ ;  $a = 4 > 1$  — не подходит;

Ответ:  $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ ;

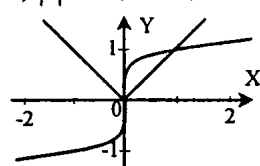
г)  $5^{2\sqrt{x}} + 125 = 6 \cdot 5^{\sqrt{x}+1}$ ;  $5^{\sqrt{x}} = a > 0$ ;  $a^2 - 30a + 125 = 0$ ;  $a = 5 \Rightarrow x = 1$ ;  
 $a = 25 \Rightarrow x = 4$ .

Ответ: 1; 4.

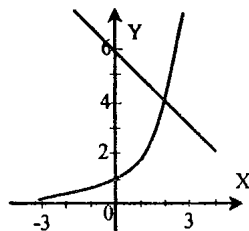
**56.21 (1701).** а)  $x = \sqrt[3]{x}$ ;  $x = 0$ ;  $x = \pm 1$ .



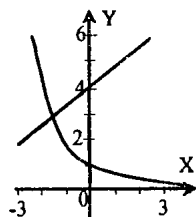
б)  $|x| = \sqrt[3]{x}$ ;  $x = 1$ ;  $x = 0$  (см. рис.)



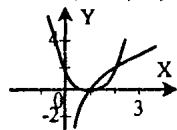
56.22 (1702). а)  $2^x = 6 - x$ ;  $x = 2$  (см. рис.)



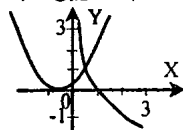
б)  $(1/3)^x = x + 4$ ;  $x = -1$  (см. рис.)



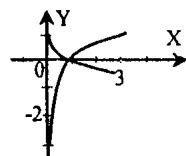
56.23 (1703). а)  $(x - 1)^2 = \log_2 x$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$  (см. рис.)



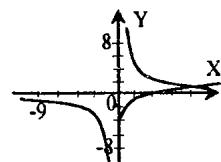
б)  $\log_{1/2} x = (x + 1/2)^2$ ;  $x = 1/2$  (см. рис.).



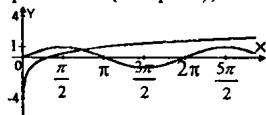
56.24 (1704). а)  $1 - \sqrt{x} = \ln x$ ;  $x = 1$  (см. рис.)



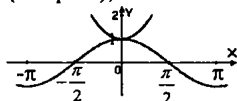
б)  $\sqrt{x} - 2 = \frac{9}{x}$ ;  $x = 9$  (см. рис.).



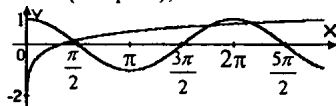
1705 (с). а)  $\log_{\pi} x = \sin x$ ; 1 решение (см. рис.);



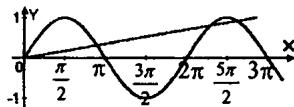
б)  $x^2 + 1 = \cos x$ ; 1 решение (см. рис.);



в)  $\log_{3\pi} x = \cos x$ ; 3 решения (см. рис.);



г)  $\sin x = \frac{1}{9}x$ ;  $x = 0$  — решение, при  $x > 0$  — 3 решения (см. рис.) и в силу нечетности обеих частей уравнения при  $x < 0$  также 3 решения; т.е. всего 7 решений.

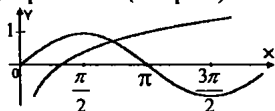


1706 (с). а)  $2^x = \sin x$ ,  $x \in [0; +\infty)$ ; при  $x = 0$   $2^0 = 1 \neq 0 = \sin 0$ ; при  $x > 0$   $2^x > 1$ ,  $\sin x \leq 1$ , значит, решений нет;

б)  $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \cos x$ ,  $x \in (-\infty; 0]$ ; при  $x = 0$ ,  $\frac{4}{5} = 1 = \cos 0$ ; при  $x < 0$   $\left(\frac{4}{5}\right)^x > 1$ ,  $\cos x \leq 1$ , т.е. имеется 1 решение —  $x = 0$ ;

в)  $7^x = \cos x$ ,  $x \in [0; +\infty)$ ; рассуждения аналогичны предыдущему пункту; 1 решение;

г)  $\log_3 x = \sin x$ ,  $x \in (0; 3]$ ; 1 решение (см. рис.).



1707 (с). а)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ ;  $(x^3 - x) - (6x^2 - 6x) + (6x - 6) = 0$ ;

$(x-1)(x^2-5x+6) = 0$ ;  $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ ;  $x = 1, x = 2, x = 3$ ;

б)  $x^3 + 7x^2 - 6 = 0$ ;  $x^2(x+1) + 6(x^2-1) = 0$ ;  $(x+1)(x^2+6x-6) = 0$ ;  $x = -1$ ,

$x = -3 \pm \sqrt{15}$ ;

в)  $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$ ;  $x^2(x+2) + 3(x+2) = 0$ ;  $(x^2+3)(x+2) = 0$ ;  $x = -2$ ;

г)  $x^3 + 4x^2 - 24 = 0$ ;  $(x-2)(x^2+6x+12) = 0$ ;  $(x-2)((x+3)^2+3) = 0$ ;  $x = 2$ .

56.25 (1708). а)  $(x-1)^4 + 36 = 13(x^2-2x+1)$ ;  $(x-1)^4 - 13(x-1)^2 + 36 = 0$ ;

1)  $(x-1)^2 = 4$ ;  $x = 3, x = -1$ ; 2)  $(x-1)^2 = 9$ ;  $x = 4, x = -2$ ;

Ответ: 3; 4; -1; -2;

$$6) (2x+3)^4 - 9 = 8(4x^2 + 12x + 9); (2x+3)^4 - 8(2x+3)^2 - 9 = 0;$$

$$1) (2x+3)^2 = 9; x = 0, x = -3; 2) (2x+3)^2 = -1; \text{ нет решений};$$

Ответ: 0; -3.

$$1709 \text{ (с). а) } (x^2 - 5x + 7)^2 - (x-2)(x-3) = 1; x^2 - 5x + 7 = a; a^2 - a + 1 = 1,$$

$$1) a = 0; x^2 - 5x + 7 = 0; \text{ решений нет}; 2) a = 1; x^2 - 5x + 6 = 0; x = 2, x = 3.$$

Ответ: 2; 3;

$$6) ((x-2)(x-4))^2 + 2(x-3)^2 - 2 = 0; (x^2 - 6x + 8)^2 + 2(x^2 - 6x + 9) - 2 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 8 = a; a^2 + 2(a+1) - 2 = 0; a^2 + 2a = 0; a = 0, x = 2, x = 4$$

$$a = -2; x^2 - 6x + 10 = 0 - \text{ корней нет.}$$

Ответ: 2; 4.

$$1710 \text{ (с). а) } x(x-1)(x-2)(x-3) = 15; (x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) = 15; x^2 - 3x + 1 = a;$$

$$a^2 = 16;$$

$$1) a = 4; x^2 - 3x - 3 = 0; x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2};$$

$$2) a = -4; x^2 - 3x + 5 = 0; \text{ решений нет.}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2};$$

$$6) (x-1)(x+1)x(x+2) = 24; (x^2 + x)(x^2 + x - 2) = 24; x^2 + x - 1 = a; a^2 = 25;$$

$$1) a = 5; x^2 + x - 6 = 0; x = -3, x = 2;$$

$$2) a = -5; x^2 + x + 4 = 0; \text{ решений нет};$$

Ответ: -3; 2.

$$1711 \text{ (с). а) } \frac{3}{x^2 + x + 1} = 3 - x - x^2; x^2 + x + 1 = a; \frac{3}{a} = -a + 4; a^2 - 4a + 3 = 0;$$

$$1) a = 1; x^2 + x = 0; x = 0, x = -1;$$

$$2) a = 3; x^2 + x - 2 = 0; x = -2, x = 1;$$

Ответ: 0;  $\pm 1$ ; -2;

$$6) \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} = 1; x^2 - x = a; \frac{a}{a+1} - \frac{a+2}{a-2} = 1; a \neq -1; a \neq 2;$$

$$a^2 - 2a - a^2 - 3a - 2 = a^2 - a - 2; a^2 + 4a = 0;$$

$$1) a = 0; x^2 - x = 0; x = 0, x = 1;$$

$$2) a = -4; x^2 - x + 4 = 0; \text{ решений нет};$$

Ответ: 0; 1.

$$56.26 \text{ (1712). а) } \sqrt{6x^2 - 3} = \sqrt{5x - 2}; \begin{cases} x \geq \frac{2}{5} \\ 6x^2 - 5x - 1 = 0 \end{cases}; x = 1;$$

$$6) \sqrt{3x^2 - 5x} = \sqrt{x^2 + 2x - 5}; \begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [\frac{5}{3}; +\infty); \\ 2x^2 - 7x + 5 = 0 \end{cases}; x = \frac{5}{2}.$$

$$56.27 \text{ (1713). а) } \sqrt{2x^2 - 11x + 6} = 2x - 9; \begin{cases} 2x^2 - 11x + 6 = 4x^2 - 36x + 81 \\ x \geq \frac{9}{2} \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 25x + 75 = 0 \\ x \geq \frac{9}{2} \end{cases}; x = 5, x = \frac{15}{2};$$

$$б) \sqrt{x^2 + 2x - 8} = 2x - 4; \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 2x - 8 = 4x^2 - 16x + 16 \end{cases}; \begin{cases} 3x^2 - 18x + 24 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases};$$

$$x = 4, x = 2.$$

$$56.28 \text{ (1714). а) } 16x - 15\sqrt{x} - 1 = 0; \sqrt{x} = 1, x = 1;$$

$$\sqrt{x} = -(1/16) \text{ — не имеет решений.}$$

Ответ: 1.

$$б) 2 - x + 3\sqrt{2-x} = 4; \sqrt{2-x} = a \geq 0; a^2 + 3a - 4 = 0; a = 1 \Rightarrow x = 1; a = -4 \text{ — не подходит.}$$

Ответ: 1.

$$в) 3x - 8\sqrt{x} + 5 = 0; \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{9};$$

$$\text{Ответ: } 1; \frac{25}{9};$$

$$г) 5\sqrt{x+3} + x + 3 = 6; \sqrt{x+3} = a \geq 0; a^2 + 5a = 6; a = 1 \Rightarrow x = -2; a = -6 \text{ — не подходит.}$$

Ответ: -2.

$$56.29 \text{ (1715). а) } \sqrt[3]{x} - \sqrt[10]{x} - 2 = 0; \sqrt[10]{x} = a \geq 0; a^2 - a - 2 = 0; a = 2 \Rightarrow x = 1024, a = -1 \text{ — не подходит;}$$

Ответ: 1024;

$$б) \sqrt[4]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 3 = 0; \sqrt[3]{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt[3]{x} = -3 \text{ — нет решений;}$$

Ответ: 1;

$$в) \sqrt[3]{x} - 6\sqrt[6]{x} + 8 = 0; \sqrt[6]{x} = 4 \Rightarrow x = 4096; \sqrt[6]{x} = 2 \Rightarrow x = 64;$$

Ответ: 4096; 64;

$$г) 6\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[3]{x} - 4 = 0; \sqrt[3]{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt[3]{x} = -(2/3) \text{ — решений нет;}$$

Ответ: 1.

$$56.30 \text{ (1716). а) } \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2}; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -1 \end{cases}; x \geq 1; 2x + 2\sqrt{x^2 - 1} = 2;$$

$$\sqrt{x^2 - 1} = 1 - x; x \leq 1 \Rightarrow x = 1; \text{проверка: } \sqrt{2} = \sqrt{2};$$

Ответ: 1;

$$б) \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{3}; \text{ОДЗ: } x \geq 1; 2x + 1 = x - 1 + 3 + 2\sqrt{3x-3}; x - 1 = 2\sqrt{3x-3}; \sqrt{x-1} (\sqrt{x-1} - 2\sqrt{3}) = 0; x = 1, x = 13;$$

Ответ: 1; 13.

$$56.31. \text{ а) } \sqrt{3x-1} + \sqrt{6x+2} = \sqrt{9x+1}; \text{ ОДЗ: } x \geq \frac{1}{3};$$

$$9x+1+2\sqrt{18x^2-2} = 9x+1; 18x^2-2=0; x = \frac{1}{3};$$

$x = -(1/3)$  — не входит в ОДЗ;

Ответ:  $1/3$ ;

$$\text{б) } \sqrt{6x-14} + \sqrt{5-x} = \sqrt{5x-9}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 2\frac{1}{3} \\ x \leq 5 \\ x \geq 1\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow x \in \left[2\frac{1}{3}; 5\right]$$

$$5x-9+2\sqrt{-6x^2+44x-70} = 5x-9$$

$$3x^2-22x+35=0 \Rightarrow x=5, x=2\frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } x=5; x=2\frac{1}{3}.$$

$$1717 \text{ (с). а) } \sqrt{3x-1} + \sqrt{6x+2} = \sqrt{9x+1}; \text{ ОДЗ: } x \geq \frac{1}{3};$$

$$9x+1+2\sqrt{18x^2-2} = 9x+1; 18x^2-2=0; x = \frac{1}{3};$$

$x = -(1/3)$  — не входит в ОДЗ;

Ответ:  $1/3$ ;

$$\text{б) } \sqrt{6x-14} - \sqrt{5-x} = \sqrt{5x-9}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 7/3 \\ x \leq 5 \\ x \geq 9/5 \end{cases}; x \in \left[\frac{7}{3}; 5\right],$$

$$5x-9-2\sqrt{-6x^2+44x-70} = 5x-9; 3x^2-22x+35=0; x=5, x=\frac{7}{3}.$$

Ответ:  $5; 7/3$ .

$$56.32 \text{ (1718). а) } x^2-4x-6 = \sqrt{2x^2-8x+12}; x^2-4x+6=a \geq 0; a-12 = \sqrt{2a},$$

$$\begin{cases} a^2-26a+144=0 \\ a \geq 12 \end{cases}; a=18; x^2-4x-12=0; x=6, x=-2;$$

Ответ:  $6; -2$ ;

$$\text{б) } \sqrt{2x^2-8x+12} + x^2 = 3x+7; x^2-3x+5=a \geq 0; \sqrt{a} = -a+12;$$

$$\begin{cases} a^2-25a+144=0 \\ a \leq 12 \end{cases}, a=9; x^2-3x-4=0; x=4, x=-1,$$

Ответ:  $4; -1$ ;



$$1719 \text{ (c). a) } \sqrt{2x^2 - 8x + 12} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3; x^2 - 3x + 3 = a \geq 0;$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{a+3} = 3; \text{ ОДЗ: } a \geq 0; 2a + 3 + 2\sqrt{a^2 + 3a} = 9;$$

$$\sqrt{a^2 + 3a} = 3 - a; \begin{cases} a^2 + 3a = a^2 - 6a + 9 \\ a \leq 3 \end{cases}; a = 1; x^2 - 3x + 2 = 0; x = 2, x = 1,$$

Ответ: 2; 1;

$$б) \sqrt{x^2 + x + 7} + \sqrt{x^2 + x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 19}; x^2 + x + 2 = a \geq 0;$$

$$\sqrt{a+5} + \sqrt{a} = \sqrt{3a+13}; 2a + 5 + 2\sqrt{a^2 + 5a} = 3a + 13;$$

$$2\sqrt{a^2 + 5a} = a + 8; \begin{cases} 3a^2 + 4a - 64 = 0 \\ a \geq -8 \end{cases};$$

$$1) a = 4; x^2 + x - 2 = 0; x = -2, x = 1;$$

$$2) a = -(16/3); x^2 + x + (22/3) = 0; \text{ решений нет;}$$

Ответ: -2; 1.

$$56.33 \text{ (1720). a) } \sin^2 x + \cos^2 2x = 1; 1 - \cos 2x + 2\cos^2 2x = 2;$$

$$2\cos^2 2x - \cos 2x - 1 = 0;$$

$$1) \cos 2x = 1; 2x = 2\pi n; x = \pi n;$$

$$2) \cos 2x = -(1/2); 2x = \pm(2\pi)/3 + 2\pi n; x = \pm\pi/3 + \pi n;$$

Ответ:  $\frac{\pi k}{3}$ ;

$$б) \cos^2 3x - \sin^2 3x - \cos 4x = 0; \cos 6x - \cos 4x = 0; \sin x \sin 5x = 0;$$

$$x = \frac{\pi n}{5}, x = \pi k; x = (\pi n)/5;$$

Ответ:  $(\pi n)/5$ .

$$56.34 \text{ (1721). a) } \cos 5x + \cos 7x - \cos 6x = 0; 2\cos 6x \cos x - \cos 6x = 0;$$

$$\cos 6x (2 \cos x - 1) = 0;$$

$$1) \cos x = 1/2; x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; 2) \cos 6x = 0; x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6};$$

Ответ:  $\pm(\pi/3) + 2\pi n; (\pi/12) + (\pi n)/6;$

$$б) \sin 9x - \sin 5x + \sin 4x = 0; 2 \sin 2x (\cos 7x + \cos 2x) = 0;$$

$$\sin 2x \cos \frac{9x}{2} \cdot \cos \frac{5x}{2} = 0; x = \frac{\pi n}{2}; x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, x = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5};$$

Ответ:  $\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}; \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5}.$

$$56.35 \text{ (1722). a) } \cos 6x - \cos 2x + \cos 8x - \cos 4x = 0; \sin 2x (\sin 4x + \sin 6x) = 0;$$

$$\sin 2x \sin 5x \cos x = 0; x = \frac{\pi n}{2}, x = \frac{\pi n}{5}, x = \frac{\pi}{2} + \pi n;$$

Ответ:  $\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi n}{5},$

$$б) \sin 3x - \sin x + \cos 3x - \cos x = 0; \sin x (\cos 2x - \sin 2x) = 0;$$

$$\sin x \sin(2x - (\pi/4)) = 0; x = \pi n, x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2};$$

Ответ:  $\pi n; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$

**56.36 (1723).** а)  $3 \operatorname{tg}^2 x - 8 = 4 \cos^2 x$ ; ОДЗ:  $\cos x \neq 0$ ;  $3 - 3 \cos^2 x - 8 \cos^2 x = 4 \cos^4 x$ ;  
 $4 \cos^4 x + 11 \cos^2 x - 3 = 0$ ;

1)  $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ ;  $\cos x = \pm \frac{1}{2}$ ;  $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ ,  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ ;  $x = \pm(\pi/3) + \pi n$ ;

2)  $\cos^2 x = -3$ ; решений нет;

Ответ:  $\pm(\pi/3) + \pi n$ ;

б)  $4 \sin^2 x = 4 - 9 \operatorname{tg}^2 x$ ;  $4 \sin^2 x = 4 - 9 \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x}$ ;  $4 \sin^4 x - 17 \sin^2 x + 4 = 0$ ;

1)  $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ ;  $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$ ;  $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$ ;  $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$ ;

2)  $\sin^2 x = 4$ ; решений нет;

Ответ:  $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k$ .

**1724 (с).** а)  $\sin^3 x - \sin^2 x \cos x + 3 \cos^3 x = 3 \sin x \cos^2 x$ ;

$$\sin^2 x (\sin x - \cos x) - 3 \cos^2 x (\sin x - \cos x) = 0;$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) (\sin^2 x - 3 \cos^2 x) = 0;$$

1)  $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$ ;  $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$ ; 2)  $\operatorname{tg}^2 x = 3$ ;  $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$ ;

Ответ:  $\frac{\pi}{4} + \pi n$ ;  $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$

б)  $\sin^3 x + 5 \sin^2 x \cos x = 6 \cos^3 x$ ;  $\cos x \neq 0$ , т.к.  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$  не являются

решениями;

$$\operatorname{tg}^3 x + 5 \operatorname{tg}^2 x - 6 = 0; (\operatorname{tg} x - 1) (\operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x + 6) = 0;$$

1)  $\operatorname{tg} x = 1$ ;  $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$ ;

2)  $\operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x + 6 = 0$ ;  $\operatorname{tg} x = -3 \pm \sqrt{3}$ ;  $x = \operatorname{arctg}(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$ ;

Ответ:  $\frac{\pi}{4} + \pi n$ ;  $\operatorname{arctg}(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$ .

**56.37 (1725).** а)  $\sin x \cos x - 6 \sin x + 6 \cos x + 6 = 0$ ;  $\cos x - \sin x = t$ ;

$$\sin x \cos x = -\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}; 1 - t^2 + 12t + 12 = 0; t^2 - 12t - 13 = 0;$$

1)  $t = 13$ ;  $\cos x - \sin x = 13$ ; решений нет;

2)  $t = -1$ ;  $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$ ;

Ответ:  $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$ ;

б)  $5 \sin 2x - 11 \sin x - 11 \cos x + 7 = 0$ ;  $\sin x + \cos x = t$ ;

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = t^2 - 1; 5t^2 - 11t + 2 = 0;$$

$$1) t = \frac{1}{5}; \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{10}; x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k;$$

$$2) t = 2; \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}; \text{решений нет};$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k.$$

$$1726 \text{ (с). а) } 8^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 4^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{\sqrt{x}+1} + 8 = 0; 2^{3\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{2\sqrt{x}} - 6 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 = 0;$$

$$(2^{\sqrt{x}} - 1)(2^{2\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8) = 0;$$

$$1) 2^{\sqrt{x}} = 1; x = 0; \quad 2) 2^{2\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8 = 0; 2^{\sqrt{x}} = 4; x = 4;$$

$$2^{\sqrt{x}} = -2 \text{ — не имеет решений};$$

$$\text{Ответ: } 0; 4;$$

$$б) 4^{\log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 2^{\log_5 125} = 0; 2^{2\log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 8 = 0;$$

$$1) 2^{\log_5 x} = 4; x = 25; \quad 2) 2^{\log_5 x} = 2; x = 5;$$

$$\text{Ответ: } 25; 5.$$

$$56.38 \text{ (1727). а) } 2^x \cdot 5^{\frac{1+x}{x}} = 50; 2^x \cdot 5^{\frac{1}{x}} = 10; \frac{1}{x} + x \log_5 2 = \log_5 10.$$

$$x^2 \log_5 2 - x \log_5 10 + 1 = 0;$$

$$D = \log_5^2 10 - 4 \log_5 2 = 1 + 2 \log_5 2 + \log_5^2 2 - 4 \log_5 2 = (1 - \log_5 2)^2;$$

$$x = \frac{1 + \log_5 2 + 1 - \log_5 2}{2 \log_5 2} = \log_2 5; x = \frac{1 + \log_5 2 + 1 - \log_5 2}{2 \log_5 2} = 1;$$

$$\text{Ответ: } 1; \log_2 5;$$

$$б) 3^x \cdot 2^{\frac{3}{x}} = 24; \frac{3}{x} + x \log_2 3 = 3 + \log_2 3; x^2 \log_2 3 - (3 + \log_2 3)x + 3 = 0;$$

$$x = \frac{3 + \log_2 3 \pm (3 - \log_2 3)}{2 \log_2 3}; x = \frac{6}{2 \log_2 3} = 3 \log_3 2, x = 1; \text{ Ответ: } 3 \log_3 2; 1;$$

$$в) 3^{x-1} \cdot 625^{\frac{x-2}{x-1}} = 225; 3^{x-1} \cdot 625^{\frac{1}{x}} = \frac{9}{25};$$

$$x - 1 + \frac{1}{1-x} \log_3 625 = 2 - \log_3 25;$$

$$(x-1)^2 - (x-1)(2 - 2 \log_3 5) - 4 \log_3 5 = 0;$$

$$1) x-1 = 2; x = 3; \quad 2) x-1 = -2 \log_3 5; x = 1 - 2 \log_3 5;$$

$$\text{Ответ: } 3; 1 - 2 \log_3 5;$$

$$г) 5^x \cdot 2^{\frac{2+x}{x}} = 40; 5^x \cdot 2^{\frac{2}{x}} = 20; x + \frac{2}{x} \log_5 2 = 1 + \log_5 4;$$

$$x^2 - x(1 + 2 \log_5 2) + 2 \log_5 2 = 0; x = 1, x = 2 \log_5 2;$$

$$\text{Ответ: } 1; 2 \log_5 2.$$

$$1728 \text{ (c). a) } \log_{0,2} \sqrt{5x-4} = \log_{0,2} x; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 5x-4 > 0 \\ x > 0 \end{cases}; x > \frac{4}{5};$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0; x = 4, x = 1;$$

$$\text{б) } \log_7 \sqrt{3x^2 - 7x + 9} = \log_7 (x + 2); \text{ ОДЗ: } x > -2; 3x^2 - 7x + 9 = x^2 + 4x + 4;$$

$$2x^2 - 11x + 5 = 0; x = \frac{1}{2}, x = 5;$$

$$\text{в) } \log_3 (x - 1) = \log_3 \sqrt{6x - 11}; \text{ ОДЗ: } x > \frac{11}{6}; x^2 - 8x + 12 = 0; x = 6, x = 2;$$

$$\text{г) } \log_{0,4} x = \log_{0,4} \sqrt{x^2 + x}; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^2 = x^2 + x;$$

$x = 0$  — не входит в ОДЗ;

Ответ: нет решений.

$$1729 \text{ (c). a) } \log^2_{0,5} x + 12 = 7 \log_2 x; \log^2_2 x - 7 \log_2 x + 12 = 0;$$

$$1) \log_2 x = 3; x = 8; 2) \log_2 x = 4; x = 16;$$

Ответ: 8; 16;

$$\text{б) } \log^2_{0,5} x - 6 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{x} + 8 = 0; \log^2_{0,5} x - 6 \log_{\frac{1}{2}} x + 8 = 0;$$

$$1) \log_{0,5} x = 4; x = \frac{1}{16}; 2) \log_{0,5} x = 2; x = \frac{1}{4};$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{16}; \frac{1}{4};$$

$$\text{в) } 9 \log^2_8 x = 11 \log_2 x + 12; \log^2_2 x - 11 \log_2 x - 12 = 0;$$

$$1) \log_2 x = 12; x = 4096; 2) \log_2 x = -1; x = \frac{1}{2};$$

$$\text{Ответ: } 4096; \frac{1}{2};$$

$$\text{г) } \sqrt{\log_2 x + 11} = 3 \log_8 x - 1; \begin{cases} \log_2 x + 11 = \log^2_2 x - 2 \log_2 x + 1 \\ 3 \log_8 x \geq 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log^2_2 x - 3 \log_2 x - 10 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} \log_2 x = 5 \\ \log_2 x = -2; x = 32, x = \frac{1}{4} \\ x \geq 2 \end{cases};$$

