

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

# ЕДИННЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

# 2015



ФИПИ



ИНТЕЛЛЕКТ-ЦЕНТР

## МАТЕМАТИКА

ОПТИМАЛЬНЫЙ  
БАНК ЗАДАНИЙ  
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К

# ЕГЭ

РУССКИЙ ЯЗЫК

**МАТЕМАТИКА**

ФИЗИКА

ХИМИЯ

БИОЛОГИЯ

ГЕОГРАФИЯ

ИСТОРИЯ

ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

ЛИТЕРАТУРА

ИНФОРМАТИКА

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

ФРАНЦУЗСКИЙ ЯЗЫК

**ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ  
МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО  
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**А. В. Семенов, А. С. Трепалин, И. В. Яценко, П. И. Захаров**

**ОПТИМАЛЬНЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ  
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ**

**ЕДИНЫЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКЗАМЕН  
2015**

# **МАТЕМАТИКА**



Москва  
«Интеллект-Центр»  
2015

Под общей редакцией директора Центра педагогического мастерства,  
заведующего кафедрой математики Московского института открытого образования  
Ященко И. В.

Для создания пособия Федеральным институтом педагогических измерений авторам  
предоставлено право использования ресурсов открытого банка заданий.

В сборнике использованы задачи открытого банка математических заданий, предложенные  
И. Р. Высоцким, Д. Д. Гущиным, П. И. Захаровым, М. А. Посицельской, С. Е. Посицельским,  
А. В. Семеновым, В. А. Смирновым, А. С. Трепалиным, С. А. Шестаковым, Д. Э. Шнолем,  
И. В. Ященко

**Семенов А. В.**

О60 Оптимальный банк заданий для подготовки к ЕГЭ. Единый государственный экзамен 2015.  
Математика. Учебное пособие. / А. В. Семенов, А. С. Трепалин, И. В. Ященко,  
П. И. Захаров; под ред. И. В. Ященко; Московский Центр непрерывного математического  
образования. — М.: Интеллект-Центр, 2015. — 88 с.

ISBN 978-5-00026-088-3

Сборник содержит более 600 заданий с кратким ответом и 70 заданий повышенной сложности  
Единого государственного экзамена по математике. Задания сгруппированы по темам: алгебра,  
геометрия, практико-ориентированные задачи, начала анализа. Ко всем заданиям приведены  
ответы.

Книга позволит не только подготовиться к выполнению экзаменационной работы ЕГЭ, но и за-  
крепить знания школьного курса математики в процессе обучения. Пособие будет полезно  
учащимся старших классов, их родителям, учителям, методистам.

*Издание прошло экспертизу Федерального института педагогических измерений.*

УДК 373.167.1:51(075.3)

ББК 22.1я721

Ответственный за выпуск  
исполнительный директор *О. С. Ильясов*

Редактор *Д. П. Локтионов*  
Художественный редактор *Е. Ю. Воробьева*  
Компьютерная верстка и макет: *Ю. А. Погодина*

Подписано в печать 30.07.2014 г. Формат 60х84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,0. Тираж 30 000 экз. Заказ № 1406770.

Издательство «Интеллект-Центр»  
125445, Москва, ул. Смольная, д. 24, оф. 712

Отпечатано в полном соответствии с качеством  
предоставленного электронного оригинал-макета  
в ОАО «Ярославский полиграфический комбинат».  
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97

**arvato**  
BERTELSMANN

ISBN 978-5-00026-088-3

© «Интеллект-Центр», 2015  
© МЦНМО, 2014

## ВВЕДЕНИЕ

Содержание заданий с кратким ответом контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена в 2015 году не будет принципиально отличаться от содержания вариантов 2014 года. С окончательной структурой варианта можно ознакомиться на сайте Федерального института педагогических измерений ([www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)) в разделе «ЕГЭ: демоверсии, спецификации, кодификаторы». В рамках спецификации продолжается расширение тематики задач, особенно это касается геометрической части экзамена, а также заданий по началам математического анализа. Указанные изменения нашли свое отражение в книге, которую вы держите в руках.

В контрольных измерительных материалах задания с кратким ответом проверяют уровень освоения ФГОС на базовом и повышенном уровнях. В первой части задания с кратким ответом даются на базовом уровне сложности, а во второй части задания с кратким ответом даются уже на повышенном уровне сложности. Основной акцент в большей части таких заданий сделан на проверку освоения математических компетенций (в первую очередь на применение математических знаний к решению практических задач). Ответом ко всем заданиям с кратким ответом должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Эти ответы нужно записывать в Бланке ответов №1 в соответствии с прилагаемой инструкцией заполнения бланка. Особенностью проверки правильности выполнения таких задач является проверка только ответов (решения не проверяются). Все задания с кратким ответом берутся из открытого банка заданий ЕГЭ Федерального института педагогических измерений. Большой банк математических задач, из которого формируется банк ФИПИ, содержится на сайте [www.mathege.ru](http://www.mathege.ru).

Вторая часть варианта экзамена по математике содержит задания повышенного и высокого уровней сложности и предназначена прежде всего для дифференциации по уровню подготовки будущих абитуриентов. Задания с кратким ответом второй части проверяют профильный уровень математической подготовки. Задания с развернутым ответом проверяют уровень освоения ФГОС на повышенном уровне. Все решения заданий с развернутым ответом должны быть записаны в Бланке ответов №2 (дополнительном бланке ответов №2). Обоснованность и полноту решения этих заданий устанавливают эксперты и выставляют баллы в соответствии с Критериями оценивания заданий с развернутым ответом (демонстрационный вариант ЕГЭ по математике на сайте ФИПИ).

С 2010 года варианты единого государственного экзамена по математике формируются с использованием открытого банка заданий. Учебное пособие «Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся» создан на основе Открытого банка заданий по математике. Использование Оптимального банка заданий позволяет выпускникам и учителям заранее знать, что будет на экзамене, осуществлять диагностику проблемных зон, эффективно выстраивать стратегию и тактику итогового повторения и подготовку к экзамену.

Опыт проведения экзамена с использованием открытого банка заданий по математике в 2010–2014 годах показывает, что наименее эффективны, к сожалению, наиболее популярные стратегии подготовки — прорешивать, начиная с сентября месяца, подряд все задания открытого банка (в котором более 50 000 математических заданий) или прорешивать имеющиеся в большом количестве варианты, аналогичные демонстрационному варианту ЕГЭ (либо из опубликованных пособий, либо составленные с использованием открытого банка).

Залог успеха на экзамене — регулярные занятия математикой в течение всего периода обучения в школе, своевременное выявление и ликвидация возникающих (неизбежно!) проблем. Поэтому настоящая книга позволит учителю включать задания, аналогичные заданиям ЕГЭ, в текущий учебный процесс, начиная с 6 класса.

Учителя и учащиеся при организации итогового повторения и подготовки к экзамену с помощью этой книги имеют возможность повторить задания основных тем курсов алгебра, алгебры и начал математического анализ, геометрии, теории вероятностей и статистики.

Авторы пособия много лет анализируют выполнение заданий экзамена и «вынуждены» рекомендовать определенные подготовительные задания, те задания, которые в явном виде и не даются на экзамене, но без правильного выполнения таких простых заданий нельзя получить правильный ответ в более сложных экзаменационных заданиях.

Раздел «Алгебра» включает в себя задания на рациональные, иррациональные, степенные, тригонометрические и логарифмические уравнения и выражения.

В пункт «Рациональные уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, есть и подготовительные задания: линейные уравнения, простейшие дробно-рациональные уравнения, квадратные — это те уравнения, в которых участники экзамена допускают много ошибок. В этом пункте присутствуют задания на вычисление по формулам, традиционные текстовые задачи на совместную работу, движение, проценты, концентрацию растворов и сплавов.

В пункт «Иррациональные уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, но объединяет эти задания наличие радикала (корня). В начале пункта даются задания на преобразование числовых выражений, содержащих корень, в таких вычислениях делается много ошибок участниками экзамена. Авторы рекомендуют при выполнении этих заданий не прибегать к помощи калькулятора, поскольку на экзамене использование калькулятора не предусмотрено. Очень много досадных ошибок допускается в простейших иррациональных уравнениях, поэтому таких уравнений в пособии дается много. Задания на вычисления по формулам, содержащих радикал, также включены в этот пункт.

В пункт «Степенные уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта. В начале пункта дается большое количество заданий на преобразование числовых выражений, содержащих степень. Простейшие показательные уравнения есть в вариантах экзамена, поэтому таких уравнений в пособии дается много. Задания на вычисления по формулам, содержащих степень, также включены в этот пункт.

В пункт «Тригонометрические уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, но объединяет эти задания наличие тригонометрических функций. В начале пункта даются задания на нахождение по одной тригонометрической функции других тригонометрических функций, в пособии дается очень большое количество заданий на преобразование тригонометрических выражений с использованием основного тригонометрического тождества, формул приведения, тригонометрических формул двойного угла, знание табличных значений тригонометрических функций. В этот пункт включены также простейшие тригонометрические уравнения, без правильного решения которых нельзя получить правильный ответ в заданиях повышенного уровня. Задания на вычисления по формулам, содержащих тригонометрические функции, также включены в этот пункт.

В пункт «Логарифмические уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, но объединяет эти задания наличие логарифма. В начале пункта даются задания на нахождение значений выражений, содержащих логарифм. Задания подобраны так, чтобы учащийся с помощью этого банка заданий имел возможность повторить все свойства логарифмов. В этот пункт включены также простейшие логарифмические уравнения, без правильного решения которых нельзя получить правильный ответ в заданиях повышенного и высокого уровней. Задания на вычисления по формулам, содержащих логарифм, также включены в этот пункт.

Раздел «Практико-ориентированные задачи» включают в себя текстовые задачи, задания на диаграммы и графики зависимостей, а так же задания курса «Теория вероятностей и статистика».

В пункт «Текстовые задачи» собраны задания с разных позиций варианта. Для решения задач этого пункта не нужно составлять уравнений, чаще всего эти задачи решаются по действиям, иногда устно. Это задачи, в которых нужно посчитать плату за электроэнергию по показаниям



счётчика, посчитать сдачу, которую должен получить покупатель, рассчитать наиболее выгодный тарифный план и т.д. Прежде всего, это задания на вычисления, которые возникают в различных реальных ситуациях.

В пункте «Графики и диаграммы» включены задания на чтение диаграмм. В этом пункте даны диаграммы выпадения осадков, температур, различных курсов денежных единиц, цен металлов, нефти. По этим диаграммам нужно ответить на разного рода вопросы. Казалось бы, что может быть проще, но на экзамене каждый десятый выпускник не дает верного ответа на эти простые вопросы.

В пункте «Вероятность» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить вероятность наступления или не наступления события. Наряду с простыми заданиями в этот пункт включены и сложные задания.

Раздел «Геометрия» включает в себя задания стереометрии и задания планиметрии, разбитые по темам: длины, углы, тригонометрия, площади.

В пункте «Длины» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить длину отрезка. Это может быть и треугольник, и четырёхугольник. В этот пункт включено много подготовительных задач — простых планиметрических задач на какой-то один геометрический факт. Для решения таких заданий авторы рекомендуют обязательно сделать рисунок. Иногда такие задания можно решать практически устно, применяя известные соотношения, иногда для решения задачи нужно составить уравнение или систему уравнений. Наряду с простыми заданиями в этот пункт включены и сложные задания.

В пункте «Углы» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить величину угла. Это может быть и угол в треугольнике или в четырёхугольнике, и вписанный или центральный угол. В этот пункт также включено много подготовительных задач — простых планиметрических задач на какой-то один геометрический факт. Для решения таких заданий авторы рекомендуют обязательно сделать рисунок. Иногда такие задания можно решать практически устно, применяя известные соотношения, иногда для решения задачи нужно составить уравнение. Наряду с простыми заданиями в этот пункт включены и сложные задания.

Практически все задания пункта «Тригонометрия» носят подготовительный характер, потому что авторы специально большое количество заданий на тригонометрические соотношения дали для прямоугольного треугольника в качестве важного повторения.

В пункте «Площади» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить площадь фигуры. Это может быть и площадь треугольника, и площадь четырёхугольника (параллелограмма, трапеции), и площадь круга. Наряду с классическими задачами на эту тему в пункт включено большое количество геометрических задач на «клеточках» или в декартовой системе координат.

В пункте «Стереометрия» собрано большое количество заданий, в которых нужно решить стереометрическую задачу. Это может быть и расстояние между вершинами многогранника, и длина ребра прямоугольного параллелепипеда, и высота правильной пирамиды, и площадь полной поверхности многогранника, и объём части конуса и т.д. В основном в этот пункт включены задания базового уровня сложности.

Раздел «Начала математического анализа» включает задания на геометрический и физический смысл производной, технику дифференцирования и исследование функций, нахождение первообразной и применение первообразной для нахождения площади фигуры.

В пункте «Геометрический и физический смысл производной» собрано большое количество заданий. В пункте есть классические задания на уравнение касательной, а есть и задания, когда по графикам функции и касательной нужно вычислить значение производной в точке. В этот пункт также включено большое количество заданий на рисунках: по графику производной указать какие-то свойства функции или по графику функции ответить на вопросы про производную этой функции.

Практически все задания пункта «Техника дифференцирования» носят подготовительный характер, потому что авторы специально дали большое количество заданий на нахождение производной различных функций. Для выполнения этих заданий потребуется знание табличных производных и правил дифференцирования.

В пункте «Исследование функций» собрано большое количество заданий. В этот пункт включено большое количество заданий на рисунках: по графику производной указать какие-то свойства функции (точка экстремума, скорость изменения) или по графику функции ответить на вопросы про производную этой функции. В этом пункте есть большое количество классических задач на нахождение точек экстремума (локального), наибольшего или наименьшего значения функции на заданном отрезке.

В пункте «Первообразная» даны задания, в которых есть понятие «первообразная». В этот пункт включены задания на рисунках: по графику одной из первообразных указать какие-то свойства функции или по графику функции вычислить площадь фигуры или приращение первообразной. В этом пункте также даны классические задачи на первообразную базового уровня сложности.

Раздел «Задачи повышенной сложности» дает представления (не претендуя на полноту) о заданиях повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом: тригонометрические уравнения, системы неравенств, уравнения и неравенства с параметром, планиметрические и стереометрические задачи и задачи высокого уровня сложности по арифметике и алгебре.

В пункте «Тригонометрические уравнения» дается набор уравнений повышенного уровня сложности, сводящихся к решению тригонометрических уравнений. Для того, чтобы прийти к простейшему тригонометрическому уравнению, нужно решить сначала или квадратное уравнение, или иррациональное уравнение, или показательное уравнение, или логарифмическое. Задания этого пункта даны на языке экзамена: решить уравнение и найти корни этого уравнения, принадлежащие данному отрезку.

В пункте «Системы неравенств» дается небольшой набор систем неравенств повышенного уровня сложности. Здесь есть и рациональные неравенства, и показательные, и логарифмические.

В пункте «Уравнения и неравенства с параметром» дается небольшой набор заданий с параметром высокого уровня сложности.

В пункте «Планиметрия» дается небольшой набор геометрических заданий повышенного уровня сложности. Задания этого пункта даны на языке экзамена: доказать геометрический факт и что-то вычислить.

В пункте «Стереометрия» дается небольшой набор геометрических заданий повышенного уровня сложности на нахождение расстояний от точки до прямой или плоскости, на нахождение угла между прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями.

Основное назначение пункта «Арифметика и алгебра» — дать представление о задачах высокого уровня сложности.

Учебное пособие «Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Математика. 2015» отличается от предыдущих изданий тем, что задачи с «дублирующими» идеями решения с целью оптимизации банка удалены, а новые задачи, которые появились в открытом банке, добавлены.

Данный сборник позволяет учителю вести планомерную подготовку к итоговой аттестации по математике, включая задания сборника в классную и домашнюю работу. В основном одинаковые задания даются парами: одну задачу решили в классе, другую — дома.

Учащиеся имеют возможность самостоятельно выстраивать тактику подготовки к экзамену с использованием материалов данного издания, открытого банка математических заданий с опорой на школьные учебники.

Авторы выражают уверенность в том, что задания сборника позволят не только успешно подготовиться к экзамену, но и закрепить математические знания, которые пригодятся в обычной жизни и при продолжении образования.

# 1. АЛГЕБРА

## 1.1. Рациональные уравнения и выражения

1.1.1. Найдите корень уравнения  $2 - 5x = 11 - 2x$ .

1.1.2. Найдите корень уравнения  $-4(3 - x) = 2x + 7$ .

1.1.3. Найдите корень уравнения  $\frac{7}{8}x = 19\frac{1}{4}$ .

1.1.4. Найдите корень уравнения  $\frac{5}{9}x = -1\frac{2}{3}$ .

1.1.5. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{5x-5} = 2$ .

1.1.6. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{x-5} = \frac{1}{4}$ .

1.1.7. Найдите корень уравнения  $\frac{x-40}{x-4} = -5$ .

1.1.8. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{7x+2} = \frac{1}{3x-6}$ .

1.1.9. Решите уравнение  $\frac{2}{5}x^2 = 4,9$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

1.1.10. Решите уравнение  $\frac{1}{11}x^2 = 9\frac{1}{11}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

1.1.11. Найдите корень уравнения  $x^2 - 9x + 14 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

1.1.12. Найдите корень уравнения  $x^2 - 4x - 45 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

1.1.13. Решите уравнение  $(2x - 7)^2 = (2x - 1)^2$ .

1.1.14. Найдите корень уравнения  $(x - 10)^2 = (x + 3)^2$ .

1.1.15. Решите уравнение  $(x - 1)^2 = -4x$ .

1.1.16. Найдите корень уравнения  $(x - 2)^2 = -8x$ .

1.1.17. Решите уравнение  $\frac{2}{x^2+1} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

1.1.18. Решите уравнение  $\frac{19x}{x^2-5} = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

1.1.19. Найдите корень уравнения  $(x + 4)^9 = 512$ .

1.1.20. Найдите корень уравнения  $(x - 7)^3 = -216$ .

1.1.21. Решите уравнение  $x^3 - 7x + 6 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.



**1.1.22.** Решите уравнение  $x^4 + x^2 - 2 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

**1.1.23.** В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 25$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление задаётся формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 20 Ом. Ответ выразите в омах.

**1.1.24.** В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 63$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление задаётся формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 36 Ом. Ответ выразите в омах.

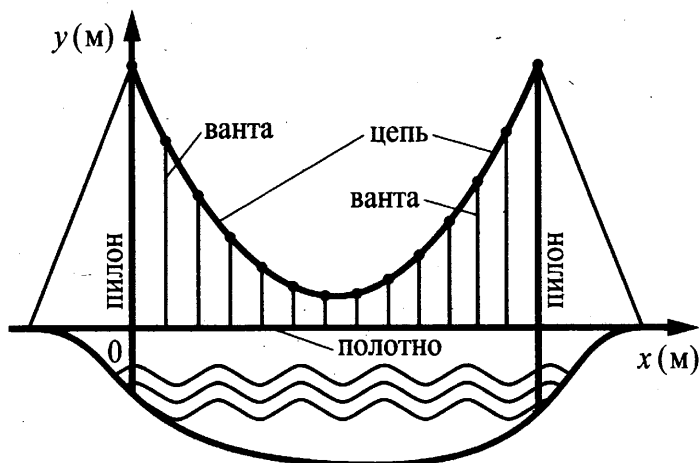
**1.1.25.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 20%, если температура холодильника  $T_2 = 320$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**1.1.26.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 65%, если температура холодильника  $T_2 = 301$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**1.1.27.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1400$  К,  $a = -50$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 400$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

**1.1.28.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 680$  К,  $a = -16$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 224$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1400 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

**1.1.29.** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,0043x^2 - 0,8x + 42$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 90 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



**1.1.30.** На рисунке к задаче 1.1.29 изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,0013x^2 - 0,29x + 20$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 10 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

**1.1.31.** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{(r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}})}{(K + 1)^m}$ , где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,22.

**1.1.32.** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{(r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}})}{(K + 1)^m}$ , где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,11, а оценка экспертов равна 0,15.

**1.1.33.** Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 5. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вчетверо дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{3In + Op + 4Tr}{A}$ . Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 1.

**1.1.34.** Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 10. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вчетверо, а объективность — втрое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{4In + Op + 3Tr}{A}$ . Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 20.

**1.1.35.** Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,6 км от места отправления. Один идёт со скоростью 3 км/ч, а другой — со скоростью 4,2 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в км.

**1.1.36.** Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,4 км от места отправления. Один идёт со скоростью 3 км/ч, а другой — со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в км.

**1.1.37.** Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 35 км. Путь из А в В занял у туриста 14 часов, из которых 7 часов ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.38.** Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 22 км. Путь из А в В занял у туриста 8 часов, из которых 3 часа ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.39.** Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 150 литров она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

**1.1.40.** Первая труба пропускает на 7 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 144 литра она заполняет на 7 минут быстрее, чем первая труба?

**1.1.41.** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 200 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 10 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 10 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.42.** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 162 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 9 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 9 часов. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.43.** Моторная лодка прошла против течения реки 117 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.44.** Моторная лодка прошла против течения реки 247 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 16 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.45.** На изготовление 27 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 54 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

**1.1.46.** На изготовление 572 деталей первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 650 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**1.1.47.** Смешали некоторое количество 18-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 16-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

**1.1.48.** Смешали 3 литра 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 40-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

**1.1.49.** Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 25% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 250 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

**1.1.50.** Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 10 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

**1.1.51.** Бригада маляров красит забор длиной 140 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 70 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

**1.1.52.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 112 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 7 метров туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 7 дней.

**1.1.53.** Автомобиль выехал с постоянной скоростью 72 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 342 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 276 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 45 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.54.** Автомобиль выехал с постоянной скоростью 66 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 385 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 372 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.55.** Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 32 круга по кольцевой трассе протяжённостью 5,1 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 6 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 51 минуту после старта? Ответ дайте в км/ч.

**1.1.56.** Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 99 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 22 минуты. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 20 минут после старта? Ответ дайте в км/ч.

**1.1.57.** Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 21 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолёте со скоростью 420 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.58.** Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 40 км/ч, вторую треть — со скоростью 60 км/ч, а последнюю — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

**1.1.59.** Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 13 рабочих, а во второй — 23 рабочих. Через 3 дня после начала работы в первую бригаду перешли 20 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

**1.1.60.** Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 9 рабочих, а во второй — 11 рабочих. Через 6 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

**1.1.61.** Один мастер может выполнить заказ за 28 часов, а другой — за 21 час. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

**1.1.62.** Первый насос наполняет бак за 30 минут, второй — за 48 минут, а третий — за 1 час 20 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

**1.1.63.** Две трубы наполняют бассейн за 4 часа 30 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 18 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

**1.1.64.** Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

## 1.2. Иррациональные уравнения и выражения

**1.2.1.** Найдите значение выражения  $\frac{(2\sqrt{2})^2}{2}$ .

**1.2.2.** Найдите значение выражения  $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}$ .

**1.2.3.** Найдите значение выражения  $\sqrt{34^2 - 30^2}$ .

**1.2.4.** Найдите значение выражения  $\sqrt{233^2 - 208^2}$ .

**1.2.5.** Найдите значение выражения  $(\sqrt{32} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{8}$ .

**1.2.6.** Найдите значение выражения  $(\sqrt{27} - \sqrt{48}) \cdot \sqrt{12}$ .

**1.2.7.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{4,8} \cdot \sqrt{1,8}}{\sqrt{0,24}}$ .

**1.2.8.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{2,1}}{\sqrt{0,35}}$ .

**1.2.9.** Найдите значение выражения  $(\sqrt{14} - \sqrt{12})(\sqrt{14} + \sqrt{12})$ .

**1.2.10.** Найдите значение выражения  $(\sqrt{8} - \sqrt{18})(\sqrt{8} + \sqrt{18})$ .

**1.2.11.** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{18})^2}{16}$ .

**1.2.12.** Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{17})^2}{12 + \sqrt{119}}$ .

**1.2.13.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{x - 5} = 4$ .

**1.2.14.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{2x + 3} = 3$ .

**1.2.15.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{-32 - 9x} = 2$ .

**1.2.16.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{10 - x} = 2$ .

**1.2.17.** Решите уравнение  $\sqrt{18 - 7x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

**1.2.18.** Решите уравнение  $\sqrt{56 - x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

**1.2.19.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{4x + 32}{7}} = 6$ .

1.2.20. Решите уравнение  $\sqrt{\frac{4}{3x-17}} = \frac{1}{2}$ .

1.2.21. Решите уравнение  $\sqrt{\frac{5}{8-3x}} = \frac{1}{13}$ .

1.2.22. Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x+10} = 2$ .

1.2.23. Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x+1} = 2$ .

1.2.24. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места-старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,3 километра, приобрести скорость не менее 90 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

1.2.25. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,4 километра, приобрести скорость не менее 140 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

1.2.26. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 12 километров? Ответ выразите в метрах.

1.2.27. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 32 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 36 километров?

### 1.3. Степенные уравнения и выражения

1.3.1. Найдите значение выражения  $3^4 \cdot 9^{-2}$ .

1.3.2. Найдите значение выражения  $2^3 \cdot 16^{-\frac{1}{2}}$ .

1.3.3. Найдите значение выражения  $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$ .

1.3.4. Найдите значение выражения  $8^{0,6} \cdot 32^{0,04}$ .

1.3.5. Найдите значение выражения  $7^{\frac{4}{7}} \cdot 49^{\frac{5}{7}}$ .

