

**ИНТЕНСИВНАЯ ПОДГОТОВКА
ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН**

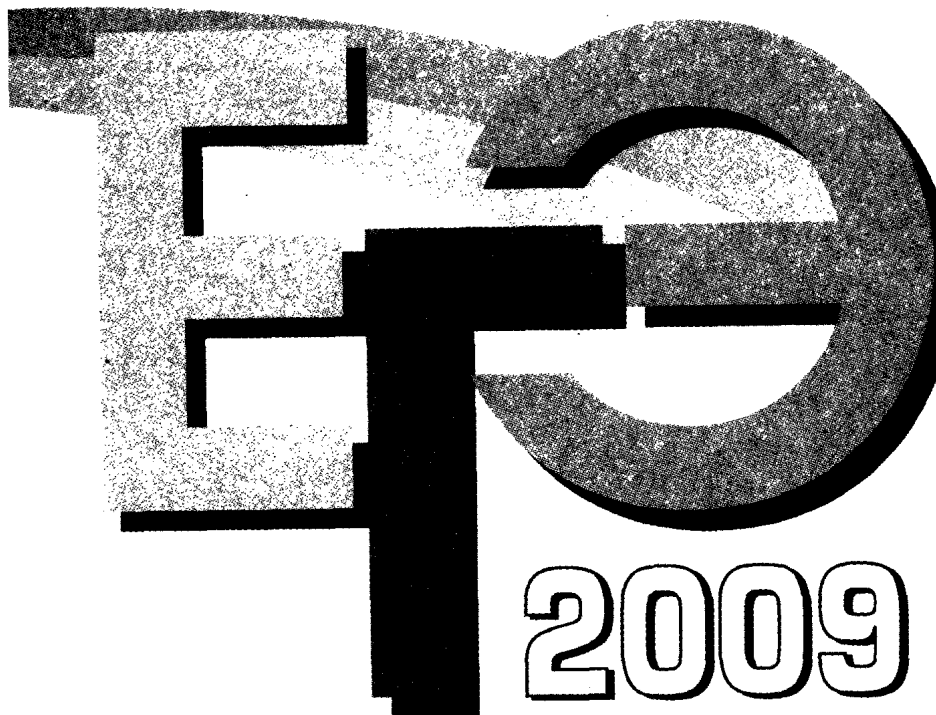


2009

МАТЕМАТИКА

СБОРНИК ЗАДАНИЙ

**ИНТЕНСИВНАЯ ПОДГОТОВКА
ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН**



МАТЕМАТИКА

СБОРНИК ЗАДАНИЙ

Кочагин В. В.
К 55 **ЕГЭ 2009. Математика : сборник заданий / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — М. : Эксмо, 2009. — 208 с. — (ЕГЭ. Сборник заданий).**

ISBN 978-5-699-32524-5

В учебном пособии содержатся тренировочные задания по математике в форме ЕГЭ, сгруппированные по темам в порядке их изучения в 10—11-х классах старшей школы. К каждой учебной теме даются задания частей А, В и С. После каждой темы представлены проверочные обобщающие тесты, соответствующие ЕГЭ. В конце книги — ответы ко всем заданиям, в том числе — решения сложных задач.

Это издание адресовано *учащимся 10—11-х классов*, решившим сдавать математику в форме ЕГЭ. Тренировочные задания позволят систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену.

Книга будет полезна *учителям математики*, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-699-32524-5

© В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина, 2008
© ООО «Издательство «Эксмо», 2009

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11-х классов*, решившим сдавать математику в форме единого государственного экзамена. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, проверяемым ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания частей А, В и С, а также обобщающие контрольные работы. К заданиям группы С даются указания. Ко всем заданиям приведены ответы.

Тренировочные задания позволят учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11-х классах решать задания из этого пособия параллельно с темой по математике, изучаемой на школьных уроках, а в конце 11-го класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике прошлых лет.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начала анализа для 10—11-х классов. С учебниками А. Г. Мордковича, Ш. А. Алимova и др., А. Н. Колмогорова — в полном объеме. С учебниками других авторов (Н. Я. Виленкина, М. И. Башмакова) — с исключением некоторых заданий, с которыми в момент изучения темы учащиеся еще незнакомы. После изучения соответствующего материала, на этапе обобщающего повторения, к этим заданиям можно вернуться.

Книга также будет полезна *учителям математики*, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем. Можно предложить несколько вариантов работы:

- включение заданий тестового характера в систему заданий для 10—11-х классов вместе со стандартными упражнениями учебника;

- использование заданий и контрольных работ на этапе обобщающего повторения по каждой теме или на этапе итогового повторения и подготовки к ЕГЭ в конце 11-го класса;

- контроль и коррекция знаний учащихся.

Единый государственный экзамен по математике сочетает элементы выбора ответа, написания ответа и традиционной письменной экзаменационной работы.

В структуре экзаменационной работы выделены три части, которые различаются по содержанию, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены три группы заданий: **части А**, **части В** и **части С**. Формы записи ответов для разных заданий различаются. Это соответствует формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **части А** даются четыре варианта ответа, из которых надо выбрать только один. В этом разделе содержатся задания обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», изучаемому в 10—11-х классах.

Для каждого из заданий **части В** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся более сложные по сравнению с частью А задания по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5-го по 11-й класс.

Задания **части С** требуют развернутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований всех этапов решения (не обязательно очень подробных, но правильных!) и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания как по геометрии, так и по алгебре.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

І. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11-е КЛАССЫ)

1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

1.1. Преобразования тригонометрических выражений

Содержание, проверяемое заданиями КИМ¹: соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, формулы сложения, формулы двойного угла, формулы приведения.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Упростите выражение $3\sin^2 \beta + 10 + 3\cos^2 \beta$.

- 1) 7 2) 10 3) 13 4) 16

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

А2. Упростите выражение $16 - 6\sin^2 \beta - 6\cos^2 \beta$.

- 1) -6 2) 4 3) 10 4) 16

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

А3. Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$.

- 1) $2\cos^2 15^\circ$ 2) $-2\sin^2 75^\circ$ 3) 0 4) 1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А3
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

¹ КИМ — контрольные измерительные материалы ЕГЭ.

A4. Вычислите: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$.

1) $2\cos^2 15^\circ$

2) $-2\sin^2 75^\circ$

3) 0

4) 1

A5. Упростите выражение $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta}$.

1) $\cos 2\beta$

2) $\sin 2\beta$

3) $2\cos 2\beta$

4) $2\sin 2\beta$

A6. Упростите выражение $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}$.

1) $\cos x$

2) $\sin x$

3) $-\cos x$

4) $-\sin x$

A7. Дано: $\cos \beta = \frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin \beta$.

1) $\frac{12}{13}$

2) $-\frac{12}{13}$

3) $-\frac{5}{13}$

4) $\frac{5}{13}$

A8. Дано: $\operatorname{tg} \beta = \frac{7}{24}$ и $180^\circ < \beta < 270^\circ$. Найдите: $\cos \beta$.

1) 0,48

2) 0,96

3) -0,48

4) -0,96

A9. Дано: $\operatorname{ctg} \beta = -1\frac{1}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\cos 2\beta$.

1) 0,28

2) 0,96

3) -0,28

4) -0,96

A10. Дано: $\cos\alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin\beta = -0,6$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin(\alpha - \beta)$.

- 1) 0 2) 0,28 3) -0,96 4) 1

A11. Дано: $\cos\alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin\beta = -0,6$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\cos(\alpha + \beta)$.

- 1) 0 2) 0,28 3) -0,96 4) 1

A12. Упростите выражение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$.

- 1) $\cos\beta$ 2) $-\cos\beta$ 3) $\sin\beta$ 4) $-\sin\beta$

A13. Упростите выражение $\sin(180^\circ - \beta)$.

- 1) $\cos\beta$ 2) $-\cos\beta$ 3) $\sin\beta$ 4) $-\sin\beta$

A14. Упростите выражение $\sin(270^\circ - \beta)$.

- 1) $\cos\beta$ 2) $-\cos\beta$ 3) $\sin\beta$ 4) $-\sin\beta$

A15. Упростите выражение $\cos(\beta - 270^\circ)$.

- 1) $\cos\beta$ 2) $-\cos\beta$ 3) $\sin\beta$ 4) $-\sin\beta$

A16. Упростите выражение $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$.

- 1) $\operatorname{tg}^2\alpha$ 2) $-\operatorname{tg}^2\alpha$ 3) $\operatorname{ctg}^2\alpha$ 4) $-\operatorname{ctg}^2\alpha$

A17. Упростите выражение $\cos^2(\alpha - \frac{3}{2}\pi)$.

1) $\cos^2 \alpha$

2) $-\cos^2 \alpha$

3) $\sin^2 \alpha$

4) $-\sin^2 \alpha$

A18. Упростите выражение $\frac{\sin(\frac{13}{2}\pi - \alpha) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$.

1) $\operatorname{tg} \alpha$

2) $-\operatorname{tg} \alpha$

3) $\operatorname{ctg} \alpha$

4) $-\operatorname{ctg} \alpha$

A19. Упростите выражение $\frac{\sin(\frac{9}{2}\pi - \alpha) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1}$.

1) $\operatorname{tg} \alpha$

2) $-\operatorname{tg} \alpha$

3) $\operatorname{ctg} \alpha$

4) $-\operatorname{ctg} \alpha$

A20. Упростите выражение $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos \alpha \sin \beta$.

1) $\cos(\alpha + \beta)$

2) $\cos(\alpha - \beta)$

3) $\sin(\alpha + \beta)$

4) $\sin(\alpha - \beta)$

A21. Упростите выражение $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin \alpha \sin \beta$.

1) $\cos(\alpha + \beta)$

2) $\cos(\alpha - \beta)$

3) $\sin(\alpha + \beta)$

4) $\sin(\alpha - \beta)$

A22. Вычислите значение выражения $\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos \alpha \sin \beta}{2\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)}$,
если $\alpha - \beta = 150^\circ$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2) $\sqrt{3}$

3) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

4) $-\sqrt{3}$

A23. Вычислите значение выражения $\frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)}$,
если $\alpha + \beta = 120^\circ$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2) $\sqrt{3}$

3) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

4) $-\sqrt{3}$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B24. Упростите выражение $\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha)\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

B25. Упростите выражение $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

B26. Упростите выражение $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} + \cos \alpha - \sin \alpha$.

B27. Упростите выражение $2006 + \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos 2\alpha$.

B28. Упростите выражение $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4 \alpha - 16\sin^2 \alpha$.

B29. Упростите выражение $\frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$.

B30. Вычислите: $\frac{\sin\beta + \cos\beta}{(\sin\beta - \cos\beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,6$; $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$.

B31. Вычислите: $\frac{\cos\beta - \sin\beta}{(\sin\beta + \cos\beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,8$; $\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi$.

B32. Вычислите: $16\operatorname{ctg}110^\circ \sin 105^\circ \operatorname{tg}70^\circ \cos 105^\circ$.

B33. Вычислите: $12\operatorname{ctg}140^\circ \sin 75^\circ \operatorname{tg}40^\circ \cos 75^\circ$.

B34. Вычислите: $\frac{1 - 2\sin^2 43^\circ}{\sin 176^\circ + \sin 4^\circ}$.

B35. Вычислите: $\frac{2\cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$.

В36. Вычислите: $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ - \cos^4 15^\circ)$.

В37. Найдите значение выражения $8\cos 2\beta$, если $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$.

В38. Найдите значение выражения $\cos 2\beta$, если $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С39. Вычислите: $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

С40. Вычислите: $16\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$.

С41. Вычислите: $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$.

С42. Найдите значение выражения $27 \sin \alpha \cos \alpha$, если $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$.

С43. Найдите значение выражения $81(\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha)$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$.

С44. Вычислите: $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

A4. Вычислите: $\operatorname{ctg}(-300^\circ)$.

- 1) $\sqrt{3}$ 2) $-\sqrt{3}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A5. Найдите область определения функции $y = \operatorname{tg}(x + \pi)$.

- 1) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$ 3) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$
 2) $(-\pi + \pi k; \pi k), k \in \mathbb{Z}$ 4) $\left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A6. Найдите область определения функции $y = \operatorname{ctg}(-x)$.

- 1) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$ 3) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$
 2) $(-\pi + \pi k; \pi k), k \in \mathbb{Z}$ 4) $\left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A7. Найдите множество значений функции $y = \cos x$ на промежутке $[30^\circ; 45^\circ]$.

- 1) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ 2) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 3) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ 4) $[-1; 1]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A8. Найдите множество значений функции $y = \cos x$ на промежутке $[-180^\circ; 45^\circ]$.

- 1) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 2) $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 3) $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$ 4) $\left[-1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A9. Найдите множество значений функции $y = \sin x$ на отрезке $[30^\circ; 60^\circ]$.

- 1) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ 2) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ 3) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ 4) $[-1; 1]$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A10. Найдите множество значений функции $y = \sin x$ на отрезке $[30^\circ; 180^\circ]$.

- 1) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ 2) $[0; 1]$ 3) $[-1; 1]$ 4) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A11. Найдите множество значений функции $y = \sin x$ на отрезке $[30^\circ; 360^\circ]$.

- 1) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ 2) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ 3) $[-1; 1]$ 4) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A12. Найдите множество значений функции

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x).$$

- 1) $[-2; 2]$ 2) $[-1; 1]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) 0

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A13. Найдите множество значений функции

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x).$$

- 1) $[-2; 2]$ 2) $[-1; 1]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) 0

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A14. Найдите множество значений функции

$$y = \sin 15^\circ \cos x + \cos 15^\circ \sin x.$$

- 1) $[-1; 1]$ 2) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ 3) $[-\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{12}]$ 4) $(-\infty; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A15. Найдите множество значений функции

$$y = \cos \frac{\pi}{8} \cos x - \sin \frac{\pi}{8} \sin x.$$

- 1) $[-1; 1]$ 2) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ 3) $[-\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{12}]$ 4) $[-2; 2]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A16. Найдите множество значений функции $y = 5 - \cos x$.

- 1) $[4; 6]$ 2) $[-5; 5]$ 3) $[0; 5]$ 4) $[-6; 4]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A17. Найдите множество значений функции $y = 7 - \sin 2x$.

- 1) $[4; 6]$ 2) $[2; 8]$ 3) $[4; 8]$ 4) $[6; 8]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A18. Найдите множество значений функции $y = 1 + 2\cos 3x$.

- 1) $[-1; 6]$ 2) $[-1; 3]$ 3) $[-1; 5]$ 4) $[1; 3]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A19. Найдите множество значений функции $y = 3 - 4\sin 5x$.

- 1) $[-1; 6]$ 2) $[-1; 5]$ 3) $[1; 7]$ 4) $[-1; 7]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A20. Выберите среди данных чисел наибольшее:

$$\sin 11^\circ, \sin 87^\circ, \sin 184^\circ, \sin 267^\circ.$$

- 1) $\sin 11^\circ$ 2) $\sin 87^\circ$ 3) $\sin 184^\circ$ 4) $\sin 267^\circ$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A21. Выберите среди данных чисел наименьшее:

$\cos 7^\circ$, $\cos 74^\circ$, $\cos 97^\circ$, $\cos 177^\circ$.

1) $\cos 7^\circ$

2) $\cos 74^\circ$

3) $\cos 97^\circ$

4) $\cos 177^\circ$

☐☐☐☐

A21

A22. Выберите среди данных чисел наибольшее:

$\operatorname{ctg} 91^\circ$, $\operatorname{ctg} 64^\circ$, $\operatorname{ctg} 47^\circ$, $\operatorname{ctg} 34^\circ$.

1) $\operatorname{ctg} 34^\circ$

2) $\operatorname{ctg} 47^\circ$

3) $\operatorname{ctg} 64^\circ$

4) $\operatorname{ctg} 91^\circ$

☐☐☐☐

A22

A23. Выберите среди данных чисел наибольшее:

$\cos 100^\circ$, $\sin 29^\circ$, $\operatorname{ctg} 46^\circ$, $\operatorname{tg} 46^\circ$.

1) $\cos 100^\circ$

2) $\sin 29^\circ$

3) $\operatorname{ctg} 46^\circ$

4) $\operatorname{tg} 46^\circ$

☐☐☐☐

A23

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B24. Найдите наибольшее значение функции $y = 3\sin 2x + 4$.

B24

B25. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3\sin x + 4\cos x.$$

B25

B26. Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin 3x - 12$.

B26

В27. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 5\sin x - 12\cos x.$$

В28. Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x \cos x$.

В29. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{2}(\sin 2x - \cos 2x).$$

В30. Найдите наименьшее значение функции $y = \cos x - \sqrt{3}\sin x$.

В31. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{9}{2\cos x + 5}$.

В32. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{8}{3\sin x - 7}$.

В33. Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции $y = \sin^2 x$?

В34. Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции $y = 2\sin^2 x + \sin x + 1$?

В35. Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции $y = \cos 2x + \cos x - 1$?

 В35

В36. Найдите множество значений функции $y = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$.

 В36

В37. В какой четверти находится число x , если $\sin x + \cos x = 1,01$?

 В37

В38. В какой четверти находится число x , если $\sin x + \cos x = -1,02$?

 В38

В39. Вычислите: $5 \arcsin(\cos \frac{\pi}{2})$.

 В39

В40. Вычислите: $\sqrt{3} \cos(\arcsin \frac{1}{2})$.

 В40

В41. Вычислите: $\sqrt{2} \sin(\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}))$.

 В41

В42. Вычислите: $\frac{8}{\pi} \operatorname{arcc} \operatorname{tg}(\cos \pi)$.

 В42

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С43.** При каких значениях a функция $y = a \cos x + \sin x - a \sin x$ будет четной?
- С44.** При каких значениях a функция $y = a \cos x + \sin x - a \sin x$ будет нечетной?
- С45.** Пусть $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$. Сравните $f(f(0))$ и $g(g(0))$.
- С46.** Пусть $f(x) = \cos x$, $g(x) = 2x$. Найдите $f(g(0))$.
- С47.** Пусть $f(x) = \sin x$. Найдите $f(f(f(0)))$.
- С48.** Пусть $f(x) = \cos x$. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$, если $x \in [-2005; 2005]$.
- С49.** Пусть $f(x) = 16 \cos^4 x - 4 \cos x + 1$. Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения $f(x) = 0$, если $x \in [-2006\pi; 2006\pi]$.
- С50.** Расположить в порядке возрастания:
 $\sin 2006^\circ$, $\cos 2006^\circ$, $\operatorname{tg} 2006^\circ$, $\operatorname{ctg} 2006^\circ$.
- С51.** Расположить в порядке убывания: $\sin 1$, $\cos 2$, $\operatorname{ctg} 3$, $\operatorname{tg} 4$.
- С52.** Найдите множество значений функции
$$y = \arcsin \frac{\sqrt{2}(\cos 2006x + \sin 2006x)}{2}.$$
- С53.** Найдите множество значений функции
$$y = \arccos \frac{\sqrt{2}(\cos 2006x + \sin 2006x)}{2}.$$

1.3. Тригонометрические уравнения

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: общая формула решения уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, приемы

решения тригонометрических уравнений: разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков, использование нескольких приемов при решении тригонометрических уравнений, системы, содержащие одно или два тригонометрических уравнения, уравнения с параметром, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Решите уравнение $2 \sin x + 1 = 0$.

1) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

4) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

☐ ☐ ☐ ☐

А2. Решите уравнение $\sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 3 = 0$.

1) $\frac{\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\frac{\pi}{6} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{2\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{5\pi}{6} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

☐ ☐ ☐ ☐

А3. Решите уравнение $2\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 6 = 0$.

1) $\frac{\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\frac{\pi}{6} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{2\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{5\pi}{6} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

☐ ☐ ☐ ☐

A4. Решите уравнение $\cos 2x = 0,5$.

1) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\pm \frac{\pi}{12} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) $\pm \arccos \frac{1}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

A5. Решите уравнение $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $(-1)^m \frac{\pi}{12} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} m, m \in \mathbb{Z}$

2) $(-1)^m \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4} m, m \in \mathbb{Z}$

4) $(-1)^m \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} m, m \in \mathbb{Z}$

A6. Решите уравнение $\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 1$.

1) $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} m$

2) $\frac{2\pi}{3} m, m \in \mathbb{Z}$

3) $2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} m, m \in \mathbb{Z}$

A7. Решите уравнение

$$\sin 2006x \cos 2005x - \cos 2006x \sin 2005x = 0.$$

1) $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{\pi}{4011} m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{\pi}{2} m, m \in \mathbb{Z}$

A8. Решите уравнение $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + \cos x = 0$.

1) $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) решений нет

A9. Укажите наименьший положительный корень уравнения $2\sin x + 1 = 0$.

- 1) $\frac{\pi}{3}$ 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{7\pi}{6}$ 4) $\frac{5\pi}{6}$

1 2 3 4

A10. Укажите наибольший отрицательный корень уравнения $2\cos x + \sqrt{3} = 0$.

- 1) $-\frac{\pi}{3}$ 2) $-\frac{\pi}{6}$ 3) $-\frac{2\pi}{3}$ 4) $-\frac{5\pi}{6}$

1 2 3 4

A11. Укажите те корни уравнения $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, для которых $\cos x > 0$.

- 1) $\frac{\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$ 3) $\frac{\pi}{6} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$
2) $\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

1 2 3 4

A12. Укажите те корни уравнения $\sin x = \frac{-3}{2\sqrt{3}}$, для которых $\operatorname{tg} x > 0$.

- 1) $\frac{\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$ 3) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$
2) $\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{4\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

1 2 3 4

A13. Укажите те корни уравнения $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, которые лежат в промежутке $[0; 2\pi]$.

- 1) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ 2) $\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ 3) $\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$ 4) $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

1 2 3 4

A14. Укажите те корни уравнения $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$, которые лежат в промежутке $[-\pi; \pi]$.

1) $-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

2) $\frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$

3) $\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$

4) $-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

☐ ☐ ☐ ☐

A15. Укажите число корней уравнения $\sin x = \frac{1}{3}$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

☐ ☐ ☐ ☐

A16. Укажите число корней уравнения $\sin x = \frac{1}{3}$ на промежутке $[\pi; 2\pi]$.

1) 0

2) 1

3) 2

4) 4

☐ ☐ ☐ ☐

A17. Укажите число корней уравнения $\operatorname{tg} x = 14$ на промежутке $[0; 2,5\pi]$.

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

☐ ☐ ☐ ☐

A18. Укажите ближайший к $\frac{\pi}{6}$ корень уравнения $\cos 4x = 1$.

1) π

2) $\frac{\pi}{2}$

3) 0

4) $\frac{\pi}{3}$

☐ ☐ ☐ ☐

A19. Найдите сумму корней уравнения $\cos(x + 2006\pi) = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$.

1) $\frac{\pi}{2}$

2) π

3) $\frac{3\pi}{2}$

4) 2π

☐ ☐ ☐ ☐

A20. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\operatorname{tg}(2x - 10^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

1) 5°

2) 15°

3) 20°

4) 25°

A21. Решите уравнение $2\cos(\pi - x) + 1 = 0$.

1) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

4) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

A22. Решите уравнение: $2\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 1 = 0$.

1) $\pm 2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\pm 2 + 6k, k \in \mathbb{Z}$

2) $\pm \frac{2}{3} + 6k, k \in \mathbb{Z}$

4) $(-1)^{k+1} \cdot 2 + 3k, k \in \mathbb{Z}$

A23. Решите уравнение $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$.

1) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

4) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

A24. Решите уравнение $\frac{\cos x - \frac{1}{2}}{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$.

1) $\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

A25. Решите уравнение $\frac{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$.

1) $\frac{\pi}{4} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$

3) $\frac{\pi}{4} + \pi t, t \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{3\pi}{4} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{7\pi}{4} + \pi t, t \in \mathbb{Z}$

☐ ☐ ☐ ☐

A25

A26. Решите уравнение $\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = 0$.

1) $\frac{\pi}{2} + \pi t, t \in \mathbb{Z}$

3) $\pi t, t \in \mathbb{Z}$

2) $2\pi t, t \in \mathbb{Z}$

4) решений нет

☐ ☐ ☐ ☐

A26

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B27. Сколько корней имеет уравнение $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + 2$ на промежутке $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$?

B27

B28. Сколько корней имеет уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3\cos 2x = 2$ на отрезке $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$?

B28

- B29.** Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sin \pi x (\cos x - 2) = 0$.

- B30.** Укажите корень уравнения $\cos \pi x (\sin 2x + \sqrt{2}) = 0$, принадлежащий промежутку $[2; 3]$.

- B31.** Укажите корень уравнения $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, принадлежащий промежутку $(0; \pi)$. Ответ запишите в градусах.

- B32.** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\cos x + \cos 2x = 2$. Ответ запишите в градусах.

- B33.** Укажите наименьший положительный корень уравнения $2\cos^2(\pi - x) + 5\sin x - 4 = 0$. Ответ запишите в градусах.

- B34.** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\cos 2x + 5\cos(-x) + 3 = 0$. Ответ запишите в градусах.

- B35.** Найдите сумму корней уравнения $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$, принадлежащих промежутку $[-\pi; \pi]$. Ответ запишите в градусах.

В36. Укажите число корней уравнения

$$\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}, \text{ принадлежащих промежутку } [-\pi; 2\pi].$$

В37. Укажите наименьший положительный корень уравнения $3\cos x + \sin(-2x) = 0$. Ответ запишите в градусах.

В38. Укажите число корней уравнения $\sin 2x = x$.

В39. Укажите число корней уравнения $\cos x = 10x$.

В40. Укажите число корней уравнения $\frac{\sin x - \frac{1}{2}}{\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$, принадлежащих промежутку $[-2\pi; 0]$.

В41. Укажите число корней уравнения $6\sin^2 x + 5\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 2$, принадлежащих промежутку $[-\pi; 0]$.

В42. Укажите число корней уравнения $\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg} x$ из промежутка $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

В43. Решите уравнение $4\cos x = x^2 + 4$.

В44. Решите уравнение $\sin\left(\frac{37\pi}{2} + x\right) = 3x^2 + 1$.

В45. Найти наибольший отрицательный корень уравнения:
 $(2\cos x - 1) \cdot \sqrt{\sin x} = 0$. Ответ запишите в градусах.

В46. Найдите сумму различных корней уравнения
 $\cos x \cdot \cos 5x = \cos 6x$, принадлежащих промежутку $[0; \pi]$.
Ответ запишите в градусах.

В47. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos x - \cos y = -\sqrt{2}. \end{cases}$$

В ответе запишите значение y в градусах $y \in [0; 360^\circ]$.

В48. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = -\sqrt{2}. \end{cases}$$

В ответе запишите значение $x \in [0; 360^\circ]$ в градусах.

В49. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sin x \cos y = -0,5, \\ \cos x \sin y = -0,5. \end{cases}$$

В ответе запишите значение $x \in [-45^\circ; 0^\circ]$ в градусах.

В50. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \cos x \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \sin x \sin y = -\frac{\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$$

В ответе запишите значение $y \in [-60^\circ; 0^\circ]$ в градусах.

В51. Укажите наименьшее целое значение a , при котором уравнение $\sin x = \frac{a^2}{2} - 4$ имеет хотя бы одно решение.

В52. Укажите наименьшее натуральное значение a , при котором уравнение $\cos x = \frac{a^2}{2}$ не имеет решений.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С53. Укажите число корней уравнения

$$\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0, \text{ принадлежащих промежутку } [0; 2\pi].$$

- C54.** Найдите сумму корней уравнения $\sin 2x(\operatorname{tg} x - 1) = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$. Ответ запишите в градусах.
- C55.** Найдите сумму корней уравнения $\sin 2\pi x + 6\cos \pi x = 3 + \sin \pi x$, принадлежащих промежутку $[-20; 20]$.
- C56.** Найдите сумму корней уравнения $\cos 2\pi x - 3\sin \pi x + 1 = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 20]$.
- C57.** Решите уравнение $\cos^2 x + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$.
- C58.** Решите уравнение $\cos^2 x - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$.
- C59.** Решите уравнение $\cos\left(x + \frac{41\pi}{4}\right) + \sin 2x = -2$.
- C60.** Решите уравнение $2\cos^2 2x - \sin 3x = 3$.
- C61.** Решите уравнение $\sin^2 x + 0,25\sin^2 2x - \sin x \sin^2 2x = 0$.
- C62.** Решите уравнение $\sin^3 x + \cos^3 x = 3\sin x \cos x - 1$.
- C63.** Решите уравнение $\sin^4 x + \cos^3 x = 1$.
- C64.** Решите уравнение $\cos^4 x + \sin^3 x = -1$.
- C65.** Укажите наименьшее значение b , при котором уравнение $\cos^2 x - (3+2b)\cos x + 6b = 0$ имеет хотя бы один корень.
- C66.** Укажите наименьшее значение b , при котором уравнение $\cos^4 x - (3+2b)\cos^2 x + 6b = 0$ имеет хотя бы один корень.
- C67.** При каких значениях параметра уравнение $\cos^2 x - \cos x \cdot a = 0$ имеет хотя бы одно решение.

С68. Найдите наименьшее натуральное значение a , при котором уравнение $\sin^4 x - 6\sin^2 x + a = 0$ не имеет решений.

