

# Диагностические работы в формате

# ЕГЭ 2012

# МАТЕМАТИКА

Библиотечка  
СтатГрад



Выпуск 2-й

Разработано МИОО • [www.mioo.ru](http://www.mioo.ru)

# Математика

## Диагностические работы в формате ЕГЭ

*Библиотечка СтатГрад*

Издание соответствует новому Федеральному государственному  
общеобразовательному стандарту

Москва  
Издательство МЦНМО  
2012

*В сборнике использованы задачи, предложенные*

Яценко Иваном Валериевичем, Высоцким Иваном Ростиславовичем,  
Гузиным Дмитрием Дмитриевичем, Захаровым Петром Игоревичем,  
Панфёровым Валерием Семёновичем, Посицельской Марьей Алексеевной,  
Посицельским Семёном Ефимовичем, Сергеевым Игорем Николаевичем,  
Смирновым Владимиром Алексеевичем, Шестаковым Сергеем Алексеевичем,  
Шнолем Дмитрием Эммануиловичем

М34 Математика. Диагностические работы в формате ЕГЭ. — М.: МЦНМО, 2012. — 40 с.

ISBN 978-5-94057-944-1

Книга предназначена для подготовки к единому государственному экзамену по математике и содержит шесть полных вариантов ЕГЭ, составленных в соответствии со всеми нормативными документами ЕГЭ по математике 2012 года.

Книга адресована в основном будущим участникам ЕГЭ и учителям математики. Варианты составлены специалистами федеральной комиссии разработчиков ЕГЭ с использованием открытого банка заданий ЕГЭ ([www.mathege.ru](http://www.mathege.ru)) и системы СтатГрад (<http://statgrad.mioo.ru>).

Вариант 1 приведен с решениями заданий части 2, позволяющими проверить полноту и точность рассуждений читателя. Ответы имеются ко всем заданиям.

ББК 22.1я72

*Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включен в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.*

## МАТЕМАТИКА

### Диагностические работы в формате ЕГЭ

Подписано в печать 20.02.2012 г. Формат 60 × 90 1/8. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Печ. л. 2,25. Тираж 3000 экз. Заказ № 267.

Издательство Московского центра  
непрерывного математического образования.

119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-74-83

Отпечатано в ППП «Типография „Наука“».  
121099, Москва, Шубинский пер., 6.

---

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,  
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85. E-mail: [biblio@mcsme.ru](mailto:biblio@mcsme.ru)

---

## Введение

Сборник предназначен для подготовки к единому государственному экзамену по математике и содержит шесть вариантов ЕГЭ, составленных в соответствии с нормативными документами ЕГЭ по математике 2012 года. Варианты составлены специалистами федеральной комиссии разработчиков ЕГЭ. При составлении вариантов использовались задания из открытого банка заданий ЕГЭ (электронный адрес [www.mathege.ru](http://www.mathege.ru)).

Один вариант приведён с решениями заданий части 2, позволяющими проверить полноту и точность ваших рассуждений. Ответы имеются ко всем заданиям. К каждому варианту прикреплена копия бланка ЕГЭ.

Можно дать несколько практических указаний, как пользоваться этой книгой. Эта книга — сборник подготовительных заданий. Их нужно не читать, а решать. Какие задания и как решать — зависит, в первую очередь, от того, чего вы ждёте от экзамена.

1. Вы по математике успеваете слабо, и ваша цель — **преодолеть минимальный порог**, чтобы получить аттестат.

Тогда мы советуем вам сосредоточиться на заданиях B1—B4, B10 и B12. Эти задачи на математические ситуации повседневной жизни. Задачу B4 иногда решают без формул, подсчитывая площадь по клеткам. Если вы уверенно решаете в каждом варианте 5-6 заданий, то это означает, что вы владеете минимальной математической культурой и наверняка достигнете своей цели на ЕГЭ.

2. Ваша задача на ЕГЭ — **подтвердить свою школьную оценку и самооценку**; хороший балл по математике вам важен для поступления.

Тогда ваш экзамен состоит из всех заданий первой части (B1—B14) и заданий C1, C2. Эти задания — стандартные с точки зрения школьных программ. Обратите также внимание на задания C3 и C4. Они посложнее, чем C1 и C2. Но если у вас есть фантазия — эти задачи для вас.

3. Вы собираетесь поступать на математическую специальность института или университета. **Вам нужен очень высокий балл на ЕГЭ.**

Тогда вы должны уверенно решать все задания первой части и задания C1, C2 (как ни странно, наиболее подготовленные учащиеся часто ошибаются именно здесь по небрежности). Вам нужно уметь выполнять (может быть, с некоторыми недочётами) задания C3 и C4. Основной объект вашего внимания — задание C5, требующее умения комбинировать геометрические и алгебраические идеи. Задание C6 требует высокой математической культуры, но не очень много знаний. Вопрос в том, как применить имеющиеся знания.

## Как пользоваться готовыми решениями вариантов

1. **Вы не можете решить задачу** и решили посмотреть решение. Разберитесь в нём тщательно. Недостаточно просто прочесть решение и понять, что там написано. Нужно проделать самостоятельно все пропущенные выкладки, понять не только ход решения, но и снять все возникающие вопросы «почему». Когда вы разобрались в решении, попробуйте повторить его самостоятельно, воспроизводя все логические шаги и вычисления. Затем возьмите похожую задачу, но без решения. И решите её, ещё раз воспроизводя все логические построения и вычисления. Наконец, попробуйте изменить решение, улучшить или упростить его. Попробуйте решить похожую задачу с изменённым условием.

2. **Вы решили задание самостоятельно**, и ответ совпал. Это не означает, что ваше решение не содержит упущений. Сравните своё решение и решение, предложенное авторами. Попробуйте определить, в чём решения существенно различаются, а в чём схожи. Проверьте, нашли ли вы все возможные случаи, убедительно ли объяснили все свои построения и преобразования.

**Желаем удачи!**

## Вариант № 1

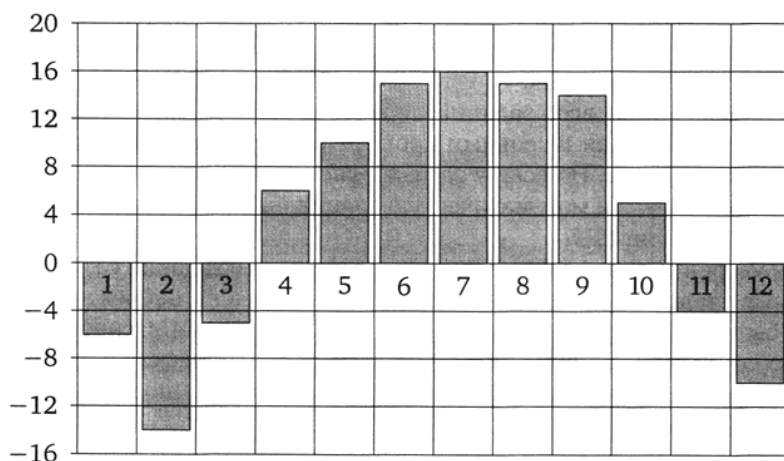
## Часть 1

Ответом на задания B1—B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** Шоколадка стоит 25 рублей. В супермаркете проходит рекламная акция: оплачивая две шоколадки, покупатель получает три (одну шоколадку в подарок). Какое наибольшее число шоколадок получит покупатель на 480 рублей?