1.3.6. Найдите значение выражения  $3^{\frac{5}{6}} \cdot 9^{\frac{1}{12}}$ .

1.3.7. Найдите значение выражения  $\frac{4^{5,5}}{16^{1,25}}$ .

1.3.8. Найдите значение выражения  $\frac{7^{3,8}}{49^{1,4}}$ .



1.3.9. Найдите значение выражения  $\frac{25^{6,2}}{5^{10,4}}$ .

1.3.10. Найдите значение выражения  $\frac{9^{3,7}}{3^{5,4}}$ .

1.3.11. Найдите значение выражения  $\frac{2^{3,2} \cdot 6^{6,2}}{12^{5,2}}$ .

1.3.12. Найдите значение выражения  $4^4 \cdot 3^9 : 12^4$ .

1.3.13. Найдите значение выражения  $(2^8)^7 : 2^{57}$ .

1.3.14. Найдите значение выражения  $12^{-2,8} \cdot 4^{1,8} : 3^{-4,8}$ .

1.3.15. Найдите значение выражения  $0,08^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{3}{7}} \cdot 10^{\frac{6}{7}}$ .

1.3.16. Найдите значение выражения  $9 \cdot \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[12]{125}$ .

1.3.17. Найдите значение выражения  $\sqrt[6]{64} \cdot \sqrt[3]{64}$ .

1.3.18. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[20]{5} \cdot \sqrt[5]{5}}{\sqrt[4]{5}}$ .

1.3.19. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{9}}$ .

1.3.20. Найдите значение выражения  $(2^5)^6 : 2^{32}$ .

1.3.21. Найдите значение выражения  $(36^6)^3 : (6^4)^8$ .

1.3.22. Найдите значение выражения  $\left( \frac{2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{2}} \right)^3$ .

1.3.23. Найдите значение выражения  $\frac{\left( 5^{\frac{4}{7}} \cdot 11^{\frac{2}{3}} \right)^{21}}{55^{12}}$ .

1.3.24. Найдите корень уравнения  $3^{x-4} = 9$ .

1.3.25. Найдите корень уравнения  $4^{2-x} = 16$ .

1.3.26. Найдите корень уравнения  $4^{2x-17} = \frac{1}{64}$ .

1.3.27. Найдите корень уравнения  $36^{x-5} = \frac{1}{6}$ .

1.3.28. Найдите корень уравнения  $\left( \frac{1}{2} \right)^{3x-12} = \frac{1}{8}$ .

1.3.29. Найдите корень уравнения  $\left( \frac{1}{9} \right)^{x-7} = 3$ .

1.3.30. Решите уравнение  $5^{7+2x} = 25^{2x}$ .

1.3.31. Решите уравнение  $\left( \frac{1}{10} \right)^{x-7} = 10^x$ .

**1.3.32.** Найдите корень уравнения  $3^{3+4x} = 1,5 \cdot 2^{3+4x}$ .

**1.3.33.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 36$  мг. Период его полураспада  $T = 10$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 9 мг?

**1.3.34.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 48$  мг. Период его полураспада  $T = 8$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг?

**1.3.35.** Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) — давление в газе,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение вчетверо объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 2 раза?

**1.3.36.** Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) — давление в газе,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  увеличение в 32 раза объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 2 раза?

## 1.4. Тригонометрические уравнения и выражения

**1.4.1.** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**1.4.2.** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  и  $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$ .

**1.4.3.** Найдите  $18\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,7$ .

**1.4.4.** Найдите  $-46\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,1$ .

**1.4.5.** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

**1.4.6.** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

**1.4.7.** Найдите значение выражения  $8\sin 135^\circ \cdot \cos 45^\circ$ .

**1.4.8.** Найдите значение выражения  $27\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$ .

**1.4.9.** Найдите значение выражения  $6\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$ .

**1.4.10.** Найдите значение выражения  $\frac{32}{\sin\left(-\frac{35\pi}{4}\right) \cos \frac{25\pi}{4}}$ .

**1.4.11.** Найдите значение выражения  $32\sqrt{3} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

**1.4.12.** Найдите  $17\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$ .

- 1.4.13. Найдите  $49 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ .
- 1.4.14. Найдите значение выражения  $30 \sqrt{3} \sin 1020^\circ$ .
- 1.4.15. Найдите значение выражения  $-34 \sqrt{3} \cos 930^\circ$ .
- 1.4.16. Найдите значение выражения  $10 \sqrt{3} \operatorname{tg} 390^\circ$ .
- 1.4.17. Найдите значение выражения  $35 \operatorname{tg} 14^\circ \cdot \operatorname{tg} 76^\circ$ .
- 1.4.18. Найдите значение выражения  $\frac{48 \sin 76^\circ}{\sin 284^\circ}$ .
- 1.4.19. Найдите значение выражения  $\frac{35 \cos 82^\circ}{\cos 98^\circ}$ .
- 1.4.20. Найдите значение выражения  $\frac{28 \operatorname{tg} 48^\circ}{\operatorname{tg} 132^\circ}$ .
- 1.4.21. Найдите значение выражения  $\frac{17 \cos 86^\circ}{\sin 4^\circ}$ .
- 1.4.22. Найдите значение выражения  $-24 \operatorname{tg} 70^\circ \cdot \operatorname{tg} 160^\circ$ .
- 1.4.23. Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\sin 64^\circ}$ .
- 1.4.24. Найдите значение выражения  $\frac{-6 \sin 32^\circ}{\sin 16^\circ \cdot \sin 74^\circ}$ .
- 1.4.25. Найдите значение выражения  $\frac{-9 \sin 136^\circ}{\cos 68^\circ \cdot \cos 22^\circ}$ .
- 1.4.26. Найдите значение выражения  $\frac{30 (\sin^2 28^\circ - \cos^2 28^\circ)}{\cos 56^\circ}$ .
- 1.4.27. Найдите значение выражения  $\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cdot \cos \frac{13\pi}{8}$ .
- 1.4.28. Найдите значение выражения  $\sqrt{75} \cos^2 \frac{7\pi}{12} - \sqrt{75} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$ .
- 1.4.29. Найдите значение выражения  $\sqrt{32} \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sqrt{8}$ .
- 1.4.30. Найдите значение выражения  $\sqrt{48} - \sqrt{192} \sin^2 \frac{19\pi}{12}$ .
- 1.4.31. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{4} = -1$ . В ответе напишите наибольший отрицательный корень.
- 1.4.32. Найдите корень уравнения  $\cos \frac{\pi(2x-5)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень.
- 1.4.33. Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = 1$ . В ответе напишите наибольший отрицательный корень.
- 1.4.34. Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+1)}{3} = -\sqrt{3}$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

**1.4.35.** Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полёта будет не меньше 5 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 25$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**1.4.36.** Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой  $H = \frac{v_0^2}{4g} (1 - \cos 2\alpha)$ , где  $v_0 = 22$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 11,1 м на расстоянии 1 м?

**1.4.37.** Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле  $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$  (м), где  $v_0 = 24$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 28,8 м?

**1.4.38.** Два тела массой  $m = 3$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 10$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 75 джоулей?

## 1.5. Логарифмические уравнения и выражения

**1.5.1.** Найдите значение выражения  $\log_2 8$ .

**1.5.2.** Найдите значение выражения  $\log_{10} 1000$ .

**1.5.3.** Найдите значение выражения  $\log_{0,25} 32$ .

**1.5.4.** Найдите значение выражения  $\log_{0,1} 100$ .

**1.5.5.** Найдите значение выражения  $\log_6 \log_2 64$ .

**1.5.6.** Найдите значение выражения  $18 \log_7 \sqrt[6]{7}$ .

**1.5.7.** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt[3]{7}} 3$ .

**1.5.8.** Найдите значение выражения  $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{25}$ .

**1.5.9.** Найдите значение выражения  $18 \cdot 3^{\log_3 4}$ .

**1.5.10.** Найдите значение выражения  $216^{\log_6 7}$ .

**1.5.11.** Найдите значение выражения  $\log_5 6,25 + \log_5 4$ .

**1.5.12.** Найдите значение выражения  $\log_8 256 - \log_8 0,5$ .

**1.5.13.** Найдите значение выражения  $\log_{0,6} 10 - \log_{0,6} 6$ .

**1.5.14.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 729}{\log_2 9}$ .

**1.5.15.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8}$ .

1.5.16. Найдите значение выражения  $\log_5 2 \cdot \log_2 25$ .

1.5.17. Найдите значение выражения  $\log_{0,25} 9 \cdot \log_9 4$ .

1.5.18. Найдите значение выражения  $5^{3\log_5 11}$ .

1.5.19. Найдите значение выражения  $36^{\log_6 \sqrt{8}}$ .

1.5.20. Вычислите значение выражения  $(7^{\log_7 2})^{\log_2 7}$ .

1.5.21. Вычислите значение выражения  $(5^{\log_2 7})^{\log_5 2}$ .

1.5.22. Найдите корень уравнения  $\log_6(-3 + x) = 1$ .

1.5.23. Найдите корень уравнения  $\log_7(-5 - x) = 3$ .

1.5.24. Найдите корень уравнения  $\log_4(15 + x) = \log_4 2$ .

1.5.25. Найдите корень уравнения  $\log_8(10 - x) = \log_8 7$ .

1.5.26. Найдите корень уравнения  $\log_6(x + 7) = \log_6(6x - 13)$ .

1.5.27. Решите уравнение  $\log_2(8 + 3x) = \log_2(3 - x) + 1$ .

1.5.28. Найдите корень уравнения  $\log_3(14 - x) = 2\log_3 5$ .

1.5.29. Найдите корень уравнения  $\log_3(18 - x) = 4\log_3 2$ .

1.5.30. Найдите корень уравнения  $3^{\log_3(7-x)} = 5$ .

1.5.31. Найдите корень уравнения  $2^{\log_4(x+1)} = 3$ .

1.5.32. Найдите корень уравнения  $\log_5 25^{2x+7} = 8$ .

1.5.33. Найдите корень уравнения  $\log_8 2^{6-x} = 3$ .

1.5.34. Решите уравнение  $\log_{x+6} 9 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

1.5.35. Решите уравнение  $\log_{x-7} 49 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

1.5.36. Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_{\Pi} = 20^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой  $T_{\text{В}} = 88^\circ\text{C}$ . Расход проходящей через трубу воды  $m = 0,3$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  (м), вода охлаждается до температуры  $T(^\circ\text{C})$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{В}} - T_{\Pi}}{T - T_{\Pi}}$  (м), где  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,6$  — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 96 м?

1.5.37. Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_{\Pi} = 15^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой  $T_{\text{В}} = 59^\circ\text{C}$ . Расход проходящей через трубу воды  $m = 0,3$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  (м), вода охлаждается до температуры  $T(^\circ\text{C})$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{В}} - T_{\Pi}}{T - T_{\Pi}}$  (м), где  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,5$  — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 135 м?

## 2. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

### 2.1. Текстовые задачи

**2.1.1.** Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 3 кг 500 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 300 рублей?

**2.1.2.** Летом килограмм клубники стоит 75 рублей. Маша купила 1 кг 400 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

**2.1.3.** Для ремонта квартиры требуется 55 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 4 рулона?

**2.1.4.** Для ремонта квартиры требуется 68 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов?

**2.1.5.** В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1100 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

**2.1.6.** В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

**2.1.7.** Теплоход рассчитан на 900 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

**2.1.8.** Теплоход рассчитан на 950 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

**2.1.9.** По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 11 рублей. Если на счёту осталось меньше 11 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счёту было 600 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

**2.1.10.** По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 22 рубля. Если на счёту осталось меньше 22 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счёту было 400 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

**2.1.11.** Для покраски 1 кв. м потолка требуется 130 г краски. Краска продаётся в банках по 3 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 35 кв. м?

**2.1.12.** Для покраски 1 кв. м потолка требуется 120 г краски. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 60 кв. м?

**2.1.13.** На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Розы стоят 80 рублей за штуку. У Вани есть 350 рублей. Из какого наибольшего числа роз он может купить букет Маше на день рождения?

**2.1.14.** На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Тюльпаны стоят 25 рублей за штуку. У Вани есть 120 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?



2.1.15. Для транспортировки 5 тонн груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трёх фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	80	1,6
Б	110	2,2
В	140	2,8

2.1.16. Для транспортировки 37 тонн груза на 900 км можно воспользоваться услугами одной из трёх фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	3200	3,5
Б	4100	5
В	9500	12

2.1.17. Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 390 рублей, а стоимость одного номера журнала — 23 рубля. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

2.1.18. Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 890 рублей, а стоимость одного номера журнала — 38 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

2.1.19. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 1 раз в день в течение 10 дней. В одной упаковке 14 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

2.1.20. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 5 раз в день в течение 7 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

2.1.21. В доме, в котором живёт Петя, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 3 квартиры. Петя живёт в квартире № 49. В каком подъезде живёт Петя?

2.1.22. В доме, в котором живёт Маша, 5 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Маша живёт в квартире № 97. В каком подъезде живёт Маша?

2.1.23. Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	0,9 руб. за 1 Мб
План «100»	102 руб. за 100 Мб трафика в месяц	0,6 руб. за 1 Мб сверх 100 Мб
План «600»	564 руб. за 600 Мб трафика в месяц	0,4 руб. за 1 Мб сверх 600 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 450 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 450 Мб?

**2.1.24.** Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	700 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

**2.1.25.** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 70 копеек. Счётчик электроэнергии 1 ноября показывал 69084 киловатт-часа, а 1 декабря показывал 69230 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь?

**2.1.26.** В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 июня счётчик показывал расход 100 куб. м воды, а 1 июля — 110 куб. м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за июнь, если цена за один куб. м холодной воды составляет 9 р. 10 коп.? Ответ дайте в рублях.

**2.1.27.** На бензоколонке один литр бензина стоит 32 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 15 литров бензина и взял бутылку воды за 24 рубля. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

**2.1.28.** На бензоколонке один литр бензина стоит 31 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и взял бутылку воды за 24 рубля. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

**2.1.29.** В среднем гражданин А. в дневное время расходует 120 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 190 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен однотарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,8 руб. за кВт·ч. В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

**2.1.30.** В среднем гражданин А. в дневное время расходует 120 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 165 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен однотарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,4 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,4 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,6 руб. за кВт·ч. В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

**2.1.31.** Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 2 кубометра пеноблоков и 2 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 2 тонны щебня и 20 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2600 рублей, щебень стоит 640 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 200 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

**2.1.32.** Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 4 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 5 тонн щебня и 30 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2350 рублей, щебень стоит 660 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

**2.1.33.** В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Кострома	Краснодар	Петрозаводск
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	13
Молоко (1 литр)	26	23	26
Картофель (1 кг)	17	12	14
Сыр (1 кг)	240	265	230
Мясо (говядина)	285	280	280
Подсолнечное масло (1 литр)	52	44	38

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 л молока, 1 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

**2.1.34.** В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Краснодар	Тамбов	Ростов-на-Дону
Пшеничный хлеб (батон)	14	14	12
Молоко (1 литр)	23	23	23
Картофель (1 кг)	12	11	13
Сыр (1 кг)	265	220	215
Мясо (говядина)	280	240	265
Подсолнечное масло (1 литр)	44	54	55

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 кг картофеля, 1 кг сыра, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

**2.1.35.** Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерсти красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 60 рублей за 50 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 г и окрасить её. Один пакетик краски стоит 30 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

**2.1.36.** Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 900 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 60 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить её. Один пакетик краски стоит 50 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

**2.1.37.** Для группы иностранных гостей требуется купить 10 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	394	300	Нет
Б	396	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3500 р.
В	398	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 4000 р.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

**2.1.38.** Для группы иностранных гостей требуется купить 20 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7000 р.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6500 р.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

**2.1.39.** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 30 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	250 руб.	Нет	13
Б	Бесплатно	20 мин. — 400 руб.	17
В	120 руб.	10 мин. — 150 руб.	14

\* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

**2.1.40.** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	350 руб.	Нет	11
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	19
В	180 руб.	10 мин. — 150 руб.	12

\* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

**2.1.41.** В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 15% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 1500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

**2.1.42.** В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

**2.1.43.** Флакон шампуня стоит 150 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 15%?

**2.1.44.** Флакон шампуня стоит 110 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

**2.1.45.** Цена на электрический чайник была повышена на 18% и составила 1652 рубля. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

**2.1.46.** Цена на электрический чайник была повышена на 19% и составила 2261 рубль. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

**2.1.47.** Магазин делает пенсионерам скидку на определённое количество процентов от стоимости покупки. Дыня стоит в магазине 50 рублей. Пенсионер заплатил за дыню 46 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

**2.1.48.** Магазин делает пенсионерам скидку на определённое количество процентов от стоимости покупки. Упаковка сосисок стоит в магазине 120 рублей. Пенсионер заплатил за упаковку сосисок 108 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

**2.1.49.** Мобильный телефон стоил 3800 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2850 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

**2.1.50.** Мобильный телефон стоил 7500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 5250 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

**2.1.51.** В таблице даны условия банковского вклада в трёх различных банках. Предполагается, что клиент кладёт на счёт 15 000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	Обслуживание счёта*	Процентная ставка (% годовых)**
А	50 руб. в год	2
Б	9 руб. в месяц	2,2
В	Бесплатно	1,8

\* В начале года или месяца со счёта снимается указанная сумма в уплату за ведение счёта.

\*\* В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

**2.1.52.** В таблице даны условия банковского вклада в трёх различных банках. Предполагается, что клиент кладёт на счёт 2000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	Обслуживание счёта*	Процентная ставка (% годовых)**
А	60 руб. в год	2,2
Б	9 руб. в месяц	2,4
В	Бесплатно	1,6

\* В начале года или месяца со счёта снимается указанная сумма в уплату за ведение счёта.

\*\* В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

**2.1.53.** Среди 45 000 жителей города 50% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 85% смотрело по телевизору финал Чемпионата мира. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

**2.1.54.** Среди 35 000 жителей города 30% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 90% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

**2.1.55.** Железнодорожный билет для взрослого стоит 320 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 19 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

**2.1.56.** Железнодорожный билет для взрослого стоит 580 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 17 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

**2.1.57.** Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 14% активного вещества. Ребенку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,8 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребенку весом 7 кг в течение суток?

**2.1.58.** Одна таблетка лекарства весит 30 мг и содержит 6% активного вещества. Ребенку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребенку весом 6 кг в течение суток?

**2.1.59.** Диагональ экрана телевизора равна 91 дюйму. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

**2.1.60.** Диагональ экрана телевизора равна 22 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

**2.1.61.** Система навигации, встроенная в спинку самолётного кресла, информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 39 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

**2.1.62.** Система навигации, встроенная в спинку самолётного кресла, информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 23 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

**2.1.63.** Бегун пробежал 350 м за 36 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

**2.1.64.** Бегун пробежал 450 м за 50 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

**2.1.65.** Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 60 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

**2.1.66.** Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 124 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

**2.1.67.** Таксист за месяц проехал 5000 км. Стоимость 1 литра бензина 19 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

**2.1.68.** Таксист за месяц проехал 10 000 км. Стоимость 1 литра бензина 19,5 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 11 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?



**2.1.69.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной станции 10 мин.	Автобус в пути: 1 ч 45 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 10 мин.
Электричкой	От дома до станции железной дороги 30 мин.	Электричка в пути: 1 ч 25 мин.	От станции до дачи пешком 5 мин.
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси 15 мин.	Маршрутное такси в дороге: 1 ч 30 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 25 мин.

**2.1.70.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной станции 5 мин.	Автобус в пути: 2 ч 5 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 5 мин.
Электричкой	От дома до станции железной дороги 25 мин.	Электричка в пути: 1 ч 50 мин.	От станции до дачи пешком 5 мин.
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси 15 мин.	Маршрутное такси в дороге: 1 ч 35 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 35 мин.

**2.1.71.** Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Требуется купить плитку, чтобы облицевать пол квадратной комнаты со стороной 3 м 60 см. Размеры плитки, количество плиток в пачке и стоимость пачки приведены в таблице.

Размер плитки	Количество плиток в пачке	Цена пачки (руб. за пачку)
20 см × 30 см	17	663
20 см × 20 см	25	662
30 см × 40 см	8	628,8

Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки?

**2.1.72.** Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Требуется купить плитку, чтобы облицевать пол квадратной комнаты со стороной 2 м 80 см. Размеры плитки, количество плиток в пачке и стоимость пачки приведены в таблице.

Размер плитки	Количество плиток в пачке	Цена пачки (руб. за пачку)
40 см × 40 см	8	788
20 см × 40 см	15	708
20 см × 20 см	31	713

Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки?

**2.1.73.** Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности  $S$ , комфорта  $C$ , функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Рейтинг  $R$  вычисляется по формуле  $R = \frac{3S + C + F + 2Q + D}{40}$ .

В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	2	4	5	1
Б	3	1	4	2	1
В	4	2	4	4	4

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

**2.1.74.** Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01 средней цены  $P$  (в рублях), показателей функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Рейтинг  $R$  вычисляется по формуле  $R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P$ .

В таблице даны цены и показатели четырёх моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Цена мясорубки (руб. за шт.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5700	2	4	2
Б	4000	2	2	1
В	4100	4	1	3
Г	5400	4	3	3

Найдите наивысший рейтинг мясорубки из представленных в таблице моделей.

**2.1.75.** Независимое агентство каждый месяц определяет рейтинг новостных сайтов на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Рейтинг  $R$  вычисляется по формуле  $R = 25\left(\frac{2In + Op + 3Tr}{6} + 2\right)$ .

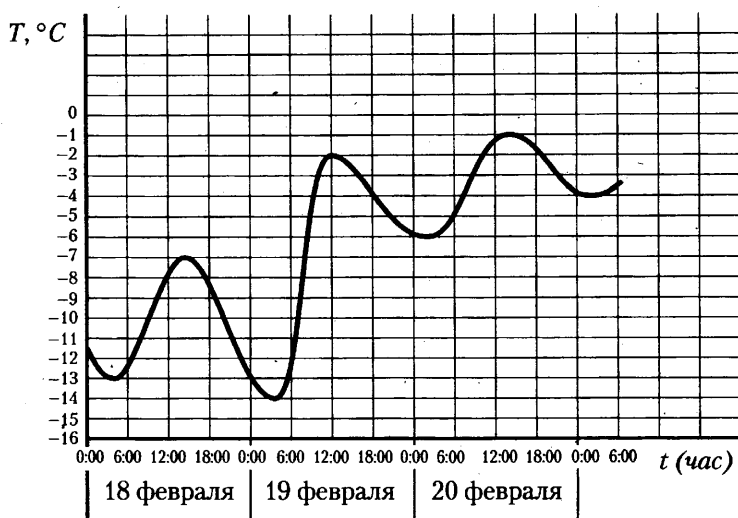
В таблице даны показатели четырёх новостных сайтов.

Сайт	Информативность	Оперативность	Объективность
А	2	−1	0
Б	−2	1	−2
В	−1	−1	−2
Г	1	−2	2

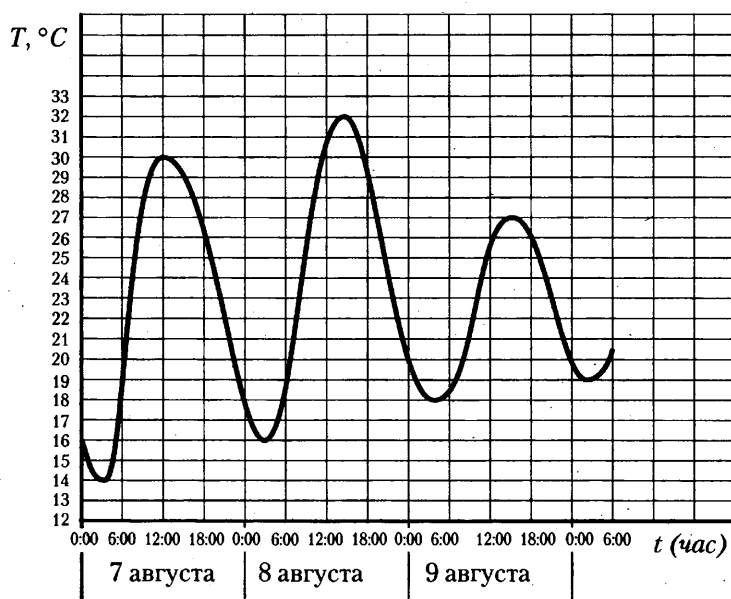
Найдите наивысший рейтинг новостного сайта из представленных в таблице.