С69. Решите уравнение $x^2 + y^2 + \cos^2 x = 2xy$.

Контрольная работа № 1

ВАРИАНТ 1

Часть А

Инструкция для учащихся. Для каждого из заданий этой группы даны четыре варианта ответа. Выберите номер правильного ответа.

А1. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$.

1) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

3) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

2) $(-\pi + \pi k; \pi k), k \in \mathbb{Z}$

4) $\left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

А2. Найдите множество значений функции $y = \sin x$ на отрезке $[30^\circ; 150^\circ]$.

1) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

2) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$

3) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

4) $[-1; 1]$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

А3. Дано: $\cos \alpha = -0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите: $\sin 2\alpha$.

1) 0,48

2) 0,96

3) -0,48

4) -0,96

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A4. Укажите наибольший отрицательный корень уравнения $2\cos(\pi - x) - \sqrt{3} = 0$.

1) $-\frac{\pi}{3}$

2) $-\frac{\pi}{6}$

3) $-\frac{2\pi}{3}$

4) $-\frac{5\pi}{6}$

A5. Решите уравнение $\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x} = \sin^2 x + \sin x$.

1) $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) решений нет

Часть В

Инструкция для учащихся. Ответом в заданиях этой группы может быть целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B6. Найдите значение выражения $\frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$, если $\operatorname{ctg} x = 15$, $\operatorname{ctg} y = -13$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{15}{\sin x - 4}$.

B8. Укажите число корней уравнения $\frac{\sin x}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}} = 0$.

- В9.** Укажите наибольшее целое значение a , при котором уравнение $(a - 2) \sin x = a^2 - 4$ имеет хотя бы одно решение.

Часть С

Инструкция для учащихся. Решите следующие задания с полным обоснованием решения.

- С10.** Укажите корни уравнения $0,5 \sin 2x \operatorname{ctg} x - \cos x = \sin^2 x$, принадлежащие промежутку $[0; \pi]$.

ВАРИАНТ 2

Часть А

Инструкция для учащихся. Для каждого из заданий этой группы даны четыре варианта ответа. Выберите номер правильного ответа.

- А1.** Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$.

- 1) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in Z$ 3) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k\right), k \in Z$
 2) $(-\pi + \pi k; \pi k), k \in Z$ 4) $\left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in Z$

- А2.** Найдите множество значений функции $y = \cos x$ на промежутке $[-45^\circ; 45^\circ]$.

- 1) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$ 4) $[-1; 1]$

A3. Дано: $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите: $\cos 2\alpha$.

1) 0,28

2) 0,96

3) -0,28

4) -0,96

A4. Укажите наименьший положительный корень уравнения $2\sin(\pi + x) - 1 = 0$.

1) $\frac{\pi}{3}$

2) $\frac{\pi}{6}$

3) $\frac{7\pi}{6}$

4) $\frac{5\pi}{6}$

A5. Решите уравнение $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x$.

1) $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

3) $\pi m, m \in \mathbb{Z}$

2) $2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

4) решений нет

Часть В

Инструкция для учащихся. Ответом в заданиях этой группы может быть целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B6. Найдите значение выражения $\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$, если $\operatorname{tg} x = 19$, $\operatorname{tg} y = -17$.

B7. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{15}{\sin x + 4}$.

В8. Сколько корней имеет уравнение $\frac{\sin x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}} = 0$?

В9. Укажите наименьшее целое значение a , при котором уравнение $(a+4)\cos x = a^2 - 16$ имеет хотя бы одно решение.

Часть С

Инструкция для учащихся. Решите следующие задания с полным обоснованием решения.

С10. Укажите число корней уравнения $0,5\sin 2x \operatorname{tg} x - \sin x = \cos^2 x$, принадлежащих промежутку $[-\pi; \pi]$.

2. АЛГЕБРА

2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: понятие корня степени n , свойства корня степени n , понятие степени с рациональным показателем, свойства степени с рациональным показателем.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Вычислите: $\sqrt[4]{81 \cdot 0,0001}$.

1) $\pm 0,3$

2) $-0,3$

3) $0,3$

4) $0,9$

А2. Вычислите: $\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{-0,03}$.

1) $-0,9$

2) $-0,3$

3) $0,9$

4) $0,3$

А3. Вычислите: $\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{24}$.

1) 2

2) 3

3) 6

4) 12

А4. Вычислите: $\sqrt[3]{-4\frac{17}{27}}$.

1) $-\frac{5}{3}$

2) $\frac{5}{3}$

3) $\pm\frac{5}{3}$

4) $-\frac{25}{3}$

A5. Вычислите: $(-\sqrt[6]{17})^6$.

1) -17

2) 17

3) $-\sqrt{17}$

4) $\sqrt{17}$

1 2 3 4

A6. Вычислите: $\left(-3\sqrt[5]{\frac{1}{9}}\right)^5$.

1) -1

2) -9

3) -3

4) -27

1 2 3 4

A7. Вычислите: $\sqrt[5]{81 \cdot 96}$.

1) 6

2) 12

3) 18

4) 24

1 2 3 4

A8. Найдите значение выражения: $5^{2x-1} \cdot 5^{-4x}$ при $x = -0,5$.

1) 25

2) 5

3) 1

4) 0,2

1 2 3 4

A9. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-20 \cdot 25 \cdot 128}$.

1) -50

2) -40

3) -30

4) -20

1 2 3 4

A10. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$.

1) 8

2) 6

3) 4

4) 2

1 2 3 4

A11. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{121} \cdot \sqrt[3]{-11}$.

1) 11

2) -11

3) 121

4) -121

1 2 3 4

A12. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[6]{16}$.

1) 4

2) 16

3) 8

4) 2

A13. Вычислите: $\sqrt{\sqrt{2005}-1} \cdot \sqrt{1+\sqrt{2005}}$.

1) $\sqrt{2006}$

2) $\sqrt{2005}$

3) $\sqrt{2004}$

4) $\sqrt{2003}$

A14. Найдите значение выражения: $\frac{1}{7-\sqrt{39}} - \frac{1}{7+\sqrt{39}}$.

1) $\frac{\sqrt{39}}{10}$

2) $\frac{\sqrt{39}}{5}$

3) 1,4

4) -1,4

A15. Вычислите: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5} + 2006$.

1) 2006

2) 2005

3) 2004

4) 2003

A16. Вычислите: $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + 5^{-3} : 5^{-4} - 2005$.

1) -1995

2) -1985

3) -1975

4) -1965

A17. Вычислите: $(1+2^{0,5})^2 - 2^{1,5}$.

1) 3

2) 2

3) 1

4) $2^{0,5}$

A18. Вычислите: $\frac{2^{-2} \cdot 5^4 \cdot 10^{-5}}{2^{-3} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}$.

1) 5

2) 2

3) 1

4) 0,5

A19. Сократите дробь $\frac{a-81b}{\sqrt{a}-9\sqrt{b}}$.

1) $\sqrt{a}-3\sqrt{b}$

2) $\sqrt{a}+3\sqrt{b}$

3) $\sqrt{a}-9\sqrt{b}$

4) $\sqrt{a}+9\sqrt{b}$

A20. Сократите дробь $\frac{a+27b}{\sqrt[3]{a}+3\sqrt[3]{b}}$.

1) $\sqrt[3]{a^2}-3\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$

3) $\sqrt[3]{a^2}-3\sqrt[3]{ab}+9\sqrt[3]{b^2}$

2) $\sqrt[3]{a^2}+3\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$

4) $\sqrt[3]{a^2}+3\sqrt[3]{ab}+9\sqrt[3]{b^2}$

A21. Представьте в виде степени с рациональным показате-

лем $\frac{x^5\sqrt{x^2}}{(\sqrt[10]{x})^2}$.

1) $x^{\frac{8}{5}}$

2) $x^{\frac{7}{2}}$

3) $x^{\frac{6}{5}}$

4) $x^{\frac{5}{6}}$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B22. Вычислите: $(7\sqrt{6\sqrt{6}} + \sqrt[4]{216})^{\frac{4}{3}}$.

B23. Вычислите: $(127\sqrt{2\sqrt[4]{8}} + \sqrt[4]{2\sqrt{32}})^{\frac{8}{7}} \cdot 1024$.

B24. Упростите выражение $\frac{6 - 4\sqrt{3}}{(\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{27})^2}$.

B25. Упростите выражение $((\sqrt[4]{8} - \sqrt[4]{2})^2 + 3) \cdot ((\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2})^2 - 3)$.

B26. Вычислите: $\frac{7\sqrt{30}}{3\sqrt{10} - 10\sqrt{3}} + \sqrt{3} + \sqrt{10}$.

B27. Вычислите: $64^{\frac{1}{2}} \cdot (3\frac{3}{8})^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{324}$.

B28. Найдите значение выражения $27 \cdot 36^{\frac{1}{2}} \cdot (3\frac{3}{8})^{\frac{2}{3}}$.

B29. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{256} \cdot \sqrt[5]{-27}}{4^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-0,4}}$.

B30. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{(8-\sqrt{63})^2}}{\sqrt[3]{8+\sqrt{63}}} + \sqrt{63} + 2005$.

B31. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{(6-\sqrt{35})^2}}{\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}} + \sqrt{35} - 2006$.

B32. Вычислите: $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

B33. Упростите до целого числа выражение $\sqrt{10-\sqrt{96}} - \sqrt{10+\sqrt{96}}$.

B34. Выражение $\sqrt{7-\sqrt{24}} - \sqrt{7+\sqrt{24}}$ является целым числом. Найдите его.

B35. Выражение $\sqrt{3-\sqrt{8}} - \sqrt{2}$ является целым числом. Найдите его.

В36. Упростите выражение $54^{\frac{1}{3}} + 48^{\frac{1}{4}} - \sqrt[4]{243} - 3\sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3}$.

В37. Упростите выражение $40^{\frac{1}{3}} + 162^{\frac{1}{4}} - 3\sqrt[4]{2} - 2\sqrt[3]{5}$.

В38. Вычислите значение выражения: $\frac{\sqrt[3]{243} \cdot \sqrt[5]{16}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{-0,6}}$.

В39. Упростите выражение $\frac{8 - 27^n}{4 + 2 \cdot 3^n + 9^n} + 2006 + 3^n$.

В40. Упростите выражение $\frac{8^m + 27}{4^m - 3 \cdot 2^m + 9} + 2006 - 2^m$.

В41. Найдите значение выражения $\left(\frac{x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} + 1} \right)^2 - 1 + 2x^{\frac{1}{3}}$ при $x = 0,008$.

- В42.** Упростите выражение $\frac{\sqrt{a} - 16\sqrt{b}}{(a^{\frac{1}{8}} + 2b^{\frac{1}{8}})^2 + (a^{\frac{1}{8}} - 2b^{\frac{1}{8}})^2}$ и найдите его значение при $a = \frac{1}{16}, b = 81$.

- В43.** Найдите значение выражения $(a^{\frac{1}{5}} - a^{\frac{4}{5}})(a^{\frac{1}{5}} - a^{-\frac{4}{5}})$ при $a = 10$.

- В44.** Упростите выражение $\frac{9x - y}{3x + x^{0.5}y^{0.5}}$ и найдите его значение при $x = 100$ и $y = 576$.

- В45.** Упростите выражение $\frac{4x - y}{2x + x^{0.5}y^{0.5}}$ и найдите его значение при $x = 324$ и $y = 81$.

- В46.** Упростите выражение $\frac{\sqrt{a} + 5\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab} + 5\sqrt{b}}$ и найдите его значение при $\frac{a}{b} = \frac{81}{256}$.

- В47.** Упростите выражение $\frac{3(\sqrt{a} - 3\sqrt[4]{ab})}{\sqrt[4]{ab} - 3\sqrt{b}}$, если $\frac{a}{b} = 7\frac{58}{81}$.

- B48.** Упростите выражение $\left(\frac{a^{\frac{5}{6}} - a^{\frac{1}{3}}}{a - 1}\right)^{-1} - a^{\frac{1}{6}}$ и найдите его значение при $a = 64$.

- B49.** Упростите выражение $\left(\frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}}{1 - a^2}\right)^{-1} - a^{\frac{2}{3}}$ и найдите его значение при $a = 0,001$.

- B50.** Найдите значение выражения $\frac{x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}} + 1}{x^{\frac{1}{4}} - 1}$ при $y = 39\frac{1}{16}$.

- B51.** Упростите выражение $\frac{x + 8y}{x^{\frac{5}{3}} - 2x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{1}{3}} + 4xy^{\frac{2}{3}}}$ и найдите его значение при $x = 8, y = 27$.

- B52.** Упростите выражение $\frac{9xy^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{5}{3}}}{27y - x}$ и найдите его значение при $x = 8, y = 64$.

B53. Упростите выражение $\frac{4\sqrt[4]{9k} - 2\sqrt{9k}}{-2 + \sqrt[4]{9k}} : \sqrt[4]{9k}$.

B54. Упростите выражение $\frac{9\sqrt[3]{8m} - 3\sqrt[6]{8m}}{2 - 6\sqrt[6]{8m}} : \sqrt[6]{8m}$ и найдите его значение при $m = 2006$.

B55. Упростите выражение $\left(\frac{3x^{\frac{1}{2}}}{3 - x^{\frac{1}{2}}} + 3 \right) \left(9 - 6x^{\frac{1}{2}} + x \right)$ и найдите его значение при $x = 169$.

B56. Упростите выражение $7 \left(\frac{a - 16b}{\sqrt{a} - 4\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{a} - 64b\sqrt{b}}{a - 16b} \right)$ и найдите его значение при $a = 4$ и $b = 0,04$.

B57. Найдите значение выражения $((x^{0,5} + 2)^2 - 4(x^{0,5} + 2) + 4)^2$ при $x = \sqrt{2006}$.

B58. Найдите значение выражения $\left(\left(x^{\frac{1}{3}} - 1 \right)^3 + 3 \left(x^{\frac{1}{3}} - 1 \right)^2 + 3 \left(x^{\frac{1}{3}} - 1 \right) + 1 \right)$ при $x = 2006$.

- В59.** Найдите значение выражения $\sqrt[4]{(3x-12)^4} - \sqrt[4]{(3x+12)^4}$ при $x < -2006$.

- В60.** Найдите значение выражения $\sqrt[4]{(2x-1)^4} - \sqrt[4]{(2x+1)^4}$ при $x > 2005$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С61.** Найдите значение выражения $\sqrt{19-a} + \sqrt{10-a}$, если $\sqrt{19-a} - \sqrt{10-a} = 1$.
- С62.** Найдите значение выражения $\sqrt{74-a^4} - \sqrt{10-a^4}$, если $\sqrt{74-a^4} + \sqrt{10-a^4} = 4$.
- С63.** Найдите значение выражения $\sqrt{60-a^4+4a^2}$, если $\sqrt{6+a^2} + \sqrt{10-a^2} = 6$.
- С64.** Упростите до целого числа выражение $(2\sqrt{6}-5)^2 - 10\sqrt{49-20\sqrt{6}}$.
- С65.** Упростите до целого числа выражение $(4-3\sqrt{2})^2 + 8\sqrt{34-24\sqrt{2}}$.
- С66.** Упростите до целого числа выражение $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}} - \sqrt{3}$.
- С67.** Упростите до целого числа выражение $\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} + \sqrt{2}$.

- C68. Значение выражения $50(\sqrt{x-6\sqrt{x-9}} - \sqrt{x+6\sqrt{x-9}})$ при $x = 9,0169$ является целым числом. Найдите его.
- C69. Найдите значение выражения $\sqrt{x-4\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+4\sqrt{x-4}}$ при $x > 2005$.
- C70. Упростите выражение $\sqrt[4]{(1-2x+x^2)(x^2-1)(x-1)} \cdot \frac{\sqrt[4]{x+1}}{x^2+2x-3}$ при $x \in [-1; 0]$.
- C71. Сравните $\sqrt{2004} + \sqrt{2007}$ и $\sqrt{2005} + \sqrt{2006}$.
- C72. Верно ли, что число $\frac{\sqrt{|8\sqrt{3}-14|} - \sqrt{14+8\sqrt{3}}}{\sqrt{6}}$ является целым числом?
- C73. Найдите значение выражения $a^{\frac{2}{3}} + 4a^{0,5} + 6a^{\frac{1}{3}} + 4a^{\frac{1}{6}} + 1$ при $a = 729$.

2.2. Иррациональные уравнения

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: приемы решения иррациональных уравнений — разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков; использование нескольких приемов при решении иррациональных уравнений; системы, содержащие одно или два иррациональных уравнения; уравнения с параметром, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

A1. Укажите, какому промежутку принадлежит корень уравнения $\sqrt{8 - \frac{x}{4}} = 6$.

1) $(-140; -130)$

2) $(-130; -120)$

3) $(-120; -110)$

4) $(-110; -100)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A2. Вычислите сумму корней уравнения $\sqrt[3]{x^2 - 2x} = 2$.

1) 6

2) 2

3) -6

4) -2

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A3. Найдите произведение корней уравнения $\sqrt[3]{35 - x^2} = 2$.

1) 25

2) -25

3) -27

4) 27

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A3
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A4. Укажите, какому промежутку принадлежит корень уравнения $\sqrt[4]{x^2 - 5} = \sqrt[4]{4x}$.

1) $(-2; 0)$

2) $(0; 2)$

3) $(2; 4)$

4) $(4; 8)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A4
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A5. Найдите среднее арифметическое корней уравнения $\sqrt[3]{x^2 - 5} = \sqrt[3]{4x}$.

1) -3

2) 3

3) -2

4) 2

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A5
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A6. Найдите среднее арифметическое корней уравнения $\sqrt[3]{x^2 + 4x + 6} = 3$.

1) -3

2) 3

3) -2

4) 2

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A6
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A7. Укажите, какому промежутку принадлежит корень уравнения $x^2 - 6x + \sqrt{x-4} = \sqrt{x-4} - 5$.

1) $(-2; 0)$

2) $(0; 2)$

3) $(2; 4)$

4) $(4; 8)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A7
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A8. Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения $x^2 - 5x + \sqrt{2-x} = 6 + \sqrt{2-x}$.

1) -3

2) -2

3) 1

4) 2

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A8
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A9. Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения $12x^2 - 5x - 2 = 0 \cdot \sqrt{0,2-x}$.

1) -3

2) -2

3) -1

4) 0

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A9
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A10. Укажите, какому промежутку принадлежит корень уравнения $\sqrt{x+16} - x + 4 = 0$.

1) $(-2; 3)$

2) $(3; 8)$

3) $(8; 13)$

4) $(13; 18)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A10
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A11. Укажите, какому промежутку принадлежит корень уравнения $\sqrt{3-2x} = 6 + x$.

1) $(-12; -8)$

2) $(-8; -4)$

3) $(-4; 0)$

4) $(0; 4)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A11
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A12. Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения $(x-7,1)\sqrt{x-19,6} = 0$.

1) -7

2) 7

3) 19

4) 20

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A12
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A13. Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения $\sqrt{17,2-x} = x-17,2$.

1) -17

2) 17

3) -18

4) 18

A14. Укажите число корней уравнения $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-6} \cdot \sqrt{x^2-25} = 0$.

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

A15. Решите уравнение: $\sqrt{4x+2} - x = 0$.

1) $2-\sqrt{6}; 2+\sqrt{6}$

3) $2-\sqrt{2}; 2+\sqrt{2}$

2) $2-\sqrt{6}$

4) $2+\sqrt{6}$

A16. Решите уравнение: $\sqrt{1-2x} + x = 0$.

1) $1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}$

3) $-1-\sqrt{2}; -1+\sqrt{2}$

2) $-1-\sqrt{2}$

4) $-1+\sqrt{2}$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B17. Решите уравнение $\sqrt{x^2-6} = \sqrt{-5x}$.

B18. Укажите число корней уравнения $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-6} = 4$.

B19. Решите уравнение $\sqrt{x^2 + 3x - 4} + \sqrt{x^3 + 12x^2 - 11x - 2} = 0$.

 B19

B20. Найдите произведение корней уравнения $\sqrt[3]{(x^2 + 2)^3} = 3x$.

 B20

B21. Найдите произведение корней уравнения $(2x - 3)\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = 0$.

 B21

B22. Найдите сумму корней уравнения $(x + 1)\sqrt{2x^2 + 5x + 2} = 0$.

 B22

B23. Решите уравнение $\sqrt{x^3 - 7x + 4} = x - 2$. В ответе укажите целое число, ближайшее к корню уравнения.

 B23

B24. Решите уравнение $\sqrt{4x + 2} - x = 0$. В ответе укажите целое число, ближайшее к корню уравнения.

 B24

B25. Найдите произведение корней уравнения $\sqrt{2x^2 - 2} = 5 - x^2$.

 B25

B26. Найдите разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $\sqrt{13 - x^2} = 7 - x^2$.

 B26

В27. Найдите произведение корней уравнения

$$10\sqrt[6]{x} - 3\sqrt[3]{x} - 3 = 0.$$

В28. Найдите произведение корней уравнения

$$4 - 9\sqrt[4]{x} + 2\sqrt{x} = 0.$$

В29. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 3x + 11} - 5 = x^2 - 3x$. В ответе укажите среднее арифметическое его корней.

В30. Найдите наименьший корень уравнения

$$x^2 + 3 = 1,5(x + 4) + \sqrt{2x^2 - 3x + 2}.$$

В31. Решите уравнение $\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 1 = 2\sqrt{\frac{x-1}{x}}$. В ответе укажите число корней.

В32. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$\sqrt{\frac{x^2 - 1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} = 1,5.$$

В33. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+2} - 2x^2 - x = 0$. В ответе укажите разность между наибольшим и наименьшим корнем.

В34. Найти произведение корней уравнения $\sqrt[4]{(x+1)^4} = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

 В34

В35. Найти произведение корней уравнения $\sqrt[4]{(x-2)^4} = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

 В35

В36. Укажите число корней уравнения $\sqrt{(x^2 - x - 6)^2} = x - 2$.

 В36

В37. Укажите число корней уравнения $(\sqrt{x^2 - x - 6})^2 = x - 2$.

 В37

В38. Решите уравнение $(\sqrt{x^2 + 4x})^2 = 9x + 6$.

 В38

В39. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$\sqrt[3]{(x^2 - x - 6)^3} = x - 2.$$

 В39

В40. Решите уравнение $\sqrt{5x-4} = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}}$.

 В40

В41. Решите уравнение $\sqrt{4x+5} = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

 В41

B42. Укажите число корней уравнения $\sqrt{x+17} = 2006x$.

B43. Укажите число корней уравнения $\sqrt[3]{x} = 0,1x$.

B44. Укажите число корней уравнения $x^{\frac{1}{3}} = x + 2006$.

B45. Укажите число корней уравнения $x^{\frac{1}{3}} = (x - 2006)^2$.

B46. Укажите число корней уравнения $x^{\frac{1}{3}} = -(x - 2006)^2$.

B47. Укажите число корней уравнения $\sqrt[5]{x} = x^2 + 2006$.

B48. Укажите число корней уравнения $\sqrt[7]{x+2006} = x^{2006}$.

B49. Укажите число корней уравнения $x^{\frac{1}{7}} + 2006 = x^{2006}$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

C50. Решите уравнение $\sqrt{3x+7} + \sqrt{x+6} + \sqrt{17x-15} = 13$.

C51. Решите уравнение $\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2} = 5$.

C52. Решите уравнение $\sqrt{129-x} = 3x-13$.

C53. Решите уравнение $\sqrt{x-7} + \sqrt{3-x} = 92$.

C54. Решите уравнение $\sqrt{11x+3} - \sqrt{2-x} - \sqrt{9x+7} + \sqrt{x-2} = 0$.

C55. Решите уравнение
 $\sqrt{9-x^2} + \sqrt{x^2-2x-15} + (x+3)(2005-x) = 0$.

C56. Решите уравнение $\sqrt{x^3-3x+1} - x = -1$.

C57. Решите уравнение $x^2 + 4x + 25 + 6(x + \sqrt{x+5}) = 0$.

C58. Решите уравнение $x^2 + 36 + 3(4x + \sqrt{x+6}) = 0$.

C59. Решите уравнение $\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}} = 2$.

C60. Решите уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$.

C61. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \sqrt{x-y+5} = 3, \\ \sqrt{x+y-5} = 11-2x. \end{cases}$$

C62. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \sqrt{x+3y+1} = 2, \\ \sqrt{2x-y+2} = 7y-6. \end{cases}$$

C63. Решите уравнение $\sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{x+15} = 2$.

C64. Решите уравнение $\sqrt{x^2+4x+8} = 2 - \sqrt{x^2-4}$.

C65. Решите уравнение $(x+2006)\sqrt{x-a} = 0$ при всех значениях a .

- С66. Решите уравнение $(x-a)\sqrt{x-2006}=0$ при всех значениях a .
- С67. При каких значениях a уравнение $(x^2+4x+3)\sqrt{x-a}=0$ имеет ровно два решения?
- С68. При каких значениях a уравнение $(x-a)\sqrt{x^2-4x+3}=0$ имеет единственное решение?
- С69. Укажите наибольшее целое значение параметра a , при котором уравнение $\sqrt{x-a}=x+4$ имеет единственное решение.
- С70. Укажите наименьшее целое значение параметра a , при котором уравнение $\sqrt{x+2a}=x-3$ имеет единственное решение.

Контрольная работа № 2

ВАРИАНТ 1

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Вычислите: $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$.

1) 2

2) 4

3) 8

4) 16

☐ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4

А2. Вычислите: $(-2\sqrt[3]{2})^6$.

1) -128

2) 128

3) -256

4) 256

☐ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4

A3. Вычислите: $\sqrt[3]{54 \cdot 4}$.

1) 24

2) 18

3) 12

4) 6

1	2	3	4
---	---	---	---

A4. Представьте в виде степени с рациональным показателем $\frac{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}{x}$.

1) $x^{\frac{1}{2}}$

2) $x^{-\frac{1}{2}}$

3) $x^{\frac{1}{3}}$

4) $x^{-\frac{1}{3}}$

1	2	3	4
---	---	---	---

A5. Найдите произведение корней уравнения $\sqrt{19 - x^2} = 3$.

1) 9

2) -9

3) -10

4) 10

1	2	3	4
---	---	---	---

A6. Укажите промежуток, в котором лежит корень уравнения $\sqrt{x^2 - 5} = \sqrt{4x}$.

1) (-2; 0)

2) (0; 2)

3) (2; 4)

4) (4; 8)

1	2	3	4
---	---	---	---

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

В7. Найдите значение выражения $\sqrt{a^2} + \sqrt{16b^2} + 4b$ при $a = -2005, b = -2006$.

--

В8. Найдите сумму корней уравнения $(x-1)\sqrt{2-3x-2x^2} = 0$.

В9. Упростите выражение $\frac{x-16}{x+x^{0.5}+1} : \frac{x^{0.5}+4}{x^{1.5}-1}$ и найдите его значение при $x = 2,25$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С10. Решите уравнение $\sqrt{x^2-5x+6} - 5 + \frac{1}{x}(\sqrt{5x-x^2-6} + 10) = 0$.

ВАРИАНТ 2

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Вычислите: $810000^{0.25}$.

1) 30

2) 90

3) 270

4) 810

А2. Вычислите: $(-3\sqrt{2})^4$.

1) 162

2) -162

3) 324

4) -324

A3. Вычислите: $\sqrt[4]{144 \cdot 9}$.

1) 24

2) 18

3) 12

4) 6

A4. Представьте в виде степени с рациональным показателем: $\frac{\sqrt{x^3 \sqrt{x}}}{x}$.

1) $x^{\frac{1}{2}}$

2) $x^{\frac{1}{2}}$

3) x^3

4) $x^{\frac{1}{3}}$

A5. Найдите произведение корней уравнения $\sqrt{36 - x^2} = 3$.

1) 25

2) -25

3) 27

4) -27

A6. Укажите промежуток, в котором лежит корень уравнения $\sqrt{7 - x^2} = \sqrt{-6x}$.

1) $(-2; 0)$

2) $(0; 2)$

3) $(2; 4)$

4) $(4; 8)$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B7. Найдите значение выражения $\sqrt{9a^2} + \sqrt{b^2} + 3a$ при $a = -2005, b = -2006$.

B8. Найдите сумму корней уравнения $(2x - 3)\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = 0$.

- В9. Упростите выражение $\frac{x-9}{x-x^{0.5}+1} : \frac{x^{0.5}+3}{x^{1.5}+1}$ и найдите его значение при $x = 6,25$.

--

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С10. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 4x + 3} - 1 + \frac{1}{x}(\sqrt{4x - x^2 - 3} + 3) = 0$.

2.3. Преобразования логарифмических выражений

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: понятие логарифма, свойства логарифмов (логарифм произведения и сумма логарифмов, логарифм частного и разность логарифмов, логарифм степени и произведение числа и логарифма, формула перехода от одного основания логарифма к другому, логарифм произведения и частного степеней, сумма и разность логарифмов с одинаковыми основаниями, сумма и разность логарифмов с различными основаниями, основное логарифмическое тождество, другие комбинации свойств логарифмов, десятичные и натуральные логарифмы, тождественные преобразования логарифмических выражений).

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

- А1. Вычислите: $\log_{0,3} \frac{1}{0,09}$.

