

**ПОДГОТОВКА К ЕГЭ  
ВЫСШИЙ УРОВЕНЬ КАЧЕСТВА**



# **МАТЕМАТИКА**

## **СБОРНИК ЗАДАНИЙ**

- ✓ Более 500 заданий частей В и С
- ✓ Ответы и комментарии



ЭКСМО



**ПОДГОТОВКА К ЕГЭ  
ВЫСШИЙ УРОВЕНЬ КАЧЕСТВА**



В.В. Кочагин, М.Н. Кочагина

# **МАТЕМАТИКА**

## **СБОРНИК ЗАДАНИЙ**

Рекомендовано «Институтом содержания и методов обучения»  
Российской академии образования



Москва **ЭКСМО** 2012

УДК 373.167.1:51  
ББК 22.1 я721  
К 75

Об авторах:

*В. В. Кочагин* — кандидат педагогических наук, учитель математики ГОУ гимназии № 1534, г. Москва

*М. Н. Кочагина* — кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и методики преподавания математики ГОУ ВПО МПГУ

**Кочагин В. В.**

К 75 ЕГЭ 2013. Математика : сборник заданий / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — М. : Эксмо, 2012. — 224 с. — (ЕГЭ. Сборник заданий).

ISBN 978-5-699-57998-3

Издание адресовано *выпускникам* средней школы и *абитуриентам* для подготовки к единому государственному экзамену (ЕГЭ) по математике.

Пособие включает:

- задания уровней В и С по всем темам ЕГЭ;
- ответы ко всем заданиям;

Издание окажет помощь *учителям, репетиторам и родителям* при подготовке учащихся к ЕГЭ по математике.

УДК 373.167.1:51  
ББК 22.1 я721

ISBN 978-5-699-57998-3

© Кочагин В. В., Кочагина М. Н., 2012  
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2012

## ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11-х классов* для подготовки к единому государственному экзамену. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, присутствующим в ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания части I и части II, а также обобщающие контрольные работы. К заданиям части II даются указания. Ко всем заданиям приведены ответы.

Тренировочные задания позволяют учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11-х классах решать задания из этого пособия параллельно с темой по математике, изучаемой на школьных уроках, а в конце 11-го класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начала анализа для 10—11-х классов. С учебниками А.Г. Мордковича, Ш.А. Алимова и др., А.Н. Колмогорова — в полном объеме. С учебниками других авторов (Н.Я. Виленкина, М.И. Башмакова) — с исключением некоторых заданий, с которыми в момент изучения темы учащиеся еще незнакомы. После изучения соответствующего материала, на этапе обобщающего повторения, к этим заданиям можно вернуться.

Книга также будет полезна *учителям математики*, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем. Можно предложить несколько вариантов работы:

— включение заданий тестового характера в систему заданий для 10—11-х классов вместе со стандартными упражнениями учебника;

— использование заданий и контрольных работ на этапе обобщающего повторения по каждой теме или на этапе итогового повторения и подготовки к ЕГЭ в конце 11-го класса;

— контроль и коррекция знаний учащихся.

В структуре экзаменационной работы выделены две части, которые различаются по содержанию, форме записи ответа, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены две группы заданий. Формы записи ответов для разных заданий соответствуют формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **первой части** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся задания базового уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5-го по 11-й класс.

Задания **второй части** требуют развернутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания по геометрии и алгебре 7—11-х классов повышенного и высокого уровней сложности.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на своих уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

# I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11-е классы)

## 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ<sup>1</sup>:* соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, формулы сложения, формулы двойного угла, формулы приведения.

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Найдите значение выражения  $3\sin^2\beta + 10 + 3\cos^2\beta$ .
- В2.** Найдите значение выражения  $16 - 6\sin^2\beta - - 6\cos^2\beta$ .
- В3.** Вычислите:  $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$ .
- В4.** Вычислите:  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$ .
- В5.** Упростите выражение  $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$ .
- В6.** Вычислите:  $\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$  при  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

---

<sup>1</sup> КИМ — контрольные измерительные материалы ЕГЭ.

**В7.** Дано:  $\cos\beta = 0,8$  и  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\sin\beta$ .

**В8.** Дано:  $\operatorname{tg}\beta = \frac{7}{24}$  и  $180^\circ < \beta < 270^\circ$ . Найдите:  $\cos\beta$ .

**В9.** Дано:  $\operatorname{ctg}\beta = -1\frac{1}{3}$ . Найдите:  $\cos 2\beta$ .

**В10.** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ .

Найдите:  $\sin(\alpha - \beta)$ .

**В11.** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ .

Найдите:  $\cos(\alpha + \beta)$ .

**В12.** Найдите значение выражения  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\sin\beta = 0,11$ .

**В13.** Найдите значение выражения  $\sin(180^\circ - \beta)$ , если  $\sin\beta = -0,24$ .

**В14.** Найдите значение выражения  $\sin(270^\circ - \beta)$ , если  $\cos\beta = -0,41$ .

**В15.** Найдите значение выражения  $\cos(\beta - 270^\circ)$ , если  $\sin\beta = 0,59$ .

**В16.** Найдите значение выражения  $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$ , если  $\operatorname{ctg}\alpha = 2,5$ .

**В17.** Найдите значение выражения  $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$ , если  $\sin\alpha = 0,2$ .

**B18.** Найдите значение выражения

$$\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)},$$

если  $\operatorname{ctg}\alpha = 8$ .

**B19.** Найдите значение выражения

$$\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1},$$

если  $\operatorname{tg}\alpha = 0,25$ .

**B20.** Найдите значение выражения  $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta$ , если  $\sin(\alpha + \beta) = 0,17$ .

**B21.** Найдите значение выражения  $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin\alpha\sin\beta$ , если  $\cos(\alpha - \beta) = 0,64$ .

**B22.** Найдите значение выражения

$$\left(\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\sin\beta + \cos(\alpha + \beta)}\right) \cdot \sqrt{3},$$

если  $\alpha - \beta = 150^\circ$ .

**B23.** Найдите значение выражения

$$\left(\frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)}\right) \cdot 2\sqrt{3},$$

если  $\alpha + \beta = 120^\circ$ .

**B24.** Упростите выражение

$$\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right).$$



**В25.** Упростите выражение  $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha$ .

**В26.** Упростите выражение  $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} + \cos \alpha - \sin \alpha$ .

**В27.** Упростите выражение  $19 + \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos 2\alpha$ .

**В28.** Упростите выражение  $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4 \alpha - 16\sin^2 \alpha$ .

**В29.** Упростите выражение  $\frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$ .

**В30.** Вычислите:  $\frac{\sin \beta + \cos \beta}{(\sin \beta - \cos \beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,6$ ;

$$\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}.$$

**В31.** Вычислите:  $\frac{\cos \beta - \sin \beta}{(\sin \beta + \cos \beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,8$ ;

$$\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi.$$

**В32.** Вычислите:  $16\operatorname{ctg} 110^\circ \sin 105^\circ \operatorname{tg} 70^\circ \cos 105^\circ$ .

**В33.** Вычислите:  $12\operatorname{ctg} 140^\circ \sin 75^\circ \operatorname{tg} 40^\circ \cos 75^\circ$ .

**В34.** Вычислите:  $\frac{1 - 2\sin^2 43^\circ}{\sin 176^\circ + \sin 4^\circ}$ .

**В35.** Вычислите:  $\frac{2\cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$ .

**В36.** Вычислите:  $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ - \cos^4 15^\circ)$ .

**В37.** Найдите значение выражения  $8\cos 2\beta$ , если  $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$ .

**В38.** Найдите значение выражения  $\cos 2\beta$ , если  $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С39.** Вычислите:  
 $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ .

**С40.** Вычислите:  $16\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ .

**С41.** Вычислите:  $\sin 54^\circ \sin 18^\circ$ .

**С42.** Найдите значение выражения  $27\sin \alpha \cos \alpha$ , если  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

**С43.** Найдите значение выражения  $81(\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha)$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

**С44.** Вычислите:  $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .

**С45.** Вычислите:  $\frac{7\cos \alpha + 4\sin \alpha}{4\sin \alpha + 3\cos \alpha}$ , если  $4\sin 2\alpha = 15\sin^2 \alpha + 1$ .

**С46.** Упростите:  $3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) - 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha)$ .

## 1.2. Тригонометрические функции

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* значения функции, область определения функции, периодичность, множество значений функции, четность, нечетность, возрастание и убывание, ограниченность, сохранение знака функции.

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Вычислите:  $\operatorname{tg} 390^\circ \cdot \sqrt{3}$ .

**В2.** Вычислите:  $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right) \cdot \sqrt{3}$ .

**В3.** Вычислите:  $\cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sqrt{3}$ .

**В4.** Вычислите:  $\operatorname{ctg}(-300^\circ) \cdot 2\sqrt{3}$ .

**В5.** Какое число из промежутка  $(2; 3)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{tg}(\pi x)$ ?

**В6.** Какое число из промежутка  $(1,4; 2,7)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$ ?

**В7.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

**В8.** Найдите наименьшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{4}\right]$ .

**В9.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .

**В10.** Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$ .

**В11.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$ .

**В12.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x).$$

**В13.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x).$$

**В14.** Сколько целых чисел входит в множество значений функции  $y = \sin 15^\circ \cos x + \cos 15^\circ \sin x$ ?

**В15.** Сколько натуральных чисел входит в множество значений функции

$$y = \cos \frac{\pi}{8} \cos x - \sin \frac{\pi}{8} \sin x?$$

**В16.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 - \cos x$ .

**В17.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 7 - \sin 2x$ .

**В18.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 1 + 2\cos 3x$ .

**В19.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3 - 4\sin 5x.$$

**В20.** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sin 11^\circ$ .

**В21.** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\cos 97^\circ$ .

**В22.** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\sin 31^\circ$ .

**В23.** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\operatorname{tg} 46^\circ$ .

**В24.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3\sin 2x + 4.$$

**В25.** Найдите наибольшее целое значение функции

$$y = 6\cos x \operatorname{tg} x.$$

**В26.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 5\sin 3x - 12.$$

**В27.** Найдите наименьшее целое значение функции

$$y = 14\sin x \operatorname{ctg} x.$$

**В28.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x \cos x$ .

**В29.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2\left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right).$$

**В30.** Найдите наименьшее целое значение функции

$$y = \frac{\sin(2x)}{\sin x}.$$

**В31.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{9}{2\cos x + 5}.$$

**В32.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{8}{3\sin x - 7}.$$

**В33.** Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  $y = \sin^2 x$ ?

**В34.** Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  $y = 2\sin^2 x + \sin x + 1$ ?

**В35.** Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  $y = \cos 2x + \cos x - 1$ ?

**В36.** Найдите множество значений функции  $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$ .

**В37.** В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = 1,01$ ?

**В38.** В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = -1,02$ ?

**В39.** Вычислите:  $5 \arcsin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$ .

**В40.** Вычислите:  $\sqrt{3} \cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$ .

**В41.** Вычислите:  $\sqrt{2} \sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$ .

**В42.** Вычислите:  $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\cos \pi)$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С43.** При каких значениях  $a$  функция  $y = a\cos x + \sin x - a\sin x$  будет четной?

**С44.** При каких значениях  $a$  функция  $y = a\cos x + \sin x - a\sin x$  будет нечетной?

**С45.** Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = \sin x$ . Сравните  $f(f(0))$  и  $g(g(0))$ .

**С46.** Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = 2x$ . Найдите  $f(g(0))$ .

**С47.** Пусть  $f(x) = \sin x$ . Найдите  $f(f(f(0)))$ .

**С48.** Пусть  $f(x) = \cos x$ . Найдите сумму корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200; 200]$ .

**С49.** Пусть  $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$ . Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200\pi; 200\pi]$ .

**С50.** Расположить в порядке возрастания:  
 $\sin 2000^\circ$ ,  $\cos 2000^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 2000^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} 2000^\circ$ .

**С51.** Расположить в порядке убывания:  
 $\sin 1$ ,  $\cos 2$ ,  $\operatorname{ctg} 3$ ,  $\operatorname{tg} 4$ .

**С52.** Найдите множество значений функции

$$y = \sqrt{2}(\cos 200x + \sin 200x).$$

**С53.** Найдите множество значений функции

$$y = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}(\cos 200x - \sin 200x)}}{2}.$$

### 1.3. Тригонометрические уравнения

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* общая формула решения уравнений  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ , приемы решения тригонометрических уравнений: разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков, использование нескольких приемов при решении тригонометрических уравнений, системы, содержащие одно или два тригонометрических уравнения, уравнения с параметром, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Укажите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\sin x + 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- В2.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3 = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- В3.** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 6 = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- В4.** Найдите наименьший положительный корень уравнения  $\cos(2x) = 0,5$ . Ответ запишите в градусах.
- В5.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(4x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ответ запишите в градусах.
- В6.** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\cos(2x)\cos x - \sin(2x)\sin x = 1$ . Ответ запишите в градусах.
- В7.** Укажите число корней уравнения  $\sin 200x \cos 199x - \cos 200x \sin 199x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 4\pi]$ .



- В8.** Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + \cos x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .
- В9.** Укажите ближайший к 0 корень уравнения  $2\sin x + 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- В10.** Укажите ближайший к  $\frac{\pi}{2}$  корень уравнения  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- В11.** Укажите ближайший к  $\pi$  корень уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ответ запишите в градусах.
- В12.** Укажите ближайший к  $\pi$  корень уравнения  $\sin x = \frac{-3}{2\sqrt{3}}$ . Ответ запишите в градусах.
- В13.** Укажите число корней уравнения  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , которые лежат в промежутке  $[0; 3\pi]$ .
- В14.** Укажите количество корней уравнения  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ , которые лежат в промежутке  $[-\pi; 2\pi]$ .
- В15.** Укажите число корней уравнения  $\sin x = \frac{1}{3}$  на промежутке  $[0; \pi]$ .
- В16.** Укажите число корней уравнения  $\sin x = \frac{1}{3}$  на промежутке  $[\pi; 2\pi]$ .
- В17.** Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg} x = 2$  на промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

**B18.** Укажите ближайший к  $\frac{\pi}{6}$  корень уравнения  $\cos(4x) = 1$ . Ответ запишите в градусах.

**B19.** Найдите сумму корней уравнения  $\cos(x + 2000\pi) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ . Ответ запишите в градусах.

**B20.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\operatorname{tg}(2x - 10^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Ответ запишите в градусах.

**B21.** Решите уравнение  $\cos(\pi x) = 1$ . В ответе укажите произведение корней уравнения, принадлежащих промежутку  $(1; 6)$ .

**B22.** Решите уравнение  $\sin(\pi x) = 1$ . В ответе укажите сумму корней уравнения, принадлежащих промежутку  $(1; 6)$ .

**B23.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$ . Ответ запишите в градусах.

**B24.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\frac{\cos x - \frac{1}{2}}{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$ . Ответ запишите в градусах.

**B25.** Определите число корней уравнения  $\frac{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$  из промежутка  $[0; 2\pi]$ .

**B26.** Определите число корней уравнения  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = 0$  из промежутка  $[0; 2\pi]$ .

**В27.** Сколько корней имеет уравнение  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + 2$  на промежутке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ ?

**В28.** Сколько корней имеет уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3\cos 2x = 2 \text{ на отрезке } \left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]?$$

**В29.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(\pi x)(\cos x - 2) = 0$ .

**В30.** Укажите корень уравнения  $\cos(\pi x)(\sin(2x) + \sqrt{2}) = 0$ , принадлежащий промежутку  $[2; 3]$ .

**В31.** Укажите корень уравнения  $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , принадлежащий промежутку  $(0; \pi)$ . Ответ запишите в градусах.

**В32.** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\cos x + \cos(2x) = 2$ . Ответ запишите в градусах.

**В33.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $2\cos^2(\pi - x) + 5\sin x - 4 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

**В34.** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\cos(2x) + 5\cos(-x) + 3 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

**В35.** Найдите сумму корней уравнения

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0,$$

принадлежащих промежутку  $[-\pi; \pi]$ . Ответ запишите в градусах.

**В36.** Укажите число корней уравнения

$$\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3},$$

принадлежащих промежутку  $[-\pi; 2\pi]$ .

**В37.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $3\cos x + \sin(-2x) = 0$ . Ответ запишите в градусах.

**В38.** С помощью графиков укажите число корней уравнения  $\sin(2x) = x$ .

**В39.** С помощью графиков укажите число корней уравнения  $\cos x = 10x$ .

**В40.** Укажите число корней уравнения  $\frac{\sin x - \frac{1}{2}}{\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$ ,

принадлежащих промежутку  $[-2\pi; 0]$ .

**В41.** Укажите число корней уравнения  $6\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 2$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; 0]$ .

**В42.** Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg}(3x) = \operatorname{tg} x$  из промежутка  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**В43.** Решите уравнение  $4\cos x = x^2 + 4$ .

**В44.** Решите уравнение  $\sin\left(\frac{37\pi}{2} + x\right) = 3x^2 + 1$ .

**В45.** Найти наибольший отрицательный корень уравнения:  $(2\cos x - 1) \cdot \sqrt{\sin x} = 0$ . Ответ запишите в градусах.

**В46.** Найдите сумму различных корней уравнения  $\cos x \cos(5x) = \cos(6x)$ , принадлежащих промежутку  $[0; \pi]$ . Ответ запишите в градусах.

**В47.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos x - \cos y = -\sqrt{2}. \end{cases}$$

В ответе запишите значение  $y$  в градусах  $y \in [0; 360^\circ]$ .

**В48.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = -\sqrt{2}. \end{cases}$$

В ответе запишите значение  $x \in [0; 360^\circ]$  в градусах.

**В49.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \sin x \cos y = -0,5, \\ \cos x \sin y = -0,5. \end{cases}$$
 В от-

вете запишите значение  $x \in [-45^\circ; 0^\circ]$  в градусах.

**В50.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \cos x \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \sin x \sin y = -\frac{\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$$

В ответе запишите значение  $y \in [-60^\circ; 0^\circ]$  в градусах.

**В51.** Укажите наименьшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $\sin x = \frac{a^2}{2} - 4$  имеет хотя бы одно решение.

**В52.** Укажите наименьшее натуральное значение  $a$ , при котором уравнение  $\cos x = \frac{a^2}{2}$  не имеет решений.

## Часть 1

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С53.** Укажите число корней уравнения

$$\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0,$$

принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .

**С54.** Найдите сумму корней уравнения  $\sin(2x)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ . Ответ запишите в градусах.

**С55.** Найдите сумму корней уравнения  $\sin(2\pi x) + 6\cos(\pi x) = 3 + \sin(\pi x)$ , принадлежащих промежутку  $[-20; 20]$ .

**С56.** Найдите сумму корней уравнения  $\cos(2\pi x) - 3\sin(\pi x) + 1 = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 20]$ .

**С57.** Решите уравнение  $\cos(2x) + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$ .

**С58.** Решите уравнение  $\cos(2x) - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$ .

**С59.** Решите уравнение  $\cos\left(x + \frac{41\pi}{4}\right) + \sin(2x) = -2$ .

**С60.** Решите уравнение  $2\cos^2(2x) - \sin(3x) = 3$ .

**С61.** Решите уравнение  $\sin^2 x + 0,25\sin^2(2x) - \sin x \cdot \sin^2(2x) = 0$ .

**С62.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y - 2\sin x = 0, \\ (4\sqrt{\sin x - 1})(3y + 7) = 0. \end{cases}$$

**С63.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y + \cos x = 0, \\ (4\sqrt{\cos x - 1})(2y - 1) = 0. \end{cases}$$

С64. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y + \operatorname{tg} x = 0, \\ (3 \operatorname{tg} x - 1)(2\sqrt{y} - 1) = 0. \end{cases}$$

С65. Укажите наименьшее значение  $b$ , при котором уравнение  $\cos^2 x - (3 + 2b)\cos x + 6b = 0$  имеет хотя бы один корень.

С66. Укажите наименьшее значение  $b$ , при котором уравнение  $\cos^4 x - (3 + 2b)\cos^2 x + 6b = 0$  имеет хотя бы один корень.

С67. При каких значениях параметра уравнение  $\cos^2 x - \cos x + a = 0$  имеет хотя бы одно решение.

С68. Найдите наименьшее натуральное значение  $a$ , при котором уравнение  $\sin^4 x - 6\sin^2 x + a = 0$  не имеет решений.

С69. Решите уравнение  $x^2 + y^2 + \cos^2 x = 2xy$ .

С70. Решите уравнение 
$$\frac{42x^2 + \pi x - \pi^2}{\sqrt{\sin x} + 1} = 0.$$

С71. Решите уравнение 
$$\frac{\sqrt{\sin x} - 1}{2\pi x - \pi^2} = 0.$$

С72. Решите уравнение 
$$\frac{\cos x - \sin x}{4x - \pi} = 0.$$

С73. Решите уравнение 
$$\frac{3\cos x + \cos 2x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0.$$

С74. Решите уравнение 
$$\frac{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}}{3\cos x + \cos 2x - 1} = 0.$$

С75. Решите уравнение 
$$\frac{12\operatorname{ctg} x - 5}{13\sin x - 12} = 0.$$

С76. Решите уравнение 
$$\frac{13\sin x - 12}{12\operatorname{ctg} x - 5} = 0.$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

## Вариант 1

## Часть 1

Ответом в заданиях этой группы может быть целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- B1.** Дано:  $\cos \alpha = -0,8$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Найдите:  $\sin \alpha$ .
- B2.** Какое число из промежутка  $(0; 1,4)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{tg}(\pi x)$ ?
- B3.** Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin x$  на промежутке  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right]$ .
- B4.** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\cos 61^\circ$ .
- B5.** Укажите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\cos(\pi - x) - \sqrt{3} = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- B6.** Найдите значение выражения  $\frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$ , если  $\operatorname{ctg} x = 15$ ,  $\operatorname{ctg} y = -13$ .
- B7.** Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{15}{\sin x - 4}$ .
- B8.** Укажите число корней уравнения  $\frac{\sin x}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}} = 0$ .



- В9.** Укажите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $(a - 2) \sin x = a^2 - 4$  имеет хотя бы одно решение.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С10.** Укажите корни уравнения  $0,5\sin 2x \operatorname{ctg} x - \cos x = \sin^2 x$ , принадлежащие промежутку  $[0; \pi]$ .

## В а р и а н т 2

### Часть 1

Ответом в заданиях этой группы может быть целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Дано:  $\sin = 0,8$  и  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ . Найдите:  $\cos \beta$ .
- В2.** Какое число из промежутка  $(0,4; 1,8)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$ ?
- В3.** Найдите наименьшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .
- В4.** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sin(-4^\circ)$ .
- В5.** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $2\sin(\pi + x) - 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- В6.** Найдите значение выражения  $\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$ , если  $\operatorname{tg} x = 19$ ,  $\operatorname{tg} y = -17$ .

- В7.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{15}{\sin x + 4}$ .
- В8.** Сколько корней имеет уравнение  $\frac{\sin x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}} = 0$ ?
- В9.** Укажите наименьшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $(a + 4)\cos x = a^2 - 16$  имеет хотя бы одно решение.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С10.** Укажите число корней уравнения  $0,5\sin(2x)\operatorname{tg}x - \sin x = \cos^2 x$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; \pi]$ .

## 2. АЛГЕБРА

### 2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* понятие корня степени  $n$ , свойства корня степени  $n$ , понятие степени с рациональным показателем, свойства степени с рациональным показателем.

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Вычислите:  $\sqrt[4]{81 \cdot 0,0001}$ .

**В2.** Вычислите:  $\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{-0,03}$ .

**В3.** Вычислите:  $\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{24}$ .

**В4.** Вычислите:  $3 \cdot \sqrt[3]{-4 \frac{17}{27}}$ .

**В5.** Вычислите:  $(-\sqrt[6]{17})^6$ .

**В6.** Вычислите:  $\left(-3 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{9}}\right)^5$ .

**В7.** Вычислите:  $\sqrt[5]{81 \cdot 96}$ .

**В8.** Найдите значение выражения:  $5^{2x-1} \cdot 5^{-4x}$  при  $x = -0,5$ .

**В9.** Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{-20 \cdot 25 \cdot 128}$ .

**B10.** Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}.$

**B11.** Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{121} \cdot \sqrt[3]{-11}.$

**B12.** Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[6]{16}.$

**B13.** Вычислите:  $\sqrt{\sqrt{104}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{104}+2}.$

**B14.** Найдите значение выражения:  $\frac{1}{7-\sqrt{39}} + \frac{1}{7+\sqrt{39}}.$

**B15.** Вычислите:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5}.$

**B16.** Вычислите:  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + 5^{-3} : 5^{-4}.$

**B17.** Вычислите:  $(1+2^{0,5})^2 - 2^{1,5}.$

**B18.** Вычислите:  $\frac{2^{-2} \cdot 5^4 \cdot 10^{-5}}{2^{-3} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}.$

**B19.** Представьте выражение  $x \cdot \sqrt[4]{x}$  в виде степени с рациональным показателем. В ответе укажите показатель степени.

**B20.** Представьте выражение  $\frac{x^2}{\sqrt[5]{x}}$  в виде степени с рациональным показателем. В ответе укажите показатель степени.

**В21.** Представьте в виде степени с рациональным показателем  $\frac{x \cdot \sqrt[5]{x^2}}{(\sqrt[10]{x})^2}$ . В ответе укажите показатель степени.

**В22.** Вычислите:  $\left(7\sqrt{6\sqrt{6}} + \sqrt[4]{216}\right)^{\frac{4}{3}}$ .

**В23.** Вычислите:  $\left(127\sqrt{2\sqrt[4]{8}} + \sqrt[4]{2\sqrt{32}}\right)^{-\frac{8}{7}} \cdot 1024$ .

**В24.** Упростите выражение  $\frac{6-4\sqrt{3}}{(\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{27})^2}$ .

**В25.** Упростите выражение

$$\left((\sqrt[4]{8}-\sqrt[4]{2})^2+3\right) \cdot \left((\sqrt[4]{8}+\sqrt[4]{2})^2-3\right).$$

**В26.** Вычислите:  $\frac{7\sqrt{30}}{3\sqrt{10}-10\sqrt{3}} + \sqrt{3} + \sqrt{10}$ .

**В27.** Вычислите:  $64^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{324}$ .

**В28.** Найдите значение выражения  $27 \cdot 36^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$ .

**В29.** Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{256} \cdot \sqrt[5]{-27}}{4^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-0,4}}$ .

**В30.** Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{(8-\sqrt{63})^2}}{\sqrt[3]{8+\sqrt{63}}} + \sqrt{63}$ .

**В31.** Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{(6-\sqrt{35})^2}}{\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}} + \sqrt{35}.$

**В32.** Вычислите:  $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}.$

**В33.** Упростите до целого числа выражение

$$\sqrt{10-\sqrt{96}} - \sqrt{10+\sqrt{96}}.$$

**В34.** Выражение  $\sqrt{7-\sqrt{24}} - \sqrt{7+\sqrt{24}}$  является целым числом. Найдите его.

**В35.** Выражение  $\sqrt{3-\sqrt{8}} - \sqrt{2}$  является целым числом. Найдите его.

**В36.** Упростите выражение  $54^{\frac{1}{3}} + 48^{\frac{1}{4}} - \sqrt[4]{243} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3}.$

**В37.** Упростите выражение  $40^{\frac{1}{3}} + 162^{\frac{1}{4}} - 3 \cdot \sqrt[4]{2} - 2 \cdot \sqrt[3]{5}.$

**В38.** Вычислите значение выражения:  $\frac{\sqrt[3]{243} \cdot \sqrt[5]{16}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{-0,6}}.$

**В39.** Упростите выражение  $\frac{8-27^n}{4+2 \cdot 3^n+9^n} + 3^n.$

**В40.** Упростите выражение  $\frac{8^m+27}{4^m-3 \cdot 2^m+9} - 2^m.$

**В41.** Найдите значение выражения  $\left( \frac{x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} + 1}} \right)^2 - 1 + 2x^{-\frac{1}{3}}$

при  $x = 0,008.$

**В42.** Упростите выражение  $\frac{\sqrt{a}-16\sqrt{b}}{\left(a^{\frac{1}{8}}+2b^{\frac{1}{8}}\right)^2+\left(a^{\frac{1}{8}}-2b^{\frac{1}{8}}\right)^2}$  и

найдите его значение при  $a = \frac{1}{16}$ ,  $b = 81$ .

**В43.** Найдите значение выражения  $\left(a^{-\frac{1}{5}}-a^{\frac{4}{5}}\right)\left(a^{\frac{1}{5}}-a^{-\frac{4}{5}}\right)$  при  $a = 10$ .

**В44.** Упростите выражение  $\frac{9x-y}{3x+x^{0,5}y^{0,5}}$  и найдите его значение при  $x = 100$  и  $y = 576$ .

**В45.** Упростите выражение  $\frac{4x-y}{2x+x^{0,5}y^{0,5}}$  и найдите его значение при  $x = 324$  и  $y = 81$ .

**В46.** Упростите выражение  $\frac{\sqrt{a}+5\cdot\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}+5\sqrt{b}}$  и найдите его значение при  $\frac{a}{b} = \frac{81}{256}$ .

**В47.** Упростите выражение  $\frac{3(\sqrt{a}-3\sqrt[4]{ab})}{\sqrt[4]{ab}-3\sqrt{b}}$ , если  $\frac{a}{b} = 7\frac{58}{81}$ .

**В48.** Упростите выражение  $\left(\frac{a^{\frac{5}{6}}-a^{\frac{1}{3}}}{a-1}\right)^{-1}-a^{\frac{1}{6}}$  и найдите

его значение при  $a = 64$ .

**В49.** Упростите выражение  $\left( \frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}}{1 - a^2} \right)^{-1} - a^{\frac{2}{3}}$  и найдите

его значение при  $a = 0,001$ .

**В50.** Найдите значение выражения  $\frac{x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}} + 1}{x^{\frac{1}{4}} - 1}$   
при  $y = 39\frac{1}{16}$ .

**В51.** Упростите выражение  $\frac{x+8y}{x^{\frac{5}{3}} - 2x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{1}{3}} + 4xy^{\frac{2}{3}}}$  и найдите

его значение при  $x = 8, y = 27$ .

**В52.** Упростите выражение  $\frac{9xy^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{5}{3}}}{27y - x}$  и найдите

его значение при  $x = 8, y = 64$ .

**В53.** Упростите выражение  $\frac{4 \cdot \sqrt[4]{9k} - 2\sqrt{9k}}{-2 + \sqrt[4]{9k}} : \sqrt[4]{9k}$ .

**В54.** Упростите выражение  $\frac{9 \cdot \sqrt[3]{8m} - 3 \cdot \sqrt[6]{8m}}{2 - 6 \cdot \sqrt[6]{8m}} : \sqrt[6]{8m}$  и най-

дите его значение при  $m = 2000$ .

**В55.** Упростите выражение  $\left( \frac{3x^{\frac{1}{2}}}{3 - x^{\frac{1}{2}}} + 3 \right) \left( 9 - 6x^{\frac{1}{2}} + x \right)$  и

найдите его значение при  $x = 169$ .