## 2.2. Графики и диаграммы

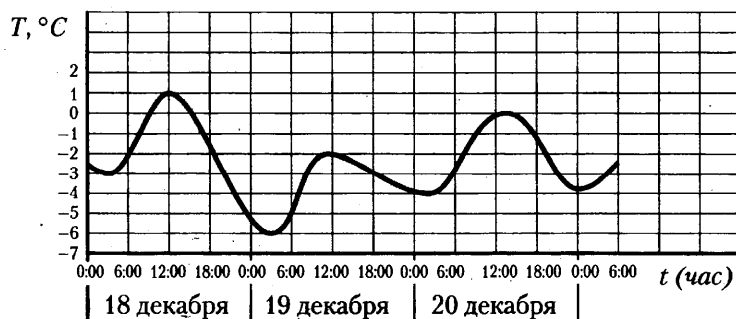
**2.2.1.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 18 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



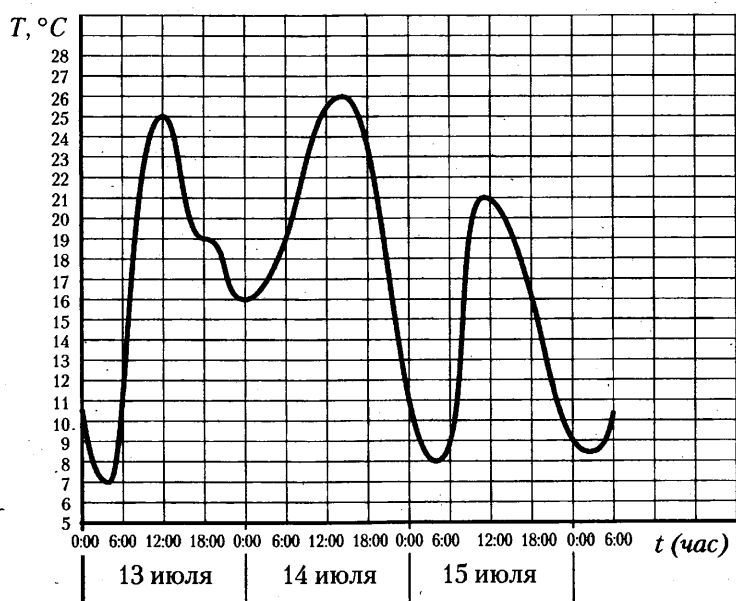
**2.2.2.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 9 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



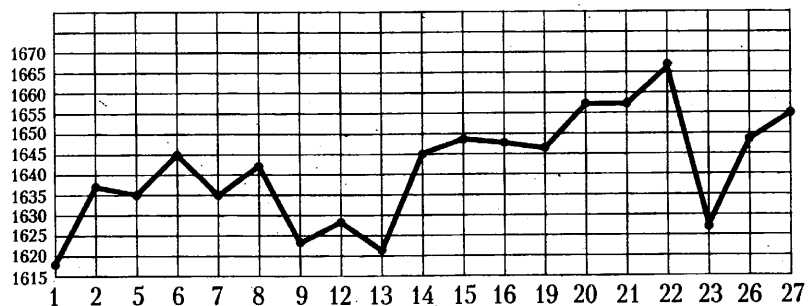
**2.2.3.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 20 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



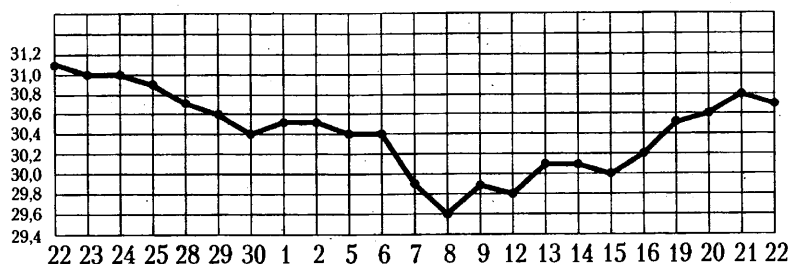
**2.2.4.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 13 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



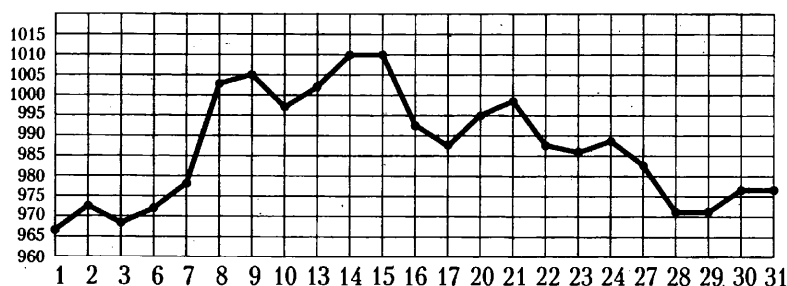
**2.2.5.** На рисунке жирными точками показана цена платины, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена платины в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена платины впервые была равна 1645 рублям за грамм.



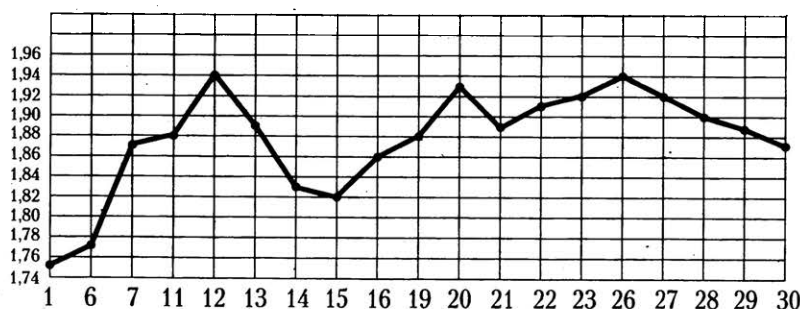
**2.2.6.** На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 30,4 рубля.



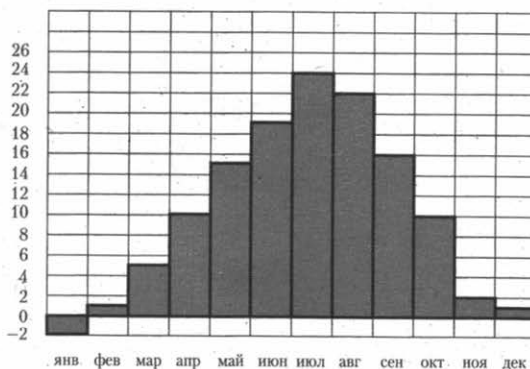
**2.2.7.** На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота в период с 3 по 13 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.



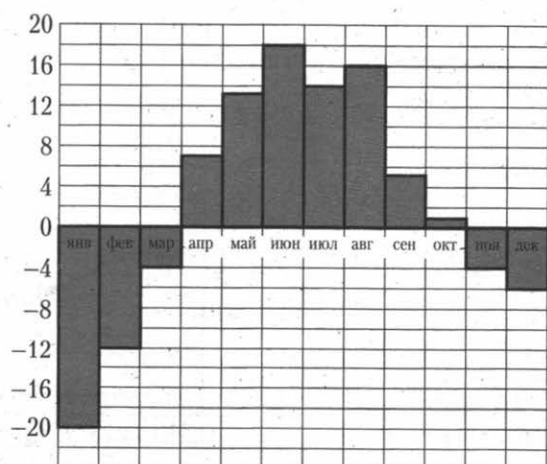
**2.2.8.** На рисунке жирными точками показан курс австрийского шиллинга, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 30 января 1999 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена шиллинга в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольший курс шиллинга в период с 1 по 20 января. Ответ дайте в рублях.



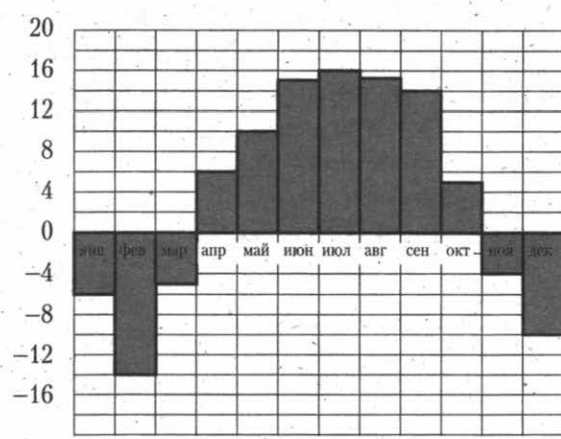
**2.2.9.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



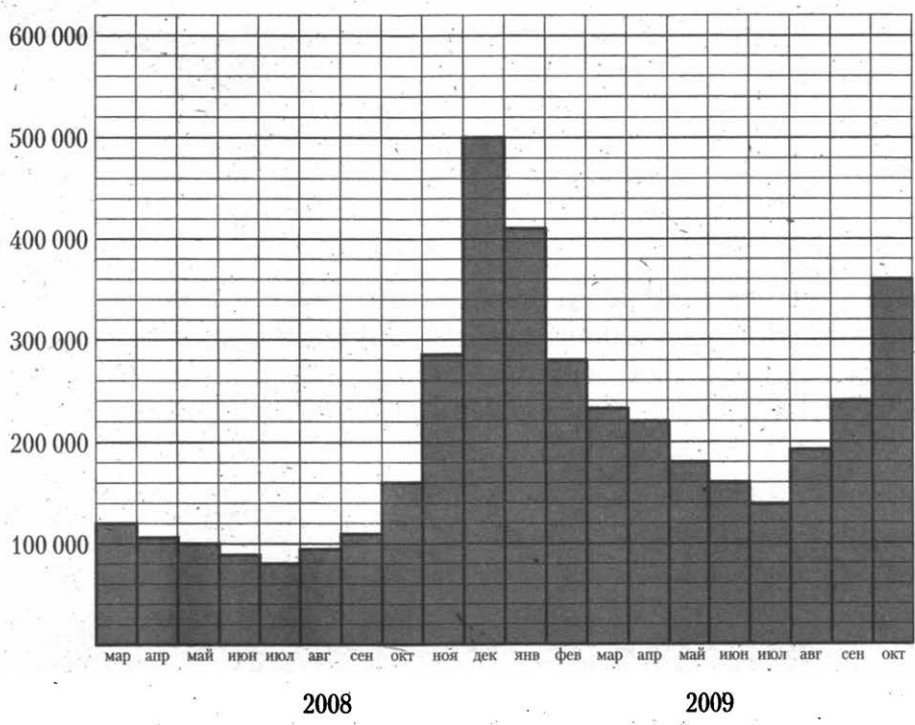
**2.2.10.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



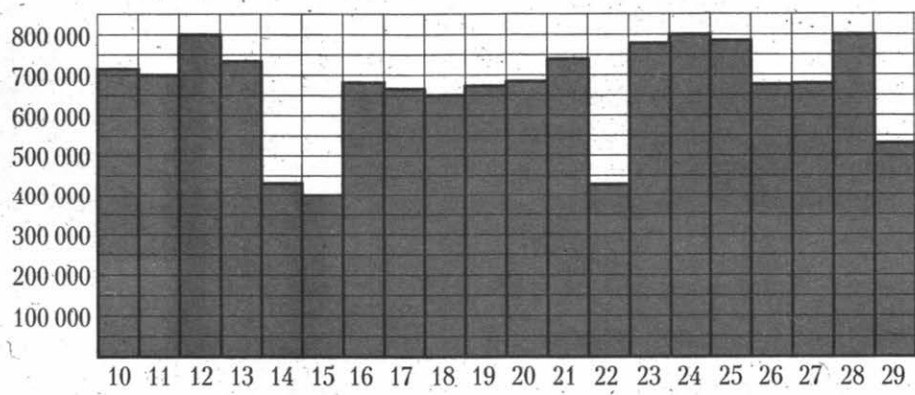
**2.2.11.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



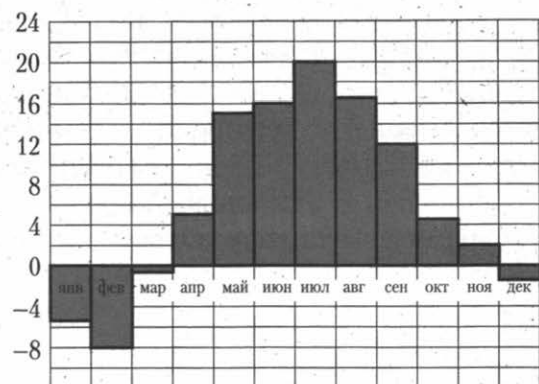
**2.2.12.** На диаграмме показано количество запросов со словом СНЕГ, сделанных на поисковом сайте Yandex.ru во все месяцы с марта 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество запросов за данный месяц. Определите по диаграмме разность между наибольшим и наименьшим месячными количествами запросов со словом СНЕГ в указанный период.



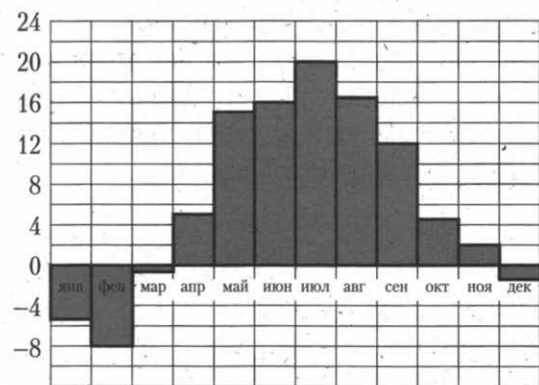
**2.2.13.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, каково наибольшее суточное количество посетителей сайта РИА Новости в период с 13 по 27 ноября.



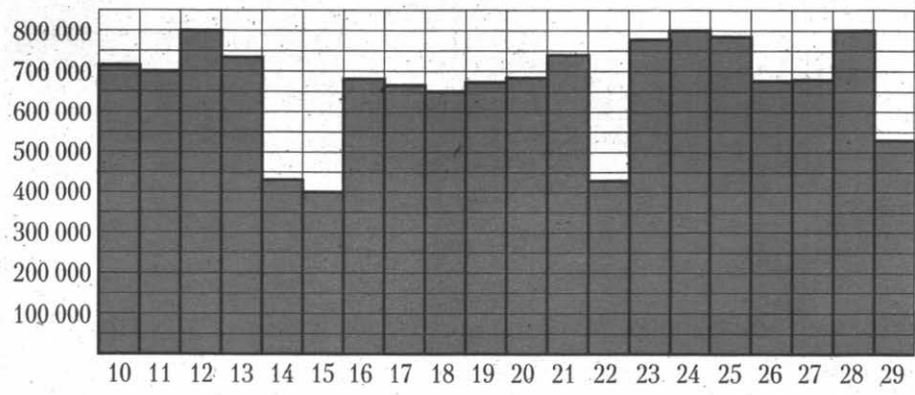
**2.2.14.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с сентября по декабрь 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



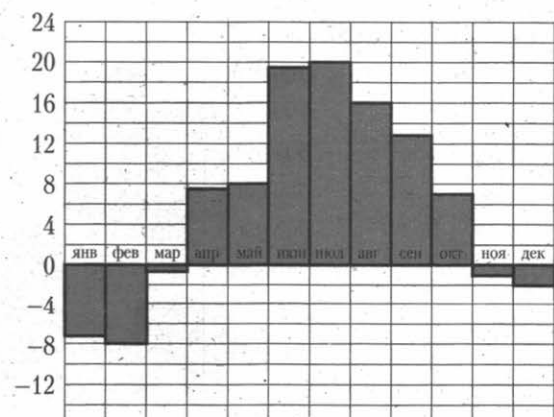
**2.2.15.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была положительной в 2003 году.



**2.2.16.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 700000 посетителей.

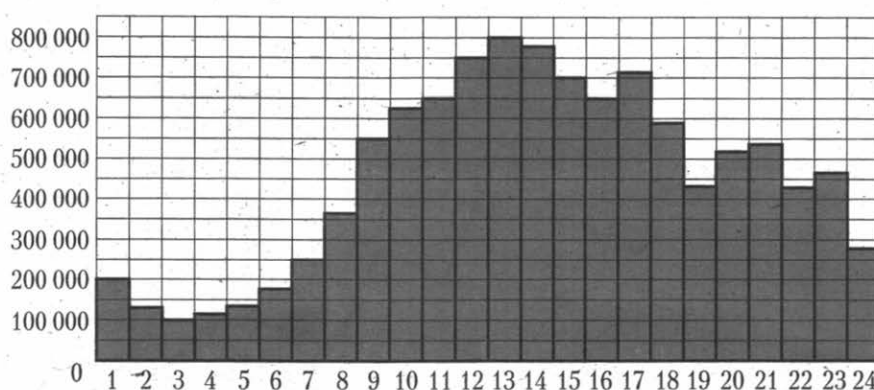


**2.2.17.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия в 1999 году.

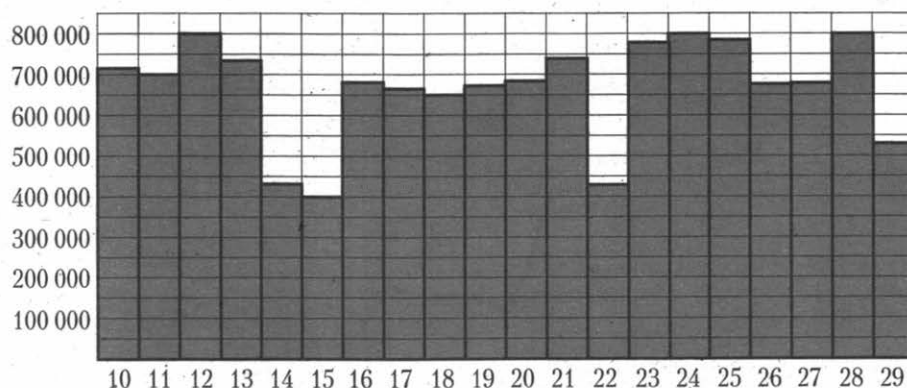




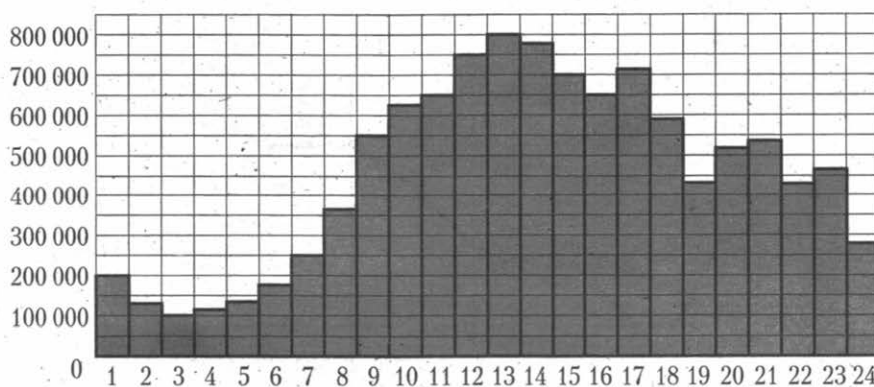
**2.2.18.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается номер часа, по вертикали — количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме, сколько было часов в данный день, когда на сайте РИА Новости было менее 300 000 посетителей.



**2.2.19.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа в указанный период количество посетителей сайта РИА Новости впервые приняло наибольшее значение.

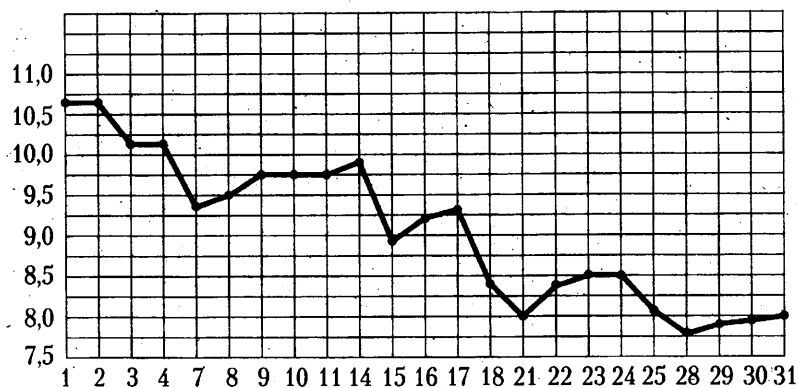


**2.2.20.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается номер часа, по вертикали — количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме, за какой час в данный день на сайте РИА Новости побывало максимальное количество посетителей.

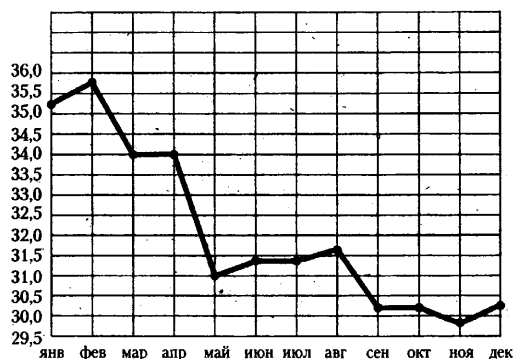




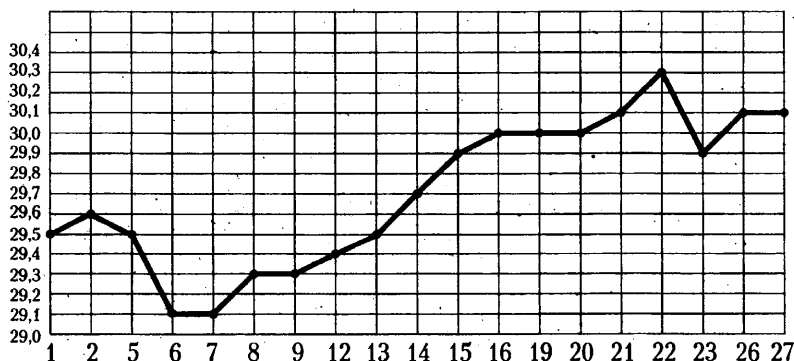
**2.2.21.** На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена серебра была меньше 9 рублей за грамм.



**2.2.22.** На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на конец каждого месяца 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько месяцев из данного периода курс доллара был меньше 30,5 рубля.



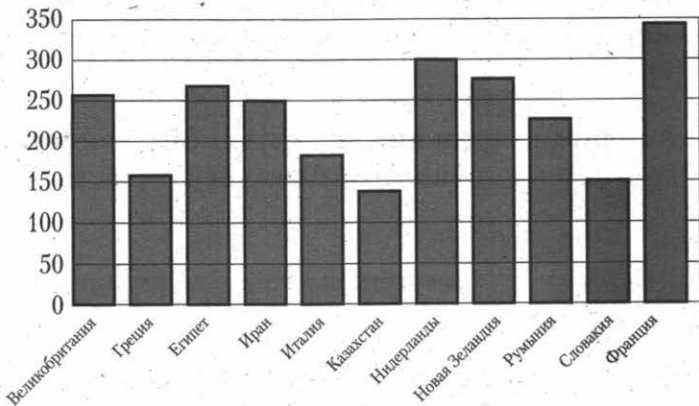
**2.2.23.** На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был ровно 29,5 рубля.



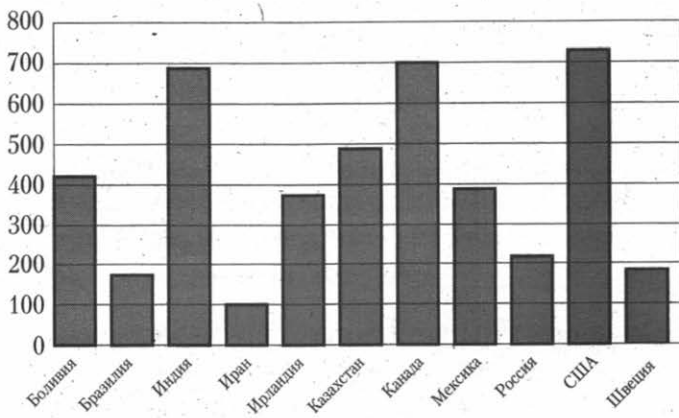
**2.2.24.** На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период цена палладия была ровно 305 рублей за грамм.



**2.2.25.** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимала Словакия?



**2.2.26.** На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Боливия?



## 2.3. Вероятность

- 2.3.1.** В сборнике билетов по химии всего 50 билетов, в 20 из них встречается вопрос по углеводородам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по углеводородам.
- 2.3.2.** В сборнике билетов по физике всего 25 билетов, в 13 из них встречается вопрос по оптике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по оптике.
- 2.3.3.** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 5 прыгунов из Голландии и 7 прыгунов из Венесуэлы. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым будет выступать прыгун из Голландии.
- 2.3.4.** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 7 прыгунов из Италии и 10 прыгунов из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать вторым будет выступать прыгун из Италии.
- 2.3.5.** На семинар приехали 4 учёных из Норвегии, 2 из Испании и 6 из Италии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что одиннадцатым окажется доклад учёного из Италии.
- 2.3.6.** На соревнования по метанию ядра приехали 7 спортсменов из России, 7 из Швеции и 6 из Сербии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым будет выступать спортсмен из Швеции?
- 2.3.7.** В классе 6 учащихся, среди них два друга — Сергей и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.
- 2.3.8.** В параллели 51 учащийся, среди них два друга — Сергей и Вадим. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Вадим окажутся в одной группе.
- 2.3.9.** В среднем из 150 карманных фонариков двадцать четыре неисправны. Найдите вероятность купить работающий фонарик.
- 2.3.10.** В среднем из 300 шариковых ручек 9 не пишут. Найдите вероятность того, что наугад взятая ручка будет писать.
- 2.3.11.** В каждой партии из 500 лампочек в среднем 7 бракованных. Найдите вероятность того, что наугад взятая лампочка из партии будет исправной.
- 2.3.12.** Фабрика выпускает сумки. В среднем на 140 качественных сумок приходится пятнадцать сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
- 2.3.13.** Фабрика выпускает сумки. В среднем на 200 качественных сумок приходится шестнадцать сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
- 2.3.14.** Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 11 участников из России, в том числе Петр Трофимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Петр Трофимов будет играть с каким-либо шахматистом из России?
- 2.3.15.** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шашкистов, среди которых 13 участников из России, в том числе Андрей Фомин. Найдите вероятность того, что в первом туре Андрей Фомин будет играть с каким-либо шашкистом из России?

**2.3.16.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет оба раза.

**2.3.17.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

**2.3.18.** Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Витязь» по очереди играет с командами «Атлант» и «Титан». Найдите вероятность того, что команда «Витязь» не выиграет право первой владеть мячом ни в одном матче.