Ответ: 32; 1/4.

$$1730 \text{ (c). a) } \log_{x+1} (x^2 - 3x + 1) = 1; x^2 - 3x + 1 = x + 1; x^2 - 4x = 0; x = 0, x = 4;$$

подстановкой убеждаемся, что  $x = 0$  — не подходит,  $x = 4$  — подходит;

Ответ: 4;

$$\text{б) } \log_x (2x^2 - 3x - 4) = 2; 2x^2 - 3x - 4 = x^2;$$

$x = 4$  — подходит;  $x = -1$  не подходит;

Ответ: 4.

$$1731 \text{ (c). a) } \ln(0,2^x - 7) = \ln(9 - 3 \cdot 0,2^x); \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 0,2^x > 7; \\ 0,2^x < 3 \end{cases}; \text{ нет решений;}$$

$$б) 9^{\log_3 x} - 12 \cdot 3^{\log_3 x} + 3^{\log_3 27} = 0; \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 12x + 27 = 0 \end{cases}; x = 3, x = 9;$$

$$в) e^{\lg(x-2)} \cdot \frac{1}{e} = (e^{-1})^{\lg(x+1)}; \lg(x-2) - 1 = -\lg(x+1);$$

$$\begin{cases} \lg(x^2 - x - 2) = 1 \\ x \geq 2 \\ x \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - x - 12 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ x = -3; x = 4; \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$г) \log_5(2 + 3 \cdot 5^{-x}) = x + 1; 2 + 3 \cdot 5^{-x} = 5 \cdot 5^{-x}; 5 \cdot 5^{-2x} - 2 \cdot 5^{-x} - 3 = 0;$$

$$1) 5^{-x} = 1; x = 0; 2) 5^x = -(3/5); \text{ нет решений;}$$

Ответ: 0.

$$1732 \text{ (c). a) } 10^{\ln^2(3x-e) - 5\ln(2x+e)} = (0,1)^{\ln(2x+e)^5 - 1};$$

$$1 - 5 \ln(2x+e) = \ln^2(3x-e) - 5 \ln(2x+e); \ln^2(3x-e) = 1;$$

$$\begin{cases} 3x - e = e \\ 3x - e = 1/e \end{cases}, \begin{cases} x = \frac{2e}{3} \\ x = \frac{e^2 + 1}{3e} \end{cases}; \text{ проверкой убеждаемся, что оба корня подходят;}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2e}{3}; \frac{e^2 + 1}{3e};$$

$$б) \lg(9^x + 3^{x+1} - 1) - \lg(3^x - 2 \cdot 9^x) = 0; 3^{2x} + 3 \cdot 3^x - 1 = 3^x - 2 \cdot 3^{2x}; 3 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 1 = 0;$$

$$1) 3^x = \frac{1}{3}; x = -1 \text{ — подходит; } 2) 3^{x-1} = -1; \text{ нет решений;}$$

Ответ: -1.

$$1733 \text{ (c). a) } \log_{10}(\lg(x+1) - 1)^{-1} = \log_{0,7}(3 \lg(x+1) - 1) - \log_{0,7}(\lg(x+1) + 3);$$

$$\lg^2(x+1) + 2 \lg(x+1) - 3 = 3 \lg(x+1) - 1; \lg^2(x+1) - \lg(x+1) - 2 = 0;$$

$$1) \lg(x+1) = 2; x = 99 \text{ — подходит; } 2) \lg(x+1) = -1 \text{ — нет решений;}$$

Ответ: 99;

$$б) \log_{\sqrt{3}}(3x - 2\sqrt{3x-1}) = 2 \log_3(2\sqrt{3x-1} + 1); 3x - 1 = 4\sqrt{3x-1};$$

$$\sqrt{3x-1}(\sqrt{3x-1} - 4) = 0;$$

$$1) \sqrt{3x-1} = 0; x = \frac{1}{3} \text{ — подходит;}$$

$$2) \sqrt{3x-1} = 4; x = \frac{17}{3} \text{ — подходит;}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}; \frac{17}{3}.$$

1734 (c). а)  $\lg^2 x - 5 |\lg x| = 0$ ; 1)  $|\lg x| = 0$ ;  $x = 1$ ; 2)  $|\lg x| = 5$ ;  $x = 10^{\pm 5}$ ,  
 Ответ: 1;  $10^{\pm 5}$ ;

б)  $\ln^2 x - \frac{3 \ln^2 x}{|\ln x|} = 0$ ;  $\ln^2 x \left(1 - \frac{3}{|\ln x|}\right) = 0$ ;  $|\ln x| = 3$ ;  $x = e^{\pm 3}$ ;

Ответ:  $e^{\pm 3}$ .

1735 (c). а)  $\log_{0,5}^2 x - 3 |\log_{0,5} x| + \log_{0,5} x = 0$ ;

1)  $x \in (0; 1]$ , т.е.  $|\log_{0,5} x| = \log_{0,5} x$ ;  $\log_{0,5}^2 x - 2 \log_{0,5} x = 0$ ;

$$\begin{cases} \log_{0,5} x = 0 \\ \log_{0,5} x = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 1/4 \end{cases};$$

2)  $x \geq 1$ , т.е.  $|\log_{0,5} x| = -\log_{0,5} x$ ;  $\log_{0,5}^2 x + 4 \log_{0,5} x = 0$ ;

$$\begin{cases} \log_{0,5} x = 0 \\ \log_{0,5} x = -4 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 16 \end{cases};$$

Ответ: 1; 16;  $\frac{1}{4}$ ;

б)  $\lg^2 x - 9 |\lg x| - \lg x = 0$ ;

1)  $x \in (0; 1]$ , т.е.  $|\lg x| = -\lg x$ ;  $\lg^2 x + 8 \lg x = 0$ ;  $\begin{cases} \lg x = 0 \\ \lg x = -8 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 10^{-8} \end{cases}$ ;

2)  $x \geq 1$ , т.е.  $|\lg x| = \lg x$ ;  $\lg^2 x - 10 \lg x = 0$ ;  $\begin{cases} \lg x = 0 \\ \lg x = 10 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 10^{10} \end{cases}$ ;

Ответ:  $10^{-8}$ ; 1;  $10^{10}$ .

1736 (c). а)  $\log_{\frac{1}{6}} (2 \sin x - 1) = \log_{\frac{1}{6}} (2 - \sin^2 x)$ ;  $\sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0$ ;

$$\begin{cases} \sin x = -3 \\ \sin x = 1 \end{cases}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

б)  $\log_5 (2 \cos^2 x - 1) = \log_5 (-11 \cos x + 5)$ ;  $2 \cos^2 x + 11 \cos x - 6 = 0$ ;

$$\begin{cases} \cos x = 1/2 \\ \cos x = -6 \end{cases}; \text{т.к. } -(11/2) + 5 < 0 \text{ и } |\cos x| \leq 1, \text{ то решений нет.}$$

1737 (c). а)  $\log_2 \sin x = \log_2 (-\cos x)$ ;

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; \begin{cases} \sin(x + \pi/4) = 0 \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(\pi/4) + \pi n \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n;$$

б)  $\log_3 \cos x = \log_3 (-\sin x)$ .

$$\begin{cases} \cos x + \sin x = 0 \\ \sin x < 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(\pi/4) + \pi n \\ \sin x < 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}; x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n.$$

1738 (с). а)  $\sqrt{x} \sin x \log_2 x = 0$ ;

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sqrt{x} = 0 \\ \log_2 x = 0 \\ x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = \pi n \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x > 0 \end{cases};$$

Ответ:  $\pi n, n > 0; 1$ .

б)  $\sqrt{3x+1} \cos 2x \lg x = 0$ ;

$$\begin{cases} \sqrt{3x+1} = 0 \\ \cos 2x = 0 \\ \lg x = 0 \\ 3x+1 \geq 0, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(1/3) \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \\ x = 1 \\ x > 0 \end{cases};$$

Ответ:  $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \geq 0; 1$ .

56.39 (1739). а)  $2^{5x-1} (\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}) \log_{0.5} (x+4) = 0$ ;

$$\begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \log_{0.5} (x+4) = 0 \\ x > -4 \end{cases}; \begin{cases} x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n \\ x = -3 \\ x > -4 \end{cases};$$

Ответ:  $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \geq 0, -3$ .

б)  $(\sin 2x + \cos 2x) (x - 8\sqrt{2x-15}) = 0$ ; ОДЗ:  $x > 7.5$ ;

1)  $\sin 2x + \cos 2x = 0$ ;  $\sin (2x + (\pi/4)) = 0$ ;

$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; n \geq 6$  (т.к.  $x$  должен входить в ОДЗ);

2)  $x = 8\sqrt{2x-15}; x^2 - 128x + 960 = 0; x = 8, x = 120$ ;

Ответ:  $8; 120, -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \geq 6$ .

1740 (с). а)  $1+x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ ; очевидно,  $x = 0$  — корень;

т.к.  $1+x^2 > 1, \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} < 1$  при всех  $x \neq 0$ , то других корней, кроме  $x = 0$ , нет;

Ответ: 0.

б)  $3 - x^2 = 2^{|x|}$ ; пусть  $x \geq 0$ ; т.к. парабола убывает на этом промежутке, а  $2^{|x|}$  возрастает, то пересечение может быть только одно — в силу четности функций  $y = 3 - x^2$  и  $y = 2^{|x|}$   $x = -1$  — также корень и других корней, кроме  $x = \pm 1$ , не будет;  
 Ответ: 1.

1741 (с). а)  $2 - x - \sqrt[3]{x} = 0$ ;

$2 - x = \sqrt[3]{x}$ ;  $y = 2 - x$  — убывает, а  $y = \sqrt[3]{x}$  — возрастает, значит, графики этих функций имеют только одну общую точку  $-x = 1$ ;

Ответ: 1;

б)  $\log_5 x + (x - 5)^3 = 1$ ;

ОДЗ:  $x > 0$ , при  $x > 0$ ,  $y = \log_5 x$  возрастает и  $y = (x - 5)^3$  — возрастает  $\Rightarrow y = \log_5 x + (x - 5)^3$  — возрастает; значит график этой функции может иметь только одно пересечение с прямой  $y = 1$ ; легко видеть, что пересечение будет при  $x = 5$ ;

Ответ: 5.

56.40 (1742). а)  $\sin \frac{5\pi}{4} x = x^2 - 4x + 5$ ; функция  $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$

принимает минимальное значение 1 при  $x = 2$ ; функция  $y = \sin \frac{5\pi}{4} x$

принимает значение 1 при  $x = \frac{2}{5} + \frac{8n}{5} \Rightarrow x = 2$  — единственный корень (т.к.

$x^2 - 4x + 5 > 1$  при  $x \neq 1$ , а  $\sin \frac{5\pi}{4} x \leq 1$ ); Ответ: 2;

б)  $-\cos 7\pi x = x^2 - 6x + 10$ ; рассуждая аналогично предыдущему пункту получим:  $x = 3$ ;

Ответ: 3.

56.41 (1743). а)  $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$ ;

функция  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$  принимает минимальное значение  $y = 1$  при  $x = 1$ ;

функция  $\log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10}$  принимает минимальное значение  $y = 1$  при  $x = 1$ ;

Ответ: 1;

б)  $(x - 7)^6 + \log_5 \sqrt{x^2 - 14x + 74} = 1$ ;

рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим:  $x = 7$ ;

Ответ: 7.

56.42 (1744). а)  $\log_2 (x^2 - 4x + 8) = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$ ; функция  $y = \log_2 (x^2 - 4x + 8)$

принимает минимальное значение  $y = 2$  при  $x = 2$ , при  $x \neq 2$ ,  $y > 2$ ;

функция  $y = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$  принимает максимальное значение  $y = 2$  при

$x = 2$ ; при  $x \neq 2$ ,  $y \leq 2$ ; Ответ: 2.



б)  $\log_3 (x^2 + 4x + 13) = \cos \pi x - \sin \frac{\pi x}{4}$  рассуждая аналогично предыдущему

пункту, получим:  $x = -2$ ;

Ответ:  $-2$ .

### § 57. Решение неравенств с одной переменной

57.1 (1745). а)  $x^2 - 9 \leq 0$ ; 1)  $|x| \leq 3$ ; 2)  $x^4 \leq 81$ ; 3)  $x^6 \leq 729$ ;

б)  $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$ ; 1)  $x(x-3) > 0$ ; 2)  $\frac{3-x}{x} < 0$ ; 3)  $\frac{3}{x} - 1 < 0$ .

1746 (с). а)  $\log_{0,2} x < 0$ ; 1)  $\log_5 x > 0$ ; 2)  $\log_{0,2} x < 1$ ; 3)  $x > 1$ ;

б)  $10^{x-3} < 1$ ; 1)  $\frac{10^x}{1000} < 1$ ; 2)  $10^x < 1000$ ; 3)  $x < 3$ .

57.2 (1747). а)  $\sin x + 2 \log_3 x > 20$  и  $\sin x > 20 - 2 \log_3 x$ ; являются равносильными, т.к. перенос из одной части уравнения в другую не нарушает равносильности;

б)  $\frac{\sin x}{\sqrt{x^2+1}} \geq 1$  и  $\sin x \geq \sqrt{x^2+1}$  являются равносильными, т.к.  $\sqrt{x^2+1} > 0$ ,

поэтому домножив на него, мы не нарушим равносильности;

в)  $13 - 13^{x^2-4} \geq 10^x$  и  $13 \geq 10^x + 13^{x^2-4}$ ; являются равносильными, т.к. перенос не нарушает равносильности;

г)  $10^{4x-1} \lg(x^2-4) < 0$  и  $\lg(x^2-4) < 0$ ; являются равносильными, т.к.  $10^{4x-1} > 0$ , поэтому разделив на него, мы не нарушим равносильности.

57.3 (1748). а)  $\lg(x^2+9) > \lg(2x^2+4) \Leftrightarrow x^2+9 > 2x^2+4$  (т.к.  $x^2+9 > 0$  и  $2x^2+4 > 0$ );

б)  $1,4^{7x-9} \leq 1,4^{x^2-6} \Leftrightarrow 7x-9 \leq x^2-6$ ;

в)  $\sqrt[5]{4x-9} \geq \sqrt[5]{7x+9} \Leftrightarrow 4x-9 \geq 7x+9$ ;

г)  $\log_{0,2}(16x^2+8) < \log_{0,2}(x^2+1)$ ,  $16x^2+8 > x^2+1$ .

57.4 (1749). а)  $\begin{cases} 3x-11 > 2x+13 \\ 17x+9 < 9x+99 \end{cases}; \begin{cases} x > 24 \\ x < \frac{45}{4} \end{cases}$ ; нет решений;

б)  $\begin{cases} 6x+2 \leq 4x+24 \\ 2x-1 \geq x+7 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 11 \\ x \geq 8 \end{cases}; x \in [8; 11]$ .

57.5 (1750). а)  $\begin{cases} (x+1)^2 - (x-1)^2 \geq 12 \\ (x+4)(x-4) - (x+2)^2 < 9 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 3 \\ x > -\frac{29}{4} \end{cases}; x \in [3; +\infty)$ ;

б)  $\begin{cases} (x-2)(x^2+2x+4) - x^3 < 8x \\ 3x-16 \leq x \end{cases}; \begin{cases} x^3-8-x^3 < 8x \\ 2x \leq 16 \end{cases}; \begin{cases} x > -1 \\ x \leq 8 \end{cases}; x \in (-1; 8]$ .

$$1751 \text{ (c). a) } \begin{cases} 7+3x < 5x+3 \\ 7x-15 < 4x-3 \\ 11x-32 > 13x-42 \end{cases} ; \begin{cases} x > 2 \\ x < 4; x \in (2; 4); \\ x < 5 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 29+25x > 2(13x+9) \\ 2x > 5 \\ 3(5x+3) < 4(4x+3) \end{cases} ; \begin{cases} x < 11 \\ x > 2,5; x \in (2,5; 11). \\ x > -3 \end{cases}$$

$$1752 \text{ (c). a) } \begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - \frac{168}{21}; \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} > \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 45x+75+210-63x-70x-245 > -840; \\ 14x-11x-11 > 6x-2-39+3x \end{cases} ; \begin{cases} 88x < 880; \\ x < 5 \end{cases} ; \begin{cases} x < 10; \\ x < 5; \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; 5);$$

$$6) \begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x; \\ \frac{12x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3}; \end{cases} ; \begin{cases} 2x-4x-8x < -38+11; \\ 10x+75 > 9x-9+15x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x > 27 \\ 14x < 84 \end{cases} ; x \in (2,7; 6).$$

$$57.6 \text{ (1753). a) } \begin{cases} x^3 < x \\ 3x^2 - x > 5 - 15x \end{cases} ; \begin{cases} x(x^2-1) < 0 \\ 3x^2+14x-5 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1 \\ x < -5 \\ x > 1/3 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -5) \cup (1/3; 1);$$

$$6) \begin{cases} \frac{x+5}{x-7} < 1 \\ \frac{3x+4}{4x-2} > -1 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{12}{x-7} < 0 \\ \frac{7x+2}{4x-2} > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x < 7 \\ x < -(2/7); x \in (-\infty; -(2/7)) \cup (1/2; 7). \\ x > 1/2 \end{cases}$$

$$57.7 \text{ (1754). a) } \begin{cases} \frac{x}{x+2} - \frac{24}{(x+2)^2} < 0 \\ -3x < 9 \end{cases} ; \begin{cases} x^2+2x-24 < 0 \\ x \neq -2 \\ x > -3 \end{cases} ; \begin{cases} -6 < x < 4 \\ x > -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$x \in (-3; -2) \cup (-2; 4);$$

$$6) \begin{cases} \frac{x^2 - 1,5x - 7}{(x-4)^2} > 0; \\ x^2 < 25 \end{cases}; \begin{cases} 2x^2 - 3x - 14 > 0 \\ -5 < x < 5 \\ x \neq 4 \end{cases}; \begin{cases} x > 3,5 \\ x < -2 \\ -5 < x < 5; \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$x \in (-5; -2) \cup \left(\frac{7}{2}; 4\right) \cup (4; 5).$$

$$57.8 (1755). a) \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x - 6 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x < -2; \\ x < 6 \end{cases}; x \in (-\infty; +\infty);$$

$$6) \begin{cases} (x-3)^3 \geq 27; \\ 4x-1 < 12x \end{cases}; \begin{cases} x \geq 6 \\ x > -\frac{1}{8} \end{cases}; x \in \left(-\frac{1}{8}; +\infty\right); x > -\frac{1}{8}.$$

$$57.9 (1755). a) \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x - 6 < 0 \end{cases}; \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x > 3 \end{cases}; x \in [-1; 0] \cup (3; +\infty);$$

$$6) \begin{cases} (x+3)(x^2 - 3x + 9) < 54; \\ x^2 - 9 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^3 + 27 < 54; \\ x^2 > 9 \end{cases}; \begin{cases} x < 3 \\ x < -3; \\ x > 3 \end{cases}; x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty).$$

$$1756 (c). a) \begin{cases} \frac{2x-3}{x+3} > 0 \\ \frac{5x+1}{4x-2} < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -3 \\ x > \frac{3}{2} \\ -1/5 < x < 1/2 \end{cases}; x \in (-\infty; -3) \cup \left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right);$$

$$6) \begin{cases} \frac{2}{x+3} < \frac{5}{x}; \\ \frac{3}{x-2} < \frac{2}{x} \end{cases}; \begin{cases} \frac{3x+15}{x(x+3)} > 0 \\ \frac{x+4}{x(x-2)} < 0 \end{cases}; \begin{cases} -5 < x < -3 \\ x > 0 \\ x < -4 \\ 0 < x < 2 \end{cases}; x \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty);$$

$$b) \begin{cases} (x+3)(x-1) > 0 \\ 2-x^2 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \\ x \geq \sqrt{2} \\ x \leq -\sqrt{2} \end{cases}; x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (1; +\infty);$$

$$r) \begin{cases} x^2 < 25 \\ \frac{x-1}{x+3} < 0 \end{cases}; \begin{cases} -5 < x < 5 \\ -3 < x < 1 \end{cases}; x \in (-5; 5).$$

$$57.10 (1757). \text{ a) } \log_{14} (x-1) \leq \log_{14} (2x+3); 0 < x-1 \leq 2x+3; \begin{cases} x \geq -4 \\ x > 1 \end{cases},$$

Ответ:  $x \in (1; +\infty)$ ;

$$\text{б) } \log_{0,3} (2x+1) < \log_{0,3} (x-3); 2x+1 > x-3 > 0; \begin{cases} x > -4 \\ x > 3 \end{cases}; x \in (3; +\infty).$$

$$57.11 (1758). \text{ a) } \log_{\frac{1}{\pi}} (2x^2 - 5x) \geq \log_{\frac{1}{\pi}} (2x-3);$$

$$0 < 2x^2 - 5x \leq 2x-3; \begin{cases} x > 2,5 \\ x < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2,5 \\ x < 0 \end{cases}; x \in (2,5; 3]; \\ 2x^2 - 7x + 3 \leq 0 \quad 1/2 \leq x \leq 3$$

$$\text{б) } \lg (5x^2 - 15x) \leq \lg (2x-6); 0 < 5x^2 - 15x \leq 2x-6;$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \end{cases}; \text{решений нет.} \\ 5x^2 - 17x + 6 \leq 0 \quad 0,4 \leq x \leq 3$$

$$57.12 (1759). \text{ a) } 2^{\sqrt{x+4}} \geq \frac{1}{2} \sqrt{128}; \text{ ОДЗ: } x \geq -4; \sqrt{x+4} \geq -1 + \frac{7}{2};$$

$$4x+16 \geq 25; x \in (\frac{9}{4}; +\infty);$$

$$\text{б) } 0,5^{\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}} \leq 1; \sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}; x \in [-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n].$$

$$1760 \text{ (с). a) } \log_9 (x^2 - 10x + 40) \leq \log_9 (4x-8); 0 < x^2 - 10x + 40 \leq 4x-8; \\ x^2 - 14x + 48 \leq 0; x \in [6; 8];$$

$$\text{б) } \log_{0,7} (9x - 4x^2) \geq \log_{0,7} (x^3 + 4x^2); 0 < 9x - 4x^2 \leq x^3 + 4x^2;$$

$$\begin{cases} x(x^2 + 8x - 9) \geq 0 \\ 0 < x < \frac{9}{4} \end{cases}; x \in [1; \frac{9}{4});$$

$$\text{в) } \log_{\sqrt{2}} \frac{x-2}{2x-4} > \log_{\sqrt{2}} \frac{x+1}{x+2}; \frac{x-2}{2x-4} > \frac{x+1}{x+2} > 0;$$

$$\begin{cases} x \neq 2 \\ \frac{2x+2}{x+2} < 1; \end{cases} \begin{cases} \frac{x}{x+2} < 0 \\ x > -1 \\ x < -2 \end{cases}; x \in (-1; 0);$$

$$\text{г) } \log_{\frac{1}{3}} (5x-4) < \log_{\frac{1}{3}} x^2; x^2 - 5x + 4 < 0; x \in (1; 4).$$

$$57.13 (1761). a) (x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5; x^2 - 8x + 7 \geq 0; \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty);$$

$$6) (x^2 - 2x)^9 \leq (2x - x^2 - 2)^9; 2x^2 - 4x + 2 \leq 0; 2(x - 1)^2 \leq 0; x = 1;$$

$$1761 (c). a) (x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5; x^2 - 8x + 7 \geq 0; \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty);$$

$$6) (x^2 - 2x)^9 \leq (2x - x^2 - 2)^9; 2x^2 - 4x + 2 \leq 0; 2(x - 1)^2 \leq 0; x = 1;$$

$$b) (x^2 - 10)^{11} < (5 - 2x)^{11}; x^2 + 2x - 15 < 0; x \in (-5; 3);$$

$$r) (6x^2 - 4x - 2)^7 > (x^2 + 3x + 10)^7; 5x^2 - 7x - 12 > 0; \begin{cases} x < -1 \\ x > 2,4 \end{cases};$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (2,4; +\infty).$$

$$57.14 (1762). a) (2^{x+1} + 1)^6 \geq (2^x + 17)^6; 2^{x+1} + 1 \geq 2^x + 17; 2^x \geq 16; x \in [4; +\infty);$$

$$6) (2 \cdot 0,1^x + 3)^{10} < (0,1^x + 103)^{10}; 0,1^x \leq 100;$$

$$x \in [-2; +\infty).$$

$$57.15 (1762). a) (3 - 3\log_{0,2} x)^{13} < (\log_{0,2} x + 7)^{13}; 3 - 3\log_{0,2} x < \log_{0,2} x + 7;$$

$$\log_{0,2} x > -1; x \in (0; 5); 0 < x < 5.$$

$$6) (3\log_7 x - 24)^5 > (2\log_7 x - 22)^5; 3\log_7 x - 24 > 2\log_7 x - 22;$$

$$\log_7 x > 2; x \in (49; +\infty).$$

$$1763 (c). a) 2^{x^2+3} - 8^{x+1} \geq 0; 2^{x^2} - 2^{3x} \geq 0; x^2 \geq 3x; x(x - 3) \geq 0;$$

$$x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty);$$

$$6) 27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} < 0; 3^{15-3x^2} < 3^{x^2-1}; 3x^2 + x^2 > 16; x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$$

$$1764 (c). a) (\sqrt{3})^{\lg x} \leq \frac{3\sqrt{3}}{3^{\lg x}}; 3^{(1/2)\lg x} \leq 3^{\frac{3}{2}-\lg x}; \frac{1}{2} \lg x \leq \frac{3}{2} - \lg x;$$

$$\lg x \leq 1; x \in (-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n];$$

$$6) \sqrt{2}^{2\cos x} > \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}}; \cos x > -1 - \cos x; \cos x > -(1/2);$$

$$x \in (-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n).$$

$$57.16 (1765). a) 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 \geq 0; \begin{cases} 3^x \leq 1 \\ 3^x \geq 3 \end{cases}; x \in [1; +\infty);$$

$$6) 2 \cdot 5^{2x} - 5^x - 1 \leq 0; -\frac{1}{2} \leq 5^x \leq 1; x \in (-\infty; 0].$$

$$57.17 (1766). a) 3^{1+x} \cdot 2^{1-x} + 3^x \cdot 2^{-x} \leq 10,5; 3^x \cdot 2^{-x} (6 + 1) \leq 10,5; 3^x \cdot 2^{-x} \leq 1,5;$$

$$(1,5)^x \leq 1,5; x \in (-\infty; 1];$$

$$6) 2^x \cdot 5^{1-x} + 2^{x+1} \cdot 5^{-x} \geq 2,8; 2^x 5^{-x} (5 + 2) \geq 2,8; (0,4)^x \leq 0,4;$$

$$x \in (-\infty; 1].$$

57.18 (1767). a)  $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 > 0$ ;  $\begin{cases} \sqrt[6]{x} < -1 \\ \sqrt[6]{x} > 2 \end{cases}$ ,  $x > 64$ ;  $x \in (64; +\infty)$ .

