

# 30

вариантов заданий

К **НОВОЙ** ОФИЦИАЛЬНОЙ  
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ

# +800

**ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ  
ЗАДАНИЙ ЧАСТИ 2(С)**

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

# МАТЕМАТИКА

с теорией вероятностей и статистикой

# ЕГЭ

РАЗРАБОТАНО  
**МИОО**

# ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

30 вариантов заданий

+ 800 заданий части 2(С)

Ответы и решения

Критерии оценок

Бланки ответов



**ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН**

---

**Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко**

# **МАТЕМАТИКА**

## **ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

*Разработано МИОО*

*для использования в образовательных учреждениях*

*Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий*

*для подготовки к единому государственному экзамену по математике*

**30 вариантов заданий**

**+ 800 заданий части 2 (С)**

**Ответы и решения**

**Критерии оценок**

**Бланки ответов**

**Издательство**

**«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА**

**2012**

УДК 372.8:51  
ББК 74.262.21  
Е33

Е33 **ЕГЭ 2012. Математика. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2 (С)** / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; **под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко.** — М.: Издательство «Экзамен», 2012. — 215, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-04733-9

Часть I книги содержит 30 вариантов комплектов типовых тестовых заданий по математике, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2012 году.

В Части II книги отдельно представлены качественная информация о заданиях части 2 (С) и обширная подборка задач части 2 (С), скомпонованных по всем темам школьной математики.

Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2012 г. по математике, степени трудности заданий.

Авторы пособия — ведущие специалисты, принимающие непосредственное участие в разработке методических материалов для подготовки к выполнению контрольных измерительных материалов ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов, приводятся решения всех заданий части 2 (С) одного из вариантов, а также ответы на все задания части 2 (С) Части II книги.

Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

**УДК 372.8:51  
ББК 74.262.21**

---

Подписано в печать 26.08.2011. Формат 60×90/8.

Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.

Уч.-изд. л. 10,08. Усл. печ. л. 27.

Тираж 12 000 экз. Заказ 1823/12.

---

**ISBN 978-5-377-04733-9**

© Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,  
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л.,  
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,  
Шноль Д.Э., Ященко И.В., 2012  
© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ЧАСТЬ I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ РАБОТЫ .....</b>	<b>7</b>
Инструкция по выполнению работы .....	7
<b>Тренировочная работа 1 .....</b>	<b>8</b>
Часть 1 .....	8
Часть 2 .....	11
<b>Тренировочная работа 2 .....</b>	<b>12</b>
Часть 1 .....	12
Часть 2 .....	14
<b>Тренировочная работа 3 .....</b>	<b>16</b>
Часть 1 .....	16
Часть 2 .....	19
<b>Тренировочная работа 4 .....</b>	<b>20</b>
Часть 1 .....	20
Часть 2 .....	23
<b>Тренировочная работа 5 .....</b>	<b>24</b>
Часть 1 .....	24
Часть 2 .....	27
<b>Тренировочная работа 6 .....</b>	<b>28</b>
Часть 1 .....	28
Часть 2 .....	30
<b>Тренировочная работа 7 .....</b>	<b>32</b>
Часть 1 .....	32
Часть 2 .....	35
<b>Тренировочная работа 8 .....</b>	<b>36</b>
Часть 1 .....	36
Часть 2 .....	39
<b>Тренировочная работа 9 .....</b>	<b>40</b>
Часть 1 .....	40
Часть 2 .....	43
<b>Тренировочная работа 10 .....</b>	<b>44</b>
Часть 1 .....	44
Часть 2 .....	47



<b>Тренировочная работа 11 .....</b>	<b>48</b>
Часть 1 .....	48
Часть 2 .....	50
<b>Тренировочная работа 12 .....</b>	<b>52</b>
Часть 1 .....	52
Часть 2 .....	55
<b>Тренировочная работа 13 .....</b>	<b>56</b>
Часть 1 .....	56
Часть 2 .....	59
<b>Тренировочная работа 14 .....</b>	<b>60</b>
Часть 1 .....	60
Часть 2 .....	63
<b>Тренировочная работа 15 .....</b>	<b>64</b>
Часть 1 .....	64
Часть 2 .....	67
<b>Тренировочная работа 16 .....</b>	<b>68</b>
Часть 1 .....	68
Часть 2 .....	71
<b>Тренировочная работа 17 .....</b>	<b>72</b>
Часть 1 .....	72
Часть 2 .....	75
<b>Тренировочная работа 18 .....</b>	<b>76</b>
Часть 1 .....	76
Часть 2 .....	79
<b>Тренировочная работа 19 .....</b>	<b>80</b>
Часть 1 .....	80
Часть 2 .....	83
<b>Тренировочная работа 20 .....</b>	<b>84</b>
Часть 1 .....	84
Часть 2 .....	87
<b>Тренировочная работа 21 .....</b>	<b>88</b>
Часть 1 .....	88
Часть 2 .....	91
<b>Тренировочная работа 22 .....</b>	<b>92</b>
Часть 1 .....	92
Часть 2 .....	95
<b>Тренировочная работа 23 .....</b>	<b>96</b>
Часть 1 .....	96
Часть 2 .....	99

<b>Тренировочная работа 24</b> .....	100
Часть 1 .....	100
Часть 2 .....	103
<b>Тренировочная работа 25</b> .....	104
Часть 1 .....	104
Часть 2 .....	107
<b>Тренировочная работа 26</b> .....	108
Часть 1 .....	108
Часть 2 .....	110
<b>Тренировочная работа 27</b> .....	112
Часть 1 .....	112
Часть 2 .....	115
<b>Тренировочная работа 28</b> .....	116
Часть 1 .....	116
Часть 2 .....	119
<b>Тренировочная работа 29</b> .....	120
Часть 1 .....	120
Часть 2 .....	123
<b>Тренировочная работа 30</b> .....	124
Часть 1 .....	124
Часть 2 .....	126
<b>ЧАСТЬ II. ИНФОРМАЦИЯ О ЗАДАНИЯХ ЧАСТИ 2 (С). ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 2 (С) .....</b>	<b>128</b>
<b>Информация о заданиях части 2 (С) .....</b>	<b>128</b>
Демоверсия ЕГЭ по математике .....	128
Часть 2 (С).....	128
Решения и критерии оценивания заданий части 2.....	128
Типовые варианты части 2 (С) заданий ЕГЭ .....	134
Вариант 1 .....	134
Вариант 2 .....	137
Вариант 3 .....	138
<b>Задания части 2 (С).....</b>	<b>139</b>
Уравнения, неравенства и системы.....	139
1. Рациональные уравнения и неравенства .....	139
2. Иррациональные уравнения и неравенства .....	141
3. Уравнения и неравенства с модулем.....	143
4. Тригонометрические уравнения и неравенства .....	144
5. Показательные уравнения и неравенства .....	146
6. Логарифмические уравнения и неравенства .....	147
7. Комбинированные уравнения и неравенства.....	149
8. Системы.....	152
Задачи по геометрии.....	155
9. Планиметрические задачи.....	155

10. Стереометрические задачи.....	159
11. Задачи на доказательство .....	163
Нестандартные задачи .....	166
12. Подготовительные упражнения.....	166
13. Задачи с параметрами.....	168
14. Задачи с целыми числами .....	172
<b>Решение заданий. Тренировочная работа 6. Часть 2 (С) .....</b>	<b>178</b>
<b>Ответы. Часть I .....</b>	<b>182</b>
Тренировочная работа 1 .....	182
Тренировочная работа 2 .....	182
Тренировочная работа 3 .....	182
Тренировочная работа 4 .....	183
Тренировочная работа 5 .....	183
Тренировочная работа 6 .....	183
Тренировочная работа 7 .....	184
Тренировочная работа 8 .....	184
Тренировочная работа 9 .....	184
Тренировочная работа 10.....	185
Тренировочная работа 11.....	185
Тренировочная работа 12.....	185
Тренировочная работа 13.....	186
Тренировочная работа 14.....	186
Тренировочная работа 15.....	186
Тренировочная работа 16.....	187
Тренировочная работа 17.....	187
Тренировочная работа 18.....	187
Тренировочная работа 19.....	188
Тренировочная работа 20.....	188
Тренировочная работа 21.....	188
Тренировочная работа 22.....	189
Тренировочная работа 23.....	189
Тренировочная работа 24.....	189
Тренировочная работа 25.....	190
Тренировочная работа 26.....	190
Тренировочная работа 27.....	190
Тренировочная работа 28.....	191
Тренировочная работа 29.....	191
Тренировочная работа 30.....	191
<b>Часть II .....</b>	<b>192</b>
Демоверсия ЕГЭ по математике. Часть 2 (С) .....	192
Типовые варианты части 2 (С) заданий ЕГЭ.....	192
Задания части 2 (С) .....	193

## **ЧАСТЬ I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ РАБОТЫ**

### **Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

***Желаем успеха!***



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

## Часть 1

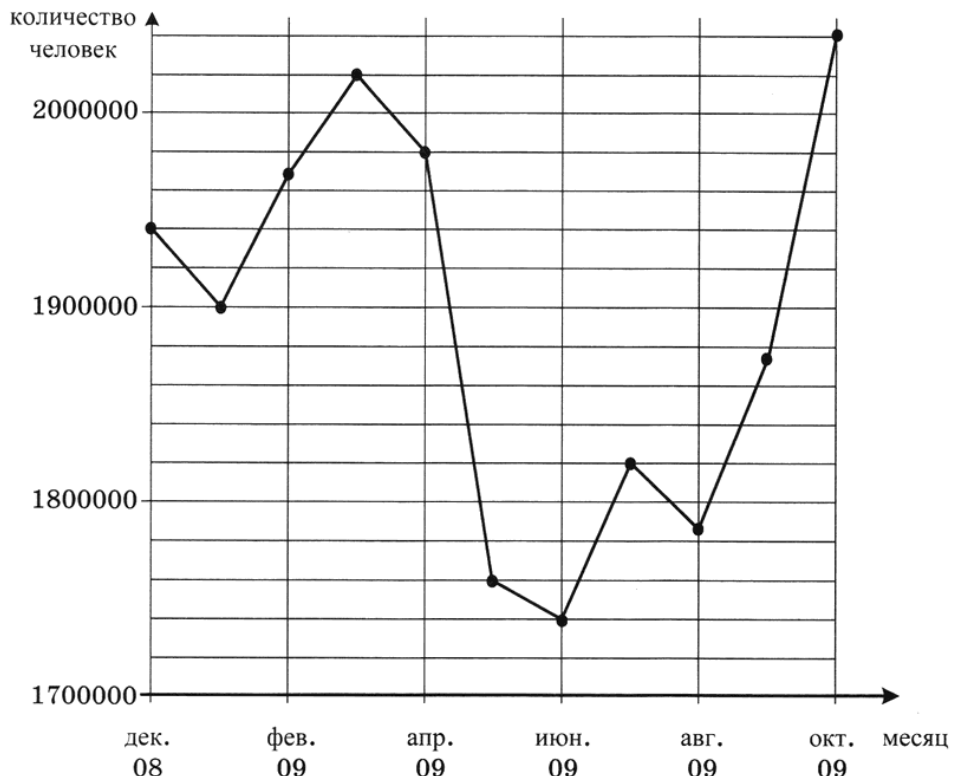
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

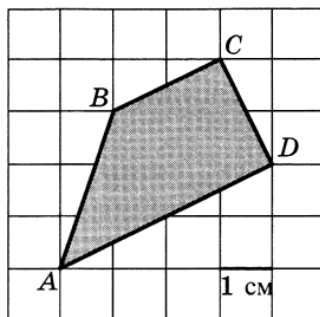
- В1.** В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю?

**В2**

- В2.** На рисунке жирными точками показана средняя недельная аудитория поискового сайта во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за неделю (среднее за 4 недели месяца). Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднюю недельную аудиторию за указанный период.



- В3. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В3

- В4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

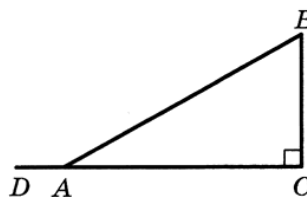
Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

В4

- В5. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$ .

В5

- В6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите синус угла  $BAD$ .



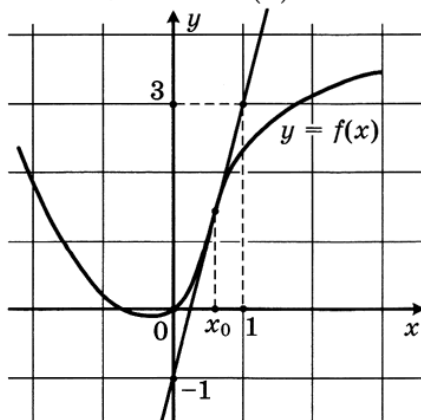
В6

- В7. Вычислите значение выражения  $\log_4 \log_8 \sqrt[16]{4\sqrt{8}}$ .

В7

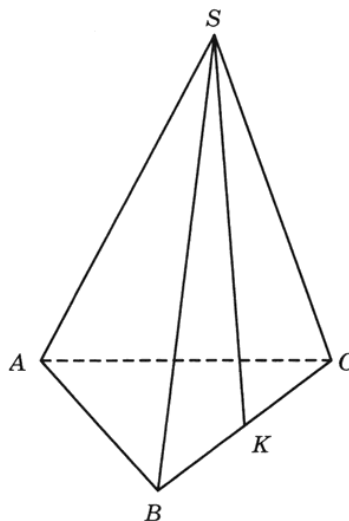
- В8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

В8



**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 4$ , а  $SK = 21$ . Найдите площадь боковой поверхности.

**B10**

- B10.** В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

**B11**

- B11.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

**B12**

- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника  $T_2 = 275$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**B13**

- B13.** Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

**B14**

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$  на отрезке  $[-4, 5; 0]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение  $7 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

C1

C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

C2

C3. Решите неравенство  $\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 7$ .

C3

C4. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса 12. Известно, что  $AB = 6$  и  $BC = 4$ . Найдите  $AC$ .

C4

C5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = (x^2 + 3x + 2)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C5

C6. Решите в целых числах уравнение  $1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2$ .

C6



## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 2

### Часть 1

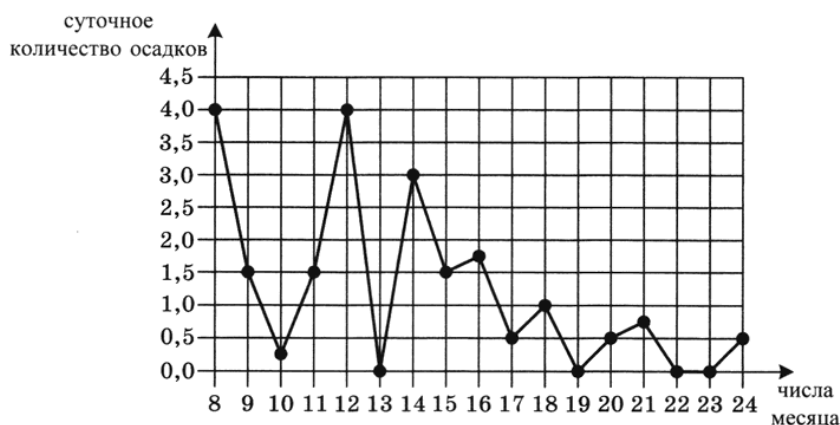
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? (Знак % в ответе не пишете.)

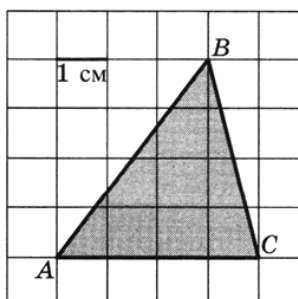
В2

- В2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.



В3

- В3. Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



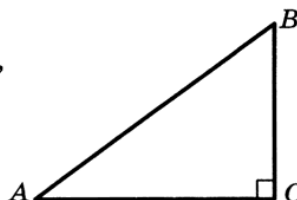
- B4.** Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 760 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 17 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

**B4**

- B5.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{4x+5} = 5$ .

**B5**

- B6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .



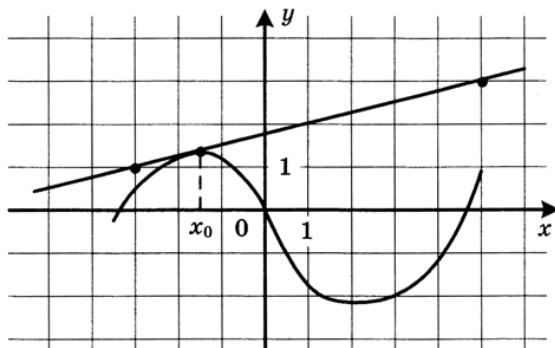
**B6**

- B7.** Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 2}$ .

**B7**

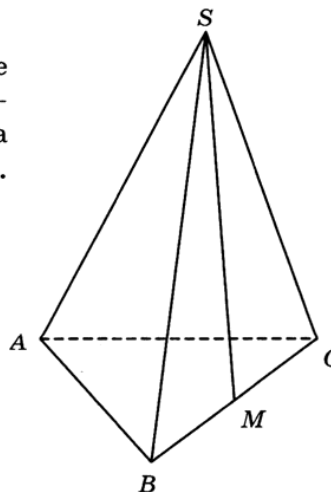
- B8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**B8**



- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $M$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $SM = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 63. Найдите длину отрезка  $AB$ .

**B9**



**B10**

**B10.** Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска закончатся одинаково.

**B11**

**B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $128 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12**

**B12.** Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону  $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$ . В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 12$  мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен  $T = 15$  ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

**B13**

**B13.** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна  $20 \text{ км/ч}$ , проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна  $4 \text{ км/ч}$ , стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

**B14**

**B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

## Часть 2

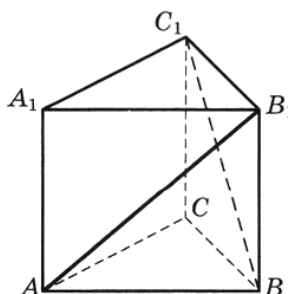
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

**C1.** Решите уравнение  $\frac{9^{\sin^2 x} - 3^{\sqrt{3} \sin x}}{\sqrt{-2 \cos x} - 1} = 0$ .

**C2**

**C2.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .



С3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$ .

С3

С4. Точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — основания высот треугольника  $ABC$ . Углы треугольника  $A_1B_1C_1$  равны  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $30^\circ$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

С4

С5. Найдите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение

$$3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$$

имеет ровно два различных решения.

С5

С6. Решите уравнение  $3^m + 4^n = 5^k$  в натуральных числах.

С6



## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 3

### Часть 1

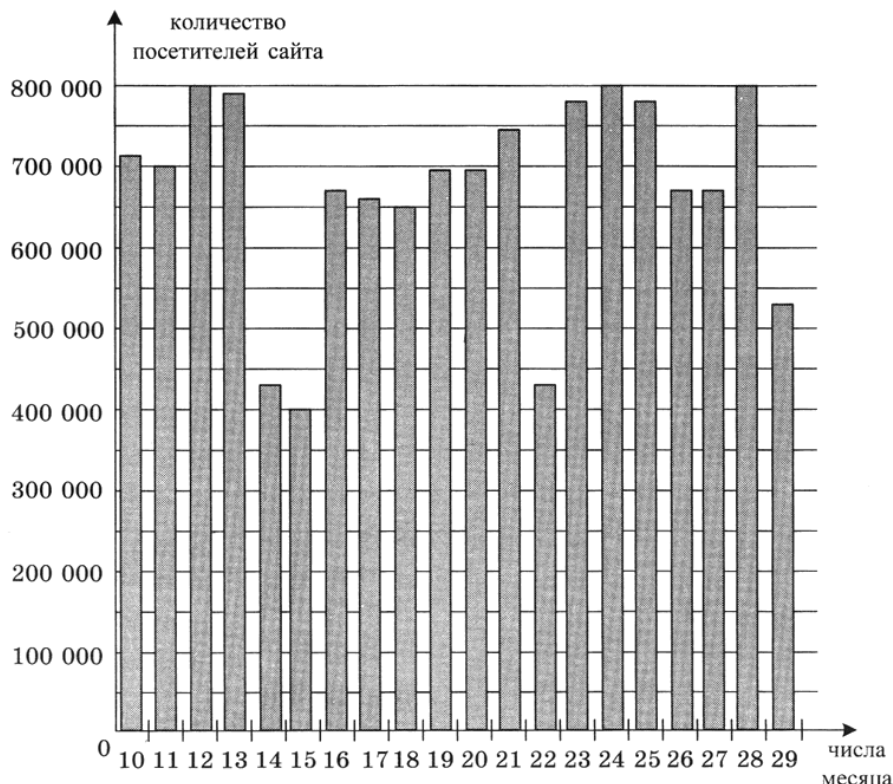
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

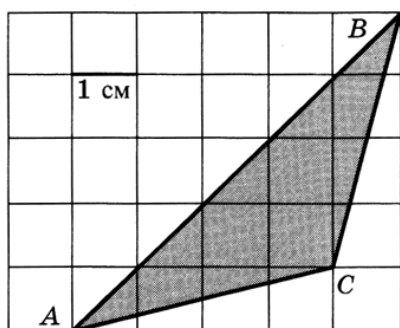
- В1.** Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 190 рублей в воскресенье?

**В2**

- В2.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 650 тысяч посетителей.



- В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

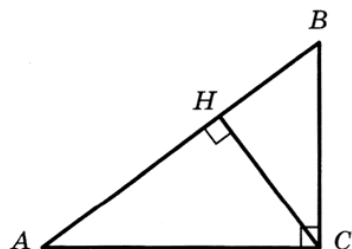


- В4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	20 минут	2 часа 10 минут	5 минут
Электричка	15 минут	1 час 55 минут	20 минут
Маршрутное такси	15 минут	1 час 40 минут	40 минут

- В5.** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$ .

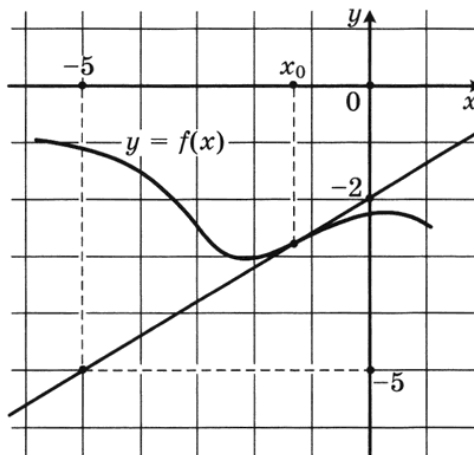
- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $AC = 4$ . Найдите высоту  $CH$ .



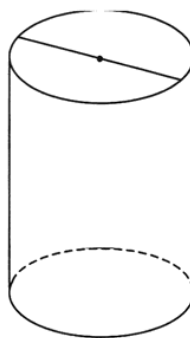
- В7.** Найдите значение выражения  $\log_8 288 - \log_8 4,5$ .

**B8**

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**B9**

- B9.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $16\pi$ , а высота — 2. Найдите диаметр основания.

**B10**

- B10.** Валя выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

**B11**

- B11.** Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $18 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

**B12**

- B12.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 200$  мг. Период его полураспада  $T = 4$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

**B13.** Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

**B13**

**B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .

**B14**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1.** Решите уравнение  $\cos 4x - \cos 2x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

**C1**

**C2.** Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 5$ ,  $AD = \sqrt{33}$ . Найдите тангенс угла между плоскостью грани  $AA_1 D_1 D$  призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $CD$  перпендикулярно прямой  $B_1 D$ , если расстояние между прямыми  $A_1 C_1$  и  $BD$  равно  $\sqrt{3}$ .

**C2**

**C3.** Решите неравенство  $\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1$ .

**C3**

**C4.** Высоты треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Известно, что  $CH = AB$ . Найдите угол  $ACB$ .

**C4**

**C5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

**C5**

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y-9)^2 = 25, \\ y = |x-a| + 4 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

**C6.** Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

**C6**



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 4

## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

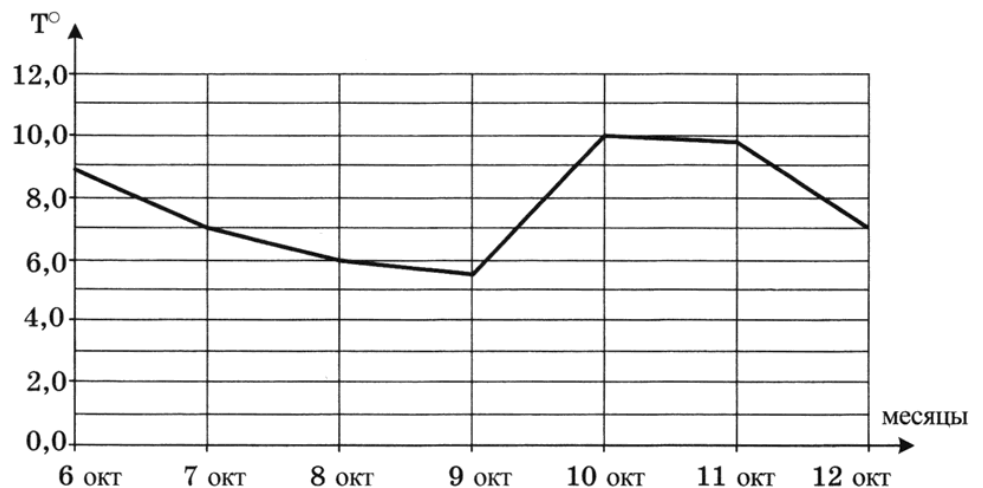
**В1**

- В1.** Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

**В2**

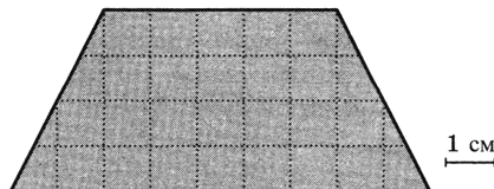
- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



**В3**

- В3.** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

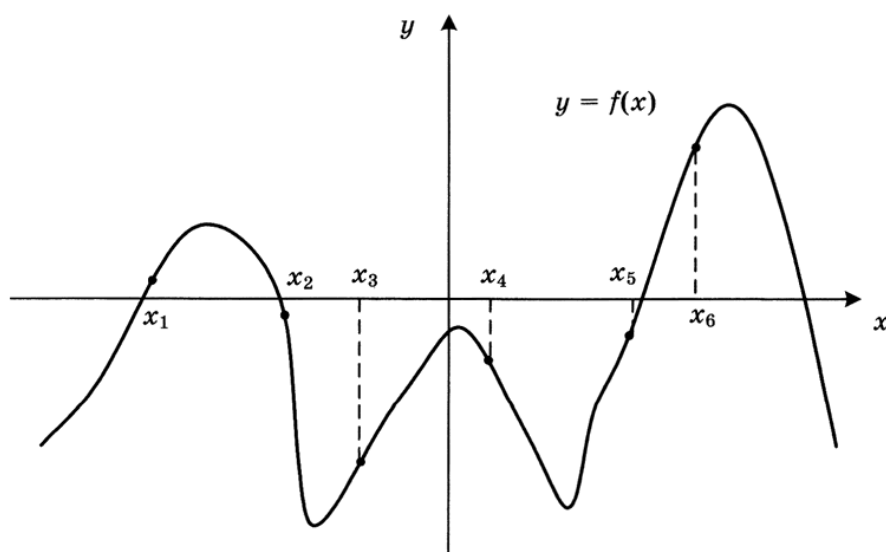
Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	10 минут	1 час 55 минут	10 минут
Электричка	20 минут	1 час 15 минут	40 минут
Маршрутное такси	20 минут	1 час 30 минут	30 минут

- В5.** Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-24 - 5x} = 4$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $21^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $30^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

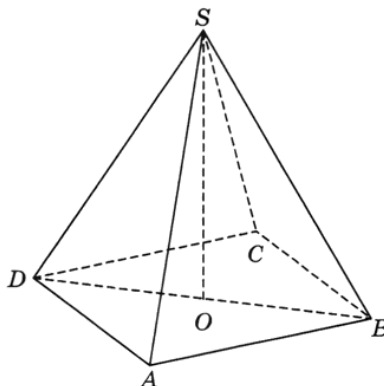
- В7.** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in (0; 0,5\pi)$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



**B9** 

- B9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SA = 26$ ,  $BD = 20$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .

**B10** 

- B10.** Двое играют в кости — они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.

**B11** 

- B11.** Объем цилиндра равен  $12 \text{ см}^3$ . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

**B12** 

- B12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**B13** 

- B13.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**B14** 

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi}x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. Решите уравнение  $2\sin^2 x + (2 - \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} - 2 = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$ .

С1

- С2. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , стороны основания которой равны 5, а боковые ребра равны 11, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $A_1 F_1$ .

С2

- С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \leq 2, \\ \log_{x-3}^4 (x^2 - 17) + \log_{x^2-17}^2 (x-3) - \log_{5x} 25 > 79. \end{cases}$$

С3

- С4. Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

С4

- С5. Найти все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a (x + y - 1) = x - 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

С5

- С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

С6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 5

## Часть 1

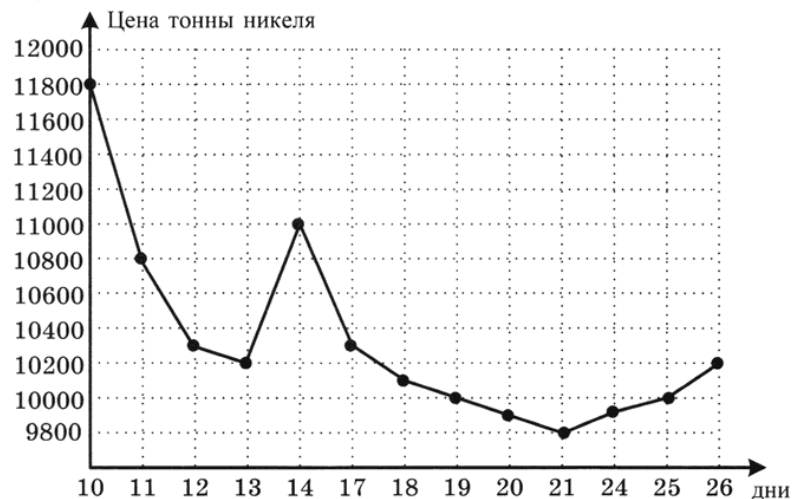
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

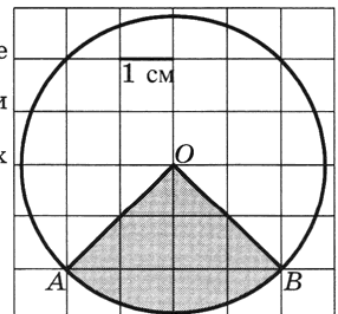
**В2**

- В2.** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



**В3**

- В3.** Найдите площадь  $S$  сектора. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

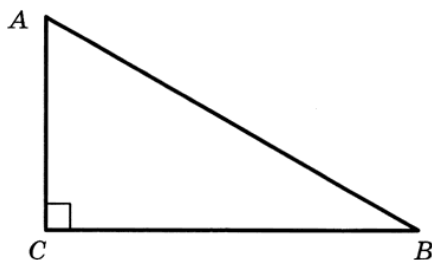


- В4.** В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость (минимальной поездки*)	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200	Нет	13
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	18
В	180	10 мин. — 200 руб.	14

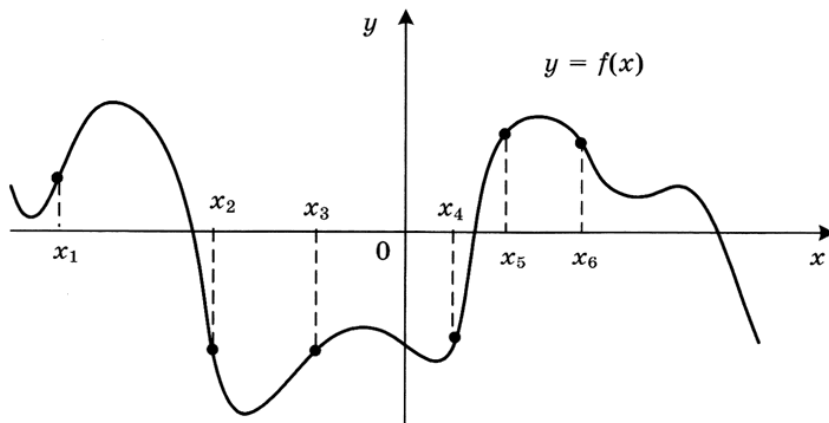
- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_7(x - 6) = 2$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $A$  равен  $60^\circ$ ,  $AB = 8$ . Найдите  $AC$ .



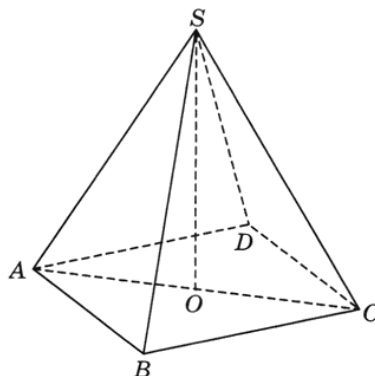
- В7.** Вычислите значение выражения  $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



**B9**

- B9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SO = 12$ ,  $AC = 18$ . Найдите боковое ребро  $SD$ .

**B10**

- B10.** При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

**B11**

- B11.** Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $22 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

**B12**

- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340^\circ \text{ К}$ ? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**B13**

- B13.** Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \cos y \sqrt{\sin x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 y + 1. \end{cases}$$

С1

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С2

С3. Решите неравенство 
$$\log_{x+2} (36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2 (x - 18)^2 \geq 2.$$

С3

С4. В трапеции  $ABCD$  известны боковые стороны  $AB = 27$ ,  $CD = 28$  и верхнее основание  $BC = 5$ . Известно, что  $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$ . Найдите  $AC$ .

С4

С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.

С5

С6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p$  — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

С6



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 6

## Часть 1

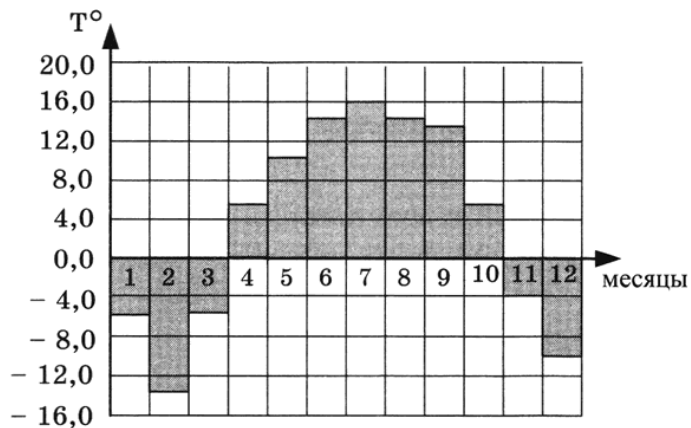
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?

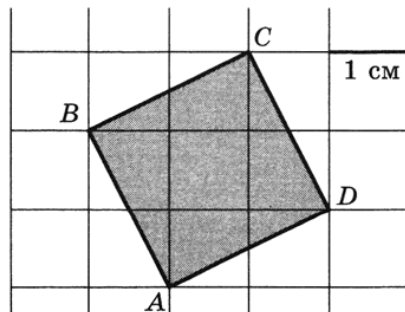
В2

- В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3

- В3. Найдите площадь квадрата  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**B4.** В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 5 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель В. хочет приобрести куртку ценой 4500 руб., рубашку ценой 800 руб. и кеды ценой 1600 руб. В каком случае В. заплатит за покупку меньше всего?

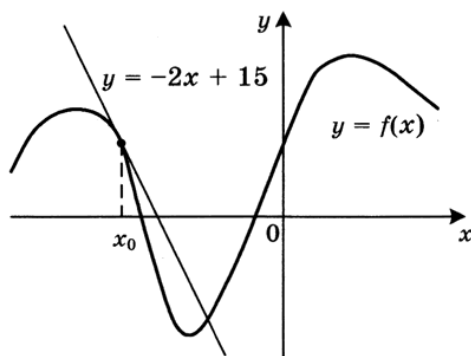
1. В. купит все три товара сразу.
  2. В. купит сначала куртку и рубашку, а потом кеды со скидкой.
  3. В. купит сначала куртку и кеды, а потом рубашку со скидкой.
- В ответ запишите сумму, которую заплатит В. за покупку в этом случае.

**B5.** Найдите корень уравнения  $5^{4-x} = 25$ .

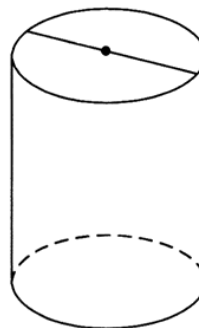
**B6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

**B7.** Найдите значение выражения  $7 \cdot 10^{\log_{10} 3}$ .

**B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке  $x_0$ . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции  $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$  в точке  $x_0$ .



**B9.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $12\pi$ , а диаметр основания — 3. Найдите высоту цилиндра.



**B10****B11****B12****B13****B14**

**B10.** В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

**B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $2 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**B13.** Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

**B14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \cos x - 6x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

## Часть 2

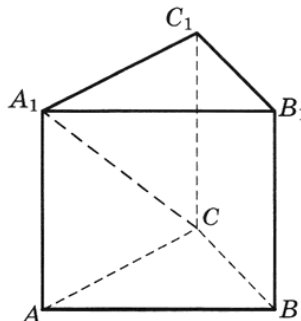
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

**C1.** Решите уравнение  $\frac{1}{\cos^2 x} + 3 \operatorname{tg} x - 5 = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ .

**C2**

**C2.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .



С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left( x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

С4. Прямая касается окружностей радиусов  $R$  и  $r$  в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что расстояние между центрами равно  $a$ , причем  $r < R$  и  $r + R < a$ . Найдите  $AB$ .

С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^2 + y = 2x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 7

## Часть 1

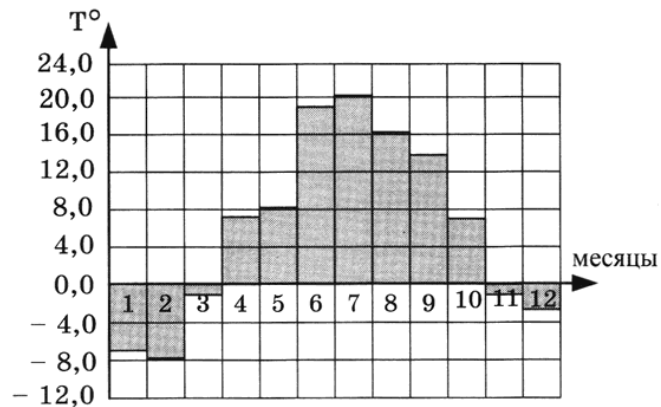
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

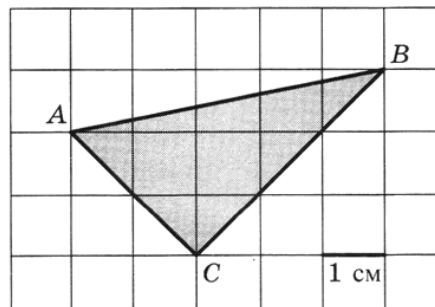
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев второго полугодия 1999 года средняя температура была ниже  $14^{\circ}\text{C}$ .



**В3**

- В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

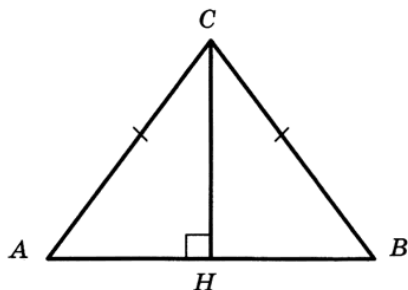


- В4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	90	15
Б	80	20
В	140	Бесплатно

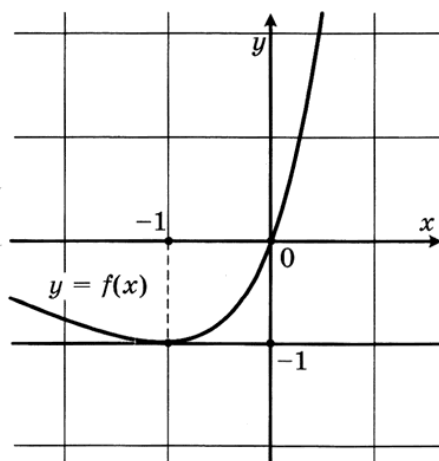
- В5. Найдите корень уравнения  $\log_5(x - 4) = 2$ .

- В6. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $AB$ .



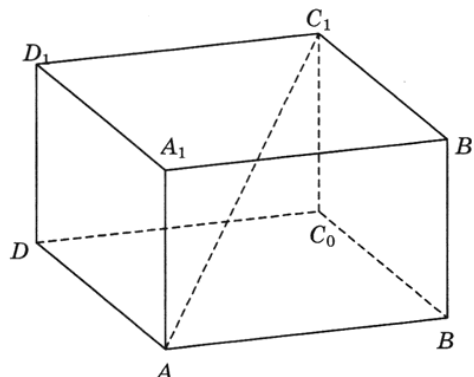
- В7. Вычислите значение выражения  $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$ .

- В8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



**B9**

- B9.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AC_1 = \sqrt{50}$ ,  $BB_1 = 3$ ,  $B_1 C_1 = 4$ . Найдите длину ребра  $DC$ .

**B10**

- B10.** В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

**B11**

- B11.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12**

- B12.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 25$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**B13**

- B13.** Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

## Часть 2

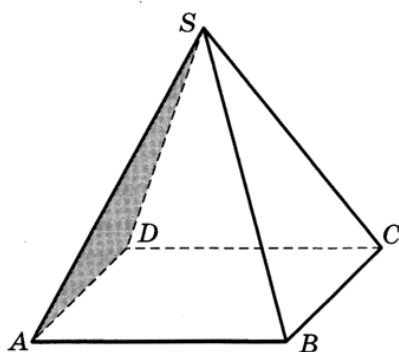
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение  $(8 \cos^2 x + 6 \cos x - 5) \cdot \log_7(-\sin x) = 0$ .

**C1**

C2. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой  $AB$  и плоскостью  $SAD$ .

**C2**



C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511, \\ \log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left( x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right). \end{cases}$$

**C3**

C4. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BM$  и  $CN$ ,  $O$  — центр вписанной окружности. Известно, что  $BC = 24$ ,  $MN = 12$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $BOC$ .

**C4**

C5. Найдите все **положительные** значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a^{2x-y-1} = x + 3y - 7, \\ 4y - x = 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

**C5**

C6. При каком наибольшем  $n$  найдется  $n$  семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

**C6**



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 8

## Часть 1

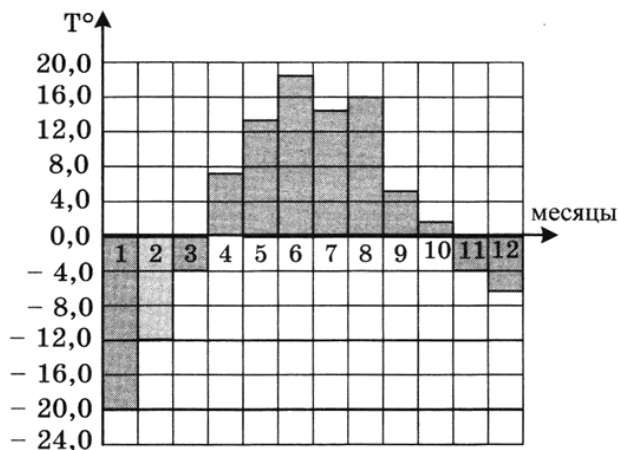
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?

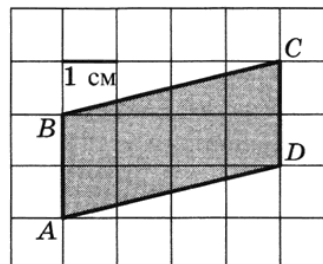
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Свердловске (ныне — Екатеринбург) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 1973 году было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.



**В3**

- В3.** Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В4. Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

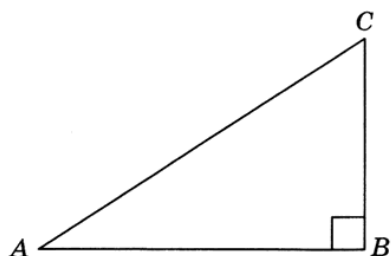
В4

- В5. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{5}}(5-x) = -2$ .

В5

- В6. Один острый угол прямоугольного треугольника на  $30^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол.

В6

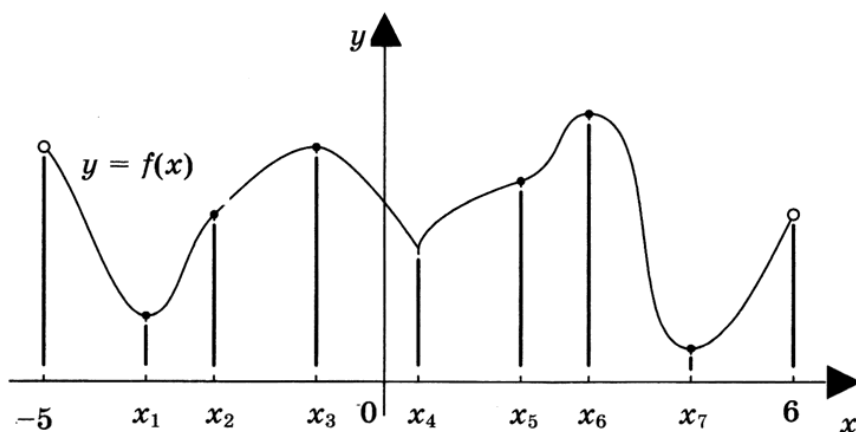


- В7. Найдите значение выражения  $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$ .

В7

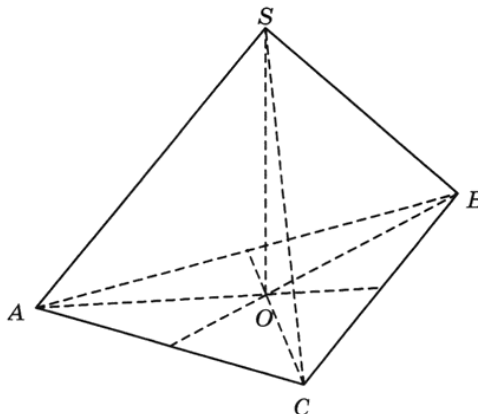
- В8. Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 6)$ . На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, \dots, x_7$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.

В8



**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 16, объем пирамиды равен 80. Найдите длину отрезка  $OS$ .

**B10**

- B10.** При включении телевизор показывает случайный канал. Зритель включает телевизор. В это время по двадцати каналам из сорока показывают рекламу. Найдите вероятность того, что зритель при включении попадет на канал, где реклама в этот момент не идет.