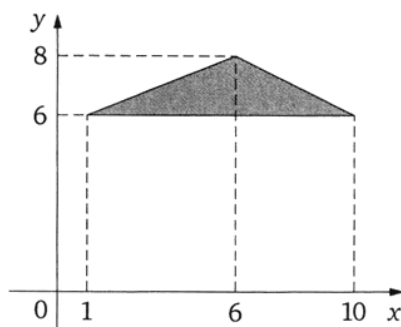
Ответ: \_\_\_\_\_

- B2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_

- B3** Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_

- B4** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой будет самый дешёвый заказ. Сколько рублей будет стоить заказ?

Фирма такси	Подача машины	Длительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх минимальной поездки
1	200 руб.	Нет	14 руб.
2	Бесплатно	15 мин, 300 руб.	17 руб.
3	120 руб.	10 мин, 200 руб.	16 руб.

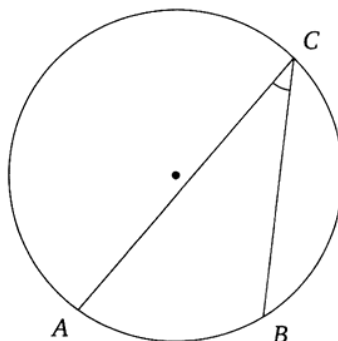
\* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ: \_\_\_\_\_

**B5** Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{10}{4x-26}} = \frac{1}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**B6** Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет  $\frac{5}{12}$  окружности. Ответ дайте в градусах.

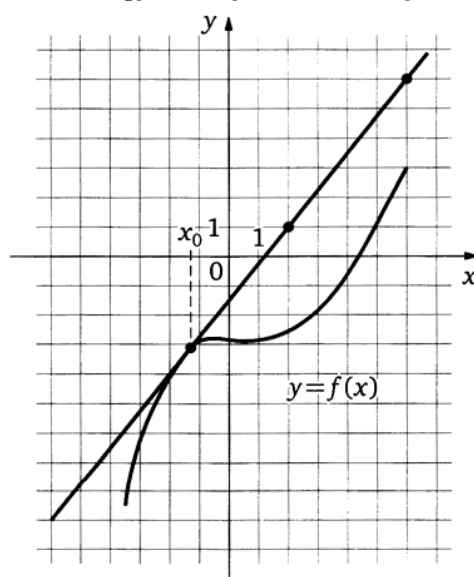


Ответ: \_\_\_\_\_

**B7** Найдите значение выражения  $5^{\log_{25} 16}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

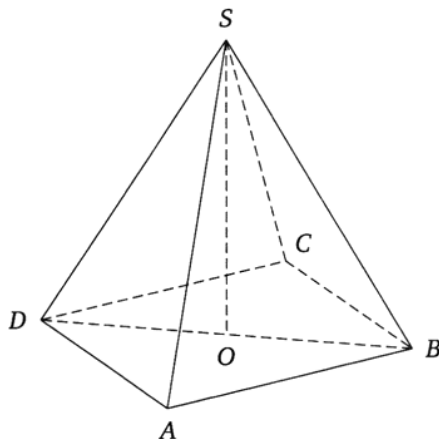
**B8** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_



- B9** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 3$ ,  $BD = 3,2$ . Найдите боковое ребро  $SC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- B10** Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов — первые два дня по 30 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. Порядок докладов определяется жребием. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: \_\_\_\_\_

- B11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 125 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз больше первого?

Ответ: \_\_\_\_\_



- B12** Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию  $q$  (единиц в месяц) от её цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 100 - 10p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = q \cdot p$  составит не менее 240 тыс. руб.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B13** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 15 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 90 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 54 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B14** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = (x - 22)e^{x-21}$  на отрезке  $[20; 22]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1—C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $4 \sin^2 x - 4 \sin x - 3 = 0$ .

б) Укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**C2** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $BD_1$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_4(x+7) + \log_4(x-5) \leq 0,5 + \log_{16}(x+23)^2, \\ 5^{x-4} + 16 \cdot 5^{6-x} > 40. \end{cases}$$

**C4** Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключённого между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3 \quad \text{является отрезок.}$$

**C6** Найдите несократимую дробь  $\frac{p}{q}$  такую, что

$$\frac{p}{q} = \frac{\overbrace{1234567888\dots 87654321}^{2000}}{\underbrace{12345678999\dots 987654321}_{1999}}.$$



## Вариант № 2

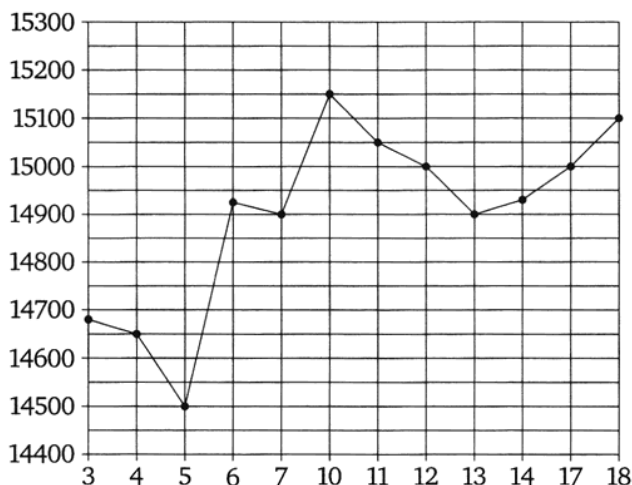
## Часть 1

Ответом на задания В1—В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1300 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

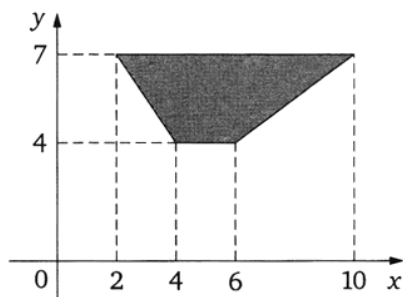
Ответ: \_\_\_\_\_

- В2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ: \_\_\_\_\_

- В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_

- B4** Строительной фирме нужно приобрести 40 кубометров строительного бруса у одного из трёх поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	3600	10 700	
Б	4100	8700	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	3700	8700	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно

Ответ: \_\_\_\_\_

- B5** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{9}}(9 - 6x) = -2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

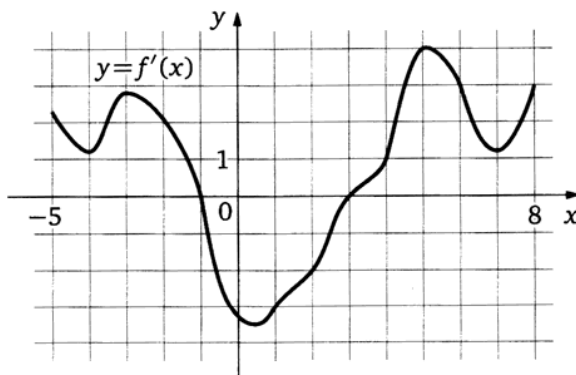
- B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 3\sqrt{21}$ . Найдите  $\cos A$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- B7** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$  и  $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$ .

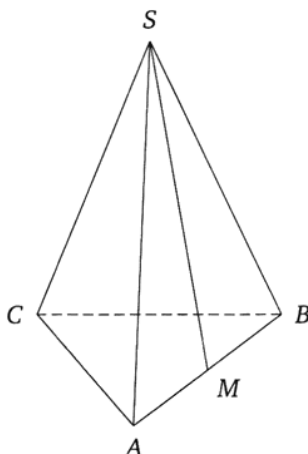
Ответ: \_\_\_\_\_

- B8** На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 9$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_

- B9** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $M$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $BC = 2$ , а  $SM = 4$ . Найдите площадь боковой поверхности.