**2.3.19.** Перед началом волейбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Байкал» по очереди играет с командами «Амур», «Енисей», «Вилуй» и «Иртыш». Найдите вероятность того, что ровно в двух матчах право первой владеть мячом выиграет команда «Байкал».

**2.3.20.** Найдите вероятность того, что при броске игрального кубика выпадет нечётное число.

**2.3.21.** Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков на обоих выпадет число не большее 3.

**2.3.22.** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.

**2.3.23.** В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

**2.3.24.** Аня и Яна играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Ничья, если очков поровну. Аня выкинула 3 очка. Затем кубик бросает Яна. Найдите вероятность того, что Яна выиграет.

**2.3.25.** Лена и Саша играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Ничья, если очков поровну. Лена выкинула 4 очка. Затем кубик бросает Саша. Найдите вероятность того, что Саша проигрывает.

**2.3.26.** Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

**2.3.27.** Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

**2.3.28.** Биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,9. Он стреляет пять раз. Найдите вероятность того, что он попадёт в мишень все пять раз.

**2.3.29.** Биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,7. Он стреляет пять раз. Найдите вероятность того, что он не попадёт в мишень ни одного раза.

**2.3.30.** Биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,8. Он стреляет пять раз. Найдите вероятность того, что он попадёт в мишень ровно один раз.

**2.3.31.** Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 35 до 46 делится на 5?

**2.3.32.** Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 82 до 96 делится на 6?

**2.3.33.** На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

**2.3.34.** На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

**2.3.35.** Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,83. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,64. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 17.

**2.3.36.** Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,89. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,46. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 15.

**2.3.37.** Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся У. верно решит больше 9 задач, равна 0,61. Вероятность того, что У. верно решит больше 8 задач, равна 0,73. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 9 задач.

**2.3.38.** Вероятность того, что на тесте по физике учащийся У. верно решит больше 11 задач, равна 0,66. Вероятность того, что У. верно решит больше 10 задач, равна 0,71. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 11 задач.

**2.3.39.** Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 5% бракованных стекол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

**2.3.40.** Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 60% этих стёкол, вторая — 40%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стёкол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

**2.3.41.** Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,1. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

**2.3.42.** В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,03 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

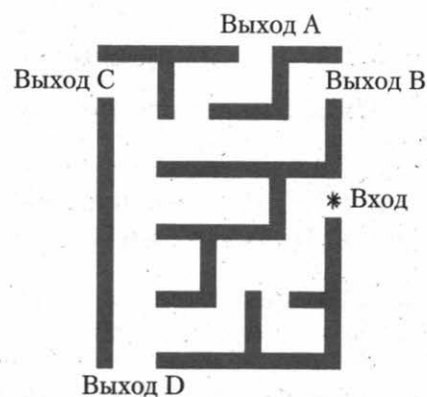
**2.3.43.** В аэропорте два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

**2.3.44.** В аэропорте два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

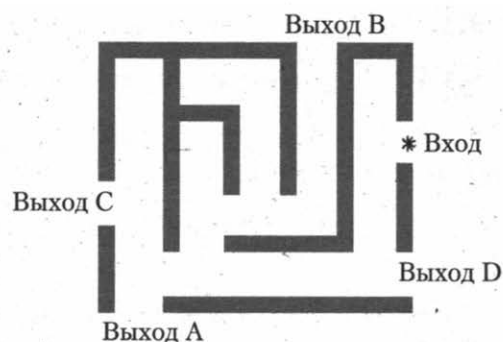
**2.3.45.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

**2.3.46.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

**2.3.47.** На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу *D*.



**2.3.48.** На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу *A*.



**2.3.49.** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 6, но не дойдя до отметки 9.

**2.3.50.** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 2.

### 3. ГЕОМЕТРИЯ

#### 3.1. Длины

- 3.1.1.** Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу.
- 3.1.2.** Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 15. Один из его катетов равен 9. Найдите другой катет.
- 3.1.3.** Периметр параллелограмма равен 56. Одна сторона параллелограмма на 3 больше другой. Найдите меньшую сторону параллелограмма.
- 3.1.4.** Две стороны параллелограмма относятся как 3:4, а периметр его равен 70. Найдите большую сторону параллелограмма.
- 3.1.5.** Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 1:3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 60.
- 3.1.6.** Найдите диагональ прямоугольника, две стороны которого равны 5 и 12.
- 3.1.7.** Найдите диагональ прямоугольника, две стороны которого равны 6 и 8.
- 3.1.8.** Средняя линия трапеции равна 35, а меньшее основание равно 27. Найдите большее основание трапеции.
- 3.1.9.** Средняя линия трапеции равна 29, а одно из её оснований больше другого на 14. Найдите большее основание трапеции.
- 3.1.10.** Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.
- 3.1.11.** Основания трапеции равны 12 и 37. Найдите меньший из отрезков, на которые делит среднюю линию трапеции одна из её диагоналей.
- 3.1.12.** Периметр трапеции равен 40, а сумма непараллельных сторон равна 20. Найдите среднюю линию трапеции.
- 3.1.13.** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 10. Найдите её среднюю линию.
- 3.1.14.** Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 22 и 15. Найдите среднюю линию этой трапеции.
- 3.1.15.** Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 17 и 126. Найдите среднюю линию этой трапеции.
- 3.1.16.** Основания трапеции равны 10 и 24. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
- 3.1.17.** Основания трапеции равны 13 и 47. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
- 3.1.18.** Прямая, проведённая параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 8, отсекает треугольник, периметр которого равен 17. Найдите периметр трапеции.
- 3.1.19.** Прямая, проведённая параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 5, отсекает треугольник, периметр которого равен 24. Найдите периметр трапеции.

**3.1.20.** Диагонали четырёхугольника равны 7 и 25. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.

**3.1.21.** Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 30. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

**3.1.22.** Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 47. Найдите гипотенузу этого треугольника.

**3.1.23.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $BC = 15$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

**3.1.24.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 2\sqrt{15}$ . Радиус описанной окружности этого треугольника равен 8. Найдите  $AC$ .

**3.1.25.** В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 5$ ,  $CD = 15$ . Найдите периметр четырёхугольника.

**3.1.26.** Периметр четырёхугольника, описанного около окружности, равен 74, две его стороны равны 21 и 25. Найдите большую из оставшихся сторон.

**3.1.27.** В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 10$ ,  $BC = 6$  и  $CD = 16$ . Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

**3.1.28.** В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 23$ ,  $BC = 27$ ,  $CD = 15$ . Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

### 3.2. Углы

**3.2.1.** Один острый угол прямоугольного треугольника на  $86^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.2.** Один острый угол прямоугольного треугольника на  $56^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.3.** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $77^\circ$ ,  $AC = BC$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.4.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $66^\circ$ ,  $AC = BC$ . Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.5.** В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $74^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.6.** В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $128^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.7.** Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна  $12^\circ$ . Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.8.** Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна  $250^\circ$ . Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.9.** Один острый угол прямоугольного треугольника в 5 раз больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.10.** Один острый угол прямоугольного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.11.** Один угол равнобедренного треугольника на  $99^\circ$  больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.12.** Один из внешних углов треугольника равен  $49^\circ$ . Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 1:6. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.



**3.2.13.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $65^\circ$ ,  $AD$  — биссектриса, угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.14.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $63^\circ$ ,  $AD$  — биссектриса, угол  $CAD$  равен  $31^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.15.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AD$  — высота, угол  $BAD$  равен  $28^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.16.** В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ ,  $AD$  — высота, угол  $BAD$  равен  $29^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.17.** В треугольнике  $ABC$   $CD$  — медиана, угол  $ACB$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $22^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.18.** В треугольнике  $ABC$   $CD$  — медиана, угол  $ACB$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $54^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.19.** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $58^\circ$  и  $32^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

**3.2.20.** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $86^\circ$  и  $4^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

**3.2.21.** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $46^\circ$  и  $44^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

**3.2.22.** Два угла треугольника равны  $43^\circ$  и  $80^\circ$ . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.

**3.2.23.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $6^\circ$ ,  $AD$  и  $BE$  — биссектрисы, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.24.** Найдите тупой угол параллелограмма, если его острый угол равен  $29^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.25.** Сумма двух углов параллелограмма равна  $10^\circ$ . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

**3.2.26.** Сумма двух углов параллелограмма равна  $126^\circ$ . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

**3.2.27.** Один угол параллелограмма больше другого на  $28^\circ$ . Найдите больший угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.28.** Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если известно, что разность противолежащих углов равна  $68^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.29.** Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет  $\frac{1}{4}$  окружности. Ответ дайте в градусах.

**3.2.30.** Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет  $\frac{1}{6}$  окружности. Ответ дайте в градусах.

**3.2.31.** Дуга окружности  $AC$ , не содержащая точки  $B$ , составляет  $125^\circ$ . А дуга окружности  $BC$ , не содержащая точки  $A$ , составляет  $79^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.32.** Центральный угол на  $48^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

**3.2.33.** Найдите центральный угол  $AOB$ , если он на  $62^\circ$  больше вписанного угла  $ACB$ , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

**3.2.34.**  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $32^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.35.**  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Центральный угол  $AOD$  равен  $84^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.36.** Угол  $A$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $116^\circ$ . Найдите угол  $C$  этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

**3.2.37.** Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $117^\circ$  и  $153^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

**3.2.38.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $44^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $36^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.39.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $28^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $44^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.40.** Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности в  $120^\circ$ . Найдите угол между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку  $B$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.41.** Угол между хордой  $AB$  и касательной  $BC$  к окружности равен  $87^\circ$ . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой  $AB$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.42.** Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности в точке  $A$ ,  $O$  — центр окружности, отрезок  $OC$  пересекает окружность в точке  $B$ , а меньшая дуга окружности  $AB$ , заключённая внутри этого угла, равна  $58^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.43.** Угол  $ACO$  равен  $20^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается в точке  $A$  окружности с центром  $O$ . Прямая  $CO$  пересекает окружность в точках  $B$  и  $D$ , точка  $B$  лежит между  $C$  и  $O$ . Найдите градусную величину дуги  $AD$  окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

**3.2.44.** Точки  $A$  и  $B$  лежат на окружности. Точка  $C$  лежит вне неё, причём отрезок  $AC$  пересекает окружность в точке  $D$ , а отрезок  $BC$  — в точке  $E$ . Найдите угол  $ACB$ , если вписанные углы  $ADB$  и  $DAE$  опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно  $118^\circ$  и  $38^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**3.2.45.** Точки  $A$  и  $B$  лежат на окружности. Точка  $C$  лежит вне неё, причём отрезок  $AC$  пересекает окружность в точке  $D$ , а отрезок  $BC$  — в точке  $E$ . Угол  $ACB$  равен  $48^\circ$ . Градусная величина дуги  $AB$  окружности, не содержащей точек  $D$  и  $E$ , равна  $162^\circ$ . Найдите угол  $DAE$ . Ответ дайте в градусах.

### 3.3. Тригонометрия

**3.3.1.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3\sqrt{11}}{10}$ . Найдите  $\cos A$ .

**3.3.2.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите  $\cos A$ .

**3.3.3.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{2}{\sqrt{13}}$ . Найдите  $\operatorname{tg} A$ .

- 3.3.4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{12}{13}$ . Найдите  $\operatorname{tg} A$ .
- 3.3.5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{7}}{3}$ . Найдите  $\cos A$ .
- 3.3.6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = 0,8$ . Найдите  $\sin B$ .
- 3.3.7. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = 0,28$ . Найдите  $\sin B$ .
- 3.3.8. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите  $\cos B$ .
- 3.3.9. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{5}{\sqrt{41}}$ . Найдите  $\operatorname{tg} B$ .
- 3.3.10. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Найдите  $\cos B$ .
- 3.3.11. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $\sin A = 0,75$ . Найдите  $BC$ .
- 3.3.12. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 9$ ,  $\sin A = 0,3$ . Найдите  $BC$ .
- 3.3.13. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 2$ ,  $\operatorname{tg} A = 0,5$ . Найдите  $AC$ .
- 3.3.14. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 8$ ,  $\operatorname{tg} A = 1,6$ . Найдите  $AC$ .
- 3.3.15. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $\cos B = \frac{3}{5}$ . Найдите  $AC$ .
- 3.3.16. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $\cos B = \frac{\sqrt{21}}{5}$ . Найдите  $AC$ .
- 3.3.17. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = 0,6$ ,  $AC = 12$ . Найдите  $AB$ .
- 3.3.18. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$ . Найдите  $AB$ .
- 3.3.19. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{21}}{2}$ . Найдите  $AC$ .
- 3.3.20. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 20$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$ . Найдите  $BC$ .
- 3.3.21. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 20$ ,  $BC = 14$ . Найдите  $\operatorname{tg} A$ .
- 3.3.22. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = \sqrt{51}$ ,  $BC = 7$ . Найдите  $\sin A$ .
- 3.3.23. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 10$ ,  $\cos A = 0,4$ . Найдите  $AB$ .
- 3.3.24. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 4$ ,  $\cos A = 0,1$ . Найдите  $AC$ .
- 3.3.25. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 15$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$ . Найдите  $AC$ .
- 3.3.26. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 10$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$ . Найдите  $AB$ .
- 3.3.27. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = 0,7$ . Найдите синус внешнего угла при вершине  $A$ .
- 3.3.28. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = 0,55$ . Найдите синус внешнего угла при вершине  $A$ .
- 3.3.29. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = 0,4$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $A$ .

**3.3.30.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = 0,37$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $A$ .

**3.3.31.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = 3$ . Найдите тангенс внешнего угла при вершине  $A$ .

**3.3.32.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = 8$ . Найдите тангенс внешнего угла при вершине  $A$ .

**3.3.33.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{2}{5}$ . Найдите тангенс внешнего угла при вершине  $B$ .

**3.3.34.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos B = \frac{\sqrt{15}}{4}$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $A$ .

**3.3.35.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$ . Найдите синус внешнего угла при вершине  $B$ .

**3.3.36.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 2$ . Найдите синус внешнего угла при вершине  $A$ .

**3.3.37.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 120$ ,  $BC = 35$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $A$ .

**3.3.38.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AB = 12$ ,  $\cos A = \frac{1}{2}$ . Найдите  $AH$ .

**3.3.39.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AB = 25$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $AH$ .

**3.3.40.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AB = 26$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{2}{3}$ . Найдите  $AH$ .

**3.3.41.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $BC = 14$ ,  $\sin A = \frac{4}{7}$ . Найдите  $AH$ .

**3.3.42.** В параллелограмме  $ABCD$   $\sin C = \frac{1}{3}$ ,  $AD = 6$ . Найдите высоту, опущенную на сторону  $AB$ .

**3.3.43.** В параллелограмме  $ABCD$  высота, опущенная на сторону  $AB$ , равна 9,  $\sin A = \frac{3}{4}$ . Найдите  $AD$ .

**3.3.44.** Основания равнобедренной трапеции равны 12 и 52. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.

**3.3.45.** Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 43. Косинус острого угла трапеции равен  $\frac{8}{9}$ . Найдите боковую сторону.

### 3.4. Площади

**3.4.1.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 14 и 8.

**3.4.2.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 6 и 12.

**3.4.3.** Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 22. Найдите площадь этого треугольника.

**3.4.4.** Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 40. Найдите площадь этого треугольника.

**3.4.5.** Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 12 и 4, а угол между ними равен  $30^\circ$ .

**3.4.6.** Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 15 и 8, а угол между ними равен  $150^\circ$ .

**3.4.7.** Площадь треугольника  $ABC$  равна 100.  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь треугольника  $CDE$ .

**3.4.8.** Площадь треугольника  $ABC$  равна 256.  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь треугольника  $CDE$ .

**3.4.9.** Периметр треугольника равен 24, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.

**3.4.10.** Периметр треугольника равен 78, а радиус вписанной окружности равен 6. Найдите площадь этого треугольника.

**3.4.11.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 24 и 25.

**3.4.12.** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 20, а основание равно 24. Найдите площадь этого треугольника.

**3.4.13.** Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 12 и 6.

**3.4.14.** Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 5 и 18.

**3.4.15.** Найдите площадь ромба, если его сторона равна 32, а один из углов равен  $150^\circ$ .

**3.4.16.** Найдите площадь ромба, если его сторона равна 23, а один из углов равен  $30^\circ$ .

**3.4.17.** Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 18 и 11, а угол между ними равен  $30^\circ$ .

**3.4.18.** Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 7 и 17, а угол между ними равен  $150^\circ$ .

**3.4.19.** Основания трапеции равны 24 и 18, высота — 4. Найдите площадь трапеции.

**3.4.20.** Основания трапеции равны 5 и 22, высота — 2. Найдите площадь трапеции.

**3.4.21.** Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 5 и 2. Найдите площадь трапеции.

**3.4.22.** Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 6 и 13. Найдите площадь трапеции.

**3.4.23.** Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 13.

**3.4.24.** Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44, и одна сторона на 2 больше другой.

**3.4.25.** Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 40, а отношение соседних сторон равно 3:7.

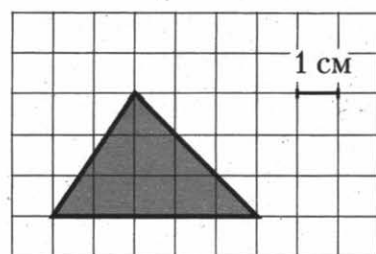
**3.4.26.** Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 10 и 20, большая боковая сторона составляет с основанием угол  $45^\circ$ .

**3.4.27.** Найдите площадь круга, длина окружности которого равна  $\sqrt{\pi}$ .

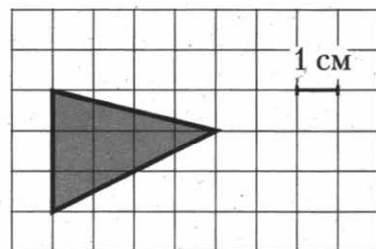
**3.4.28.** Найдите площадь сектора круга радиуса  $\frac{20}{\sqrt{\pi}}$ , центральный угол которого равен  $90^\circ$ .

**3.4.29.** Найдите площадь сектора круга радиуса 4, длина дуги которого равна 1.

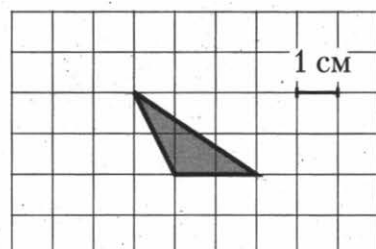
**3.4.30.** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



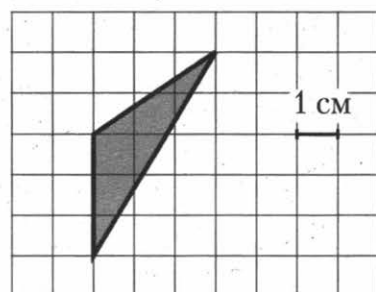
**3.4.31.** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



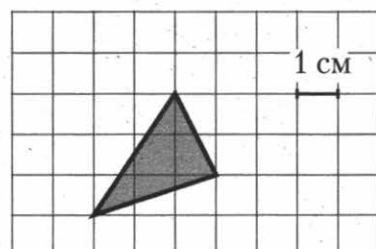
**3.4.32.** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



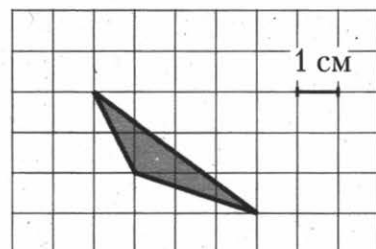
**3.4.33.** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



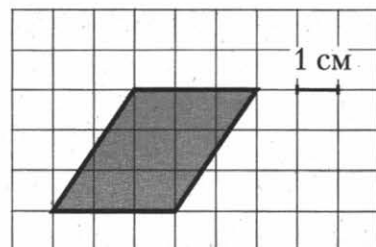
**3.4.34.** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



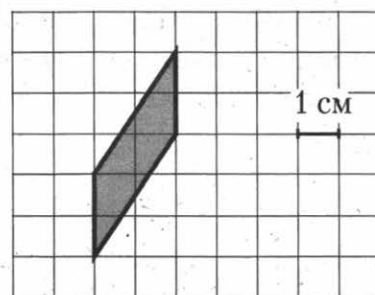
**3.4.35.** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



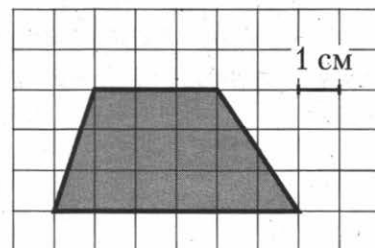
**3.4.36.** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



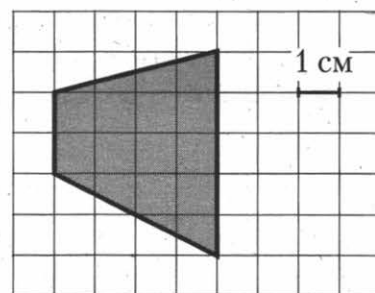
**3.4.37.** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



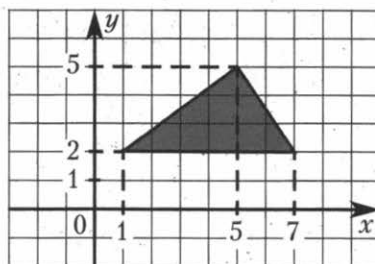
**3.4.38.** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



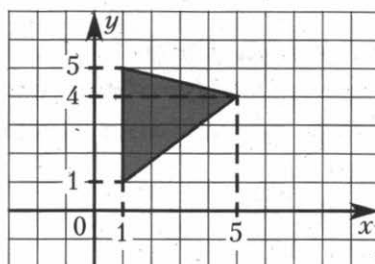
**3.4.39.** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



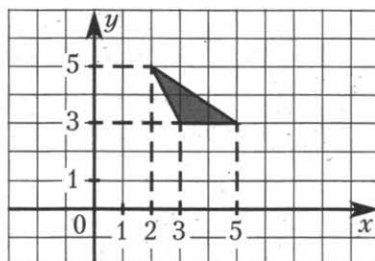
**3.4.40.** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 2)$ ,  $(7; 2)$ ,  $(5; 5)$ .



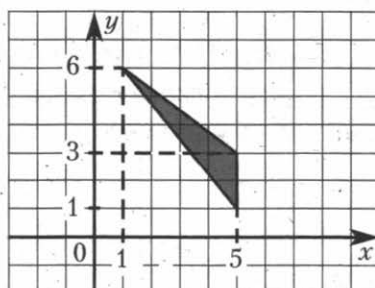
**3.4.41.** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 1)$ ,  $(5; 4)$ ,  $(1; 5)$ .



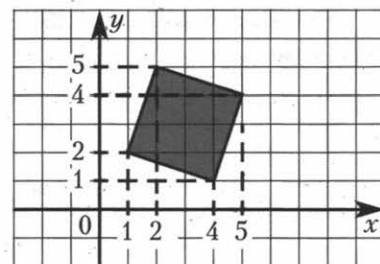
**3.4.42.** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(3; 3)$ ,  $(5; 3)$ ,  $(2; 5)$ .



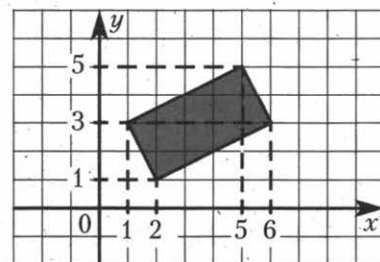
**3.4.43.** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(5; 1)$ ,  $(5; 3)$ ,  $(1; 6)$ .



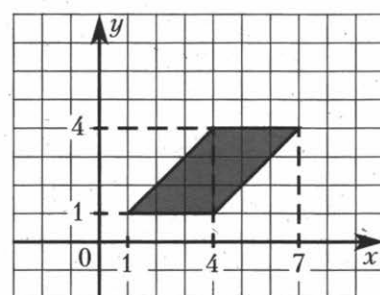
**3.4.44.** Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты  $(4; 1)$ ,  $(5; 4)$ ,  $(2; 5)$ ,  $(1; 2)$ .



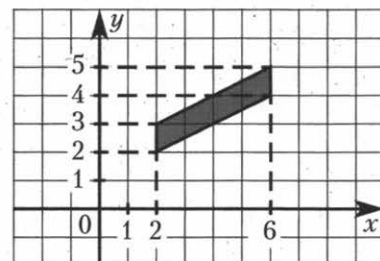
**3.4.45.** Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты  $(2; 1)$ ,  $(6; 3)$ ,  $(5; 5)$ ,  $(1; 3)$ .



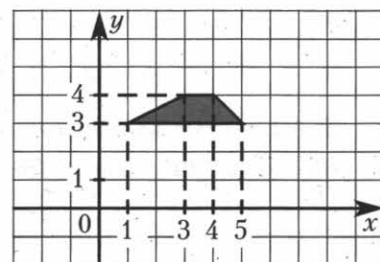
**3.4.46.** Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты  $(1; 1)$ ,  $(4; 1)$ ,  $(7; 4)$ ,  $(4; 4)$ .



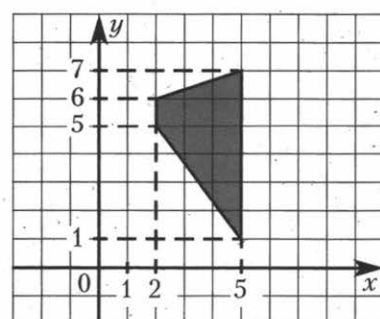
**3.4.47.** Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты  $(6; 4)$ ,  $(6; 5)$ ,  $(2; 3)$ ,  $(2; 2)$ .