1) -2

2) 2

3) -10

4) 0,5

1	2	3	4
---	---	---	---

A2. Вычислите: $\log_2 \log_2 \sqrt[4]{2}$.

1) -2

2) 2

3) 0,25

4) 0,5

A3. Вычислите: $\log_{625} 25$.

1) -2

2) 0,5

3) 2

4) 25

A4. Вычислите: $\log_5 125$.

1) -2

2) -3

3) 3

4) 25

A5. Вычислите: $\log_6 8 - \log_6 2 + \log_6 9$.

1) $\log_6 15$

2) $\log_6 13$

3) 2

4) 0,5

A6. Вычислите: $\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$.

1) 100

2) 25

3) 12,25

4) 2

A7. Найдите значение выражения $\log_3 81 - \log_3 27$.

1) 6

2) 1

3) -1

4) 16

A8. Найдите значение выражения $\log_3 15 - \log_3 \frac{5}{9} + \log_3 \frac{1}{81}$.

1) -2

2) 7

3) -1

4) 1

A9. Вычислите: $\log_{35} 7 + \frac{1}{\log_5 35}$.

1) 1

2) 5

3) 35

4) 0

					A9
--	--	--	--	--	----

A10. Укажите значение выражения $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7} + 3^{\log_3 7}$.

1) 7,5

2) 6,5

3) 9

4) 5

					A10
--	--	--	--	--	-----

A11. Укажите значение выражения $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7} + 3^{\log_{\sqrt{3}} 7}$.

1) 45

2) 49

3) 47

4) $\frac{49 - \sqrt{7}}{7}$

					A11
--	--	--	--	--	-----

A12. Укажите значение выражения $\log_{36} 16 - \log_6 \frac{1}{9}$.

1) $\frac{4}{3}$

2) 2

3) 25

4) $\log_6 \frac{4}{3}$

					A12
--	--	--	--	--	-----

A13. Вычислите: $(\sqrt{5})^{\log_5 16}$.

1) 4

2) 2

3) 8

4) $\sqrt{5}$

					A13
--	--	--	--	--	-----

A14. Вычислите: $2^{\log_{\sqrt{2}} 3}$.

1) 3

2) 6

3) 9

4) $\sqrt{3}$

					A14
--	--	--	--	--	-----

A15. Найдите значение выражения $10^{1-\lg 5}$.

1) -2

2) -1

3) 2

4) 20

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	A15
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----

A16. Укажите значение выражения $(\sqrt{6})^{\frac{2}{\log_9 6}}$.

1) $\frac{1}{9}$

2) 6

3) $\sqrt{6}$

4) 9

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	A16
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----

A17. Найдите значение выражения

$$(\log_5 36 + \log_5 2 - \log_5 8) \cdot \log_9 \frac{1}{25}.$$

1) -2

2) 2

3) 5

4) 1

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	A17
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----

A18. Найдите значение выражения

$$\log_3 12 - \log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4.$$

1) -2

2) 0,5

3) 2

4) 1

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	A18
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----

A19. Укажите значение выражения $\left(\frac{1}{3}\right)^{4\log_{\frac{1}{3}} 2}$.

1) 2

2) 5

3) 16

4) 1

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	A19
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----

A20. Укажите значение выражения $\log_8 \log_4 \log_2 16$.

1) 0

2) 1

3) 4

4) 8

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	A20
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----

A21. Укажите значение выражения $\log_2 \frac{2}{3} + \log_4 \frac{9}{4}$.

1) -2

2) 1

3) 0

4) 1,5

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	A21
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----

A22. Укажите значение выражения $\log_{0,5} 32 - \log_7 \frac{\sqrt{7}}{49}$.

1) -1,5

2) 1,5

3) -0,5

4) -3,5

A23. Укажите значение выражения $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}}$.

1) $\sqrt{14}$

2) 10

3) 100

4) $\sqrt{74}$

A24. Укажите значение выражения $2^{\log_8 125} + \log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$.

1) 6

2) -2

3) 2

4) 8

A25. Укажите значение выражения $\frac{\lg 128}{\lg 4}$.

1) $\lg 124$

2) $\lg 32$

3) 3,5

4) 4

A26. Укажите значение выражения $\log_6 \frac{36}{a}$, если $\log_6 a = -6$.

1) 4

2) -6

3) 6

4) 8

A27. Укажите значение выражения $\lg 15$, если $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$.

1) $b+1-a$

2) $b-a$

3) $a-b+1$

4) $5b$

A28. Укажите значение выражения $\log_6 12$, если $\log_2 6 = k$.

1) $\frac{1+k}{k}$

2) $1+k$

3) $\frac{1}{k}$

4) $\frac{1}{k+1}$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

В29. Найдите значение выражения

$$(0,1)^{\lg 0,1} - 10^{\log_{1000} 64} + 10 \cdot 100^{\frac{1}{2} \lg 9 - \lg 2}.$$

В30. Найдите значение выражения $3\log_2 49 \cdot \log_7 2 - 2^{\lg 2} \cdot 5^{\lg 2}.$

В31. Найдите значение выражения $4\sqrt{3} + 5^{\log_5 \frac{3}{5}} - 15^{0,5 + \log_{15} \frac{4}{\sqrt{5}}}.$

В32. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3\log_2 2}.$

В33. Найдите значение выражения $\log_9 15 + \log_9 18 - 2\log_9 \sqrt{10}.$

В34. Найдите значение выражения $6\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7.$

В35. Найдите значение выражения $\log_2 14 - \log_2 5 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 7$.

В36. Найдите значение выражения $(\log_3 4 + \log_2 9)^2 - (\log_3 4 - \log_2 9)^2$.

В37. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$.

В38. Найдите значение выражения $\log_4 24 - \log_4 9 \cdot \log_9 13 \cdot \log_{13} 6$.

В39. Найдите значение выражения $(\log_7 22 - \log_7 12 + \log_7 6) \cdot \log_{11} 7$.

В40. Найдите значение выражения $3^{\log_5 7} - 7^{\log_5 3}$.

В41. Найдите значение выражения $9^{\log_3 (1 + 0,5 + 0,25 + \dots)}$.

В42. Упростить: $6^{-0,5 + \log_6 \frac{\sqrt{3}}{2}} - 2^{-0,5 + \log_2 0,5}$.

В43. Упростить: $\frac{1 - \lg^2 5}{2 \lg \sqrt{10} - \lg 5} - \lg 5$.



Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С44. Вычислите: $\log_{3\sqrt{2}} \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt{12}}$, если $\log_9 6 = a$.

С45. Вычислите: $\log_{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{18}}{\sqrt[3]{12}}$, если $\log_4 6 = a$.

С46. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_7^2 14 + \log_7 14 \cdot \log_7 2 - 2 \log_7^2 2}{\log_7 14 + 2 \log_7 2}.$$

С47. Найдите значение выражения

$$\frac{2 \log_3^2 2 - \log_3^2 18 - (\log_3 2) \log_3 18}{2 \log_3 2 + \log_3 18}.$$

С48. Найдите значение выражения

$$\left[\left(\frac{\log_4^2 3 + 1}{2 \log_4 3} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\log_4^2 3 + 1}{2 \log_4 3} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sqrt{2 \log_4 3}.$$

С49. Найдите значение выражения

$$\left[\left(\frac{\log_3^2 4 + 1}{2 \log_3 4} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\log_3^2 4 + 1}{2 \log_3 4} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sqrt{2 \log_3 4}.$$

С50. Найдите значение выражения $\left((\log_4^4 3 + \log_3^4 4 + 2)^{\frac{1}{2}} - 2 \right)^{\frac{1}{2}}$.

С51. Найдите значение выражения $((\log_3^4 2 + \log_2^4 3 + 2)^{\frac{1}{2}} - 2)^{\frac{1}{2}}$.

2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: решение логарифмических уравнений, приемы решения логарифмических уравнений (разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков), использование нескольких приемов при решении логарифмических уравнений, решение комбинированных уравнений, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля, уравнения с параметром; системы, содержащие одно или два логарифмических уравнения; логарифмические неравенства.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\log_7(2x+5) = 2$.

1) (0; 5)

2) (5; 15)

3) (15; 25)

4) (25; 100)

☐ ☐ ☐ ☐

А1

А2. Решите неравенство $\log_2(x-2) > 1$.

1) $(4; +\infty)$

2) $(2; +\infty)$

3) (2; 4)

4) $(3; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

А2

А3. Решите неравенство $\log_{0.5}(x-1) < 2$.

1) (1; 1,25)

2) $(1,25; +\infty)$

3) $(1; +\infty)$

4) $(-\infty; 1,25)$

☐ ☐ ☐ ☐

А3

A4. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\log_5 \log_2 \log_7 x = 0$.

- 1) (0; 5) 2) (5; 15) 3) (15; 25) 4) (25; 100)

A5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\log_4 (x-2) + \log_{\frac{1}{2}} (x-2) = \frac{1}{2}$.

- 1) (-4; -2) 2) (-2; -1) 3) (-1; 1) 4) (1; 5)

A6. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\log_{\frac{1}{3}} (x^2 + 3x + 12) < \log_{\frac{1}{3}} (9 - x)$.

- 1) 8 2) 0 3) 9 4) -3

A7. Решите неравенство $\log_3 \frac{x-7}{2x-5} < 0$.

- 1) $(7; +\infty)$ 3) $(-\infty; -2) \cup (7; +\infty)$
 2) $(-\infty; 2,5)$ 4) $(-2; 25)$

A8. Найдите произведение корней уравнения $2\log_4^2 x + \log_4 x - 1 = 0$.

- 1) 1 2) 0,5 3) -4 4) -0,5

A9. Решите неравенство $\log_5 (2x-4) < \log_5 (x+3)$.

- 1) $(7; +\infty)$ 3) $(-\infty; 2) \cup (7; +\infty)$
 2) $(-\infty; 7)$ 4) $(2; 7)$

A10. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(2x) > \log_{\frac{1}{3}}(5-8x)$.

- 1) $(0; 0,5)$ 2) $(0,5; +\infty)$ 3) $(-\infty; -0,5)$ 4) $(0; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A10

A11. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\lg \log_3 \log_5 x = 0$.

- 1) $(1; 30)$ 2) $(30; 50)$ 3) $(50; 100)$ 4) $(100; 200)$

☐ ☐ ☐ ☐

A11

A12. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций $y_1 = \log_3(2x-1)$ и $y_2 = 2 - \log_3(x+1)$.

- 1) -1 2) 2 3) 1 4) -2

☐ ☐ ☐ ☐

A12

A13. Найдите область определения функции $y = \sqrt{1 - \log_3 x}$.

- 1) $(0; 3]$ 2) $(0; 3)$ 3) $(-\infty; 3]$ 4) $(3; +\infty]$

☐ ☐ ☐ ☐

A13

A14. Найдите область определения функции $y = \sqrt[3]{1 - \log_2 x}$.

- 1) $(0; 2]$ 2) $(-\infty; 2)$ 3) $(0; +\infty)$ 4) $(2; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A14

A15. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\log_2 x + 2}$.

- 1) $(1; +\infty)$ 3) $(0; 0,25) \cup (0,25; +\infty)$
 2) $(0; +\infty)$ 4) $0,25$

☐ ☐ ☐ ☐

A15

A16. Решите уравнение $\log_2 x \cdot \log_x 2 = 1$.

- 1) $x \in R$ 3) $(0; 1) \cup (1; +\infty)$
 2) $(0; +\infty)$ 4) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A16

A17. Укажите число корней уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(x^4 + 1) = \log_{\frac{1}{3}}(2x^2)$.

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

A17

A18. Укажите число корней уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(x^4 - 1) = \log_{\frac{1}{3}}(2x^2 - 2)$.

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

A18

A19. Укажите наибольшее целое решение неравенства $8^{\log_8(3-2x)} \geq -3$.

1) 1

2) 0

3) -2

4) 3

A19

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B20. Укажите сумму целых решений неравенства $\log_3 x > \log_3(5 - x)$.

B20

B21. Укажите число целых решений неравенства $\log_{\frac{1}{7}}(2x + 3) < \log_{\frac{1}{7}}(3x - 2)$.

B21

B22. Укажите число корней уравнения $\log_2(x - 6) = 0,5 \log_2 x$.

B22

В23. Найдите произведение корней уравнения $2^{|\log_2 x|} = 3$.

 В23

В24. Решите уравнение $10^{1-\lg x} = 100^{2+\lg x}$.

 В24

В25. Решите неравенство $\log_3(x+7) < \log_3(5-x) - \log_1(3-x)$.

В ответе укажите число целых решений неравенства.

 В25

В26. Решите уравнение $\log_5^3 x + 3\log_5^2 x = -\frac{1}{\log_x \sqrt{5}}$. В ответе запишите число корней уравнения.

 В26

В27. Решите уравнение $\log_2(3-x) = 6x^{2005} - 5$.

 В27

В28. Решите неравенство $\log_2 24 \geq \log_2(16-x) + \log_2(2x-6)$.
В ответе укажите число целых решений неравенства.

 В28

В29. Укажите сумму корней уравнения $\lg x^2 + \lg(x+4)^2 = -\lg \frac{1}{9}$.

 В29

В30. Укажите число корней уравнения $\log_4(7-x)^2 + \log_4(5-x)^2 = 4 + \log_4(x-5)^2$.

 В30

В31. Укажите число корней уравнения $\log_3 x^2 + \log_{\sqrt{3}}(x-8) = 4$.

В32. Укажите число корней уравнения $\log_2 x^2 + \log_2(x+3)^2 = 2$.

В33. Укажите число корней уравнения $\log_3(5-x) = \sqrt{x-1}$.

В34. Найдите сумму корней уравнения $(3^{x^2} - 81)\lg(1-x) = 0$.

В35. Укажите сумму корней уравнения $\log_2^3 x - 3\log_2^2 x = \frac{10}{\log_x 2}$.

В36. Укажите число корней уравнения

$$\log_3^3 x - 2\log_3^2 x = 1 - \frac{1}{\log_x \sqrt{3}}.$$

В37. Укажите число корней уравнения $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{32} = 2^x$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- C38. Решите уравнение $\lg^2(x^2 + 3x + 3) + \sqrt{x^2 - 4x - 5} = 0$.
- C39. Решите уравнение $\lg^2(x^2 + x - 5) + \sqrt{-x^3 + 9x - 10} = 0$.
- C40. Решите уравнение $\lg^2(2x^3 + x^2 - 13x + 7) + \log_5^2(2x^2 + 5x - 2) = 0$.
- C41. Решите уравнение $\log_3^2(2005x^3 - 2004x^2 + 1) + \sqrt{5^{x^2} - 1} = 0$.
- C42. Решите уравнение $\log_3^2(2005x^3 - 2004x^2 - 1) + \sqrt{5^{x^2} - 5} = 0$.
- C43. Решите уравнение $\log_{2x-1}(x^2 + 3x - 1) = 2$.
- C44. Решите уравнение $\log_{1-2x}(6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-3x}(4x^2 - 4x + 1) = 2$.
- C45. Решите неравенство $\log_{x-1}(x+2) \leq 0$.
- C46. Решите неравенство $\log_{|x|-1}|x+2| \leq 0$.
- C47. Решите неравенство $\log_{\sqrt{7}-\sqrt{3}}(4x - x^2 - 2) \geq 0$.
- C48. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \lg^2 x - \lg^2 y = 1, \\ \log_2 x - \log_2 y = \log_2 5 + 1 \end{cases}$$
- C49. Решите неравенство $\log_{\frac{a^2+2005}{a^2+2006}}(3x-5) \geq \log_{\frac{a^2+2005}{a^2+2006}}(x+8)$.
- C50. Решите неравенство $\log_{\frac{a^2+2006}{a^2+2005}}(2x+3) \geq \log_{\frac{a^2+2006}{a^2+2005}}(x+2)$.

Контрольная работа № 3

ВАРИАНТ 1

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

A1. Найдите значение выражения $\log_2 12 + \log_2 6 - \log_2 18$.

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

A2. Укажите значение выражения $64^{\log_{0,5} \sqrt[3]{9}}$.

1) $\sqrt[3]{9}$

2) $\frac{1}{81}$

3) 3

4) $\frac{1}{9}$

A3. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\log_2 x = -2$.

1) $(-5; -1)$

2) $(-1; 0)$

3) $(0; 1)$

4) $(1; 2)$

A4. Укажите число, удовлетворяющее неравенству $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 0$.

1) 1

2) 0

3) -1

4) $2^{\frac{1}{2}}$

A5. Найдите область определения функции $y = \log_{0,5}(5x - x^2)$.

1) $[0; 5]$

3) $(0; 5)$

2) $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$

4) $(-\infty; 0] \cup [5; +\infty)$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B6. Найдите значение выражения $(\sqrt{\sin^2 60^\circ - 2\log_5 \sqrt[4]{5}})^{-1}$.

В7. Укажите наименьшее целое решение неравенства

$$\log_{0,2} \frac{1}{x-1} \geq -1.$$

В8. Найдите ординату точки пересечения графиков функций $y = \log_2 x$ и $y = 5 - \log_2(x + 14)$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С9. Вычислите: $2\log_4(8(\sqrt{7} - \sqrt{3})) + \log_4(10 + 2\sqrt{21})$.

С10. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\log_2(x^2 - x + a) = \log_2(a - 3x)$.

ВАРИАНТ 2

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Найдите значение выражения $\log_2 6 + \log_2 3 - \log_2 9$.

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

А2. Укажите значение выражения $128^{\log_{0,5} \sqrt[7]{6}}$.

1) $\sqrt[7]{6^6}$

2) 6

3) $\frac{1}{6}$

4) $\frac{1}{\sqrt[7]{6^5}}$

A3. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\log_3 x = -2$.

- 1) $(-10; -1)$ 2) $(-1; 0)$ 3) $(0; 1)$ 4) $(1; 2)$

☐ ☐ ☐ ☐

A4. Укажите число, удовлетворяющее неравенству $\log_{\frac{1}{3}} x > 0$.

- 1) 1 2) 0 3) -1 4) $\frac{1}{3}$

☐ ☐ ☐ ☐

A5. Найдите область определения функции $y = \log_{0.2}(3x - x^2)$.

- 1) $(0; 3)$ 3) $[0; 3]$
2) $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B6. Найдите значение выражения $(\sqrt{3 \log_7 \sqrt[4]{7} - \cos^2 45^\circ})^{-2}$.

B7. Укажите наименьшее целое решение неравенства $\log_{0.5} \frac{1}{x+2} \geq -1$.

B8. Найдите ординату точки пересечения графиков функций $y = \log_2 x$ и $y = 5 - \log_2(x+4)$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С9. Вычислите: $2\log_4(8(\sqrt{7}-\sqrt{5}))+\log_4(12+2\sqrt{35})$.

С10. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\log_2(x^2-3x-a)=\log_2(5x-a)$.

2.5. Показательные уравнения и неравенства

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: степень с рациональным показателем, свойства степени с рациональным показателем; логарифм, общие приемы решения показательных уравнений (разложение на множители, замена переменных, использование свойств функций, использование графиков), решение показательных уравнений, использование нескольких приемов решений уравнений, уравнения, содержащие переменную под знаком модуля, уравнения с параметром; системы, содержащие одно или два показательных уравнения, показательные неравенства, решение комбинированных уравнений и неравенств, системы неравенств.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Решите неравенство $2^x > -2006$.

1) $[-1; 1]$

2) $x \in R$

3) $[0; +\infty)$

4) $(-\infty; 0)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

А2. Решите неравенство $2^{\sqrt{x}} > -2006$.

1) $[-1; 1]$

2) $x \in R$

3) $[0; +\infty)$

4) $(-\infty; 0)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A3. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^x = 0,5$.

- 1) $(-2; -1)$ 2) $(-1; 0)$ 3) $(0; 1)$ 4) $[-1; 2]$

A4. Решите уравнение $5^x = 10$.

- 1) 2 2) $\log_2 10$ 3) $\log_5 10$ 4) 0,5

A5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $3^{x+5} = \frac{1}{9}$.

- 1) $(0; 8)$ 2) $(-8; 0)$ 3) $(-15; -8)$ 4) $(8; 10)$

A6. Решите уравнение $3^{x+5} = -\frac{1}{9}$

- 1) -3 2) 4 3) нет решений 4) -7

A7. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $(\sqrt[10]{3})^x = 9$.

- 1) $(-15; -5)$ 2) $(-5; 5)$ 3) $(15; 25)$ 4) $(5; 15)$

A8. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^{\frac{5x-1}{5x+2}} = 4$.

- 1) $(-4; -2)$ 2) $(-2; 0)$ 3) $(0; 2)$ 4) $(2; 4)$

A9. Решите неравенство $3^{x-5} < 81$.

- 1) $(-\infty; -1)$ 2) $(-\infty; 9)$ 3) $(9; +\infty)$ 4) $(-\infty; 8)$

A10. Решите неравенство $5^{x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$.

- 1) $(-\infty; 4]$ 2) $(-\infty; 6]$ 3) $(-\infty; 0,8]$ 4) $[0,8; +\infty)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A11. Решите неравенство $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$.

- 1) $(-\infty; 1,2]$ 2) $[1,2; +\infty)$ 3) $(-\infty; 0,8]$ 4) $[0,8; +\infty)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A12. Решите неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} < 1$.

- 1) $(-1; +\infty)$ 2) $(0; +\infty)$ 3) $(1; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0,6)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A13. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $4^x = 1$.

- 1) $(-2; 2)$ 2) $(2; 4)$ 3) $(-4; -2)$ 4) $(4; 6)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A14. Решите неравенство $2^{x+2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{x}}$.

- 1) $(0; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0)$ 3) решений нет 4) $(-\infty; +\infty)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A15. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $0,04 \cdot (0,2)^{x-4} = 5^x$.

- 1) $(-7; 0)$ 2) $(0; 4)$ 3) $(4; 10)$ 4) $(10; 20)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A16. Решите неравенство $9^x - 3^x - 6 > 0$.

1) $(-2; 3)$

3) $(1; +\infty)$

2) $(0; 1)$

4) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A17. Решите неравенство $\sqrt{2^x - 2} \leq 0$.

1) $(-1; 1)$

2) $(-\infty; 1)$

3) $(1; +\infty)$

4) 1

1	2	3	4
---	---	---	---

A18. Решите неравенство $7^x - (\sqrt{7})^x - 6 > 0$.

1) $(-\infty; 2)$

3) $(-\infty; 2\log_7 3)$

2) $(\log_7 3; +\infty)$

4) $(2\log_7 3; +\infty)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A19. Решите уравнение $3^x = 27 \cdot \sqrt[4]{9}$.

1) 3,5

2) 3,75

3) 3,25

4) 2,5

1	2	3	4
---	---	---	---

A20. Решите уравнение $2^x = 16 \cdot \sqrt[5]{8}$.

1) 4,5

2) 4,6

3) 4,2

4) 9

1	2	3	4
---	---	---	---

A21. Решите неравенство $2^{x^2} \geq 16$.

1) $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

3) $[-4; 4]$

2) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

4) $[-2; 2]$

1	2	3	4
---	---	---	---

A22. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x+2}{x-2}} - 9}$.

1) $[-6; 2)$

2) $\left[\frac{2}{3}; 2\right)$

3) $[-2; 2)$

4) $(-\infty; \frac{2}{3}) \cup (2; +\infty)$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B23. Решите уравнение $3 \cdot 4^x - 6^x - 2 \cdot 9^x = 0$.

B24. Укажите количество целых решений неравенства $(2^x - 1)(25 - 5^x) > 0$.

B25. Укажите количество целых решений неравенства $(3^x - 1)(81 - 3^x) > 0$.

B26. Укажите количество целых решений неравенства $\frac{(5^x - 5)(16 - 2^x)}{3^x} \geq 0$.

В27. Решите уравнение $5^{x^2+(\sqrt{x})^2-1} = 5$.

 В27

В28. Укажите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства $2^{x+2} - 2^{x+1} + 2^{x-1} - 2^{x-2} \leq 9$.

 В28

В29. Решите неравенство $(0,1)^{4x^2-2x-2} \geq (0,1)^{2x-3}$.

 В29

В30. Решите уравнение $6^x - 7^x = 0$.

 В30

В31. Решите уравнение $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x = 5 \cdot 25^x$.

 В31

В32. Решите уравнение $5 \cdot 4^x + 23 \cdot 10^x - 10 \cdot 25^x = 0$.

В33. Решите уравнение $4 \cdot 9^x + 13 \cdot 12^x - 12 \cdot 16^x = 0$.

 В33

В34. Укажите наименьшее целое решение неравенства $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x < 5 \cdot 25^x$.

 В34

- В35.** Укажите число целых решений неравенства
 $2^x + 2^{1-x} - 3 \leq 0.$

- В36.** Решите уравнение $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}.$

- В37.** Найдите целое число, являющееся решением неравенства
 $\frac{2^{x+1} + 1}{2 - 2^{x+1}} \geq 2.$

- В38.** Решите уравнение $4^{x+1} + 19 \cdot 2^x - 5 = 0.$

- В39.** Решите уравнение $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0.$

- В40.** Укажите наибольшее целое решение неравенства
 $2^{5x+6} - 7^{5x+2} - 2^{5x+3} - 7^{5x+1} > 0.$

- В41.** Укажите число корней уравнения $3 \cdot 2^{3-2x} = 2^{1-x} + 1.$

- В42.** Укажите число корней уравнения $3 \cdot 4^{|x|} - 14 \cdot 2^{|x|} + 8 = 0.$

В43. Укажите число корней уравнения $(3^{x^2} - 81) \cdot \sqrt{1-x} = 0$.



Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С44. При каких значениях m уравнение $2006^{2x} - 4 \cdot 2006^x + m^2 - 3m = 0$ имеет единственный корень?

С45. При каких значениях m уравнение $2007^{2x} - 6 \cdot 2007^x + m^2 - 8m = 0$ имеет единственный корень?

С46. Решите неравенство $9^{x+1} + a \cdot 8 \cdot 3^x - a^2 < 0$.

С47. Решите неравенство $\frac{x^2 - 3}{3^x - 4} < 0$.

С48. Решите неравенство $\frac{x^2 - 5}{3^x - 7} > 0$.

С49. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 4^{2x-y} + 8 = 6 \cdot 2^{2x} \cdot 2^{-y}, \\ \frac{6x-7-2y}{2x-y-2} = 5-2x+y. \end{cases}$$

С50. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2^{6x+2y} = 6 - 2^{3x+y}, \\ \frac{6x+7+3y}{3x+y} = 12-15x-5y. \end{cases}$$

С51. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \frac{2^{x^2} + x^2 - 2}{2^x - 8} < 0, \\ x^2 > 16. \end{cases}$$

C52. Решите уравнение $(\sqrt{5+\sqrt{24}})^x + (\sqrt{5-\sqrt{24}})^x = 10$.

C53. Решите неравенство $(1,25)^{1-x} < (0,64)^{2(1+\sqrt{x})}$.

C54. Найдите наибольшее целое x , не удовлетворяющее неравенству $5^x + 4 \cdot 3^{x+1} \geq 449$.

Контрольная работа № 4

ВАРИАНТ 1

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

A1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^x = 8\sqrt{2}$.

1) (0; 1)

2) (1; 2)

3) (2; 3)

4) (3; 4)

☐ ☐ ☐ ☐

A2. Решите неравенство $5^{x^2+x} > -1$.

1) $x \in R$

3) $(-1; 0)$

2) решений нет

4) $(-\infty; -1) \cup (0; \infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{128}$.

1) $(-\infty; 7]$

2) $[7; +\infty)$

3) $[-7; +\infty)$

4) $(-\infty; -7]$

☐ ☐ ☐ ☐

A4. Решите неравенство $\left(\frac{5}{8}\right)^{3x-7} \leq \left(\frac{8}{5}\right)^{7x-3}$.

- 1) $(-\infty; -1]$ 2) $(-\infty; 1]$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $[-1; +\infty)$

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B5. Укажите число целых решений неравенства $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+3}{x-2}} \leq 16$.

B6. Найдите корни уравнения $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$. Если получили два корня, то в ответе запишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

B7. Укажите число корней уравнения $(4^{x^2} - 16) \cdot \sqrt{x-1} = 0$.

B8. Укажите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства $(0,2)^{|2x-1|} \geq \frac{1}{25}$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

C9. Решите уравнение $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4$.

C10. При каких значениях параметра a уравнение $25^{x+0,5} - (5a+2)10^x + a \cdot 4^{x+0,5} = 0$ имеет ровно два различных корня?

ВАРИАНТ 2

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

A1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $3^x = 9\sqrt{3}$.

1) (0; 1)

2) (1; 2)

3) (2; 3)

4) (3; 4)

1 2 3 4

A2. Решите неравенство $4^{-x^2-x} > 1$.

1) $x \in \mathbb{R}$

3) $(-1; 0)$

2) решений нет

4) $(-\infty; -1) \cup (0; \infty)$

1 2 3 4

A3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{243}$.

1) $(-\infty; 5]$

2) $(-\infty; 81]$

3) $[5; +\infty)$

4) $[-5; +\infty)$

1 2 3 4

A4. Решите неравенство $\left(\frac{8}{5}\right)^{3x-7} \leq \left(\frac{5}{8}\right)^{7x-3}$.

