

Ю. Н. Макарычев Н. Г. Миндюк

АЛГЕБРА

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

8 КЛАСС

**ПОСОБИЕ ДЛЯ ШКОЛ
С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ
МАТЕМАТИКИ**

5-е издание

Москва
«Просвещение»
2010

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
М15

Рецензент: учитель математики лицея «Москвич»
Т. Я. Додзина

Макарычев Ю. Н.

М15 Алгебра. Дидактические материалы. 8 класс: пособие для shk. с углубл. изучением математики / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк. — 5-е изд. — М. : Просвещение, 2010. — 157 с. : ил. — ISBN 978-5-09-022768-1.

Пособие содержит самостоятельные (в двух вариантах) и контрольные работы (в четырех вариантах), а также примерное планирование учебного материала. Оно ориентировано в основном на учебный комплект, состоящий из учебника «Алгебра, 8» для общеобразовательных учреждений любого авторского коллектива и учебного пособия «Алгебра. Дополнительные главы к школьному учебнику 8 класса» авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк.

Дидактические материалы могут быть использованы в восьмых классах, работающих по учебникам, предназначенным для классов с углубленным изучением математики.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72

ISBN 978-5-09-022768-1

© Издательство «Просвещение», 1998
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 1998
Все права защищены

Дидактические материалы предназначены для восьмых классов с углубленным изучением математики, в которых обучение ведется по учебному комплекту, состоящему из учебника для общеобразовательных учреждений «Алгебра, 8» авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой под редакцией С. А. Теляковского и учебного пособия «Алгебра. Дополнительные главы к школьному учебнику 8 класса» авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк под редакцией Г. В. Дорофеева.

Включенные в данную книгу работы делятся на самостоятельные, составленные в двух вариантах, и контрольные, составленные в четырех вариантах. Самостоятельные работы отмечены индексами С—1, С—2 и т. д., а контрольные — индексами К—1, К—2 и т. д. Для каждой работы указаны соответствующие номера пунктов или параграфов из учебника для общеобразовательных учреждений или из «Дополнительных глав». Номера пунктов или параграфов из «Дополнительных глав» отмечены буквой «Д». Например, п. 6Д, § 8Д.

Самостоятельные работы могут быть использованы учителем как на одном, так и на нескольких уроках.

Контрольные работы рассчитаны на один урок, кроме итоговой работы, рассчитанной на два урока.

В заключительной части приводятся задания повышенной трудности. К некоторым заданиям самостоятельных и контрольных работ даны ответы.

В книге дается «Примерное планирование учебного материала», в котором указано место каждой из контрольных работ. Планирование рассчитано на случай, когда на изучение алгебры отводится 5 ч в неделю. При этом некоторые темы из «Дополнительных глав», а значит, и соответствующие им самостоятельные работы опускаются. В случаях когда на изучение алгебры отводится больше недельных часов или когда подготовка класса позволяет интенсифицировать учебный процесс, самостоятельные работы могут быть использованы в полном объеме.

Предлагаемые дидактические материалы могут найти применение при преподавании алгебры в восьмых классах с углубленным изучением математики по различным учебным пособиям. Многие из включенных в пособие работ могут быть использованы при преподавании алгебры в восьмых классах общеобразовательных учреждений.

ПРИМЕРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

(5 ч в неделю на алгебру, всего 170 ч)

1. Множества. Действительные числа	12 ч
Множества и операции над ними (§ 1Д, пп. 1—3)	5 ч
Бесконечные числовые множества (§ 2Д, пп. 4—5)	3 ч
Рациональные и иррациональные числа (§ 4, пп. 10—11)	3 ч
Контрольная работа № 1	1 ч
2. Делимость чисел	12 ч
Свойства делимости (§ 3Д, пп. 6—7)	4 ч
Признаки делимости (§ 4Д, пп. 8—9)	4 ч
Частное и остаток (§ 5Д, п. 10)	3 ч
Контрольная работа № 2	1 ч
3. Целые и дробные выражения	30 ч
Преобразование целого выражения в многочлен (§ 6Д, пп. 12—14)	6 ч
Разложение на множители (§ 7Д, пп. 15—16)	5 ч
Рациональные дроби и их свойства (§ 1, пп. 1—2)	4 ч
Контрольная работа № 3	1 ч
Сложение и вычитание дробей (§ 2, пп. 3—4)	4 ч
Умножение и деление дробей. Возведение дроби в степень (§ 3, пп. 5—6)	4 ч
Преобразование рациональных выражений (§ 3, п. 7; § 8Д, п. 17)	5 ч
Контрольная работа № 4	1 ч
4. Функции и их графики	12 ч
Функция. Способы задания функции (§ 9Д, пп. 19—20)	4 ч

Ссылки на номера пунктов и параграфов учебника Ю. Н. Макарычева и др. приводятся по переработанному изданию 2007 г.

Дробно-линейная функция (§ 10Д, пп. 21—22; § 3, п. 8)	7 ч
Контрольная работа № 5	1 ч
5. Квадратные корни	22 ч
Арифметический квадратный корень. Функция $y = \sqrt{x}$ (§ 5, пп. 12—15; § 11Д, п. 23)	7 ч
Свойства арифметического квадратного корня (§ 6)	3 ч
Контрольная работа № 6	1 ч
Применение свойств арифметического квадратного корня (§ 7, пп. 18—19; § 11Д, п. 24)	7 ч
Преобразование двойных радикалов (§ 11Д, п. 25)	3 ч
Контрольная работа № 7	1 ч
6. Квадратные уравнения	30 ч
Квадратное уравнение и его корни (§ 8)	3 ч
Решение квадратных уравнений по формулам (§ 8, п. 22)	4 ч
Решение задач с помощью квадратных уравнений (§ 8, п. 23)	3 ч
Теорема Виета (§ 8, п. 24; § 13Д, п. 28)	4 ч
Выражения, симметрические относительно корней (§ 13Д, п. 29)	2 ч
Контрольная работа № 8	1 ч
Исследование квадратных уравнений (§ 14Д, п. 30)	3 ч
Решение дробных рациональных уравнений (§ 9, п. 25)	4 ч
Решение задач с помощью рациональных уравнений (§ 9, п. 26; § 14Д, п. 31)	5 ч
Контрольная работа № 9	1 ч
7. Неравенства	20 ч
Числовые неравенства и их свойства (§ 10, пп. 28—29)	8 ч
Контрольная работа № 10	1 ч
Числовые промежутки. Решение неравенств с одной переменной (§ 11, пп. 33—34)	6 ч
Системы неравенств с одной переменной (§ 11, п. 35)	4 ч
Контрольная работа № 11	1 ч

Линейные и квадратные уравнения с параметром (§ 15Д, пп. 32—33)	5 ч
Дробно-рациональные уравнения с параметром (§ 16Д, пп. 34—35)	4 ч
Контрольная работа № 12	1 ч
	10 ч
Степень с целым показателем и ее свойства (§ 12, пп. 37—39)	5 ч
Приближенные вычисления	4 ч
Контрольная работа № 13	1 ч
Контрольная работа № 14	2 ч

ВАРИАНТ I

С—1. Множество и элемент множества (п. 1Д)

- Запишите путем перечисления элементов:
 - множество простых чисел второго и третьего десятков;
 - множество букв, которые используются при записи слова «перекресток»;
 - множество цифр, которые используются для записи самого большого трехзначного числа.
- Запишите множество натуральных делителей числа 50.
- В трехзначном числе a — цифра сотен, b — цифра десятков, c — цифра единиц. Запишите все трехзначные числа, для которых истинно высказывание « $a + b + c = 5$ ».
- Запишите верное высказывание, используя знаки \in и \notin . Принадлежит или не принадлежит множеству N , Z и Q число:
 - -2 ;
 - 0 ;
 - 4 ;
 - $\frac{5}{8}$?
- Постройте в координатной плоскости множество точек $\{(x; y) \mid 1 < x < 4, y = 2\}$.
- Найдите $n(A)$, где A — множество целых решений неравенства $|x| \leq 3$.
- Сколько элементов содержит множество B четных двузначных чисел?

С—2. Подмножество (п. 2Д)

- K — множество двузначных чисел. Составьте подмножество множества K , в котором каждый элемент — число, цифры десятков и единиц которого одинаковы.
- A — множество цифр в числе 123 231 312, а B — множество цифр в числе 2031. Какое из высказываний истинно: $B \subset A$ или $A \subset B$?
- Даны множества $C = \{x \mid x \in Z, x^2 - 1 \leq 8\}$ и $D = \{x \mid x \in Z, |x| \leq 3\}$. Какое из высказываний истинно: $C \subset D$ или $D \subset C$?

4. Изобразите с помощью кругов Эйлера соотношение между множествами

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, \mid x \mid \leq 200\}, \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, \mid x \mid \leq 100\}, \\ C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \mid x \mid \leq 100\}.$$

5. M — множество всех точек прямой a (рис. 1), K — множество точек прямой a , расположенных правее точки A , L — множество точек прямой a , расположенных правее точки A и левее точки B . Запишите, используя знак \subset , каково соотношение между множествами M , K и L .

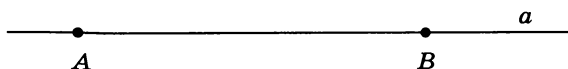


Рис. 1

6. Составьте все подмножества множества P , если $P = \{0, 2, 4\}$.
7. Начертите координатную плоскость и отметьте на ней точку $A(1; 1)$. Изобразите множество точек X координатной плоскости, для которых выполняется неравенство $AX \leq 3$. Какую фигуру представляет это множество точек?

С—3. Пересечение и объединение множеств (п. 3Д)

1. Найдите объединение и пересечение множеств A и B , если:
- а) $A = \{1, 3, 5, 7, 11, 15\}$,
 $B = \{7, 9, 11, 13, 15, 17\}$;
- б) $A = \{y \mid y = 4k, k \in \mathbb{N}, y < 25\}$,
 $B = \{y \mid y = 8k, k \in \mathbb{N}, y < 40\}$.
2. Изобразите с помощью кругов Эйлера множества:
- а) A и B , если $A \cap B \neq \emptyset$ и $A \neq B$;
- б) C и D , если $C \subset D$, $C \neq \emptyset$ и $C \neq D$.
3. Начертите два четырехугольника так, чтобы их пересечением был:
- а) отрезок; б) четырехугольник.
4. A — множество двузначных чисел, кратных 2 или кратных 3, B — множество двузначных чисел, кратных 2 и кратных 3, C — множество двузначных чисел, кратных 5. Найдите: а) $A \cap C$; б) $B \cap C$.

5. Среди спортсменов нашего дома 17 человек — любители лыжного или конькобежного спорта. Известно, что 15 из них — лыжники, а 10 — конькобежцы. Сколько человек среди этих спортсменов ходят и на лыжах, и на коньках?
6. О множествах A , B и C известно, что $n(A) = 18$, $n(B) = 16$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B \cap C) = 3$, $n(A \cap B) = 6$, $n(B \cap C) = 4$, $n(A \cap C) = 2$. Сколько элементов в объединении множеств A , B и C ?

С—4. Взаимно однозначное соответствие (п. 4Д)

1. Каждому натуральному числу n поставили в соответствие дробь $\frac{1}{n}$. Между какими множествами установлено при этом взаимно однозначное соответствие?
2. В эстафете 4×400 м приняли участие 12 команд. Каждый участник получил табличку с указанием номера команды, в которую он входит. Установлено ли при этом взаимно однозначное соответствие:
 - а) между множеством участников эстафеты и множеством натуральных чисел от 1 до 12;
 - б) между множеством команд, участвующих в эстафете, и множеством натуральных чисел от 1 до 12?
3. Таблица квадратов, помещенная на форзаце учебника, устанавливает взаимно однозначное соответствие между множеством A двузначных чисел и множеством B их квадратов. Для чисел 37, 54, 89 из множества A укажите соответствующие элементы множества B . Какому элементу множества A соответствует число 3721; число 6724?
4. Каждому двузначному числу поставили в соответствие сумму его цифр. Между какими множествами установлено при этом соответствие? Является ли оно взаимно однозначным?
5. Каждому натуральному числу поставлен в соответствие остаток, который получается при делении этого числа на 5. Между какими множествами установлено таким способом соответствие? Является ли оно взаимно однозначным?
6. Укажите какой-либо способ, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством четных чисел и множеством чисел, кратных 3.
7. На рисунке 2 показано, каким способом можно установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек отрезка AB и множеством точек отрезка CD . Для точек E , F , M найдите соответствующие.

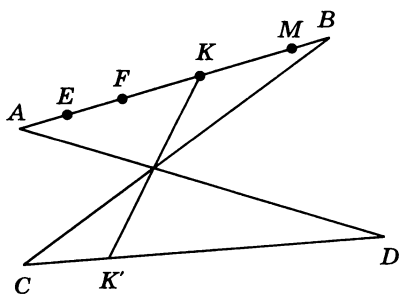


Рис. 2

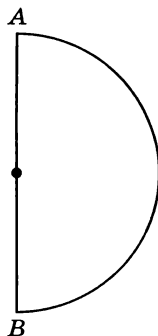


Рис. 3

8. Укажите какой-либо способ, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек полуокружности и множеством точек диаметра AB (рис. 3).

С—5. Свойства числовых множеств (п. 5Д)

- Не вычисляя значения a , определите, верно ли высказывание « $a \in \mathbb{Z}$ », если:
 - $a = 271\,188 : \frac{1}{9}$;
 - $a = 3\,184\,705 : 5$;
 - $a = -67\,845 \frac{1}{3} - 128\,117 \frac{2}{3}$;
 - $a = -216,4 + 3145,9 + 1184,8$.
- Верно ли утверждение:
 - если $a \in \mathbb{Z}$, то $-a \in \mathbb{Z}$;
 - если $a \notin \mathbb{N}$, то $-a \notin \mathbb{Z}$?
- Является ли замкнутым относительно сложения (умножения) множество A , если:
 - A — множество чисел, кратных 7;
 - A — множество натуральных степеней числа 3?
- Укажите два каких-либо числа, заключенных между числами: а) 0,12 и 0,13; б) $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{6}$.
- Укажите три отрицательных числа, больших $-0,3$.
- Является конечным или бесконечным:
 - множество правильных дробей со знаменателем 11;
 - множество рациональных чисел a , удовлетворяющих условию $0 \leq a < 1$?
 Укажите наименьший и наибольший элементы множества, если они существуют.

7. Укажите, если возможно, наименьший и наибольший элементы множества P , если:
- P — множество целых чисел p , таких что $|p| < 100$;
 - P — множество простых чисел, меньших 90.
8. Пусть A — множество натуральных делителей числа 27, B — множество натуральных делителей числа 54. Укажите наименьший и наибольший элементы множества C , если:
- $C = A \cap B$;
 - $C = A \cup B$.

С—6. Рациональные числа (п. 10)

- Из множества $\{-6, -3\frac{1}{7}, -2, 0, 3, 7\frac{8}{9}, 25\}$ выделите подмножество:
 - A целых неотрицательных чисел;
 - B целых отрицательных чисел;
 - C рациональных положительных чисел;
 - D рациональных неположительных чисел.
- Представьте в виде отношения целого числа к натуральному число:
 - $2\frac{3}{8}$;
 - 0,45;
 - 5,2;
 - 8;
 - 0.
- Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число:
 - $\frac{2}{3}$;
 - $-\frac{1}{6}$;
 - 34;
 - $49\frac{1}{2}$;
 - 1, (5).
- Сравните рациональные числа:
 - 0,0047 и 0,0105;
 - $\frac{3}{16}$ и 0,1877.
 - 1,034 и -1,211;
- Укажите две обыкновенные дроби с однозначным знаменателем, которые заключены между числами $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$.
Сколько таких чисел заключено между числами $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$?
- Укажите все обыкновенные дроби со знаменателем 25, заключенные между числами 0,04 и 0,2.
- Верно ли, что:
 - если $x \in N$, то $x \in Z$;
 - если $x \notin Z$, то $x \notin N$;
 - если $x \in Z$, то $x \in Q$;
 - если $x \notin Q$, то $x \notin Z$?

8. Укажите все точки на прямой $3x + 2y = 24$, координаты которых являются натуральными числами.
9. В продаже имеются тетради стоимостью 8 р. и 3 р. Сколько надо взять тех и других тетрадей, чтобы стоимость покупки составила 32 р.?

С—7. Иррациональные числа (п. 11)

1. Какие из чисел $0,777\dots$; $2\frac{7}{9}$; $0,606006000\dots$; -23 , (3) ; $-8,212112111\dots$; $52,647$ являются рациональными, какие иррациональными?

(З а м е ч а н и е. Здесь и в следующих примерах при записи бесконечных десятичных дробей предполагается, что закономерность в начале десятичной дроби сохраняется в дальнейшем. Например, в записи числа вида $0,777\dots$ далее идут одни семерки; в записи числа вида $0,606006000\dots$ число нулей, разделяющих шестерки, каждый раз увеличивается на один.)

2. Сравните числа:
 - а) $0,222\dots$ и $0,212112111\dots$;
 - б) 3 , (5) и $3,565665666\dots$.
3. Истинно ли высказывание:
 - а) $-20 \in \mathbb{Q}$; в) $7,121221222\dots \in \mathbb{Q}$;
 - б) $-20 \in \mathbb{R}$; г) $7,121221222\dots \in \mathbb{R}$?
4. Докажите, что:
 - а) если $a \in \mathbb{Q}$, то $a \in \mathbb{R}$; б) если $b \notin \mathbb{R}$, то $b \notin \mathbb{Q}$.
5. Пусть I — множество иррациональных чисел. Чему равно:
 - а) $I \cup \mathbb{Q}$; б) $I \cap \mathbb{Q}$?
6. Докажите, что сумма и разность рациональных чисел есть число рациональное.
7. Пусть $\alpha \in I$, $a \in \mathbb{Q}$. Докажите, что $\alpha + a \in I$.
8. Найдите сумму иррациональных чисел:
 - а) $\frac{0,212112111\dots}{0,121221222\dots}$; б) $\frac{0,212112111\dots}{0,515115111\dots}$.

Какими числами является сумма иррациональных чисел в случае а) и в случае б)?

9. Известно, что $x + y$ — рациональное число, а числа x и y — иррациональные. Каким числом (рациональным или иррациональным) является число:
 - а) $x - y$; б) $5x + 7y$?

С—8. Понятие делимости (п. 6Д)

1. Известно, что $a \in \mathbb{Z}$. Верно ли высказывание:
 - а) если a делится на 15, то a делится на 5;
 - б) если a делится на 5, то a делится на 15?
2. Пусть A — множество чисел, кратных 22. Принадлежит ли множеству A :
 - а) любое число, кратное 44;
 - б) любое число, кратное 11?
3. Известно, что A — множество четных чисел, B — множество чисел, кратных 8. Верно ли высказывание:
 - а) $A \subset B$; б) $B \subset A$?
4. Пусть X — множество чисел, кратных 15. Укажите два каких-либо бесконечных его подмножества.
5. Постройте схему Эйлера для множеств A и B , если A — множество чисел, кратных 36, B — множество чисел, кратных 12.
6. Изобразите с помощью кругов Эйлера множества X и Y и охарактеризуйте их пересечение, если:
 - а) X — множество нечетных чисел, Y — множество чисел, кратных 3;
 - б) X — множество чисел, кратных 8, Y — множество чисел, кратных 4.
7. Пусть P — множество чисел, кратных 12, M — множество чисел, кратных 8. Укажите два каких-либо числа, которые:
 - а) принадлежат каждому из множеств;
 - б) принадлежат множеству P , но не принадлежат множеству M ;
 - в) принадлежат множеству M , но не принадлежат множеству P .Покажите соотношение между множествами P и M с помощью кругов Эйлера.
8. Приведите пример каких-либо множеств A и B , соотношение между которыми показано с помощью схемы Эйлера на рисунке 4.

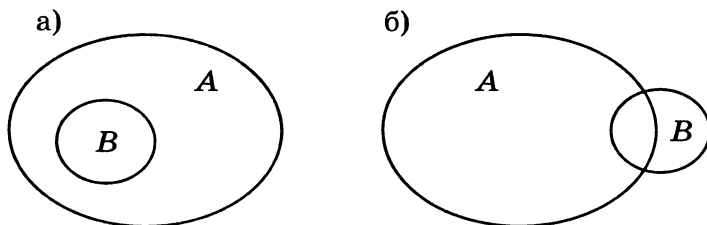


Рис. 4

9. Найдите пересечение и объединение множеств A и B , если A — множество чисел, кратных 5, B — множество чисел, кратных 10.
10. Докажите, что:
а) $3^{21} + 3^{22} + 3^{23}$ делится на 13; б) $25^8 - 5^{15}$ делится на 4.

С—9. Делимость суммы и произведения (п. 7Д)

1. Докажите, что:
а) произведение $3^7 \cdot 22$ делится на 99;
б) произведение $5^8 \cdot 9^2$ делится на 225.
2. Докажите, что:
а) $8^5 + 4^7$ делится на 12; б) $9^6 - 27^3$ делится на 39.
3. Из данных выражений
 $7m^2 + 56m$, $7m^3 + 14$, $7m + 5$, $6m + 7$, $3m$, $14m + 21$,
 $7m - 2$, $14m^3 + 21m^2 + 7$
выберите те, которые:
а) делятся на 7 при любом целом m ;
б) не делятся на 7 ни при каком целом m ;
в) делятся на 7 при некоторых целых значениях m .
4. Существует ли натуральное значение a , при котором сократима дробь:
а) $\frac{4}{4a+3}$; б) $\frac{6a-1}{6}$; в) $\frac{a}{a+1}$; г) $\frac{3a+6}{2a}$?
5. Известно, что $a \in A$ и $b \in A$, где A — множество чисел, кратных 9. Верно ли, что:
а) $a + 2b \in A$; б) $(a+3)(b+3) \in A$;
в) $a^2 + 3b^2 + 1 \in A$; г) $(2a-5b)^2 \in A$?
6. Найдите все простые числа, на которые делится сумма пяти последовательных степеней числа 3.
7. Докажите, что при любом целом a значение выражения $a^3 - 43a$ кратно 6.
8. Верно ли, что при любом целом x разность $5x^7 - 5x$ делится на 30?
9. Укажите наибольшее простое число, на которое делится сумма четырех последовательных степеней числа 4?
10. Выпишите все составные числа первой сотни, которые можно представить в виде a^n , где a — простое число, $n \in \mathbb{N}$.

С—10. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5 и 9 (п. 8Д)

1. Какие из чисел 781 182, 5 108 905, 78 834 624 делятся:
а) на 3; б) на 4; в) на 5; г) на 9?

2. Делится ли число $\overbrace{22\dots 2}^{45 \text{ раз}}$:

а) на 2; б) на 3; в) на 4; г) на 9?

3. Сократите дробь:

а) $\frac{26\ 496}{967\ 104}$; б) $\frac{103\ 275}{562\ 275}$.

4. Найдите все числа, кратные 9, удовлетворяющие неравенству

$$5 \cdot 3^3 < x < 2 \cdot 3^4.$$

5. Вместо звездочки поставьте цифру так, чтобы число 781* делилось:

а) на 2; б) на 4; в) на 5; г) на 9.

Укажите все возможные решения.

6. Верно ли утверждение:

а) если целое число a делится на 5 и на 9, то оно делится на 45;

б) если целое число делится на 6 и на 9, то оно делится на 54?

7. Делится ли число 8 917 440:

а) на 6; б) на 12; в) на 15; г) на 18?

8. Найдите, если возможно, такую цифру, приписав которую слева и справа к числу 4457 получим шестизначное число:

а) кратное 12; б) кратное 75.

9. Докажите, что при любом $n \in \mathbb{N}$ число $3^{4n} + 9$ делится на 5.

10. Требуется разложить 1650 конфет по коробкам поровну так, чтобы в каждой коробке было не менее 20 конфет. Укажите все возможные способы.

С—11. Признак делимости на 11 (п. 9Д)

1. Какие из данных чисел делятся на 11:

334 834, 5 828 857, 6 174 824?

2. Делится ли число $\overbrace{22\dots 2}^{36 \text{ раз}}$:

а) на 11; б) на 99?

3. Делится ли число 345 576:

а) на 22; б) на 33; в) на 66?

4. Сократите дробь:

а) $\frac{15048}{16434}$; б) $\frac{5478}{23463}$.

5. Замените звездочку цифрой так, чтобы число 3203* делилось на 11.
6. Докажите, что на прямой

$$495x + 1067y = 6075$$

нет ни одной точки с целочисленными координатами.

7. Найдите все пары $(x; y)$, где $x \in \mathbb{Z}$, $y \in \mathbb{Z}$, которые являются решениями уравнения $xy = 6$.

С—12. Частное и остаток (п. 10Д)

1. Может ли при делении на 12 получиться остаток:
а) 2; б) 11; в) -1 ; г) 0?
При положительном ответе приведите пример.
2. Найдите частное и остаток от деления:
а) 56 на 9; б) 13 на 15; в) -4 на 6.
3. При делении числа -3324 на натуральное число b получили, что частное равно -215 , а остаток равен 16. Найдите b .
4. При делении целого числа b на 65 получили остаток 26. Делится ли число b на 13; на 5?
5. Не выполняя деления на 9 числа:
а) 7 684 211; б) 80 330 842,
найдите, какой остаток при этом получится.
6. Одно из целых чисел при делении на 7 дает остаток 5, а другое дает остаток 4. Какой остаток получится при делении на 7 их произведения?
7. Целое число b при делении на 15 дает остаток 9. Какой остаток получится при делении на 15 квадрата этого числа?
8. Какие остатки могут получиться при делении квадрата целого числа на 8?
9. Известно, что число x при делении на 11 дает остаток 8. Какой остаток получится при делении на 11 числа $2x^2 + 3x + 1$?