Ответ: \_\_\_\_\_

- B10** В сборнике билетов по химии всего 25 билетов, в 4 из них встречается вопрос о жирах. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику встретится вопрос о жирах.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B11** Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличить в 1,5 раза при неизменной высоте?

Ответ: \_\_\_\_\_

- B12** Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 20$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B13** Заказ на 130 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Ответ: \_\_\_\_\_

- B14** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 3 \sin x + \frac{30}{\pi}x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания C1—C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $4 \cos^2 x - 7 \sin x - 7 = 0$ .

б) Укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**C2** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $AD_1$ .

**C3** Решите неравенство  $5^{-|x-2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$ .

**C4** Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключённого между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

**C5** Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 7)^2 + (y - 9)^2 = 9, \\ (x + 5)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**C6** Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причём в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?

## Вариант № 3

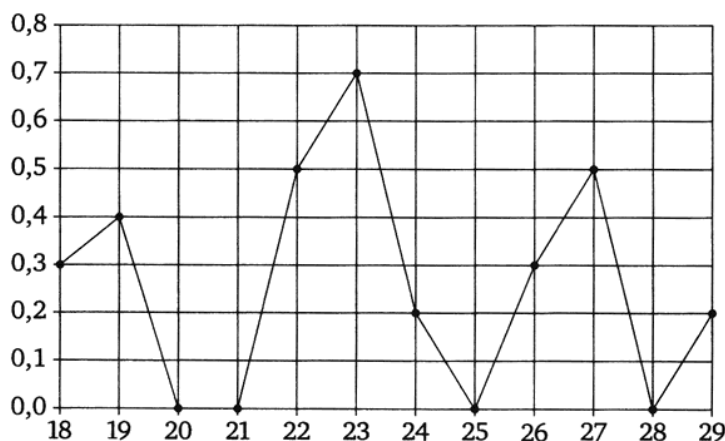
## Часть 1

Ответом на задания В1—В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 2 раза в день в течение 9 дней. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

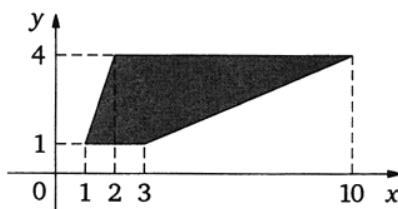
Ответ: \_\_\_\_\_

- В2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое максимальное суточное количество осадков выпадало в период с 24 по 29 октября. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_

- В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_

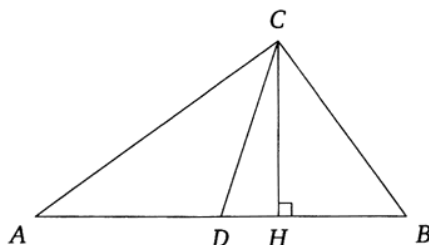
- В4** Для того чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 70 руб. за 100 г, а можно купить белую пряжу по цене 60 руб. за 100 г и окрасить её. Один пакетик краски стоит 50 руб. и рассчитан на окраску 300 г белой пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

Ответ: \_\_\_\_\_

**B5** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$  и  $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**B6** В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $21^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

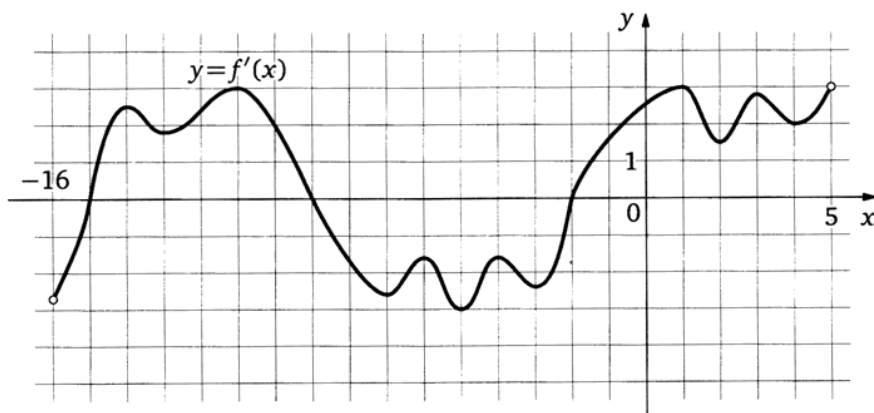


Ответ: \_\_\_\_\_

**B7** Найдите значение выражения  $\log_2 36 - 2\log_2 3$ .

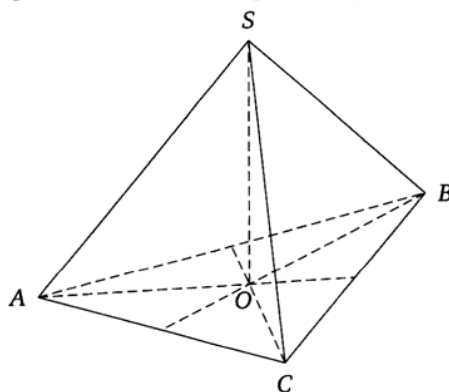
Ответ: \_\_\_\_\_

**B8** На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-16; 5)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-14; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

**B9** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 3,5, объём пирамиды равен 7. Найдите длину отрезка  $OS$ .



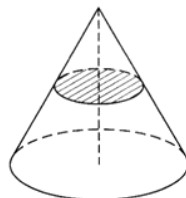
Ответ: \_\_\_\_\_

- B10** Аня и Яна играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что Аня выиграла.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B11** Объём конуса равен 48. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_



- B12** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 450$  К,  $a = -30$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 180$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B13** На изготовление 72 деталей первый рабочий затрачивает на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 108 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_

- B14** Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(11x) - 11x + 2$  на отрезке  $\left[\frac{1}{22}; \frac{5}{22}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1—C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** Решите уравнение  $(6 \sin^2 x + 5 \sin x - 4) \cdot \log_{11}(-\cos x) = 0$ .
- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания равна 1, а боковое ребро равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $SA$ .
- C3** Решите неравенство  $\frac{\log_{11}(3x + 2\sqrt{x+1} + 2)}{\log_{11}(5x + 3\sqrt{x+1} + 3)^3} \geq \frac{\log_{27} 11}{\log_3 11}$ .
- C4** Центр  $O$  окружности радиуса 4 принадлежит биссектрисе угла величиной  $60^\circ$ . Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся данной окружности внешним образом, если известно, что расстояние от точки  $O$  до вершины угла равно 10.
- C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y-8)^2 = 36, \\ y = |x-a| + 2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

- C6** Найдите все пары натуральных чисел  $m$  и  $n$ , являющиеся решениями уравнения  $3^n - 2^m = 1$ .



## Вариант № 4

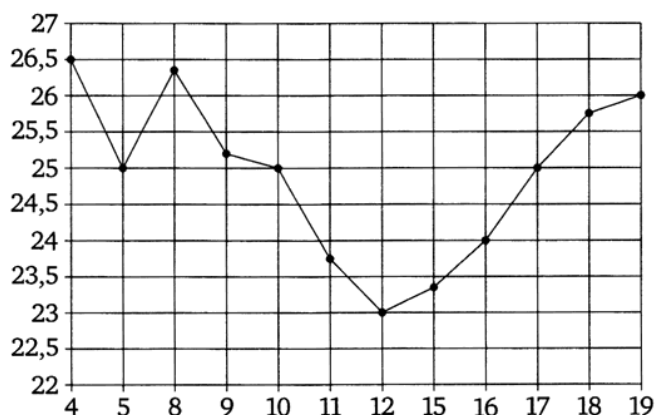
## Часть 1

Ответом на задания В1—В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** Аня купила месячный проездной билет на автобус. За месяц она сделала 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет стоит 760 рублей, а разовая поездка стоит 25 рублей?