**В56.** Упростите выражение  $7 \cdot \left( \frac{a-16b}{\sqrt{a}-4\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{a}-64b\sqrt{b}}{a-16b} \right)$

и найдите его значение при  $a = 4$  и  $b = 0,04$ .

**В57.** Найдите значение выражения

$$\left( (x^{0,5} + 2)^2 - 4(x^{0,5} + 2) + 4 \right)^2$$

при  $x = \sqrt{2000}$ .

**В58.** Найдите значение выражения

$$\left( \left( x^{\frac{1}{3}} - 1 \right)^3 + 3 \cdot \left( x^{\frac{1}{3}} - 1 \right)^2 + 3 \cdot \left( x^{\frac{1}{3}} - 1 \right) + 1 \right)$$

при  $x = 200$ .

**В59.** Найдите значение выражения

$$\sqrt[4]{(3x-12)^4} - \sqrt[4]{(3x+12)^4}$$

при  $x < -200$ .

**В60.** Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{(2x-1)^4} - \sqrt[4]{(2x+1)^4}$

при  $x > 200$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С61.** Найдите значение выражения  $\sqrt{19-a} + \sqrt{10-a}$ ,  
если  $\sqrt{19-a} - \sqrt{10-a} = 1$ .

**С62.** Найдите значение выражения  $\sqrt{42-a^4} - \sqrt{10-a^4}$ ,  
если  $\sqrt{42-a^4} + \sqrt{10-a^4} = 8$ .

**С63.** Найдите значение выражения  $\sqrt{32-a^4+14a^2}$ , если  $\sqrt{2+a^2}+\sqrt{16-a^2}=6$ .

**С64.** Упростите до целого числа выражение

$$(2\sqrt{6}-5)^2-10\sqrt{49-20\sqrt{6}}.$$

**С65.** Упростите до целого числа выражение

$$(4-3\sqrt{2})^2+8\sqrt{34-24\sqrt{2}}.$$

**С66.** Упростите до целого числа выражение

$$\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}-\sqrt{3}.$$

**С67.** Упростите до целого числа выражение

$$\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}}+\sqrt{2}.$$

**С68.** Значение выражения

$$50 \cdot \left( \sqrt{x-6\sqrt{x-9}} - \sqrt{x+6\sqrt{x-9}} \right)$$

при  $x = 9,0169$  является целым числом. Найдите его.

**С69.** Найдите значение выражения

$$\sqrt{x-4\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+4\sqrt{x-4}}$$

при  $x = 2000$ .

**С70.** Упростите выражение

$$\sqrt[4]{(1-2x+x^2)(x^2-1)(x-1)} \cdot \frac{\sqrt[4]{x+1}}{x^2+2x-3}$$

при  $x \in [-1; 0]$ .

**С71.** Сравните  $\sqrt{2004} + \sqrt{2007}$  и  $\sqrt{2005} + \sqrt{2006}$ .

**С72.** Верно ли, что число  $\frac{\sqrt{|8\sqrt{3}-14|} - \sqrt{14+8\sqrt{3}}}{\sqrt{6}}$  является целым числом?

**С73.** Найдите значение выражения

$$a^{\frac{2}{3}} + 4a^{0,5} + 6a^{\frac{1}{3}} + 4a^{\frac{1}{6}} + 1$$

при  $a = 729$ .

## 2.2. Иррациональные уравнения

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* приемы решения иррациональных уравнений — разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков; использование нескольких приемов при решении иррациональных уравнений; системы, содержащие одно или два иррациональных уравнения; уравнения с параметром, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Решите уравнение  $\sqrt{8 - \frac{x}{4}} = 6$ .

**В2.** Вычислите сумму корней уравнения  $\sqrt[3]{x^2 - 2x} = 2$ .

**В3.** Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt[3]{35 - x^2} = 2.$$

- B4.** Решите уравнение  $\sqrt[4]{x^2-5} = \sqrt[4]{4x}$ .
- B5.** Найдите среднее арифметическое корней уравнения  $\sqrt[3]{x^2-5} = \sqrt[3]{4x}$ .
- B6.** Найдите среднее арифметическое корней уравнения  $\sqrt[3]{x^2+4x+6} = 3$ .
- B7.** Решите уравнение  $x^2 - 6x + \sqrt{x-4} = \sqrt{x-4} - 5$ .
- B8.** Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $x^2 - 5x + \sqrt{2-x} = 6 + \sqrt{2-x}$ .
- B9.** Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $12x^2 - 5x - 2 = 0 \cdot \sqrt{0,2-x}$ .
- B10.** Решите уравнение  $\sqrt{x+16} - x + 4 = 0$ .
- B11.** Решите уравнение  $\sqrt{3-2x} = 6+x$ .
- B12.** Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $(x-7,1)\sqrt{x-19,6} = 0$ .
- B13.** Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $\sqrt{17,2-x} = x-17,2$ .
- B14.** Укажите число корней уравнения 
$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-6} \cdot \sqrt{x^2-25} = 0.$$
- B15.** Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $\sqrt{4x+2} - x = 0$ .

**В16.** Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $\sqrt{1-2x} + x = 0$ .

**В17.** Решите уравнение  $\sqrt{x^2-6} = \sqrt{-5x}$ .

**В18.** Укажите число корней уравнения  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-6} = 4$ .

**В19.** Решите уравнение

$$\sqrt{x^2+3x-4} + \sqrt{x^3+12x^2-11x-2} = 0.$$

**В20.** Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt[3]{(x^2+2)^3} = 3x.$$

**В21.** Найдите произведение корней уравнения

$$(2x-3) \cdot \sqrt[3]{2x^2-5x+2} = 0.$$

**В22.** Найдите сумму корней уравнения

$$(x+1) \cdot \sqrt{2x^2+5x+2} = 0.$$

**В23.** Решите уравнение  $\sqrt{x^3-7x+4} = x-2$ . В ответе укажите целое число, ближайшее к корню уравнения.

**В24.** Решите уравнение  $\sqrt{4x+2} - x = 0$ . В ответе укажите целое число, ближайшее к корню уравнения.

**В25.** Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt{2x^2-2} = 5-x^2.$$

**В26.** Найдите разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения  $\sqrt{13-x^2} = 7-x^2$ .

**В27.** Найдите произведение корней уравнения

$$10 \cdot \sqrt[6]{x} - 3 \cdot \sqrt[3]{x} - 3 = 0.$$

**В28.** Найдите произведение корней уравнения

$$4 - 9 \cdot \sqrt[4]{x} + 2 \cdot \sqrt{x} = 0.$$

**В29.** Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 3x + 11} - 5 = x^2 - 3x$ . В ответе укажите среднее арифметическое его корней.

**В30.** Найдите наименьший корень уравнения

$$x^2 + 3 = 1,5(x + 4) + \sqrt{2x^2 - 3x + 2}.$$

**В31.** Решите уравнение  $\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 1 = 2\sqrt{\frac{x-1}{x}}$ . В ответе укажите число корней.

**В32.** Найдите среднее арифметическое корней уравне-

ния  $\sqrt{\frac{x^2-1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^2-1}} = 1,5$ .

**В33.** Решите уравнение  $\sqrt[3]{x+2-2x^2} - x = 0$ . В ответе укажите разность между наибольшим и наименьшим корнем.

**В34.** Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt[4]{(x+1)^4} = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}.$$

**В35.** Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt[4]{(x-2)^4} = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}.$$

**В36.** Укажите число корней уравнения

$$\sqrt{(x^2 - x - 6)^2} = x - 2.$$

**В37.** Укажите число корней уравнения

$$\left(\sqrt{x^2 - x - 6}\right)^2 = x - 2.$$

**В38.** Решите уравнение  $\left(\sqrt{x^2 + 4x}\right)^2 = 9x + 6.$

**В39.** Найдите среднее арифметическое корней уравне-

ния  $\sqrt[3]{(x^2 - x - 6)^3} = x - 2$

**В40.** Решите уравнение  $\sqrt{5x - 4} = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}}.$

**В41.** Решите уравнение  $\sqrt{4x + 5} = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}.$

**В42.** Укажите число корней уравнения  $\sqrt{x + 17} = 200x.$

**В43.** Укажите число корней уравнения  $\sqrt[3]{x} = 0,1x.$

**В44.** Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{3}} = x + 200.$

**В45.** Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{3}} = (x - 200)^2.$

**В46.** Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{3}} = -(x - 200)^2.$

**В47.** Укажите число корней уравнения  $\sqrt[5]{x} = x^2 + 200.$

**В48.** Укажите число корней уравнения  $\sqrt[7]{x+200} = x^{200}$ .

**В49.** Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{7}} + 200 = x^{200}$ .

### Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С50.** Решите уравнение  $\sqrt{3x+7} + \sqrt{x+6} + \sqrt{17x-15} = 13$ .

**С51.** Решите уравнение  $\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2} = 5$ .

**С52.** Решите уравнение  $\sqrt{129-x} = 3x-13$ .

**С53.** Решите уравнение  $\sqrt{x-7} + \sqrt{3-x} = 92$ .

**С54.** Решите уравнение

$$\sqrt{11x+3} - \sqrt{2-x} - \sqrt{9x+7} + \sqrt{x-2} = 0.$$

**С55.** Решите уравнение

$$\sqrt{9-x^2} + \sqrt{x^2-2x-15} + (x+3)(2000-x) = 0.$$

**С56.** Решите уравнение  $\sqrt{x^3-3x+1} - x = -1$ .

**С57.** Решите уравнение  $x^2 + 4x + 25 + 6(x + \sqrt{x+5}) = 0$ .

**С58.** Решите уравнение  $x^2 + 36 + 3(4x + \sqrt{x+6}) = 0$ .

**С59.** Решите уравнение

$$\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}} = 2.$$



**С60.** Решите уравнение

$$\sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}.$$

**С61.** Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \sqrt{x-y+5} = 3, \\ \sqrt{x+y-5} = 11-2x. \end{cases}$$

**С62.** Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \sqrt{x+3y+1} = 2, \\ \sqrt{2x-y+2} = 7y-6. \end{cases}$$

**С63.** Решите уравнение  $\sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{x+15} = 2$ .

**С64.** Решите уравнение  $\sqrt{x^2+4x+8} = 2 - \sqrt{x^2-4}$ .

**С65.** Решите уравнение  $(x+2000)\sqrt{x-a} = 0$  при всех значениях  $a$ .

**С66.** Решите уравнение  $(x-a)\sqrt{x-2000} = 0$  при всех значениях  $a$ .

**С67.** При каких значениях  $a$  уравнение

$$(x^2+4x+3)\sqrt{x-a} = 0$$

имеет ровно два решения?

**С68.** При каких значениях  $a$  уравнение

$$(x-a)\sqrt{x^2-4x+3} = 0$$

имеет единственное решение?

**С69.** Укажите наибольшее целое значение параметра  $a$ , при котором уравнение  $\sqrt{x-a} = x+4$  имеет единственное решение.

- С70.** Укажите наименьшее целое значение параметра  $a$ , при котором уравнение  $\sqrt{x+2a} = x-3$  имеет единственное решение.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

### Вариант 1

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Вычислите:  $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$ .
- В2.** Вычислите:  $(-2\sqrt[3]{2})^6$ .
- В3.** Вычислите:  $\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}$ .
- В4.** Представьте в виде степени с рациональным показателем  $\frac{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}{x}$ . В ответе укажите показатель степени.
- В5.** Решите уравнение  $\sqrt{19-x^2} = 3$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)
- В6.** Решите уравнение  $\sqrt{x^2-5} = \sqrt{4x}$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**В7.** Найдите значение выражения  $\sqrt{a^2} + \sqrt{16b^2} + 4b$  при  $a = -2000$ ,  $b = -3000$ .

**В8.** Найдите сумму корней уравнения

$$(x-1)\sqrt{2-3x-2x^2} = 0.$$

**В9.** Упростите выражение  $\frac{x-16}{x+x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+4}{x^{1,5}-1}$  и найдите его значение при  $x = 2,25$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С10.** Решите уравнение

$$\sqrt{x^2-5x+6} - 5 + \frac{1}{x}(\sqrt{5x-x^2-6} + 10) = 0.$$

## Вариант 2

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Вычислите:  $810000^{0,25}$ .

**В2.** Вычислите:  $(-3\sqrt{2})^4$ .

**В3.** Вычислите:  $\sqrt[4]{144} \cdot \sqrt[4]{9}$ .

**В4.** Представьте в виде степени с рациональным показателем:  $\frac{\sqrt{x^5\sqrt{x}}}{x}$ . В ответе укажите показатель

степени.

**В5.** Решите уравнение  $\sqrt{36-x^2} = 3$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**В6.** Решите уравнение  $\sqrt{7-x^2} = \sqrt{-6x}$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**В7.** Найдите значение выражения  $\sqrt{9a^2} + \sqrt{b^2} + 3a$  при  $a = -1000$ ,  $b = -2000$ .

**В8.** Найдите сумму корней уравнения

$$(2x-3)\sqrt{2x^2-5x+2} = 0.$$

**В9.** Упростите выражение  $\frac{x-9}{x-x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+3}{x^{1,5}+1}$  и найдите его значение при  $x = 6,25$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С10.** Решите уравнение

$$\sqrt{x^2-4x+3}-1+\frac{1}{x}\left(\sqrt{4x-x^2-3}+3\right)=0.$$

### 2.3. Преобразования логарифмических выражений

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* понятие логарифма, свойства логарифмов (логарифм произведения и сумма логарифмов, логарифм частного и разность логарифмов, логарифм степени и произведение числа и логарифма, формула перехода от одного основания логарифма к другому, логарифм произведения и частного степеней, сумма и разность логарифмов с одинаковыми основаниями, сумма и разность логарифмов с различными основаниями, основное логарифмическое тождество, другие комбинации свойств логарифмов, десятичные и натуральные логарифмы, тождественные преобразования логарифмических выражений).

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Вычислите:  $\log_{0,3} \frac{1}{0,09}$ .

**В2.** Вычислите:  $\log_2 \log_2 \sqrt[4]{2}$ .

**В3.** Вычислите:  $\log_{625} 25$ .

**В4.** Вычислите:  $\log_5 125$ .

**В5.** Вычислите:  $\log_6 8 - \log_6 2 + \log_6 9$ .

**В6.** Вычислите:  $\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$ .

**В7.** Найдите значение выражения  $\log_3 81 - \log_3 27$ .

**B8.** Найдите значение выражения

$$\log_3 15 - \log_3 \frac{5}{9} + \log_3 \frac{1}{81}.$$

**B9.** Вычислите:  $\log_{35} 7 + \frac{1}{\log_5 35}$ .

**B10.** Укажите значение выражения  $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7} + 3^{\log_3 7}$ .

**B11.** Укажите значение выражения  $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7} + 3^{\log_{\sqrt{3}} 7}$ .

**B12.** Укажите значение выражения  $\log_{36} 16 - \log_6 \frac{1}{9}$ .

**B13.** Вычислите:  $(\sqrt{5})^{\log_5 16}$ .

**B14.** Вычислите:  $2^{\log_{\sqrt{2}} 3}$ .

**B15.** Найдите значение выражения  $10^{1-\lg 5}$ .

**B16.** Укажите значение выражения  $(\sqrt{6})^{\frac{2}{\log_9 6}}$ .

**B17.** Найдите значение выражения

$$(\log_5 36 + \log_5 2 - \log_5 8) \cdot \log_9 \frac{1}{25}.$$

**B18.** Найдите значение выражения

$$\log_3 12 - \log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4.$$

**B19.** Укажите значение выражения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{4\log_1 \frac{2}{3}}$ .

**B20.** Укажите значение выражения  $\log_8 \log_4 \log_2 16$ .

**B21.** Укажите значение выражения  $\log_2 \frac{2}{3} + \log_4 \frac{9}{4}$ .

**B22.** Укажите значение выражения  $\log_{0,5} 32 - \log_7 \frac{\sqrt{7}}{49}$ .

**B23.** Укажите значение выражения  $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}}$ .

**B24.** Укажите значение выражения

$$2^{\log_8 125} + \log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}.$$

**B25.** Укажите значение выражения  $\frac{\lg 128}{\lg 4}$ .

**B26.** Укажите значение выражения  $\log_6 \frac{36}{a}$ , если  $\log_6 a = -6$ .

**B27.** Найдите значение выражения  $\log_c (16c^2)$ , если  $\log_c 2 = -3$ .

**B28.** Найдите значение выражения  $\log_a \frac{81}{a^4}$ , если  $\log_a 3 = 2$ .

**B29.** Найдите значение выражения

$$(0,1)^{\lg 0,1} - 10^{\log_{1000} 64} + 10 \cdot 100^2^{\frac{1}{2} \lg 9 - \lg 2}.$$

**B30.** Найдите значение выражения

$$3 \log_2 49 \cdot \log_7 2 - 2^{\lg 2} \cdot 5^{\lg 2}.$$

**В31.** Найдите значение выражения

$$4\sqrt{3} + 5^{\log_5 \frac{3}{5}} - 15^{0,5 + \log_{15} \frac{4}{\sqrt{5}}}.$$

**В32.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3\log_2 2}.$

**В33.** Найдите значение выражения

$$\log_9 15 + \log_9 18 - 2\log_9 \sqrt{10}.$$

**В34.** Найдите значение выражения

$$6\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7.$$

**В35.** Найдите значение выражения

$$\log_2 14 - \log_2 5 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 7.$$

**В36.** Найдите значение выражения

$$(\log_3 4 + \log_2 9)^2 - (\log_3 4 - \log_2 9)^2.$$

**В37.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}.$

**В38.** Найдите значение выражения

$$\log_4 24 - \log_4 9 \cdot \log_9 13 \cdot \log_{13} 6.$$

**В39.** Найдите значение выражения

$$(\log_7 22 - \log_7 12 + \log_7 6) \cdot \log_{11} 7.$$

**В40.** Найдите значение выражения  $3^{\log_5 7} - 7^{\log_5 3}.$

**В41.** Найдите значение выражения  $9^{\log_3 (1+0,5+0,25+\dots)}.$



**В42.** Упростите:  $6^{-0,5+\log_6 \frac{\sqrt{3}}{2}} - 2^{-0,5+\log_2 0,5}$ .

**В43.** Упростите:  $\frac{1-\lg^2 5}{2\lg \sqrt{10}-\lg 5} - \lg 5$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С44.** Вычислите:  $\log_{3\sqrt{2}} \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt{12}}$ , если  $\log_9 6 = a$ .

**С45.** Вычислите:  $\log_{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{18}}{\sqrt[3]{12}}$ , если  $\log_4 6 = a$ .

**С46.** Найдите значение выражения

$$\frac{\log_7^2 14 + \log_7 14 \cdot \log_7 2 - 2\log_7^2 2}{\log_7 14 + 2\log_7 2}.$$

**С47.** Найдите значение выражения

$$\frac{2\log_3^2 2 - \log_3^2 18 - (\log_3 2)\log_3 18}{2\log_3 2 + \log_3 18}.$$

**С48.** Найдите значение выражения

$$\left[ \left( \frac{\log_4^2 3 + 1}{2\log_4 3} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{\log_4^2 3 + 1}{2\log_4 3} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sqrt{2\log_4 3}.$$

**С49.** Найдите значение выражения

$$\left[ \left( \frac{\log_3^2 4 + 1}{2\log_3 4} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{\log_3^2 4 + 1}{2\log_3 4} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sqrt{2\log_3 4}.$$

**С50.** Найдите значение выражения

$$\left( \left( \log_4^4 3 + \log_3^4 4 + 2 \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

**С51.** Найдите значение выражения

$$\left( \left( \log_3^4 2 + \log_2^4 3 + 2 \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

## 2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* решение логарифмических уравнений, приемы решения логарифмических уравнений (разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков), использование нескольких приемов при решении логарифмических уравнений, решение комбинированных уравнений, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля, уравнения с параметром; системы, содержащие одно или два логарифмических уравнения; логарифмические неравенства.

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Решите уравнение  $11 \cdot 2^{\log_2 x} = x + 70$ .

**В2.** Решите уравнение  $13^{\log_{13}(x+7)} = 2x - 20$ .

**В3.** Решите уравнение  $\log_3 x + \log_3 2 = \log_3 54$ .

**В4.** Решите уравнение  $\log_{0,3} x + \log_{0,3} 5 = \log_{0,3} 55$ .

**В5.** Решите уравнение  $\log_7(x+8) - \log_7 11 = \log_7 2$ .

**В6.** Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{7}}(2x+5) - \log_{\frac{1}{7}} 6 = \log_{\frac{1}{7}} 2$ .

**В7.** Решите уравнение  $\log_7(2x + 5) = 2$ .

**В8.** Решите уравнение  $\log_2(2x + 5) = 7$ .

**В9.** Решите уравнение  $\log_2(2x - 5) = -1$ .

**В10.** Решите уравнение  $\log_{0,4}(6-x) = -1$ .

**В11.** Решите уравнение  $\log_2(\log_7 x) = 0$ .

**В12.** Решите уравнение  $\log_7(\log_2 x) = 0$ .

**В13.** Решите уравнение  $\log_5(\log_2(\log_7 x)) = 0$ .

**В14.** Решите уравнение  $\log_7(\log_2(\log_5 x)) = 0$ .

**В15.** Решите уравнение  $\log_4(x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = \frac{1}{2}$ . (Если

уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**В16.** Решите уравнение

$$\log_3(x+2) = (\log_5(x+7)) \cdot \log_3(x+2).$$

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**B17.** Решите уравнение

$$\log_5(x-4) = (\log_3(x+2)) \cdot \log_5(x-4).$$

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**B18.** Решите уравнение  $\log_5 x^2 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**B19.** Решите уравнение  $\log_2 x^2 = 5$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**B20.** Решите уравнение  $\log_x 16 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**B21.** Решите уравнение  $\log_{-x} 16 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**B22.** Решите уравнение  $\log_{x^2} 16 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**B23.** Решите уравнение  $\log_{x^2} 81 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**B24.** Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\log_2(2x) \leq \log_2(x+4)$ .

- В25.** Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\log_3(2x-3) \leq \log_3(x+9)$ .
- В26.** Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\log_{0,5}(3x) \geq \log_{0,5}(x+16)$ .
- В27.** Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\log_{0,2}(4x-6) \geq \log_{0,2}(x+33)$ .
- В28.** Найдите сумму всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\lg x \leq 1$ .
- В29.** Найдите произведение всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\log_{0,5} x \geq -2$ .
- В30.** Найдите сумму всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\log_3 x < 2$ .
- В31.** Найдите произведение всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\log_{\frac{1}{3}} x \geq -1$ .
- В32.** Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+3x+12) < \log_{\frac{1}{3}}(9-x)$ .
- В33.** Найдите сумму целых решений неравенства  $\log_2 \frac{7}{x} > 1$ .
- В34.** Сколько целых чисел, принадлежащих отрезку  $[7; 17]$ , являются решением неравенства  $\log_{0,5}(7x^{-1}) > 1$ ?
- В35.** Найдите наименьшее натуральное решение неравенства  $\log_3 \frac{x-7}{2x-5} < 0$ .

- В36.** Решите уравнение  $2\log_4^2 x - \log_4 x - 1 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)
- В37.** Решите уравнение  $2\log_4 x - \sqrt{\log_4 x} - 1 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)
- В38.** Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций  $y_1 = \log_3(2x - 1)$  и  $y_2 = 2 - \log_3(x + 1)$ .
- В39.** Найдите ординату точки пересечения графиков функций  $y_1 = \log_3(x + 2)$  и  $y_2 = \log_3(x - 6)$ .
- В40.** Найдите сумму целых чисел, входящих в область определения функции  $y = \sqrt{1 - \log_3 x}$ .
- В41.** Найдите произведение целых чисел, входящих в область определения функции  $y = \sqrt{\log_{0,5} x + 2}$ .
- В42.** Найдите наименьшее целое число, входящее в область определения функции  $y = \frac{1}{\log_2(x - 3)}$ .
- В43.** Укажите число корней уравнения  $\log_{0,7}(x^4 + 1) = \log_{0,7}(2x^2)$ .
- В44.** Укажите число корней уравнения  $\log_{\frac{1}{3}}(x^4 - 1) = \log_{\frac{1}{3}}(2x^2 - 2)$ .
- В45.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $8^{\log_8(3-2x)} \geq -3$ .

**В46.** Сколько целых чисел являются решением неравенства  $8^{\log_8(3-2x)} \leq 8$ ?

**В47.** Решите уравнение  $\log_2(x-2) + 0,5\log_2(5-4x)^2 = 0$ .  
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**В48.** Решите уравнение  $\log_5(2-x) + 0,5\log_5(4x-11)^2 = 0$ .  
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**В49.** Найдите значение выражения  $x + y$ , если  $(x; y)$  — решение системы 
$$\begin{cases} 4\log_2 x + 5\log_5 y = 3, \\ 2\log_2 x + 5\log_{0,2} y = 9. \end{cases}$$

**В50.** Укажите сумму целых решений неравенства  $\log_3 x > \log_3(5-x)$ .

**В51.** Укажите число целых решений неравенства  $\log_{\frac{1}{7}}(2x+3) < \log_{\frac{1}{7}}(3x-2)$ .

**В52.** Укажите число корней уравнения  $\log_2(x-6) = 0,5\log_2 x$ .

**В53.** Найдите произведение корней уравнения  $2^{|\log_2 x|} = 3$ .

**В54.** Решите уравнение  $10^{1-\lg x} = 100^{2+\lg x}$ .

**В55.** Решите неравенство

$$\log_3(x+7) < \log_3(5-x) - \log_{\frac{1}{3}}(3-x).$$

В ответе укажите число целых решений неравенства.

**В56.** Решите уравнение  $\log_5^3 x + 3\log_5^2 x = -\frac{1}{\log_x \sqrt{5}}$ . В ответе запишите число корней уравнения.

**В57.** Решите уравнение  $\log_2(3-x) = 6x^{205} - 5$ .

**В58.** Решите неравенство

$$\log_2 24 \geq \log_2(16-x) + \log_2(2x-6).$$

В ответе укажите число целых решений неравенства.

**В59.** Укажите сумму корней уравнения

$$\lg x^2 + \lg(x+4)^2 = -\lg \frac{1}{9}.$$

**В60.** Укажите сумму корней уравнения

$$\log_4(7-x)^2 + \log_4(5-x)^2 = 4 + \log_4(x-5)^2.$$

**В61.** Укажите число корней уравнения

$$\log_3 x^2 + \log_{\sqrt{3}}(x-8) = 4.$$

**В62.** Укажите число корней уравнения

$$\log_2 x^2 + \log_2(x+3)^2 = 2.$$

**В63.** Укажите число корней уравнения

$$\log_3(5-x) = \sqrt{x-1}.$$

**В64.** Найдите сумму корней уравнения

$$(3^{x^2} - 81) \lg(1-x) = 0.$$



**В65.** Укажите сумму корней уравнения

$$\log_2^3 x - 3\log_2^2 x = \frac{10}{\log_x 2}.$$

**В66.** Укажите число корней уравнения

$$\log_3^3 x - 2\log_3^2 x = 1 - \frac{1}{\log_x \sqrt{3}}.$$

**В67.** Укажите число корней уравнения  $\log_{0,5} \frac{x}{32} = 2^x$

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С68.** Решите уравнение  $\lg^2(x^2 + 3x + 3) + \sqrt{x^2 - 4x - 5} = 0$ .

**С69.** Решите уравнение  $\lg^2(x^2 + x - 5) + \sqrt{-x^3 + 9x - 10} = 0$ .

**С70.** Решите уравнение

$$\lg^2(2x^3 + x^2 - 13x + 7) + \log_5^2(2x^2 + 5x - 2) = 0.$$

**С71.** Решите уравнение  $\log_3^2(17x^3 - 10x^2 + 1) + \sqrt{5^{x^2} - 1} = 0$ .

**С72.** Решите уравнение

$$\log_3^2(25x^3 - 24x^2 - 1) + \sqrt{5^{x^2} - 5} = 0.$$

**С73.** Решите уравнение  $\log_{2x-1}(x^2 + 3x - 1) = 2$ .

**С74.** Решите уравнение

$$\log_{1-2x}(6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-3x}(4x^2 - 4x + 1) = 2.$$

**C75.** Решите неравенство  $\log_{x-1}(x+2) \leq 0$ .

**C76.** Решите неравенство  $\log_{|x|-1}|x+2| \leq 0$ .

**C77.** Решите неравенство  $\log_{\sqrt{7}-\sqrt{3}}(4x-x^2-2) \geq 0$ .

**C78.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \lg^2 x - \lg^2 y = 1, \\ \log_2 x - \log_2 y = \log_2 5 + 1. \end{cases}$$

**C79.** 
$$\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \geq 0 \\ \log_4(x^2 - 2x) \leq 1,5 \end{cases}$$

**C80.** 
$$\begin{cases} 3 \cdot 4^x - 7 \cdot 2^x + 2 \geq 0 \\ \log_9(x^2 - 6x) \leq 1,5 \end{cases}$$

**C81.** Решите уравнение  $\frac{\sin^2 x + \sin 2x}{\log_2(-\cos x)} = 0$ .

**C82.** Решите уравнение  $\frac{\log_2(-\cos x)}{\sin^2 x + \sin 2x} = 0$ .

**C83.** Решите неравенство

$$\log_{5-x}(81 - 18x + x^2) \leq 2\log_{5-x}(-9 - x^2 + 10x).$$

**C84.** Решите неравенство

$$2\log_{5-x}(9 - x) \leq \log_{5-x}(-9 - x^2 + 10x)^2.$$

**C85.** Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{5-x}}(9 - x) \leq 2\log_{5-x}(-9 - x^2 + 10x);$$

**C86.** Решите неравенство  $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_{\frac{x}{3}} 3}{\log_{\frac{x}{27}} 9} \leq 3$ .

**C87.** Решите неравенство  $\frac{\log_{0,1x} 10 \cdot \lg(10x)}{\log 0,01x^{10}} \leq 2$ .

**C88.** Решите неравенство  $\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3)^4 + \log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} \geq 3$ .

**C89.** Решите неравенство  $2\log_9(x-7) \cdot \log_{81}(x-3)^4 + \log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} \geq 3$ .

**C90.** Решите неравенство  $4\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3) + \log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} \geq 3$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

### Вариант 1

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**B1.** Найдите значение выражения

$$\log_2 12 + \log_2 6 - \log_2 18.$$

**B2.** Вычислите:  $64^{\log_{0,5} \sqrt[3]{5}}$ .

**B3.** Решите уравнение  $\log_2 x = -2$ .

**B4.** Укажите сумму всех целочисленных решений неравенства  $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 0$ .

- В5.** Найдите произведение всех целых чисел, входящих в область определения функции

$$y = \log_{0,5}(5x - x^2).$$

- В6.** Найдите значение выражения

$$\left(\sqrt{\sin^2 60^\circ - 2\log_5 \sqrt[4]{5}}\right)^{-1}.$$

- В7.** Укажите наименьшее целое решение неравенства

$$\log_{0,2} \frac{1}{x-1} \geq -1.$$

- В8.** Найдите ординату точки пересечения графиков функций  $y = \log_2 x$  и  $y = 5 - \log_2(x + 14)$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С9.** Вычислите:  $2\log_4(8(\sqrt{7} - \sqrt{3})) + \log_4(10 + 2\sqrt{21})$ .