С—13. Свойства деления с остатком (п. 11Д)

1. Из данных пар чисел выберите те, которые при делении на 5 дают равные остатки:
166 и 116; -78 и -12 ; -24 и 11.
2. Укажите два положительных и два отрицательных числа, которые при делении на 4 дают такой же остаток, что и число 78.
3. Известно, что разность $127 - a$ делится на 7. Какой остаток при делении на 7 дает число a ?

4. Какой остаток получится при делении:
а) 3^{168} на 10; б) 5^{146} на 6?
5. Найдите остаток от деления:
а) $2 \cdot 3^{54}$ на 13; б) $7 \cdot 15^8$ на 14.
6. Докажите, что:
а) $2^{12} + 8$ делится на 9; б) $7^{36} - 1$ делится на 10.
7. Используя алгоритм Евклида, найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 2784 и 7008; б) 5964 и 8148.

С—14. Приемы преобразования целого выражения в многочлен (п. 12Д)

1. Представьте в виде многочлена:
а) $(2a - 3)(4a^2 + 6a + 9)$;
б) $(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 2x + 3) + 4x(x + 3)$.
2. Докажите, что значение выражения

$$(2y - 3)(4y^2 - 16y + 5) - (2y - 8)(4y^2 - 6y + 5)$$
 не зависит от значения переменной y .
3. При каком значении a многочлен, тождественно равный произведению многочленов $x + 2$ и $x^3 + ax^2 + 8x - 5$, не содержит:
а) члена третьей степени; б) члена второй степени?
4. При каком соотношении между коэффициентами a и b произведение $(x + a)(x + b)(x - 2)$ тождественно равно многочлену, не содержащему:
а) члена второй степени; б) члена первой степени?
5. Докажите, что функция, заданная формулой

$$y = (x - 2)(x^3 + 2x^2 + 4x + 8) - x(x - 1)(x^2 + x + 1),$$
 является линейной.
6. Решите уравнение

$$(y - 1)(y^2 + 2y + 2) - y(y^2 + y - 1) = 0.$$
7. Докажите, что значение выражения

$$(a + 3b - 1)(a + 3b + 7) - (a - 3b + 1)(a - 3b - 7)$$
 при целом a и нечетном b кратно 24.

С—15. Возведение двучлена в степень (п. 13Д)

1. Представьте в виде многочлена:
а) $(x - 5)^3$; б) $(y - 1)^4 + (y + 1)^4$.
2. Упростите выражение

$$(a + 2)^3 - 6(a + 2)^2 + 12(a + 2) - 8.$$

3. Представьте в виде степени двучлена

$$y^5 - 5y^4 + 10y^3 - 10y^2 + 5y - 1.$$

4. Докажите, что значение выражения $n^4 - 4n^3 + 6n^2 - 4n + 1$ кратно 81 при натуральном n , дающем при делении на 3 в остатке 1.

5. Докажите, что при любом x значение многочлена

$$x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 17$$

является положительным числом.

6. Найдите коэффициенты при x^4 и x^5 в многочлене, полученном в результате разложения по формуле степени двучлена:

а) $(x - 1)^6$; б) $(x + 1)^7$.

7. Найдите коэффициент при x^3 в многочлене, тождественно равном выражению

$$(x + 1)^3 + (x + 1)^4 + (x + 1)^5 + (x + 1)^6.$$

8. Укажите степень n двучлена $(a + b)^n$, зная, что 6-й член многочлена, тождественного этому двучлену, имеет коэффициент, равный:

а) 21; б) 126.

С—16. Квадрат суммы нескольких слагаемых (п. 14Д)

1. Представьте в виде многочлена:

а) $(x - y + 1)^2$; б) $(a + b - c - d)^2$.

2. Представьте в виде квадрата многочлена выражение

$$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^2 - 2b^2 + 1.$$

3. Известно, что m и n — натуральные числа и m при делении на 5 дает в остатке 1, а n при делении на 5 дает в остатке 3. Докажите, что значение выражения $(m + n)(m + n + 2) + 1$ делится на 25.

4. Докажите тождество

$$2(x^2 + xy + y^2)^2 = x^4 + y^4 + (x + y)^4.$$

5. Докажите, что если $a + b + c = 0$, то

$$\begin{aligned} (a + 2b + 3c)^2 + (b + 2c + 3a)^2 + (c + 2a + 3b)^2 = \\ = 5(a^2 + b^2 + c^2) + 4(ab + bc + ac). \end{aligned}$$

6. Докажите, что при любых x и y значение выражения $(x + y)^2 + 2(x + y + 1)$ является положительным числом.

7. Найдите значение выражения $x^4 + 4x^3 + 3,5x^2 - x + \frac{1}{16}$ при $x = \frac{1}{2}$.

С—17. Приемы разложения многочлена на множители (п. 15Д)

1. Разложите на множители многочлен:
а) $x^2 + 3x - 10$; в) $3a^2 - 24ab + 48b^2 - 12$.
б) $y^4 - 7y^2 + 6$;
2. Найдите такие значения a и b , при которых выражение $4ab + 10b - a^2 - 5b^2 - 25$ принимает наибольшее значение.
3. Используя метод неопределенных коэффициентов, разложите на множители многочлен:
а) $6x^2 - 11x + 3$; б) $y^3 - 2y + 1$.
4. Докажите, что:
а) сумма $5^6 + 2 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^2 + 1$ делится на 26;
б) сумма $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ кратна 39.
5. Найдите значение выражения $3a^2 - 24ab + 48b^2 - 12$ при $a = 8,4$, $b = 2,6$.
6. Упростите выражение
 $(8x - 3y + 3)(8x - 3y - 6) - (2x + 3y - 3)(2x + 3y + 6)$
и найдите его значение при $x = \frac{1}{30}$, $y = -\frac{29}{30}$.
7. Докажите, что значение выражения $36a^2 - 12ab + 2b^2 + 6b + 9$ неотрицательно при любых значениях a и b . Найдите a и b , при которых это выражение принимает наименьшее значение.

С—18. Разность n -х степеней (п. 16Д)

1. Разложите на множители:
а) $x^5 - 1$; б) $y^4 - 16$.
2. Упростите выражение
 $(a - 2)(a^5 + 2a^4 + 4a^3 + 8a^2 + 16a + 32) + 64$.
3. Докажите, что при любом целом n значение выражения $(n + 8)^5 - (n - 9)^5$ кратно 17.
4. Разложите на множители:
а) $y^7 + 1$; б) $32x^5 + 1$.
5. Докажите, что:
а) $19^{80} - 16^{20}$ кратно 17;
б) $2^{27} + 15^9$ кратно 23.
6. Имеет ли уравнение $x^5 + 2x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 5x + 1 = 0$ положительные корни?
7. Найдите положительные корни уравнения
 $(x^2 - 3x + 2)(x^5 - 1) = 0$.

С—19. Рациональные выражения (п. 1)

1. Какие из выражений

$$\frac{x^2 - 2}{17}, \quad \frac{(y - 8)^7}{y}, \quad \frac{7}{a^2 + 1}, \quad (b - c + 5)^2 + \frac{1}{13}$$

являются целыми, какие из них являются дробными?

2. Из выражений

$$\frac{3xy + 8}{12x - 3}, \quad a + \frac{1}{a}, \quad \frac{(x - a)^4}{32}, \quad \frac{1}{(b + 3)^2 - 1}, \quad \frac{2}{9}$$

выберите те, которые являются рациональными дробями.

3. Найдите значение дроби

$$\frac{y^4 - 4y^3 + 6y^2 - 4y + 1}{6y} \quad \text{при } y = -2, 3, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 1.$$

4. Укажите допустимые значения переменной в выражении:

а) $y^2 - 1$; в) $\frac{3}{x^2 + 3}$; д) $\frac{1}{x} + \frac{1}{|x| - 5}$;

б) $\frac{a - 2}{a^4 - 81}$; г) $\frac{1}{(y - 2)^7}$; е) $\frac{1}{|y| + 9} - \frac{1}{y^2 - 1}$.

5. При каких значениях переменной равно нулю значение дроби:

а) $\frac{x - 3}{3}$; б) $\frac{x^4 - 16}{x}$; в) $\frac{x(x^2 - 1)}{x^3 + x}$; г) $\frac{(x^2 - 1)^5}{23}$?

6. Докажите, что при любом допустимом значении переменной значение дроби:

а) $\frac{8}{x^4 + 1}$ положительно; б) $\frac{1 - b}{b^3 - b^2 + b - 1}$ отрицательно.

7. Расстояние между пристанями по реке 36 км. Моторная лодка имеет собственную скорость v км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Сколько времени затратит на весь путь моторная лодка, двигаясь против течения реки? При каком условии составленное выражение имеет смысл?

С—20. Основное свойство дроби. Сокращение дробей (п. 2)

1. Сократите дробь:

а) $\frac{a^5 b^7}{a^6 b^8 c}$; в) $\frac{12x(y - 3)^3}{42x^2(y - 3)^2}$; д) $\frac{x^2 - 16}{20 + 5x}$;

б) $\frac{-37x^6 y^8}{222x^5 y^8}$; г) $\frac{b^2 - 3bc}{9c^2 - 3bc}$; е) $\frac{p^3 + 8}{p^3 - 2p^2 + 4p}$.

2. Приведите дробь:

а) $\frac{1}{x^2}$ к знаменателю x^5 ;

б) $\frac{7}{8a^3b}$ к знаменателю $24a^4b^2$;

в) $\frac{a}{x-2y}$ к знаменателю $x^2 - 4y^2$;

г) $\frac{b}{x-5}$ к знаменателю $(x-5)^3$.

3. Вычислите:

а) $\frac{25^3}{125^2}$; б) $\frac{3^3 + 135}{9^2 + 3^5}$; в) $\frac{7^5 \cdot 15^2}{49^3 \cdot 45}$; г) $\frac{72^3}{144^2 \cdot 18^3}$.

4. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 + 12x + 36}{x^2 - 36}$; д) $\frac{a^2 - 4a + 4}{ax - 2x}$; з) $\frac{2a + b}{6a^2 + 3ab - 2ac - bc}$;

б) $\frac{y^2 - 25}{y^2 - 10y + 25}$; е) $\frac{b^2 - 5b + 6}{5b - 15}$; и) $\frac{2ax - 2a^2 - xy + ay}{x^2 - 2ax + a^2}$.

в) $\frac{a^3 - 8b^3}{a - 2b}$; ж) $\frac{5ab - 35b}{a^2 - 5a - 14}$;

г) $\frac{c^2 - 3cd + 9d^2}{c^3 + 27d^3}$;

5. Найдите значение дроби:

а) $\frac{a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4}{4a^3 - 12a^2b + 12ab^2 - 4b^3}$ при $a = 0,5$, $b = 0,1$;

б) $\frac{x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4}{x^5 - y^5}$ при $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{6}$.

6. Зная, что $a + 5b = 9$, найдите значение выражения

$$\frac{0,6a - 3b}{0,2a^2 - 5b^2}.$$

7. Сократите дробь

$$\frac{(3y - 6)^2}{9y^2 + 9y - 54}.$$

С—21. Преобразование рациональной дроби (п. 17Д)

1. Укажите допустимые значения переменной в выражении:

а) $\frac{1}{x^2 - 11x + 24}$; б) $\frac{1}{1 + \frac{6}{y}}$; в) $\frac{1}{\frac{8}{p} - 24}$.

2. Сократите дробь:

а) $\frac{x(y-2) - y(x-2)}{x(y-2)^2 - y(x-2)^2};$

б) $\frac{(2x+1)^2 + (2x-1)^2 + 30}{(x+2)^4 - (x-2)^4};$

в) $\frac{(y+1)^2 + 1}{y^4 + 4};$

г) $\frac{c^3 + c^2 + c + 1}{(c+1)^2 + (c-1)^2};$

д) $\frac{4x^2 - 12x - 16}{(8-2x)^2};$

е) $\frac{a^3 + b^3}{a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5}.$

3. Найдите значение дроби:

а) $\frac{a(a+5) - b(b-5)}{a^2 - ab + 5a}$ при $a = 0,015$, $b = 0,03$;

б) $\frac{x^2 + y^2 - 2xy - 6x + 6y + 9}{x^2 + y^2 - 2xy - 3x + 3y}$ при $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{3}$.

4. Докажите тождество

$$(1+a)(1+a^2)(1+a^4) = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7.$$

5. Докажите, что при любых $a \in N$, $b \in N$ и $a > b$ значение выражения $\frac{a^5 - b^5}{a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4}$ является правильной обыкновенной дробью.

6. Зная, что $\frac{x-5y}{y} = 3$, найдите значение дроби:

а) $\frac{3x+4y}{3x-4y}$; б) $\frac{x^2+y^2}{x^2-7xy+2y^2}.$

7. При каких целых n является целым числом значение выражения:

а) $\frac{7n-2}{n}$; б) $\frac{n^2-3}{n-2}?$

С—22. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями (п. 3)

1. Выполните сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{x+4y}{15} + \frac{4x+y}{15};$

в) $\frac{c+2}{c-1} + \frac{c}{1-c};$

б) $\frac{2a-3b}{4a} - \frac{6a+b}{4a};$

г) $\frac{b^2}{3b-21} + \frac{49}{3(7-b)};$

$$\begin{array}{ll} \text{д)} \frac{3y+8}{10y} - \frac{2y-9}{10y} + \frac{4y-2}{10y}; & \text{ж)} \frac{19-4x}{(x-2)^2} - \frac{2x+7}{(2-x)^2}; \\ \text{е)} \frac{x^2-5}{x^2-3x} - \frac{8x-3}{3x-x^2} + \frac{11+2x}{x^2-3x}; & \text{з)} \frac{y^2+1}{(y-1)^3} + \frac{2y}{(1-y)^3}. \end{array}$$

2. Найдите значение выражения

$$\frac{a^2-5ab}{a^2-3ab} - \frac{b^2-3ab}{a^2-3ab} + \frac{2b(a-4b)}{a^2-3ab},$$

зная, что $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$.

3. Представьте дробь $\frac{a^2-3ab+2b^2}{(a-b)^3}$ в виде разности двух дробей, знаменателями которых служит выражение $(a-b)^2$.

4. Докажите, что сумма дробей $\frac{x^2+y^2-1}{x+y-2} + \frac{2xy-3}{x+y-2}$ тождественно равна многочлену.

5. Докажите, что значение выражения

$$\frac{(a-1)^2}{a^2+1} - \frac{1-2a}{a^2+1} + \frac{1}{a^2+1}$$

не зависит от значений переменной a .

6. Представьте дробь $\frac{a^2-ax+5a-5x}{(a-x)^2}$ в виде суммы двух дробей.

7. Докажите, что если $a+b=0$, то верно равенство

$$\frac{a+1}{2a+b+1} + \frac{b+1}{a+2b+1} = 2.$$

8. Докажите, что значение выражения

$$\frac{n(n+1)^2}{n-1} - \frac{2n(n+2)}{n-1} + \frac{2n}{n-1}$$

при любом натуральном $n \neq 1$ кратно 2.

С—23. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями (п. 4)

1. Выполните сложение или вычитание дробей:

$$\text{а)} \frac{a-2b}{6} + \frac{4a+b}{12}; \quad \text{д)} \frac{b}{a^2-2ab} - \frac{4a}{ab-2b^2};$$

$$\text{б)} \frac{x-y}{2x} - \frac{2x-3y}{3x}; \quad \text{е)} \frac{c}{c^2-4} - \frac{c+2}{c^2-2c};$$

$$\text{в)} \frac{a+b}{ab} - \frac{a-b}{b^2}; \quad \text{ж)} 2b - \frac{4b^2}{b-3};$$

$$\text{г)} \frac{2y}{2y-6} - \frac{9}{y^2-3y}; \quad \text{з)} x+2 - \frac{(x-2)^2}{x+2}.$$

2. Докажите тождество:

а) $\frac{x^3}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} - \frac{2}{x+2} - x = -1;$

б) $\frac{5y^2-10}{y^4+2y^3-y^2-4y-2} + \frac{1}{(y+1)^2} = \frac{6}{(y+1)^2}.$

3. Докажите, что значение выражения

$$\frac{(a+2)^4}{0,5a^3+3a^2+6a+4} - \frac{(a-2)^4}{0,5a^3-3a^2+6a-4}$$

при $a \neq -2$ и $a \neq 2$ не зависит от значений a .

4. Представьте дробь в виде суммы двух дробей, знаменателями которых являются двучлены первой степени:

а) $\frac{2x-6}{(x-1)(x-5)};$ в) $\frac{x^2+4x-3}{x^2-9};$

б) $\frac{2x-1}{x^2-x-6};$ г) $\frac{x^2+x-5}{x^2-5x}.$

5. Представьте в виде рациональной дроби выражение:

а) $\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)};$

б) $\frac{1}{(y-1)(y-3)} + \frac{1}{(y-3)(y-5)} + \frac{1}{(y-5)(y-7)};$

в) $\frac{b}{a(a+b)} + \frac{c}{(a+b)(a+b+c)};$

г) $\frac{8}{x^2-6x+5} + \frac{x-1}{2x-10} - \frac{x-5}{2x-2}.$

6. Найдите значение выражения

$$\frac{x^4+x^2y^2}{x^4+x^2y^2+y^4} - \frac{x^2}{x^2+xy+y^2},$$

зная, что $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}.$

С—24. Умножение дробей.

Возведение дроби в степень (п. 5)

1. Выполните умножение:

а) $\frac{18a^2}{7b^2} \cdot \frac{49b}{72a};$ в) $\frac{5b}{a^2-2ab} \cdot \frac{7a-14b}{25b};$

б) $24xy \cdot \frac{y}{16x^3};$ г) $\frac{c^2+6c+9}{5c-20} \cdot \frac{c^2-16}{2c+6};$

$$д) (x^3 - 27y^3) \cdot \frac{2y}{7x^3 + 27x^2y + 63xy^2};$$

$$е) \frac{a^2 + 3ax - 18x^2}{a^2 - 3ax - 18x^2} \cdot \frac{a^2 + 6ax + 9x^2}{a^2 + 12ax + 36x^2};$$

$$ж) \frac{a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1}{b^4 - 8b^3 + 24b^2 - 32b + 16} \cdot \frac{2b^3 - 12b^2 + 24b - 16}{3a^3 + 9a^2 + 9a + 81};$$

$$з) \frac{a^5 + 1}{b^4 - 1} \cdot \frac{b^3 + b^2 + b + 1}{a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4}.$$

2. Представьте в виде рациональной дроби:

$$а) \left(\frac{2x}{3y}\right)^3; \quad б) \left(\frac{2a^2}{5b^2}\right)^4; \quad в) \left(-\frac{x^2}{2y^2}\right)^4; \quad г) \left(-\frac{2a^2}{3b^3}\right)^5.$$

3. Докажите тождество

$$\frac{x^2 + (a+b)x + ab}{y^2 - (a+b)y + ab} \cdot \frac{y^2 - b^2}{x^2 - b^2} \cdot \frac{ab - ax - by + xy}{ab + ax + by + xy} = 1.$$

4. Докажите, что если $x + a = 0$, то

$$\left(\frac{x^2 + 4ax + 4a^2}{x^2 + 6ax + 9a^2}\right)^2 = \frac{1}{16}.$$

5. Вычислите

$$\frac{4^3 - 2^4}{4^3 + 2^4} \cdot \frac{9^3 + 3^4}{9^3 - 3^4}.$$

6. Составлено произведение четырех обыкновенных дробей. Знаменатель каждой дроби на 1 больше ее числителя, а числитель каждой следующей дроби на 1 больше числителя предыдущей дроби. Найдите наименьшую дробь, если известно, что произведение этих дробей равно $\frac{1}{3}$.

С—25. Деление дробей (п. 6)

1. Выполните деление:

$$а) \frac{6x}{7y} : \frac{15x^2}{14y^2};$$

$$д) -\frac{b^2 - 3b + 9}{b^4 - 81} : \frac{b^3 + 27}{b^2 + 9};$$

$$б) -\frac{216c}{111d} : \frac{18c^2}{74d^2};$$

$$е) \frac{y^2 - 3y + 2}{x^2 - 11x + 18} : \frac{(y - 2)^2}{(2x - 6)^2};$$

$$в) \frac{3a + 6b}{a + b} : \frac{a^2 + 2ab}{a^2 - b^2};$$

$$ж) \frac{ab - 2a + 3b - 6}{ab + 3a - 2b - 6} : \frac{b^2 - 4}{a^2 - 4};$$

$$г) \frac{c + 5}{c - 5} : \frac{c^2 + 10c + 25}{c^2 - 5c};$$

$$з) \frac{36 - (x - 2y)^2}{25 - (2x - y)^2} : \frac{x^2 - 2xy + 6x}{8x - 4y + 20}.$$

2. Представьте в виде рациональной дроби:

а) $\left(\frac{a^2b^3}{4c}\right)^3 : \left(\frac{a^3b^2}{6c^2}\right)^3$;

б) $\frac{x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3}{27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3} : \left(\frac{x-2y}{3x-y}\right)^4$.

3. Докажите тождество

$$\frac{(a-b)^2 + b(2a-b)}{(a+2b)^3 - 6b(a+b)^2} : \frac{(a+b)^2 - b(2a+b)}{a^3 + 2b^3} = 1.$$

4. Докажите, что если $a + b + c = 0$, то верно равенство

$$\frac{(a+2b+3c)^2}{(a+2b-c)^2} : \frac{(3a+4b+5c)^2}{(3a+4b+c)^2} = 1.$$

5. Вычислите

$$\frac{49^4 - 7^6}{49^4 + 7^6} : \frac{25^4 - 125^3}{25^4 + 125^3}.$$

6. Зная, что $\frac{x+y}{y} = 7$, найдите значение выражения

$$\frac{x^4 + x^2y^2 + y^4}{x^4 + 4y^4} : \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - 2xy + 2y^2}.$$

С—26. Преобразование рациональных выражений (п. 7)

1. Выполните действия:

а) $\frac{6x+y}{2x} + \frac{4x^2}{y} \cdot \frac{y^2}{8x^3}$; в) $\left(\frac{4x-2}{4x-3} + 1\right) \cdot \frac{12x-9}{(2x-1)(8x-5)}$;

б) $a+b - \frac{2a+b}{a} \cdot \frac{a^2}{2a-b}$; г) $\left(\frac{12y}{3y-2} + 3y\right) : \frac{3y+2}{3y-2}$.

2. Упростите выражение

$$\left(\frac{a-1}{a^2-2a-35} - \frac{a-7}{a^2+4a-5}\right) : \frac{2a-8}{a^2+4a-5} - \frac{a-1}{a-7}.$$

3. Представьте в виде рациональной дроби

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{ab+b^2} + \frac{1}{a^2+ab}} - \frac{1}{\frac{2}{a} + \frac{2}{b}}.$$

4. Докажите, что значение выражения

$$\left(b+3 - \frac{b^3-9}{b(b-2)} + \frac{4}{b}\right) : \left(1 + \frac{1}{b^2-2b}\right)$$

при всех допустимых значениях b не зависит от b .

5. Докажите тождество

$$\left(\frac{1}{(a+b+c)^2} - \frac{1}{(a-b-c)^2} \right) \cdot \frac{(a^2 - (b+c)^2)^2}{4a(b-c)} = -1.$$

6. Зная, что $a + b = 4$ и $ab = 2$, найдите значение выражения $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right)^4 + \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{1}{2ab}$.

С—27. Функция. Область определения и область значений функции (п. 19Д)

1. Функция задана формулой $f(x) = 5x + 8$. Найдите:

а) $f(-2)$; б) $f(0)$; в) $f(2)$; г) $f(40)$.

2. Найдите значение аргумента функции $g(x) = -8x + 3$, при котором:

а) $g(x) = -37$; б) $g(x) = 19$; в) $g(x) = 1$.

3. Какова область определения функции:

а) $y = \frac{9}{x}$; б) $y = x^2 - 9$; в) $y = \frac{1}{x^2 + 2x - 8}$;

б) $y = \frac{1}{x+3}$; г) $y = \frac{1}{x^2 - 16}$; е) $\frac{8}{|x| - x}$?

4. Найдите множество целых значений аргумента, при котором функция f принимает целые значения, если:

а) $f(x) = \frac{6}{x}$; б) $f(x) = \frac{x^2 - x + 7}{x - 1}$.

5. Функция задана формулой $g(x) = 2x - 33$. Область определения функции $D(g) = \{x \mid x = 3k + 1, k \in N, x < 26\}$. Запишите область определения функции путем перечисления элементов и найдите область значений функции $E(g)$.

6. Соответствие между множеством значений переменной x и множеством значений переменной y задано уравнением:

а) $x^2 - y = 1$; б) $9x - y^2 = 0$.

В каком из этих случаев соответствие является функцией?

7. Функция задана формулой $f(x) = (x - 1)^2$. Найдите значение a , зная, что:

а) $f(a) = f(a - 5)$; б) $f(a + 4) = f(a - 4)$.