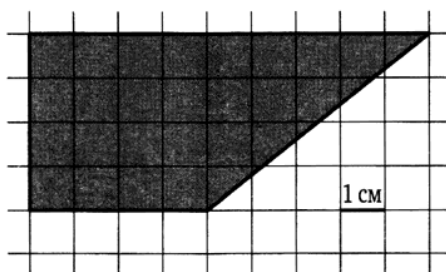
Ответ: \_\_\_\_\_

- В2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ: \_\_\_\_\_

- В3** На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите её площадь в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_

- B4** Для перевозки 3 т груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трёх транспортных компаний. Каждая компания предлагает один вид автомобилей. Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый вариант перевозки?

Компания-перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. за 10 км)	Грузоподъёмность автомобилей (т)
А	100	2
Б	120	2,4
В	170	3,4

Ответ: \_\_\_\_\_

- B5** Найдите корень уравнения  $\frac{54}{x+6} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

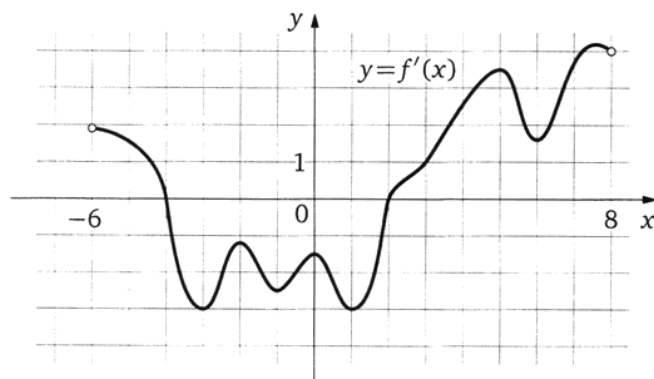
- B6** В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC$ ,  $AC = 20$ , высота  $CH$  равна 4. Найдите синус угла  $ACB$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- B7** Найдите значение выражения  $75 \log_7 \sqrt[5]{7}$ .

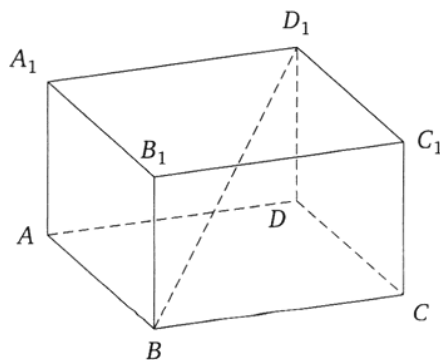
Ответ: \_\_\_\_\_

- B8** На рисунке изображён график производной функции  $y = f'(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 8)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- B9** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = \sqrt{65}$ ,  $BB_1 = 5$ ,  $A_1 D_1 = 6$ . Найдите длину ребра  $DC$ .



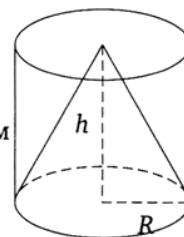
Ответ: \_\_\_\_\_

- B10** На семинар приехали 3 учёных из Финляндии, 7 из Венгрии и 5 из Румынии. Порядок докладов определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым окажется доклад учёного из Финляндии.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B11** Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 26.

Ответ: \_\_\_\_\_



- B12** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 500 000 руб.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B13** Два велосипедиста одновременно отправились в 216-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 6 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл на 6 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B14** Найдите наименьшее значение функции  $y = 32 \operatorname{tg} x - 32x - 8\pi - 10$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1—C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение  $\frac{5}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{4}{\sin x} - 7 = 0$ .

б) Укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

- C2** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  высота равна 1, а ребро основания равно 2. Найдите расстояние от точки  $A_1$  до прямой  $BC_1$ .

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 49^x + 3 \cdot 14^x - 4 \cdot 4^x > 0, \\ \log_{1-\frac{x}{17}}(x^2 - 8|x| + 17) - \log_{1+\frac{x}{17}}(x^2 - 8|x| + 17) \geq 0. \end{cases}$$

**C4** Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Через точку  $A$  проведены диаметры  $AC$  и  $AD$  этих окружностей. Найдите расстояние между центрами окружностей, если  $BC = 7$ ,  $BD = 3$ .

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3| - a$$

пересекает ось абсцисс более чем в двух различных точках.

**C6** Найдите все пары натуральных чисел  $m$  и  $n$ , являющиеся решениями уравнения  $2^m - 3^n = 1$ .

---

Вариант № 5

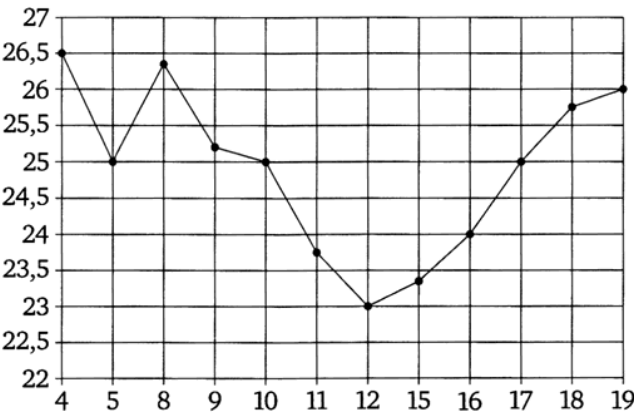
Часть 1

Ответом на задания В1—В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** Летом килограмм клубники стоит 75 рублей. Маша купила 2 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

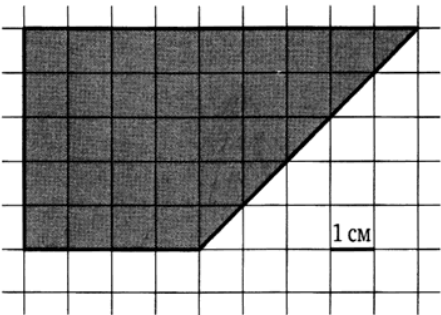
Ответ: \_\_\_\_\_

- В2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ: \_\_\_\_\_

- В3** На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите её площадь в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_

- B4** Для перевозки 3 т груза на 250 км можно воспользоваться услугами одной из трёх транспортных компаний. Каждая компания предлагает один вид автомобилей. Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый вариант перевозки?

Компания-перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. за 10 км)	Грузоподъёмность автомобилей (т)
А	110	2,2
Б	130	2,6
В	170	3,4

Ответ: \_\_\_\_\_

- B5** Найдите корень уравнения  $\frac{3}{x+4} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

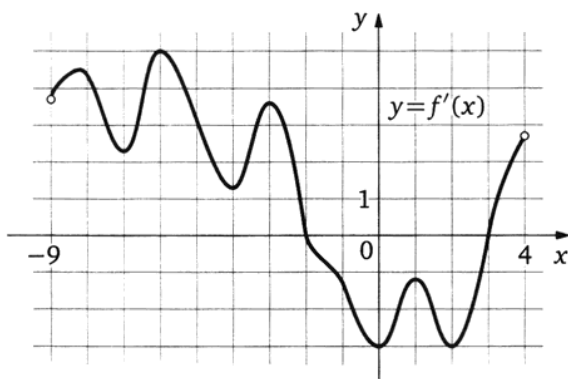
- B6** В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC$ ,  $AC = 10$ , высота  $CH$  равна 5. Найдите синус угла  $ACB$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- B7** Найдите значение выражения  $80 \log_3 \sqrt[5]{3}$ .