**B11**

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $3 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12**

- B12.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**B13**

- B13.** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

**B14**

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 73$  на отрезке  $[0; 7]$ .

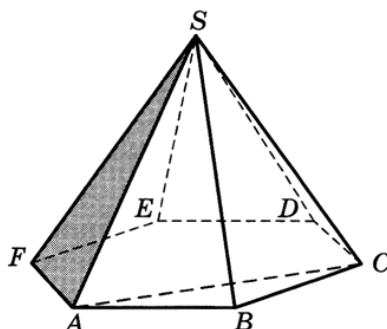
## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение  $(2 \sin x + \sqrt{3}) \log_3(\operatorname{tg} x) = 0$ .

**С1**

- С2. В правильной шестиугольной пирамиде  $SA...F$ , боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $SAF$ .

**С2**


С3. Решите неравенство  $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$ .

**С3**

- С4. Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что  $\angle AO_1B = 90^\circ$ ,  $\angle AO_2B = 60^\circ$ ,  $O_1O_2 = a$ . Найдите радиусы окружностей.

**С4**

- С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$

**С5**

имеет ровно два решения.

- С6. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 15 раз больше, либо в 15 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3825.
- Может ли последовательность состоять из двух членов?
  - Может ли последовательность состоять из трех членов?
  - Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

**С6**

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 9

## Часть 1

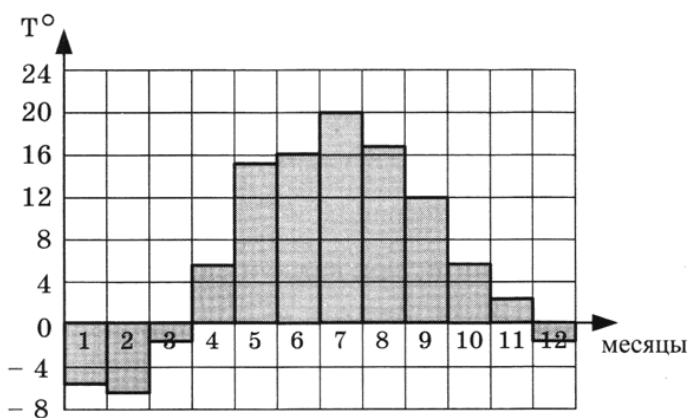
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

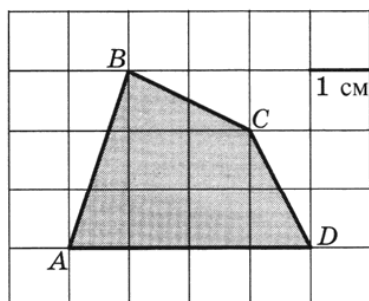
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия июль в среднем был теплее, чем июнь. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**В3**

- В3.** Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В4. Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

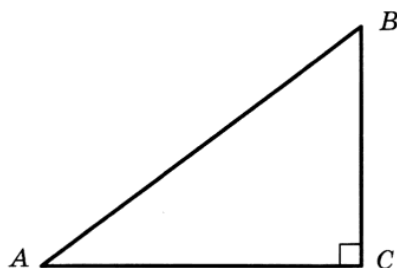
В4

- В5. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$ .

В5

- В6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ . Найдите  $\cos B$ .

В6

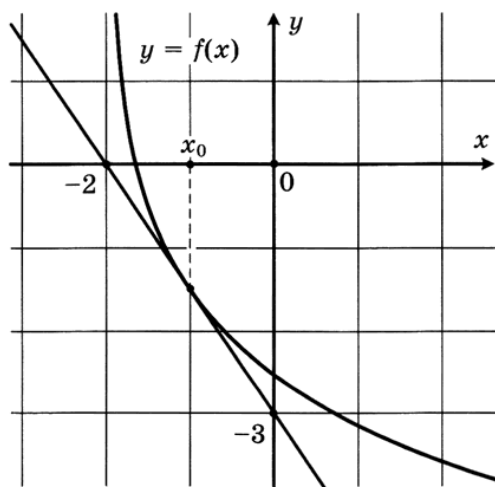


- В7. Найдите значение выражения  $10 \cdot 7^{\log_7 4}$ .

В7

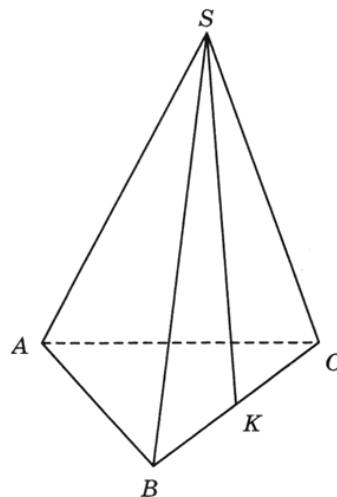
- В8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .

В8



**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка  $SK$ .

**B10**

- B10.** На тарелке 10 пирожков: 3 с мясом, 5 с капустой и 2 с вишней. Артур наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

**B11**

- B11.** Объем конуса равен  $6 \text{ см}^3$ . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

**B12**

- B12.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $46,17 \cdot 10^{12}$ , определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

**B13**

- B13.** Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила  $2400 \text{ м}^2$ .

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 7)e^{x-6}$  на отрезке  $[5; 7]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение  $(6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4) \sqrt{-43 \sin x} = 0$ .

 С1

С2. Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = \sqrt{31}$ . Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $AD$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , если расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 5.

 С2

С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0, \\ \log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) - \log_{1+\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) \geq 0. \end{cases}$$

 С3

С4. Около треугольника  $ABC$  описана окружность с центром  $O$ , угол  $AOC$  равен  $60^\circ$ . В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $M$ . Найдите угол  $AMC$ .

 С4

С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2, \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$

 С5

имеет ровно два решения.

С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и

 С6

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 10

## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

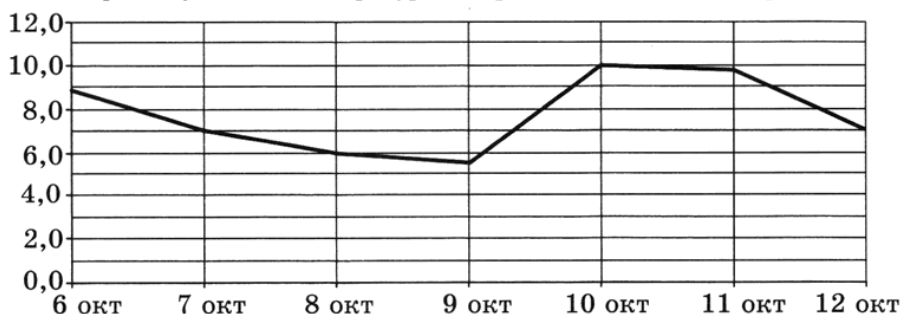
**В1**

- В1.** Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?

**В2**

- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

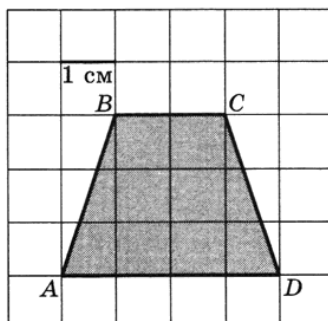
Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от 6,5 °C до 9 °C.

**В3**

- В3.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

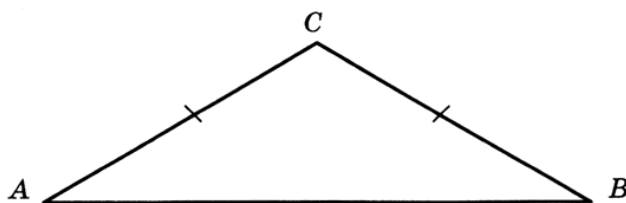


- В4.** Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4900	
Б	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_4(5 - x) = 2$ .

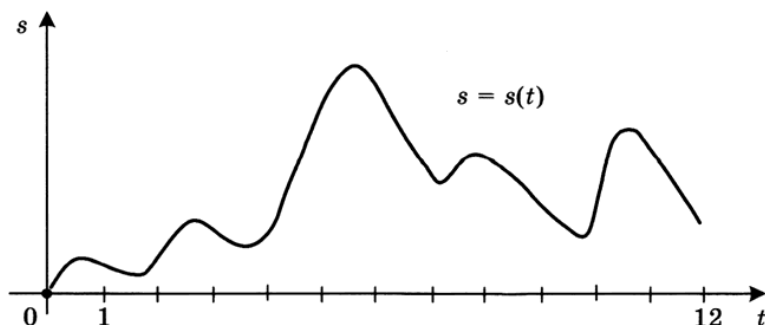
- В6.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ . Найдите  $AC$ .



- В7.** Найдите значение выражения  $5 \cdot 7^{\log_7 3}$ .

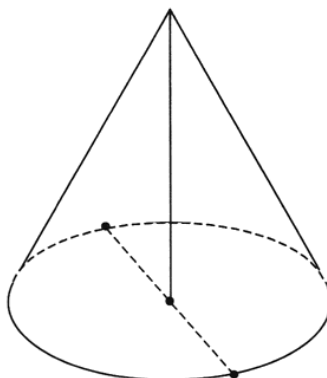
- В8.** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат – расстояние  $s$  в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



**B9** 

- B9.** Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.

**B10** 

- B10.** В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке?

**B11** 

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $64 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12** 

- B12.** Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13** 

- B13.** Города  $A$ ,  $B$  и  $C$  соединены прямолинейным шоссе, причем город  $B$  расположен между городами  $A$  и  $C$ . Из города  $A$  в сторону города  $C$  выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города  $B$  в сторону города  $C$  выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на  $28 \text{ км/ч}$  больше скорости грузовика, а расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно  $112 \text{ км}$ ?

**B14** 

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

## Часть 2

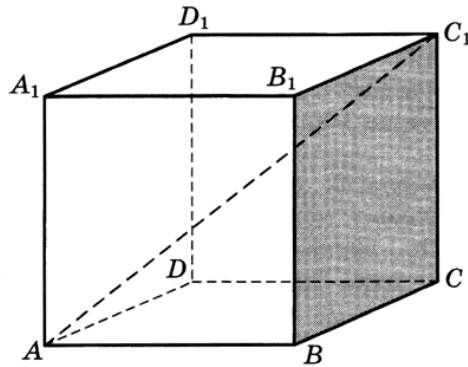
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. Решите уравнение  $\cos 2x + 2 \cos^2 x - \sin 2x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

С1

- С2. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .

С2



- С3. Решите неравенство  $\frac{2 \log_7 (x^2 + 6x)}{\log_7 x^2} \leq 1$ .

С3

- С4. Периметр равнобедренной трапеции равен 52. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность, причём боковая сторона делится точкой касания в отношении 4 : 9. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

С4

- С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

С5

- С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 672 и

- а) пять;  
б) четыре;  
в) три  
из них образуют геометрическую прогрессию?

С6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 11

## Часть 1

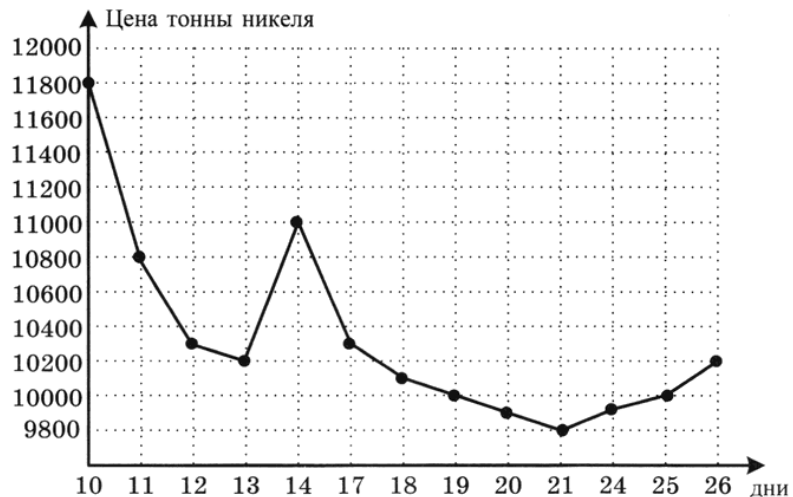
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

В2

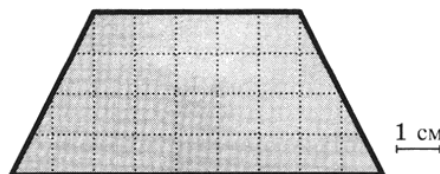
**В1.** Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 190 рублей в воскресенье?

**В2.** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



В3

**В3.** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**B4.** Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 760 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 17 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

**B4**

**B5.** Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-24 - 5x} = 4$ .

**B5**

**B6.** В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $21^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $30^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

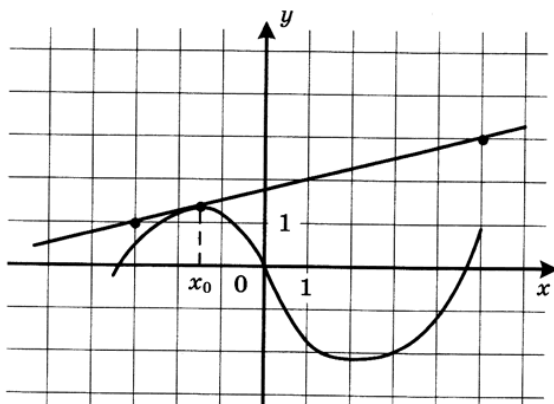
**B6**

**B7.** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in (0; 0,5\pi)$ .

**B7**

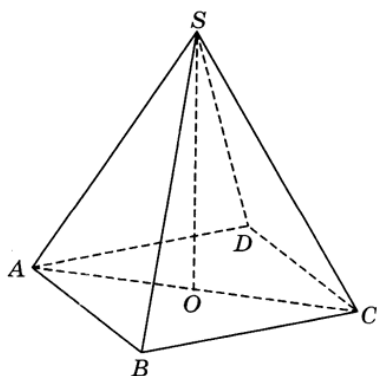
**B8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**B8**



**B9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SO = 12$ ,  $AC = 18$ . Найдите боковое ребро  $SD$ .

**B9**



**B10**

**B10.** Валя выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

**B11**

**B11.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12**

**B12.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 200$  мг. Период его полураспада  $T = 4$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

**B13**

**B13.** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

**B14**

**B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 73$  на отрезке  $[0; 7]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

**C1.** Решите уравнение  $(8 \cos^2 x + 6 \cos x - 5) \cdot \log_7(-\sin x) = 0$ .

**C2**

**C2.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , стороны основания которой равны 5, а боковые ребра равны 11, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $A_1 F_1$ .

**C3**

**C3.** Решите неравенство  $\frac{2 \log_7(x^2 + 6x)}{\log_7 x^2} \leq 1$ .

**C4.** Периметр равнобедренной трапеции равен 52. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность, причём боковая сторона делится точкой касания в отношении 4 : 9. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

**C4**

**C5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y-9)^2 = 25, \\ y = |x-a| + 4 \end{cases}$$

**C5**

имеет ровно три различных решения.

**C6.** Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 15 раз больше, либо в 15 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3825.  
 а) Может ли последовательность состоять из двух членов?  
 б) Может ли последовательность состоять из трех членов?  
 в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

**C6**



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 12

## Часть 1

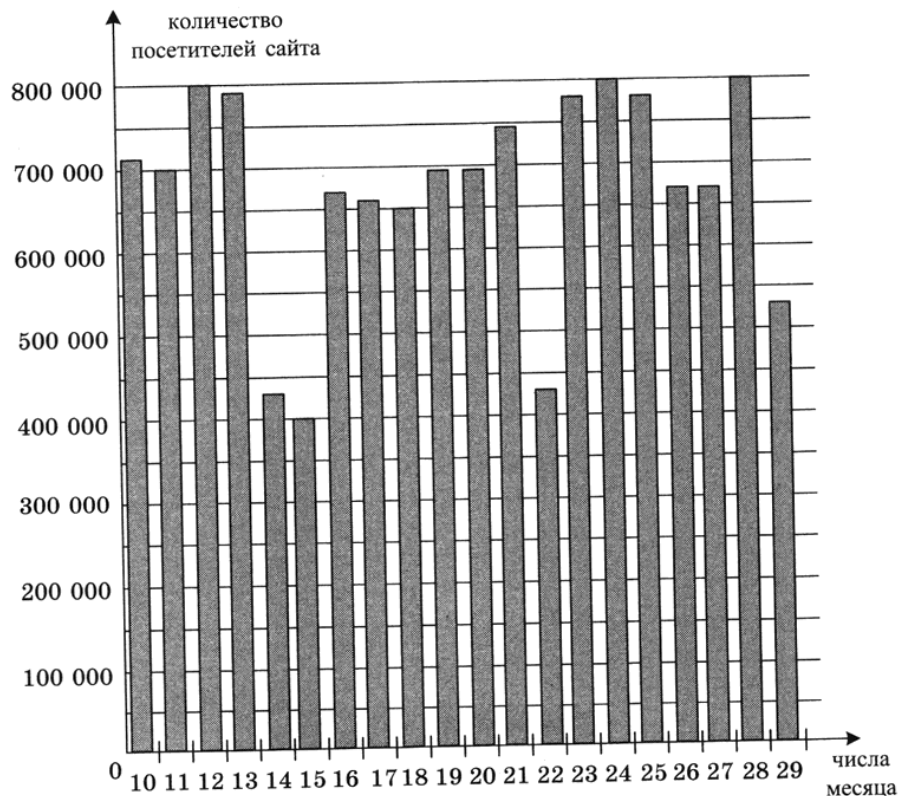
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

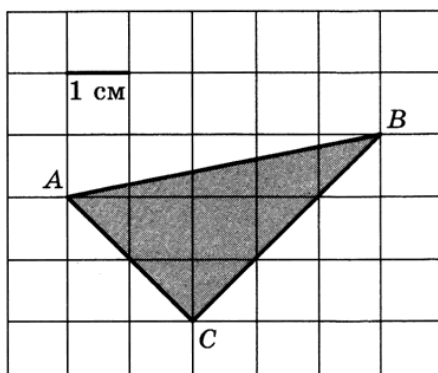
- В1.** На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

**В2**

- В2.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 650 тысяч посетителей.



- В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**В3**

- В4.** Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

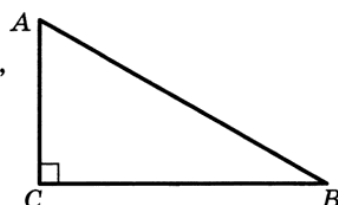
**В4**

- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_7(x - 6) = 2$ .

**В5**

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $A$  равен  $60^\circ$ ,  $AB = 8$ . Найдите  $AC$ .

**В6**

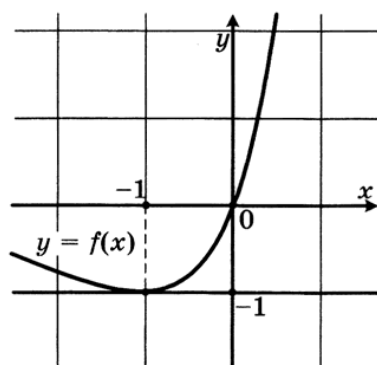


- В7.** Найдите значение выражения  $10 \cdot 7^{\log_7 4}$ .

**В7**

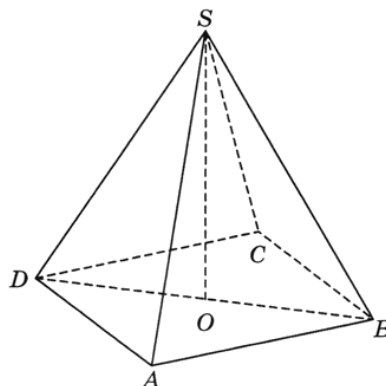
- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .

**В8**



**B9** 

- B9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SA = 26$ ,  $BD = 20$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .

**B10** 

- B10.** В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке?

**B11** 

- B11.** Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $18 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

**B12** 

- B12.** Зависимость объема спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13** 

- B13.** Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

**B14** 

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

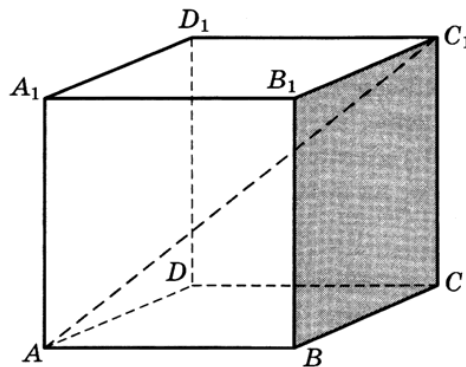
## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**С1.** Решите уравнение  $(6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4) \sqrt{-43 \sin x} = 0$ .

**С1**

**С2.** В кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .

**С2**


**С3.** Решите неравенство  $\log_{x+2}(36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2(x - 18)^2 \geq 2$ .

**С3**

**С4.** В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BM$  и  $CN$ ,  $O$  — центр вписанной окружности. Известно, что  $BC = 24$ ,  $MN = 12$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $BOC$ .

**С4**

**С5.** Найти все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a(x + y - 1) = x - 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**С5**

**С6.** Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

**С6**

## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 13

### Часть 1

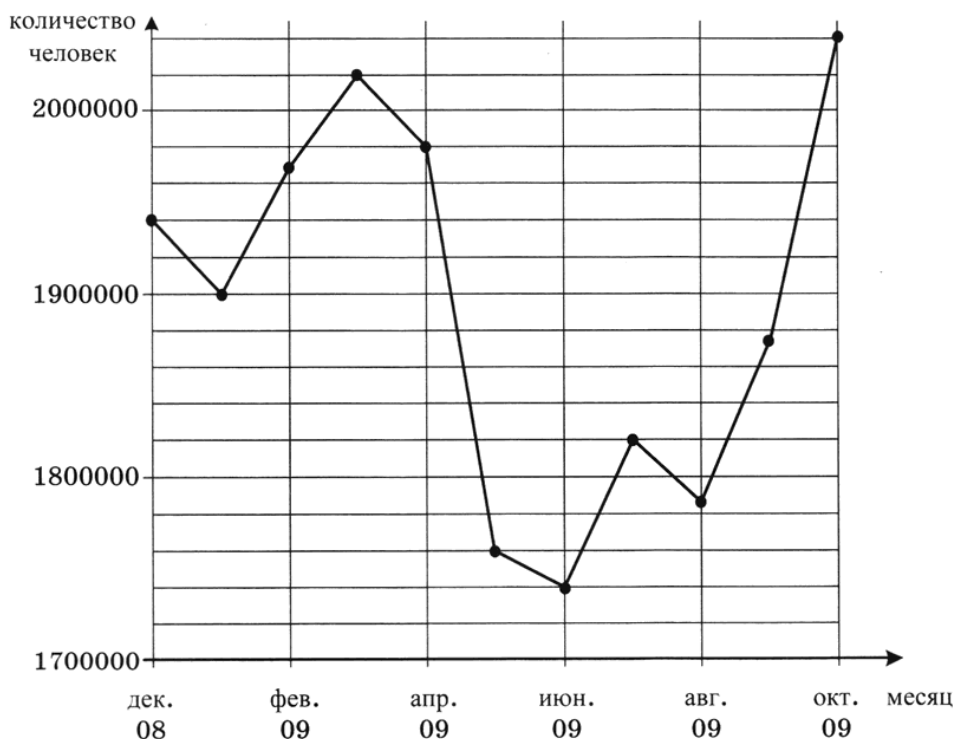
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

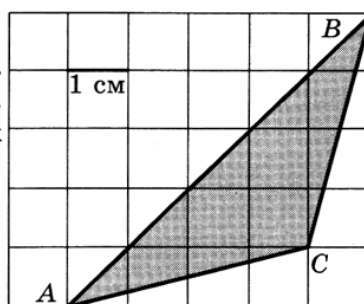
- В1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?

**В2**

- В2.** На рисунке жирными точками показана средняя недельная аудитория поискового сайта во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за неделю (среднее за 4 недели месяца). Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднюю недельную аудиторию за указанный период.



- В3. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .  
Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ .  
Ответ дайте в квадратных сантиметрах.


 В3

- В4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

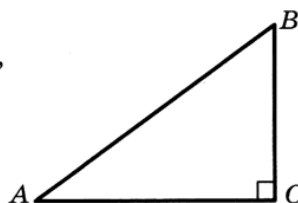
 В4

Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

- В5. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$ .

 В5

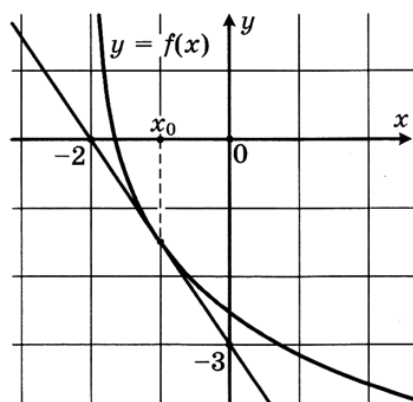
- В6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  
 $\cos A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

 В6


- В7. Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 2}$ .

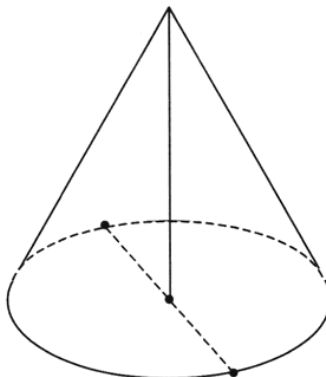
 В7

- В8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .

 В8


**B9** 

- B9.** Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.

**B10** 

- B10.** На тарелке 10 пирожков: 3 с мясом, 5 с капустой и 2 с вишней. Артур наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

**B11** 

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $3 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12** 

- B12.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 25$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**B13** 

- B13.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**B14** 

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x+5)^5 - 5x$  на отрезке  $[-4, 5; 0]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. Решите уравнение  $\cos 2x + 2\cos^2 x - \sin 2x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

С1

- С2. Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = \sqrt{31}$ . Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $AD$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , если расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 5.

С2

- С3. Решите неравенство  $\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}} 7$ .

С3

- С4. В трапеции  $ABCD$  известны боковые стороны  $AB = 27$ ,  $CD = 28$  и верхнее основание  $BC = 5$ . Известно, что  $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$ . Найдите  $AC$ .

С4

- С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2, \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

С5

- С6. Решите уравнение  $3^m + 4^n = 5^k$  в натуральных числах.

С6



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 14

## Часть 1

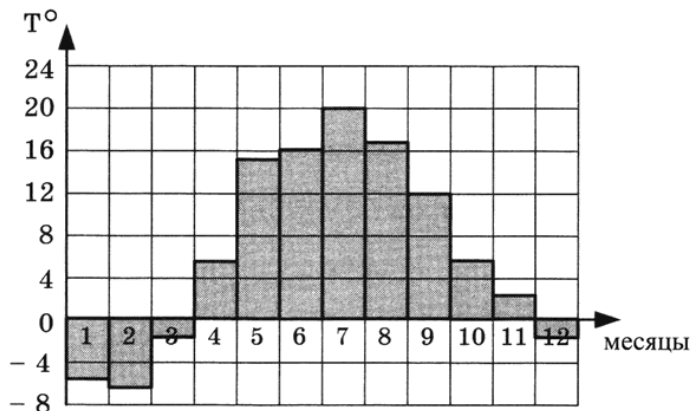
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?

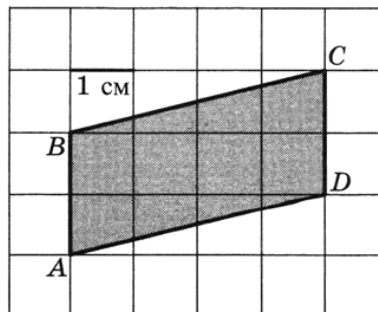
В2

- В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия июль в среднем был теплее, чем июнь. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3

- В3. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

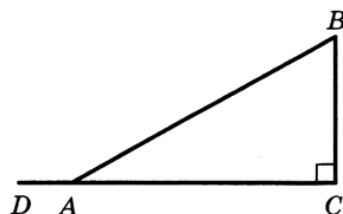


- B4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	20 минут	2 часа 10 минут	5 минут
Электричка	15 минут	1 час 55 минут	20 минут
Маршрутное такси	15 минут	1 час 40 минут	40 минут

- B5.** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$ .

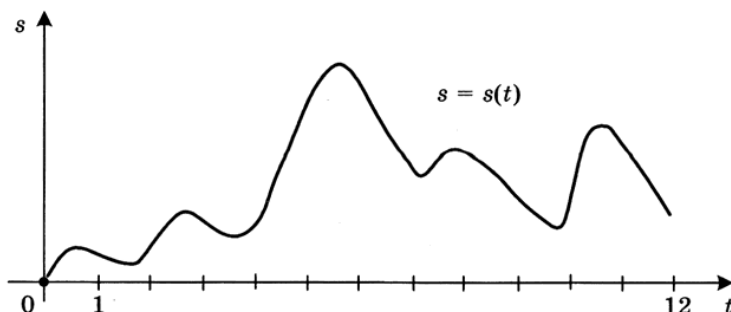
- B6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите синус угла  $BAD$ .



- B7.** Вычислите значение выражения  $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$ .

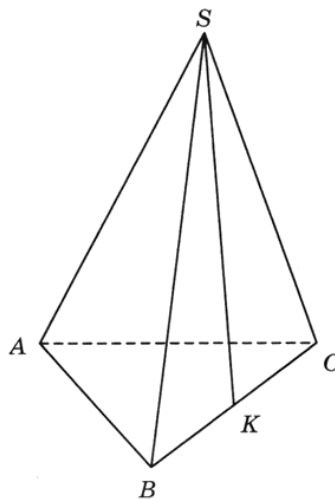
- B8.** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



**B9** 

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка  $SK$ .

**B10** 

- B10.** В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

**B11** 

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $128 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12** 

- B12.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**B13** 

- B13.** Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

**B14** 

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение  $(2 \sin x + \sqrt{3}) \log_3(\operatorname{tg} x) = 0$ .

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511, \\ \log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left( x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right). \end{cases}$$

С4. Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 15

## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

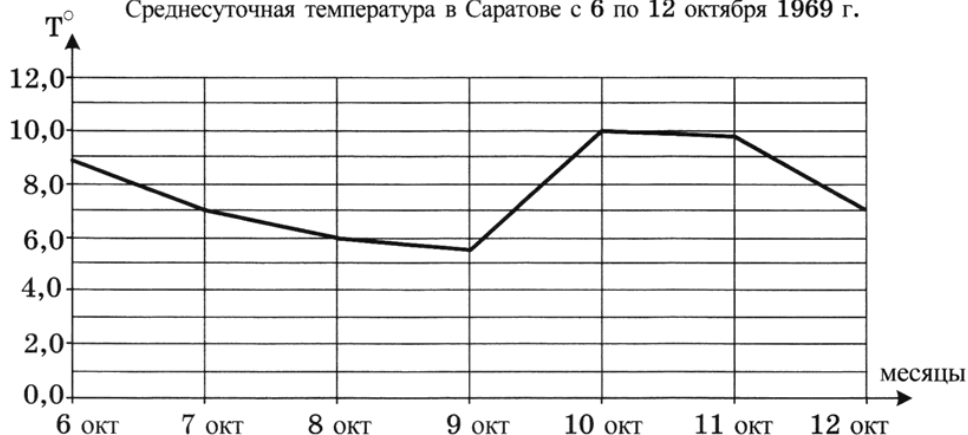
**В1**

- В1.** Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

**В2**

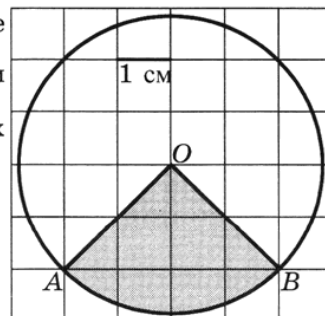
- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



**В3**

- В3.** Найдите площадь  $S$  сектора. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

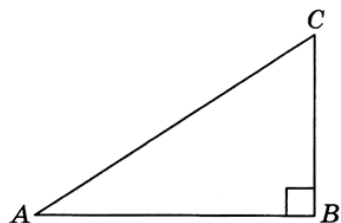


- В4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	10 минут	1 час 55 минут	10 минут
Электричка	20 минут	1 час 15 минут	40 минут
Маршрутное такси	20 минут	1 час 30 минут	30 минут

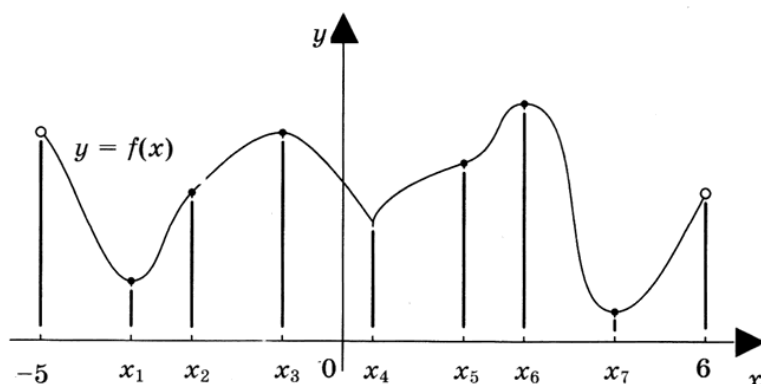
- В5.** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$ .

- В6.** Один острый угол прямоугольного треугольника на  $30^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол.



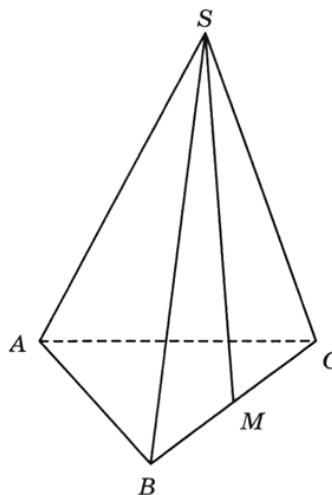
- В7.** Найдите значение выражения  $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$ .

- В8.** Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 6)$ . На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, \dots, x_7$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.



**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $M$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $SM = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 63. Найдите длину отрезка  $AB$ .

**B10**

- B10.** При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

**B11**

- B11.** Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $22 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

**B12**

- B12.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $46,17 \cdot 10^{12}$ , определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

**B13**

- B13.** Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила  $2400 \text{ м}^2$ .

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

**B14**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1.** Решите уравнение  $\cos 4x - \cos 2x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ .

**C1**

- C2.** Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

**C2**

- C3.** Решите неравенство  $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$ .

**C3**

- C4.** Точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — основания высот треугольника  $ABC$ . Углы треугольника  $A_1B_1C_1$  равны  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $30^\circ$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

**C4**

- C5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

**C5**

- C6.** При каком наибольшем  $n$  найдется  $n$  семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

**C6**



## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 16

### Часть 1

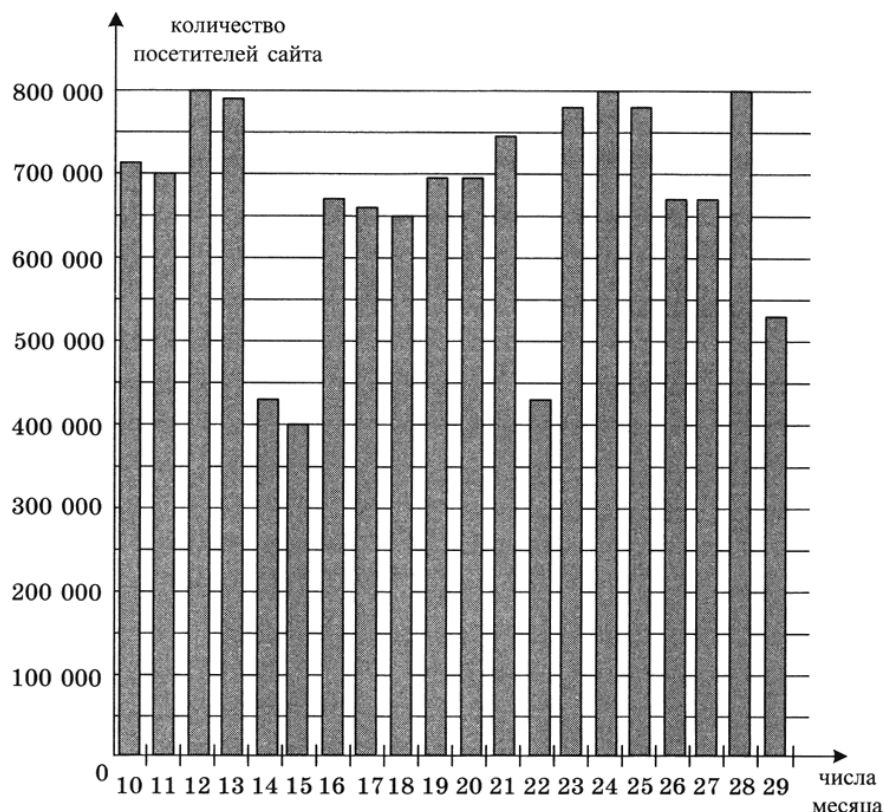
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

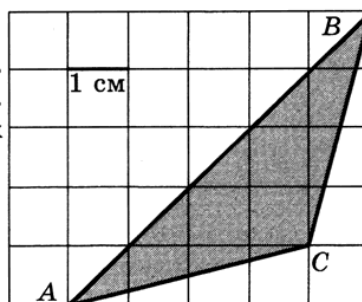
- В1.** Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 190 рублей в воскресенье?

**В2**

- В2.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 650 тысяч посетителей.



- B3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**B3**

- B4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

**B4**

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	20 минут	2 часа 10 минут	5 минут
Электричка	15 минут	1 час 55 минут	20 минут
Маршрутное такси	15 минут	1 час 40 минут	40 минут

- B5.** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$ .

**B5**

- B6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

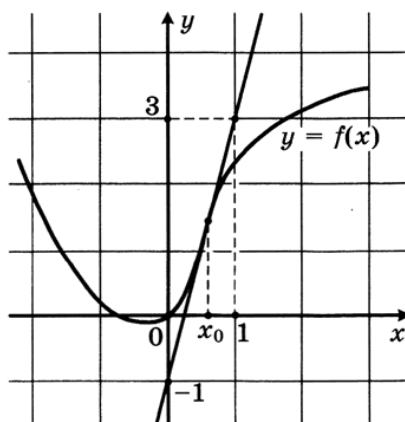
**B6**

- B7.** Вычислите значение выражения  $\log_4 \log_8 \sqrt[16]{\sqrt[4]{8}}$ .

**B7**

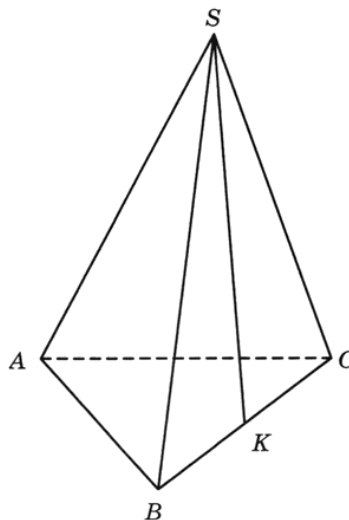
- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**B8**



**B9** 

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 4$ , а  $SK = 21$ . Найдите площадь боковой поверхности.

**B10** 

- B10.** При включении телевизор показывает случайный канал. Зритель включает телевизор. В это время по двадцати каналам из сорока показывают рекламу. Найдите вероятность того, что зритель при включении попадет на канал, где реклама в этот момент не идет.

**B11** 

- B11.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12** 

- B12.** Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13** 

- B13.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**B14** 

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

## Часть 2

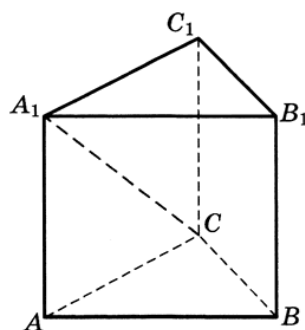
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1. Решите уравнение  $\cos 4x - \cos 2x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ .

**C1**

- C2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .

**C2**



- C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0, \\ \log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) - \log_{1+\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) \geq 0. \end{cases}$$

**C3**

- C4. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса 12. Известно, что  $AB = 6$  и  $BC = 4$ . Найдите  $AC$ .

**C4**

- C5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.

**C5**

- C6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p$  — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

**C6**

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 17

## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

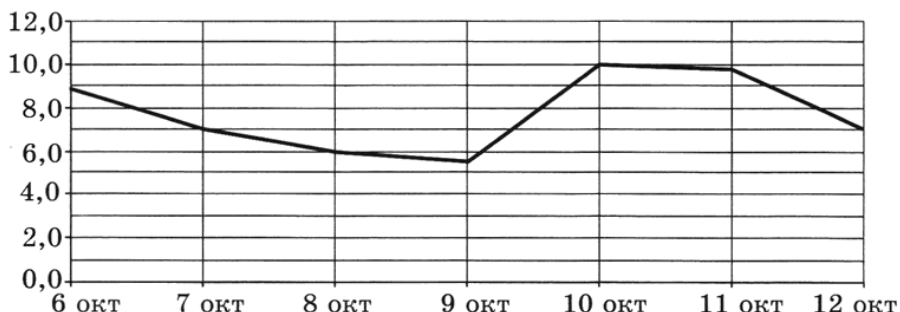
**В1**

- В1.** В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю?

**В2**

- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

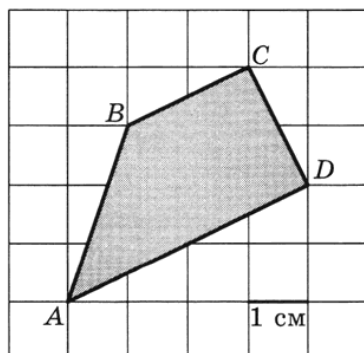
Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от 6,5 °C до 9 °C.

**В3**

- В3.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

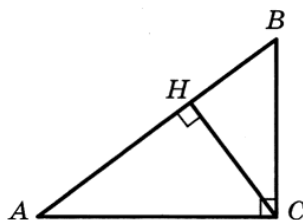


- B4.** Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4900	
Б	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

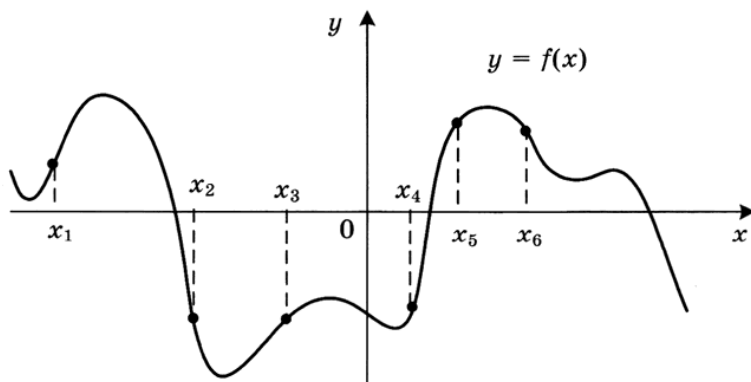
- B5.** Найдите корень уравнения  $\log_4(5 - x) = 2$ .

- B6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $AC = 4$ . Найдите высоту  $CH$ .



- B7.** Вычислите значение выражения  $\log_4 \log_8 \sqrt[16]{\sqrt[4]{8}}$ .

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



**B4**

**B5**

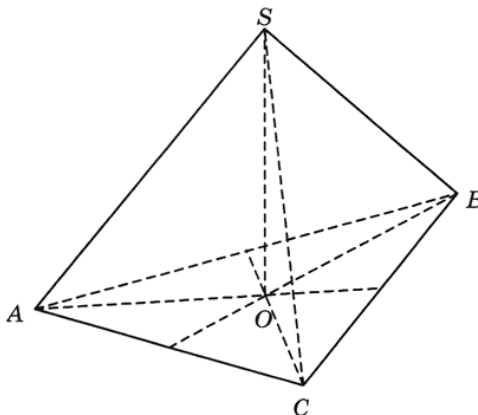
**B6**

**B7**

**B8**

**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 16, объем пирамиды равен 80. Найдите длину отрезка  $OS$ .

**B10**

- B10.** Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска закончатся одинаково.

**B11**

- B11.** Объем конуса равен  $6 \text{ см}^3$ . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

**B12**

- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340^\circ \text{ К}$ ? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**B13**

- B13.** Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 7)e^{x-6}$  на отрезке  $[5; 7]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1. Решите уравнение  $7 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

C1

- C2. Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 5$ ,  $AD = \sqrt{33}$ . Найдите тангенс угла между плоскостью грани  $AA_1 D_1 D$  призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $CD$  перпендикулярно прямой  $B_1 D$ , если расстояние между прямыми  $A_1 C_1$  и  $BD$  равно  $\sqrt{3}$ .

C2

- C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0, \\ \log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) - \log_{1+\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) \geq 0. \end{cases}$$

C3

- C4. Около треугольника  $ABC$  описана окружность с центром  $O$ , угол  $AOC$  равен  $60^\circ$ . В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $M$ . Найдите угол  $AMC$ .

C4

- C5. Найдите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение

$$3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$$

имеет ровно два различных решения.

C5

- C6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 672 и  
а) пять;  
б) четыре;  
в) три  
из них образуют геометрическую прогрессию?

C6



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 18

## Часть 1

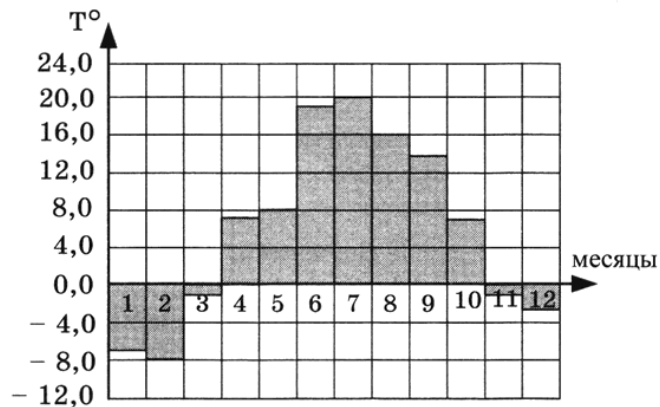
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? (Знак % в ответе не пишите.)

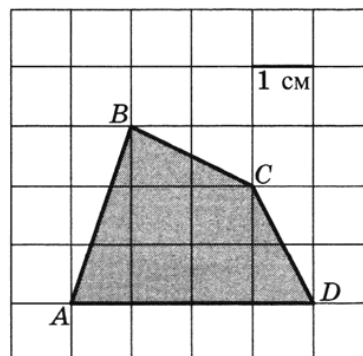
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев второго полугодия 1999 года средняя температура была ниже  $14^{\circ}\text{C}$ .