С—28. Способы задания функции (п. 20Д)

1. Функция f задана двумя выражениями

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -3, \\ x - 2, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$$

Найдите:

а) $D(f)$; б) $f(-4)$, $f(-3)$, $f(3)$, $f(5)$; в) значения x , при которых $f(x) = -8$, $f(x) = 12$.

2. Дана функция

$$g(x) = \begin{cases} -8, & \text{если } x \leq -2, \\ x^3, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x < 2, \\ 4, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

Постройте график функции g . Найдите:

а) $D(g)$; б) $E(g)$; в) $g(-5)$, $g(-1)$, $g(1)$, $g(5)$; г) значения x , при которых $g(x) = \frac{1}{4}$, $g(x) = -\frac{1}{8}$, $g(x) = 4$.

3. Функция задана формулой $g(x) = x + 70$, причем значениями аргумента и значениями функции могут быть только двузначные числа. Найдите $D(g)$ и $E(g)$. Укажите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Графиком функции g служит ломаная линия $ABCDE$, координаты вершин которой таковы:

$A(-4; 3)$, $B(-1; 0)$, $C(0; 1)$, $D(1; 0)$, $E(4; 3)$.

Постройте график функции g и укажите $D(g)$ и $E(g)$.

5. Найдите все целые значения функции $f(x) = \frac{10}{x^2 + 1}$ ($x \in \mathbb{Z}$).

6. Принадлежит ли графику функции $y = (x - 1)^4$ точка:

а) $A(-1; 16)$; в) $C(3; 16)$;
б) $B(-5; 1294)$; г) $D(26; 456\,976)$?

7. Функция φ задана описанием: каждому натуральному числу n соответствует остаток от деления этого числа на 6. Какова область значений этой функции?

Найдите $\varphi(26)$, $\varphi(233)$, $\varphi(7^{100})$, $\varphi(8^{100})$.

С—29. Простейшие преобразования графиков функций (п. 21Д)

1. Постройте график функции:

а) $y = x^2 - 1$; б) $y = (x + 1)^2$.

2. Изобразите схематически график функции:

а) $y = (x + 1,5)^2 + 1$; б) $y = |x - 3| - 1$.

3. Найдите координаты вершины параболы, которая является графиком функции:

а) $y = (x - 2,5)^2 + 2,5$; б) $y = x^2 + 16x - 5$.

4. В результате какого сдвига можно получить:
 - а) из графика функции $y = x^2$ график функции $y = x^2 - 6x + 11$;
 - б) из графика функции $y = x^4$ график функции $y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 2$?
5. Докажите, что каждая из парабол $y = x^2$, $y = (x - 5)^2 - 5$ и $y = (x - 7)^2 - 21$ проходит через точку $A(2; 4)$.
6. Найдите координаты точки, которая принадлежит как графику функции $y = (x + 1)^2 - 7$, так и графику функции $y = (x - 3)^2 + 9$.
7. График функции f — ломаная ABC , где $A(-3; -1)$, $B(1; 5)$, $C(4; 1)$ — координаты вершин этой ломаной. Постройте график функции $y = f(x - 2)$.
8. Найдите значение a , при котором точка $M(7; 13)$ принадлежит графику функции:
 - а) $y = (x - a)^2 - 8$; б) $y = (x - 5)^2 + a$.
9. Графики функций $y = (x - 1)^4$ и $y = (x + 3)^4$ проходят через точку $P(x_0; y_0)$. Найдите координаты точки P .

С—30. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график (п. 8)

1. Постройте график функции:
 - а) $y = \frac{2}{x}$; б) $y = -\frac{6}{x}$.
2. Найдите координаты точек пересечения гиперболы $y = \frac{4}{x}$ с прямой $y = x$. Как расположены относительно этой прямой точки $A(4; 1)$ и $B(1; 4)$ гиперболы?
3. Докажите, что если график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(a; b)$, то он проходит также через точку $B(b; a)$.
4. Найдите коэффициент k , зная, что график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $M(2; -8)$.
5. Точки $A(a; 2)$ и $B(2; b)$ принадлежат гиперболе $y = \frac{8}{x}$. Найдите a и b .
6. Функция задана формулой $f(x) = \frac{24}{x}$. Найдите $f(0,1)$, $f(0,01)$, $f(0,001)$, $f(240)$, $f(2400)$, $f(24\,000)$.
7. Точка $M(a; b)$ лежит во второй координатной четверти и принадлежит графику функции $y = \frac{k}{x}$. Укажите координаты точки N , принадлежащей графику этой же функции и симметричной точке M относительно начала координат.
8. Найдите точки гиперболы $y = \frac{12}{x}$, расстояние от которых:
 - а) до оси x равно $0,001$; б) до оси y равно $0,001$.

9. Расстояние между пунктами A и B равно 120 км. Постройте график зависимости времени t (в часах), затрачиваемого на путь из A в B , от скорости v (в км/ч) движения.

С—31. Дробно-линейная функция и ее график (п. 22Д)

1. Постройте график функции:

а) $y = \frac{9}{x-3}$; б) $y = \frac{9}{x} - 2$.

2. Укажите асимптоты гиперболы и изобразите схематически график функции $y = \frac{8}{x+2} - 3$.

3. Постройте график функции $y = -\frac{3x-1}{x-8}$. Найдите:

- а) значения функции при $x = 0$ и при $x = 3$;
б) значения аргумента, при которых $y = 0$;
в) промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$.

4. Докажите, что графиком функции $y = \frac{(x+2)^4 - (x-2)^2}{x^3 - 3x^2 + 4x - 12}$ является гипербола.

5. Найдите все точки графика функции $y = \frac{6x-1}{x+1}$ с целыми координатами.

6. Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+4}{x}, & \text{если } 1 \leq x \leq 4, \\ x-1, & \text{если } 4 < x \leq 9. \end{cases}$$

Используя график, решите уравнение:

- а) $f(x) = 4$; б) $f(x) = 7$; в) $f(x) = 1$.

7. Докажите, что графиком функции $y = \frac{195x-36}{12-65x}$ является прямая.

8. Используя графические представления, докажите, что система уравнений $\begin{cases} y = \frac{7x+15}{x-3}, \\ x+y = 10 \end{cases}$ не имеет решений.

С—32. Арифметический квадратный корень (п. 23Д)

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{64}$; г) $1,2\sqrt{2,25}$; ж) $-\sqrt{10\,000}$;

б) $\sqrt{12\,100}$; д) $\frac{1}{3}\sqrt{0,09}$; з) $-\frac{1}{7}\sqrt{0,0049}$;

в) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; е) $\frac{5}{12}\sqrt{1,44}$; и) $-\frac{1}{18}\sqrt{0,0081}$.

2. Верно ли равенство:

а) $\sqrt{196} = 14$; в) $\sqrt{0,0121} = -0,11$;

б) $-7\sqrt{81} = -63$; г) $\frac{1}{4}\sqrt{0,0016} = 0,1$?

3. Вычислите:

а) $((\sqrt{2})^2)^2$; в) $(\sqrt{3})^6$; д) $(-\sqrt{2})^4$;

б) $(\sqrt{5})^4$; г) $(5\sqrt{2})^4$; е) $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^6$.

4. Пользуясь таблицей квадратов двузначных чисел, вычислите:

а) $\sqrt{5184}$; г) $-0,2\sqrt{7,84} - \frac{1}{3}\sqrt{10,89}$;

б) $-\sqrt{7225}$; д) $5\sqrt{3,61} - 0,2\sqrt{8,41}$;

в) $0,1\sqrt{2304}$; е) $\frac{1}{8}\sqrt{23,04} - \frac{1}{7}\sqrt{24,01}$.

5. Используя при необходимости таблицу квадратов двузначных чисел, найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2a-17}$ при $a = 49$;

б) $\sqrt{(-a-0,5)^2 - 0,61}$ при $a = 2,6$;

в) $\sqrt{(a-1,3)^2 - 18}$ при $a = 5,6$;

г) $\sqrt{a^2 + b}$ при $a = 1,7$, $b = 1,52$.

6. Решите уравнение:

а) $\sqrt{2-x} = 7$; г) $\sqrt{2-\frac{2}{3}x} = 10$;

б) $\sqrt{16x-1} = 3$; д) $\sqrt{12-5x} + 37 = 49$;

в) $\frac{6}{\sqrt{11-3x}} = 1$; е) $\frac{4,5}{\sqrt{2,6-3x}} = 0,9$.

7. Существует ли значение x , при котором верно равенство:

а) $\sqrt{-x} = 1,4$; в) $\sqrt{-x} + 3,4 = 0$;

б) $-\sqrt{x} = 2,6$; г) $\sqrt{x} - 1,6 = 0$?

При положительном ответе укажите это значение.

8. Имеет ли смысл выражение:

а) $\sqrt{5x}$ при $x > 0$; в) $\sqrt{(-3x)^2 + 6}$ при $x < 0$;

б) $\sqrt{-11x}$ при $x < 0$; г) $\sqrt{-2x-16}$ при $x > 0$?

9. Укажите, при каких значениях a имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{2a} + \sqrt{-2a}$; в) $\sqrt{a^2 + 15}$; д) $\sqrt{\frac{|a|}{a}}$;

б) $\sqrt{|a|} - 1$; г) $\sqrt{-a^2 - 1}$; е) $\sqrt{\frac{a^2}{a-1}}$.

С—33. Уравнение $x^2 = a$ (п. 13)

1. Решите уравнение:

- а) $x^2 = 144$; д) $448,9 - 0,1x^2 = 0$;
б) $x^2 - 28,09 = 0$; е) $3,286x^2 = 0$;
в) $x^2 + 9216 = 0$; ж) $0,3(x - 7)^2 = 0,27$;
г) $6x^2 - 19,44 = 0$; з) $-(2x - 1)^2 = -54,76$.

2. Найдите значения x , если они существуют, при которых равны значения двучленов:

- а) $5x^2 - 176$ и $3x^2 + 274$;
б) $0,5x^2 - 0,445$ и $0,7x^2 - 2,623$.

3. Решите уравнение и с помощью графика функции $y = x^2$ (рис. 5) найдите приближенные значения его корней:

- а) $x^2 = 5$; б) $x^2 = 3,5$; в) $2x^2 - 9 = 0$.

4. Решите уравнение и укажите все целые числа, которые заключены между его корнями:

- а) $x^2 = 4,3$; б) $3x^2 - 11,7 = 0$.

5. Решите уравнение:

- а) $\sqrt{x^2 + 1} = 1$; в) $\sqrt{6 - 5x^2} + 2 = 3$;
б) $\sqrt{3x^2 - 3} = 12$; г) $\sqrt{23 - 11x^2} + 26 = 27$.

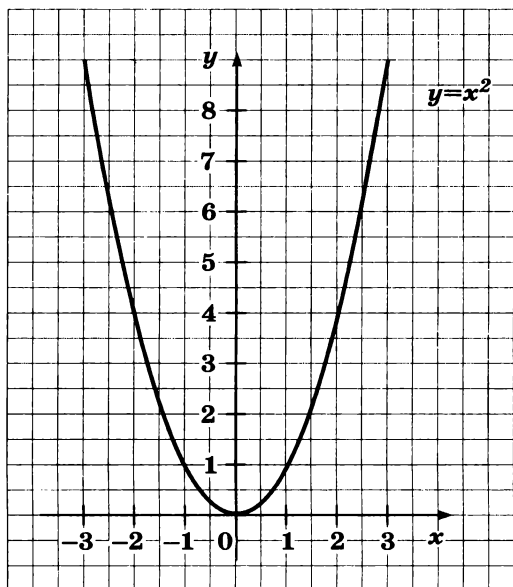


Рис. 5

6. Зная, что переменные в формулах принимают только положительные значения, выразите:

а) из формулы $s = \frac{at^2}{2}$ переменную t через s и a ;

б) из формулы $V = \pi r^2 h$ переменную r через V и h .

7. При каких значениях a имеет два корня уравнение:

а) $x^2 - (a - 2)(a + 2) = 5$;

б) $x^2 - a^2 = 4a + 4$;

в) $x^2 - a^2 + 8a = 17$?

С—34. Нахождение приближенного значения квадратного корня (п. 14)

1. С помощью графика функции $y = x^2$ найдите приближенное значение выражения:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt{4,5}$; в) $\sqrt{6,5}$; г) $-\sqrt{2,5}$.

2. Подберите два последовательных целых числа, между которыми заключено число:

а) $\sqrt{17}$; в) $\sqrt{9,8}$; д) $-\sqrt{7}$;

б) $\sqrt{40}$; г) $-\sqrt{43}$; е) $-\sqrt{8,3}$.

3. Найдите подбором цифры разрядов единиц и десятых в десятичной записи числа:

а) $\sqrt{8}$; б) $\sqrt{29}$.

4. Пользуясь калькулятором, вычислите значение выражения (ответ округлите до сотых):

а) $\sqrt{176,1}$; в) $-\sqrt{34,36}$; д) $\sqrt{84,21 - 11,65}$;

б) $\sqrt{28,36}$; г) $\sqrt{784,3 + 142,5}$; е) $\sqrt{\sqrt{34,82}}$.

5. С помощью калькулятора найдите значение выражения (ответ округлите до сотых):

а) $\sqrt{a+b}$, если $a = 11,75$, $b = 34,01$;

б) $\sqrt{\sqrt{a+b}}$, если $a = 20,34$, $b = 9,36$;

в) $\sqrt{\sqrt{a+b}}$, если $a = 9,86$, $b = 7,27$;

г) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, если $a = 84,01$, $b = 62,11$.

6. Решите уравнение и найдите с помощью калькулятора приближенные значения его корней (ответ округлите до сотых):

а) $x^2 = 42$; в) $x^2 - 37,16 = 24,11$;

б) $5x^2 = 37$; г) $(x + 6)^2 = 63,13$.

С—35. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график (п. 15)

1. В таблице указаны значения функции $y = \sqrt{x}$, взятые с точностью до 0,1:

Пользуясь таблицей, найдите, какие приращения получает функция при изменении x от 1 до 4 и от 5 до 8. Сравните результаты.

2. Постройте график функции $y = \sqrt{x}$, используя приведенную выше таблицу (масштаб: 1—1 см). Пользуясь графиком, найдите:
- а) значение функции при $x = 1,5$; 6,5;
 - б) при каком x значение функции равно 2; 2,5.
3. Сравните:
- а) $\sqrt{26}$ и $\sqrt{37}$; в) $\sqrt{82,1}$ и 9;
 - б) $\sqrt{2,11}$ и $\sqrt{2,13}$; г) 14 и $\sqrt{190}$.
4. Расположите в порядке возрастания числа:
- а) $\sqrt{40,3}$, 6,5, $\sqrt{41,4}$, 7,2; б) $\sqrt{26\frac{2}{3}}$, $\sqrt{26\frac{3}{4}}$, $\sqrt{26,6}$, 6,1.
5. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x}$ точка:
- а) А (0,6; 0,36); в) С (0,01; 0,1);
 - б) В (3; 9); г) D (1,44; 1,2)?
6. Найдите координаты точки А, принадлежащей графику функции $y = \sqrt{x}$, если известно, что:
- а) абсцисса этой точки равна 400;
 - б) ордината этой точки равна 400.
7. Пересекает ли прямая $y = 0,5x + 1$ график функции $y = \sqrt{x}$?

С—36. Функция $y = \sqrt{x - m} + n$ и ее график (п. 23Д)

1. Постройте график функции $y = \sqrt{x - 2} + 1$. Найдите по графику:
- а) значение функции при $x = 4$; 6,5;
 - б) значение аргумента, при котором $y = 1$; 2.
2. Постройте график функции:
- а) $y = \sqrt{x} + 1$; б) $y = \sqrt{x - 1}$.

Укажите область определения и область значений функции.

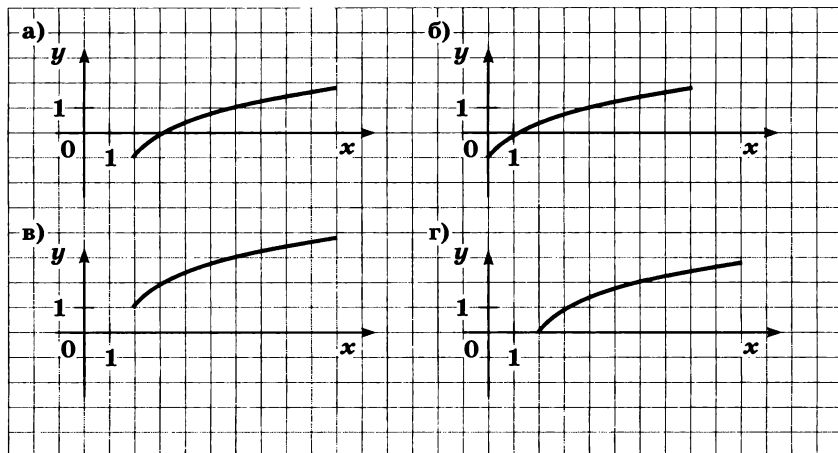


Рис. 6

3. Изобразите схематически график функции и укажите, в каких координатных четвертях он расположен:

а) $y = \sqrt{x-5} + 4$; в) $y = \sqrt{x+6} + 1$;

б) $y = \sqrt{x+4} - 2$; г) $y = \sqrt{x-7} - 1$.

4. На рисунке 6 построены графики функций

$$y = \sqrt{x} - 1, \quad y = \sqrt{x-2}, \quad y = \sqrt{x-2} - 1, \quad y = \sqrt{x-2} + 1.$$

Для каждого графика укажите соответствующую формулу.

5. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x-2} + 3$ точка $A(6; 5)$; $B(-2; 0)$; $C(0; 3)$; $D(11; 6)$?

6. При каком значении a :

а) график функции $y = \sqrt{x+12} + a$ проходит через точку $A(4; 8)$;

б) график функции $y = \sqrt{x-a} + 6$ проходит через точку $B(4; 9)$?

7. С помощью графиков выясните, сколько корней имеет уравнение и каковы их знаки:

а) $\sqrt{x-2} = 5-x$; б) $\sqrt{x+5} = \frac{8}{x}$.

С—37. Квадратный корень из произведения (п. 16)

1. Вычислите значение корня:

а) $\sqrt{25 \cdot 1,44}$; в) $\sqrt{0,25 \cdot 49}$;

б) $\sqrt{1,69 \cdot 16}$; г) $\sqrt{0,81 \cdot 121}$.

2. Найдите значение выражения, используя таблицу квадратов двузначных чисел:
- а) $\sqrt{705\,600}$; в) $\sqrt{84,64}$; д) $\sqrt{484 \cdot 3136}$;
 б) $\sqrt{0,7744}$; г) $\sqrt{1444 \cdot 36}$; е) $\sqrt{289 \cdot 3025}$.
3. Найдите значение выражения:
- а) $\sqrt{19 \cdot 76}$; в) $\sqrt{7,2 \cdot 10,8 \cdot 6}$;
 б) $\sqrt{58 \cdot 2 \cdot 29}$; г) $\sqrt{2,6 \cdot 6,5 \cdot 10}$.
4. Вычислите значение корня:
- а) $\sqrt{37^2 - 12^2}$; в) $\sqrt{24,5^2 - 14,7^2}$;
 б) $\sqrt{1,69^2 - 1,19^2}$; г) $\sqrt{10,25^2 - 6,65^2}$.
5. Найдите значение корня:
- а) $\sqrt{40,96 \cdot 11 + 40,96 \cdot 5}$; в) $\sqrt{1 \frac{9}{16} \cdot 0,81 - 1 \frac{9}{16} \cdot 0,17}$;
 б) $\sqrt{75,69 \cdot 27 - 75,69 \cdot 2}$; г) $\sqrt{5 \frac{4}{9} \cdot 0,27 - 5 \frac{4}{9} \cdot 0,23}$.
6. Найдите значение произведения:
- а) $\sqrt{288} \cdot \sqrt{50}$; в) $\sqrt{8,1} \cdot \sqrt{4,9}$; д) $\sqrt{26} \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{8}$;
 б) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{162}$; г) $\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{14,4}$; е) $\sqrt{9,8} \cdot \sqrt{4,9} \cdot \sqrt{0,08}$.
7. Используя приближенное равенство $\sqrt{87} \approx 9,3$, найдите приближенное значение выражения:
- а) $\sqrt{8700}$; б) $\sqrt{0,87}$; в) $\sqrt{87 \cdot 0,25}$; г) $\sqrt{8,7 \cdot 3,6}$.
8. Представьте в виде произведения корней:
- а) $\sqrt{2ab}$, где $a > 0$, $b > 0$;
 б) $\sqrt{3xy}$, где $x < 0$, $y < 0$;
 в) $\sqrt{ax+ay}$, где $a < 0$, $x < 0$, $y < 0$;
 г) \sqrt{abc} , где $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$.

С—38. Квадратный корень из дроби (п. 16)

1. Найдите значение корня:
- а) $\sqrt{\frac{25}{144}}$; в) $\sqrt{\frac{12,1}{22,5}}$; д) $\sqrt{18 \frac{7}{9}}$;
 б) $\sqrt{\frac{0,49}{2,89}}$; г) $\sqrt{5 \frac{1}{16}}$; е) $\sqrt{30 \frac{1}{4}}$.
2. С помощью таблицы квадратов двузначных чисел найдите значение корня:
- а) $\sqrt{\frac{3969}{5329}}$; б) $\sqrt{\frac{32,49}{60,84}}$; в) $\sqrt{\frac{32,4}{136,9}}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\frac{81 \cdot 121}{5776}}$; б) $\sqrt{\frac{5,29}{16 \cdot 56,25}}$; в) $\sqrt{\frac{67,6}{8,1 \cdot 1,44}}$.

4. Найдите значение корня:

а) $\sqrt{\frac{14,5^2 - 2,4^2}{49}}$; б) $\sqrt{\frac{1444}{9^2 - 5,4^2}}$; в) $\sqrt{\frac{32,5^2 - 16,5^2}{31,36}}$.

5. Найдите значение частного:

а) $\frac{\sqrt{363}}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{1125}}{\sqrt{5}}$; в) $\frac{\sqrt{0,7}}{\sqrt{56,7}}$; г) $\frac{\sqrt{0,03}}{\sqrt{0,12}}$.

6. Площадь одного квадрата равна 128 см^2 , а другого 2 см^2 . Во сколько раз сторона первого квадрата больше стороны второго?

7. Отношение площадей двух кругов равно $4 : 1$. Радиус большего круга равен 19 см . Найдите радиус меньшего круга.

8. Представьте выражение в виде частного корней:

а) $\sqrt{\frac{5a}{b}}$, если $a < 0$, $b < 0$;

б) $\sqrt{\frac{a+b}{x}}$, если $a < 0$, $b < 0$, $x < 0$.

С—39. Квадратный корень из степени (п. 17)

1. Вычислите значение выражения:

а) $\sqrt{(0,2)^2}$; б) $\sqrt{(-1,9)^2}$; в) $-\sqrt{(-0,35)^2}$.

2. Найдите значение выражения $-0,3\sqrt{p^2}$ при $p = 1,3$; $-0,6$; $-12,6$.

3. Вычислите значение выражения:

а) $\sqrt{(3,2)^4}$; б) $\sqrt{(-0,2)^6}$; в) $3\sqrt{(-0,5)^4}$; г) $-4\sqrt{(-0,3)^6}$.

4. Найдите значение корня, используя разложение подкоренного выражения на множители:

а) $\sqrt{12\,544}$; б) $\sqrt{30\,625}$; в) $\sqrt{16\,384}$.

5. При каких значениях переменной верно равенство:

а) $\sqrt{x^{18}} = x^9$; в) $\sqrt{0,01x^{12}} = 0,1x^6$;

б) $\sqrt{64a^8} = 8a^4$; г) $\sqrt{4a^6} = -2a^3$?

6. Упростите выражение:

а) $\sqrt{0,09a^4b^8}$; г) $\sqrt{2,25a^{12}b^{14}}$ при $b < 0$;

б) $\sqrt{1\frac{7}{9}a^6b^{16}}$ при $a > 0$; д) $\sqrt{1\frac{19}{81}x^2y^8}$ при $x > 0$;

в) $\sqrt{\frac{0,81x^8}{y^{10}}}$ при $y > 0$; е) $\sqrt{\frac{1,69a^{16}}{b^6}}$ при $b < 0$.

7. Постройте график функции:

а) $y = 2\sqrt{x^2}$; б) $y = -3x\sqrt{x^2}$.

С—40. Вынесение множителя из-под знака корня и внесение множителя под знак корня
(пп. 18, 24Д)

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{392}$; в) $\sqrt{135b^3}$; д) $\sqrt{18c^2}$, где $c > 0$;

б) $\sqrt{363a}$; г) $\sqrt{17a^8}$; е) $\sqrt{2b^6}$, где $b < 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

а) $12\sqrt{6}$; в) $0,7\sqrt{3c}$; д) $x\sqrt{-3x}$;

б) $-4\sqrt{3}$; г) $2a\sqrt{a}$; е) $5c\sqrt{-c}$.

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{a^3b^4}$; г) $\sqrt{98x^4y^6}$, где $y < 0$;

б) $\sqrt{7x^8y}$; д) $\sqrt{18(a-6)^2}$, где $a > 6$;

в) $\sqrt{12a^2b}$, где $a > 0$; е) $\sqrt{32a^2(a-8)^2}$, где $a > 8$.