- С10.** Для каждого значения параметра  $a$  решите уравнение  $\log_2(x^2 - x + a) = \log_2(a - 3x)$ .

## Вариант 2

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Найдите значение выражения

$$\log_2 6 + \log_2 3 - \log_2 9.$$

**В2.** Вычислите:  $128^{\log_{0,5} \sqrt[7]{10}}$ .

**В3.** Решите уравнение  $\log_3 x = -2$ .

**В4.** Укажите произведение всех целочисленных решений неравенства  $\log_{\frac{1}{3}} x > 0$ .

**В5.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции  $y = \log_{0,2}(3x - x^2)$ .

**В6.** Найдите значение выражения

$$\left( \sqrt{3 \log_7 \sqrt[4]{7} - \cos^2 45^\circ} \right)^{-2}.$$

**В7.** Укажите наименьшее целое решение неравенства

$$\log_{0,5} \frac{1}{x+2} \geq -1.$$

**В8.** Найдите ординату точки пересечения графиков функций  $y = \log_2 x$  и  $y = 5 - \log_2(x + 4)$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С9.** Вычислите:  $2 \log_4 \left( 8(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \right) + \log_4 (12 + 2\sqrt{35})$ .

**С10.** Для каждого значения параметра  $a$  решите уравнение  $\log_2(x^2 - 3x - a) = \log_2(5x - a)$ .

## 2.5. Показательные уравнения и неравенства

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* степень с рациональным показателем, свойства степени с рациональным показателем; логарифм, общие приемы решения показательных уравнений (разложение на множители, замена переменных, использование свойств функций, использование графиков), решение показательных уравнений, использование нескольких приемов решений уравнений, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля, уравнения с параметром; системы, содержащие одно или два показательных уравнения, показательные неравенства, решение комбинированных уравнений и неравенств, системы неравенств.

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Укажите наибольшее решение неравенства

$$2^{\sqrt{5-x}} > -6.$$

**В2.** Укажите наименьшее решение неравенства

$$2^{\sqrt{x+7}} > -1.$$

**В3.** Решите уравнение  $2^x = 0,5$ .

**В4.** Решите уравнение  $5^{2x-1} = 625$ .

**В5.** Решите уравнение  $3^{x+5} = \frac{1}{9}$ .

**В6.** Сколько корней имеет уравнение  $3^{x+5} = -\frac{1}{9}$ ?

**В7.** Решите уравнение  $(\sqrt[10]{3})^x = 27$ .

**В8.** Решите уравнение  $3^{\frac{5x-1}{5x+2}} = 81$ .

**В9.** Найдите наибольшее натуральное решение неравенства  $3^{x-5} < 81$ .

**В10.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $5^{x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$ .

**В11.** Укажите наибольшее целое число, не удовлетворяющее неравенству  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$ .

**В12.** Сколько целочисленных решений неравенства  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} < 1$  принадлежит отрезку  $[-5; 5]$ ?

**В13.** Решите уравнение  $4^x = 64^\circ$ .

**В14.** Укажите наибольшее целое решение, не удовлетворяющее неравенству  $2^{x+2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{x}}$ .

**В15.** Решите уравнение  $0,04 \cdot (0,2)^{x-4} = 5^x$ .

**В16.** Сколько целочисленных решений неравенства  $9^x - 3^x - 72 > 0$  принадлежит отрезку  $[-4; 4]$ ?

**В17.** Решите неравенство  $\sqrt{5^x - 25} \leq 0$ .

**В18.** Укажите наименьшее целое решение неравенства  $7^x - 6 \cdot (\sqrt{7})^x - 7 > 0$ .

**B19.** Решите уравнение  $3^x = 27 \cdot \sqrt[4]{9}$ .

**B20.** Решите уравнение  $2^x = 16 \cdot \sqrt[5]{8}$ .

**B21.** Сколько целочисленных решений неравенства  $2^{x^2} \geq 16$  содержится в отрезке  $[-3; 3]$ ?

**B22.** Сколько целых чисел входит в область определения функции  $y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x+2}{x-2}}} - 3$ ?

**B23.** Решите уравнение  $3 \cdot 4^x - 6^x - 2 \cdot 9^x = 0$ .

**B24.** Укажите количество целых решений неравенства  $(2^x - 1)(25 - 5^x) > 0$ .

**B25.** Укажите количество целых решений неравенства  $(3^x - 1)(81 - 3^x) > 0$ .

**B26.** Укажите количество целых решений неравенства  $\frac{(5^x - 5)(16 - 2^x)}{3^x} \geq 0$ .

**B27.** Решите уравнение  $5^{x^2 + (\sqrt{x})^2 - 1} = 5$ .

**B28.** Укажите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства  $2^{x+2} - 2^{x+1} + 2^{x-1} - 2^{x-2} \leq 9$ .

**B29.** Решите неравенство  $(0,1)^{4x^2 - 2x - 2} \geq (0,1)^{2x - 3}$ .

**B30.** Решите уравнение  $6^x - 7^x = 0$ .



**В31.** Решите уравнение  $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x = 5 \cdot 25^x$ .

**В32.** Решите уравнение  $5 \cdot 4^x + 23 \cdot 10^x - 10 \cdot 25^x = 0$ .

**В33.** Решите уравнение  $4 \cdot 9^x + 13 \cdot 12^x - 12 \cdot 16^x = 0$ .

**В34.** Укажите наименьшее целое решение неравенства  

$$2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x < 5 \cdot 25^x.$$

**В35.** Укажите число целых решений неравенства  

$$2^x + 2^{1-x} - 3 \leq 0.$$

**В36.** Решите уравнение  $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$ .

**В37.** Найдите целое число, являющееся решением неравенства  

$$\frac{2^{x+1} + 1}{2 - 2^{x+1}} \geq 2.$$

**В38.** Решите уравнение  $4^{x+1} + 19 \cdot 2^x - 5 = 0$ .

**В39.** Решите уравнение  $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$ .

**В40.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  

$$2^{5x+6} - 7^{5x+2} - 2^{5x+3} - 7^{5x+1} > 0.$$

**В41.** Укажите число корней уравнения  $3 \cdot 2^{3-2x} = 2^{1-x} + 1$ .

**В42.** Укажите число корней уравнения  

$$3 \cdot 4^{|x|} - 14 \cdot 2^{|x|} + 8 = 0.$$

**В43.** Укажите число корней уравнения  

$$(3^{x^2} - 81) \cdot \sqrt{1-x} = 0.$$

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С44.** При каких значениях  $m$  уравнение

$$2006^{2x} - 4 \cdot 2006^x + m^2 - 3m = 0$$

имеет единственный корень?

**С45.** 
$$\begin{cases} 9^{x+0,5} - 28 \cdot 3^x + 9 \geq 0 \\ 2\log_3 \frac{x-2}{2x+5} + \log_3 (2x+5)^2 \geq 2 \end{cases}$$

**С46.** Решите неравенство  $9^{x+1} + a \cdot 8 \cdot 3^x - a^2 < 0$ .

**С47.** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 3}{3^x - 4} < 0$ .

**С48.** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 5}{3^x - 7} > 0$ .

**С49.** Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 4^{2x-y} + 8 = 6 \cdot 2^{2x} \cdot 2^{-y}, \\ \frac{6x-7-2y}{2x-y-2} = 5-2x+y. \end{cases}$$

**С50.** Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{6x+2y} = 6 - 2^{3x+y}, \\ \frac{6x+7+3y}{3x+y} = 12 - 15x - 5y. \end{cases}$$

**С51.** Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} \frac{2^{x^2} + x^2 - 2}{2^x - 8} < 0, \\ x^2 > 16. \end{cases}$$

**С52.** Решите уравнение  $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x + \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x = 10$ .

**С53.** Решите неравенство  $(1,25)^{1-x} < (0,64)^{2(1+\sqrt{x})}$ .

**С54.** Найдите наибольшее целое  $x$ , не удовлетворяющее неравенству  $5^x + 4 \cdot 3^{x+1} \geq 449$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

### В а р и а н т 1

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Решите уравнение  $3^{x+1} + 5 \cdot 3^x = 72$ .

**В2.** Решите уравнение  $2^x = 8\sqrt{2}$ .

**В3.** Укажите наименьшее целое решение неравенства  $5^{2x+9} > 25$ .

**В4.** Укажите наибольшее натуральное число, не являющееся решением неравенства  $0,5^x \leq \frac{1}{128}$ .

**В5.** Укажите число целых решений неравенства

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+3}{x-2}} \leq 16.$$

**В6.** Найдите корни уравнения  $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$ . Если получили два корня, то в ответе запишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

**В7.** Укажите число корней уравнения

$$(4^{x^2} - 16) \cdot \sqrt{x-1} = 0.$$

**В8.** Укажите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства  $(0,2)^{|2x-1|} \geq \frac{1}{25}$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С9.** Решите уравнение  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4$ .

**С10.** Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 3^{\frac{x+10}{10}} - 13 \cdot 3^{\frac{x}{20}} + 4 \leq 0 \\ \log^2_{x^2} x^4 + \log_3 x^4 \geq 8 \end{cases}$$

## Вариант 2

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Решите уравнение  $2^{x+2} + 7 \cdot 2^x = 88$ .

**В2.** Решите уравнение  $3^x = 9\sqrt{3}$ .

**В3.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $6^{2x-7} < 36$ .

**В4.** Укажите наибольшее целое число, не являющееся решением неравенства  $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{243}$ .

**В5.** Укажите число целых решений неравенства

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x-2}{x+3}} \geq 27.$$

**В6.** Решите уравнение  $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$ . Если получили два корня, то в ответе запишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

**В7.** Укажите число корней уравнения

$$(2^{x^2} - 32) \cdot \sqrt{3-x} = 0.$$

**В8.** Укажите число целых решений неравенства

$$(0,5)^{|3x+1|} \geq \frac{1}{8}.$$

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С9.** Решите уравнение  $(4 + \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^x = 62$ .

**С10.** Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 9^{\frac{x+2}{4}} - 13 \cdot 9^{\frac{x}{8}} + 4 \leq 0 \\ \log_{x^2}^2 x^4 + \log_4 x^4 \geq 8 \end{cases}$$

### 3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

#### 3.1. Производная функции

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* геометрический смысл производной, физический смысл производной, таблица производных, исследование функции с помощью производной.

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Найдите производную функции

$$f(x) = (x + 1)(x + 2) - (x - 1)(x - 3).$$

**В2.** Вычислите  $y'(1)$ , если  $y = x^4 - \frac{1}{x}$ .

**В3.** Вычислите  $y'(0)$ , если  $y = \frac{-2x+1}{4x+2}$ .

**В4.** Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если

$$f(x) = (x - 1)(x^2 + 1)(x + 1).$$

**В5.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $f'(x) > 0$ , если  $f(x) = -x^2 - 4x - 2000$ .

**В6.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $f'(x) < 0$ , если  $f(x) = x^2 + 8x + 2000$ .

**В7.** Найдите абсциссу точки графика функции

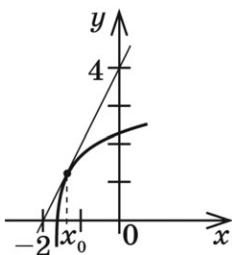
$$f(x) = \frac{x^8 - 1}{x^4 - 1}, \text{ касательная в которой параллельна}$$

(или совпадает) с прямой  $y = -32x + 7$ .

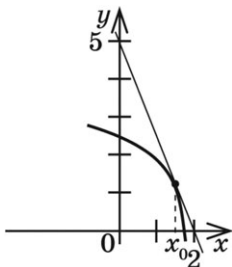
**В8.** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $y = 6x - \frac{2}{x}$  в его точке с абсциссой  $(-1)$ .

**В9.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = \sin(2x)$  в его точке с абсциссой  $0$ .

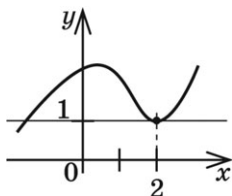
**В10.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В11.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



- В12.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



- В13.** Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 3x + 2$ .

- В14.** Найдите минимум функции  $y = x^3 - 3x + 2$ .

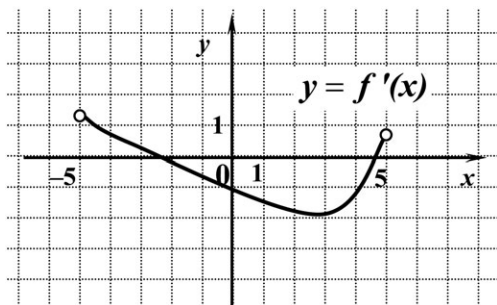
- В15.** Укажите число точек экстремума функции

$$y = 0,2x^5 - \frac{4}{3}x^3.$$

- В16.** Найдите наименьшее значение функции  $g(x) = 2x^3 - 6x$  на отрезке  $[0; 2]$ .

- В17.** Найдите площадь треугольника, который образует касательная к графику функции  $h(x) = \ln x$  в точке с абсциссой 1 с осями координат.

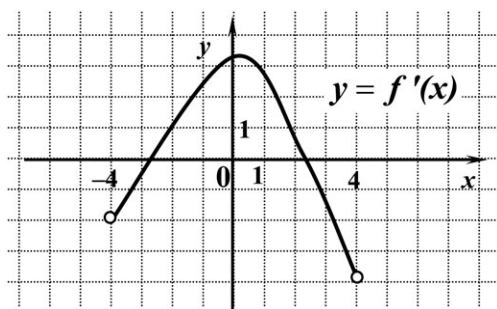
- В18.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 5)$ . На рисунке изображен график производной этой функции.





К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых — целые числа. Сколько из проведенных касательных имеют отрицательный угловой коэффициент?

- В19.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 4)$ . На рисунке изображен график производной этой функции.



К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых — целые числа. Сколько из проведенных касательных имеют положительный угловой коэффициент?

- В20.** В какой точке отрезка  $[-200; 200]$  функция  $y(x) = 4x^2 + 23$  принимает наименьшее значение?

- В21.** Найдите значение производной функции

$$f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}$$

в точке  $x_0 = 1000$ .

- В22.** Найдите значение производной функции

$$f(x) = \frac{1 - 4x}{2x + 1}$$

в точке  $x_0 = -1$ .

**B23.** Найдите значение производной функции

$$f(x) = (x^2 + 1)^2 - 2(x^2 + 1) + 1$$

в точке  $x_0 = 2$ .

**B24.** Найдите значение производной функции

$$f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{16}{x}$$

в точке  $x_0 = 4$ .

**B25.** Найдите значение производной функции

$$f(t) = \cos t + \operatorname{tg} t$$

в точке  $t_0 = -\pi$ .

**B26.** Найдите значение производной функции

$$f(x) = \sin t - \operatorname{ctg} t$$

в точке  $t_0 = 0,5\pi$ .

**B27.** Укажите число целых решений неравенства  $f'(x) \leq 0$ ,

если  $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{16}{3}x^3$ .

**B28.** Какой угол образует с осью абсцисс касательная к графику функции  $y = x^5 - x$  в начале координат? В ответе укажите градусную меру этого угла.

**B29.** Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $g(x) = (x - 1)^2(x + 1)^2 - (x^2 + 1)^2$ , проведенной в точке с абсциссой 1.

**B30.** Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $g(x) = \frac{1 - 2x}{4x + 1}$ , проведенной в точке с абсциссой  $(-0,5)$ .

- В31.** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции

$$y = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

в его точке с абсциссой  $(-1)$ .

- В32.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = \cos x + 6 \operatorname{tg} x$  в его точке с абсциссой  $\frac{\pi}{6}$ .

- В33.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = 2 \sin x - 3 \operatorname{ctg} x$  в его точке с абсциссой  $\frac{\pi}{3}$ .

- В34.** Найдите точку графика функции

$$f(x) = (x-1)(x^{2006} + x^{2005} + \dots + x + 1),$$

касательная в которой параллельна оси абсцисс. В ответе укажите сумму координат этой точки.

- В35.** Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 2x$ , параллельной прямой  $y = 4x - 5$ . В ответе укажите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.

- В36.** Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = x^2 - 4x$ , параллельной оси абсцисс. В ответе укажите расстояние от точки  $(0; 0)$  до этой касательной.

- В37.** Укажите точку графика функции  $y = x^2 + 4x$ , в которой касательная параллельна прямой  $y - 2x + 5 = 0$ . В ответе запишите сумму координат этой точки.

**В38.** Укажите точку максимума функции  $g(x)$ , если

$$g'(x) = (x+6)(x-4).$$

**В39.** Укажите точку минимума функции  $g(x)$ , если

$$g'(x) = (x-7)(x+3).$$

**В40.** Найдите максимум функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 3$ .

**В41.** Укажите точку максимума функции  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$ .

**В42.** Укажите число точек экстремума функции

$$g(x) = x^5 - 15x^3.$$

**В43.** Укажите число точек экстремума функции

$$f(x) = x^3(x-1)^4.$$

**В44.** Укажите точку минимума функции

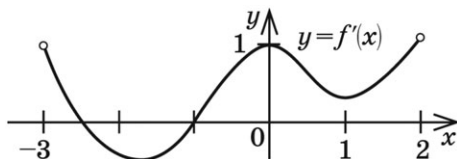
$$f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4.$$

**В45.** Найдите минимум функции  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$ .

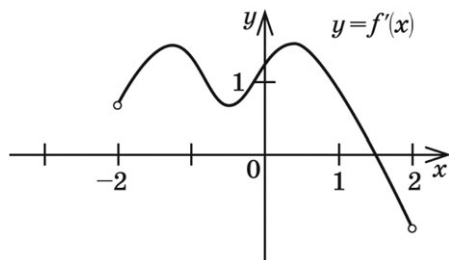
**В46.** Укажите длину промежутка возрастания функции

$$f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 4.$$

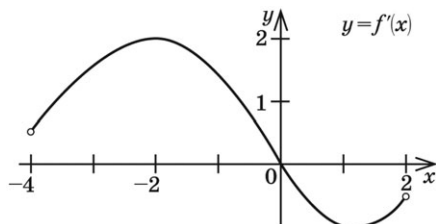
- В47.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 2)$ . График ее производной изображен на рисунке. Укажите число промежутков убывания функции.



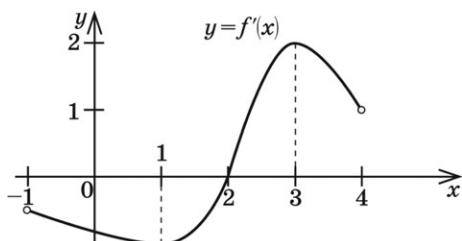
- В48.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-2; 2)$ . График ее производной изображен на рисунке. Укажите число промежутков возрастания функции.



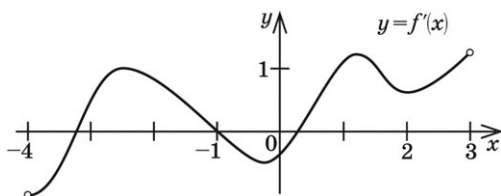
- В49.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 2)$ . График ее производной изображен на рисунке. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение.



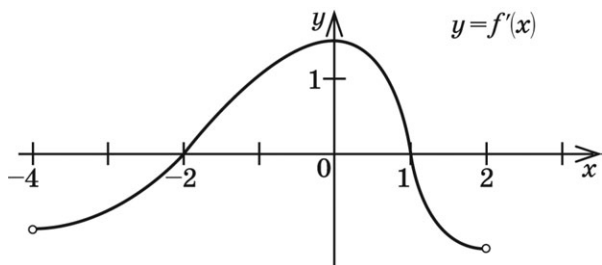
- В50.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-1; 4)$ . График ее производной изображен на рисунке. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение.



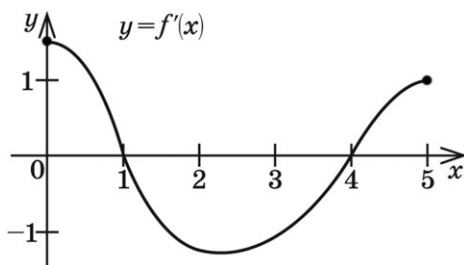
- В51.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 3)$ . График ее производной изображен на рисунке. Сколько точек экстремума имеет функция  $f(x)$  на этом промежутке?



- В52.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 2)$ . График ее производной изображен на рисунке. Укажите длину промежутка возрастания функции  $y = f(x)$ .



- В53.** Функция  $y = f(x)$  определена на отрезке  $[0; 5]$ . График ее производной изображен на рисунке. Укажите длину промежутка убывания функции  $y = f(x)$ .



- В54.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x$  на отрезке  $[0; 3]$ .
- В55.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x$  на отрезке  $[-3; 3]$ .
- В56.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x$  на отрезке  $[-2; 3]$ .
- В57.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x$  на отрезке  $[-2; 3]$ .
- В58.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^4(x + 2)^3$  на отрезке  $[-1; 1]$ .
- В59.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \sqrt{3}x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{3} \sqrt{3}$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .
- В60.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \sqrt{3}x - \sqrt{3} \operatorname{ctg} x + \frac{\pi}{3} \sqrt{3}$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .
- В61.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \sin x + \frac{9}{\pi}x$  на отрезке  $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ .

**B62.** Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = \cos x - \frac{6}{\pi}x + 4 \quad \text{на отрезке} \left[0; \frac{5\pi}{3}\right].$$

**B63.** Найдите точку минимума функции

$$f(x) = (x-6)e^{x-5}.$$

**B64.** Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = (x-6)e^{x-5}$$

на отрезке  $[4; 6]$ .

**B65.** Найдите точку максимума функции

$$f(x) = \ln(x+4)^3 - 3x.$$

**B66.** Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = \ln(x+4)^3 - 3x$$

на отрезке  $[-3, 5; 1]$ .

**B67.** Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  (в метрах) от него до точки  $B$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = 2t^3 - 12t^2 + 7$  ( $t$  — время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения ускорение тела будет равно  $36\text{ м/с}^2$ ?

**B68.** Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S = 5t + 0,2t^3 - 6$  (м), где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 5 секунд после начала движения.



- В69.** Прямая, проходящая через начало координат, касается графика функции  $y = f(x)$  в точке  $(-2; 10)$ . Найдите  $f'(-2)$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С70.** Через точку  $M(-1; 0)$  к графику функции  $y = \sqrt{2x-1}$  проведена касательная. Напишите ее уравнение. В ответе укажите градусную меру угла между касательной и положительным направлением оси  $OX$ .
- С71.** Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sqrt{1-x}$ , проходящей через точку  $P(2; 0)$ . В ответе укажите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.
- С72.** При каких значениях  $b$  прямая  $y = bx$  является касательной к параболе  $f(x) = x^2 - 2x + 4$ ?
- С73.** При каком значении  $a$  прямая  $y = -10x + a$  является касательной к параболе  $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$ ?
- С74.** При каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает график функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2$  более чем в двух различных точках?
- С75.** При каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает график функции  $y = x^3 - 3x^2$  в единственной точке?
- С76.** Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен  $32 \text{ см}^3$ , а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с

наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.

**C77.** Определите размеры бассейна с квадратным дном и объемом  $32 \text{ м}^3$  таким образом, чтобы сумма площади боковой поверхности и площади дна была минимальной. В ответе укажите площадь боковой поверхности.

**C78.** Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен  $4 \text{ см}^3$ , а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.

**C79.** Найдите промежутки убывания функции

$$f(x) = -7x + 3\sin x - 2006.$$

**C80.** Найдите множество значений функции

$$h(x) = 2\sqrt{x+14} + \sqrt{6-x}.$$

**C81.** Найдите множество значений функции

$$g(x) = 4\cos x - 4\sqrt{4\cos x + 5}.$$

**C82.** Найдите множество значений функции

$$g(x) = 2\sqrt{-x+3} - 3\sqrt{5x-10}.$$

### 3.2. Первообразная функции

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* первообразная суммы функций, первообразная произведения функции на число, задача о площади криволинейной трапеции.

## Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Вычислите площадь фигуры ( $S$ ), ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ . В ответе запишите  $3S$ .
- В2.** Вычислите площадь фигуры ( $S$ ), ограниченной линиями  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . В ответе запишите  $3S$ .
- В3.** Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми  $x = \frac{\pi}{3}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  и графиком функции  $y = 2 \sin x$ .
- В4.** Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми  $x = 2$ ,  $x = 4$  и графиком функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .
- В5.** Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и прямой  $y = -2x$ .
- В6.** Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 4x$  и прямой  $y = 0$ .
- В7.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = 0$ ,  $y = -2$ .

- B8.** Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = \pi$  и графиком функции  $y = \cos x$ .
- B9.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ .
- B10.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 8$ , осью ординат и  $y = 8$ .
- B11.** Вычислите  $3\sqrt{2}S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{4-x}$ ,  $y = 0$ .
- B12.** Вычислите  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{8-x}$ ,  $y = 0$ .
- B13.** Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x+1}$ ,  $y = x - 1$ ,  $y = 0$ .
- B14.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x$ ,  $x = -3$ ,  $x = 3$ ,  $y = 0$ .
- B15.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $\sqrt{y} = \sqrt{x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$ ,  $y = 0$ .
- B16.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$ .
- B17.**  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  — две различные первообразные функции  $f(x)$ , причем  $F_1(3) = 8$ ,  $F_2(5) = 12$ ,  $F_1(5) = 14$ . Найдите  $F_2(3)$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**C18.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x^2 + 3x$  и  $y = 5$ .

**C19.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x^2 - 3x$  и  $y = -1$ .

**C20.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 6x + 5$  и  $y = 5 - 2x - x^2$ .

**C21.** Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 2x - 2$  и графиком ее первообразной  $F(x)$ , зная, что  $F(0) = 1$ .

**C22.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{1-4x}$ , касательной к графику этой функции в его точке с абсциссой  $x_0 = 5$  и прямой  $y = 0$ .

**C23.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{2x-1}$ , касательной к графику этой функции в его точке с абсциссой  $x_0 = 5$  и прямой  $y = 0$ .

**C24.** На множестве  $R$  задана функция

$$f(x) = -3x^2 - 2x + 16.$$

Найти произведение нулей той первообразной, график которой проходит через точку  $M(-1; 0)$ .

- С25.** При каких значениях  $x$ ,  $x \in [\pi; 2\pi]$  обращается в нуль та из первообразных функции

$$f(x) = \cos x - \sin x,$$

которая при  $x = \frac{3\pi}{2}$  имеет значение, равное  $-2$ ?

- С26.** При каких значениях  $x$ ,  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  обращается в нуль та из первообразных функции

$$f(x) = 2\cos 2x - \sin x,$$

которая при  $x = \pi$  имеет значение, равное  $-1$ ?

- С27.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{4 - x^2}$ ,  $y = 0$ .

- С28.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{8x - x^2 - 12}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$ .

- С29.** Сравните значения  $F(1)$  и  $F(2)$ , если  $F(x)$  — первообразная для функции  $f(x) = -\sqrt{x^{200} + 200}$ .

- С30.** Укажите общий вид первообразных для функции

$$f(x) = (x-1)(x+3)^{32}.$$

- С31.** Укажите первообразную функции

$$f(x) = (x+5)(x-7)^{2005},$$

проходящую через точку  $M(7; 0)$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

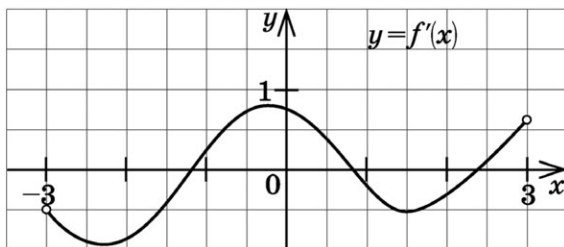
### Вариант 1

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Найдите  $f'(4)$ , если  $f(x) = 4\sqrt{x} - 5$ .
- В2.** Найдите  $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ , если  $g(x) = 4x + \cos x$ .
- В3.** Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  (в метрах) от него до точки  $B$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = 3t^2 - 12t + 7$  ( $t$  — время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 72 м/с?
- В4.** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$  в его точке с абсциссой  $(-3)$ .
- В5.** Укажите количество целочисленных решений неравенства  $g'(x) \leq 0$ , если  $g(x) = 2x^2 e^x$ .
- В6.**  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  две различные первообразные функции  $f(x)$ , причем  $F_2(7) = 8$ ,  $F_1(7) = 18$ . Найдите  $F_2(2)$ , если  $F_1(2) = 3$ .

- В7.** На рисунке изображен график производной некоторой функции  $y = f(x)$ , заданной на промежутке  $(-3; 3)$ . Сколько точек максимума имеет функция на этом промежутке?



- В8.** Найдите минимум функции  $g(x) = 3x^5 - 5x^3$ .
- В9.** Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и прямой  $y = 9$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С10.** Найдите наименьший из возможных углов, образуемых с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 2x + 1.$$

В ответе запишите его градусную меру.

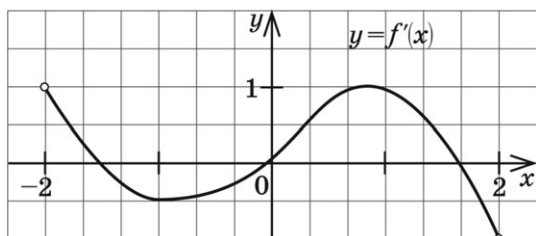
## Вариант 2

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.



- В1.** Найдите  $f'(16)$ , если  $f(x) = 8\sqrt{x} - 3$ .
- В2.** Найдите  $g'(\pi)$ , если  $g(x) = 5x - \sin x$ .
- В3.** Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S = t + 0,4t^2 - 6$  (м), где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 10 секунд после начала движения.
- В4.** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$  в его точке с абсциссой  $(-3)$ .
- В5.** Укажите количество целочисленных решений неравенства  $g'(x) < 0$ , если  $g(x) = 3x^2e^x$ .
- В6.**  $G_1(x)$  и  $G_2(x)$  две различные первообразные функции  $y = g(x)$ , причем  $G_2(2) = 3$ ,  $G_1(2) = 7$ . Найдите  $G_1(6)$ , если  $G_2(6) = 5$ .
- В7.** На рисунке изображен график производной некоторой функции  $y = f(x)$ , заданной на промежутке  $(-2; 2)$ . Сколько точек минимума имеет функция  $f(x)$  на этом промежутке?



- В8.** Найдите максимум функции  $g(x) = 3x^5 - 20x^3$ .

- В9.** Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и прямой  $y = 4$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С10.** Найдите наименьший из возможных углов, образуемых с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x - 3.$$

В ответе запишите его градусную меру.

## 4. ГЕОМЕТРИЯ

### 4.1. Планиметрия

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* признаки равенства и подобия треугольников, решение треугольников, площадь треугольника, параллелограмм и его виды, трапеция, окружность, вписанная в треугольник, окружность, описанная около треугольника.