б)  $\sqrt[5]{x} - 6\sqrt[10]{x} + 8 < 0$ ;  $2 < \sqrt[10]{x} < 4$ ;  $2^{10} < x < 4^{10}$ ;  $x \in (2^{10}; 2^{20})$ .

57.19 (1768). a)  $3^x + 3^{-x+1} \leq 4$ ;  $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ ;  $1 \leq 3^x \leq 3$ ;  $x \in [0; 1]$ ;

б)  $25^{-x} - 50 > 5^{-x+1}$ ;  $5^{-2x} - 5 \cdot 5^{-x} - 50 > 0$ ;

$\begin{cases} 5^{-x} < -5 \\ 5^{-x} > 10 \end{cases}$ ;  $x \in (-\infty; -\log_5 10)$ .

57.20 (1769). a)  $\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 12 < 0$ ;  $3 < \log_2 x < 4$ ;  $x \in (8; 16)$ ;

б)  $3 \log_{1/3}^2 x - 10 \log_{1/3} x + 3 \geq 0$ ;  $\begin{cases} \log_{1/3} x \geq 3 \\ \log_{1/3} x \leq 1/3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x \leq 1/27 \\ x \geq \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \\ x > 0 \end{cases}$ ;

$x \in (-0; 1/27] \cup [\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; +\infty)$ .

57.21 (1770). a)  $\log_2^2 (x-1) + 3 \log_2 (x-1) + 2 \geq 0$ ;

$\begin{cases} \log_2 (x-1) \leq -2 \\ \log_2 (x-1) \geq -1 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x \leq \frac{5}{4} \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$ ;  $x \in (1; \frac{5}{4}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$ ;

б)  $9^{\log_{0.1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0.1} x} + 0,1^{\log_{0.1} 3} < 0$ ;  $3^{2 \log_{0.1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0.1} x} + 3 < 0$ ;

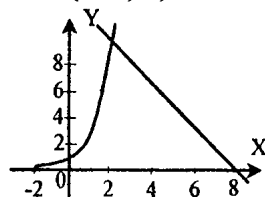
$1 < 3^{\log_{0.1} x} < 3$ ;  $0 < \log_{0.1} x < 1$ ;  $0,1 < x < 1$ ;  $x \in (0,1; 1)$ .

57.22 (1771). a)  $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \leq 0$ ;  $\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$ ;

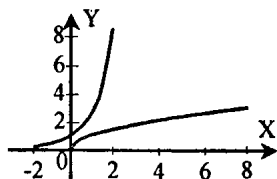
$x \in [\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n]$ ;

б)  $\cos^2 x - 5 \cos x + 4 \leq 0$ ;  $1 \leq \cos x \leq 4$ ;  $\cos x = 1$ ;  $x = 2\pi n$ .

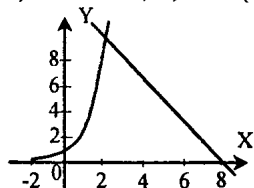
57.23 (1772). a)  $3^x > 12 - 1,5x$ ;  $x > 2$  (см. рис.);



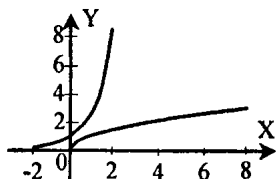
б)  $2^x \geq \sqrt{x}$ ;  $x \geq 0$  (см. рис.);



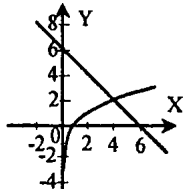
в)  $3^x \leq 12 - 1,5x$ ;  $x \leq 2$  (см. рис.);



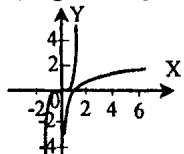
г)  $2^x \leq \sqrt{x}$ ; нет решений (см. рис.).



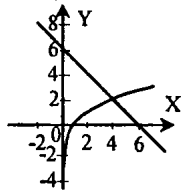
57.24 (1773). а)  $\log_2 x < 6 - x$ ;  $x \in (0; 4)$  (см. рис.);



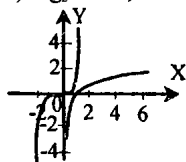
б)  $\log_3 x \geq x^3$ ; решений нет (см. рис.);



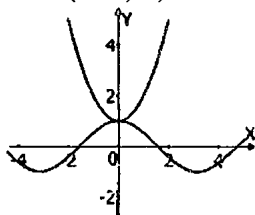
в)  $\log_2 x \geq 6 - x$ ;  $x \geq 4$  (см. рис.);



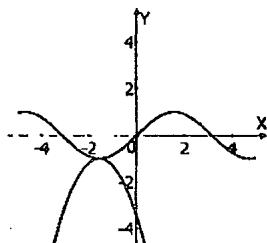
г)  $\log_2 x < x^2$ ;  $x > 0$  (см. рис.).



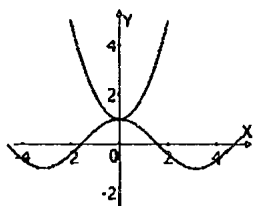
57.25 (1774). а)  $x^2 + 1 \geq \cos x$ ,  $x$  — любое число (см. рис.)



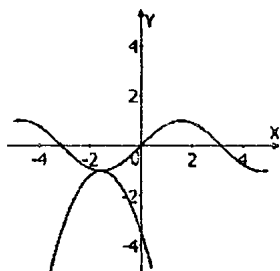
б)  $\sin x \leq -(x + \frac{\pi}{2})^2 - 1$ ;  $x = -\frac{\pi}{2}$  (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



в)  $x^2 + 1 \leq \cos x$ ;  $x = 0$  (см. рис.);

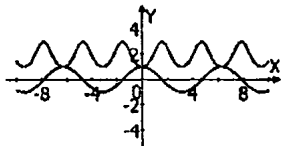


г)  $\sin x \geq -(x + \frac{\pi}{2})^2 - 1$ ;  $x$  — любое число (см. рис.)

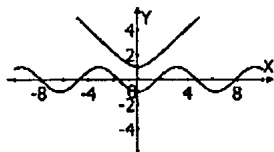




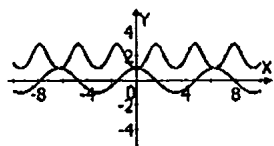
1775 (с). а)  $3^{\sin^2 x} \geq \cos x$ ;  $x$  — любое число (см. рис.)



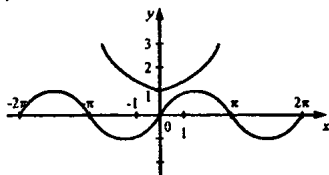
б)  $\sqrt{x^2 + 1} \leq -\cos x$ ; решений нет (см. рис.) (в ответе задачника опечатка)



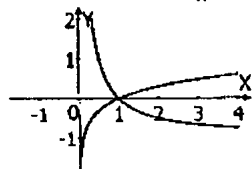
в)  $3^{\sin^2 x} \leq \cos x$ ;  $x = 2\pi i$  (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



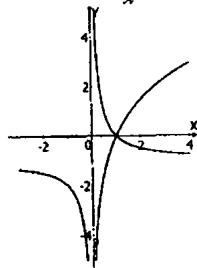
г)  $\sqrt{x^2 + 1} \geq \sin x$ ;  $x$  — любое число (см. рис.).



1776 (с). а)  $\lg x < \frac{1}{x} - 1$ ;  $x \in (0; 1)$  (см. рис.);



б)  $\log_{1,6} x \geq \frac{1}{x} - 1$ ;  $x \geq 1$  (см. рис.);



1777 (c). а)  $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\log_7(2-x)}$ ; область определения данной функции:

$$\begin{cases} x \in [-3; 3] \\ x < 2 \quad ; x \in [-3; 1) \cup (1; 2); \\ x \neq 1 \end{cases}$$

б)  $y = \frac{9-x^2}{\log_7(2-x)}$ ; область определения данной функции:  $\begin{cases} x > 3 \\ x \neq 4 \\ \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq -2 \end{cases} \end{cases}$

$$x \in (3; 4) \cup (4; +\infty).$$

57.26 (1778). а)  $9^{x+2} + 4 \cdot 3^{2x+2} \geq 4 \frac{1}{3}; 3^{2x+2} (9+4) \geq \frac{13}{3};$

$$2x+2 \geq -1; x \in [-\frac{3}{2}; +\infty);$$

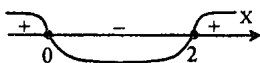
б)  $8^{x-2} + 3 \cdot 2^{3x-2} \leq 24 \frac{1}{2}; 2^{3x-6} (1+3 \cdot 2^4) \leq \frac{49}{2};$

$$3x-6 \leq -1; x \in (-\infty; \frac{5}{3}].$$

57.27 (1779). а)  $4^{\sqrt{x}} - 9 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 < 0; 1 < 2^{\sqrt{x}} < 8; 0 < \sqrt{x} < 3; x \in (0; 9);$

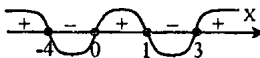
б)  $9^{\sqrt{x}} - 10 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 9 < 0; 1 < 3^{\sqrt{x}} < 9; 0 < \sqrt{x} < 2; x \in (0; 4).$

1780 (c). а)  $x^4 - 8x - 6x^3 + 12x^2 \geq 0; x(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \geq 0;$   
 $x(x-2)(x-2)^2 \geq 0; x(x-2)^3 \geq 0;$



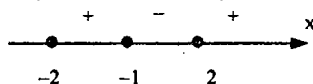
$$x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty);$$

б)  $x^4 + 12x < 13x^2; x(x^3 - 13x + 12) < 0; x((x^3 - x) - (12x - 12)) < 0;$   
 $x(x-1)(x^2 + x - 12) < 0; x(x-1)(x-3)(x+4) < 0;$



$$x \in (-4; 0) \cup (1; 3);$$

57.28 (1781). а)  $(x-2) \log_4(x+2) \geq 0;$  ОДЗ:  $x > -2;$   
 воспользуемся тем, что  $\text{sign } \log_4(x+2) = \text{sign } (x+1);$



$$x \in (-2; -1] \cup [2; +\infty);$$

$$6) (3-x) \sqrt{\log_3(x+5)} \leq 0;$$

$$\text{ОДЗ: } x > -4; x \geq 3 > -5; x \in [3; +\infty).$$

$$1782 \text{ (c). a) } (x-3,1) \ln(x^2-10x+22) \geq 0,$$

$$1) \begin{cases} x^2-10x+22 \geq 1 \\ x \geq 3,1 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-3) \geq 0 \\ x \geq 3,1 \end{cases}; x \in [7; +\infty);$$

$$2) \begin{cases} x \leq 3,1 \\ x^2-10x+22 \leq 1 \\ x^2-10x+22 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 3,1 \\ (x-3)(x-7) \leq 0 \\ (x-5-\sqrt{3})(x-5+\sqrt{3}) > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 3,1 \\ 3 \leq x \leq 7 \\ \begin{cases} x < 5-\sqrt{3} \\ x > 5+\sqrt{3} \end{cases} \end{cases}; x \in [3; 3,1];$$

$$\text{Ответ: } x \in [3; 3,1] \cup [7; +\infty);$$

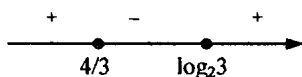
$$6) (x-7,3) \ln(x^2-8x+8) \leq 0;$$

$$1) \begin{cases} x^2-8x+8 \geq 1 \\ x \leq 7,3 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-1) \geq 0 \\ x \leq 7,3 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; 7,3];$$

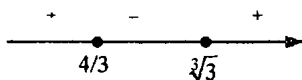
$$2) \begin{cases} x \geq 7,3 \\ x^2-8x+8 \leq 1 \\ x^2-8x+3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-1) \leq 0 \\ (x-4+2\sqrt{2})(x-4-2\sqrt{2}) > 0 \\ x \geq 7,3 \end{cases}; x \in \emptyset;$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 1] \cup [7; 7,3].$$

$$57.29 \text{ (1783). a) } (2^x-3)(3x-4) \leq 0; (2^x-2^{\log_2 3})(3x-4) \leq 0; x \in [\frac{4}{3}; \log_2 3];$$



$$6) (3\log_3 x - 1)(3x - 4) \geq 0; \text{ОДЗ: } x > 0; 3\log_3 \frac{x}{\sqrt[3]{3}} \cdot (3x - 4) \geq 0;$$



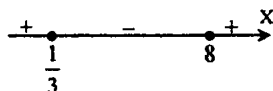
$$x \in (0; \frac{4}{3}] \cup [\sqrt[3]{3}; +\infty).$$

$$57.30 \text{ (1784). a) } (x+3) \log_{\frac{1}{7}} x < 0; \text{ОДЗ: } x > 0; \text{при } x > 0,$$

$$\text{т.е. исходное неравенство равносильно следующему: } \log_{\frac{1}{7}} x < 0; x \in (1; +\infty).$$

$$6) (x-5) \sqrt{x+1} < 0; \begin{cases} x-5 < 0 \\ x \geq -1 \end{cases}; x \in (-1; 5);$$

в)  $\frac{e^{3x-1}-1}{x+8} > 0$ ; воспользуемся тем, что  $\text{sign}(e^{3x-1}-1) = \text{sign}(3x-1)$ ;



$x \in (-\infty; -8) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$ ;

г)  $x\sqrt{x+7} < 0$ ;  $\begin{cases} x < 0 \\ x > -7 \end{cases}$ ;  $x \in (-7; 0)$ .

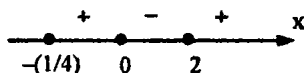
1785 (с). а)  $\sqrt{x} \log_2(x^2-8) > 0$ ;  $\begin{cases} x^2-8 > 1 \\ x > 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} |x| > 3 \\ x > 0 \end{cases}$ ;  $x \in (3; +\infty)$ ;

б)  $3^{x^2-19} \sqrt{x^2-4} < 0$ ; решений нет, т.к.  $3^{x^2-19} > 0$  и  $\sqrt{x^2-4} > 0$ ;

в)  $\sqrt{-x} \log_{\frac{1}{8}}(100-x^2) < 0$ ; ОДЗ:  $x \in (-10; 0]$ ;  $100-x^2 > 1$ ;  $x \in (-\sqrt{99}; 0)$ ;

г)  $(2^{x^2-5} - 0,5) \log_6(4x+1) > 0$ ;  $(2^{x^2-5} - 2^{-1}) \log_6(4x+1) > 0$ ;

ОДЗ:  $x > -\frac{1}{4}$ ;  $x \in (-1/4; 0) \cup (2; +\infty)$ .



1786 (с). а)  $\frac{(x-3)(3^{\frac{1}{x-4}} + 0,3)}{x+2} \geq 0$ ; ОДЗ:  $x \neq 4$ ,  $x \neq -2$ ;  $\frac{x-3}{x+2} \geq 0$ ;

$x \in (-\infty; -2) \cup [3; 4) \cup (4; +\infty)$ ;

б)  $\frac{(x-3)(3^{\frac{1}{x-4}} + 0,3)}{x+2} \leq 0$ ; ОДЗ:  $x \neq 2$ ,  $x \neq -1$ ;  $\frac{x+5}{x-2} \leq 0$ ;  $x \in [-5; -1) \cup (-1; 2)$ .

57.31 (1787). а)  $(x^2-2x)(\text{tg}^2 x + 2^{x+1}) \leq 0$ ; ОДЗ:  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi$ ;

т.к.  $\text{tg}^2 x + 2^{x+1} > 0$ , то  $x \in [0; \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}; 2]$ ;

б)  $(x^2+4x)(\text{ctg}^2 x + 3^{x-1}) \leq 0$ ; т.к.  $\text{ctg}^2 x + 3^{x-1} > 0$ , то  $x \in [-4; -\pi) \cup (-\pi; 0)$ .

1788 (с). а)  $\frac{\sqrt{2x+4}}{2^{x-3}} \geq \frac{\sqrt{2x+4}}{7^{x-3}}$ ; ОДЗ:  $x \geq -2$ ;  $x = -2$  — решение;

пусть теперь  $x \neq -2$ ;  $\frac{1}{2^{x-3}} \geq \frac{1}{7^{x-3}}$ ;  $x \geq 3$ ;

Ответ:  $x \in [3; +\infty) \cup \{-2\}$ ;

$$6) \frac{\sqrt{7+6x}}{0,2^{x+1}} \leq \frac{\sqrt{7+6x}}{0,3^{x+1}}; \text{ОДЗ: } x \geq -\frac{7}{6}; x = -\frac{7}{6} \text{ — решение;}$$

$$\text{пусть теперь } x \neq -(7/6); 5^{x+1} \leq \left(\frac{10}{3}\right)^{x+1}; x \leq -1;$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[-\frac{7}{6}; -1\right].$$

$$1789 \text{ (e). а) } (\sin^2 x + 1) (\lg(2x-3) - 2) \leq 0; \lg(2x-3) \leq 2 \text{ (т.к. } \sin^2 x + 1 > 0);$$

$$0 < 2x-3 \leq 100; \frac{3}{2} < x \leq \frac{103}{2}; x \in (1,5; 51,5);$$

$$6) (\sqrt{6x-1} + 5) (5^{x^2-1} - \frac{1}{5}) > 0;$$

$$\begin{cases} 5^{x^2-1} - \frac{1}{5} > 0 \\ 6x-1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2-1 > -1 \\ x \geq \frac{1}{6} \end{cases}; x \in \left[\frac{1}{6}; +\infty\right);$$

$$в) \cos x (2^{x+3} + 3^{x-7}) \geq 0; \cos x \geq 0; x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right];$$

$$г) (2 - \sqrt{3x+1}) (\log_{0,5}^2(3x-6) + 2) < 0;$$

$$\begin{cases} 2 - \sqrt{3x+1} < 0 \\ 3x-6 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}; x \in (2; +\infty).$$

$$1790 \text{ (c). а) } \sqrt{3x^2+1} \geq x+1; 1) x+1 \leq 0; x \leq -1;$$

$$2) x+1 > 0; 3x^2+1 \geq x^2+2x+1; 2x^2-2x \geq 0; x \in (-1; 0] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty).$$

$$6) \sqrt{x^2+x} < x+1; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 0 \end{cases}; x^2+x < x^2+2x+1; x > -1;$$

$$\text{Ответ: } x \in [0; +\infty).$$

$$в) \sqrt{5x^2+4} \leq 7x+10;$$

$$\begin{cases} 5x^2+4 \leq 49x^2+140x+100 \\ 7x+10 > 0 \end{cases}; \begin{cases} 11x^2+35x+24 \geq 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases}; \begin{cases} \left(x + \frac{24}{11}\right)(x+1) \geq 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases},$$

$$x \in [-1; +\infty);$$

$$г) \sqrt{2x^2+7x} > 5-2x;$$

$$1) 5-2x \leq 0; x \geq 2,5;$$

$$2) x < 2,5; 2x^2+7x > 25+4x^2-20x; 2x^2-27x+25 < 0; 1 < x < 12,5,$$

$$1 < x < 2,5;$$

$$\text{Ответ: } x \in (1; +\infty).$$

$$1791 \text{ (c). a) } \sqrt{x^2 - 11x - 12} < \sqrt{x^2 + 11x + 6};$$

$$0 \leq x^2 - 11x - 12 < x^2 + 11x + 6;$$

$$\begin{cases} (x-12)(x+1) \geq 0 \\ 22x > -18 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 12 \\ x \leq -1 \\ x > -\frac{9}{11} \end{cases}; x \in [12; +\infty);$$

$$6) \sqrt{5x^2 - 10x - 3} > \sqrt{x - 2x^2 + 3}; 5x^2 - 10x - 3 > x - 2x^2 + 3 \geq 0;$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 3 \geq 0 \\ 7x^2 - 11x - 6 > 0 \end{cases}; \begin{cases} -1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x > 2 \\ x < -\frac{3}{7} \end{cases}; x \in [-1; -\frac{3}{7}).$$

$$1792 \text{ (c). a) } \sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x - 2} \leq \sqrt{x^2 - 4x + 4};$$

$$\sqrt{x - 2} (\sqrt{x + 2} - 1 - \sqrt{x - 2}) \leq 0;$$

$$x = 2 \text{ — решение; пусть теперь } x \neq 2; \sqrt{x + 2} \leq \sqrt{x - 2} + 1;$$

$$0 < x + 2 \leq x - 2 + 1 + 2\sqrt{x - 2};$$

$$\begin{cases} 9 \leq 4x - 8 \\ x > 2 \\ x \geq -2 \end{cases}; x \geq \frac{17}{4}.$$

$$\text{Ответ: } x \in \{2\} \cup [\frac{17}{4}; +\infty);$$

$$6) \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x + 3} \geq \sqrt{x^2 + 6x + 9}; \text{ОДЗ: } x = -3, x \geq 3;$$

$$\sqrt{x + 3} (\sqrt{x - 3} + 1 - \sqrt{x + 3}) \geq 0;$$

$$x = -3 \text{ — решение; пусть теперь } x \neq -3;$$

$$\sqrt{x - 3} + 1 \geq \sqrt{x + 3}; x - 3 + 1 + 2\sqrt{x - 3} \geq x + 3 > 0;$$

$$\begin{cases} 4x - 12 \geq 25 \\ x \geq 3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq \frac{37}{4} \\ x \geq 3 \end{cases}; \text{Ответ: } x \in \{-3\} \cup [\frac{37}{4}; +\infty).$$

$$1793 \text{ (c). a) } \frac{\sqrt{x^2 - 5x - 4x + 26}}{7 - x} > 2; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \\ x \neq 7 \end{cases}; \frac{\sqrt{x^2 - 5x - 2x + 12}}{7 - x} > 0;$$

$$1) \begin{cases} x < 7 \\ \sqrt{x^2 - 5x} > 2x - 12 \end{cases}; \begin{cases} x < 7 \\ x < 6 \\ x \geq 6 \\ x^2 - 5x > (2x - 12)^2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x < 7 \\ \begin{cases} x < 6 \\ x > 6 \\ 3x^2 - 43x + 144 < 0 \end{cases} \end{cases}, \begin{cases} x < 7 \\ \begin{cases} x < 6 \\ x \geq 6 \\ x < 5\frac{1}{3}, x > 9 \end{cases} \end{cases}, x < 6;$$

$$2) \begin{cases} x > 7 \\ \sqrt{x^2 - 5x} < 2x - 12 \end{cases}, \begin{cases} x > 7 \\ 0 \leq x^2 - 5x < 4x^2 + 144 - 48x \end{cases}; \begin{cases} x > 7 \\ x^2 - 5x \geq 0 \\ 3x^2 - 43x + 144 > 0 \end{cases}; x > 9;$$

Ответ  $x \in (-\infty; 0] \cup [5; 6) \cup (9; +\infty)$ ;

$$6) \frac{\sqrt{x^2 + 5x} - 4x - 6}{x - 2} < -2; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}; \frac{\sqrt{x^2 + 5x} - 2x - 10}{x - 2} < 0;$$

$$1) \begin{cases} x > 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x} < 2x + 10 \end{cases}, \begin{cases} x > 2 \\ x^2 + 5x < 4x^2 + 40x + 100 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ 3x^2 + 35x + 100 > 0 \end{cases}, x > 2;$$

$$2) \begin{cases} x < 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x} > 2x + 10 \end{cases}, \begin{cases} x < 2 \\ \begin{cases} x < -5 \\ x \geq -5 \\ 3x^2 + 35x + 100 < 0 \end{cases} \end{cases}; \begin{cases} x < 2 \\ \begin{cases} x < -5 \\ x \geq -5 \\ -\frac{20}{3} < x < -5 \end{cases} \end{cases}; x \leq -5;$$

Ответ  $x \in (-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$ . В ответе задачника опечатка.