4. Внесите множитель под знак корня:

а) $15\sqrt{a}$; в) $x\sqrt{x}$; д) $-x\sqrt{x-1}$;

б) $-8\sqrt{b}$; г) $-a^2\sqrt{a}$; е) $(y-3)\sqrt{\frac{2}{y-3}}$.

5. При каких значениях переменной верно равенство:

а) $a\sqrt{15} = \sqrt{15a^2}$; г) $5x^2\sqrt{-x} = \sqrt{-25x^5}$;

б) $-x\sqrt{6} = \sqrt{6x^2}$; д) $(a-5)\sqrt{2} = \sqrt{2(a-5)^2}$;

в) $x\sqrt{-x} = \sqrt{-x^3}$; е) $(x-8)\sqrt{5} = \sqrt{5(8-x)^2}$?

6. Сравните значения выражений:

а) $\frac{1}{8}\sqrt{704}$ и $\frac{1}{6}\sqrt{432}$; в) $-2\sqrt{75}$ и $-3\sqrt{31}$;

б) $0,1\sqrt{7011}$ и $0,2\sqrt{1914}$; г) $-\frac{1}{3}\sqrt{311}$ и $-\frac{1}{5}\sqrt{901}$.

7. Расположите в порядке возрастания числа:

$$-\sqrt{75}, \quad -\frac{1}{9}\sqrt{243}, \quad \frac{1}{2}\sqrt{12}, \quad -\sqrt{108}, \quad \frac{2}{7}\sqrt{147}.$$

8. Сравните значения выражений:

а) $a\sqrt{5a}$ и $a^2\sqrt{5a^3}$ при $0 < a < 1$;

б) $3x^2\sqrt{x^3}$ и $x\sqrt{9x^7}$ при $x > 1$.

С—41. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни (пп. 19, 24Д)

1. Упростите выражение:

а) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$; б) $(9 - 2\sqrt{14})(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2$.

2. Докажите, что каждое из чисел $\frac{7 - \sqrt{13}}{2}$ и $\frac{7 + \sqrt{13}}{2}$ является корнем уравнения $x^2 - 7x + 9 = 0$.

3. Сократите дробь:

а) $\frac{\sqrt{50} - 2\sqrt{5}}{5 - \sqrt{10}}$; б) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6} + 3}{\sqrt{2} + \sqrt{6} - 2}$.

4. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{18}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$; б) $\frac{12}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{7}}$; в) $\frac{1}{5 - \sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{2}}$.

5. Сравните значения выражений:

а) $\sqrt{19} - \sqrt{16}$ и $\sqrt{29} - \sqrt{26}$;

б) $\sqrt{37} - \sqrt{35}$ и $\sqrt{17} - \sqrt{15}$.

6. Найдите, при каких значениях a дробь $\frac{2 - \sqrt{a - 5}}{9 - a}$ принимает наибольшее значение, и вычислите это значение.

7. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{\sqrt{a+4} - \sqrt{a-4}}{\sqrt{a+4} + \sqrt{a-4}} - \frac{\sqrt{a+4} + \sqrt{a-4}}{\sqrt{a+4} - \sqrt{a-4}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a^2 - 16}}{2}$;

б) $\left(\frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{x - \sqrt{x^2 - 4}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 4}}{x + \sqrt{x^2 - 4}} \right) : \frac{2x\sqrt{x+4}}{\sqrt{x-4}}$.

8. Докажите, что при всех допустимых значениях переменных значение выражения $\left(\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \sqrt{ab} \right) \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b} \right)^2$ не зависит от значений переменных.

9. Докажите, что если $x = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$, где $a > 0$, $b > 0$, $a > b$, то

$$\frac{2b\sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} = a - b.$$

С—42. Преобразование двойных радикалов (п. 25Д)

1. Имеет ли смысл выражение:

а) $\sqrt{26-5\sqrt{7}}$; в) $\sqrt{18\sqrt{3}-\sqrt{515}}$;

б) $\frac{4}{\sqrt{8\sqrt{5}-4\sqrt{13}}}$; г) $\frac{48}{\sqrt{68-2\sqrt{17}}}$?

2. Выполните умножение:

а) $\sqrt{7-2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{7+2\sqrt{6}}$; в) $\sqrt{10-2\sqrt{21}} \cdot \sqrt{2\sqrt{21}+10}$;

б) $\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{1+\sqrt{2}}$; г) $\sqrt{7+5\sqrt{2}} \cdot \sqrt{5\sqrt{2}-7}$.

3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{18}{\sqrt{11-2\sqrt{10}}}$; в) $\frac{6}{\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}$;

б) $\frac{7}{\sqrt{\sqrt{15}+4}}$; г) $\frac{12}{\sqrt{\sqrt{14}-\sqrt{5}}}$.

4. Освободитесь от иррациональности в числителе дроби:

а) $\frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{3}$; б) $\frac{\sqrt{\sqrt{13}-2\sqrt{3}}}{4}$; в) $\frac{\sqrt{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}}{2}$.

5. Освободитесь от внешнего радикала:

а) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; в) $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$;

б) $\sqrt{10-2\sqrt{21}}$; г) $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$.

6. Найдите значения a^2 и a , если:

а) $a = \sqrt{67+16\sqrt{3}} + \sqrt{67-16\sqrt{3}}$;

б) $a = \sqrt{24-6\sqrt{7}} - \sqrt{24+6\sqrt{7}}$.

7. Найдите значение выражения:

а) $\frac{\sqrt{6-4\sqrt{2}}}{\sqrt{6+4\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{6+4\sqrt{2}}}{\sqrt{6-4\sqrt{2}}}$; б) $\frac{\sqrt{14-8\sqrt{3}}}{\sqrt{14+8\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{14+8\sqrt{3}}}{\sqrt{14-8\sqrt{3}}}$.

8. Докажите, что значение выражения является натуральным числом:

а) $(\sqrt{7+2\sqrt{10}} - \sqrt{7-2\sqrt{10}}) \cdot 3\sqrt{50}$;

б) $\sqrt{3+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{98} \cdot \sqrt{3-\sqrt{7}}$.

9. Упростите выражение:

а) $a - 3 + \sqrt{6a + \sqrt{a^4 + 18a^2 + 81}}$;

б) $2x - 1 + \sqrt{\sqrt{x^4 + 6x^2 + 9} + 10x + 22}$.

С—43. Кубический корень и его свойства (п. 26Д)

1. Вычислите:

а) $0,1 \sqrt[3]{-0,343} - 0,08 \sqrt[3]{-1}$; б) $6 \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{1\frac{91}{125}}$.

2. Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{0,064a^6b^{15}}$; в) $\sqrt[3]{0,004a^2} \cdot \sqrt[3]{2a^{13}}$;

б) $\sqrt[3]{-729a^3b^6}$; г) $\sqrt[3]{169a^6b^7} \cdot \sqrt[3]{13b^2}$.

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[3]{54a^7b^6}$; в) $\sqrt[3]{a^{26}b^{3m}}$;

б) $\sqrt[3]{-16a^9b^4}$; г) $\sqrt[3]{x^{12}b^{3m+2}}$.

4. Внесите множитель под знак корня:

а) $0,4a^3b \sqrt[3]{a^{11}b}$; в) $-5y \sqrt[3]{0,1xy^2}$;

б) $-0,1x \sqrt[3]{xy}$; г) $-ab \sqrt[3]{a^m b^2}$.

5. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{8}{\sqrt[3]{32}}$; б) $\frac{5}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}}$; в) $\frac{1}{\sqrt[3]{49} + 2\sqrt[3]{7} + 4}$.

6. При каком значении p число $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$ является корнем уравнения $x^2 + px - 6 = 0$?

7. Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{2x-1} + 3 = 0$; б) $\frac{3}{\sqrt[3]{1-x}} = 2$.

8. Докажите, что:

а) $(\sqrt{2}-1)\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = 1$; б) $\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} = 2$.

9. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[3]{x^4} - \sqrt[3]{x^3y}} - \frac{\sqrt[3]{y}}{x}$; б) $\frac{2\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a-1}} : \left(\frac{a-1}{\sqrt[3]{a-1}} - \frac{a+1}{\sqrt[3]{a+1}} \right)$.

С—44. Функция $y = \sqrt[3]{x}$ и ее график (п. 27Д)

1. В таблице указаны значения функции $y = \sqrt[3]{x}$, соответствующие некоторым значениям x :

Пользуясь таблицей, постройте график этой функции (масштаб: 1—1 см).

2. По графику функции $y = \sqrt[3]{x}$ найдите:
 - а) значение y при $x = -5; 4,5; 7,5$;
 - б) при каком x значение y равно $0,5; -1,5$.
3. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt[3]{x}$ точка:
 $A(8; 2); B(27; -3); C(1,728; 1,2); D(-15,626; -2,5)$?
4. Сравните:
 - а) $\sqrt[3]{167}$ и $\sqrt[3]{169}$; в) $3\sqrt[3]{12}$ и $4\sqrt[3]{9}$;
 - б) $\sqrt[3]{-1\frac{2}{3}}$ и $\sqrt[3]{-1\frac{3}{4}}$; г) $2\sqrt[3]{-11}$ и $3\sqrt[3]{-9}$.
5. Расположите в порядке возрастания числа:
 $3\sqrt[3]{5}, -2\sqrt[3]{6}, -3\sqrt[3]{10}, 2\sqrt[3]{11}$.
6. Найдите координаты точек пересечения:
 - а) графика функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой $x = 0,008$;
 - б) графика функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой $y = 3,1$.
7. Изобразите схематически график функции:
 - а) $y = \sqrt[3]{x} + 2$; б) $y = \sqrt[3]{x+2}$; в) $y = \sqrt[3]{x-1} - 2$.

С—45. Неполные квадратные уравнения (п. 21)

1. Решите уравнение:
 - а) $x^2 - 0,25 = 0$; г) $6x^2 + 1,2 = 0$;
 - б) $\frac{1}{7}x^2 - 3 = 0$; д) $\frac{1}{3}x - 0,3x^2 = 0$;
 - в) $0,17x^2 = 0$; е) $0,8x^2 = 0,64x$.
2. Используя таблицу квадратов, решите уравнение:
 - а) $53,29 - x^2 = 0$; в) $0,7x^2 - 1966,3 = 0$;
 - б) $\frac{x}{6} = \frac{726}{x}$; г) $\frac{3x}{170,1} = \frac{0,7}{x}$.
3. При каких значениях c значения двучленов $0,3c^2 + 1,6c$ и $2,1c - 0,1c^2$:
 - а) равны; б) являются противоположными числами?
4. Решите уравнение:
 - а) $\frac{6x^2 - 2}{7} - \frac{5x^2 - 3}{4} + 1\frac{1}{2} = 0$;
 - б) $\frac{8x^2 - 11x}{9} - \frac{3x^2 - 7}{2} - \frac{x + 21}{6} = 0$.
5. При каких значениях b данное уравнение является неполным квадратным уравнением:
 - а) $15x^2 + (b^2 - 64)x + 30 = 0$;
 - б) $(b - 1)x^2 + 13x + b^2 - 1 = 0$?

6. Решите уравнение:

а) $(0,6x - 1)^2 + (0,2x - 3)(0,7x + 1) + 2 = 0$;

б) $(4 - 1,6x)^2 + (8 - 0,3x)^2 - (0,2x + 16)(0,1x + 5) = 0$.

7. Решите относительно x уравнение ($a \neq 0$):

а) $a^2x^2 - 16 = 0$; в) $x^2 - a = 0$;

б) $ax^2 + \frac{1}{a} = 0$; г) $ax^2 - \frac{36}{a} = 0$.

С—46. Решение квадратных уравнений (п. 22)

1. Выясните, имеет ли уравнение корни и сколько:

а) $6x^2 - 7x + 2 = 0$; в) $0,3x^2 - 2x + 1 = 0$;

б) $361x^2 - 38x + 1 = 0$; г) $0,01x^2 - 0,3x + 4 = 0$.

2. Решите уравнение:

а) $x^2 - 11x - 210 = 0$; г) $0,5x^2 = 0,9x + 2$;

б) $0,7x^2 + x + 6 = 0$; д) $0,6x^2 - x = 0,4$;

в) $0,16x^2 - 0,8x + 1 = 0$; е) $\frac{1}{8}x^2 - 2x = x + 2,5$.

3. Решите уравнение $2x^2 - 5x - 1 = 0$ и выполните проверку.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны:

а) $-0,1$ и $0,9$; б) $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{3}$; в) $1 - \sqrt{5}$ и $1 + \sqrt{5}$.

5. Решите уравнение:

а) $(2x - 1)^2 + \frac{(x - 3)(x + 2)}{6} = \frac{(x + 3)^2}{4} - 4$;

б) $\frac{3x - x^2}{2} - \frac{(2x - 1)^2}{3} = \frac{(3x - 1)(x + 1)}{5} - 5$;

в) $\frac{(3x - 1)^2}{4} - \frac{(x + 2)(x + 3)}{2} - \frac{(2x + 5)^2}{3} = 0$;

г) $\frac{(4x - 1)^2}{9} - \frac{(2x + 1)(x + 1)}{3} = (3x - 1)^2 - 5$.

6. При каких значениях b значения трехчленов

$$0,6b^2 - 1,5b - 1 \text{ и } 0,2b^2 + 0,2b + 0,5:$$

а) равны; б) являются противоположными числами?

7. Решите уравнение:

а) $(2x - 1)(x + 8) - (3x - 1)^2 - (2x + 1) = 0$;

б) $(2x - 1)(2x + 1) - (4x - 1)^2 + 2(3x + 4) = 0$;

в) $(x^2 + x - 1)^2 - x^2(x + 1)^2 = 0$;

г) $(x^2 - x + 2)^2 - (x^2 - 2x)(x^2 - 1) - 16 = 0$.

8. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = 6x^2 - x - 1$ с осями координат.

С—47. Решение задач с помощью квадратных уравнений (п. 23)

1. Каждый участник турпохода подарил членам туристической группы памятный значок. Всего было подарено 272 значка. Сколько человек было в туристической группе?
2. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, в котором число диагоналей на 42 больше числа сторон?
3. В прямоугольнике одна сторона на 2 см, а другая на 9 см меньше диагонали. Найдите площадь прямоугольника.
4. Картина размером 16×20 см наклеена на прямоугольный лист картона так, что получилась рамка одинаковой ширины. Определите ширину рамки, если известно, что площадь листа картона равна 780 см^2 .
5. От прямоугольного листа картона, длина которого равна 36 см, а ширина 28 см, отрезали по углам равные квадраты и из оставшейся части склеили коробку, площадь основания которой равна 560 см^2 . Найдите сторону квадрата.
6. Сумма двух натуральных чисел равна 24, а сумма их кубов равна 3528. Найдите эти числа.
7. Тело, брошенное вверх, через 1 с оказалось на высоте 20 м. Известно, что высота, которую достигает тело, вычисляется по формуле $h = v_0 t - 5t^2$, где v_0 — начальная скорость (в м/с), t — время (в секундах). Определите, в какой момент времени тело окажется на высоте 30 м.

С—48. Теорема Виета (пп. 24, 28Д)

1. Решите уравнение и выполните проверку, используя теорему, обратную теореме Виета:
 - а) $x^2 - 2,5x + 1,25 = 0$; г) $x^2 + \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}$;
 - б) $\frac{3}{4}x^2 + 2x - 1 = 0$; д) $x^2 + 0,1x = 3,06$;
 - в) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{12}x^2$; е) $2x^2 - 4,3x = 0,95$.
2. Один из корней уравнения $2x^2 + x + c = 0$ равен 7,5. Найдите c .
3. Один из корней уравнения $49x^2 - 4x + p = 0$ в 3 раза больше другого. Найдите p .
4. При каком значении a уравнение $3x^2 - (2a + 1)x + 2 = 0$ имеет два корня, один из которых на $\frac{1}{3}$ больше другого?

5. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $5x^2 - 18x + k = 0$, причем $2x_1 + 5x_2 = 12$. Найдите k .
6. Разность квадратов корней уравнения $2x^2 + 3x + c = 0$ равна 3,75. Найдите c .
7. Составьте квадратное уравнение с рациональными коэффициентами, один из корней которого равен:
 - а) $4 + \sqrt{7}$; б) $-\sqrt{11}$; в) $\frac{1}{\sqrt{3} - 1}$.
8. Зная, что уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни x_1 и x_2 , составьте квадратное уравнение, имеющее корни:
 - а) $x_1 + 4$ и $x_2 + 4$; б) $5x_1$ и $5x_2$; в) $\frac{1}{x_1}$ и $\frac{1}{x_2}$.
9. Какая зависимость существует между коэффициентами квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, если известно, что корни его — взаимно обратные числа?

С—49. Выражения, симметрические относительно корней квадратного уравнения (п. 29Д)

1. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 8x - 11 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
 - а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; б) $x_1^2 + x_2^2$; в) $(x_1 - x_2)^2$; г) $x_1^3 + x_2^3$.
2. Известно, что сумма квадратов корней уравнения $x^2 - 2x + q = 0$ равна 10 084. Найдите корни уравнения и q .
3. Квадрат разности корней уравнения $x^2 + px + 1845 = 0$ равен 16. Найдите корни уравнения и коэффициент p .
4. Найдите значение m , при котором сумма корней уравнения $x^2 + (m - 6)x - m - 13 = 0$ равна 41.
5. Известно, что уравнение $x^2 + px - 15 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Выразите через p :
 - а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; в) $x_1^2 + x_2^2$; д) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$;
 - б) $(x_1 + x_2)^2$; г) $(x_1 - x_2)^2$; е) $x_1^3 + x_2^3$.
6. Известно, что уравнение $ax^2 + 4x + c = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Составьте уравнение, корнями которого являются:
 - а) противоположные им числа;
 - б) обратные им числа.
7. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:
 - а) $x_1 + \frac{1}{x_1}$ и $x_2 + \frac{1}{x_2}$; б) $\frac{x_1 + 1}{x_1 - 1}$ и $\frac{x_2 + 1}{x_2 - 1}$.

С—50. Исследование квадратного уравнения (п. 30Д)

- Определите, имеет ли уравнение корни и если имеет, то каковы их знаки:
а) $75x^2 + 53x + 2 = 0$; в) $x^2 + 2x - 3 + 2\sqrt{3} = 0$;
б) $14x^2 + 23x + 3 = 0$; г) $x^2 - \sqrt{11}x + 2\sqrt{6} - 1 = 0$.
- Выясните, пересекает ли график функции $y = f(x)$ ось x (при положительном ответе укажите, как расположены точки пересечения относительно оси y), если:
а) $y = 3x^2 - 5x - 78$; в) $y = 6x^2 + x + 1$;
б) $y = 2x^2 - 9x + 9$; г) $y = x^2 + 5,5x - 15$.
- При каком значении b уравнение
$$(5b + 1)x^2 - (b + 2)x + 1 = 0$$
имеет единственный корень?
- При каких значениях b имеет два корня уравнение:
а) $5x^2 + (b + 10)x + b = 0$;
б) $(b - 1)x^2 + (b - 4)x - 2 = 0$?
- Существует ли такое значение c , при котором уравнение $x^2 - cx + c - 4 = 0$:
а) не имеет корней; б) имеет один корень; в) имеет два корня?
- Укажите наименьшее целое значение a , при котором уравнение $x^2 + 7x + a - 2 = 0$ не имеет корней.
- Докажите, что если a , b и c являются рациональными числами, то корни уравнения
$$(a + b + c)x^2 - 2(a + b)x + a + b - c = 0$$
также являются рациональными числами.

С—51. Решение дробных рациональных уравнений (п. 25)

- Решите уравнение $\frac{5x+1}{x^2-1} = 1,5 + \frac{x-1}{x+1}$ и выполните проверку.
- Решите уравнение:
а) $\frac{x^2 - 6}{x + 5} = \frac{4x - 1}{x + 5}$; г) $\frac{2y + 1}{y - 4} = \frac{3y - 1}{y - 3}$;
б) $\frac{x^2 - 5}{x - 4} = \frac{13 - 6x}{4 - x}$; д) $\frac{3p + 1}{p - 1} = \frac{2p + 3}{4p - 7}$;
в) $\frac{x^2 - 6x}{x - 2} = \frac{3x + 2}{2 - x}$; е) $\frac{2x + 1}{x - 3} = \frac{x - 1}{x - 7}$.
- При каких значениях b :
а) значения дробей $\frac{2b+1}{b+5}$ и $\frac{3b-10}{b-2}$ равны;
б) значения дробей $\frac{20}{b^2+1}$ и $\frac{8}{5-b^2}$ являются противоположными числами?

4. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{3x+13}{x+1} - 4 = \frac{x+11}{x^2-1}$; в) $\frac{3x+1}{x+2} - 1 = \frac{2x-1}{x^2-4}$;

б) $\frac{3x+3}{2} = 4 - \frac{9x-9}{6x-2}$; г) $\frac{3x+4}{x+5} + 1 = \frac{3x-9}{x-5}$.

5. Докажите, что график функции $y = \frac{5x+1}{x-3}$ не пересекает прямую $y = 5$.

6. Найдите координаты точек пересечения графиков функций:

а) $y = \frac{6}{x}$ и $y = x + 1$; б) $y = \frac{3x+1}{x+3}$ и $y = 2x - 8$.

7. Решите уравнение:

а) $\frac{45}{x^2-1} - \frac{5}{x+1} + \frac{3x}{x-1} = 6$;

б) $\frac{3y-2}{y-3} - \frac{y-4}{y+3} + \frac{15y-1}{9-y^2} = 0$;

в) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+1}$;

г) $\frac{13}{x^3-1} - \frac{7x+5}{x^2+x+1} + \frac{3}{x-1} = 0$.

С—52. Решение задач с помощью рациональных уравнений (пп. 26, 31Д)

1. В одном фермерском хозяйстве урожайность пшеницы с 1 га была на 3 ц больше, чем в другом. В результате во втором хозяйстве собрали на 95 ц пшеницы меньше, чем в первом, хотя под пшеницу было отведено на 5 га больше. Какова была урожайность пшеницы в каждом фермерском хозяйстве, если известно, что во втором всего было собрано 1400 ц пшеницы?
2. К раствору, содержащему 40 г соли, добавили 200 г воды, после чего его концентрация уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор первоначально и какова была его концентрация?
3. Два велосипедиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми равно 54 км, и через 2 ч встречаются. Не останавливаясь, они продолжают путь с той же скоростью, и второй прибывает в пункт А на 54 мин раньше, чем первый в пункт В. Найдите скорость каждого велосипедиста.
4. Из пунктов А и В, расстояние между которыми 280 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Автомобиль, выехавший из А, прибыл в В через 2 ч 40 мин после встречи, а автомобиль, выехавший из В, прибыл в А через полтора часа после встречи. На каком расстоянии от пункта А произошла встреча?

5. После двух последовательных снижений цены на товар на одно и то же число процентов цена понизилась с 600 р. до 486 р. На сколько процентов понижалась цена на товар каждый раз?
6. Банк принимает вклады с ежемесячной выплатой $p\%$ от накопленной суммы. Вкладчик положил в банк 500 р. и спустя два месяца его вклад составил 520,2 р. Найдите p .
7. Бак вместимостью 500 л наполнен глицерином. Из него отлили несколько литров глицерина и дополнили бак водой. Затем отлили еще столько же литров смеси. В результате в баке осталось 32 л глицерина. Сколько литров глицерина отлили из бака в первый раз?

С—53. Графический способ решения уравнений

1. Постройте график функции $y = x^2$. Используя этот график, решите уравнение:
а) $x^2 - 2,5x - 1,5 = 0$; б) $2x^2 - 3x - 5 = 0$.
Выполните проверку с помощью формулы корней.
2. Постройте график функции $y = x^3$. С помощью этого графика решите уравнение:
а) $x^3 + 5 = 0$; б) $x^3 + x - 4 = 0$.
3. Решите графически уравнение:
а) $\frac{8}{x} = x - 1$; б) $\frac{6}{x} = x^2$; в) $\frac{5}{x} = \sqrt{x}$.
4. Изобразив схематически графики функций, выясните, сколько корней имеет уравнение и каковы их знаки:
а) $\sqrt{x+2} = x - 2$; б) $\sqrt{x-3} = \frac{7}{x}$.
5. С помощью графиков выясните, сколько корней может иметь уравнение $\sqrt{x-a} = bx$, где a и b — некоторые числа.
6. Решите графически уравнение:
а) $0,5x - 1 = \frac{6}{|x|}$; б) $\frac{8}{|x|} = x^2$.
7. С помощью графиков выясните, сколько корней может иметь при различных значениях b уравнение $bx = M$, если:
а) $M = \frac{4}{x}$; б) $M = \frac{5}{|x|}$; в) $M = x^2$; г) $M = x^3$.

С—54. Сравнение чисел

1. Поставьте вместо многоточия знак $=$, или $>$, или $<$ так, чтобы получилось верное равенство или неравенство:
а) $-\frac{5}{7} \dots -\frac{6}{11}$; в) $12\sqrt{5} \dots 13\sqrt{3}$;
б) $-0,26 \dots -5$; г) $-6\sqrt{11} \dots -10\sqrt{7}$.

2. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:
- а) $2048 \cdot \frac{1}{12}$ и $2048 : \frac{1}{12}$;
 б) $5047 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$ и $5047 : \left(-\frac{1}{7}\right)$;
 в) $0,8 - 1,2 \cdot 1,4$ и $0,009$;
 г) $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,8 \cdot 10^6)$ и 40 .
3. Известно, что $a > 0$, $b < 0$. Сравните с нулем значение выражения:
- а) a^3b^4 ; в) $a^3 - 7b$; д) $b - a^2$;
 б) a^7b^9 ; г) $3b^5 - 14a$; е) $a + 5b^2$.
4. Сравните числа a и b , если известно, что разность $a - b$ равна:
- а) $(-0,2)^{14} \cdot (-0,06)^{11}$; в) $(1,84 - \sqrt{2})^5$;
 б) $(-1,76)^6 \cdot (-2,11)^9$; г) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^3$.
5. Известно, что $a < b$. Может ли разность $a - b$ выражаться числом:
- а) $(-0,1)^3 - (-0,3)^2$; в) $2\sqrt{5} - 3\sqrt{6}$;
 б) $(-0,7)^5 - (-0,09)^7$; г) $(1 - 2\sqrt{2})(3\sqrt{5} - 7)$?
6. Сравните числа a и b , если известно, что:
- а) $a = b + 0,16$; в) $a + 1,4 = b + 1,8$;
 б) $a = b - (-0,04)^5$; г) $a - 1,06 = b - 6,04$.
7. Не используя калькулятора, сравните значения выражений:
- а) $\sqrt{3} + \sqrt{11}$ и $\sqrt{2} + \sqrt{12}$; б) $4 + \sqrt{7}$ и $\sqrt{15} + 2\sqrt{2}$.
8. На координатной прямой отмечено число 0, а также числа a , b , c и d (рис. 7). Поставьте вместо многоточия знак $=$, или $>$, или $<$ так, чтобы получилось верное равенство или неравенство:
- а) $(a - b)(c - d) \dots 0$; в) $ab - ad \dots 0$;
 б) $ad(b - c) \dots 0$; г) $(a - d)(a + b) \dots 0$.

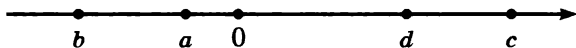


Рис. 7

С—55. Доказательство неравенств (п. 28)

1. Из данных выражений выберите те, которые принимают положительные значения при любых значениях a :

$$a^2 + 1, \quad 3a^2, \quad (a - 2)^2 + 4, \quad (a - 2)^2 + (a - 3)^2, \\ (a + 2)^2 \cdot (a + 6)^2, \quad (a - 5)^2 + 1, \quad (a^2 - 16)^2 + (a - 4)^2.$$

2. Используя выделение квадрата двучлена, докажите неравенство:
 а) $144a^2 - 120a + 37 > 0$; в) $225c^2 > 30c - 6$;
 б) $121x^2 - 132x + 39 > 0$; г) $49a^2 - 6a > 120a - 91$.
3. Докажите неравенство:
 а) $\frac{a^2}{4} > \frac{5a-13}{2}$; в) $\frac{(3a+1)^2}{6} > a - \frac{1}{3}$;
 б) $\frac{(b+5)^2}{4} > 2b$; г) $\frac{c^5}{1+c^{10}} \leq 1$.
4. Докажите, что:
 а) $2b + \frac{1}{8b} \geq 1$ при $b > 0$; б) $0,3 - \frac{1}{4a} \geq 0,09a$ при $a < 0$.
5. Докажите, что при $a > 2$ выражение
- $$\frac{a^2+6}{5} - \frac{2a-6}{5} \left(\frac{a}{a-3} - \frac{a}{a+3} - \frac{a^2+9}{9-a^2} \right)$$
- принимает положительное значение.
6. Велосипедист рассчитал, с какой скоростью он должен ехать из поселка на станцию и обратно, чтобы вернуться в поселок к определенному сроку. Однако на пути на станцию он ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, а возвращался со скоростью, на 1 км/ч меньшей, чем предполагал. Успел ли велосипедист вернуться в поселок к намеченному сроку?
7. Верно ли утверждение, что каждая сторона треугольника меньше его полупериметра?

С—56. Свойства числовых неравенств (п. 29)

1. Расположите в порядке возрастания числа a , b , c и d , если известно, что $a < b$, $a > d$, $b < c$.
2. Известно, что $x < y$. Поставьте вместо многоточия знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:
 а) $x + 0,14 \dots y + 0,14$; г) $\sqrt{15}y \dots \sqrt{15}x$;
 б) $-\frac{x}{0,05} \dots -\frac{y}{0,05}$; д) $(2 - \sqrt{5})x \dots (2 - \sqrt{5})y$;
 в) $x(-0,1)^{17} \dots y(-0,1)^{17}$; е) $(7 - 3\sqrt{7})x \dots (7 - 3\sqrt{7})y$.
3. Известно, что $a < b$. Расположите в порядке убывания числа:
 a , $a - 0,6$, $b + 2,4$, b , $a - \frac{3}{7}$.
4. Известно, что p , l , x , y — положительные числа, причем $p > x$, $p < l$, $y > l$. Изобразите на координатной прямой числа $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{l}$, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$.

5. Пользуясь тем, что $4,1 < \sqrt{17} < 4,2$, оцените значение выражения:
 а) $\sqrt{17} - 4$; б) $\sqrt{68}$; в) $-\sqrt{153}$; г) $2 - \sqrt{17}$.
6. Зная, что $0,25 < a < 0,26$, оцените значение выражения:
 а) $2a + 1$; б) $-4a$; в) $\frac{1}{a}$; г) $4 - \frac{5}{a}$.
7. Зная, что $a > b > 0$, сравните значения выражений:
 а) $1,2a$ и $1,1b$; в) $a - 1,4$ и $b - 1,6$;
 б) $-14a$ и $-12b$; г) $2,3 - a$ и $1,9 - b$.

С—57. Сложение и умножение числовых неравенств (п. 30)

1. Сложите почленно неравенства:
 а) $-\frac{1}{3} > -\frac{5}{12}$ и $\frac{1}{6} > \frac{1}{12}$;
 б) $-3,07 > -5,11$ и $-2,97 > -4,21$.
2. Перемножьте почленно неравенства:
 а) $1,4 > 1,2$ и $\frac{6}{7} > \frac{2}{3}$;
 б) $\sqrt{2} < 1,42$ и $\sqrt{7} < 2,65$.
3. Верно ли, что:
 а) если $a > 6$ и $b > 11$, то $2a + b > 23$;
 б) если $a > 7$ и $b > 12$, то $ab - 4 > 80$;
 в) если $a > 15$ и $b > 20$, то $3a + 4b > 130$;
 г) если $a > 13$ и $b < -14$, то $5a - 4b > 110$?
4. Докажите, что:
 а) если $a > 1,2$ и $b > 1,5$, то $3a + 4b > 9$;
 б) если $a > 2,5$ и $b > 3,7$, то $7a + 10b > 54$;
 в) если $x > 4,8$ и $y < -2,3$, то $5x - 2y > 28$;
 г) если $x > 1,3$ и $y < -0,08$, то $6x - 100y > 12$.
5. Зная, что $2,4 < a < 2,5$ и $1,2 < b < 1,3$, оцените:
 а) $a + b$; б) $a - b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$.
6. Пользуясь тем, что $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ и $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, оцените:
 а) $2\sqrt{5} + 3\sqrt{7}$; б) $\sqrt{35}$; в) $\sqrt{140}$; г) $\sqrt{14} + \sqrt{20}$.
7. Зная, что $2,8 < a < 2,9$ и $5,6 < b < 5,7$, оцените значение выражения:
 а) $2a + 5b$; б) $\frac{a}{4} - b$; в) $ab - 2$; г) $\frac{a}{2} - 0,2b$.
8. Оцените длину средней линии трапеции с основаниями a см и b см, если $7,6 \leq a \leq 7,7$, $12,2 \leq b \leq 12,3$.

С—58. Числовые промежутки (п. 33)

1. Укажите все целые числа, принадлежащие промежутку:
а) $(-1,01; 2,01)$; б) $(-\sqrt{17}; \sqrt{17})$; в) $(-3\sqrt{2}; 2\sqrt{3})$.
2. Укажите два положительных и два отрицательных числа, принадлежащие промежутку:
а) $(-0,01; 0,01)$; б) $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$; в) $(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$.
3. Пользуясь тем, что $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$ и $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$, выясните, принадлежит ли промежутку $[1; 6]$ число:
а) $\sqrt{7} + \sqrt{10}$; б) $\sqrt{10} - \sqrt{7}$; в) $\sqrt{70} - 5$; г) $\sqrt{28} - \sqrt{70}$.
4. Укажите все дроби вида $\frac{a}{24}$, где $a \in \mathbb{N}$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$.
5. Принадлежит ли число $16,7$ промежутку $(6,7; 16,8)$? Укажите пять чисел, которые больше чем $16,7$ и принадлежат этому промежутку.
6. Найдите пересечение и объединение промежутков:
а) $[-0,1; 4]$ и $[-0,2; 6]$; б) $(-3,3; +\infty)$ и $(-\infty; 6,4)$.
7. Известно, что $C = A \cap B$, $P = A \cup B$. Укажите, если возможно, наименьший и наибольший элементы множества C и множества P , если:
а) $A = (-6; 11)$ и $B = [-8; 12]$;
б) $A = (-13; 14)$ и $B = [-16; 24]$.

С—59. Решение неравенств (п. 34)

1. Найдите множество решений неравенства $15x - 1 < 17x - 6$ и выясните, принадлежит ли этому множеству число:
а) $3,07$; б) $\sqrt{7}$; в) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$.
2. Решите неравенство:
а) $19 - x > 39$; г) $0,1x - 0,2x \leq \frac{1}{3}$;
б) $1 + 6x \geq 12$; д) $8,5x < 5(177x + 1)$;
в) $123x + 23 > 77x$; е) $3,8x - 5 > 2(1,9x + 4)$.
3. Найдите множество решений неравенства:
а) $\frac{1}{3}(3x - 6) - 0,8(x - 1) > 0,6(2x - 3)$;
б) $0,6(2 - 3x) - 0,3(x - 1) \geq 0,8(1,5x - 5)$;
в) $(2x - 1)(3x - 3) - 6x(x + 2) > -(x - 2)$;
г) $(9x - 2)(4x + 1) - (6x - 1)^2 > -7(x + 4)$.

4. Решите неравенство:

а) $\frac{5-2x}{4} - \frac{1-x}{5} \leq 0$; в) $\frac{5x+1}{4} - \frac{3-x}{12} < \frac{5+7x}{8} - 2$;
б) $\frac{6x-1}{3} - \frac{x+4}{2} - 1,5x > 0$; г) $\frac{12x-1}{6} + \frac{3-2x}{3} < 1 - \frac{3-x}{2}$.

5. При каких значениях a :

а) сумма дробей $\frac{4a+1}{2}$ и $\frac{3-2a}{6}$ меньше 2;
б) разность дробей $\frac{1-3a}{5}$ и $\frac{2-a}{3}$ больше 1,2?

6. При каких натуральных значениях x верно неравенство:

а) $x + \frac{3-x}{4} - \frac{2x-1}{6} < \frac{3x+23}{12}$; б) $x - \frac{x-6}{4} + \frac{2-x}{6} > \frac{2x+1}{2}$?

7. Найдите наибольшее целое значение a , при котором разность дробей $\frac{18-3a}{4}$ и $\frac{6-2a}{3}$ положительна.

С—60. Применение неравенств в задачах (п. 34)

1. При каких значениях x функция $y = \frac{1}{3}x - 21$ принимает:

а) положительные значения; б) отрицательные значения?

2. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{-0,6x+1}$; б) $y = \frac{\sqrt{1,4x+2,8}}{x-2}$; в) $y = \frac{2x-4}{\sqrt{3-0,7x}}$.

3. Составьте какое-либо неравенство вида $ax > b$, множеством решений которого является промежуток:

а) $(11; +\infty)$; б) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$; в) $(-\infty, +\infty)$.

4. При каких значениях b уравнение:

а) $7b - 2x = b + 3$ имеет положительный корень;
б) $5(b+x) = 6 - 2x$ имеет отрицательный корень?

5. При каких значениях a неравенство $2ax < 3x + 6$ имеет такое же множество решений, что и неравенство $x > \frac{6}{2a-3}$?

6. Существует ли такое значение b , при котором неравенство $bх + 1 < 4x - 8$ не имеет решений (при положительном ответе укажите это значение)?

7. Школьная библиотека решила отдать в переплет несколько книг. Переплетные работы выполняют две мастерские. Первая берет по 12 р. за книгу и еще 35 р. за оформление заказа, а вторая берет по 9 р. за книгу и еще 75 р. за оформление заказа. Укажите наибольшее число книг, при котором школе выгоднее обратиться в первую мастерскую, чем во вторую.

С—61. Решение систем неравенств (п. 35)

1. Найдите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} 9 - 2x > 0, \\ 6x - 1 > 2 + x. \end{cases}$$

Пользуясь тем, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ и $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, определите, принадлежит ли этому множеству число:

а) $\sqrt{10}$; б) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$; в) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$.

2. Решите систему неравенств:

а)
$$\begin{cases} 0,6x - 2,6 > 0,8x + 1,4, \\ 3 - 2,6x > 6 - 2,5x; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 5(2 - 8x) < 3 - 0,2(3 - 5x), \\ 2(0,1x - 1) < 12 + 0,2(2x - 3); \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} (6x - 1)^2 - 3x(12x + 2) < 17, \\ 0,5(3 - 2x) - 2x < 1; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} (8x - 1)(3x + 6) - 24x(x + 2) > 0, \\ 0,8(x - 4) - 1,6x > 4,8. \end{cases}$$

3. Найдите множество решений системы неравенств:

а)
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} - 1 < 0, \\ \frac{x}{3} - \frac{2x}{5} > 0; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 2 - \frac{2-x}{3} < 3 - \frac{1+7x}{6}, \\ 1 - \frac{x+7}{5} < 0; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x + 1 > \frac{3-x}{3}, \\ x - \frac{x-1}{4} > 1,5x; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} 1 - \frac{3x-1}{4} < 2 - \frac{4+x}{3}, \\ 2 - \frac{x-1}{3} > 0. \end{cases}$$

4. Найдите целые решения системы неравенств:

а)
$$\begin{cases} x - \frac{x-3}{2} \geq 1, \\ 2 - \frac{3x}{4} > 0; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 4 - \frac{2x-1}{3} > 0, \\ \frac{6x-1}{4} > \frac{2-x}{3}; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 8x(2x-1) - (4x-1)^2 < x, \\ 0,6(x+4) < 0,4(x+9); \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 0,2(2-x) + 1,2(x+4) \leq 6,2, \\ 0,3x - 0,2(6-x) > 0,1x - 3,2. \end{cases}$$

5. При каких значениях b система неравенств $\begin{cases} 2x - 7 > b - 4, \\ 3x - 9 < b \end{cases}$ не имеет решений?

6. Решите систему неравенств:

$$\text{а)} \begin{cases} 3x + 2 > x + 3, \\ 5x - 1 > 0, \\ 3 - 2x > x; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 5x \geq 0, \\ \frac{x-4}{2} < 0, \\ -3x < 2 - x; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} 3x - 1 < 11, \\ \frac{x+8}{2} \geq 4, \\ 5x - 4 < x + 2. \end{cases}$$

7. Основание равнобедренного треугольника равно 16,4 см, а его периметр меньше 40 см. Какую длину может иметь боковая сторона треугольника?

С—62. Решение двойных неравенств (п. 35)

1. Решите двойное неравенство:

$$\text{а)} 5 < 6x - 1 < 7; \quad \text{в)} 0 \leq 1 - 8x \leq 17;$$

$$\text{б)} -1,5 \leq \frac{5x-7}{2} \leq 2,5; \quad \text{г)} -4,2 < \frac{5-4x}{3} < 3,4.$$

2. При каких значениях b :

а) значения двучлена $12 - 5b$ принадлежат промежутку $[-4; 4]$;

б) значения дроби $\frac{11-0,5b}{2}$ принадлежат промежутку $[-3; 0]$?

3. Укажите наименьшее и наибольшее целые числа, удовлетворяющие двойному неравенству:

$$\text{а)} -8 \leq 5 - 13x \leq 8; \quad \text{б)} -1,5 < \frac{10x-6}{7} < 3,7.$$

4. Решите систему:

$$\text{а)} \begin{cases} 0,3x - 0,9 > 0, \\ 0 < 5x - 1 < 24; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} 10,8 - 2x > 9, \\ -0,6 < 0,4 - x < 0,6; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 1,6x - 8 > 0, \\ -1 < 0,3x - 2 < 1; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} 5,4 - 3x < 0, \\ -2 < 10 - 4x < 2. \end{cases}$$

5. Найдите множество решений двойного неравенства:

а) $0,1 \leq 1,2x - 1,1 \leq 2,5$, принадлежащих промежутку $[2; 4]$;

б) $-0,6 \leq 0,1 - 0,7x \leq 2,2$, принадлежащих промежутку $[-5; 0]$.

6. Решите неравенство:

а) $|x - 1,5| < 1$; б) $|2y + 14| \leq 3$; в) $|17 - 3a| \leq 10$.

7. При каких значениях x верно неравенство:

а) $5 < |x| < 6$; б) $3 < |x - 1| < 7$?

С—63. Что значит решить уравнение с параметром
(п. 32Д)

1. Каким — линейным или квадратным — является уравнение $b(b - 5)x^2 + (6b - 3)x - 18 = 0$ относительно x при:

а) $b = 6$; б) $b = 0$; в) $b = 0,5$; г) $b = 5$?

2. Какие случаи следует выделить при решении уравнения с параметром c :

а) $cx = 9$; б) $(c^2 - 4c)x = 2c - 8$?

3. При каких значениях a уравнения $ax = 8$ и $4x^2 = a^2$ имеют общий корень?

4. Формулой $y = \frac{6}{x - m} - 2$ задается семейство дробно-линейных функций. Укажите асимптоты гипербол. Выделите из этого семейства ту гиперболу, которая пересекает ось x в точке:

а) $(5; 0)$; б) $(12; 0)$; в) $(-2; 0)$; г) $(0; 0)$.

5. При каких значениях параметра a уравнение $10(ax + 10) = a^2(1 - x)$:

а) имеет единственный корень; б) не имеет корней; в) имеет бесконечное множество корней?

6. Укажите множество значений параметра b , при которых уравнение $2x^2 + bx - b^2 + 18 = 0$:

а) имеет два корня; б) имеет единственный корень; в) не имеет корней.

7. Дано уравнение $5x^2y + 6xy^2 - 8xy + 2x - y + 5 = 0$.

а) Укажите множество значений x , при которых это уравнение относительно y является линейным; квадратным.

б) Укажите множество значений y , при которых это уравнение относительно x является линейным; квадратным.

С—64. Решение линейных и квадратных уравнений с параметрами (п. 33Д)

1. Решите уравнение относительно x :

а) $cx = 5$; в) $x + \frac{5x}{c} = 1$;

б) $(c^2 - 2c)x = 3c$; г) $\frac{x-c}{c} - 5 = \frac{x-5}{5} - c$.

2. При каком значении параметра a уравнение

$$(x + 2a + 3)^2 - (x - 2a - 3)^2 = 20:$$

а) имеет корни; б) не имеет корней; в) имеет положительный корень; г) имеет отрицательный корень?

3. При каком значении параметра b уравнение

$$(x + b)^4 - (x - b)^4 = bx^2 + x^2 + b^3 + b^2$$

имеет: а) положительный корень; б) отрицательный корень; в) корень, равный нулю?

4. Решите относительно y уравнение:

а) $ny^2 - 8y + 2 = 0$; г) $y^2 - 3y + a = 0$;

б) $by^2 = 5$; д) $4y^2 - 5ny + n^2 = 0$;

в) $y^2 - cy = 0$; е) $y^2 - 3py + 5p^2 = 0$.

5. При каких значениях параметра a уравнение

$$x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a - 6 = 0$$

имеет: а) два положительных корня; б) два отрицательных корня; в) корни разных знаков?

6. Решите уравнение $6x - xy + 2y = 5$ в целых числах.

7. Найдите целые корни уравнения $nx^2 - 22x + 2n = 0$, зная, что параметр n принимает лишь целые значения.

С—65. Решение дробно-рациональных уравнений, содержащих параметры (п. 34Д)

1. Решите уравнение относительно x :

а) $\frac{4}{x-3} = \frac{b}{x+3}$; г) $\frac{x-2}{x+2} = \frac{a+2}{a-2}$;

б) $\frac{5}{x-4} + a = 2$; д) $\frac{2x^2 - 7x + 3}{2x - 1} - x = a$;

в) $\frac{1}{x+2} = \frac{3}{x-c}$; е) $\frac{x-2}{x+3} - \frac{b}{x-3} = 1$.

2. Решите уравнение относительно y :

а) $\frac{y}{5} - \frac{b}{y} = \frac{y}{b} - \frac{5}{y}$; в) $\frac{y-2c}{y+2} - \frac{1}{y} + \frac{y+c^2-2}{y^2+2y} = 0$;

б) $\frac{2a}{y+1} - \frac{a^2-a}{y^2+y} = 1$; г) $\frac{cy}{c+1} - \frac{y}{y+c} = \frac{c-1}{cy+y+c+c^2}$.

3. Найдите все целые решения уравнения:

а) $\frac{x}{x-1} = \frac{y}{y-1}$; б) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{xy(x-2)}$.

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x-3}{2} = \frac{ax-a-3}{x}$$

имеет: а) два корня; б) единственный корень?

5. Докажите, что при любом значении параметра c , отличном от нуля, уравнение

$$\frac{4}{x^2 + cx - 2c^2} + \frac{3}{x^2 - c^2} = \frac{24}{x^2 + 3cx + 2c^2}$$

имеет единственный корень, равный $2c$.

6. Решите уравнение относительно y :

$$\frac{y-3}{y} - \frac{a^2}{y^2} + \frac{3a^2}{y^3} = 0.$$

С—66. Решение задач с параметрами (п. 35Д)

1. Длина одной стороны прямоугольника на a см больше длины другой его стороны. Найдите длины сторон этого прямоугольника, зная, что площадь прямоугольника равна 21 см^2 .
2. Сколько лет матери и дочери, если известно, что через n лет мать будет старше дочери в 2 раза, а 9 лет тому назад мать была старше дочери в 12 раз?
3. В бак проведены две трубы. Если их открыть одновременно, то бак наполнится за a мин. Если же открыть только одну первую трубу, то бак будет наполняться на 15 мин дольше, чем при его наполнении только через вторую трубу. За сколько минут может наполнить бак каждая труба, действуя отдельно? Вычислите результат при $a = 4; 10$.
4. Три четверти пути автомобиль проехал со скоростью 45 км/ч, а оставшуюся четвертую часть пути — со скоростью 75 км/ч. Какова средняя скорость автомобиля на всем участке пути?
5. В трехзначном числе цифры десятков и единиц переставили. В результате число уменьшилось на 36. Найдите первоначальное трехзначное число, зная, что оно начинается цифрой 3.

С—67. Определение степени с целым отрицательным показателем (п. 37)

1. Замените дробь степенью с целым отрицательным показателем:
а) $\frac{1}{3^4}$; б) $\frac{1}{21^3}$; в) $\frac{1}{x^5}$; г) $\frac{1}{b^7}$; д) $\frac{1}{c}$.
2. Замените дробью степень:
а) 5^{-3} ; б) 13^{-1} ; в) a^{-2} ; г) $(x-y)^{-1}$; д) $(2a+b)^{-2}$.
3. Вычислите:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } 5^{-2}; & \text{в) } \left(\frac{1}{12}\right)^{-1}; & \text{д) } (-1,25)^{-2}; & \text{ж) } 16 \cdot 2^{-5}; \\ \text{б) } (-7)^{-2}; & \text{г) } \left(\frac{5}{6}\right)^{-2}; & \text{е) } -(-0,04)^{-3}; & \text{з) } -9 \cdot 3^{-4}. \end{array}$$

4. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 5a^{-4}; & \text{в) } 8(ab)^{-1}; & \text{д) } c(x-y)^{-2}; \\ \text{б) } -7b^{-3}; & \text{г) } -3xy^{-2}; & \text{е) } (2p)^{-3}(p+q)^2. \end{array}$$

5. Докажите, что значения выражений при любых допустимых значениях переменных являются взаимно обратными числами:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \left(\frac{4a}{5}\right)^5 \text{ и } (0,8a)^{-5}; \\ \text{б) } \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} + \left(\frac{b}{a}\right)^{-1} \text{ и } \frac{1}{ab^{-1}+a^{-1}b}; \\ \text{в) } (a^2 - b^2)^{-2} \text{ и } \frac{(a^{-2} - b^{-2})^2}{(ab)^{-4}}; \end{array}$$

$$\text{г) } \frac{x^3}{(x+1)^3} \text{ и } x^{-3} + 3x^{-2} + 3x^{-1} + 1.$$

6. Докажите тождество $\frac{(x+y)^2}{(x^{-1}+y^{-1})^2} = x^2y^2$.