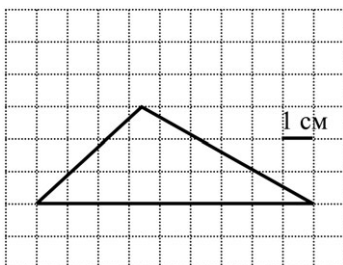
#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

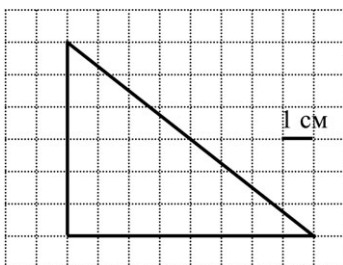
- В1.** Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами, равными 6 и 8.
- В2.** Найдите диаметр окружности, описанной около квадрата со стороной  $8\sqrt{2}$ .
- В3.** Найдите площадь круга ( $S$ ), вписанного в прямоугольный треугольник с катетами, равными 24 и 10. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .
- В4.** Найдите площадь круга ( $S$ ), вписанного в квадрат с диагональю  $10\sqrt{2}$ . В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .
- В5.** Найдите площадь равностороннего треугольника, сторона которого равна  $2\sqrt[4]{3}$ .

- B6.** Найдите диагональ  $AC$  параллелограмма  $ABCD$ , если  $AB = 16$ ,  $AD = 7$ ,  $BD = 21$ .
- B7.** Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ , если  $AB = 13$ ,  $AD = 14$ ,  $BD = 15$ .
- B8.** Найдите площадь ромба с диагоналями, равными 10 и 16.
- B9.** Найдите высоту ромба со стороной 10 см и диагональю 12 см.
- B10.** Равнобедренная трапеция  $MNPQ$  ( $MN \parallel PQ$ ) описана около окружности. Известно, что  $MN = 1$ ,  $PQ = 9$ . Найдите радиус окружности.
- B11.** Найдите площадь круга ( $S$ ), вписанного в равнобедренную трапецию  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), если  $AB = 4$ ,  $DC = 16$ . В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .
- B12.** Найдите длину высоты, проведенной к боковой стороне равнобедренного треугольника со сторонами 20, 20, 32.
- B13.** Найдите длину большей диагонали параллелограмма со сторонами  $3\sqrt{2}$  см и 1 см и углом  $45^\circ$ .

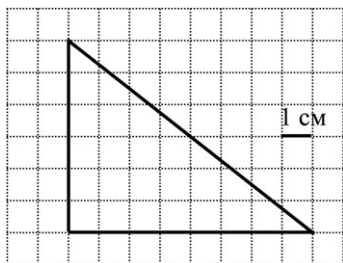
- В14.** На клетчатой бумаге с клетками размером  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображен треугольник. Найдите площадь треугольника (в квадратных сантиметрах).



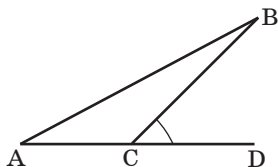
- В15.** На клетчатой бумаге с клетками размером  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображен треугольник. Найдите высоту, проведенную к большей стороне треугольника (в сантиметрах).



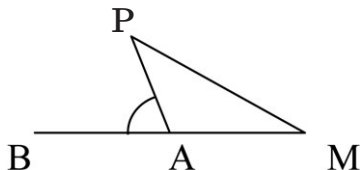
- В16.** На клетчатой бумаге с клетками размером  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображен треугольник. Найдите медиану треугольника, проведенную к большей стороне (в сантиметрах).



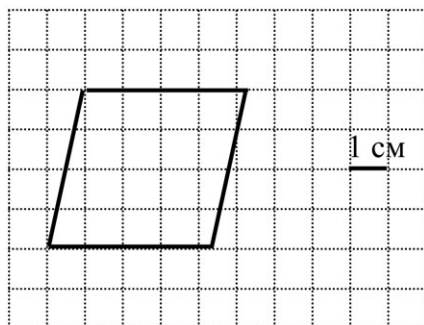
- В17.** В треугольнике  $KBC$  угол  $K$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 12$ ,  $KC = 16$ . Найдите синус меньшего угла треугольника.
- В18.** В треугольнике  $KBC$  угол  $K$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 12$ ,  $KC = 16$ . Найдите косинус меньшего угла треугольника.
- В19.** В треугольнике  $KMB$  угол  $M$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 10$ ,  $BM = 8$ . Найдите котангенс меньшего угла треугольника.
- В20.** В треугольнике  $KMB$  угол  $M$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 26$ ,  $BM = 10$ . Найдите тангенс меньшего угла треугольника.
- В21.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AC = 7$ ,  $BC = 8\sqrt{3}$ ,  $\angle DCB = 60^\circ$ .



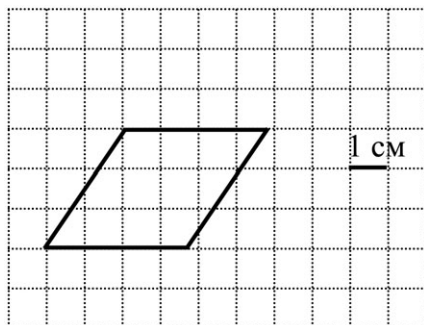
- В22.** Найдите площадь треугольника  $PAM$ , если  $PA = 8$ ,  $AM = 4$ ,  $\angle PAB = 30^\circ$ .



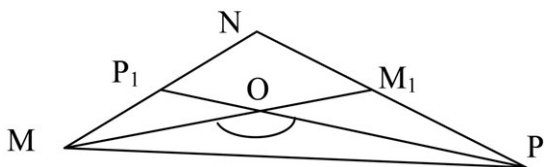
- В23.** В треугольнике  $AEC$  угол  $E$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $CE = 8$ . Найдите синус внешнего угла при вершине  $C$ .
- В24.** В треугольнике  $AEC$  угол  $E$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $CE = 6$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $C$ .
- В25.** В треугольнике  $MPK$  угол  $P$  равен  $90^\circ$ ,  $MK = 25$ ,  $PM = 24$ . Найдите тангенс внешнего угла при вершине  $K$ .
- В26.** На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \times 1$  см изображен ромб. Найдите радиус вписанной в него окружности (в сантиметрах).



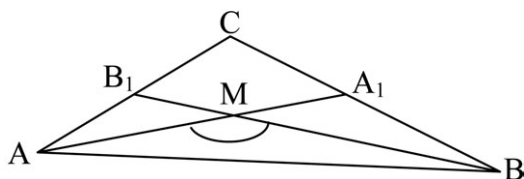
- В27.** На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \times 1$  см изображен ромб. Найдите высоту ромба (в сантиметрах).



- В28.** В треугольнике  $MNP$   $MM_1$ ,  $PP_1$  — медианы,  $MM_1 = 9\sqrt{3}$ ,  $PP_1 = 6$ ,  $\angle MOP = 150^\circ$ . Найдите  $MP$ .



- В29.** В треугольнике  $ABC$   $AA_1$ ,  $BB_1$  — медианы,  $AA_1 = 9$ ,  $BB_1 = 15$ ,  $\angle AMB = 120^\circ$ . Найдите  $AB$ .



- В30.** В треугольнике  $MOA$  угол  $A$  равен  $90^\circ$ ,  $MO = 9$ ,  $\sin \angle M = 0,4$ . Найдите  $OA$ .
- В31.** В треугольнике  $KOE$  угол  $E$  равен  $90^\circ$ ,  $EO = 10$ ,  $\operatorname{ctg} \angle O = 1, (6)$ . Найдите  $KE$ .
- В32.** В треугольнике со сторонами 7 см, 9 см, 14 см найдите длину медианы, проведенной к большей стороне.
- В33.** В треугольнике со сторонами 7 см, 11 см, 12 см найдите медиану, проведенную к большей стороне.
- В34.** Найдите диаметр окружности, вписанной в треугольник со сторонами 20, 20, 24.
- В35.** Найдите диаметр окружности, вписанной в треугольник со сторонами 15, 15, 24.



- В36.** В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны 20, а косинус угла при основании треугольника равен 0,8. Найдите периметр треугольника.
- В37.** В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны 34, а котангенс угла при основании треугольника равен  $\frac{15}{8}$ . Найдите площадь треугольника.
- В38.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $AB = 18$ ,  $AC = 5$ ,  $AH = 3$  и  $AH$  — высота треугольника  $ABC$ .
- В39.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $MNP$ , если  $MN = 5$ ,  $NP = 16$ ,  $NA = 4$  и  $NA$  — высота треугольника  $MNP$ .
- В40.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 9, 10, 17.
- В41.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 4, 13, 15.
- В42.** Три окружности, радиусы которых 6 см, 2 см и 4 см, касаются друг друга внешним образом. Найдите радиус окружности, проходящей через центры данных окружностей.
- В43.** Три окружности, радиусы которых 10 м, 2 м и 3 м, касаются друг друга внешним образом. Найдите диаметр окружности, проходящей через центры данных окружностей.
- В44.** Окружность вписана в равнобедренную трапецию, площадь которой равна 64 см. Найдите боковую сторону трапеции ( $a$ ), если острый угол при основании трапеции равен  $30^\circ$ . В ответе запишите  $a\sqrt{2}$ .

- B45.** Найдите площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой равна  $3\sqrt{2}$  и составляет с основанием угол  $45^\circ$ .
- B46.** В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB = 12$  см,  $BC = 16$  см, медианы треугольника  $AA_1$  и  $CC_1$  пересекаются под углом  $90^\circ$ . Найдите длину стороны  $AC$ . В ответе запишите  $AC\sqrt{5}$ .
- B47.** Средние линии прямоугольного треугольника, параллельные катетам, равны 5 см и 12 см. Найдите высоту треугольника ( $h$ ), опущенную из вершины прямого угла. В ответе запишите  $13h$ .
- B48.** В прямоугольнике  $MNPQ$  сторона  $MN$  в 6 раз меньше диагонали  $NQ$ . Диагонали прямоугольника пересекаются в точке  $E$ . Периметр треугольника  $NEM$  равен 35 см. Найдите диагональ  $MP$ .
- B49.** В трапеции  $ABND$  ( $BN \parallel AD$ ) проведена средняя линия  $OE$ . Найдите длину наименьшего из отрезков, на которые  $OE$  разбивается диагоналями  $BD$  и  $AN$ , если  $BN = 12$  и  $AD = 20$ .
- B50.** В равнобедренной трапеции  $FOND$   $ON \parallel FD$  проведена средняя линия  $AB$ . Из вершины тупого угла трапеции проведена высота  $NC$ . Найдите длину  $FC$ , если  $ON = 8$  и  $FD = 18$ .
- B51.** Найдите площадь параллелограмма, если его меньшая диагональ перпендикулярна боковой стороне и высота, проведенная из вершины тупого угла параллелограмма, делит большую сторону на отрезки 9 см и 25 см.
- B52.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если длина гипотенузы равна  $2\sqrt{13}$  см, а длина медианы меньшего острого угла равна 5 см.

- В53.** В параллелограмме  $ABCD$  сторона  $AD = 4\sqrt{2}$ ,  $\angle ABD = 30^\circ$ ,  $\angle BDC = 45^\circ$ . Найдите длину стороны  $AB$ .
- В54.** Угол при вершине равнобедренного треугольника равен  $120^\circ$ . Боковая сторона равна 4. Найдите квадрат длины медианы, проведенной к боковой стороне.
- В55.** Найдите площадь параллелограмма  $MPKN$ , если  $\angle PKM = 45^\circ$ ,  $PK = 5\sqrt{2}$ ,  $PN = 26$ .
- В56.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если радиусы его вписанной и описанной окружностей равны соответственно 2 см и 5 см.
- В57.** В треугольнике  $MBO$  построена высота  $BH$ . Длина  $BO = 5$ ,  $OH = 4$ , радиус окружности, описанной около треугольника  $MBO$ , равен 10. Найдите длину стороны  $MB$ .
- В58.** Около окружности диаметром 15 описана равнобедренная трапеция с боковой стороной, равной 17. Найдите длину большего основания трапеции.
- В59.** На диагонали  $BD$  прямоугольника  $ABCD$  взята точка  $N$  так, что  $BN:ND = 3:2$ . Диагонали прямоугольника пересекаются в точке  $O$ . Найдите площадь четырехугольника  $ABCN$ , если  $AC = 10$  и  $\angle AOB = 30^\circ$ .
- В60.** В параллелограмме  $MNPQ$  биссектриса угла  $M$  пересекает сторону  $NP$  в точке  $A$  так, что  $AN:AP = 3:2$ . Найдите длину меньшей стороны параллелограмма, если его периметр равен 48 см.
- В61.** Катеты прямоугольного треугольника имеют длину 12 и 5. Найдите длину медианы, проведенную к гипотенузе.

- B62.** Известны длины сторон треугольника  $ABC$ :  $AB = 6$ ,  $CA = 7$ ,  $BC = 5$ . На луче  $BC$  выбрана такая точка  $F$ , что угол  $BAF$  равен углу  $ACB$ . Найдите меньшую сторону треугольника  $ACF$ .
- B63.** Трапеция  $MNPQ$  вписана в окружность. Найдите среднюю линию трапеции, если ее меньшее основание  $MN$  равно 24,  $\sin \angle MQN = 0,2$ ,  $\cos \angle PMQ = 0,6$ .

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- C64.** Диагонали выпуклого четырехугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известны площади треугольников:  $S_{ABP} = 4$ ,  $S_{BCP} = 12$ ,  $S_{CDP} = 6$ . Найдите площадь треугольника  $ADP$ .
- C65.** Диагонали выпуклого четырехугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известны площади треугольников:  $S_{PBP} = 6$ ,  $S_{BCP} = 9$ ,  $S_{CDP} = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ADP$ .
- C66.** На стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) взята точка  $K$  так, что  $AK:KB = 2:3$ . Точка  $O$  — пересечение отрезков  $KC$  и  $BD$ , точка  $M$  — пересечение двух прямых: одна из них проходит через точки  $A$  и  $D$ , другая — через  $K$  и  $C$ . Известно, что  $AD:BC = 2:1$ . Найдите отношение площадей треугольников  $OBC$  и  $OCD$ .
- C67.** На боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  взята точка  $K$  так, что  $AK:KB = 3:1$ . Точка  $O$  — пересечение отрезков  $KC$  и  $BD$ , точка  $M$  — пересечение двух прямых: одна из них проходит через точки  $A$  и  $D$ , другая — через  $K$  и  $C$ . Известно, что  $AD:BC = 5:2$ . Найдите отношение площадей треугольников  $OBC$  и  $OCD$ .

- С68.** Диагонали трапеции  $MNPQ$  пересекаются в точке  $O$  и делятся этой точкой в отношении 1:4. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника  $NOP$  равна 16.
- С69.** В прямоугольнике  $MNPQ$  точка  $A$  лежит на прямой  $MN$  так, что  $\angle MAQ = \angle QAP$ . Найдите  $AM$ , если  $PQ = 2$ ,  $PN = 1$ .
- С70.** В окружности с радиусом 10 проведены две параллельные хорды длинами 12 и 16. Найдите расстояние между хордами.
- С71.** Прямая касается окружностей радиусов 2 и 6 в точках  $B$  и  $C$ . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 10. Найдите длину  $BC$ .

## 4.2. Стереометрия

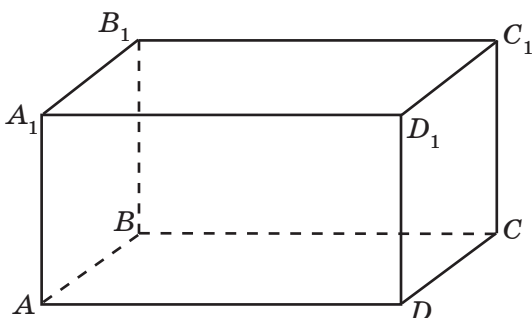
*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* пирамида, призма, тела вращения, комбинации тел.

### Часть 1

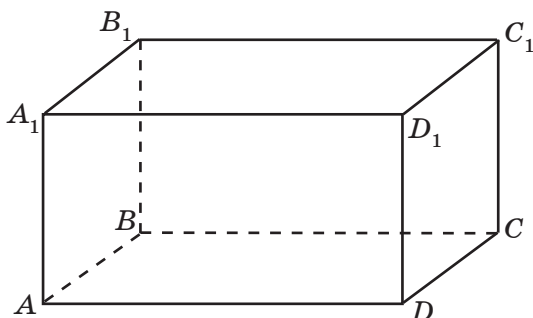
Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Ребро куба равно  $3\sqrt{2}$ . Найдите диагональ грани куба.
- В2.** Ребро куба равно  $4\sqrt{3}$ . Найдите диагональ куба.
- В3.** Ребро куба равно  $2\sqrt[3]{2}$ . Найдите объем куба.
- В4.** Ребро куба равно  $2\sqrt{2}$ . Найдите площадь полной поверхности куба.
- В5.** Диагональ грани куба равна  $2\sqrt{2}$ . Найдите объем куба.
- В6.** Диагональ куба равна  $6\sqrt{3}$ . Найдите объем куба.

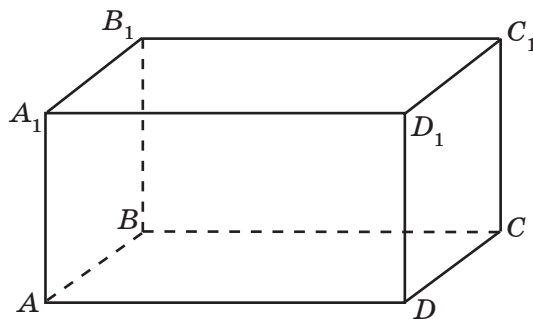
- В7.** Объем прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 24. Найдите объем пирамиды  $D_1 ABCD$ .



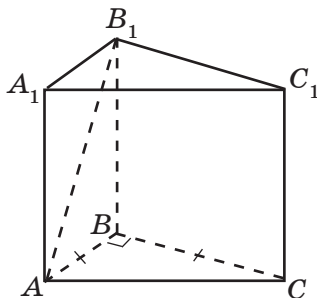
- В8.** Объем прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 96. Найдите объем пирамиды  $D_1 ACD$ .



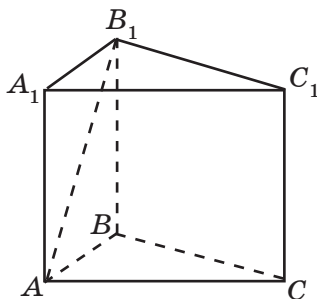
- В9.** Объем прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 24. Найдите объем призмы  $ABDA_1 B_1 D_1$ .



- В10.** В прямой треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  диагональ  $AB_1$  равна  $\sqrt{5}$ , а высота равна 1. Найдите объем призмы, если в ее основании лежит равнобедренный прямоугольный треугольник с прямым углом  $ABC$ .



- В11.** В прямой треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  диагональ  $AB_1$  равна  $\sqrt{5}$ , а высота равна 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если в ее основании лежит равносторонний треугольник  $ABC$ .



- В12.** Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна 5, а ее объем равен 75. Найдите высоту призмы.
- В13.**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 6$ ,  $AA_1 = 8$ . Найдите площадь диагонального сечения  $ADC_1 B_1$ .
- В14.**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма. Найдите угол между прямыми  $CC_1$  и  $AB$ . Ответ запишите в градусах.

- B15.**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма,  $AB = 4$ . Найдите расстояние между прямыми  $CC_1$  и  $AB$ .
- B16.** В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны  $2\sqrt{2}$ . Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.
- B17.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна апофеме. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.
- B18.** В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания 12 и длина высоты 8. Найдите расстояние от вершины пирамиды до ребра основания.
- B19.** В правильной четырехугольной пирамиде со стороной основания 12. Найдите расстояние от высоты пирамиды до стороны основания.
- B20.** Найдите площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды, проходящего через высоту и боковое ребро, если сторона основания пирамиды равна  $2\sqrt{2}$ , а высота равна 2.
- B21.** Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра ( $S$ ), если его ребро равно 6. В ответе запишите  $S\sqrt{3}$ .
- B22.** Найдите площадь полной поверхности правильного октаэдра, если площадь его одной грани равна 15.
- B23.** Объем правильной треугольной пирамиды равен 12. Найдите расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания, если площадь основания пирамиды равна 4.
- B24.** Дана правильная треугольная призма со стороной основания  $4\sqrt{3}$  и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объем вписанного в призму цилиндра.



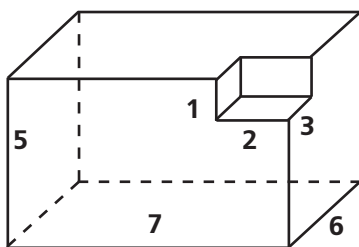
- В25.** Дана правильная треугольная призма со стороной основания  $4\sqrt{3}$  и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объем описанного около призмы цилиндра.
- В26.** Дана правильная четырехугольная призма со стороной основания 4 и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объем вписанного в призму цилиндра.
- В27.** Дана правильная четырехугольная призма со стороной основания 4 и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объем описанного около призмы цилиндра.
- В28.** Дана правильная шестиугольная призма со стороной основания 4 и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объем вписанного в призму цилиндра.
- В29.** Дана правильная шестиугольная призма со стороной основания  $4\sqrt{3}$  и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объем описанного около призмы цилиндра.
- В30.** Найдите образующую конуса, если его высота равна 8, а диаметр основания равен 12.
- В31.** Найдите высоту конуса, если его образующая, равная 12, наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .
- В32.** Из квадрата, со стороной  $2\pi$ , свернута боковая поверхность цилиндра. Найдите радиус основания цилиндра.

**В33.** Найдите площадь основания цилиндра ( $S$ ), который получен вращением прямоугольника со сторонами 4 и 3 вокруг меньшей стороны. В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .

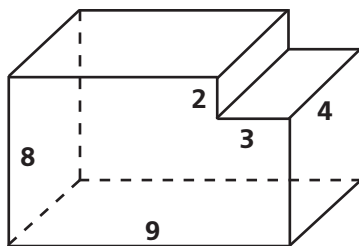
**В34.** Вычислите длину окружности основания конуса ( $C$ ), если разверткой его боковой поверхности является сектор, радиус которого равен 6, а центральный угол  $120^\circ$ . В ответе запишите  $\frac{C}{\pi}$ .

**В35.** Высота конуса равна половине образующей. Определите градусную меру угла, который составляет образующая с плоскостью основания.

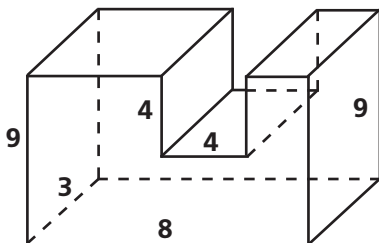
**В36.** Найдите объем и площадь полной поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника — прямые.



**В37.** Найдите объем и площадь полной поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника — прямые.



- В38.** Найдите объем и площадь полной поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника — прямые.



- В39.** Шар радиуса 13 пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 5 от его центра. Найдите радиус получившегося сечения.
- В40.** Найдите радиус сферы, если площадь сферы равна  $64\pi$ .
- В41.** Найдите радиус шара, если его объем равен  $288\pi$ .
- В42.** Вершины квадрата лежат на сфере радиуса 10. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости квадрата, если сторона квадрата равна  $6\sqrt{2}$ .
- В43.** Две параллельные плоскости касаются сферы радиуса 5. Найдите расстояние между плоскостями.
- В44.** Радиусы двух параллельных сечений сферы равны  $6\sqrt{2}$ . Расстояние между секущими плоскостями равно  $12\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.
- В45.** В куб с ребром 2 вписана сфера, найдите ее радиус.
- В46.** Около куба с ребром  $2\sqrt{3}$  описана сфера. Найдите ее радиус.

- В47.** Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объем вписанного в пирамиду конуса.
- В48.** Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объем описанного около пирамиды конуса.
- В49.** Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объем вписанного в пирамиду конуса.
- В50.** Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объем описанного около пирамиды конуса.
- В51.** Дана правильная шестиугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объем вписанного в пирамиду конуса.
- В52.** Дана правильная шестиугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объем описанного около пирамиды конуса.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С53.**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1 D$  и плоскостью  $ABC$ .

- C54.**  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ .  
Найдите угол между  $B_1M$  и плоскостью  $ABC$ , где  
т.  $M$  — середина  $AC$ .
- C55.**  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  — правильная призма.  
 $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1D$  и плоскостью  $ABC$ .
- C56.**  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  
 $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1D$  и плоскостью  
 $DCC_1$ .
- C57.**  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ .  
Найдите угол между  $B_1A$  и плоскостью  $BCC_1$ .
- C58.**  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  
 $AA_1 = 6$ . Найдите угол между плоскостью  $ADC_1$  и  
плоскостью  $ABC$ .
- C59.**  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ .  
Найдите угол между плоскостью  $ABC_1$  и плоскостью  $ABC$ .
- C60.**  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  
 $AA_1 = 6$ . Найдите угол между плоскостью  $A_1BC_1$  и  
плоскостью  $ABC$ .
- C61.**  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ .  
Найдите расстояние от точки  $C_1$  до прямой  $AD$ .
- C62.**  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ .  
Найдите расстояние от точки  $C_1$  до прямой  $AB$ .
- C63.**  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  
 $AA_1 = 6$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до ребра  $AB$ .
- C64.**  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  
 $AA_1 = 6$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до прямой  $AB$ .
- C65.**  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ . Найдите  
расстояние между прямыми  $CC_1$  и  $AB$ .

- C66.**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ .  
Найдите расстояние прямыми  $CC_1$  и  $DB$ .
- C67.**  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ .  
Найдите расстояние прямыми  $CC_1$  и  $AF$ .
- C68.** Основанием прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AB$ , причем  $AC = 4$ ,  $C = 120^\circ$ , боковое ребро  $AA_1$  равно 8. Найдите площадь сечения  $A_1 B_1 C$ .
- C69.** Основанием прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AB$ , причем  $AC = 4$ ,  $C = 120^\circ$ , боковое ребро  $AA_1$  равно 8. Найдите угол между плоскостями  $ABB_1$  и  $A_1 CB_1$ .
- C70.** Основанием прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AB$ , причем  $AC = 4$ ,  $C = 120^\circ$ . Найдите расстояние между прямыми  $AC$  и  $BB_1$ .
- C71.** В основании прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — ромб  $ABCD$  с углом  $A$ , равным  $60^\circ$ , и стороной  $AB = 4$ . Известно, что высота  $AA_1$  равна  $2\sqrt{3}$ . Определите угол между плоскостью  $ABC$  и плоскостью сечения, проходящего через прямые  $AB$  и  $C_1 D_1$ .
- C72.** В наклонном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  боковое ребро равно 5. Расстояние между ребром  $AA_1$  и ребрами  $BB_1$  и  $DD_1$  соответственно равно 6 и 8, а расстояние между  $AA_1$  и  $CC_1$  равно 10. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.
- C73.** В наклонном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  боковое ребро равно 5. Расстояние между ребром  $AA_1$  и ребрами  $BB_1$  и  $DD_1$  соответственно равно 6 и 8, а расстояние между  $AA_1$  и  $CC_1$  равно 10. Найдите объем параллелепипеда.

- С74.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна  $2\sqrt{3}$ , а высота равна 2. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.
- С75.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна  $2\sqrt{3}$ , а высота равна 2. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.
- С76.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна  $2\sqrt{2}$ , а высота равна 2. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.
- С77.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 2 и равна высоте пирамиды. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.
- С78.** В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна 2 и равна высоте пирамиды. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.
- С79.** В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна 2 и равна высоте пирамиды. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.
- С80.** Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания  $4\sqrt{3}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- С81.** Основанием треугольной пирамиды является прямоугольный треугольник с катетами 12 и 16. Каждое боковое ребро пирамиды равно 26. Найдите объем пирамиды.
- С82.** В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами  $3\sqrt{3}$ ; 11 и углом в  $30^\circ$  между ними. Все боковые ребра пирамиды равны 8. Найдите объем пирамиды.

- C83.** В треугольной пирамиде все боковые ребра равны 15,5. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 7, 15, 20. Найдите объем пирамиды.
- C84.** В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами  $\sqrt{2}$ ; 8 и углом в  $45^\circ$  между ними. Все боковые ребра пирамиды равны 7. Найдите объем пирамиды.
- C85.** Найдите площадь боковой поверхности четырехугольной пирамиды, если в основании пирамиды лежит ромб с диагоналями 30 и 40, и все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .
- C86.** Основанием четырехугольной пирамиды является ромб с диагоналями 30 см и 40 см. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом. Найдите боковую поверхность пирамиды, если ее высота равна 16 см.
- C87.** В четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , основанием которой является прямоугольник, длины ребер  $SC = 8$ ,  $CD = 6$ , а ребро  $SB \perp ABC$ . Угол между плоскостями  $SCD$  и  $ABC$  равен  $30^\circ$ . Во сколько раз площадь основания больше площади грани  $SBC$ ?
- C88.** Основанием пирамиды служит прямоугольник, площадь которого равна  $36\sqrt{3}$ . Две боковые грани перпендикулярны к основанию, а две другие образуют с плоскостью основания углы  $45^\circ$ ,  $30^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- C89.** В основании четырехугольной пирамиды  $ABCD$  лежит квадрат со стороной, равной 4. Боковые грани  $FAD$  и  $FCD$  перпендикулярны плоскости основания пирамиды, а высота пирамиды равна ди-



агонали ее основания. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $AC$  параллельно прямой  $FB$ .

- С90.** Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания  $12$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите объем вписанного в пирамиду конуса.
- С91.** Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания  $12$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите объем описанного около пирамиды конуса.
- С92.** Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания  $2\sqrt{6}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объем вписанного в пирамиду конуса.
- С93.** Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания  $2\sqrt{6}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объем описанного около пирамиды конуса.
- С94.** Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания  $2\sqrt{6}$ . Боковая грань пирамиды наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности вписанного в пирамиду конуса.
- С95.** Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания  $4\sqrt{3}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности описанного около пирамиды конуса.

## II. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ (5—11-е классы)

### 1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* рациональные неравенства, системы неравенств, комбинированные неравенства, неравенства с параметром.

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** Укажите наименьшее целое решение неравенства  $-x + 0,5(x + 4) < 4$ .

**В2.** Найдите число целых решений неравенства

$$-3 \leq \frac{x}{4} - 1 < 1.$$

**В3.** Укажите середину промежутка, на котором выполняется неравенство  $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$ .

**В4.** Сколько целочисленных решений неравенства  $x^2 + 9 > 6x$  принадлежит отрезку  $[1; 6]$ ?

**В5.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $4 \leq x^2 \leq 9$ ?

**В6.** Решите неравенство  $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$ .

**В7.** Сколько целочисленных решений имеет система неравенств 
$$\begin{cases} x^2 \leq 9, \\ 4x^2 + 4x + 1 < 0? \end{cases}$$

**В8.** Сколько целочисленных решений имеет система

$$\text{неравенств } \begin{cases} x^2 \leq 1, \\ -x^2 - 6x - 10 < 0? \end{cases}$$

**В9.** Сколько целочисленных решений имеет система

$$\text{неравенств } \begin{cases} x^2 + 2x \leq 0, \\ -x^2 - 6x - 10 > 0? \end{cases}$$

**В10.** Найдите наименьшее целое решение неравенства  $(x - 3)(x + 4)(7 - x) \leq 0$ .

**В11.** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  $\frac{1}{x} > 2$ .

**В12.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $(x - 1)(4 - x)(x + 5) \geq 0$ .

**В13.** Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $\frac{(4x - 4)(4 - x)}{5 - x} \leq 0$ .

**В14.** Укажите наименьшее натуральное число, входящее в область определения функции  $y = \sqrt{\frac{x + 9}{x - 19}}$ .