1) $(-\infty; -1]$

2) $(-\infty; 1]$

3) $[1; +\infty)$

4) $[-1; +\infty)$

1 2 3 4

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В5. Укажите число целых решений неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x-2}{x+3}} \geq 27$.

- В6. Решите уравнение $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$. Если получили два корня, то в ответе запишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

- В7. Укажите число корней уравнения $(2^{x^2} - 32) \cdot \sqrt{3-x} = 0$.

- В8. Укажите число целых решений неравенства

$$(0,5)^{|8x+1|} \geq \frac{1}{8}.$$

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С9. Решите уравнение $(4 + \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^x = 62$.

- С10. При каких значениях параметра a уравнение $2 \cdot 9^x - (2a + 3)6^x + 3a \cdot 4^x = 0$ имеет ровно один корень?

3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

3.1. Производная функции

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: геометрический смысл производной, физический смысл производной, таблица производных, исследование функции с помощью производной.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Найдите производную функции

$$f(x) = (x+1)(x+2) - (x-1)(x-3).$$

1) -7

2) 7

3) -1

4) 1

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

А2. Укажите производную функции $y = x^4 - \frac{1}{x}$.

1) $4x - \frac{1}{x^2}$

2) $4x^3 - \frac{1}{x^2}$

3) $4x^3 + \frac{1}{x^2}$

4) $4x + \frac{1}{x^2}$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

А3. Найдите производную функции $y = \frac{-2x+1}{4x+2}$.

1) $\frac{2}{(2x+1)^2}$

3) $\frac{2x}{(2x+1)^2}$

2) $-\frac{2}{(2x+1)^2}$

4) $-\frac{2x}{(2x+1)^2}$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A4. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = (x-1)(x^2+1)(x+1)$.

1) -1

2) 1

3) ± 1

4) 0

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A4
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A5. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = -x^2 - 4x - 2006$.

1) $(-\infty; -2)$

2) $(-2; +\infty)$

3) $(-\infty; 2)$

4) $(2; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A5
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A6. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{x}$, проведенной в точке $(1; 1)$, имеет вид:

1) $y = x$

2) $y = -x - 2$

3) $y = x + 2$

4) $y = -x + 2$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A6
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A7. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{x^8 - 1}{x^4 - 1}$, параллельной прямой $y = -32x + 7$.

1) $y = -32x - 17$

3) $y = -32x - 37$

2) $y = -32x - 27$

4) $y = -32x - 47$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A7
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A8. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $y = 6x - \frac{2}{x}$ в его точке с абсциссой (-1) .

1) -4

2) -6

3) 6

4) 8

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A8
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A9. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \sin 2x$ в его точке с абсциссой 0.

1) 2

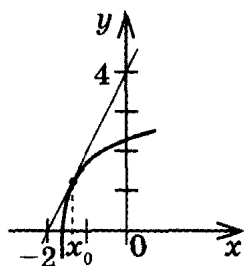
2) 1

3) 0

4) -1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A9
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

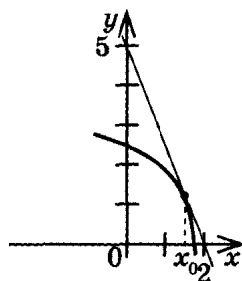
- A10.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .



- 1) -2
- 2) 2
- 3) -0,5
- 4) 0,5



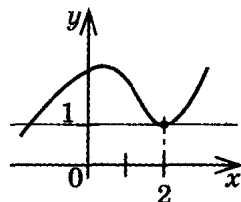
- A11.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .



- 1) 2,5
- 2) -2,5
- 3) 0,4
- 4) -0,4



- A12.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 2$. Найдите значение производной в точке x_0 .



- 1) 2
- 2) 0,5
- 3) 0
- 4) -0,5



A13. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 3x + 2$.

1) -1

2) 0

3) 1

4) 4

A14. Найдите минимум функции $y = x^3 - 3x + 2$.

1) -1

2) 0

3) 1

4) 4

A15. Укажите число точек экстремума функции

$$y = 0,2x^5 - \frac{4}{3}x^3.$$

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

A16. Найдите наименьшее значение функции $g(x) = 2x^3 - 6x$ на отрезке $[0; 2]$.

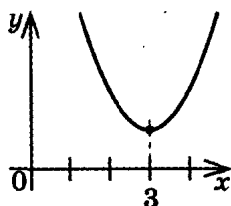
1) -6

2) -4

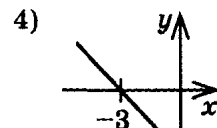
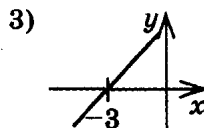
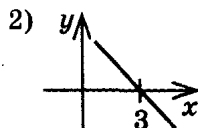
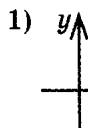
3) -2

4) 0

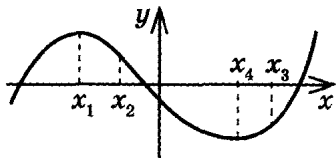
A17. На рисунке изображен график квадратичной функции



Какой из приведенных ниже графиков может быть графиком производной этой функции?



A18. В какой из указанных точек производная функции, график которой изображен на рисунке, отрицательна?



- 1) x_4
- 2) x_3
- 3) x_2
- 4) x_1

☐
☐
☐
☐
A18

A19. Какая функция возрастает на всей координатной прямой?

- 1) $y = x^3 + x$
- 2) $y = x^3 - x$
- 3) $y = -x^3 + x$
- 4) $y = x^2 + 1$

☐
☐
☐
☐
A19

A20. Функция $y = 4x^2 + 23$ на отрезке $[-2006; 2006]$ имеет наименьшее значение при x , равном...

- 1) -2005
- 2) 0
- 3) 23
- 4) 2005

☐
☐
☐
☐
A20

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B21. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}$ в точке $x_0 = 2005$.

B21

B22. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{1 - 4x}{2x + 1}$ в точке $x_0 = -1$.

B22

B23. Найдите значение производной функции

$f(x) = (x^2 + 1)^2 - 2(x^2 + 1) + 1$ в точке $x_0 = 2$.

B24. Найдите значение производной функции $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{16}{x}$

в точке $x_0 = 4$.

B25. Найдите значение производной функции $f(t) = \cos t + \operatorname{tg} t$ в точке $t_0 = -\pi$.

B26. Найдите значение производной функции $f(t) = \sin t - \operatorname{ctg} t$ в точке $t_0 = 0,5\pi$.

B27. Укажите число целых решений неравенства $f'(x) \leq 0$, если $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{16}{3}x^3$.

B28. Какой угол образует с осью абсцисс касательная к графику функции $y = x^5 - x$ в начале координат? В ответе укажите градусную меру этого угла.

B29. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $g(x) = (x-1)^2(x+1)^2 - (x^2+1)^2$, проведенной в точке с абсциссой 1.

- В30.** Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $g(x) = \frac{1-2x}{4x+1}$, проведенной в точке с абсциссой $(-0,5)$.

 В30

- В31.** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $y = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$ в его точке с абсциссой (-1) .

 В31

- В32.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \cos x + 6 \operatorname{tg} x$ в его точке с абсциссой $\frac{\pi}{6}$.

 В32

- В33.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 2 \sin x - 3 \operatorname{ctg} x$ в его точке с абсциссой $\frac{\pi}{3}$.

 В33

- В34.** Найдите точку графика функции $f(x) = (x-1)(x^{2006} + x^{2005} + \dots + x + 1)$, касательная в которой параллельна оси абсцисс. В ответе укажите сумму координат этой точки.

 В34

- В35.** Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x$, параллельной прямой $y = 4x - 5$. В ответе укажите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.

 В35

- В36.** Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 4x$, параллельной оси абсцисс. В ответе укажите расстояние от точки $(0; 0)$ до этой касательной.

 В36

- В37.** Укажите точку графика функции $y = x^2 + 4x$, в которой касательная параллельна прямой $y - 2x + 5 = 0$. В ответе запишите сумму координат этой точки.

 В37

- В38.** Укажите точку максимума функции $g(x)$, если $g'(x) = (x + 6)(x - 4)$.

 В38

- В39.** Укажите точку минимума функции $g(x)$, если $g'(x) = (x - 7)(x + 3)$.

 В39

- В40.** Найдите максимум функции $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 3$.

 В40

- В41.** Укажите точку максимума функции $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$.

 В41

- В42.** Укажите число точек экстремума функции $g(x) = x^5 - 15x^3$.

 В42

- В43.** Укажите число точек экстремума функции $f(x) = x^3(x - 1)^4$.

 В43

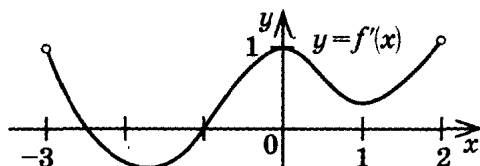
В44. Укажите точку минимума функции $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4$.

В45. Найдите минимум функции $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$.

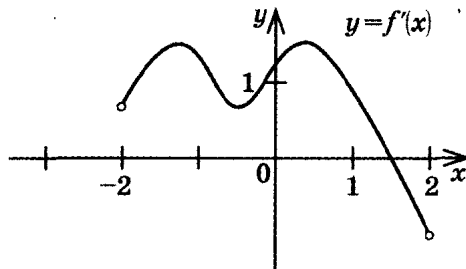
В46. Укажите длину промежутка возрастания функции

$$f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 4.$$

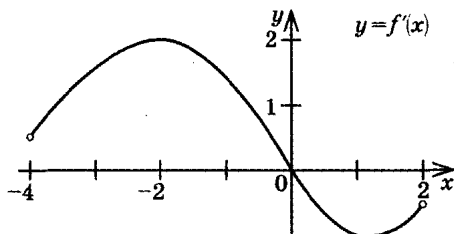
В47. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 2)$. График ее производной изображен на рисунке. Укажите число промежутков убывания функции.



В48. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-2; 2)$. График ее производной изображен на рисунке. Укажите число промежутков возрастания функции.

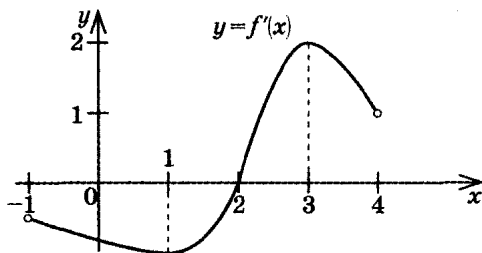


- В49.** Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 2)$. График ее производной изображен на рисунке. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.



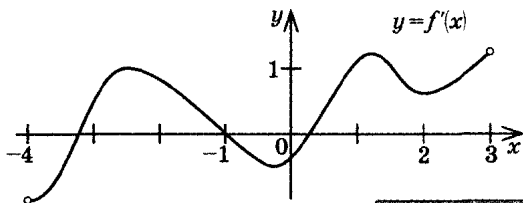
В49

- В50.** Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-1; 4)$. График ее производной изображен на рисунке. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.



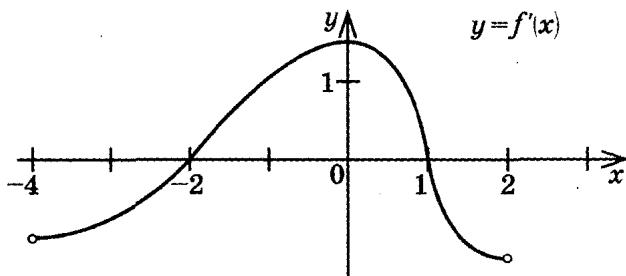
В50

- В51.** Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 3)$. График ее производной изображен на рисунке. Сколько точек экстремума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?

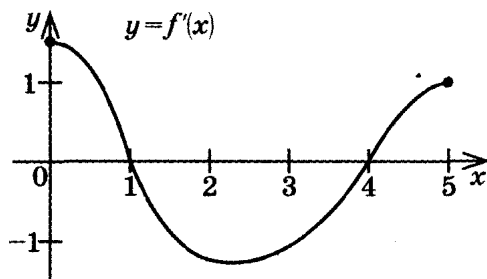


В51

- В52.** Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 2)$. График ее производной изображен на рисунке. Укажите длину промежутка возрастания функции $y = f(x)$.


 В52

- В53.** Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[0; 5]$. График ее производной изображен на рисунке. Укажите длину промежутка убывания функции $y = f(x)$.


 В53

- В54.** Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[0; 3]$.

 В54

- В55.** Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[-3; 3]$.

 В55

- B56.** Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^3 + 3x$ на отрезке $[-2; 31]$.

	B56
--	-----

- B57.** Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -x^3 - 3x$ на отрезке $[-2; 31]$.

	B57
--	-----

- B58.** Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^4(x+2)^3$ на отрезке $[-1; 1]$.

	B58
--	-----

- B59.** Найдите наибольшее значение функции $g(x) = -x^2 - 2x + 7$ на отрезке $[-2006; 2006]$.

	B59
--	-----

- B60.** Найдите наименьшее значение функции $g(x) = x^2 - 2x + 7$ на отрезке $[-2005; 2005]$.

	B60
--	-----

- B61.** Найдите наименьшее значение функции $g(x) = -3\sin x + 1$ на отрезке $[-2006; 2006]$.

	B61
--	-----

- B62.** Найдите наибольшее значение функции $g(x) = 3\cos x + 1$ на отрезке $[-2005; 2005]$.

	B62
--	-----

- В63.** Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \sqrt{4\cos x + 5}$ на отрезке $[1; 2005]$.

	В63
--	------------

- В64.** Найдите наибольшее значение функции $g(x) = \sqrt{4\sin x + 5}$ на отрезке $[1; 2006]$.

	В64
--	------------

- В65.** Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \frac{x}{2006} + 2$ на отрезке $[-2006; 2006]$.

	В65
--	------------

- В66.** Найдите наибольшее значение функции $g(x) = -\frac{x}{2005} + 1$ на отрезке $[-2005; 2005]$.

	В66
--	------------

- В67.** Тело движется по прямой так, что расстояние S (в метрах) от него до точки B этой прямой изменяется по закону $S(t) = 2t^3 - 12t^2 + 7$ (t — время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения ускорение тела будет равно 36 м/с^2 ?

	В67
--	------------

- В68.** Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S = 5t + 0,2t^3 - 6$ (м), где t — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 5 секунд после начала движения.

	В68
--	------------

- В69.** Прямая, проходящая через начало координат, касается графика функции $y = f(x)$ в точке $(-2; 10)$. Найдите $f'(-2)$.



Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С70.** Через точку $M(-1; 0)$ к графику функции $y = \sqrt{2x-1}$ проведена касательная. Напишите ее уравнение. В ответе укажите градусную меру угла между касательной и положительным направлением оси OX .
- С71.** Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sqrt{1-x}$, проходящей через точку $P(2; 0)$. В ответе укажите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.
- С72.** При каких значениях b прямая $y = bx$ является касательной к параболе $f(x) = x^2 - 2x + 4$?
- С73.** При каком значении a прямая $y = -10x + a$ является касательной к параболе $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$?
- С74.** При каких значениях a прямая $y = a$ пересекает график функции $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ более чем в двух различных точках?
- С75.** При каких значениях a прямая $y = a$ пересекает график функции $y = x^3 - 3x^2$ в единственной точке?
- С76.** Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен 32 см^3 ,

а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.

- C77.** Определите размеры бассейна с квадратным дном и объемом 32 м^3 таким образом, чтобы сумма площади боковой поверхности и площади дна была минимальной. В ответе укажите площадь боковой поверхности.
- C78.** Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен 4 см^3 , а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.
- C79.** Найдите промежутки убывания функции
 $f(x) = -7x + 3\sin x - 2006$.
- C80.** Найдите множество значений функции
 $h(x) = 2\sqrt{x+14} + \sqrt{6-x}$.
- C81.** Найдите множество значений функции
 $g(x) = 4\cos x - 4\sqrt{4\cos x + 5}$.
- C82.** Найдите множество значений функции
 $g(x) = 2\sqrt{-x+3} - 3\sqrt{5x-10}$.

3.2. Первообразная функции

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: первообразная суммы функций, первообразная произведения функции на число, задача о площади криволинейной трапеции.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

A1. Найдите общий вид первообразных функции $f(x) = x^{-4}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

1) $F(x) = -\frac{1}{3x^3} + C, C \in \mathbb{R}$

3) $F(x) = \frac{1}{3x^3} + C, C \in \mathbb{R}$

2) $F(x) = -\frac{1}{3x^2} + C, C \in \mathbb{R}$

4) $F(x) = \frac{1}{3x^2} + C, C \in \mathbb{R}$

☐ ☐ ☐ ☐
A1

A2. Укажите первообразную функции $f(x) = \frac{1}{x^3}$.

1) $\frac{1}{x^4}$

2) $-\frac{2}{x^2}$

3) $-\frac{3}{x^4}$

4) $-\frac{1}{2x^2}$

☐ ☐ ☐ ☐
A2

A3. Найдите общий вид первообразных функции $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ на промежутке $(4; +\infty)$.

1) $x^2 - 3x + C, C \in \mathbb{R}$

3) $\frac{x^2}{2} - 3x + C, C \in \mathbb{R}$

2) $x^2 + 3x + C, C \in \mathbb{R}$

4) $\frac{x^2}{2} + 3x + C, C \in \mathbb{R}$

☐ ☐ ☐ ☐
A3

A4. Найти первообразную функции $f(x) = \sin x$, график которой проходит через точку $P(0; 0)$.

1) $F(x) = -\cos x$

3) $F(x) = \cos x$

2) $F(x) = -\cos x + 1$

4) $F(x) = \cos x - 1$

☐ ☐ ☐ ☐
A4

A5. Найти первообразную функции $g(x) = \sqrt{x}$, график которой проходит через точку $P(9; 1)$.

1) $G(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x} - 17$

3) $G(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 17$

2) $G(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 17$

4) $G(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x} + 17$

☐ ☐ ☐ ☐
A5

A6. Для функции $f(x) = (x-1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ найдите первообразную, проходящую через точку $A(2; 17)$.

1) $F(x) = \frac{x^8}{8} + x - 13$

3) $F(x) = \frac{x^8}{8} - x + 13$

2) $F(x) = \frac{x^8}{8} - x - 13$

4) $F(x) = \frac{x^8}{8} + x + 13$

☐ ☐ ☐ ☐
A6

A7. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

1) $2\frac{2}{3}$

2) $2\frac{1}{3}$

3) 3

4) 7

☐ ☐ ☐ ☐
A7

A8. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$.

1) $5\frac{2}{3}$

2) $5\frac{1}{3}$

3) $4\frac{2}{3}$

4) $4\frac{1}{3}$

☐ ☐ ☐ ☐
A8

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B9. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$ и графиком функции $y = 2 \sin x$.

B9

- B10.** Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми $x = 2$, $x = 4$ и графиком функции $y = \frac{1}{x^2}$.

 B10

- B11.** Найдите значение выражения $3S$, где S — площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямой $y = -2x$.

 B11

- B12.** Найдите значение выражения $3S$, где S — площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 - 4x$ и прямой $y = 0$.

 B12

- B13.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 0$, $x = -2$.

 B13

- B14.** Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \pi$ и графиком функции $y = \cos x$.

- B15.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.

 B15

- B16.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 8$, осью ординат и $y = 8$.

 B16

- B17.** Вычислите $3\sqrt{2}S$, где S — площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{4-x}$, $y = 0$.

 B17

- B18.** Вычислите $3S$, где S — площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{8-x}$, $y = 0$.

 B18

- B19.** Найдите значение выражения $3S$, где S — площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x+1}$, $y = x-1$, $y = 0$.

 B19

- B20.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $x = -3$, $x = 3$, $y = 0$.

 B20

- B21.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $\sqrt{y} = \sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$.

 B21

- B22.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = x^2$, $x = 0$, $x = 3$.

 B22

- B23.** $F_1(x)$ и $F_2(x)$ — две различные первообразные функции $f(x)$, причем $F_1(3) = 8$, $F_2(5) = 12$, $F_1(5) = 14$. Найдите $F_2(3)$.

 B23

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С24.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x$ и $y = 5$.
- С25.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x$ и $y = -1$.
- С26.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 5$ и $y = 5 - 2x - x^2$.
- С27.** Найдите значение выражения $3S$, где S — площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 2x - 2$ и графиком ее первообразной $F(x)$, зная, что $F(0) = 1$.
- С28.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{1 - 4x}$, касательной к графику этой функции в его точке с абсциссой $x_0 = 5$ и прямой $y = 0$.
- С29.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{2x - 1}$, касательной к графику этой функции в его точке с абсциссой $x_0 = 5$ и прямой $y = 0$.
- С30.** На множестве R задана функция $f(x) = -3x^2 - 2x + 16$. Найти произведение нулей той первообразной, график которой проходит через точку $M(-1; 0)$.
- С31.** При каких значениях x , $x \in [\pi; 2\pi]$ обращается в нуль та из первообразных функции $f(x) = \cos x - \sin x$, которая при $x = \frac{3\pi}{2}$ имеет значение, равное -2 ?
- С32.** При каких значениях x , $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ обращается в нуль та из первообразных функции $f(x) = 2\cos 2x - \sin x$, которая при $x = \pi$ имеет значение, равное -1 ?

- С33. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = 0$.
- С34. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = \sqrt{8x - x^2} - 12$, $y = 0$, $x = 4$.
- С35. Сравните значения $F(1)$ и $F(2)$, если $F(x)$ — первообразная для функции $f(x) = -\sqrt{x^{2004}} + 2006$.
- С36. Укажите общий вид первообразных для функции
 $f(x) = (x - 1)(x + 3)^{32}$.
- С37. Укажите первообразную функции $f(x) = (x + 5)(x - 7)^{2005}$, проходящую через точку $M(7; 0)$.

Контрольная работа № 5

ВАРИАНТ 1

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Найдите $f'(4)$, если $f(x) = 4\sqrt{x} - 5$.

- 1) 3 2) 2 3) -1 4) 1

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

А2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 + \cos x$.

- 1) $2x + \sin x$ 2) $2x - \sin x$ 3) $\frac{x^3}{3} + \sin x$ 4) $\frac{x^3}{3} - \sin x$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+4}$

в точке с абсциссой $x_0 = -3$ имеет вид:

- 1) $y = 7x + 13$ 2) $y = 7x + 15$ 3) $y = -7x + 15$ 4) $y = -7x + 13$

☐ ☐ ☐ ☐

A4. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в метрах) от него до точки B этой прямой изменяется по закону $S(t) = 3t^2 - 12t + 7$ (t — время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 72 м/с?

- 1) 16 2) 15 3) 14 4) 13

☐ ☐ ☐ ☐

A5. Найдите общий вид первообразных функции

$$g(x) = 1 - \frac{1}{\sin^2 x}.$$

- 1) $x + \operatorname{tg} x + C, C \in R$ 3) $x + \operatorname{ctg} x + C, C \in R$
2) $x - \operatorname{tg} x + C, C \in R$ 4) $x - \operatorname{ctg} x + C, C \in R$

☐ ☐ ☐ ☐

A6. Найти первообразную F функции $f(x) = \sin x$, график которой проходит через точку $P(0; 0)$.

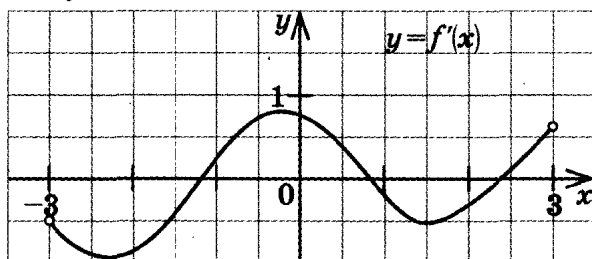
- 1) $F(x) = -\cos x$ 3) $F(x) = \cos x$
2) $F(x) = -\cos x + 1$ 4) $F(x) = \cos x - 1$

☐ ☐ ☐ ☐

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В7.** На рисунке изображен график производной некоторой функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $(-3; 3)$. Сколько точек максимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?


 В7

- В8.** Найдите минимум функции $g(x) = 3x^5 - 5x^3$.

 В8

- В9.** Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямой $y = 9$.

 В9

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С10.** Найдите наименьший из возможных углов, образуемых с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 2x + 1$. В ответе запишите его градусную меру.

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. Найдите $f'(16)$, если $f(x) = 8\sqrt{x} - 3$.

1) 3

2) 2

3) -1

4) 1

☐ ☐ ☐ ☐

А2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 - \sin x$.

1) $2x + \cos x$

2) $2x - \cos x$

3) $\frac{x^3}{3} + \cos x$

4) $\frac{x^3}{3} - \cos x$

☐ ☐ ☐ ☐

А3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+2}$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$ имеет вид

1) $y = -5x + 23$

2) $y = -5x + 21$

3) $y = 5x + 23$

4) $y = 5x + 21$

☐ ☐ ☐ ☐

А4. Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S = t + 0,4t^2 - 6$ (м), где t — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 10 секунд после начала движения.

1) 10

2) 9

3) 8

4) 7

☐ ☐ ☐ ☐

А5. Найдите общий вид первообразных функции

$$g(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$$

1) $x + \operatorname{tg} x + C, C \in R$

3) $x + \operatorname{ctg} x + C, C \in R$

2) $x - \operatorname{tg} x + C, C \in R$

4) $x - \operatorname{ctg} x + C, C \in R$

☐ ☐ ☐ ☐

А6. Найти первообразную F функции $f(x) = \cos x$, график которой проходит через точку $P(0; 0)$.

1) $F(x) = -\sin x$

3) $F(x) = \sin x$

2) $F(x) = -\sin x + 1$

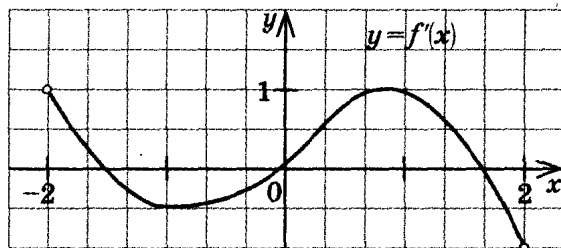
4) $F(x) = \sin x - 1$



Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

В7. На рисунке изображен график производной некоторой функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $(-2; 2)$. Сколько точек минимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?



В8. Найдите максимум функции $g(x) = 3x^5 - 20x^3$.

В9. Найдите значение выражения $3S$, где S — площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямой $y = 4$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С10.** Найдите наименьший из возможных углов, образуемых с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x - 3$. В ответе запишите его градусную меру.

4. ГЕОМЕТРИЯ

4.1. Планиметрия

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: признаки равенства и подобия треугольников, решение треугольников, площадь треугольника, параллелограмм и его виды, трапеция, окружность, вписанная в треугольник, окружность, описанная около треугольника, координаты вектора, сложение векторов, умножение вектора на число, скалярное произведение векторов.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

- А1.** Найдите длину окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами, равными 6 и 8.

1) 5π

2) 10π

3) 100π

4) 25π

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- А2.** Найдите длину окружности, описанной около квадрата со стороной 8.

1) $4\sqrt{2}\pi$

2) 4π

3) 8π

4) $8\sqrt{2}\pi$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- А3.** Найдите площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник с катетами, равными 24 и 10.

1) 16π

2) 52π

3) 26π

4) 169π

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А3
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- А4.** Найдите площадь круга, вписанного в квадрат с диагональю $10\sqrt{2}$.

1) 25π

2) 20π

3) 10π

4) 100π

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А4
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A5. Найдите площадь равностороннего треугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 4.

- 1) $24\sqrt{3}$ 2) $36\sqrt{3}$ 3) $48\sqrt{3}$ 4) $12\sqrt{3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A5
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A6. В параллелограмме $ABCD$ $AB = 16$, $AD = 7$, $BD = 21$. Найдите AC .

- 1) 14 2) 13 3) 12 4) 11

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A6
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AB = 13$, $AD = 8$, $BD = 9$.

- 1) $12\sqrt{35}$ 2) $9\sqrt{35}$ 3) $6\sqrt{35}$ 4) $12\sqrt{105}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A7
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A8. Найдите площадь ромба с диагоналями, равными 10 и 16.

- 1) 60 2) 70 3) 80 4) 90

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A8
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A9. В ромбе $ABCD$ $AB = 13$, $BD = 24$. Найдите высоту ромба.

- 1) 5 2) 10 3) $\frac{60}{13}$ 4) $\frac{120}{13}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A9
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A10. Равнобедренная трапеция $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$) описана около окружности. Известно, что $MN = 1$, $PQ = 9$. Найдите длину окружности.

- 1) 3π 2) $1,5\pi$ 3) 5π 4) 6π

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A10
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A11. Найдите площадь круга, вписанного в равнобедренную трапецию $ABCD$ ($AB \parallel CD$), если $AB = 4$, $DC = 16$.

- 1) 64π 2) 32π 3) 16π 4) 25π

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A11
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A12. Найдите длину высоты, проведенной к боковой стороне равнобедренного треугольника со сторонами 20, 20, 32.

- 1) 38,4 2) 19,2 3) 24,6 4) 32,4

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A12
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A13. Найдите длину большей диагонали параллелограмма со сторонами $3\sqrt{2}$ см и 1 см и углом 45° .