7. Найдите значение выражения

$$(a^{-1} - b^{-1})(a^{-3} + a^{-2}b^{-1} + a^{-1}b^{-2} + b^{-3})$$

$$\text{при } a = \frac{1}{3} \text{ и } b = \frac{1}{2}.$$

С—68. Свойства степени с целым показателем (п. 38)

1. Представьте в виде степени выражение:

$$\text{а) } x^8x^{-10}; \quad \text{д) } c : c^{-5}; \quad \text{и) } (a^{-1}b^2)^{-3};$$

$$\text{б) } y^{-6}y^4; \quad \text{е) } (x^2)^{-3}; \quad \text{к) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-2};$$

$$\text{в) } a^2 : a^4; \quad \text{ж) } (y^{-5})^{-2}; \quad \text{л) } \left(\frac{x-2}{y-3}\right)^{-1};$$

$$\text{г) } b^{-3} : b^{-4}; \quad \text{з) } (ab)^{-4}; \quad \text{м) } \left(\frac{ax^{-2}}{b^{-1}y^3}\right)^4.$$

2. Вычислите:

$$\text{а) } 2^5 \cdot 2^{-2}; \quad \text{в) } 3^2 : 3^{-1}; \quad \text{д) } (5^{-2})^{-2}; \quad \text{ж) } \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot 25^{-2};$$

$$\text{б) } 2^{-3} \cdot 2^4; \quad \text{г) } 3^{-2} : 3^{-3}; \quad \text{е) } (6^{-3})^0; \quad \text{з) } \frac{4^{-4} \cdot 2^9}{8^{-3}}.$$

3. Упростите выражение:

а) $8a^{-6}b^8 \cdot 2,5a^7b^{-7}$; в) $\left(\frac{1}{2}a^{-1}b^{-2}\right)^{-3} : (4a^2b^{-1})$;
б) $3^7x^9y^{-6} \cdot 9^{-3}x^{-7}y^6$; г) $\left(\frac{2}{3}a^{-2}b^4\right)^{-2} : \left(2\frac{1}{4}a^{-1}b^3\right)^2$.

4. Представьте в виде рациональной дроби выражение:

а) $((a-b)^{-1} + b^{-1}) \cdot a^{-1}b$;
б) $(xy^{-2} - x^{-2}y) \cdot (y^{-1} - x^{-1})^{-1}$;
в) $(x^{-1}(y-x) + y^{-1}(x-y)) \cdot y(x-y)^{-1}$;
г) $ab(b^{-2} - a^{-2})(a+b)^{-1}$.

5. Докажите тождество $\frac{(a^{-1} - a^{-1}b^{-1} + b^{-1})(a+b+1)}{a^{-2} + 2a^{-1}b^{-1} + b^{-2} - a^{-2}b^{-2}} = ab$.

6. Найдите значение выражения

$$\frac{(x+y)^{-1} + (x-y)^{-1}}{(x+y)^{-1} - (x-y)^{-1}},$$

зная, что $\frac{x}{y} = 5$.

7. Докажите, что при всех допустимых значениях a и b значение выражения

$$(a+3b)^{-1}(a-b)^{-1} - 2(a+3b)^{-1}(3a+b)^{-1} + (b+3a)^{-1}(b-a)^{-1}$$

не зависит от a и b .

С—69. Стандартный вид числа (п. 39)

1. Запишите в стандартном виде число:

а) 250 000; в) 743,5; д) 0,0007; ж) 0,281;
б) 4300; г) 27,329; е) 0,0042; з) 0,000091.

2. Представьте в стандартном виде произведение:

а) $59 \cdot 10^4$; в) $0,075 \cdot 10^8$;
б) $342 \cdot 10^{-4}$; г) $0,0008 \cdot 10^{-3}$.

3. Выразите:

а) $5,2 \cdot 10^2$ т в граммах;
б) $3,72 \cdot 10^{-3}$ км в метрах;
в) $1,6 \cdot 10^{12}$ г в тоннах;
г) $9,6 \cdot 10^9$ см в километрах;
д) $7,2 \cdot 10^{12}$ мг в килограммах;
е) $6,3 \cdot 10^{-8}$ м в микрометрах.

4. Выполните умножение:

а) $(6,5 \cdot 10^4) \cdot (2,6 \cdot 10^3)$; в) $(1,7 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,4 \cdot 10^7)$;
б) $(5,8 \cdot 10^6) \cdot (3,5 \cdot 10^{-3})$; г) $(2,8 \cdot 10^{-1}) \cdot (4,5 \cdot 10^{-4})$.

5. Выполните деление:

а) $(4,8 \cdot 10^8) : (1,2 \cdot 10^4)$; б) $(3,12 \cdot 10^{-3}) : (5,2 \cdot 10^{-7})$.

6. Представьте в стандартном виде сумму чисел:

- а) $7,3 \cdot 10^{-4} + 8,7 \cdot 10^{-4}$; б) $8,7 \cdot 10^6 + 3,8 \cdot 10^5$.
7. Сравните числа:
а) $1,7 \cdot 10^6$ и $9,8 \cdot 10^5$; б) $8,6 \cdot 10^{-5}$ и $2,3 \cdot 10^{-4}$.
8. Порядок числа x равен 9. Каков порядок числа:
а) $100x$; б) $0,001x$; в) $10^6 \cdot x$; г) $10^{-9} \cdot x$?
9. Каков порядок произведения чисел $a_1 \cdot 10^6$ и $a_2 \cdot 10^8$, если известно, что:
а) $1 \leq a_1 \leq 2$ и $1 \leq a_2 < 5$; в) $8 < a_1 < 10$ и $7 < a_2 < 10$;
б) $3 < a_1 < 5$ и $4 < a_2 < 7$; г) $1 \leq a_1 < 10$ и $1 \leq a_2 < 10$?

С—70. Запись приближенных значений

1. Объясните смысл записи:
а) $x = 5,38 \pm 0,06$; в) $n = 2397 \pm 42$.
б) $y = 0,837 \pm 0,032$;
2. Найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения, полученного в результате округления числа:
а) 24,4 до единиц;
б) 5,65 до десятых;
в) 876 до десятков.
3. В каких границах заключено число y , если:
а) $y = 48 \pm 1$; г) $y = 18,7 \pm 0,5$;
б) $y = 5,8 \pm 0,3$; д) $y = 0,073 \pm 0,003$;
в) $y = 12,37 \pm 0,15$; е) $y = 23,7 \pm 2,8$?
4. Оцените абсолютную погрешность приближенного значения, записанного верными цифрами числа:
а) 46; в) 0,048; д) 75,0;
б) 36,4; г) 3,721; е) 0,800.
5. Укажите точность приближенного значения x , записанного верными цифрами числа:
а) $x \approx 2,23$; в) $x \approx 0,082$; д) $x \approx 2360$;
б) $x \approx 372,4$; г) $x \approx 0,03$; е) $x \approx 0,030$.
6. Оцените абсолютную погрешность приближенного значения x , записанного в виде $a \cdot 10^n$ (в множителе a все цифры верные), если:
а) $x \approx 5,8 \cdot 10^4$; б) $x \approx 3,274 \cdot 10^7$.
7. Оцените относительную погрешность приближенного значения y , записанного в виде $a \cdot 10^n$ (в множителе a все цифры верные), если:
а) $y \approx 2,36 \cdot 10^3$; г) $y \approx 3,216 \cdot 10^{-5}$;
б) $y \approx 1,48 \cdot 10^{-3}$; д) $y \approx 0,007 \cdot 10^{-2}$;
в) $y \approx 1,380 \cdot 10^6$; е) $y \approx 8,5 \cdot 10^0$.

С—71. Вычисления с приближенными данными на калькуляторе

1. Найдите значения выражения (с точностью до 0,01):
 - а) $ab - bc$, если $a \approx 7,31$, $b \approx 3,43$, $c \approx 1,64$.
 - б) $\frac{a+b}{a-b}$, если $a \approx 9,74$, $b \approx 1,39$.
2. Найдите корни уравнения (с точностью до 0,1):
 - а) $x^2 - 6,3x + 7,1 = 0$; б) $2x^2 - 0,2x - 3,9 = 0$.
3. Длина прямоугольника равна x м, а ширина y м. Найдите площадь и периметр прямоугольника, если $x = 54,5 \pm 0,1$, $y = 38,4 \pm 0,1$.
4. Плотность писчей бумаги равна $0,7$ г/см³. Какова масса рулона такой бумаги, если его объем равен $1,2$ м³?
5. Плотность риса равна $1,2$ г/см³. Какой объем занимает рис, масса которого равна $8,5$ т?
6. Масса Солнца равна $1,99 \cdot 10^{30}$ кг, масса Венеры $4,9 \cdot 10^{24}$ кг. Во сколько раз масса Солнца превосходит массу Венеры?

С—1. Множество и элемент множества (п. 1Д)

1. Запишите путем перечисления элементов:
 - а) множество простых чисел четвертого и пятого десятков;
 - б) множество букв, используемых в слове «осколок»;
 - в) множество цифр, которые используются для записи самого маленького трехзначного числа.
2. Запишите множество натуральных делителей числа 70.
3. В трехзначном числе a — цифра сотен, b — цифра десятков, c — цифра единиц. Запишите все трехзначные числа, для которых истинно высказывание « $abc = 6$ ».
4. Запишите верное высказывание, используя знаки \in и \notin . Принадлежит или не принадлежит множеству N , Z и Q число:
 - а) $-1,5$; б) 0 ; в) 7 ; г) -38 ?
5. Постройте в координатной плоскости множество точек $\{(x; y) \mid x = 3, 2 < y < 4\}$.
6. Найдите $n(A)$, где A — множество целых решений неравенства $x^2 \leq 16$.
7. Сколько элементов содержит множество D нечетных двузначных чисел?

С—2. Подмножество (п. 2Д)

1. L — множество двузначных чисел. Составьте подмножество множества L , в котором каждый элемент — число, у которого цифра десятков на единицу больше цифры единиц.
2. A — множество цифр в числе 51 896, а B — множество цифр в числе 5 989 588. Какое из высказываний истинно: $B \subset A$ или $A \subset B$?
3. Даны множества $B = \{y \mid y \in Z, |y| \leq 4\}$ и $C = \{y \mid y \in Z, y^2 + 1 \leq 17\}$.
Какое из высказываний истинно:
 $B \subset C$ или $C \subset B$?
4. Изобразите с помощью кругов Эйлера соотношение между множествами $A = \{x \mid x \in Z, |x| \leq 40\}$, $B = \{x \mid x \in Q, |x| \leq 40\}$, $C = \{x \mid x \in Z, |x| \leq 30\}$.

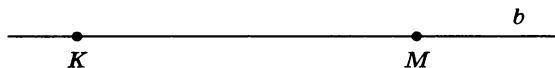


Рис. 8

5. P — множество всех точек прямой b (рис. 8), F — множество точек прямой b , расположенных левее точки M , T — множество точек прямой b , расположенных правее точки K и левее точки M . Запишите, используя знак \subset , каково соотношение между множествами P , F и T .
6. Составьте все подмножества множества K , если $K = \{1, 3, 8\}$.
7. Начертите координатную плоскость и отметьте на ней точку $B(-2; 1)$. Изобразите множество точек X координатной плоскости, для которых выполняется неравенство $BX \leq 2$. Какую фигуру представляет это множество точек?

С—3. Пересечение и объединение множеств (п. 3Д)

1. Найдите объединение и пересечение множеств C и D , если:
 - а) $C = \{4, 6, 8, 12, 16, 18\}$, $D = \{6, 8, 10, 14, 16, 20\}$;
 - б) $C = \{x \mid x = 5k, k \in N, x < 50\}$,
 $D = \{x \mid x = 10k, k \in N, x < 80\}$.
2. Изобразите с помощью кругов Эйлера множества:
 - а) K и L , если $K \subset L$, $K \neq \emptyset$ и $K \neq L$;
 - б) P и M , если $P \neq M$ и $P \cap M \neq \emptyset$.
3. Начертите два треугольника так, чтобы их пересечением был: а) отрезок; б) шестиугольник.
4. A — множество двузначных чисел, кратных 7; B — множество двузначных чисел, кратных 3 и кратных 5; C — множество двузначных чисел, кратных 3 или кратных 5. Найдите:
 - а) $A \cap B$; б) $A \cap C$.
5. В нашем классе 20 человек занимаются музыкой и живописью. Из них 12 человек — художники, а 14 — музыканты. Сколько человек из нашего класса увлекаются и живописью, и музыкой?
6. Множества A , B и C таковы, что $n(A) = 22$, $n(B) = 14$, $n(C) = 8$, $n(A \cup B \cup C) = 25$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 4$ и $n(B \cap C) = 6$. Сколько элементов в пересечении множеств A , B и C ?

С—4. Взаимно однозначное соответствие (п. 4Д)

1. Каждой обыкновенной дроби вида $\frac{1}{n}$, где $n \in N$, поставили в соответствие ее знаменатель. Между какими множествами установлено при этом взаимно однозначное соответствие?

2. В лыжной эстафете 4×5 км приняли участие 15 команд. Каждый лыжник, участвующий в эстафете, получил табличку с указанием номера команды, в которую он входит. Установлено ли при этом взаимно однозначное соответствие:
 - а) между множеством команд, участвующих в эстафете, и множеством натуральных чисел от 1 до 15;
 - б) между множеством участников эстафеты и множеством натуральных чисел от 1 до 15?
3. Таблица квадратов, помещенная на форзаце учебника, устанавливает взаимно однозначное соответствие между множеством X двузначных чисел и множеством Y их квадратов. Для чисел 49, 66, 81 из множества X укажите соответствующие элементы из множества Y . Какому элементу множества X соответствует число 2916; число 7744?
4. Каждому двузначному числу поставили в соответствие цифру, которой оно оканчивается. Между какими множествами установлено при этом соответствие? Является ли оно взаимно однозначным?
5. Каждому натуральному числу поставлен в соответствие остаток, который получается при делении этого числа на 7. Между какими множествами установлено таким способом соответствие? Является ли это соответствие взаимно однозначным?
6. Укажите какой-либо способ, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством чисел, кратных 5, и множеством чисел, кратных 3.
7. На рисунке 9 показано, каким способом можно установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек отрезка EF и множеством точек отрезка KL . Для точек A, B, M найдите соответствующие.
8. Укажите какой-либо способ, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек полуокружности и множеством точек отрезка CD (рис. 10).

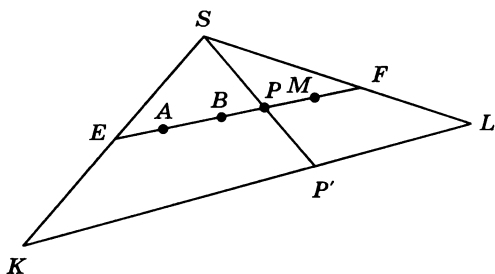


Рис. 9

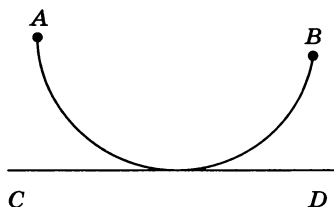


Рис. 10

С—5. Свойства числовых множеств (п. 5Д)

1. Не вычисляя значения a , определите, верно ли высказывание « $a \in \mathbb{Z}$ », если:
а) $a = 814\,704 : 2$; в) $a = -87\,716\frac{1}{8} + 148\,119\frac{3}{8}$;
б) $a = 279\,846 : \frac{1}{3}$; г) $a = -11,4 + 131,3 + 1167,1$.
2. Верно ли утверждение:
а) если $-a \in \mathbb{Z}$, то $a \in \mathbb{N}$; б) если $a \in \mathbb{Z}$, то $a^2 \in \mathbb{N}$?
3. Является ли замкнутым относительно сложения (умножения) множество B , если:
а) B — множество натуральных степеней числа 5;
б) B — множество чисел, кратных 11?
4. Укажите два каких-либо числа, заключенных между числами:
а) 0,34 и 0,35; б) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$.
5. Укажите три положительных числа, меньших 0,002.
6. Является конечным или бесконечным:
а) множество неправильных дробей со знаменателем 9;
б) множество рациональных чисел a , удовлетворяющих условию $2 \leq a < 3$?
Укажите наименьший и наибольший элементы множества, если они существуют.
7. Укажите, если возможно, наименьший и наибольший элементы множества K , если:
а) K — множество целых чисел k , удовлетворяющих условию $k^2 \leq 36$;
б) K — множество двузначных чисел, кратных 7.
8. Известно, что A — множество натуральных делителей числа 18, B — множество натуральных делителей числа 45. Укажите наименьший и наибольший элементы множества P , если:
а) $P = A \cap B$; б) $P = A \cup B$.

С—6. Рациональные числа (п. 10)

1. Из множества $\left\{-8, -2\frac{1}{6}, -1, 0, 4, 9\frac{3}{8}, 47\right\}$ выделите подмножество:
а) A целых неположительных чисел;
б) B целых положительных чисел;
в) C рациональных отрицательных чисел;
г) D рациональных неотрицательных чисел.

2. Представьте в виде отношения целого числа к натуральному число:
а) $3\frac{2}{7}$; б) 0,35; в) -8,5; г) -12; д) 0.
3. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число:
а) $\frac{1}{6}$; б) $-\frac{2}{3}$; в) -42; г) $5\frac{1}{4}$; д) 2,(7).
4. Сравните рациональные числа:
а) 0,0208 и 0,0087; в) $\frac{5}{24}$ и 0,218.
б) -2,323 и -2,232;
5. Укажите две обыкновенные дроби с однозначным знаменателем, которые заключены между числами $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{2}$.
Сколько таких чисел заключено между числами $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{2}$?
6. Укажите все обыкновенные дроби со знаменателем 7, заключенные между числами 0,1 и 0,7.
7. Верно ли, что:
а) если $x \in N$, то $x \in Z$; в) если $x \notin Z$, то $x \notin N$;
б) если $x \in Z$, то $x \in Q$; г) если $x \notin Q$, то $x \notin Z$?
8. Укажите все точки на прямой $4x + 3y = 38$, координаты которых являются натуральными числами.
9. Группу в 36 туристов надо расселить на теплоходе в трехместные и четырехместные каюты так, чтобы в каютах не оставалось свободных мест. Сколько трехместных и сколько четырехместных кают надо заказать?

С—7. Иррациональные числа (п. 11)

1. Какие из чисел $0,555\dots$; $3\frac{2}{7}$; $0,707007000\dots$; -47,(4); -10,313113111...; 93,845 являются рациональными, какие иррациональными?
(З а м е ч а н и е. Здесь и в следующих примерах при записи бесконечных десятичных дробей предполагается, что закономерность в начале десятичной дроби сохраняется и в дальнейшем. Например, в записи числа вида $0,707007000\dots$ число нулей, разделяющих семерки, каждый раз увеличивается на один; в записи числа вида $0,555\dots$ далее идут одни пятерки.)
2. Сравните числа:
а) $0,777\dots$ и $0,767667666\dots$;
б) 8,(6) и $8,676776777\dots$.
3. Истинно ли высказывание:
а) $31 \in Q$; в) $2,404004000\dots \notin Q$;
б) $31 \in R$; г) $2,404004000\dots \in R$?

4. Докажите, что:
 - а) если $b \in \mathbb{Q}$, то $b \in \mathbb{R}$; б) если $a \notin \mathbb{R}$, то $a \notin \mathbb{Q}$.
5. Пусть I — множество иррациональных чисел. Чему равно:
 - а) $I \cap \mathbb{Q}$; б) $I \cup \mathbb{Q}$?
6. Докажите, что сумма и разность рациональных чисел есть число рациональное.
7. Пусть $\alpha \in I$, $a \in \mathbb{Q}$. Докажите, что $\alpha - a \in I$.
8. Найдите сумму иррациональных чисел:
 - а) $0,414114111\dots$ б) $0,212112111\dots$
 $+0,252552555\dots$; $+0,303003000\dots$

Какими числами является сумма иррациональных чисел в случае а) и в случае б)?

9. Известно, что $a + b$ — рациональное число, а числа a и b — иррациональные. Каким числом (рациональным или иррациональным) является число:
 - а) $a - b$; б) $17a + b$?

С—8. Понятие делимости (п. 6Д)

1. Известно, что $a \in \mathbb{Z}$. Верно ли высказывание:
 - а) если a делится на 9, то a делится на 18;
 - б) если a делится на 18, то a делится на 9?
2. Пусть C — множество чисел, кратных 14. Принадлежит ли множеству C :
 - а) любое число, кратное 28;
 - б) любое число, кратное 7?
3. Известно, что P — множество четных чисел, X — множество чисел, кратных 4.
Верно ли высказывание: а) $P \subset X$; б) $X \subset P$?
4. Пусть Y — множество чисел, кратных 12. Укажите два каких-либо бесконечных его подмножества.
5. Постройте схему Эйлера для множеств A и B , если A — множество чисел, кратных 8, B — множество чисел, кратных 16.
6. Изобразите с помощью кругов Эйлера множества A и B и охарактеризуйте их пересечение, если:
 - а) A — множество четных чисел, B — множество чисел, кратных 5;
 - б) A — множество чисел, кратных 6, B — множество чисел, кратных 3.
7. Пусть F — множество чисел, кратных 10, K — множество чисел, кратных 15. Укажите два каких-либо числа, которые:
 - а) принадлежат каждому из множеств;
 - б) принадлежат множеству F , но не принадлежат множеству K ;

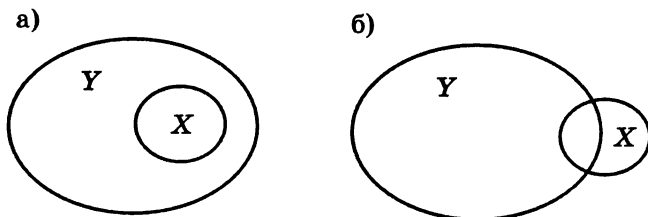


Рис. 11

- в) принадлежат множеству K , но не принадлежат множеству F . Покажите соотношение между множествами F и K с помощью кругов Эйлера.
8. Приведите пример каких-либо множеств X и Y , соотношение между которыми показано с помощью схемы Эйлера на рисунке 11.
9. Найдите пересечение и объединение множеств A и B , если A — множество чисел, кратных 36, B — множество чисел, кратных 12.
10. Докажите, что:
- а) $5^{16} + 5^{17} + 5^{19}$ делится на 131; б) $8^6 - 2^{15}$ делится на 7.

С—9. Делимость суммы и произведения (п. 7Д)

1. Докажите, что:
- а) произведение $5^4 \cdot 26$ делится на 65;
 б) произведение $2^7 \cdot 7^{11}$ делится на 112.
2. Докажите, что:
- а) $25^4 + 5^7$ делится на 30; б) $8^4 - 4^5$ делится на 24.
3. Из данных выражений $5m + 4$, $5m^3 + 75$, $5m + 1$, $4m$, $20m - 55$, $15m^2 + 5m^3 - 10$, $20m + 45$ выберите те, которые:
- а) делятся на 5 при любом целом m ;
 б) не делятся на 5 ни при каком целом m ;
 в) делятся на 5 при некоторых целых значениях m .
4. Существует ли такое целое значение b , при котором сократима дробь:
- а) $\frac{5b+9}{5}$; б) $\frac{3b+30}{10}$; в) $\frac{7b+2}{7}$; г) $\frac{b-1}{b}$?
5. Известно, что $a \in A$ и $b \in A$, где A — множество чисел, кратных 7. Верно ли, что:
- а) $a + 4b \in A$; б) $(a + 1)(b + 7) \in A$;
 в) $a^2 + 16b \in A$; г) $(a - 2b)^2 + 3 \in A$?

6. Найдите все простые числа, на которые делится сумма четырех последовательных степеней числа 3.
7. Докажите, что при любом целом b значение выражения $b^3 + 23b$ кратно 6.
8. Верно ли, что при любом целом a разность $7a^7 - 7a$ делится на 42?
9. Укажите наибольшее простое число, на которое делится сумма четырех последовательных степеней числа 6.
10. Выпишите все составные числа первой сотни, которые можно представить в виде a^n , где a — простое число, $n \in \mathbb{N}$.

С—10. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5 и 9 (п. 8Д)

1. Какие из чисел 961 426, 783 204, 8 442 160 делятся:
 - а) на 3; б) на 4; в) на 5; г) на 9?
2. Делится ли число $\overbrace{66 \dots 6}^{30 \text{ раз}}$:
 - а) на 2; б) на 3; в) на 4; г) на 9?
3. Сократите дробь:
 - а) $\frac{101\,592}{162\,504}$; б) $\frac{217\,650}{801\,375}$.
4. Найдите все числа, кратные 9, удовлетворяющие неравенству

$$2^7 < x < 5 \cdot 2^5.$$
5. Вместо звездочки поставьте цифру так, чтобы число $561*$ делилось:
 - а) на 2; б) на 4; в) на 5; г) на 9.
 Укажите все возможные решения.
6. Верно ли утверждение:
 - а) если целое число a делится на 6 и на 8, то оно делится на 48;
 - б) если целое число a делится на 3 и на 8, то оно делится на 24?
7. Делится ли число 7 806 330:
 - а) на 6; б) на 12; в) на 15; г) на 18?
8. Найдите, если возможно, такую цифру, приписав которую слева и справа к числу 3452 получим шестизначное число:
 - а) кратное 12; б) кратное 75.
9. Докажите, что при любом $n \in \mathbb{N}$ число $9^{2n} - 1$ делится на 5.
10. Требуется разложить 1950 орехов по пакетам поровну так, чтобы в каждом пакете было не менее 20 орехов. Укажите все возможные способы.