**3.4.48.** Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1; 3)$ ,  $(5; 3)$ ,  $(4; 4)$ ,  $(3; 4)$ .

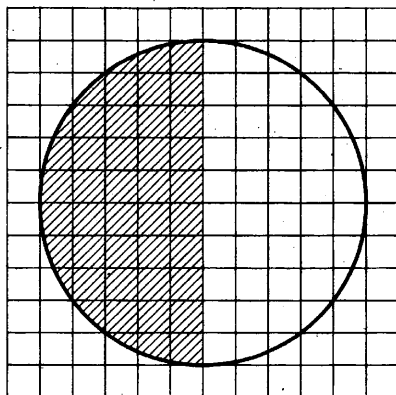


**3.4.49.** Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты  $(5; 1)$ ,  $(5; 7)$ ,  $(2; 6)$ ,  $(2; 5)$ .

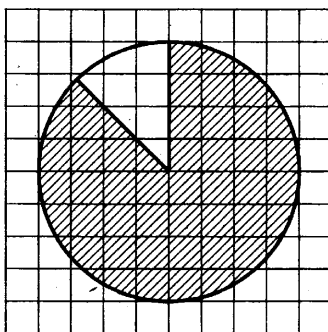




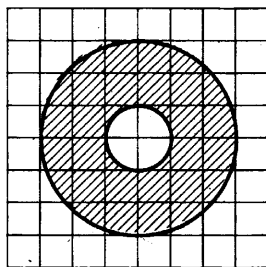
**3.4.50.** На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 76. Найдите площадь заштрихованного сектора.



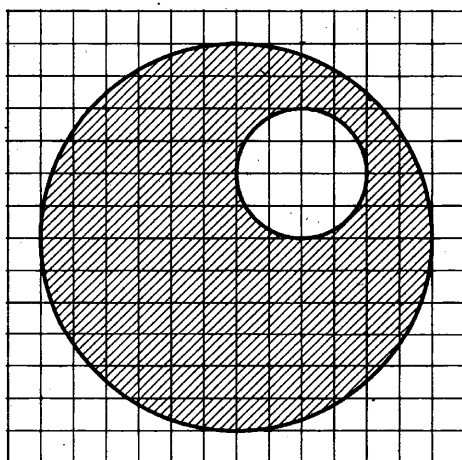
**3.4.51.** На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 14?



**3.4.52.** На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 33. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



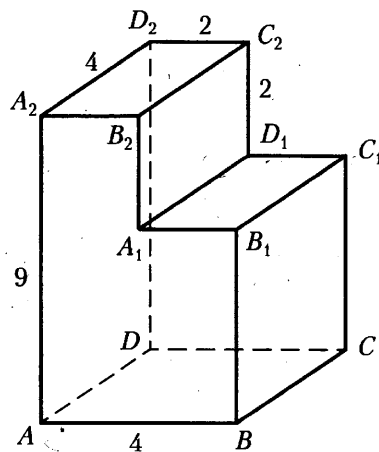
**3.4.53.** На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 4. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



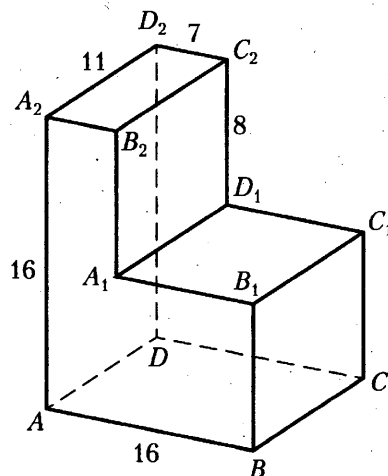
### 3.5. Стереометрия

- 3.5.1.** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $BC_1$  и  $A_1 C_1$ . Ответ дайте в градусах.
- 3.5.2.** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  — середина ребра  $AB$ , точка  $L$  — середина ребра  $AD$ , точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ . Найдите угол  $LMK$ . Ответ дайте в градусах.
- 3.5.3.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все рёбра которой равны 6, найдите угол между прямыми  $DE$  и  $F_1 A_1$ . Ответ дайте в градусах.
- 3.5.4.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер  $AB = 6$ ,  $AD = 18$ ,  $AA_1 = 8$ . Найдите синус угла между прямыми  $C_1 D$  и  $AB$ .
- 3.5.5.** Найдите расстояние между вершинами  $B$  и  $D$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , для которого  $AB = 4$ ,  $AD = 3$ ,  $AA_1 = 7$ .
- 3.5.6.** Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , для которого  $AB = 9$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 5$ .
- 3.5.7.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $D_1 C_1 = 1$ ,  $BB_1 = 2$ ,  $B_1 C_1 = 2$ . Найдите длину диагонали  $C_1 A$ .
- 3.5.8.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $CD = 4$ ,  $B_1 C_1 = 12$ ,  $DD_1 = 3$ . Найдите длину диагонали  $DB_1$ .
- 3.5.9.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AC_1 = \sqrt{14}$ ,  $BB_1 = 1$ ,  $A_1 D_1 = 3$ . Найдите длину ребра  $DC$ .
- 3.5.10.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = 3\sqrt{2}$ ,  $C_1 D_1 = 4$ ,  $BC = 1$ . Найдите длину ребра  $DD_1$ .
- 3.5.11.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все рёбра равны 7. Найдите расстояние между точками  $C$  и  $F$ .
- 3.5.12.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все рёбра равны 4. Найдите расстояние между точками  $E$  и  $A_1$ .
- 3.5.13.** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SC = 25$ ,  $BD = 14$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .
- 3.5.14.** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 30$ ,  $SA = 34$ . Найдите длину отрезка  $AC$ .
- 3.5.15.** Высота конуса равна 5, а диаметр основания — 24. Найдите образующую конуса.
- 3.5.16.** Высота конуса равна 16, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.
- 3.5.17.** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $78\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.
- 3.5.18.** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен  $55\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.

**3.5.19.** Найдите расстояние между вершинами  $D_2$  и  $B_1$  многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



**3.5.20.** Найдите расстояние между вершинами  $D$  и  $B_1$  многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



**3.5.21.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребро  $CD = 2$ , ребро  $BC = \sqrt{5}$ , ребро  $CC_1 = 2$ . Точка  $K$  — середина ребра  $DD_1$ . Найдите площадь сечения, проходящего через точки  $C_1$ ,  $B_1$  и  $K$ .

**3.5.22.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 12$ ,  $AD = 16$ ,  $AA_1 = 13$ . Найдите площадь сечения, проходящего через вершины  $D$ ,  $D_1$  и  $B$ .

**3.5.23.** В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 25. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.

**3.5.24.** В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 32. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.

**3.5.25.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  стороны оснований равны 8, боковые рёбра равны 20. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер  $AB$ ,  $AC$ ,  $A_1 B_1$  и  $A_1 C_1$ .

**3.5.26.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  стороны оснований равны 11, боковые рёбра равны 1. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер  $AB$ ,  $AC$ ,  $A_1 B_1$  и  $A_1 C_1$ .

**3.5.27.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 17$ ,  $AD = 15$ ,  $AA_1 = 8$ . Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C_1$ .

**3.5.28.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 20$ ,  $AD = 16$ ,  $AA_1 = 12$ . Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C_1$ .

**3.5.29.** Площадь основания конуса равна  $81\pi$ , высота — 2. Найдите площадь осевого сечения конуса.

**3.5.30.** Площадь основания конуса равна  $49\pi$ , высота — 5. Найдите площадь осевого сечения конуса.

**3.5.31.** Высота конуса равна 8, а длина образующей — 17. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.

**3.5.32.** Диаметр основания конуса равен 8, а длина образующей — 5. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.

**3.5.33.** Рёбра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2 и 6. Найдите площадь его поверхности.

**3.5.34.** Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 10 и 5. Диагональ параллелепипеда равна 15. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.

**3.5.35.** Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4, высота призмы равна 6. Найдите площадь её поверхности.

**3.5.36.** Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 9 и 12, и боковым ребром, равным 6.

**3.5.37.** Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 12, боковые рёбра равны 10. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

**3.5.38.** Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 24, а высота равна 5.

**3.5.39.** Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 8. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

**3.5.40.** Длина окружности основания цилиндра равна 9, высота равна 11. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

**3.5.41.** Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 6. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

**3.5.42.** Длина окружности основания конуса равна 7, образующая равна 26. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

**3.5.43.** Правильная четырёхугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 10. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

**3.5.44.** Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $19\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

**3.5.45.** Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $41\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

**3.5.46.** Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 3. Найдите площадь поверхности шара.

**3.5.47.** Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 57. Найдите площадь поверхности шара.

**3.5.48.** Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 3 раза?

**3.5.49.** Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 11 раз?

**3.5.50.** Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 2 и 3, боковое ребро равно 6. Найдите объём призмы.

**3.5.51.** Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12, боковое ребро равно 10. Найдите объём призмы.

**3.5.52.** В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 2, боковое ребро равно 7. Найдите её объём.

**3.5.53.** Найдите объём пирамиды, высота которой равна 1, а основание — прямоугольник со сторонами 2 и 3.

**3.5.54.** Найдите объём пирамиды, высота которой равна 6, а основание — прямоугольник со сторонами 7 и 16.

**3.5.55.** Найдите объём правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 8, а высота равна  $\sqrt{3}$ .

**3.5.56.** Высота конуса равна 7, образующая равна 10. Найдите его объём, делённый на  $\pi$ .

**3.5.57.** Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 21. Найдите объём треугольной пирамиды  $B_1 ABC$ .

**3.5.58.** Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 66. Найдите объём треугольной пирамиды  $BA_1 B_1 C_1$ .

**3.5.59.** Найдите объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если объём треугольной пирамиды  $ABDA_1$  равен 21.

**3.5.60.** Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 3. Найдите объём треугольной пирамиды  $AD_1 CB_1$ .

**3.5.61.** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $B, C, D, C_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 9, AD = 10, AA_1 = 3$ .

**3.5.62.** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, C, D, D_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 9, AD = 12, AA_1 = 5$ .

**3.5.63.** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, D, A_1, B_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 6, AD = 5, AA_1 = 4$ .

**3.5.64.** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 6, AD = 9, AA_1 = 3$ .

**3.5.65.** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$ , площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 6.

**3.5.66.** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$ , площадь основания которой равна 15, а боковое ребро равно 7.

**3.5.67.** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, A_1, B_1, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 7, а боковое ребро равно 9.

**3.5.68.** От треугольной призмы, объём которой равен 9, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объём оставшейся части.

**3.5.69.** Объём правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равен 196. Точка  $E$  — середина ребра  $SB$ . Найдите объём треугольной пирамиды  $EABC$ .

**3.5.70.** От треугольной пирамиды, объём которой равен 84, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.

**3.5.71.** Объём треугольной пирамиды равен 10. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении 2:3, считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объёмов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.

**3.5.72.** Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 4,5. Найдите объём параллелепипеда.

**3.5.73.** Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 3,5. Найдите его объём.

**3.5.74.** Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 5. Найдите его объём.

**3.5.75.** В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 5. Боковые рёбра равны  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.

**3.5.76.** В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 7 и 9. Боковые рёбра равны  $\frac{10}{\pi}$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.

**3.5.77.** Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 84.

**3.5.78.** Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объём конуса, если объём цилиндра равен 9.

**3.5.79.** Цилиндр описан около шара. Объём цилиндра равен 78. Найдите объём шара.

**3.5.80.** Цилиндр описан около шара. Объём шара равен 66. Найдите объём цилиндра.

**3.5.81.** Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 24. Найдите объём конуса.

**3.5.82.** Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 60. Найдите объём шара.

**3.5.83.** В цилиндрический сосуд налили 2000 см<sup>3</sup> воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 12 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в см<sup>3</sup>.

**3.5.84.** В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1200 см<sup>3</sup> воды и полностью в неё погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 28 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в см<sup>3</sup>.

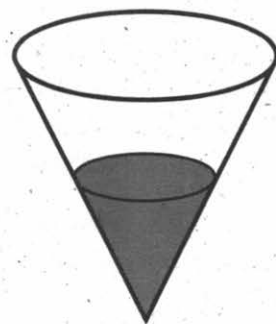
**3.5.85.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 20 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**3.5.86.** В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 36 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**3.5.87.** Объём первого цилиндра равен  $72 \text{ см}^3$ . У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания — в 4 раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

**3.5.88.** Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.

**3.5.89.** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{2}$  высоты. Объём жидкости равен 45 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



**3.5.90.** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{3}$  высоты. Объём жидкости равен 10 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

**3.5.91.** Во сколько раз увеличится объём шара, если его радиус увеличить в четыре раза?

**3.5.92.** Во сколько раз увеличится объём шара, если его радиус увеличить в пять раз?

## 4. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

### 4.1. Геометрический и физический смысл производной

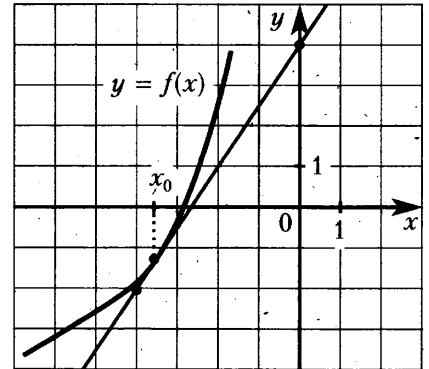
**4.1.1.** Прямая  $y = 8x + 9$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 5x + 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

**4.1.2.** Прямая  $y = 7x + 4$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 - 4x - 8$ . Найдите абсциссу точки касания.

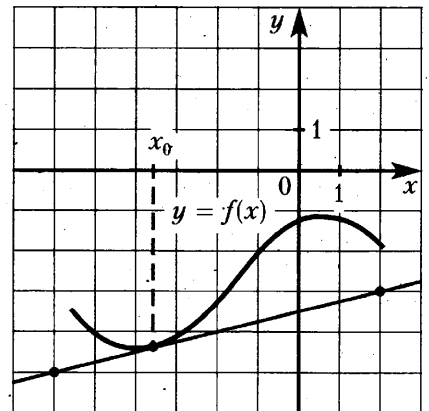
**4.1.3.** Прямая  $y = 6x - 9$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - x^2 + 6x - 9$ . Найдите абсциссу точки касания.

**4.1.4.** Прямая  $y = 3x - 2$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - 5x^2 + 6x + 7$ . Найдите абсциссу точки касания.

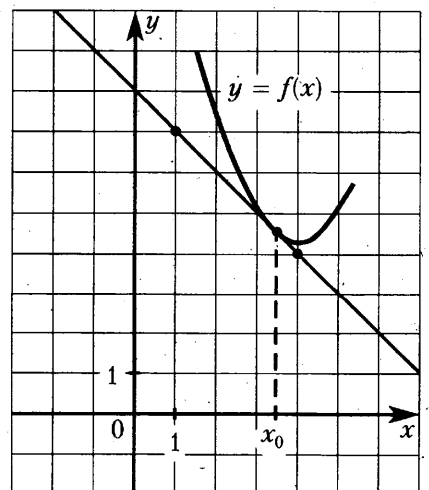
**4.1.5.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**4.1.6.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

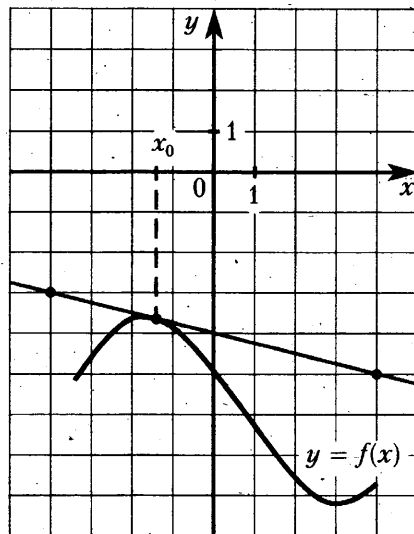


**4.1.7.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

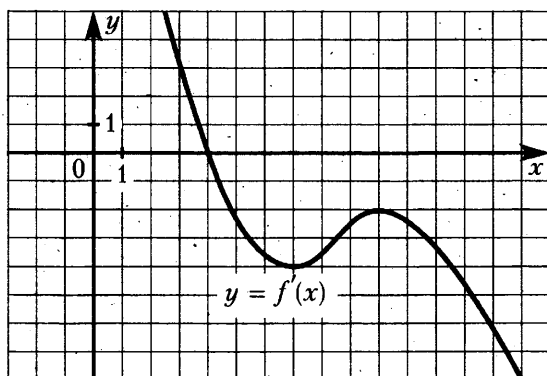




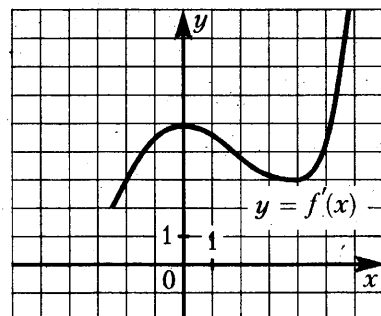
**4.1.8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



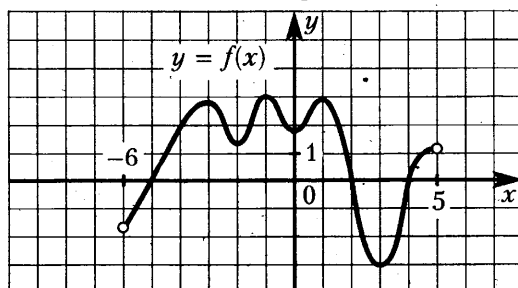
**4.1.9.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $y = f(x)$  параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



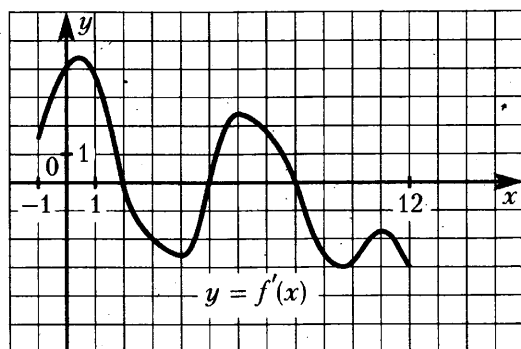
**4.1.10.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x$  или совпадает с ней.



**4.1.11.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -8$ .



**4.1.12.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 12)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 15$  или совпадает с ней.



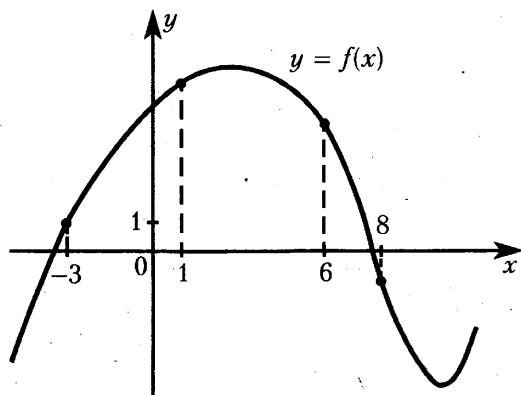
**4.1.13.** Прямая  $y = -5x + 7$  является касательной к графику функции  $f(x) = ax^2 - 29x + 19$ . Найдите  $a$ .

**4.1.14.** Прямая  $y = -7x - 9$  является касательной к графику функции  $f(x) = 4x^2 + bx$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

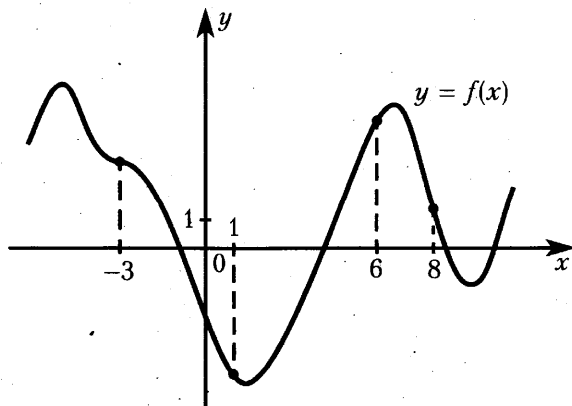
**4.1.15.** Прямая  $y = -4x - 8$  является касательной к графику функции  $f(x) = 9x^2 + bx + 1$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания меньше 0.

**4.1.16.** Прямая  $y = 3x - 8$  является касательной к графику функции  $f(x) = 10x^2 + 23x + c$ . Найдите  $c$ .

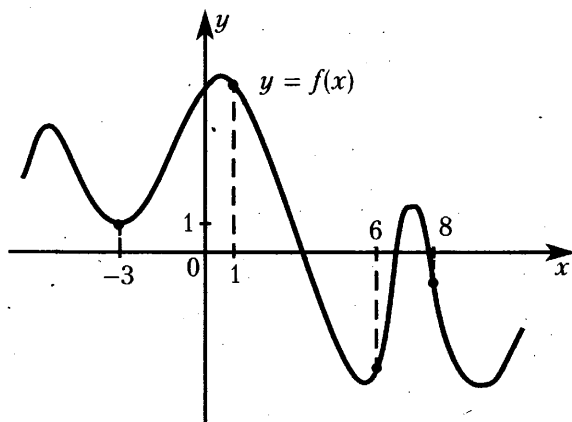
**4.1.17.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-3, 1, 6, 8$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



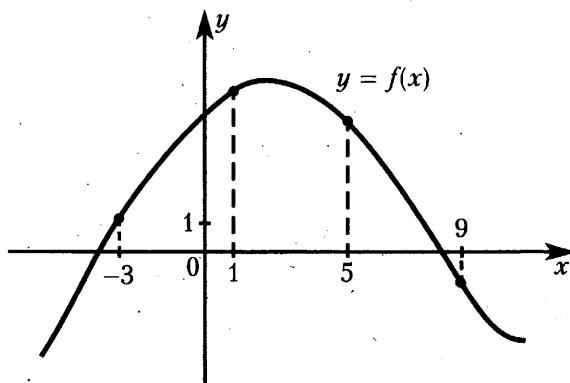
**4.1.18.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-3, 1, 6, 8$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



**4.1.19.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-3, 1, 6, 8$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



**4.1.20.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-3, 1, 5, 9$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



**4.1.21.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -t^2 + 8t - 21$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 3$  с.

**4.1.22.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{2}t^2 - t - 4$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 6 м/с?

**4.1.23.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^3 + 2t^2 - 5t - 18$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 3$  с.

**4.1.24.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - t - 8$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 15 м/с?

**4.1.25.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{2}t^4 + 6t^3 - 4t^2 - 8t + 3$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 1$  с.

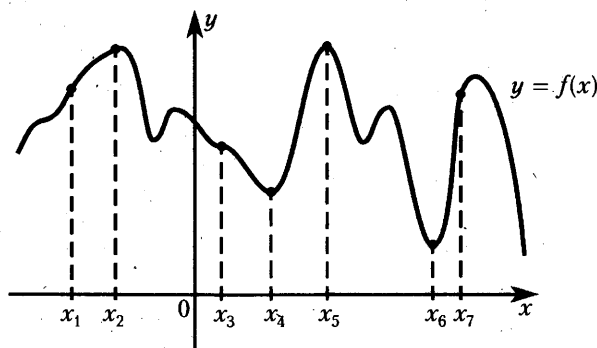
## 4.2. Техника дифференцирования

- 4.2.1. Найдите значение производной функции  $f(x) = 3x - 1$  в точке  $x_0 = -\sqrt{17}$ .
- 4.2.2. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x}{4} + 8$  в точке  $x_0 = 13$ .
- 4.2.3. Найдите значение производной функции  $f(x) = x^2 + 3$  в точке  $x_0 = 4$ .
- 4.2.4. Найдите значение производной функции  $f(x) = 4x^2 - 5$  в точке  $x_0 = 4$ .
- 4.2.5. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^2}{4} - 5$  в точке  $x_0 = -16$ .
- 4.2.6. Найдите значение производной функции  $f(x) = 3x^2 + 2x$  в точке  $x_0 = -3$ .
- 4.2.7. Найдите значение производной функции  $f(x) = x^2 + x - 1$  в точке  $x_0 = -2$ .
- 4.2.8. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 17}{5}$  в точке  $x_0 = 1$ .
- 4.2.9. Найдите значение производной функции  $f(x) = x^3$  в точке  $x_0 = 2$ .
- 4.2.10. Найдите значение производной функции  $f(x) = 3x^3 + 18$  в точке  $x_0 = \sqrt{5}$ .
- 4.2.11. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^3}{5} + 5$  в точке  $x_0 = 3$ .
- 4.2.12. Найдите значение производной функции  $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 3x - 14$  в точке  $x_0 = 7$ .
- 4.2.13. Найдите значение производной функции  $f(x) = 4x^4 - 2x + 117$  в точке  $x_0 = -2$ .
- 4.2.14. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^4}{2} + 3x^3 + x + 11$  в точке  $x_0 = -2$ .
- 4.2.15. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^5}{3} + x^2 + \frac{x}{3} - 1,5$  в точке  $x_0 = 2$ .
- 4.2.16. Найдите значение производной функции  $f(x) = \sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 4$ .
- 4.2.17. Найдите значение производной функции  $f(x) = 6\sqrt{x} + 2x - 4$  в точке  $x_0 = 9$ .
- 4.2.18. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{6} - 5x^2 + \frac{x}{6} + 14$  в точке  $x_0 = 1$ .
- 4.2.19. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{1}{x}$  в точке  $x_0 = -2$ .
- 4.2.20. Найдите значение производной функции  $f(x) = -\frac{2}{x} + \frac{x}{8} + 1,4$  в точке  $x_0 = -4$ .
- 4.2.21. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{9}{2x} + 3x - \frac{3}{2}$  в точке  $x_0 = 3$ .
- 4.2.22. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{x} - 74,5$  в точке  $x_0 = 2$ .
- 4.2.23. Найдите значение производной функции  $f(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{27}x^2 + 10,5x - 2$  в точке  $x_0 = 2,25$ .
- 4.2.24. Найдите значение производной функции  $f(x) = (x - 2)^2 + 2$  в точке  $x_0 = 3,5$ .