- 1) $\sqrt{19+3\sqrt{6}}$ 2) 4 3) $\sqrt{30}$ 4) 5

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A13
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A14. Найдите длину большей диагонали параллелограмма со сторонами $3\sqrt{3}$ см и 2 см и углом 30° .

- 1) 5 2) 7 3) $\sqrt{13}$ 4) $\sqrt{31+6\sqrt{3}}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A14
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A15. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) CD — биссектриса угла C , $AC = 2\sqrt{3}$, $\angle CAD = 15^\circ$. Найдите длину AD .

- 1) $2\sqrt{6}$ 2) $2\sqrt{2}$ 3) $3\sqrt{2}$ 4) $2\sqrt{3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A15
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A16. В прямоугольном треугольнике MAC ($\angle A = 90^\circ$) AB — биссектриса угла A , $MB = 2\sqrt{2}$, $\angle AMB = 75^\circ$. Найдите длину AM .

- 1) $4\sqrt{3}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 4 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A16
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A17. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) точка O — точка пересечения диагоналей. Выразите вектор \vec{CO} через векторы \vec{CB} и \vec{CD} , если $AD : BC = 4 : 1$

1) $\vec{CO} = -\frac{1}{5}\vec{CD} - \frac{4}{5}\vec{CB}$

3) $\vec{CO} = -\frac{1}{5}\vec{CD} + \frac{4}{5}\vec{CB}$

2) $\vec{CO} = \frac{1}{5}\vec{CD} + \frac{4}{5}\vec{CB}$

4) $\vec{CO} = \frac{1}{5}\vec{CD} - \frac{4}{5}\vec{CB}$

☐ ☐ ☐ ☐

A18. В параллелограмме $MNPQ$ точка A делит сторону MN в отношении $1:3$, считая от вершины M , точка B делит сторону NP в отношении $1:3$, считая от вершины P . Выразите вектор \vec{AB} через векторы \vec{NM} и \vec{NP} .

1) $\vec{AB} = -0,75\vec{NP} + 0,75\vec{NM}$

3) $\vec{AB} = -0,75\vec{NP} - 0,75\vec{NM}$

2) $\vec{AB} = 0,75\vec{NP} + 0,75\vec{NM}$

4) $\vec{AB} = 0,75\vec{NP} - 0,75\vec{NM}$

☐ ☐ ☐ ☐

A19. В равностороннем треугольнике ABC из точки D (середины стороны BC) проведен перпендикуляр DK на сторону AC . Разложите вектор \vec{DK} по векторам \vec{AC} и \vec{AB} .

1) $\frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{4}\vec{AB}$

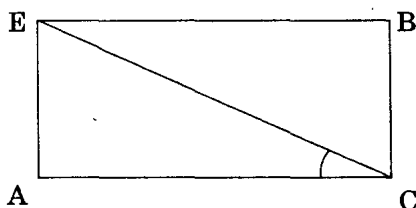
3) $\frac{1}{4}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB}$

2) $\frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB}$

4) $\frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$

☐ ☐ ☐ ☐

A20. В прямоугольнике $AEB C$ $EA = 2$, $\angle ECA = 30^\circ$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{CE} \cdot \vec{BC}$.



1) -4

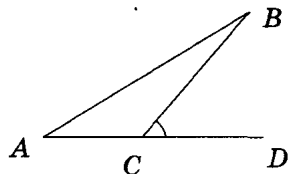
2) 4

3) -2

4) $-4\sqrt{3}$

☐ ☐ ☐ ☐

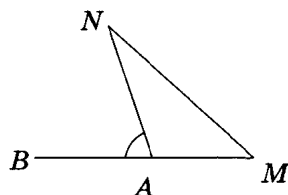
- A21. Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 7$, $BC = 8$, $\angle DCB = 60^\circ$.



- 1) $28\sqrt{3}$
 2) 14
 3) $14\sqrt{3}$
 4) $14\sqrt{2}$



- A22. Найдите площадь треугольника NAM , если $NA = 4\sqrt{2}$, $AM = 4$, $\angle NAB = 30^\circ$.



- 1) $8\sqrt{2}$
 2) $4\sqrt{2}$
 3) $4\sqrt{6}$
 4) $8\sqrt{6}$



- A23. Найдите площадь параллелограмма $MBTC$, если диагональ MT образует со стороной MB угол 15° , $\angle MBT = 150^\circ$, а периметр параллелограмма равен 32.

- 1) $32\sqrt{3}$ 2) 32 3) $16\sqrt{3}$ 4) 16



- A24. Найдите отношение площади правильного шестиугольника, описанного около окружности, к площади правильного шестиугольника, вписанного в эту же окружность.

- 1) 5 : 4 2) 3 : 2 3) 4 : 3 4) $2 : \sqrt{3}$



- A25. Найдите отношение площади правильного четырехугольника, описанного около окружности, к площади

правильного четырехугольника, вписанного в эту же окружность.

1) $3:2$

2) $2\sqrt{2}:1$

3) $\sqrt{2}:1$

4) $2:1$

1 3 3 4

A26. Площадь круга, описанного около правильного шестиугольника, равна 4π . Найдите площадь правильного шестиугольника.

1) $3\sqrt{3}$

2) $6\sqrt{3}$

3) $9\sqrt{3}$

4) $12\sqrt{3}$

1 2 3 4

A27. Площадь круга, описанного около правильного шестиугольника, равна 36π . Найдите площадь правильного шестиугольника.

1) $18\sqrt{3}$

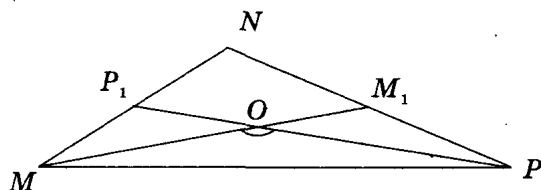
2) $24\sqrt{3}$

3) $48\sqrt{3}$

4) $54\sqrt{3}$

1 2 3 4

A28. В треугольнике MNP MM_1 , PP_1 — медианы, $MM_1 = 9\sqrt{3}$, $PP_1 = 6$, $\angle MOP = 150^\circ$. Найдите MP .



1) $2\sqrt{13}$

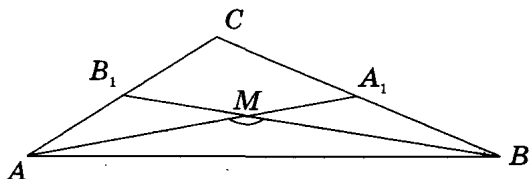
2) $\sqrt{124+72\sqrt{3}}$

3) 13

4) 14

1 3 3 4

A29. В треугольнике ABC AA_1 , BB_1 — медианы, $AA_1 = 9$, $BB_1 = 15$, $\angle AMB = 120^\circ$. Найдите AB .



1) $2\sqrt{19}$

2) 13

3) 14

4) $\sqrt{136+60\sqrt{3}}$

1 2 3 4

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В30.** Точка M лежит на стороне AC треугольника ABC , $\angle ABC = \angle AMB = 90^\circ$, $BC = 2\sqrt{5}$, $MC = 2$, $\vec{AM} = x\vec{CM}$. Найдите x .

 В30

- В31.** Точка P лежит на стороне DC треугольника DBC , $\angle DBC = \angle BPD = 90^\circ$, $BD = \sqrt{10}$, $DP = 1$, $\vec{CP} = y\vec{DP}$. Найдите y .

 В31

- В32.** В треугольнике со сторонами 7 см, 9 см, 14 см найдите длину медианы, проведенной к большей стороне.

 В32

- В33.** В треугольнике со сторонами 7 см, 11 см, 12 см найдите медиану, проведенную к большей стороне.

 В33

- В34.** Найдите диаметр окружности, вписанной в треугольник со сторонами 20, 20, 24.

 В34

- В35.** Найдите диаметр окружности, вписанной в треугольник со сторонами 15, 15, 24.

 В35

- В36.** Вычислите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 4\vec{q}$, если \vec{p} и \vec{q} единичные перпендикулярные векторы.

	В36
--	-----

- В37.** Вычислите скалярное произведение векторов \vec{p} и \vec{q} , если $\vec{p} = -2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{q} = \vec{a} + \vec{b}$, если \vec{a} и \vec{b} единичные перпендикулярные векторы.

	В37
--	-----

- В38.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AB = 18$, $AC = 5$, $AH = 3$ и AH — высота треугольника ABC .

	В38
--	-----

- В39.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника MNP , если $MN = 5$, $NP = 16$, $NA = 4$ и NA — высота треугольника MNP .

	В39
--	-----

- В40.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 9, 10, 17.

	В40
--	-----

- В41.** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 4, 13, 15.

	В41
--	-----

- В42.** Три окружности, радиусы которых 6 см, 2 см и 4 см, касаются друг друга внешним образом. Найдите радиус окружности, проходящей через центры данных окружностей.

	В42
--	-----

- В43.** Три окружности, радиусы которых 10 м, 2 м и 3 м, касаются друг друга внешним образом. Найдите диаметр окружности, проходящей через центры данных окружностей.

 В43

- В44.** Окружность вписана в равнобедренную трапецию, площадь которой равна 64 см. Найдите боковую сторону трапеции (a), если острый угол при основании трапеции равен 30° . В ответе запишите $a\sqrt{2}$.

 В44

- В45.** Найдите площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой равна $3\sqrt{2}$ и составляет с основанием угол 45° .

 В45

- В46.** В треугольнике ABC сторона $AB = 12$ см, $BC = 16$ см, медианы треугольника AA_1 и CC_1 пересекаются под углом 90° . Найдите длину стороны AC . В ответе запишите $AC\sqrt{5}$.

 В46

- В47.** Средние линии прямоугольного треугольника, параллельные катетам, равны 5 см и 12 см. Найдите высоту треугольника (h), опущенную из вершины прямого угла. В ответе запишите $13h$.

 В47

- В48.** В прямоугольнике $MNPQ$ сторона MN в 6 раз меньше диагонали NQ . Диагонали прямоугольника пересекаются в точке E . Периметр треугольника NEM равен 35 см. Найдите диагональ MP .

 В48

- В49.** В трапеции $ABND$ ($BN \parallel AD$) проведена средняя линия OE . Найдите длину наименьшего из отрезков, на которые OE разбивается диагоналями BD и AN , если $BN=12$ и $AD=20$.

- В50.** В равнобедренной трапеции $FOND$ $ON \parallel FD$ проведена средняя линия AB . Из вершины тупого угла трапеции проведена высота NC . Найдите длину FC , если $ON=8$ и $FD=18$.

- В51.** Найдите площадь параллелограмма, если его меньшая диагональ перпендикулярна боковой стороне и высота, проведенная из вершины тупого угла параллелограмма, делит большую сторону на отрезки 9 см и 25 см.

- В52.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если длина гипотенузы равна $2\sqrt{13}$ см, а длина медианы меньшего острого угла равна 5 см.

- В53.** В параллелограмме $ABCD$ сторона $AD=4\sqrt{2}$, $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$. Найдите длину стороны AB .

- В54.** Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 120° . Боковая сторона равна 4. Найдите квадрат длины медианы, проведенной к боковой стороне.

- В55.** Найдите площадь параллелограмма $MPKN$, если $\angle PKM = 45^\circ$, $PK = 5\sqrt{2}$, $PN = 26$.

	В55
--	-----

- В56.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если радиусы его вписанной и описанной окружностей равны соответственно 2 см и 5 см.

	В56
--	-----

- В57.** В треугольнике MBO построена высота BH . Длина $BO = 5$, $OH = 4$, радиус окружности, описанной около треугольника MBO , равен 10. Найдите длину стороны MB .

	В57
--	-----

- В58.** Около окружности диаметром 15 описана равнобедренная трапеция с боковой стороной, равной 17. Найдите длину большего основания трапеции.

	В58
--	-----

- В59.** На диагонали BD прямоугольника $ABCD$ взята точка N так, что $BN:ND = 3:2$. Диагонали прямоугольника пересекаются в точке O . Найдите площадь четырехугольника $ABCN$, если $AC = 10$ и $\angle AOB = 30^\circ$.

	В59
--	-----

- В60.** В параллелограмме $MNPQ$ биссектриса угла M пересекает сторону NP в точке A так, что $AN:AP = 3:2$. Найдите длину меньшей стороны параллелограмма, если его периметр равен 48 см.

	В60
--	-----

- В61.** Катеты прямоугольного треугольника имеют длину 12 и 5. Найдите длину медианы, проведенную к гипотенузе.

- В62.** Известны длины сторон треугольника ABC : $AB=6$, $CA=7$, $BC=5$. На луче BC выбрана такая точка F , что угол BAF равен углу ACB . Найдите меньшую сторону треугольника ACF .

- В63.** Трапеция $MNPQ$ вписана в окружность. Найдите среднюю линию трапеции, если ее меньшее основание MN равно 24, $\sin \angle MQN = 0,2$, $\cos \angle PMQ = 0,6$.

4.2. Стереометрия

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: пирамида, призма, тела вращения, комбинации тел.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

- А1.** В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания $2\sqrt{2}$ и длина высоты 2. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

- 1) 30° 2) 45° 3) 60° 4) $\arctg \sqrt{2}$

A2. В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания $2\sqrt{2}$ и длина высоты 2. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.

- 1) 30° 2) 45° 3) $\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\arctg \sqrt{2}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A3. В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания $2\sqrt{2}$ и длина высоты 2. Найдите расстояние от вершины пирамиды до ребра основания.

- 1) 2 2) $\sqrt{3}$ 3) $2\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{6}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A3
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A4. В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания $2\sqrt{2}$ и длина высоты 2. Найдите расстояние от ребра основания до противоположной грани.

- 1) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 2) $4\sqrt{3}$ 3) $2\sqrt{3}$ 4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A4
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A5. В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания $2\sqrt{2}$ и длина высоты 2. Найдите расстояние от высоты пирамиды до стороны основания.

- 1) 2 2) $\sqrt{2}$ 3) $2\sqrt{2}$ 4) 1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A5
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A6. Найдите площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды, проходящего через высоту и боковое ребро, если сторона основания пирамиды равна $2\sqrt{2}$, а высота равна 2.

- 1) 2 2) 4 3) 6 4) 8

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A6
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A7. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $2\sqrt{3}$, а высота равна 2. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

- 1) 30° 2) $\arctg 2$ 3) 45° 4) $\arctg \sqrt{2}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A8. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $2\sqrt{3}$, а высота равна 2. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.

- 1) 30° 2) $\arctg 2$ 3) 45° 4) $\arctg \sqrt{2}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A9. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $2\sqrt{3}$, а высота равна 2. Найдите плоский угол при вершине.

- 1) $\arccos 0,2$ 2) $\arccos 0,25$ 3) $\arccos 0,3$ 4) $\arccos 0,35$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A10. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная призма. $AB = 4$, $AA_1 = 6$. Найдите угол между $B_1 D$ и плоскостью ABC .

- 1) $\arctg \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 2) $\arctg \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 3) $\arctg \frac{\sqrt{2}}{3}$ 4) $\arctg \frac{\sqrt{2}}{3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A11. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная призма. $AB = 4$, $AA_1 = 6$. Найдите угол между $B_1 D$ и плоскостью DCC_1 .

- 1) $\arctg \frac{\sqrt{13}}{2}$ 2) $\arctg \frac{\sqrt{13}}{2}$ 3) $\arctg \frac{\sqrt{13}}{3}$ 4) $\arctg \frac{\sqrt{13}}{3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

A12. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная призма. $AB = 4$, $AA_1 = 6$.
Найдите площадь диагонального сечения $ADC_1 B_1$.

- 1) $4\sqrt{13}$ 2) $6\sqrt{13}$ 3) $8\sqrt{13}$ 4) $10\sqrt{13}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A12
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A13. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная призма. $AB = 4$, $AA_1 = 6$.
Найдите угол между плоскостью ADC_1 и плоскостью ABC .

- 1) $\arctg 0,5$ 2) $\arctg 1,5$ 3) $\arctg 2$ 4) $\arctg \frac{2}{3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A13
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A14. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная призма. $AB = 4$, $AA_1 = 6$.
Найдите расстояние от точки C_1 до прямой AD .

- 1) $4\sqrt{13}$ 2) $3\sqrt{13}$ 3) $2\sqrt{13}$ 4) $\sqrt{13}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A14
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A15. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная призма. $AB = 4$, $AA_1 = 6$.
Найдите угол между прямыми CC_1 и AB .

- 1) 30° 2) 60° 3) 45° 4) 90°

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A15
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A16. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная призма. $AB = 4$, $AA_1 = 6$.
Найдите расстояние между прямыми CC_1 и AB .

- 1) 2 2) $\sqrt{13}$ 3) 4 4) 6

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A16
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A17. Дана правильная треугольная призма со стороной основания $4\sqrt{3}$ и высотой 4. Найдите объем вписанного в призму цилиндра.

- 1) 16π 2) 32π 3) 48π 4) 64π

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A17
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A18. Дана правильная треугольная призма со стороной основания $4\sqrt{3}$ и высотой 4. Найдите объем описанного около призмы цилиндра.

1) 16π

2) 32π

3) 48π

4) 64π

☐ ☐ ☐ ☐
A18

A19. Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания $4\sqrt{3}$. Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом 30° . Найдите объем пирамиды.

1) 16

2) 32

3) 48

4) 64

☐ ☐ ☐ ☐
A19

A20. Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания $4\sqrt{3}$. Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом 30° . Найдите объем вписанного в пирамиду конуса (V). В ответе запишите $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}V$.

1) 64

2) 48

3) 32

4) 16

☐ ☐ ☐ ☐
A20

A21. Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания $4\sqrt{3}$. Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом 30° . Найдите площадь боковой поверхности описанного около пирамиды конуса. В ответе запишите $\frac{\sqrt{3}}{\pi}S$.

1) 16

2) 32

3) 48

4) 64

☐ ☐ ☐ ☐
A21

A22. Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса, если радиусы оснований усеченного конуса равны 6 и 9, а образующая равна 5.

1) 45π

2) 55π

3) 65π

4) 75π

☐ ☐ ☐ ☐
A22

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В23.** В треугольной пирамиде $ABCK$ длины ребер $AK = 3$, $CK = 5$, $\angle KAC = 90^\circ$. Ребро BK перпендикулярно основанию ABC . Найдите объем пирамиды, если угол между гранями ABC и AKC равен 15° .

- В24.** В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами $3\sqrt{3}$ и 11 и углом в 30° между ними. Все боковые ребра пирамиды равны 8. Найдите объем пирамиды (V). В ответе запишите $V\sqrt{5}$.

- В25.** Найдите площадь боковой поверхности четырехугольной пирамиды (S), если в основании пирамиды лежит ромб с диагоналями 30 и 40, и все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 30° . В ответе запишите $S\sqrt{3}$.

- В26.** В четырехугольной пирамиде $SABCD$, основанием которой является прямоугольник, длины ребер $SC = 8$, $CD = 6$, а ребро $SB \perp ABC$. Угол между плоскостями SCD и ABC равен 30° . Во сколько раз площадь основания больше площади грани SBC ?

- В27.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 4, а высота равна 2. Найдите угол наклона

боковой грани к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.

--	--

- В28.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 4, а высота равна 2. Найдите радиус описанного шара.

--	--

- В29.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 4, а высота равна 2. Найдите расстояние (p) между боковым ребром и скрещивающейся с ним диагональю основания. В ответе запишите $3\sqrt{6}p$.

--	--

- В30.** В правильной треугольной пирамиде высота равна 4, а угол между боковым ребром и плоскостью основания равен 45° . Найдите объем пирамиды (V). В ответе запишите $\sqrt{3}V$.

--	--

- В31.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна высоте и равна 4. Найти расстояние (p) от вершины основания до плоскости диагонального сечения, не проходящего через эту вершину. В ответе запишите $\frac{p\sqrt{2}}{2}$.

--	--

- В32.** В правильной шестиугольной пирамиде $MAVCKEF$ с вершиной M длина стороны основания равна $4\sqrt{3}$, а длина апофемы 10 см. Найдите площадь сечения (S),

проходящего через вершину пирамиды и меньшую из диагоналей основания. В ответе запишите $\frac{S}{\sqrt{19}}$.

- В33.** В правильной шестиугольной пирамиде $МАВСКЕF$ с вершиной M длина стороны основания равна $4\sqrt{3}$, а длина апофемы 10 см. Сечение проходит через вершину пирамиды и большую из диагоналей основания. Найти отношение объемов частей пирамиды, на которые она делится плоскостью сечения.

- В34.** В треугольной пирамиде с равными боковыми ребрами известны длины сторон основания 6, 8, 10 и длина высоты 1. Найдите радиус описанного шара.

- В35.** Найдите радиус шара, вписанного в правильную треугольную пирамиду, с высотой, равной 8, и апофемой, равной 10.

- В36.** В треугольной пирамиде все боковые ребра равны 15,5 см. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 7 см, 15 см, 20 см. Найдите объем пирамиды (V). В ответе запишите $\frac{V}{\sqrt{21}}$.

- В37.** Основанием четырехугольной пирамиды является ромб с диагоналями 30 см и 40 см. Все боковые грани наклоне-

ны к плоскости основания под одним углом. Найдите боковую поверхность пирамиды, если ее высота равна 16 см.

 В37

- В38.** В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами $\sqrt{2}$ и 8 и углом в 45° между ними. Все боковые ребра пирамиды равны 7. Найдите объем пирамиды (V). В ответе запишите $V\sqrt{6}$.

 В38

- В39.** Основанием пирамиды служит прямоугольник, площадь которого равна $36\sqrt{3}$. Две боковые грани перпендикулярны к основанию, а две другие образуют с плоскостью основания углы 45° , 30° . Найдите объем пирамиды (V). В ответе укажите $V\sqrt{3}$.

 В39

- В40.** В основании четырехугольной пирамиды $ABCD$ лежит квадрат со стороной, равной 4. Боковые грани FAD и FCD перпендикулярны плоскости основания пирамиды, а высота пирамиды равна диагонали ее основания. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через прямую AC параллельно прямой FB (S). В ответе укажите $S\sqrt{2}$.

 В40

- В41.** Угол наклона боковой грани к плоскости основания правильной четырехугольной пирамиды равен 60° , а боковое ребро равно $2\sqrt{15}$. Найдите расстояние между центрами вписанного и описанного шаров.

 В41

- В42.** Угол наклона боковой грани к плоскости основания правильной треугольной пирамиды равен 60° . Радиус шара, описанного около пирамиды, равен 35. Найдите радиус вписанного шара.

	В42
--	-----

- В43.** Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC с основанием AB , причем $AC = 4$, $\angle C = 120^\circ$, боковое ребро AA_1 равно 8. Найдите площадь сечения A_1B_1C (S). В ответе укажите $S\sqrt{51}$.

	В43
--	-----

- В44.** Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC с основанием AB , причем $AC = 4$, $\angle C = 120^\circ$, боковое ребро AA_1 равно 8. Найдите тангенс угла между плоскостями ABB_1 и A_1CB_1 .

	В44
--	-----

- В45.** Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC с основанием AB , причем $AC = 4$, $\angle C = 120^\circ$, боковое ребро AA_1 равно 8. Найдите расстояние (p) между прямыми AC и BB_1 . В ответе укажите $p\sqrt{3}$.

	В45
--	-----

- В46.** В основании прямого параллелепипеда $ABCA_1B_1C_1D_1$ — ромб $ABCD$ с углом A , равным 60° , и стороной $AB = 4$ см. Известно, что высота AA_1 равна $2\sqrt{3}$ см. Определите угол между плоскостью ABC и плоскостью сечения, проходящего через прямые AB и C_1D_1 . Ответ запишите в градусах.

	В46
--	-----

- В47.** Основанием наклонной призмы является правильный треугольник со стороной 2. Боковое ребро AA_1 призмы равно 2 и образует со сторонами AB и AC углы по 60° . Определите объем призмы (V). В ответе укажите $V\sqrt{2}$.

	В47
--	-----

- В48.** Основанием наклонной призмы является правильный треугольник со стороной 2. Боковое ребро AA_1 призмы равно 2 и образует со сторонами AB и AC углы по 60° . Определите площадь грани BCC_1B_1 .

	В48
--	-----

- В49.** В наклонном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ боковое ребро равно 5. Расстояние между ребром AA_1 и ребрами BB_1 и DD_1 соответственно равно 6 и 8, а расстояние между AA_1 и CC_1 равно 10. Найти объем параллелепипеда.

	В49
--	-----

- В50.** В наклонном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ боковое ребро равно 5. Расстояние между ребром AA_1 и ребрами BB_1 и DD_1 соответственно равно 6 и 8, а расстояние между AA_1 и CC_1 равно 10. Найти площадь боковой поверхности параллелепипеда.

	В50
--	-----

- В51.** Концы отрезка MN лежат на окружностях двух оснований цилиндра. Радиус основания цилиндра равен 10, длина отрезка MN равна 24, а угол между прямой BC и плоскостью основания цилиндра равен 60° . Найдите расстояние между осью цилиндра и параллельной ей плоскостью, проходящей через точки M и N .

	В51
--	-----

- В52.** Через вершину конуса и хорду основания проведено сечение, составляющее с плоскостью основания угол в 45° . Радиус основания конуса равен 4 см, а высота равна 3 см. Найдите площадь сечения (S). В ответе укажите $S\sqrt{14}$.

	В52
--	-----

- В53.** Через вершину конуса и хорду основания проведено сечение, составляющее с плоскостью основания угол в 45° . Радиус основания конуса равен 4 см, а высота равна 3 см. Найдите расстояние (p) от центра основания конуса до плоскости сечения. В ответе запишите $p\sqrt{2}$.

	В53
--	-----

- В54.** Сфера проходит через вершины равнобедренного треугольника с основанием 4 см и углом при вершине $\arcsin \frac{1}{3}$. Расстояние от центра сферы до плоскости треугольника равно 8 см. Найдите радиус сферы.

	В54
--	-----

- В55.** Все стороны ромба с диагоналями 30 м и 40 м касаются поверхности шара радиуса 20 м. Найдите расстояние от центра шара до плоскости ромба.

	В55
--	-----

- В56.** В правильную четырехгранную пирамиду вписан куб так, что четыре его вершины принадлежат боковым ребрам пирамиды, а четыре другие принадлежат ее основанию. Найдите ребро куба (a), если сторона основания пирамиды равна $\sqrt{2}$, а ее боковое ребро равно 3. В ответе запишите $3\sqrt{2}a$.

	В56
--	-----

В57. В кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ секущая плоскость проходит через вершину D_1 и середины ребер AD и CD . Найдите объем получившейся пирамиды, если объем куба равен 96.



В58. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1D_1$ является прямоугольник $ABCD$, стороны которого равны $6\sqrt{2}$ и $12\sqrt{2}$. Высота призмы равна $\sqrt{10}$. Секущая плоскость проходит через вершину D_1 и середины ребер AD и CD . Найдите котангенс угла между плоскостью основания и плоскостью сечения.



Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С59. Сфера касается всех ребер правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания, равной 2. Найдите длину бокового ребра пирамиды, если радиус сферы равен 3.

С60. Около пирамиды, в основании которой лежит правильный треугольник со стороной, равной 3, описан шар. Найдите радиус шара, если известно, что одно из боковых ребер пирамиды перпендикулярно ее основанию и равно 2.

С61. В сферу радиуса $\sqrt{66}$ вписана правильная треугольная пирамида $DABC$ (D — вершина), длина апофемы которой относится к длине высоты как $3:2\sqrt{2}$. Найдите наименьшую площадь сечения пирамиды плоскостью, проходя-

щей через вершину пирамиды, середину стороны AC и пересекающей сторону BC .

- С62.** Основанием пирамиды $DABC$ является равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой $AC = 4\sqrt{2}$. Ребро AD перпендикулярно плоскости ABC и равно 4. Отрезки AM и AL являются соответственно высотами треугольников ADB и ADC . Найдите объем пирамиды $AMLC$.

II. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ (5—11-е КЛАССЫ)

1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: рациональные неравенства, системы неравенств, комбинированные неравенства, неравенства с параметром.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

A1. Укажите наименьшее целое решение неравенства $-x + 0,5(x + 4) < 4$.

1) -5

2) -4

3) -3

4) -2

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A2. Найдите число целых решений неравенства $-3 \leq \frac{x}{4} - 1 < 1$.

1) 14

2) 15

3) 16

4) 17

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A3. Укажите середину промежутка, на котором выполняется неравенство $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$.

1) -2

2) -1

3) 0

4) 1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A3
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A4. Решите неравенство $4x^2 + 4x + 1 > 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$

3) решений нет

2) $-0,5$

4) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

☐☐☐☐

A5. Решите неравенство $4x^2 + 4x + 1 \geq 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$

2) $-0,5$

3) решений нет

4) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

☐☐☐☐

A6. Решите неравенство $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$

3) решений нет

2) $-0,5$

4) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

☐☐☐☐

A7. Решите неравенство $4x^2 + 4x + 1 < 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$

2) $-0,5$

3) решений нет

4) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

☐☐☐☐

A8. Решите неравенство $-x^2 - 6x - 10 < 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$

2) $(-4; -2)$

3) решений нет

4) $(-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$

☐☐☐☐

A9. Решите неравенство $-x^2 - 6x - 10 > 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$

2) $-0,5$

3) решений нет 4) 5

☐☐☐☐

A10. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$(x-3)(x+4)(7-x) \leq 0.$$

1) -5

2) -4

3) -3

4) -1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A10
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A11. Решите неравенство $\frac{1}{x} > 2$.