С—11. Признак делимости на 11 (п. 9Д)

1. Какие из данных чисел делятся на 11:
78 456, 86 845, 75 295?
2. Делится ли число $\overbrace{77 \dots 77}^{72 \text{ раза}}$:
а) на 11; б) на 99?
3. Делится ли число 517 506:
а) на 22; б) на 33; в) на 66?
4. Сократите дробь:
а) $\frac{3146}{17\,248}$; б) $\frac{53\,680}{54\,285}$.
5. Замените звездочку цифрой так, чтобы число 1678* делилось на 11.
6. Докажите, что на прямой

$$1034x + 957y = 2208$$

нет ни одной точки с целочисленными координатами.

7. Найдите все пары $(x; y)$, где $x \in \mathbb{Z}$, $y \in \mathbb{Z}$, которые являются решениями уравнения $xy = 286$.

С—12. Частное и остаток (п. 10Д)

1. Может ли при делении на 12 получиться остаток:
а) 3; б) -8; в) 0; г) 7?
При положительном ответе приведите пример.
2. Найдите частное и остаток от деления:
а) 76 на 8; б) 8 на 9; в) -5 на 7.
3. При делении числа -4441 на натуральное число b получили, что частное равно -318, а остаток равен 11. Найдите b .
4. При делении целого числа c на 54 получили остаток 36. Делится ли число c на 18; на 4?
5. Не выполняя деления на 9 числа:
а) 5 671 832; б) 1 446 009,
найдите, какой остаток при этом получится.
6. Одно из целых чисел при делении на 9 дает остаток 6, а другое дает остаток 7. Какой остаток получится при делении на 9 их произведения?
7. Целое число a при делении на 13 дает остаток 7. Какой остаток получится при делении на 13 квадрата этого числа?
8. Какие остатки могут получиться при делении квадрата целого числа на 9?

- 0 Известно, что число x при делении на 13 дает остаток 2. Какой остаток получится при делении на 13 числа $3x^2 + 2x + 5$?

С—13. Свойства деления с остатком (п. 11Д)

1. Из данных пар чисел выберите те, которые при делении на 4 дают равные остатки:
326 и 102; -92 и -22 ; -50 и 14.
2. Укажите два положительных и два отрицательных числа, которые при делении на 5 дают такой же остаток, что и число 68.
3. Известно, что разность $215 - b$ делится на 6. Какой остаток при делении на 6 дает число b ?
4. Какой остаток получится при делении:
а) 2^{162} на 3; б) 3^{171} на 13?
5. Найдите остаток от деления:
а) $3 \cdot 17^5$ на 16; б) $5 \cdot 2^{12}$ на 13.
6. Докажите, что:
а) $7^8 + 4$ делится на 5; б) $3^{172} - 1$ делится на 8.
7. Используя алгоритм Евклида, найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 2808 и 3384; б) 3192 и 4648.

С—14. Приемы преобразования целого выражения в многочлен (п. 12Д)

1. Представьте в виде многочлена:
а) $(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$;
б) $(y^2 - 5y + 1)(y^2 + 5y - 1) + 5y(5y - 2)$.
2. Докажите, что значение выражения
 $(3x - 1)(2x^2 - 3x + 6) - (2x - 3)(3x^2 - x + 9)$
не зависит от значения переменной x .
3. При каком значении b многочлен, тождественно равный произведению многочленов $x - 3$ и $x^3 + bx^2 + 6x - 4$, не содержит:
а) члена третьей степени; б) члена второй степени?
4. Каким должно быть соотношение между коэффициентами a и b , чтобы произведение $(x + a)(x + b)(x - 3)$, тождественно равное многочлену, не содержало:
а) члена второй степени; б) члена первой степени?
5. Докажите, что функция, заданная формулой
 $y = (x - 3)(x^3 + 3x^2 + 9x + 27) - x(x + 1)(x^2 - x + 1)$,
является линейной.
6. Решите уравнение
 $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x(x^2 - 10) = 0$.

7. Докажите, что значение выражения
 $(5a + b - 2)(5a + b - 8) - (5a - b + 2)(5a - b + 8)$
при четном a и целом b кратно 40.

С—15. Возведение двучлена в степень (п. 13Д)

- Представьте в виде многочлена:
а) $(y + 6)^3$; б) $(x - 1)^5 + (x + 1)^5$.
- Упростите выражение
 $(b + 3)^3 - 9(b + 3)^2 + 27(b + 3) - 27$.
- Представьте в виде степени двучлена
 $a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1$.
- Докажите, что значение выражения $n^5 - 5n^4 + 10n^3 - 10n^2 + 5n - 1$ кратно 32 при нечетном n .
- Докажите, что при любом y значение выражения
 $8y(y^2 + 4) - 24(y^2 + 1) - y^4$
является отрицательным числом.
- Найдите коэффициенты при x^5 и x^6 в многочлене, полученном в результате разложения по формуле степени двучлена:
а) $(x + 1)^6$; б) $(x - 1)^7$.
- Найдите коэффициент при y^4 в многочлене, тождественно равном выражению
 $(y + 1)^4 + (y + 1)^5 + (y + 1)^6$.
- Укажите степень n двучлена $(a + b)^n$, зная, что 4-й член многочлена, тождественного этому двучлену, имеет коэффициент, равный:
а) 84; б) 120.

С—16. Квадрат суммы нескольких слагаемых (п. 14Д)

- Представьте в виде многочлена:
а) $(x + y - 1)^2$; б) $(a - b + c - d)^2$.
- Представьте в виде квадрата многочлена выражение
 $x^4 + 2x^2y + y^2 - 4x^2 - 4y + 4$.
- Известно, что m и n — натуральные числа и m при делении на 6 дает в остатке 1, а n при делении на 6 дает в остатке 2. Докажите, что значение выражения $(m + n)(m + n + 6) + 9$ делится на 36.
- Докажите тождество $2(a^2 - ab + b^2)^2 = a^4 + b^4 + (a - b)^4$.
- Докажите, что если $a + b + c = 0$, то
 $(a + 2b + 4c)^2 + (b + 2c + 4a)^2 + (c + 2a + 4b)^2 =$
 $= 10(a^2 + b^2 + c^2) + 6(ab + bc + ac)$.
- Докажите, что при любых a и b значение выражения $2(a + b - 1) - (a + b)^2$ является отрицательным числом.

7. Найдите значение выражения $y^4 - 2y^3 + 1\frac{2}{3}y^2 - \frac{2}{3}y + \frac{1}{9}$ при $y = \frac{1}{3}$.

С—17. Приемы разложения многочлена на множители
(п. 15Д)

- Разложите на множители многочлен:
 - $y^2 + 5y - 24$;
 - $x^4 - 14x^2 + 1$;
 - $5a^2 - 30ac + 45c^2 - 45$.
- Найдите такие значения a и b , при которых выражение $a^2 - 6ab + 10b^2 - 4b + 4$ принимает наименьшее значение.
- Используя метод неопределенных коэффициентов, разложите на множители многочлен:
 - $12x^2 - 5x - 2$;
 - $y^3 + y - 2$.
- Докажите, что:
 - сумма $3^6 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^2 + 1$ делится на 10;
 - сумма $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}$ кратна 155.
- Найдите значение выражения $5x^2 - 30xy + 45y^2 - 45$ при $x = 24, 2$, $y = 6, 4$.
- Упростите выражение $(6x - 2y - 7)(6x - 2y + 2) - (4x + 2y - 2)(4x + 2y + 7)$ и найдите его значение при $x = \frac{1}{5}$, $y = -\frac{2}{5}$.
- Докажите, что значение выражения $2a^2 - 8ab + 16b^2 - 4a + 4$ неотрицательно при любых значениях a и b . Найдите a и b , при которых это выражение принимает наименьшее значение.

С—18. Разность n -х степеней (п. 16Д)

- Разложите на множители:
 - $y^6 - 1$;
 - $x^4 - 81$.
- Упростите выражение $(2a - 3)(16a^4 + 24a^3 + 36a^2 + 54a + 81) + 243$.
- Докажите, что при любом целом n значение выражения $(n + 18)^4 - (n - 11)^4$ кратно 29.
- Разложите на множители:
 - $x^7 + 128$;
 - $y^5 + 243$.
- Докажите, что:
 - $4^{120} - 3^{60}$ кратно 13;
 - $5^{14} + 6^7$ кратно 31.
- Имеет ли уравнение $y^7 + 14y^5 + 6y^4 + 8y^3 + 5y^2 + 11y + 2 = 0$ положительные корни?

7. Найдите положительные корни уравнения
 $(x^2 - 9x + 14)(x^3 - 27) = 0$.

С—19. Рациональные выражения (п. 1)

1. Какие из выражений

$$\frac{9}{x^2+1}, \quad \frac{y^4-5}{8}, \quad \frac{(a-5)^2}{a}, \quad (-x-y-9)^3 + \frac{2}{3}$$

являются целыми, какие из них являются дробными?

2. Из выражений

$$x + \frac{x}{y}, \quad \frac{2a+b}{3a-b}, \quad \frac{1}{y^2+3y-5}, \quad \frac{8a}{17}, \quad \frac{p}{(p+1)^2 - (p-1)^2}$$

выберите те, которые являются рациональными дробями.

3. Найдите значение дроби

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{4x} \text{ при } x = -1; 2; 5; \frac{1}{2}; 2,5.$$

4. Укажите допустимые значения переменной в выражении:

$$\text{а) } \frac{b+1}{b-1}; \quad \text{в) } \frac{7}{(x-3)^8}; \quad \text{д) } \frac{1}{|x|-4} + \frac{1}{x+2};$$

$$\text{б) } c^4 + 1; \quad \text{г) } \frac{4}{y^2+5}; \quad \text{е) } \frac{1}{y^2-9} - \frac{1}{|y|+2}.$$

5. При каких значениях переменной равно нулю значение дроби:

$$\text{а) } \frac{y+2}{3}; \quad \text{б) } \frac{y^4+16}{y}; \quad \text{в) } \frac{y^5+y}{y(y-1)}; \quad \text{г) } \frac{y^2-16}{7}?$$

6. Докажите, что при любом допустимом значении переменной значение дроби:

$$\text{а) } \frac{x-1}{1-x+x^4-x^5} \text{ отрицательно;} \quad \text{б) } \frac{19y^2}{y^6+3} \text{ положительно.}$$

7. Расстояние между двумя причалами 40 км. Сколько времени затратит катер на этот путь, если скорость катера v_1 км/ч, а скорость течения реки v_2 км/ч. Катер движется против течения реки. При каком условии составленное выражение имеет смысл?

С—20. Основное свойство дроби.

Сокращение дробей (п. 2)

1. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{x^6 y^7}{x^7 y^8 z}; \quad \text{б) } \frac{52 a^5 b^6}{-39 a^4 b^6}; \quad \text{в) } \frac{15 c (d-2)^4}{35 c^2 (d-2)^3};$$

$$\text{г)} \frac{a^2 - 5ax}{25x^2 - 5ax}; \quad \text{д)} \frac{y^2 - 36}{36 + 6y}; \quad \text{е)} \frac{n^3 + 27}{n^3 - 3n^2 + 9n}.$$

2. Приведите дробь:

$$\text{а)} \frac{1}{y^2} \text{ к знаменателю } y^6;$$

$$\text{б)} \frac{9}{7x^3y^2} \text{ к знаменателю } 21x^4y^4;$$

$$\text{в)} \frac{a}{x-3y} \text{ к знаменателю } x^2 - 9y^2;$$

$$\text{г)} \frac{b}{a+7} \text{ к знаменателю } (a+7)^3.$$

3. Вычислите:

$$\text{а)} \frac{36^3}{216^2}; \quad \text{б)} \frac{2^5 + 96}{8^2 + 4^3}; \quad \text{в)} \frac{5^5 \cdot 35^2}{25^2 \cdot 42}; \quad \text{г)} \frac{114^5}{57^2 \cdot 38^3}.$$

4. Сократите дробь:

$$\text{а)} \frac{y^2 - 14y + 49}{y^2 - 49}; \quad \text{е)} \frac{x^2 - 6x + 8}{3x - 12};$$

$$\text{б)} \frac{x^2 - 36}{x^2 + 12x + 36}; \quad \text{ж)} \frac{3ay + 21a}{y^2 + 2y - 35};$$

$$\text{в)} \frac{a^3 + 27b^3}{a + 3b}; \quad \text{з)} \frac{3x + b}{6x^2 - 3ax + 2bx - ab};$$

$$\text{г)} \frac{a^2 + 2ax + 4x^2}{a^3 - 8x^3}; \quad \text{и)} \frac{2by - 2b^2 - xy + bx}{b^2 - 2by + y^2}.$$

$$\text{д)} \frac{b^2 - 6b + 9}{by - 3y};$$

5. Найдите значение дроби:

$$\text{а)} \frac{x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4}{5x^3 + 15x^2y + 15xy^2 + 5y^3} \text{ при } x = 0,1, y = -0,6;$$

$$\text{б)} \frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{a^4 - b^4} \text{ при } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}.$$

6. Зная, что $x - 4y = 8$, найдите значение выражения

$$\frac{x + 4y}{0,2x^2 - 3,2y^2}.$$

7. Сократите дробь

$$\frac{(5x - 10)^2}{25x^2 + 50x - 200}.$$

С—21. Преобразование рациональной дроби (п. 17Д)

1. Укажите допустимые значения переменной в выражении:

$$\text{а)} \frac{1}{y^2 - 13y + 40}; \quad \text{б)} \frac{1}{1 + \frac{5}{x}}; \quad \text{в)} \frac{1}{36 - \frac{6}{c}}.$$

2. Сократите дробь:

- а) $\frac{a(b-5)-b(a-5)}{a(b-5)^2-b(a-5)^2}$; г) $\frac{b^6+b^4+b^2+1}{(b^2+1)^2+(b^2-1)^2}$;
б) $\frac{(y+4)^2+(y-4)^2-14}{(y+3)^4-(y-3)^4}$; д) $\frac{9x^2-36x-45}{(15-3x)^2}$;
в) $\frac{y^2+(y+1)^2}{4y^4+1}$; е) $\frac{c^5+2c^4+4c^3+8c^2+16c+32}{c^3+8}$.

3. Найдите значение дроби:

- а) $\frac{a(a+7)-b(b-7)}{3b^2+3ab+21b}$ при $a=0,07$, $b=0,035$;
б) $\frac{c^2+d^2-2cd-10c+10d+25}{c^2+d^2-2cd-5c+5d}$ при $c=\frac{1}{3}$, $d=\frac{1}{2}$.

4. Докажите тождество

$$(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4) = x^7 + x^6y + x^5y^2 + x^4y^3 + x^3y^4 + x^2y^5 + xy^6 + y^7.$$

5. Докажите, что при любых $a \in N$, $b \in N$ и $a > b$ значение выражения

$$\frac{a^5+b^5}{a^5-a^4b+a^3b^2-a^2b^3+ab^4}$$

является неправильной обыкновенной дробью.

6. Зная, что $\frac{x-7y}{y}=6$, найдите значение дроби:

- а) $\frac{2x+5y}{2x-5y}$; б) $\frac{x^2-xy+13y^2}{x^2+y^2}$.

7. При каких целых n является целым числом значение выражения:

- а) $\frac{8n-3}{n}$; б) $\frac{n^2-7}{n-3}$?

С—22. Сложение и вычитание дробей

с одинаковыми знаменателями (п. 3)

1. Выполните сложение или вычитание дробей:

- а) $\frac{a+2c}{12} + \frac{5a+4c}{12}$; д) $\frac{2a+9}{8a} - \frac{3a-5}{8a} + \frac{5a+2}{8a}$;
б) $\frac{3x-7b}{5x} - \frac{8x+3b}{5x}$; е) $\frac{y^2-7}{y^2-6y} - \frac{9y-24}{6y-y^2} - \frac{3y-19}{y^2-6y}$;
в) $\frac{y+5}{y-3} + \frac{y}{3-y}$; ж) $\frac{9b-16}{(b-3)^2} - \frac{2b+5}{(3-b)^2}$;
г) $\frac{x^2}{2x-10} + \frac{25}{2(5-x)}$; з) $\frac{a^2+4}{(a-2)^3} + \frac{4a}{(2-a)^3}$.

2. Найдите значение выражения

$$\frac{x^2 - 7xy}{x^2 - 5xy} - \frac{9y^2 - 2xy}{x^2 - 5xy} + \frac{5xy - 16y^2}{x^2 - 5xy},$$

зная, что $\frac{x}{y} = \frac{1}{7}$.

3. Представьте дробь $\frac{c^2 - 4cd + 3d^2}{(c - d)^2}$ в виде разности двух дробей, знаменателями которых служит выражение $c - d$.

4. Докажите, что сумма дробей $\frac{a^2 + 2b^2 - 7}{a + 2b - 3} + \frac{2b^2 + 4ab - 2}{a + 2b - 3}$ тождественно равна многочлену.

5. Докажите, что значение выражения $\frac{(b-2)^2}{b^2+3} - \frac{2(1-2b)}{b^2+3} + \frac{1}{b^2+3}$ не зависит от значений переменной b .

6. Представьте дробь $\frac{b^2 - by + 2b - 2y}{(b - y)^2}$ в виде суммы двух дробей.

7. Докажите, что если $a + b = 0$, то верно равенство

$$\frac{2a+2}{3a+2b+1} + \frac{b+1}{2a+3b+1} = 3.$$

8. Докажите, что значение выражения

$$\frac{n(n-1)^2}{n-2} + \frac{n(n^2-3)}{n-2} - \frac{2n}{n-2}$$

при любом натуральном $n \neq 2$ кратно 4.

С—23. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями (п. 4)

1. Выполните сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{x-5y}{8} + \frac{3x-7y}{16}$; д) $\frac{y}{x^2-4xy} - \frac{16x}{xy-4y^2}$;

б) $\frac{a-2b}{3a} - \frac{7a-4b}{2a}$; е) $\frac{p}{p^2-9} - \frac{p+3}{p^2-3p}$;

в) $\frac{x+a}{ax} - \frac{x-b}{x^2}$; ж) $3x - \frac{2x^2}{x-2}$;

г) $\frac{4b}{3b-9} - \frac{12}{b^2-3b}$; з) $a+3 - \frac{(a-3)^2}{a+3}$.

2. Докажите тождество:

а) $\frac{2y^3}{y^2-9} - \frac{y^2}{y-3} + \frac{3y}{y+3} - y = 0$;

$$б) \frac{4x^2 + 12}{x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 6x + 3} - \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}.$$

3. Докажите, что значение выражения

$$\frac{(b+1)^5}{0,25b^4 + b^3 + 1,5b^2 + b + 0,25} - \frac{(b-1)^5}{0,25b^4 - b^3 + 1,5b^2 - b + 0,25}$$

при $b \neq -1$ и $b \neq 1$ не зависит от значений b .

4. Представьте дробь в виде суммы двух дробей, знаменателями которых являются двучлены первой степени:

$$а) \frac{2y-5}{(y-2)(y-3)}; \quad в) \frac{y^2+5y-4}{y^2-16};$$

$$б) \frac{2y+1}{y^2+y-20}; \quad г) \frac{y^2+y-3}{y^2-3y}.$$

5. Представьте в виде рациональной дроби выражение:

$$а) \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+7)};$$

$$б) \frac{1}{y(y-2)} + \frac{1}{(y-2)(y-4)} + \frac{1}{(y-4)(y-6)};$$

$$в) \frac{y}{x(x-y)} + \frac{z}{(x-y)(x-y-z)};$$

$$г) \frac{1}{y^2-6y+8} + \frac{y-2}{4y-16} - \frac{y-4}{4y-8}.$$

6. Найдите значение выражения $\frac{a^4 + 2a^2b^2}{a^4 + 4b^4} - \frac{a^2}{a^2 + 2ab + 2b^2}$,
зная, что $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$.

С—24. Умножение дробей.

Возведение дроби в степень (п. 5)

1. Выполните умножение:

$$а) \frac{14x^2}{25y^2} \cdot \frac{15y}{42x}; \quad в) \frac{4x}{x^2-3xy} \cdot \frac{9x-27y}{20x};$$

$$б) 45ab \cdot \frac{a}{63b^3}; \quad г) \frac{4p+20}{p^2-8p+16} \cdot \frac{3p-12}{p^2-25};$$

$$д) (8a^3 - b^3) \cdot \frac{3a}{20a^3 + 10a^2 + 5ab^2};$$

$$е) \frac{b^2 - by - 12y^2}{b^2 + by - 12y^2} \cdot \frac{b^2 + 8by + 16y^2}{b^2 + 6by + 9y^2};$$

$$ж) \frac{x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16}{y^4 - 4y^3 + 6y^2 - 4y + 1} \cdot \frac{xy^3 - 3xy^2 + 3xy - x}{2x^3 + 12x^2 + 24x + 16};$$

$$з) \frac{c^4 - 1}{b^5 + 1} \cdot \frac{b^4 - b^3 + b^2 - b + 1}{c^4 + c^3 + c^2 + c}.$$

2. Представьте в виде рациональной дроби:

а) $\left(\frac{3a}{4b}\right)^3$; б) $\left(\frac{2x^2}{3y^2}\right)^4$; в) $\left(-\frac{a^3}{3b^2}\right)^4$; г) $\left(-\frac{x^3}{2y^4}\right)^5$.

3. Докажите тождество

$$\frac{x^2 - (a+b)x + ab}{y^2 + (a+b)y + ab} \cdot \frac{y^2 - a^2}{x^2 - a^2} \cdot \frac{xy + ay + bx + ab}{xy - ax - by + ab} = 1.$$

4. Докажите, что если $b + y = 0$, то $\left(\frac{y^2 + 10yb + 25b^2}{y^2 + 6yb + 9b^2}\right)^2 = 16$.

5. Вычислите $\frac{9^3 - 3^4}{9^3 + 3^4} \cdot \frac{25^3 + 5^4}{25^3 - 5^4}$.

6. Составлено произведение четырех обыкновенных дробей. Числитель каждой дроби на 1 больше знаменателя и на 1 меньше числителя каждой следующей дроби. Найдите наименьшую дробь, если известно, что произведение этих дробей равно 1,5.

С—25. Деление дробей (п. 6)

1. Выполните деление:

а) $\frac{8a}{5b} : \frac{a^2}{15b^2}$;

д) $-\frac{x^3 - 27}{x^4 - 16} : \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + 4}$;

б) $\frac{48x}{91y^2} : \left(-\frac{32x^2}{39y}\right)$;

е) $\frac{x^2 - 11x + 30}{y^2 - 7y + 10} : \frac{(x-6)^2}{(3y-6)^2}$;

в) $\frac{7c + 21b}{b + c} : \frac{3bc + c^2}{c^2 - b^2}$;

ж) $\frac{ab - 5a + 4b - 20}{ab + 4a - 5b - 20} : \frac{b^2 - 25}{a^2 - 25}$;

г) $\frac{n+4}{n-4} : \frac{n^2 + 8n + 16}{n^2 - 4n}$;

з) $\frac{49 - (x-2c)^2}{16 - (2x-c)^2} : \frac{49 + 7x - 14c}{20 - 10x + 5c}$.

2. Представьте в виде рациональной дроби:

а) $\left(\frac{xy^2}{6z}\right)^3 : \left(\frac{x^2y^2}{12z^2}\right)^2$;

б) $\frac{a^3 + 9a^2b + 27ab^2 + 27b^3}{8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3} : \left(\frac{a+3b}{2a-b}\right)^4$.

3. Докажите тождество

$$\frac{(x+3)^4 + (x-3)^4}{2(x^2 + 27)^2 - 6^4} : \frac{(x+3)^3 - (x-3)^3}{18(x+1)^2 - 36(x-1)} = 1.$$

4. Докажите, что если $a + b + c = 0$, то верно равенство

$$\frac{(a+2b+4c)^2}{(a+2b-c)^2} : \frac{(2a+3b+5c)^2}{(3a+4b+c)^2} = 1.$$

5. Вычислите

$$\frac{16^2 - 2^5}{16^2 + 2^5} : \frac{27^3 + 3^8}{27^3 - 3^8}.$$

6. Зная, что $\frac{3a+b}{a} = 5$, найдите значение выражения

$$\frac{a^4 + 4b^4}{a^4 + a^2b^2 + b^4} : \frac{a^2 + 2ab + 2b^2}{a^2 + ab + b^2}.$$

С—26. Преобразование рациональных выражений (п. 7)

1. Выполните действия:

а) $\frac{a+2b}{a} + \frac{9a^2}{b} \cdot \frac{b^2}{27a^3}$; б) $x - y - \frac{x-2y}{y} \cdot \frac{y^2}{x+2y}$;

в) $\left(2b+4 - \frac{2(b+2)^2}{2b-1}\right) \cdot \frac{2b-1}{2b+7}$; г) $\left(a^2 - \frac{a^2-1}{a^2-3} - 1\right) : \frac{a^2-3}{a^2-4}$.