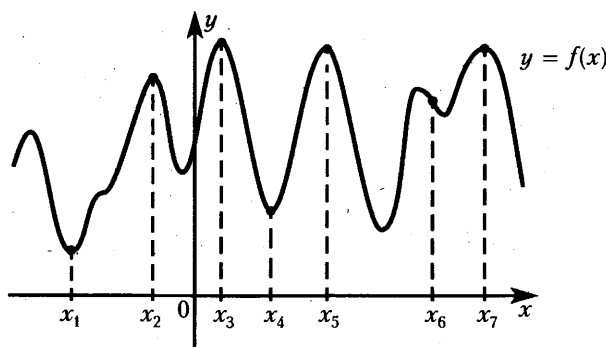
- 4.2.25. Найдите значение производной функции  $f(x) = (3x + 1)^2 - 3$  в точке  $x_0 = \frac{2}{3}$ .
- 4.2.26. Найдите значение производной функции  $f(x) = (x - 1)^3 + 5$  в точке  $x_0 = -2$ .
- 4.2.27. Найдите значение производной функции  $f(x) = \left(\frac{1}{3}x + 2\right)^3 + 12x$  в точке  $x_0 = -3$ .
- 4.2.28. Найдите значение производной функции  $f(x) = (2x + 5)(-3x + 1) + 4$  в точке  $x_0 = 2$ .
- 4.2.29. Найдите значение производной функции  $f(x) = (x^2 - 3)(2x + 1) - 144$  в точке  $x_0 = -1$ .
- 4.2.30. Найдите значение производной функции  $f(x) = x\sqrt{x} + 4$  в точке  $x_0 = 9$ .
- 4.2.31. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{1}{x}(x - 3) - 14,5$  в точке  $x_0 = 1$ .
- 4.2.32. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{1}{x}(2x^2 + 4x - 1) + 2,55$  в точке  $x_0 = 2$ .
- 4.2.33. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  в точке  $x_0 = -2,5$ .
- 4.2.34. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 2}$  в точке  $x_0 = -1,5$ .
- 4.2.35. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x - 1}$  в точке  $x_0 = -2,5$ .
- 4.2.36. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x + 2}$  в точке  $x_0 = -7$ .
- 4.2.37. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{2x^2 - 18}{x - 3}$  в точке  $x_0 = -13$ .
- 4.2.38. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x - 1}$  в точке  $x_0 = 3$ .
- 4.2.39. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 9}{x + 2}$  в точке  $x_0 = -2,5$ .
- 4.2.40. Найдите значение производной функции  $f(x) = 9 \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$  в точке  $x_0 = 0,25$ .
- 4.2.41. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$  в точке  $x_0 = 0,25$ .
- 4.2.42. Найдите значение производной функции  $f(x) = \sin x + 1$  в точке  $x_0 = 0$ .
- 4.2.43. Найдите значение производной функции  $f(x) = \cos x - 2x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{6}$ .
- 4.2.44. Найдите значение производной функции  $f(x) = \operatorname{tg} x + \pi$  в точке  $x_0 = \frac{3\pi}{4}$ .
- 4.2.45. Найдите значение производной функции  $f(x) = \operatorname{ctg} x + 3x + 8$  в точке  $x_0 = -\frac{\pi}{6}$ .
- 4.2.46. Найдите значение производной функции  $f(x) = \sin 3x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{6}$ .
- 4.2.47. Найдите значение производной функции  $f(x) = 2 \cos \frac{x}{2} - 1$  в точке  $x_0 = \pi$ .
- 4.2.48. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{\operatorname{tg} 2x}{2} + 5$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .

### 4.3. Исследование функций

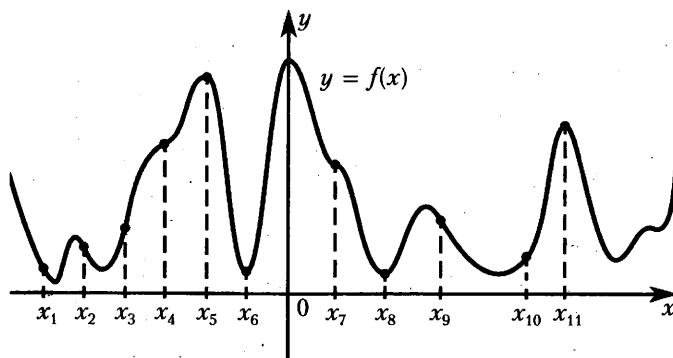
**4.3.1.** На рисунке изображён график функции  $f(x)$  и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?



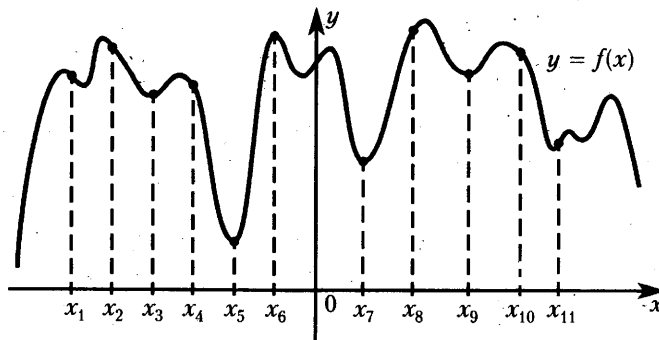
**4.3.2.** На рисунке изображён график функции  $f(x)$  и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



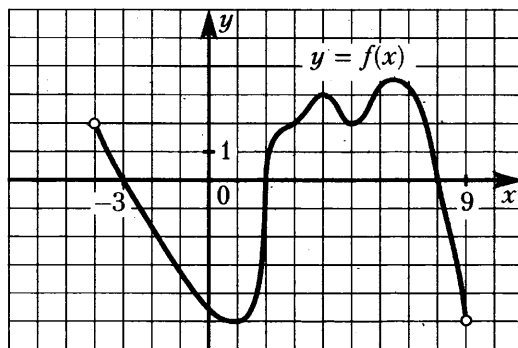
**4.3.3.** На рисунке изображён график функции  $f(x)$  и одиннадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{11}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?



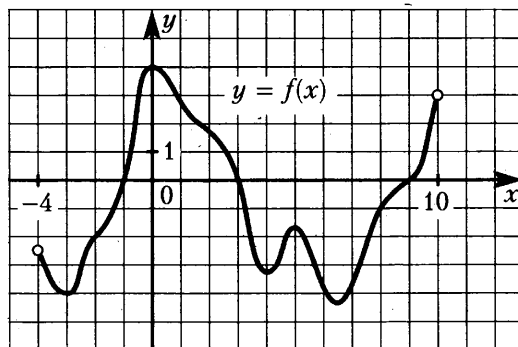
**4.3.4.** На рисунке изображён график функции  $f(x)$  и одиннадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{11}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



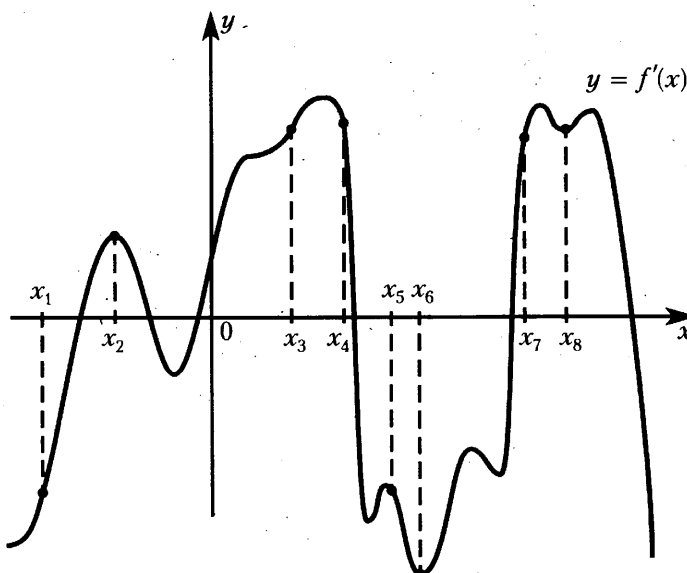
**4.3.5.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 9)$ . Определите количество целых точек (координата — целое число), в которых производная функции  $f(x)$  положительна.



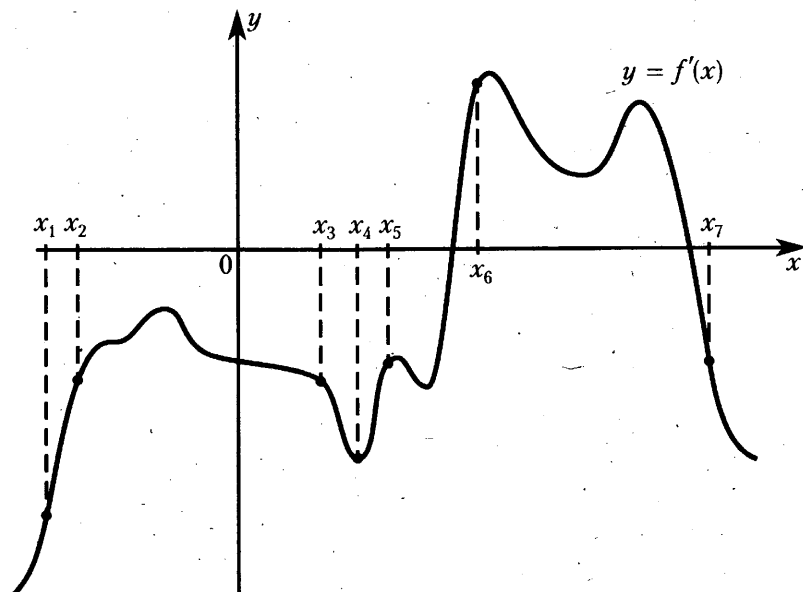
**4.3.6.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 10)$ . Определите количество целых точек (координата — целое число), в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.



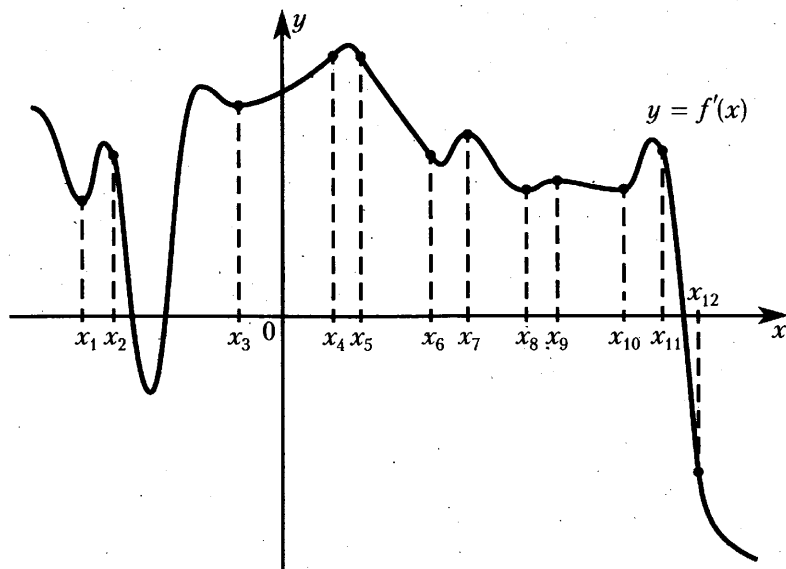
**4.3.7.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



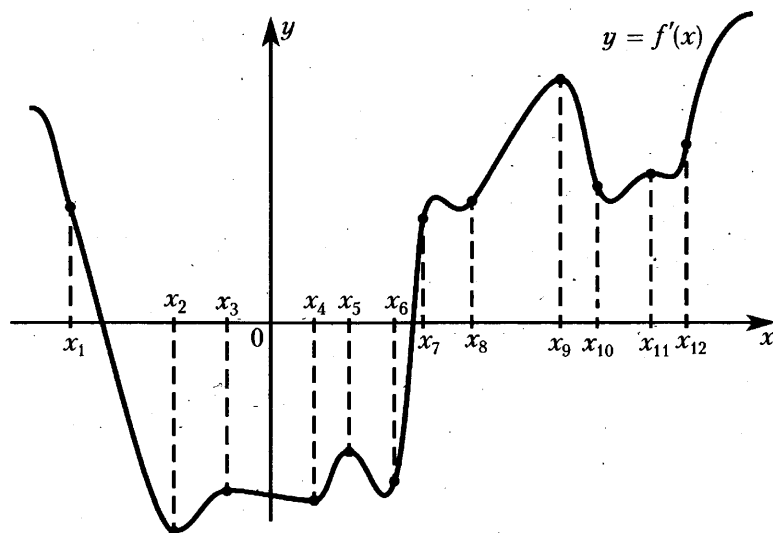
**4.3.8.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



**4.3.9.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и двенадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?

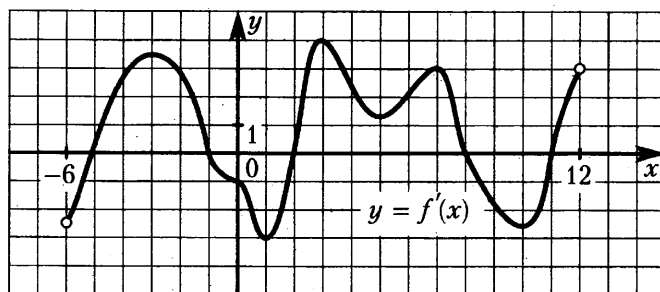


**4.3.10.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и двенадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?

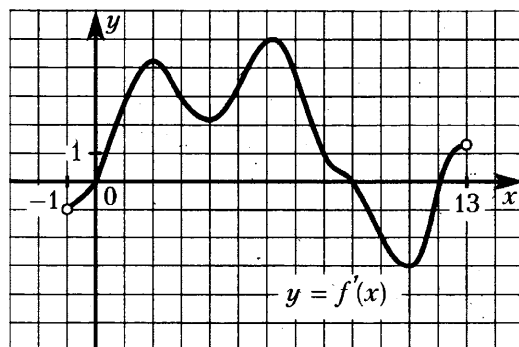




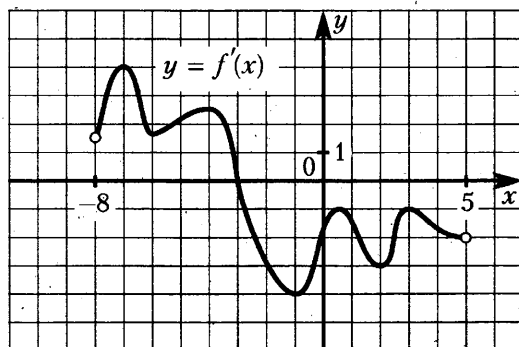
**4.3.11.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 12)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



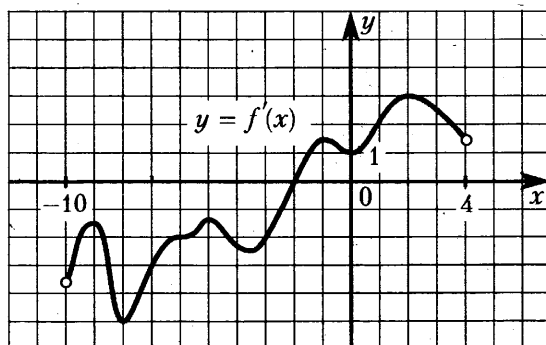
**4.3.12.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 13)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



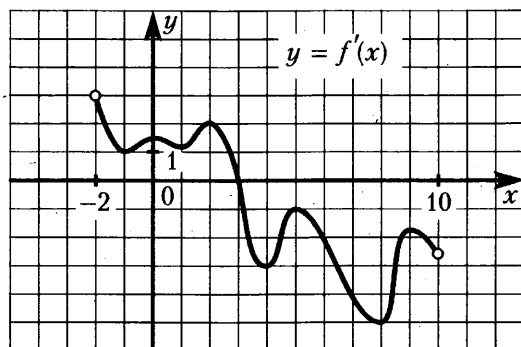
**4.3.13.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-8; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 2]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



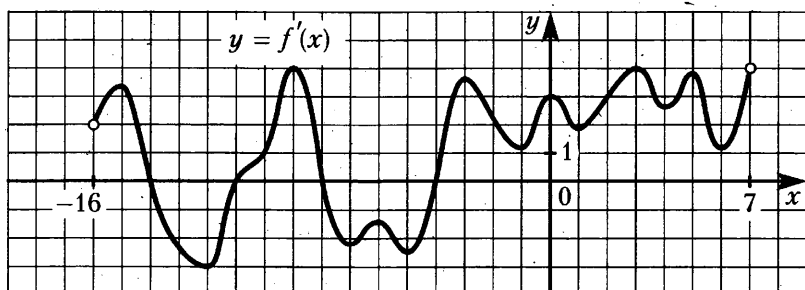
**4.3.14.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-8; -3]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



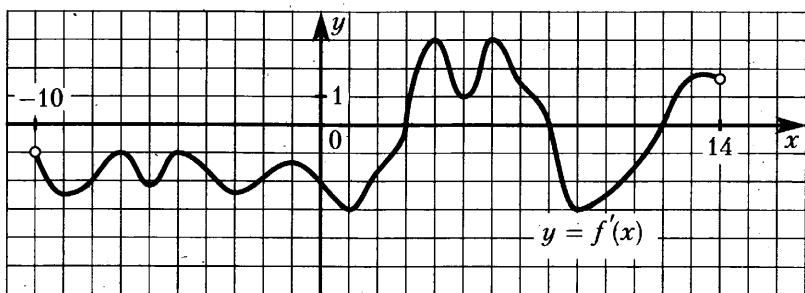
**4.3.15.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 10)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$  на интервале  $(-1; 9)$ .



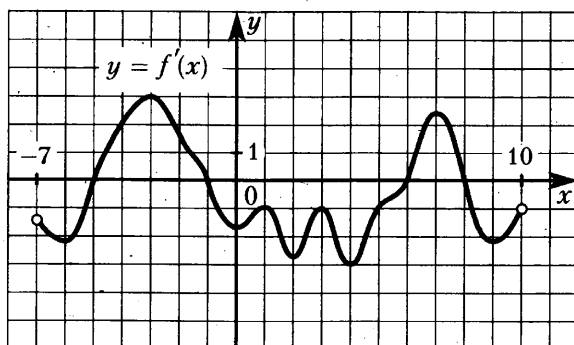
**4.3.16.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-16; 7)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-15; 6]$ .



**4.3.17.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-8; 11]$ .



**4.3.18.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 10)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-4; 5]$ .



- 4.3.19. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 75x + 23$ .
- 4.3.20. Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 192x + 14$ .
- 4.3.21. Найдите наибольшее значение функции  $y = x^5 - 5x^3 - 20x$  на отрезке  $[-7; -1]$ .
- 4.3.22. Найдите наибольшее значение функции  $y = 3x^5 - 20x^3 - 13$  на отрезке  $[-6; 1]$ .
- 4.3.23. Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2 + 36x}{x}$ .
- 4.3.24. Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 484}{x}$ .
- 4.3.25. Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 900}$ .
- 4.3.26. Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 225}$ .
- 4.3.27. Найдите точку максимума функции  $y = 6 + 15x - 4x\sqrt{x}$ .
- 4.3.28. Найдите точку минимума функции  $y = x\sqrt{x} - 24x + 14$ .
- 4.3.29. Найдите наибольшее значение функции  $y = 18x - 4x\sqrt{x}$  на отрезке  $[7; 10]$ .
- 4.3.30. Найдите наименьшее значение функции  $y = x\sqrt{x} - 12x + 3$  на отрезке  $[0; 100]$ .
- 4.3.31. Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 19x + 19)e^{x+20}$ .
- 4.3.32. Найдите точку минимума функции  $y = (2x^2 - 26x + 26)e^{x-17}$ .
- 4.3.33. Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 4e^x + 4$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
- 4.3.34. Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 9e^x - 2$  на отрезке  $[1; 3]$ .
- 4.3.35. Найдите наибольшее значение функции  $y = 28\sqrt{2}\sin x - 28x + 7\pi + 15$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- 4.3.36. Найдите наименьшее значение функции  $y = -28 - 3,5\pi + 14x - 14\sqrt{2}\sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- 4.3.37. Найдите наибольшее значение функции  $y = 6\sqrt{2}\cos x + 6x - \frac{3\pi}{2} + 15$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- 4.3.38. Найдите наименьшее значение функции  $y = -22 + \frac{9\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{27\sqrt{3}}{2}x - 27\cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- 4.3.39. Найдите точку максимума функции  $y = 1,5x^2 - 39x + 108\ln x - 8$ .
- 4.3.40. Найдите точку минимума функции  $y = 0,5x^2 - 11x + 30\ln x + 8$ .
- 4.3.41. Найдите наибольшее значение функции  $y = x^2 - 13x + 11\ln x + 12$  на отрезке  $\left[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}\right]$ .
- 4.3.42. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 7$  на отрезке  $\left[\frac{5}{6}; \frac{7}{6}\right]$ .

#### 4.4. Первообразная

4.4.1. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 11x + 5$  в точке 0 равно 6. Найдите  $F(-3)$ .

4.4.2. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = -5x + 8$  в точке 0 равно 3. Найдите  $F(4)$ .

4.4.3. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 3x^2 - 7x + 1$  в точке 0 равно 4. Найдите  $F(4)$ .

4.4.4. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 2x^2 + 9x - 4$  в точке 0 равно 7. Найдите  $F(-3)$ .

4.4.5. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = -6x^2 - 2x + 5$  в точке 0 равно 9. Найдите  $F(5)$ .

4.4.6. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 2$  в точке 0 равно -5. Найдите  $F(2)$ .

4.4.7. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = -x^3 + 10x - 7$  в точке 0 равно 12. Найдите  $F(-2)$ .

4.4.8. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = \frac{x^3}{5} - 3x^2 + 7x - 8$  в точке 0 равно -21. Найдите  $F(5)$ .

4.4.9. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 9x^8$  в точке 0 равно -13. Найдите  $F(-1)$ .

4.4.10. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = -18x^4$  в точке 0 равно 17. Найдите  $F(2)$ .

4.4.11. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = -5\sin x$  в точке 0 равно 17. Найдите  $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

4.4.12. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 11\sin x$  в точке 0 равно -9. Найдите  $F\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ .

4.4.13. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 21\sin x$  в точке 0 равно 6. Найдите  $F\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ .

4.4.14. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 8\cos x$  в точке  $-\pi$  равно 13. Найдите  $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

4.4.15. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 10\cos x$  в точке  $\frac{\pi}{2}$  равно -4. Найдите  $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

4.4.16. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 6e^x$  в точке 0 равно -18. Найдите  $F(\ln 3)$ .

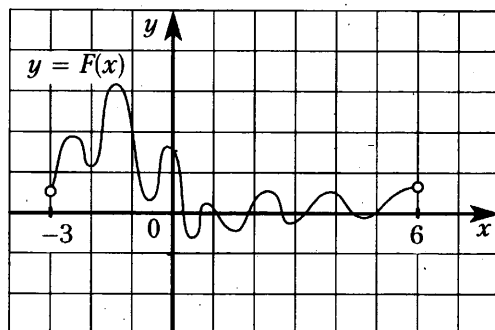
4.4.17. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = -8e^x$  в точке 0 равно 3. Найдите  $F(\ln 7)$ .

4.4.18. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 12e^x$  в точке 0 равно 7. Найдите  $F(-\ln 5)$ .

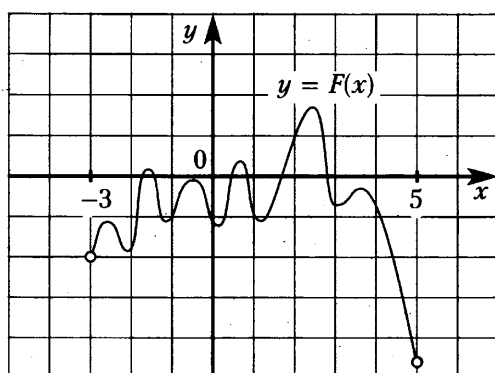
4.4.19. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = \frac{7}{x}$  в точке 1 равно  $-11$ . Найдите  $F(e^2)$ .

4.4.20. Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = -\frac{10}{x}$  в точке равно 8. Найдите  $F(e^4)$ .