1) $(2; +\infty)$

2) $(-\infty; 2)$

3) $(0; 0,5)$

4) $(-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A11
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A12. Решите неравенство $(x-1)(4-x)(x+5) \geq 0$.

1) $(-\infty; -5] \cup [1; 4]$

3) $(-\infty; -5] \cup [1; 5]$

2) $[-5; 1] \cup [4; +\infty)$

4) $(-5; 1) \cup (4; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A12
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A13. Решите неравенство $\frac{(4x-4)(4-x)}{(x+5)^3} \leq 0$.

1) $(-\infty; -5) \cup [1; 4]$

3) $(-\infty; -5) \cup [1; 5]$

2) $(-5; 1] \cup [4; +\infty)$

4) $(-5; 1) \cup (4; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A13
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A14. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x+9}{x-2}}$.

1) $(-\infty; -9) \cup (2; +\infty)$

3) $(-9; 2)$

2) $[-9; 2)$

4) $(-\infty; -9] \cup (2; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A14
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A15. Решите неравенство $(x+5)^2 \leq 25 - x^2$.

1) $[-5; 0]$

3) $(-\infty; -5] \cup [0; +\infty)$

2) $(-5; 0)$

4) $(-\infty; -5) \cup [0; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A15
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A16. Решите двойное неравенство $-7 < 3 - 2x < 13$.

1) $(-5; -2)$

2) $(-5; 5)$

3) $(-2; 5)$

4) $(-5; 2)$

A16

A17. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 3x - 4 > 5, \\ 2,5x \leq 10. \end{cases}$

1) $(3; 4)$

2) $(3; 4]$

3) $(\frac{1}{3}; 25]$

4) $(\frac{1}{3}; 4]$

A17

A18. Для любого значения x верно неравенство

1) $(x - 10)^2 < 0$

3) $x^2 > 10$

2) $(x - 10)^2 > 0$

4) $(x - 10)^2 \geq 0$

A18

A19. При каких значениях переменной x имеет смысл выражение $\frac{3}{2\sqrt{x}}$?

1) $x \geq 0$

2) $x < 0$

3) $x > 0$

4) $x \in R$

A19

A20. Решите неравенство $(x - 3)(x + 4)^2 \geq 0$.

1) $[3; +\infty)$

3) $\{-4\} \cup [3; +\infty)$

2) $(3; +\infty)$

4) $(-\infty; -4) \cup (-4; 3)$

A20

A21. Решите неравенство $(x - 3)(x + 4)^2 > 0$.

1) $(-\infty; 3]$

3) $\{-4\} \cup [3; +\infty)$

2) $(3; +\infty)$

4) $(-\infty; -4) \cup (-4; 3)$

A21

A22. Решите неравенство $(x-3)(x+4)^2 \leq 0$.

1) $(-\infty; 3]$

3) $\{-4\} \cup [3; +\infty)$

2) $(3; +\infty)$

4) $(-\infty; -4) \cup (-4; 3)$

A23. Решите неравенство $(x-3)(x+4)^2 < 0$.

1) $(-\infty; 3]$

3) $\{-4\} \cup [3; +\infty)$

2) $(3; +\infty)$

4) $(-\infty; -4) \cup (-4; 3)$

A24. Найдите область определения функции $y = \frac{x+7}{\sqrt{x^2+x-12}}$.

1) $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$

3) $(-\infty; -7) \cup (-7; -4) \cup (3; +\infty)$

2) $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

4) $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$

A25. Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{(x^2 - 10x + 25)x}{x^2 - 9} < 0.$$

1) 5

2) 4

3) 3

4) 2

A26. Укажите число целых решений неравенства

$$\frac{(x+2)(x-4)}{-x^2+4x-4} \geq 0.$$

1) 7

3) 6

2) 5

4) целых решений бесконечно много

A27. Решите неравенство $\sqrt{x+4}(x-7) \geq 0$.

1) $(7; +\infty)$

2) $\{-4\} \cup [7; +\infty)$

3) $[7; +\infty)$

4) $[-4; 7]$

A28. Решением неравенства $\sqrt{x+4}(x-7) > 0$ является промежуток

1) $(7; +\infty)$

3) $[7; +\infty)$

2) $\{-4\} \cup [7; +\infty)$

4) $[-4; 7]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A28
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A29. Решением неравенства $\sqrt{x+4}(x-7) \leq 0$ является промежуток

1) $(7; +\infty)$

3) $[7; +\infty)$

2) $\{-4\} \cup [7; +\infty)$

4) $[-4; 7]$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A29
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A30. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x+14}{x-7}}$.

1) $(-\infty; -14] \cup (7; +\infty)$

3) $(-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$

2) $[-14; 7) \cup (7; +\infty)$

4) $(7; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A30
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A31. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{x+14}}{x-7}$.

1) $(-\infty; -14] \cup (7; +\infty)$

3) $(-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$

2) $[-14; 7) \cup (7; +\infty)$

4) $(7; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A31
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A32. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x+14}}{x-7}}$.

1) $(-\infty; -14] \cup (7; +\infty)$

3) $(-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$

2) $[-14; 7) \cup (7; +\infty)$

4) $(7; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A32
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A33. Найдите область определения функции $y = \frac{x+14}{x-7}$.

1) $(-\infty; -14] \cup (7; +\infty)$

3) $(-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$

2) $[-14; 7) \cup (7; +\infty)$

4) $(7; +\infty)$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A33
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В34.** Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{x^2 - 16}{1 + 4x - 5x^2} \geq 0.$$

- В35.** Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{(8 - x)x} \geq 0$.

- В36.** Решите систему неравенств и укажите наибольшее целое решение:
$$\begin{cases} 5x - 4(2x - 1) > 3(x + 2), \\ 9 - x^2 \geq 0. \end{cases}$$

- В37.** При каком значении a решением неравенства $ax < 5$ является промежуток $(-\infty; +\infty)$?

- В38.** Найдите корень уравнения $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 9} = 0$, удовлетворяющий неравенству $-(5 - 2x) > -(6,5 - 3x)$.

- В39.** Среди решений уравнения $\frac{2x - 2}{x + 3} + \frac{x + 3}{x - 3} = 5$ найдите те, которые не удовлетворяют неравенству $-x^2 - 7x + 8 > 0$.

В40. Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{9-x^2}{3x^2-2x-1} \geq 0.$$

 В40

В41. Укажите число целых решений неравенства

$$\frac{(x-2)\sqrt{x^2-5x+4}}{5-x} \geq 0.$$

 В41

В42. Укажите среднее арифметическое целых решений нера-

венства $\frac{(x^2+7)(3-x)}{x+4} > 0.$

 В42

В43. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\frac{x^2+12x+36}{5-x} \leq 0.$$

 В43

В44. Решите неравенство $\frac{x^2+4x-5}{-x^2-6x+7} \leq 0.$ В ответе укажите наименьшее натуральное решение.

 В44

В45. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\frac{x+6}{x-5} > 1.$$

 В45

- В46.** Укажите сумму целых чисел, не являющихся решением неравенства $\frac{4x^2 - 3x - 1}{2x^2 + 3x + 1} > 0$.

 В46

- В47.** Найдите наибольшее целое решение двойного неравенства $-1 \leq \frac{x+1}{2-x} < 1$.

 В47

- В48.** Найдите целое решение неравенства $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{8}{x^2-1} < 0$.

 В48

- В49.** Укажите число целых решений неравенства $(4x-1)^2 - 9(1-4x) \leq 0$.

 В49

- В50.** Укажите наименьшее значение x , при котором выражение $\sqrt{x-6} + \sqrt{x+3}$ имеет смысл.

 В50

- В51.** Решите систему неравенств: $\begin{cases} x^3 - 4x^2 \geq 0, \\ x \leq 0. \end{cases}$

 В51

- В52.** Найдите произведение натуральных решений неравенства $\frac{x^3 - 27}{x^4 - \frac{16}{81}} \leq 0$.

 В52

B53. Найдите сумму натуральных решений неравенства

$$\frac{x^3 - 4x^2 + x - 4}{2 - x} \geq 0.$$

B54. Укажите целое число, входящее в область определения

функции $y = \sqrt{\frac{-5}{x^2 - 6x + 8}}$.

B55. Решите неравенство $x^4 + 2x^2 - 3 \leq 0$. В ответе запишите длину промежутка, на котором выполняется неравенство.

B56. Решите систему неравенств: $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 \leq 0, \\ x^4 - 81x + 2006 > 0. \end{cases}$

B57. Укажите число целых чисел, входящих в область определения функции $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 36}}{x + 2}$.

B58. Укажите число целых чисел, входящих в область определения функции $y = \sqrt{\frac{\sqrt{-x^2 + 36}}{x + 2}}$.

B59. Укажите число целых решений неравенства

$$\frac{x^2 + 2x - 8}{-x^2 + 5x - 6} \geq 0.$$

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

С60. Решите неравенство $\frac{\sqrt{20+x-x^2}}{2x-3} \leq \frac{\sqrt{20+x-x^2}}{x-6}$.

С61. Решите неравенство $\frac{(x^4 - 2x^3 + 2x - 1)(x^2 - 4x + 4)}{7 - 6x - x^2} \geq 0$.

С62. Решите неравенство $\frac{\sqrt{x^2 - 1}(x^2 + 3x - 18)(4x^2 - 4x + 1)}{(x^2 - 5x + 6)(3x^2 - 8x + 14)} \leq 0$.

С63. При каких значениях параметра a неравенство $\frac{x - 2a - 1}{x - a} < 0$ справедливо для любых $x \in [1; 2]$?

С64. Найдите все значения a , при которых неравенство $\frac{x - 2a - 4}{x + 3a - 2} \leq 0$ выполняется для всех $x \in [1; 3]$.

С65. Укажите число целых решений неравенства $(x^2 - 9)(\operatorname{ctg}^2 x + 2) < 0$.

С66. Укажите число целых решений неравенства $(x^2 - 9)(\sin^2 x + 2) < 0$.

С67. Укажите число целых решений неравенства $(x^2 - 9)(\ln^2 x + 1) \leq 0$.

С68. Укажите число целых решений неравенства $(x^2 - 9)(\arcsin^2 x + 1) < 0$.

С69. Укажите число целых решений неравенства $(x^2 - 9)(\sqrt{x} + 1) < 0$.

С70. Укажите число натуральных решений неравенства $(x^2 - 9)(\sqrt[3]{x} + 1) < 0$.

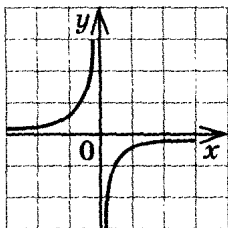
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: область определения функции, множество значений функции, периодичность, возрастание (убывание), экстремумы функции, наибольшее (наименьшее) значение функции, ограниченность, сохранение знака функции, связь между свойствами функции и ее графиком, значения функции.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

А1. График какой из функций изображен на рисунке?



1) $y = -\frac{1}{x}$

2) $y = 3^x$

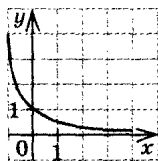
3) $y = \log_3 x$

4) $y = \frac{1}{x}$

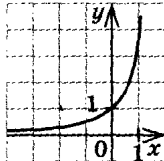
А1

А2. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

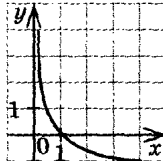
1)



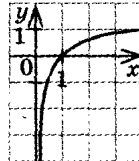
2)



3)

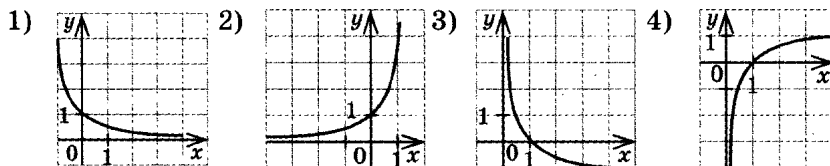


4)

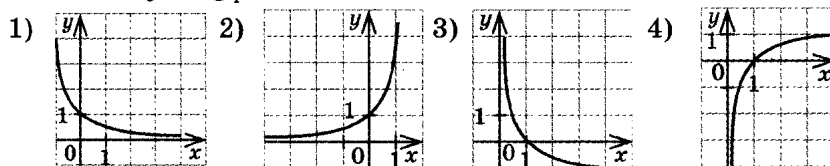


А2

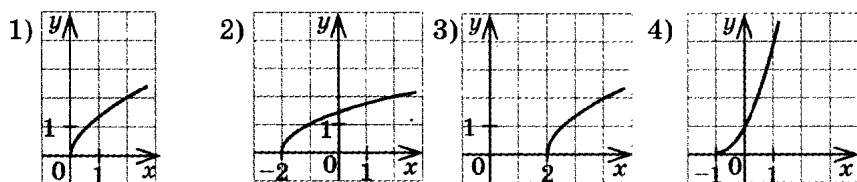
A3. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = 4^x$.



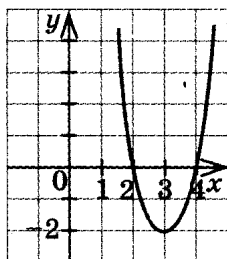
A4. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \log_4 x$.



A5. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \sqrt{x+2}$.



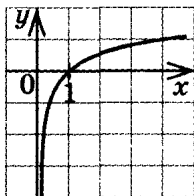
A6. Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



- 1) $(-\infty; +\infty)$
- 2) $[2; 4]$
- 3) $[-2; +\infty]$
- 4) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$



A7. Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



1) $(-\infty; +\infty)$

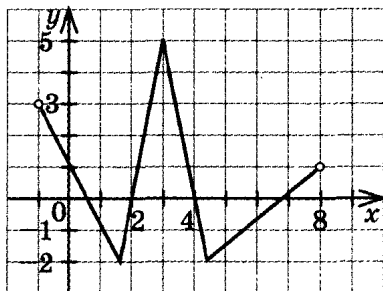
2) $(0; +\infty)$

3) $(0; 1]$

4) $(1; +\infty)$.



A8. Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



1) $[-2; 5]$

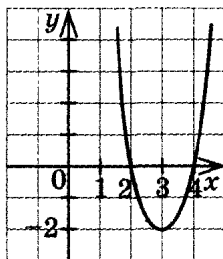
2) $(1; 3)$

3) $(-1; 8)$

4) $[0; 8)$



A9. Функция задана графиком. Укажите множество значений этой функции.



1) $(-\infty; +\infty)$

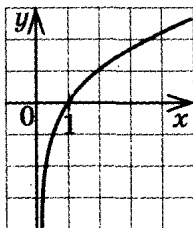
2) $[2; 4]$

3) $[-2; +\infty]$

4) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$



A10. Функция задана графиком. Укажите множество значений этой функции.



1) $(-\infty; +\infty)$

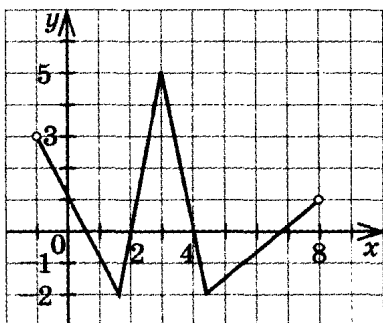
2) $(0; +\infty)$

3) $(0; 1]$

4) $[1; +\infty)$



A11. Функция задана графиком. Укажите множество значений этой функции.



1) $[-2; 5]$

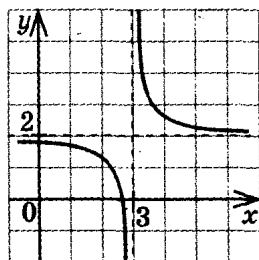
2) $(3; 1)$

3) $(-1; 8)$

4) $[0; 8)$



A12. Функция задана графиком. Укажите множество значений этой функции.



1) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

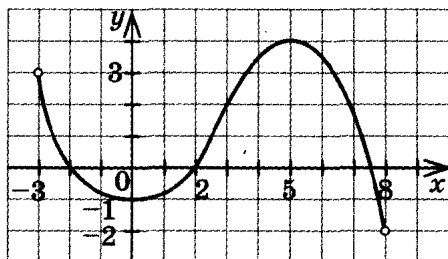
2) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

3) $(-\infty; +\infty)$

4) $(0; +\infty)$



A13. Укажите промежуток возрастания функции $y = f(x)$, заданной графиком на отрезке $[-3; 8]$.



1) $[-3; 5]$

2) $[5; 8]$

3) $[0; 5]$

4) $[-1; 4]$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A14. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

1) $[0; +\infty)$

2) $[-1; 1]$

3) $[1; +\infty)$

4) $(-\infty; 1] \cup [1; +\infty)$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A15. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

1) $[0; +\infty)$

2) $[-1; 1]$

3) $(-\infty; +\infty)$

4) $[1; +\infty)$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A16. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

1) $[0; +\infty)$

3) $[1; 3]$

2) $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

4) $[1; \sqrt{3}]$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A17. Найдите область определения функции $y = 2^{\log_2 x}$.

1) $(-\infty; +\infty)$

3) $(0; +\infty)$

2) $[0; +\infty)$

4) $(0; 1) \cup (1; +\infty)$

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

A18. Найдите область определения функции $y = \sqrt{4 - x}$.

- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $[0; 4]$ 3) $[0; +\infty)$ 4) $(-\infty; 4]$



A19. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$.

- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $[0; +\infty)$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $[\sqrt{3}; +\infty)$



A20. Найдите область определения функции $y = \frac{x-9}{\sqrt{x-4}}$.

- 1) $[0; +\infty)$ 2) $(-\infty; -16) \cup (-16; 16) \cup (16; +\infty)$
3) $[0; 16) \cup (16; +\infty)$ 4) $(-\infty; -4) \cup (-4; 4) \cup (4; +\infty)$



A21. Найдите область определения функции $y = \log_2(1 - x)$.

- 1) $(-\infty; 1]$ 2) $(-\infty; 1)$ 3) $(1; +\infty)$ 4) $[1; +\infty)$



A22. Найдите область определения функции $y = \log_2(-x)$.

- 1) $(0; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0)$ 3) $[0; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0]$



A23. Найдите область определения функции $y = \log_2(2 - x)^2$.

- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-\infty; 2)$
3) $(2; +\infty)$ 4) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$



A24. Найдите область определения функции $y = \operatorname{tg}(x - \pi)$.

1) $(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k), k \in \mathbb{Z}$

2) $(-\pi + \pi k; \pi k), k \in \mathbb{Z}$

3) $(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k), k \in \mathbb{Z}$

4) $(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k), k \in \mathbb{Z}$

☐ ☐ ☐ ☐

A25. Найдите область определения функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{3-\sin x}}$.

1) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

3) $[0; 1]$

2) $(-\infty; +\infty)$

4) $[-1; 1]$

☐ ☐ ☐ ☐

A26. Областью определения функции

$$f(x) = (x+5)^2 + (x-1)^2 \text{ является промежуток.}$$

1) $(-\infty; +\infty)$

2) $[0; +\infty)$

3) $[1; +\infty)$

4) $[5; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A27. Найдите область определения функции $y = \frac{x-7}{\sqrt{x^2+x-6}}$.

1) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

3) $(-\infty; -3) \cup (2; 7)$

2) $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

4) $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A28. Найдите область определения функции $y = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-2x-8}}$.

1) $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

3) $(-\infty; -2) \cup (4; 5) \cup (5; +\infty)$

2) $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$

4) $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A29. Укажите функцию, областью определения которой является объединение промежутков $[-7; 0) \cup (0; +\infty)$.

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x+7}{x}}$ 2) $f(x) = \frac{\sqrt{x+7}}{x}$ 3) $f(x) = \frac{x+7}{\sqrt{x}}$ 4) $f(x) = \frac{x+7}{x}$

☐ ☐ ☐ ☐

A30. Укажите функцию, областью определения которой является промежуток $(5; +\infty)$.

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-5}}$ 2) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-5}$ 3) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-5}}$ 4) $f(x) = \frac{x}{x-5}$

☐ ☐ ☐ ☐

A31. Найдите область определения функции $y = \sqrt{3^x - 81}$.

1) $(-\infty; 4)$ 2) $[4; +\infty)$ 3) $(-\infty; 4]$ 4) $(-\infty; -4]$

☐ ☐ ☐ ☐

A32. Найдите область определения функции $y = \sqrt[3]{x-5}$.

1) $[5; +\infty)$ 2) $(-\infty; 5]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $[\sqrt[3]{5}; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A33. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x - \frac{1}{27}}$.

1) $(-\infty; 3]$ 2) $(-\infty; 3)$ 3) $(3; +\infty)$ 4) $[3; +\infty)$

☐ ☐ ☐ ☐

A34. Найдите множество значений функции

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos(\pi - x).$$

1) $[-2; 2]$ 2) $[-1; 1]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $(-2; 2)$

☐ ☐ ☐ ☐

A35. Найдите множество значений функции $y = (x-3)^2 - 2$.

- 1) $(-\infty; 3]$ 2) $[3; +\infty)$ 3) $(-\infty; -2]$ 4) $[-2; +\infty)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A36. Найдите множество значений функции $y = \sin 4x - \cos 4x$.

- 1) $[-2; 2]$ 2) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ 3) $[-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$ 4) $[-1; 1]$

1	2	3	4
---	---	---	---

A37. Найдите множество значений функции

$$y = \sin 25^\circ \cos x - \cos 25^\circ \sin x.$$

- 1) $[-1; 1]$ 2) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ 3) $[-\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{12}]$ 4) $(-\infty; +\infty)$

1	2	3	4
---	---	---	---

A38. Найдите множество значений функции $y = \cos x$ на отрезке $[30^\circ; 60^\circ]$.

- 1) $[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}]$ 2) $[0; \frac{1}{2}]$ 3) $[\frac{1}{2}; 1]$ 4) $[-1; 1]$

1	2	3	4
---	---	---	---

A39. Найдите множество значений функции $y = \sin x$ на отрезке $[30^\circ; 120^\circ]$.

- 1) $[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}]$ 2) $[0; \frac{1}{2}]$ 3) $[\frac{1}{2}; 1]$ 4) $[-1; 1]$

1	2	3	4
---	---	---	---

A40. Найдите множество значений функции $y = \sin x$ на отрезке $[45^\circ; 180^\circ]$.

- 1) $[0; \frac{1}{2}]$ 2) $[0; 1]$ 3) $[-1; 1]$ 4) $[\frac{1}{2}; 1]$

1	2	3	4
---	---	---	---

A41. Найдите множество значений функции $y = \cos x$ на отрезке $[30^\circ; 360^\circ]$.

1) $[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}]$

2) $[0; \frac{1}{2}]$

3) $[-1; 1]$

4) $[\frac{1}{2}; 1]$



A42. Множеством значений функции

$$f(x) = (x+1)^2 + (x-3)^2 \text{ является промежуток}$$

1) $(1; +\infty)$

2) $[0; +\infty)$

3) $[16; +\infty)$

4) $[8; +\infty)$



A43. Найдите множество значений функции $y = 5 + \sin x$.

1) $[4; 6]$

2) $[-5; 5]$

3) $[0; 5]$

4) $[-6; 4]$



A44. Найдите множество значений функции $y = \frac{x^2 + x}{x}$.

1) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

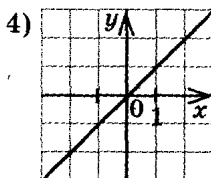
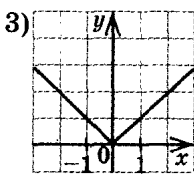
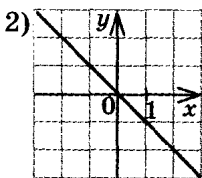
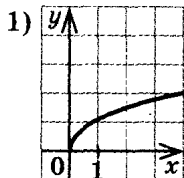
3) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

2) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

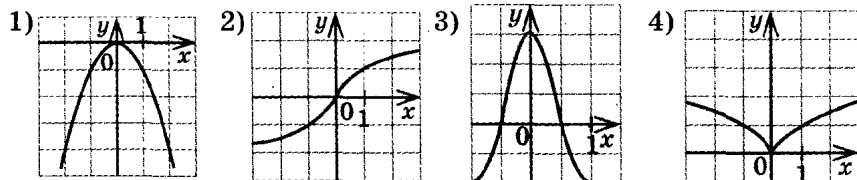
4) $(-\infty; +\infty)$



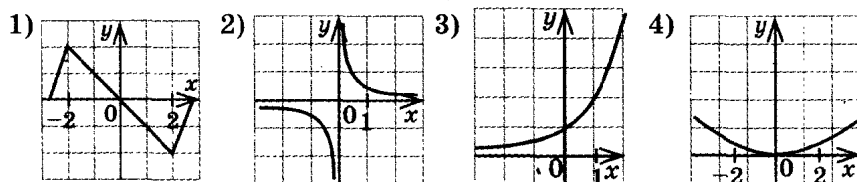
A45. Укажите график четной функции.



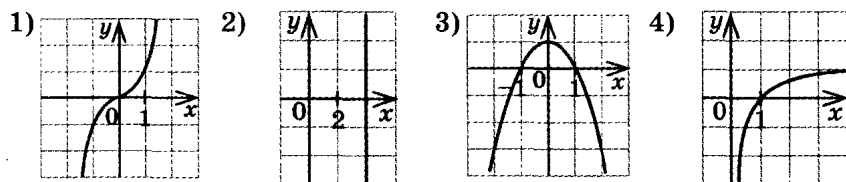
A46. Укажите график нечетной функции.



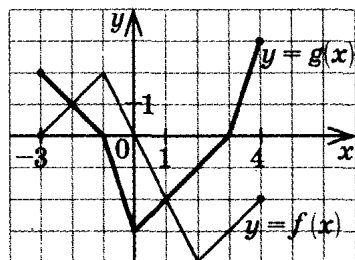
A47. Укажите график четной функции.



A48. Укажите график нечетной функции.



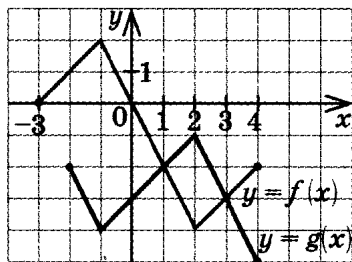
A49. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$, $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 4]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq g(x)$.



- 1) $[-3; -2] \cup [1; 4]$
- 2) $[0; 4]$
- 3) $[-2; 1]$
- 4) $[-3; 0]$



A50. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$, $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 4]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \leq g(x)$.



1) $[-3; 1] \cup [3; 4]$

2) $[0; 4]$

3) $[1; 4]$

4) $[1; 3]$

☐ ☐ ☐ ☐
A50

A51. Укажите, на каком промежутке функция $y = \frac{x+3}{x-2}$ принимает значения меньше или равные нулю.

1) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

3) $(-3; +\infty)$

2) $[-3; 2)$

4) $(-\infty; -3)$

☐ ☐ ☐ ☐
A51

A52. При каких значениях x функция $y = -x^2 - 4x + 5$ принимает положительные значения?

1) $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$

3) $(-5; 1)$

2) $[0; 9]$

4) $(0; 1)$

☐ ☐ ☐ ☐
A52

A53. Укажите убывающую функцию на всей области определения.

1) $y = \log_2(1-x)$

3) $y = \sqrt{x-1}$

2) $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$

4) $y = x-1$

☐ ☐ ☐ ☐
A53

A54. Укажите область определения функции $y = \log_3 \log_{0,2} x$.

1) $(1; +\infty)$

3) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

2) $(0; 1)$

4) $(0,2; +\infty)$

☐☐☐☐

A54

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B55. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 3x^2 - x + 5$ на отрезке $[1; 2]$.

B55

B56. Найдите наибольшее целое значение функции $y = -4x^2 + 5x - 8$ на отрезке $[2; 3]$.

B56

B57. Найдите наибольшее значение функции $y = -x^2 + 6x - 1$ на отрезке $[0; 4]$.

B57

B58. Укажите наименьшее целое число, входящее в область определения функции $y = \log_2 x \cdot \log_x 2$.

B58

B59. Укажите, сколько целых чисел содержит область определения функции $y = \log_4 \frac{1-x}{x+2}$.

B59

- B60.** Найдите длину промежутка, являющегося областью определения функции $y = \sqrt{\lg \frac{1-3x}{x-2}}$.

 B60

- B61.** Найдите наибольшее значение функции $y = 9\cos x + 12\sin x$.

 B61

- B62.** Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{15}{\cos x + 4}$.

 B62

- B63.** Найдите наибольшее значение функции $y = \log_2(4 - x^2)$.

 B63

- B64.** Найдите наименьшее значение функции $y = \log_{\frac{1}{2}}(4 - x^2)$.

 B64

- B65.** Найдите наибольшее значение функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\cos x - \sqrt{3}\sin x}$.

 B65

- B66.** Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции $y = \cos^2 x + \cos x + 1$?

 B66

B67. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \cos x + \sqrt{3} \sin x.$$

B68. Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции $y = 9\cos^2 x + 6\sin x$?

B69. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_2(4 - 5x)$ на промежутке $[-\frac{4}{5}; 0]$.