**В2**

- В3.** Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B4.** Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

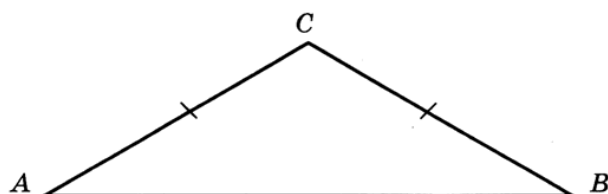
**B4**

- B5.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{4x+5} = 5$ .

**B5**

- B6.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ . Найдите  $AC$ .

**B6**

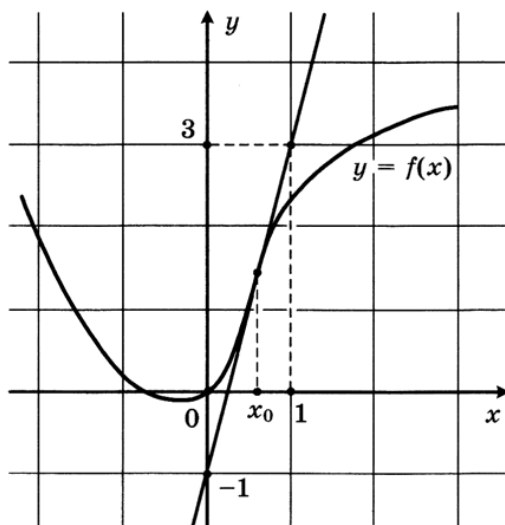


- B7.** Найдите значение выражения  $\log_8 288 - \log_8 4,5$ .

**B7**

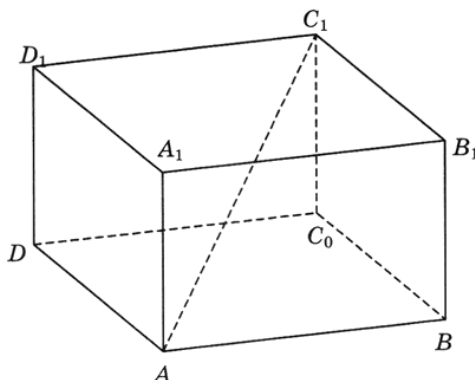
- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**B8**



**B9**

- B9.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AC_1 = \sqrt{50}$ ,  $BB_1 = 3$ ,  $B_1 C_1 = 4$ . Найдите длину ребра  $DC$ .

**B10**

- B10.** В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

**B11**

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $64 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12**

- B12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**B13**

- B13.** Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

**B14**

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi} x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$ .

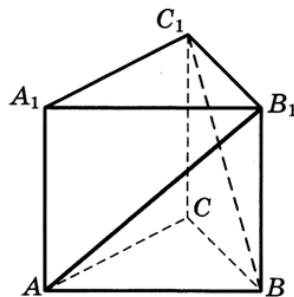
## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \cos y \sqrt{\sin x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 y + 1. \end{cases}$$

**С1**

- С2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

**С2**


С3. Решите неравенство  $\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1$ .

**С3**

- С4. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса 12. Известно, что  $AB = 6$  и  $BC = 4$ . Найдите  $AC$ .

**С4**

- С5. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

**С5**

$$\begin{cases} a^{2x-y-1} = x + 3y - 7, \\ 4y - x = 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и

**С6**

- а) пять;
- б) четыре;
- в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 19

## Часть 1

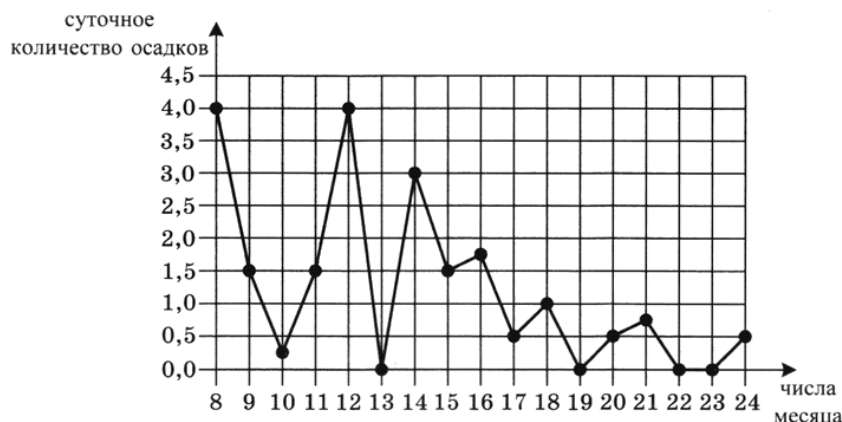
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

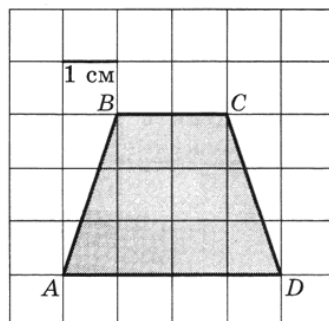
**В2**

- В2.** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.



**В3**

- В3.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

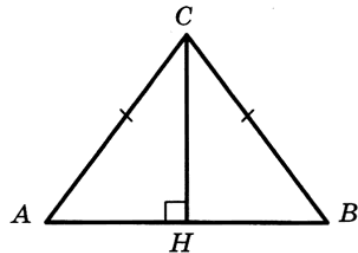


- В4.** В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость (минимальной поездки*)	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200	Нет	13
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	18
В	180	10 мин. — 200 руб.	14

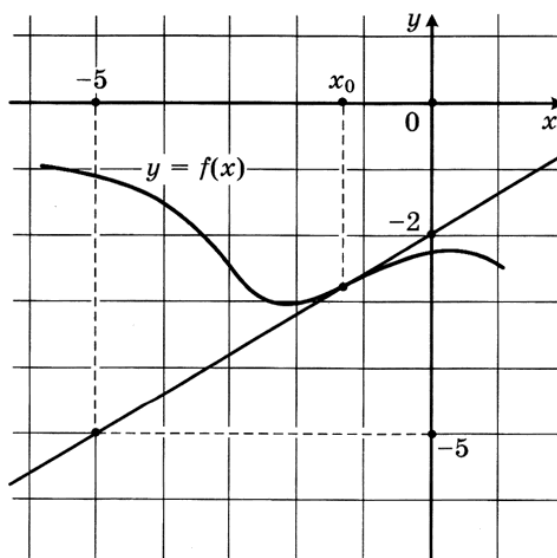
- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_5(x - 4) = 2$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $AB$ .



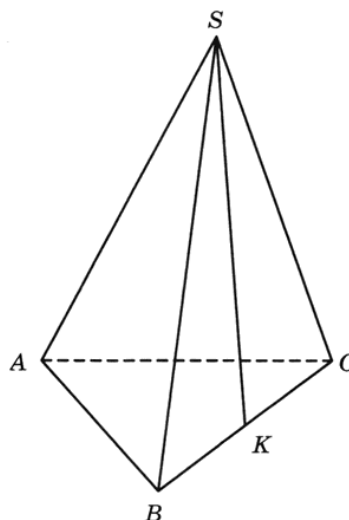
- В7.** Найдите значение выражения  $5 \cdot 7^{\log_7 3}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 4$ , а  $SK = 21$ . Найдите площадь боковой поверхности.

**B10**

- B10.** Двое играют в кости — они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.

**B11**

- B11.** Объем цилиндра равен  $12 \text{ см}^3$ . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

**B12**

- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника  $T_2 = 275 \text{ К}$ ? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**B13**

- B13.** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна  $20 \text{ км/ч}$ , проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна  $4 \text{ км/ч}$ , стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

**B14**

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .

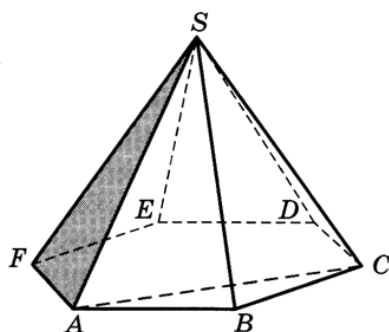
## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение  $\frac{9^{\sin^2 x} - 3^{\sqrt{3} \sin x}}{\sqrt{-2 \cos x} - 1} = 0$ .

**C1**

- C2. В правильной шестиугольной пирамиде  $SA...F$ , боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $SAF$ .

**C2**


- C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \leq 2, \\ \log_{x-3}^4 (x^2 - 17) + \log_{x^2-17}^2 (x-3) - \log_{5x} 25 > 79. \end{cases}$$

**C3**

- C4. Высоты треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Известно, что  $CH = AB$ . Найдите угол  $ACB$ .

**C4**

- C5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.

**C5**

- C6. Решите в целых числах уравнение  $1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2$ .

**C6**



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 20

## Часть 1

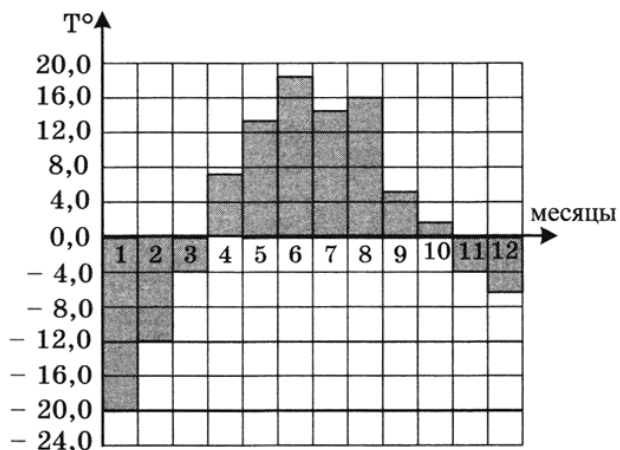
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

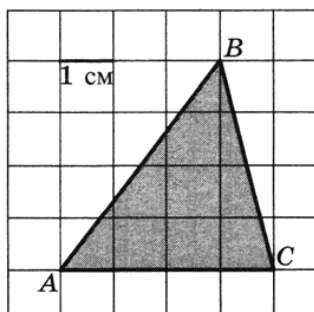
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Свердловске (ныне — Екатеринбург) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 1973 году было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.



**В3**

- В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

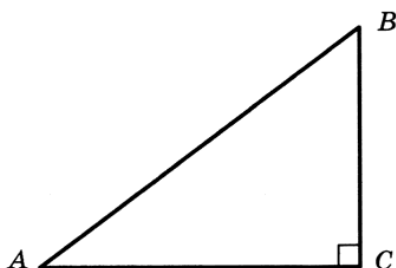


- В4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	90	15
Б	80	20
В	140	Бесплатно

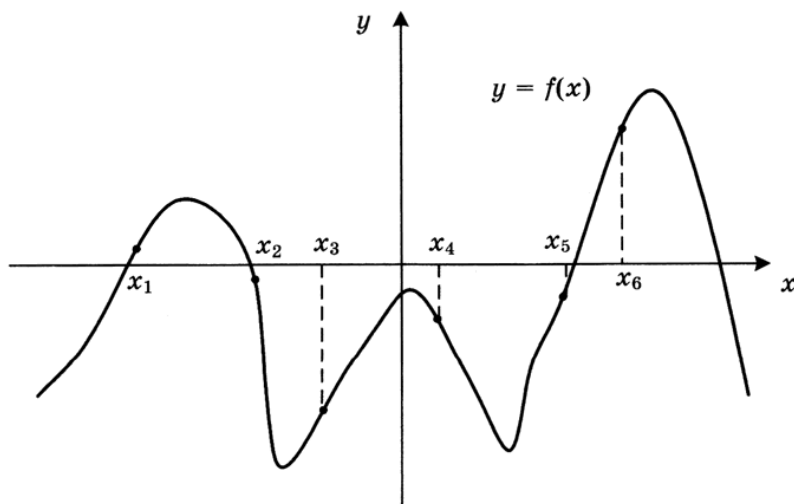
- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ . Найдите  $\cos B$ .



- В7.** Вычислите значение выражения  $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



**В4**

**В5**

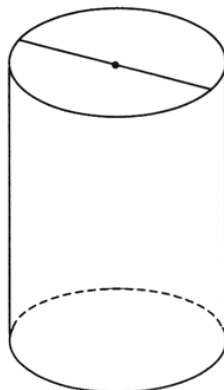
**В6**

**В7**

**В8**

**B9** 

- B9.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $16\pi$ , а высота — 2. Найдите диаметр основания.

**B10** 

- B10.** При включении телевизор показывает случайный канал. Зритель включает телевизор. В это время по двадцати каналам из сорока показывают рекламу. Найдите вероятность того, что зритель при включении попадет на канал, где реклама в этот момент не идет.

**B11** 

- B11.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

**B12** 

- B12.** Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону  $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$ . В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 12$  мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен  $T = 15$  ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

**B13** 

- B13.** Города  $A$ ,  $B$  и  $C$  соединены прямолинейным шоссе, причем город  $B$  расположен между городами  $A$  и  $C$ . Из города  $A$  в сторону города  $C$  выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города  $B$  в сторону города  $C$  выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 28 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 112 км?

**B14** 

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

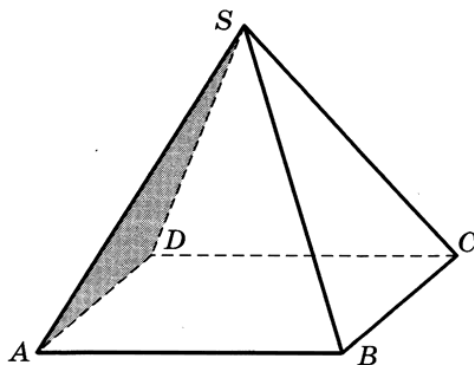
## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. Решите уравнение  $2\sin^2 x + (2 - \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} - 2 = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$ .

**С1**

- С2. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой  $AB$  и плоскостью  $SAD$ .

**С2**


- С3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$ .

**С3**

- С4. Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что  $\angle AO_1B = 90^\circ$ ,  $\angle AO_2B = 60^\circ$ ,  $O_1O_2 = a$ . Найдите радиусы окружностей.

**С4**

- С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = (x^2 + 3x + 2)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

**С5**

- С6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p$  — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

**С6**

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 21

## Часть 1

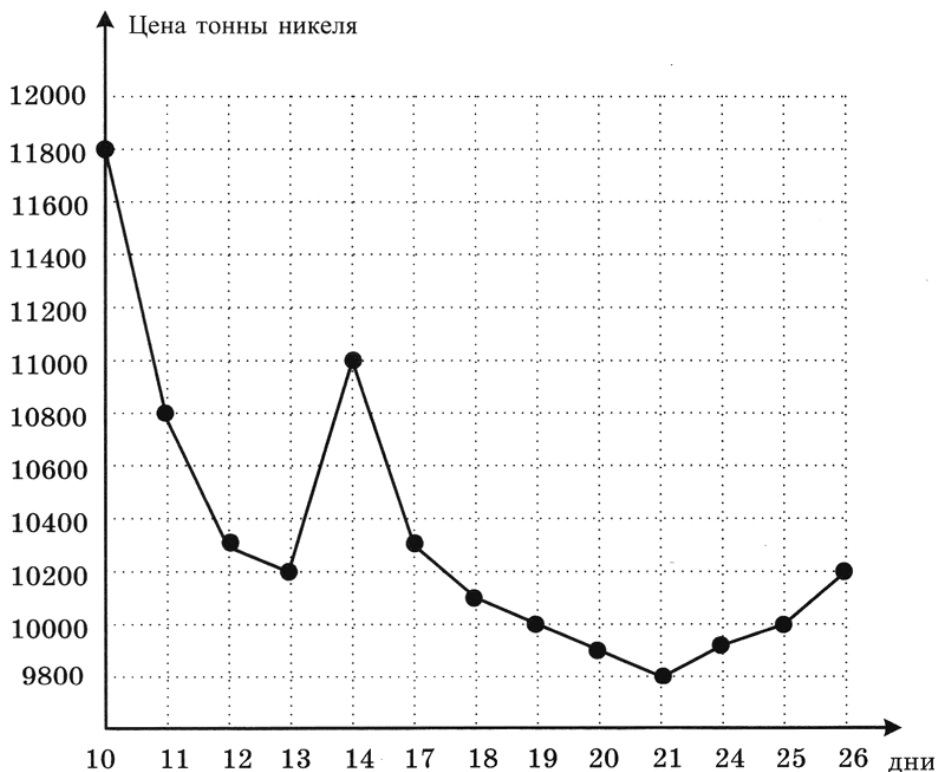
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

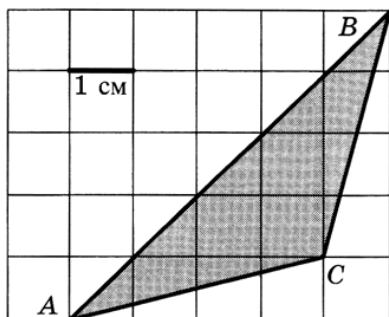
- В1.** До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? (Знак % в ответе не пишете.)

**В2**

- В2.** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



- В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**В3**

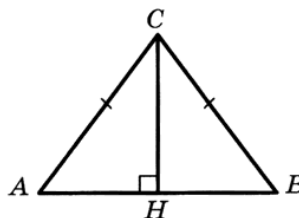
- В4.** Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 760 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 17 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

**В4**

- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_4(5 - x) = 2$ .

**В5**

- В6.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $AB$ .



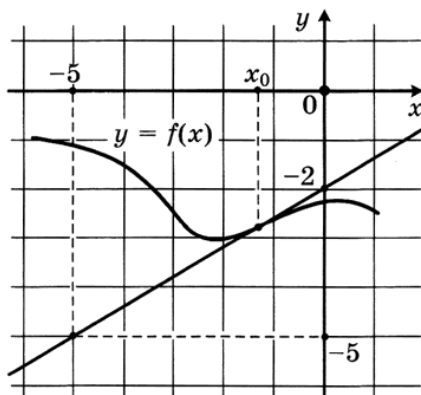
**В6**

- В7.** Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 2}$ .

**В7**

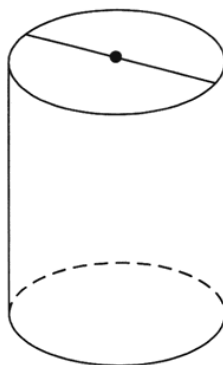
- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**В8**



**B9** 

- B9.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $16\pi$ , а высота — 2. Найдите диаметр основания.

**B10** 

- B10.** Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска закончатся одинаково.

**B11** 

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $64 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12** 

- B12.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 200$  мг. Период его полураспада  $T = 4$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

**B13** 

- B13.** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

**B14** 

- B14.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^3 - 18x^2 + 81x + 73$$

на отрезке  $[0; 7]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**С1.** Решите уравнение

$$2 \sin^2 x + (2 - \sqrt{2}) \cos x + \sqrt{2} - 2 = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$ .

 **С1**

**С2.** Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 5$ ,  $AD = \sqrt{33}$ . Найдите тангенс угла между плоскостью грани  $AA_1 D_1 D$  призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $CD$  перпендикулярно прямой  $B_1 D$ , если расстояние между прямыми  $A_1 C_1$  и  $BD$  равно  $\sqrt{3}$ .

 **С2**

**С3.** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511, \\ \log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left( x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right). \end{cases}$$

 **С3**

**С4.** Высоты треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Известно, что  $CH = AB$ . Найдите угол  $ACB$ .

 **С4**

**С5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2, \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

 **С5**

**С6.** Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

 **С6**



## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 22

### Часть 1

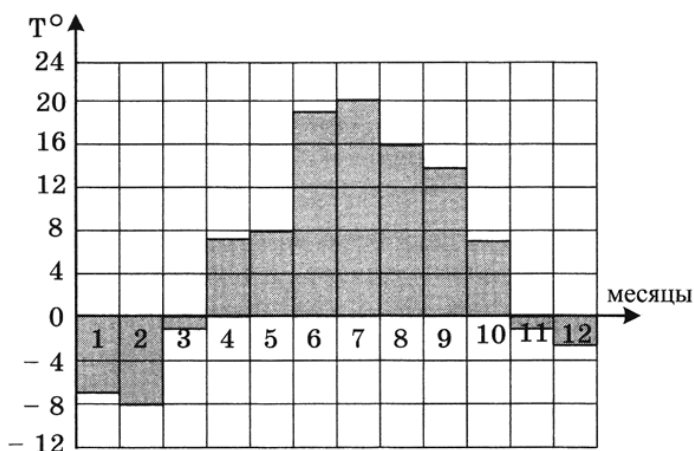
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю?

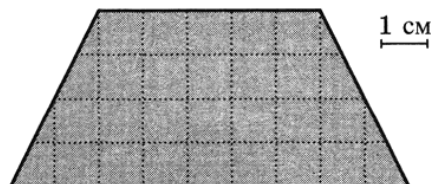
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев второго полугодия 1999 года средняя температура была ниже  $14^{\circ}\text{C}$ .



**В3**

- В3.** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

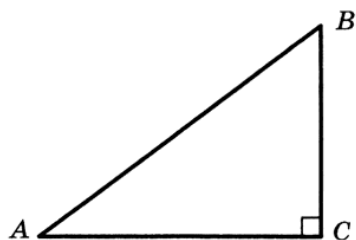


- В4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

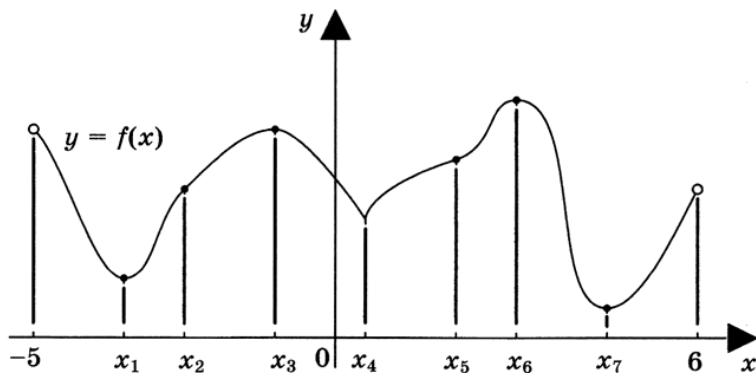
- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ . Найдите  $\cos B$ .



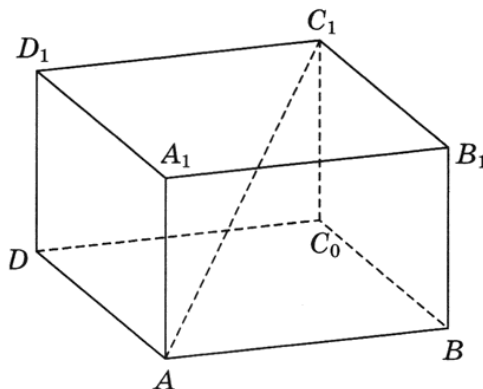
- В7.** Вычислите значение выражения  $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$ .

- В8.** Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 6)$ . На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, \dots, x_7$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.



**B9**

- B9.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D$  известно, что  $AC_1 = \sqrt{50}$ ,  $BB_1 = 3$ ,  $B_1 C_1 = 4$ . Найдите длину ребра  $DC$ .

**B10**

- B10.** На тарелке 10 пирожков: 3 с мясом, 5 с капустой и 2 с вишней. Артур наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

**B11**

- B11.** Объем цилиндра равен  $12 \text{ см}^3$ . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

**B12**

- B12.** При температуре  $0^\circ \text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0 (1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**B13**

- B13.** Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

**B14**

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi} x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

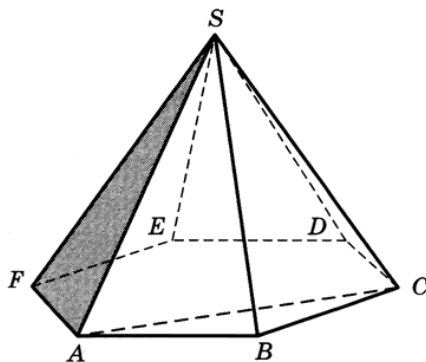
С1. Решите уравнение

$$7 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

**С1**

С2. В правильной шестиугольной пирамиде  $SA\ldots F$ , боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $SAF$ .

**С2**


С3. Решите неравенство

$$\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1.$$

**С3**

С4. В трапеции  $ABCD$  известны боковые стороны  $AB = 27$ ,  $CD = 28$  и верхнее основание  $BC = 5$ . Известно, что  $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$ . Найдите  $AC$ .

**С4**

С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y-9)^2 = 25, \\ y = |x-a| + 4 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

**С5**

С6. При каком наибольшем  $n$  найдется  $n$  семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

**С6**

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 23

## Часть 1

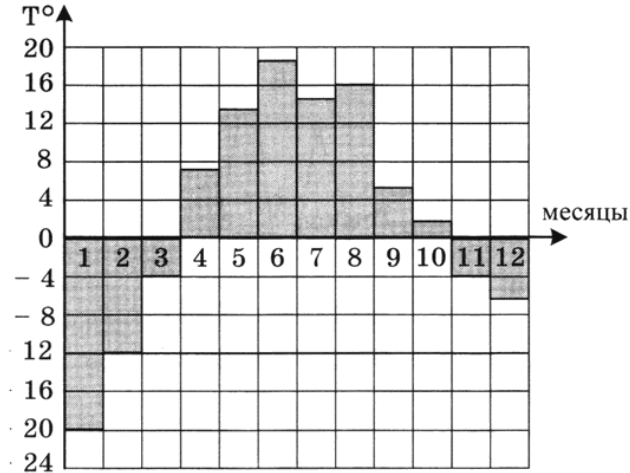
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 190 рублей в воскресенье?

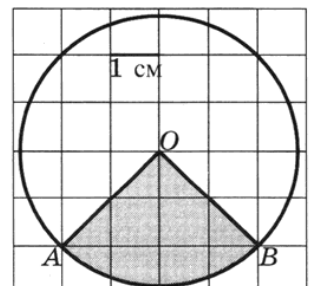
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Свердловске (ныне — Екатеринбург) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 1973 году было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.



**В3**

- В3.** Найдите площадь  $S$  сектора. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

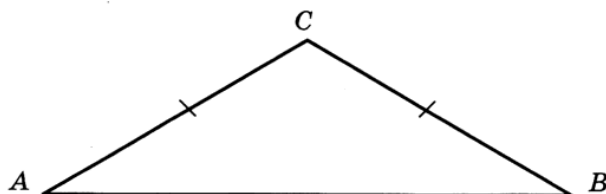


- В4.** Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4900	
Б	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

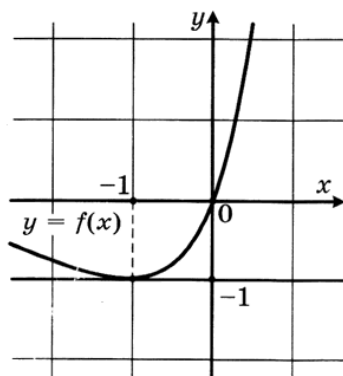
- В5.** Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-24 - 5x} = 4$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ . Найдите  $AC$ .



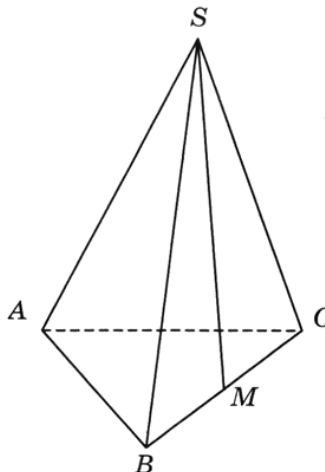
- В7.** Найдите значение выражения  $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $M$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $SM = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 63. Найдите длину отрезка  $AB$ .

**B10**

- B10.** В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

**B11**

- B11.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

**B12**

- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника  $T_2 = 275$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**B13**

- B13.** Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

## Часть 2

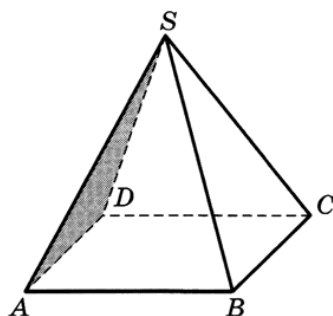
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение

$$(6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4) \sqrt{-43 \sin x} = 0.$$

 **C1**

C2. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой  $AB$  и плоскостью  $SAD$ .

 **C2**


C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0, \\ \log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) - \log_{1+\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) \geq 0. \end{cases}$$

 **C3**

C4. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса 12. Известно, что  $AB = 6$  и  $BC = 4$ . Найдите  $AC$ .

 **C4**

C5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.

 **C5**

C6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и

 **C6**

- а) пять;
  - б) четыре;
  - в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?



## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 24

### Часть 1

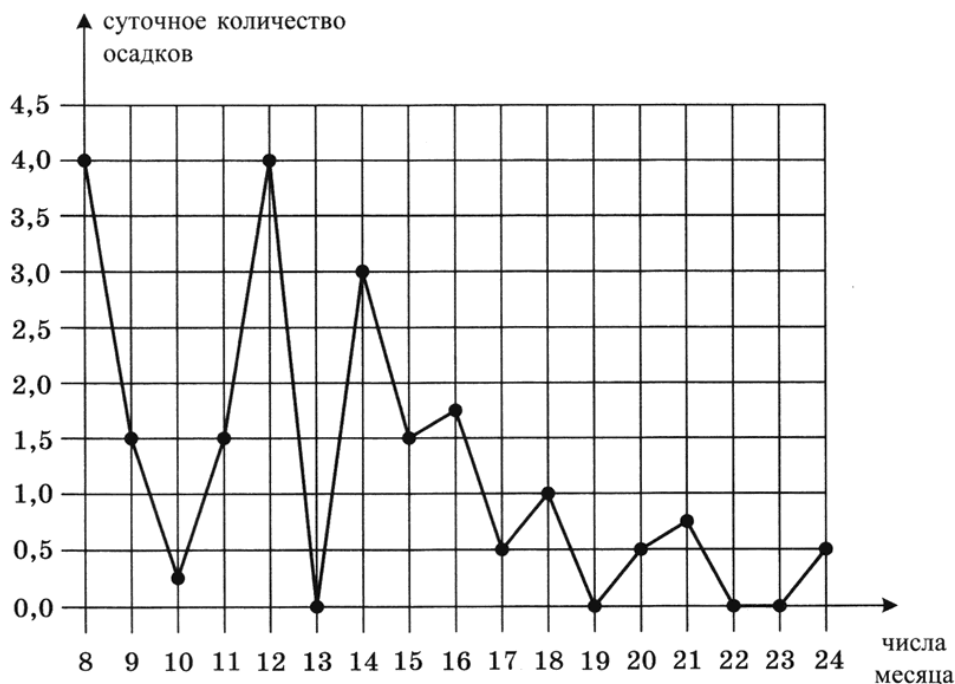
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

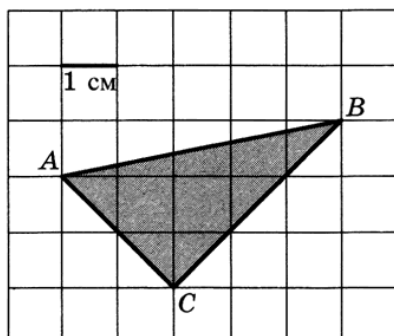
- В1.** Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

**В2**

- В2.** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.



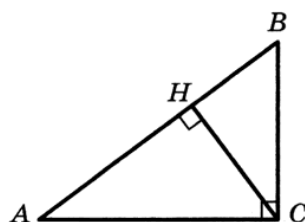
- В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В4.** Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

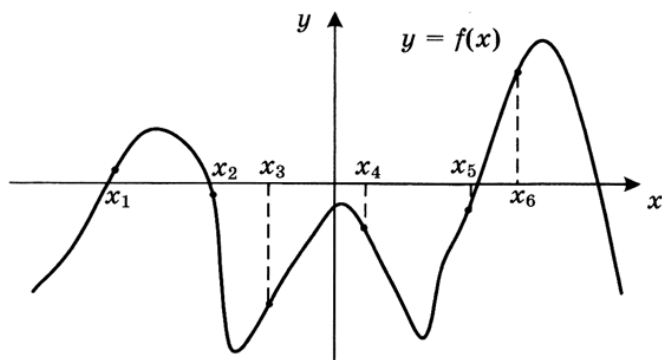
- В5.** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $AC = 4$ . Найдите высоту  $CH$ .



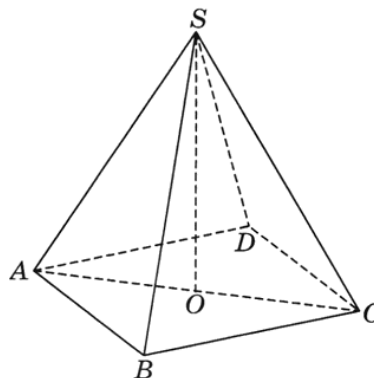
- В7.** Найдите значение выражения  $5 \cdot 7^{\log_7 3}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



**B9**

- B9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SO = 12$ ,  $AC = 18$ . Найдите боковое ребро  $SD$ .

**B10**

- B10.** При включении телевизор показывает случайный канал. Зритель включает телевизор. В это время по двадцати каналам из сорока показывают рекламу. Найдите вероятность того, что зритель при включении попадет на канал, где реклама в этот момент не идет.

**B11**

- B11.** Объем конуса равен 6 см<sup>3</sup>. Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

**B12**

- B12.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11}$  м<sup>2</sup>, а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $46,17 \cdot 10^{12}$ , определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

**B13**

- B13.** Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

## Часть 2

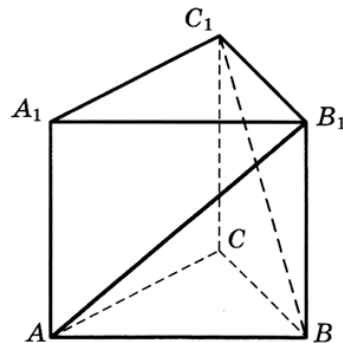
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение  $\frac{9^{\sin^2 x} - 3^{\sqrt{3} \sin x}}{\sqrt{-2 \cos x - 1}} = 0$ .

С1

- С2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

С2



С3. Решите неравенство  $\frac{2 \log_7 (x^2 + 6x)}{\log_7 x^2} \leq 1$ .

С3

- С4. Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что  $\angle AO_1B = 90^\circ$ ,  $\angle AO_2B = 60^\circ$ ,  $O_1O_2 = a$ . Найдите радиусы окружностей.

С4

- С5. Найти все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a (x + y - 1) = x - 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

С5

- С6. Решите уравнение  $3^m + 4^n = 5^k$  в натуральных числах.

С6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 25

## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

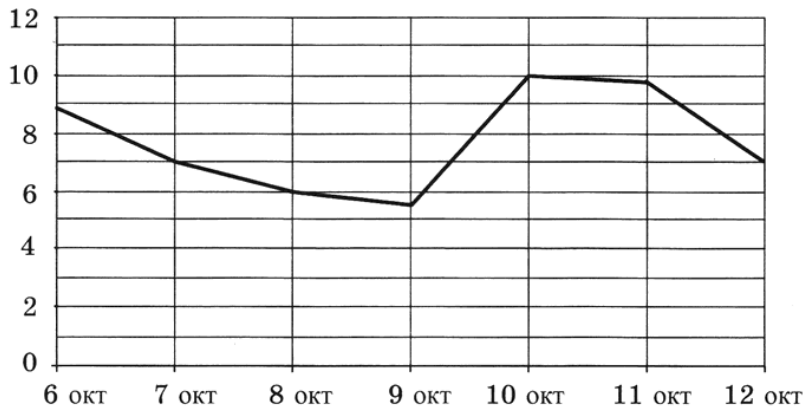
**В1**

- В1.** Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

**В2**

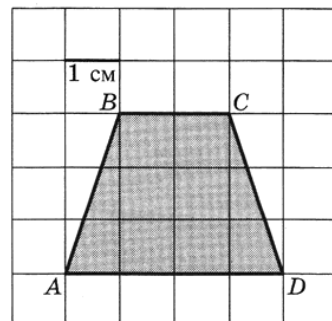
- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от  $6,5^{\circ}\text{C}$  до  $9^{\circ}\text{C}$ .

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



**В3**

- В3.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

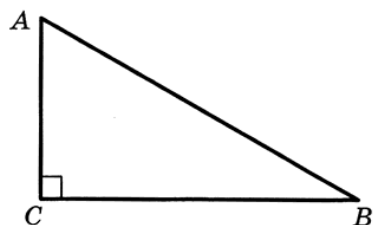


- В4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	20 минут	2 часа 10 минут	5 минут
Электричка	15 минут	1 час 55 минут	20 минут
Маршрутное такси	15 минут	1 час 40 минут	40 минут

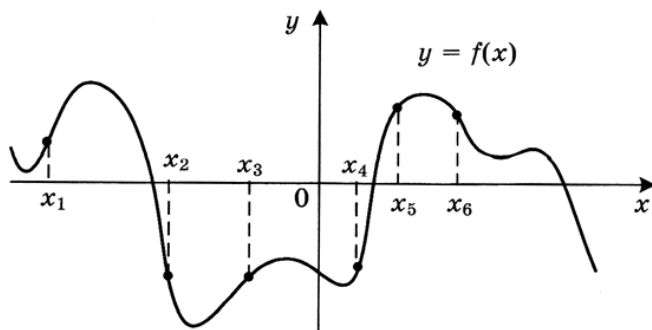
- В5.** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $A$  равен  $60^\circ$ ,  $AB = 8$ . Найдите  $AC$ .



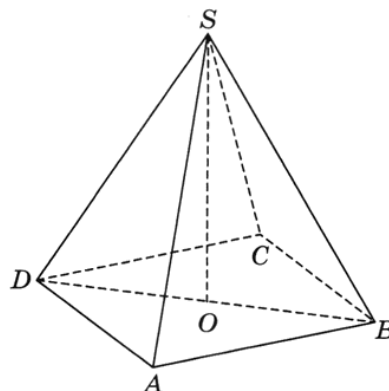
- В7.** Найдите значение выражения  $10 \cdot 7^{\log_7 4}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



**B9**

- B9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SA = 26$ ,  $BD = 20$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .

**B10**

- B10.** Двое играют в кости — они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.

**B11**

- B11.** Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $22 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

**B12**

- B12.** Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону  $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$ . В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 12$  мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен  $T = 15$  ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

**B13**

- B13.** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 7)e^{x-6}$  на отрезке  $[5; 7]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение

$$\cos 2x + 2 \cos^2 x - \sin 2x = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

С1

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С2

С3. Решите неравенство

$$\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0.$$

С3

С4. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BM$  и  $CN$ ,  $O$  — центр вписанной окружности. Известно, что  $BC = 24$ ,  $MN = 12$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $BOC$ .

С4

С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = (x^2 + 3x + 2)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

С5

С6. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

С6



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 26

## Часть 1

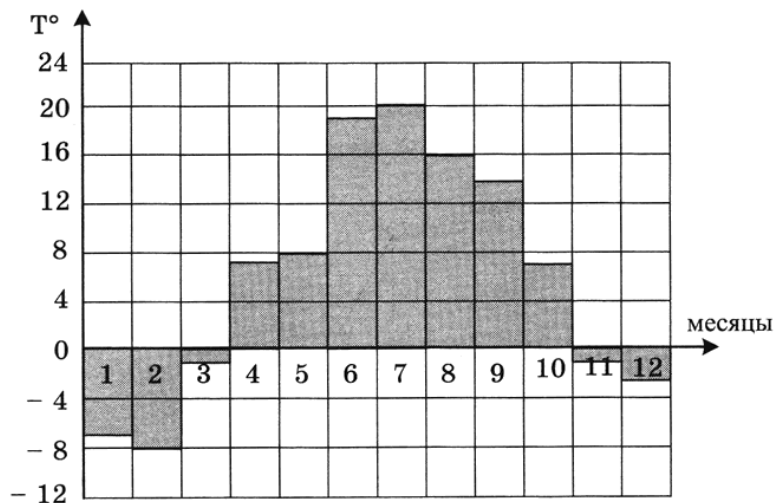
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? (Знак % в ответе не пишете.)

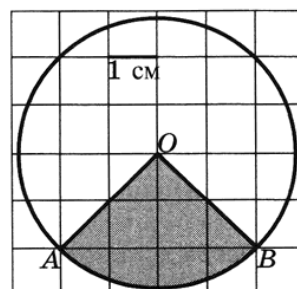
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев второго полугодия 1999 года средняя температура была ниже  $14^{\circ}\text{C}$ .



**В3**

- В3.** Найдите площадь  $S$  сектора. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B4.** Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

**B4**

- B5.** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$ .

**B5**

- B6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

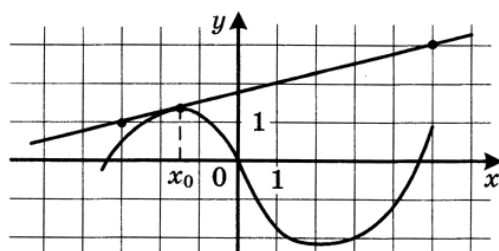
**B6**

- B7.** Вычислите значение выражения  $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$ .

**B7**

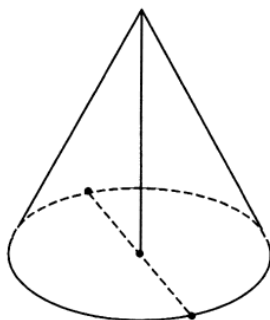
- B8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**B8**



- B9.** Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.

**B9**



- B10.** Валя выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

**B10**

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $64 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B11**

**B12**

- B12.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**B13**

- B13.** Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

**B14**

- B14.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

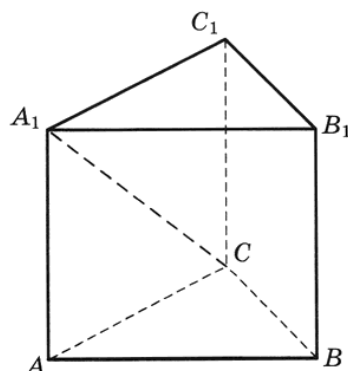
- C1.** Решите уравнение

$$\cos 2x + 2 \cos^2 x - \sin 2x = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

**C2**

- C2.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .



C3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$ .

C3

C4. Периметр равнобедренной трапеции равен 52. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность, причём боковая сторона делится точкой касания в отношении 4 : 9. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

C4

C5. Найдите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение

$$3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$$

имеет ровно два различных решения.

C5

C6. Решите в целых числах уравнение

$$1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2.$$

C6

## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 27

### Часть 1

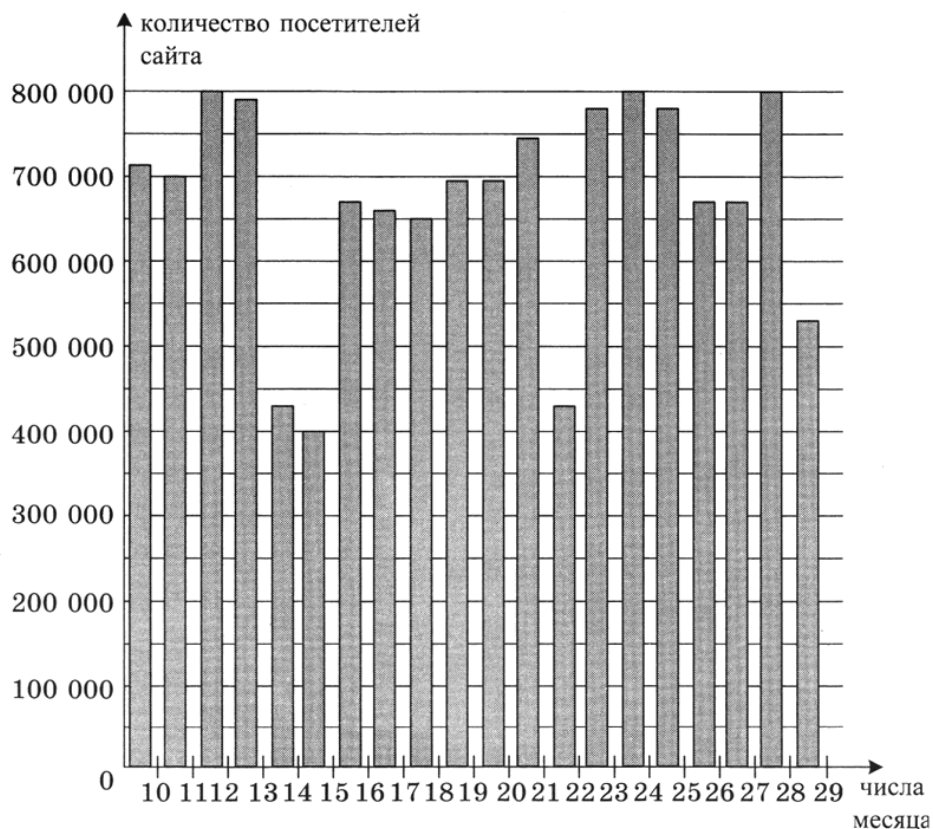
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

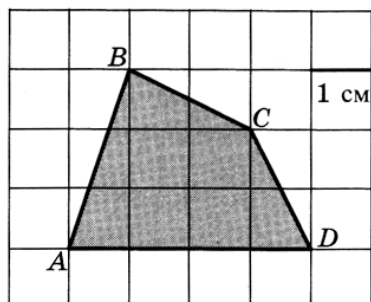
- В1.** Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?

**В2**

- В2.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 650 тысяч посетителей.



- В3.** Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

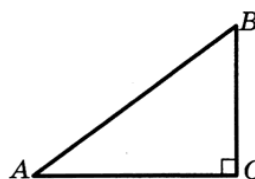


- В4.** В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость (минимальной поездки*)	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200	Нет	13
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	18
В	180	10 мин. — 200 руб.	14

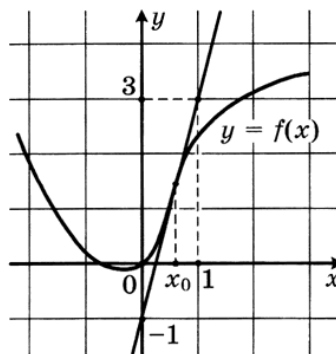
- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_7(x-6) = 2$ .

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .



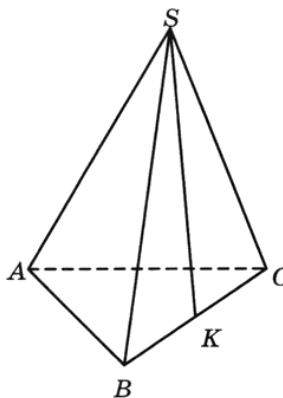
- В7.** Вычислите значение выражения  $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 4$ , а  $SK = 21$ . Найдите площадь боковой поверхности.