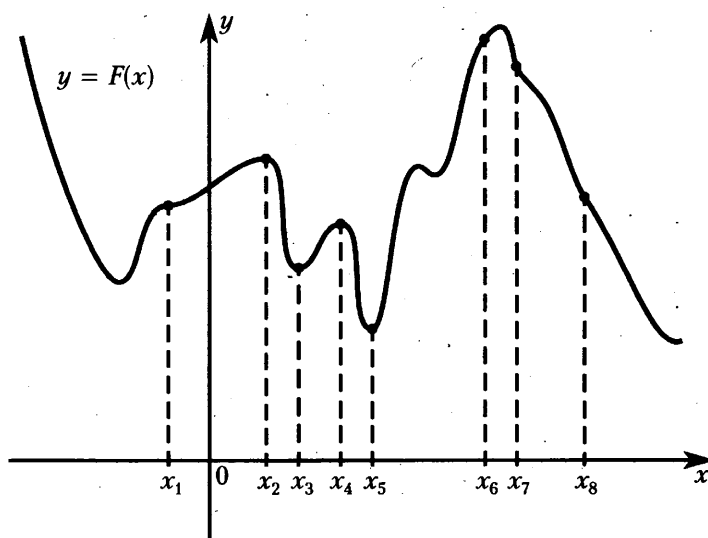
4.4.21. На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных некоторой функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 6)$ . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-2; 5]$ .



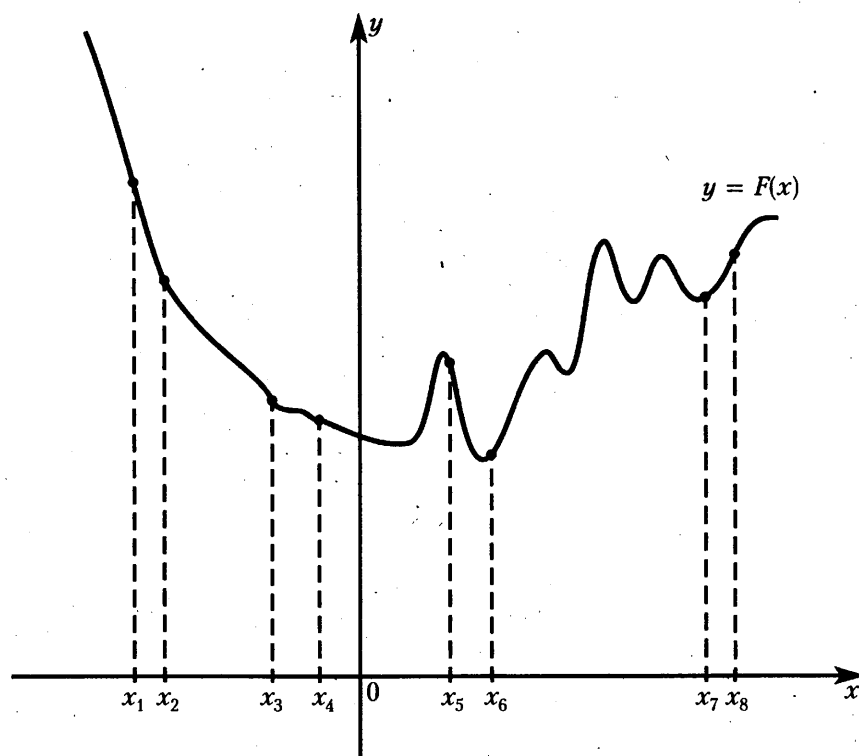
4.4.22. На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных некоторой функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 5)$ . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения на отрезке  $[-2; 4]$ .



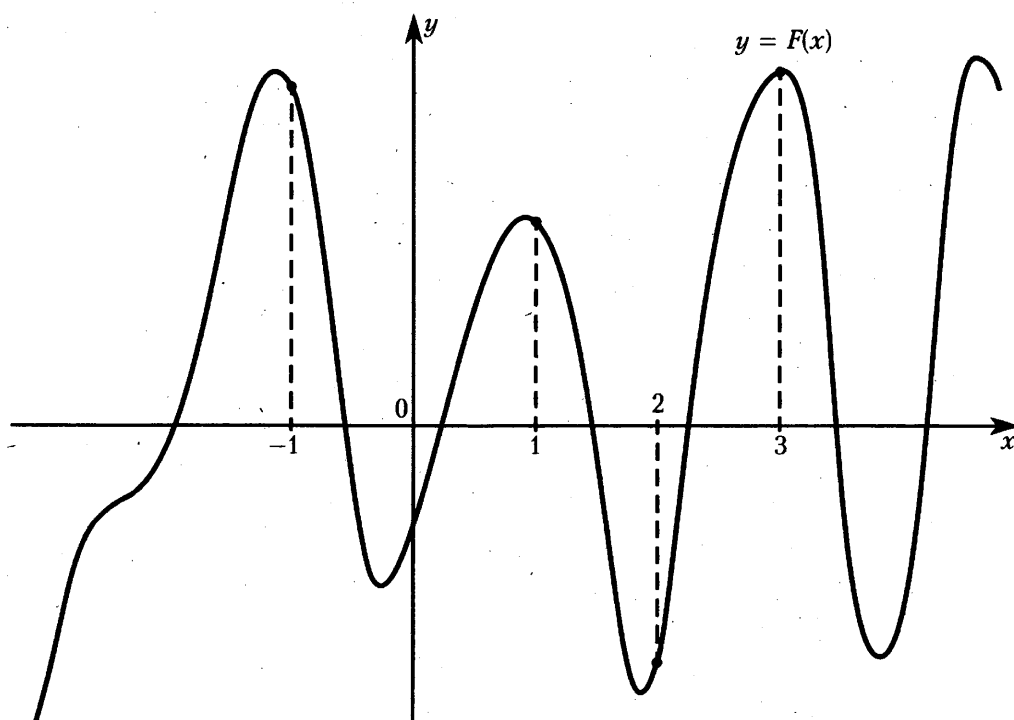
4.4.23. На рисунке изображён график первообразной  $y = F(x)$  функции  $f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  положительна?



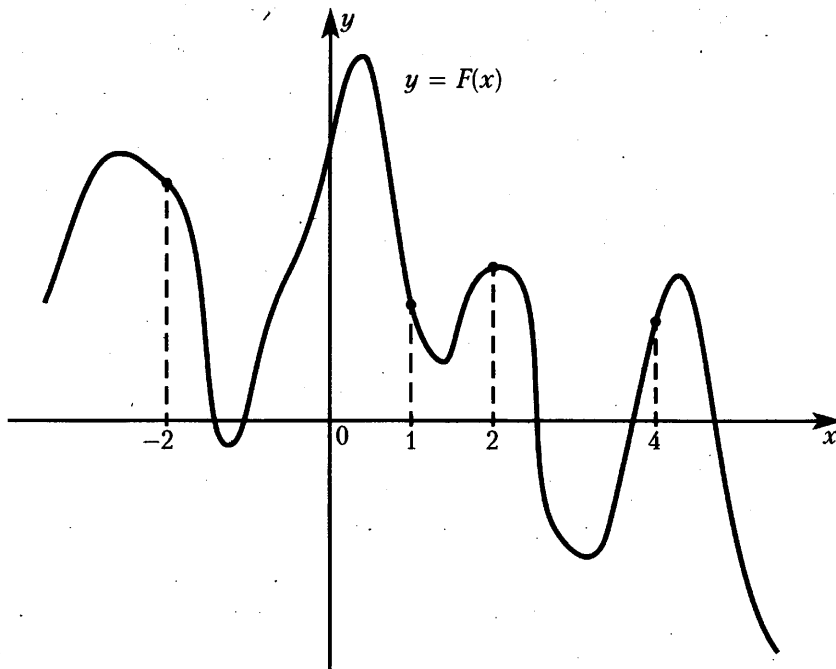
**4.4.24.** На рисунке изображён график первообразной  $y = F(x)$  функции  $f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  отрицательна?



**4.4.25.** На рисунке изображён график первообразной  $y = F(x)$  функции  $f(x)$  и отмечены точки  $-1, 1, 2, 3$ . В какой из этих точек значение функции  $f(x)$  наименьшее? В ответе укажите эту точку.



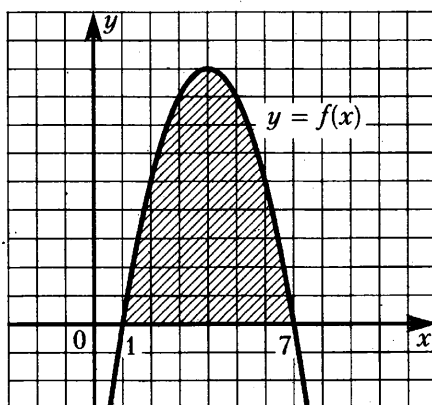
**4.4.26.** На рисунке изображён график первообразной  $y = F(x)$  функции  $f(x)$  и отмечены точки  $-2, 1, 2, 4$ . В какой из этих точек значение функции  $f(x)$  наибольшее? В ответе укажите эту точку.



**4.4.27.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , одна из первообразных которой имеет вид

$$F(x) = -\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 7x + 11.$$

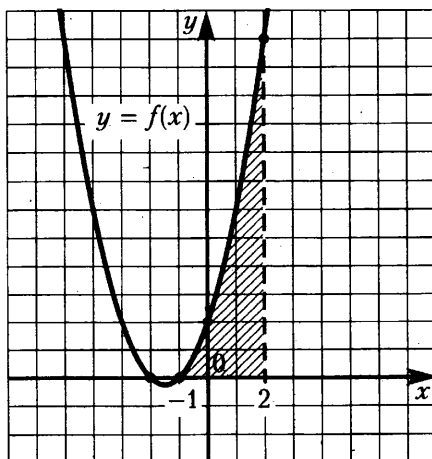
Найдите площадь заштрихованной фигуры.



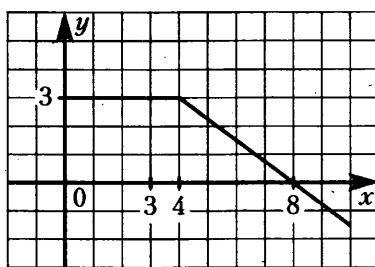
**4.4.28.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , одна из первообразных которой имеет вид

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x - 14.$$

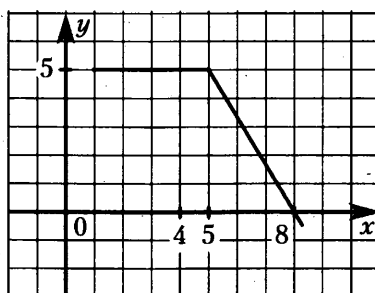
Найдите площадь заштрихованной фигуры.



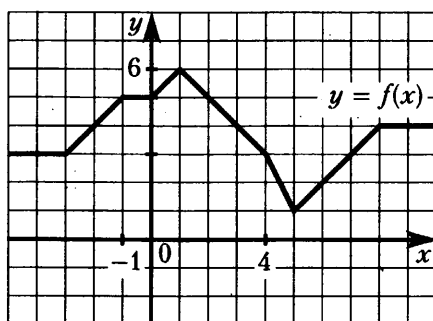
**4.4.29.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(3)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



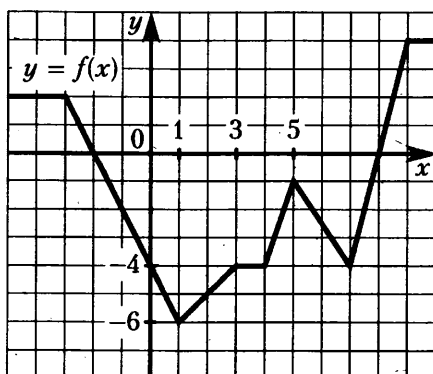
**4.4.30.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(4)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



**4.4.31.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , одна из первообразных которой  $F(x)$ . Найдите разность  $F(4) - F(-1)$ .



**4.4.32.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , одна из первообразных которой  $F(x)$ . Найдите разность  $F(5) - F(1)$ .





## 5. ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

### 5.1. Тригонометрические уравнения

5.1.1. а) Решите уравнение  $4\cos^2 x + 12\cos x + 5 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию  $\sin x \geq 0$ .

5.1.2. а) Решите уравнение  $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию  $\cos x \leq 0$ .

5.1.3. а) Решите уравнение  $\sin 4x - \sin x = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

5.1.4. а) Решите уравнение  $\cos 4x - \cos x = 0$ .

б) Найдите количество корней этого уравнения, принадлежащих отрезку  $\left[3\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

5.1.5. а) Решите уравнение  $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

5.1.6. а) Решите уравнение  $15\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

5.1.7. а) Решите уравнение  $9^{\sin x} = 3$ .

б) Найдите наибольший отрицательный корень этого уравнения.

5.1.8. а) Решите уравнение  $2 \cdot 16^{\cos x} + 4^{\cos x} - 1 = 0$ .

б) Найдите наименьший положительный корень этого уравнения.

5.1.9. а) Решите уравнение  $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$ .

б) Найдите наибольший отрицательный корень этого уравнения.

5.1.10. а) Решите уравнение  $\sqrt{\cos 2x - \sin 5x} = -2\cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[2\pi; 4\pi]$ .

5.1.11. а) Решите уравнение  $4\sin^3 x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

5.1.12. а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

5.1.13. а) Решите уравнение  $\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

5.1.14. а) Решите уравнение  $\log_7(2\cos^2 x + 3\cos x - 1) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

## 5.2. Системы неравенств

5.2.1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \log_5(x+3) \geq 0, \\ 9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 \geq 0. \end{cases}$$

5.2.2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{3 \cdot 64^x + 2^x - 70}{64^x - 2} \geq 3, \\ \log_3^2(x+3) - 3\log_3(x+3) + 2 \leq 0. \end{cases}$$

5.2.3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 25^x - 30 \cdot 5^x + 125 \geq 0, \\ \log_x(x-1) \cdot \log_x(x+1) \leq 0. \end{cases}$$

5.2.4. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 2^x + 36 \leq 78 \cdot \log_3(x+3), \\ 12x + 2^x \geq 78 \cdot \log_3(x+3). \end{cases}$$

5.2.5. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 8 \cdot 4^x - 65 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ \log_{|x|}^2(x^4) + \log_3(x^2) \leq 16. \end{cases}$$

5.2.6. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{320 - 4^{-x}}{64 - 2^{-x}} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left( \frac{x+6}{4} \right) \leq 1. \end{cases}$$

5.2.7. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5^{x+2} + 2 \cdot 5^{-x} \leq 51, \\ \log_{2x} 0,25 \geq \log_2 32x - 1. \end{cases}$$

5.2.8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3 \cdot 9^{-x} - 28 \cdot 3^{-x} + 9 \leq 0, \\ \log_{x^2}(x+1)^2 \leq 1. \end{cases}$$

## 5.3. Уравнения и неравенства с параметром

5.3.1. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых модуль разности корней уравнения  $x^2 - 15x - 14 + a^2 - 10a = 0$  принимает наибольшее значение.

5.3.2. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\sqrt{3x-a} = x - 3a$  имеет корни, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений  $a$ .

5.3.3. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} (x - 3a - 4)^2 + (y - a + 2)^2 = 1, \\ (x - 4a - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9. \end{cases}$$

**5.3.4.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство  $x^2 - a^2(a+1)x + a^5 < 0$  имеет решения и множество решений неравенства содержится в интервале  $(-9; 4)$ .

**5.3.5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $9^x - 2(a-3) \cdot 3^x + a^2 - 8a + 7 = 0$  имеет единственный корень.

**5.3.6.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$  больше 1.

**5.3.7.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 6x$  имеет хотя бы одну точку максимума.

**5.3.8.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$  имеет более двух точек экстремума.

**5.3.9.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $a|x - 3| = \frac{5}{x+2}$  на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**5.3.10.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|2x^2 - 3x - 2| = a - 2x^2 - 8x$  либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

## 5.4. Планиметрия

**5.4.1.** а) Докажите, что в параллелограмме биссектрисы углов при одной стороне перпендикулярны.

б) В параллелограмме  $ABCD$  биссектрисы углов при стороне  $AD$  делят сторону  $BC$  точками  $M$  и  $N$  так, что  $BM:MN = 3:7$ . Найдите  $BC$ , если  $AB = 10$ .

**5.4.2.** В треугольнике  $ABC$   $AB = 12$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 10$ . Точка  $D$  лежит на прямой  $BC$  так, что  $BD:DC = 4:9$ . Окружности, вписанные в каждый из треугольников  $ADC$  и  $ADB$ , касаются стороны  $AD$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите длину отрезка  $EF$ .

**5.4.3.** Окружности  $S_1$  и  $S_2$  радиусов 4 и 2 соответственно касаются в точке  $A$ . Через точку  $B$ , лежащую на окружности  $S_1$ , проведена прямая, касающаяся окружности  $S_2$  в точке  $M$ . Найдите  $BM$ , если известно, что  $AB = 2$ .

**5.4.4.** Точка  $O$  — центра окружности радиуса 3. На продолжении радиуса  $OM$  взята точка  $A$ . Через точку  $A$  проведена прямая, касающаяся окружности в точке  $K$ . Известно, что  $\angle OAK = 60^\circ$ .

а) Докажите, что  $AK = \sqrt{3}$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол  $OAK$  и касающейся данной окружности внешним образом.

**5.4.5.** Дана окружность радиуса  $2\sqrt{3}$  с центром  $O$ . Хорда  $AB$  пересекает радиус  $OC$  в точке  $D$ , причём  $\angle CDA = 120^\circ$ . Известно, что  $OD = 3$ .

а) Докажите, что расстояние от  $O$  до хорды  $AB$  равно  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол  $ADC$  и касающейся дуги  $AC$ .

**5.4.6.** В параллелограмме  $ABCD$  известно, что  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами  $120^\circ$  при вершинах.

а) Докажите, что прямая, соединяющая вершины этих треугольников, проходит через точку  $B$ .

б) Найдите расстояние между этими вершинами.

**5.4.7.** Точка  $B$  — середина отрезка  $AC$ , причём  $AC = 10$ . Проведены три окружности радиуса 6 с центрами  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

- Докажите, что существует ровно шесть окружностей, касающихся всех трёх данных.
- Найдите радиусы всех таких окружностей.

**5.4.8.** В треугольнике  $ABC$  известны стороны:  $AB = 7$ ,  $BC = 9$ ,  $AC = 10$ . Окружность, проходящая через точки  $A$  и  $C$ , пересекает прямые  $BA$  и  $BC$  соответственно в точках  $K$  и  $L$ , отличных от вершин треугольника. Отрезок  $KL$  касается окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

- Докажите, что треугольники  $BKL$  и  $ABC$  подобны.
- Найдите длину отрезка  $KL$ .

**5.4.9.** Дан треугольник со сторонами 26, 26 и 20. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника.

- Докажите, что линия, соединяющая центры окружностей, параллельна одной из сторон треугольника.
- Найдите радиусы окружностей.

**5.4.10.** Боковые стороны  $KL$  и  $MN$  трапеции  $KLMN$  равны 8 и 17 соответственно. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен 7,5, средняя линия равна 17,5. Прямые  $KL$  и  $MN$  пересекаются в точке  $A$ .

- Докажите, что треугольники  $ALM$  и  $AKN$  подобны.
- Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ALM$ .

**5.4.11.** На прямой, содержащей биссектрису  $AD$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$ , взята точка  $E$ , удалённая от вершины  $A$  на расстояние, равное  $\sqrt{26}$ . Известно, что  $BC = 5$ ,  $AC = 12$ .

- Докажите, что  $AD = \frac{12\sqrt{26}}{5}$ .

б) Найдите площадь треугольника  $BCE$ .

**5.4.12.** На боковой стороне  $AB$  равнобедренного треугольника, как на диаметре, построена окружность. Окружность пересекает основание  $AC$  в точке  $M$  и боковую сторону  $CB$  в точке  $N$ .

- Докажите, что  $MN = \frac{1}{2}AC$ .
- Найдите периметр треугольника  $MNC$ , если  $AB = 8$ ,  $AB = 10$ .

## 5.5. Стереометрия

**5.5.1.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 5$ ,  $AD = 12$ ,  $CC_1 = 7$ . Найдите угол между плоскостями  $CD_1 B_1$  и  $AD_1 B_1$ .

**5.5.2.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 15$ ,  $AD = 8$ ,  $CC_1 = 3$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $A_1 DB$ .

**5.5.3.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  сторона основания  $AB = 10$ , а боковое ребро  $AA_1 = \sqrt{69}$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC_1$ .

**5.5.4.** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB = 3\sqrt{2}$ , а боковое ребро  $SA = 5$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $SC$ .

**5.5.5.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  сторона основания  $AB = \sqrt{6}$ , а боковое ребро  $AA_1 = 3\sqrt{2}$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $EFB_1$ .

**5.5.6.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB = 8\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $SA = \sqrt{73}$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $SAC$ .

**5.5.7.** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания  $AB = 4$ , а боковое ребро  $AA_1 = 11$ . Найдите расстояние между прямыми  $AB_1$  и  $CD_1$ .

**5.5.8.** В правильной шестиугольной пирамиде  $SAB CDEF$  сторона основания  $AB = \sqrt{3}$ , а боковое ребро  $AA_1 = 11$ . Найдите угол между прямыми  $SA$  и  $BC$ .

**5.5.9.** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания  $AB = 4$ , а боковое ребро  $AA_1 = 3$ . Найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

**5.5.10.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB = 4\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $SA = 5$ . Найдите угол между прямой  $SC$  и плоскостью  $SAB$ .

**5.5.11.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  сторона основания  $AB = 2\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $AA_1 = 4$ . Найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $BCA_1$ .

**5.5.12.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  известны рёбра:  $AB = 5\sqrt{3}$ ,  $SC = 13$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины рёбер  $AS$  и  $BC$ .

**5.5.13.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  известны рёбра:  $AB = 8\sqrt{3}$ ,  $SC = 17$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой  $AM$ , где  $M$  — точка пересечения медиан грани  $SBC$ .

**5.5.14.** В правильной треугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB = 2$ , а боковое ребро  $SA = \sqrt{3}$ . Найдите угол между плоскостями  $SBC$  и  $SAD$ .

**5.5.15.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 1, боковые рёбра равны 3, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**5.5.16.** Прямоугольник со сторонами, равными 3 и 4, перегнули по диагонали, причём полуплоскости полученных прямоугольных треугольников образовали двугранный угол, равный  $60^\circ$ . Найдите расстояние между вершинами прямоугольника, не лежащими на диагонали сгиба.

**5.5.17.** В основании прямой призмы лежит трапеция, острые углы которой равны  $60^\circ$ . Боковая сторона и меньшее основание трапеции равны соответственно 8 и 6. Через боковую сторону трапеции нижнего основания и вершину большего основания трапеции верхнего основания проведено сечение плоскостью, образующего с плоскостью нижнего основания угол в  $30^\circ$ . Найдите площадь сечения.

## 5.6. Арифметика и алгебра

**5.6.1.** Число умножили на сумму его цифр и получили 10530. Найдите это число.

**5.6.2.** Произведение числа и числа, записанного теми же цифрами в обратном порядке, равно 5848. Найдите эти числа.

**5.6.3.** Каким может быть произведение нескольких различных простых чисел, если оно кратно каждому из них, уменьшенному на 1? Найдите все возможные значения этого произведения.

**5.6.4.** Решите уравнение в натуральных числах:

$$x + y = x^2 - xy + y^2.$$

**5.6.5.** Найдите все возрастающие конечные арифметические прогрессии, которые состоят из простых чисел и у которых количество членов больше, чем разность прогрессии.

**5.6.6.** Каждое из чисел 2, 3, ..., 7 умножают на каждое из чисел 13, 14, ..., 21 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 54 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

**5.6.7.** Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 6, 7, ..., 10 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

**5.6.8.** Найдите все пары натуральных чисел  $a$  и  $b$ , удовлетворяющие равенству  $\overline{ab} = a^b + 23$ . (в левой части равенства стоит число, получаемое приписыванием десятичной записи числа  $a$  перед десятичной записью числа  $b$ ).

**5.6.9.** Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{4}{13}$  от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{2}{5}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

**5.6.10.** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 115 см, но не больше 120 см (назовем такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 23 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## ОТВЕТЫ

### 1.1. Рациональные уравнения и выражения

1.1.1. -3. 1.1.2. 9,5. 1.1.3. 22. 1.1.4. -3. 1.1.5. 1,1. 1.1.6. 9. 1.1.7.10. 1.1.8. -2. 1.1.9. 3,5. 1.1.10. 10. 1.1.11. 7. 1.1.12. -5. 1.1.13. 2. 1.1.14. 3,5. 1.1.15. -1. 1.1.16. -2. 1.1.17. -1. 1.1.18. 10. 1.1.19. -2. 1.1.20. 1. 1.1.21. 2. 1.1.22. -1. 1.1.23. 100. 1.1.24. 84. 1.1.25. 400. 1.1.26. 860. 1.1.27. 1. 1.1.28. 5. 1.1.29. 4,83. 1.1.30. 17,23. 1.1.31. 0,27. 1.1.32. 0,12. 1.1.33. 40. 1.1.34. 4. 1.1.35. 3. 1.1.36. 4. 1.1.37. 3. 1.1.38. 4. 1.1.39. 10. 1.1.40. 16. 1.1.41. 10. 1.1.42. 18. 1.1.43. 11. 1.1.44. 3. 1.1.45. 6. 1.1.46. 26. 1.1.47. 17. 1.1.48. 34. 1.1.49. 125. 1.1.50. 90. 1.1.51. 4. 1.1.52. 25. 1.1.53. 69. 1.1.54. 72. 1.1.55. 96. 1.1.56. 108. 1.1.57. 40. 1.1.58. 60. 1.1.59. 4. 1.1.60. 9. 1.1.61. 12. 1.1.62. 15. 1.1.63. 6. 1.1.64. 8.