$$1794 \text{ (c). а) } |3x - 9| \geq 6; \begin{cases} 3x - 9 \geq 6 \\ 9 - 3x \geq 6 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 1 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty);$$

$$б) 4 - 2x < 16; \begin{cases} 4 - 2x < 16 \\ 4 - 2x > -16 \end{cases}; \begin{cases} x > -6 \\ x < 10 \end{cases}; x \in (-6; 10);$$

$$в) |5x + 10| \leq 15; \begin{cases} 5x + 10 \geq -15 \\ 5x + 10 \leq 15 \end{cases}; x \in [-5; 1];$$

$$г) 9 + 3x > 12; \begin{cases} 3x + 9 > 12 \\ 3x + 9 < -12 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x < -7 \end{cases}; x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty).$$

$$1795 \text{ (c). а) } |6x - 1| > 2; \begin{cases} 6x - 1 > 2 \\ 6x - 1 < -2 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{6} \end{cases}; x \in (-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty);$$

$$б) |3 + 2x| \leq 4; \begin{cases} 3 + 2x \leq 4 \\ 3 + 2x \geq -4 \end{cases}, x \in [-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}];$$

$$b) |9x - 1| < 4; \begin{cases} 9x - 1 < 4 \\ 9x - 1 > -4 \end{cases}; x \in (-\frac{1}{3}; \frac{5}{9});$$

$$r) |5 - 6x| \geq 3; \begin{cases} 5 - 6x \geq 3 \\ 5 - 6x \leq -3 \end{cases}; \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \geq \frac{4}{3} \end{cases}; x \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [\frac{4}{3}, +\infty).$$

$$1796 \text{ (c). a) } |x + 1| \leq 2x; \begin{cases} x \geq 0 \\ x + 1 \leq 2x \\ x + 1 \geq -2x \end{cases}; x \in [1; +\infty);$$

$$b) |3x - 4| > x + 1; \begin{cases} x < -1 \\ x \geq -1 \\ 3x - 4 > x + 1 \\ 3x - 4 < -x - 1 \end{cases}; \begin{cases} x < -1 \\ x \geq -1 \\ \frac{5}{2} < x \\ x < \frac{3}{4} \end{cases}; x \in (-\infty; \frac{3}{4}) \cup (2, 5; +\infty);$$

$$b) |2x - 1| \geq x; \begin{cases} x \leq 0 \\ x > 0 \\ 2x - 1 \geq x \\ 2x - 1 \leq -x \end{cases}; \begin{cases} x \leq 0 \\ x > 0 \\ x \geq 1 \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$x \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [1; +\infty);$$

$$r) |16 - 8x| < 4x + 2; \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ 16 - 8x < 4x + 2 \\ 16 - 8x > -4x - 2 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{7}{6} \\ x < \frac{9}{2} \end{cases}; x \in (\frac{7}{6}; \frac{9}{2}).$$

$$1797 \text{ (c). a) } |2x - 1| + |3x - 6| < 12;$$

$$1) x \geq 2; 2x - 1 + 3x - 6 < 12; 5x < 19; x \in [2; \frac{19}{5});$$

$$2) \frac{1}{2} \leq x < 2; -x + 5 < 12; x \in [1/2; 2);$$

$$3) x < \frac{1}{2}; -2x + 1 - 3x + 6 < 12; -5x + 7 < 12; x \in (-1; \frac{1}{2});$$

$$\text{Ответ: } x \in (-1; \frac{19}{5});$$



$$6) |3x - 4| - |x + 2| \geq 4; x \geq \frac{4}{3}; 3x - 4 - x - 2 \geq 4; 2x \geq 10; x \in [5; +\infty).$$

$$2) -2 \leq x < \frac{4}{3}; -3x + 4 - x - 2 \geq 4; 2 - 4x \geq 4; x \in [-2; -\frac{1}{2}];$$

$$3) x < -2; -2x + 6 \geq 4; x \in (-\infty; -2):$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [5; +\infty).$$

$$1798 \text{ (c). a) } \sin 2x \geq \sin x; \sin x (2 \cos x - 1) \geq 0:$$

$$\begin{cases} \cos x \geq 1/2 \\ \sin x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in [2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n] \\ x \in [\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n] \end{cases};$$

$$x \in [2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n] \cup [\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n];$$

$$6) \cos 2x \leq \cos x; 2 \cos^2 x - \cos x - 1 \leq 0; -1/2 \leq \cos x \leq 1;$$

$$x \in [-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n].$$

$$1799 \text{ (c). a) } \sin(\frac{\pi}{2} - x) \leq \sin x; \sin x - \cos x \geq 0; \sin(x - \frac{\pi}{4}) \geq 0;$$

$$x \in [\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n];$$

$$6) \cos(\frac{\pi}{3} - x) \leq \cos x; \sin \frac{\pi}{6} \sin(\frac{\pi}{6} - x) \geq 0; \sin(\frac{\pi}{6} - x) \geq 0;$$

$$x \in [-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n].$$

$$1800 \text{ (c). a) } \cos x > \sin 2x - \cos 3x; \cos 2x \cos x - \sin x \cos x > 0;$$

$$\cos x (1 - \sin x - 2 \sin^2 x) > 0; \cos x (2 \sin^2 x + \sin x - 1) < 0.$$

$$1) \begin{cases} \cos x > 0 \\ 2 \sin^2 x + \sin x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x > 0 \\ -1 < \sin x < \frac{1}{2} \end{cases}; x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n);$$

$$2) \begin{cases} \cos x < 0 \\ 2 \sin^2 x + \sin x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin x < -\frac{1}{2} \\ \sin x > \frac{1}{2} \end{cases}; x \in (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n);$$

$$\text{Ответ: } (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n) \cup (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n);$$

$$6) \sin x < \cos x - \sin 3x; \cos x (2 \sin 2x - 1) < 0;$$

$$1) \begin{cases} \cos x > 0 \\ \sin 2x < \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ -\frac{7\pi}{12} + \pi n < x < \frac{\pi}{12} + \pi n \end{cases};$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right);$$

$$2) \begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin 2x > \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{12} + \pi n < x < \frac{5\pi}{12} + \pi n \end{cases}; x \in \left(-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n\right);$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$$

$$1801 \text{ (c). a) } \left(\frac{1}{7}\right)^{5-2^x} > 7^{-2^x+11}; 2^{x-5} + 2^{x-11} > 0; 2^x > 8; x > 3;$$

$$\text{б) } (0,3)^{x^3+2} \leq 1; \text{ОДЗ: } x \geq \frac{1}{5}; \sqrt{5x-1} \geq 2; x \geq 1;$$

$$\text{в) } (3^{-1})^{\sin x - \cos 2x} < 3^{\cos 2x - \frac{1}{2}}; \cos 2x - \sin x < \cos 2x - \frac{1}{2}; \sin x > \frac{1}{2};$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right);$$

$$\text{г) } 10^{\ln(x-2)} \cdot 0,1 \geq (10^{-1})^{\ln(x+2)}; \text{ОДЗ: } x > 2; \ln(x-2) - 1 \geq -\ln(x+2); x^2 - 4 \geq e; x \in [\sqrt{4+e}; +\infty).$$

$$1802 \text{ (c). a) } \lg(0,2^x - 5) < \log_{0,1}(95 - 3 \cdot 0,2^x)^{-1}; \text{ОДЗ: } x < -1;$$

$$0,2^x - 5 < 95 - 3 \cdot 0,2^x; \left(\frac{1}{5}\right)^x < 25; x > -2;$$

$$\text{Ответ: } x \in (-2; -1);$$

$$\text{б) } \log_{0,1}(3\sqrt{3x+1}-2) > \frac{1}{4} \log_{0,1}\sqrt{3x+1} \cdot \lg(0,1^{-8}); \text{ОДЗ: } \sqrt{3x+1} > \frac{2}{3},$$

$$3\sqrt{3x+1} - 2 < 3x + 1; 3x + 1 - 3\sqrt{3x+1} + 2 > 0;$$

$$\begin{cases} \sqrt{3x+1} > 2 \\ \sqrt{3x+1} < 1 \end{cases}; \begin{cases} \sqrt{3x+1} > 2 \\ \frac{2}{3} < \sqrt{3x+1} < 1 \end{cases} \quad (\text{т.к. } x \text{ должен входить в ОДЗ});$$

$$x \in \left(-\frac{5}{27}; 0\right) \cup (1; +\infty).$$

$$1803 \text{ (c). a) } \sqrt[3]{3^{2-x}} - 13 < \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^x} + 11; 3^{-x}(9-1) < 24; -x < 1; x > -1$$

(в ответе задачника опечатка);

$$\text{б) } (\sin x - \cos x)^9 \leq (0,5 - \cos x)^9; \sin x \leq \frac{1}{2}; x \in [-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n] \text{ (в}$$

ответе задачника опечатка);

$$\text{в) } (\sqrt{6x+5} - 1)^5 \geq (6x-4)^{\frac{5}{2}}; \text{ОДЗ: } x \geq \frac{2}{3}; \sqrt{6x+5} - 1 \geq \sqrt{6x-4};$$

$$6x+6-2\sqrt{6x+5} \geq 6x-4; 2\sqrt{6x+5} \leq 10; 6x+5 \leq 25; x \leq \frac{10}{3};$$

$$\text{т.к. } x \text{ должен входить в ОДЗ, то } x \in \left[\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right];$$

$$\text{г) } \sqrt[7]{2\ln^2 x - 3\ln x + 5} > \sqrt[7]{6-4\ln x}; 2\ln^2 + \ln x - 1 > 0; \begin{cases} \ln x < -1 \\ \ln x > \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$x \in (0; \frac{1}{e}) \cup (\sqrt{e}; +\infty).$$

$$1804 \text{ (с). а) } \sqrt{\sqrt{x}+2} - \sqrt{\sqrt{x}-1} \geq 1; \sqrt{x}+2 \geq \sqrt{x}+2 \sqrt{\sqrt{x}-1};$$

$$\begin{cases} \sqrt{x}-1 \leq 1 \\ \sqrt{x}-1 \geq 0 \end{cases}; x \in [1; 4];$$

$$\text{б) } \sqrt{\ln x + 3} \leq \ln x + 1; \begin{cases} \ln x + 3 \leq \ln^2 x + 2\ln x + 1 \\ x \geq \frac{1}{e^3} \\ \ln x + 1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} \ln x \leq -2 \\ \ln x \geq 1 \\ x \geq \frac{1}{e} \end{cases}; x \in [e; +\infty);$$

$$\text{в) } \sin x - \sqrt{\sin x} \leq 0; 0 \leq \sqrt{\sin x} \leq 1; 0 \leq \sin x \leq 1;$$

$$x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n];$$

$$\text{г) } \sqrt{2^x+4} - \sqrt{2^x-4} > 2; 2^x+4 > 4+2^x-4+4\sqrt{2^x-4};$$

$$\sqrt{2^x-4} < 1; \begin{cases} 2^x < 5 \\ 2^x \geq 4 \end{cases}; x \in [2; \log_2 5) \text{ (в ответе задачника опечатка).}$$

$$1805 \text{ (с). а) } \log_x (21-4x) > 2; \text{ОДЗ: } \begin{cases} 21-4x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}; x \in (0; 1) \cup (1; \frac{21}{4});$$

$$1) x \in (0; 1); 21-4x < x^2; x^2+4x-21 > 0; \text{решений нет};$$

$$2) x > 1; 21-4x > x^2; x^2+4x-21 < 0; x \in (1; 3);$$

$$\text{Ответ: } x \in (1; 3);$$

$$\text{б) } \log_{2x-3}(x^2-10x+9) \leq 2; \text{ОДЗ: } \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 2x-3 \neq 1 \\ x^2-10x+9 > 0 \end{cases}; x > 9; \text{т.к. при } x > 9,$$

$2x - 3 > 1$ , то имеет:  $x^2 - 10x + 9 \leq 4x^2 - 12x + 9$ ;  $3x^2 - 12x \geq 0$ ;

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 4 \end{cases}; \text{ т.к. } x \text{ должен входить в ОДЗ, то } x \in (9; +\infty).$$

**57.32 (1806).** а)  $\sqrt{\sin x - 1} \leq 4 - x^2$ ; ОДЗ:  $\sin x \geq 1$ ;  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ ;  $4 - x^2 \geq 0$ ;

$x \in [-2; 2]$ , т.к.  $x$  должен входить в ОДЗ, то  $x = \pi/2$ ;

б)  $\sqrt{\cos x - 1} \geq x^2 - 49$ ; ОДЗ:  $\cos x \geq 1$ ;  $x = 2\pi n$ ;  $x^2 \leq 49$ ;  $x \in [-7; 7]$ ;

т.к.  $x$  должен входить в ОДЗ, то  $x = 0$ ,  $x = \pm 2\pi$ .

**57.33 (1807).** а)  $6 \log_3 |x - 1| \leq 14 + 2x - x^2$ ; пусть  $|x - 1| = a > 0$ , тогда имеем:

$6 \log_3 a \leq 15 - a^2$ ; т.к.  $y = 15 - a^2$  убывает, а  $y = 6 \log_3 a$  — возрастает, то график этой функции могут иметь только одну точку пересечения; очевидно,  $a = 3 \Rightarrow a \in (0; 3]$ ;  $x \in [-2; 1) \cup (1; 4]$

Ответ:  $[-2; 1) \cup (1; 4]$ .

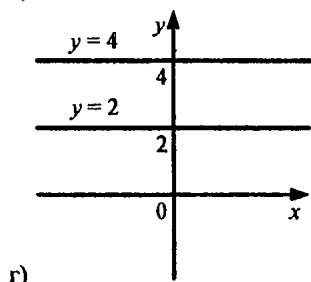
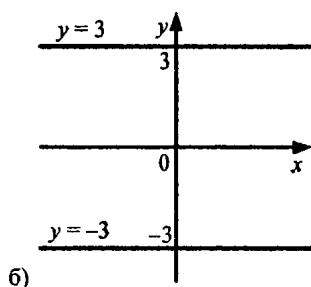
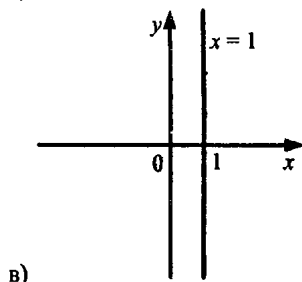
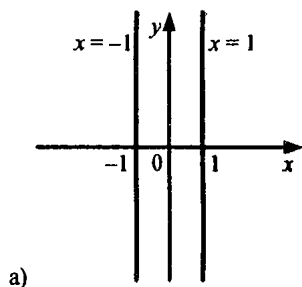
б)  $\log_2 (x^2 + x - 10) > 25 - 2x - 2x^2$ ; пусть  $x^2 + x - 10 = a > 0$ , тогда имеем:

$\log_2 a > 5 - 2a$ ; т.к.  $y = \log_2 a$  возрастает, а  $y = 5 - 2a$  — убывает, то графики этих функций могут иметь только одну точку пересечения, очевидно,  $a = 2 \Rightarrow \Rightarrow$  неравенство выполняется при  $a > 2$ ;  $x^2 + x - 10 > 2$ ;

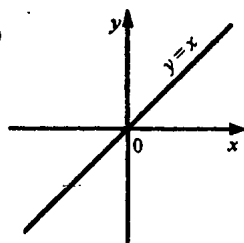
$x^2 + x - 12 > 0$ ;  $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$ .

## § 58. Уравнения и неравенства с двумя переменными

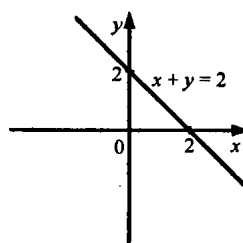
**58.1.**



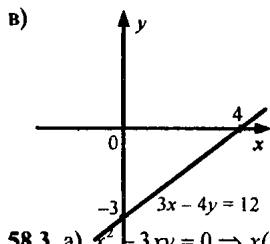
58.2, a)



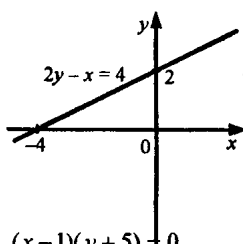
б)



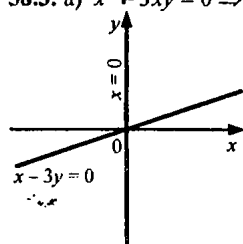
в)



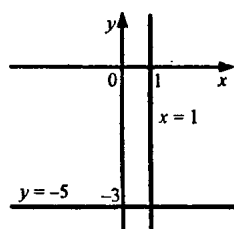
г)



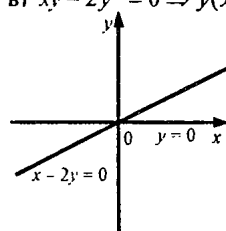
58.3, a)  $x^2 - 3xy = 0 \Rightarrow x(x - 3y) = 0$



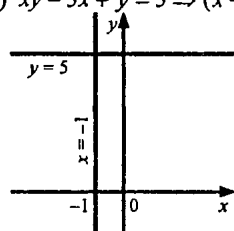
б)  $(x - 1)(y + 5) = 0$



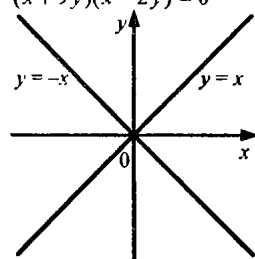
в)  $xy - 2y^2 = 0 \Rightarrow y(x - 2y) = 0$



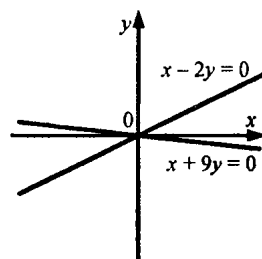
г)  $xy - 5x + y = 5 \Rightarrow (x + 1)(y - 5) = 0$



58.4, a)  $x^2 - y^2 = 0$   
 $(x + y)(x - y) = 0$

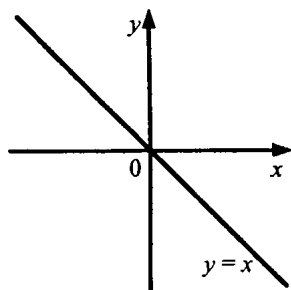


б)  $x^2 + 7xy - 18y^2 = 0$



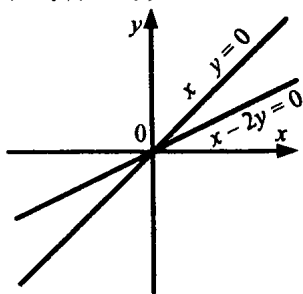
$$\text{в) } x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$(x+y)^2 = 0$$



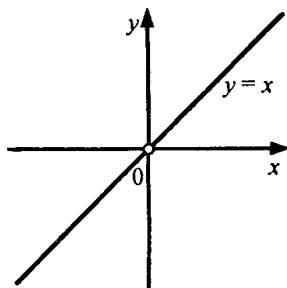
$$\text{г) } x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x-y)(x-2y) = 0$$



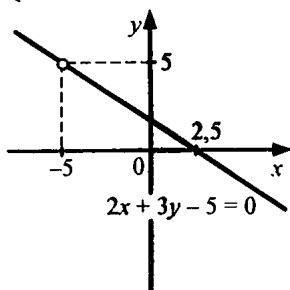
58.5.

$$\text{а) } \frac{x}{y} = 1$$



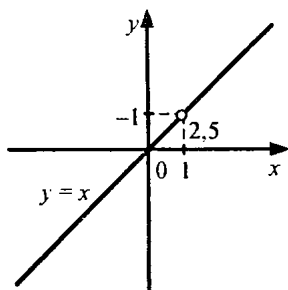
$$\text{б) } \frac{2x+3y-5}{x+y} = 0$$

$$\begin{cases} 2x+3y-5=0 \\ x+y \neq 0 \end{cases}$$



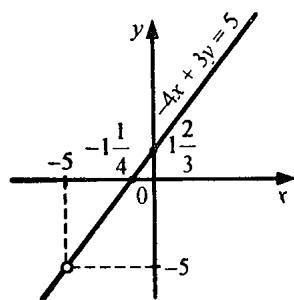
$$\text{в) } \frac{x-y}{x+y-2} = 0$$

$$\begin{cases} x=y \\ x+y \neq 2 \end{cases}$$

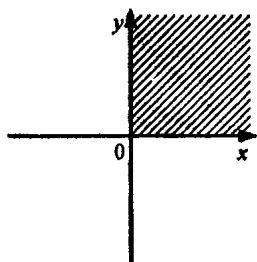


$$\text{г) } \frac{2x^2 - 4x - 2xy + 3y - 5}{x-y} = 2x$$

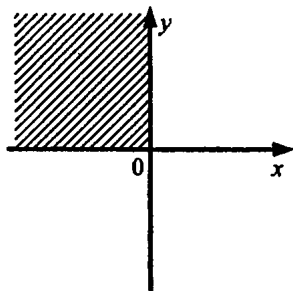
$$\frac{-4x+3y-5}{x-y} = 0 \quad \begin{cases} -4x+3y=5 \\ x \neq y \end{cases}$$



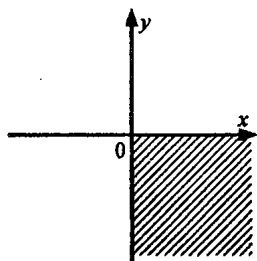
58.6. a)  $|x| + |y| = x + y$



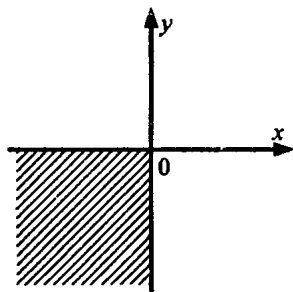
б)  $|x| + |y| = y - x$



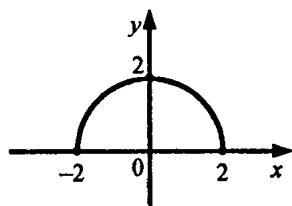
в)  $|x| + |y| = x - y$



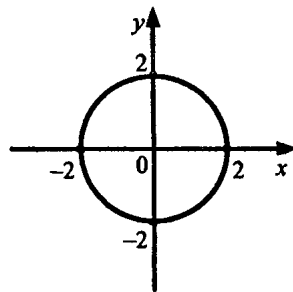
г)  $|x| + |y| = -x - y$



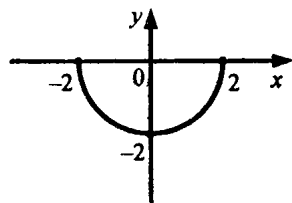
58.7. a)  $y = \sqrt{4 - x^2}$



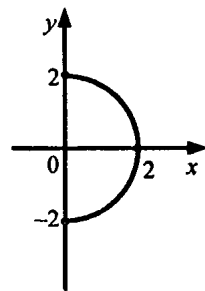
б)  $|y| = \sqrt{4 - x^2}$   $x^2 + y^2 = 4$



в)  $y = -\sqrt{4 - x^2}$

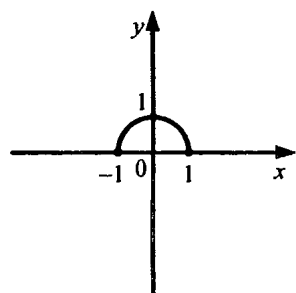


г)  $x = \sqrt{4 - y^2}$



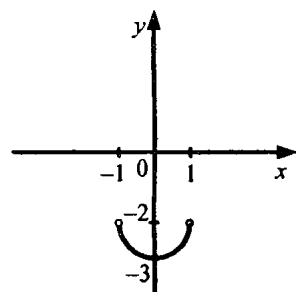
58.8.

a)  $y = \sqrt{1-x^2}$

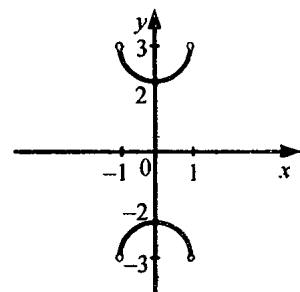


б)  $|y| = -\sqrt{1-(x-1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases}$

в)  $y+2 = -\sqrt{1-x^2}$

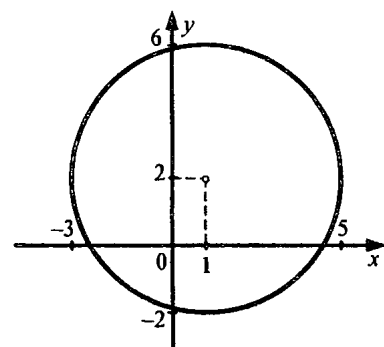


г)  $|y| = 3 - \sqrt{1-x^2}$

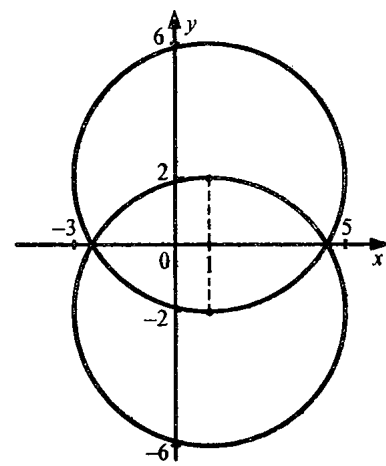


58.9.

a)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$

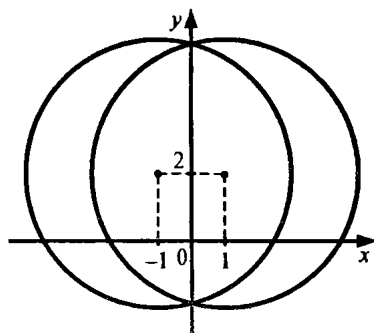


б)  $(x-1)^2 + (|y|-2)^2 = 16$

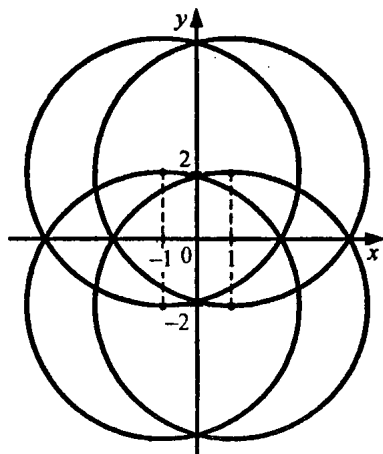




$$b) (|x|-1)^2 + (y-2)^2 = 16$$

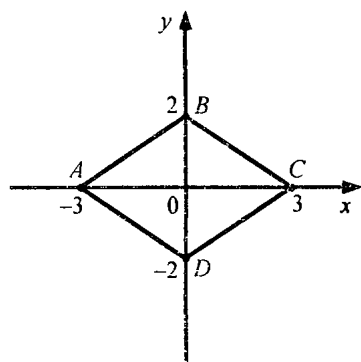


$$r) (|x|-1)^2 + (|y|-2)^2 = 16$$



58.10.

$$a) 2|x| + 3|y| = 6$$



$$S_{ABCD} = 4S_{AOB} = 2 \cdot AO \cdot BO = 12$$

$$58.11. a) x + 2y = 7 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 - 2k \\ y = k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

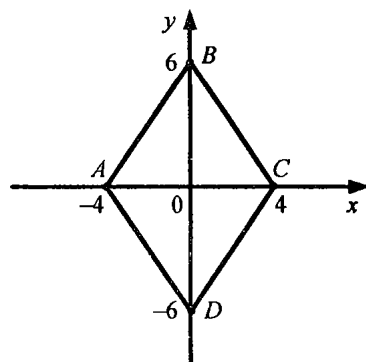
$$b) 5x + y = 17 \Rightarrow \begin{cases} x = k \\ y = 17 - 5k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

58.12.

$$a) 7x + 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1-7x}{2}$$

$$x = 2k \Rightarrow y = \frac{1-14k}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x \neq 2k$$

$$b) 0,5|x| + \frac{1}{3}|y| = 2$$



$$S_{ABCD} = 4S_{AOB} = 2 \cdot AO \cdot BO = 48$$

$$x = 2k + 1 \Rightarrow y = \frac{-6 - 14k}{2} = -3 - 7k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 7x - 3 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$6) 7x - 12y = 1 \Rightarrow x = \frac{12y + 1}{7}$$

$$y = 7k \Rightarrow x = \frac{84 \cdot k + 1}{7} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y \neq 7k$$

$$y = 7k - 1 \Rightarrow x = \frac{84 \cdot k + 11}{7} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y \neq 7k - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 7k - m \\ m \in \{2, \dots, 6\} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{84k + 1 - 12m}{7} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - 12m}{7} \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 12k - 5 \\ y = 7k - 3 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$58.13. a) x^2 - 5xy + 6y^2 = 2$$

$$(x - 2y)(x - 3y) = 2$$

$$1. \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y = -1 \\ x - 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - 2y = -2 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases}$$

ОТВЕТ: (1; 1); (-1; -1); (4; 1); (-4; -1).

$$6) x^2 + 2xy - 8y^2 = 7$$

$$(x + 4y)(x - 2y) = 7$$

$$1. \begin{cases} x + 4y = 7 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

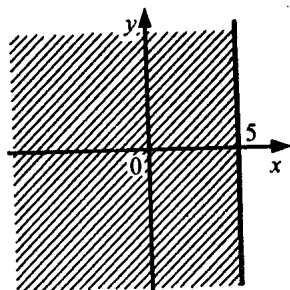
$$2. \begin{cases} x + 4y = -7 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 4y = 1 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

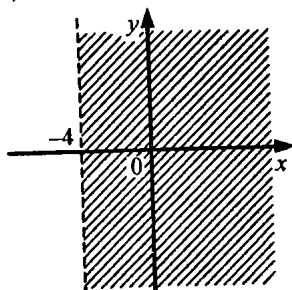
$$4. \begin{cases} x + 4y = -1 \\ x - 2y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 1 \end{cases}$$

ОТВЕТ: (3; 1); (-3; -1); (5; -1); (-5; 1).