**B10**

- B10.** В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

**B11**

- B11.** Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $18 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

**B12**

- B12.** Зависимость объема спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13**

- B13.** Города  $A$ ,  $B$  и  $C$  соединены прямолинейным шоссе, причем город  $B$  расположен между городами  $A$  и  $C$ . Из города  $A$  в сторону города  $C$  выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города  $B$  в сторону города  $C$  выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на  $28 \text{ км/ч}$  больше скорости грузовика, а расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно  $112 \text{ км}$ ?

**B14**

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x+5)^5 - 5x$  на отрезке  $[-4, 5; 0]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \cos y \sqrt{\sin x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 y + 1. \end{cases}$$

С1

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С2

С3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$ .

С3

С4. Точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — основания высот треугольника  $ABC$ . Углы треугольника  $A_1B_1C_1$  равны  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $30^\circ$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

С4

С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

С5

С6. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 15 раз больше, либо в 15 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3825.  
а) Может ли последовательность состоять из двух членов?  
б) Может ли последовательность состоять из трех членов?  
в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

С6



## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 28

### Часть 1

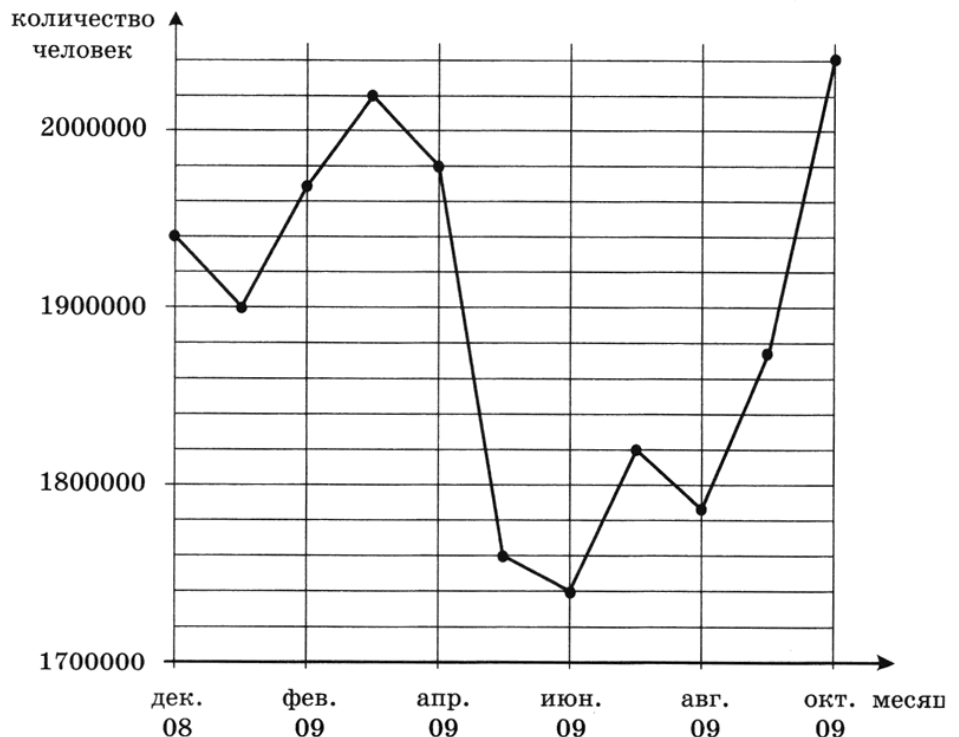
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

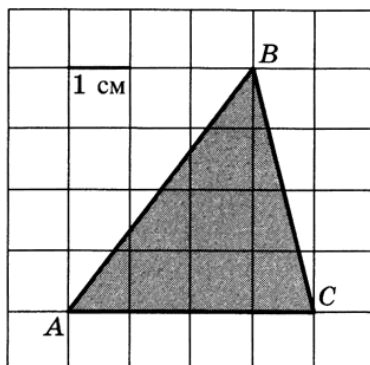
- В1.** Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

**В2**

- В2.** На рисунке жирными точками показана средняя недельная аудитория поискового сайта во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за неделю (среднее за 4 недели месяца). Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднюю недельную аудиторию за указанный период.



- В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**В3**

- В4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	10 минут	1 час 55 минут	10 минут
Электричка	20 минут	1 час 15 минут	40 минут
Маршрутное такси	20 минут	1 час 30 минут	30 минут

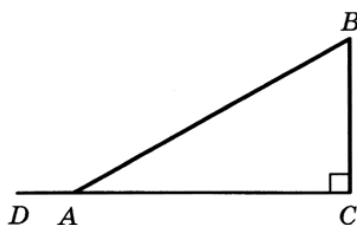
**В4**

- В5.** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$ .

**В5**

- В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите синус угла  $BAD$ .

**В6**

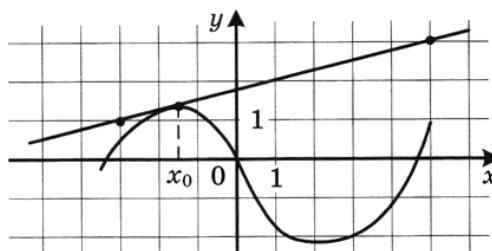


- В7.** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in (0; 0,5\pi)$ .

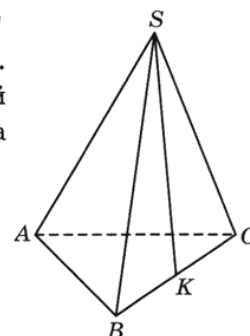
**В7**

**B8**

- B8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**B9**

- B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка  $SK$ .

**B10**

- B10.** При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

**B11**

- B11.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12**

- B12.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 25$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**B13**

- B13.** Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

**B14**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1.** Решите уравнение  $(2 \sin x + \sqrt{3}) \log_3(\operatorname{tg} x) = 0$ .

**C1**

- C2.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , стороны основания которой равны 5, а боковые ребра равны 11, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $A_1 F_1$ .

**C2**

- C3.** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \leq 2, \\ \log_{x-3}^4 (x^2 - 17) + \log_{x^2-17}^2 (x - 3) - \log_{5x} 25 > 79. \end{cases}$$

**C3**

- C4.** Периметр равнобедренной трапеции равен 52. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность, причём боковая сторона делится точкой касания в отношении 4 : 9. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

**C4**

- C5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - a)(ax - 2a - 3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

**C5**

- C6.** Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p$  — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

**C6**

## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 29

### Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

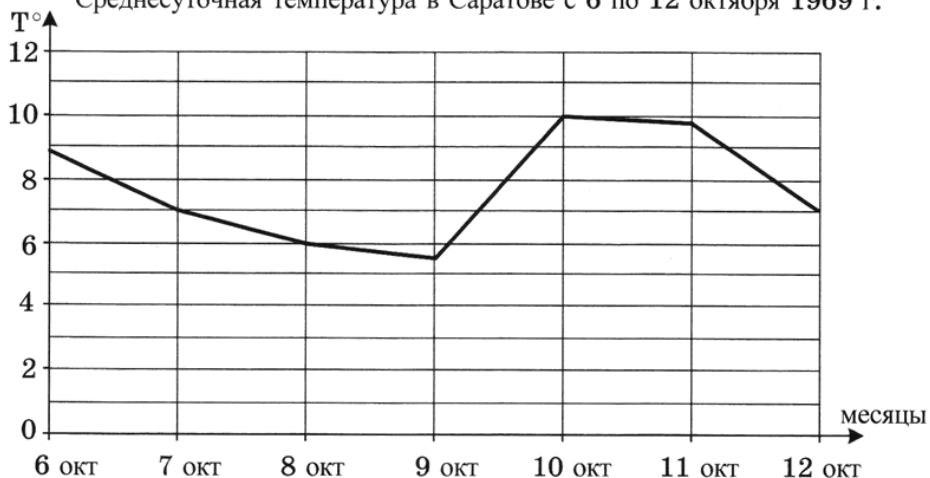
**В1**

- В1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?

**В2**

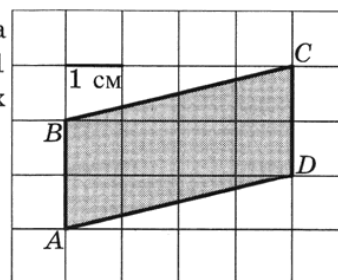
- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



**В3**

- В3.** Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

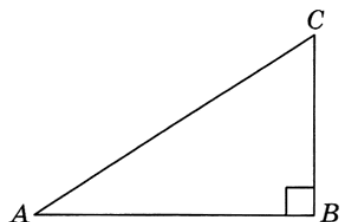


- В4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	90	15
Б	80	20
В	140	Бесплатно

- В5.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{4x+5} = 5$ .

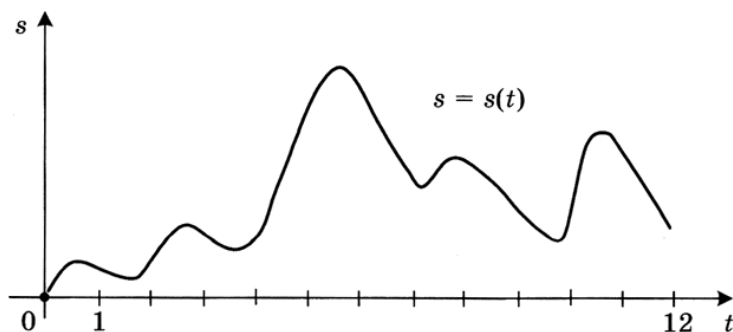
- В6.** Один острый угол прямоугольного треугольника на  $30^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол.



- В7.** Найдите значение выражения  $\log_8 288 - \log_8 4,5$ .

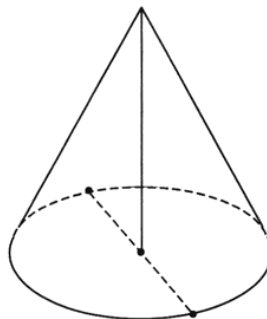
- В8.** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



**B9** 

- B9.** Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.

**B10** 

- B10.** В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке?

**B11** 

- B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $3 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12** 

- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340^\circ \text{ К}$ ? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**B13** 

- B13.** Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила  $2400 \text{ м}^2$ .

**B14** 

- B14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

## Часть 2

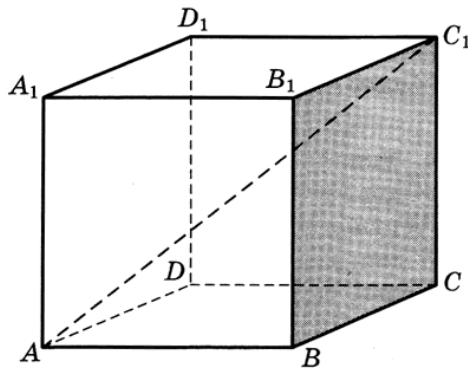
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение

$$(8 \cos^2 x + 6 \cos x - 5) \cdot \log_7(-\sin x) = 0.$$

**С1**

С2. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .

**С2**


С3. Решите неравенство  $\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 7$ .

**С3**

С4. Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

**С4**

С5. Найдите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение

$$3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$$

имеет ровно два различных решения.

**С5**

С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 672 и

- а) пять;
  - б) четыре;
  - в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?

**С6**



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 30

## Часть 1

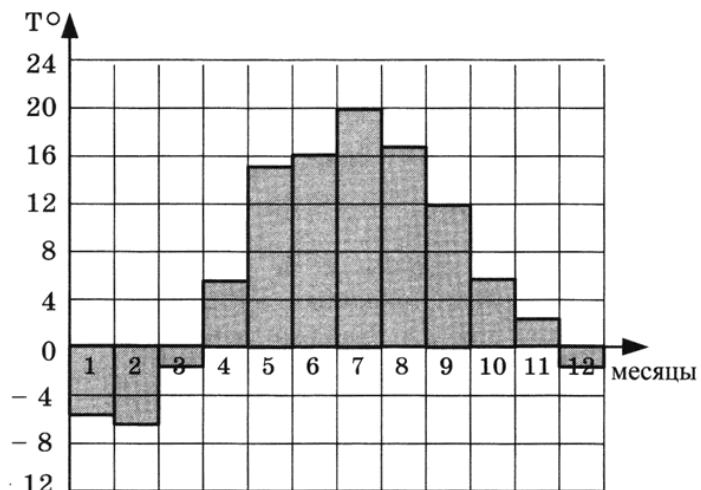
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1**

- В1.** На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

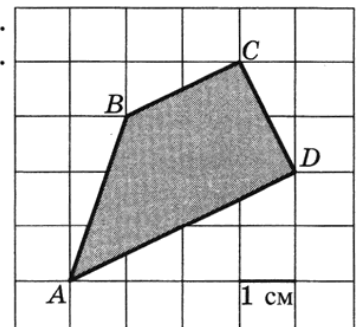
**В2**

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия июль в среднем был теплее, чем июнь. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**В3**

- В3.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**B4.** Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

**B4**

**B5.** Найдите корень уравнения  $\log_5(x - 4) = 2$ .

**B5**

**B6.** В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $21^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $30^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

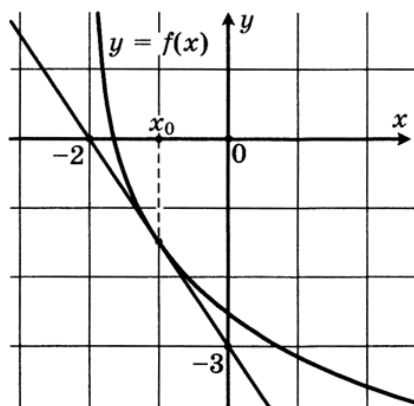
**B6**

**B7.** Вычислите значение выражения  $\log_4 \log_8 \sqrt[10]{4\sqrt{8}}$ .

**B7**

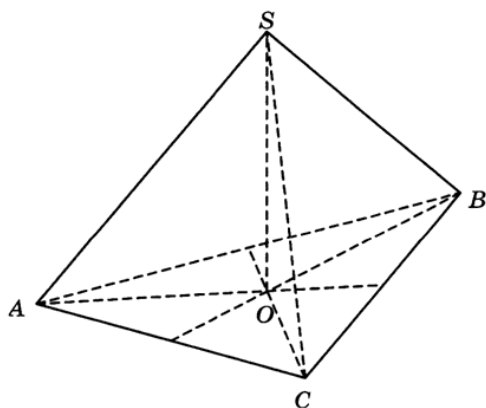
**B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .

**B8**



**B9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 16, объем пирамиды равен 80. Найдите длину отрезка  $OS$ .

**B9**



**B10**

**B10.** Валя выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

**B11**

**B11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $128 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**B12**

**B12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**B13**

**B13.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**B14**

**B14.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$$

на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

**C1.** Решите уравнение  $\cos 4x - \cos 2x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

**C2**

**C2.** Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = \sqrt{31}$ . Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $AD$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , если расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 5.

**C3**

**C3.** Решите неравенство  $\log_{x+2}(36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2(x - 18)^2 \geq 2$ .

**C4.** Около треугольника  $ABC$  описана окружность с центром  $O$ , угол  $AOC$  равен  $60^\circ$ . В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $M$ . Найдите угол  $AMC$ .

**C4**

**C5.** Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

**C5**

$$\begin{cases} a^{2x-y-1} = x + 3y - 7, \\ 4y - x = 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

**C6.** Решите в целых числах уравнение

**C6**

$$1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2.$$

**ЧАСТЬ II**  
**ИНФОРМАЦИЯ О ЗАДАНИЯХ ЧАСТИ 2 (С).**  
**ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 2 (С)**

**Информация о заданиях части 2 (С)**

**Демоверсия ЕГЭ по математике**

Приводим часть 2 из демоверсии ЕГЭ по математике. Она состоит из заданий типа С. Предлагаем также их решения и критерии оценивания.

**Часть 2 (С)**

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. Решите уравнение  $\frac{6 \cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$ .
- С2. Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 2, а диагональ боковой грани равна  $\sqrt{5}$ . Найдите угол между плоскостью  $A_1BC$  и плоскостью основания призмы.
- С3. Решите неравенство  $\log_{x+3}(9-x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+3}^2(x-3)^2 \geq 2$ .
- С4. На стороне  $BA$  угла  $ABC$ , равного  $30^\circ$ , взята такая точка  $D$ , что  $AD = 2$  и  $BD = 1$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$ ,  $D$  и касающейся прямой  $BC$ .
- С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений 
$$\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.
- С6. Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел (то есть чисел, наибольший общий делитель которых равен 1)  $a$  и  $b$ , что если к десятичной записи числа  $a$  приписать справа через запятую десятичную запись числа  $b$ , то получится десятичная запись числа, равного  $\frac{b}{a}$ .

**Решения и критерии оценивания заданий части 2 (С)**

Оценки заданий части 2 зависят от полноты решения и правильности ответа.

*Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом:* решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальный балл.

Эксперты проверяют математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов. Однако они не исчерпывают всех возможных ситуаций.

Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

При выполнении задания экзаменуемый может использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации.

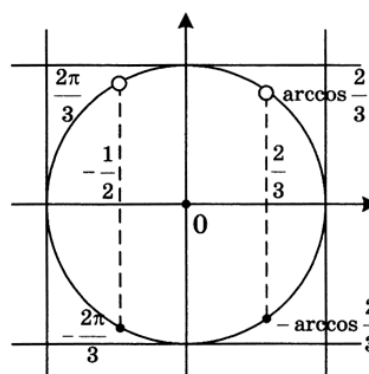
C1. Решите уравнение  $\frac{6 \cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$ .

**Решение.**

$$\frac{6 \cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \cos^2 x - \cos x - 2 = 0 \\ -\sin x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\cos x + \frac{1}{2}\right)\left(\cos x - \frac{2}{3}\right) = 0 \\ \sin x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, & n \in \mathbb{Z}, \\ x = -\arccos \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

**Ответ:**  $x = -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad n, k \in \mathbb{Z}.$



Баллы	Критерии оценивания выполнения задания C1
2	Обоснованно получен правильный ответ.
1	Верно найдены нули числителя, но или не произведен отбор найденных решений, или допущены ошибки в отборе.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

C2. Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 2, а диагональ боковой грани равна  $\sqrt{5}$ . Найдите угол между плоскостью  $A_1BC$  и плоскостью основания призмы.

**Решение.** Обозначим  $H$  середину ребра  $BC$  (см. рисунок). Так как треугольник  $ABC$  равносторонний, а треугольник  $A_1BC$  – равнобедренный, отрезки  $AH$  и  $A_1H$  перпендикулярны  $BC$ . Следовательно,  $\angle A_1HA$  – линейный угол двугранного угла с гранями  $B_1CA$  и  $BCA_1$ .

Из треугольника  $A_1AB$  найдем:  $AA_1 = 1$ .

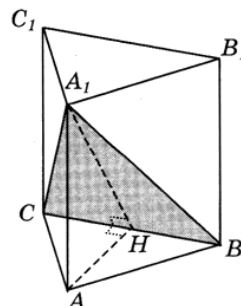
Из треугольника  $AHB$  найдем:  $AH = \sqrt{3}$ .

Из треугольника  $HAA_1$  найдем:

$$\operatorname{tg} \angle A_1HA = \frac{AA_1}{AH} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Искомый угол равен  $30^\circ$ .

**Ответ:**  $30^\circ$ .



**Возможны другие решения.** Например, решение задачи с использованием векторов или метода координат.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С2
2	Обоснованно получен правильный ответ.
1	Способ нахождения искомого угла правильный, но получен неверный ответ или решение не закончено.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

**С3.** Решите неравенство  $\log_{x+3}(9-x^2) - \frac{1}{16}\log_{x+3}^2(x-3)^2 \geq 2$ .

**Решение.**

$$\begin{aligned}
 & \log_{x+3}(9-x^2) - \frac{1}{16}\log_{x+3}^2(x-3)^2 \geq 2 \\
 \Leftrightarrow & \log_{x+3}(x+3)(3-x) - \frac{4}{16}\log_{x+3}^2|x-3| \geq 2 \quad (\Rightarrow 3-x > 0) \\
 \Leftrightarrow & 1 + \log_{x+3}(3-x) - \frac{1}{4}\log_{x+3}^2(3-x) \geq 2 \\
 \Leftrightarrow & l^2 - 4l + 4 \leq 0, \text{ где } l = \log_{x+3}(3-x), \\
 \Leftrightarrow & (l-2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \log_{x+3}(3-x) = 2 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 3-x = (x+3)^2 \\ 1 \neq x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+6)(x+1) = 0 \\ -2 \neq x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.
 \end{aligned}$$

**Ответ:**  $x = -1$ .

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С3
3	Обоснованно получен правильный ответ.
2	Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом значений $x$ .
1	Ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верной системе рациональных неравенств.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

**С4.** На стороне  $BA$  угла  $ABC$ , равного  $30^\circ$ , взята такая точка  $D$ , что  $AD = 2$  и  $BD = 1$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$ ,  $D$  и касающейся прямой  $BC$ .

**Решение 1.** Центр  $O$  искомой окружности принадлежит серединному перпендикуляру к отрезку  $AD$ . Обозначим  $P$  середину отрезка  $AD$ ,  $Q$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $O$  на прямую  $BC$ ,  $E$  – точку пересечения серединного перпендикуляра с прямой  $BC$  (см. рисунок а). Из условия касания окружности и прямой  $BC$  следует, что отрезки  $OA$ ,  $OD$  и  $OQ$  равны радиусу  $R$  окружности.

Заметим, что точка  $O$  не может лежать по ту же сторону от прямой  $AB$ , что и точка  $E$ , так как в этом случае расстояние от точки  $O$  до прямой  $BC$  меньше, чем расстояние от нее до точки  $A$ .

Из прямоугольного треугольника  $BPE$  с катетом  $BP = 2$  и  $\angle B = 30^\circ$  находим, что  $PE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ . Так как  $OA = R$  и  $AP = 1$ , получаем:  $OP = \sqrt{R^2 - 1}$  и, следовательно,  $OE = \sqrt{R^2 - 1} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

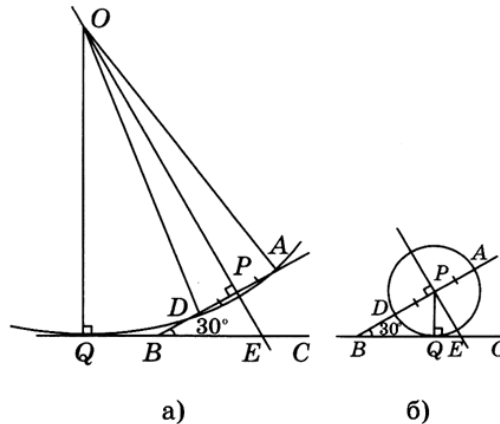
Из прямоугольного треугольника  $OQE$ , в котором  $\angle E = 60^\circ$ , находим:

$$R = OQ = \frac{\sqrt{3}}{2} OE = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{R^2 - 1} + 1.$$

В результате получаем уравнение для  $R$ :  $\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{R^2 - 1} = R - 1$ .

Возведем в квадрат обе части этого уравнения и приведем подобные члены.

Получим уравнение  $R^2 - 8R + 7 = 0$ , решая которое находим два корня  $R_1 = 1$ ,  $R_2 = 7$ . Если радиус равен 1, то центром окружности является точка  $P$  (см. рисунок б).



**Ответ:** 1 или 7.

**Решение 2.** Пусть точка  $Q$  касания окружности с прямой  $BC$  лежит на луче  $BC$  (см. рисунок а). По теореме о касательной и секущей  $BQ^2 = BA \cdot BD = (BD + DA) \cdot BD = (1 + 2) \cdot 1 = 3$ , откуда  $BQ = \sqrt{3}$ .

Пусть  $O$  – точка пересечения луча  $BA$  и перпендикуляра к  $BC$ , проведенного через точку  $Q$ . Из прямоугольного треугольника  $BQO$  находим:  $BO = \frac{BQ}{\cos 30^\circ} = 2$ , тогда

$$AO = OD = 1 \text{ и } OQ = \frac{1}{2} BO = 1.$$

Таким образом, точка  $O$  удалена от точек  $A$ ,  $D$  и  $Q$  на одно и то же расстояние, равное 1. Следовательно,  $O$  – центр искомой окружности, а ее радиус равен 1.

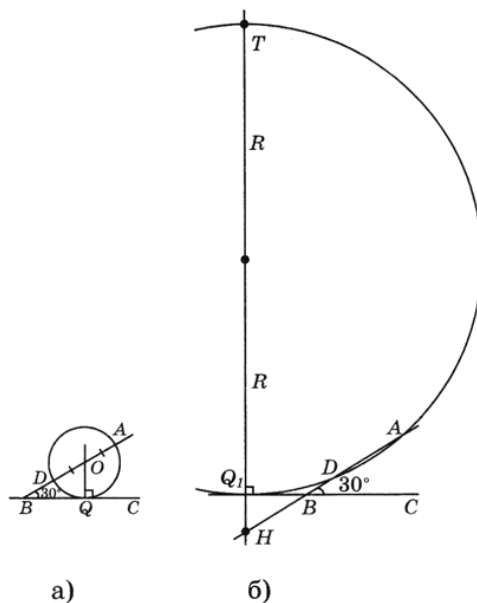
Пусть теперь точка  $Q_1$  касания окружности с прямой  $BC$  лежит на продолжении  $BC$  за точку  $B$  (см. рисунок б), а прямая, проходящая через точку  $Q_1$  перпендикулярно  $BC$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $H$ , а окружность вторично – в точке  $T$ . Тогда

$$BQ_1 = \sqrt{BA \cdot BD} = \sqrt{3}, \quad \angle HBQ_1 = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$BH = \frac{BQ_1}{\cos 30^\circ} = 2, \quad HQ_1 = \frac{1}{2} BH = 1.$$

Если  $R$  – радиус окружности, то  $Q_1T = 2R$ . По теореме о двух секущих  $HQ_1 \cdot HT = HA \cdot HD$ , то есть  $1 \cdot (1 + 2R) = (2 + 3) \cdot 3$ , откуда находим, что  $R = 7$ .





Ответ: 1 или 7.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С4
3	Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и обоснованно получен правильный ответ.
2	Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой обоснованно получено правильное значение искомой величины.
1	Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неверное из-за арифметической ошибки.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$  имеет единственное решение.

**Решение.**

1. Если пара  $(x, y)$  — решение системы, то пара  $(-x, y)$  — тоже. Поэтому если система имеет единственное решение  $(x, y)$ , то  $x = 0$ , откуда  $\begin{cases} a = y + 2 \\ y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 2 \\ a = \pm 2 + 2 \end{cases} \Rightarrow a = 0, 4$ .

2. При  $a = 0$  система принимает вид  $\begin{cases} 0 = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$  и имеет, по меньшей мере, два решения:  $x = \pm 2, y = 0$ .

3. При  $a = 4$  система принимает вид  $\begin{cases} 4(x^4 + 1) = y + 2 - |x| \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4x^4 + |x| + 2 \\ y^2 = 4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2, \end{cases}$   
 поскольку если  $x \neq 0$ , то  $\begin{cases} y = 4x^4 + |x| + 2 > 2, \\ y^2 = 4 - x^2 < 4, \end{cases}$  что невозможно.

Ответ:  $a = 4$ .

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С5
4	Обоснованно получен правильный ответ.
3	Получен правильный ответ. Решение в целом верное, но либо недостаточно обоснованное, либо содержит вычислительные погрешности.
2	Верно получены необходимые условия на значения $a$ , однако в проверке достаточных условий допущены ошибки.
1	Получены только необходимые условия на значения $a$ .
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

**С6.** Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел (то есть чисел, наибольший общий делитель которых равен 1)  $a$  и  $b$ , что если к десятичной записи числа  $a$  приписать справа через запятую десятичную запись числа  $b$ , то получится десятичная запись числа, равного  $\frac{b}{a}$ .

**Решение.** Пусть десятичная запись числа  $b$  состоит из  $n$  цифр. Тогда по условию задачи можно записать равенство  $\frac{b}{a} = a + \frac{b}{10^n}$ , поэтому  $10^n(b - a^2) = ab$ .

Из этого уравнения следует, что  $b > a^2 \geq a$ . Так как числа  $a$  и  $b$  взаимно простые, числа  $b - a^2$  и  $ab$  тоже взаимно простые. (Действительно, пусть  $p$  – общий простой делитель этих чисел. Тогда если  $p$  делитель  $a$ , то  $p$  будет делителем  $b$ . Если же  $p$  – делитель  $b$ , то  $p$  будет делителем  $a^2$ , значит,  $p$  – делитель  $a$ . Противоречие.)

Поэтому  $b - a^2 = 1$  и, следовательно,  $ab = 10^n$ . Последнее равенство при взаимно простых  $a$  и  $b$  возможно только в двух случаях:

- 1)  $b = 10^n$ ,  $a = 1$ , но в этом случае не выполняется равенство  $b - a^2 = 1$ .
- 2)  $b = 5^n$ ,  $a = 2^n$ . В этом случае равенство  $b - a^2 = 1$  принимает вид  $5^n - 4^n = 1$ , откуда  $(\frac{5}{4})^n = 1 + (\frac{1}{4})^n$ .

Функция  $f(n) = (\frac{5}{4})^n$  возрастает, а функция  $g(n) = 1 + (\frac{1}{4})^n$  убывает.

Поэтому уравнение  $f(n) = g(n)$  имеет не более одного корня, и так как  $f(1) = g(1)$ , единственным корнем уравнения является  $n = 1$ .

**Ответ:**  $a = 2$ ,  $b = 5$ .

**Возможны другие формы записи ответа.** Например:

- А) (2; 5);      Б)  $\frac{5}{2} = 2,5$ ;      В)  $\begin{cases} a = 2, \\ b = 5. \end{cases}$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С6
4	Обоснованно получен правильный ответ.
3	Получена система необходимых и достаточных условий на пару искомых чисел и найдено ее решение, но недостаточно обоснована его единственность.
2	Составлено верное уравнение в натуральных числах, из которого сделаны существенные выводы для нахождения искомой пары чисел, уравнение до конца не решено, но верный ответ приведен.
1	Составлено, но не решено верное уравнение в натуральных числах, верный ответ приведен.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

## Типовые варианты части 2 (С) заданий ЕГЭ

### Вариант 1

Приводим набор заданий (с решениями) типа С одного из вариантов ЕГЭ (части 2) по математике.

- С1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y + \sin x = 0 \\ (3\sqrt{\sin x} - 1)(2y + 6) = 0. \end{cases}$$
- С2. В правильной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  известны ребра  $AB = 8\sqrt{3}$  и  $SC = 17$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой  $AM$ , где  $M$  — точка пересечения медиан грани  $SBC$ .
- С3. Решите неравенство  $\log_2 \left[ (7^{-x^2} - 6)(7^{-x^2+9} - 1) \right] + \log_2 \frac{7^{-x^2} - 6}{7^{-x^2+9} - 1} > \log_2 (7^{3-x^2} - 5)^2$ .
- С4. В треугольнике  $ABC$   $AB = 12$ ,  $BC = 5$ ,  $AC = 10$ . Точка  $D$  лежит на прямой  $BC$  так, что  $BD : DC = 4 : 9$ . Окружности, вписанные в каждый из треугольников  $ABD$  и  $ACD$ , касаются стороны  $AD$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите длину отрезка  $EF$ .
- С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$  имеет более двух точек экстремума.
- С6. Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 6, 7, ..., 10 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

#### Решение задачи С1.

$$\begin{cases} y + \sin x = 0 \\ (3\sqrt{\sin x} - 1)(2y + 6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\sin x \\ \left( \sqrt{\sin x} - \frac{1}{3} \right) (y - (-3)) = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим два случая:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} y = -\sin x \\ \sqrt{\sin x} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{9} \\ y = -\frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{9} + \pi n, & n \in \mathbb{Z}, \\ y = -\frac{1}{9} \end{cases} \\ 2) \quad & \begin{cases} y = -\sin x \\ y = -3 \\ \sin x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 3 \\ y = -3 \end{cases} \text{ — решений нет.} \end{aligned}$$

Ответ:  $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{9} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad y = -\frac{1}{9}$ .

**Решение задачи С2 (см. рис.).**

Пусть  $SN$  — медиана треугольника  $SBC$ , а  $H$  и  $K$  — проекции точек  $S$  и  $M$  на основание  $ABC$ . Тогда

1)  $AN, SN \perp BC$ , поэтому  $H, K \in AN$ ;

$$2) AN = AB \sin 60^\circ = 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12 \Rightarrow AH = \frac{2}{3} AN = 8$$

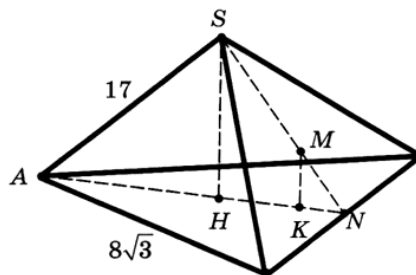
$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ (теорема Пифагора, } \triangle ASH);$$

3)  $MK : SH = KN : HN = MN : SN = 1 : 3$  (по свойству медианы и из подобия  $\triangle NMK \sim \triangle NSH$ )

$$\Rightarrow MK = \frac{1}{3} SH = 5, \quad AK = AN - KN = \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) AN = \frac{8}{9} \cdot 12 = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \angle MAN = \frac{MK}{AK} = \frac{5}{32/3} = \frac{15}{32}.$$

$$\text{Ответ: } \operatorname{arctg} \frac{15}{32}.$$



**Решение задачи С3.**

$$\log_2(7^{-x^2} - 6)(7^{-x^2+9} - 1) + \log_2 \frac{7^{-x^2} - 6}{7^{-x^2+9} - 1} > \log_2(7^{3-x^2} - 5)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(7^{-x^2} - 6)^2 > \log_2(7^{3-x^2} - 5)^2 \\ (7^{-x^2} - 6)(7^{9-x^2} - 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(6 - 7^{-x^2}) > \log_2|7^{3-x^2} - 5| \\ 7^{9-x^2} < 1 \quad (\Leftrightarrow 7^{3-x^2} < 7^{9-x^2} < 1 < 5) \end{cases} \quad (\text{так как } 7^{-x^2} < 7^0 = 1 < 6) \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 7^{-x^2} > 5 - 7^{3-x^2} \\ 9 - x^2 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7^{3-x^2} + 1 > 7^{-x^2} \\ x^2 > 0 \end{cases} \quad \text{— верно, так как } 7^{3-x^2} + 1 > 1 \geq 7^{-x^2}, \Leftrightarrow |x| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x < -3, x > 3.$$

**Решение задачи С4 (см. рис.).**

$$1. BD = \frac{4}{4+9} BC = \frac{20}{13} = a, \quad CD = \frac{9}{4+9} BC = \frac{45}{13} = b.$$

2. Обозначим  $DE = x$ ,  $DF = y$ ,  $DA = z$ . Тогда по свойству касательных имеем

$$2x = DE + DK = DA + DB - BK - AF = z + a - 12$$

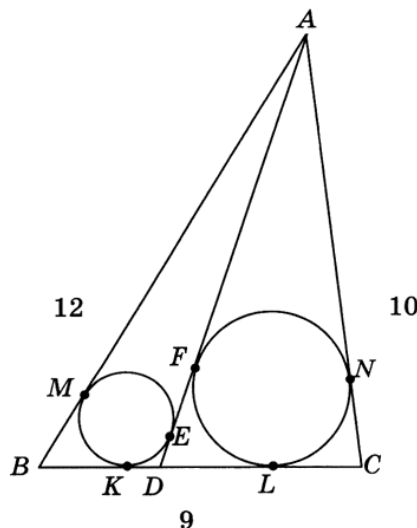
и, аналогично,  $2y = z + b - 10$ .

3. Поэтому

$$2(y - x) = b - a + 12 - 10 = \frac{45}{13} - \frac{20}{13} + 2 = 2 + \frac{25}{13}$$

$$\Rightarrow EF = y - x = 1 \frac{25}{26}.$$

$$\text{Ответ: } 1 \frac{25}{26}.$$



### Решение задачи C5.

1. При  $x \geq a^2$  функция  $f$  имеет вид

$$f(x) = x^2 - 2(x - a^2) - 8x = x^2 - 10x + 2a^2 = (x - 5)^2 - 25 + 2a^2,$$

поэтому ее график есть часть параболы с ветвями вверх и осью симметрии  $x = 5$ .

2. При  $x \leq a^2$  функция  $f$  имеет вид

$$f(x) = x^2 + 2(x - a^2) - 8x = x^2 - 6x - 2a^2 = (x - 3)^2 - 9 - 2a^2,$$

поэтому ее график есть часть параболы с ветвями вверх и осью симметрии  $x = 3$ .

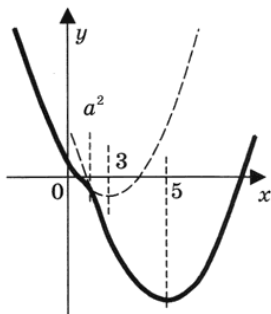


рис. а)

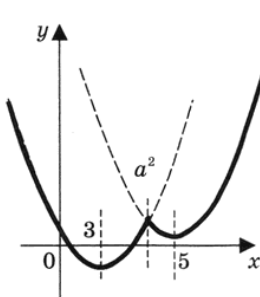


рис. б)

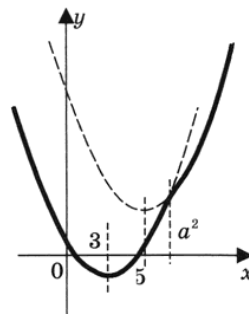


рис. в)

3. Каждая из парабол имеет по одной точке минимума, и обе они проходят через общую точку  $(a^2; f(a^2))$ , поэтому вид графика функции  $f$  зависит от расположения точки  $x = a^2$  относительно точек 3 и 5: см. схемы графиков на рис. а) (где  $a^2 \leq 3$ ), б) (где  $3 < a^2 < 5$ ), в) (где  $a^2 \geq 5$ ).

4. Функция  $f$  имеет более двух точек экстремума тогда и только тогда, когда точка  $x = a^2$  является ее точкой максимума (рис. б), т.е. когда  $3 < a^2 < 5 \Leftrightarrow \sqrt{3} < |a| < \sqrt{5}$ .

Ответ:  $\sqrt{3} < |a| < \sqrt{5}$ .

### Решение задачи C6.

1. Если все числа первого набора взяты с плюсами, а второго — с минусами, то сумма максимальна и равна

$$5(14 + \dots + 20) - 7(-6 - \dots - 10) = 5\left(\frac{14+20}{2} \cdot 7\right) + 7\left(\frac{6+10}{2} \cdot 5\right) = 35 \cdot 25 = 875.$$

2. Так как предыдущая сумма оказалась нечетной, то число нечетных слагаемых в ней нечетно, причем это свойство суммы не меняется при смене знака любого ее слагаемого. Поэтому любая из получающихся сумм будет нечетной, а значит, не может быть равной 0.

3. Значение 1 сумма может принять при следующей расстановке знаков у чисел:

$$5(-14 - 15 + 16 - 17 + 18 - 19 + 20) - 7(-6 + 7 - 8 + 9 - 10) = -5 \cdot 11 + 7 \cdot 8 = -55 + 56 = 1.$$

Ответ: 1 и 875.

## Вариант 2

Предлагаем для самостоятельного решения набор заданий типа С еще одного варианта ЕГЭ (части 2) по математике.

С1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y + \cos x = 0, \\ (2\sqrt{\cos x} - 1)(7y - 3) = 0. \end{cases}$$

С2. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны ребра:  $AB = 35, AD = 12, CC_1 = 21$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $A_1 DB$ .

С3. Решите неравенство

$$\frac{\log_{9^{x+2}} 729}{\log_{9^{x+2}} (-9x)} \leq \frac{1}{\log_9 \log_{\frac{1}{9}} 9^x}.$$

С4. В параллелограмме  $ABCD$  биссектрисы углов при стороне  $AD$  делят сторону  $BC$  точками  $M$  и  $N$  так, что  $BM : MN = 3 : 5$ . Найдите  $BC$ , если  $AB = 12$ .

С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 15|$$

больше 1.

С6. Каждое из чисел  $4, 5, \dots, 10$  умножают на каждое из чисел  $10, 11, \dots, 18$  и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 63 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

### Вариант 3

Следующий набор заданий типа С варианта ЕГЭ по математике — также для самостоятельного решения.

С1. Решите уравнение

$$\frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\sqrt{-\cos x}} = 0.$$

С2. В прямой треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  известны боковое ребро  $AA_1 = 5$ , ребро  $AB = 4$  основания  $ABC$  и угол  $\angle ABC = 120^\circ$ . Найдите расстояние между серединой ребра  $AB$  и прямой  $B_1C_1$ .

С3. Решите неравенство

$$\log_4 (x+5)^4 \cdot \log_{16} (x+3)^2 + \log_2 \frac{(x+3)^3}{(x+5)} - 3 < 0.$$

С4. В прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12 вписана окружность. Касательная к ней делит треугольник на две части. Найдите периметр той части, которая представляет собой треугольник.

С5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ y = 2 + ax \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

С6. На доске написано более 50, но менее 60 чисел. Все числа — целые, а их среднее арифметическое равно 2. Среднее арифметическое всех неположительных из них равно  $-5$ , а всех неотрицательных 10. Сколько чисел написано на доске? Каких чисел написано больше: неположительных или неотрицательных? Какое наименьшее количество неотрицательных чисел может быть среди них?

## ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 2 (С)

### УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ

#### 1. Рациональные уравнения и неравенства

**Решите уравнения**

1.1.  $x^2 = 9$ .

1.2.  $(x^2 - 2x + 1)^2 = 1$ .

1.3.  $(x + 1)^2 = (2x + 5)^2$ .

1.4.  $2x^2 - 7x + 5 = 0$ .

1.5.  $3x^2 - 7x + 5 = 0$ .

1.6.  $x^2 - 2011x + 2010 = 0$ .

1.7.  $x^2 - 2010x - 2011 = 0$ .

1.8.  $2x^4 - 7x^2 + 5 = 0$ .

1.9.  $x^4 + x^2 - 12 = 0$ .

1.10.  $3x^6 + 7x^3 - 6 = 0$ .

1.11.  $(x - 1)^4 - 8(x - 1)^2 - 9 = 0$ .

1.12.  $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 0$ .

1.13.  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x - 6} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x - 6}$ .

1.14.  $\frac{x^2 + x}{2x^2 + 2x} = \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x}$ .

1.15.  $\frac{2x^2 + x + 2}{4x^2 + 5x - 14} = \frac{2x^2 + x + 6}{4x^2 + 5x - 10}$ .

1.16.  $(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) = 24$ .

1.17.  $(x + 4)(x + 5)(x + 6)(x + 7) = 1680$ .

1.18.  $\frac{(x - 1)^2}{3} + \frac{48}{(x - 1)^2} = 10\left(\frac{x - 1}{3} - \frac{4}{x - 1}\right)$ .

**Решите неравенства**

1.19.  $2x^2 - 7x + 5 \leq 0$ .

1.20.  $3x^2 + 7x - 6 > 0$ .

1.21.  $x^2 - 2011x + 2010 < 0$ .

1.22.  $x^2 + 2012x + 2011 \geq 0$ .

1.23.  $2x^2 - 6x + 5 \geq 0$ .

1.24.  $3x^2 - 9x + 7 \leq 0$ .

1.25.  $4x^2 - 12x + 9 \leq 0$ .

1.26.  $2x^4 - 7x^2 + 5 < 0$ .

1.27.  $x^4 + x^2 - 12 \leq 0$ .

1.28.  $3x^6 + 7x^3 - 6 > 0$ .

1.29.  $\frac{5x + 4}{3x - 1} < 0$ .

1.30.  $\frac{2x + 3}{3x + 5} > 0$ .

1.31.  $(x - 1)(3 - x)(x - 2)^2 > 0$ .

1.32.  $\frac{(x - 2)(x + 1)^2}{-x} < 0$ .

1.33.  $\frac{x}{x^2 + 3x - 4} < 0$ .