### 1.2. Иррациональные уравнения и выражения

1.2.1. 4. 1.2.2. 3. 1.2.3. 16. 1.2.4. 105. 1.2.5. 4. 1.2.6. -6. 1.2.7. 6. 1.2.8. 3. 1.2.9. 2. 1.2.10. -10. 1.2.11. 2. 1.2.12. 2. 1.2.13. 21. 1.2.14. 3. 1.2.15. -4. 1.2.16. 6. 1.2.17. 2. 1.2.18. -8. 1.2.19. 55. 1.2.20. 11. 1.2.21. -279. 1.2.22. -2. 1.2.23. 7. 1.2.24. 13 500. 1.2.25. 24 500. 1.2.26. 11,25. 1.2.27. 21,25.

### 1.3. Степенные уравнения и выражения

1.3.1. 1. 1.3.2. 2. 1.3.3. 5. 1.3.4. 4. 1.3.5. 49. 1.3.6. 3. 1.3.7. 64. 1.3.8. 7. 1.3.9. 25. 1.3.10. 9. 1.3.11. 1,5. 1.3.12. 243. 1.3.13. 0,5. 1.3.14. 2,25. 1.3.15. 10. 1.3.16. 45. 1.3.17. 8. 1.3.18. 1. 1.3.19. 2. 1.3.20. 0,25. 1.3.21. 1296. 1.3.22. 4. 1.3.23. 121. 1.3.24. 6. 1.3.25. 0. 1.3.26. 7. 1.3.27. 4,5. 1.3.28. 5. 1.3.29. 6,5. 1.3.30. 3,5. 1.3.31. 3,5. 1.3.32. -0,5. 1.3.33. 20. 1.3.34. 32. 1.3.35. 0,5. 1.3.36. 0,2.

### 1.4. Тригонометрические уравнения и выражения

1.4.1. -0,5. 1.4.2. -0,5. 1.4.3. -0,36. 1.4.4. 45,08. 1.4.5. -3. 1.4.6. -0,2. 1.4.7. 4. 1.4.8. 81. 1.4.9. 3. 1.4.10. -64. 1.4.11. -24. 1.4.12. -4,76. 1.4.13. -41. 1.4.14. -45. 1.4.15. 51. 1.4.16. 10. 1.4.17. 35. 1.4.18. -48. 1.4.19. -35. 1.4.20. -28. 1.4.21. 17. 1.4.22. 24. 1.4.23. 1. 1.4.24. -12. 1.4.25. -18. 1.4.26. -30. 1.4.27. -0,5. 1.4.28. -7,5. 1.4.29. 2. 1.4.30. -6. 1.4.31. -2. 1.4.32. -1. 1.4.33. -3. 1.4.34. 1. 1.4.35. 90. 1.4.36. 45. 1.4.37. 15. 1.4.38. 60.

### 1.5. Логарифмические уравнения и выражения

1.5.1. 3. 1.5.2. 3. 1.5.3. -2,5. 1.5.4. -2. 1.5.5. 1. 1.5.6. 3. 1.5.7. 7. 1.5.8. -0,5. 1.5.9. 72. 1.5.10. 343. 1.5.11. 2. 1.5.12. 3. 1.5.13. -1. 1.5.14. 3. 1.5.15. 2. 1.5.16. 2. 1.5.17. -1. 1.5.18. 1331. 1.5.19. 8. 1.5.20. 7. 1.5.21. 7. 1.5.22. 9. 1.5.23. -348. 1.5.24. -13. 1.5.25. 3. 1.5.26. 4. 1.5.27. -0,4. 1.5.28. -11. 1.5.29. 2. 1.5.30. 2. 1.5.31. 8. 1.5.32. -1,5. 1.5.33. -3. 1.5.34. -3. 1.5.35. 14. 1.5.36. 54. 1.5.37. 26.

### 2.1. Текстовые задачи

2.1.1. 20. 2.1.2. 95. 2.1.3. 14. 2.1.4. 9. 2.1.5. 18. 2.1.6. 6. 2.1.7. 16. 2.1.8. 14. 2.1.9. 54. 2.1.10. 18. 2.1.11. 2. 2.1.12. 5. 2.1.13. 3. 2.1.14. 3. 2.1.15. 9800. 2.1.16. 295 200. 2.1.17. 185. 2.1.18. 60. 2.1.19. 1. 2.1.20. 7. 2.1.21. 2. 2.1.22. 5. 2.1.23. 312. 2.1.24. 700. 2.1.25. 248,2. 2.1.26. 91. 2.1.27. 487. 2.1.28. 660. 2.1.29. 4104. 2.1.30. 3564. 2.1.31. 5280. 2.1.32. 10 200. 2.1.33. 393. 2.1.34. 415. 2.1.35. 660. 2.1.36. 540. 2.1.37. 3960. 2.1.38. 7400. 2.1.39. 550. 2.1.40. 930. 2.1.41. 1725. 2.1.42. 3850. 2.1.43. 7. 2.1.44. 12. 2.1.45. 1400. 2.1.46. 1900. 2.1.47. 8. 2.1.48. 10. 2.1.49. 25. 2.1.50. 30. 2.1.51. 15 270. 2.1.52. 2032. 2.1.53. 19 125. 2.1.54. 22 050. 2.1.55. 4000. 2.1.56. 6670. 2.1.57. 2. 2.1.58. 4. 2.1.59. 231. 2.1.60. 56. 2.1.61. 11 895. 2.1.62. 7015. 2.1.63. 35. 2.1.64. 32,4. 2.1.65. 37,5. 2.1.66. 77,5. 2.1.67. 8550. 2.1.68. 21 450. 2.1.69. 2. 2.1.70. 2,25. 2.1.71. 8606. 2.1.72. 4956. 2.1.73. 0,75. 2.1.74. 14. 2.1.75. 75.

### 2.2. Графики и диаграммы

2.2.1. -7. 2.2.2. 18. 2.2.3. 4. 2.2.4. 18. 2.2.5. 6. 2.2.6. 30. 2.2.7. 1005. 2.2.8. 1,94. 2.2.9. -2. 2.2.10. -20. 2.2.11. 30. 2.2.12. 420 000. 2.2.13. 800 000. 2.2.14. 12. 2.2.15. 8. 2.2.16. 9. 2.2.17. 4. 2.2.18. 8. 2.2.19. 12. 2.2.20. 13. 2.2.21. 11. 2.2.22. 4. 2.2.23. 3. 2.2.24. 2. 2.2.25. 10. 2.2.26. 5.

## 2.3. Вероятность

2.3.1. 0,4. 2.3.2. 0,48. 2.3.3. 0,25. 2.3.4. 0,14. 2.3.5. 0,5. 2.3.6. 0,35. 2.3.7. 0,4. 2.3.8. 0,32. 2.3.9. 0,84. 2.3.10. 0,97. 2.3.11. 0,986. 2.3.12. 0,9. 2.3.13. 0,93. 2.3.14. 0,4. 2.3.15. 0,16. 2.3.16. 0,25. 2.3.17. 0,375. 2.3.18. 0,25. 2.3.19. 0,375. 2.3.20. 0,5. 2.3.21. 0,25. 2.3.22. 0,14. 2.3.23. 0,07. 2.3.24. 0,5. 2.3.25. 0,5. 2.3.26. 0,16. 2.3.27. 0,168. 2.3.28. 0,59049. 2.3.29. 0,00243. 2.3.30. 0,0064. 2.3.31. 0,25. 2.3.32. 0,2. 2.3.33. 0,25. 2.3.34. 0,25. 2.3.35. 0,19. 2.3.36. 0,43. 2.3.37. 0,12. 2.3.38. 0,05. 2.3.39. 0,039. 2.3.40. 0,028. 2.3.41. 0,999. 2.3.42. 0,9991. 2.3.43. 0,46. 2.3.44. 0,58. 2.3.45. 0,0575. 2.3.46. 0,0494. 2.3.47. 0,25. 2.3.48. 0,0625. 2.3.49. 0,25. 2.3.50. 0,5.

## 3.1. Длины

3.1.1. 29. 3.1.2. 12. 3.1.3. 12,5. 3.1.4. 20. 3.1.5. 24. 3.1.6. 13. 3.1.7. 10. 3.1.8. 43. 3.1.9. 36. 3.1.10. 5. 3.1.11. 6. 3.1.12. 10. 3.1.13. 10. 3.1.14. 22. 3.1.15. 126. 3.1.16. 7. 3.1.17. 17. 3.1.18. 33. 3.1.19. 34. 3.1.20. 32. 3.1.21. 15. 3.1.22. 94. 3.1.23. 8,5. 3.1.24. 14. 3.1.25. 40. 3.1.26. 16. 3.1.27. 20. 3.1.28. 1.

## 3.2. Углы

3.2.1. 88. 3.2.2. 73. 3.2.3. 26. 3.2.4. 57. 3.2.5. 37. 3.2.6. 64. 3.2.7. 174. 3.2.8. 55. 3.2.9. 75. 3.2.10. 72. 3.2.11. 27. 3.2.12. 42. 3.2.13. 45. 3.2.14. 55. 3.2.15. 56. 3.2.16. 58. 3.2.17. 68. 3.2.18. 36. 3.2.19. 13. 3.2.20. 82. 3.2.21. 1. 3.2.22. 123. 3.2.23. 93. 3.2.24. 151. 3.2.25. 175. 3.2.26. 117. 3.2.27. 104. 3.2.28. 124. 3.2.29. 45. 3.2.30. 30. 3.2.31. 78. 3.2.32. 48. 3.2.33. 124. 3.2.34. 116. 3.2.35. 48. 3.2.36. 64. 3.2.37. 63. 3.2.38. 8. 3.2.39. 72. 3.2.40. 60. 3.2.41. 174. 3.2.42. 32. 3.2.43. 110. 3.2.44. 40. 3.2.45. 33.

## 3.3. Тригонометрия

3.3.1. 0,1. 3.3.2. 0,75. 3.3.3. 1,5. 3.3.4. 2,4. 3.3.5. 0,75. 3.3.6. 0,8. 3.3.7. 0,28. 3.3.8. 0,75. 3.3.9. 0,8. 3.3.10. 0,5. 3.3.11. 3. 3.3.12. 2,7. 3.3.13. 4. 3.3.14. 5. 3.3.15. 4. 3.3.16. 4. 3.3.17. 15. 3.3.18. 32. 3.3.19. 4. 3.3.20. 12. 3.3.21. 0,7. 3.3.22. 0,7. 3.3.23. 8. 3.3.24. 20. 3.3.25. 30. 3.3.26. 12. 3.3.27. 0,7. 3.3.28. 0,55. 3.3.29. -0,4. 3.3.30. -0,37. 3.3.31. -3. 3.3.32. -8. 3.3.33. -2,5. 3.3.34. -0,25. 3.3.35. 0,6. 3.3.36. 0,5. 3.3.37. -0,96. 3.3.38. 3. 3.3.39. 9. 3.3.40. 18. 3.3.41. 16,5. 3.3.42. 2. 3.3.43. 12. 3.3.44. 0,6. 3.3.45. 9.

## 3.4. Площади

3.4.1. 56. 3.4.2. 36. 3.4.3. 121. 3.4.4. 400. 3.4.5. 12. 3.4.6. 60. 3.4.7. 25. 3.4.8. 64. 3.4.9. 48. 3.4.10. 234. 3.4.11. 84. 3.4.12. 192. 3.4.13. 36. 3.4.14. 45. 3.4.15. 512. 3.4.16. 264,5. 3.4.17. 99. 3.4.18. 59,5. 3.4.19. 84. 3.4.20. 27. 3.4.21. 10. 3.4.22. 78. 3.4.23. 84,5. 3.4.24. 120. 3.4.25. 84. 3.4.26. 150. 3.4.27. 0,25. 3.4.28. 100. 3.4.29. 2. 3.4.30. 7,5. 3.4.31. 6. 3.4.32. 2. 3.4.33. 4,5. 3.4.34. 3,5. 3.4.35. 2,5. 3.4.36. 9. 3.4.37. 4. 3.4.38. 13,5. 3.4.39. 14. 3.4.40. 9. 3.4.41. 8. 3.4.42. 2. 3.4.43. 4. 3.4.44. 10. 3.4.45. 10. 3.4.46. 9. 3.4.47. 4. 3.4.48. 2,5. 3.4.49. 10,5. 3.4.50. 38. 3.4.51. 16. 3.4.52. 264. 3.4.53. 32.

## 3.5. Стереометрия

3.5.1. 60. 3.5.2. 60. 3.5.3. 60. 3.5.4. 0,8. 3.5.5. 5. 3.5.6. 13. 3.5.7. 3. 3.5.8. 13. 3.5.9. 2. 3.5.10. 1. 3.5.11. 14. 3.5.12. 8. 3.5.13. 24. 3.5.14. 32. 3.5.15. 13. 3.5.16. 60. 3.5.17. 78. 3.5.18. 110. 3.5.19. 6. 3.5.20. 21. 3.5.21. 5. 3.5.22. 260. 3.5.23. 6,25. 3.5.24. 8. 3.5.25. 80. 3.5.26. 5,5. 3.5.27. 289. 3.5.28. 400. 3.5.29. 18. 3.5.30. 35. 3.5.31. 120. 3.5.32. 12. 3.5.33. 40. 3.5.34. 400. 3.5.35. 84. 3.5.36. 288. 3.5.37. 336. 3.5.38. 1200. 3.5.39. 24. 3.5.40. 99. 3.5.41. 9. 3.5.42. 91. 3.5.43. 800. 3.5.44. 19. 3.5.45. 41. 3.5.46. 2. 3.5.47. 34. 3.5.48. 9. 3.5.49. 121. 3.5.50. 18. 3.5.51. 300. 3.5.52. 60. 3.5.53. 2. 3.5.54. 224. 3.5.55. 16. 3.5.56. 119. 3.5.57. 3,5. 3.5.58. 11. 3.5.59. 126. 3.5.60. 1. 3.5.61. 45. 3.5.62. 90. 3.5.63. 40. 3.5.64. 81. 3.5.65. 18. 3.5.66. 35. 3.5.67. 42. 3.5.68. 6. 3.5.69. 49. 3.5.70. 21. 3.5.71. 6. 3.5.72. 364,5. 3.5.73. 343. 3.5.74. 1000. 3.5.75. 50. 3.5.76. 325. 3.5.77. 252. 3.5.78. 3. 3.5.79. 52. 3.5.80. 99. 3.5.81. 6. 3.5.82. 240. 3.5.83. 1500. 3.5.84. 144. 3.5.85. 5. 3.5.86. 4. 3.5.87. 13,5. 3.5.88. 1,125. 3.5.89. 315. 3.5.90. 260. 3.5.91. 64. 3.5.92. 125.

## 4.1. Геометрический и физический смысл производной

4.1.1. 1,5. 4.1.2. 5,5. 4.1.3. 0. 4.1.4. 3. 4.1.5. 1,5. 4.1.6. 0,25. 4.1.7. -1. 4.1.8. -0,25. 4.1.9. 4. 4.1.10. -2. 4.1.11. 6. 4.1.12. 4. 4.1.13. 12. 4.1.14. -19. 4.1.15. 14. 4.1.16. 2. 4.1.17. -3. 4.1.18. 6. 4.1.19. 8. 4.1.20. 9. 4.1.21. 2. 4.1.22. 7. 4.1.23. 34. 4.1.24. 4. 4.1.25. 4.



## 4.2. Техника дифференцирования

4.2.1. 3. 4.2.2. 0,25. 4.2.3. 8. 4.2.4. 32. 4.2.5. -8. 4.2.6. -16. 4.2.7. -3. 4.2.8. 1,6. 4.2.9. 12. 4.2.10. 45. 4.2.11. 5,4. 4.2.12. -95. 4.2.13. -130. 4.2.14. 21. 4.2.15. 31. 4.2.16. 0,25. 4.2.17. 3. 4.2.18. -9,75. 4.2.19. -0,25. 4.2.20. 0,25. 4.2.21. 2,5. 4.2.22. 2,25. 4.2.23. 10,5. 4.2.24. 3. 4.2.25. 6. 4.2.26. 27. 4.2.27. 13. 4.2.28. -37. 4.2.29. -2. 4.2.30. 4,5. 4.2.31. 3. 4.2.32. 2,25. 4.2.33. 12. 4.2.34. 5. 4.2.35. -68. 4.2.36. -12. 4.2.37. 2. 4.2.38. 4. 4.2.39. -5. 4.2.40. -4. 4.2.41. 1. 4.2.42. 1. 4.2.43. -2,5. 4.2.44. 2. 4.2.45. 1. 4.2.46. 0. 4.2.47. -1. 4.2.48. 4.

## 4.3. Исследование функций

4.3.1. 3. 4.3.2. 2. 4.3.3. 3. 4.3.4. 4. 4.3.5. 3. 4.3.6. 4. 4.3.7. 5. 4.3.8. 1. 4.3.9. 1. 4.3.10. 5. 4.3.11. 6. 4.3.12. 3. 4.3.13. -3. 4.3.14. -3. 4.3.15. 3. 4.3.16. 4. 4.3.17. 1. 4.3.18. 0. 4.3.19. -5. 4.3.20. 8. 4.3.21. 48. 4.3.22. 51. 4.3.23. 6. 4.3.24. -22. 4.3.25. -30. 4.3.26. 15. 4.3.27. 6,25. 4.3.28. 256. 4.3.29. 54. 4.3.30. -253. 4.3.31. 0. 4.3.32. 11. 4.3.33. 0. 4.3.34. -22,25. 4.3.35. 43. 4.3.36. -42. 4.3.37. 21. 4.3.38. -35,5. 4.3.39. 4. 4.3.40. 6. 4.3.41. 0. 4.3.42. -10.

## 4.4. Первообразная

4.4.1. 40,5. 4.4.2. -5. 4.4.3. 16. 4.4.4. 41,5. 4.4.5. -241. 4.4.6. 17. 4.4.7. 42. 4.4.8. -67,25. 4.4.9. -14. 4.4.10. -98,2. 4.4.11. 14,5. 4.4.12. -25,5. 4.4.13. -15. 4.4.14. 17. 4.4.15. -19. 4.4.16. -6. 4.4.17. -45. 4.4.18. -2,6. 4.4.19. 3. 4.4.20. -22. 4.4.21. 10. 4.4.22. 9. 4.4.23. 3. 4.4.24. 5. 4.4.25. -1. 4.4.26. 4. 4.4.27. 36. 4.4.28. 13,5. 4.4.29. 9. 4.4.30. 12,5. 4.4.31. 24. 4.4.32. -16,5.

## 5.1. Тригонометрические уравнения

5.1.1. а)  $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{2\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$ . 5.1.2. а)  $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{5\pi}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$ . 5.1.3. а)  $\frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi k}{5}, n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{10\pi}{3}; \frac{17\pi}{5}$ . 5.1.4. а)  $\frac{2\pi n}{3}; \frac{2\pi k}{5}, n, k \in \mathbb{Z}$ ; б) 15. 5.1.5. а)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$ . 5.1.6. а)  $\arctg \frac{2}{5} + \pi n; -\arctg \frac{1}{3} + \pi k, n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\pi + \arctg \frac{2}{5} + 2\pi l; \pi - \arctg \frac{1}{3} + 2\pi m, l, m \in \mathbb{Z}$ . 5.1.7. а)  $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{7\pi}{6}$ . 5.1.8. а)  $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{2\pi}{3}$ . 5.1.9. а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\pi$ . 5.1.10. а)  $\pm \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{19\pi}{6}$ . 5.1.11. а)  $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + \pi k, \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{11\pi}{6}; 2\pi; \frac{13\pi}{6}$ . 5.1.12.  $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$ . 5.1.13. а)  $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-4\pi; -\frac{10\pi}{3}; -3\pi; -\frac{8\pi}{3}$ . 5.1.14. а)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{7\pi}{3}$ .

## 5.2. Системы неравенств

5.2.1. -2,  $[1; +\infty)$ . 5.2.2.  $[0; \frac{1}{6})$ , 6. 5.2.3. 2. 5.2.4. 6. 5.2.5.  $[-3; -1)$ ,  $(-1; 0)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(1; 3]$ . 5.2.6.  $[-\log_2 5; -2)$ ,  $(-2; 0)$ ,  $(0; 2)$ ,  $[3; +\infty)$ . 5.2.7.  $(0; \frac{1}{8}]$ ,  $[\frac{1}{4}; \log_5 2]$ . 5.2.8.  $[-2; -1)$ ,  $[-\frac{1}{2}; 0)$ ,  $(0; 1)$ .

## 5.3. Уравнения и неравенства с параметром

5.3.1. 5. 5.3.2.  $a > 0: x = \frac{6a+3+\sqrt{32a+9}}{2}; a \in [-\frac{9}{32}; 0]: x = \frac{6a+3 \pm \sqrt{32a+9}}{2}$ ; при прочих  $a$  корней нет. 5.3.3.  $\pm 1; \pm \sqrt{7}$ . 5.3.4.  $a \in [-2; 0) \cup (0; 1) \cup (1; \sqrt[3]{4})$ . 5.3.5.  $a \in (1; 7]$ . 5.3.6.  $a \in (\frac{1}{2}; 4 + \sqrt{6})$ . 5.3.7.  $-2 < a < -\sqrt{2}, \sqrt{2} < a < 2$ . 5.3.8.  $-\sqrt{5} < a < -\sqrt{3}; \sqrt{3} < a < \sqrt{5}$ . 5.3.9.  $a = \frac{4}{5}; a > \frac{5}{6}$ . 5.3.10.  $a \leq -\frac{57}{16}$ .

#### 5.4. Планиметрия

- 5.4.1. б) 13 или  $\frac{130}{3}$ . 5.4.2.  $\frac{7}{2}$  или  $\frac{51}{26}$ . 5.4.3.  $\sqrt{2}$  или  $\sqrt{6}$ . 5.4.4. б)  $3 \pm 2\sqrt{2}$ .  
5.4.5. б)  $6\sqrt{7} - 9\sqrt{3}$  или  $6 + 3\sqrt{3}$ . 5.4.6. б)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ . 5.4.7. б)  $\frac{25}{24}$  или  $\frac{25}{12}$ . 5.4.8. б)  $\frac{30}{13}$  или 10.  
5.4.9. б) 4 или  $\frac{260}{59}$ . 5.4.10. б) 2 или 5. 5.4.11. б) 17,5 или 42,5. 5.4.12. б) 11,2.

#### 5.5. Стереометрия

- 5.5.1.  $2\operatorname{arctg}\frac{60}{91}$ . 5.5.2.  $\operatorname{arctg}\frac{17}{40}$ . 5.5.3.  $\frac{120}{13}$ . 5.5.4.  $\frac{24}{5}$ . 5.5.5. б)  $\frac{36}{5}$ . 5.5.7. 4. 5.5.8.  $30^\circ$ .  
5.5.9.  $2\operatorname{arcsin}\frac{2\sqrt{2}}{5}$ . 5.5.10.  $\operatorname{arctg}\frac{4}{3} + \operatorname{arctg}\frac{2}{3}$ . 5.5.11.  $\arccos\frac{12\sqrt{7}}{35}$ . 5.5.12.  $\operatorname{arctg}\frac{6}{5}$ .  
5.5.13.  $\operatorname{arctg}\frac{15}{32}$ . 5.5.14.  $90^\circ$ . 5.5.15.  $\operatorname{arctg}3$ . 5.5.16.  $\frac{\sqrt{193}}{5}$ . 5.5.17. 80.

#### 5.6. Арифметика и алгебра

- 5.6.1. 585. 5.6.2. 68 или 86. 5.6.3. 2, 6, 42, 1806. 5.6.4. (2; 1), (1; 2), (2; 2). 5.6.5. (2; 3),  
(3; 5; 7). 5.6.6. 1 и 4131. 5.6.7. 1 и 875. 5.6.8.  $a = 3, b = 2; a = 7, b = 2$ . 5.6.9. а) да; б) 10; в)  $\frac{9}{19}$ .  
5.6.10. а) 23; б) 2645.

<b>Введение</b> . . . . .	3
<b>1. Алгебра</b> . . . . .	7
1.1. Рациональные уравнения и выражения . . . . .	7
1.2. Иррациональные уравнения и выражения . . . . .	12
1.3. Степенные уравнения и выражения . . . . .	13
1.4. Тригонометрические уравнения и выражения . . . . .	15
1.5. Логарифмические уравнения и выражения . . . . .	17
<b>2. Практико-ориентированные задачи</b> . . . . .	19
2.1. Текстовые задачи . . . . .	19
2.2. Графики и диаграммы . . . . .	28
2.3. Вероятность . . . . .	36
<b>3. Геометрия</b> . . . . .	40
3.1. Длины . . . . .	40
3.2. Углы . . . . .	41
3.3. Тригонометрия . . . . .	43
3.4. Площади . . . . .	45
3.5. Стереометрия . . . . .	51
<b>4. Начала математического анализа</b> . . . . .	57
4.1. Геометрический и физический смысл производной . . . . .	57
4.2. Техника дифференцирования . . . . .	61
4.3. Исследование функций . . . . .	63
4.4. Первообразная . . . . .	69
<b>5. Задачи повышенной сложности</b> . . . . .	74
5.1. Тригонометрические уравнения . . . . .	74
5.2. Системы неравенств . . . . .	75
5.3. Уравнения и неравенства с параметром . . . . .	75
5.4. Планиметрия . . . . .	76
5.5. Стереометрия . . . . .	77
5.6. Арифметика и алгебра . . . . .	78
<b>Ответы</b> . . . . .	80