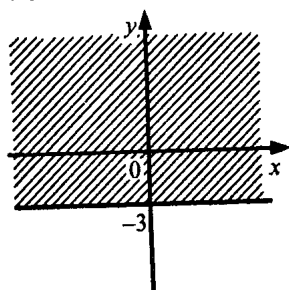
58.14. а)  $x \leq 5$



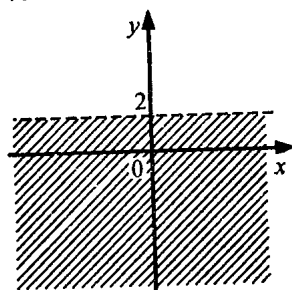
б)  $x > -4$



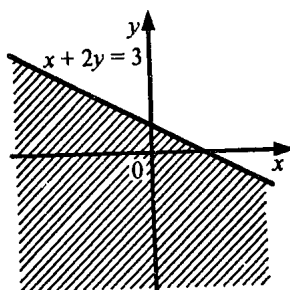
в)  $y \geq -3$



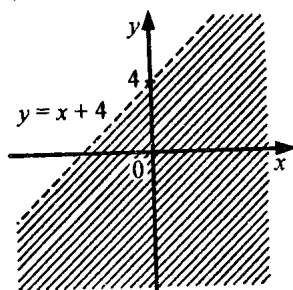
г)  $y < 2$



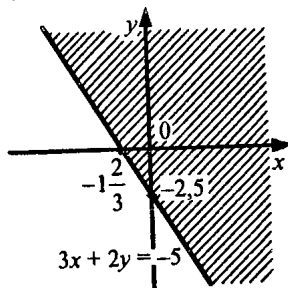
58.15. а)  $x + 2y \leq 3$



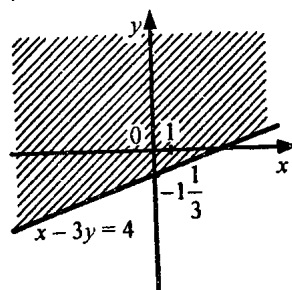
б)  $x - y > -4$



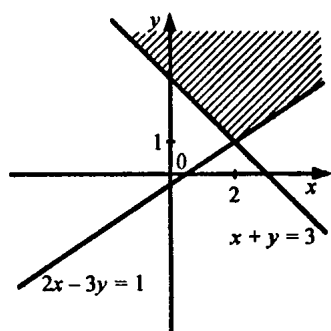
в)  $3x + 2y \geq -5$



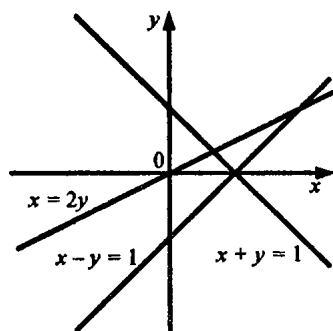
г)  $x - 3y < 4$



58.16. а)  $\begin{cases} x+y \geq 3 \\ 2x-3y \leq 1 \end{cases}$

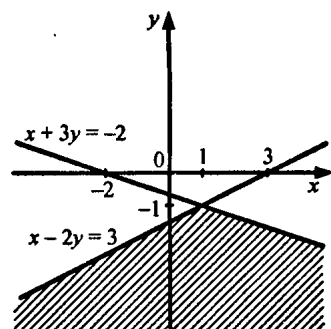


б)  $\begin{cases} x-y \geq 1 \\ x+y \leq 1 \\ x \leq 2y \end{cases}$

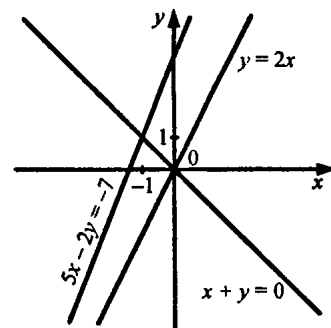


нет решений

в)  $\begin{cases} x-2y \geq 3 \\ x+3y \leq -2 \end{cases}$



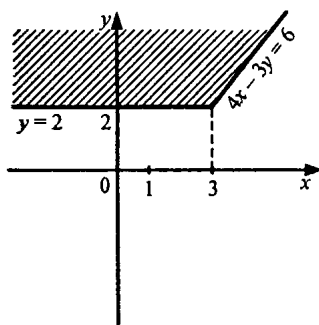
г)  $\begin{cases} x-y \geq 2x \\ x+y \leq 3x \\ 5x \leq 2y-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \leq 0 \\ 2x \geq y \\ 5x-2y \leq -7 \end{cases}$



нет решений

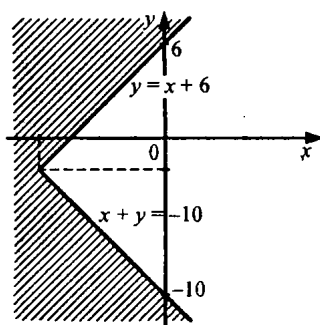
58.17. a)  $2|x-3|+2x-3y \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y \leq 6 \\ x \geq 3 \\ y \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



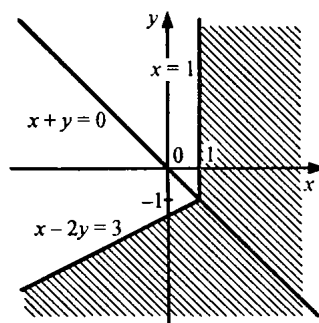
6)  $x-3+(y+2) \geq 2x+5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq x+6 \\ y \geq -2 \\ x+y \leq -10 \\ y \leq -2 \end{cases}$$



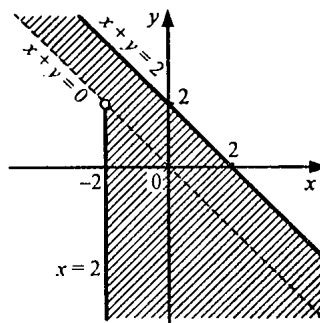
58.18. a)  $|x+y|+2x-y \geq 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x+y \geq 0 \\ x-2y \geq 3 \\ x+y \leq 0 \end{cases}$$



6)  $\frac{|x+y|}{x+y}x+|x+y|+y \leq 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y > 0 \\ x+y \leq 2 \\ x+y < 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

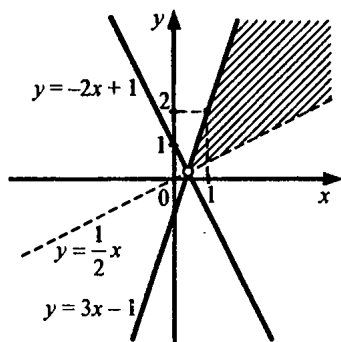


58.19. a)  $\sqrt{3x-y-1} < \sqrt{2x+y-1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y \geq 1 \\ 2x+y > 1 \\ x < 2y \end{cases}$$

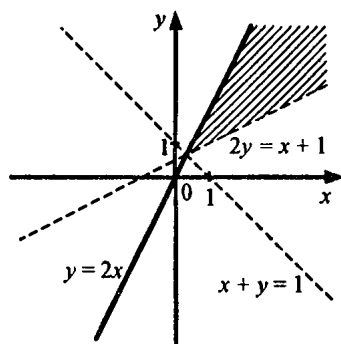
6)  $\sqrt{1-y} \leq \sqrt{1-2x^2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y \geq 2x^2 \end{cases}$$

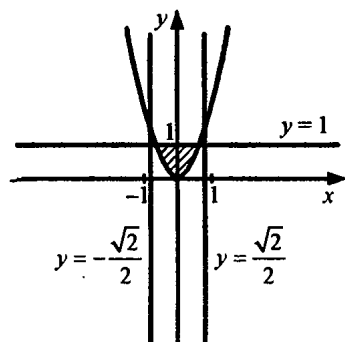
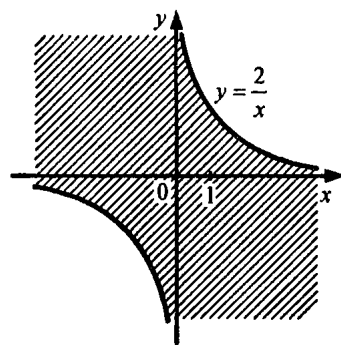


b)  $\sqrt{x+y-1} > \sqrt{2x-y}$

$$\begin{cases} x+y-1 > 0 \\ 2x \geq y \\ 2y > x+1 \end{cases}$$

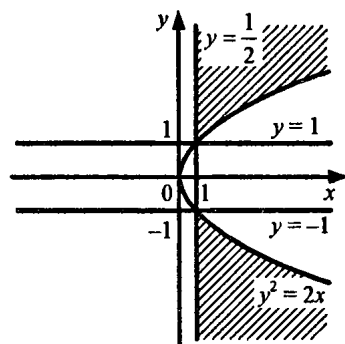


58.20. a)  $x \cdot y \leq 2$

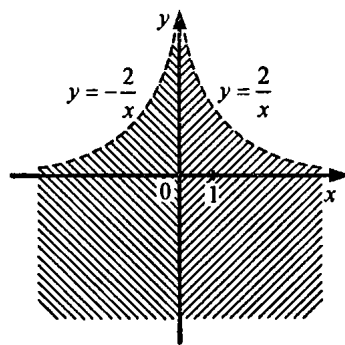


r)  $\sqrt{y^2 - 1} \geq \sqrt{2x - 1}$

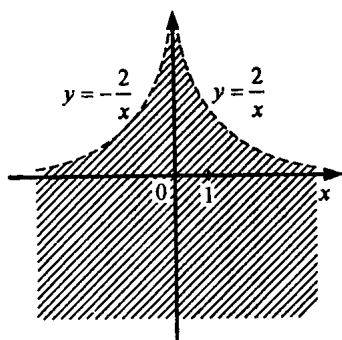
$$\Leftrightarrow \begin{cases} |y| \geq 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ y^2 \geq 2x \end{cases}$$



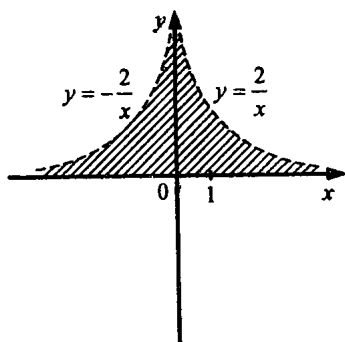
б)  $y < \frac{2}{|x|}$



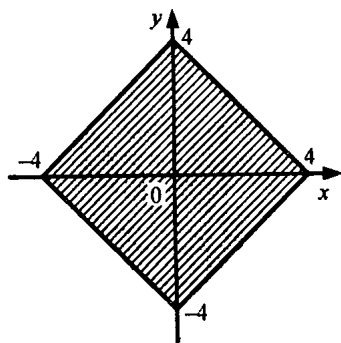
b)  $|x| \cdot y < 2$



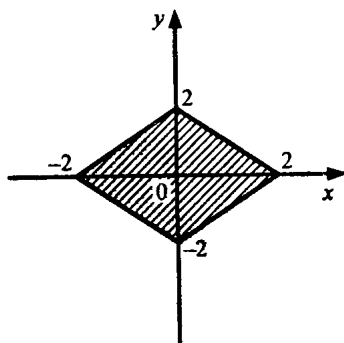
r)  $|x| < \frac{2}{y}$



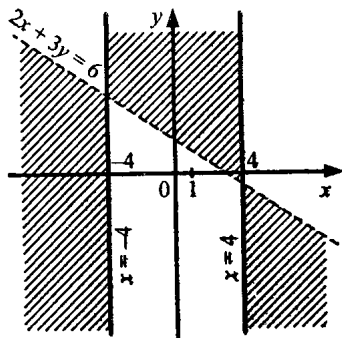
58.21. a)  $|x| + |y| \leq 4$



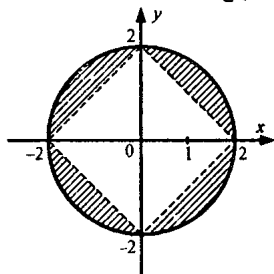
6)  $2|x| + 3|y| \leq 6$



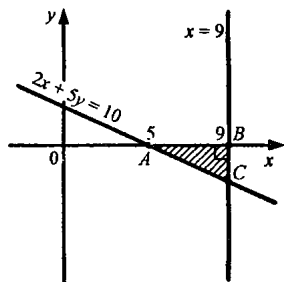
58.22. a)  $\frac{4-x^2}{2x+3y-6} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \leq 4 \\ 2x+3y > 6 \end{cases}$



$$6) \frac{x^2 + y^2 - 4}{|x| + |y| - 2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ |x| + |y| > 2 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \\ |x| + |y| < 2 \end{cases}$$

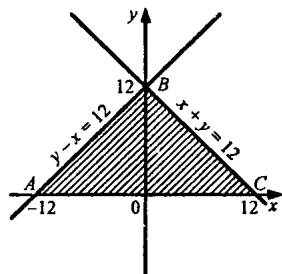


$$58.23. a) \begin{cases} x \leq 9 \\ y \leq 0 \\ 2x + 5y \geq 10 \end{cases}$$



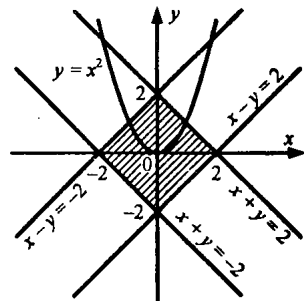
$$AB = 4, BC = \frac{8}{5} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 3,2$$

$$6) \begin{cases} x + y \leq 12 \\ y - x \leq 12 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$$S_{ABC} = 2S_{\triangle AOB} = AO \cdot BO = 144$$

$$58.24. \begin{cases} |x - y| \leq 2 \\ |x + y| \leq 2 \end{cases}$$





$$a) P = \frac{S_1}{S} = \frac{7}{8}$$

$$б) P = \frac{S_2}{S} = \frac{2\frac{1}{4}}{8} = \frac{9}{32}$$

$$в) P = \frac{S_3}{S} = \frac{1}{8}$$

$$г) P = \frac{S_4}{S} = \frac{2\frac{1}{3}}{8} = \frac{7}{24}$$

$$S_4 = 2 \cdot \int_0^1 \left( (2-x) - x^2 \right) dx = 2 \left( 2x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^1 = 2\frac{1}{3}$$

### § 59. Системы уравнений

$$59.1 (1808). a) \begin{cases} x+y=3 \\ x^2+2y^2-xy+2x-3y=3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x=3-y \\ 9+y^2-6y+2y^2-3y+y^2+6-2y-3y-3=0 \end{cases}; 4y^2-14y+12=0;$$

$$2y^2-7y+6=0; \quad y=\frac{3}{2} \quad x=\frac{3}{2}; \quad y=1, \quad x=2;$$

$$\text{Ответ: } (2; 1), \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right);$$

$$б) \begin{cases} y=2+x \\ x^3-y^3=-8 \end{cases}; \quad x^3-x^3-8-6x^2-12x+8=0; \quad x^2+2x=0;$$

$$x=0, \quad x=-2; \quad y=2, \quad y=0;$$

$$\text{Ответ: } (0; 2), (-2; 0).$$

$$в) \begin{cases} \sqrt{7-6x-y^2}=y+5 \\ y=x-1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{-x^2-4x+6}=x+4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x^2-4x+6=x^2+8x+16 \\ x \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+6x+5=0 \\ x \geq -4 \end{cases} \Rightarrow x=-1$$

$$\Rightarrow y=-2$$

$$\text{Ответ: } (-1; -2).$$

$$г) \begin{cases} x+2y=1 \\ 2x^2+3xy-3y^2=6 \end{cases}; \quad \begin{cases} x=1-2y \\ 2+8y^2-8y+3y-6y^2-3y^2-6=0 \end{cases};$$

$$y^2+5y+4=0; \quad y=-4, \quad x=9; \quad y=-1; \quad x=3;$$

$$\text{Ответ: } (9; -4), (3; -1).$$

$$1808 \text{ (c). a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + 2y^2 - xy + 2x - 3y = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ 9 + y^2 - 6y + 2y^2 - 3y + y^2 + 6 - 2y - 3y - 3 = 0 \end{cases};$$

$$4y^2 - 14y + 12 = 0;$$

$$2y^2 - 7y + 6 = 0; \quad y = \frac{3}{2}, \quad x = \frac{3}{2}; \quad y = 1, \quad x = 2;$$

$$\text{Ответ: } (2; 1), \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right);$$

$$6) \begin{cases} y = 2 + x \\ x^3 - y^3 = -8 \end{cases}; \quad x^3 - x^3 - 8 - 6x^2 - 12x + 8 = 0;$$

$$x^2 + 2x = 0; \quad x = 0, \quad x = -2; \quad y = 2, \quad y = 0;$$

$$\text{Ответ: } (0; 2), (-2; 0).$$

$$8) \begin{cases} x + y = 5 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 5 - y \\ 125 - y^3 + 15y^2 - 75y + y^3 = 35 \end{cases};$$

$$15y^2 - 75y + 90 = 0;$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \quad y = 2, \quad x = 3; \quad y = 3, \quad x = 2;$$

$$\text{Ответ: } (2; 3), (3; 2).$$

$$r) \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x^2 + 3xy - 3y^2 = 6 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 1 - 2y \\ 2 + 8y^2 - 8y + 3y - 6y^2 - 3y^2 - 6 = 0 \end{cases};$$

$$y^2 + 5y + 4 = 0; \quad y = -4, \quad x = 9; \quad y = -1; \quad x = 3;$$

$$\text{Ответ: } (9; -4), (3; -1).$$

$$59.2. a) \begin{cases} 3x = y + 1 \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 7^{x+1} = 7^{-x} + 6 \end{cases};$$

$$7 \cdot 7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 1 = 0 \quad \text{— квадратное уравнение относительно } 7^x;$$

$$1) 7^x = 1; \quad x = 0, \quad y = -1; \quad 2) 7^x = -(1/7) \quad \text{— решений нет;}$$

$$\text{Ответ: } (0; -1).$$

$$6) \begin{cases} x = 2y \\ \log_{\sqrt{3}}(2y + x) + \log_{\sqrt{3}}(x - y + 1) = \log_3\left(\frac{1}{y+1}\right); \end{cases}$$

$$\log_{1/3} 4y + \log_{1/3}(y+1) = \log_{1/3}(y+1);$$

$$\begin{cases} 4y(y+1) = y+1 \\ y+1 > 0 \\ 4y > 0 \end{cases} ; y = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2};$$

Ответ:  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ .

1809 (с).

$$a) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} \cos(x-y) - \cos(x+y) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} - y \end{cases} ;$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2y\right) = 0 ; \begin{cases} y = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2} \end{cases} ;$$

Ответ:  $\left(-\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}\right)$ ;

$$b) \begin{cases} 3x = y + 1 \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6 \end{cases} ; \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 7^{x+1} = 7^{-x} + 6 \end{cases} ;$$

$7 \cdot 7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 1 = 0$  — квадратное уравнение относительно  $7^x$ ;

1)  $7^x = 1$ ;  $x = 0$ ,  $y = -1$ ; 2)  $7^x = -(1/7)$  — решений нет;

Ответ:  $(0; -1)$ .

$$b) \begin{cases} x = 2y \\ \log_{1/3}(2y+x) + \log_{1/3}(x-y+1) = \log_3\left(\frac{1}{y+1}\right) \end{cases} ;$$

$$\log_{1/3} 4y + \log_{1/3}(y+1) = \log_{1/3}(y+1) ;$$

$$\begin{cases} 4y(y+1) = y+1 \\ y+1 > 0 \\ 4y > 0 \end{cases} ; y = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2};$$

Ответ:  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ .

$$r) \begin{cases} \sqrt{7-6x-y^2} = y+5; \\ y = x-1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y+1 \\ \sqrt{7-6y-6-y^2} = y+5; \end{cases}$$

$$y^2 + 10y + 25 = -y^2 - 6y + 1;$$

$$y \geq -5; 2y^2 + 16y + 24 = 0;$$

$$y^2 + 8y + 12 = 0;$$

$$1) y = -2, x = -1; 2) y = -6 \text{ — не подходит};$$

$$\text{Ответ: } (-1; -2).$$

$$59.3 (1810). \text{ а) } \begin{cases} 3x + 2y = 1; \\ x - y = -3; \end{cases}$$

$$(3x + 2y) + 2(x - y) = 1 + (-3) \cdot 2;$$

$$5x = -5; x = -1, y = 2;$$

$$\text{Ответ: } (-1; 2).$$

$$б) \begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1; \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4; \end{cases}$$

$$2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} - \frac{3}{2}(3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 1 - \frac{3}{2} \cdot 4;$$

$$-\frac{5}{2}\sqrt{x} = -5; \sqrt{x} = 2 \quad x = 4; y = 1;$$

$$\text{Ответ: } (4; 1).$$

$$в) \begin{cases} x + y^2 = 2 \\ 2y^2 + x^2 = 3 \end{cases}; \quad x^2 - 2x + 1 = 0; \quad x = 1, y = \pm 1;$$

$$\text{Ответ: } (1; \pm 1).$$

$$г) \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} = 3 \\ 3\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[4]{y} = 1 \end{cases}; \quad 8\sqrt[3]{x} = 16; \quad x = 8, y = 1;$$

$$\text{Ответ: } (8; 1).$$

$$59.4 (1811). \text{ а) } \begin{cases} \log_2 x - \log_3 y = -5 \\ 2\log_2 x + 3\log_3 y = 0 \end{cases};$$

$$5\log_2 x = -15; \quad x = \frac{1}{8}, \quad y = 9;$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{8}; 9\right).$$

$$б) \begin{cases} \cos x + \cos 2y = -\frac{1}{2}; \\ 3\cos 2y - \cos x = 2,5 \end{cases}$$

$$\cos 2y = \frac{1}{2}; \quad y = \pm \frac{\pi}{6} + m, \quad \cos x = -1 \quad x = \pi + 2\pi k;$$

Ответ:  $(\pi + 2\pi k; \pm(\pi/6) + \pi n)$ .

$$в) \begin{cases} 2^{x+2y} - \sqrt{2x+y} = 6 \\ 3\sqrt{2x+y} - 2^{x+2y} = -2 \end{cases}; \quad \begin{cases} \sqrt{2x+y} = 2 \\ 2^{x+2y} = 8 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 2^{8-3x} = 8 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 5/3 \\ y = 2/3 \end{cases};$$

Ответ:  $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

$$г) \begin{cases} 2\sin 2x + \operatorname{tg} 3y = 2 \\ 6\sin 2x - 2\operatorname{tg} 3y = 1 \end{cases};$$

$$\sin(2x) = \frac{1}{2}; \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, \quad y = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3};$$

Ответ:  $\left((-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi m}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}\right)$ .

$$59.5 (1812). \text{ а) } \begin{cases} \frac{5}{3x-y} + \frac{3}{x-3y} = -2 \\ \frac{15}{3x-y} + \frac{2}{x-3y} = 1 \end{cases};$$

обозначив  $a = \frac{5}{3x-y}, b = \frac{6}{x-3y},$

получим:  $\begin{cases} a + \frac{b}{2} = -2 \\ 3a + \frac{b}{3} = 1 \end{cases}; \quad \frac{7b}{6} = -7;$

$$\begin{cases} b = -6 \\ a = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}; \quad x = 2, y = 1$$

Ответ: (2; 1).

$$б) \begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{6}{x-y} = -1 \\ \frac{5}{x+y} + \frac{9}{x-y} = -2 \end{cases}; \quad \frac{1}{x+y} = a, \quad \frac{3}{x-y} = b;$$

$$\begin{cases} 3a + 2b = -1 \\ 5a + 3b = -2 \end{cases}; \quad \begin{cases} b = 1 \\ a = -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases}; \quad x = 1, y = -2;$$

Ответ: (1; -2).