1.34.  $\frac{(x + 1)x^2}{5x - x^2} \geq 0$ .



$$1.35. \frac{x^2 + 1}{x - 1 - x^2} < 0.$$

$$1.37. \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6} \geq 0.$$

$$1.39. \frac{x^2 + 14x + 49}{2x^2 - x - 1} > 0.$$

$$1.41. \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 5x - 6} < 0.$$

$$1.43. \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 6x + 9} \geq 0.$$

$$1.45. \frac{1}{2 - x} \leq 2.$$

$$1.47. \frac{5x + 1}{x^2 + 3} > -1.$$

$$1.49. \frac{1 - x}{(x + 1)^2} < 1.$$

$$1.51. \frac{x^2 + 1}{x} < \frac{1}{x} + 1.$$

$$1.53. x \geq \frac{6}{x + 5}.$$

$$1.55. 2 + \frac{3}{x} > \frac{2}{x - 1}.$$

$$1.57. \frac{2x^2 + 3x - 459}{x^2 + 1} > 1.$$

$$1.59. \frac{1}{x} < \frac{x^2 + 1}{x} + 1.$$

$$1.61. \frac{9}{(x + 2)^2} \geq 1.$$

$$1.63. \frac{x^2 + 3x + 24}{x^2 + 3x + 3} < 4.$$

$$1.65. \frac{3x - 2}{x^2 + 6x} > \frac{1}{2}.$$

$$1.67. \frac{1}{x^2 + 5x + 6} \geq \frac{1}{2}.$$

$$1.36. \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 + x + 1} \geq 0.$$

$$1.38. \frac{2x^2 + 21x + 40}{x^2 + 3} \geq 0.$$

$$1.40. \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - x - 30} > 0.$$

$$1.42. \frac{x^2 - 10x + 25}{5 - 4x - x^2} \geq 0.$$

$$1.44. \frac{(2 - (x + 1)^2)(x - 4)^2}{x(x^2 - x - 6)} \geq 0.$$

$$1.46. \frac{x - 1}{x + 3} > 2.$$

$$1.48. \frac{1}{x + 2} < \frac{3}{x - 3}.$$

$$1.50. x + \frac{60}{x} \geq 17.$$

$$1.52. \frac{x - 1}{x + 1} < x.$$

$$1.54. \frac{x + 6}{x - 6} + \frac{3x - 2}{2} \geq 0.$$

$$1.56. \frac{4x}{x + 3} > x + 1.$$

$$1.58. \frac{3}{2 - x^2} \leq 1.$$

$$1.60. \frac{12}{x^2} + \frac{7}{x} + 1 < 0.$$

$$1.62. (x - 1)^4 - 15(x - 1)^2 - 16 > 0.$$

$$1.64. -2 < \frac{x^2 + 2}{1 - x^2}.$$

$$1.66. \frac{5 + 2x}{3x^2 + 2x - 16} < 1.$$

$$1.68. \frac{1}{x^2 - 8x - 9} \geq \frac{1}{3x^2 + 5x + 2}.$$

$$1.69. \frac{19+33x}{7x^2+11x+4} > 2.$$

$$1.71. \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x} > \frac{1}{x+1}.$$

$$1.73. \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)} > 1.$$

$$1.75. (x^2+2x)(2x+2)-9\frac{2x+2}{x^2-2} \geq 0.$$

$$1.77. \frac{7}{x^2+5x+6} - \frac{9}{x+3} + 1 \leq 0.$$

$$1.79. -2 < \frac{x^2+2}{1-x^2} \frac{3}{x-1} < 1.$$

$$1.70. \frac{4}{x} + \frac{2}{2-x} < 1.$$

$$1.72. \frac{7}{x(x+1)} + \frac{9}{x} + 1 < 0.$$

$$1.74. (x^2-3x+1)(x^2-3x-3) \geq 5.$$

$$1.76. \frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{1}{x}.$$

$$1.78. \frac{\frac{1}{x}-1}{1-\frac{1}{x-6}} \geq 0.$$

$$1.80. \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{8} - \frac{15}{88+32x}\right)^2 \geq 1.$$

## 2. Иррациональные уравнения и неравенства

### Решите уравнения

$$2.1. (x^2-1)\sqrt{5x-1} = 0.$$

$$2.3. \sqrt{2x-1} - \sqrt{x+4} = 0.$$

$$2.5. \sqrt{12-x} = x.$$

$$2.7. \sqrt{7+x} + x + 1 = 0.$$

$$2.9. \sqrt{2x^2+21x+4} = 2+11x.$$

$$2.11. \frac{\sqrt{2x+1}+1}{x} = 1.$$

$$2.13. \sqrt{3-x} + \frac{4}{\sqrt{3-x}+3} = 2.$$

$$2.15. 2x^2-3x-\sqrt{2x^2-3x+9}+3=0.$$

$$2.17. \sqrt{4+x} - \sqrt{5-x} = 3.$$

$$2.19. \sqrt{x^4+2x-5} = 1+x.$$

$$2.21. \sqrt{x-1} = \sqrt{x-\sqrt{x+7}-1}.$$

$$2.2. \sqrt{8-3x^2} = 1.$$

$$2.4. \sqrt{x^2-9} = \sqrt{x-3}.$$

$$2.6. x - \sqrt{x-1} = 3.$$

$$2.8. \sqrt{4+4x+x^2} + x = 4.$$

$$2.10. \sqrt{3x^2+25x+51} = 7+2x.$$

$$2.12. \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 6 = 0.$$

$$2.14. \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{3}{2}.$$

$$2.16. \sqrt{1-3x} - \sqrt{4-x} = 1.$$

$$2.18. \sqrt{13-4x} = \sqrt{12-3x} - \sqrt{1-x}.$$

$$2.20. \sqrt{13-x} - \sqrt{x-3} = \sqrt{x}.$$

$$2.22. \sqrt{x-1} + \sqrt{(x-1)(x+1)} - \sqrt{x^3} = 0.$$

$$2.23. \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2} = x-7.$$

$$2.25. \sqrt{3x^2-5x+8} - \sqrt{3x^2-5x+1} = 1.$$

$$2.27. \sqrt[3]{1-x} = 1 - \sqrt{x}.$$

$$2.29. \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1.$$

$$2.24. \sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = \sqrt{x+33} - \sqrt{x+6}.$$

$$2.26. \sqrt{1-x\sqrt{x^2-24}} + x+1 = 0.$$

$$2.28. 6\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{x-1} = 5\sqrt[6]{(x-2)(x-1)}.$$

$$2.30. (5x+2)\sqrt{1-x} + (5x-7)\sqrt{x} = 0.$$

### Решите неравенства

$$2.31. x \cdot \sqrt{x^2-x-2} \geq 0.$$

$$2.33. \sqrt{3x-4} > \sqrt{4-x}.$$

$$2.35. \sqrt{x^2} + x < 1.$$

$$2.37. 0 < x + \sqrt{x+2}.$$

$$2.39. \sqrt{2x-1} < x-2.$$

$$2.41. 3+x > 3\sqrt{1-x^2}.$$

$$2.43. \sqrt{(x+5)(3x+4)} > 4(x-1).$$

$$2.45. \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} < \frac{3}{2}.$$

$$2.47. \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{4}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} < 0.$$

$$2.49. \sqrt{7x-6} - \sqrt{3x-16} > \sqrt{5x-22}.$$

$$2.51. \sqrt{1+x} \leq \sqrt[4]{5-x}.$$

$$2.53. \sqrt{2-\sqrt{x}} < \sqrt{x+1}.$$

$$2.55. x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} > \frac{35}{12}.$$

$$2.57. \sqrt{25-x^2} + \sqrt{x^2-7x} > 3.$$

$$2.59. \sqrt{x + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{x - \frac{1}{x^2}} > \frac{2}{x}.$$

$$2.32. \sqrt{\frac{x-3}{3-2x}} > -1.$$

$$2.34. \sqrt{x^2-2x-3} < 1.$$

$$2.36. 0 < x + \sqrt{2-x}.$$

$$2.38. x < \sqrt{x+30}.$$

$$2.40. \sqrt{2x^2-3x-5} < x-1.$$

$$2.42. \sqrt{(x+1)(x-10)} > x.$$

$$2.44. \frac{3}{\sqrt{2+x}} < \sqrt{2+x} + 2.$$

$$2.46. 3\sqrt{x-1} - \sqrt{x+2} > 1.$$

$$2.48. \sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} > \sqrt{x-1}.$$

$$2.50. \sqrt{x^2-3x+2} - \sqrt{x^2+x+1} < 1.$$

$$2.52. \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} \geq 2.$$

$$2.54. x+4 + \frac{x^2}{(1+\sqrt{x-1})^2} > 0.$$

$$2.56. \frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}} > 2.$$

$$2.58. x^2 \geq x(2 + \sqrt{12-2x-x^2}).$$

$$2.60. \sqrt{x+3} - \sqrt{-x-1} < 1 + \sqrt{(x+3)(-x-1)}$$

### 3. Уравнения и неравенства с модулем

#### Решите уравнения

3.1.  $|x + 2| = x + 2.$

3.3.  $|3x + 2| = x + 11.$

3.5.  $|2x - 5| = 5 - 2x.$

3.7.  $(x - 5)^2 - |x - 5| = 30.$

3.9.  $3|x + 2| + x^2 + 6x + 2 = 0.$

3.11.  $|x - 4| = |5 - 2x|.$

3.13.  $|2x - 8| - |x + 5| = 12.$

3.15.  $|5x + 3| + |2x + 1| = 7x + 4|.$

3.17.  $2|x - 6| - |x| + |x + 6| = 18.$

3.19.  $|2x + 15| = 22 - |2x - 7|.$

3.2.  $|x - 2| = 2(3 + x).$

3.4.  $|1 - x^2| = 15.$

3.6.  $x^2 + |x| - 6 = 0.$

3.8.  $x^2 + 6x + 8 + |x + 4| = 0.$

3.10.  $|1 - 5x^2| = 4.$

3.12.  $|x^2 + 13x + 35| = |35 - x^2|.$

3.14.  $|x| - |x + 2| = 2.$

3.16.  $|x| - 2|x - 1| + 3|x - 2| = 0.$

3.18.  $||x + 1| + 2| - 1| + 1| = 2.$

3.20.  $|x^2 + 2x - 1| = \frac{1 - 5x}{3}.$

#### Решите неравенства

3.21.  $|2x + 5| < 1.$

3.23.  $|x^2 + 5x| < 6.$

3.25.  $|x + 1| > \frac{1 - x}{2}.$

3.27.  $|x - 1| - |x + 4| > 7.$

3.29.  $x^2 - 6|x| + 8 < 0.$

3.31.  $|x^2 + 2x| + x \leq 0.$

3.33.  $x^2 + 5x + 9 \leq |x + 6|.$

3.35.  $|x + 6| > |x^2 + 5x + 9|.$

3.37.  $\frac{3}{|x + 1|} \geq 5 - 2x.$

3.22.  $|3x + \frac{5}{2}| \geq 2.$

3.24.  $2|x - 1| \leq 4 - x.$

3.26.  $|x + 2| \leq |4 - x|.$

3.28.  $|x - 2| + x + \frac{3}{2} < |x + 1|.$

3.30.  $x^2 - |x| - 6 \leq 0.$

3.32.  $|x + 4| > x^2 + 7x + 12.$

3.34.  $3x^2 + 9x + 2 \geq |x + 3|.$

3.36.  $\frac{1}{1 - x} + \frac{1}{|x|} \geq 2.$

3.38.  $\frac{|x - 3| - 1}{4 - 2|x - 4|} \geq -1.$

$$3.39. \frac{|2+x|+x}{|x+3|-1} \leq 2.$$

$$3.41. \frac{1}{|x+1|-1} \geq \frac{2}{|x+1|-2}.$$

$$3.43. ||x+1|-|x-1|| < 1.$$

$$3.45. x^2 - |5x+3| + x < 2.$$

$$3.47. (|x+1|-3)(|x-2|-5) < 0.$$

$$3.49. |x^2+2x-8|+2x > 0.$$

$$3.51. 2x > \frac{5x+3}{|x+2|}.$$

$$3.53. \frac{|x+2|}{|x+1|-1} \geq 1.$$

$$3.55. \left| \frac{x^2+3x-1}{x^2-x+1} \right| < 3.$$

$$3.57. \frac{|x+3|}{x^2+5x+6} \geq 2.$$

$$3.59. |x^3+1| \geq 1+x.$$

$$3.40. \frac{|1-x|+10}{4|x-1|+3} > 2.$$

$$3.42. |2x+4|-|3x-9| > |x+1|-6.$$

$$3.44. |x^2+2x-3|+3x+3 < 0.$$

$$3.46. x^2+4 \geq |3x-2|+7x.$$

$$3.48. |x^2-x-2|+|x-4| \leq x^2-2x+6.$$

$$3.50. x^2-x-10 < 2|x+2|.$$

$$3.52. \frac{|x-1|+|x+2|}{199-x} < 1.$$

$$3.54. \frac{3}{|x-3|-1} \geq |x-2|.$$

$$3.56. \frac{x^2-7|x|+10}{x^2+6x+9} < 0.$$

$$3.58. \frac{x^2-|x|-12}{x+3} \leq 2x.$$

$$3.60. \left| \frac{x^2+5x+4}{x^2-4} \right| \leq 1.$$

## 4. Тригонометрические уравнения и неравенства

### Решите уравнения

$$4.1. \sqrt{3} \sin x = 2.$$

$$4.2. \sin x = \frac{\pi}{6}.$$

$$4.3. \sqrt{2} \cos^2 5x = \cos 5x.$$

$$4.4. (2 \sin 2x - \cos 2x)(1 + \cos 2x) = \sin^2 2x.$$

$$4.5. \sqrt{3} \sin x - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x \cdot \sin x = \sqrt{3}.$$

$$4.6. 2 \cos 4x + \cos 2x = 1.$$

$$4.7. 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2 \cos^2 x.$$

$$4.8. \frac{4 \sin x - 2 \cos 2x - 1}{\cos 2x + \sqrt{3} \cos x - 2} = 0.$$

$$4.9. \frac{6 \sin x - 2 \cos 2x - 4 \cos^2 x - 3}{\sqrt{7} \sin x - 3 \cos x} = 0.$$

$$4.10. 4 \sin^4 \frac{x}{2} + 12 \cos^2 \frac{x}{2} = 7.$$

$$4.11. 3 \operatorname{tg}^2 x + 7 = \frac{2}{\sin^2 x}.$$

$$4.12. \sin 3x + \sin x = \sin 2x.$$

- 4.13.  $\sin 2x + \sin 3x + \cos 5x = 1$ .
- 4.14.  $3 \cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x = 0$ .
- 4.15.  $4 \sin x \cdot \cos x - 3 \sin^2 x = 1$ .
- 4.16.  $\cos x - \sin x - 2 \sin x \cdot \cos x = 1$ .
- 4.17.  $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$ .
- 4.18.  $6(\sin x + \cos x) - 2 \sin x \cdot \cos x + 6 = 0$ .
- 4.19.  $(\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x)^2 = 5 + \cos(\frac{\pi}{2} + 2x)$ .
- 4.20.  $\cos 3x - \sin(9x - 2) = 0$ .
- 4.21.  $4 \cos x - 3 \sin x = 5$ .
- 4.22.  $\sin x - \operatorname{tg} \frac{\pi}{10} \cdot \cos x = 1$ .
- 4.23.  $2 \cos 3x = \sqrt{3} \cos x + \sin x$ .
- 4.24.  $\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg} x$ .
- 4.25.  $\frac{\operatorname{tg}(\pi/4) - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}(\pi/4) \cdot \operatorname{tg} x} = 2$ .
- 4.26.  $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) + \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{4}) = \operatorname{tg} x$ .
- 4.27.  $\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = (\sin x - \cos x)^2$ .
- 4.28.  $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + x) = 7 - 5 \operatorname{tg} 2x$ .
- 4.29.  $\sin^4 \frac{2x}{3} + \cos \frac{2x}{3} = \frac{5}{8}$ .
- 4.30.  $\sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{1}{2}$ .
- 4.31.  $\frac{2 \sin^4 x - 1}{\cos^4 x} = 2$ .
- 4.32.  $\cos 2x \cdot (2 \cos^2 2x - 1) = \frac{1}{4}$ .
- 4.33.  $2 \sin^3 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos^2 x - \cos^3 x = 0$ .
- 4.34.  $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x$ .
- 4.35.  $2 \sin^8 x - 2 \cos^8 x = \cos^2 2x - \cos 2x$ .
- 4.36.  $(3 - \operatorname{ctg}^2 x) \sin 2x = 2(1 + \cos 2x)$ .
- 4.37.  $\operatorname{tg} 2x + \operatorname{ctg} x + 4 \cos^2 x = 0$ .
- 4.38.  $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} \cos x) + \operatorname{ctg}(\pi \sin x) = 0$ .
- 4.39.  $\operatorname{tg} 3x = (2 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x$ .
- 4.40.  $\operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 7x = 1$ .
- 4.41.  $\operatorname{tg} 14x + 3 \operatorname{ctg} 7x + \sin 3x - 2\sqrt{2} \sin(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}) = \frac{4}{\sqrt{3} + 1}$ .
- 4.42.  $2 \cos x - \sqrt{2} \sin 28x = 3\sqrt{2} - 2 \cos 28x \cdot \sin x$ .
- 4.43.  $2 \sin^2 x + \sin(x^2) = 1$ .
- 4.44.  $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x)$ .
- 4.45.  $\operatorname{tg}(\pi \operatorname{tg} x) = \operatorname{ctg}(\pi \operatorname{ctg} x)$ .
- 4.46.  $1 + \arcsin x = 0$ .
- 4.47.  $2 \arccos^2 x - 3 \arccos x - 2 = 0$ .
- 4.48.  $\arcsin x = \arccos x$ .
- 4.49.  $\arcsin(x^2 - x + \frac{1}{\sqrt{2}}) = \arccos(x^2 - x + \frac{1}{\sqrt{2}})$ .
- 4.50.  $\arcsin 2x = \arccos |x|$ .

**Решите неравенства**

4.51.  $\sin x > \frac{1}{2}$ .

4.53.  $\operatorname{tg} x < 1$ .

4.55.  $\operatorname{tg} \frac{1}{1+x^2} \geq 1$ .

4.57.  $6 \sin x \cdot \cos x > \sin x + \cos x + 1$ .

4.59.  $2 \cos(\arcsin x) - \sin(\frac{1}{2} \arccos x) \leq 0$ .

4.52.  $\cos x \leq -\frac{1}{2}$ .

4.54.  $20 \sin^2 x + 9 \cos x < 21$ .

4.56.  $2 \cos^2 2x - (2 + \sqrt{2}) \cos 2x + \sqrt{2} > 0$ .

4.58.  $\sin(\sin x) + \sin x \cdot \cos(\sin x) > 0$ .

4.60.  $\arcsin(\sin x) + 3 \arccos(\cos x) \geq 3x - 18$ .

**5. Показательные уравнения и неравенства**

**Решите уравнения**

5.1.  $5^{x^2+6x+8} = 1$ .

5.3.  $0,125 \cdot 2^{-4x-16} = \left(\frac{0,25}{\sqrt{2}}\right)^x$ .

5.5.  $\left(\frac{2}{3}\right)^{4\sqrt{x}} = (2,25)^{2\sqrt{x}-4}$ .

5.7.  $\frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{64} = 8^{x-1}$ .

5.9.  $5^{x+1} = 5^{x-1} + 24$ .

5.11.  $3^{2x-1} - 9^x + 27^{(2x+2)/3} = 675$ .

5.13.  $4^{-2/x} - 5 \cdot 2^{-2/x} + 4 = 0$ .

5.15.  $2^{x+1} \cdot 5^x = 10^{x+1} \cdot 5^{x+2}$ .

5.17.  $2^{(x^2-6)} \cdot 3^{(x^2-6)} = \frac{(6^{-x-1})^4}{6^5}$ .

5.19.  $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 3^{x+2} + 3^x$ .

5.21.  $25^x - 7^x - 7 \cdot 5^{2x+1} + 5 \cdot 7^{x+1} = 0$ .

5.23.  $4 \cdot 2^{2x} - 6^x = 18 \cdot 9^x$ .

5.25.  $64 \cdot 9^{-x} - 84 \cdot 12^{-x} + 27 \cdot 16^{-x} = 0$ .

5.2.  $(2/5)^{6x-7} = (5/2)^{14x-3}$ .

5.4.  $2^{3+2x} = 4^{1-x^2-3x}$ .

5.6.  $5\sqrt{5}(0,2)^{x+0,5} = (0,04)^x$ .

5.8.  $32^{(x+8)/(x-4)} = 0,25 \cdot 128^{(x+20)/x}$ .

5.10.  $7^{x+1} - \frac{1}{7} 7^x + 2 \cdot 7^{x-1} - 14 \cdot 7^{x-2} = 48$ .

5.12.  $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$ .

5.14.  $2^{2+x} + 2^{2-x} = 17$ .

5.16.  $2^x \cdot 5^{x-1} = 200$ .

5.18.  $(\log_3 8) \cdot (4/9)^x \cdot (27/8)^{x-1} = \log_3 4$ .

5.20.  $9^x - 5^x - 3^{2x} \cdot 15 + 5^{x+1} \cdot 3 = 0$ .

5.22.  $9^x + 6^x - 2 \cdot 4^x = 0$ .

5.24.  $4^x = 2 \cdot 10^x + 3 \cdot 25^x$ .

5.26.  $4^{1/x} + 6^{1/x} - 9^{1/x} = 0$ .

$$5.27. 8^x + 8 = 3 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^{x+1}.$$

$$5.29. (2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4.$$

**Решите неравенства**

$$5.31. 2^{5+10x} > 1.$$

$$5.33. 2^{-x} > \frac{1}{128}.$$

$$5.35. 3^{x-3} < 3 \cdot 27^{-\frac{1}{x}}.$$

$$5.37. (0,2)^{(2x-1)/x} > 5.$$

$$5.39. (0,25)^{4x^2+2x-2} < 4^{2x+3}.$$

$$5.41. \sqrt{16^{(2x+2)/x}} < \sqrt[3]{8^{3x-7}}.$$

$$5.43. 2^{x+1} + 2^{-x} - 3 < 0.$$

$$5.45. 25^x - 5^{x+1} \geq 50.$$

$$5.47. 4^{x+1} - 16^x < 2 \cdot \log_9 27.$$

$$5.49. 4^{3x^2-x} - 8 < 2 \cdot 8^{x^2-x/3}.$$

$$5.51. \frac{2^{x-1} - 1}{2^{x+1} + 1} < \frac{1}{2}.$$

$$5.53. 8 \cdot \frac{3^{x-2} - 1}{3^x - 2^x} < 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^x.$$

$$5.55. 2^{2-x} - 2^{3-x} - 2^{4-x} > 5^{2-x} - 5^{-x}.$$

$$5.57. 2^{2x} - 2 \cdot 25^x - 10^x > 0.$$

$$5.59. 9 \cdot 4^{1/x} + 5 \cdot 6^{1/x} < 4 \cdot 9^{1/x}.$$

$$5.28. 3^{-12x-1} - 9^{-6x-1} - 27^{-4x-1} + 81^{1-3x} = 2192.$$

$$5.30. (\sqrt{7} + \sqrt{48})^x + (\sqrt{7} - \sqrt{48})^x = 14.$$

$$5.32. 4^{2x} > 0,125.$$

$$5.34. \sqrt{27} \cdot 3^{x+1} < 9^{4x^2}.$$

$$5.36. 5^{-2x-x^2/3} < 5^{2+2x} \left(\sqrt[3]{5}\right)^{x^2} + 24.$$

$$5.38. (0,1)^{(1-2x)/(x+1)} > 10^3.$$

$$5.40. (0,3)^{2x^2+3x+6} < 0,00243.$$

$$5.42. 2^{-x+2} - 2^{-x+1} + 2^{-x-1} - 2^{-x-2} \leq 9.$$

$$5.44. 5^{1-2x} > 5^{-x} + 4.$$

$$5.46. 4^{-x-0,5} - 7 \cdot 2^{-x-1} - 4 < 0.$$

$$5.48. 2^{x-0,5} + \frac{\sqrt{2}}{2} > 1 + 2^{-x}.$$

$$5.50. \frac{4^x + 2x - 4}{x - 1} \leq 2.$$

$$5.52. \frac{2^{1+x} - 2^{-x} + 1}{2^{-x} - 1} \leq 0.$$

$$5.54. \frac{33 \cdot 3^{x-1} - 93}{12 \cdot 9^x - 11 \cdot 3^x - 15} \geq 5.$$

$$5.56. 5^{x-2} + 5^{x-3} + 5^{x-4} > 7^{\frac{x}{2}+1} + 7^{\frac{x}{2}} + 7^{\frac{x}{2}-1}.$$

$$5.58. 2 \cdot 4^x - 25 \cdot 5^{2x} - 5 \cdot 10^x > 0.$$

$$5.60. 5^{2x+1} + 6^{x+1} > 30 + 15^x \cdot 10^x.$$

## 6. Логарифмические уравнения и неравенства

**Решите уравнения**

$$6.1. 2 \log_8 2^{4x} = 2^{\log_{\sqrt{2}} 2}.$$

$$6.2. 10^{\lg(\lg \sqrt{x})} - \lg x + \lg x^2 - 3 = 0.$$



$$6.3. \log_5 \left( \frac{x+1}{10} \right) = \log_5 \left( \frac{2}{x} \right).$$

$$6.4. \log_3(x-1) + \log_3(x+1) = 1.$$

$$6.5. \frac{\log_2 5}{\log_2 10} + \lg(x+10) = 1 + \lg(21x-20) - \lg(2x-1).$$

$$6.6. 2\log_4(4+x) = 4 - \log_2(x-2).$$

$$6.7. \log_3((x+2)(x-2)) = 4\log_9(2x+3) - \log_{\sqrt{5}} 5.$$

$$6.8. 2\log_8(2x) + \log_8(x^2 + 1 - 2x) = \frac{4}{3}.$$

$$6.9. \frac{1}{2}\lg(x + \frac{1}{8}) - \lg(x + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\lg(x - \frac{1}{2}) - \lg x.$$

$$6.10. \log_{1/2}(-x-1) + \log_{1/2}(1-x) - \log_{1/\sqrt{2}}(7+x) = 1.$$

$$6.11. x^{\log_{\sqrt{x}}(x^2+1)} = 25.$$

$$6.12. \log_{x+1} 2 = 3.$$

$$6.13. \log_{1-x}(x^2 + 3x + 1) = 1.$$

$$6.14. \log_{1-x}(x^2 - x - 6)^2 = 4.$$

$$6.15. (\lg x)^2 - 6\lg x = \lg x^2 - 5.$$

$$6.16. (\log_2 x)^2 - 2\log_2 \sqrt{x} = 2.$$

$$6.17. \lg^{-1} x + 4\lg x^2 + 9 = 0.$$

$$6.18. \log_2 \frac{x}{8} = \frac{15}{\log_2 \frac{x}{16} - 1}.$$

$$6.19. \frac{\log_{27} \frac{27}{x^2}}{\log_{27}^2 x} = 3.$$

$$6.20. \log_2 x - 4\log_{x^2} 4 = 3.$$

$$6.21. \log_{\sqrt{x}} 2 + 8\log_{16} x^2 + 9 = 0.$$

$$6.22. 3 + 2\log_{x-1} 3 = 2\log_3(x-1).$$

$$6.23. 1 + 2\log_{(x+5)} 5 = \log_5(x+5).$$

$$6.24. \frac{1}{8}(\log_2(x-2)^4)^2 = \frac{\lg(2-x)}{\lg 2} \cdot 2^{2\log_2 \sqrt{3}}.$$

$$6.25. \log_x 9x^2 \cdot \log_9^2 x = 1.$$

$$6.26. \log_2 \sqrt{x+1} + 3\log_2 \sqrt{1-x} = \log_2 \sqrt{1-x^2}.$$

$$6.27. \frac{3}{2}\log_{1/4}(x-2)^2 - 3 = \log_{1/4}(x+4)^3 + \log_{1/4}(6-x)^3.$$

$$6.28. \log_4 x - \log_{1/2}(13-x) = \log_2(10-x)^2 - 2\log_{1/4}(8-x).$$

$$6.29. \log_4(\log_2 x) + 3\log_{1/8}(\log_2(2\sqrt{2}x)) = 1.$$

$$6.30. \log_4(2\log_3(1 + \log_2(1 + 3\log_3(x-1)))) = \frac{1}{2}.$$

### Решите неравенства

$$6.31. \log_{11}(3x-1) > 0.$$

$$6.32. \log_{1/3}(7x-1) > 0.$$

$$6.33. \lg(x^2 + 5x + 7) < 0.$$

$$6.34. \log_{0.5}(x^2 + 5x + 6) > -1.$$

$$6.35. \log_8(x^2 + 4x + 3) \leq 1.$$

$$6.36. \log_{\sqrt{2}} \left( \frac{1-2x}{x} \right) \leq 0.$$

$$6.37. 2\log_{1/9}\left(\frac{2-3x}{x}\right) \geq -1.$$

$$6.38. \log_{1/5}(3x-4) > \log_{1/5}(x-2).$$

$$6.39. \log_{0,1}(x^2 - x - 2) > \log_{0,1}(3 - x).$$

$$6.40. 1 + \log_2(2 - x) > \log_2(x^2 + 3x + 2).$$

$$6.41. \log_{0,1}(4 - x) \geq \log_{0,1} 10 - \log_{0,1}(x - 1).$$

$$6.42. \lg(x + 4) \geq -2\lg \frac{1}{2 - x}.$$

$$6.43. \log_{1/5}(x^2 + 6x + 18) + 2\log_5(-x - 4) < 0.$$

$$6.44. 2\log_2 x - \log_2(2x - 2) > 1.$$

$$6.45. 2\log_3(-x) - \log_{1/3}(4 + x) \leq \log_3(x + 1)^2 + 2\log_9(10 + x).$$

$$6.46. \log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x \leq 2.$$

$$6.47. \log_3 x \leq \frac{2}{\log_3 x - 1}.$$

$$6.48. \frac{1}{1 + \log_2 x} + \frac{1}{1 - \log_2 x} > 2.$$

$$6.49. \frac{\lg^2 x - 3\lg x + 3}{\lg x - 1} \leq 1.$$

$$6.50. 5 + 2\log_{1/3} x > 2\log_x 3.$$

$$6.51. \log_x \left( \frac{6 - 5x}{4x + 5} \right) > 1.$$

$$6.52. \log_{(x^2)}(x + 2) > -1.$$

$$6.53. \log_{\left(\frac{16}{25-x^2}\right)} \left( \frac{14}{24 - 2x - x^2} \right) > 1.$$

$$6.54. \log_{(x/2)} 8 + \log_{(x/4)} 8 < \frac{\log_2 x^4}{\log_2 x^2 - 4}.$$

$$6.55. \log_5 x + \log_x \frac{x}{3} < \frac{2 - \log_3 x}{\log_3 x} \log_5 x.$$

$$6.56. \log_2 \sqrt{3x + 4} \cdot \log_x 2 > 1.$$

$$6.57. \log_5 \sqrt{3x + 1} \cdot \log_{x-1} 5 > 1.$$

$$6.58. \log_{1/2}(x + 1) \cdot \log_2 x > \log_{(x+1)} x.$$

$$6.59. \log_2 x - \log_2(x + 2) + \log_{(x+2)/x} 2 > 0.$$

$$6.60. 1 + \log_{1/4}(\log_3(x + 4)) > 0.$$

$$6.61. \log_{4/9}(\log_{1/3}(x + 1)) \geq 2.$$

$$6.62. \log_{1/2} \log_2(x^2 - 2) > 0.$$

$$6.63. \log_{\frac{1}{2}} \left( \log_8 \frac{x^2 - 1}{x - 2} \right) < 0.$$

$$6.64. \log_{1/2} x^2 + \log_3 x^2 > 1.$$

$$6.65. \log_2 \left( \log_3 \left( \frac{x + 1}{x - 1} \right) \right) < \log_{1/8} \left( \log_{1/9} \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} \right) \right).$$

## 7. Комбинированные уравнения и неравенства

**Решите уравнения и неравенства**

$$7.1. (4|x + 1| + 1/2)^2 = 11(x + 1)^2 + 5/4.$$

$$7.2. \sqrt{|x - 1| - 1} \geq \sqrt{|x - 1| - 2011}.$$

$$7.3. \quad \frac{x^3 - 8 + 6x(2 - x)}{|3 - 4x|} \leq \sqrt{4x - 3}.$$

$$7.4. \quad \sqrt{x^2 - x + 4} \leq 2x + |3x + 2|.$$

$$7.5. \quad 5^{72} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x}} > 1.$$

$$7.6. \quad 2^{|x-2|} - |2^{1-x} - 1| = 2^{1-x} + 1.$$

$$7.7. \quad 2^x + 2^{|x|} \geq 2\sqrt{2}.$$

$$7.8. \quad \frac{3^x - 2}{x^2 - 6x + 5} \leq 0.$$

$$7.9. \quad \frac{\log_2(1 - x)}{x + 1} < 0.$$

$$7.10. \quad \frac{1 - \log_{0.5} x}{\sqrt{6x + 2}} < 0.$$

$$7.11. \quad \frac{(x + 0.5)(x + 3)}{\log_2 |x + 1|} < 0.$$

$$7.12. \quad 9^{\log_3(1+2x)} = 5x^2 - 5.$$

$$7.13. \quad \left(\frac{1}{7}\right)^{\log_7(x^2-1)} > 1.$$

$$7.14. \quad 2^{\log_5(2/(x+2))} < 1.$$

$$7.15. \quad (0, 3)^{\log_5(\log_{1/5}(x^2 - \frac{4}{5}))} < 1.$$

$$7.16. \quad \log_{0.1}(101 - 5^x) + 2 < 0.$$

$$7.17. \quad \log_2 \frac{1}{|x + 1| - 1} = 1.$$

$$7.18. \quad \log_2 |1 - \frac{12}{x^2}| < 1.$$

$$7.19. \quad |\log_3(2 - x)| > 2.$$

$$7.20. \quad 2 < |\log_{1/2}(x + 1) - 4| \leq 3.$$

$$7.21. \quad \sqrt{\log_{\lg(3\pi/16)}(x - 1)} \geq 1.$$

$$7.22. \quad \sqrt{\log_2 \left(\frac{2x + 3}{x + 1}\right)} < 1.$$

$$7.23. \quad x^{2 \lg x} = 10x^2.$$

$$7.24. \quad x \cdot x^{\lg x} = 10 \cdot x.$$

$$7.25. \quad x^{\lg^2 x - 3 \lg x + 1} > 1000.$$

$$7.26. \quad x^{(\lg 10x) - 2} < 100.$$

$$7.27. \quad \left(\frac{x + 1}{10}\right)^{\lg(x+1) - 2} < 100.$$

$$7.28. \quad \sqrt{x^{\log_2 \sqrt{x}}} \geq 2.$$

$$7.29. \quad 3^{(\log_3 x)^2/4} \leq \frac{x^{(\log_3 x)/3}}{3}.$$

$$7.30. \quad 5^{\log_x 49} - 7^{\log_x 5} - 2 \geq 0.$$

$$7.31. \quad 3\sqrt{\lg x} + 2 \lg \sqrt{x^{-1}} = 2.$$

$$7.32. \quad \log_{1/3} x - 3 \cdot \sqrt{\log_{1/3} x} + 2 = 0.$$

$$7.33. \quad \log_{4/3}(\sqrt{x + 3} - \sqrt{x}) + \log_{4/25}(2/5) \geq 0.$$

$$7.34. \quad \log_5(5^x - 20) = x - 1.$$

$$7.35. \quad \log_{1/9}(2^{x+2} - 4^x) \geq -1.$$

$$7.36. \quad \log_3(2^{-x} - 3) + \log_3(2^{-x} - 1) = 1.$$

$$7.37. \quad 2(\lg 2 - 1) + \lg(5^{\sqrt{x}} + 1) = \lg(5^{1-\sqrt{x}} + 5).$$

$$7.38. \quad 2 \log_{\sqrt{3}} 3 + \log_{\sqrt{3}}(3^{x^2-3} - 1/9) < \log_{\sqrt{3}} 26.$$

$$7.39. \lg 2^{x+3} - \lg(5^x - 2) = x.$$

$$7.40. \frac{x+1}{3 - \log_3(9 - 3^{-x})} \leq 1.$$

$$7.41. \log_{(x^2-2x-3)} \frac{|x| - |x-4|}{x+1} > 0.$$

$$7.42. \log_3(\log_{1/8}((3/2)^{-x} - 1/2)) \leq -1.$$

$$7.43. \log_{-x}(\log_9((3^{-x} - 9))) < 1.$$

$$7.44. \log_2(2^x - 1) \cdot \log_{1/2}(2^{x+1} - 2) > -2.$$

$$7.45. \log_4(\sqrt{3}^x - 1) \cdot \log_{1/4}\left(\frac{\sqrt{3}^x - 1}{16}\right) \leq \frac{3}{4}.$$

$$7.46. \log_{|x|}(\sqrt{9-x^2} + x - 1) \geq 1.$$

$$7.47. \log_{2x} 4x \leq \sqrt{\log_{2x}(16x^3)}.$$

$$7.48. \sqrt{(\log_{1/2} 2x)^2 + 4 \log_2 \sqrt{2x}} < \sqrt{2}(4 - \log_{16} 16x^4).$$

$$7.49. \left(x + \frac{8}{x}\right) \cdot \left| \log_{\frac{2x-3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \right| \geq 9 \cdot \left| \log_{\frac{2x-3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \right|.$$

$$7.50. |4 \cos^2 x - 1| + |4 \cos^2 x - 3| = 2.$$

$$7.51. \left| 2 \sin x + 2 \cos x + \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right| \leq 2.$$

$$7.52. 81^{(\sin 2x-1) \cos 3x} - 9^{(\sin x - \cos x)^2} = 0.$$

$$7.53. \left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^{\sin x} + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^{\sin x} = \frac{10}{3}.$$

$$7.54. \log_{\frac{6x-x^2}{11}}(-\cos 3x - \cos x) = \log_{\frac{6x-x^2}{11}}(-\cos 2x).$$

$$7.55. \sqrt{\sin x} + \cos x = 0.$$

$$7.56. \sqrt{\operatorname{tg} x + \sin x} + \sqrt{\operatorname{tg} x - \sin x} = 2\sqrt{\operatorname{tg} x \cos x}.$$

$$7.57. \sqrt{\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x - 3 \cos^2 x + \cos x + \frac{13}{4}} = \sqrt{3} \sin x + \frac{1}{2}.$$

$$7.58. \sqrt{5-2 \sin x} \geq 6 \sin x - 1.$$

$$7.59. \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} > 1.$$

$$7.60. \sqrt{2 - \sin x - \sqrt{3} \cos x} > 1.$$

$$7.61. 2^{5+2 \cos 2x} - (2^{\frac{3}{2}} - 1)4^{\cos^2 x} = -(2 \sin^2 x)^{\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2} \sin x}(\sqrt{2}-1)}.$$

$$7.62. \log_{\operatorname{tg} x} \sqrt{\sin^2 x - \frac{5}{12}} < -1.$$

$$7.63. \log_{(\sin x - \cos x)}(\sin x - 5 \cos x) \geq 1.$$

$$7.64. \sqrt{4 \sin^2 x - 1} \cdot \log_{\sin x} \frac{x-5}{2x-1} \geq 0.$$

$$7.65. \sqrt{\arcsin x} + \sqrt{\arccos x} > \sqrt{\frac{7\pi}{12}}.$$

\* \* \*

7.66. Сколько различных корней имеет уравнение  $\sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = -2x$ ?

7.67. Сколько различных решений имеет неравенство  $\sqrt{6}(x^2 + 2) + 2\sqrt{5}x \leq \sqrt[4]{35}(x^2 - 2) + 2\sqrt{7}x$ ?

7.68. Найдите наименьший положительный корень уравнения  $\cos(\pi x^2) = \cos(\pi(x^2 + 2x + 1))$ .

7.69. Найдите все корни уравнения  $\sqrt{1 - \sin 2x} - \sqrt{2} \cos 3x = 0$  на промежутке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$ .

7.70. Найдите все корни уравнения  $\cos x + \sqrt{\frac{1 - \sin x}{2}} = 0$  на промежутке  $[3\pi; 4\pi]$ .

## 8. Системы

**Решите системы**

$$8.1. \begin{cases} 4x + 7y = 5, \\ 2x + 3y = -6. \end{cases}$$

$$8.2. \begin{cases} 2x + y = 7, \\ |x - y| = 2. \end{cases}$$

$$8.3. \begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 1, \\ y = 5 - |x - 1|. \end{cases}$$

$$8.4. \begin{cases} y + |x + 1| = 1, \\ |y - x| = 5. \end{cases}$$

$$8.5. \begin{cases} \frac{2}{2x - y} + \frac{3}{x - 2y} = \frac{1}{2}, \\ \frac{2}{2x - y} - \frac{1}{x - 2y} = \frac{1}{18}. \end{cases}$$

$$8.6. \begin{cases} 3x + 4 \sin y = -11, \\ -2x + 5 \sin y = \frac{7}{2}. \end{cases}$$

$$8.7. \begin{cases} \sqrt{12} \operatorname{ctg} x + \sqrt{2}y = 4, \\ -\sqrt{27} \operatorname{ctg} x + \sqrt{8}y = 1. \end{cases}$$

$$8.8. \begin{cases} 6 \cos x + 7 \log_y 3 = -10, \\ -5 \cos x + 2 \log_y 3 = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$8.9. \begin{cases} 7 \cdot 2^x + 6y = 2, \\ 3 \cdot 2^{x+1} - 5y = 93. \end{cases}$$

$$8.10. \begin{cases} \frac{6}{2^{1-x}} + 2 \cdot 3^{y+1} = 21, \\ 5 \cdot 2^{x+2} - \frac{18}{3^{2-y}} = 56. \end{cases}$$

$$8.11. \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9}, \\ y - 2x = 4. \end{cases}$$

$$8.12. \begin{cases} 2 \log_x 8 + 3y = 24, \\ 2 \log_x^3 0,5 + y = 8. \end{cases}$$

$$8.13. \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 1. \end{cases}$$

$$8.14. \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}, \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 5 - 2\sqrt{6}. \end{cases}$$

$$8.15. \begin{cases} \frac{1}{x+y} + x = -1, \\ \frac{x}{x+y} = -2. \end{cases}$$

$$8.17. \begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 5, \\ 2\log_4 x + \log_2 y = 4. \end{cases}$$

$$8.19. \begin{cases} 2 \cdot 5^{1-y} = \log_3 x^{-2}, \\ 5^y + \log_3 x = 4. \end{cases}$$

$$8.21. \begin{cases} x + 2y = 6, \\ 3x^2 - xy + 4y^2 = 48. \end{cases}$$

$$8.23. \begin{cases} x + 2y = y^2 - x^2 + 3, \\ 2^{3x+y} = 512. \end{cases}$$

$$8.25. \begin{cases} 2^x + 2y = 1, \\ 3y - 6y^2 = 2^{x-1}. \end{cases}$$

$$8.27. \begin{cases} x^3 - \sqrt{y} = 1, \\ 5x^6 + 8x^3\sqrt{y} + y = 1. \end{cases}$$

$$8.29. \begin{cases} x + y + \sqrt{x+y} = 30, \\ x^2 + y^2 = 325. \end{cases}$$

$$8.31. \begin{cases} 3\log_5 x + \log_{\sqrt[3]{5}} y = 3, \\ \log_5(y - x - 2) + \log_{125}(y - x - 2)^3 = \log_5 12. \end{cases}$$

$$8.33. \begin{cases} x^3\sqrt{x-y} = 0, \\ 2y^2 + y = 21 + 2xy. \end{cases}$$

$$8.35. \begin{cases} 5(\log_y x + \log_x y) = 26, \\ xy = 64, \\ y < x. \end{cases}$$

$$8.37. \begin{cases} \sqrt{\sin x} \cos^2 y = 0, \\ 2\sin^2 x - \cos 2y - 2 = 0. \end{cases}$$

$$8.39. \begin{cases} 2\sin 3x + 2\cos 4x = 1 + \sqrt{2}, \\ 2\sin 7x - 2\sin x = \sqrt{2}, \\ 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$8.16. \begin{cases} 6^x - 2 \cdot 3^y = 2, \\ 6^x \cdot 3^y = 12. \end{cases}$$

$$8.18. \begin{cases} \log_2(2x^2 - y^2) = 2, \\ 6\log_8(-x) + \log_2(y^2) = 4. \end{cases}$$

$$8.20. \begin{cases} \log_3 x - 2^y + y = 3, \\ y \cdot 2^y + 2^y \cdot \log_3 x = 4. \end{cases}$$

$$8.22. \begin{cases} 3x + y - z = 4, \\ x - 2y + 3z = 0, \\ x^2 + 2y + z^2 = 6x. \end{cases}$$

$$8.24. \begin{cases} 3 \cdot 2^x + y = 13, \\ 2^{2x+1} + 3y = 35. \end{cases}$$

$$8.26. \begin{cases} y^2 = 4^x + 8, \\ 2^{x+1} + y + 1 = 0. \end{cases}$$

$$8.28. \begin{cases} 2^{y/x+3x/y} = 16, \\ \sqrt{y} - \sqrt{2x} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1}. \end{cases}$$

$$8.30. \begin{cases} 3^{\log_2(2x-y)} = 1, \\ 4^{x+y} - 2^{x+y} = 12. \end{cases}$$

$$8.32. \begin{cases} x - y + \sqrt{x^2 - 4y^2} = 2, \\ x^5\sqrt{x^2 - 4y^2} = 0. \end{cases}$$

$$8.34. \begin{cases} \sqrt{x+y-1} = 1, \\ \sqrt{x-y+2} = 2y+2. \end{cases}$$

$$8.36. \begin{cases} y^x = 3y, \\ 2\log_3 y + \log_y 3 = 3x. \end{cases}$$

$$8.38. \begin{cases} 4\sin y - 6\sqrt{2}\cos x = 5 + 4\cos^2 y, \\ \cos 2x = 0. \end{cases}$$

$$8.40. \begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4}, \\ \cos x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{6}}{4}, \\ \cos x \geq 0. \end{cases}$$

$$8.41. \begin{cases} \sin x \cos y = -\frac{1}{2}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = 1. \end{cases}$$

$$8.43. \begin{cases} 3 \sin x + \cos y = 0, \\ 6 \cos x - 2 \sin y = 7. \end{cases}$$

$$8.45. \begin{cases} x + 3^y = 2, \\ x^3 + 27^y = 26. \end{cases}$$

$$8.47. \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 - 3x + 5y = 3, \\ 4, 5x^2 + 3y^2 - 3x + 8y = 7. \end{cases}$$

$$8.49. \begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = 3, \\ y^2 - 3xy = 2. \end{cases}$$

$$8.51. \begin{cases} \sqrt{x}(x + 3y) = 36, \\ \sqrt{y}(3x + y) = 28. \end{cases}$$

$$8.53. \begin{cases} (1/4)^{-3x/2} + \log_3^3 y = 504, \\ 4^x - 2^{x-1} \log_{\sqrt{3}} y + \log_3^2 y = 84. \end{cases}$$

$$8.55. \begin{cases} x + \log_2 y = y \log_2 3 + \log_2 x, \\ x \log_2 72 + \log_2 x = 2y + \log_2 y. \end{cases}$$

$$8.57. \begin{cases} xy + 3y^2 - x + 4y - 7 = 0, \\ 2xy + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0. \end{cases}$$

$$8.59. \begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0, \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0, \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0. \end{cases}$$

$$8.42. \begin{cases} \sin^2(-2x) - (3 - \sqrt{2}) \operatorname{tg} 5y = \frac{3\sqrt{2} - 1}{2}, \\ \operatorname{tg}^2 5y + (3 - \sqrt{2}) \sin(-2x) = \frac{3\sqrt{2} - 1}{2}. \end{cases}$$

$$8.44. \begin{cases} y - x = 5, \\ xz = (z - 4)y + 30, \\ 2xz = (2z - 4)y. \end{cases}$$

$$8.46. \begin{cases} \frac{xy}{2} + \frac{5}{2x + y - xy} = 5, \\ 2x + y + \frac{10}{xy} = 4 + xy. \end{cases}$$

$$8.48. \begin{cases} 3x^2 + 2xy - 9x - 4y + 6 = 0, \\ 5x^2 + 2xy - 12x - 4y + 4 = 0. \end{cases}$$

$$8.50. \begin{cases} 2x^4 + y^2 = 10, \\ x^2 + 2y^4 = 10. \end{cases}$$

$$8.52. \begin{cases} 4^x + 5 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 2, \\ 2 \cdot 9^y + 2^x + 2 \cdot 3^y = 1. \end{cases}$$

$$8.54. \begin{cases} (1 + 2 \log_{|xy|} 2) \log_{x+y} |xy| = 1, \\ x - y = 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

$$8.56. \begin{cases} \log_2 (10 - 3y) + \log_{1/2} (2y - 5x) = 0, \\ \sqrt{x + 2y + 1} - \sqrt{11 - 3y} = \sqrt{2x + 4y - 12}. \end{cases}$$

$$8.58. \begin{cases} \frac{xy}{x + y} = 1, \\ \frac{xz}{x + z} = 2, \\ \frac{yz}{y + z} = 3. \end{cases}$$

$$8.60. \begin{cases} y + 2 = (3 - x)^3, \\ (2z - y)(y + 2) = 9 + 4y, \\ x^2 + z^2 = 4x, \\ z \geq 0. \end{cases}$$

## ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

### 9. Планиметрические задачи

- 9.1. Найдите площадь правильного треугольника, сторона которого равна стороне ромба с диагоналями 10 и 12.
- 9.2. Найдите периметр правильного треугольника, если центр описанной около него окружности удален от хорды, равной 2, на расстояние 3.
- 9.3. В треугольнике  $ABC$  основание  $D$  высоты  $CD = \sqrt{3}$  лежит на стороне  $AB$ . Найдите  $AC$ , если  $AB = 3$ ,  $AD = BC$ .
- 9.4. Найдите площадь прямоугольного треугольника, один из катетов которого равен 13, а высота, опущенная на гипотенузу, равна 12.
- 9.5. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с гипотенузой  $AB$  проведена медиана  $CM$  и высота  $CH$ , причем точка  $H$  лежит между  $A$  и  $M$ . Найдите отношение  $AN : AM$ , если  $CM : CH = 5 : 4$ .
- 9.6. Один из углов треугольника равен разности двух других, наименьшая сторона треугольника равна 1, а сумма площадей квадратов, построенных на двух других сторонах, вдвое больше площади описанного около треугольника круга. Найдите наибольшую сторону треугольника.
- 9.7. Окружность радиуса  $\sqrt{3}$ , вписанная в прямоугольный треугольник  $ABC$  с углом  $\angle A = 30^\circ$ , касается катета  $AC$  в точке  $K$ . Найдите  $BK$ .
- 9.8. Окружность радиуса 3, центр  $O$  которой лежит на гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника, касается катетов. Найдите площадь треугольника, если  $OA = 5$ .
- 9.9. Окружность, центр которой лежит на гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , касается катетов  $AC$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $D$  соответственно. Найдите  $\angle B$ , если  $AE = 1$ ,  $BD = 3$ .
- 9.10. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $CD$  прямого угла. Из точки  $D$  опущен перпендикуляр  $DM = \sqrt{3}$  на сторону  $AC$ . Найдите  $BC$ , если  $AD = 2\sqrt{3}$ .
- 9.11. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  с углами  $\angle A = 30^\circ$  и  $\angle B = 130^\circ$  как на диаметре построен круг. Найдите площадь части этого круга, лежащей внутри треугольника.
- 9.12. Две равных хорды окружности образуют вписанный угол величиной  $30^\circ$ . Найдите отношение площади части круга, лежащей внутри угла, к площади всего круга.
- 9.13. Точка пересечения двух общих касательных к двум непересекающимся окружностям, меньшая из которых имеет радиус  $r$ , лежит на линии их центров на расстоянии  $6r$  от центра большей окружности и делит отрезок касательной между точками касания в отношении  $1 : 3$ . Найдите площадь фигуры, состоящей из двух частей, ограниченных касательными и большими дугами окружностей.