B70. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_{\frac{1}{2}}(4 - 5x)$ на промежутке $[-\frac{4}{5}; 0]$.

B71. Какого значения функция $y = \frac{3x+6}{2x-5}$ не достигает ни при каком x ?

B72. Найдите наибольшее целое значение функции $y = \frac{x^2 - 5}{x^2 + 2}$.

B73. Найдите наименьшее целое значение функции

$$y = \frac{4}{x^2 + 4x + 5}.$$

- В74.** Периодическая функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Ее период равен 4 и $f(2) = -4$. Найдите $2f(-2) - f(6) + 1$.

- В75.** Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^4 - 4}{x^2 - 2}$.

- В76.** Нечетная функция $g(x)$ определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной x значение этой функции совпадает со значением функции $f(x) = x(3+x)(x^2 - 4)$. Укажите число корней уравнения $g(x) = 0$.

- В77.** Четная функция $g(x)$ определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной x значение этой функции совпадает со значением функции $f(x) = (x^2 + 4x)(x^3 + 8)$. Укажите число корней уравнения $g(x) = 0$.

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С78.** Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{9,6 + 0,2x - x^2}}{\sin x}.$$

- С79.** Найдите область определения функции

$$y = \operatorname{tg} x \cdot \sqrt{6,4 - 2,4x - x^2}.$$

C80. Найдите множество значений функции

$$y = \log_{0,5}(\sin x + 5).$$

C81. Найдите множество значений функции

$$y = \log_3(x - |x| + 3).$$

C82. Найдите множество значений функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{3 - \sin x}}$.

C83. При каких значениях a функция $y = x^2 + (a - 2)x + 0,25$ не принимает отрицательных значений?

C84. Пусть $f(x) = x + 3^x$. Решите неравенство $f(x) > 30$.

C85. Пусть $f(x) = -x + \log_{0,5} x$. Решите неравенство $f(x) \geq -3$.

C86. При каком значении a область определения функции

$$y = \sqrt[6]{-x^2 + 4x + a} + \sqrt{x - 3}$$
 состоит из одной точки?

C87. При каком значении a область определения функции

$$y = \sqrt[6]{-x^2 + 6x + a} + \sqrt{x - 4}$$
 состоит из одной точки?

3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: задачи на движение, на работу, на сложные проценты, на десятичную форму записи числа, на смеси и сплавы.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

- А1.** На три полки поставили 278 книг. На первую из них поставили на 14 книг больше, чем на вторую. На третью полку — в 2 раза больше, чем на вторую. Сколько книг поставили на первую полку?

1) 68 2) 80 3) 132 4) 70

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- А2.** На склад привезли 126 тонн яблок, груш и слив. Яблоко оказалось в 4 раза больше, чем груш. Слив на 18 тонн меньше, чем груш. Сколько тонн яблок привезли на склад?

1) 6 2) 24 3) 82 4) 96

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- А3.** Моторная лодка прошла 10 км по озеру и 4 км против течения реки, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

1) 2 2) 8 3) 12 4) 15

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А3
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- А4.** Катер прошел 15 км по течению реки и 4 км по озеру, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

1) 16 2) 15 3) 14 4) 13

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	А4
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A5. Для распечатки 302 страниц были использованы две копировальные машины. Первая машина работала 8 минут, вторая — 10 минут. Сколько страниц в минуту печатает первая машина, если первая печатает в минуту на 4 страницы больше, чем вторая?

- 1) 15 2) 17 3) 19 4) 21

1	2	3	4
---	---	---	---

A6. Двое рабочих изготавливают по одинаковому количеству деталей. Первый выполнил эту работу за 6 ч, второй за 4 ч, так как изготовлял в час на 14 деталей больше первого. Сколько деталей изготовил второй рабочий?

- 1) 170 2) 168 3) 166 4) 164

1	2	3	4
---	---	---	---

A7. Цену товара повысили на 100%, а затем снизили на 50%. Как изменится цена товара?

1. Не изменится 3. Возрастет вполнину
2. Возрастет в 2 раза 4. Снизится на 25%

1	2	3	4
---	---	---	---

A8. Цену товара повысили на 50%, а затем снизили на 50%. Как изменится цена товара?

1. Не изменится 3. Возрастет на треть
2. Снизится на четверть 4. Снизится на треть

1	2	3	4
---	---	---	---

A9. Некоторое число уменьшили на 20%. На сколько процентов надо увеличить результат, чтобы получить первоначальное число?

1. На 20% 2. На 25% 3. На 50% 3. На 120%

1	2	3	4
---	---	---	---

A10. Вкладчик положил в сбербанк 10 000 рублей из расчета 1% годовых. Каким будет его вклад через один год?

- 1) 10 001 2) 10 010 3) 10 100 4) 11 000

1	2	3	4
---	---	---	---

A11. Сбербанк в конце года начисляет 4% годовых к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 2500 рублей через один год?

- 1) 2504 2) 2550 3) 2580 4) 2600

A12. Магазин в первый день продал 40% имеющихся овощей. За второй день он продал 80% овощей, проданных в первый день. В третий день — оставшиеся 28 кг. Сколько килограммов овощей было в магазине первоначально?

- 1) 60 2) 80 3) 100 4) 120

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

B13. На строительстве стены первый каменщик работал 5 дней один. Затем к нему присоединился второй, и они вместе закончили работу через 4 дня. Известно, что первому каменщику потребовалось бы на выполнение этой работы на 5 дней больше, чем второму. За сколько дней может построить эту стену первый каменщик, работая один?

B14. За определенное время на заводе собирают 90 автомобилей. Первые три часа на заводе выполняли установленную норму, а затем стали собирать на один автомобиль в час больше. Поэтому за час до срока уже было собрано 95 автомобилей. Сколько автомобилей в час должны были собирать на заводе?

B15. Два велосипедиста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 54 км, и встречаются через 2 ч. Определите

скорость каждого велосипедиста, если скорость у одного из них она на 3 км/ч больше, чем у другого.

- B16.** Два пешехода отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 50 км, и встречаются через 5 ч. Определите скорость первого пешехода, если его скорость на 2 км/ч больше, чем у другого.

- B17.** Найдите двузначное число, если частное от деления искомого числа на сумму его цифр равно 4, а частное от деления произведения его цифр на сумму цифр равно 2.

- B18.** Найдите двузначное число, если произведение его цифр в 6 раз меньше самого числа, а если к исходному числу прибавить 9, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

- B19.** К 40% раствору соляной кислоты добавили 50 г чистой кислоты, после чего концентрация раствора стала равной 60%. Найдите первоначальный вес раствора.

- B20.** Какое количество воды нужно добавить в 1 литр 9%-ного раствора уксуса, чтобы получить 3%-ный раствор?

- B21.** Цена изделия составляла 1000 рублей и была снижена сначала на 10%, а затем еще на 20%. Какова окончательная цена товара?

- B22.** Цену товара повысили на 25%, затем новую цену повысили еще на 10% и, наконец, после перерасчета произвели повышение цены еще на 12%. На сколько процентов повысили первоначальную цену товара?

 B22

- B23.** Сберегательный банк в конце года начисляет 3% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 1000 рублей через 2 года?

 B23

- B24.** Найдите первоначальную сумму вклада (в рублях), если после истечения двух лет она выросла на 304,5 рубля при 3% годовых.

 B24

- B25.** В первый день со склада было отпущено 20% имевшихся яблок. Во второй день — 180% от того количества яблок, которое было отпущено в первый день. В третий день — оставшиеся 88 кг яблок. Сколько килограммов яблок было на складе первоначально?

 B25

- B26.** Изделие, цена которого 500 рублей, сначала подорожало на 10%, а затем еще на 20%. Какова окончательная цена изделия?

 B26

- B27.** Цену на некоторый товар сначала снизили на 30%, а затем повысили на 20%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена товара?

 B27

- В28.** Цену некоторого товара снизили на 15% , а потом еще на 20% . Найдите общий процент снижения цены.

 В28

- В29.** Цена первого товара повысилась на 30% , а потом еще на 5% . Цена второго товара повысилась на 25% . После повышения цены товаров сравнились. Найдите, на сколько процентов первоначальная цена одного товара больше первоначальной цены другого товара.

 В29

- В30.** Сумма двух чисел равна 1100. Найдите наибольшее из них, если 6% одного из них равны 5% другого.

 В30

- В31.** Зарплата была повышена два раза за один год. При таком повышении рабочий стал получать вместо 100 руб. за один день 125,44 руб. Определите, на сколько процентов повысилась зарплата.

 В31

- В32.** Сберегательный банк в конце года начисляет 2% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 5000 рублей через 3 года?

 В32

- В33.** Найдите первоначальную сумму вклада (в рублях), если после истечения трех лет она выросла на 765,1 рубля при 2% годовых.

 В33

- В34.** Сберегательный банк в конце года начисляет 5% к сумме, находившейся на счету. На сколько процентов увеличится первоначальный вклад в 2000 рублей через 2 года?

 В34

4. ПРОГРЕССИИ

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия.

Часть А

Инструкция для учащихся. При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

- A1.** Найдите шестой член арифметической прогрессии: -7 ; -3 ; ...

1) 11 2) 12 3) 13 4) 14

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- A2.** Найдите седьмой член арифметической прогрессии: 13 ; 10 ; ...

1) -9 2) -7 3) -5 4) -3

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A2
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- A3.** Найдите шестой член геометрической прогрессии: 96 ; -48 ; ...

1) -3 2) 3 3) 6 4) -6

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A3
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- A4.** Найдите пятый член геометрической прогрессии: 81 ; -27 ; ...

1) 3 2) -3 3) -1 4) 1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A4
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

- A5.** Бригада в январе изготовила 8 деталей, а в каждый следующий месяц изготавливала на 7 деталей больше, чем в предыдущий. Сколько деталей бригада изготовила за год?

1) 558 2) 554 3) 510 4) 548

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A5
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A6. Ракета за первую секунду пролетела 500 метров. За каждую следующую секунду ракета пролетала на 100 метров больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в километрах) пролетела ракета за 9 секунд?

- 1) 8,1 2) 9,1 3) 5,85 4) 81

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A6
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A7. Сумма третьего, восьмого и девятнадцатого члена арифметической прогрессии равна 72. Найдите десятый член этой прогрессии.

- 1) 18 2) 27 3) 24 4) 36

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A7
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A8. Сумма второго, девятого и десятого члена арифметической прогрессии равна 60. Найдите седьмой член этой прогрессии.

- 1) 15 2) 20 3) 30 4) 45

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A8
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A9. Длины сторон треугольника ABC образуют арифметическую прогрессию ($AB < AC < BC$). Периметр треугольника ABC равен 48 см. Найдите длину стороны AC .

- 1) 14 2) 12 3) 18 4) 16

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A9
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	----

A10. Длины сторон треугольника MNP образуют арифметическую прогрессию ($MN < NP < MP$). Периметр треугольника MNP равен 27 см. Найдите длину стороны NP .

- 1) 8 2) 9 3) 10 4) 12

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A10
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A11. Дана арифметическая прогрессия: $-2,9; -2,6; \dots$ Укажите наименьший по абсолютной величине член арифметической прогрессии.

- 1) 0 2) $-0,2$ 3) $-2,9$ 4) $0,1$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A11
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

A12. Дана арифметическая прогрессия: $-3,3; -2,9; \dots$ Укажите наименьший по абсолютной величине член арифметической прогрессии.

- 1) $-3,3$ 2) $0,2$ 3) $0,1$ 4) $-0,1$

☐ ☐ ☐ ☐

A13. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_3 = 10$, $a_7 = 8$. Найдите сумму шести первых членов.

- 1) 57 2) 57,5 3) 58 4) 58,5

☐ ☐ ☐ ☐

A14. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_4 = 9$, $a_8 = 7$. Найдите сумму пяти первых членов.

- 1) 47 2) 47,5 3) 48 4) 48,5

☐ ☐ ☐ ☐

A15. В геометрической прогрессии (b_n) $b_2 = 6$, $b_4 = 4$. Найдите b_6 .

- 1) $\frac{4}{3}$ 2) $-\frac{4}{3}$ 3) $\frac{8}{3}$ 4) $-\frac{8}{3}$

☐ ☐ ☐ ☐

A16. В геометрической прогрессии (b_n) $b_3 = 6$, $b_5 = 8$. Найдите b_7 .

- 1) $-\frac{32}{3}$ 2) $-\frac{16}{3}$ 3) $\frac{32}{3}$ 4) $\frac{16}{3}$

☐ ☐ ☐ ☐

A17. В геометрической прогрессии (b_n) ($b_n > 0$) известно, что $S_6 = 63$, $q = -0,5$. Найдите b_1 .

- 1) 96 2) -96 3) 48 4) -48

☐ ☐ ☐ ☐

A18. В геометрической прогрессии (b_n) ($b_n > 0$) известно, что $S_4 = 204$, $q = -0,25$. Найдите b_1 .

- 1) -256 2) 256 3) 128 4) -128

☐ ☐ ☐ ☐

Часть В

Инструкция для учащихся. Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

- В19.** В арифметической прогрессии (a_n) $a_{91} = 48$, $a_{93} = -118$.
Найдите a_{92} .

- В20.** В арифметической прогрессии (a_n) $a_{87} = -36$, $a_{89} = 142$.
Найдите a_{88} .

- В21.** Арифметическая прогрессия состоит из четырех членов. Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 24, сумма трех последних равна 33. Найдите первый член этой последовательности.

- В22.** Арифметическая прогрессия состоит из четырех членов. Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 30, сумма трех последних равна 42. Найдите четвертый член этой последовательности.

- В23.** В геометрической прогрессии (a_n) ($a_n > 0$) известно, что $a_{n+m} = 27$, $a_{m-n} = 12$. Найдите a_m .

- В24.** В геометрической прогрессии (a_n) ($a_n > 0$) известно, что $a_{k+n} = 8$, $a_{n-k} = 32$. Найдите a_n .

- B25.** В возрастающей геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 + b_4 = 27, b_2 \cdot b_3 = 72$. Найдите b_4 .

 B25

- B26.** В убывающей геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 + b_6 = -65, b_2 \cdot b_5 = 64$. Найдите b_6 .

 B26

- B27.** Вычислите: $\frac{1+3+3^2+\dots+3^9}{1+3+3^2+\dots+3^4}$.

 B27

- B28.** Вычислите: $\frac{1+2+2^2+\dots+2^{13}}{1+2+2^2+\dots+2^6}$.

 B28

- B29.** Вычислите: $180 \cdot 1,3(4)$.

 B29

- B30.** Вычислите: $60 \cdot 1,5(6)$.

 B30

- B31.** Вычислите: $297 \cdot 0,(5) \cdot 0,(12)$.

 B31

- B32.** Вычислите: $198 \cdot 0,(2) \cdot 0,(36)$.

 B32

В33. Вычислите сумму геометрической прогрессии:

$$S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots$$

	В33
--	-----

В34. Вычислите сумму геометрической прогрессии:

$$S = 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \dots$$

	В34
--	-----

Часть С

Инструкция для учащихся. Запишите решение с полным его обоснованием.

- С35.** Четыре числа образуют арифметическую прогрессию. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 2, 11, 44, то получим четыре числа, образующих геометрическую прогрессию. Найдите числа, образующие арифметическую прогрессию.
- С36.** Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если к ним прибавить соответственно 2, 5, 7 и 7, то получим четыре числа, образующих арифметическую прогрессию. Найдите числа, образующие геометрическую прогрессию.
- С37.** Сумма утроенного второго и четвертого членов арифметической прогрессии равна 12. При каком значении разности прогрессии произведение третьего и пятого членов прогрессии будет наименьшим?
- С38.** Четвертый член арифметической прогрессии равен 10. При каком значении разности прогрессии сумма квадратов второго и пятого членов этой прогрессии будет наименьшей?

III. УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ ГРУППЫ С

РАЗДЕЛ I

1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

1.1. Преобразования тригонометрических выражений

39. Сгруппируйте слагаемые с суммой аргументов, равной 180° , и примените формулы приведения или формулу суммы косинусов.
40. Примените формулу синуса двойного угла, для этого умножьте выражение на $\frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}$.
41. Сгруппируйте следующим образом $\sin 20^\circ \sin 80^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ$. Примените формулу произведения синусов и раскройте скобки.
42. Выразите $\sin \alpha \cos \alpha$ через $\sin \alpha - \cos \alpha$. Для этого рассмотрите $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2$.
43. Выразите $\sin \alpha \cos \alpha$ через $\sin \alpha + \cos \alpha$. И подставьте в исходное выражение, при этом используя формулу разности кубов.
44. Разделите и числитель и знаменатель дроби на $\cos 2\alpha$. И примените формулу тангенса двойного угла.
45. Из уравнения $4\sin 2\alpha = 15\sin^2 \alpha + 1$ найдите $\operatorname{tg} \alpha$. Разделите и числитель и знаменатель исходной дроби на $\cos \alpha$.
46. В первой скобке дополните до квадрата суммы и используйте основное тригонометрическое тождество. Во второй скобке используйте формулу суммы кубов.

1.2. Тригонометрические функции

43. Используйте определение четной функции, т.е. $y(-x) = y(x)$.

44. Используйте определение нечетной функции, т.е. $y(-x) = -y(x)$.
45. Найдите сначала $f(0) = \cos 0$, затем $f(f(0))$, т.е. $f(1)$. Аналогично со значением функции $g(g(0))$.
46. Найдите сначала $g(0)$. Затем $f(g(0))$, т.е. $f(0)$.
47. Найдите сначала $f(0)$, затем $f(f(0))$, т.е. $f(0)$. И так далее.
48. Используйте свойства четной функции $f(x) = \cos x$, а именно: если $f(x_0) = 0$, то и $f(-x_0) = 0$.
49. Используйте свойства четной функции $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$, а именно: если $f(x_0) = 0$, то и $f(-x_0) = 0$.
50. Уменьшите аргумент каждой из функций, применяя свойства периодичности тригонометрических функций и формулы приведения. То есть получите $-\sin 26^\circ$, $-\cos 26^\circ$, $\operatorname{tg} 26^\circ$, $\operatorname{ctg} 26^\circ$. Далее используйте возрастание (убывание) тригонометрических функций на соответствующих промежутках.
51. Оцените каждое слагаемое, т.е. $\sin 1 < 1$, $-1 < \cos 2 < 0$, $\operatorname{ctg} 3 < -1$, $\operatorname{tg} 4 > 1$.
52. $E(\cos 2006x + \sin 2006x) = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$,
 $E(\sqrt{2}(\cos 2006x + \sin 2006x)) = [0; \sqrt{2}]$.
53. $E\left(\frac{\sqrt{2}(\cos 2006x + \sin 2006x)}{2}\right) = \left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

1.3. Тригонометрические уравнения

53. Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом существует. Уч-

тите, что $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ определен не при всех значениях переменной x .

54. Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом определен. Учтите, что $\operatorname{tg} x$ определен при $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

55. Уравнение можно решить разложением на множители. Получим: $(\sin \pi x + 3)(2 \cos \pi x - 1) = 0$, т.е. $2 \cos \pi x - 1 = 0$. Используйте свойства четной функции $f(x) = 2 \cos \pi x - 1$, а именно: если $f(x_0) = 0$, то и $f(-x_0) = 0$.

56. Уравнение можно решить введением новой переменной.

Получим, что $\sin \pi x = 0,5$. Итак,
$$\begin{cases} x = \frac{1}{6} + 2m, m \in \mathbb{Z}, (1) \\ x = \frac{5}{6} + 2m, m \in \mathbb{Z}. (2) \end{cases}$$
 Из

(1) серии решений получим $\frac{1}{6} + 2\frac{1}{6} + \dots + 18\frac{1}{6}$. Из (2) серии

решений получим $\frac{5}{6} + 2\frac{5}{6} + \dots + 18\frac{5}{6}$. Суммируем решения,

используя формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

$$57. \quad \cos^2 x + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos^2 x + 0,5 \cos x \sin x = 0; \\ \cos x < 0, \\ \cos^2 x - 0,5 \cos x \sin x = 0. \end{cases}$$

$$58. \quad \cos^2 x - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos^2 x - 0,5 \cos x \sin x = 0; \\ \cos x < 0, \\ \cos^2 x + 0,5 \cos x \sin x = 0. \end{cases}$$

59. Уравнение равносильно системе
$$\begin{cases} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = -1, \\ \sin 2x = -1. \end{cases}$$
60. Используйте формулу понижения степени для $\cos^2 2x$.
Уравнение равносильно системе
$$\begin{cases} \cos 4x = -1, \\ \sin 3x = -1. \end{cases}$$
61. Рассмотрите уравнение как квадратное относительно $\sin x$ и используйте неотрицательность дискриминанта.
62. Уравнение можно решить введением новой переменной.
Пусть $\sin x + \cos x = a$, тогда $\sin x \cdot \cos x = \frac{a^2 - 1}{2}$.
63. Используя свойство ограниченности функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и основное тригонометрическое тождество, получите, что уравнение равносильно системе
$$\begin{cases} \cos^3 x = \cos^2 x, \\ \sin^4 x = \sin^2 x. \end{cases}$$
64. Так как $\cos^4 x = -1 - \sin^3 x \geq 0$, то $\sin^3 x \leq -1$. Поэтому $\sin x = -1$.
65. Рассмотрите уравнение как квадратное относительно $\cos x$ и используйте, что $-1 \leq \cos x \leq 1$.
66. Рассмотрите уравнение как квадратное относительно $\cos^2 x$ и используйте, что $0 \leq \cos^2 x \leq 1$.
67. Рассмотрите функцию $f(t) = t^2 - ta$, где $-1 \leq t \leq 1$. Изобразите соответствующую параболу. Чтобы уравнение имело хотя бы одно решение, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:
$$\begin{cases} f(-1) \geq 0, \\ f(1) \leq 0. \end{cases}$$
68. Рассмотрите функцию $f(t) = t^2 - 6t + a$, где $0 \leq t \leq 1$. Изобразите соответствующую параболу. Чтобы уравнение не имело решений, необходимо и достаточно выполнение

следующих условий:

$$\begin{cases} D = 36 - 4a < 0, \\ f(1) > 0, \\ \begin{cases} f(0) < 0, \\ f(0) > 0. \end{cases} \end{cases}$$

69. Выделите в левой части уравнения квадрат разности $(x - y)^2$.

2. АЛГЕБРА

2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

61. Используйте формулу разности квадратов.
62. Используйте формулу разности квадратов.
63. Возведите исходное выражение в квадрат.
64. Раскройте скобки и сравните полученное выражение с выражением под знаком арифметического квадратного корня.
65. Возведите первое слагаемое в квадрат и сравните полученное выражение с выражением под знаком арифметического квадратного корня.
66. Рассмотрите выражение $(\sqrt{3} + 1)^3$.
67. Рассмотрите выражение $(3 - \sqrt{2})^3$.
68. Введите новую переменную $a = \sqrt{x - 9}$, тогда исходное выражение будет иметь вид $50(|a - 3| - |a + 3|)$.

69. Введите новую переменную $a = \sqrt{x-4}$, тогда исходное выражение будет иметь вид $(|a-2| - |a+2|)$.
70. Получите, что выражение под корнем равно $|x-1|$ и разложите $x^2 + 2x - 3$ на множители.
71. Рассмотрите разность $A = \sqrt{2004} - \sqrt{2005}$, $B = \sqrt{2006} - \sqrt{2007}$. Умножьте A и B на сопряженные к ним выражения и сравните знаменатели получившихся дробей.
72. Упростите выражение $|8\sqrt{3} - 14|$. Рассмотрите числитель дроби и покажите, что он равен $-2\sqrt{6}$.
73. Выделите выражение вида $(a+b)^4$.

2.2. Иррациональные уравнения

50. Функция в левой части уравнения является возрастающей на отрезке $\left[\frac{15}{17}; +\infty\right)$. Поэтому уравнение имеет не более одного решения.
51. Функция $f(x) = \sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2}$ является возрастающей на отрезке $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. Поэтому уравнение $f(x) = 5$ имеет не более одного решения.
52. Функция $f(x) = \sqrt{129-x}$ является убывающей на отрезке $(-\infty; 129]$, а $g(x) = 3x - 13$ возрастает на всей числовой прямой, поэтому уравнение $f(x) = g(x)$ имеет не более одного решения.
53. Рассмотрите область определения уравнения.
54. Рассмотрите область определения уравнения.

55. Область определения уравнения состоит из одного числа $x = -3$.
56. $\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 1 = (x - 1)^2, \\ x - 1 \geq 0. \end{cases}$
57. Выделите в левой части уравнения квадрат суммы $(x + 5)^2$.
58. Выделите в левой части уравнения квадрат суммы $(x + 6)^2$.
59. Пусть $y = \sqrt{x - 4}$, $y \geq 0$, тогда исходное уравнение имеет вид $\sqrt{y^2 - 2y + 1} - \sqrt{y^2 - 6y + 9} = 2$,
 $\sqrt{(y - 1)^2} - \sqrt{(y - 3)^2} = 2$, $|y - 1| - |y - 3| = 2$.
60. Введите новую переменную $a = \sqrt{2x - 5}$ и упростите левую часть уравнения.
61. Рассмотрите первое уравнение системы. Получите, что $x - y + 5 = 9$. Выразите y через x или x через y и подставьте во второе уравнение.
62. Рассмотрите первое уравнение системы. Получите, что $x + 3y + 1 = 4$. Выразите x через y или y через x и подставьте во второе уравнение.
63. Введите новые переменные $a = \sqrt[4]{1 - x}$, $b = \sqrt[4]{x + 15}$ и решите систему $\begin{cases} a + b = 2, \\ a^4 + b^4 = 16, \\ a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$
64. Оцените левую и правую часть уравнения. Получите, что уравнение равносильно системе $\begin{cases} x^2 + 4x + 8 = 4, \\ x^2 - 4 = 0. \end{cases}$

$$65. \quad \text{Уравнение равносильно совокупности} \quad \begin{cases} x = -2006, \\ x \geq a; \\ x = a. \end{cases}$$

$$66. \quad \text{Уравнение равносильно совокупности} \quad \begin{cases} x = a, \\ x \geq 2006; \\ x = 2006. \end{cases}$$

$$67. \quad \text{Уравнение равносильно совокупности} \quad \begin{cases} \begin{cases} x = -1, \\ x = -3, \end{cases} \\ x \geq a; \\ x = a. \end{cases}$$

$$68. \quad \text{Уравнение равносильно совокупности} \quad \begin{cases} x = a \\ \begin{cases} x \leq 1, \\ x \geq 3; \end{cases} \\ x = 1, x = 3. \end{cases}$$

$$69. \quad \sqrt{x-a} = x+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0, \\ x-a = (x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4, \\ x^2 + 7x + 16 + a = 0. \end{cases}$$

Уравнение имеет единственное решение, если

1. $D = 0$ и $x_1 = x_2 \geq -4$.

2. $D > 0$ и один из корней меньше -4 , а другой больше -4 , т.е., как говорят, -4 разделяет корни.

$$70. \quad \sqrt{x+2a} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x+2a = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 - 7x + 9 - 2a = 0. \end{cases}$$

Уравнение имеет единственное решение, если

1. $D = 0$ и $x_1 = x_2 \geq 3$.

2. $D = 0$ и 3 разделяет корни.

2.3. Преобразование логарифмических выражений

44. Выразите через a значение $\log_3 2$ и выразите через этот логарифм данное выражение. Для этого преобразуйте логарифм частного.

45. См. указание к предыдущему заданию.
46. Разложите 14 на множители 7 и 2.
47. Разложите 18 на множители.
48. Приведите к общему знаменателю выражения в круглых скобках. При извлечении квадратного корня из квадрата логарифмического выражения не забудьте оставить модуль. Определите знак выражения под модулем и раскройте модуль, используя его определение.
49. См. указание к предыдущему заданию.
50. Перейдите к одному основанию в логарифмическом выражении во внутренних скобках. Используйте формулу $\sqrt{a^2} = |a|$. Не забудьте раскрыть модуль с учетом знака выражения, стоящего под модулем.
51. См. указание к предыдущему заданию.

2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

38. Сумма двух неотрицательных выражений равна нулю, если каждое из выражений равно нулю. Проще первое выражение приравнять нулю, решить соответствующее уравнение, а его корни подставить во второе выражение для проверки.
39. См. указание к предыдущему заданию.
40. См. указание к заданию № 40.
41. См. указание к заданию № 40.
42. См. указание к заданию № 40.
43. Схема равносильных преобразований для решения данного уравнения следующая:

$$\log_{f(x)} g(x) = c \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = f^c(x), \\ f(x) > 0, \\ f(x) \neq 1. \end{cases}$$

44. Разложите на множители выражения под логарифмами. С учетом ООУ отберите корни уравнения.
45. Данное неравенство равносильно совокупности двух систем. Каждая из двух систем характеризует один из возможных случаев для основания логарифма: $x - 1 > 1$ или $0 < x - 1 < 1$.
46. См. указание к предыдущему заданию.
47. Оцените основание логарифма, тогда сможете выбрать схему равносильных преобразований.
48. Перейдите к одному основанию логарифма (например, к основанию 10) и с помощью введения новых переменных сведите систему к алгебраической системе с двумя неизвестными.
49. Оцените основание логарифма. Покажите, что основание меньше 1 при любых значениях a .
50. Оцените основание логарифма. Покажите, что основание больше 1 при любых значениях a .