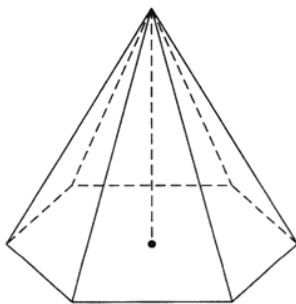
Ответ: \_\_\_\_\_

- B8** На рисунке изображён график производной функции  $y = f'(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- B9** В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна 6, а боковое ребро равно 10. Найдите высоту пирамиды.



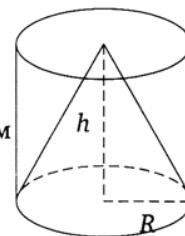
Ответ: \_\_\_\_\_

- B10** Коля и Толя играют в кости. Они бросают кубик по одному разу, выигрывает тот, кто выбросил больше. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Первым бросил Коля, у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что Толя проиграет.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B11** Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 40.

Ответ: \_\_\_\_\_



- B12** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 400$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 200$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 500\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300 000 руб.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B13** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 124$  мг. Период его полураспада  $T = 2$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 31 мг?

Ответ: \_\_\_\_\_

- B14** Найдите наибольшее значение функции  $y = 16 \lg x - 16x + 4\pi - 13$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1—C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение  $\cos 2x - 2 \sin x \cos x = 0$ .  
б) Укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку  $[-\pi; 2\pi]$ .
- C2** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  высота равна 2, сторона основания равна 1. Найдите расстояние от точки  $B_1$  до прямой  $AC_1$ .

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_2(49 - x^2) \leq 2 + \log_2(x + 1), \\ \log_{0,5}(3|x + 6| + |x - 8| - 38) < 1. \end{cases}$$

- C4** Расстояния от общей хорды двух пересекающихся окружностей до их центров относятся как 2 : 5. Общая хорда имеет длину  $2\sqrt{3}$ , а радиус одной из окружностей в два раза больше радиуса другой окружности. Найдите расстояние между центрами окружностей.



**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых решения неравенства

$$|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$$

образуют отрезок длины 1.

**C6** Найдите все пары  $(x; y)$  целых чисел, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 18x - 20y - 166, \\ 32x - y^2 > x^2 + 12y + 271. \end{cases}$$

---

## Вариант № 6

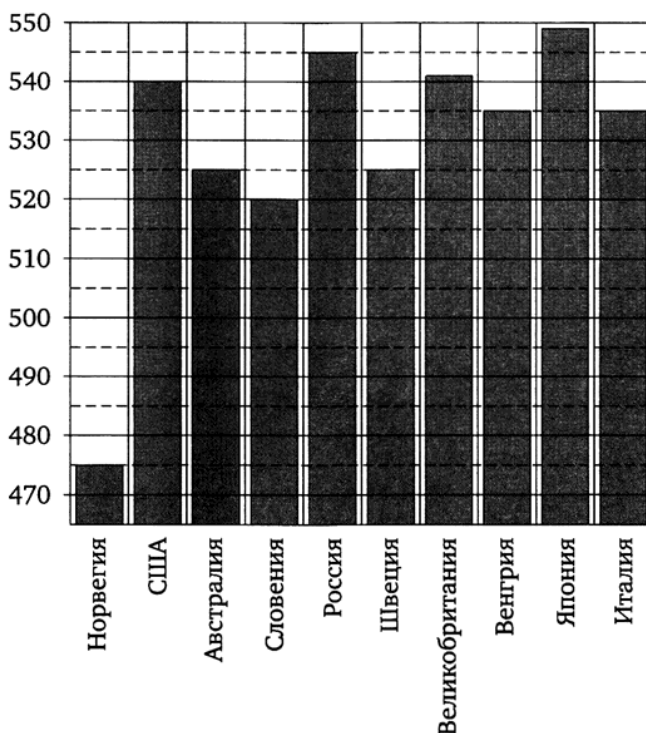
## Часть 1

Ответом на задания В1—В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 27 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

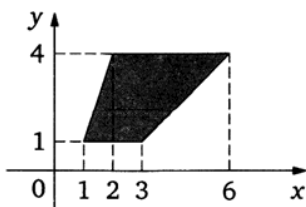
Ответ: \_\_\_\_\_

- В2** На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл участников выше, чем в Венгрии.



Ответ: \_\_\_\_\_

- В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_

- В4** В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Кострома	Тюмень	Псков
Пшеничный хлеб (батон)	11	13	11
Молоко (1 литр)	26	25	26
Картофель (1 кг)	17	16	14
Сыр (1 кг)	240	260	235
Мясо (говядина)	285	285	280
Подсолнечное масло (1 литр)	52	65	62

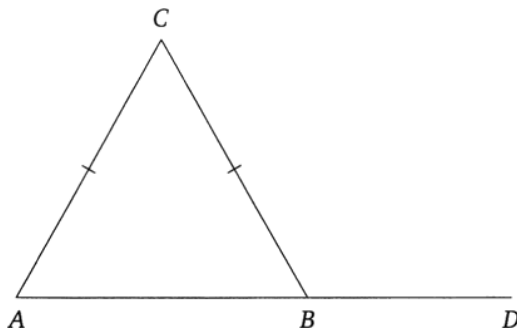
Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 1 батон пшеничного хлеба, 4 кг картофеля, 1 кг сыра. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

Ответ: \_\_\_\_\_

- В5** Найдите решение уравнения  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+7} = 125^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- В6** В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $112^\circ$ . Найдите внешний угол  $CBD$ . Ответ дайте в градусах.

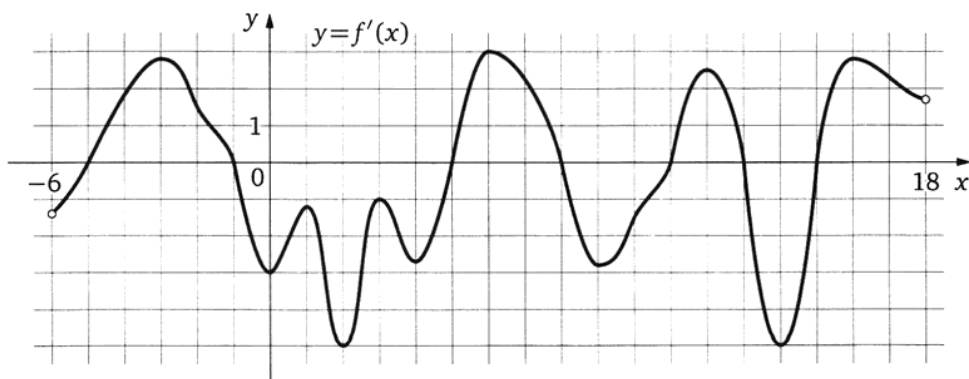


Ответ: \_\_\_\_\_

- В7** Найдите значение выражения  $\log_3 72 - 3 \log_3 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- В8** На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 18)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-4; 17]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- B9** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  сторона основания равна 0,5, а  $CC_1 = 2,4$ . Найдите длину отрезка  $AD_1$ .