- 9.14. Найдите площадь выпуклого четырехугольника с диагоналями 3 и 4, если отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника, равны.
- 9.15. Прямая, параллельная стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $AM : CM$ , если площадь треугольника  $MCN$  вдвое больше площади трапеции  $AMNB$ .
- 9.16. Прямая, параллельная стороне  $AB = 5$  треугольника  $ABC$  и проходящая через центр вписанной в него окружности, пересекает стороны  $BC$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите периметр четырехугольника  $ABMN$ , если  $MN = 3$ .
- 9.17. В треугольнике  $ABC$  на сторонах  $AB$  и  $AC$  взяты точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $AM : MB = 3 : 2$  и  $AN : NC = 4 : 5$ . В каком отношении прямая, проходящая через точку  $M$  параллельно  $BC$ , делит отрезок  $BN$ ?
- 9.18. Через точку пересечения диагоналей трапеции проведена прямая, параллельная основаниям и пересекающая боковые стороны в точках  $E$  и  $F$ , причем  $EF = 8$ . Найдите основания трапеции, если их отношение равно 4.
- 9.19. Найдите высоту, опущенную на гипотенузу прямоугольного треугольника с острым углом  $\alpha$  и радиусом описанной окружности  $R$ .
- 9.20. Найдите отношение высот треугольника  $ABC$ , опущенных из вершин  $A$  и  $B$  соответственно, если  $\cos \angle A = \frac{1}{5}$ ,  $\sin \angle B = \frac{1}{2}$ .
- 9.21. Найдите углы треугольника со сторонами 10, 24 и 26.
- 9.22. В четырехугольнике  $ABCD$  углы  $A$  и  $B$  прямые,  $AB = BC = 3$  и  $BD = 5$ . На сторонах  $AD$  и  $CD$  взяты такие точки  $E$  и  $F$  соответственно, что  $AE = 1$  и  $CF = 2$ . Найдите площадь пятиугольника  $ABCEF$ .
- 9.23. Одно из оснований равнобедренной трапеции равно 4. Найдите расстояние между точками касания с ее боковыми сторонами вписанной в трапецию окружности радиуса 4.
- 9.24. В параллелограмме  $ABCD$  со сторонами  $AB = 2$  и  $AD = 5$  биссектриса угла  $A$  пересекает биссектрисы углов  $B$  и  $D$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно, а биссектриса угла  $C$  пересекает те же биссектрисы в точках  $N$  и  $M$  соответственно. Найдите отношение площади четырехугольника  $KLMN$  к площади параллелограмма  $ABCD$ .
- 9.25. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если центр вписанной в него окружности делит биссектрису прямого угла в отношении  $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ , считая от вершины.
- 9.26. Найдите высоту, биссектрису и медиану, проведенные из вершины одного угла треугольника, если они делят этот угол на четыре равные части, а радиус описанной около треугольника окружности равен  $R$ .
- 9.27. Найдите площадь треугольника со стороной  $a$ , противолежащим углом  $\alpha$  и противолежащим углом  $\beta$ .
- 9.28. Найдите биссектрису прямого угла треугольника с гипотенузой  $c$  и острым углом  $\alpha$ .

- 9.29. В окружность радиусом  $R$  вписан равнобедренный треугольник с острым углом  $\alpha$  при основании. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.
- 9.30. В окружность диаметром 25 вписан равнобедренный треугольник с боковой стороной 20. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.
- 9.31. Около треугольника  $ABC$  описана окружность с диаметром  $AD = 2$ . Найдите  $BC$ , если  $AB = 1$  и  $\angle BAD : \angle CAD = 4 : 3$ .
- 9.32. Окружность радиуса 5 с центром  $O$ , лежащим на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , касается сторон  $AC$  и  $BC$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $AO = 13$  и  $BO = 7$ .
- 9.33. На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  взята такая точка  $D$ , что  $CD = 2$  и биссектриса  $CL$  перпендикулярна прямой  $DL$ . Найдите  $AL$ .
- 9.34. Две окружности радиусов 2 и 8 касаются друг друга внешним образом в точке  $A$ . Общая касательная к ним, проведенная через точку  $A$ , пересекает другую общую касательную в точке  $B$ . Найдите  $AB$ .
- 9.35. Окружности радиусов 2 и 3 касаются друг друга внешним образом в точке  $A$ . Общая касательная к ним в точке  $A$  пересекает в точке  $B$  другую общую касательную, касающуюся в точке  $C$  меньшей окружности с центром  $O$ . Найдите радиус окружности, вписанной в четырехугольник  $OABC$ .
- 9.36. Вписанная в треугольник  $ABC$  окружность касается сторон  $AB, BC$  и  $AC$  в точках  $K, L$  и  $M$  соответственно. Найдите  $KL$ , если  $AM = 2, MC = 3$  и  $\angle C = \frac{\pi}{3}$ .
- 9.37. Вписанная в треугольник  $ABC$  окружность касается сторон  $AB = 4$  и  $AC = 3$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $AMN$ , если  $BC = 2$ .
- 9.38. Вписанная в треугольник  $ABC$  окружность с центром  $O$  касается стороны  $BC$  в точке  $K$ . Найдите площадь треугольника  $BOK$ , если  $AC = a, \angle ABC = \alpha$ , а периметр треугольника  $ABC$  равен  $2p$ .
- 9.39. Прямая, касающаяся окружности в точке  $K$ , параллельна хорде  $AB = 6$ . Найдите радиус окружности, если  $AK = 5$ .
- 9.40. Диагонали вписанной в окружность трапеции взаимно перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если ее периметр равен 18, а основания относятся, как 1:7.
- 9.41. Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $BC = a$  и  $AD = b$  вписана в окружность. Найдите радиус окружности, если  $\angle CAD = \alpha$ .
- 9.42. Окружность, проходящая через вершины  $C$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$ , касается прямой  $AD$  и пересекает прямую  $AB$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите  $AE$ , если  $AD = 4$  и  $CE = 5$ .
- 9.43. Через точку  $K$  диаметра  $AB$  окружности проведена хорда  $MN$ . Найдите  $AB$ , если  $\angle ABM = 30^\circ, \angle BMK = 15^\circ$  и  $MK = 3$ .

- 9.44. Медианы  $BM$  и  $CN$  треугольника  $ABC$  взаимно перпендикулярны. Найдите площадь треугольника  $ABM$ , если  $BC = a$  и  $AC = b$ .
- 9.45. Медианы  $BM$  и  $CN$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите расстояние от точки  $K$  до прямой  $BC$ , если  $BC = a$ ,  $\angle B = \beta$  и  $\angle C = \gamma$ .
- 9.46. В треугольнике  $ABC$  проведена высота  $BH$  и медиана  $BM$ . Найдите угол  $\angle MBH$ , если  $AB = 1$ ,  $BC = 2$  и  $AM = BM$ .
- 9.47. Найдите углы треугольника  $ABC$ , если его медиана  $BM$  равна половине стороны  $AC$ , а один из углов, образованных биссектрисой  $BL$  и стороной  $AC$ , равен  $55^\circ$ .
- 9.48. В равнобедренном треугольнике высоты, опущенные на основание и на боковую сторону, равны  $m$  и  $n$  соответственно. Найдите стороны треугольника.
- 9.49. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AH$  и  $CK$ . Найдите радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности, если  $HK = 2\sqrt{2}$ , а площади треугольников  $ABC$  и  $BHK$  равны 18 и 2 соответственно.
- 9.50. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AH$  и  $CK$ . Найдите площадь круга, описанного около треугольника  $KBH$ , если  $AC = 1$  и  $\angle KCH = \alpha$ .
- 9.51. Отрезок, соединяющий основания высот, проведенных к сторонам  $AB$  и  $AC$  остроугольного треугольника  $ABC$  с углом  $\angle A = \alpha$ , равен  $l$ . Найдите  $BC$ .
- 9.52. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  проведена биссектриса  $AL$ . Найдите  $AL$ , если  $BL = b$  и  $CL = c$ .
- 9.53. В равнобедренной трапеции с боковой стороной 5, основание высоты, проведённой из вершины верхнего основания, делит нижнее основание на отрезки 12 и 3. Найдите верхнее основание трапеции, ее площадь, высоту и диагональ.
- 9.54. Найдите площадь треугольника со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $c$ , его высоту, медиану и биссектрису, проведённые к стороне  $c$ , а также радиусы вписанной и описанной окружностей.
- 9.55. В треугольник со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $c$  вписана окружность. Найдите расстояние от противоположащей стороне  $c$  вершины треугольника до ближайшей точки касания.
- 9.56. Зная медианы треугольника, найдите его площадь.
- 9.57. Зная высоты треугольника, найдите его площадь.
- 9.58. Стороны треугольника равны  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . В каком отношении центр вписанной окружности делит биссектрису, проведённую к стороне  $a$ ?
- 9.59. Углы треугольника равны  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . В каком отношении точка пересечения высот делит высоту, проведённую из вершины угла  $\alpha$ ?
- 9.60. Даны две непараллельные стороны  $a$  и  $b$  параллелограмма. Найдите его диагональ  $d_1$  по известной другой диагонали  $d_2$ .

- 9.61. Какова площадь треугольника со сторонами: а) 5, 9, 12; б) 2, 3, 6; в)  $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$  ?
- 9.62. Найдите углы треугольника площадью 3, если две его стороны равны 3 и 4.
- 9.63. В треугольнике  $ABC$  со стороной  $AB = 5$  и высотой  $BD = 3$  найдите  $\angle BAC$ .
- 9.64. Две стороны треугольника равны 1 и 2, а синус угла между ними равен  $\frac{1}{2}$ . Найдите третью сторону и два других угла треугольника.
- 9.65. Существует ли треугольник с углами  $\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{7}, \arcsin \frac{\pi}{4}$  ?

## 10. Стереометрические задачи

- 10.1. В правильную шестиугольную пирамиду с высотой  $H$  вписан один конус, а около нее описан другой конус с радиусом основания  $R$ . Найдите разность объемов этих конусов.
- 10.2. Конус вписан в правильную четырехугольную пирамиду. Их общая высота равна  $9/4$ , а радиус вписанной в конус сферы равен 1. Найдите разность объемов пирамиды и конуса.
- 10.3. Через вершину  $S$  конуса проходит плоское сечение  $SAB$  площадью 42. Точки  $A$  и  $B$  делят длину окружности основания конуса в отношении 1:5. Найдите объем конуса, если  $\angle SAB = \arccos \frac{3}{\sqrt{58}}$ .
- 10.4. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, диагональ которого равна  $d$  и образует с двумя смежными гранями углы  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно.
- 10.5. Найдите сторону основания правильной треугольной призмы объемом  $V$ , если угол между диагоналями двух ее боковых граней, проведенными из одной вершины, равен  $\alpha$ .
- 10.6. Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды объемом 36, если ее высота вдвое больше радиуса окружности, описанной около основания.
- 10.7. Найдите радиус сферы, описанной около правильной треугольной пирамиды со стороной основания равной  $a$ , и углом  $\varphi$  между боковыми ребрами.
- 10.8. Найдите двугранный угол при ребре основания правильной треугольной пирамиды, если угол между ее боковыми ребрами равен  $\varphi$ .
- 10.9. В правильной пирамиде  $SABC$  с ребрами  $AB = 1$  и  $AS = 2$  проведены биссектриса  $AL$  боковой грани  $SAB$  и медиана  $BM$  основания  $ABC$ . Найдите  $LM$ .
- 10.10. На высоте правильной треугольной пирамиды взята точка, удаленная от бокового ребра пирамиды на расстояние  $4/\sqrt{13}$  и делящая высоту в отношении 1:2, считая от вершины. Найдите объем пирамиды, если ее боковые грани наклонены к основанию под углом  $\pi/6$ .

- 10.11. Найдите высоту пирамиды, основанием которой служит треугольник со сторонами 7, 8 и 9, если ее боковые ребра наклонены к основанию под углом  $60^\circ$ .
- 10.12. Найдите объем пирамиды, если ее основанием служит прямоугольный треугольник с гипотенузой 3 и углом  $30^\circ$ , а боковые ребра наклонены к основанию под углом  $60^\circ$ .
- 10.13. Основанием пирамиды  $SABC$  с высотой  $SH$  служит прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AB$ , а двугранные углы при ребрах основания равны по  $\arcsin \frac{5}{13}$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если  $AH = 1$  и  $BH = 3\sqrt{2}$ .
- 10.14. Найдите радиус сферы, описанной около правильной треугольной пирамиды объемом  $9\sqrt{3}$  и высотой 3.
- 10.15. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если радиус описанной около нее сферы равен 2, а боковое ребро в  $\sqrt{2}$  раз больше ребра основания.
- 10.16. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды вдвое больше ее высоты. Найдите отношение радиуса вписанной в пирамиду сферы к апофеме пирамиды.
- 10.17. В правильной пирамиде  $SABC$  с высотой  $SH$  и ребром основания  $AB = a$  угол между боковым ребром и плоскостью основания равен  $\varphi$ . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $H$  параллельно ребрам  $SA$  и  $BC$ .
- 10.18. Плоскость, параллельная боковому ребру  $AS = a\sqrt{2}$  и ребру  $BC = a$  основания  $ABC$  правильной пирамиды  $SABC$ , проходит на расстоянии  $d$  от ребра  $AS$ . Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью.
- 10.19. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды с высотой  $H$  и двугранным углом  $\alpha$  при боковом ребре.
- 10.20. В правильной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  боковое ребро равно  $a$ , а двугранный угол при этом ребре равен  $\varphi$ . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $B, D$  и середину ребра  $SC$ .
- 10.21. Все ребра правильной пирамиды  $SABCD$  с вершиной  $S$  равны по 2. Плоскость, параллельная прямым  $AC$  и  $SB$ , пересекает ребра  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$ . Найдите периметр сечения пирамиды этой плоскостью, если  $MN = \sqrt{2}$ .
- 10.22. В правильной пирамиде  $SABCD$  с высотой 4 сторона основания  $SABC$  равна 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $BC$  и  $CD$ . Найдите радиус сферы, вписанной в пирамиду  $SMNC$ .
- 10.23. На воздушном шаре, двигавшемся относительно Земли вдоль заданной параллели на постоянной высоте, было совершено кругосветное путешествие. На какой широте совершалось путешествие, если разность расстояний, пройденных верхней и нижней точками шара, оказалась равной удвоенному диаметру шара?
- 10.24. Какими должны быть радиусы четырех одинаковых шаров, чтобы их можно было разместить внутри данной сферы радиуса  $R$  и при этом каждый шар касался сферы и трех других шаров?

- 10.25. Два шара радиуса  $r$  касаются друг друга и боковой поверхности конуса, а так же его основания — в точках, симметричных относительно центра. Найдите объем конуса, если его высота в  $4/3$  раза больше радиуса основания.
- 10.26. Площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через вершину ее основания перпендикулярно противоположному ребру, вдвое меньше площади основания пирамиды. Найдите отношение высоты пирамиды к боковому ребру.
- 10.27. Три параллельные прямые касаются в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$  сферы с центром  $O$  и радиусом 4. Найдите  $\angle ABC$ , если площадь треугольника  $AOC$  равна 4, а площадь треугольника  $ABC$  больше 16.
- 10.28. Вне правильного тетраэдра  $ABCD$  взята такая точка  $M$ , что  $MA = MB = MC = \sqrt{97}$  и  $MD = \sqrt{2}$ . Найдите объем тетраэдра.
- 10.29. Стороны  $AB = 6$  и  $CD$  основания  $ABCD$  пирамиды  $SABCD$  параллельны,  $AD = 4$ ,  $AS = 2\sqrt{14}$  и  $\angle BAD = 120^\circ$ . Найдите объем пирамиды, если через каждую из прямых  $AB$  и  $CD$  можно провести по плоскости, которые не содержат основание пирамиды и пересекают ее по равным четырехугольникам.
- 10.30. Основанием прямой призмы служит ромб  $ABCD$  с углом  $\angle A = 120^\circ$ . На боковых ребрах  $AA'$ ,  $BB'$  и  $CC'$  взяты такие точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно, что угол между прямыми  $KL$  и  $AB$  равен  $45^\circ$ , а между прямыми  $LM$  и  $BC$  —  $30^\circ$ . Найдите угол между плоскостями  $KLM$  и  $ABC$ .
- 10.31. Площадь сечения правильной треугольной пирамиды, проходящего через ее боковое ребро, равное  $\sqrt{13}$ , и высоту, вдвое больше площади ее основания. Найдите площадь ее боковой грани.
- 10.32. На ребре  $AS$  правильной пирамиды  $SABC$  объемом  $V$  взята такая точка  $D$ , что  $SD : DA = m : n$ . Расстояние от центра основания  $ABC$  до плоскости  $BCD$  равно  $d$ . Найдите площадь треугольника  $BCD$ .
- 10.33. На боковых ребрах  $AA'$  и  $BB'$  треугольной призмы  $ABCA'B'C'$  объемом  $V$  взяты такие точки  $D$  и  $E$  соответственно, что  $AD = DA'$  и  $BE : BE' = 1 : 2$ . Найдите объем призмы, заключенной между плоскостями  $ABC$  и  $DEC$ .
- 10.34. Найдите площадь поверхности параллелепипеда объемом 8, вписанного в сферу радиуса  $\sqrt{3}$ .
- 10.35. На каком расстоянии от ребра  $SA$  правильной пирамиды  $SABC$  с вершиной  $S$ , должна проходить плоскость, параллельная ребрам  $BC = a$  и  $AS = b$ , чтобы площадь сечения пирамиды этой плоскостью была максимальной?
- 10.36. Основанием пирамиды  $SABCD$  служит квадрат  $ABCD$  со стороной 15, а радиус вписанного в пирамиду шара равен 3. Найдите высоту пирамиды, если она совпадает с ребром  $SA$ .

- 10.37. Хорды  $AA'$ ,  $BB' = 18$  и  $CC'$  сферы радиуса 11 взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке  $M$ , находящейся на расстоянии  $\sqrt{59}$  от центра сферы. Найдите  $AA'$ , если  $CM : MC' = (8 + \sqrt{2}) : (8 - \sqrt{2})$ .
- 10.38. На ребрах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  правильного тетраэдра  $ABCD$  с ребром 1 взяты такие точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно, что  $AK = 1/2$  и  $BL = CM = 1/3$ . Плоскость  $KLM$  пересекает прямую  $AD$  в точке  $N$ . Найдите угол между прямыми  $NK$  и  $NL$ .
- 10.39. Точка  $M$  равноудалена от вершин  $A$  и  $D$  правильного тетраэдра  $ABCD$ , а от каждой из вершин  $B$  и  $C$  находится на расстоянии  $\sqrt{3/2}$ . Прямая  $MC$  перпендикулярна высоте  $DH$  треугольника  $ACD$ . Найдите объем тетраэдра.
- 10.40. В правильную пирамиду  $SABCD$  вписана сфера радиуса 2. Этой сферы, граней  $BSC$ ,  $CSD$  и основания  $ABCD$  пирамиды касается другая сфера радиуса 1. Найдите объем пирамиды и двугранный угол при боковом ребре.
- 10.41. Найдите ребро основания правильной призмы  $ABCA'B'C'$  с боковым ребром  $AA' = 2$ , если угол между скрещивающимися прямыми  $AC'$  и  $A'B$  равен  $\alpha < 60^\circ$ .
- 10.42. На ребре  $BD$  тетраэдра  $ABCD$  взята такая точка  $E$ , что  $DE : BE = 3 : 5$ . Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через точки  $A$  и  $D$  параллельно медиане  $BM$  треугольника  $ABC$ , делит объем тетраэдра.
- 10.43. На ребрах  $AD$  и  $BD$  тетраэдра  $ABCD$  взяты такие точки  $E$  и  $F$  соответственно, что  $DE : AE = SF : BF = 1 : 2$ . Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через точки  $E$  и  $F$  параллельно ребру  $CB$ , делит объем тетраэдра.
- 10.44. Двугранный угол при ребре  $AB$  тетраэдра  $ABCD$  равен  $\pi/4$ . Найдите  $\angle DAC$ , если  $\angle DAB = \pi/2$  и  $\angle BAC = 3\pi/4$ .
- 10.45. Двугранный угол при ребре  $AC$  тетраэдра  $ABCD$  равен  $\pi/4$ . Найдите  $BD$ , если  $AB = 2$ ,  $AD = \sqrt{2}$ ,  $\angle BAC = \pi/6$  и  $\angle CAD = \pi/2$ .
- 10.46. Найдите радиус сферы, описанной около тетраэдра  $ABCD$ , если  $AB = BC = 2$ ,  $AC = 1$ , а ребро  $CD = 4$  перпендикулярно ребрам  $AB$  и  $AC$ .
- 10.47. Найдите радиус сферы, описанной около правильного тетраэдра, две вершины которого лежат на диагонали куба с ребром 2, а две другие вершины – на диагонали грани этого куба.
- 10.48. Пусть  $ABCD$  — прямоугольник, а точка  $E$  не лежит в его плоскости. Найдите угол между двумя прямыми, по которым пересекаются две пары плоскостей  $ABE$ ,  $CDE$  и  $BCE$ ,  $ADE$ .
- 10.49. Дан тетраэдр  $ABCD$  с углом  $\angle ABC = \beta \leq 90^\circ$ . Найдите угол между двумя прямыми, проходящими через две пары точек: середины ребер  $AC$ ,  $BC$  и середины ребер  $BD$ ,  $CD$ .

- 10.50. Точка  $A$  находится на расстоянии  $a$  от данной плоскости и на расстоянии  $b$  от прямой  $L$ , лежащей в этой плоскости. Найдите расстояние от проекции точки  $A$  на плоскость до прямой  $L$ .
- 10.51. Найдите угол между боковым ребром  $a$  правильной треугольной пирамиды и плоскостью ее основания со стороной  $b$ .
- 10.52. В одной из граней двугранного угла величины  $\alpha$  взята точка  $A$  на расстоянии  $d$  от ребра двугранного угла. Найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости второй грани.
- 10.53. Пусть  $A'$  — проекция точки  $A$  на данную плоскость,  $AA' = a$ . Через точку  $A$  проходит другая плоскость, образующая с данной плоскостью угол  $\alpha$  и пересекающая ее по прямой  $L$ . Найдите расстояние от точки  $A'$  до прямой  $L$ .
- 10.54. В пирамиде  $SABC$  с углом  $\angle ABC = \alpha$  точка  $B$  — проекция точки  $S$  на плоскость  $ABC$ . Найдите величину угла между гранями  $SAB$  и  $SBC$ .
- 10.55. На ребре  $BC = 4$  куба  $ABCD A'B'C'D'$  взята середина  $M$ , а на ребре  $A'D'$  — такая точка  $N$ , что  $A'N = 1$ . Найдите длину кратчайшего пути из точки  $M$  в точку  $N$  по поверхности куба.
- 10.56. Найдите объем куба  $ABCD A'B'C'D'$ , если сфера радиуса  $\sqrt{41}$  проходит через точки  $A, B, C$  и середину ребра  $A'D'$ .
- 10.57. Расстояния от концов отрезка до некоторой плоскости равны 1 и 3. Чему может быть равно расстояние от середины этого отрезка до той же плоскости?
- 10.58. Боковые грани пирамиды  $SABC$  одинаково наклонены к основанию  $ABC$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $SC = \sqrt{38}$  и  $\angle ACB = 90^\circ$ . В пирамиду вписан цилиндр площадью боковой поверхности  $8\pi/3$ : нижнее его основание лежит в плоскости  $ABC$ , а верхнее имеет по одной общей точке с каждой боковой гранью. Каким может быть радиус основания этого цилиндра?
- 10.59. Чему может быть равна сумма углов, образуемых произвольной прямой с данной плоскостью и с перпендикуляром к ней?
- 10.60. Какие значения может принимать величина угла, получаемого в сечении произвольной плоскостью фиксированного двугранного угла величины  $\alpha$ ?

## 11. Задачи на доказательство

- 11.1. Докажите, что следующие утверждения эквивалентны:  
 а) треугольник — правильный;  
 б) все медианы треугольника равны;  
 в) все высоты треугольника равны;  
 г) все биссектрисы треугольника равны.
- 11.2. Докажите, что из медиан любого треугольника можно сложить треугольник. Верно ли аналогичное утверждение для высот треугольника?



- 11.3. Докажите, что угол между секущими, выходящими из точки вне круга, измеряется полуразностью двух дуг окружности, расположенных внутри угла.
- 11.4. Докажите, что вертикальные углы между пересекающимися хордами измеряются полусуммой двух дуг окружности, на которые они опираются.
- 11.5. Докажите, что угол между касательной к окружности и хордой, выходящей из точки касания, измеряется половиной дуги, заключённой между ними.
- 11.6. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности с центром в точке  $O$  радиуса  $R$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что  $AE \cdot BE = CE \cdot DE = R^2 - OE^2$ .
- 11.7. Через точку  $A$ , лежащую вне окружности с центром в точке  $O$  радиуса  $R$ , проведена секущая и касательная. Секущая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , а касательная касается окружности в точке  $D$ . Докажите, что  $AD^2 = AB \cdot AC = AO^2 - R^2$ .
- 11.8. Пусть  $AD$  — биссектриса внутреннего или внешнего (в этом случае точка  $D$  лежит на продолжении  $BC$ ) угла треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $BD : CD = AB : AC$ .
- 11.9. Докажите, что в выпуклый четырёхугольник  $ABCD$  можно вписать окружность тогда и только тогда, когда  $AB + CD = AD + BC$ .
- 11.10. Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда  $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$ .
- 11.11. Докажите, что если точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости, то плоскость, проходящая через середины отрезков  $AD, BD, CD$ , параллельна:  
а) прямой  $AB$ ;  
б) плоскости  $ABC$ .
- 11.12. Докажите, что в пространстве для любых четырех различных точек  $A, B, C, D$  середины  $K, L, M, N$  отрезков  $AB, BC, CD, DA$  соответственно служат вершинами параллелограмма  $KLMN$ .
- 11.13. Докажите, что если три прямые в пространстве не проходят через одну точку и попарно пересекаются, то они лежат в одной плоскости.
- 11.14. Три прямые проходят через точку  $A$ . Точки  $B, B'$  — точки одной прямой,  $C, C'$  — точки другой прямой,  $D, D'$  — точки третьей прямой. Докажите, что отношение объёмов пирамид  $ABCD$  и  $A'B'C'D'$  равно  $(AB \cdot AC \cdot AD) : (A'B' \cdot A'C' \cdot A'D')$ .
- 11.15. Докажите, что отношение площади многоугольника, расположенного в одной плоскости, к площади его проекции на другую плоскость равно  $1 : \cos \varphi$ , где  $\varphi$  — угол между плоскостями.
- 11.16. Докажите, что если  $S$  и  $P$  — площади двух граней тетраэдра,  $a$  — их общее ребро, а  $\alpha$  — двугранный угол между ними, то объём этого тетраэдра равен  $\frac{2SP \sin \alpha}{3a}$ .
- 11.17. Докажите, что если  $a$  и  $b$  — противоположные рёбра тетраэдра,  $d$  — расстояние между ними, а  $\alpha$  — угол между ними, то объём этого тетраэдра равен  $\frac{abd \sin \alpha}{6}$ .

- 11.18. Докажите, что плоскость, делящая пополам двугранный угол при ребре тетраэдра, делит противоположное ребро на части, пропорциональные площадям граней, заключающих этот угол.

\* \* \*

- 11.19. Найдите геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от двух разных точек этой плоскости.
- 11.20. Найдите геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от двух разных прямых этой плоскости.
- 11.21. Найдите геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от трех попарно пересекающихся прямых этой плоскости.
- 11.22. Даны две разные точки  $A$  и  $B$  плоскости и число  $\alpha \in [0; \pi]$ . Найдите геометрическое место точек  $M \neq A, B$  плоскости, для которых  $\angle AMB = \alpha$ .
- 11.23. Пусть  $A$  — фиксированная точка, не лежащая в данной плоскости, а  $M$  — произвольная точка этой плоскости. Найдите геометрическое место середин отрезков  $AM$ .
- 11.24. Найдите геометрическое место середин отрезков, концы которых лежат в двух параллельных плоскостях.
- 11.25. Даны две разные точки  $A$  и  $B$  пространства. Найдите геометрическое место точек  $M \neq A, B$  пространства, для которых  $\angle AMB = 90^\circ$ .

# НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ

## 12. Подготовительные упражнения

Для каждого значения  $a$  решите уравнение или неравенство (относительно  $x$ ).

12.1.  $a \cdot x = 1$ .

12.2.  $a \cdot x < 1$ .

12.3.  $(a^2 - 1)x = a - 1$ .

12.4.  $\frac{x-a}{x-1} = 0$ .

12.5.  $\frac{x^2-1}{x-a} = 0$ .

12.6.  $\frac{x-1}{x^2-a^2} = 0$ .

12.7.  $\frac{a(x-1)}{x-a} = 0$ .

12.8.  $x^2 = a$ .

12.9.  $x^2 > a$ .

12.10.  $x^2 < a$ .

12.11.  $|x| = a$ .

12.12.  $|a| = x$ .

12.13.  $|x| < a$ .

12.14.  $|x| > a$ .

12.15.  $\sqrt{x} = a$ .

12.16.  $a\sqrt{x} = 0$ .

12.17.  $\sqrt{x} > a$ .

12.18.  $\sqrt{x} < a$ .

12.19.  $2^x < a$ .

12.20.  $2^x > a$ .

12.21.  $\sqrt{a^x} = 1$ .

12.22.  $\log_a x < 1$ .

12.23.  $\log_x a \leq 0$ .

12.24.  $\cos x = a$ .

12.25.  $\sin x = \frac{1}{2} \left( a + \frac{1}{a} \right)$ .

\* \* \*

12.26. Докажите, что если  $p$  — простое число, большее 3, то число  $p^2 - 1$  делится нацело на 24.

12.27. Докажите, что если  $p$  и  $q$  — простые числа, большие 3, то число  $p^2 - q^2$  делится нацело на 24.

12.28. Докажите, что число  $2^{10} + 5^{12}$  — составное.

12.29. Докажите, что число  $222^{333} + 333^{222}$  — составное.

12.30. Докажите, что число  $2010^{2010} - 1$  делится на 2009.

- 12.31. Докажите, что если сумма цифр десятичной записи числа  $n$  равна сумме цифр десятичной записи числа  $2n$ , то число  $n$  делится на 9. Верно ли обратное утверждение?
- 12.32. Найдите все числа вида  $\overline{34x5y}$ , кратные 36.
- 12.33. Докажите, что для любого натурального  $n$  число  $n^2 + n$  чётное.
- 12.34. Докажите, что для любого целого  $n$  число  $n^3 + 2n$  делится на 3.
- 12.35. Докажите, что для любого целого  $n$  число  $n^3 + 5n$  делится на 6.
- 12.36. Докажите, что для любого целого  $n$  число  $n^5 - n$  делится на 30.
- 12.37. Докажите, что в последовательности 11, 111, 1111, 11111, ... нет числа, являющегося квадратом натурального.
- 12.38. Докажите, что все числа вида 16, 1156, 111556, 11115556, ... являются полными квадратами.
- 12.39. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел 54 и 72.
- 12.40. Докажите, что при любом натуральном значении  $n$  числа  $3n + 5$  и  $5n + 8$  взаимно просты.
- 12.41. Докажите, что для любого натурального  $n$  наибольший общий делитель чисел  $n^2 + 10n + 21$  и  $n^2 + 9n + 18$  равен  $n + 3$ .
- 12.42. Докажите, что для любого натурального  $n$  наименьшее общее кратное чисел  $n^2 + 6n + 9$  и  $n + 4$  равно  $n^3 + 10n^2 + 33n + 36$ .
- 12.43. Докажите, что ни при каком целом  $n$  число  $n^2 + 5n + 16$  не делится на 169.
- 12.44. Запишите число 0,11(7) в виде обыкновенной дроби.
- 12.45. Докажите, что числа  $\sqrt[3]{2}$  и  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  — иррациональные.
- 12.46. Докажите, что числа  $\log_2 3$  и  $\log_4 6$  — иррациональные.
- 12.47. Решите уравнение  $3x - 4y = 1$  в целых числах.
- 12.48. Докажите, что уравнение  $x^2 + 1 = 3y$  не имеет решений в целых числах.
- 12.49. Решите уравнение  $xy + x + y = 0$  в целых числах.
- 12.50. Докажите, что если хотя бы одно из рациональных чисел  $p$  и  $q$  отлично от  $-2$ , то ни один из корней уравнения  $x^2 + px + q = 0$  не равен  $1 + \sqrt{3}$ .

### 13. Задачи с параметрами

- 13.1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} x + ay = 1, \\ ax + y = 2a \end{cases}$  имеет решения.
- 13.2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} (a+1)x - y = a+1, \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases}$  имеет решения.
- 13.3. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} ax + y = 1, \\ 4x - 2y = a \end{cases}$  имеет бесконечно много решений.
- 13.4. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} ax + y = a^2, \\ x + ay = 1 \end{cases}$  не имеет решений.
- 13.5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} ax + y = a^3, \\ x + ay = 1 \end{cases}$  имеет единственное решение.
- 13.6. Для каждого значения  $a$  решите систему  $\begin{cases} (a-4)x + 2y = 4, \\ (a-4)^3x + 4ay = 16. \end{cases}$
- 13.7. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} x + y = a, \\ 2x - y = 3 \end{cases}$  имеет решения и всякое решение удовлетворяет неравенству  $x > y$ .
- 13.8. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} 3x - y = a, \\ 6x - ay = 4, \\ x > 0 > y \end{cases}$  имеет решение.
- 13.9. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$  имеет ровно два различных корня.
- 13.10. Найдите наименьшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $x^2 - 2(a+2)x + 12 + a^2 = 0$  имеет ровно два различных корня.
- 13.11. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(a-2)x^2 + 2(a-2)x + 2 = 0$  не имеет корней.
- 13.12. Найдите все целые значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(a-2)x^2 + 2(a-2)x + 2 = 0$  не имеет корней.

- 13.13. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $ax^2 + 2(a+1)x + (a+3) = 0$  имеет два корня, расстояние между которыми больше 1.
- 13.14. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$  имеет два корня, сумма которых равна нулю.
- 13.15. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых один корень уравнения  $x^2 + (2a-1)x + a^2 + 2 = 0$  вдвое больше другого.
- 13.16. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых сумма квадратов чисел, составляющих решение системы  $\begin{cases} 3x - y = 2 - a, \\ x + 2y = a + 1, \end{cases}$  будет наименьшей.
- 13.17. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых сумма квадратов корней квадратного трехчлена  $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8$  принимает наименьшее значение.
- 13.18. Для каждого значения  $a$  решите уравнение  $4^x - 2a(a+1)2^{x-1} + a^3 = 0$ .
- 13.19. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $2\cos 2x - 4a\cos x + a^2 + 2 = 0$  не имеет корней.
- 13.20. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\log_{a-6,5}(x^2 + 1) = \log_{a-6,5}((a-5)x)$  имеет ровно два различных корня.
- 13.21. Для каждого значения  $a$  решите уравнение  $\log_{\sqrt{2-x}} \sqrt{2x+a} = 2$ .
- 13.22. Для каждого значения  $a$  решите неравенство  $3(2x-a) + 5a\sqrt{2x-a} - 2a^2 > 0$ .
- 13.23. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых область значений функции  $f(x) = \frac{x^2 + 2ax - 4}{x^2 - 2x + 3}$  содержится в интервале  $(-3; 2)$ .
- 13.24. Известно, что  $x = 1, y = -1$  — одно из решений системы  $\begin{cases} 3ax + by = \sqrt{3}g \frac{1111\pi}{6}, \\ ax^2 + by^2 = 2. \end{cases}$ .  
Найдите остальные решения системы.
- 13.25. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $\frac{a+2-2^{x-2}}{a+3} \geq \frac{5a+5}{2(2^x+3a+3)}$  содержит какой-нибудь луч на числовой прямой.
- 13.26. Для каждого значения  $a$  решите уравнение  $|x+3| - a|x-1| = 4$ .
- 13.27. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $2|x-2| + a + x = 4$  имеет хотя бы один корень, причем все его корни лежат на отрезке  $[0; 4]$ .
- 13.28. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(x^2 - (a+1)x + 3(a-2))\log_{a-x}(2a-x-1) = 0$  имеет хотя бы один корень на отрезке  $[-1; 2]$ , а вне этого отрезка корней не имеет.

- 13.29. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} x - a^2 \log_3 y = 1, \\ x + 3a \log_3 y = 1 \end{cases}$  имеет решения и всякое решение удовлетворяет неравенству  $y > 1 - x$ .
- 13.30. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых для любого  $b$  найдется  $c$  такое, что система  $\begin{cases} 2x + by = ac^2 + c, \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$  имеет решения.
- 13.31. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых для любого  $b$  система  $\begin{cases} x - by + az^2 = 0, \\ 2bx + (b - 6)y - 8z = 8 \end{cases}$  имеет хотя бы одно решение.
- 13.32. Найдите все тройки  $(a, b, c)$  при которых уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет единственный корень  $x = -1$ , причем  $a + b + c = 1$ .
- 13.33. Известно, что уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  не имеет корней, и  $a + b + c < 0$ . Найдите знак  $c$ .
- 13.34. Числа  $a < 0$  и  $b$  таковы, что  $x = 7$  является корнем уравнения  $ax^2 + bx + 2 = 0$ . Решите неравенство  $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$ .
- 13.35. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых графики функций  $y = \frac{3x+1}{x}$  и  $y = \frac{4x+3a-7}{ax-1}$  разбивают координатную плоскость ровно на пять частей.
- 13.36. Для каждого значения  $a$  решите уравнение  $\log_a(x^2 - 3a) = \log_a(ax^2 - 3x)$ .
- 13.37. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых все корни уравнения  $3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$  удовлетворяют неравенству  $|x| < 1$ .
- 13.38. Для данных чисел  $a = \log_y x$  и  $b = \log_z x$  найдите  $\log_{\sqrt[3]{xyz}} \left( \frac{yz}{x^3} \right)^2$ .
- 13.39. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $\log_{\frac{2a-15}{5}} \left( \frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x + a - 5}{5} \right) > 0$  выполняется для всех  $x$ .
- 13.40. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} a(x - 4) = 3(y + 2), \\ y + \sqrt{x} = 0 \end{cases}$  имеет ровно два различных решения.
- 13.41. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} 8xy - 25 = 0, \\ x^2 = y + 2x, \\ x^2 + y^2 \leq a \end{cases}$  имеет единственное решение.

- 13.42. Для каждого значения  $a$  определите, сколько решений имеет система  $\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
- 13.43. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} y - x^2 = |x^2 - \frac{3}{2}x - 1|, \\ y + 4x = a \end{cases}$  имеет единственное решение.
- 13.44. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(x^2 - x + a^2 + 2)^2 = 4a^2(2x^2 - x + 2)$  имеет ровно три различных корня.
- 13.45. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = a(2\sin x + \cos^2 x + 1)$  не принимает значений, больших 3.
- 13.46. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = \log_{25-a^2}(\cos x + \sqrt{8}\sin x - a)$  определена при всех  $x$ .
- 13.47. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $|3\sin^2 x + 2a\sin x \cos x + \cos^2 x + a| \leq 3$  выполняется при всех  $x$ .
- 13.48. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $5\cos x + \sin x + \cos(x-b) = a$  имеет решение:
- а) хотя бы при одном  $b$ ;
- б) при любом  $b$ .
- 13.49. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $2\cos^2(2^{2x-x^2}) = a + \sqrt{3}\sin(2^{2x-x^2+1})$  имеет хотя бы один корень.
- 13.50. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} x^2 + 2ax + 4a^2 - 5a + 3 \leq 4\sin y - 3\cos y, \\ 0 \leq y \leq 2\pi \end{cases}$  имеет единственное решение.
- 13.51. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} x + y + z = x^2 + 4y^2, \\ x + 2y + 3z = a \end{cases}$  имеет единственное решение.
- 13.52. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} |x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a-1)x + a(a-2) = 0 \end{cases}$  имеет единственное решение.
- 13.53. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} 4x = a + 3 - y^2 + 2y, \\ x^2 + y^2 = 2y \end{cases}$  имеет ровно два различных решения.



- 13.54. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система
- $$\begin{cases} x^2 + (5a + 2)x + 4a^2 + 2a < 0, \\ x^2 + a^2 = 4 \end{cases}$$
- имеет хотя бы одно решение.
- 13.55. Найдите все натуральные  $n$ , при каждом из которых арифметическая прогрессия не восстанавливается однозначно по ее семнадцатому члену и сумме первых  $n$  членов.

## 14. Задачи с целыми числами

- 14.1. Первый член геометрической прогрессии с целочисленным знаменателем равен 5, а разность между утроенным вторым членом и половиной третьего – больше 20. Найдите знаменатель прогрессии.
- 14.2. После деления двузначного числа на сумму его десятичных цифр в частном получилось 7, а в остатке 6. После деления того же числа на произведение его цифр в частном получилось 3, а в остатке 11. Найдите это число.
- 14.3. Ученик перемножил два данных натуральных числа и допустил ошибку, увеличив произведение на 372. Поделив для проверки полученный результат на меньшее из данных чисел, ученик правильно получил в частном 90 и в остатке 29. Найдите данные числа.
- 14.4. Мастер делает в час целое число деталей, большее 5, а каждый из его учеников – на 2 детали меньше. Один мастер выполняет заказ за целое число часов, а два ученика вместе на 1 ч быстрее. Из какого числа деталей состоит заказ?
- 14.5. На факультет подано от немедалистов на 600 заявлений больше, чем от медалистов. Девушек среди немедалистов больше, чем среди медалистов, в 5 раз, а юношей среди немедалистов больше, чем среди медалистов, в  $n$  раз, где  $n$  — натуральное число и  $6 \leq n \leq 13$ . Найдите общее число заявлений, если среди медалистов юношей на 20 больше, чем девушек.
- 14.6. Имеется два проекта застройки микрорайона. По первому проекту предполагается построить несколько одинаковых домов, содержащих в общей сложности 12096 квартир. По второму проекту предполагается построить на 8 домов больше, причем домов также одинаковых, но с большим числом квартир в каждом и содержащих в общей сложности 23625 квартир. Сколько домов предполагается построить по первому проекту?
- 14.7. Авиалинию, связывающую два города, обслуживают самолеты только трех типов. Каждый самолет первого, второго и третьего типа может принять на борт соответственно 230, 110 и 40 пассажиров, а также 27, 12 и 5 контейнеров. Все самолеты линии могут принять на борт одновременно 760 пассажиров и 88 контейнеров. Найдите число действующих на линии самолетов каждого типа, если их общее число не превосходит 8.
- 14.8. На клетчатой бумаге выделен прямоугольник размером  $m \times n$  клеток, причем числа  $m$  и  $n$  взаимно простые и  $m < n$ . Диагональ этого прямоугольника не пересекает ровно 116 его клеток. Найдите все возможные значения  $m$  и  $n$  при данных условиях.