**В15.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $(x + 5)^2 \leq 25 - x^2$ ?

**В16.** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  $-7 < 3 - 2x < 13$ .

**В17.** Сколько целочисленных решений имеет система  
 неравенств:  $\begin{cases} 3x - 4 > 5, \\ 2,5x \leq 10? \end{cases}$

**B18.** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  $2 \cdot x^{-1} < 5$ .

**B19.** Укажите наименьшее значение  $x$ , при котором имеет смысл выражение  $3\sqrt{x-17}$ .

**B20.** Найдите наименьшее решение неравенства  $(x-3)(x+4)^2 \geq 0$ .

**B21.** Сколько целочисленных решений неравенства  $(x-3)(x+4)^2 > 0$  принадлежит отрезку  $[1; 7]$ ?

**B22.** Сколько целочисленных решений неравенства  $(x-3)(x+4)^2 \leq 0$  принадлежит отрезку  $[0; 7]$ ?

**B23.** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $(x-3)(x+4)^2 < 0$ .

**B24.** Укажите наименьшее натуральное число, входящее в область определения функции

$$y = \frac{x+7}{\sqrt{x^2+x-12}}.$$

**B25.** Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{(x^2-10x+25)x}{x^2-9} < 0.$$

**B26.** Укажите число целых решений неравенства

$$\frac{(x+2)(x-4)}{-x^2+4x-4} \geq 0.$$

**B27.** Найдите наименьшее решение неравенства

$$\sqrt{x+4}(x-7) \geq 0.$$

**В28.** Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\sqrt{x+4}(x-7) > 0$ .

**В29.** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  $\sqrt{x+4}(x-7) \leq 0$ .

**В30.** Сколько целых чисел входит в область определения функции  $y = \sqrt{\frac{x+14}{7-x}}$ ?

**В31.** Сколько целых чисел входит в область определения функции  $y = \frac{\sqrt{7x-x^2}}{x-4}$ ?

**В32.** Укажите наименьшее целое число, входящее в область определения функции  $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x+14}}{x-7}}$ .

**В33.** Укажите наименьшее целое число, входящее в область определения функции  $y = \frac{\sqrt{x+14}}{\sqrt{x-7}}$ .

**В34.** Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{x^2 - 16}{1 + 4x - 5x^2} \geq 0.$$

**В35.** Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{(8-x)x} \geq 0.$$

**В36.** Решите систему неравенств и укажите наибольшее

целое решение: 
$$\begin{cases} 5x - 4(2x - 1) > 3(x + 2), \\ 9 - x^2 \geq 0. \end{cases}$$

**В37.** При каком значении  $a$  решением неравенства  $ax < 5$  является промежуток  $(-\infty; +\infty)$ ?

**В38.** Найдите корень уравнения  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 9} = 0$ , удовлетворяющий неравенству  $-(5 - 2x) > -(6,5 - 3x)$ .

**В39.** Среди решений уравнения  $\frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5$  найдите те, которые не удовлетворяют неравенству  $-x^2 - 7x + 8 > 0$ .

**В40.** Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{9 - x^2}{3x^2 - 2x - 1} \geq 0.$$

**В41.** Укажите число целых решений неравенства

$$\frac{(x-2)\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{5 - x} \geq 0.$$

**В42.** Укажите среднее арифметическое целых решений неравенства  $\frac{(x^2 + 7)(3 - x)}{x + 4} > 0$ .

**В43.** Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\frac{x^2 + 12x + 36}{5 - x} \leq 0.$$

**В44.** Решите неравенство  $\frac{x^2 + 4x - 5}{-x^2 - 6x + 7} \leq 0$ . В ответе укажите наименьшее натуральное решение.

**В45.** Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\frac{x+6}{x-5} > 1.$$

**В46.** Укажите сумму целых чисел, не являющихся ре-

шением неравенства  $\frac{4x^2 - 3x - 1}{2x^2 + 3x + 1} > 0$ .

**В47.** Найдите наибольшее целое решение двойного не-

равенства  $-1 \leq \frac{x+1}{2-x} < 1$ .

**В48.** Найдите целое решение неравенства

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{8}{x^2-1} < 0.$$

**В49.** Укажите число целых решений неравенства

$$(4x-1)^2 - 9(1-4x) \leq 0.$$

**В50.** Укажите наименьшее значение  $x$ , при котором вы-

ражение  $\sqrt{x-6} + \sqrt{x+3}$  имеет смысл.

**В51.** Решите систему неравенств:  $\begin{cases} x^3 - 4x^2 \geq 0, \\ x \leq 0. \end{cases}$

**В52.** Найдите произведение натуральных решений не

равенства  $\frac{x^3 - 27}{x^4 - \frac{16}{81}} \leq 0$ .

**В53.** Найдите сумму натуральных решений неравенства

$$\frac{x^3 - 4x^2 + x - 4}{2-x} \geq 0.$$

**В54.** Укажите целое число, входящее в область опреде-

ления функции  $y = \sqrt{\frac{-5}{x^2 - 6x + 8}}$ .

**В55.** Решите неравенство  $x^4 + 2x^2 - 3 \leq 0$ . В ответе запишите длину промежутка, на котором выполняется неравенство.

**В56.** Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 \leq 0, \\ x^4 - 81x + 2006 > 0. \end{cases}$$

**В57.** Укажите число целых чисел, входящих в область определения функции  $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 36}}{x + 2}$ .

**В58.** Укажите число целых чисел, входящих в область определения функции  $y = \sqrt{\frac{\sqrt{-x^2 + 36}}{x + 2}}$ .

**В59.** Укажите число целых решений неравенства

$$\frac{x^2 + 2x - 8}{-x^2 + 5x - 6} \geq 0.$$

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С60.** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{20 + x - x^2}}{2x - 3} \leq \frac{\sqrt{20 + x - x^2}}{x - 6}$ .

**С61.** Решите неравенство

$$\frac{(x^4 - 2x^3 + 2x - 1)(x^2 - 4x + 4)}{7 - 6x - x^2} \geq 0.$$



**С62.** Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-1}(x^2+3x-18)(4x^2-4x+1)}{(x^2-5x+6)(3x^2-8x+14)} \leq 0.$$

**С63.** При каких значениях параметра  $a$  неравенство

$$\frac{x-2a-1}{x-a} < 0 \text{ справедливо для любых } x \in [1; 2]?$$

**С64.** Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство

$$\frac{x-2a-4}{x+3a-2} \leq 0 \text{ выполняется для всех } x \in [1; 3].$$

**С65.** Укажите число целых решений неравенства

$$(x^2-9)(\operatorname{ctg}^2 x+2) < 0.$$

**С66.** Укажите число целых решений неравенства

$$(x^2-9)(\sin^2 x+2) < 0.$$

**С67.** Укажите число целых решений неравенства

$$(x^2-9)(\ln^2 x+1) \leq 0.$$

**С68.** Укажите число целых решений неравенства

$$(x^2-9)(\arcsin^2 x+1) < 0.$$

**С69.** Укажите число целых решений неравенства

$$(x^2-9)(\sqrt{x}+1) < 0.$$

**С70.** Укажите число натуральных решений неравенства

$$(x^2-9)(\sqrt[3]{x}+1) < 0.$$

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* область определения функции, множество значений функции, периодичность, возрастание (убывание), экстремумы функции, наибольшее (наименьшее) значение функции, ограниченность, сохранение знака функции, связь между свойствами функции и ее графиком, значения функции.

### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \frac{6}{x}$  на отрезке  $[1; 12]$ .
- В2.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \frac{6}{x}$  на отрезке  $[1; 12]$ .
- В3.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -\frac{10}{x}$  на отрезке  $[1; 10]$ .
- В4.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = -\frac{10}{x}$  на отрезке  $[1; 10]$ .
- В5.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на отрезке  $[11; 24]$ .
- В6.** Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на промежутке  $(11; 24)$ .

- В7.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на отрезке  $[11; 24]$ .
- В8.** Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на промежутке  $(11; 24)$ .
- В9.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 3x - 8$  на отрезке  $[11; 24]$ .
- В10.** Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = 3x - 8$  на промежутке  $(11; 24)$ .
- В11.** Найдите наибольшее значение функции  $y = -4x^2 + 3$  на отрезке  $[1; 3]$ .
- В12.** Найдите наибольшее целое значение функции  $y = -4x^2 + 3$  на промежутке  $(1; 3)$ .
- В13.** Найдите наименьшее значение функции  $y = -4x^2 + 3$  на отрезке  $[1; 3]$ .
- В14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = -x^2 + 10x$  на отрезке  $[0; 7]$ .
- В15.** Найдите наибольшее значение функции  $y = -x^2 + 10x$  на промежутке  $(0; 7)$ .
- В16.** Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = 0,2^x$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
- В17.** Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = 0,2^x$  на промежутке  $(-1; 2)$ .
- В18.** Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = 2^x$  на промежутке  $(-1; 2)$ .
- В19.** Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = \log_3 x$  на отрезке  $[1; 243]$ .

**B20.** Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = \log_3 x$  на промежутке  $(1; 243)$ .

**B21.** Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$$

на отрезке  $[1; 27]$ .

**B22.** Найдите наименьшее целое значение функции

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$$

на промежутке  $(1; 27)$ .

**B23.** Найдите наибольшее целое значение функции

$$f(x) = \sqrt{x+1} \text{ на промежутке } (0; 63).$$

**B24.** Найдите наименьшее целое значение функции

$$f(x) = \sqrt{x+8} \text{ на промежутке } (12; 56).$$

**B25.** Найдите наибольшее целое значение функции

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1} \text{ на промежутке } (0; 83).$$

**B26.** Найдите наибольшее значение функции

$$g(x) = 7\sin x \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

**B27.** Найдите наибольшее целое значение функции

$$g(x) = 7\sin x \text{ на промежутке } \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

**B28.** Найдите наибольшее целое значение функции

$$g(x) = 7\sin x \text{ на промежутке } \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right).$$

**В29.** Найдите наименьшее значение функции

$$g(x) = 8\cos x \text{ на отрезке } \left[ \frac{\pi}{2}; \pi \right].$$

**В30.** Найдите наименьшее целое значение функции

$$g(x) = 8\cos x \text{ на промежутке } \left( \frac{\pi}{2}; \pi \right).$$

**В31.** Найдите наибольшее целое значение функции

$$g(x) = 4\sqrt{3} \operatorname{tg} x \text{ на промежутке } \left( 0; \frac{\pi}{3} \right).$$

**В32.** Найдите наименьшее целое значение функции

$$g(x) = 4\sqrt{3} \operatorname{ctg} x \text{ на промежутке } \left( 0; \frac{\pi}{3} \right).$$

**В33.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = 3\sin x + 4$ ?

**В34.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = \sin(3x) + 4$ ?

**В35.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = \frac{\sin x}{3} + 4$ ?

**В36.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = 3\cos^2 x + 2$ ?

**В37.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = 3\cos^3 x + 2$ ?

**В38.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = 6\sin x \cos x$ ?

**В39.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = 5(\cos^2 x - \sin^2 x)$ ?

**В40.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = \cos x \sin 16^\circ - \sin x \cos 16^\circ$ ?

**В41.** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = 4 \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$ ?

**В42.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{35}{\cos x + 3}.$$

**В43.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{35}{\sin x + 3}.$$

**В44.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = \log_3(27 - x^2).$$

**В45.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(81 - x^2).$$

**В46.** Какого значения функция  $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  не достигает ни при каком действительном значении  $x$ ?

**В47.** Какого значения функция  $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$  не достигает ни при каком действительном значении  $x$ ?

**В48.** Какого значения функция  $y = \frac{5x+1}{2x+1}$  не достигает ни при каком действительном значении  $x$ ?

**В49.** Какое число не входит в область определения функции  $y = \frac{5x+1}{2x+1}$ ?

**В50.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}.$$

**В51.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^4 - 16}{x^2 + 4}.$$

**В52.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \sqrt{6-x} + \sqrt[4]{x+2}$ ?

**В53.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \frac{\sqrt{6-x}}{\sqrt[4]{x+2}}$ ?

**В54.** Сколько натуральных чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \frac{\sqrt{6-x}}{x-2}$ ?

**В55.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \frac{\sqrt[4]{16-x^2}}{x+2}$ ?

**В56.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \sqrt[4]{4x-x^2} + \log_5(x-2)$ ?

**В57.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \sqrt[4]{4x - x^2} + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ ?

**В58.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \sqrt[4]{4x - x^2} + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ ?

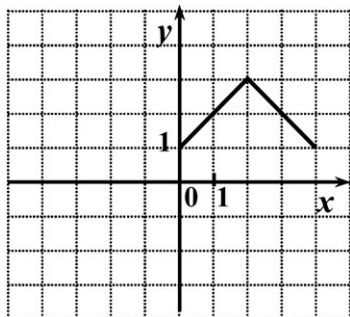
**В59.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \log_2(10 - x^2)$ ?

**В60.** Сколько целых чисел содержится в области определения функции  $g(x) = \log_{10-x^2} x$ ?

**В61.** Укажите, сколько целых чисел содержит область определения функции  $y = \log_4 \frac{4-x}{x+2}$ .

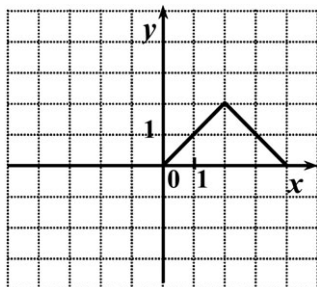
**В62.** Укажите, сколько целых чисел входит в область определения функции  $y = \sqrt[4]{\frac{4-x}{x+2}}$ .

**В63.** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является четной. На рисунке изображен график этой функции при  $0 \leq x \leq 4$ . Найдите  $f(-1)$ .

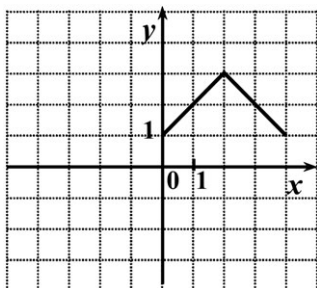




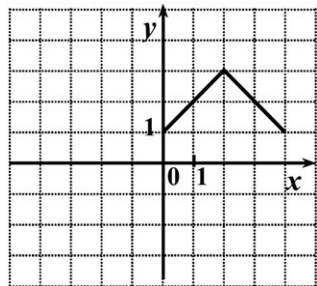
- В64.** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является нечетной. На рисунке изображен график этой функции при  $0 \leq x \leq 4$ . Найдите  $f(-3)$ .



- В65.** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На рисунке изображен график этой функции при  $0 \leq x < 4$ . Найдите  $f(-3)$ .



- В66.** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На рисунке изображен график этой функции при  $0 \leq x < 4$ . Найдите  $f(2010)$ .



- B67.** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является четной. На промежутке  $(0; 6)$  она задается формулой  $f(x) = (x - 3)^2$ . Найдите  $f(-2)$ .
- B68.** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является нечетной. На промежутке  $(0; 6)$  она задается формулой  $f(x) = 6x - x^2$ . Найдите  $f(-2)$ .
- B69.** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 6. На промежутке  $(0; 6)$  она задается формулой  $f(x) = 6x - x^2$ . Найдите  $f(-2) \cdot f(99)$ .
- B70.** Нечетная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 2,1 + f(x - 4)$  вычислите  $g(1) + g(3) + g(5) + g(7)$ .
- B71.** Нечетная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 1,1 + f(x - 4)$  вычислите  $g(2) + g(3) + g(5) + g(6)$ .
- B72.** Четная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 1,3 + f(x - 3)$  вычислите  $g(1) + g(2) - g(4) - g(5)$ .
- B73.** Четная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 1,2 + f(x - 3)$  вычислите  $g(0) + g(2) - g(4) - g(6)$ .
- B74.** Нечетная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции

$$f(x) = x(x - 7) \cdot (x^2 - x - 12).$$

Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

- В75.** Нечетная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции

$$f(x) = x(x - 7) \cdot (x^2 - x - 12).$$

Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

- В76.** Четная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции  $f(x) = (x^3 - 4x)(0,5^x - 2)$ . Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

- В77.** Четная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции  $f(x) = (x^3 - 4x)(0,5^x - 2)$ . Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- С78.** Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{9,6 + 0,2x - x^2}}{\sin x}.$$

- С79.** Найдите область определения функции

$$y = \operatorname{tg} x \cdot \sqrt{6,4 - 2,4x - x^2}.$$

- С80.** Найдите множество значений функции

$$y = \log_{0,5}(\sin x + 5).$$

**C81.** Найдите множество значений функции

$$y = \log_3(x - |x| + 3).$$

**C82.** Найдите множество значений функции

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{3 - \sin x}}.$$

**C83.** При каких значениях  $a$  функция

$$y = x^2 + (a - 2)x + 0,25$$

не принимает отрицательных значений?

**C84.** Пусть  $f(x) = x + 3^x$ . Решите неравенство  $f(x) > 30$ .

**C85.** Пусть  $f(x) = -x + \log_{0,5} x$ . Решите неравенство  $f(x) \geq -3$ .

**C86.** При каком значении  $a$  область определения функции

$$y = \sqrt[6]{-x^2 + 4x + a} + \sqrt{x - 3}$$
 состоит из одной точки?

**C87.** При каком значении  $a$  область определения функции

$$y = \sqrt[6]{-x^2 + 6x + a} + \sqrt{x - 4}$$
 состоит из одной точки?

### 3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* задачи на движение, на работу, на проценты и на сложные проценты, на десятичную форму записи числа, на смеси и сплавы, практикоориентированные задачи.

#### Часть 1

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**В1.** В коробку помещается  $1,4 \text{ м}^2$  керамической плитки размером  $20 \times 20$  см. Плитка продается коробками.

а) Сколько плиток в коробке?

б) Какое минимальное количество полных коробок нужно купить, если требуется 60 плиток?

в) Сколько плиток требуется для полного обкладывания стены площадью  $12 \text{ м}^2$ ?

г) Какое минимальное количество коробок плитки надо купить для полного обкладывания стены площадью  $9 \text{ м}^2$ ?

д) Какое минимальное количество коробок плитки надо купить для полного обкладывания стены площадью  $8 \text{ м}^2$ , в которой есть дверь размером  $2 \text{ м} \times 0,7 \text{ м}$ ?

е) Какое минимальное количество коробок плитки надо купить для полного обкладывания стены площадью  $7 \text{ м}^2$  с учетом 15% запаса?

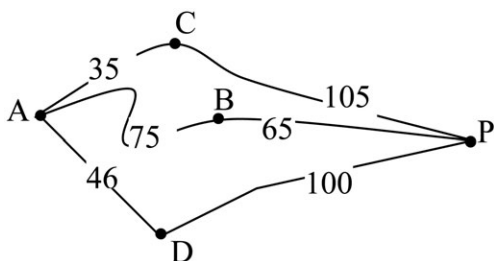
**В2.** На три полки поставили 278 книг. На первую из них поставили на 14 книг больше, чем на вторую. На третью полку — в 2 раза больше, чем на вторую. Сколько книг поставили на первую полку?

**В3.** На склад привезли 126 тонн яблок, груш и слив. Яблок оказалось в 4 раза больше, чем груш. Слив на 18 тонн меньше, чем груш. Сколько тонн яблок привезли на склад?

- В4.** Моторная лодка прошла 10 км по озеру и 4 км против течения реки, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- В5.** Катер прошел 15 км по течению реки и 4 км по озеру, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 4 км/ч.
- В6.** Для распечатки 302 страниц были использованы две копировальные машины. Первая машина работала 8 мин, вторая — 10 минут. Сколько страниц в минуту печатает первая машина, если первая печатает в минуту на 4 страницы больше, чем вторая?
- В7.** Двое рабочих изготавливают по одинаковому количеству деталей. Первый выполнил эту работу за 6 ч, второй за 4 ч, так как изготавливал в час на 14 деталей больше первого. Сколько деталей изготовил второй рабочий?
- В8.** В связи с распродажей диван подешевел на 20% и теперь стоит 12 000 рублей. Сколько диван стоил до распродажи?
- В9.** Некоторое число уменьшили на 20%. На сколько процентов надо увеличить результат, чтобы получить первоначальное число?
- В10.** Вкладчик положил в сбербанк 10 000 рублей из расчета 1% годовых. Каким будет его вклад через один год?
- В11.** Сбербанк в конце года начисляет 4% годовых к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 2500 рублей через один год?

**В12.** Магазин в первый день продал 40% имеющихся овощей. За второй день он продал 80% овощей, проданных в первый день. В третий день — оставшиеся 28 кг. Сколько килограммов овощей было в магазине первоначально?

**В13.** Водитель машины собирается проехать из пункта А в пункт Р, в который ведут три маршрута: через пункт В, через пункт С и через пункт D. Расстояния в километрах между соседними пунктами показаны на схеме. Известно, что если ехать через С, то средняя скорость автобуса будет равна 50 км/ч, если ехать через В — 56 км/ч, если ехать через D — 58 км/ч. Водитель выбрал маршрут так, чтобы доехать до пункта Р за наименьшее время. Сколько часов он будет в пути?



**В14.** Конфеты продаются в трех различных упаковках. В 300-граммовой упаковке они стоят 27 рублей, в 500-граммовой упаковке они стоят 41 рубль, а в 900-граммовой упаковке — 77 рублей. Покупатель выбрал самую выгодную упаковку. Сколько он заплатил за две упаковки таких конфет?

**В15.** На строительстве стены первый каменщик работал 5 дней один. Затем к нему присоединился второй, и они вместе закончили работу через 4 дня. Известно, что первому каменщику потребовалось бы на выполнение этой работы на 5 дней больше, чем второму. За сколько дней может построить эту стену первый каменщик, работая один?

- В16.** За определенное время на заводе собирают 90 автомобилей. Первые три часа на заводе выполняли установленную норму, а затем стали собирать на один автомобиль в час больше. Поэтому за час до срока уже было собрано 95 автомобилей. Сколько автомобилей в час должны были собирать на заводе?
- В17.** Два велосипедиста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 54 км, и встречаются через 2 ч. Определите скорость каждого велосипедиста, если скорость у одного из них она на 3 км/ч больше, чем у другого.
- В18.** Два пешехода отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 50 км, и встречаются через 5 ч. Определите скорость первого пешехода, если его скорость на 2 км/ч больше, чем у другого.
- В19.** Найдите двузначное число, если частное от деления искомого числа на сумму его цифр равно 4, а частное от деления произведения его цифр на сумму цифр равно 2.
- В20.** Найдите двузначное число, если произведение его цифр в 6 раз меньше самого числа, а если к исходному числу прибавить 9, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке.
- В21.** К 40% раствору соляной кислоты добавили 50 г чистой кислоты, после чего концентрация раствора стала равной 60%. Найдите первоначальный вес раствора.
- В22.** Какое количество воды нужно добавить в 1 литр 9%-ного раствора уксуса, чтобы получить 3%-ный раствор?



- В23.** Цена изделия составляла 1000 рублей и была снижена сначала на 10%, а затем еще на 20%. Какова окончательная цена товара?
- В24.** Цену товара повысили на 25%, затем новую цену повысили еще на 10% и, наконец, после перерасчета произвели повышение цены еще на 12%. На сколько процентов повысили первоначальную цену товара?
- В25.** Сберегательный банк в конце года начисляет 3% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 1000 рублей через 2 года?
- В26.** Найдите первоначальную сумму вклада (в рублях), если после истечения двух лет она выросла на 304,5 рубля при 3% годовых.
- В27.** В первый день со склада было отпущено 20% имевшихся яблок. Во второй день — 180% от того количества яблок, которое было отпущено в первый день. В третий день — оставшиеся 88 кг яблок. Сколько килограммов яблок было на складе первоначально?
- В28.** Изделие, цена которого 500 рублей, сначала подорожало на 10%, а затем еще на 20%. Какова окончательная цена изделия?
- В29.** Цену на некоторый товар сначала снизили на 30%, а затем повысили на 20%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена товара?
- В30.** Цену некоторого товара снизили на 15%, а потом еще на 20%. Найдите общий процент снижения цены.
- В31.** Цена первого товара повысилась на 30%, а потом еще на 5%. Цена второго товара повысилась на 25%. После повышения цены товаров сравнялись.

Найдите, на сколько процентов первоначальная цена одного товара больше первоначальной цены другого товара.

- В32.** Сумма двух чисел равна 1100. Найдите наибольшее из них, если 6% одного из них равны 5% другого.
- В33.** Зарплата была повышена два раза за один год. При таком повышении рабочий стал получать вместо 1000 руб. за один день 1254,4 руб. Определите, на сколько процентов повысилась зарплата.
- В34.** Сберегательный банк в конце года начисляет 2% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 5000 рублей через 3 года?
- В35.** Найдите первоначальную сумму вклада (в рублях), если после истечения трех лет она выросла на 765,1 рубля при 2% годовых.
- В36.** Сберегательный банк в конце года начисляет 5% к сумме, находившейся на счету. На сколько процентов увеличится первоначальный вклад в 2000 рублей через 2 года?
- В37.** Для перевозки 25 тонн груза на 900 км можно использовать одну из транспортных компаний, причем у каждой из них автомобили определенной грузоподъемности. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку товара за один рейс?

Транспортная компания	Стоимость перевозки одной машиной (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобиля (тонн)
А	1000	2
В	1200	2,5
С	1300	3

**В38.** Для сборки шкафа требуется заказать 8 одинаковых зеркал площадью  $0,3 \text{ м}^2$  каждое у одного из трех производителей. В таблице приведены цены на зеркала, а также на резку и обработку края. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый заказ?

Производитель	Стоимость зеркала (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка и обработка (руб. за одно зеркало)
А	600	100
В	650	90
С	700	80

**В39.** Строительной компании необходимо купить 25 тонн кирпича у одного из трех поставщиков. Вес одного кирпича  $2,5 \text{ кг}$ . Цены и условия доставки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдется самый дешевый заказ с учетом доставки? Ответ дайте в тыс. рублей.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	35	11000	
В	36	15000	При заказе на сумму свыше 350 000 руб. доставка бесплатно
С	34	20000	При заказе на сумму свыше 330 000 руб. доставка со скидкой 10%

- В40.** Для одного из заводов зависимость объема спроса на продукцию  $m$  (единиц в неделю) от ее цены  $n$  (тыс. руб. определяется по формуле  $m = 140 - 10n$ ). Найдите наибольшую цену (в тыс. руб.), при которой значение выручки за неделю  $k = m \cdot n$  составит не менее 450 тыс. руб.
- В41.** Прибыль фабрики в неделю вычисляется по формуле  $m(t) = t(k - n) - r$ . Фабрика продает свою продукцию по цене  $k = 300$  руб. за штуку, затраты на производство единицы продукции составляют  $n = 100$  руб. за штуку, а расходы за неделю  $r = 200\,000$  руб. Найдите наименьший объем производства  $t$  (шт.), при котором прибыль фабрики составит не менее 100 000 руб. в месяц.
- В42.** Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота его над землей, описывается по формуле  $h(t) = -2t^2 + 26t$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее со времени броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 72 м?
- В43.** Велосипедист, едущий по городу со скоростью  $v_0 = 5$  км/ч, выезжает из города на трассу, и начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 4$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние велосипедиста до города определяется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Найдите наибольшее время в минутах, в течение которого велосипедист будет находиться в зоне функционирования местной телефонной связи, если оператор гарантирует покрытие не далее, чем 12 км от города.

## 4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ

### Часть 1

Ответом в заданиях этой группы может быть целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В1.** Решите уравнение  $|2x - 7| = 5$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)
- В2.** Укажите число корней уравнения  $|2x^2 - 7| = 5$ .
- В3.** Решите уравнение  $|14 - 6^x| = 22$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)
- В4.** Решите уравнение  $\left| \left( \frac{1}{6} \right)^x - 7 \right| = 29$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)
- В5.** Решите уравнение  $|2\log_2 x - 1| = 3$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)
- В6.** Решите уравнение  $|2\sin x - 1| = 3$ . В ответе укажите наименьший положительный корень (в градусах).
- В7.** Решите уравнение  $|2\cos x + 1| = 3$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень (в градусах).

- B8.** Решите уравнение  $|1 - 5\sqrt{x}| = 14$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)
- B9.** Решите уравнение  $|5\sqrt[4]{x} - 1| = 19$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)
- B10.** Решите уравнение  $|0,5\sqrt[3]{x} - 1| = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)
- B11.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|x - 3| < 4$ ?
- B12.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $\sqrt{x^4 - 6x^2 + 9} < 6$ ?
- B13.** Сколько натуральных чисел являются решением неравенства  $|7^x - 3| \leq 4$ ?
- B14.** Сколько целых чисел, принадлежащих промежутку  $(-3; 3)$  являются решением неравенства

$$\left| \left( \frac{1}{7} \right)^x - 3 \right| \leq 4?$$

- B15.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|\lg x| \leq 2$ ?
- B16.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|\log_{0,25} x| \leq 2$ ?

**В17.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $\left|\sqrt[3]{x}\right| \leq 3$ ?

**В18.** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $\left|\sqrt{x}-1\right| \leq 2$ ?

**В19.** Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $|2-x| > 9$ .

**В20.** Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $|x^2-3| > 17$ .

**В21.** Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $|\sqrt{x}-2| > 17$ .

**В22.** Сколько целых чисел, принадлежащих промежутку  $(20; 30)$ , являются решением неравенства  $|\log_5 x - 3| > 1$ ?

**В23.** Сколько целых чисел, принадлежащих промежутку  $(-3; 3)$ , являются решением неравенства  $|2^x - 5| > 1$ ?

**В24.** Сколько целых чисел являются решением неравенства  $(0,2)^{|2x-1|} \geq \frac{1}{25}$ ?

**В25.** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  $(0,5)^{|4x+1|} \geq \frac{1}{8}$ .

**B26.** Сколько целых чисел являются решением неравенства  $\log_{\frac{1}{6}}|3x-3| \geq -1$ ?

**B27.** Сколько целых чисел являются решением неравенства  $\log_{0,25}|2x-8| \geq -2$ ?

**B28.** Решите уравнение  $|x-3|=3x+1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**B29.** Решите уравнение  $|x^2-3|=3x^2-1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**B30.** Решите уравнение  $|\sqrt{x}-3|=3\sqrt{x}+1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**B31.** Решите уравнение  $|2^x-3|=3 \cdot 2^x-1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**B32.** Решите уравнение  $|3\sin x-1|=2\sin x+1$ . В ответе укажите наименьший положительный корень (в градусах).