**59.6 (1813).**

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ \log_6^2 xy + 1 = 2 \log_6 xy \end{cases};$$

$$\log_6 xy = 1; \quad xy = 6; \quad \begin{cases} x = 6 - \frac{3}{2}y \\ 6y - \frac{3}{2}y^2 = 6 \end{cases};$$

$$y^2 - 4y + 4 = 0; \quad y = 2, \quad x = 3;$$

Ответ: (3; 2).

$$6) \begin{cases} \sqrt{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy} \\ 2x - 5y = 6 \end{cases};$$

уравнение  $\sqrt{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy}$  — квадратное относительно  $\sqrt[4]{xy} \Rightarrow \sqrt[4]{xy} = 2$  ( $\sqrt[4]{xy} = -5$  не имеет решений);

$$\begin{cases} \sqrt[4]{xy} = 2 \\ x = 3 + \frac{5}{2}y \end{cases}; \quad \text{ОДЗ: } xy > 0; \quad 3y + \frac{5}{2}y^2 = 16; \quad 5y^2 + 6y - 32 = 0;$$

$$y = -\frac{16}{5}, \quad x = -5; \quad y = 2, \quad x = 8;$$

Ответ:  $(-5; -16/5)$ , (8; 2).

$$59.7 (1814). a) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2 \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6 \end{cases};$$

$$3\log_2 x^2 + 2\log_2 16x^2 = 18; \quad \log_2 x^2 = 2; \quad x = 2, \quad y = 6; \quad x = -2, \quad y = 10;$$

Ответ: (2; 6), (-2; 10).

$$6) \begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2 \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases};$$

$$|2y-x| = a, \quad 3^{x-y-1} = b: \begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}; \quad -4a = -4; \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x-y = 2 \\ 2y-x = \pm 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 2 + y \\ y - 2 = \pm 1 \end{cases}; \quad y = 3, \quad x = 5; \quad y = 1, \quad x = 3;$$

Ответ: (5; 3), (3; 1).

$$1814 (c). a) \begin{cases} 3\log_{1/2} x + 2^{y+1} = 5 \\ 2^y + \log_2 x = 5 \end{cases};$$

$$5\log_2 x = 5; \quad x = 2, \quad y = 2;$$

Ответ: (2; 2).

$$6) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2 \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6 \end{cases};$$

$$3\log_2 x^2 + 2\log_2 16x^2 = 18; \log_2 x^2 = 2; x = 2, y = 6; x = -2, y = 10; \setminus$$

ОТВЕТ: (2; 6), (-2; 10).

$$B) \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \sin y = 2 \\ 3\sin y + \operatorname{tg}^2 x = 0 \end{cases};$$

$$2\sin y = -2; \operatorname{tg}^2 x = 3; y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k;$$

ОТВЕТ:  $\left(\pm\frac{\pi}{3} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi\right)$ .

$$r) \begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2 \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases};$$

$$|2y-x| = a, 3^{x-y-1} = b; \begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}, -4a = -4;$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}; \begin{cases} x-y = 2 \\ 2y-x = \pm 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 2+y \\ y-2 = \pm 1 \end{cases}; y = 3, x = 5; y = 1, x = 3;$$

ОТВЕТ: (5; 3), (3; 1).

$$1814 \text{ (c). a) } \begin{cases} 3\log_{1/2} x + 2^{y+1} = 5 \\ 2^y + \log_2 x = 5 \end{cases};$$

$$5\log_2 x = 5; x = 2, y = 2;$$

ОТВЕТ: (2; 2).

$$6) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2 \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6 \end{cases},$$

$$3\log_2 x^2 + 2\log_2 16x^2 = 18; \log_2 x^2 = 2;$$

$$x = 2, y = 6; x = -2, y = 10;$$

ОТВЕТ: (2; 6), (-2; 10).

$$B) \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \sin y = 2 \\ 3\sin y + \operatorname{tg}^2 x = 0 \end{cases};$$

$$2\sin y = -2; \operatorname{tg}^2 x = 3; y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k;$$

ОТВЕТ:  $\left(\pm\frac{\pi}{3} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi\right)$ .

$$\text{г)} \begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2 \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases};$$

$$|2y-x| = a, \quad 3^{x-y-1} = b; \quad \begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}; \quad -4a = -4;$$

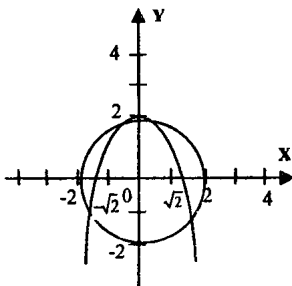
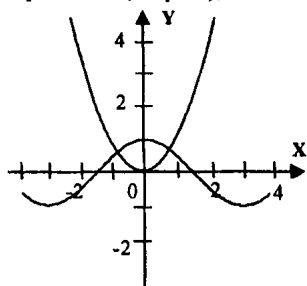
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - y = 2 \\ |2y - x| = \pm 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2 + y \\ y - 2 = \pm 1 \end{cases}; \quad y = 3, \quad x = 5; \quad y = 1, \quad x = 3;$$

Ответ: (5; 3), (3; 1).

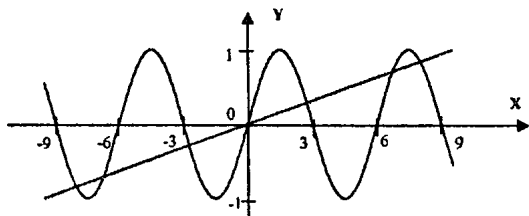
$$59.8 \text{ (1815). а) } \begin{cases} y = x^2 \\ y = \cos x \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 2 - x^2 \end{cases}; \quad 3 \text{ решения (см.рис.)}$$

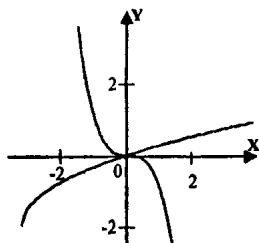
2 решения (см.рис.);



$$\text{в) } \begin{cases} y = \sin x \\ y = 0, 1x \end{cases}; \quad 7 \text{ решений (см.рис.);}$$



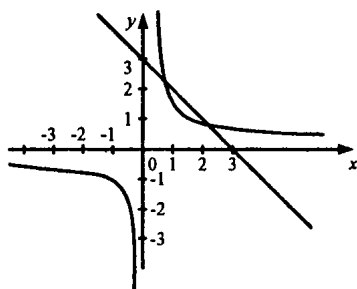
$$\text{г) } \begin{cases} y + 2 = \sqrt{x+4} \\ y + x^3 = 0 \end{cases}; \quad 1 \text{ решение (см.рис.);}$$





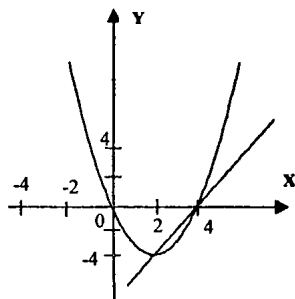
59.9 (1816). а)  $\begin{cases} y + x = 3; \\ xy = 2 \end{cases};$

Ответ: (1; 2), (2; 1);



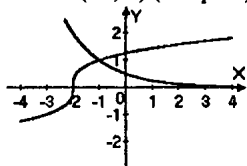
б)  $\begin{cases} y = x(x - 4) \\ y + 8 = 2x \end{cases}.$

Ответ: (2; -4), (4; 0) (см.рис.).



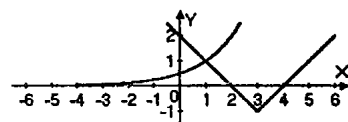
59.10 (1817). а)  $\begin{cases} y \cdot 2^{x+1} = 1; \\ \sqrt[3]{x+2} = y \end{cases};$

Ответ: (-1; 1) (см. рис.).



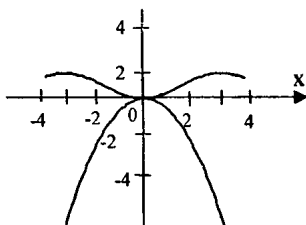
б)  $\begin{cases} y = 2^{x-1} \\ |x - 3| = y + 1 \end{cases};$

Ответ: (1; 1) (см.рис.).



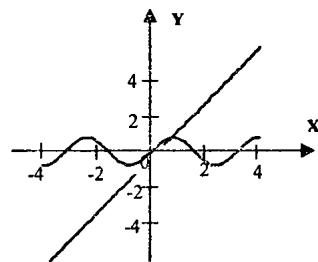
1818 (с). а)  $\begin{cases} y - 1 = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right); \\ y + x^2 = 0 \end{cases};$

Ответ: (0; 0) (см.рис.).



б)  $\begin{cases} y = \sin 2x \\ y - 1 = 2x - \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Ответ:  $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$  (см.рис.).



1819 (с). а)  $\begin{cases} 2x + 3y = 1; \\ 4x + 6y = 5 \end{cases};$

$-2(2x+3y)+4x+6y=-1\cdot 2+5; \quad 0=3 \Rightarrow$  нет решений;

$$\text{б)} \begin{cases} \cos(x+y) + \sin xy = 1 \\ 2 \sin xy + \cos(x+y) = -1 \end{cases};$$

$$-(\cos(x+y) + \sin xy) + 2 \sin xy + \cos(x+y) = -1 - 1;$$

$$\sin xy = -2 \Rightarrow \text{нет решений.}$$

$$\text{в)} \begin{cases} y - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \\ \sin x = y \end{cases};$$

$$\sin x - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x, \text{ но } \left(\frac{1}{3}\right)^x > 0,$$

$$\text{а } \sin x - 1 \leq 0 \Rightarrow \text{нет решений.}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ y = x - 4 \end{cases}; \begin{cases} y = x - 4 \\ 2x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases},$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0 \Rightarrow \text{решений нет.}$$

$$\text{59.11 (1820). а)} \begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ 5x^2 - 12x + 7 = 0 \end{cases}; x = 1, y = 1; x = \frac{7}{5}, y = \frac{1}{5};$$

$$\text{Ответ: } (1; 1), \left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

$$\text{б)} \begin{cases} \frac{y}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \\ y = \log_2 x \end{cases}; \log_2 x = 3^{2-x};$$

т.к.  $y = \log_2 x$  возрастает, а  $y = 3^{2-x}$  убывает, то они имеют только 1 точку пересечения (2; 1);

Ответ: (2; 1).

$$\text{59.12 (1820). а)} \begin{cases} 2 \sin(x+y) - 3 \cos(x-y) = 5 \\ 7 \cos(x-y) + 5 \sin(x+y) = -2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 1 \\ \cos(x-y) = -1 \end{cases}; \begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \\ x-y = \pi + 2\pi n \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + \pi(n+k) \\ y = -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n) \end{cases},$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3\pi}{4} + \pi(n+k); -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n)\right).$$

$$6) \begin{cases} x^4 - y^4 = 15; \\ x^4 + y^4 = 17; \end{cases} \begin{cases} x^4 = 16; \\ y^4 = 1; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 2; \\ y = \pm 1; \end{cases}$$

Ответ: (2; 1), (2; -1), (-2; 1), (-2; -1).

$$59.13 (1821). a) \begin{cases} \sqrt{\frac{y-x}{2x}} - \sqrt{\frac{x}{x+y}} = \frac{1}{2}; \\ 16\sqrt{\frac{x}{x+y}} - 7\sqrt{\frac{y-x}{2x}} = 1 \end{cases};$$

$$\sqrt{\frac{y-x}{2x}} = a \geq 0; \sqrt{\frac{x}{x+y}} = b \geq 0;$$

$$\begin{cases} a-b = \frac{1}{2}; \\ 16b-7a = 1 \end{cases}; 9a=9; \begin{cases} a=1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \frac{y-x}{2x} = 1 \\ \frac{x}{x+y} = \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} y=3x \\ \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}y; \\ x \neq 0 \\ y \neq -x \end{cases}; \begin{cases} y=3x \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Ответ: (c; 3c), c ≠ 0 — любое число.

$$6) \begin{cases} 2^{x+y} - 3^{x-y} = 1; \\ 2^{x+y} + 3^{x-y} = 3; \end{cases} \begin{cases} 2^{x+y} = 2; \\ 3^{x-y} = 1; \end{cases} \begin{cases} x+y=1; \\ x-y=0; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1}{2}; \\ y = \frac{1}{2}; \end{cases}$$

Ответ:  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

$$59.14 (1821). a) \begin{cases} \sqrt{x+1} - y = 2; \\ \log_7(4-x) = y \end{cases};$$

$$\log_7(4-x) = -2 + \sqrt{x+1}; \text{ ОДЗ: } x \in [-1; 4];$$

$y = \log_7(4-x)$  убывает, а  $y = \sqrt{x+1} - 2$  возрастает  $\Rightarrow$  они имеют только одну точку пересечения (3; 0);

Ответ: (3; 0).

$$6) \begin{cases} x+y=1 \\ 2^{x-y} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \cdot \frac{8^{2/3}}{2}; \end{cases} \begin{cases} x+y=1 \\ 2^{x-y} = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^{-1} = 2^3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1; \\ x-y=3; \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ y=-1; \end{cases}$$

Ответ: (2; -1).

$$59.15 \text{ (1822). a) } \begin{cases} (2x+y)(x+3y) = 48 \\ \frac{2x+y}{x+3y} = \frac{3}{4} \end{cases} ; \begin{cases} 2x+y = \frac{3}{4}(x+3y) \\ \frac{3}{4}(x+3y)^2 = 48 \\ x+3y \neq 0 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 5x = 5y \\ x+3y = \pm 8 \end{cases} ; x = 2, y = 2; x = -2, y = -2;$$

Ответ: (2; 2), (-2; -2).

$$6) \begin{cases} \frac{x-3}{y+2} = 4 \\ (x-3)^2 + (y+2)^2 = 17 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x-3 = 4(y+2) \\ (y+2)^2 + 16(y+2)^2 - 17 = 0; \quad y+2 = \pm 1; \\ y \neq -2 \end{cases}$$

$$y = -1, x = 7; y = -3, x = -1;$$

Ответ: (7; -1), (-1; -3).

$$1823 \text{ (c). a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x^4 - y^4 = 65 \end{cases} ; \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = 65 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} ; \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 4 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 2 \end{cases} ;$$

Ответ: (3; 2), (3; -2), (-3; 2), (-3; -2).

$$6) \begin{cases} 2x^4 = x^2y^2 + 1 \\ 3x^4 = x^2y^2 + 2 \end{cases} ;$$

Вычитая из второго первое получаем:  $\begin{cases} x^4 = 1 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases} ; x = \pm 1, y = \pm 1;$

Ответ: (1; 1), (1; -1), (-1; 1), (-1; -1).

$$1824 \text{ (c). a) } \begin{cases} y + x^3 = 4 \\ 3y + y^2 + 2x^3 = 20 \end{cases} ;$$

$$y^2 + y - 12 = 0; y = -4, x = 2; y = 3, x = 1;$$

Ответ: (2; -4), (1; 3).

$$6) \begin{cases} y^4 + x = 3; \\ 2x^2 - 5x + 3y^4 = 1; \end{cases};$$

$$2x^2 - 8x + 8 = 0; x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2, y = \pm 1;$$

Ответ: (2;  $\pm 1$ ).

$$1825 \text{ (с). а) } \begin{cases} x^3 y^5 = 32 \\ x^5 y^3 = 8 \end{cases};$$

(0; y) не является решением при всех y, (x; 0) не является решением при всех x;

$$\frac{x^3 y^5}{x^5 y^3} = \frac{32}{8} 4; y^2 = 4x^2; y = \pm 2x;$$

$$1) x^5 \cdot 8x^3 = 8; x = \pm 1, y = \pm 2;$$

$$2) -x^5 \cdot 8x^3 = 8 \text{ — решений нет};$$

Ответ: (1; 2), (-1; -2).

$$6) \begin{cases} (x+2y)^3(x-2y)^2 = 9 \\ (x-2y)^3(x+2y)^2 = -27; \end{cases}$$

$$x-2y = -3(x+2y) \text{ (аналогично пункту а);}$$

$$4x = -4y; x = -y; y^3 y^2 = 1; y = 1, x = -1;$$

Ответ: (-1; 1).

$$1826 \text{ (с). а) } \begin{cases} \frac{x}{y} - xy = -9 \\ 2xy - \frac{3y}{x} = 23 \end{cases};$$

$$2\frac{x}{y} - 3\frac{y}{x} - 5 = 0; 2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) - 3 = 0;$$

$$1) \frac{x}{y} = -\frac{1}{2}; \begin{cases} y = -2x \\ -4x^2 + 6 = 23, \end{cases}; \text{ решений нет;}$$

$$2) \frac{x}{y} = 3; \begin{cases} x = 3y \\ 3 - 3y^2 = -9; \end{cases}; \begin{cases} y = \pm 2 \\ x = \pm 6; \end{cases}$$

Ответ: (6; 2), (-6; -2).

$$6) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x}{y} = -\frac{5}{6}; \\ \frac{x^2 + xy}{xy - y^2} = \frac{1}{6} \end{cases}; \frac{x}{y} = a; \frac{x+y}{x-y} = b; (y \neq 0, x \neq y);$$

$$\begin{cases} b+a=-\frac{5}{6}; \\ ab=\frac{1}{6} \end{cases}; \begin{cases} a=-\frac{5}{6}-b \\ b^2+\frac{5}{6}b+\frac{1}{6}=0 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} b=-\frac{1}{2}; \\ a=-\frac{1}{3} \end{cases}; \begin{cases} 2x+2y=y-x \\ 3x=-y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases}; \begin{cases} y=-3x \\ 3x=-y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases};$$

$(c; -3c), c \neq 0$  — любое число;

$$2) \begin{cases} b=-\frac{1}{3}; \\ a=-\frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} 3x+3y=y-x \\ 2x=-y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases}; \begin{cases} 4x=-2y \\ 2x=-y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases};$$

$(d, -2d), d \neq 0$  — любое число;

Ответ:  $(c; -3c), (c; -2c), c \in R \setminus \{0\}$ .

$$1827 \text{ (с). а) } \begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 0 \\ y^2 - 3xy = 16 \end{cases};$$

$(x; 0)$  не является решением для всех  $x \Rightarrow y \neq 0$ ;

$$2\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0; \quad \frac{x}{y} = -1, \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{2};$$

$$1) \begin{cases} x = -y \\ y^2 + 3y^2 = 16 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases}, \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} y = 2x \\ 4x^2 - 6x^2 = 16 \end{cases}; \text{ решений нет;}$$

Ответ:  $(-2; 2), (2; -2)$ .

$$б) \begin{cases} 3x^2 - xy = 10y^2 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4 \end{cases};$$

$$3\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} - 10 = 0 \text{ (аналогично пункту а);}$$

$$\frac{x}{y} = -\frac{5}{3}, \quad \frac{x}{y} = 2;$$

$$1) \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - 4y^2 + y^2 = 4 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}, \begin{cases} y = -2 \\ x = -4 \end{cases},$$

$$2 \begin{cases} x = -\frac{5}{3}y \\ \frac{25}{9}y^2 + 10y^2 + y = 4 \end{cases}; y^2 = \frac{36}{64}; \begin{cases} y = \frac{3}{4} \\ x = -\frac{5}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = -\frac{3}{4} \\ x = \frac{5}{4} \end{cases};$$

Ответ: (4; 2), (-4; -2),  $\left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right)$ ,  $\left(\frac{5}{4}; -\frac{3}{4}\right)$ .

$$1828 \text{ (c). a) } \begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = -1 \\ 2x^2 - 3xy - 3y^2 = -4 \end{cases}; \left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{1}{2},$$

$$\left(\frac{x}{y}\right) = -7 \text{ (аналогично предыдущей задаче);}$$

$$1) \begin{cases} y = -2x \\ x^2 - 6x^2 + 4x^2 = -1 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}, \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -7y \\ 49y^2 - 21y^2 + y^2 = -1 \end{cases}; \text{решений нет;}$$

Ответ: (1; -2), (-1; 2).

$$b) \begin{cases} x^2 + xy + 4y^2 = 6 \\ 3x^2 + 8y^2 = 14 \end{cases}; \left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{1}{2},$$

$$\left(\frac{x}{y}\right) = 4 \text{ (аналогично предыдущей задаче);}$$

$$1) \begin{cases} y = -2x \\ x^2 - 2x^2 + 16x^2 = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = \sqrt{\frac{2}{5}} \\ y = -2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}, \begin{cases} x = -\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y = 2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 4y \\ 48y^2 + 8y^2 = 14 \end{cases}, \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}, \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases};$$

Ответ: (2; 1/2),  $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}; -2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$ ,  $\left(-\sqrt{\frac{2}{5}}; 2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$ .

$$1829 \text{ (c). a) } \begin{cases} x - 2xy + y = -17 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}; x + y = a, xy = b; \begin{cases} a - 2b = -17 \\ a^2 - 2b = 25 \end{cases};$$

$$x^2 - a - 42 = 0, \begin{cases} a = 7 \\ b = 12 \end{cases}; \begin{cases} x = 7 - y \\ 7y - y^2 = 12 \end{cases}; y^2 - 7y + 12 = 0;$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases}, \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases},$$

$$2) \begin{cases} a = -6 \\ b = \frac{11}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = -6 - y \\ -6y - y^2 = \frac{11}{2} \end{cases}; 2y^2 + 12y + 11 = 0;$$

$$\begin{cases} y = \frac{-6 \pm \sqrt{14}}{2} \\ x = -6 + \frac{6 \mp \sqrt{14}}{2} \end{cases};$$

Эти решения иррациональны;

Ответ: (3; 4), (4; 3).

$$6) \begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 18 \\ xy + x^2 + y^2 = 19 \end{cases}; \begin{cases} a - b = 1 \\ b^2 - a = 19 \end{cases};$$

$$b = 5, a = 6; \begin{cases} a - b = 1 \\ b^2 - a = 19 \end{cases};$$

$$b^2 - b - 20 = 0;$$

$$1) \begin{cases} b = 5 \\ a = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 6 \end{cases};$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}, \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} b = -4 \\ a = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = -4 - y \\ y^2 + 4y + 5 = 0 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

$$1830 \text{ (с). а)} \begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 12 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$x + y = a, xy = b; \begin{cases} \frac{a(a^2 - 3b)}{b} = 12 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

$$\begin{cases} b = 3a \\ a^2 - 9a = 36 \end{cases}; a^2 - 9a - 36 = 0;$$

$$1) \begin{cases} a = 12 \\ b = 36 \end{cases}; \begin{cases} x = 12 - y \\ 12y - y^2 = 36 \end{cases};$$

$$y^2 - 12y + 36 = 0; \begin{cases} y = 6 \\ x = 6 \end{cases};$$



$$2) \begin{cases} a = -3 \\ b = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = -3 - y \\ -3y - y^2 = 9 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (6; 6).

$$6) \begin{cases} xy(x+y) = 20 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}; xy = a, x+y = b;$$

$$\begin{cases} ab = 20 \\ b = \frac{5}{4}a \end{cases}; \frac{5}{4}a^2 = 20; a^2 = 16;$$

$$1) \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 4 \end{cases}; y^2 - 5y + 4 = 0; \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}; \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} a = -4 \\ b = -5 \end{cases}; \begin{cases} x = -5 - y \\ y^2 + 5y - 4 = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \\ x = -5 - \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \end{cases};$$

эти корни не являются рациональными;

Ответ: (4; 1), (1; 4).