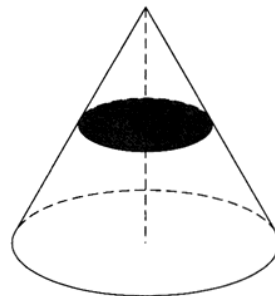
Ответ: \_\_\_\_\_

- B10** Майя дважды бросает игральный кубик. В сумме у неё выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 3 очка.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B11** Объём конуса равен 160. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_



- B12** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 350$  К,  $a = -15$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 180$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_

- B13** На изготовление 39 деталей первый рабочий затрачивает на 10 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 104 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_

- B14** Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 20$  на отрезке  $[-2; -0,5]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1—C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 = 8 \sin y + 1, \\ x + 1 = 2 \sin y. \end{cases}$$

- C2** В тетраэдре  $ABCD$ , все рёбра которого равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой, проходящей через точку  $B$  и середину  $E$  ребра  $CD$ .

- C3** Решите неравенство

$$\frac{\lg(3x + 2\sqrt{x} - 1)}{\lg(5x + 3\sqrt{x} - 2)^5} \geq \frac{\log_{32} 11}{\log_2 11}.$$

**C4** Радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 13,  $\cos \angle BAC = -\frac{5}{13}$ , высота, проведённая к стороне  $BC$ , равна 5. Найдите длину той хорды  $AM$  описанной окружности, которая делится пополам стороной  $BC$ .

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых решения неравенства

$$3\sqrt{1 - 4a^2 - 4ax - x^2} \geq 4x$$

образуют отрезок длины 1,8.

**C6** Известно, что уравнение

$$x^3 + px^2 + q = 0$$

имеет три различных целых корня, абсолютные величины двух его корней являются простыми числами. Найдите корни всех таких уравнений.

## Ответы

### Вариант № 1

#### Часть 1

Номер задания	Правильный ответ
B1	28
B2	30
B3	9
B4	1040
B5	129
B6	75
B7	4
B8	1,25
B9	3,4
B10	0,125
B11	5
B12	6
B13	60
B14	-1

#### Часть 2

Номер задания	Правильный ответ
C1	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$ Отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ принадлежит корень $-\frac{5\pi}{6}$
C2	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
C3	$(5; 5 + \log_5 4), (5 + \log_5 4; 9]$
C4	30 или 16
C5	$\left(-8; -\frac{9}{4}\right] \cup (-2; 4)$
C6	$\frac{11111111}{11111111}$

Вариант № 2

Часть 1

Номер задания	Правильный ответ
B1	32
B2	10
B3	15
B4	154 700
B5	– 12
B6	0,4
B7	–0,2
B8	6
B9	12
B10	0,16
B11	2,25
B12	24
B13	10
B14	4

Часть 2

Номер задания	Правильный ответ
C1	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, -\arcsin \frac{3}{4} + 2\pi k, \pi + \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$ Отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ принадлежат корни $\frac{3\pi}{2}, 2\pi - \arcsin \frac{3}{4}$
C2	$\frac{\sqrt{6}}{2}$
C3	$x = 2$
C4	48 или 14
C5	$\sqrt{85} - 3; 18$
C6	1980



---

## Вариант № 3

### Часть 1

Номер задания	Правильный ответ
B1	3
B2	0,5
B3	15
B4	420
B5	−0,1
B6	24
B7	2
B8	2
B9	6
B10	0,4
B11	6
B12	1
B13	9
B14	1

### Часть 2

Номер задания	Правильный ответ
C1	$\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
C2	$\sqrt{\frac{2}{3}}$
C3	$\left[-0,75; \frac{-11-3\sqrt{69}}{50}\right)$
C4	2 или 14
C5	5; $11 - 6\sqrt{2}$ ; $6\sqrt{2} - 1$
C6	$m = 3, n = 2$ или $m = n = 1$

---

Вариант № 4

Часть 1

Номер задания	Правильный ответ
B1	365
B2	26,5
B3	26
B4	5950
B5	12
B6	0,2
B7	15
B8	2
B9	2
B10	0,2
B11	78
B12	4000
B13	12
B14	–42

Часть 2

Номер задания	Правильный ответ
C1	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \arcsin \frac{5}{6} + 2\pi k, \pi - \arcsin \frac{5}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$ Отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$ принадлежат корни $-\frac{13\pi}{6}, \arcsin \frac{5}{6} - 2\pi$
C2	$\frac{4\sqrt{5}}{5}$
C3	4
C4	5 или 2
C5	$-3,5 < a < 1$
C6	$m = 2, n = 1$

## Вариант № 5

### Часть 1

Номер задания	Правильный ответ
B1	35
B2	23
B3	32,5
B4	4250
B5	−3
B6	0,5
B7	16
B8	2
B9	8
B10	0,5
B11	120
B12	4000
B13	4
B14	3

### Часть 2

Номер задания	Правильный ответ
C1	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку $[-\pi; 2\pi]$ принадлежат корни $-\frac{7\pi}{8}, -\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}$
C2	$\frac{\sqrt{95}}{10}$
C3	(6,25; 7)
C4	7 или 3
C5	$a = -\frac{5}{2}, a = -\frac{19}{2}$
C6	(12; −8)

## Вариант № 6

## Часть 1

Номер задания	Правильный ответ
B1	43
B2	4
B3	9
B4	302
B5	-1,75
B6	146
B7	2
B8	6
B9	2,6
B10	0,25
B11	20
B12	2
B13	8
B14	18

## Часть 2

Номер задания	Правильный ответ
C1	$(-1, \pi n), n \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
C3	$\left[0,25; \frac{39-3\sqrt{69}}{50}\right)$
C4	$\sqrt{299} - \sqrt{39}$ или $\sqrt{299} + \sqrt{39}$
C5	$\frac{7}{40}$
C6	2, -3, -6; -2, 3, 6

## Решения заданий части 2 варианта №1

**C1** а) Решите уравнение  $4\sin^2 x - 4\sin x - 3 = 0$ .

б) Укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**Решение.** а) Сделаем замену  $y = \sin x$ . Получаем  $4y^2 - 4y - 3 = 0$ . Корни уравнения:  $\frac{3}{2}$  и  $-\frac{1}{2}$ .

Уравнение  $\sin x = \frac{3}{2}$  не имеет решений.

Из уравнения  $\sin x = -\frac{1}{2}$  получаем  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$  или  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .

б) Отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$  принадлежит корень  $-\frac{5\pi}{6}$ .

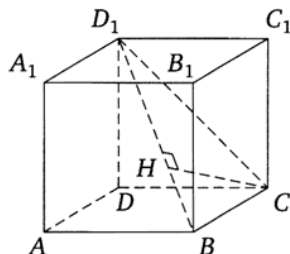
**Ответ.**  $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$  принадлежит корень  $-\frac{5\pi}{6}$ .

Содержание критерия	Баллы
Уравнение решено верно. Выписаны все корни, принадлежащие данному отрезку.	2
Уравнение решено верно. Получен ответ, но не произведён отбор корней.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

**C2** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $BD_1$ .

**Решение.** Проведём отрезок  $CD_1$  и опустим перпендикуляр  $CH$  на  $BD_1$ . Искомое расстояние равно высоте  $CH$  прямоугольного треугольника  $BCD_1$  с прямым углом  $C$ :  $CH = \frac{CD_1 \cdot BC}{BD_1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Ответ.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого расстояния верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_4(x+7) + \log_4(x-5) \leq 0,5 + \log_{16}(x+23)^2, \\ 5^{x-4} + 16 \cdot 5^{6-x} > 40. \end{cases}$$

**Решение.** Из первого неравенства получаем

$$\begin{cases} \log_4(x+7)(x-5) \leq \log_4 2(x+23), \\ x > 5; \end{cases} \quad \begin{cases} (x+7)(x-5) \leq 2(x+23), \\ x > 5, \\ (x+7)(x-5) > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 81 \leq 0, \\ x > 5; \end{cases} \quad \begin{cases} -9 \leq x \leq 9, \\ x > 5, \end{cases}$$

откуда получаем  $x \in (5; 9]$ .