**B33.** Решите уравнение  $|3\cos x-1|=2\cos x+1$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень (в градусах).

**B34.** Укажите наименьшее решение уравнения

$$|4x-7|=4x-7.$$



**В35.** Укажите наибольшее целое решение уравнения

$$|x^2 - 27| = 27 - x^2.$$

**В36.** Укажите наименьшее целое решение уравнения

$$|2^x - 17| = 2^x - 17.$$

**В37.** Укажите наибольшее решение уравнения

$$|\log_5 x - 2| = 2 - \log_5 x.$$

**В38.** Решите уравнение  $x^2 + \sqrt{x^2} - 12 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**В39.** Решите уравнение  $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 20 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**В40.** Решите уравнение  $\log_2^2 x + 2\sqrt{(\log_2 x)^2} - 3 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**В41.** Решите уравнение  $\log_2^2 x + 2(\sqrt{\log_2 x})^2 - 3 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**В42.** Решите уравнение  $x^2 + 4(x^{0,5})^2 = 21$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**В43.** Решите уравнение  $x^2 + 4(x^2)^{0,5} = 21$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**В44.** Решите уравнение  $|0,5x - 6| = |x|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите среднее арифметическое всех его корней.)

**В45.** Решите уравнение  $|3^x - 8| = |3^x - 10|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

**В46.** Решите уравнение  $|2\lg x - 1| = |\lg x + 1|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

**В47.** Решите уравнение  $|0,5\sqrt{x} - 2| = |1,5\sqrt{x} - 3|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов сумму всех его корней.)

**В48.** Укажите наименьшее решение неравенства

$$|x - 3|(x - 7) \geq 0.$$

**В49.** Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$|x - 5|(x - 6) < 0.$$

**В50.** Укажите наименьшее решение неравенства

$$|2^x - 4|(2^x - 64) \geq 0.$$

**В51.** Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$|\lg x|(\lg x - 1) < 0.$$

**В52.** Решите уравнение  $||x| - 7| = 4$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите наименьший из всех его корней.)

**В53.** Решите уравнение  $||x| - 4| = 7$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

### Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**С54.** Решите неравенство  $\left| \left| \frac{1}{x} \right| - 7 \right| < 4$ .

**С55.** Решите уравнение  $||\cos x| - 3| = 2$ .

**С56.** Решите уравнение  $||\log_2 x| - 2| = 3$ .

**С57.** Решите уравнение  $||6^x - 1| - 3| = 2$ .

**С58.** Решите уравнение  $||\sqrt[4]{x} - 1| - 1| = 1$ .

**С59.** Решите уравнение  $\log_3(1-x) + 0,5\log_3(4x-7)^2 = 0$ .

**С60.** Решите уравнение

$$\log_2(4x-11) + 0,25\log_2(2-x)^4 = 0.$$

**С61.** Решите уравнение  $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 7$ .

**С62.** Решите уравнение  $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 5$ .

**С63.** Решите уравнение  $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 4$ .

**C64.** Решите уравнение  $|2 - \sqrt{x}| + |\sqrt{x} - 4| = 2$ .

**C65.** Решите уравнение  $|\log_3 x + 2| + |\log_3 x - 1| = 5$ .

**C66.** Решите уравнение  $\sqrt{4^x - 2 \cdot 2^x + 1} + |2^x - 9| = 7$ .

**C67.** Решите уравнение  $|5 - \log_2 x| + |2 + \log_2 x| = 7$ .

**C68.** Решите уравнение  $|5 - \sqrt[3]{x}| + |2 + 3\sqrt[3]{x}| = 7 + 2\sqrt[3]{x}$ .

**C69.** Решите уравнение  $|4 - 3^x| + |9 - 3^x| = 2 \cdot 3^x - 13$ .

**C70.** Решите неравенство  $|x + 1| + |x + 2| + |x - 1| < 8x - 32$ .

**C71.** Решите неравенство

$$|x + 1| + |x + 2| + |x - 1| + |x - 2| < 8x - 32.$$

**C72.** Решите неравенство

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 8x + 16} < 4x + 4.$$

**C73.** Решите уравнение

$$|\log_3(x^2 - 16) + x - 5| = |\log_3(x^2 - 16)| + |x - 5|.$$

**C74.** Решите неравенство

$$|\log_3(x^2 - 16) + x - 5| \leq |\log_3(x^2 - 16)| + |x - 5|.$$

**C75.** Решите неравенство

$$|\log_3(x^2 - 16) + x - 5| \geq |\log_3(x^2 - 16)| + |x - 5|.$$

## 5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

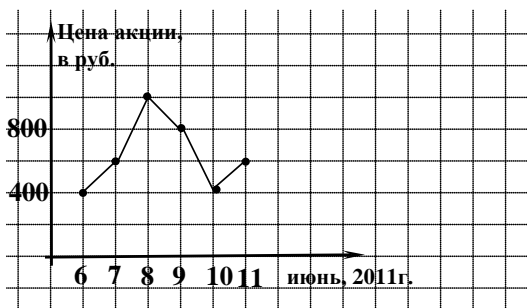
*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* элементы комбинаторики, элементы статистики, элементы теории вероятностей, примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

1. В 11 классе 30 человек. 18 человек изучают английский язык, 16 – немецкий, 9 – оба языка. Сколько человек изучают: а) только английский язык; б) только немецкий язык; в) не изучают ни одного языка?
2. Из 5 различных книг выбирают 3 для посылки. Сколькими способами это можно сделать?
3. Из 5 одинаковых книг выбирают 3 для посылки. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «роза»?
5. Сколькими способами можно переставить буквы в имени «окно»?
6. Сколькими способами можно переставить буквы в имени «книга», так чтобы сочетание «ни» всегда присутствовало?
7. Сколько существует двузначных чисел, в записи которых нет цифры 0?
8. Сколько существует двузначных чисел, в записи которых нет цифры 7?
9. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых нет цифры 7?
10. Найдите вероятность того, что при одном бросании игральной кости выпадет число очков, кратное 2.
11. В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер вынутого наудачу шара делится на 4?

12. Набирая номер телефона, Вы забыли последнюю цифру и набрали ее наугад. Какова вероятность того, что набрана нужная вам цифра?
13. В ящике лежат 100 одинаковых на ощупь шаров: 10 — зеленых, 30 — красных, 60 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар: 1) зеленый; 2) не красный.
14. В ящике лежат 100 одинаковых на ощупь шаров: 20 — зеленых, 30 — красных, 50 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар красный или синий?
15. В урне 10 одинаковых на ощупь шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превосходит 4?
16. В урне 10 одинаковых на ощупь шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара больше 7?
17. Из слова «математика» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква «м»?
18. Из слова «математика» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет согласная буква?
19. Бросаются одновременно две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков четна.
20. Бросаются одновременно две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков делится на 4.
21. Бросаются одновременно две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков четно.
22. Куб, все грани которого окрашены, распилили на 64 равных кубика. Найдите вероятность того, что наудачу взятый кубик имеет: 1) три окрашенные грани; 2) две окрашенные грани.

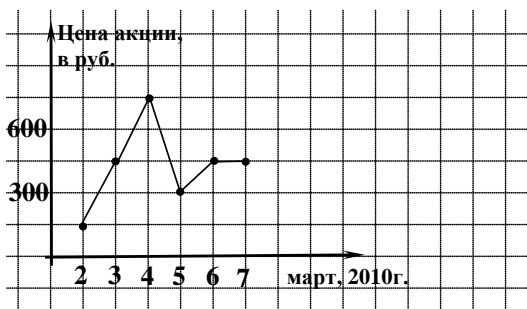
23. В квадрат с вершинами в точках  $(0,0)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,1)$ ,  $(1,0)$  наудачу брошена точка  $K(x;y)$ . Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству  $y \geq 0,5x$ .
24. Два друга договорились о встрече на следующих условиях: каждый приходит в указанное место независимо друг от друга в любой момент времени от 18<sup>00</sup> до 19<sup>00</sup>. Придя, ожидает не более 30 минут, а уходит не позднее 19<sup>00</sup>. Какова вероятность их встречи?
25. В урне 4 белых и 2 черных одинаковых на ощупь шаров. Из урны вынимают сразу два шара. Найдите вероятность того, что оба шара будут белыми.
26. В ящике лежат 5 одинаковых на ощупь шаров: 2 — зеленых, 3 — красных. Из ящика вынули наудачу 2 шара. Найдите вероятность того, что оба вынутых шара разноцветные.
27. В урне 3 белых и 8 черных одинаковых на ощупь шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут еще один шар. Найдите вероятность того, что этот шар тоже будет белым.
28. В урне 8 белых и 3 черных одинаковых на ощупь шаров. Из урны вынули один шар, и не глядя, отложили в сторону. После этого из урны взяли еще один шар. Он оказался белым. Найдите вероятность того, что первый шар, отложенный в сторону, — белый.
29. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных одинаковых на ощупь шаров, вынимают один за другим все шары. Найти вероятность того, что вторым по порядку будет вынут белый шар.
30. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7; второго — 0,8. Какова вероятность: а) хотя бы одного попадания; б) ровно одного попадания; в) двух попаданий, если каждый сделал по одному выстрелу.

31. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна  $0,7$ ; второго —  $0,6$ ; третьего —  $0,4$ . Какова вероятность: а) хотя бы одного попадания; б) трех попаданий, если каждый сделал по одному выстрелу.
32. На графике жирными точками показаны цены одной акции завода в период с 6 по 11 июня 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер купил 7 июня 50 акций и продал все акции 10 июня. Какую сумму потерял брокер в результате этой операции?

33. На графике жирными точками показаны цены одной акции завода в период с 2 по 7 марта 2010 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер купил 5 марта 60 акций и продал все акции 6 марта. Чему равна прибыль брокера?



- 34.** Рассмотрите ряд чисел: 15; 15; 12; 14; 13. Найдите: а) размах; б) среднее арифметическое; в) медиану; г) моду.
- 35.** Рассмотрите ряд чисел: 40; 90; 50; 20; 20; 50. Найдите: а) размах; б) среднее арифметическое; в) медиану; г) моду.
- 36.** В ряду чисел 3, 5,  $\_$ , 14, 10 одно число оказалось стертым. Восстановите его, зная, что размах ряда равен 12.
- 37.** В фермерском хозяйстве отведено под пшеницу два участка 10 га и 15 га. Средняя урожайность на первом участке составляет 25 ц с 1 га, на втором 15 ц с 1 га. Чему равна средняя урожайность пшеницы в этом хозяйстве?
- 38.** Родители выделили на питание ученика 1000 рублей на неделю. В таблице представлены расходы ученика на питание в течение недели.

День	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Расходы, руб.	130	155	135	145	170

Сколько рублей осталось у ученика после всех затрат на питание?

- 39.** Два мастера изготавливали одинаковые детали, причем первый работал 5 дней, а второй — 4 дня. Сведения об их дневной выработке представлены в таблице:

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Дневная выработка 1 токаря	18	19	20	22	21
Дневная выработка 2 токаря	20	20	21	23	—

- А) Какова средняя дневная выработка первого токаря?  
 Б) Какова средняя дневная выработка второго токаря?

40. В таблице записаны результаты ежедневного измерения температуры воздуха (в градусах Цельсия) на метеостанции в полдень в первой декаде февраля.

Число месяца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура, °C	-8	-6	-2	0	-2	-2	-1	1	0	0

Найдите среднюю температуру в полдень в эту декаду.

### III. УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ ЧАСТИ 2

#### Раздел 1

##### 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

###### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

39. Сгруппируйте слагаемые с суммой аргументов, равной  $180^\circ$ , и примените формулы приведения или формулу суммы косинусов.
40. Примените формулу синуса двойного угла, для этого умножьте выражение на  $\frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}$ .
41. Умножьте исходное выражение на дробь  $\frac{\cos 18^\circ}{\cos 18^\circ}$ .  
Далее в числителе примените формулу «синуса двойного угла» и используйте равенство  $\sin 54^\circ = \cos 36^\circ$ .
42. Выразите  $\sin \alpha \cos \alpha$  через  $\sin \alpha - \cos \alpha$ . Для этого рассмотрите  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ .
43. Выразите  $\sin \alpha \cos \alpha$  через  $\sin \alpha + \cos \alpha$ . И подставьте в исходное выражение, при этом используя формулу разности кубов.
44. Разделите и числитель и знаменатель дроби на  $\cos(2\alpha)$ . И примените формулу тангенса двойного угла.
45. Из уравнения  $4\sin(2\alpha) = 15\sin^2\alpha + 1$  найдите  $\operatorname{tg}\alpha$ . Разделите и числитель и знаменатель исходной дроби на  $\cos \alpha$ .
46. В первой скобке дополните до квадрата суммы и используйте основное тригонометрическое тождество. Во второй скобке используйте формулу суммы кубов.

## 1.2. Тригонометрические функции

43. Используйте определение четной функции, т.е.  $y(-x) = y(x)$ .
44. Используйте определение нечетной функции, т.е.  $y(-x) = -y(x)$ .
45. Найдите сначала  $f(0) = \cos 0$ , затем  $f(f(0))$ , т.е.  $f(1)$ . Аналогично со значением функции  $g(g(0))$ .
46. Найдите сначала  $g(0)$ . Затем  $f(g(0))$ , т.е.  $f(0)$ .
47. Найдите сначала  $f(0)$ , затем  $f(f(0))$ , т.е.  $f(0)$ . И так далее.
48. Используйте свойства четной функции  $f(x) = \cos x$ , а именно: если  $f(x_0) = 0$ , то и  $f(-x_0) = 0$ .
49. Используйте свойства четной функции  $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$ , а именно: если  $f(x_0) = 0$ , то и  $f(-x_0) = 0$ .
50. Уменьшите аргумент каждой из функций, применяя свойства периодичности тригонометрических функций и формулы приведения. Т.е. получите  $-\sin 20^\circ$ ,  $-\cos 20^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 20^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} 20^\circ$ . Далее используйте возрастание (убывание) тригонометрических функций на соответствующих промежутках.
51. Оцените каждое слагаемое, т.е.  $\sin 1 < 1$ ,  $-1 < \cos 2 < 0$ ,  $\operatorname{ctg} 3 < -1$ ,  $\operatorname{tg} 4 > 1$ .
52. Применяя метод вспомогательного аргумента, можно получить, что  $E(\cos 200x + \sin 200x) = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .
53. Применяя метод вспомогательного аргумента, можно получить, что

$$E(\cos 200x - \sin 200x) = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$$

## 1.3. Тригонометрические уравнения

53. Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом существует. Учтите, что  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  определен не при всех значениях переменной  $x$ .

54. Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом определен. Учтите, что  $\operatorname{tg} x$  определен при

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

55. Уравнение можно решить разложением на множители. Получим:  $(\sin(\pi x) + 3)(2\cos(\pi x) - 1) = 0$ , т.е.  $2\cos(\pi x) - 1 = 0$ . Используйте свойства четной функции  $f(x) = 2\cos(\pi x) - 1$ , а именно: если  $f(x_0) = 0$ , то и  $f(-x_0) = 0$ .

56. Уравнение можно решить введением новой переменной. Получим, что  $\sin \pi x = 0,5$ . Итак,

$$\begin{cases} x = \frac{1}{6} + 2m, & m \in \mathbb{Z}, \quad (1) \\ x = \frac{5}{6} + 2m, & m \in \mathbb{Z}. \quad (2) \end{cases}$$

Из (1) серии решений получим  $\frac{1}{6} + 2\frac{1}{6} + \dots + 18\frac{1}{6}$ .

Из (2) серии решений получим  $\frac{5}{6} + 2\frac{5}{6} + \dots + 18\frac{5}{6}$ .

Суммируем решения, используя формулу суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии.

$$57. \quad \cos^2 x + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos^2 x + 0,5 \cos x \sin x = 0; \\ \cos x < 0, \\ \cos^2 x - 0,5 \cos x \sin x = 0. \end{cases}$$

$$58. \quad \cos^2 x - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos^2 x - 0,5 \cos x \sin x = 0; \\ \cos x < 0, \\ \cos^2 x + 0,5 \cos x \sin x = 0. \end{cases}$$

$$59. \quad \text{Уравнение равносильно системе} \quad \begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1, \\ \sin(2x) = -1. \end{cases}$$

60. Используйте формулу понижения степени для  $\cos^2 2x$ . Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} \cos(4x) = 1, \\ \sin(3x) = -1, \end{cases}$$

61. Рассмотрите уравнение как квадратное относительно  $\sin x$  и используйте неотрицательность дискриминанта.

$$62. \quad \text{Получите из второго уравнения} \quad \begin{cases} \sin x = 0,25 \\ y = -\frac{7}{3} \\ \sin x \geq 0 \end{cases}$$

и произведите отбор решений, учитывая первое уравнение системы.

$$63. \quad \text{Получите из второго уравнения} \quad \begin{cases} \cos x = \frac{1}{16} \\ y = 0,5 \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

и произведите отбор решений, учитывая первое уравнение системы.

64. Получите из второго уравнения 
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = \frac{1}{3} \\ y = 0,25 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

и произведите отбор решений, учитывая первое уравнение системы.

65. Рассмотрите уравнение как квадратное относительно  $x$  и используйте, что  $-1 \leq \cos x \leq 1$ .

66. Рассмотрите уравнение как квадратное относительно  $x$  и используйте, что  $0 \leq \cos^2 x \leq 1$ .

67. Рассмотрите функцию  $f(t) = t^2 - t + a$ , где  $-1 \leq t \leq 1$ . Изобразите соответствующую параболу. Чтобы уравнение имело хотя бы одно решение, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\begin{cases} f(-1) \geq 0, \\ f(1) \leq 0. \end{cases}$$

68. Рассмотрите функцию  $f(t) = t^2 - 6t + a$ , где  $0 \leq t \leq 1$ . Изобразите соответствующую параболу. Чтобы уравнение не имело решений, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\begin{cases} D < 0; \\ \begin{cases} D > 0, \\ f(1) > 0; \end{cases} \\ \begin{cases} D > 0, \\ f(0) < 0. \end{cases} \end{cases}$$

69. Выделите в левой части уравнения квадрат разности  $(x - y)^2$ .

С70. Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} \\ x = \frac{\pi}{7} \\ \sin x \geq 0 \end{cases}.$$

C71. Уравнение равносильно системе  $\begin{cases} \sin x = 1 \\ x \neq \frac{\pi}{2} \end{cases}.$

C72. Уравнение равносильно системе  $\begin{cases} \operatorname{tg} x = 1 \\ x \neq \frac{\pi}{4} \end{cases}.$

C73. Уравнение равносильно системе  $\begin{cases} \cos x = 0,5 \\ \operatorname{tg} x \neq \sqrt{3} \end{cases}.$

C74. Уравнение равносильно системе  $\begin{cases} \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \\ \cos x \neq 0,5 \end{cases}.$

C75. Уравнение равносильно системе  $\begin{cases} \operatorname{ctg} x = \frac{5}{12} \\ \sin x \neq \frac{12}{13} \end{cases}.$

C76. Уравнение равносильно системе  $\begin{cases} \sin x = \frac{12}{13} \\ \operatorname{ctg} x \neq \frac{5}{12} \end{cases}.$

## 2. АЛГЕБРА

### 2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

61. Используйте формулу разности квадратов.
62. Используйте формулу разности квадратов.
63. Возведите исходное выражение в квадрат.
64. Раскройте скобки и сравните полученное выражение с выражением под знаком арифметического квадратного корня.



- 65.** Возведите первое слагаемое в квадрат и сравните полученное выражение с выражением под знаком арифметического квадратного корня.
- 66.** Рассмотрите выражение  $(\sqrt{3}+1)^3$ .
- 67.** Рассмотрите выражение  $(3-\sqrt{2})^3$ .
- 68.** Введите новую переменную  $a = \sqrt{x-9}$ , тогда исходное выражение будет иметь вид  

$$50(|a-3|-|a+3|).$$
- 69.** Введите новую переменную  $a = \sqrt{x-4}$ , тогда исходное выражение будет иметь вид  $(|a-2|-|a+2|)$ .
- 70.** Получите, что выражение под корнем равно  $|x-1|$  и разложите  $x^2+2x-3$  на множители.
- 71.** Рассмотрите разность  

$$A = \sqrt{2004} - \sqrt{2005}, B = \sqrt{2006} - \sqrt{2007}.$$
 Умножьте  $A$  и  $B$  на сопряженные к ним выражения и сравните знаменатели получившихся дробей.
- 72.** Упростите выражение  $|8\sqrt{3}-14|$ . Рассмотрите числитель дроби и покажите, что он равен  $-2\sqrt{6}$ .
- 73.** Выделите выражение вида  $(a+b)^4$ .

## 2.2. Иррациональные уравнения

- 50.** Функция в левой части уравнения является возрастающей на отрезке  $\left[\frac{15}{17}; +\infty\right)$ . Поэтому уравнение имеет не более одного решения.

51. Функция  $f(x) = \sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2}$  является возрастающей на отрезке  $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$ . Поэтому уравнение  $f(x) = 5$  имеет не более одного решения.
52. Функция  $f(x) = \sqrt{129-x}$  является убывающей на отрезке  $(-\infty; 129]$ , а  $g(x) = 3x - 13$  возрастает на всей числовой прямой, поэтому уравнение  $f(x) = g(x)$  имеет не более одного решения.
53. Рассмотрите область определения уравнения.
54. Рассмотрите область определения уравнения.
55. Область определения уравнения состоит из одного числа  $x = -3$ .
56.  $\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 1 = (x - 1)^2, \\ x - 1 \geq 0. \end{cases}$
57. Выделите в левой части уравнения квадрат суммы  $(x + 5)^2$ .
58. Выделите в левой части уравнения квадрат суммы  $(x + 6)^2$ .
59. Пусть  $y = \sqrt{x-4}$ ,  $y \geq 0$ , тогда исходное уравнение имеет вид
- $$\begin{aligned} \sqrt{y^2 - 2y + 1} - \sqrt{y^2 - 6y + 9} &= 2, \\ \sqrt{(y-1)^2} - \sqrt{(y-3)^2} &= 2, \quad |y-1| - |y-3| = 2. \end{aligned}$$
60. Введите новую переменную  $a = \sqrt{2x-5}$  и упростите левую часть уравнения.
61. Рассмотрите первое уравнение системы. Получите, что  $x - y + 5 = 0$ . Выразите  $y$  через  $x$  или  $x$  через  $y$  и подставьте во второе уравнение.
62. Рассмотрите первое уравнение системы. Получите, что  $x + 3y + 1 = 4$ . Выразите  $x$  через  $y$  или  $y$  через  $x$  и подставьте во второе уравнение.

- 63.** Введите новые переменные  $a = \sqrt[4]{1-x}$ ,  $b = \sqrt[4]{x+15}$  и решите систему

$$\begin{cases} a+b=2, \\ a^4+b^4=16, \\ a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

- 64.** Оцените левую и правую часть уравнения. Получите, что уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x^2+4x+8=4, \\ x^2-4=0. \end{cases}$$

- 65.** Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x = -2000, \\ x \geq a; \\ x = a. \end{cases}$$

- 66.** Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x = a, \\ x \geq 2000; \\ x = 2000. \end{cases}$$

- 67.** Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} \begin{cases} x = -1, \\ x = -3, \end{cases} \\ x \geq a; \\ x = a. \end{cases}$$

## 68. Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x = a \\ \begin{cases} x \leq 1, \\ x \geq 3; \end{cases} \\ x = 1, x = 3. \end{cases}$$

$$69. \quad \sqrt{x-a} = x+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0, \\ x-a = (x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4, \\ x^2 + 7x + 16 + a = 0. \end{cases}$$

Уравнение имеет единственное решение, если

1.  $D = 0$  и  $x_1 = x_2 \geq -4$ .

2.  $D > 0$  и один из корней меньше  $-4$ , а другой больше  $-4$ , т.е., как говорят,  $-4$  разделяет корни.

$$70. \quad \sqrt{x+2a} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x+2a = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 - 7x + 9 - 2a = 0. \end{cases}$$

Уравнение имеет единственное решение, если

1.  $D = 0$  и  $x_1 = x_2 \geq 3$ .

2.  $D = 0$  и  $3$  разделяет корни.

## 2.3. Преобразование логарифмических выражений

44. Выразите через  $a$  значение  $\log_3 2$  и выразите через этот логарифм данное выражение. Для этого преобразуйте логарифм частного.

45. См. указание к предыдущему заданию.

46. Разложите  $14$  на множители  $7$  и  $2$ .

47. Разложите  $18$  на множители.

48. Приведите к общему знаменателю выражения в круглых скобках. При извлечении квадратного корня из квадрата логарифмического выражения не забудьте оставить модуль. Определите знак выражения под модулем и раскройте модуль, используя его определение.

49. См. указание к предыдущему заданию.
50. Перейдите к одному основанию в логарифмическом выражении во внутренних скобках. Используйте формулу  $\sqrt{a^2} = |a|$ . Не забудьте раскрыть модуль с учетом знака выражения, стоящего под модулем.
51. См. указание к предыдущему заданию.

#### 2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

68. Сумма двух неотрицательных выражений равна нулю, если каждое из выражений равно нулю. Проще первое выражение приравнять нулю, решить соответствующее уравнение, а его корни подставить во второе выражение для проверки.
69. См. указание к предыдущему заданию.
70. См. указание к заданию № 68.
71. См. указание к заданию № 68.
72. См. указание к заданию № 68.
73. Схема равносильных преобразований для решения данного уравнения следующая:

$$\log_{f(x)} g(x) = c \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = f^c(x), \\ f(x) > 0, \\ f(x) \neq 1. \end{cases}$$

74. Разложите на множители выражения под логарифмами. С учетом ООУ отберите корни уравнения.
75. Данное неравенство равносильно совокупности двух систем. Каждая из двух систем характеризует один из возможных случаев для основания логарифма:  $x - 1 > 1$  или  $0 < x - 1 < 1$ .

76. См. указание к предыдущему заданию.
77. Оцените основание логарифма, тогда сможете выбрать схему равносильных преобразований.
78. Перейдите к одному основанию логарифма (например, к основанию 10) и с помощью введения новых переменных сведите систему к алгебраической системе с двумя неизвестными.
79. Первое неравенство можно решить методом замены переменных. Получите:  $x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ . Решение второго неравенства является объединение промежутков  $[-2; 0) \cup (2; 4]$ .
80. Первое неравенство можно решить методом замены переменных. Получите:  $x \in \left(-\infty; \log_2 \frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty)$ . Решение второго неравенства является объединение промежутков  $[-3; 0) \cup (6; 9]$ .

81. Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x + 2\cos x = 0 \\ -\cos x < 0 \\ \cos x \neq -1 \end{cases}.$$

82. Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \cos x = -1 \\ \sin x \neq 0 \\ \sin x + 2\cos x \neq 0 \end{cases}$$

83. Упростите левую часть неравенства, получите  $\log_{5-x}(81 - 18x + x^2) = \log_{5-x}(9 - x)^2 = 2\log_{5-x}|9 - x|$ .

С учетом ОДЗ:  $2\log_{5-x}|9 - x| = 2\log_{5-x}(9 - x)$ .

84. Упростите правую часть неравенства, получите  $\log_{5-x}(-9 - x^2 + 10x)^2 = \log_{5-x}((9 - x)(1 - x))^2 = 2\log_{5-x}|9 - x| + 2\log_{5-x}|1 - x|$ .

С учетом ОДЗ:

$$2\log_{5-x}|9 - x| + 2\log_{5-x}|1 - x| = 2\log_{5-x}(9 - x) + 2\log_{5-x}|1 - x|$$

**85.** Упростите правую часть неравенства, получите  
 $\log_{\sqrt{5-x}}(9-x) = 2\log_{5-x}(9-x).$

**86.** Приведите каждый логарифм к основанию 3,  
 например:  $\log_{\frac{x^3}{3}} = \frac{1}{\log_3 \frac{x}{3}} = \frac{1}{\log_3 x - 1}.$

**87.** Приведите каждый логарифм к основанию 10,  
 например:  $\log_{0,01x} 10 = \frac{1}{\lg(0,01x)} = \frac{1}{\lg x - 2}.$

**88.** Упростите левую часть неравенства, получите  
 $\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3)^4 = \log_3|x-7| \cdot \log_3|x-3|.$

и  $\log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} = 3\log_3|x-3| - \log_3|x-7|.$  Далее сгруппируйте слагаемые.

**89.** Упростите левую часть неравенства, получите с учетом ОДЗ

$$2\log_9(x-7) \cdot \log_{81}(x-3)^4 = \log_3(x-7) \cdot \log_3(x-3)$$

и  $\log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} = 3\log_3(x-3) - \log_3(x-7).$  Далее сгруппируйте слагаемые.

**90.** Упростите левую часть неравенства, получите с учетом ОДЗ

$$4\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3) = \log_3(x-7) \cdot \log_3(x-3)$$

и  $\log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} = 3\log_3(x-3) - \log_3(x-7).$  Далее сгруппируйте слагаемые.

## 2.5. Показательные уравнения и неравенства

44. *1 способ.* Решите уравнение относительно новой переменной  $y = 2006^x$ ,  $y > 0$ . Рассмотрите два случая: дискриминант полученного квадратного уравнения равен нулю, а корень квадратного уравнения положительный и дискриминант больше нуля, но только один корень квадратного уравнения положительный. *2 способ.* Рассмотрите функцию  $f(t) = t^2 - 4t + m^2 - 3m$ , где  $t = 2006^x > 0$ . Уравнение имеет единственный корень, если  $f(0) < 0$ .
45. Первое неравенство можно решить методом замены переменных. Получите:  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ . Решение второго неравенства является объединение промежутков  $(-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -1] \cup [5; +\infty)$ .
46. Выражение в левой части уравнения разложите на множители и рассмотрите возможные значения параметра  $a$ : 1)  $a < 0$ ; 2)  $a = 0$ ; 3)  $a > 0$ .
47. Сравните числа  $\sqrt{3}$  и  $\log_3 4$ .
48. Сравните числа  $\sqrt{5}$  и  $\log_3 7$ .
49. Рассмотрите первое уравнение системы и введите новую переменную  $t = 2^{2x-y}$ ,  $t > 0$ . Не забудьте отбросить посторонние корни. Обратите внимание на ОДЗ дробно-рационального выражения.
50. Рассмотрите первое уравнение системы и введите новую переменную  $t = 2^{3x+y}$ ,  $t > 0$ . Не забудьте отбросить посторонние корни. Обратите внимание на ОДЗ дробно-рационального выражения.
51. Решите второе неравенство. Получите, что 1)  $x > 4$  или 2)  $x < -4$ . В первом случае первое неравенство равносильно неравенству  $2^{x^2} + x^2 < 2$ , которое не имеет решений при  $x > 4$ , т.к.  $2^{x^2} > 2^4 = 16$ . Во втором случае первое неравенство равносильно неравенству  $2^{x^2} + x^2 > 2$ .



52. Воспользуйтесь заменой переменных:

$$\sqrt{5+\sqrt{24}} = \frac{5^2-24}{\sqrt{5-\sqrt{24}}} = \frac{1}{\sqrt{5-\sqrt{24}}}.$$

53. Перейдите к одному основанию и решите иррациональное неравенство с учетом того, что  $\sqrt{x+1} > 0$  для  $x \geq 0$ .

54. Рассмотрите функцию  $f(x) = 5x + 4 \cdot 3^{x+1}$ . Функция является возрастающей и  $f(3) = 449$ .