1833 (с). а)  $y = ax^2 + bx + c$ , M(1; -2), P(-1; 8), Q(0; 1);

$$\begin{cases} -2 = a + b + c \\ 8 = a - b + c \\ 1 = c \end{cases}; \begin{cases} b = -5 \\ c = 1 \\ a = 2 \end{cases}; y = 2x^2 - 5x + 1.$$

6)  $y = ax^2 + bx + c$ , M(-1; 6), P(2; 9), Q(1; 2);

$$\begin{cases} 6 = a - b + c \\ 9 = 4a + 2b + c \\ 2 = a + b + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ 4 = a + c \\ 13 = 4a + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ a = 3 \\ c = 1 \end{cases}; y = 3x^2 - 2x + 1.$$

$$59.16 (1834). а) \begin{cases} \sqrt{x-y} + \sqrt{x+3y} = 4 \\ 2x - y = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ \sqrt{-x+4} + \sqrt{7x-12} = 4 \end{cases}; \begin{cases} -x+4 = 16 + 7x-12 - 8\sqrt{7x-12} \\ y = 2x-4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} -8x = -8\sqrt{7x-12} \\ y = 2x-4 \end{cases}; \begin{cases} 7x-12 = x^2 \\ y = 2x-4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 12 = 0 \\ y = 2x-4 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases};$$

Ответ: (4; 4), (3; 2).

$$6) \begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ \sqrt{2x+y} + \sqrt{6x-3y} = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ \sqrt{5-x} + \sqrt{15x-15} = 2 \end{cases}; \begin{cases} 15x - 15 = 4 + 5 - x - 4\sqrt{5-x} \\ 2 - \sqrt{5-x} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x - 24 = -4\sqrt{5-x} \\ 1 \leq x \leq 5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \sqrt{5-x} = 6 - 4x \\ 1 \leq x \leq 5 \end{cases}; \begin{cases} 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ 5-x = 36 + 16x^2 - 48x \end{cases};$$

$$\begin{cases} 16x^2 - 47x + 31 = 0 \\ 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases};$$

Ответ: (1; 2).

$$59.17 (1835). a) \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5 \\ xy = 216 \end{cases}; \begin{cases} x = 216/y \\ \frac{6}{\sqrt[3]{y}} + \sqrt[3]{y} = 5 \end{cases};$$

$$(\sqrt[3]{y})^2 - 5\sqrt[3]{y} + 6 = 0;$$

$$1) \sqrt[3]{y} = 3; y=27, x=8; 2) \sqrt[3]{y} = 2; y=8, x=27;$$

Ответ: (27; 8), (8; 27).

$$6) \begin{cases} \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 1 \\ \sqrt{xy} = 4 \end{cases}; \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{y}} \\ \frac{2}{\sqrt[4]{y}} - \sqrt[4]{y} - 1 = 0 \end{cases};$$

$$\sqrt{y} + \sqrt[4]{y} - 2 = 0; 1) \sqrt[4]{y} = 1; \begin{cases} y = 1 \\ x = 16 \end{cases};$$

$$2) \sqrt[4]{y} = -2; \text{ решений нет;}$$

Ответ: (16; 1).

$$59.18 (1836). a) \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} + 2 = 3\sqrt{\frac{y+5}{x+3y}} \\ xy + 2x = 13 - 4y \end{cases};$$

$$\frac{x+3y}{y+5} + 2\sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} - 3 = 0;$$

$$\frac{x+3y}{y+5}=1 \left( \sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} = -3 \text{ не подходит,} \right.$$

$$\text{т.к. } \sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} \geq 0 \Big); \quad x+3y=y+5; \quad \begin{cases} x=5-2y \\ 5y-2y^2+10-4y=13-4y \end{cases};$$

$$2y^2-5y+3=0; \quad \begin{cases} y=1 \\ x=3 \end{cases}, \quad \begin{cases} y=3/2 \\ x=2 \end{cases};$$

Ответ: (3; 1), (2; 3/2).

$$6) \begin{cases} x^2+4x-y^2-3y=0 \\ \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}+3\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}=4 \end{cases}; \quad \frac{x+y}{x-y}-4\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}+3=0;$$

$$1) \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=1; \quad x+y=x-y; \quad y=0; \quad x^2+4x=0; \quad x=0 \text{ — не подход} \\ x=-4;$$

$$2) \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=3; \quad x+y=9x-9y; \quad \begin{cases} x=\frac{5y}{4} \\ \frac{25y^2}{16}+5y-y^2-3y=0 \end{cases};$$

$$9y^2+32y=0; \quad \begin{cases} y=-\frac{32}{9} \\ x=-\frac{40}{9} \end{cases};$$

Ответ: (-4; 0),  $\left(-\frac{40}{9}; -\frac{32}{9}\right)$ .

$$1837 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{3}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2}+1 \end{cases}; \quad \frac{x}{y}-\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{x}{y}}+1=0;$$

$$1) \sqrt{x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{y}; \quad \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}+\sqrt{y}=\sqrt{2}+1; \quad \sqrt{y}=\sqrt{2}; \quad \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases};$$

$$2) \sqrt{x}=\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{2}}; \quad 2\sqrt{\frac{y}{2}}+\sqrt{y}=\sqrt{2}+1; \quad \sqrt{y}=1; \quad \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases};$$

Ответ: (1; 2), (2; 1).

$$6) \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}}-2\sqrt{\frac{x}{y}}=1 \\ \sqrt{5x+y}+\sqrt{5x-y}=4 \end{cases};$$

$$1) \frac{y}{x} - \sqrt{\frac{y}{x}} - 2 = 0; \sqrt{y} = 2\sqrt{x}, \quad y = 4x; \sqrt{9x} + \sqrt{x} = 4; \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases};$$

$$2) \sqrt{y} = -\sqrt{x}; \quad x = y = 0 \text{ — не подходит;}$$

Ответ: (1; 4).

$$1838 \text{ (с). а) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{10}{3}; \\ x + 2y = 9 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - \frac{10}{3}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 = 0; \\ x + 2y = 9 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2} = 9 \end{cases};$$

$$36y - 8y^2 = y^2; \quad y(4 - y) = 0; \quad \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 9 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{1}{3} \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9(9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2}) = 1 \end{cases};$$

$$18\sqrt{9y - 2y^2} = 9y - 80; \quad 324(9y - 2y^2) = 81y^2 - 1440y + 6400;$$

$$720y^2 - 4356y + 6400 = 0; \text{ решений нет;}$$

Ответ: (1; 4), (9; 0).

$$6) \begin{cases} 3x - y = 3 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} = \frac{65}{8} \end{cases};$$

$$(\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2 - \frac{65}{8}(\sqrt{x} + 2\sqrt{y}) + 1 = 0;$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 8 \\ y = 3x - 3 \end{cases}; \quad 12x - 12 = 64 + x - 16\sqrt{x}; \quad 76 - 11x = 16\sqrt{x};$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{76}{11} \\ 121x^2 + 5776 - 1928x = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}; \quad x = \frac{1444}{121} \text{ — не подходит;}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = \frac{1}{8} \\ y = 3x - 3 \end{cases}; \quad 12x - 12 = \frac{1}{64} + x - \frac{\sqrt{x}}{4}; \quad 16\sqrt{x} = 769 - 704x;$$

решений нет;

Ответ: (4; 9).

$$1839 \text{ (c). a) } \begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = x; \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 3y; \end{cases}$$

$$3\sqrt{3y+x} = 3y+x; \sqrt{3y+x} \cdot (\sqrt{3y+x}-3) = 0;$$

$$x = -3y, \sqrt{3y+x} = 3; 3\sqrt{6y-x} = 6y-x;$$

$$\sqrt{6y-x} \cdot (\sqrt{6y-x}-3) = 0; 6y = x; \sqrt{6y-x} = 3;$$

$$1) \begin{cases} x = -3y \\ 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -3y \\ \sqrt{9y} = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x = 9-3y \\ 6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = 9-3y \\ \sqrt{6y-9+3y} = 2 \end{cases}; y-1=1; \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases};$$

Ответ: (0;0), (-3;1), (6;1), (3;2).

$$6) \begin{cases} \sqrt{2x-3y} + \sqrt{4x+3y} = 2x \\ 2\sqrt{2x-3y} = \sqrt{4x+3y}-3y \end{cases}; 3\sqrt{2x-3y} = 2x-3y;$$

$$\sqrt{2x-3y} \cdot (\sqrt{2x-3y}-3) = 0; 2x = 3y, 2x = 9+3y;$$

$$3\sqrt{4x+3y} = 4x+3y; \sqrt{4x+3y} \cdot (\sqrt{4x+3y}-3) = 0;$$

$$4x = -3y; 4x = 9-3y;$$

$$1) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} 2x = 9+3y \\ 18+6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 2x = 9+3y \\ 18+6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases};$$

Ответ: (0;0), (3/2;1), (3/2;-2), (3;-1).

$$3) \begin{cases} x = 9-3y \\ 6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = 9 - 3y \\ \sqrt{6y - 9 + 3y} = 2 \end{cases}; y - 1 = 1; \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases};$$

ОТВЕТ: (0;0), (-3;1), (6;1), (3;2).

$$6) \begin{cases} \sqrt{2x - 3y} + \sqrt{4x + 3y} = 2x \\ 2\sqrt{2x - 3y} = \sqrt{4x + 3y} - 3y \end{cases}; 3\sqrt{2x - 3y} = 2x - 3y;$$

$$\sqrt{2x - 3y} \cdot (\sqrt{2x - 3y} - 3) = 0; 2x = 3y, 2x = 9 + 3y,$$

$$3\sqrt{4x + 3y} = 4x + 3y; \sqrt{4x + 3y} \cdot (\sqrt{4x + 3y} - 3) = 0;$$

$$4x = -3y; 4x = 9 - 3y;$$

$$1) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = 9 - 3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = 9 - 3y \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases};$$

ОТВЕТ: (0;0), (3/2;1), (3/2;-2), (3;-1).

$$1840 \text{ (c). a) } \begin{cases} 2^{6x-2y} = 4^{x+y+10} \\ 3^{x^2} = 3^{11+y} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 11 \\ 6x - 2x^2 + 22 = 2(x + x^2 - 11 + 10) \end{cases};$$

$$4x^2 - 4x - 24 = 0; x^2 - x - 6 = 0; \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = -7 \end{cases};$$

ОТВЕТ: (3; -2), (-2; -7).

$$6) \begin{cases} \frac{343^{x/y}}{7^{x-y}} = 49 \\ \frac{5^{x/y}}{25^{x-y}} = 1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{x}{y} - 2x + 2y = 2 \\ 3\frac{x}{y} - x + y = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5x - 5y = 2 \\ 15\frac{x}{y} = 12 \end{cases}; 5x = 4y; \begin{cases} y = -2 \\ x = -1,6 \end{cases};$$

ОТВЕТ: (-1,6; -2).

$$1841 \text{ (c). a) } \begin{cases} 5^{\sqrt{x}} = 5^{3-\sqrt{y}} \\ (0,25^x)^y = \frac{1}{2^{16}} \end{cases}; \begin{cases} \sqrt[3]{x} = 3 - \sqrt[3]{y} \\ 2xy = 16 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \frac{8}{y} \\ \frac{2}{\sqrt[3]{y}} - 3 + \sqrt[3]{y} = 0 \end{cases}; \sqrt[3]{y^2} - 3\sqrt[3]{y} + 2 = 0;$$

$$1) \sqrt[3]{y} = 2; \begin{cases} y = 8 \\ x = 1 \end{cases}; 2) \sqrt[3]{y} = 1; \begin{cases} y = 1 \\ x = 8 \end{cases};$$

Ответ: (8; 1), (1; 8).

$$6) \begin{cases} 32^{\sqrt[3]{x-2y}} \cdot 8^{\sqrt[3]{x+y}} = 2^{13} \\ \frac{8^{\sqrt[3]{x-2y}}}{16^{\sqrt[3]{x+y}}} = 4 \end{cases}; \begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 3\sqrt[3]{x-2y} - 4\sqrt[3]{x+y} = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 8\sqrt[3]{x-2y} - \sqrt[3]{x+y} = 15 \end{cases}; 29\sqrt[3]{x-2y} = 58; x-2y=8;$$

$$\begin{cases} x = 8 + 2y \\ \sqrt[3]{x+y} = 1 \end{cases}; 8 + 3y = 1; \begin{cases} y = -\frac{7}{3} \\ x = \frac{10}{3} \end{cases};$$

Ответ:  $\left(\frac{10}{3}; -\frac{7}{3}\right)$ .

$$59.19 \text{ (1842). a) } \begin{cases} 2^x \cdot 0,25^{-y} = 512 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}; \begin{cases} x + 2y = 9 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 25 + 4y - 20\sqrt{y} \\ 25 + 6y - 20\sqrt{y} = 9 \end{cases}; 8 + 3y = 10\sqrt{y}; \begin{cases} y \geq -\frac{8}{3} \\ 9y^2 - 52y + 64 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = \frac{16}{9} \\ x = \frac{49}{9} \end{cases}; \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases};$$

Ответ:  $\left(\frac{49}{9}; \frac{16}{9}\right), (1; 4)$  (В ответе задачника опечатка).

$$6) \begin{cases} 9^x \cdot 3^{y-3} = 729 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}; \begin{cases} 2x + y - 3 = 6 \\ \sqrt{x} = 1 + \sqrt{y} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y + 1 + 2\sqrt{y} \\ 2y + 2 + 4\sqrt{y} + y = 9 \end{cases}; 4\sqrt{y} = 7 - 3y; \begin{cases} y \leq \frac{7}{3} \\ 9y^2 - 58y + 49 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}; y = \frac{49}{9} \text{ — не подходит};$$

Ответ: (4; 1).

$$1843 \text{ (с). а) } \begin{cases} 6^{2x} + 6^x y = 12 \\ y^2 + y \cdot 6^x = -8 \end{cases};$$

Складывая оба уравнения получаем  $(6^x + y)^2 = 4$ ;  $y = \pm 2 - 6^x$ ,

$$1) \begin{cases} y = 2 - 6^x \\ 6^{2x} + 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} y = -2 - 6^x \\ 6^{2x} - 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (1; -4).

$$6) \begin{cases} 7^{2y} - 7^y \cdot x = 28 \\ x^2 - x \cdot 7^y = -12 \end{cases};$$

Складывая оба уравнения получаем  $(7^y - x)^2 = 16$ ;  $x = 7^y \pm 4$ ;

$$1) \begin{cases} x = 7^y + 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} - 4 \cdot 7^y = 28 \end{cases}; \text{решений нет};$$

$$2) \begin{cases} x = 7^y - 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} + 4 \cdot 7^y = 28 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases};$$

Ответ: (3; 1).

$$59.20 \text{ (1844). а) } \begin{cases} \log_{13}(x^2 + y^2) = 0,5 \log_{\pi} \pi^2 \\ \log_3 x - 1 = \log_3 2 - \log_3 y \end{cases}; \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases};$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = (x + y)^2 = 25; \quad x + y = \pm 5;$$

$$1) \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 6 \end{cases}; y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}; \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -5 - y \\ y^2 + 5y = 6 \end{cases}; y = -2, y = -3 \text{ — не подходят, т.к. } y > 0;$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).



$$6) \begin{cases} \log_7(x+y) = 4 \log_7(x-y) \\ \log_7(x+y) = 5 \log_7 3 - \log_7(x-y) \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+y = (x-y)^4 \\ x+y = \frac{243}{x-y} \end{cases}; \quad x+y = a, \quad x-y = b; \quad \begin{cases} a = b^4 \\ a = \frac{243}{b} \end{cases};$$

$$b^4 - \frac{243}{b} = 0; \quad b^5 = 243; \quad \begin{cases} b = 3 \\ a = 81 \end{cases}; \quad \begin{cases} x+y = 81 \\ x-y = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 42 \\ y = 39 \end{cases};$$

Ответ: (42; 39).

$$1845 \text{ (c). a) } \begin{cases} \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}; \\ 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases};$$

$$\log_x^2 y - \frac{5}{2} \log_x y + 1 = 0; \quad \log_x y = 2, \quad \log_x y = 1/2;$$

$$y = x^2, \quad y = \sqrt{x};$$

$$1) \begin{cases} -3x + 4\sqrt{x} - 1 = 0 \\ y = x^2 \end{cases}; \quad 3x - 4\sqrt{x} + 1 = 0;$$

$$\text{ОДЗ: } x, y > 0, x, y \neq 1; \quad \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{81} \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{1}{9} \\ y = \frac{1}{81} \end{cases};$$

$\sqrt{x} = 1$  — не подходит по ОДЗ;

$$2) \begin{cases} 4\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} - 1 = 0 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}; \quad \sqrt[4]{x} = 1 \text{ — не подходит по ОДЗ};$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{9}; \frac{1}{81}\right).$$

$$6) \begin{cases} \log_y x - 2 \log_x y = 1 \\ x^2 + 2y^2 = 3 \end{cases}; \quad \text{ОДЗ: } x, y > 0; x, y \neq 1;$$

$$\log_y^2 x - \log_y x - 2 = 0; \quad \log_y x = 2, \quad \log_y x = -1; \quad x = y^2, \quad x = \frac{1}{y};$$

$$1) \begin{cases} x = y^2 \\ y^4 + 2y^2 - 3 = 0 \end{cases}; \quad y^2 = -3 \text{ — не имеет решения};$$

$y^2 = 1$  — не подходит по ОДЗ;

$$2) \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ x^2 + \frac{2}{x^2} = 3 \end{cases}; x^4 - 3x^2 + 2 = 0; x^2 = 1 - \text{не подходит}; x^2 = 2;$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}; \text{Ответ: } \left( \sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

$$1846 \text{ (c). a) } \begin{cases} \log_2^2 y + \log_2 x \cdot \log_2 y - 2 \log_2^2 x = 0 \\ 9x^2 y - xy^2 = 1 \end{cases}; \text{ОДЗ: } x, y > 0,$$

$$\left( \frac{\log_2 y}{\log_2 x} \right)^2 + \frac{\log_2 y}{\log_2 x} - 2 = 0;$$

$$1) \log_2 y = \log_2 x \begin{cases} y = x \\ 9x^3 - x^3 = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$2) \log_2 y = -2 \log_2 x; \begin{cases} y = \frac{1}{x^2} \\ 9 - \frac{1}{x^3} = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 4 \end{cases};$$

Ответ:  $(1/2; 1/2), (1/2; 4)$ .

$$б) \begin{cases} 2 \log_3^2 x + \log_3 x \cdot \log_3 y - \log_3^2 y = 0 \\ xy + \frac{x^2}{y} = 28 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log_3 x \cdot (\log_3 x + \log_3 y) = 0 \\ xy + \frac{x^2}{y} = 28 \end{cases};$$

$\log_3 x = 0, \log_3 xy = 0$ ; ОДЗ  $x, y > 0$ ;

$$1) \begin{cases} x = \frac{1}{y} \\ 1 + \frac{1}{y^3} = 28 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 1 \\ y + \frac{1}{y} = 28 \end{cases}; y^2 - 28y + 1 = 0; y = 14 \pm \sqrt{195}; \begin{cases} y = 14 \pm \sqrt{195} \\ x = 1 \end{cases},$$

Ответ:  $(1; 14 \pm \sqrt{195}), \left( 3; \frac{1}{3} \right)$ .

$$1847 \text{ (c). a) } \begin{cases} x^2 + \lg x = y^2 + \lg y \\ \sqrt{x-y} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases};$$

ОДЗ:  $x, y > 0$ ; Первое из уравнений имеет вид  $f(x) = f(y)$ ,

где  $f(t)$  — возрастает  $\Rightarrow \Rightarrow$  оно эквивалентно уравнению

$$x = y; \sqrt{x-x} + \sqrt{x} + \sqrt{x} = 4; \sqrt{x} = 2; x = 4 = y;$$

Ответ: (4; 4).

$$\text{б) } \begin{cases} x + 2\sqrt{x} = y + 2\sqrt{y} \\ x^2 + x + y^2 + y = 12 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } x \geq y \geq 0;$$

$$x = y \text{ (аналогично пункту а); } x^2 + x + x^2 + x = 12;$$

$$x^2 + x - 6 = 0; x = 2 = y;$$

Ответ: (2; 2).

$$1848 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sin x \sin y = \frac{1}{4} \\ x + y = \frac{\pi}{3} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \cos(x+y) - \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{\pi}{3} - y \end{cases};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2y\right) = 1; \begin{cases} y = \frac{\pi}{6} + m \\ x = \frac{\pi}{6} - m \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\pi}{6} - m, \frac{\pi}{6} + m\right)$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} - y \\ \cos(2y) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2y\right) = -1 \end{cases};$$

$$\sin(2y) - \cos(2y) = 1;$$

$$\sin\left(2y - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}; \begin{cases} y = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{m}{2} \\ x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{m}{2} \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left((-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{m}{2}; (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{m}{2}\right).$$

$$59.21 (1849). a) \begin{cases} \sin x + \cos y = 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = -\cos y \\ \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \end{cases}; \begin{cases} y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \\ x = (-1)^p \cdot \frac{\pi}{6} + \pi p \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left( (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right), \left( (-1)^p \cdot \frac{\pi}{6} + \pi p; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \right).$$

$$6) \begin{cases} \cos x + \cos y = 0,5 \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1,75 \end{cases}; \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} - \cos y \\ \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases};$$

$$\frac{1}{4} - \cos y + \cos^2 y + \cos^2 y = \frac{1}{4}; \cos y \left( \cos y - \frac{1}{2} \right) = 0;$$

$$\begin{cases} y = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}; \begin{cases} y = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi p \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left( \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi n \right), \left( \frac{\pi}{2} + \pi p; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right).$$

$$59.22 (1831). a) \begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ 2x - 3y + z = 8 \\ -x + y - 5z = -8 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ -7y + 7z = 14 \\ 3y - 8z = -11 \end{cases}; \begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ -y + z = 2 \\ -5z = -5 \end{cases}; \begin{cases} z = 1 \\ y = -1 \\ x = -2 \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } (-2; -1; 1).$$

$$6) \begin{cases} 3x - 5y + z = -13 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ 2x - 2y + 5z = -6 \end{cases}; \begin{cases} -14y + 7z = -28 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ -8y + 9z = -16 \end{cases}; \begin{cases} 2y - z = 4 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ -8y + 9z = -16 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2y - 11z = 4 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ -35z = 0 \end{cases}; \begin{cases} z = 0 \\ y = 2 \\ x = -1 \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } (-1; 2; 0).$$

$$59.23 (1832), a) \begin{cases} x+y=-1 \\ x-z=2 \\ xy+xz+yz=-1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y=-1-x \\ z=x-2 \\ -x-x^2+x^2-2x-x^2+x+2=-1 \end{cases}; -x^2-2x+3=0; x^2+2x-3=0;$$

$$\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \\ z=-5 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=-1 \end{cases}$$

Ответ:  $(-3; 2; -5), (1; -2; -1)$ .

$$б) \begin{cases} x+y+2z=0 \\ x+2y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=5 \end{cases}; \begin{cases} y=1+z \\ x=-1-3z \\ 11z^2+8z-3=0 \end{cases}; \begin{cases} z=-1 \\ x=2 \\ y=0 \end{cases}; \begin{cases} z=3/11 \\ x=-(20/11) \\ y=14/11 \end{cases}$$

Ответ:  $(2; 0; -1), \left(-\frac{20}{11}; \frac{14}{11}; \frac{3}{11}\right)$ .

59.24 (1833). a)  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $M(-1; -2)$ ;  $P(-1; 8)$ ;  $Q(2; -1)$

$$\begin{cases} -2 = a + b + c \\ 8 = a - b + c \\ -1 = 4a + 2b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 3 \\ b = a + c - 8 \\ 4a + c = -1 - 2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -5 \\ c = 3 - a \\ 3a + 3 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 5x + 1$$

б)  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $M(-1; 6)$ ,  $P(2; 9)$ ,  $Q(1; 2)$ ;

$$\begin{cases} 6 = a - b + c \\ 9 = 4a + 2b + c \\ 2 = a + b + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ 4 = a + c \\ 13 = 4a + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ a = 3 \\ c = 1 \end{cases}; y = 3x^2 - 2x + 1.$$

59.25.  $\overline{abc} - ?$

$$\begin{cases} a+b+c=8 \\ a^2+b^2+c^2=26 \\ \overline{abc}+198=\overline{cba} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c=8 \\ a^2+b^2+c^2=26 \\ 100(a-c+1)+10(b-b+9)+c-a+8=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=10-2c \\ (c-2)^2+4(c-5)^2+c^2=26 \\ a-c=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c-2 \\ b=10-2c \\ 3c^2-22c+39=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=3 \end{cases}$$

$$3c^2-22c+39=0 \Rightarrow c=3, c=\frac{13}{3}$$

Ответ: 143.

59.26.  $a_1, a_2, a_3$  — ?

$$a_1 = a, a_2 = aq, a_3 = aq^2$$

$$a_2 + 6 = a + d, a_3 = a + 2d$$

$$a_2 + 6 = a \cdot \tilde{q}, a_3 + 48 = a \cdot \tilde{q}^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} aq + 6 = a + d \\ aq^2 = a + 2d \\ aq + 6 = a\tilde{q} \\ aq^2 + 48 = a\tilde{q}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = a(q-1) + 6 \\ q(q^2 - 1) = 2d \\ a(\tilde{q} - q) = 6 \\ a(\tilde{q}^2 - q) = 48 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a(q^2 - 2q + 1) = 12 \\ a(\tilde{q} - q) = 6 \\ \tilde{q} + q = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(q-1)^2 = 12 \\ a(4-q) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ q = 3 \end{cases}$$

Ответ: 3, 9, 27.

$$1850 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sin x \sin y = -\frac{1}{2} \\ \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = 1 \end{cases}; \begin{cases} \cos(x-y) - \cos(x+y) = -1 \\ \sin x \cos y - \sin y \cos x = 0 \end{cases}; \begin{cases} \sin(x-y) = 0 \\ \cos(x-y) - \cos(x+y) = -1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} \cos(x-y) = 1 \\ \cos(x+y) = 2 \end{cases}; \text{решений нет;}$$

$$2) \begin{cases} \cos(x-y) = -1 \\ \cos(x+y) = 0 \end{cases}; \begin{cases} x-y = \pi + 2m \\ x+y = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(2n+k) \\ y = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k-2n) \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(2n+k); -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k-2n) \right).$$

$$6) \begin{cases} \cos y \cos x = -\frac{1}{4} \\ \operatorname{tg} y = \operatorname{ctg} x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(x+y) = 0 \\ \cos(x+y) + \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \cos(x+y) = 0 \\ \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + \pi m \\ x-y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(2k+n) \\ y = \frac{\pi}{4} \mp \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n+2k); -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right), \left( -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n+2k); \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right).$$

$$1851 \text{ (c). } \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ b_1^3 + b_1^3 \cdot q^3 + b_1^3 \cdot q^6 + \dots = 192 \end{cases}; \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ \frac{b_1^3}{1-q^3} = 192 \end{cases};$$

$$\begin{cases} b_1 = 4(1-q) \\ b_1^3 = 192(1-q)(1+q+q^2) \end{cases}; \quad 64(1-q)^3 = 192(1-q)(1+q+q^2);$$

$q = 1$  — не подходит, т.к.  $|q| < 1$ ;  $(1-q)^2 = 3(1+q+q^2)$ ;

$$q^2 - 2q + 1 = 3q^2 + 3q + 3; \quad 2q^2 + 5q + 2 = 0;$$

$q = -2$  — не подходит, т.к.  $|q| < 1$ ;  $q = -(1/2)$ ;  $b_1 = 6$ .