- 14.9. А, И, Б сидели на трубе в указанном порядке. К ним стали подсаживаться другие буквы так, что порядковый номер очередной буквы в русском алфавите равнялся сумме цифр порядковых номеров двух предыдущих букв. С некоторого момента буквы стали циклически повторяться.
- 1) Какая буква в циклически повторяющемся наборе встречалась наиболее часто?
  - 2) Может ли циклически повторяющийся набор при каких-либо других начальных буквах состоять из одной буквы? Если да, то из какой?
- 14.10. Найдите все целочисленные решения системы 
$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 24x - 28y + 167 < 0, \\ x + 2y < 15/2. \end{cases}$$
- 14.11. Найдите все целочисленные решения системы 
$$\begin{cases} 7875x^2 = 567y^3, \\ |x| \leq 25. \end{cases}$$
- 14.12. Найдите все целочисленные решения уравнения  $3(x-3)^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 = 33$ .
- 14.13. Найдите все целочисленные решения уравнения  $3x = 5y^2 + 4y - 1$  и докажите, что для любого такого решения  $(x, y)$  число  $x^3 + y^3$  — нечетное.
- 14.14. Найдите наименьшее нечетное натуральное число, кратное 9 и дающее остаток 7 при делении на 13.
- 14.15. Первая бригада изготовила деталей на 15% больше, чем вторая. Все детали уложили в два ящика: в первый ящик — менее 1000 деталей, а во второй — более 1000. Сколько деталей положили в первый ящик, если в нем оказалось  $2/3$  деталей, изготовленных первой бригадой, и  $1/7$  изготовленных второй?
- 14.16. Найдите число студентов, сдавших экзамен, если шестая их часть получила оценку «удовлетворительно», 56% — «хорошо», а 14 человек — «отлично», причем отличники составили более 4%, но менее 9% от общего числа экзаменовавшихся студентов.
- 14.17. Абитуриенты сдавали экзамены в два потока в нескольких аудиториях. В каждом потоке число абитуриентов, экзаменовавшихся в каждой аудитории, было равно числу аудиторий. Если бы экзамены проводились в другом корпусе, то их пришлось бы провести в три потока, причем в каждом потоке в каждой аудитории абитуриентов удалось бы рассадить по рядам так, что число рядов, а также число людей в ряду было бы равным числу аудиторий. Какое наименьшее число абитуриентов могло быть проэкзаменовано при этих условиях?
- 14.18. В двух коробках лежали карандаши: в первой — красные, во второй — синие, причем красных было меньше, чем синих. Сначала 40% карандашей, из первой коробки переложили во вторую. Затем 20% карандашей, оказавшихся во второй коробке, переложили в первую, причем половину из переложённых карандашей составляли синие. В итоге красных карандашей в первой коробке оказалось на 46 больше, чем во второй. Найдите общее количество синих карандашей.
- 14.19. Найдите все пары целых чисел  $a$  и  $b$ , для каждой из которых уравнение 
$$\arcsin \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} - a \cdot 2^{\sin \pi ax} - \left| \arcsin \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} + a \cdot 2^{\sin \pi ax} \right| = 2ab$$
 имеет не менее 10 различных корней.

- 14.20. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $a^3 |y| \leq \sqrt{2}(a^2 - x^2)$  имеет наименьшее количество целочисленных решений.
- 14.21. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $x^2 - 3x + 3 |x + a| + a \leq 0$  имеет наибольшее количество целочисленных решений.
- 14.22. Найдите все целочисленные решения неравенства  $\sqrt{x^3 - 5x - 3} \leq 6 - x$ .
- 14.23. Найдите все целочисленные решения уравнения  $(x^2 + y^2)(x + y - 3) = 2xy$ .
- 14.24. Найдите все пары натуральных чисел  $x, y$ , удовлетворяющие системе
- $$\begin{cases} 2x + 47 < 22y - 2y^2, \\ 7x + 14 \leq 4y. \end{cases}$$
- 14.25. Найдите все целочисленные решения системы  $\begin{cases} x^2 + y^2 < 16x - 22y - 171, \\ 30x - y^2 > 252 + x^2 + 14y. \end{cases}$
- 14.26. Найдите все целые  $a$ , при каждом из которых графики функций  $y = \log_{1/\sqrt{2}}(x - 2a)$  и  $y = \log_2(x - 2a^3 - 3a^2)$  пересекаются в точке с целочисленными координатами.
- 14.27. Найдите все  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x + \left(\frac{3}{2}\right)^{a-x} - \frac{3}{5}\left(\frac{3}{2}\right)^a - \frac{5}{8}\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-2} + \left(\frac{3}{2}\right)^{2a-2x-3} - 4\left(\frac{3}{2}\right)^{2a-5} + 2 = 0$$

имеет хотя бы один корень и все его корни – целочисленные.

- 14.28. Первые 80 км пути из одного пункта в другой автобус идет по шоссе, а оставшиеся 120 км – по грунтовой дороге, на два часа дольше. Совершив более четырех рейсов по маршруту туда и обратно, он затратил менее 168 ч, включая стоянки в конечных пунктах. Найдите скорости движения автобуса по шоссе и по грунтовой дороге, если за время, которое автобус провел в движении, он со скоростью, равной среднему арифметическому этих двух скоростей, проехал бы 2100 км.
- 14.29. Когда груз разложили в вагоны по 80 т, один вагон оказался недогружен. Если бы груз разложили в вагоны по 60 т, то понадобилось на 8 вагонов больше, причем один вагон опять оказался недогруженным. Если же груз разложили в вагоны по 50 т, то понадобилось еще на 5 вагонов больше, причем все вагоны оказались полными. Найдите вес груза.
- 14.30. В саду было подготовлено четное число ям для посадки деревьев. После посадки яблонь, груш и слив, оказалось, что использовано менее трети ям, груш посажено на 6 больше, чем яблонь, а свободных ям оказалось вдвое больше, чем посажено слив. Если бы яблонь посадили вдвое больше, то свободных осталось бы 59 ям. Сколько ям для посадки было подготовлено?
- 14.31. Какое наибольшее число членов может содержать конечная арифметическая прогрессия с разностью 4 при условии, что квадрат ее первого члена в сумме с остальными членами не превосходит 100?

14.32. В двух ящиках содержится в общей сложности более 29 деталей. Число деталей, содержащихся в первом ящике, уменьшенное на 2, более чем втрое превышает число деталей, содержащихся во втором ящике. Утроенное число деталей, содержащихся в первом ящике, превышает удвоенное число деталей, содержащихся во втором ящике, но менее чем на 60. Сколько деталей содержится в каждом ящике?

14.33. Три мальчика хотели вместе купить две одинаковые игрушки. Сложив все имеющиеся у них деньги, они не смогли купить даже одну игрушку. Если бы у первого мальчика было вдвое больше денег, то им на покупку двух игрушек не хватило бы 34 коп. Когда третьему мальчику добавили вдвое больше денег, чем у него было, после покупки двух игрушек у них еще осталось 6 коп. Сколько стоили игрушки, если первоначально у второго мальчика было на 9 коп. больше, чем у первого?

14.34. Число двухкомнатных квартир в доме вчетверо больше числа однокомнатных, а число трехкомнатных квартир кратно числу однокомнатных. Если число трехкомнатных квартир увеличить впятеро, то их станет на 22 больше, чем двухкомнатных. Сколько всего квартир в доме, если их не меньше 100?

14.35. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$9x^2y^2 + 9xy^2 + 6x^2y + x^2 + 2y^2 + 18xy + 5x + 7y + 6 = 0.$$

14.36. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$14x^4 - 5y^4 - 3x^2y^2 - 125x^2 + 82y^2 + 51 = 0.$$

14.37. Найдите все целочисленные корни уравнения  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}\right)\right) = 1$ .

14.38. Найдите все целочисленные решения системы 
$$\begin{cases} 4^{x^2+2xy+1} = 7^{|y|-1}(z+2), \\ \sin \frac{3\pi z}{2} = 1. \end{cases}$$

14.39. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система 
$$\begin{cases} 12x^2 - 4x - 2xy + 3y - 9 = 0, \\ axy + ayz + azx > xyz \end{cases}$$
 имеет ровно пять различных решений в натуральных числах.

14.40. Решите уравнение  $\cos(\pi(x + 7\sqrt{x}))\sin(\frac{\pi}{2}(4x + \sqrt{x})) = 1$ .

14.41. Найдите все тройки чисел  $(x, y, z)$ , удовлетворяющие равенству

$$\sqrt{3x^2 - 2z^2 + 2y^2 + 2z - 6y + \frac{\sqrt{2}}{4}x - 41} + \sqrt{2x^2 - 4\sqrt{2}(\cos \pi y + \cos \pi z)} = 0.$$

14.42. Найдите все целочисленные решения уравнения  $x^2 + 1953^{100}xy - 1995^{100}y^2 = 0$ .

14.43. В ящике находится 13 черных шаров и 17 белых. Разрешается:

- а) увеличить на 1 число черных шаров и одновременно увеличить на 4 число белых;
- б) увеличить на 2 число черных шаров и одновременно уменьшить на 1 число белых;

в) уменьшить на 4 число черных шаров и одновременно увеличить на 5 число белых;  
 г) уменьшить на 5 число черных шаров и одновременно уменьшить на 2 число белых.  
 Можно ли, совершая в каком-либо порядке и количестве описанные действия, добиться, чтобы в ящике оказалось 37 черных шаров и 43 белых?

- 14.44. Две бригады землекопов одинаковой производительности каждый вырыли по одинаковому котловану. Вторая бригада работала на полчаса больше первой. Если бы в первой бригаде было на 5 человек больше, то она закончила бы работу на 2 ч раньше. Найдите число землекопов в каждой бригаде.
- 14.45. Рота солдат прибыла на парад прямоугольным строем по 24 человека в ряд, однако не все прибывшие солдаты смогли участвовать в параде. Оставшийся для парада состав перестроили так, что число рядов уменьшилось на 2, а число солдат в каждом ряду стало на 26 больше числа новых рядов. Если бы все солдаты участвовали в параде, то роту можно было бы построить в виде квадрата. Сколько солдат было в роте?
- 14.46. Три фермера привели баранов для продажи на ярмарке: первый — 10, второй — 16, третий — 26. В первый день они установили одинаковую цену (в целое число рублей), и каждый продал не менее одного барана, но не всех. Во второй день они продали остальных баранов, опять же по одинаковой, но более низкой цене. По какой цене продавались бараны в первый и во второй день, если каждый фермер выручил от продажи по 3500 руб.?
- 14.47. За время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала по 5%, затем по  $11\frac{1}{9}\%$ , по  $7\frac{1}{7}\%$  и, наконец, по 12%. Под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма вклада увеличилась на 180%. Определите срок хранения вклада.
- 14.48. Пусть  $\frac{m}{n}$  — несократимая дробь, где  $m$  и  $n$  — натуральные числа. На какие натуральные числа можно сократить дробь  $\frac{3n - m}{5n + 2m}$ , если известно, что она сократима?
- 14.49. В школьной газете сообщается, что процент учеников некоторого класса, повысивших во втором полугодии успеваемость, заключен в пределах от 2,9% до 3,1%. Каково наименьшее число учеников в классе?
- 14.50. Из строительных деталей двух видов можно собирать дома трех типов. Для сборки 12-квартирного дома необходимо 70 деталей первого вида и 100 второго, для сборки 16-квартирного дома — 110 деталей первого типа и 150 второго, а для сборки 21-квартирного дома — 150 деталей первого типа и 200 второго. Всего имеется 900 деталей первого вида и 1300 второго. Сколько и каких домов нужно собрать, чтобы общее количество квартир в них было наибольшим?
- 14.51. С завода на стройку нужно перевезти 24 больших и 510 маленьких бетонных блоков. Доставка блоков осуществляется автомашинами, каждая из которых вмещает 44 маленьких блока и имеет грузоподъемность 19 т. Масса маленького блока 0,2 т, большого — 3,6 т, большой блок занимает место 14 маленьких. Найдите наименьшее число рейсов, достаточное для перевозки всех блоков.

- 14.52. Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства  $4 \cdot 3^{2x+1} + 3^x < 1$ .
- 14.53. В магазине продаются гвоздики и розы. Гвоздика стоит 1,5 у.е., роза — 2 у.е. На покупку гвоздик и роз можно затратить не более 30,5 у.е. При этом число гвоздик не должно отличаться от числа роз более чем на 6. Необходимо купить максимально возможное суммарное количество цветов, при этом гвоздик нужно купить как можно меньше. Сколько гвоздик и сколько роз можно купить при указанных условиях?
- 14.54. Множество состоит из более семи различных натуральных чисел, наименьшее общее кратное которых равно 210, а произведение — делится на 1920 и не является квадратом никакого целого числа, причем наибольший общий делитель любых двух из них больше единицы. Найдите все числа, составляющие это множество.
- 14.55. Сколько точек с целочисленными координатами находится строго внутри криволинейной трапеции, образованной осью абсцисс, прямыми  $x = \frac{3}{2}$ ,  $x = 129$  и графиком функции  $y = \log_2 x$ .
- 14.56. Найдите все целые значения  $n$ , для каждого из которых число  $\log_{2n-1}(n^2 + 2)$  является рациональным.
- 14.57. Сократите дробь  $\frac{1234567 \overbrace{88 \dots 87}^{2000} 7654321}{12345678 \overbrace{99 \dots 9}^{1999} 87654321}$  до несократимой.
- 14.58. Сколькими способами можно разбить на две команды группу из 7 мальчиков и 8 девочек так, чтобы в одной из команд было ровно 4 мальчика и 3 девочки?
- 14.59. Билеты имеют номера от 000001 до 999999. Билет считается «счастливым», если первые три его цифры нечетны и различны, а вторые — четны, причем цифры 7 и 8 не стоят рядом. Сколько существует различных номеров «счастливых» билетов?
- 14.60. Имеются 12 карандашей попарно различной длины. Сколькими способами можно уложить их в коробку в два слоя по шесть карандашей так, чтобы в каждом слое карандаши были упорядочены по возрастанию длины (слева направо), а каждый карандаш верхнего слоя лежал строго над карандашом нижнего слоя и был короче его?

## РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

### Тренировочная работа 6

#### Часть 2 (С)

- С1. Решите уравнение  $\frac{1}{\cos^2 x} + 3 \operatorname{tg} x - 5 = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ .

**Решение.**

Запишем уравнение иначе:

$$(\operatorname{tg}^2 x + 1) + 3 \operatorname{tg} x - 5 = 0;$$

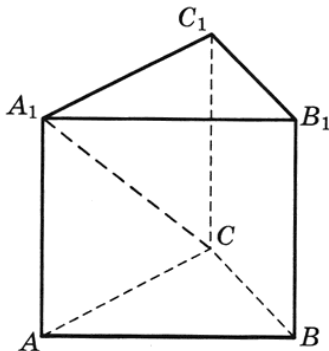
$$\operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x - 4 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = 1 \text{ или } \operatorname{tg} x = -4.$$

Следовательно,  $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$  или  $x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi k$ . Отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$  принадлежат корни  $-\frac{3\pi}{4}, -\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{4}$ .

**Ответ:**  $-\frac{3\pi}{4}, -\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{4}$ .

- С2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .



**Решение:**

Поскольку  $A_1B_1 \parallel AB$ , искомый угол равен углу  $B_1A_1C$ . Из теоремы косинусов для треугольника  $B_1A_1C$  получим  $\cos \angle B_1A_1C = \frac{A_1C^2 + A_1B_1^2 - B_1C^2}{2A_1C \cdot A_1B_1}$ . Но  $A_1C = B_1C = \sqrt{2}$ , поэтому  $\cos \angle B_1A_1C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ .

**Ответ.**  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left( x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

**Решение.**

Из первого неравенства получаем:

$$7^{x-1} (1 + 7 + 49) > 171; \quad 7^{x-1} > 3; \quad x - 1 > \log_7 3; \quad x > 1 + \log_7 3.$$

Решим второе неравенство. Сделаем замену  $a = \frac{1}{x}$ ,  $b = x^2 + 3x - 9$ . Неравенство принимает вид

$$\begin{aligned} \log_3 a + \log_3 b &\leq \log_3 (a + b - 1); \\ \begin{cases} \log_3 ab \leq \log_3 (a + b - 1), \\ a > 0; \end{cases} &\quad \begin{cases} ab \leq a + b - 1, \\ a > 0, \\ b > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

В первом из полученных неравенств перенесем все члены в левую часть и разложим ее на множители:  $(a - 1)(b - 1) \leq 0$ .

Сделаем обратную замену:

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{x} - 1 \right) (x^2 + 3x - 10) \leq 0, \\ \frac{1}{x} > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \\ b > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x - 1)(x^2 + 3x - 10) \geq 0, \\ x > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \end{cases}$$

Из неравенства  $x > 1 + \log_7 3$  следует, что  $x > 1$ . Учитывая это, перейдем к системе

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0. \end{cases}$$

Второе неравенство можно отбросить, поскольку оно выполняется, если выполняется первое. Получаем:

$$x^2 + 3x - 10 \geq 0.$$

Решение:  $x \leq -5$  или  $x \geq 2$ .

Учитывая условие  $x > 1 + \log_7 3$ , получаем:  $x \geq 2$ .

**Ответ:**  $[2; +\infty)$ .

С4. Прямая касается окружностей радиусов  $R$  и  $r$  в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что расстояние между центрами равно  $a$ , причем  $r < R$  и  $r + R < a$ . Найдите  $AB$ .

**Решение:**

Пусть  $O_1$  — центр окружности радиуса  $R$ ,  $O_2$  — центр окружности радиуса  $r$ ,  $A$  и  $B$  соответственно — точки касания окружностей с их общей внешней касательной,  $C$  и  $D$



соответственно — с внутренней,  $P$  — основание перпендикуляра, опущенного из  $O_2$  на  $O_1A$  (рис. 1).

Из прямоугольного треугольника  $O_1O_2P$  находим, что

$$O_2P = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1P^2} = \sqrt{a^2 - (R - r)^2},$$

а т.к.  $APPO_2B$  — прямоугольник, то  $AB = O_2P = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ .

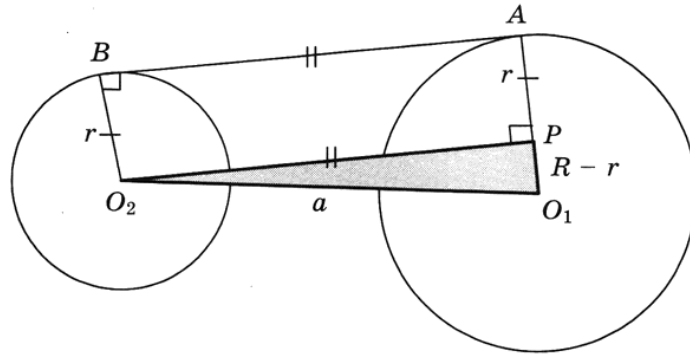


Рис. 1

Пусть  $Q$  — основание перпендикуляра, опущенного из  $O_1$  на продолжение радиуса  $O_2D$  (рис. 2). Тогда  $O_1Q = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2Q^2} = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}$ ,

а т.к.  $DQO_1C$  — прямоугольник, то  $CD = O_1Q = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}$ .

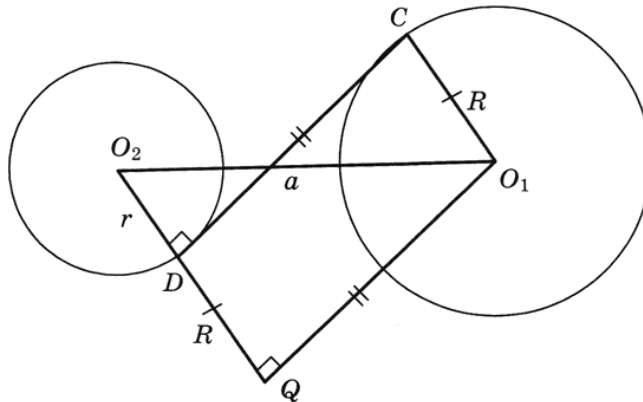


Рис. 2

Ответ:  $\sqrt{a^2 - (R - r)^2}$  или  $\sqrt{a^2 - (R + r)^2}$ .

С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^2 + y = 2x \end{cases}$$

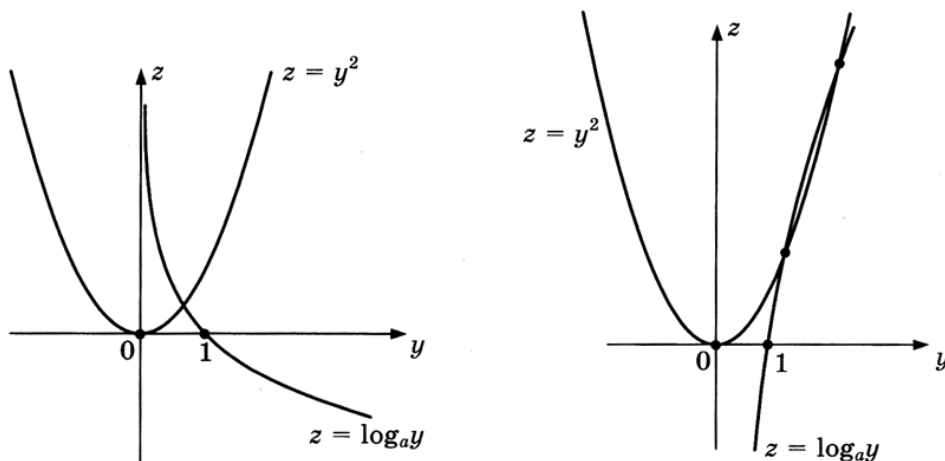
имеет ровно два решения.

**Решение:**

Из второго уравнения находим:  $y = 2x - x^2$ . Первое уравнение принимает вид  $\log_a y = y^2$ .

1. Пусть  $0 < a < 1$ . На рисунке 1 видно, что в этом случае уравнение  $\log_a y = y^2$  имеет единственное решение  $y_0 < 1$ .

Запишем второе уравнение в виде  $x^2 - 2x + y_0 = 0$ . Его дискриминант равен  $4 - 4y_0$ , и он положителен, поскольку  $y_0 < 1$ . Уравнение имеет два различных корня  $x_1$  и  $x_2$ . Значит, в этом случае система имеет ровно два решения  $(x_1; y_0)$  и  $(x_2; y_0)$ .



2. Пусть теперь  $a > 1$ . На рис. 2 видно, что в этом случае уравнение  $\log_a y = y^2$  если и имеет корни, то только большие единицы:  $y_0 > 1$ . Но тогда дискриминант уравнения  $x^2 - 2x + y_0 = 0$  отрицателен. Решений нет.

**Ответ:**  $0 < a < 1$ .

- С6.** Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

**Решение:**

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры.

*Примечание.* В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

**Ответ:** Да.

# ОТВЕТЫ. ЧАСТЬ I

## Тренировочная работа 1

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
58	1740000	7,5	1020	42	0,5	-3	4	126	0,1	4	500	3	20

С1	$\left\{ \left( (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	3 или $\frac{21}{17}$
С3	$-2 < x < 3$
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$(-1; 0) \cup (0; 1)$
С6	$k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$

## Тренировочная работа 2

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
15	4	8	1547	5	0,8	14	0,25	6	0,25	2	30	192	-5

С1	$(2n + 1)\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{1}{4}$
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$ или $135^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ или $120^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ или $105^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
С5	0
С6	$m = n = k = 2$

## Тренировочная работа 3

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
9	16	7,5	2,5	8	2,4	2	0,6	8	0,02	12	12	60	5

С1	$\frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$
С2	1,2
С3	$1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, 1 < x < 1 + \sqrt{2}$
С4	$45^\circ$ или $135^\circ$
С5	$-3; 5\sqrt{2} - 8; 2 - 5\sqrt{2}$
С6	2500 или 400

### Тренировочная работа 4

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
190	6	28	2,25	-8	99	0,75	2	24	0,5	4	1200	53	21

С1	$2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}; \frac{13\pi}{4}$
С2	14
С3	5
С4	$\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$
С5	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$
С6	а) нет, б) нет, в) да.

### Тренировочная работа 5

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
11	11800	2	1110	55	4	20	2	15	0,4	8	400	140	-3

С1	$-\frac{\pi}{4} + \pi k, \arctg \frac{3}{7} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{7\pi}{4}, \arctg \frac{3}{7} + 2\pi$
С2	2 или 14
С3	2
С4	28 или $2\sqrt{181}$
С5	$-24 < a < 18$
С6	24

### Тренировочная работа 6

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
7	30	5	6740	2	0,4	21	0,5	4	0,98	54	13,75	21	9

С1	$\frac{\pi}{4} + \pi k, -\arctg 4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $-\frac{3\pi}{4}, -\arctg 4, \frac{\pi}{4}$ .
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$[2; +\infty)$
С4	$\sqrt{a^2 - (R-r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R+r)^2}$
С5	(0; 1)
С6	Да

### Тренировочная работа 7

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
15	4	6	1260	29	6	7	0	5	0,04	6	40	53	-3

С1	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
С3	$[5; +\infty)$
С4	$8\sqrt{3}$ или 24
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$
С6	11

### Тренировочная работа 8

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
7	4	8	1330	-20	60	9	4	15	0,5	192	37,5	10	181

С1	$\frac{\pi}{4} + n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
С3	$(-2; -1] \cup (1; 2)$
С4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ или $-e^{\frac{1}{e}} < a < -1$
С6	а) нет, б) да (225, 3375, 225), в) 479.

### Тренировочная работа 9

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
12	4	7,5	756	4	0,6	40	-1,5	16	0,2	18	11	-2	-1

С1	$n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	6
С4	165° или 105°
С5	$(0; 1) \cup (1; \sqrt[162]{10})$
С6	а) нет, б) нет, в) да

### Тренировочная работа 10

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
6840	3	9	208800	-11	1	15	9	32	0,8	8	14	4	80

С1	$\frac{\pi}{4} + \pi k, -\arctg 3 + \pi k$ , где $k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $2\pi - \arctg 3; \frac{9\pi}{4}$
С2	$\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$[-7; -6); (0; 1)$
С4	$\frac{1}{2}$ или $\frac{162}{299}$ .
С5	$-2 < a \leq 0$
С6	а) нет, б) нет, в) да.

### Тренировочная работа 11

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
9	11800	28	1547	-8	99	0,75	0,25	15	0,02	6	12	10	181

С1	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
С2	14
С3	$[-7; -6); (0; 1)$
С4	$\frac{1}{2}$ или $\frac{162}{299}$ .
С5	$-3; 5\sqrt{2} - 8; 2 - 5\sqrt{2}$
С6	а) нет, б) да (225, 3375, 225), в) 479.

### Тренировочная работа 12

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
15	16	6	1330	55	4	40	0	24	0,8	12	14	3	-5

С1	$n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	2
С4	$8\sqrt{3}$ или 24
С5	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$
С6	2500 или 400

### Тренировочная работа 13

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
7	1740000	7,5	1020	4	0,8	14	-1,5	32	0,2	192	40	53	20

С1	$\frac{\pi}{4} + \pi k, -\arctg 3 + \pi k$ , где $k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $2\pi - \arctg 3; \frac{9\pi}{4}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$-2 < x < 3$
С4	28 или $2\sqrt{181}$
С5	$(0; 1) \cup (1; \sqrt[162]{10})$
С6	$m = n = k = 2$

### Тренировочная работа 14

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
6840	4	8	2,5	-20	0,5	7	9	16	0,04	2	37,5	60	-3

С1	$\frac{\pi}{4} + n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	3 или $\frac{21}{17}$
С3	$[5; +\infty)$
С4	$\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ или $-e^{\frac{1}{e}} < a < -1$
С6	а) нет, б) нет, в) да

### Тренировочная работа 15

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
12	6	2	2,25	8	60	9	4	6	0,4	8	11	-2	80

С1	$\frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$
С2	2 или 14
С3	$(-2; -1] \cup (1; 2)$
С4	$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$ или $135^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ или $120^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ или $105^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
С5	$-2 < a \leq 0$
С6	11

### Тренировочная работа 16

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
9	16	7,5	2,5	8	0,4	-3	4	126	0,5	6	14	53	-3

С1	$\frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	6
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$-24 < a < 18$
С6	24

### Тренировочная работа 17

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
58	3	7,5	208800	-11	2,4	-3	2	15	0,25	18	400	140	-1

С1	$\left\{ \left( (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	1,2
С3	6
С4	165° или 105°
С5	0
С6	а) нет, б) нет, в) да.

### Тренировочная работа 18

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
15	4	7,5	756	5	1	2	4	5	0,1	8	1200	53	21

С1	$-\frac{\pi}{4} + \pi k, \arctg \frac{3}{7} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{7\pi}{4}, \arctg \frac{3}{7} + 2\pi$
С2	$\frac{1}{4}$
С3	$1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, 1 < x < 1 + \sqrt{2}$
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$
С6	а) нет, б) нет, в) да.



### Тренировочная работа 19

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
11	4	9	1110	29	6	15	0,6	126	0,5	4	500	192	5

С1	$(2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
С3	5
С4	$45^\circ$ или $135^\circ$
С5	$-24 < a < 18$
С6	$k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$

### Тренировочная работа 20

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
190	4	8	1260	42	0,6	20	2	8	0,5	4	30	4	-3

С1	$2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}; \frac{13\pi}{4}$
С2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
С5	$(-1; 0) \cup (0; 1)$
С6	24

### Тренировочная работа 21

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
15	11800	7,5	1547	-11	6	14	0,6	8	0,25	8	12	10	181

С1	$2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}; \frac{13\pi}{4}$
С2	1,2
С3	$[5; +\infty)$
С4	$45^\circ$ или $135^\circ$
С5	$(0; 1) \cup (1; \sqrt[162]{10})$
С6	а) нет, б) нет, в) да.

### Тренировочная работа 22

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
58	4	28	1020	42	0,6	7	4	5	0,2	4	37,5	3	21

С1	$-\frac{\pi}{4} + \pi k, \arctg \frac{3}{7} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{7\pi}{4}, \arctg \frac{3}{7} + 2\pi$
С2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
С3	$1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, 1 < x < 1 + \sqrt{2}$
С4	28 или $2\sqrt{181}$
С5	$-3; 5\sqrt{2} - 8; 2 - 5\sqrt{2}$
С6	11

### Тренировочная работа 23

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
9	4	2	208800	-8	1	9	0	6	0,1	4	500	60	-3

С1	$n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
С3	6
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$-24 < a < 18$
С6	а) нет, б) нет, в) да

### Тренировочная работа 24

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
12	4	6	1330	8	2,4	15	2	15	0,5	18	11	53	-3

С1	$(2n + 1)\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{1}{4}$
С3	$[-7; -6); (0; 1)$
С4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
С5	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$
С6	$m = n = k = 2$

### Тренировочная работа 25

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
11	3	9	2,5	4	4	40	2	24	0,5	8	30	192	-1

С1	$\frac{\pi}{4} + \pi k, -\arctg 3 + \pi k$ , где $k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $2\pi - \arctg 3; \frac{9\pi}{4}$
С2	3 или $\frac{21}{17}$
С3	$(-2; -1] \cup (1; 2)$
С4	$8\sqrt{3}$ или 24
С5	$(-1; 0) \cup (0; 1)$
С6	2500 или 400

### Тренировочная работа 26

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
15	4	2	1330	4	0,4	20	0,25	32	0,02	8	37,5	60	-3

С1	$\frac{\pi}{4} + \pi k, -\arctg 3 + \pi k$ , где $k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $2\pi - \arctg 3; \frac{9\pi}{4}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	$\frac{1}{2}$ или $\frac{162}{299}$ .
С5	0
С6	$k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$

### Тренировочная работа 27

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
6840	16	7,5	1110	55	0,8	20	4	126	0,04	12	14	4	20

С1	$\left\{ \left( (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	2 или 14
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$ или $135^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ или $120^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ или $105^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
С5	$1 < a < e^e$ или $-e^e < a < -1$
С6	а) нет, б) да (225, 3375, 225), в) 479.

### Тренировочная работа 28

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
190	1740000	8	2,25	-20	0,5	0,75	0,25	16	0,4	6	40	140	80

С1	$\frac{\pi}{4} + n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	14
С3	5
С4	$\frac{1}{2}$ или $\frac{162}{299}$ .
С5	$-2 < a \leq 0$
С6	24

### Тренировочная работа 29

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
7	6	8	1260	5	60	2	9	32	0,8	192	400	-2	-5

С1	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$-2 < x < 3$
С4	$\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$
С5	0
С6	а) нет, б) нет, в) да.

### Тренировочная работа 30

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
15	4	7,5	756	29	99	-3	-1,5	15	0,02	2	1200	53	5

С1	$\frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	7,5
С4	165° или 105°
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$
С6	$k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$

## ОТВЕТЫ. ЧАСТЬ II

### Демоверсия ЕГЭ по математике. Часть 2 (С)

- C1.  $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ ,  $x = -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .      C2.  $30^\circ$ .
- C3.  $-1$ .      C4.  $1$  или  $7$ .
- C5.  $a = 4$ .      C6.  $a = 2$ ,  $b = 5$ .

### Типовые варианты части 2 (С) заданий ЕГЭ

#### Вариант 1

- C1.  $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{9} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $y = -\frac{1}{9}$ .      C2.  $\arctg \frac{15}{32}$ .
- C3.  $x < -3$ ,  $x > 3$ .      C4.  $1\frac{25}{26}$ .
- C5.  $\sqrt{3} < |a| < \sqrt{5}$ .      C6.  $1$  и  $875$ .

#### Вариант 2

- C1.  $(x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi n; y = -\frac{1}{4}), n \in \mathbb{Z}$ .      C2.  $\arctg \frac{37}{20}$ .
- C3.  $[-3; -2) \cup (-2; -1) \cup (-\frac{1}{9}; 0)$ .      C4.  $44, \frac{33}{2}$ .
- C5.  $\frac{1}{6} < a < 4 + \sqrt{14}$ .      C6.  $1$  и  $6174$ .

#### Вариант 3

- C1.  $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .      C2.  $2\sqrt{7}$ .
- C3.  $(-5\frac{1}{8}; -5) \cup (-3; -1)$ .      C4.  $20, 6$  или  $4$ .
- C5.  $\pm 12/5$ .      C6.  $55$ , неположительных,  $26$ .

## Задания части 2 (С)

- |                                                                   |                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| 1.1. $x = \pm 3$ .                                                | 1.2. $x = 0, x = 2$ .                                                |
| 1.3. $x = -4, x = -2$ .                                           | 1.4. $x = 1, x = \frac{5}{3}$ .                                      |
| 1.5. решений нет.                                                 | 1.6. $x = 1, x = 2010$ .                                             |
| 1.7. $x = -1, x = 2011$ .                                         | 1.8. $x = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, x = \pm 1$ .                      |
| 1.9. $x = \pm \sqrt{3}$ .                                         | 1.10. $x = -\sqrt[3]{3}, x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ .                |
| 1.11. $x = -2, x = 4$ .                                           | 1.12. $x = -1$ .                                                     |
| 1.13. $x = 3$ .                                                   | 1.14. $x = -1, x = 1$ .                                              |
| 1.15. $x = -4, x = 2$ .                                           | 1.16. $x = 1, x = 6$ .                                               |
| 1.17. $x = 1, x = 12$ .                                           | 1.18. $x = -1, x = 5, x = 2 \pm \sqrt{21}$ .                         |
| 1.19. $1 \leq x \leq \frac{5}{3}$ .                               | 1.20. $x < -3, x > \frac{2}{3}$ .                                    |
| 1.21. $1 < x < 2010$ .                                            | 1.22. $x \leq -2011, x \geq -1$ .                                    |
| 1.23. $x$ — любое.                                                | 1.24. решений нет.                                                   |
| 1.25. $x = 3/2$ .                                                 | 1.26. $-\frac{5\sqrt{2}}{2} < x < -1, 1 < x < \frac{5\sqrt{2}}{2}$ . |
| 1.27. $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ .                          | 1.28. $x < -\sqrt[3]{3}, x > \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ .                |
| 1.29. $-\frac{4}{5} < x < \frac{1}{3}$ .                          | 1.30. $x < -\frac{5}{3}, x > -\frac{3}{2}$ .                         |
| 1.31. $(1; 2) \cup (2; 3)$ .                                      | 1.32. $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (2; +\infty)$ .               |
| 1.33. $x < -4, 0 < x < 1$ .                                       | 1.34. $(-\infty; -1) \cup (0; 5)$ .                                  |
| 1.35. $x$ — любое.                                                | 1.36. $x \leq 3, x \geq 5$ .                                         |
| 1.37. $-3 < x < -2$ .                                             | 1.38. $-8 \leq x \leq -\frac{5}{2}$ .                                |
| 1.39. $(-\infty; -7) \cup (-7; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$ . | 1.40. $(-\infty; -5) \cup (1; 2) \cup (6; +\infty)$ .                |
| 1.41. $-1 < x < 6$ .                                              | 1.42. $(-5; 1) \cup \{5\}$ .                                         |

$$1.43. [1; 3) \cup (3; 4].$$

$$1.45. \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup (2; +\infty).$$

$$1.47. (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty).$$

$$1.49. (-\infty; -3) \cup (0; +\infty).$$

$$1.51. x < 0, 0 < x < 1.$$

$$1.53. -6 \leq x < -5, x \geq 1.$$

$$1.55. (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right).$$

$$1.57. (-\infty; -23) \cup (20; +\infty).$$

$$1.59. -1 < x < 0, x > 0.$$

$$1.61. -5 \leq x < -2, -2 < x \leq 1.$$

$$1.63. (-\infty; -4) \cup (1; +\infty).$$

$$1.65. (-6; 0).$$

$$1.67. [-4; -3) \cup (-2; 1].$$

$$1.69. \left(-1; -\frac{\sqrt{737}-11}{28}\right) \cup \left(-\frac{4}{7}; \frac{11+\sqrt{737}}{28}\right).$$

$$1.71. (-1-\sqrt{2}; -1) \cup (0; \sqrt{2}-1) \cup (1; +\infty).$$

$$1.73. (1; 2) \cup (3; +\infty).$$

$$1.75. [-3; -2) \cup [-1; 0) \cup [1; +\infty).$$

$$1.77. -3 < x < -2, -1 \leq x \leq 5.$$

$$1.79. (-\infty; 1) \cup (4; +\infty).$$

$$1.80. x \leq -4, -3 \leq x < -\frac{11}{4}, -\frac{11}{4} < x \leq -2, x \geq 1.$$

$$2.1. x = \frac{1}{5}, x = 1.$$

$$2.3. x = 5.$$

$$1.44. (-1-\sqrt{2}; -2) \cup (-2; -1+\sqrt{2}) \cup (2; 3).$$

$$1.46. -7 < x < -3.$$

$$1.48. \left(-\frac{9}{2}; -2\right) \cup (3; +\infty).$$

$$1.50. 0 < x \leq 5, x \geq 12.$$

$$1.52. -1 < x.$$

$$1.54. [2; 4] \cup (6; +\infty).$$

$$1.56. x < -3.$$

$$1.58. x < -\sqrt{2}, x > \sqrt{2}.$$

$$1.60. -4 < x < -3.$$

$$1.62. x < -3, x > 5.$$

$$1.64. (-1; 0) \cup (0; 1).$$

$$1.66. \left(-\infty; -\frac{8}{3}\right) \cup (-\sqrt{7}; 2) \cup (\sqrt{7}; +\infty).$$

$$1.68. x \leq -\frac{11}{2}, -1 < x < -\frac{2}{3}, x > 9.$$

$$1.70. (-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$$

$$1.72. (-8; -2) \cup (-1; 0).$$

$$1.74. (-\infty; -1) \cup [1; 2] \cup [4; +\infty).$$

$$1.76. -9 < x \leq -3, -1 < x < 0, x \geq 3.$$

$$1.78. 0 < x \leq 1, 6 < x < 7.$$

$$2.2. x = -\sqrt{\frac{7}{3}}, x = \sqrt{\frac{7}{3}}.$$

$$2.4. x = 3.$$

2.5.  $x = 3$ .

2.7.  $x = -3$ .

2.9.  $x = 0$ .

2.11.  $x = 4$ .

2.13.  $x = 2$ .

2.15.  $x = 0, x = \frac{3}{2}$ .

2.17.  $x = 5$ .

2.19.  $x = \sqrt{3}$ .

2.21.  $x = 9$ .

2.23.  $x = 8$ .

2.25.  $x = -1, x = \frac{8}{3}$ .

2.27.  $x = 0, x = 1, x = 9$ .

2.29.  $5 \leq x \leq 10$ .

2.31.  $x = -1, x \geq 2$ .

2.33.  $2 < x \leq 4$ .

2.35.  $x < \frac{1}{2}$ .

2.37.  $x > -1$ .

2.39.  $5 < x$ .

2.41.  $-1 \leq x < -\frac{3}{5}, 0 < x \leq 1$ .

2.43.  $x \leq -5, -\frac{4}{3} \leq x < 4$ .

2.6.  $x = 5$ .

2.8.  $x = 1$ .

2.10.  $x = \frac{\sqrt{17} - 3}{2}$ .

2.12.  $x = -27, x = 8$ .

2.14.  $x = -\frac{5}{3}$ .

2.16.  $x = -5$ .

2.18.  $x = 1$ .

2.20.  $x = 4$ .

2.22.  $x = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ .

2.24.  $x = 3$ .

2.26.  $x = -7$ .

2.28.  $x = 2\frac{1}{63}, x = 2\frac{1}{728}$ .

2.30.  $x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{5}, x = \frac{4}{5}$ .

2.32.  $\frac{3}{2} < x \leq 3$ .

2.34.  $1 - \sqrt{5} < x \leq -1, 3 \leq x < 1 + \sqrt{5}$ .

2.36.  $-2 < x \leq 2$ .

2.38.  $-30 \leq x < 6$ .

2.40.  $\frac{5}{2} \leq x < 3$ .

2.42.  $x \leq -1$ .