Решим второе неравенство системы. Сделаем замену  $y = 5^{x-4}$ . Тогда неравенство принимает вид

$$y + 16 \cdot \frac{25}{y} > 40; \quad \frac{y^2 - 40y + 400}{y} > 0.$$

Учитывая, что  $y > 0$ , находим

$$(y - 20)^2 > 0.$$

Решения — все числа, кроме числа 20.

Сделаем обратную замену:

$$5^{x-4} \neq 20; \quad x - 4 \neq \log_5 20; \quad x \neq 5 + \log_5 4.$$

Поскольку  $5 < 5 + \log_5 4 < 9$ , решением данной системы являются промежутки

$$(5; 5 + \log_5 4); (5 + \log_5 4; 9].$$

**Ответ.**  $(5; 5 + \log_5 4), (5 + \log_5 4; 9]$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Верно решены оба неравенства, но решение системы неверное.	2
Верно решено одно из неравенств системы.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

- С4** Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключённого между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

**Решение.** Пусть центры окружностей  $O_1$  и  $O_2$ , а точки касания  $A$  и  $B$ . Проведём через точку  $B$  прямую, параллельную  $O_1O_2$ . Точку пересечения этой прямой с  $O_1A$  обозначим  $K$ . Треугольник  $KAB$  прямоугольный.

Возможны два случая расположения окружностей и общей касательной.

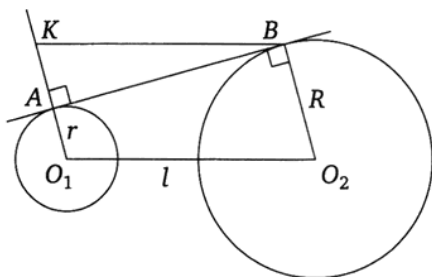


Рис. 1

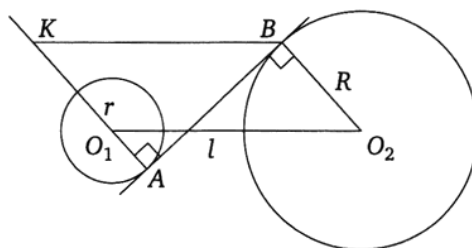


Рис. 2

- Окружности лежат по одну сторону от касательной (рис. 1).
  - Окружности лежат по разные стороны от касательной (рис. 2).
- Обозначим радиусы окружностей  $R$  и  $r$ , расстояние между центрами окружностей  $l$ . В первом случае  $AK = R - r$ , во втором случае  $AK = R + r$ .

Из прямоугольного треугольника  $KAB$  находим:

- в первом случае  $AB = \sqrt{l^2 - (R - r)^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$ ,
- во втором случае  $AB = \sqrt{l^2 - (R + r)^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = 16$ .

**Ответ.** 30 или 16.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множеством решений неравенства

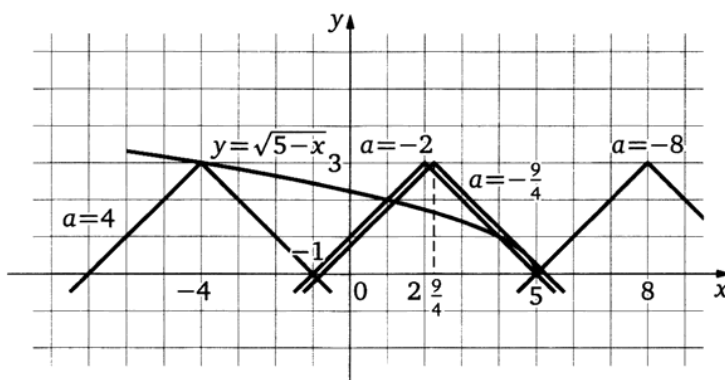
$$\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$$

является отрезок.

**Решение.** Перепишем неравенство в виде  $\sqrt{5-x} \leq 3 - |x+a|$  и нарисуем эскизы графиков левой и правой частей неравенства.

Рассматривая взаимное расположение графиков при разных  $a$ , получаем

$$-8 < a \leq -\frac{9}{4} \quad \text{или} \quad -2 < a < 4.$$



**Ответ.**  $\left(-8; -\frac{9}{4}\right], (-2; 4)$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	4
Либо получен верный ответ, но при его обосновании допущены ошибки, либо обоснованно получен ответ, отличный от верного только из-за потери или приобретения одного из значений параметра.	3
Получен ответ $-8 < a < 4$ (возможно включение концов). В решении представлена правильная графическая интерпретация или соответствующие ей равносильные преобразования.	2
Ответ, возможно, отсутствует или неверен, но в решении с помощью верного рассуждения найдены промежутки, содержащие правильные значения параметра.	1
Все ситуации, отличные от описанных выше.	0

**C6** Найдите несократимую дробь  $\frac{p}{q}$  такую, что

$$\frac{p}{q} = \frac{1234567 \overbrace{888 \dots 8}^{2000} 7654321}{12345678 \underbrace{999 \dots 9}_{1999} 87654321}.$$

**Решение.** Рассмотрим число  $a = \overbrace{11 \dots 1}^{2007}$  и сложим «в столбик» числа  $a, 10a, 10^2a, \dots, 10^7a$ . Получим числитель  $m$  исходной дроби. Складывая числа  $a, 10a, 10^2a, \dots, 10^7a, 10^8a$  получим знаменатель  $n$ , т. е.  $m = ar$ ,  $n = aq$ , где  $p = 1111111$ ,  $q = 111111111$ . Числа  $p$  и  $q$  взаимно простые, поскольку  $q = 10p + 1$ . Следовательно, дробь  $\frac{1111111}{111111111}$  несократима.

**Ответ.**  $\frac{1111111}{111111111}$ .



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ верный, но не доказано, что полученная дробь несократима.	3
Метод решения правильный, но ответ неверен из-за вычислительной ошибки.	2
Решение дано для дроби с меньшим числом 8 в числителе и 9 в знаменателе и сделан верный, но необоснованный вывод относительно данной дроби.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

## Правила заполнения бланков единого государственного экзамена

Настоящие правила предназначены для выпускников XI (XII) классов общеобразовательных учреждений и поступающих в образовательные учреждения среднего и высшего профессионального образования, а также для организаторов пункта проведения ЕГЭ, осуществляющих инструктаж выпускников и поступающих в день проведения ЕГЭ. Выпускники и поступающие, участвующие в ЕГЭ, именуются далее участниками ЕГЭ.

### Общая часть

Участники ЕГЭ выполняют экзаменационные работы на бланках, утверждённых приказом Рособрнадзора:

- бланке регистрации;
- бланке ответов № 1;
- бланке ответов № 2.

При заполнении бланков ЕГЭ необходимо точно соблюдать настоящие правила, так как информация, внесённая в бланки ЕГЭ, сканируется и обрабатывается с использованием ЭВМ.

При недостатке места для развёрнутых ответов на бланке ответов № 2 организатор в аудитории выдаёт дополнительный бланк ответов № 2.

### Основные правила заполнения бланков ЕГЭ

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек. В случае отсутствия у участника ЕГЭ указанных ручек и использования, вопреки настоящим правилам, шариковой ручки контур каждого символа при заполнении необходимо аккуратно обводить 2-3 раза, чтобы исключить «проблески» по линии символов.