### 3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

#### 3.1. Производная функции

70. Так как точка  $M$  не принадлежит графику функции, то запишите уравнение касательной в общем виде и подставьте координаты точки  $M(-1; 0)$ . Получите, что  $x_0 = 0$ .

71. Так как точка  $P$  не принадлежит графику функции, то запишите уравнение касательной в общем виде и подставьте координаты точки  $P(2; 0)$ . Получите, что  $x_0 = 0$ .

72. Для того чтобы прямая  $y = bx$  была касательной к параболе  $f(x) = x^2 - 2x + 4$  в точке с абсциссой  $x_0$ , необходимо и достаточно, чтобы: 1) значения обеих функций при  $x = x_0$  совпадали; 2) угловой коэффициент прямой  $y = bx$  ( $b$ ) был равен значению производной функции  $f(x) = x^2 - 2x + 4$  в точке  $x_0$ . Решим систему:

$$\begin{cases} bx_0 = x_0^2 - 2x_0 + 4, \\ b = 2x_0 - 2. \end{cases}$$

73. Необходимо и достаточно выполнение двух условий: 1)  $f'(x_0) = -10$ , 2)  $y(x_0) = f(x_0)$ .
74. Постройте схематично график функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ . Рассмотрите прямые  $y = a$ , параллельные или совпадающие с осью  $OX$ .
75. Постройте схематично график функции  $y = x^3 - 3x^2$ . Рассмотрите прямые  $y = a$ , параллельные или совпадающие с осью  $OX$ .
76. Пусть  $x$  высота, т.е. длина бокового ребра параллелепипеда. Тогда стороны его основания равны  $x$  и  $\frac{32}{x^2}$ , а периметр основания  $P = 2\left(x + \frac{32}{x^2}\right)$ . Исходя из смысла задачи переменная  $x$  принимает только положительные значения. Исследуйте функцию  $P(x) = 2\left(x + \frac{32}{x^2}\right)$  на наименьшее значение при  $x \in (0; +\infty)$ . Для этого найдите производную функции и исследуйте ее знак на промежутке  $(0; +\infty)$ .
77. Пусть  $x$  сторона квадратного основания бассейна. Тогда его высота равна  $\frac{32}{x^2}$ . Исследуйте функцию  $P(x) = x^2 + \frac{128}{x^2}$  на наименьшее значение при  $x \in (0; +\infty)$ .
78. Пусть  $x$  высота, т.е. длина бокового ребра параллелепипеда. Тогда стороны его основания равны  $x$  и  $\frac{4}{x^2}$ , а периметр основания  $P = 2\left(x + \frac{4}{x^2}\right)$ . Исследуйте функцию  $P(x) = 2\left(x + \frac{4}{x^2}\right)$  на наименьшее значение при  $x \in (0; +\infty)$ .

79.  $f'(x) < 0$  для любого  $x \in R$ .
80.  $D(h) = [-14; 6]$ . Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $h(x)$  на этом отрезке.
81. Пусть  $t = \sqrt{4\cos x + 5}$ , тогда  $1 \leq t \leq 3$ . Тогда  $g(t) = t^2 - 4t - 5$ . Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $g(t)$  на отрезке  $[1; 3]$ .
82. Функция  $g(x)$  убывает на  $D(g) = [2; 3]$ .

### 3.2. Первообразная функции

18. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть  $f(x) = 2x^2 + 3x$  и  $g(x) = 5$ , тогда площадь фигуры можно найти по формуле

$$S = \int_{-2,5}^1 (g(x) - f(x)) dx.$$

19. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть  $f(x) = 2x^2 - 3x$  и  $g(x) = -1$ , тогда площадь фигуры можно найти по формуле

$$S = \int_{0,5}^1 (g(x) - f(x)) dx.$$

20. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  и  $g(x) = 5 - 2x - x^2$ , тогда площадь фигуры можно найти по формуле

$$S = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx.$$

21. Первообразная имеет вид  $F(x) = (x - 1)^2$ . Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и соответствующей криволинейной трапеции.
22. Уравнение касательной  $y = \frac{2}{5}x + 2\frac{3}{5}$ . Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и криволинейной трапеции.
23. Уравнение касательной  $y = \frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}$ . Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и криволинейной трапеции.
24. Первообразная имеет вид  $F(x) = -x^3 - x^2 + 16x + 16$ . Решите уравнение  $F(x) = 0$  с помощью группировки.
25. Первообразная  $f(x)$  имеет вид  $F(x) = \sin x + \cos x - 1$ . Для решения уравнения  $F(x) = 0$  используйте вспомогательный угол.
26. Первообразная  $f(x)$  имеет вид  $F(x) = \sin 2x + \cos x$ . Для решения уравнения  $F(x) = 0$  можно решить разложением на множители.
27.  $y = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 4 - x^2, \\ y \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y \geq 0. \end{cases}$  Получаем,
- что графиком функции является полуокружность с центром в точке  $(0; 0)$  и радиусом, равным 1, расположенная в верхней полуплоскости.
28. Графиком функции  $y = \sqrt{8x - x^2 - 12}$  является полуокружность с центром в точке  $(4; 0)$  и радиусом, равным 2, расположенная в верхней полуплоскости.

**29.** Так как по определению  $F'(x) = f(x)$ , а функция  $f(x)$  принимает только отрицательные значения на  $R$ , то  $F(x)$  убывает на  $R$ .

**30.** Представьте формулу, задающую функцию  $f(x)$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x+3)^{32} = (x+3-4)(x+3)^{32} = \\ &= (x+3)^{33} - 4(x+3)^{32}. \end{aligned}$$

**31.** Представьте формулу, задающую функцию  $f(x)$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+5)(x-7)^{2005} = \\ &= (x-7+12)(x-7)^{2005} = (x-7)^{2006} + 12(x-7)^{2005}. \end{aligned}$$

## 4. ГЕОМЕТРИЯ

### 4.1. Планиметрия

**64.** Треугольники  $ABP$  и  $CBP$  имеют общую высоту, опущенную из вершины  $B$ , поэтому отношение их площадей равно отношению длин сторон  $AP$  и  $PC$ . Аналогично для треугольников  $APD$  и  $CPD$ .

**65.** См. указание к решению предыдущего задания.

**66.** Треугольники  $BOC$  и  $DOC$  имеют общую высоту, опущенную из вершины  $C$ , поэтому отношение их площадей равно отношению длин сторон  $BO$  и  $OD$ . Из подобия треугольников  $BOC$  и  $DOM$  получите, что  $\frac{BO}{OD} = \frac{BC}{DM}$ . Отношение  $\frac{BC}{DM}$  вычислите, используя подобия треугольников  $KBC$  и  $KAM$ .

**67.** См. указание к решению предыдущего задания.

68. Возможны 4 случая выбора оснований трапеции: 1)  $MN \parallel PQ$  ( $PQ$  — большее основание); 2)  $MQ \parallel PN$  ( $PN$  — большее основание); 3)  $MN \parallel PQ$  ( $MN$  — большее основание); 4)  $NP \parallel MQ$  ( $MQ$  — большее основание).
69. Рассмотрите три случая взаимного расположения точек  $N, A, M$ : 1)  $N - A - M$ ; 2)  $A - N - M$ ; 3)  $N - M - A$  (этот случай невозможен).
70. Рассмотрите 2 случая: 1) хорды расположены по одну сторону от центра окружности; 2) хорды расположены по разные стороны от центра окружности.
71. Рассмотрите 2 случая: 1) прямая  $BC$  является внешней касательной; 2) прямая  $BC$  является внутренней касательной.

#### 4.2. Стереометрия

53.  $\angle B_1DB$  — искомый угол.
54.  $\angle B_1MB$  — искомый угол.
55.  $\angle B_1DB$  — искомый угол.
56.  $\angle B_1DC_1$  — искомый угол.
57.  $\angle AB_1E$  — искомый угол, где т.  $E$  — середина ребра  $BC$ .
58.  $\angle C_1DC$  — искомый угол.
59.  $\angle C_1EC$  — искомый угол, где т.  $E$  — середина ребра  $AB$ .
60.  $\angle PON$  — искомый угол, где точки  $P, O, N$  — середины  $D_1C_1, BE, DC$  соответственно.
61.  $DC_1$  — искомое расстояние.
62.  $C_1E$  — искомое расстояние, где т.  $E$  — середина ребра  $AB$ .

63.  $BC_1$  — искомое расстояние.
64. Рассмотрите т.  $K$  на прямой  $AB$ :  $A - B - K$  и  $AK = 1,5AB$ .
65.  $CE$  — искомое расстояние, где т.  $E$  — середина ребра  $AB$ .
66.  $CO$  — искомое расстояние, где т.  $O$  — середина  $BD$ .
67.  $CA$  — искомое расстояние.
68. Искомое сечение — равнобедренный треугольник  $A_1B_1C$ , где  $A_1C = B_1C = 4\sqrt{5}$ ,  $AB = 4\sqrt{3}$ .
69.  $CE_1E$  — искомый угол, где точки  $E_1$  и  $E$  — середины  $A_1B_1$  и  $AB$  соответственно.
70. Искомое расстояние — высота треугольника  $ABC$ , проведенная из вершины  $B$ .
71. Пусть  $CK$  — высота ромба, проведенная из вершины  $C$ , ( $K \in AB$ ,  $A - B - K$ ), тогда  $\angle C_1KC$  равен углу между плоскостью  $ABC$  и плоскостью сечения, проходящего через прямые  $AB$  и  $C_1D_1$ .
72. Площадь боковой поверхности наклонной призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на длину бокового ребра.
73. Объем наклонной призмы равен произведению площади перпендикулярного сечения на длину бокового ребра.
74. Искомый угол будет образован боковым ребром и проекцией бокового ребра на основание.
75. Проведите апофему и рассмотрите угол, образованный апофемой и высотой основания пирамиды.
76. Искомый угол будет образован боковым ребром и проекцией бокового ребра на основание.
77. Проведите апофему и рассмотрите угол, образованный апофемой и высотой основания пирамиды.

78. Искомый угол будет образован боковым ребром и проекцией бокового ребра на основание.
79. Проведите апофему и рассмотрите угол, образованный апофемой и высотой основания пирамиды
80. Пусть  $DABC$  — данная пирамида ( $D$  — вершина). Рассмотрите прямоугольный треугольник  $DOC$ , в котором  $\angle CDO = 30^\circ$ ,  $CO$  является радиусом окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
81. Так как все боковые ребра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. В данном случае — это середина гипотенузы.
82. Сначала найдите с помощью теоремы косинусов третью сторону треугольника. Так как все боковые ребра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. Найдите радиус окружности, используя следствие из теоремы синусов

$$\left( \frac{a}{\sin \alpha} = 2R \right).$$

83. Так как все боковые ребра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. Радиус описанной окружности равен 13,5.
84. Сначала найдите с помощью теоремы косинусов третью сторону треугольника (ее длина равна  $5\sqrt{2}$ ). Так как все боковые ребра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. Найдите радиус окружности, используя следствие из теоремы синусов  $\left( \frac{a}{\sin \alpha} = 2R \right)$ . Радиус описанной окружности равен 5.
85. Так как все боковые грани четырехугольной пирамиды одинаково наклонены к плоскости основа-



ния пирамиды, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, вписанной в основание (в ромб). В данном случае — это точка пересечения диагоналей ромба.

86. Так как все боковые грани четырехугольной пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания пирамиды, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, вписанной в основание (в ромб). В данном случае — это точка пересечения диагоналей ромба.
87. Угол между плоскостями  $SCD$  и  $ABC$  равен углу  $SCB$ , т.е.  $\angle SCB = 30^\circ$ .
88. Пусть высота пирамиды равна  $x$ . Выразите через  $x$  стороны основания и найдите  $x$ , используя площадь основания.
89. В плоскости  $FBD$  через точку пересечения диагоналей квадрата проведите прямую, параллельную  $FB$ , до пересечения с ребром  $FD$ . Искомое сечение — треугольник  $EAC$ , где т.  $E$  — середина ребра  $FD$ .
90. Радиус основания конуса равен радиусу окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной 12, т.е.  $r = 2\sqrt{3}$ . Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $30^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $4\sqrt{3}$ .
91. Радиус основания конуса равен радиусу окружности, описанной около правильного треугольника со стороной 12, т.е.  $r = 4\sqrt{3}$ . В  
Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $30^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $4\sqrt{3}$ .
92. Радиус основания конуса равен радиусу окружности, вписанной в квадрат со стороной  $2\sqrt{6}$ , т.е.  $r = \sqrt{6}$ . Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $2\sqrt{3}$ .

93. Радиус основания конуса равен радиусу окружности, описанной около квадрата со стороной  $2\sqrt{6}$ , т.е.  $r = 2\sqrt{3}$ . Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $2\sqrt{3}$ .
94. Радиус основания конуса равен радиусу окружности, вписанной в квадрат со стороной  $2\sqrt{6}$ , т.е.  $r = \sqrt{6}$ . Образующую конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $\sqrt{6}$ .
95. Радиус основания конуса равен радиусу окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $4\sqrt{3}$ , т.е.  $R = 4$ . Образующую конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным 4.

## Раздел 2

### 1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

60. Перенесите все слагаемые в левую часть неравенства и вынесите общий множитель  $\sqrt{20+x-x^2}$ . Исходное неравенство будет равносильно неравенству

$$\frac{\sqrt{20+x-x^2} \cdot (-x+3)}{(2x-3) \cdot (x-6)} \leq 0.$$

61. Разложите числитель на множители и получите

$$(x+1)^3(x-1)(x-2)^2.$$

62. Неравенство равносильно неравенству

$$\frac{\sqrt{x^2-1}(x+6)(x-3)(2x-1)^2}{(x-2)(x-3)} \leq 0.$$

63. Сведите решение рационального неравенства к решению квадратного:

$$\frac{x-2a-1}{x-a} < 0 \Leftrightarrow (x-2a-1)(x-a) < 0.$$

Сравните  $2a + 1$  и  $a$ . Возможны 3 случая:

1)  $2a + 1 > a$ ; 2)  $2a + 1 = a$ ; 3)  $2a + 1 < a$ .

64. Сведите решение рационального неравенства к решению квадратного:

$$\frac{x-2a-4}{x+3a-2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2a-4)(x+3a-2) \leq 0, \\ x \neq 2-3a. \end{cases}$$

Сравните  $2a + 4$  и  $2 - 3a$ . Возможны 3 случая:

1)  $2a + 4 = 2 - 3a$ ; 2)  $2a + 4 > 2 - 3a$ ;

3)  $2a + 4 < 2 - 3a$ .

65. Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

66. Неравенство равносильно неравенству  $x^2 - 9 < 0$ .

67. Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 \leq 0, \\ x > 0. \end{cases}$

68. Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ -1 \leq x \leq 1. \end{cases}$

69. Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ x \geq 0. \end{cases}$

70. Решите неравенство методом интервалов. Получите, что  $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 3)$  и выберите натуральные решения.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

78. Решите систему  $\begin{cases} 9,6 + 0,2x - x^2 \geq 0, \\ \sin x \neq 0. \end{cases}$

$$79. \text{ Решите систему } \begin{cases} 6,4 - 2,4x - x^2 \geq 0, \\ \cos x \neq 0. \end{cases}$$

80. Найдите множество значений функции  $y = \sin x + 5$ . Затем используйте убывание функции  $\log_{0,5} t$  на  $D(\log_{0,5} t)$ .

81. При  $x \geq 0$   $y = \log_3 3$ , при  $-1,5 < x < 0$   $y = \log_{0,5}(2x + 3)$ .

82. Найдите множество значений показателя степени, а затем самой функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{3-\sin x}}$ , учитывая, что функция  $y = (0,5)^x$  — непрерывная и убывающая на  $D(y)$ .

83. 1 способ. График функции  $y = x^2 + (a-2)x + 0,25$  — парабола — должна лежать выше оси  $OX$  или касаться ее. Поэтому достаточно найти ординату вершины параболы и решить неравенство  $y_{\text{с}} \geq 0$ . 2 способ. Для того чтобы парабола лежала выше оси  $OX$  или касалась ее, достаточно, чтобы дискриминант соответствующего уравнения был меньше или равен нулю.

84.  $f(3) = 30$  и функция  $f(x) = x + 3^x$  возрастает на всей числовой прямой.

85.  $f(2) = -3$  и функция  $f(x) = -x + \log_{0,5} x$  убывает на промежутке  $(0; +)$ .

86. Область определения задается системой неравенств

$$\begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 - 4x - a \leq 0. \end{cases}$$

Квадратный трехчлен во втором неравенстве задает параболу с вершиной  $x_{\text{с}} = 2$  и направленную ветвями вверх. Для того чтобы система имела единственное решение, достаточно, чтобы параболой

ла пересекала ось  $OX$  в точке 3.

87. См. указание к решению задания 86.

#### 4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕСТВА С МОДУЛЕМ

54. Неравенство равносильно двойному неравенству:

$$-4 < \frac{1}{|x|} - 7 < 4.$$

55. Уравнение равносильно совокупности уравнений:  $|\cos x| - 3 = 2$  или  $|\cos x| - 3 = -2$ . Первое уравнение решений не имеет.

56. Уравнение равносильно совокупности уравнений:  $|\log_2 x| - 2 = 3$  или  $|\log_2 x| - 2 = -3$ . Второе уравнение решений не имеет.

57. Уравнение равносильно совокупности уравнений:  $|6^x - 1| - 3 = 2$  или  $|6^x - 1| - 3 = -2$ .

58. Уравнение равносильно совокупности уравнений:  $|\sqrt[4]{x} - 1| - 1 = 1$  или  $|\sqrt[4]{x} - 1| - 1 = -1$ .

59. Рассмотрите выражение  $0,5\log_3(4x-7)^2$ . Упростите его ( $0,5\log_3(4x-7)^2 = \log_3|4x-7|$ ), учитывая, что  $1 - x > 0$ .

60. Рассмотрите выражение  $0,25\log_2(2-x)^4$ . Упростите его, учитывая, что  $4x - 11 > 0$ .

61. Введите новую переменную, например  $a = x^2$ . Получите уравнение  $|a-1| + |a-9| = 7$ . Рассмотрите различные случаи: 1)  $a < 4$ ; 2)  $4 \leq a \leq 9$ ;

3)  $a > 9$ . Решите, соответственно, три системы.

62. См. указание к решению предыдущего задания.

63. См. указание к решению задания 61.

64. Введите новую переменную, например  $a = \sqrt{x}$ . Получите уравнение  $|2-a|+|a-4|=2$ . Рассмотрите различные случаи: 1)  $a < 2$ ; 2)  $2 \leq a \leq 4$ ; 3)  $a > 4$ . Решите, соответственно, три системы. Решением уравнения  $|2-a|+|a-4|=2$  будет отрезок  $[2; 4]$ .

65. Введите новую переменную, например  $a = \log_3 x$ . Решите уравнение  $|a+2|+|a-1|=5$ . Уравнение имеет два корня: 2 и  $(-3)$ .

66. Упростите выражение  $\sqrt{4^x - 2 \cdot 2^x + 1}$ , применяя формулу квадрата разности.

67. 1 способ. Введите новую переменную, например  $b = \log_2 x$ , и решите уравнение  $|5-b|+|2+b|=7$ . 2 способ. Имеем:  $|a|+|b|=a+b$  (\*). Если  $a = 0$ , то  $|b| = b$ , т.е.  $b \geq 0$ . Если  $b = 0$ , то  $|a| = a$ , т.е.  $a \geq 0$ . Если  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ , то уравнение (\*) равносильно

системе  $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0. \end{cases}$  Обобщим результат:

$$|a|+|b|=a+b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

68. Используйте следующее свойство модулей:

$$|a| + |b| = a + b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

**69.** Используйте следующее свойство модулей:

$$|a| + |b| = -a + (-b) \Leftrightarrow \begin{cases} -a \geq 0, \\ -b \geq 0. \end{cases}$$

**70.** Определите знак выражения  $8x - 32$ . Это позволит раскрыть модули всех выражений.

**71.** Определите знак выражения  $8x - 32$ . Это позволит раскрыть модули всех выражений.

**72.** Упростите каждое слагаемое левой части неравенства и определите знак выражения  $4x + 4$ .

**73.** Используйте следующее свойство модулей:

$$|a + b| = |a| + |b| \Leftrightarrow ab \geq 0.$$

**74.** Так как  $|a + b| \leq |a| + |b|$  при любых действительных значениях  $a$  и  $b$ , то для решения неравенства достаточно потребовать условия существования выражения  $\log_3(x^2 - 16)$ .

**75.** Используйте следующее свойство модулей:

$$|a + b| \geq |a| + |b| \Leftrightarrow ab \geq 0.$$

## IV. ОТВЕТЫ

### Раздел I

#### 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

##### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

№	Ответ	№	Ответ
1	13	24	1
2	10	25	-2
3	1	26	0
4	0	27	19
5	0,29	28	0
6	1,5	29	1
7	-0,6	30	0,8
8	-0,96	31	0,6
9	0,28	32	4
10	0,28	33	-3
11	0	34	0,5
12	0,11	35	0,5
13	-0,24	36	-0,75
14	0,41	37	7
15	-0,59	38	0,5
16	0,16	39	-1
17	0,04	40	2
18	-8	41	0,25
19	4	42	12
20	0,17	43	39
21	0,64	44	-2,25
22	-1	45	2
23	2	46	1



**1.2. Тригонометрические функции**

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>15</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>-1,5</b>	<b>16</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>1,5</b>	<b>17</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>2</b>	<b>18</b>	<b>-1</b>
<b>5</b>	<b>2,5</b>	<b>19</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>2</b>	<b>20</b>	<b>0</b>
<b>7</b>	<b>0,5</b>	<b>21</b>	<b>-1</b>
<b>8</b>	<b>-1</b>	<b>22</b>	<b>1</b>
<b>9</b>	<b>0,5</b>	<b>23</b>	<b>2</b>
<b>10</b>	<b>0</b>	<b>24</b>	<b>7</b>
<b>11</b>	<b>1</b>	<b>25</b>	<b>5</b>
<b>12</b>	<b>-2</b>	<b>26</b>	<b>-17</b>
<b>13</b>	<b>0</b>	<b>27</b>	<b>-13</b>
<b>14</b>	<b>3</b>	<b>28</b>	<b>0,5</b>

*Окончание табл.*

№	Ответ	№	Ответ
29	-2	42	6
30	-1	43	1
31	3	44	0
32	-2	45	$f(f(0)) > g(g(o))$
33	2	46	1
34	4	47	0
35	4	48	0
36	1	49	0
37	1	50	$\cos 2000^\circ, \sin 2000^\circ, \operatorname{tg} 2000^\circ, \operatorname{ctg} 2000^\circ$
38	3	51	$\operatorname{tg} 4, \sin 1, \cos 2, \operatorname{ctg} 3$
39	0	52	$[-2; 2]$
40	1,5	53	$[0; 2]$
41	1		

**1.3. Тригонометрические уравнения**

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>1</b>	<b>−30</b>	<b>19</b>	<b>360</b>
<b>2</b>	<b>150</b>	<b>20</b>	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>−120</b>	<b>21</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>30</b>	<b>22</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>15</b>	<b>23</b>	<b>210</b>
<b>6</b>	<b>−120</b>	<b>24</b>	<b>300</b>
<b>7</b>	<b>5</b>	<b>25</b>	<b>1</b>
<b>8</b>	<b>0</b>	<b>26</b>	<b>0</b>
<b>9</b>	<b>−30</b>	<b>27</b>	<b>1</b>
<b>10</b>	<b>150</b>	<b>28</b>	<b>2</b>
<b>11</b>	<b>120</b>	<b>29</b>	<b>1</b>
<b>12</b>	<b>240</b>	<b>30</b>	<b>2,5</b>
<b>13</b>	<b>3</b>	<b>31</b>	<b>135</b>
<b>14</b>	<b>3</b>	<b>32</b>	<b>−360</b>
<b>15</b>	<b>2</b>	<b>33</b>	<b>30</b>
<b>16</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>−120</b>
<b>17</b>	<b>1</b>	<b>35</b>	<b>−60</b>
<b>18</b>	<b>0</b>	<b>36</b>	<b>2</b>

Продолжение табл.

№	Ответ	№	Ответ
37	90	50	-60
38	3	51	-3
39	1	52	2
40	1	53	3
41	2	54	810
42	3	55	0
43	0	56	190
44	0	57	$\pm \operatorname{arctg} 2 + 2\pi n,$ $n \in Z$ $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$
45	-180	58	$(-1)^n \operatorname{arctg} 2 + \pi n,$ $n \in Z$ $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$
46	540	59	$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
47	45	60	$\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z$
48	225	61	$\pi n, n \in Z$
49	-45	62	$\left( (-1)^n \arcsin \frac{1}{16} + \pi n, \right.$ $\left. n \in Z; \frac{1}{8} \right)$

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
63	$\left( \pm \arccos \frac{1}{16} + 2\pi n, \right.$ $\left. n \in \mathbb{Z}; -\frac{1}{16} \right)$	70	$\frac{\pi}{7}$
64	$\left( -\operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \pi n, \right.$ $\left. n \in \mathbb{Z}; \frac{1}{4} \right)$	71	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$
65	-0,5	72	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$
66	0	73	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
67	[-2; 0]	74	$\frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
68	6	75	$\pi + \operatorname{arccotg} \frac{5}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
69	$\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	76	$\pi - \arcsin \frac{12}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	0,6	1	-0,6

*Окончание табл.*

<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>0,5</b>	<b>3</b>	<b>0,5</b>
<b>4</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>−1</b>
<b>5</b>	<b>−150</b>	<b>5</b>	<b>210</b>
<b>6</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>36</b>
<b>7</b>	<b>−5</b>	<b>7</b>	<b>5</b>
<b>8</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>1</b>
<b>9</b>	<b>2</b>	<b>9</b>	<b>−4</b>
<b>10</b>	$\frac{2\pi}{3}$	<b>10</b>	<b>2</b>

## 2. АЛГЕБРА

### 2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>1</b>	<b>0,3</b>	<b>8</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>−0,3</b>	<b>9</b>	<b>−40</b>
<b>3</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>−5</b>	<b>11</b>	<b>−11</b>
<b>5</b>	<b>17</b>	<b>12</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>−27</b>	<b>13</b>	<b>10</b>
<b>7</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	<b>1,4</b>

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>15</b>	<b>48</b>	<b>34</b>	<b>–2</b>
<b>16</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>–1</b>
<b>17</b>	<b>3</b>	<b>36</b>	<b>0</b>
<b>18</b>	<b>1</b>	<b>37</b>	<b>0</b>
<b>19</b>	<b>1,25</b>	<b>38</b>	<b>12</b>
<b>20</b>	<b>1,8</b>	<b>39</b>	<b>2</b>
<b>21</b>	<b>1,2</b>	<b>40</b>	<b>3</b>
<b>22</b>	<b>96</b>	<b>41</b>	<b>25</b>
<b>23</b>	<b>2</b>	<b>42</b>	<b>–5,75</b>
<b>24</b>	<b>–1</b>	<b>43</b>	<b>–8,1</b>
<b>25</b>	<b>17</b>	<b>44</b>	<b>0,6</b>
<b>26</b>	<b>0</b>	<b>45</b>	<b>1,5</b>
<b>27</b>	<b>1</b>	<b>46</b>	<b>0,75</b>
<b>28</b>	<b>2</b>	<b>47</b>	<b>5</b>
<b>29</b>	<b>–12</b>	<b>48</b>	<b>0,25</b>
<b>30</b>	<b>8</b>	<b>49</b>	<b>10</b>
<b>31</b>	<b>6</b>	<b>50</b>	<b>1,5</b>
<b>32</b>	<b>2</b>	<b>51</b>	<b>1</b>
<b>33</b>	<b>–4</b>	<b>52</b>	<b>0,8</b>

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
53	-2	64	-1
54	-1,5	65	0
55	-90	66	1
56	4	67	3
57	2000	68	-13
58	200	69	-4
59	24	70	$-\frac{\sqrt{x+1}}{x+3}$
60	-2	71	2-е выра- жение больше 1-го
61	9	72	Да, (-2)
62	4	73	256
63	9		

## 2.2. Иррациональные уравнения

№	Ответ	№	Ответ
1	-112	4	5
2	2	5	2
3	-27	6	-2



*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>7</b>	<b>5</b>	<b>26</b>	<b>4</b>
<b>8</b>	<b>−2</b>	<b>27</b>	<b>1</b>
<b>9</b>	<b>−1</b>	<b>28</b>	<b>16</b>
<b>10</b>	<b>9</b>	<b>29</b>	<b>1,5</b>
<b>11</b>	<b>−3</b>	<b>30</b>	<b>−2</b>
<b>12</b>	<b>20</b>	<b>31</b>	<b>1</b>
<b>13</b>	<b>17</b>	<b>32</b>	<b>1</b>
<b>14</b>	<b>1</b>	<b>33</b>	<b>3</b>
<b>15</b>	<b>4</b>	<b>34</b>	<b>−1</b>
<b>16</b>	<b>−2</b>	<b>35</b>	<b>4</b>
<b>17</b>	<b>−6</b>	<b>36</b>	<b>2</b>
<b>18</b>	<b>1</b>	<b>37</b>	<b>1</b>
<b>19</b>	<b>1</b>	<b>38</b>	<b>6</b>
<b>20</b>	<b>2</b>	<b>39</b>	<b>1</b>
<b>21</b>	<b>1,5</b>	<b>40</b>	<b>4</b>
<b>22</b>	<b>−2,5</b>	<b>41</b>	<b>1</b>
<b>23</b>	<b>2</b>	<b>42</b>	<b>1</b>
<b>24</b>	<b>4</b>	<b>43</b>	<b>3</b>
<b>25</b>	<b>−3</b>	<b>44</b>	<b>0</b>

## Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
45	2	58	-6
46	0	59	$[13; +\infty)$
47	0	60	1,5
48	2	61	(5; 1)
49	2	62	(0; 1)
50	3	63	-15; 1
51	2	64	-2
52	8	65	<p>при <math>a &lt; -2000</math></p> $\begin{cases} x = -2000, \\ x = a; \end{cases}$ <p>при др. <math>a</math> <math>x = a</math></p>
53	Решений нет	66	<p>при <math>a \geq 2000</math></p> $x = a,$ <p>при др. <math>a</math></p> $x = 2000$
54	2	67	$[-3; -1)$
55	-3	68	1; 3
56	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	69	-5
57	-5	70	-1

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	8	1	30
2	256	2	324
3	6	3	6
4	-0,5	4	-0,4
5	-10	5	-27
6	5	6	-1
7	2000	7	2000
8	-1,5	8	2,5
9	-1,25	9	-1,75
10	2	10	3