2.5. Показательные уравнения и неравенства

44. *1 способ.* Решите уравнение относительно новой переменной $y = 2006^x$, $y > 0$. Рассмотрите два случая: дискриминант полученного квадратного уравнения равен нулю, а корень квадратного уравнения положительный и дискриминант больше нуля, но только один корень квадратного уравнения положительный. *2 способ.* Рассмотрите функцию $f(t) = t^2 - 4t + m^2 - 3m$, где $t = 2006^x > 0$. Уравнение имеет единственный корень, если $f(0) < 0$.
45. См. указание к решению предыдущего задания.
46. Выражение в левой части уравнения разложите на множители и рассмотрите возможные значения параметра a : 1) $a < 0$; 2) $a = 0$; 3) $a > 0$.

47. Сравните числа $\sqrt{3}$ и $\log_3 4$.
48. Сравните числа $\sqrt{5}$ и $\log_3 7$.
49. Рассмотрите первое уравнение системы и введите новую переменную $t = 2^{2x-y}$, $t > 0$. Не забудьте отбросить посторонние корни. Обратите внимание на ОДЗ дробно-рационального выражения.
50. Рассмотрите первое уравнение системы и введите новую переменную $t = 2^{3x+y}$, $t > 0$. Не забудьте отбросить посторонние корни. Обратите внимание на ОДЗ дробно-рационального выражения.
51. Решите второе неравенство. Получите, что 1) $x > 4$ или 2) $x < -4$. В первом случае первое неравенство равносильно неравенству $2^{x^2} + x^2 < 2$, которое не имеет решений при $x > 4$, так как $2^{x^2} > 2^4 = 16$. Во втором случае первое неравенство равносильно неравенству $2^{x^2} + x^2 > 2$.
52. Воспользуйтесь заменой переменных:
- $$\sqrt{5+\sqrt{24}} = \frac{5^2 - 24}{\sqrt{5-\sqrt{24}}} = \frac{1}{\sqrt{5-\sqrt{24}}}.$$
53. Перейдите к одному основанию и решите иррациональное неравенство с учетом того, что $\sqrt{x+1} > 0$ для $x \geq 0$.
54. Рассмотрите функцию $f(x) = 5x + 4 \cdot 3^{x+1}$. Функция является возрастающей и $f(3) = 449$.

3. Элементы математического анализа

3.1. Производная функции

70. Так как точка M не принадлежит графику функции, то запишите уравнение касательной в общем виде и подставьте координаты точки $M(-1; 0)$. Получите, что $x_0 = 0$.

71. Так как точка P не принадлежит графику функции, то запишите уравнение касательной в общем виде и подставьте координаты точки $M(2; 0)$. Получите, что $x_0 = 0$.
72. Для того чтобы прямая $y = bx$ была касательной к параболе $f(x) = x^2 - 2x + 4$ в точке с абсциссой x_0 , необходимо и достаточно, чтобы: 1) значения обеих функций при $x = x_0$ совпадали; 2) угловой коэффициент прямой $y = bx$ (b) был равен значению производной функции $f(x) = x^2 - 2x + 4$ в точке x_0 . Решим систему:
- $$\begin{cases} bx_0 = x_0^2 - 2x_0 + 4, \\ b = 2x_0 - 2. \end{cases}$$
73. Необходимо и достаточно выполнение двух условий:
1) $f'(x_0) = -10$, 2) $y(x_0) = f(x_0)$.
74. Постройте схематично график функции $y = \frac{x^3}{3} + x^2$. Рассмотрите прямые $y = a$, параллельные или совпадающие с осью OX .
75. Постройте схематично график функции $y = x^3 - 3x^2$. Рассмотрите прямые $y = a$, параллельные или совпадающие с осью OX .
76. Пусть x высота, т.е. длина бокового ребра параллелепипеда. Тогда стороны его основания равны x и $\frac{32}{x^2}$, а периметр основания $P = 2\left(x + \frac{32}{x^2}\right)$. Исходя из смысла задачи переменная x принимает только положительные значения. Исследуйте функцию $P(x) = 2\left(x + \frac{32}{x^2}\right)$ на наименьшее значение при $x \in (0; +\infty)$. Для этого найдите производную функции и исследуйте ее знак на промежутке $(0; +\infty)$.
77. Пусть x сторона квадратного основания бассейна. Тогда его высота равна $\frac{32}{x^2}$. Исследуйте функцию $P(x) = x^2 + \frac{128}{x^2}$ на наименьшее значение при $x \in (0; +\infty)$.

78. Пусть x высота, т.е. длина бокового ребра параллелепипеда. Тогда стороны его основания равны x и $\frac{4}{x^2}$, а периметр основания $P = 2(x + \frac{4}{x^2})$. Исследуйте функцию $P(x) = 2(x + \frac{4}{x^2})$ на наименьшее значение при $x \in (0; +\infty)$.
79. $f'(x) < 0$ для любого $x \in R$.
80. $D(h) = [-14; 6]$. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $h(x)$ на этом отрезке.
81. Пусть $t = \sqrt{4\cos+5}$, тогда $1 \leq t \leq 3$. Тогда $g(t) = t^2 - 4t - 5$. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $g(t)$ на отрезке $[1; 3]$.
82. Функция $g(x)$ убывает на $D(g) = [2; 3]$.

3.2. Первообразная функции

24. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть $f(x) = 2x^2 + 3x$ и $g(x) = 5$, тогда площадь фигуры можно найти по формуле $S = \int_{-2,5}^1 (g(x) - f(x)) dx$.
25. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть $f(x) = 2x^2 - 3x$ и $g(x) = -1$, тогда площадь фигуры можно найти по формуле $S = \int_{0,5}^1 (g(x) - f(x)) dx$.
26. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть $f(x) = x^2 - 6x + 5$ и $g(x) = 5 - 2x - x^2$, тогда площадь фигуры можно найти по формуле $S = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx$.
27. Первообразная имеет вид $F(x) = (x-1)^2$. Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного

треугольника и соответствующей криволинейной трапеции.

28. Уравнение касательной $y = -\frac{2}{5}x + 2\frac{3}{5}$. Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и криволинейной трапеции.

29. Уравнение касательной $y = \frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}$. Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и криволинейной трапеции.

30. Первообразная имеет вид $F(x) = -x^3 - x^2 + 16x + 16$. Решите уравнение $F(x) = 0$ с помощью группировки.

31. Первообразная $f(x)$ имеет вид $F(x) = \sin x + \cos x - 1$. Для решения уравнения $F(x) = 0$ используйте вспомогательный угол.

32. Первообразная $f(x)$ имеет вид $F(x) = \sin 2x + \cos x$. Для решения уравнение $F(x) = 0$ можно решить разложением на множители.

33. $y = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 4 - x^2 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Получаем, что

графиком функции является полуокружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом, равным 2, расположенная в верхней полуплоскости.

34. Графиком функции $y = \sqrt{8x - x^2 - 12}$ является полуокружность с центром в точке $(4; 0)$ и радиусом, равным 2, расположенная в верхней полуплоскости.

35. Так как по определению $F'(x) = f(x)$, а функция $f(x)$ принимает только отрицательные значения на R , то $F(x)$ убывает на R .

36. Представьте формулу, задающую функцию $f(x)$, в следующем виде:

$$f(x) = (x-1)(x+3)^{32} = (x+3-4)(x+3)^{32} = (x+3)^{33} - 4(x+3)^{32}.$$

37. Представьте формулу, задающую функцию $f(x)$, в следующем виде: $f(x) = (x+5)(x-7)^{2005} =$
 $= (x-7+12)(x-7)^{2005} = (x-7)^{2006} + 12(x-7)^{2005}.$

4. ГЕОМЕТРИЯ

4.2. Стереометрия

59. Докажите, что центр сферы принадлежит высоте и длины отрезков касательных, проведенных из каждой вершины к сфере, равны 1. А затем используйте подобие треугольников.
60. Докажите, что центр шара принадлежит прямой, перпендикулярной плоскости основания и проходящей через центр окружности, описанной около основания.
61. Сечением является равнобедренный треугольник, площадь которого зависит от длины высоты, опущенной на боковую сторону. Задача сводится к нахождению расстояния между скрещивающимися прямыми.
62. Используйте следующую формулу объема пирамиды $V_{AMLC} = \frac{1}{3} S_{CML} \cdot h$. Докажите, что $h=AM$. Выразите S_{CLM} через S_{CDB} и получите, что $S'_{CLM} = \frac{CL \cdot DM}{CD \cdot BD} \cdot S_{CDB}$.
 Окончательно: $h = 2\sqrt{2}$, а $S_{CLM} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

РАЗДЕЛ II

1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

61. Перенесите все слагаемые в левую часть неравенства и вынесите общий множитель $\sqrt{20+x-x^2}$. Исходное не-

равенство будет равносильно неравенству

$$\frac{\sqrt{20+x-x^2} \cdot (-x+3)}{(2x-3) \cdot (x-6)} \leq 0.$$

62. Разложите числитель на множители и получите $(x+1)^3(x-1)(x-2)^2$.

63. Неравенство равносильно неравенству

$$\frac{\sqrt{x^2-1}(x+6)(x-3)(2x-1)^2}{(x-2)(x-3)} \leq 0.$$

64. Сведите решение рационального неравенства к решению квадратного: $\frac{x-2a-1}{x-a} < 0 \Leftrightarrow (x-2a-1)(x-a) < 0$. Сравните

$2a+1$ и a . Возможны 3 случая:

1) $2a+1 > a$; 2) $2a+1 = a$; 3) $2a+1 < a$.

65. Сведите решение рационального неравенства к решению

квадратного: $\frac{x-2a-4}{x+3a-2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2a-4)(x+3a-2) \leq 0 \\ x \neq 2-3a \end{cases}$

Сравните $2a+4$ и $2-3a$. Возможны 3 случая:

1) $2a+4 = 2-3a$; 2) $2a+4 > 2-3a$; 3) $2a+4 < 2-3a$.

66. Неравенство равносильно системе $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

67. Неравенство равносильно неравенству $x^2 - 9 < 0$.

68. Неравенство равносильно системе $\begin{cases} x^2 - 9 \leq 0, \\ x > 0. \end{cases}$

69. Неравенство равносильно системе $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ -1 \leq x \leq 1. \end{cases}$

70. Неравенство равносильно системе $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ x \geq 0. \end{cases}$

71. Решите неравенство методом интервалов. Получите, что $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 3)$ и выберите натуральные решения.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

78. Решите систему
$$\begin{cases} 9,6 + 0,2x - x^2 \geq 0, \\ \sin x \neq 0. \end{cases}$$
79. Решите систему
$$\begin{cases} 6,4 - 2,4x - x^2 \geq 0, \\ \cos x \neq 0. \end{cases}$$
80. Найдите множество значений функции $y = \sin x + 5$. Затем используйте убывание функции $\log_{0,5} t$ на $D(\log_{0,5} t)$.
81. При $x \geq 0$ $y = \log_3 3$, при $-1,5 < x < 0$ $y = \log_{0,5}(2x + 3)$.
82. Найдите множество значений показателя степени, а затем самой функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{3 - \sin x}}$, учитывая, что функция $y = (0,5)^x$ — непрерывная и убывающая на $D(y)$.
83. 1 способ. График функции $y = x^2 + (a - 2)x + 0,25$ — парабола — должна лежать выше оси OX или касаться ее. Поэтому достаточно найти ординату вершины параболы и решить неравенство $y_v \geq 0$. 2 способ. Для того чтобы парабола лежала выше оси OX или касалась ее, достаточно, чтобы дискриминант соответствующего уравнения был меньше или равен нулю.
84. $f(3) = 30$ и функция $f(x) = x + 3^x$ возрастает на всей числовой прямой.
85. $f(2) = -3$ и функция $f(x) = -x + \log_{0,5} x$ убывает на промежутке $(0; +\infty)$.

86. Область определения задается системой неравенств $\begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 - 4x - a \leq 0 \end{cases}$. Квадратный трехчлен во втором неравенстве задает параболу с вершиной $x_0 = 2$ и направленную ветвями вверх. Для того чтобы система имела единственное решение, достаточно, чтобы парабола пересекала ось OX в точке 3.
87. См. указание к решению задания № 86.

4. ПРОГРЕССИИ

35. Пусть члены геометрической прогрессии имеют вид $b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3$. Используйте характеристическое свойство арифметической прогрессии и получите систему уравнений:
- $$\begin{cases} 2(b_1q - 2) = b_1 - 1 + b_1q^2 - 11, \\ 2(b_1q^2 - 11) = b_1q - 2 + b_1q^3 - 44. \end{cases}$$
- Раскройте скобки, приведите подобные слагаемые и сгруппируйте слагаемые, содержащие b_1 .
36. Пусть члены геометрической прогрессии имеют вид $b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3$. Используйте характеристическое свойство арифметической прогрессии и получите систему уравнений:
- $$\begin{cases} 2(b_1q + 5) = b_1 + 2 + b_1q^2 + 7, \\ 2(b_1q^2 + 7) = b_1q + 5 + b_1q^3 + 7. \end{cases}$$
- Раскройте скобки, приведите подобные слагаемые и сгруппируйте слагаемые, содержащие b_1 .
37. Из первого условия получите: $a_1 = 3 - 1,5d$. Исследуйте квадратичную функцию $f(d) = (3 + 0,5d)(3 + 2,5d)$ на наименьшее значение. Для этого найдите координаты вершины параболы.
38. Из первого условия получите: $a_1 = 10 - 3d$. Исследуйте квадратичную функцию $f(d) = (10 - 2d)^2 + (10 + d)^2$ на наименьшее значение. Для этого найдите координаты вершины параболы.

IV. ОТВЕТЫ

РАЗДЕЛ I

1. Тригонометрия

1.1. Преобразования тригонометрических выражений

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	3	4	3	4	3	2	4	1	2
13	13	13	14	16	16	17	18	19	20
1	4	3	2	4	1	3	4	3	3
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	3	1	1	-2	0	2006	0	1	0.8
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
0.6	4	-3	0.5	0.5	-0.75	7	0.5	-1	2
41	42	43	44	45	46				
0,1875	12	39	-2,25	2	1				

1.2. Тригонометрические функции

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	1	3	1	2	3	4	1	2
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	1	4	1	1	1	4	2	4	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	1	4	7	5	-17	-13	0.5	-2	-2
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
3	-2	2	4	4	1	1	3	0	1,5
41	42	43	44	45			46	48	
1	6	1	0	$f(f(0)) > g(g(0))$			1	0	
46	49	50				51	52	53	
0	0	$\cos 2006^\circ, \sin 2006^\circ, \operatorname{tg} 2006^\circ, \operatorname{ctg} 2006^\circ$				$\operatorname{tg} 4, \sin 1, \cos 2, \operatorname{ctg} 3$	$\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$	$\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$	

1.3. Тригонометрические уравнения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	4	1	2	4	2	3	4	3	4
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	3	1	3	1	4	3	4	3
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	3	3	3	1	4	1	2	1	2.5
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
135	-360	30	-120	-60	2	90	3	1	1
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
2	3	0	0	-180	540	45	225	-45	-60
51	52	53	54	55	56				
-3	2	3	810	0	190				

57	58	59	60
$\pm \arctg 2 + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$ $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \arctg 2 + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$ $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$	$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$
61	62	63	64
$\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $-\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2\pi m, m \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$
65	66	67	68
-0,5	0	$\left[-\frac{1}{4}; 1\right]$	6
			$\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Контрольная работа № 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант 1	1	3	4	4	4	2	-5	3	2	$\frac{2\pi}{3}$
Вариант 2	2	3	3	3	4	36	5	1	-4	2

2. Алгебра

2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	3	1	2	4	1	3	2	3
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	1	4	2	1	3	1	3	4	3
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	96	2	-1	17	0	1	2	-12	2013
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
-2000	2	-4	-2	-1	0	0	12	2008	2009
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
25	-5,75	-8,1	0,6	1,5	0,75	5	0,25	10	1,5
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	0,8	-2	-1,5	-90	4	2006	2006	24	-2
61	62	63	64	65	66	67	68	69	
9	16	10	-1	0	1	3	-13	-4	
70		71			72			73	
$\frac{\sqrt{x+1}}{x+3}$		2 ^е выражение больше 1 ^{го}			Да, (-2)			256	

2.2. Иррациональные уравнения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	3	4	4	3	4	2	3	3
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	4	2	1	4	2	-6	1	1	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1,5	-2,5	2	4	-3	4	1	16	1,5	-2
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	1	3	-1	4	2	1	6	1	4
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	1	3	0	2	0	0	2	2	3
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
2	8	Решений нет	2	-3	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	-5	-6	$[13; +\infty)$	1,5
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
(5;1)	(0;1)	-15; 1	-2	при $a < -2006$ $\begin{cases} x = -2006; \\ x = a \end{cases}$ при др. a $x = a$	при $a \geq 2006$ $x = a$, при др. a $x = 2006$	$[-3; -1)$	1; 3	-5	-1

Контрольная работа № 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант 1	3	4	4	2	3	4	2005	-1,25	-2,25	2
Вариант 2	1	3	4	4	4	1	2006	-1,75	-2,25	3

2.3. Преобразования логарифмических выражений

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	2	3	3	4	2	3	1	4	3	2	1	3	3
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	1	4	3	1	3	4	2	3	3	4	1	1	28,5	4
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43		
0,6	0,5	1,5	2	1	16	3	1	1	0	4	0	1		
44	45	46	47	48	49	50	51							
$\frac{5-8a}{6a+3}$	$\frac{8a-5}{6a+3}$	1	-2	$-2\log_4 3$	-2	$\log_3 4 - \log_4 3$	$\log_2 3 - \log_3 2$							

2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
3	1	2	4	4	1	3	2	4	1	4	2	1	3	3	3	3

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
1	1	7	4	1	1	0,1	7	2	1	2	-8	14	1	4	1	-2	32,25
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45								
1	1	-1	2	-3; 0,5	0	Решений нет			2	0,25	(1;2)						
46				47				48			49			50			
$[-3;2) \cup (1;2)$				$(2 - \sqrt{2};1] \cup [3;2 + \sqrt{2})$				(10; 1)			$\left(\frac{5}{3};6,5\right]$			$[-1; + \infty)$			

Контрольная работа № 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант 1	2	2	3	1	3	2	2	1	5	При $a > 0$ $x = -2$, $x = 0$; при $-6 < a \leq 0$ $x = -2$; при $a \leq -6$ решений нет
Вариант 2	1	3	3	4	1	4	-1	2	4	При $a < 0$ $x = 0$, $x = 8$; при $0 \leq a < 40$ $x = 8$; при $a \geq 40$ решений нет

2.5. Показательные уравнения и неравенства

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	3	4	3	2	3	3	2	2	3	2	1	1	1	2	3	4	4	1	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35					
2	2	0	1	3	4	1	2	0,5	0	-1	1	1	0	2					
36	37	38	39	40	41	42	43	44			45			46					
0	-1	-2	-1	-1	1	2	2	[0;3]∪{-1;4}			[0;8]∪{-1;9}			При a<0 x<log ₃ (-a), при a>0 x<log ₃ (a/9)					
47					48					49	50	51	52	53	54				
(-∞; √3) ∪ (log ₃ 4; √3)					(-√5; log ₃ 7) ∪ (√5; +∞)					(0,5;0)		(1;-2)	(-∞, -4)		2;-2	(25; +∞)	2		

Контрольная работа № 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант 1	4	1	2	3	1	0	2	1	1; -1	$\left(0; \frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$
Вариант 2	3	3	3	2	1	2	3	2	2;-2	$(-\infty; 0] \cup \{1,5\}$

3. Элементы математического анализа

3.1. Производная функции

1	2	3	4	5	6				
2	3	2	4	1	4				
7	8	9	10	11	12	13	14	15	
4	4	1	2	2	3	1	2	3	
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
2	1	3	1	2	1	-6	32	-0,5	1
26	27	28	29	30	31	32	33		
1	9	135	-8	-6	-6	7,5	5		
34	35	36	37	38	39	40	41	42	
-1	0,125	4	-4	-6	7	7	-3	2	
43	44	45	46	47	48	49	50		
2	1	4	4	1	1	0	2		
51	52	53	54	55	56	57	58		
3	3	3	18	-18	-14	14	0		
59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
8	6	-2	4	1	3	1	2	5	20
69	70	71	72	73	74	75	76		
-5	30°	1	-6; 2	-5	$\left(0; \frac{4}{3}\right)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	12		
77	78	79	80	81	82				
32	6	$(-\infty; +\infty)$	$[2\sqrt{5}; 10]$	$[-9; -8]$	$[-3\sqrt{5}; 2]$				

3.2. Первообразная функции

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	4	2	1	2	2	1	1	0,25
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	32	4	3	0,2	12	16	32	10	9
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4,5	9	6	$14\frac{7}{24}$	$\frac{1}{24}$	$2\frac{2}{3}$	4	$10\frac{5}{12}$	4,5	16
31	32	33	34	35	36	37			
2π	$\frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$	2π	π	$F(1) > F(2)$	$\frac{(x+3)^{32}}{34} - 4\frac{(x+3)^{33}}{33} + C, C \in \mathbb{R}$	$\frac{(x-7)^{2007}}{2007} + \frac{6(x-7)^{2006}}{1003}$			

2.11. Контрольная работа № 5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант 1	4	2	2	3	3	2	2	-2	36	45
Вариант 2	4	2	4	2	2	3	2	64	32	45

4. Геометрия

4.1. Планиметрия

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	1	1	3	2	1	3	4	1
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	2	4	2	2	2	2	4	3	1
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	2	2	3	4	2	4	4	3	-4
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
-9	4	7	12	8	-5	2	15	10	10,625
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
8,125	5	13	16	9	20	120	30	4	13
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
510	12	4	28	170	24	12	25	15	9
61	62	63							
6,5	2,2	60							

4.2. Стереометрия

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2	4	4	1	2	2	3	2	1	1		
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
2	3	2	3	4	3	1	4	1	4		
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
2	4	1,5	41,25	1200	3	45	3	12	48		
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40		
2	12	0,2	13	3	28	28	1000	216	16		
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50		
1	10	204	4	6	45	4	4	240	140		
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62
8	42	3	10	16	4	4	1,5	$\frac{10}{7}$	2	$4\sqrt{66}$	$\frac{8\sqrt{2}}{3}$

РАЗДЕЛ II

1. Рациональные неравенства

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	3	2	4	1	2	3	1	3	2
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	1	1	4	1	2	2	4	3	3
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	1	4	2	4	3	2	1	4	1
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
2	4	3	4	7	-1	0	1	5	-1
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
2	-0,5	-6	2	6	0	0	2	3	6
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
0	6	7	3	2	3	12	8	6	$\{-4;5\},$ $[-3;1,5)$
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
$(-7;-1],$ $\{2\}$	$[-6;-1],$ $[1;2)$	$(0,5;1)$	$(-\infty;-1,5],$ $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$	4	5	3	3	3	2

2. Исследование функций элементарными методами

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	3	2	4	2	1	2	3	3	1	1	2	3	4	3	2	3	4	1	3
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
2	2	4	1	2	1	2	1	2	3	2	3	1	1	4	2	1	1	3	2
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	
3	4	1	3	3	2	4	1	3	4	2	3	1	2	15	-14	8	2	2	
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77		
1,25	15	5	2	-2	9	3	-2	17	3	-2	1,5	0	1	-3	2	3	5		
79							78						80			81	82		
$\left[-4;-\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2};1,6\right]$							$[-3;0)\cup(0;\pi)\cup(\pi;3,2]$						$[\log_{0,5}6;-2]$			$(-\infty;1]$	$\left[\frac{1}{64};\frac{1}{8}\right]$		
83				84				85				86				87			
$[1;3]$				$(3;+\infty)$				$(0;2]$				$a=-3$				$a=-8$			

3. Текстовые задачи

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	4	1	3	2	1	2	2	3
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	3	15	6	12 и 15	6	36	12	100	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
720	54	60,9	5000	200	660	16	32	9,2	600
31	32	33	34						
12	306,04	12 500	10,25						

4. Прогрессии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	3	1	4	1	1	3	2	4	2
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	4	4	2	3	3	1	2	-35	53
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
5	18	18	16	24	-64	244	129	242	94
31	32	33	34	35	36	37	38		
20	16	1,25	1,2	1,4,7,10	1,2,4,8	-3,6	2		

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.	3
I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11-е классы)	5
1. ТРИГОНОМЕТРИЯ.	5
1.1. Преобразования тригонометрических выражений . . .	5
1.2. Тригонометрические функции	12
1.3. Тригонометрические уравнения	19
<i>Контрольная работа № 1</i>	<i>31</i>
2. АЛГЕБРА	36
2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений	36
2.2. Иррациональные уравнения	47
<i>Контрольная работа № 2</i>	<i>56</i>
2.3. Преобразования логарифмических выражений	60
2.4. Логарифмические уравнения и неравенства	68
<i>Контрольная работа № 3</i>	<i>74</i>
2.5. Показательные уравнения и неравенства	78
<i>Контрольная работа № 4</i>	<i>86</i>
3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.	90
3.1. Производная функции.	90
3.2. Первообразная функции	104
<i>Контрольная работа № 5</i>	<i>110</i>
4. ГЕОМЕТРИЯ	116
4.1. Планиметрия	116
4.2. Стереометрия	127
II. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ (5—11-е классы)	141
1. Рациональные неравенства	141
2. Исследование функций элементарными методами.	152
3. Текстовые задачи	169
4. Прогрессии	175
III. УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ ГРУППЫ С	181
IV. ОТВЕТЫ	199

Учебное издание

Кочагин Вадим Витальевич
Кочагина Мария Николаевна

ЕГЭ 2009

МАТЕМАТИКА

Сборник заданий

Директор редакции *И. Федосова*
Ответственный редактор *А. Жилинская*
Художественный редактор *Е. Брынчик*
Верстка *А. Деева, О. Валиулина*
Корректор *Л. Макарова*

ООО «Издательство «Эксмо»
127299, Москва, ул. Клары Цеткин, д. 18/5. Тел. 411-68-86, 956-39-21.
Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru

Оптовая торговля книгами «Эксмо»:
ООО «ТД «Эксмо». 142702, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное,
Белокаменное ш., д. 1, многоканальный тел. 411-50-74.
E-mail: reception@eksmo-sale.ru

По вопросам приобретения книг «Эксмо» зарубежными оптовыми покупателями обращаться в ООО «Дип покет» E-mail: foreignseller@eksmo-sale.ru

International Sales: International wholesale customers should contact «Deep Pocket»
Pvt. Ltd. for their orders. foreignseller@eksmo-sale.ru

По вопросам заказа книг корпоративным клиентам, в том числе в специальном оформлении, обращаться по тел. 411-68-59 доб. 2115, 2117, 2118.
E-mail: vipzakaz@eksmo.ru

Оптовая торговля бумажно-беловыми и канцелярскими товарами для школы и офиса «Канц-Эксмо»: Компания «Канц-Эксмо»: 142700, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное-2, Белокаменное ш., д. 1, в/я 5. Тел./факс +7 (495) 745-28-87 (многоканальный). e-mail: kanc@eksmo-sale.ru, сайт: www.kanc-eksmo.ru

Полный ассортимент книг издательства «Эксмо» для оптовых покупателей:

В Санкт-Петербурге: ООО СЗКО, пр-т Обуховской Обороны, д. 84Е.
Тел. (812) 365-46-03/04. **В Нижнем Новгороде:** ООО ТД «Эксмо НН», ул. Маршала Воронова, д. 3. Тел. (8312) 72-36-70. **В Казани:** ООО «НКП Казань», ул. Фрезерная, д. 5. Тел. (843) 570-40-45/46. **В Самаре:** ООО «РДЦ-Самара», пр-т Кирова, д. 75/1, литер «Е». Тел. (846) 269-66-70. **В Ростове-на-Дону:** ООО «РДЦ-Ростов», пр. Стачки, 243А. Тел. (863) 220-19-34. **В Екатеринбурге:** ООО «РДЦ-Екатеринбург», ул. Прибалтийская, д. 24а. Тел. (343) 378-49-45. **В Киеве:** ООО «РДЦ Эксмо-Украина», ул. Луговая, д. 9. Тел./факс (044) 501-91-19. **Во Львове:** ТП ООО «Эксмо-Запад», ул. Бузкова, д. 2. Тел./факс: (032) 245-00-19. **В Симферополе:** ООО «Эксмо-Крым», ул. Киевская, д. 153. Тел./факс (0652) 22-90-03, 54-32-99. **В Казахстане:** ТОО «РДЦ-Алматы», ул. Домбровского, д. 3а. Тел./факс (727) 251-59-90/91. gm.eksmo_almaty@arna.kz

Подписано в печать 18.02.2009.

Формат 60х90^{1/16}. Печать офсетная. Бумага тип. Усл. печ. л. 13,0.

Доп. тираж 5000 экз. Заказ № 156.

Отпечатано в ГП ПО «Псковская областная типография».

180004, г. Псков, ул. Ротная, 34.