Линия метки («крестик») в полях не должна быть слишком толстой. Если ручка оставляет слишком толстую линию, то вместо крестика в поле нужно провести только одну диагональ квадрата (любую).

Участник ЕГЭ должен изображать каждую цифру и букву во всех заполняемых полях бланка регистрации, бланка ответов № 1 и регистрационной части бланка ответов № 2 (а также дополнительного бланка ответов № 2 в случае его заполнения после заполнения всей области ответов основного бланка ответов № 2), тщательно копируя образец её написания из верхней части бланка с образцами написания символов. Небрежное написание символов может привести к тому, что при автоматизированной обработке символ может быть распознан неправильно.

Каждое поле в бланках заполняется начиная с первой позиции (в том числе и поля для занесения фамилии, имени и отчества участника ЕГЭ).

Если участник ЕГЭ не имеет информации для заполнения поля, он должен оставить его пустым (не делать прочерков).

Категорически запрещается:

- делать в полях бланков, вне полей бланков или в полях, заполненных типографским способом (штрихкоды), какие-либо записи и пометки, не относящиеся к содержанию полей бланков;
- использовать для заполнения бланков цветные ручки вместо чёрной, карандаш (даже для черновых записей на бланках), средства для исправления внесённой в бланки информации («замазку» и др.).

На бланках ответов № 1 и № 2 (в том числе и на дополнительном бланке ответов № 2) не должно быть пометок, содержащих информацию о личности участника ЕГЭ.

При записи ответов необходимо строго следовать инструкциям по выполнению работы (к группе заданий, отдельным заданиям), указанным в контрольном измерительном материале.

### Заполнение бланка ответов № 1

В верхней части бланка ответов № 1 расположены вертикальный и горизонтальный штрихкоды, строка с образцами написания символов, а также поля для заполнения участником ЕГЭ. Информация

для заполнения полей этой части бланка должна быть продублирована с информацией, внесённой в бланк регистрации.

### Область для ответов на задания типа В

Ниже области замены ошибочных ответов на задания типа А размещены поля для записи ответов на задания типа В (задания с кратким ответом). Максимальное количество ответов — 20 (двадцать). Максимальное количество символов в одном ответе — 17 (семнадцать).

Краткий ответ записывается справа от номера задания типа В в области ответов с названием «Результаты выполнения заданий типа В с ответом в краткой форме». Краткий ответ можно давать только в виде слова, одного целого числа или комбинации букв и цифр, если в инструкции по выполнению работы не указано, что ответ можно дать с использованием запятых для записи ответа в виде десятичной дроби или в виде перечисления требуемых в задании пунктов. Каждая цифра, буква, запятая или знак минус (если число отрицательное) записывается в отдельную клеточку, строго по образцу из верхней части бланка. Не разрешается использовать при записи ответа на задания типа В никаких иных символов, кроме символов кириллицы, латиницы, арабских цифр, запятой и знака дефис (минус).

Если требуется написать термин, состоящий из двух или более слов, то их нужно записать отдельно — через пробел или дефис (как требуют правила правописания), но не использовать какого-либо разделителя (запятая и пр.), если в инструкции по выполнению работы не указана другая форма написания ответа на данное задание. Если в таком термине окажется букв больше, чем клеточек в поле для ответа, то вторую часть термина можно писать более убористо. Термин следует писать полностью. Любые сокращения запрещены.

Если кратким ответом должно быть слово, пропущенное в некотором предложении, то это слово нужно писать в той форме (род, число, падеж и т. п.), в которой оно должно стоять в предложении.

Если числовой ответ получается в виде дроби, то её следует округлить до целого числа по правилам округления. Например, 2,3 округляется до 2; 2,5 — до 3; 2,7 — до 3. Это правило должно выполняться для тех заданий, для которых в инструкции по выполнению работы нет указаний, что ответ нужно дать в виде десятичной дроби.

В ответе, записанном в виде десятичной дроби, в качестве разделителя следует указывать запятую.

Записывать ответ в виде математического выражения или формулы запрещается. Нельзя писать названия единиц измерения (градусы, проценты, метры, тонны и т. д.). Недопустимы заголовки или комментарии к ответу.

В бланке ответов №1 предусмотрены поля для записи новых вариантов ответов на задания типа В взамен ошибочно записанных.

Для изменения уже внесённого в бланк ответа на задание типа В надо в соответствующих полях отмены проставить номер исправляемого задания типа В и записать новое значение верного ответа на указанное задание.

### Заполнение бланка ответов № 2

Бланк ответов №2 предназначен для записи ответов на задания с развёрнутым ответом.

В верхней части бланка ответов №2 расположены вертикальный и горизонтальный штрихкоды, поле «Резерв-8» (не заполняемое участником ЕГЭ), поля для рукописного занесения информации участником ЕГЭ (область ответов), а также поля «Дополнительный бланк ответов №2» и «Лист №1», которые участником ЕГЭ не заполняются. Информация для заполнения полей верхней части бланка, кроме поля «Резерв-8», должна соответствовать информации, внесённой в бланк регистрации и бланк ответов №1. Поле «Дополнительный бланк ответов №2» заполняет организатор в аудитории при выдаче дополнительного бланка ответов №2.

Ниже регистрационной части расположена область записи ответов на задания с ответом в развёрнутой форме. В этой области участник ЕГЭ записывает развёрнутые ответы на соответствующие задания в строгом соответствии с требованиями инструкции по выполнению работы.

При недостатке места для ответов на лицевой стороне бланка ответов №2 участник ЕГЭ может продолжить записи на оборотной стороне бланка, сделав внизу лицевой стороны запись «смотри на обороте». Для удобства все страницы бланка ответов №2 пронумерованы и разлинованы пунктирными линиями «в клеточку».

При недостатке места для ответов на основном бланке ответов № 2 участник ЕГЭ может продолжить записи на дополнительном бланке ответов № 2, выдаваемом организатором в аудитории в случае требования участника. В случае заполнения дополнительного бланка ответов № 2 при незаполненном основном бланке ответов № 2 ответы, внесённые на дополнительный бланк ответов № 2, оцениваться не будут.

### **Заполнение дополнительного бланка ответов № 2**

Дополнительный бланк ответов № 2 предназначен для записи ответов на задания с развёрнутым ответом.

Дополнительный бланк ответов № 2 выдаётся организатором в аудитории по требованию участника ЕГЭ в случае нехватки места для развёрнутых ответов.

В верхней части дополнительного бланка ответов № 2 расположены вертикальный и горизонтальный штрихкоды, поле «Резерв-9» (не заполняемое участником ЕГЭ), а также поля «Следующий дополнительный бланк ответов № 2» и «Лист № ». Информация для заполнения полей верхней части бланка должна полностью совпадать с информацией основного бланка ответов № 2, кроме полей «Следующий дополнительный бланк ответов № 2» и «Лист № », которые заполняет организатор в аудитории. Поле «Лист № » заполняется при выдаче дополнительного бланка ответов № 2, а поле «Следующий дополнительный бланк ответов № 2» заполняется при выдаче следующего дополнительного бланка ответов № 2 при нехватке места на ранее выданных бланках ответов № 2.

## Содержание

Введение . . . . .	3
Вариант №1 . . . . .	4
Вариант №2 . . . . .	8
Вариант №3 . . . . .	12
Вариант №4 . . . . .	15
Вариант №5 . . . . .	19
Вариант №6 . . . . .	23
Ответы . . . . .	27
Решения заданий части 2 варианта №1 . . . . .	33
Правила заполнения бланков единого государственного экзамена . . . . .	37