2.44.  $x > -1$ .



$$2.45. \quad x < -\frac{5}{3}, x > 1.$$

$$2.47. \quad -\frac{2\sqrt{3}}{3} \leq x < -1.$$

$$2.49. \quad \frac{16}{3} \leq x < 8.$$

$$2.51. \quad -1 \leq x \leq 1.$$

$$2.53. \quad \frac{3-\sqrt{5}}{2} < x \leq 4.$$

$$2.55. \quad 1 < x < \frac{5}{4}, \frac{5}{3} < x.$$

$$2.57. \quad -5 \leq x \leq 0.$$

$$2.59. \quad x > \sqrt[3]{\frac{5}{4}}.$$

$$3.1. \quad x \geq -2.$$

$$3.3. \quad x = -\frac{13}{4}, x = \frac{9}{2}.$$

$$3.5. \quad x \leq \frac{5}{2}.$$

$$3.7. \quad x = -1, x = 11.$$

$$3.9. \quad x = -4, x = -1.$$

$$3.11. \quad x = 1, x = 3.$$

$$3.13. \quad x = -3, x = 25.$$

$$3.15. \quad -\frac{4}{7} \leq x.$$

$$3.17. \quad -6 \leq x \leq 0, x = 12.$$

$$3.19. \quad -\frac{15}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}.$$

$$3.21. \quad -3 < x < -2.$$

$$2.46. \quad 3 < x.$$

$$2.48. \quad 1 \leq x < \frac{3}{2}.$$

$$2.50. \quad -\frac{\sqrt{13}-1}{6} < x \leq 1, x \geq 2.$$

$$2.52. \quad 1 \leq x.$$

$$2.54. \quad -8 < x \leq 1.$$

$$2.56. \quad 1 < x < 2, 2 < x < \frac{5+\sqrt{5}}{2}.$$

$$2.58. \quad -1 - \sqrt{13} \leq x \leq 0, \quad \frac{1+\sqrt{17}}{2} \leq x \leq \sqrt{13} - 1.$$

$$2.60. \quad -3 \leq x < 2\sqrt{\sqrt{5}-2} - 2.$$

$$3.2. \quad x = -\frac{4}{3}.$$

$$3.4. \quad x = -4, x = 4.$$

$$3.6. \quad x = -2, x = 2.$$

$$3.8. \quad x = -3, x = -4.$$

$$3.10. \quad x = -1, x = 1.$$

$$3.12. \quad x = -\frac{70}{13}, x = -\frac{13}{2}, x = 0.$$

$$3.14. \quad x \leq -2.$$

$$3.16. \quad x = 2.$$

$$3.18. \quad x = -1.$$

$$3.20. \quad x = -4, x = -1.$$

$$3.22. \quad x \leq -\frac{3}{2}, x \geq -\frac{1}{6}.$$

$$3.23. -6 < x < -3, -2 < x < 1.$$

$$3.25. x < -3, x > -\frac{1}{3}.$$

$$3.27. x < -5, x > 2.$$

$$3.29. -4 < x < -2, 2 < x < 4.$$

$$3.31. -3 \leq x \leq -1.$$

$$3.33. -3 \leq x \leq -1.$$

$$3.35. -3 < x < -1.$$

$$3.37. \frac{3 - \sqrt{73}}{4} \leq x < -1, -1 < x \leq -\frac{1}{2}, x \geq 2.$$

$$3.39. x < -4, x = -3, x > -2.$$

$$3.41. -27 < x < -1, x = -1, 0 < x < 1.$$

$$3.43. -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}.$$

$$3.45. -3 - 2\sqrt{2} < x < 5.$$

$$3.47. -4 < x < -3, 2 < x < 7.$$

$$3.49. x < -2 - 2\sqrt{3}, x > -2\sqrt{2}.$$

$$3.51. -\frac{9 + \sqrt{57}}{4} < x < -2, -2 < x < -1, x > \frac{3}{2}.$$

$$3.53. x < -2, x > 0.$$

$$3.55. x < 1, x > 2.$$

$$3.57. -2 < x \leq -\frac{3}{2}.$$

$$3.59. x \leq 0, x \geq 1.$$

$$4.1. x \in \emptyset.$$

$$4.2. x = (-1)^n \arcsin \frac{\pi}{6} + n\pi; n \in \mathbb{Z} \quad (\arcsin \frac{\pi}{6} \neq \frac{1}{2}!).$$

$$3.24. x \leq -2, x \geq 2.$$

$$3.26. x \leq 1.$$

$$3.28. x < -\frac{9}{2}.$$

$$3.30. -3 \leq x \leq 3.$$

$$3.32. -4 < x < -2.$$

$$3.34. x \leq -\frac{4 + \sqrt{19}}{3}, x \geq \frac{\sqrt{19} - 4}{3}.$$

$$3.36. -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x < 0, 0 < x < 1.$$

$$3.38. x < 2, 2 < x < 6, x \geq 8.$$

$$3.40. \frac{3}{7} < x < \frac{11}{7}.$$

$$3.42. 0 < x < -9.$$

$$3.44. -5 < x < -2.$$

$$3.46. x \leq 2 - \sqrt{2}, x \geq 5 + \sqrt{19}.$$

$$3.48. x \leq 0, 1 \leq x \leq 6.$$

$$3.50. -3 < x < \frac{3 + \sqrt{65}}{2}.$$

$$3.52. -200 < x < 66, x > 199.$$

$$3.54. 2 - \sqrt{3} \leq x < 2, 4 < x \leq 5.$$

$$3.56. -5 < x < -3, -3 < x < -2, 2 < x < 5.$$

$$3.58. x > -3.$$

$$3.60. x \leq -\frac{5}{2}, -\frac{8}{5} \leq x \leq 0.$$

$$4.3. \quad x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}, x = \pm \frac{\pi}{20} + \frac{2n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.4. \quad x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{2}; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.5. \quad x = -\frac{\pi}{3} + n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.6. \quad x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{3}{4} + n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.7. \quad x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + n\pi; n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.8. \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.9. \quad x = \pi - \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.10. \quad x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.11. \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.12. \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, x = \frac{n\pi}{2}; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.13. \quad x = \frac{\pi}{4} + \pi k, x = \frac{2\pi}{5} n, x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} m, \quad k, n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$4.14. \quad x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctg 3 + \pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.15. \quad x = \arctg \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.16. \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, x = 2n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.17. \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, x = 2n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.18. \quad x = (2k+1)\pi, x = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.19. \quad x = \frac{5\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.20. \quad x = \frac{1}{3} + \frac{4k+1}{12} \pi, x = \frac{1}{6} + \frac{2n+1}{24} \pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.21. \quad x = -\arccos \frac{4}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.22. \quad x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{7\pi}{10} + 2n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.23. \quad x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{12} + n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.24. \quad x = k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.25. \quad x = -\arctg(2 \pm \sqrt{3}) + k\pi = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{2}; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.26. \quad x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.27. \quad x = -\frac{3\pi}{4} + k\pi, x = n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.28. \quad x = \arctg \frac{1}{2} + k\pi, x = -\arctg \frac{3}{2} + n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.29. \quad x = \pm \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.30. \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{4}; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.31. \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.32. \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{10} + n\pi, x = \pm \frac{3\pi}{10} + m\pi; k, n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$4.33. \quad x = -\arctg \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.34. \quad x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.35. \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n; \quad k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.36. \quad x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad x = \frac{\pi}{4} + n\pi, \quad x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + m\pi; \quad k, n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$4.37. \quad x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, \quad x = -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}; \quad k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.38. \quad x = -2 \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.39. \quad x = k\pi, \quad x = -\frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{3}; \quad k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.40. \quad x = \frac{2n+1}{18}\pi; \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \neq 9k+4, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.41. \quad x = \frac{4\pi}{3} + 4k\pi, \quad x = \frac{\pi}{3} + 4n\pi; \quad k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.42. \quad x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.43. \quad x = \pm 1 \pm \sqrt{1 + \frac{\pi}{2} + 2k\pi}; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$4.44. \quad x = \pm \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{4} + 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.45. \quad x = \operatorname{arctg} \frac{2k+1 \pm \sqrt{4k^2 + 4k - 15}}{4} + n\pi, \quad x = \pm \operatorname{arctg} 2 + m\pi; \quad k = 3, \pm 4, \pm 5, \dots, n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$4.46. \quad x = -\sin 1.$$

$$4.47. \quad x = \cos 2.$$

$$4.48. \quad x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$4.49. \quad x = 1, \quad x = 0.$$

$$4.50. \quad x = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$4.51. \quad \frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.52. \quad \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad 4.53. \quad -\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.54. \quad 2k\pi \leq x < \arccos \frac{1}{4} + 2k\pi, \quad \arccos \frac{1}{5} + 2n\pi < x < -\arccos \frac{1}{5} + 2(n+1)\pi, \\ -\arccos \frac{1}{4} + 2(m+1)\pi < x \leq 2(m+1)\pi; \quad k, n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$4.55. \quad -\sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}} \leq x \leq \sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}}.$$

$$4.56. \quad \frac{\pi}{8} + k\pi < x < -\frac{\pi}{8} + \frac{(2k+1)\pi}{2}; \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.57. \quad (2k+1)\pi < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, \quad \arccos\left(\frac{2}{3} + \sqrt{2}\right) + 2n\pi < x < \arccos\left(\frac{2}{3} - \sqrt{2}\right) + 2n\pi; \quad k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4.58. \quad 2k\pi < x < (2k+1)\pi; \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4.59. \quad -1 \leq x \leq -\frac{7}{8}, \quad x = 1.$$

$$4.60. \quad x \leq \frac{4\pi+18}{5}, \quad 8\pi-18 \leq x \leq 18-3\pi.$$

$$5.1. \quad x = -4, \quad x = -2.$$

$$5.2. \quad x = \frac{1}{2}.$$

$$5.3. \quad x = -\frac{38}{3}.$$

$$5.5. \quad x = 1.$$

$$5.7. \quad x = 2.$$

$$5.9. \quad x = 1.$$

$$5.11. \quad x = 2.$$

$$5.13. \quad x = -1.$$

$$5.15. \quad x = -3.$$

$$5.17. \quad x = -3, x = -1.$$

$$5.19. \quad x = 0.$$

$$5.21. \quad x = 0.$$

$$5.23. \quad x = -2.$$

$$5.25. \quad x = -2, x = -1.$$

$$5.27. \quad x = 0, x = 2.$$

$$5.29. \quad x = -1, x = 1.$$

$$5.31. \quad -\frac{1}{2} < x.$$

$$5.33. \quad x < 7.$$

$$5.35. \quad x < 0, 1 < x < 3.$$

$$5.37. \quad -\frac{1}{3} < x < 0.$$

$$5.39. \quad x \neq -\frac{1}{2}.$$

$$5.41. \quad x < -\frac{1}{3}, x > 4.$$

$$5.43. \quad -1 < x < 0.$$

$$5.45. \quad x > -\frac{1}{\lg 5}.$$

$$5.4. \quad x = -2 \pm \sqrt{7/2}.$$

$$5.6. \quad x = -1.$$

$$5.8. \quad x = 7.$$

$$5.10. \quad x = 1.$$

$$5.12. \quad x = 2.$$

$$5.14. \quad x = -2, x = 2.$$

$$5.16. \quad x = 3.$$

$$5.18. \quad x = 2.$$

$$5.20. \quad x = 0.$$

$$5.22. \quad x = 0.$$

$$5.24. \quad x = \log_{2/5} 3.$$

$$5.26. \quad x = \log_{(\sqrt{5}-1)/2} (2/3).$$

$$5.28. \quad x = -\frac{1}{4}.$$

$$5.30. \quad x = -2, x = 2.$$

$$5.32. \quad x > -\frac{3}{4}.$$

$$5.34. \quad x < -\frac{1}{2}, x > \frac{5}{8}.$$

$$5.36. \quad x < -3 - \sqrt{3}, x > -3 + \sqrt{3}.$$

$$5.38. \quad -4 < x < -1.$$

$$5.40. \quad x < -1, x > -\frac{1}{2}.$$

$$5.42. \quad x \geq -2.$$

$$5.44. \quad x < 0.$$

$$5.46. \quad x > -3.$$

$$5.47. \quad x < 0, x > \log_4 3.$$

$$5.49. \quad -\frac{2}{3} < x < 1.$$

$$5.51. \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$5.53. \quad 0 < x < \log_{2/3}(1/3).$$

$$5.55. \quad x < 0.$$

$$5.57. \quad x < \log_{0.4} 2.$$

$$5.59. \quad 0 < x < \frac{1}{2}.$$

$$6.1. \quad x = 2.$$

$$6.3. \quad x = 4.$$

$$6.5. \quad x = \frac{3}{2}, x = 10.$$

$$6.7. \quad x = \frac{3 + 3\sqrt{141}}{10}.$$

$$6.9. \quad x = 1.$$

$$6.11. \quad x = 2.$$

$$6.13. \quad x = -4.$$

$$6.15. \quad x = 10, x = 100000.$$

$$6.17. \quad x = 10^{-1}, x = 10^{-1/8}.$$

$$6.19. \quad x = \frac{1}{27}, x = 3.$$

$$6.21. \quad x = 2^{-2}, x = 2^{-1/4}.$$

$$6.23. \quad x = -\frac{24}{5}, x = 20.$$

$$6.25. \quad x = \frac{1}{9}, x = 3.$$

$$5.48. \quad x > \frac{1}{2}.$$

$$5.50. \quad \frac{1}{2} \leq x < 1.$$

$$5.52. \quad x \leq -1, x > 0.$$

$$5.54. \quad x \leq \log_3(1/2), \log_3(3/5) \leq x < \log_3(5/3).$$

$$5.56. \quad x > 4 + \frac{\lg 14}{\lg 5 - \lg \sqrt{7}}.$$

$$5.58. \quad x < \log_{2/5} 5.$$

$$5.60. \quad \frac{1}{2} \log_5 6 < x < \log_6 5.$$

$$6.2. \quad x = 100.$$

$$6.4. \quad x = 2.$$

$$6.6. \quad x = 4.$$

$$6.8. \quad x = 2.$$

$$6.10. \quad x = -3.$$

$$6.12. \quad x = \sqrt[3]{2} - 1.$$

$$6.14. \quad x = -1.$$

$$6.16. \quad x = \frac{1}{2}, x = 4.$$

$$6.18. \quad x = 1, x = 256.$$

$$6.20. \quad x = \frac{1}{2}, x = 16.$$

$$6.22. \quad x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}, x = 10.$$

$$6.24. \quad x = 1, x = 2 - 2\sqrt{2}.$$

$$6.26. \quad x = 0.$$

$$6.27. \quad x = -2, x = \sqrt{33} - 1.$$

$$6.29. \quad x = 8.$$

$$6.31. \quad x > 4.$$

$$6.33. \quad -3 < x < -2.$$

$$6.35. \quad -5 \leq x < -3, -1 < x \leq 1.$$

$$6.37. \quad \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}.$$

$$6.39. \quad -\sqrt{5} < x < -1, 2 < x < \sqrt{5}.$$

$$6.41. \quad 1 < x \leq 2, 3 \leq x < 4.$$

$$6.43. \quad x < -4.$$

$$6.45. \quad -4 < x \leq -2, -\frac{5}{8} \leq x < 0.$$

$$6.47. \quad 0 < x \leq \frac{1}{3}, 3 < x \leq 9.$$

$$6.49. \quad 0 < x < 10, x = 100.$$

$$6.51. \quad \frac{1}{2} \leq x < 1.$$

$$6.53. \quad -3 < x < 1, 3 < x < 4.$$

$$6.55. \quad 0 < x < \frac{2}{\sqrt{5}}, 1 < x < 3.$$

$$6.57. \quad 2 < x < 5.$$

$$6.59. \quad x > 2.$$

$$6.61. \quad -1 < x \leq -\frac{26}{27}.$$

$$6.63. \quad 4 < x < 5, x > 7.$$

$$6.64. \quad -10^{(\lg 0,5 \cdot \lg 3)/\lg 1,5} < x < 0, 0 < x < 10^{(\lg 0,5 \cdot \lg 3)/\lg 1,5}.$$

$$6.65. \quad x > 2.$$

$$7.1. \quad x = -\frac{4}{5}, x = -\frac{6}{5}.$$

$$6.28. \quad x = 4.$$

$$6.30. \quad x = 4.$$

$$6.32. \quad \frac{1}{7} < x < \frac{2}{7}.$$

$$6.34. \quad -4 < x < -3, -2 < x < -1.$$

$$6.36. \quad \frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}.$$

$$6.38. \quad x \in \emptyset.$$

$$6.40. \quad -3 < x < -2.$$

$$6.42. \quad 0 \leq x < 2.$$

$$6.44. \quad 1 < x < 2, x > 2.$$

$$6.46. \quad \frac{1}{4} \leq x \leq 2.$$

$$6.48. \quad \frac{1}{2} < x < 1, 1 < x < 2.$$

$$6.50. \quad 0 < x < 1, \sqrt{3} < x < 9.$$

$$6.52. \quad -2 < x < -1, -1 < x < 0, 0 < x < 1, x > 2.$$

$$6.54. \quad 0 < x < 2, x > 4.$$

$$6.56. \quad 1 < x < 4.$$

$$6.58. \quad 0 < x < 1.$$

$$6.60. \quad -3 < x < 77.$$

$$6.62. \quad -2 < x < -\sqrt{3}, \sqrt{3} < x < 2.$$

$$7.2. \quad x \leq -2010, x \geq 2011.$$

$$7.3. \quad \frac{3}{4} < x \leq 7.$$

$$7.5. \quad 0 \leq x < 64.$$

$$7.7. \quad x \leq \log_2(\sqrt{2}-1), x > \frac{1}{2}.$$

$$7.9. \quad x < -1, 0 < x < 1.$$

$$7.11. \quad -3 < x < -2, -\frac{1}{2} < x < 0.$$

$$7.13. \quad -\sqrt{2} < x < -1, 1 < x < \sqrt{2}.$$

$$7.15. \quad -1 < x < -\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} < x < 1.$$

$$7.17. \quad x = -\frac{5}{2}, x = \frac{1}{2}.$$

$$7.19. \quad x < -7, \frac{17}{9} < x < 2.$$

$$7.21. \quad 1 < x \leq 1 + \operatorname{tg}(3\pi/16).$$

$$7.23. \quad x = \sqrt{10^{1-\sqrt{3}}}, x = \sqrt{10^{1+\sqrt{3}}}.$$

$$7.25. \quad x > 1000.$$

$$7.27. \quad 0 < x < 999.$$

$$7.29. \quad 0 < x \leq 3^{-2\sqrt{3}}, x \geq 3^{2\sqrt{3}}.$$

$$7.31. \quad x = 10, x = 10^4.$$

$$7.33. \quad 0 \leq x \leq \frac{27}{16}.$$

$$7.35. \quad x < 2.$$

$$7.37. \quad x = 9.$$

$$7.39. \quad x = \log_5 4.$$

$$7.41. \quad -5 < x < 1 - \sqrt{5}, 3 < x < \sqrt{5} + 1.$$

$$7.4. \quad x \leq -\frac{7}{8}, x \geq 0.$$

$$7.6. \quad x \leq 1, x = 3.$$

$$7.8. \quad x \leq \log_3 2, 1 < x < 5.$$

$$7.10. \quad 0 < x < \frac{1}{2}.$$

$$7.12. \quad x = 2 + \sqrt{10}.$$

$$7.14. \quad x > 0.$$

$$7.16. \quad x < 0.$$

$$7.18. \quad x < -3, x > 3.$$

$$7.20. \quad -\frac{127}{128} \leq x < -\frac{63}{64}, -\frac{3}{4} < x \leq -\frac{1}{2}.$$

$$7.22. \quad x < -2.$$

$$7.24. \quad x = \frac{1}{10}, x = 10.$$

$$7.26. \quad \frac{1}{10} < x < 100.$$

$$7.28. \quad 0 < x \leq \frac{1}{4}, x \geq 4.$$

$$7.30. \quad 1 < x \leq 5^{\log_2 7} = 7^{\log_2 5}.$$

$$7.32. \quad x = \frac{1}{81}, x = \frac{1}{3}.$$

$$7.34. \quad x = 2.$$

$$7.36. \quad x = -2.$$

$$7.38. \quad -2 < x < -1, 1 < x < 2.$$

$$7.40. \quad -2 < x \leq -\log_3 \frac{9}{10}.$$

$$7.42. \quad -1 < x \leq 0.$$



$$7.43. \quad x < -\log_3 10.$$

$$7.45. \quad 0 < x < 2, x \geq 4.$$

$$7.47. \quad 0 < x \leq \frac{1}{2\sqrt[3]{2}}, x > 1.$$

$$7.49. \quad x = 3, x \geq 8.$$

$$7.51. \quad x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.53. \quad x = \pm \arcsin \frac{\lg 3}{\lg(\sqrt{2} + \sqrt{3})} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.55. \quad x = \pi - \arcsin \frac{\sqrt{5} - 1}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.57. \quad x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, x = \frac{3\pi}{4} + 2n\pi, x = \frac{5\pi}{6} + 2m\pi; k, n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$7.58. \quad \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2(k+1)\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.60. \quad -\frac{3\pi}{2} + 2k\pi < x < -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.62. \quad \frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.63. \quad \arctg 5 + 2k\pi < x < (2k+1)\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + 2n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$7.64. \quad \frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad \frac{\pi}{2} + 2n\pi < x \leq \frac{5\pi}{6} + 2n\pi, \quad k, n \in \mathbb{Z}, \\ -\frac{11\pi}{6} \leq x < -\frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} < x \leq -4, x = -\frac{7\pi}{6}.$$

$$7.65. \quad \sin\left(\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{\sqrt{35}}{6}\right)\right) < x < \sin\left(\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{\sqrt{35}}{6}\right)\right).$$

$$7.66. \quad 2.$$

$$7.68. \quad x = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$$

$$7.70. \quad x = \frac{19\pi}{6}.$$

$$7.44. \quad \log_2(5/4) < x < \log_2 3.$$

$$7.46. \quad \frac{1 - \sqrt{41}}{5} \leq x < -1, 1 < x \leq 2\sqrt{2}.$$

$$7.48. \quad 0 < x \leq \frac{1}{8}, \frac{1}{2} \leq x < 2.$$

$$7.50. \quad \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.52. \quad x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2n\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$7.54. \quad x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3}.$$

$$7.56. \quad x = k\pi, x = \frac{\pi}{6} + 2n\pi; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$7.59. \quad 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.61. \quad x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$7.67. \quad 1.$$

$$7.69. \quad x = -\frac{21\pi}{16}, x = -\frac{11\pi}{8}.$$

- 8.1.  $x = -\frac{57}{2}, y = 17.$
- 8.2.  $x = 3, y = 1; x = \frac{5}{3}, y = \frac{11}{3}.$
- 8.3.  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{9}{2}; x = \frac{3}{2}, y = \frac{9}{2}.$
- 8.4.  $x = \frac{5}{2}, y = -\frac{5}{2}.$
- 8.5.  $x = 5, y = -2.$
- 8.6.  $x = -3, y = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$
- 8.7.  $x = \frac{\pi}{3} + \pi n, y = \sqrt{2}, n \in \mathbb{Z}.$
- 8.8.  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, y = \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}.$
- 8.9.  $x = 3, y = -9.$
- 8.10.  $x = \log_2 3, y = \log_3 2.$
- 8.11.  $x = -2, y = 0.$
- 8.12.  $x = 2, y = 6; x = \frac{1}{2}, y = 10.$
- 8.13.  $x = \pi n, y = \frac{\pi}{4} - \pi n; x = \frac{\pi}{4} + \pi k, y = -\pi k, n, k \in \mathbb{Z}.$
- 8.14.  $x = \frac{\pi}{8} \pm \frac{\pi}{12} + \pi n, y = \frac{\pi}{8} \mp \frac{\pi}{12} - \pi n; n \in \mathbb{Z}.$
- 8.15.  $x = 1, y = -\frac{3}{2}; x = -2, y = 3.$
- 8.16.  $x = 1, y = \log_3 2.$
- 8.17.  $x = 4, y = 4.$
- 8.18.  $x = -2, y = -2; x = -2, y = 2.$
- 8.19.  $x = \frac{1}{3}, y = 1.$
- 8.20.  $x = 81, y = 0.$
- 8.21.  $x = 4, y = 1; x = -\frac{2}{3}, y = \frac{10}{3}.$
- 8.22.  $x = 1, y = 2; x = 1, x = \frac{44}{25}, y = -\frac{28}{5}, z = -\frac{108}{25}.$
- 8.23.  $x = 2, y = 3; x = \frac{33}{8}, y = -\frac{27}{8}.$
- 8.24.  $x = 2, y = 1; x = -1, y = \frac{23}{2}.$
- 8.25.  $x = 1 - \log_2 3, y = \frac{1}{6}.$
- 8.26.  $x = 0, y = -3.$
- 8.27.  $x = \sqrt[3]{3}, y = 4.$
- 8.28.  $x = 1, y = 3.$
- 8.29.  $x = 10, y = 15; x = 15, y = 10.$
- 8.30.  $x = 1, y = 1.$
- 8.31.  $x = 1, y = 5.$
- 8.32.  $x = 4, y = 2; x = 4/3, y = -2/3.$
- 8.33.  $x = 0, y = -7/2; x = y = 21.$
- 8.34.  $x = 1/2, y = 3/2.$

$$8.35. \quad x = 32, y = 2.$$

$$8.36. \quad x = -1, y = \frac{1}{\sqrt{3}}; x = \frac{3}{2}, y = 9.$$

$$8.37. \quad x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad y = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$8.38. \quad x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \quad y = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$8.39. \quad x = \frac{\pi}{12}, y = \frac{11\pi}{12}.$$

$$8.40. \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad y = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi m, \quad y = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi l; \quad n, m, k, l \in \mathbb{Z}.$$

$$8.41. \quad x = -\frac{\pi}{4} + \pi n + \frac{\pi}{2} k, \quad y = -\frac{\pi}{4} + \pi n - \frac{\pi}{2} k, \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$8.42. \quad x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \quad y = -\frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{5}; \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$8.43. \quad x = \arccos \frac{27}{28} + 2\pi k, \quad y = \pi + \arcsin \frac{17}{28} + 2\pi n; \quad x = -\arccos \frac{27}{28} + 2\pi k, \\ y = -\arcsin \frac{17}{28} + 2\pi n, \quad k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$8.44. \quad x = 10, y = 15, z = 6.$$

$$8.45. \quad x = -1, y = 1.$$

$$8.46. \quad x = 1, y = 5; x = \frac{5}{2}, y = 2.$$

$$8.47. \quad x = 2, y = -1; x = \frac{12}{7}, y = -\frac{1}{7}.$$

$$8.48. \quad x = -\frac{1}{2}, y = \frac{9}{4}; x = 2, y \in \mathbb{R}.$$

$$8.49. \quad x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$8.50. \quad x = \sqrt{2}, y = \pm \sqrt{2}; x = -\sqrt{2}, y = \pm \sqrt{2}.$$

$$8.51. \quad x = 9, y = 1.$$

$$8.52. \quad x = \log_2(\sqrt{6} - 2), y = \log_3 \frac{\sqrt{6} - 2}{2}.$$

$$8.53. \quad x = 3, y = \frac{1}{9}.$$

$$8.54. \quad x = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2}, y = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{2}.$$

$$8.55. \quad x = \frac{1}{2 \log_2 3 - 1}, y = \frac{2}{2 \log_2 3 - 1}.$$

$$8.56. \quad x = 1, y = 3.$$

$$8.57. \quad x = 2, y = -3; x \in \mathbb{R}, y = 1.$$

$$8.58. \quad x = \frac{12}{7}, y = \frac{12}{5}, z = -12.$$

$$8.59. \quad x = 3, y = 3, z = 3.$$

$$8.60. \quad x = 4, y = -3, z = 0; \quad x = 2, y = -1, z = 2.$$

$$9.1. \quad \frac{61\sqrt{3}}{4}.$$

$$9.2. \quad 3\sqrt{30}.$$

$$9.3. \quad \sqrt{7}.$$

$$9.4. \quad 202, 8.$$

$$9.5. \quad 2:5.$$

$$9.7. \quad \sqrt{15+6\sqrt{3}}.$$

$$9.9. \quad \frac{\pi}{6}.$$

$$9.11. \quad \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}.$$

$$9.13. \quad 10r^2(\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}).$$

$$9.15. \quad \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.$$

$$9.17. \quad 18:7.$$

$$9.19. \quad R \sin 2\alpha.$$

$$9.21. \quad \frac{\pi}{2}, \arcsin \frac{5}{13}, \arcsin \frac{12}{13}.$$

$$9.23. \quad \frac{32}{5}.$$

$$9.25. \quad \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}.$$

$$9.27. \quad \frac{a^2 \sin \beta \sin(\alpha + \beta)}{2 \sin \alpha}.$$

$$9.29. \quad R \cdot \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$9.31. \quad \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}.$$

$$9.33. \quad 1.$$

$$9.35. \quad 6 - 2\sqrt{6}.$$

$$9.37. \quad \frac{25\sqrt{15}}{64}.$$

$$9.6. \quad \sqrt{\frac{2}{4-\pi}}.$$

$$9.8. \quad \frac{147}{8}.$$

$$9.10. \quad \sqrt{3} + 1.$$

$$9.12. \quad \frac{\pi + 3}{6\pi}.$$

$$9.14. \quad 6.$$

$$9.16. \quad 11.$$

$$9.18. \quad 5, 20.$$

$$9.20. \quad \frac{4\sqrt{6}}{5}.$$

$$9.22. \quad \frac{228}{25}.$$

$$9.24. \quad 9:20.$$

$$9.26. \quad \frac{R\sqrt{2}}{2}, \frac{R\sqrt{2}}{2 \cos(\pi/8)}, R.$$

$$9.28. \quad \frac{c \sin 2\alpha}{2 \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})}.$$

$$9.30. \quad 6.$$

$$9.32. \quad \frac{91}{6 + \sqrt{6}}.$$

$$9.34. \quad 4.$$

$$9.36. \quad \frac{5\sqrt{21}}{7}.$$

$$9.38. \quad \frac{(p-a)^2}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$9.39. \frac{25}{8}.$$

$$9.40. 16.$$

$$9.41. \frac{\sqrt{(b-a)^2 + (b+a)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{4 \sin \alpha}.$$

$$9.42. \frac{16}{5}.$$

$$9.43. 2\sqrt{6}.$$

$$9.44. \frac{\sqrt{(4b^2 - a^2)(a^2 - b^2)}}{4}.$$

$$9.45. \frac{a \sin \beta \sin \gamma}{3 \sin(\beta + \gamma)}.$$

$$9.46. \arccos \frac{4}{5}.$$

$$9.47. 90^\circ, 10^\circ, 80^\circ.$$

$$9.48. \frac{2m^2}{\sqrt{4m^2 - n^2}}, \frac{2m^2}{\sqrt{4m^2 - n^2}}, \frac{2mn}{\sqrt{4m^2 - n^2}}.$$

$$9.49. \frac{9}{2}.$$

$$9.50. \pi \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{4}.$$

$$9.51. \frac{l}{\cos \alpha}.$$

$$9.52. \frac{c\sqrt{2b^2 + bc}}{b}.$$

$$9.53. 9, 48, 4 \text{ и } 4\sqrt{10}.$$

$$9.54. S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p = \frac{a+b+c}{2},$$

$$h_c = \frac{2S}{c}, \quad m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}, \quad l_c = \sqrt{ab\left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right)},$$

$$r = \frac{S}{p} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}, \quad R = \frac{abc}{4S}.$$

$$9.55. \frac{a+b-c}{2}.$$

$$9.56. S = \frac{4}{3}\sqrt{m(m-m_a)(m-m_b)(m-m_c)}, \text{ где } m = \frac{m_a + m_b + m_c}{2}.$$

$$9.57. S = \left(4\sqrt{H(H-h_a^{-1})(H-h_b^{-1})(H-h_c^{-1})}\right)^{-1}, \text{ где } H = \frac{h_a^{-1} + h_b^{-1} + h_c^{-1}}{2}.$$

$$9.58. \frac{b+c}{a}.$$

$$9.59. \frac{\cos \beta \cos \gamma}{\cos \alpha}.$$

$$9.60. d_1^2 = 2(a^2 + b^2) - d_2^2, \text{ если } a - b < d_2 < a + b \text{ (иначе параллелограмма нет).}$$

$$9.61. \text{ а) } 4\sqrt{26}, \text{ б) такого треугольника нет, в) } \frac{7}{2}.$$

$$9.62. 30^\circ, 75^\circ, 75^\circ \text{ или } 150^\circ, 15^\circ, 15^\circ.$$

$$9.63. \arcsin \frac{3}{5} \text{ или } \pi - \arcsin \frac{3}{5}.$$

$$9.64. \sqrt{5-2\sqrt{3}}, \arcsin \frac{1}{2\sqrt{5-2\sqrt{3}}}, \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{3}}}$$

$$\text{или } \sqrt{5+2\sqrt{3}}, \arcsin \frac{1}{2\sqrt{5+2\sqrt{3}}}, \arcsin \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{3}}}.$$

$$9.65. \text{ нет, т.к. } \arcsin \frac{\pi}{4} > \frac{\pi}{4} > \frac{5\pi}{21}, \text{ откуда } \frac{7\pi}{21} + \frac{9\pi}{21} + \arcsin \frac{\pi}{4} > \pi.$$

$$10.1. \frac{\pi H R^2}{12}.$$

$$10.2. \frac{27(4-\pi)}{4}.$$

$$10.3. 48\pi\sqrt{11}.$$

$$10.4. d^3 \sin \alpha \sin \beta \sqrt{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta}.$$

$$10.5. \sqrt[3]{8V \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{3(2 \cos \alpha - 1)}}.$$

$$10.6. 6.$$

$$10.7. a / \left( 4 \sin \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 - \frac{4}{3} \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \right).$$

$$10.8. \arccos \frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$10.9. \frac{\sqrt{31}}{6}.$$

$$10.10. 216.$$

$$10.11. \frac{21\sqrt{15}}{10}.$$

$$10.12. \frac{27}{16}.$$

$$10.13. \frac{91}{25}.$$

$$10.14. \frac{7}{2}.$$

$$10.15. 6.$$

$$10.16. \frac{\sqrt{6}(5-\sqrt{15})}{10}.$$

$$10.17. \frac{2a^2}{9\sqrt{3 \cos \varphi}}.$$

$$10.18. \frac{4\sqrt{5}ad - 8\sqrt{2}d^2}{5}.$$

$$10.19. \frac{2H^3}{3} \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right).$$

$$10.20. \frac{a^2}{2} \sqrt{1 - \operatorname{ctg}^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right)}.$$

$$10.21. 2 + \sqrt{2} + \sqrt{3}.$$

$$10.22. \frac{12}{13 + \sqrt{41}}.$$

$$10.23. \left( \frac{180}{\pi} \arccos \frac{1}{\pi} \right)^\circ.$$

$$10.24. \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}.$$

$$10.25. 12\pi r^3.$$

$$10.26. (1 + \sqrt{33}) : 8.$$

$$10.27. \frac{5\pi}{12}.$$

$$10.28. \frac{125\sqrt{6}}{4}.$$

$$10.29. \quad 28\sqrt{3}.$$

$$10.31. \quad \frac{7\sqrt{3}}{4}.$$

$$10.33. \quad \frac{5V}{18}.$$

$$10.35. \quad \frac{a\sqrt{3b^2 - a^2}}{4b}.$$

$$10.37. \quad 20.$$

$$10.39. \quad \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$10.41. \quad \frac{3\sqrt{41}}{2}.$$

$$10.43. \quad 7:20.$$

$$10.45. \quad 2.$$

$$10.47. \quad \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$10.49. \quad \beta.$$

$$10.51. \quad \arccos \frac{b}{a\sqrt{3}}.$$

$$10.53. \quad a \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$10.55. \quad \sqrt{61}.$$

$$10.57. \quad 2 \text{ или } 1.$$

$$10.59. \quad 90^\circ.$$

$$11.2. \quad \text{Не верно.}$$

$$11.19. \quad \text{Это — серединный перпендикуляр к отрезку с концами в этих точках}$$

$$11.20. \quad \text{Если данные прямые параллельны, то это — прямая, параллельная им и проходящая между ними на равном расстоянии от них; если же данные прямые пересекаются, образуя две пары вертикальных углов, то это — две прямые, служащие биссектрисами этих углов.}$$

$$10.30. \quad \arccos \left( \frac{9}{\sqrt{150 \pm 24\sqrt{3}}} \right).$$

$$10.32. \quad \frac{n}{n+m} \cdot \frac{V}{d}.$$

$$10.34. \quad 24.$$

$$10.36. \quad 8.$$

$$10.38. \quad \arccos(46/\sqrt{2641}).$$

$$10.40. \quad 1024/9, 2\operatorname{arctg}(\sqrt{34}/4).$$

$$10.42. \quad 9:95.$$

$$10.44. \quad \pi/3.$$

$$10.46. \quad \frac{2\sqrt{19}}{\sqrt{15}}.$$

$$10.48. \quad 90^\circ.$$

$$10.50. \quad \sqrt{b^2 - a^2}.$$

$$10.52. \quad d \sin \alpha.$$

$$10.54. \quad \alpha.$$

$$10.56. \quad 512.$$

$$10.58. \quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}.$$

$$10.60. \quad \text{Все: от } 0^\circ \text{ до } 180^\circ \text{ (не включительно).}$$

- 11.21. Это — четыре точки: одна из них есть центр окружности, вписанной в треугольник, образованный данными прямыми, а остальные — центры вневписанных окружностей.
- 11.22. 1. Если  $\alpha = 0$ , то это — два луча прямой  $AB$ ;  
 2. Если  $\alpha = \pi$ , то это — интервал  $AB$ ;  
 3. Если  $0 < \alpha < \pi$ , то это — две дуги  $AB$ , симметричные относительно прямой  $AB$ , каждая — мерой  $2\pi - 2\alpha$ .
- 11.23. Это плоскость, проходящая через середину одного из отрезков  $AM$  параллельно данной плоскости.
- 11.24. Это плоскость, проходящая через середину одного из указанных отрезков параллельно данным прямым.
- 11.25. Это — сфера (с выколотыми точками  $A$  и  $B$ ), построенная на отрезке  $AB$  как на диаметре.
- 12.1.  $a = 0, x \in \emptyset; a \neq 0, x = \frac{1}{a}.$
- 12.2.  $a = 0, x \in \mathbb{R}; a > 0, x < \frac{1}{a}; a < 0, x > \frac{1}{a}.$
- 12.3.  $a = 1, x \in \mathbb{R}; a = -1, x \in \emptyset; a \neq \pm 1, x = \frac{1}{a+1}.$
- 12.4.  $a = 1, x \in \emptyset; a \neq 1, x = a.$
- 12.5.  $a = 1, x = -1; a = -1, x = 1; a \neq \pm 1, x = \pm 1.$
- 12.6.  $a = \pm 1, x \in \emptyset; a \neq \pm 1, x = 1.$
- 12.7.  $a = 0, x \neq 0; a = 1, x \in \emptyset; a \neq 0, 1, x = 1.$
- 12.8.  $a < 0, x \in \emptyset; a \geq 0, x = \pm\sqrt{a}.$
- 12.9.  $a < 0, x \in \mathbb{R}; a \geq 0, x > \sqrt{a}, x < -\sqrt{a}.$
- 12.10.  $a \leq 0, x \in \emptyset; a > 0, -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}.$
- 12.11.  $a < 0, x \in \emptyset; a \geq 0, x = \pm a.$
- 12.12.  $x = |a|.$
- 12.13.  $a \leq 0, x \in \emptyset; a > 0, -a < x < a.$
- 12.14.  $a < 0, x \in \mathbb{R}; a \geq 0, \begin{cases} x > a, \\ x < -a \end{cases}.$
- 12.15.  $a < 0, x \in \emptyset; a \geq 0, x = a^2.$
- 12.16.  $a = 0, x \geq 0; a \neq 0, x = 0.$
- 12.17.  $a < 0, x \geq 0; a \geq 0, x > a^2.$
- 12.18.  $a \leq 0, x \in \emptyset; a > 0, 0 \leq x < a^2.$
- 12.19.  $a \leq 0, x \in \emptyset; a > 0, x < \log_2 a.$
- 12.20.  $a \leq 0, x \in \mathbb{R}; a > 0, x > \log_2 a.$
- 12.21.  $a \leq 0, x \in \emptyset; 0 < a \neq 1, x = 0; a = 1, x \in \mathbb{R}.$
- 12.22.  $a > 1, 0 < x < a; 0 < a < 1, x > a; a \leq 0, a = 1, x \in \emptyset.$



- 12.23.  $a \leq 0, x \in \emptyset; a = 1, 0 < x \neq 1;$   
 $0 < a < 1, x > 1; a > 1, 0 < x < 1.$
- 12.24.  $|a| > 1, x \in \emptyset; |a| \leq 1, x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$
- 12.25.  $a = \pm 1, x = a \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; a \neq \pm 1, x \in \emptyset.$
- 12.26.  $p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$  оба множителя чётные и один из них делится на 3.
- 12.27.  $p^2 - q^2 = (p^2 - 1) - (q^2 - 1).$
- 12.28.  $2^{10} + 5^{12} = (2^5 + 5^6)^2 - (2^3 \cdot 5^3)^2.$
- 12.29.  $222^{333} + 333^{222} = (222^{111})^3 + (333^{74})^3.$
- 12.30.  $\frac{2010^{2010} - 1}{2010 - 1} = 1 + 2010 + 2010^2 + \dots + 2010^{2009}.$
- 12.31. Нет: например,  $n = 333.$
- 12.32. 34452, 34056, 34956.
- 12.33.  $n^2 + n = n(n + 1)$  — один из множителей чётный.
- 12.34. Рассмотреть остатки от деления числа  $n$  на 3:  $n = 3k + r, r = 0, 1, 2 (r = -1, 0, 1).$
- 12.35.  $n^3 + 5n = 6n + (n - 1)n(n + 1).$
- 12.36.  $n^5 - n = (n - 1)n(n + 1)(n^2 + 1).$
- 12.37. Каждое число, начиная с третьего, имеет вид:  $n = 100k + 11 = 4(25k + 2) + 3.$
- 12.38.  $\overbrace{111\dots 1}^n \overbrace{555\dots 5}^{n-1} 6 = (\overbrace{333\dots 3}^{n-1} 4)^2.$
- 12.39. 18, 216.
- 12.40. Любой общий делитель этих чисел является делителем числа  $5(3n + 5) - 3(5n + 8) = 1.$
- 12.41.  $n^2 + 10n + 21 = (n + 3)(n + 7),$   
 $n^2 + 9n + 18 = (n + 3)(n + 6), n + 6$  и  $n + 7$  — взаимно простые.
- 12.42.  $n^2 + 6n + 9 = (n + 3)^2, n + 3$  и  $n + 4$  — взаимно простые.
- 12.43.  $n^2 + 5n + 16 = (n + 9)(n - 4) + 13 \cdot 4, (n + 9) - (n - 4) = 13.$
- 12.44.  $\frac{53}{450}.$
- 12.47.  $x = 4n - 1, y = 3n - 1, n \in \mathbb{Z}.$
- 12.48. Рассмотреть остатки от деления левой и правой части на 3.
- 12.49.  $(x + 1)(y + 1) = 1.$
- 13.1.  $a \neq \pm 1.$
- 13.2.  $a \neq 0.$
- 13.3.  $a = -2.$
- 13.4.  $a = -1.$
- 13.5.  $a \neq \pm 1.$
- 13.6.  $a \neq 2, a \neq 4, a \neq 8 \quad x = -\frac{8}{(a - 4)(a - 8)}, y = \frac{2(a - 6)}{a - 8};$   
 $a = 2 \quad x \in \mathbb{R}, y = x + 2; a = 4, a = 8$  решений нет.

- 13.7.  $a < 6$ .
- 13.8.  $a = 2$ .
- 13.9.  $a \neq 1$ .
- 13.10.  $a = 3$ .
- 13.11.  $2 < a < 4$ .
- 13.12.  $a = 13$ .
- 13.13.  $-2 - 2\sqrt{2} < a < 0; 0 < a < -2 + 2\sqrt{2}$ .
- 13.14.  $a = -2, a = 1$ .
- 13.15.  $a = -4$ .
- 13.16.  $a = \frac{1}{17}$ .
- 13.17.  $a = 2$ .
- 13.18.  $a < 0 \quad x = \log_2 a^2; a > 0 \quad x = \log_2 a^2, x = \log_2 a; a = 0$  — решений нет.
- 13.19.  $a < -2, a > 2$ .
- 13.20.  $7 < a \neq 7, 5$ .
- 13.21.  $-4 < a \neq -1 \quad x = 3 - \sqrt{a+5}$ ; при остальных  $a$  корней нет.
- 13.22.  $a < 0 \quad x > \frac{4a^2 + a}{2}; a \geq 0 \quad x > \frac{a^2 + 9a}{2}$ .
- 13.23.  $3 - 2\sqrt{5} < a < \sqrt{10} - 2$ .
- 13.24.  $x = -\frac{1}{4}, y = \frac{5}{4}$ .
- 13.25.  $a < -3, a = -1, a \geq 3$ .
- 13.26.  $|a| > 1, x = 1; a = -1, -3 \leq x \leq 1; |a| < 1, x = 1, x = \frac{a+7}{a-1}; a = 1, x \geq 1$ .
- 13.27.  $\frac{4}{3} \leq a \leq 2$ .
- 13.28.  $1 \leq a \leq 3, a = 4$ .
- 13.29.  $a \neq 3$ .
- 13.30.  $-1 \leq a < 0$ .
- 13.31.  $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{2}{3}$ .
- 13.32.  $a = c = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}; a = 0, b = c = \frac{1}{2}$ .
- 13.33.  $c < 0$ .
- 13.34.  $-\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$ .
- 13.35.  $0 \leq a \leq 1$ .
- 13.36.  $0 < a < 1, 1 < a \leq 3, x = -a - 3; a > 3, x = a, x = -a - 3$ ; при остальных  $a$  решений нет.
- 13.37.  $a = 0, 2 + \sqrt{3} < a < 2 + \sqrt{5}$ .
- 13.38.  $6 \frac{a+b-3ab}{a+b+ab}$  при  $a \neq 0; 6$  при  $a = 0$ .
- 13.39.  $\frac{15}{2} < a < 8, a > 12$ .
- 13.40.  $-\frac{3}{2} \leq a < -\frac{3}{4}, -\frac{3}{4} < a < 0$ .
- 13.41.  $a \leq -\frac{5\sqrt{5}}{4}, a \geq \frac{5\sqrt{5}}{4}$ .

13.42. при  $a < 1$  и  $a > \sqrt{2}$  решений нет; при  $a = 1$  и  $a = \sqrt{2}$  — четыре решения; при  $1 < a < \sqrt{2}$  — восемь решений.

13.43.  $a = -\frac{57}{32}, x = -\frac{5}{8}.$

13.44.  $a = \pm\sqrt{2}, a = \pm\frac{\sqrt{15}+1}{4}.$

13.45.  $-3 \leq a \leq 1.$

13.46.  $-5 < a < -\sqrt{24}, -\sqrt{24} < a < -3.$

13.47.  $-\frac{12}{5} \leq a \leq 0.$

13.48. а)  $-\sqrt{26} - 1 \leq a \leq \sqrt{26} - 1$ ; б)  $-\sqrt{26} + 1 \leq a \leq \sqrt{26} - 1.$

13.49.  $-1 \leq a < 2.$

13.50.  $a = -\frac{1}{3}, a = 2.$

13.51.  $a = -\frac{17}{48}.$

13.52.  $a = -1, 1 < a < 3, 4 < a \leq 6.$

13.53.  $-8 < a < 0.$

13.54.  $-\sqrt{2} < a < -\frac{16}{17}, 0 < a < \sqrt{2}.$

13.55.  $n = 33.$

14.1. 3.

14.2. 83.

14.3. 49, 83.

14.4. 24.

14.5. 832.

14.6. 27.

14.7. 2, 2, 2.

14.8.  $m = 2, n = 117; m = 3, n = 59.$

14.9. 1) И; 2) Р.

14.10.  $x = -7, y = 7; x = -6, y = 6.$

14.11.  $x = y = 0; x = \pm 3, y = 5; x = \pm 24, y = 20.$

14.12.  $x = 6, y = \pm 1, z = 0; x = 0, y = \pm 1, z = 0.$

14.13.  $x = 15n^2 - 6n, y = 3n - 1; n \in \mathbb{Z}.$

14.14. 189.

14.15. 764.

14.16. 300.

14.17. 648.

14.18. 160.

14.19.  $a = 4, 5, \dots, b = -2; a = 3, 4, \dots, b = -1.$

14.20.  $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1, \sqrt{2} < a < 2.$

14.21.  $a = -4, -\frac{5}{2} \leq a \leq -\frac{9}{4}.$

14.22.  $x = -1, x = 3.$

- 14.23.  $x = y = 0; x = y = 2; x = 0, y = 3; x = 3, y = 0$ .
- 14.24.  $x = 1, y = 6; x = 1, y = 7; x = 2, y = 7$ .
- 14.25.  $x = 11, y = -9$ .
- 14.26.  $a = -2, a = 0$ .
- 14.27.  $a = 1, a = \frac{5}{2}$ .
- 14.28. 40, 30.
- 14.29. 1750 m.
- 14.30. 94.
- 14.31. 8.
- 14.32. 24, 7.
- 14.33. 70.
- 14.34. 132.
- 14.35.  $x = -2, y = 0; x = 0, y = -2; x = -3, y = 0; x = -1, y = 2$ .
- 14.36.  $x = 2, y = \pm 3; x = -2, y = \pm 3$ .
- 14.37.  $x = -31, x = -7$ .
- 14.38.  $x = \pm 1, y = \mp 1, z = -1$ .
- 14.39.  $\frac{5}{11} < a \leq \frac{6}{13}$ .
- 14.40.  $x = (4n - 3)^2, n = 1, 2, \dots$
- 14.41.  $(2\sqrt{2}, -4, -4); (2\sqrt{2}, -2, 2)$ .
- 14.42.  $x = y = 0$ .
- 14.43. нет.
- 14.44. 6, 25.
- 14.45. 144.
- 14.46. 375, 125.
- 14.47. 12 месяцев.
- 14.48. 11.
- 14.49. 33.
- 14.50. один 16-квартирный и одиннадцать 12-квартирных.
- 14.51. 20.
- 14.52.  $x = -2$ .
- 14.53. 11 гвоздик и 7 роз.
- 14.54.  $A = \{6, 10, 14, 30, 42, 70, 105, 210\}$ .
- 14.55. 642.
- 14.56.  $n = 5$ .
- 14.57.  $\frac{11111111}{11111111}$ .
- 14.58. 1960.
- 14.59. 7200.
- 14.60. 132.

*Справочное издание*

**Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,  
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А.,  
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,  
Шноль Д.Э., Ященко И.В.**

# **ЕГЭ**

# **МАТЕМАТИКА**

## **ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат  
№ РОСС RU. АЕ51. Н 15295 от 13.04.2011 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*  
Редактор *И.М. Бокова*  
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*  
Корректор *Л.К. Корнилова*  
Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*  
Компьютерная верстка *М.В. Дерендяева*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.  
[www.examen.biz](http://www.examen.biz)

Е-mail: по общим вопросам: [info@examen.biz](mailto:info@examen.biz);  
по вопросам реализации: [sale@examen.biz](mailto:sale@examen.biz)  
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции  
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами  
в ЗАО «ИПК Парето Принт», г. Тверь, [www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru)

**По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).**