1852 (c). Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  — цифры сотен, десятков и единиц соответственно;

$$\begin{cases} a+b+c=8 \\ a^2+b^2+c^2=26 \\ 100a+10b+c+198=100c+10b+a \end{cases}; \begin{cases} a+b+c=8 \\ 99a-99c=-198; \\ a^2+b^2+c^2=26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=c-2 \\ b=10-2c \\ c^2-4c+4+100+4c^2-40c+c^2=26 \end{cases}; \quad 6c^2-44c+78=0;$$

$$3c^2-22c+39=0; \quad c=\frac{13}{3} \text{ — не подходит, т.к. } c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\};$$

$$\begin{cases} c=3 \\ a=1; \\ b=4 \end{cases}$$

Ответ: 143.

1853 (c). В обозначениях предыдущей задачи имеем:

$$\begin{cases} a=xb \\ b=xc \\ a+y=b+1 \\ a+2y=c \end{cases}; \begin{cases} y=b+1-xb \\ a=xb \\ b=xc \\ x^2c+2xc-2x^2c+2=c \end{cases}; \quad x^2c-2xc+c-2=0;$$

решим это уравнение относительно  $x$ :

$$x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{c}}; \text{ учитывая, что } a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\}, \text{ получим:}$$

1)  $c=1$ ,  $x=1 \pm \sqrt{2}$ ,  $b=1 \pm \sqrt{2}$  — не подходит;

2)  $c=2$ ,  $x=0$  — не подходит;  $x=2, b=4, a=8, y=-3$ ;

искомое число — 842;

3)  $c=3$ ,  $x=1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$ ,  $b=3\left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  — не подходит;

$$4) c = 4, x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}}, b = 4 \left( 1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$5) c = 5, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}}, b = 5 \left( 1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$6) c = 6, x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}}, b = 6 \left( 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$7) c = 7, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}}, b = 7 \left( 1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$8) c = 8, x = \frac{3}{2}, b = 12, \text{ — не подходят; } x = \frac{1}{2}, b = 4, a = 2, y = -3;$$

искмое число — 248;

$$9) c = 9, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}, b = 9 \left( 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \text{ — не подходит;}$$

10)  $c=0, b=0, a=0$  — не подходят;

Ответ: 248, 842.

**59.27 (1854).** Пусть  $a, b$  и  $c$  — скорости работы первой, второй и третьей бригад соответственно. Тогда имеем:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + 4c = a + b + c; \\ a + b = 2(b + c) \end{cases};$$

$$\begin{cases} a - b - 2c = 0; \\ a + b - 6c = 0; \end{cases}; \begin{cases} a - b - 2c = 0; \\ 2b - 4c = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a - 2b = 0; \\ b - 2c = 0; \end{cases}; \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{b}{2}; \end{cases}; \frac{a}{c} = 4;$$

Ответ: в 4 раза.

### § 60. Задачи с параметрами

$$60.1 (1855). mx - x + 1 = m^2; x(m - 1) = m^2 - 1;$$

$$m = 1 \Rightarrow x - \text{любое число}; m \neq 1 \Rightarrow x = m + 1;$$

а)  $m \neq 1$ ; б) таких  $m$  нет; в)  $m = 1$ .

$$60.2 (1856). b^2x - x + 2 = b^2 + b; x(b^2 - 1) = b^2 + b - 2;$$

$$x(b^2 - 1) = (b - 1)(b + 2); b = 1, x - \text{любое число};$$

$$b = -1 \Rightarrow \text{нет решений}; b \neq \pm 1 \Rightarrow x = \frac{b + 2}{b + 1};$$



а)  $b \neq \pm 1$ ; б)  $b = -1$ ; в)  $b = 1$ .

**60.3 (1857).** а)  $a^2x - 4x + 2 = a$ ;  $x(a^2 - 4) = a - 2$ ;

$a = 2 \Rightarrow x$  — любое число;  $a = -2 \Rightarrow$  нет решений;

$$a \neq \pm 2 \Rightarrow x = \frac{1}{a+2}.$$

б)  $\frac{x}{a} + x - 1 = a$ ;  $x(1 + \frac{1}{a}) = a + 1$ ;

$a = 0$  — уравнение не имеет смысла;

$a = -1 \Rightarrow x$  — любое число;  $a \neq 0$ ,  $a \neq -1 \Rightarrow x = a$ .

**60.4 (1858).** а)  $mx - x + 1 \geq m^2$ ;  $x(m - 1) \geq m^2 - 1$ ;

$m = 1 \Rightarrow x$  — любое число;  $m > 1 \Rightarrow x \geq m + 1$ ;  $m < 1 \Rightarrow x \leq m + 1$ .

б)  $b^2x - x + 1 > b$ ;  $x(b^2 - 1) > b - 1$ ;  $b = 1 \Rightarrow$  нет решений;

$b = -1 \Rightarrow x$  — любое число;  $b \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ,  $x > \frac{1}{b+1}$ ;

$$b \in (-1; 1), x < \frac{1}{b+1}.$$

**60.5 (1859).** а)  $b^2x - bx \geq b^2 + b - 2$ ;

$x(b-1)b \geq (b-1)(b+2)$ ;

$b=1$ :  $0x \geq 0$   $x \in \mathbb{R}$ ;  $b=0$ :  $0x \geq -2$   $x \in \mathbb{R}$ ;

$b < 0$ ,  $b > 1$ :  $x \geq \frac{b+2}{b}$ ;  $0 < b < 1$ :  $x \leq \frac{b+2}{b}$ ;

б)  $\frac{x}{a} + x \leq a + 1$ ;  $x\left(\frac{a+1}{a}\right) \leq a + 1$ ;

$a = 0$  — неравенство не имеет смысла;

$a = -1$ ,  $x$  — любое число;  $a \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty) \Rightarrow x \leq a$ ;

$a \in (-1; 0)$ ,  $x \geq a$ .

**60.6 (1860).**  $ax^2 + 4x - a + 5 = 0$ ;  $a = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$ ;

$a \neq 0 \Rightarrow \frac{D}{4} = 4 - (5-a)a = a^2 - 5a + 4$ ; при  $a = 1, a = 4$ ,  $x = -\frac{2}{a}$ ;

при  $a \in (1; 4)$  нет решений;

при  $a < 1$ ,  $a > 4$   $x = \frac{-2 \pm \sqrt{a^2 - 5a + 4}}{a}$  — два решения;

а)  $a < 1$ ,  $a > 4$ ,  $a \neq 0$ ;

б)  $a = 1$ ,  $a = 4$ ,  $a = 0$ ; в)  $a \in (1; 4)$ .

60.7 (1861). а)  $y = 6x + a$ ;  $y = x^2$ ;  $y' = 2x$ ;

$y = 2x_0 \cdot x + x_0^2 - x_0 \cdot 2x_0$  — уравнение касательной к графику  $y = x^2$ ;

$x_0 = 3$ ,  $y = 6x - 9 \Rightarrow a = -9$ ;

Ответ:  $a = -9$ .

б)  $y = 4x$ ;  $y = x^2 + a$ .

Уравнение  $4x = x^2 + a$  должно иметь только одно решение

$(x^2 - 4x + 4) - 4 + a = (x - 2)^2 - 4 + a = 0$

Ответ:  $a = 4$ .

60.8 (1862). а)  $y = x^2 - 4x + 2$ ;  $y = -2x + b$ ; абсциссы точек пересечения графиков являются корнями уравнения;

$x^2 - 2x + 2 - b = 0$ ;  $\frac{D}{4} = 1 - 2 + b = b - 1$ ;

Ответ:  $b \geq 1$ .

б)  $y = x^2 + 6x + 7$ ;  $y = 2x + b$ ; аналогично п. а:  $x^2 + 4x + 7 - b = 0$ ;

$\frac{D}{4} = 4 - 7 + b = b - 3$ ;

Ответ:  $b \geq 3$ .

60.9 (1863). а)  $\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 \\ y = 3x + a \end{cases}$ ;  $2x^2 - 8x + 1 - a = 0$ ;

$\frac{D}{4} = 16 - 2 + 2a = 14 + 2a \geq 0$ ;

Ответ:  $a \geq -7$ .

б)  $\begin{cases} y = 3x^2 - 4x - 2 \\ y = -10x + a \end{cases}$ ;  $3x^2 + 6x - 2 - a = 0$ ;  $\frac{D}{4} = 9 + 6 + 3a = 3a + 15 \geq 0$ ;

Ответ:  $a \geq -5$ .

60.10 (1864).  $ax^2 + 4x - 3 + a > 0$ ;  $a = 0 \Rightarrow x > \frac{3}{4}$ ;  $a \neq 0$ ;

$\frac{D}{4} = -(a^2 - 3a - 4)$ ;

а) неравенство выполняется при любых  $x$ , если:  $\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} a > 0 \\ D > 0 \end{cases}$ ;  $a > 4$ ;

б) неравенство не имеет решений, если:  $\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} a > 0 \\ a^2 - 3a - 4 > 0 \end{cases}$ ;  $a < -1$ ;

60.11 (1865). а)  $y = 2x^2 - 3ax + 2$ ;

ось симметрии данной параболы — прямая  $x = \frac{3a}{4}$ ;  $\frac{3a}{4} < -3$ ;  $a < -4$ .

б)  $y = 5x^2 - 2ax + 2$ ; Ось симметрии параболы —  $x = \frac{a}{5}$ ;  $\frac{a}{5} > 4$ ;  $a > 20$ .

60.12 (1866). а)  $\sqrt{x-2}(x-a) \geq 0$ ;  $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-a \geq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq a \end{cases}$ ;

Ответ:  $x \geq 2$ , если  $a < 2$ ;  $x \geq a$ , если  $a \geq 2$ .

б)  $(6-x) \cdot \sqrt{x-a} > 0$ ;  $\begin{cases} x-a > 0 \\ 6-x > 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x > a \\ x < 6 \end{cases}$ ;

Ответ:  $a < x < 6$ , если  $a < 6$ ; нет решений, если  $a \geq 6$ .

60.13 (1867). а)  $x^2 - 2bx + b^2 - 4b + 3 = 0$ ;

уравнение имеет 2 корня, если  $D > 0$ ;

$$D/4 = b^2 - b^2 + 4b - 3 > 0; \quad b > \frac{3}{4};$$

Ответ:  $b = 1$ ;

б)  $x^2 + 2(b-2)x + b^2 - 10b + 12 = 0$ ;

$$D/4 = b^2 - 4b + 4 - b^2 + 10b - 12 > 0; \quad b > \frac{4}{3};$$

Ответ:  $b = 2$ .

1868 (с). а)  $x^2 - 8ax + 27 = 0$ ;  $D/4 = 16a^2 - 27 > 0$ ;

$$a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}; +\infty\right) \text{ — при таких } a \text{ уравнение имеет 2 корня;}$$

$$x = 4a \pm \sqrt{16a^2 - 27};$$

$$1) \frac{4a + \sqrt{16a^2 - 27}}{4a - \sqrt{16a^2 - 27}} = 3; \quad \sqrt{16a^2 - 27} = 2a; \quad \begin{cases} a \geq 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}; \quad a = 1,5;$$

$$2) \frac{4a - \sqrt{16a^2 - 27}}{4a + \sqrt{16a^2 - 27}} = 3; \quad \sqrt{16a^2 - 27} = -2a; \quad \begin{cases} a \leq 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}; \quad a = -1,5;$$

Ответ:  $a = \pm 1,5$ .

б)  $x^2 - 10ax + 24 = 0$ ;  $D/4 = 25a^2 - 24 > 0$ ;

$$a \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{24}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{24}}{5}; +\infty\right); \quad x = 5a \pm \sqrt{25a^2 - 24};$$

$$1) \frac{5a + \sqrt{25a^2 - 24}}{5a - \sqrt{25a^2 - 24}} = \frac{2}{3}; \quad 5a + 5\sqrt{25a^2 - 24} = 0; \quad \sqrt{25a^2 - 24} = -a;$$

$$\begin{cases} a \leq 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}; \quad a = -1;$$

$$2) \frac{5a - \sqrt{25a^2 - 24}}{5a + \sqrt{25a^2 - 24}} = \frac{2}{3}; \sqrt{25a^2 - 24} = a; \begin{cases} a \geq 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}; a = 1;$$

Ответ:  $a = \pm 1$ .

**60.14 (1869).** а)  $y = (3a+1)x^2 + 2x - 5$ ; вершина параболы  $(x_a; y_a)$  лежит внутри IV координатной четверти, если  $x_a > 0, y_a < 0$ ;

$$x_a = -\frac{1}{3a+1} > 0; 3a+1 < 0; a < -\frac{1}{3}; y_a = \frac{1}{3a+1} - \frac{2}{3a+1} - 5 < 0;$$

$$\frac{-1-15a-5}{3a+1} < 0; \frac{15a+6}{3a+1} > 0; \text{поскольку } 3a+1 < 0, \text{ то } 15a+6 < 0; a < -\frac{2}{5},$$

$$\begin{cases} a < -\frac{2}{5} \\ a < -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a < -\frac{2}{5};$$

Ответ:  $a < -\frac{2}{5}$ .

б)  $y = 3x^2 + (4a-1)x + 3$ ;  $x_a > 0, y_a > 0$ ;

$$x_a = -\frac{4a-1}{6} > 0; a < \frac{1}{4}; y_a = \frac{16a^2-8a+1}{12} - \frac{16a^2-8a+1}{6} + 3 > 0;$$

$$-16a^2 + 8a - 1 + 36 > 0; 16a^2 - 8a - 35 < 0;$$

$$-\frac{5}{4} < a < \frac{7}{4}; \begin{cases} -\frac{5}{4} < a < \frac{7}{4} \\ a < \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4}; \text{ Ответ: } -\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4}.$$

**60.15 (1870).** а)  $(\log_3 a)x^2 - (2\log_3 a - 1)x + \log_3 a - 2 = 0$ ; ОДЗ:  $a > 0$ ;

1)  $a = 1$ ; тогда уравнение примет вид:  $x - 2 = 0$ ;

$x = 2$  — единственный корень;

2)  $a \neq 1$ ; тогда для существования единственного корня необходимо:

$$D = 4\log_3^2 a - 4\log_3 a + 1 - 4\log_3^2 a + 8\log_3 a = 0; \log_3 a = \frac{1}{-4}; a = \frac{1}{\sqrt[4]{3}};$$

Ответ:  $a = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ .

б)  $(\log_4 a)x^2 + (2\log_4 a + 1)x + \log_4 a + 2 = 0$ ;

1)  $a = 1$ ; уравнение имеет вид:  $x + 2 = 0$ ;  $x = -2$ ;

2)  $a \neq 1$ ; уравнение не имеет корней, если

$$D = 4\log_4^2 a + 4\log_4 a + 1 - 4\log_4^2 a - 8\log_4 a < 0;$$

$$\log_4 a > \frac{1}{4}; a > \sqrt{2};$$

Ответ:  $a > \sqrt{2}$ .

$$60.16. a) 48 \cdot 4^x + 27 = a + a \cdot 4^{x+2}$$

$$(a-3)4^{x+2} = 27 - a \Rightarrow \frac{27-a}{a-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 3 \\ a > 27 \end{cases}$$

Ответ:  $a \in (-\infty; 3) \cup (27; +\infty)$ .

$$б) 9^x + 2a \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$$

$$3^{2x} + 6a \cdot 3^x + 9 = 0$$

$$D = 36a^2 - 36 < 0 \Rightarrow |a| < 1$$

Ответ:  $a \in (-1; 1)$

$$60.17 (1871). a) 5^{2x} - 3 \cdot 5^x + a - 1 = 0;$$

это уравнение квадратное относительно  $5^x$ ,

уравнение имеет единственное решение,

если уравнение  $t^2 - 3t + a - 1 = 0$  имеет единственный положительный корень,

$$D = 9 - 4a + 4 = 13 - 4a;$$

$$1) D = 0; a = \frac{13}{4}; 5^x = \frac{3}{2} > 0;$$

$$2) D > 0; 5^x = \frac{3 \pm \sqrt{13 - 4a}}{2}$$

(второй корень всегда положителен);

$$13 - 4a \geq 9; a \leq 1;$$

$$\text{Ответ: } a \leq 1, a = \frac{13}{4}.$$

$$б) 0,01^x - 2(a+1) \cdot 0,1^x + 4 = 0.$$

Это уравнение — квадратное относительно  $t = 0,1^x$ .

$$t^2 - 2(a+1)t + 4 = 0.$$

$$1) \frac{D}{4} < 0 \quad (a+1)^2 - 4 = a^2 + 2a - 3 < 0; (a+3)(a-1) < 0; a \in (-3; 1).$$

$$2) \frac{D}{4} \geq 0 \quad t = a+1 \pm \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0;$$

$$\begin{cases} a+1 + \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0 \\ a+1 - \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Выберем больший: } a+1 + \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0; \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq -a-1,$$

$$\begin{cases} -a-1 \geq 0 \\ a^2 + 2a - 3 \leq a^2 + 2a + 1; \\ a \notin (-3; 1) \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -1 \\ a \in (-3; 1) \end{cases}$$

Ответ:  $(-\infty; -1] \cup (-3; 1)$ .

1872 (с). а)  $9^x + (a+4) \cdot 3^x + 4a = 0$ ;

$$D = a^2 + 8a + 16 - 16a = (a-4)^2 \geq 0;$$

при всех а;  $3^x = \frac{-(a+4) \pm (a-4)}{2} > 0$ ;  $\begin{cases} -a > 0; \\ -4 < 0; \end{cases}$

для существования корня нужно:  $-a > 0$ ;

Ответ:  $a < 0$ .

б)  $25^x - (a-2) \cdot 5^x - 2a = 0$ ;  $D = a^2 - 4a + 4 + 8a = (a+2)^2 \geq 0$  при всех а;

$$5^x = \frac{(a-2) \pm (a+2)}{2} = \begin{cases} -2; \\ a \end{cases};$$

Ответ:  $a > 0$ .

1873 (с). а)  $\sqrt{a \cos 2x - 3 \sin 2x} = \cos x$ ,  $x = 0$ ;  $\sqrt{a} = 1$ ;  $a = 1$ ;

$$\sqrt{\cos 2x - 3 \sin 2x} = \cos x; \text{ ОДЗ: } \cos x \geq 0; \cos 2x - 3 \sin 2x = \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x - 6 \sin x \cos x = \cos^2 x; \sin x \cdot (\sin x + 6 \cos x) = 0;$$

$$x = \pi n, x = -\arctg 6 + \pi n, \cos x \geq 0; \text{ Ответ: } x = 2\pi n, x = -\arctg 6 + 2\pi n.$$

б)  $\sqrt{2 \sin 2x - a \cos 2x} = -\sin x$ ,  $x = -\frac{\pi}{2}$ ;  $\sqrt{a} = 1$ ,  $a = 1$ ;

$$\sqrt{2 \sin 2x - \cos 2x} = -\sin x; \text{ ОДЗ: } \sin x \leq 0; 2 \sin 2x - \cos 2x = \sin^2 x;$$

$$4 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x - \sin^2 x = 0; \cos x \cdot (4 \sin x - \cos x) = 0;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, x = \arctg \frac{1}{4} + \pi n; \sin x \leq 0;$$

Ответ:  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, x = \arctg \frac{1}{4} + \pi + 2\pi n$ .

60.18 (1874). а)  $x(x+3)^2 + a = 0$ ;

$$x(x+3)^2 = -a; y = x^3 + 6x + 9x;$$

$$y' = 3x^2 + 12x + 9 = 0; x = -3,$$

$$x = -1 \text{ — экстремумы функции } y; y(-3) = 0;$$

$$y(-1) = (-1) \cdot (2)^2 = -4; -4 < -a = 0; 0 < a < 4;$$

$$б) x^3 - 12x + 1 = a; y = x^3 - 12x + 1; y' = 3x^2 - 12 = 0;$$

$$x = \pm 2; y(-2) = -8 + 24 + 1 = 17; y(2) = -15; -15 < a < 17;$$

60.19 (1875). а)  $x^4 - 8x^2 + 4 = a$ ;

$$y = x^4 - 8x^2 + 4; y' = 4x^3 - 16x = 0;$$

$$x = 0, x = 2; x = -2; y(0) = 4;$$

$$y(2) = 16 - 32 + 4 = -12; y(-2) = -12;$$

Ответ:  $a < -12$ .

б)  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 = a$ ;  $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$ ;

$$y' = x(12x^2 + 12x - 24) = 0; x = 0, x = -2; x = 1;$$

$$y(0) = 0; y(1) = -5; y(-2) = 48 - 32 - 48 = -32$$

Ответ:  $-5 \leq a \leq 0$ .

1876 (с). а)  $\sqrt{x} = x - a$ ; ОДЗ:  $x \geq 0$ ;  $a = x - \sqrt{x}$ ;  $y = x - \sqrt{x}$ ;

$$y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0; x = \frac{1}{4}; y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4};$$

Ответ: при  $a < -\frac{1}{4}$  решений нет, при  $a = -\frac{1}{4}$ ,  $a > 0$  — 1 решение, при

$$a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right] — 2 \text{ решения.}$$

б)  $\sqrt{4-x^2} = x + a$ ; ОДЗ:  $x \in [-2; 2]$ ;

$$\sqrt{4-x^2} - x = a; y = \sqrt{4-x^2} - x; y' = -\frac{2x}{2\sqrt{4-x^2}} - 1 = 0;$$

$$x = -\sqrt{4-x^2}; \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 4-x^2 \end{cases}; x = -\sqrt{2};$$

$$y(-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} — \text{максимум}; y(-2) = 2; y(2) = -2;$$

Ответ:  $a \in (-\infty; -2)$  — нет решений,  $a \in (2\sqrt{2}; +\infty)$  — нет решений,

$a \in [2; 2\sqrt{2})$  — 2 решения,  $a \in [-2; 2) \cup \{2\sqrt{2}\}$  — 1 решение.

1877 (с).  $|3x+6| = px+2$ ;

$$1) x \leq -2; x(3+p) = -8;$$

$$p = -3 \Rightarrow \text{решений нет}; p \neq -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{8}{p+3} \leq -2; \frac{2p-2}{p+3} \leq 0; p \in (-3; 1];$$

$$2) x > -2; x(3-p) = -4; p = 3 \Rightarrow \text{решений нет}; p \neq 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{p-1} > -2; \frac{2p-2}{p-3} > 0; p \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty);$$

$$а) p \in (-\infty; -3] \cup (3; +\infty) \cup \{1\}; б) p \in (-3; 1).$$

$$1878 (с). а) \begin{cases} y = |x-2| \\ y = ax+1 \end{cases}; |x-2| = ax+1;$$

$$1) x \geq 2; x(1-a) = 3;$$

$$a = 1 \Rightarrow \text{решений нет}; a \neq 1 \Rightarrow$$

$$x = \frac{3}{1-a} \geq 2; 2 + \frac{3}{a-1} \leq 0; \frac{2a+1}{a-1} \leq 0; a \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right);$$

$$2) x < 2; 1 = x \cdot (a+1); a = -1 \Rightarrow \text{решений нет};$$

$$a \neq -1 \Rightarrow x = \frac{1}{a+1} < 2; \frac{2a+1}{a+1} > 0, a \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right);$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right).$$

$$б) |x+4| = ax+2;$$

$$1) x \geq -4; x \cdot (1-a) = -2; a=1 \Rightarrow \text{решений нет}; a \neq 1 \Rightarrow$$

$$x = \frac{2}{a-1} \geq -4; \frac{4a-2}{a-1} \geq 0; a \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty);$$

$$2) x < -4; x \cdot (a+1) = -6; a=-1 \Rightarrow \text{решений нет}; a \neq -1 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{6}{a+1} < -4; \frac{4a-2}{a+1} < 0; a \in \left(-1; \frac{1}{2}\right);$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-1; \frac{1}{2}\right).$$

$$1879 \text{ (с). } |x^2 - 4x - 5| = a; y = |x^2 - 4x - 5|;$$

$x_0 = 2$  — абсцисса вершины

$$\text{параболы } y = x^2 - 4x - 5; y(2) = |4 - 8 - 5| = 9;$$

$$а) a = 0, a > 9; б) a \in (0; 9).$$

$$1880 \text{ (с). а) } (x-a)^2 - 12|x-a| + 35 = 0;$$

$$1) |x-a| = 7; x = 7+a, x = -7+a;$$

2)  $|x-a| = 5; x = 5+a, x = -5+a$ ; очевидно, уравнение должно иметь 2 положительных и 2 отрицательных корня, причем их знаки будут следующими:

$$\begin{cases} 7+a > 0 \\ 5+a > 0 \\ -5+a < 0 \\ -7+a < 0 \end{cases}; \begin{cases} a > -7 \\ a > -5 \\ a < 5 \\ a < 7 \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } a \in (-5; 5).$$

$$б) (x+a)^2 - 6|x+a| + 8 = 0;$$

$$1) |x+a| = 4; x = 4-a; x = -4-a;$$

$$2) |x+a| = 2; x = 2-a; x = -2-a;$$

т.к.  $-4-a < -2-a < 4-a$ , то для того, чтобы число положительных корней было больше числа отрицательных, нужно, чтобы  $-2-a \geq 0$ ;

$$\text{Ответ: } a \leq -2.$$



*Учебно-методическое издание*

**Сапожников Андрей Александрович**

**Домашняя работа  
по алгебре и началам  
математического  
анализа за 11 класс**

**Издательство «ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат  
№ 77.99.60.953.Д.000454.01.09 от 27.01.2009 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лапто*  
Дизайн обложки *А.Ю. Горелик*  
Компьютерная верстка *М.В. Власова, А.П. Юскова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.  
[www.examen.biz](http://www.examen.biz)

Е-mail: по общим вопросам: [info@examen.biz](mailto:info@examen.biz);  
по вопросам реализации: [sale@examen.biz](mailto:sale@examen.biz)  
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции  
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов  
в ОАО «Владимирская книжная типография»  
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7  
Качество печати соответствует  
качеству предоставленных диапозитивов

**По вопросам реализации обращаться по тел.:  
641-00-30 (многоканальный).**