2.3. Преобразования  
логарифмических выражений

№	Ответ	№	Ответ
1	-2	6	2
2	-2	7	1
3	0,5	8	-1
4	3	9	1
5	2	10	5

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>11</b>	<b>47</b>	<b>26</b>	<b>8</b>
<b>12</b>	<b>2</b>	<b>27</b>	<b>−10</b>
<b>13</b>	<b>4</b>	<b>28</b>	<b>4</b>
<b>14</b>	<b>9</b>	<b>29</b>	<b>28,5</b>
<b>15</b>	<b>2</b>	<b>30</b>	<b>4</b>
<b>16</b>	<b>9</b>	<b>31</b>	<b>0,6</b>
<b>17</b>	<b>−2</b>	<b>32</b>	<b>0,5</b>
<b>18</b>	<b>1</b>	<b>33</b>	<b>1,5</b>
<b>19</b>	<b>16</b>	<b>34</b>	<b>2</b>
<b>20</b>	<b>0</b>	<b>35</b>	<b>1</b>
<b>21</b>	<b>0</b>	<b>36</b>	<b>16</b>
<b>22</b>	<b>−3,5</b>	<b>37</b>	<b>3</b>
<b>23</b>	<b>10</b>	<b>38</b>	<b>1</b>
<b>24</b>	<b>2</b>	<b>39</b>	<b>1</b>
<b>25</b>	<b>3,5</b>	<b>40</b>	<b>0</b>

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
41	4	47	-2
42	0	48	$-2\log_4 3$
43	1	49	-2
44	$\frac{5-8a}{6a+3}$	50	$\log_3 4 - \log_4 3$
45	$\frac{8a-5}{6a+3}$	51	$\log_2 3 - \log_3 2$
46	1		

### 2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

№	Ответ	№	Ответ
1	7	8	61,5
2	27	9	2,75
3	27	10	3,5
4	11	11	7
5	30	12	2
6	3,5	13	49
7	22	14	25

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>15</b>	2,5	<b>33</b>	6
<b>16</b>	-1	<b>34</b>	3
<b>17</b>	5	<b>35</b>	8
<b>18</b>	-25	<b>36</b>	2
<b>19</b>	-32	<b>37</b>	4
<b>20</b>	4	<b>38</b>	2
<b>21</b>	-4	<b>39</b>	2
<b>22</b>	-4	<b>40</b>	6
<b>23</b>	0	<b>41</b>	24
<b>24</b>	1	<b>42</b>	5
<b>25</b>	12	<b>43</b>	2
<b>26</b>	1	<b>44</b>	0
<b>27</b>	13	<b>45</b>	1
<b>28</b>	55	<b>46</b>	4
<b>29</b>	24	<b>47</b>	2,25
<b>30</b>	36	<b>48</b>	1,75
<b>31</b>	6	<b>49</b>	4,2
<b>32</b>	8	<b>50</b>	7

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>51</b>	4	<b>68</b>	-1
<b>52</b>	1	<b>69</b>	2
<b>53</b>	1	<b>70</b>	-3; 0,5
<b>54</b>	0,1	<b>71</b>	0
<b>55</b>	7	<b>72</b>	Решений нет
<b>56</b>	2	<b>73</b>	2
<b>57</b>	1	<b>74</b>	0,25
<b>58</b>	2	<b>75</b>	(1; 2)
<b>59</b>	-8	<b>76</b>	$[-3; 2) \cup (1; 2)$
<b>60</b>	14	<b>77</b>	$(2 - \sqrt{2}; 1] \cup [3; 2 + \sqrt{2})$
<b>61</b>	1	<b>78</b>	(10; 1)
<b>62</b>	4	<b>79</b>	$\{-2\} \cup (2; 4]$
<b>63</b>	1	<b>80</b>	$\left[\log_2 \frac{1}{3}; 0\right) \cup (6; 9]$
<b>64</b>	-2	<b>81</b>	$2\pi k;$ $\pi - \operatorname{arctg} 2 + 2\pi n$ $n, k \in Z$
<b>65</b>	32,25	<b>82</b>	Решений нет
<b>66</b>	1	<b>83</b>	$[2; 4)$
<b>67</b>	1	<b>84</b>	$(-\infty; 0] \cup [2; 4)$

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
85	$[2;4)$	88	$(-\infty;0] \cup \left[7\frac{1}{27};+\infty\right)$
86	$(0;1] \cup (3;27) \cup (27;2187]$	89	$\left[7\frac{1}{27};+\infty\right)$
87	$(10;100) \cup (100;1000]$	90	$\left[7\frac{1}{27};+\infty\right)$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	2	1	1
2	0,04	2	0,1
3	0,25	3	0,04
4	10	4	6
5	24	5	15
6	2	6	4
7	2	7	-1
8	1	8	2
9	5	9	4
10	При $a > 0$ $x = -2$ . $x = 0$ ; при $-6 < a \leq 0$ $x = -2$ ; при $a \leq -6$ реше- ний нет	10	При $a < 0$ $x = 0$ , $x = 8$ ; при $0 \leq a$ $< 40$ $x = 8$ ; при $a \geq 40$ реше- ний нет



## 2.5. Показательные уравнения и неравенства

№	Ответ	№	Ответ
1	5	23	0
2	-7	24	1
3	-1	25	3
4	2,5	26	4
5	-7	27	1
6	6	28	2
7	30	29	0,5
8	-0,6	30	0
9	8	31	-1
10	0	32	1
11	1	33	1
12	6	34	0
13	0	35	2
14	-1	36	0
15	1	37	-1
16	2	38	-2
17	2	39	-1
18	3	40	-1
19	3,5	41	1
20	4,6	42	2
21	4	43	2
22	2	44	$[0; 3] \cup \{-1; 4\}$

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
45	$(-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -1] \cup [5; +\infty)$	50	$(1; -2)$
46	При $a < 0$ $x < \log_3(-a)$ , при $a > 0$ $x < \log_3(a/9)$	51	$(-\infty; -4)$
47	$(-\infty; \sqrt{3}) \cup (\log_3 4; \sqrt{3})$	52	$2; -2$
48	$(-\sqrt{5}; \log_3 7) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$	53	$(25; +\infty)$
49	$(0,5; 0)$	54	2

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	2	1	3
2	3,5	2	2,5
3	-3	3	4
4	6	4	4
5	1	5	1
6	0	6	2
7	2	7	3
8	1	8	2
9	1; -1	9	2; -2
10	$[-20; -3] \cup [3; 20 \log_3 4]$	10	$[-16; -4] \cup [4; 4 \log_3 4]$

## 3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

## 3.1. Производная функции

№	Ответ	№	Ответ
1	7	21	1
2	5	22	-6
3	-2	23	32
4	0	24	-0,5
5	-3	25	1
6	-5	26	1
7	-2	27	9
8	8	28	135
9	2	29	-8
10	2	30	-6
11	-2,5	31	-6
12	0	32	7,5
13	-1	33	5
14	0	34	-1
15	2	35	0,125
16	-4	36	4
17	0,5	37	-4
18	7	38	-6
19	5	39	7
20	0	40	7

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
41	-3	62	4
42	2	63	5
43	2	64	-1
44	1	65	-3
45	4	66	9
46	4	67	5
47	1	68	20
48	1	69	-5
49	0	70	30
50	2	71	1
51	3	72	-6; 2
52	3	73	-5
53	3	74	$\left(0; \frac{4}{3}\right)$
54	18	75	$(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$
55	-18	76	12
56	-14	77	32
57	14	78	6
58	0	79	$(-\infty; +\infty)$
59	-3	80	$[2\sqrt{5}; 10]$
60	3	81	$[-9; -8]$
61	8	82	$[-3\sqrt{5}; 2]$

## 3.2. Первообразная функции

№	Ответ	№	Ответ
1	8	17	6
2	17	18	$14\frac{7}{24}$
3	1	19	$\frac{1}{24}$
4	0,25	20	$2\frac{2}{3}$
5	4	21	4
6	32	22	$10\frac{5}{12}$
7	4	23	4,5
8	3	24	16
9	0,2	25	$2\pi$
10	12	26	$\frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$
11	16	27	$2\pi$
12	32	28	$\pi$
13	10	29	$F(1) > F(2)$
14	9	30	$\frac{(x+3)^{32}}{34} - 4\frac{(x+3)^{33}}{33} + C, C \in R$
15	4,5	31	$\frac{(x-7)^{2007}}{2007} + \frac{6(x-7)^{2006}}{1003}$
16	9		

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	1	1	1
2	3	2	4
3	14	3	9
4	7	4	5
5	3	5	1
6	-7	6	9
7	2	7	2
8	-2	8	64
9	36	9	32
10	45	10	45

## 4. ГЕОМЕТРИЯ

## 4.1. Планиметрия

№	Ответ	№	Ответ
1	10	5	3
2	16	6	13
3	16	7	168
4	25	8	80

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>9</b>	<b>9,6</b>	<b>28</b>	<b>14</b>
<b>10</b>	<b>1,5</b>	<b>29</b>	<b>14</b>
<b>11</b>	<b>16</b>	<b>30</b>	<b>3,6</b>
<b>12</b>	<b>19,2</b>	<b>31</b>	<b>6</b>
<b>13</b>	<b>5</b>	<b>32</b>	<b>4</b>
<b>14</b>	<b>13,5</b>	<b>33</b>	<b>7</b>
<b>15</b>	<b>4,8</b>	<b>34</b>	<b>12</b>
<b>16</b>	<b>5</b>	<b>35</b>	<b>8</b>
<b>17</b>	<b>0,6</b>	<b>36</b>	<b>72</b>
<b>18</b>	<b>0,8</b>	<b>37</b>	<b>480</b>
<b>19</b>	<b>0,75</b>	<b>38</b>	<b>15</b>
<b>20</b>	<b>2,4</b>	<b>39</b>	<b>10</b>
<b>21</b>	<b>42</b>	<b>40</b>	<b>10,625</b>
<b>22</b>	<b>8</b>	<b>41</b>	<b>8,125</b>
<b>23</b>	<b>0,6</b>	<b>42</b>	<b>5</b>
<b>24</b>	<b>-0,8</b>	<b>43</b>	<b>13</b>
<b>25</b>	<b>-2,4</b>	<b>44</b>	<b>16</b>
<b>26</b>	<b>2</b>	<b>45</b>	<b>9</b>
<b>27</b>	<b>3</b>	<b>46</b>	<b>20</b>

*Окончание табл.*

№	Ответ	№	Ответ
47	120	60	9
48	30	61	6,5
49	4	62	2,2
50	13	63	60
51	510	64	2
52	12	65	8
53	4	66	$\frac{3}{8}$
54	28	67	$\frac{4}{13}$
55	170	68	25; 100; 400
56	24	69	$2 \pm \sqrt{3}$
57	12	70	2; 14
58	25	71	$2\sqrt{21}$ ; 6
59	15		

**4.2. Стереометрия**

№	Ответ	№	Ответ
1	6	4	48
2	12	5	8
3	16	6	216



*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>7</b>	<b>8</b>	<b>26</b>	<b>16</b>
<b>8</b>	<b>16</b>	<b>27</b>	<b>32</b>
<b>9</b>	<b>12</b>	<b>28</b>	<b>48</b>
<b>10</b>	<b>2</b>	<b>29</b>	<b>192</b>
<b>11</b>	<b>2</b>	<b>30</b>	<b>10</b>
<b>12</b>	<b>3</b>	<b>31</b>	<b>6</b>
<b>13</b>	<b>60</b>	<b>32</b>	<b>1</b>
<b>14</b>	<b>90</b>	<b>33</b>	<b>16</b>
<b>15</b>	<b>4</b>	<b>34</b>	<b>4</b>
<b>16</b>	<b>45</b>	<b>35</b>	<b>30</b>
<b>17</b>	<b>60</b>	<b>36</b>	<b>204; 214</b>
<b>18</b>	<b>10</b>	<b>37</b>	<b>264; 268</b>
<b>19</b>	<b>6</b>	<b>38</b>	<b>168; 238</b>
<b>20</b>	<b>4</b>	<b>39</b>	<b>12</b>
<b>21</b>	<b>108</b>	<b>40</b>	<b>8</b>
<b>22</b>	<b>90</b>	<b>41</b>	<b>6</b>
<b>23</b>	<b>9</b>	<b>42</b>	<b>8</b>
<b>24</b>	<b>16</b>	<b>43</b>	<b>10</b>
<b>25</b>	<b>64</b>	<b>44</b>	<b>12</b>

*Продолжение табл.*

№	Ответ	№	Ответ
45	1	57	$\arcsin \sqrt{\frac{3}{13}}$
46	3	58	$\arctg 1,5$
47	2	59	$\frac{\pi}{3}$
48	8	60	$\frac{\pi}{3}$
49	6	61	$2\sqrt{13}$
50	12	62	$4\sqrt{3}$
51	18	63	$2\sqrt{13}$
52	24	64	$4\sqrt{3}$
53	$\text{arcctg} \frac{2\sqrt{2}}{3}$	65	$2\sqrt{3}$
54	$\frac{\pi}{3}$	66	$2\sqrt{2}$
55	$\text{arcctg} \frac{2\sqrt{3}}{3}$	67	$4\sqrt{3}$
56	$\text{arcctg} \frac{\sqrt{13}}{2}$	68	$4\sqrt{51}$

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
69	$\operatorname{arctg} 4$	83	126
70	$2\sqrt{3}$	84	$\frac{16\sqrt{6}}{3}$
71	45	85	$400\sqrt{3}$
72	140	86	1000
73	140	87	3
74	45	88	$72\sqrt{3}$
75	$\operatorname{arctg} 2$	89	$8\sqrt{2}$
76	45	90	$16\pi$
77	$\operatorname{arctg} 2$	91	$64\pi$
78	$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$	92	$12\pi$
79	$\frac{\pi}{3}$	93	$24\pi$
80	16	94	$12\pi$
81	768	95	$32\pi$
82	$\frac{33\sqrt{5}}{4}$		

## Раздел 2

### 1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

№	Ответ	№	Ответ
1	-3	19	17
2	16	20	-4
3	-1	21	4
4	5	22	4
5	4	23	2
6	-0,5	24	4
7	0	25	2
8	3	26	6
9	0	27	-4
10	-4	28	8
11	0,25	29	1,5
12	4	30	20
13	6	31	7
14	20	32	14
15	6	33	8
16	0	34	4
17	1	35	7
18	0,2	36	-1

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
37	0	54	3
38	1	55	2
39	5	56	3
40	-1	57	12
41	2	58	8
42	-0,5	59	6
43	-6	60	$[3; 1,5)$
44	2	61	$(-7; -1]; \{2\}$
45	6	62	$[-6; -1], [1; 2)$
46	0	63	$(0,5; 1)$
47	0	64	$(-\infty; -1,5], \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$
48	2	65	4
49	3	66	5
50	6	67	3
51	0	68	3
52	6	69	3
53	7	70	2

**2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ  
ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ**

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>1</b>	<b>6</b>	<b>15</b>	<b>25</b>
<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>16</b>	<b>0,04</b>
<b>3</b>	<b>−1</b>	<b>17</b>	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>−10</b>	<b>18</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>−33</b>	<b>19</b>	<b>0</b>
<b>6</b>	<b>−32</b>	<b>20</b>	<b>4</b>
<b>7</b>	<b>−59</b>	<b>21</b>	<b>−3</b>
<b>8</b>	<b>−58</b>	<b>22</b>	<b>−2</b>
<b>9</b>	<b>25</b>	<b>23</b>	<b>7</b>
<b>10</b>	<b>26</b>	<b>24</b>	<b>5</b>
<b>11</b>	<b>−1</b>	<b>25</b>	<b>4</b>
<b>12</b>	<b>−2</b>	<b>26</b>	<b>7</b>
<b>13</b>	<b>−33</b>	<b>27</b>	<b>6</b>
<b>14</b>	<b>25</b>	<b>28</b>	<b>−1</b>

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>29</b>	<b>−8</b>	<b>42</b>	<b>17,5</b>
<b>30</b>	<b>−7</b>	<b>43</b>	<b>8,75</b>
<b>31</b>	<b>11</b>	<b>44</b>	<b>3</b>
<b>32</b>	<b>1</b>	<b>45</b>	<b>−4</b>
<b>33</b>	<b>7</b>	<b>46</b>	<b>2</b>
<b>34</b>	<b>3</b>	<b>47</b>	<b>−2</b>
<b>35</b>	<b>1</b>	<b>48</b>	<b>2,5</b>
<b>36</b>	<b>4</b>	<b>49</b>	<b>−0,5</b>
<b>37</b>	<b>7</b>	<b>50</b>	<b>4</b>
<b>38</b>	<b>7</b>	<b>51</b>	<b>−4</b>
<b>39</b>	<b>11</b>	<b>52</b>	<b>9</b>
<b>40</b>	<b>3</b>	<b>53</b>	<b>8</b>
<b>41</b>	<b>1</b>	<b>54</b>	<b>5</b>

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>55</b>	<b>8</b>	<b>68</b>	<b>−8</b>
<b>56</b>	<b>2</b>	<b>69</b>	<b>72</b>
<b>57</b>	<b>3</b>	<b>70</b>	<b>8,4</b>
<b>58</b>	<b>2</b>	<b>71</b>	<b>4,4</b>
<b>59</b>	<b>7</b>	<b>72</b>	<b>0</b>
<b>60</b>	<b>2</b>	<b>73</b>	<b>0</b>
<b>61</b>	<b>5</b>	<b>74</b>	<b>5</b>
<b>62</b>	<b>6</b>	<b>75</b>	<b>3</b>
<b>63</b>	<b>2</b>	<b>76</b>	<b>5</b>
<b>64</b>	<b>−1</b>	<b>77</b>	<b>3</b>
<b>65</b>	<b>2</b>	<b>78</b>	$[-3; 0) \cup (0; \pi) \cup (\pi; 3, 2]$
<b>66</b>	<b>3</b>	<b>79</b>	$\left[-4; \frac{-\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; 1, 6\right]$
<b>67</b>	<b>1</b>	<b>80</b>	$[\log_{0,5} 6; -2]$



Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
81	$(-\infty; 1]$	85	$(0; 2]$
82	$\left[\frac{1}{64}; \frac{1}{8}\right]$	86	$a = -3$
83	$[1; 3]$	87	$a = -8$
84	$(3; +\infty)$		

## 3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

№	Ответ	№	Ответ
1а	35	4	15
1б	2	5	16
1в	300	6	19
1г	7	7	168
1д	5	8	15 000
1е	6	9	25
2	80	10	10 100
3	96	11	2600

*Окончание табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>12</b>	<b>100</b>	<b>28</b>	<b>660</b>
<b>13</b>	<b>2,5</b>	<b>29</b>	<b>16</b>
<b>14</b>	<b>82</b>	<b>30</b>	<b>32</b>
<b>15</b>	<b>15</b>	<b>31</b>	<b>9,2</b>
<b>16</b>	<b>6</b>	<b>32</b>	<b>600</b>
<b>17</b>	<b>15</b>	<b>33</b>	<b>12</b>
<b>18</b>	<b>6</b>	<b>34</b>	<b>306,04</b>
<b>19</b>	<b>36</b>	<b>35</b>	<b>12 500</b>
<b>20</b>	<b>12</b>	<b>36</b>	<b>10,25</b>
<b>21</b>	<b>100</b>	<b>37</b>	<b>105 300</b>
<b>22</b>	<b>2</b>	<b>38</b>	<b>2240</b>
<b>23</b>	<b>720</b>	<b>39</b>	<b>358</b>
<b>24</b>	<b>54</b>	<b>40</b>	<b>9</b>
<b>25</b>	<b>60,9</b>	<b>41</b>	<b>1500</b>
<b>26</b>	<b>5000</b>	<b>42</b>	<b>5</b>
<b>27</b>	<b>200</b>	<b>43</b>	<b>90</b>

**4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА  
С МОДУЛЕМ**

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>1</b>	<b>7</b>	<b>15</b>	<b>100</b>
<b>2</b>	<b>6</b>	<b>16</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>2</b>	<b>17</b>	<b>55</b>
<b>4</b>	<b>−2</b>	<b>18</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>4,5</b>	<b>19</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>270</b>	<b>20</b>	<b>4</b>
<b>7</b>	<b>−360</b>	<b>21</b>	<b>441</b>
<b>8</b>	<b>9</b>	<b>22</b>	<b>5</b>
<b>9</b>	<b>256</b>	<b>23</b>	<b>6</b>
<b>10</b>	<b>208</b>	<b>24</b>	<b>2</b>
<b>11</b>	<b>7</b>	<b>25</b>	<b>−0,25</b>
<b>12</b>	<b>7</b>	<b>26</b>	<b>4</b>
<b>13</b>	<b>1</b>	<b>27</b>	<b>16</b>
<b>14</b>	<b>5</b>	<b>28</b>	<b>0,5</b>

*Продолжение табл.*

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>29</b>	<b>−1</b>	<b>44</b>	<b>−4</b>
<b>30</b>	<b>0,25</b>	<b>45</b>	<b>2</b>
<b>31</b>	<b>0</b>	<b>46</b>	<b>101</b>
<b>32</b>	<b>90</b>	<b>47</b>	<b>7,25</b>
<b>33</b>	<b>−270</b>	<b>48</b>	<b>3</b>
<b>34</b>	<b>1,75</b>	<b>49</b>	<b>4</b>
<b>35</b>	<b>5</b>	<b>50</b>	<b>2</b>
<b>36</b>	<b>5</b>	<b>51</b>	<b>9</b>
<b>37</b>	<b>25</b>	<b>52</b>	<b>−13</b>
<b>38</b>	<b>−9</b>	<b>53</b>	<b>−11</b>
<b>39</b>	<b>4</b>	<b>54</b>	$\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{11}\right) \cup \left(\frac{1}{11}; \frac{1}{3}\right)$
<b>40</b>	<b>2,5</b>	<b>55</b>	$\pi k, k \in \mathbb{Z}$
<b>41</b>	<b>2</b>	<b>56</b>	<b>32; <math>\frac{1}{32}</math></b>
<b>42</b>	<b>3</b>	<b>57</b>	<b>1; <math>\log_6 2</math></b>

Окончание табл.

№	Ответ	№	Ответ
58	1; 81	65	$9; \frac{1}{27}$
59	0,75	66	Решений нет
60	3	67	[0,25; 32]
61	$+\sqrt{3}; \pm\sqrt{10}$	68	$\left[-\frac{8}{27}; 125\right]$
62	$[-3; -2] \cup [2; 3]$	69	$[2; +\infty)$
63	Решений нет	70	$(6,8; +\infty)$
64	[4; 16]	71	$(8; +\infty)$
72	$[5; +\infty)$		
73	$[-\sqrt{17}; -4) \cup (4; \sqrt{17}] \cup [5; +\infty)$		
74	$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$		
75	$[-\sqrt{17}; -4) \cup (4; \sqrt{17}] \cup [5; +\infty)$		

## 5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

№	Ответ	№	Ответ
1	9; 7; 5	21	0,75
2	20	22	0,125; 0,375;
3	10	23	0,75
4	24	24	0,75
5	12	25	0,4
6	24	26	0,6
7	81	27	0,2
8	72	28	0,7
9	648	29	0,6
10	0,5	30	0,94; 0,38; 0,56
11	0,25	31	0,928; 0,168
12	0,1	32	10000
13	0,1; 0,7	33	9000
14	0,8	34	3; 13,8; 14; 15
15	0,4	35	70; 45; 45; 20
16	0,3	36	2; 15
17	0,2	37	19
18	0,5	38	265
19	0,5	39	20; 21
20	0,25	40	-2

# СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i> .....	3
<b>I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11-е классы)</b> .....	5
1. ТРИГОНОМЕТРИЯ .....	5
1.1. Преобразования тригонометрических выражений .....	5
1.2. Тригонометрические функции .....	10
1.3. Тригонометрические уравнения .....	15
<i>Контрольная работа № 1</i> .....	23
2. АЛГЕБРА .....	26
2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений .....	26
2.2. Иррациональные уравнения .....	34
<i>Контрольная работа № 2</i> .....	41
2.3. Преобразования логарифмических выражений .....	44
2.4. Логарифмические уравнения и неравенства .....	49
<i>Контрольная работа № 3</i> .....	58
2.5. Показательные уравнения и неравенства .....	61
<i>Контрольная работа № 4</i> .....	66
3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА .....	69
3.1. Производная функции .....	69
3.2. Первообразная функции .....	81
<i>Контрольная работа № 5</i> .....	86
4. ГЕОМЕТРИЯ .....	90
4.1. Планиметрия .....	90
4.2. Стереометрия .....	100
<b>II. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ (5—11-е классы)</b> .....	113
1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА .....	113
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ .....	121
3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ .....	132
4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ .....	140
5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ .....	148
<b>III. УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ ЧАСТИ 2</b> .....	154
<b>IV. ОТВЕТЫ</b> .....	183

Издание для дополнительного образования

*Для старшего школьного возраста*

ЕГЭ. СБОРНИК ЗАДАНИЙ

**Кочагин Вадим Витальевич  
Кочагина Мария Николаевна**

**ЕГЭ 2013**

**МАТЕМАТИКА**

*Сборник заданий*

Ответственный редактор *А. Жилинская*

Ведущий редактор *Т. Судакова*

Художественный редактор *Е. Брынчик*

Технический редактор *Л. Зотова*

Компьютерная верстка *А. Москаленко*

ООО «Издательство «Эксмо»

127299, Москва, ул. Клары Цеткин, д. 18/5. Тел. 411-68-86, 956-39-21.

Home page: **[www.eksmo.ru](http://www.eksmo.ru)** E-mail: **[info@eksmo.ru](mailto:info@eksmo.ru)**

Подписано в печать 09.07.2012. Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Гарнитура «Школьная». Печать офсетная. Усл. печ. л. 14,0.

Тираж экз. Заказ

ISBN 978-5-699-57998-3



9 785699 579983 >



**Оптовая торговля книгами «Эксмо»:**

ООО «ТД «Эксмо», 142700, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное,  
Белокаменное ш., д. 1, многоканальный тел. 411-50-74.

E-mail: [reception@eksmo-sale.ru](mailto:reception@eksmo-sale.ru)

**По вопросам приобретения книг «Эксмо» зарубежными оптовыми  
покупателями** обращаться в отдел зарубежных продаж ТД «Эксмо»

E-mail: [international@eksmo-sale.ru](mailto:international@eksmo-sale.ru)

**International Sales:** International wholesale customers should contact  
Foreign Sales Department of Trading House «Eksmo» for their orders.

[international@eksmo-sale.ru](mailto:international@eksmo-sale.ru)

**По вопросам заказа книг корпоративным клиентам,  
в том числе в специальном оформлении,**  
обращаться по тел. 411-68-59, доб. 2299, 2205, 2239, 1251.

E-mail: [vipzakaz@eksmo.ru](mailto:vipzakaz@eksmo.ru)

**Оптовая торговля бумажно-беловыми**

**и канцелярскими товарами для школы и офиса «Канц-Эксмо»:**

Компания «Канц-Эксмо»: 142702, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное-2,  
Белокаменное ш., д. 1, а/я 5. Тел./факс +7 (495) 745-28-87 (многоканальный).

e-mail: [kanc@eksmo-sale.ru](mailto:kanc@eksmo-sale.ru), сайт: [www.kanc-eksmo.ru](http://www.kanc-eksmo.ru)

**Полный ассортимент книг издательства «Эксмо» для оптовых покупателей:**

**В Санкт-Петербурге:** ООО СЗКО, пр-т Обуховской Обороны, д. 84Е.

Тел. (812) 365-46-03/04.

**В Нижнем Новгороде:** ООО ТД «Эксмо НН», ул. Маршала Воронова, д. 3.

Тел. (8312) 72-36-70.

**В Казани:** Филиал ООО «РДЦ-Самара», ул. Фрезерная, д. 5.

Тел. (843) 570-40-45/46.

**В Ростове-на-Дону:** ООО «РДЦ-Ростов», пр. Стачки, д. 243А.

Тел. (863) 220-19-34.

**В Самаре:** ООО «РДЦ-Самара», пр-т Кирова, д. 75/1, литера «Е».

Тел. (846) 269-66-70.

**В Екатеринбурге:** ООО «РДЦ-Екатеринбург», ул. Прибалтийская, д. 24а.

Тел. +7 (343) 272-72-01/02/03/04/05/06/07/08.

**В Новосибирске:** ООО «РДЦ-Новосибирск», Комбинатский пер., д. 3.

Тел. +7 (383) 289-91-42. E-mail: [eksmo-nsk@yandex.ru](mailto:eksmo-nsk@yandex.ru)

**В Киеве:** ООО «РДЦ Эксмо-Украина», Московский пр-т, д. 6.

Тел./факс: (044) 498-15-70/71.

**В Донецке:** ул. Артема, д. 160. Тел. +38 (062) 381-81-05.

**В Харькове:** ул. Гвардейцев Железнодорожников, д. 8. Тел. +38 (057) 724-11-56.

**Во Львове:** ул. Бузкова, д. 2. Тел. +38 (032) 245-01-71.

**Интернет-магазин:** [www.knigka.ua](http://www.knigka.ua). Тел. +38 (044) 228-78-24.

**В Казахстане:** ТОО «РДЦ-Алматы», ул. Домбровского, д. 3а.

Тел./факс (727) 251-59-90/91. [RDC-Almaty@eksmo.kz](mailto:RDC-Almaty@eksmo.kz)

**Полный ассортимент продукции издательства «Эксмо»**

**можно приобрести в магазинах «Новый книжный» и «Читай-город».**

Телефон единой справочной: 8 (800) 444-8-444.

Звонок по России бесплатный.

**В Санкт-Петербурге в сети магазинов «Буквоед»:**

«Парк культуры и чтения», Невский пр-т, д. 46. Тел. (812) 601-0-601

[www.bookvoed.ru](http://www.bookvoed.ru)

**По вопросам размещения рекламы в книгах издательства «Эксмо»  
обращаться в рекламный отдел. Тел. 411-68-74.**

# ПОДГОТОВКА К ЕГЭ ВЫСШИЙ УРОВЕНЬ КАЧЕСТВА

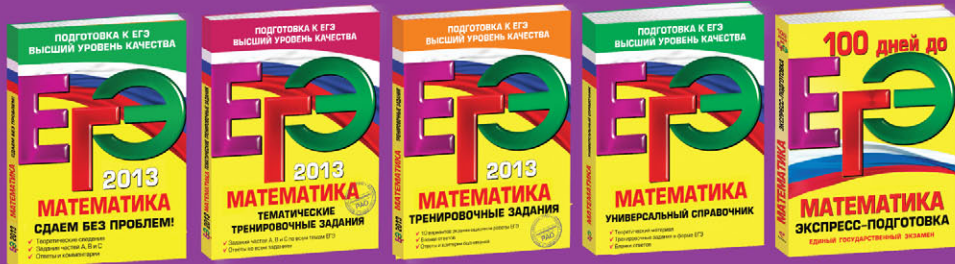


## Успех на ЕГЭ гарантирован!

Для комплексной подготовки к ЕГЭ издательство «Эксмо» предлагает учебные пособия по всем предметам, которые выносятся на экзамен в 2013 году: русскому языку, литературе, математике, истории, обществознанию, биологии, географии, физике, химии, информатике и иностранным языкам.

**Авторы пособий — ведущие специалисты и разработчики заданий ЕГЭ. Все книги прошли строгий контроль качества.**

**Комплект пособий поможет получить высший балл на ЕГЭ по математике!**



**Аналогичные комплекты для подготовки к ЕГЭ выпускаются по всем предметам**

ISBN 978-5-699-57998-3



9 785699 579983 >