2. Упростите выражение

$$\left(\frac{b-3}{b^2+3b-10} - \frac{b-2}{b^2+2b-15}\right) : \frac{2b-5}{b^2-5b+6} + \frac{b+6}{b+5}.$$

3. Представьте в виде рациональной дроби

$$\frac{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2+xy} + \frac{1}{xy+y^2}} + \frac{1}{\frac{2}{x} + \frac{2}{y}}.$$

4. Докажите, что значение выражения

$$\left(\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b}\right)^4 - \left(\frac{1}{2b} - \frac{1}{2a}\right)^4 - \frac{1}{a^2b^2}\right) : \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{1}{ab} + \frac{1}{2b^2}\right)$$

при всех допустимых значениях a и b не зависит от a и b .

5. Докажите тождество

$$\left(\frac{1}{(x-y+z)^2} + \frac{1}{(x+y-z)^2}\right) \frac{(x^2 - (y-z)^2)^2}{2(x^2 + (y-z)^2)} = 1.$$

6. Зная, что $a+b=3$ и $ab=2$, найдите значение выражения

$$\left(\frac{1}{a^4} + \frac{3}{a^2b^2} + \frac{1}{b^4}\right) : 9 - \left(\frac{1}{2a} - \frac{1}{2b}\right)^4.$$

С—27. Функция. Область определения и область значений функции (п. 19Д)

1. Функция задана формулой $g(x) = 4x - 6$. Найдите:

а) $g(-3)$; б) $g(0)$; в) $g(5)$; г) $g(50)$.

2. Найдите значение аргумента функции $f(x) = -5x + 10$, при котором:

а) $f(x) = -40$; б) $f(x) = 0$; в) $f(x) = 8$.

3. Какова область определения функции:

а) $y = \frac{12}{x}$;

б) $y = \frac{2}{x+4}$;

в) $y = x^2 - 15$;

$$\text{г) } y = \frac{1}{x^2 - 25}; \quad \text{д) } y = \frac{1}{x^2 + 4x - 21}; \quad \text{е) } y = \frac{11}{x - |x|}?$$

4. Найдите множество целых значений аргумента, при котором функция g принимает целые значения, если:

$$\text{а) } g(x) = \frac{8}{x}; \quad \text{б) } g(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 2}.$$

5. Функция задана формулой $f(x) = 3x - 48$. Область определения функции $D(f) = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbb{N}, x < 35\}$. Запишите область определения функции, перечислив значения ее аргумента, и найдите область значений функции $E(f)$.

6. Соответствие между множеством значений переменной x и множеством значений переменной y задано уравнением:

$$\text{а) } x^2 - y = 3; \quad \text{б) } 5x - y^2 = 0.$$

В каком из этих случаев соответствие является функцией?

7. Функция задана формулой $g(x) = (x + 2)^2$. Найдите значение b , зная, что:

$$\text{а) } g(b) = g(b - 6); \quad \text{б) } g(b + 1) = g(b - 1).$$

С–28. Способы задания функции (п. 20Д)

1. Функция g задана двумя выражениями

$$g(x) = \begin{cases} -x + 1, & \text{если } x \leq -1, \\ -x - 1, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

Найдите: а) $D(g)$; б) $g(-5)$, $g(-10)$, $g(5)$, $g(12)$; в) значения x , при которых $g(x) = 7$; $g(x) = -8$.

2. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} 4, & \text{если } x \leq -2, \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ x^3, & \text{если } 0 < x < 2, \\ -8, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

Постройте график функции f . Найдите:

$$\text{а) } D(f); \quad \text{б) } E(f); \quad \text{в) } f(-6), f\left(-\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{1}{2}\right), f(9);$$

г) значения x , при которых $f(x) = 1$, $f(x) = -1$, $f(x) = -8$.

3. Функция задана формулой $g(x) = x + 80$, причем значениями аргумента и значениями функции могут быть только двузначные числа. Найдите $D(g)$ и $E(g)$. Укажите наибольшее и наименьшее значения функции.

4. График функции f — ломаная $KLMNP$. Координаты ее вершин таковы:

$$K(-4; 2), L(-1; 1), M(0; 0), N(1; -1), P(4; 2).$$

Постройте график функции f и укажите $D(f)$ и $E(f)$.

5. Найдите все целые значения функции $g(x) = \frac{14}{x^2 - 2}$ ($x \in \mathbb{Z}$).
6. Принадлежит ли графику функции $y = (x - 2)^3$ точка:
 а) $A(-3; -125)$; в) $C(8; 216)$;
 б) $B(-9; -6562)$; г) $D(15; 2195)$?
7. Функция f задана описанием: каждому натуральному числу n соответствует остаток от деления этого числа на 7. Какова область значений функции f ?
 Найдите $f(23)$, $f(199)$, $f(8^{50})$, $f(9^{100})$.

С—29. Простейшие преобразования графиков функций (п. 21Д)

- Постройте график функции:
 а) $y = x^2 + 3$; б) $y = (x - 3)^2$.
- Изобразите схематически график функции:
 а) $y = (x - 2,5)^2 - 1$; б) $y = |x + 2| - 2$.
- Найдите координаты вершины параболы, которая является графиком функции:
 а) $y = (x + 23)^2 - 14$; б) $y = x^2 - 12x - 5$.
- В результате какого сдвига можно получить:
 а) из графика функции $y = x^2$ график функции $y = x^2 - 14x - 4$;
 б) из графика функции $y = x^3$ график функции $y = x^3 - 9x^2 + 27x + 3$?
- Докажите, что каждая из парабол $y = x^2$, $y = (x + 6)^2 - 72$, $y = (x - 8)^2 - 16$ проходит через точку $B(3; 9)$.
- Найдите координаты точки, которая принадлежит как графику функции $y = (x + 2)^2 - 10$, так и графику функции $y = (x - 5)^2 + 11$.
- График функции g — ломаная CDE , где $C(-4; 2)$, $D(2; -2)$, $E(6; 5)$ — координаты вершин этой ломаной. Постройте график функции $y = g(x + 2)$.
- Найдите значение b , при котором точка $N(8; 15)$ принадлежит графику функции:
 а) $y = (x - b)^2 - 1$; б) $y = (x - 7)^2 + b$.
- Графики функций $y = (x + 1)^4$ и $y = (x - 5)^4$ проходят через точку $M(x_1; y_1)$. Найдите координаты точки M .

С—30. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график (п. 8)

- Постройте график функции:
 а) $y = \frac{4}{x}$; б) $y = -\frac{10}{x}$.

2. Найдите координаты точек пересечения гиперболы $y = -\frac{4}{x}$ с прямой $y = -x$. Как расположены относительно этой прямой точки $C(-1; 4)$ и $D(-4; 1)$ гиперболы?
3. Докажите, что если график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(a; b)$, то он проходит также через точку $B(b; a)$.
4. Найдите коэффициент k , зная, что график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $N(3; 12)$.
5. Точки $A(a; -4)$ и $B(-4; b)$ принадлежат гиперболе $y = -\frac{12}{x}$. Найдите a и b .
6. Функция задана формулой $g(x) = -\frac{36}{x}$. Найдите $g(-0,1)$, $g(-0,01)$, $g(-0,001)$, $g(-360)$, $g(-3600)$, $g(-36\ 000)$.
7. Точка $N(a; b)$ лежит в третьей координатной четверти и принадлежит графику функции $y = \frac{k}{x}$. Найдите координаты точки M , принадлежащей графику этой же функции и симметричной точке M относительно начала координат?
8. Найдите точки гиперболы $y = \frac{6}{x}$, расстояние от которых:
 - а) до оси x равно 0,001; б) до оси y равно 0,001.
9. Площадь прямоугольника равна 24 см^2 . Длина его сторон $x\text{ см}$ и $y\text{ см}$. Постройте график зависимости y от x .

С—31. Дробно-линейная функция и ее график (п. 22Д)

1. Постройте график функции:

а) $y = \frac{12}{x-4}$; б) $y = \frac{12}{x} - 3$.

2. Укажите асимптоты гиперболы и изобразите схематически график функции $y = \frac{9}{x+3} - 2$.
3. Постройте график функции $y = \frac{2x+2}{x-3}$. Найдите:
 - а) значения функции при $x = 0$ и при $x = 5$;
 - б) значения аргумента, при которых $y = 0$;
 - в) промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$.
4. Докажите, что графиком функции $y = \frac{(x+3)^4 - (x-3)^4}{8x^3 - 16x^2 + 72x - 144}$ является гипербола.

5. Найдите все точки графика функции $y = \frac{7x+4}{x-1}$ с целыми координатами.

6. Постройте график функции

$$g(x) = \begin{cases} 0,5x + 3,5, & \text{если } x < 1, \\ \frac{5x-21}{x-5}, & \text{если } 1 \leq x < 4, \\ 0,5x - 1, & \text{если } x \geq 4. \end{cases}$$

Используя график, решите уравнение:

а) $g(x) = 3$; б) $g(x) = 5$; в) $g(x) = -6,5$.

7. Докажите, что графиком функции $y = \frac{51x+34}{18x+12}$ является прямая.

8. Используя графические представления, докажите, что система уравнений $\begin{cases} y = \frac{2x+8}{x-4}, \\ x+y = 6 \end{cases}$ не имеет решений.

С—32. Арифметический квадратный корень (п. 23Д)

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{81}$;	г) $3,6\sqrt{0,25}$;	ж) $-\sqrt{12\,100}$;
б) $\sqrt{14\,400}$;	д) $\frac{1}{3}\sqrt{2,25}$;	з) $-\frac{1}{3}\sqrt{0,09}$;
в) $\sqrt{\frac{16}{81}}$;	е) $\frac{1}{7}\sqrt{0,0049}$;	и) $-\frac{7}{13}\sqrt{0,0169}$.

2. Верно ли равенство:

а) $\sqrt{324} = 18$;	в) $\sqrt{0,0625} = -0,25$;
б) $-6\sqrt{121} = -66$;	г) $\frac{1}{6}\sqrt{0,0036} = 0,01$?

3. Вычислите:

а) $((\sqrt{7})^2)^2$;	в) $(\sqrt{2})^6$;	д) $(-\sqrt{3})^4$;
б) $(\sqrt{8})^4$;	г) $(3\sqrt{11})^2$;	е) $(-2\sqrt{5})^6$.

4. Пользуясь таблицей квадратов двузначных чисел, вычислите:

а) $\sqrt{4096}$;	г) $-\sqrt{13,69} - \frac{1}{6}\sqrt{43,56}$;
б) $-\sqrt{5776}$;	д) $\frac{1}{9}\sqrt{65,61} - 0,3\sqrt{3,24}$;
в) $0,2\sqrt{9801}$;	е) $-6\sqrt{4,41} - 0,1\sqrt{59,29}$.

5. Используя при необходимости таблицу квадратов двузначных чисел, найдите значение выражения:

а) $\sqrt{3a - 44}$ при $a = 36$;

б) $\sqrt{(-a - 2,6)^2 - 0,21}$ при $a = -1,5$;

в) $\sqrt{-(a - 1,7)^2 + 5}$ при $a = 3,9$;

г) $\sqrt{a + b^2}$ при $a = -0,81$, $b = 4,1$.

6. Решите уравнение:

а) $\sqrt{2 - x} = 7$; в) $\frac{6}{\sqrt{11 - 3x}} = 1$; д) $\sqrt{6 - 2x} + 19 = 26$;

б) $\sqrt{16x - 1} = 3$; г) $\sqrt{1 - \frac{1}{3}x} = 11$; е) $\frac{1,2}{\sqrt{14 - 2x}} = 0,6$.

7. Существует ли значение x , при котором верно равенство:

а) $\sqrt{-x} = 0,4$; в) $\sqrt{-x} + 2,4 = 0$;

б) $-\sqrt{x} = 6,1$; г) $\sqrt{x} - 4,6 = 0$?

При положительном ответе укажите это значение.

8. Имеет ли смысл выражение:

а) $\sqrt{15x}$ при $x > 0$; в) $\sqrt{-x + 2,4}$ при $x < 0$;

б) $\sqrt{-12x}$ при $x > 0$; г) $\sqrt{(-6x)^4 + 2}$ при $x < 0$?

9. При каких значениях a имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{3a} + \sqrt{-3a}$; в) $\sqrt{-2a^2 - 5}$; д) $\sqrt{\frac{2a^4}{a}}$;

б) $\sqrt{|a| - 4}$; г) $\sqrt{3a^2 + 6}$; е) $\sqrt{\frac{|a|}{a - 2}}$?

С—33. Уравнение $x^2 = a$ (п. 13)

1. Решите уравнение:

а) $x^2 = 169$;

д) $-7,116x^2 = 0$;

б) $x^2 - 37,21 = 0$;

е) $33,64 - 0,01x^2 = 0$;

в) $x^2 + 40,96 = 0$;

ж) $0,7(x - 11)^2 = 100,8$;

г) $5x^2 - 217,8 = 0$;

з) $-(4 - 3x)^2 = -17,64$.

2. Найдите значения x , если они существуют, при которых равны значения двучленов:

а) $7x^2 - 1032$ и $4728 - 3x^2$;

б) $0,6x^2 + 3,6$ и $3,8 - 0,2x^2$.

3. Решите уравнение и с помощью графика функции $y = x^2$ (рис. 12) найдите приближенные значения его корней:

а) $x^2 = 6$; б) $x^2 = 7,5$; в) $11 - 2x^2 = 0$.

4. Решите уравнение и укажите все целые числа, которые заключены между его корнями:

а) $x^2 = 5,2$; б) $4x^2 - 19,6 = 0$.

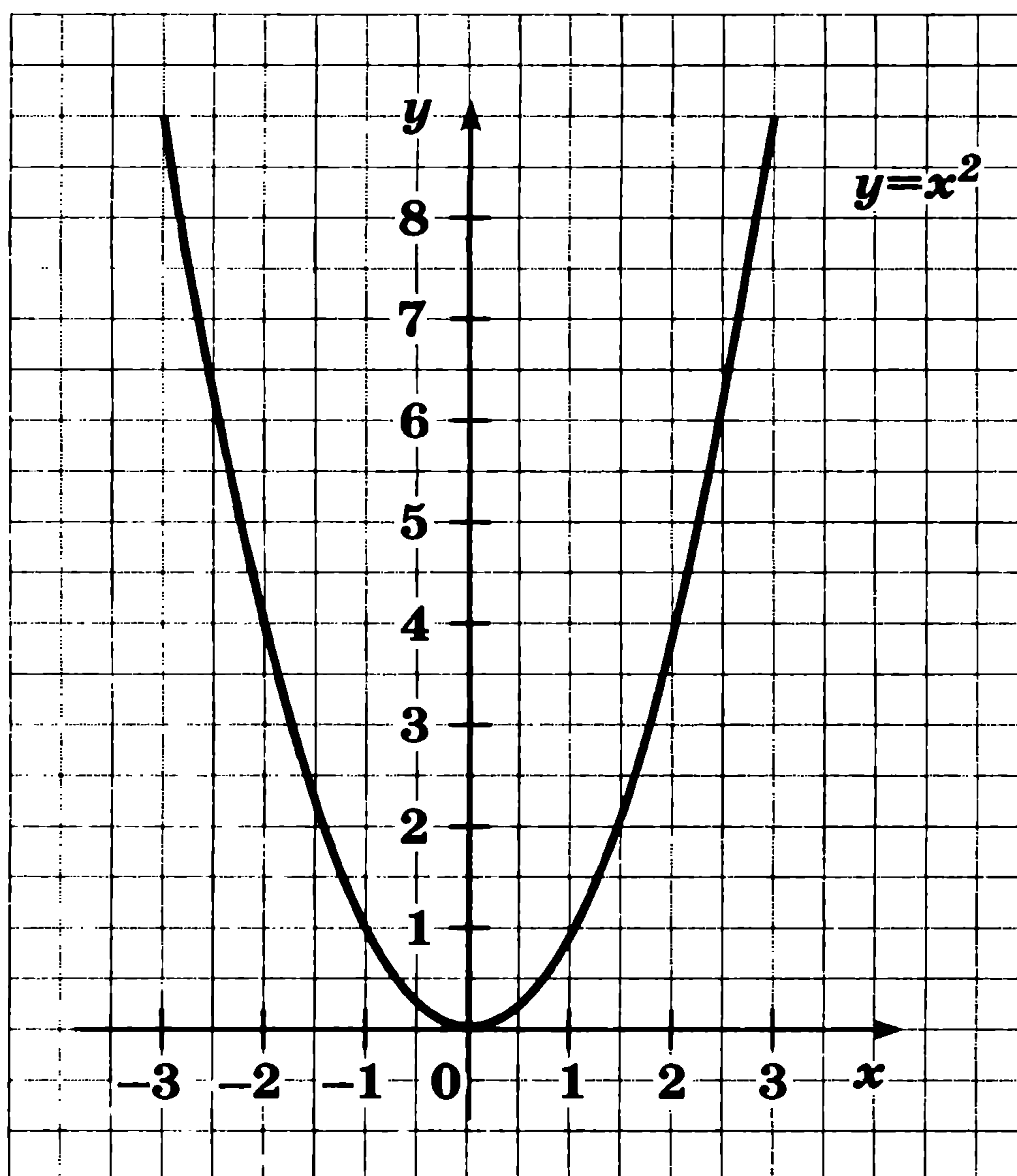


Рис. 12

5. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x^2 + 49} = 7$; в) $\sqrt{4x^2 - 23} = 13$;

б) $\sqrt{5x^2 - 9} = 6$; г) $\sqrt{23 - 11x^2} + 26 = 27$.

6. Зная, что переменные в формулах принимают только положительные значения, выразите:

а) из формулы $S = \pi r^2$ переменную r через S ;

б) из формулы $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ переменную r через V и h .

7. При каких значениях a имеет два корня уравнение:

а) $x^2 - (a - 3)(a + 3) = 17$; в) $x^2 - 9 = a^2 - 6a$?

б) $x^2 - a^2 = 4 - 16a$;

С—34. Нахождение приближенного значения квадратного корня (п. 14)

1. С помощью графика функции $y = x^2$ найдите приближенное значение выражения:

а) $\sqrt{7}$; б) $\sqrt{5,5}$; в) $\sqrt{3,5}$; г) $-\sqrt{8}$.

2. Подберите два последовательных целых числа, между которыми заключено число:

а) $\sqrt{19}$; в) $\sqrt{7,9}$; д) $-\sqrt{50}$;

б) $\sqrt{50}$; г) $-\sqrt{10}$; е) $-\sqrt{24,1}$.

3. Найдите подбором цифры разрядов единиц и десятых в десятичной записи числа:
а) $\sqrt{6}$; б) $\sqrt{23}$.
4. Пользуясь калькулятором, вычислите значение выражения (ответ округлите до сотых):
а) $\sqrt{192,4}$; в) $-\sqrt{26,38}$; д) $\sqrt{716,3 - 204,8}$;
б) $\sqrt{21,16}$; г) $\sqrt{245,6 + 914,8}$; е) $\sqrt{\sqrt{64,7}}$.
5. С помощью калькулятора найдите значение выражения (ответ округлите до сотых):
а) $\sqrt{a - b}$, если $a = 37,08$, $b = 23,24$;
б) $\sqrt{\sqrt{a} + b}$, если $a = 20,34$, $b = 9,36$;
в) $\sqrt{\sqrt{a + b}}$, если $a = 3,86$, $b = 7,27$;
г) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, если $a = 84,01$, $b = 62,11$.
6. Решите уравнение и найдите с помощью калькулятора приближенные значения его корней (ответ округлите до сотых):
а) $x^2 = 55$; в) $x^2 + 11,64 = 43,28$;
б) $5x^2 = 73$; г) $(x - 4)^2 = 36,11$.

С—35. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график (п. 15)

1. В таблице значения функции $y = \sqrt{x}$, взятые с точностью :

Пользуясь таблицей, найдите, какие приращения получает функция при изменении x от 2 до 5 и от 6 до 9. Сравните результаты.

2. Постройте график функции $y = \sqrt{x}$, используя приведенную выше таблицу (масштаб: 1—1 см). Пользуясь графиком, найдите:
а) значение функции при $x = 2,5$; 5,5;
б) при каком x значение функции равно 1,5; 2.
3. Сравните:
а) $\sqrt{47}$ и $\sqrt{58}$; в) 7 и $\sqrt{47}$;
б) $\sqrt{3,18}$ и $\sqrt{3,16}$; г) $\sqrt{120}$ и 11.
4. Расположите в порядке возрастания числа:
а) $\sqrt{29,2}$, 5,4, $\sqrt{26,6}$, 5,01; б) $\sqrt{18\frac{3}{4}}$, $\sqrt{18,3}$, $\sqrt{18\frac{1}{3}}$, 4,9.

5. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x}$ точка:
 а) $A(0,64; 0,8)$; в) $C(0,2; 0,04)$;
 б) $B(16; -4)$; г) $D(1,69; 1,3)$?
6. Найдите координаты точки B , принадлежащей графику функции $y = \sqrt{x}$, если известно, что:
 а) абсцисса этой точки равна 100;
 б) ордината этой точки равна 100.
7. Пересекает ли прямая $y = x + 0,5$ график функции $y = \sqrt{x}$?

С—36. Функция $y = \sqrt{x - m} + n$ и ее график (п. 23Д)

1. Постройте график: $y = \sqrt{x+2} + 1$. Найдите по
 а) значение при $x = 2,5; 4$;
 б) значение a $y = 2; 3$.
2. Постройте
 а) $y = \sqrt{x} + 2$; б)
 Укажите область и область значений
 функции. функции и укажите,
 3. Изобразите в каких координатах он расположен:
 а) $y = \sqrt{x-3} + 5$; в) .
 б) $y = \sqrt{x-5} - 2$; г)
4. На рисунке 13 функций
 $y = \sqrt{x} - 2$, $y = \sqrt{x-3}$,
 2. $y = \sqrt{x-3} - 1$.
 Для каждого графика форм-
 мулу.

5. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x-4} + 1$ точка $A(4; 1)$; $B(13; 4)$; $C(40; 7)$; $D(-12; 3)$?
6. При каком значении a :
 - а) график функции $y = \sqrt{x-11} + a$ проходит через точку $A(15; 9)$;
 - б) график функции $y = \sqrt{x-a} + 6$ проходит через точку $B(2; 10)$?
7. С помощью графиков выясните, сколько корней имеет уравнение и каковы их знаки:
 - а) $\sqrt{x+3} = x+1$; б) $\sqrt{x-4} = \frac{6}{x}$.

С—37. Квадратный корень из произведения (п. 16)

1. Вычислите значение корня:
 - а) $\sqrt{1,21 \cdot 64}$; в) $\sqrt{0,16 \cdot 25}$;
 - б) $\sqrt{81 \cdot 1,69}$; г) $\sqrt{144 \cdot 0,49}$.
2. Найдите значение выражения, используя таблицу квадратов двузначных чисел:
 - а) $\sqrt{230\,400}$; в) $\sqrt{47,61}$; д) $\sqrt{324 \cdot 2401}$;
 - б) $\sqrt{0,7569}$; г) $\sqrt{1936 \cdot 49}$; е) $\sqrt{225 \cdot 3249}$.
3. Найдите значение выражения:
 - а) $\sqrt{17 \cdot 68}$; в) $\sqrt{7,4 \cdot 11,1 \cdot 6}$;
 - б) $\sqrt{46 \cdot 115 \cdot 10}$; г) $\sqrt{0,5 \cdot 3,2 \cdot 10}$.
4. Вычислите значение корня:
 - а) $\sqrt{65^2 - 16^2}$; в) $\sqrt{18,5^2 - 10,4^2}$;
 - б) $\sqrt{4,5^2 - 2,7^2}$; г) $\sqrt{8,45^2 - 5,95^2}$.
5. Найдите значение корня:
 - а) $\sqrt{57,76 \cdot 3 + 57,76}$; в) $\sqrt{2\frac{7}{81} \cdot 150 - 2\frac{7}{81} \cdot 6}$;
 - б) $\sqrt{73,96 \cdot 1,25 - 73,96 \cdot 0,4}$; г) $\sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 2,2 + 5\frac{1}{16} \cdot 0,05}$.
6. Найдите значение произведения:
 - а) $\sqrt{128} \cdot \sqrt{72}$; в) $\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{2,5}$; д) $\sqrt{34} \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{32}$;
 - б) $\sqrt{288} \cdot \sqrt{98}$; г) $\sqrt{4,9} \cdot \sqrt{16,9}$; е) $\sqrt{7,2} \cdot \sqrt{3,6} \cdot \sqrt{8}$.
7. Используя приближенное равенство $\sqrt{73} \approx 8,5$, найдите приближенное значение выражения:
 - а) $\sqrt{7300}$; б) $\sqrt{0,73}$; в) $\sqrt{73 \cdot 0,49}$; г) $\sqrt{7,3 \cdot 6,4}$.

8. Представьте выражение в виде произведения корней:

а) $\sqrt{5xy}$, где $x > 0$, $y > 0$;

б) $\sqrt{7ab}$, где $a < 0$, $b < 0$;

в) $\sqrt{bx+by}$, где $b < 0$, $x < 0$, $y < 0$;

г) \sqrt{abc} , где $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$.

С—38. Квадратный корень из дроби (п. 16)

1. Найдите значение корня:

а) $\sqrt{\frac{36}{121}}$;

в) $\sqrt{\frac{8,1}{14,4}}$;

д) $\sqrt{14\frac{1}{16}}$;

б) $\sqrt{\frac{0,25}{1,69}}$;

г) $\sqrt{20\frac{1}{4}}$;

е) $\sqrt{72\frac{1}{4}}$.

2. С помощью таблицы квадратов двузначных чисел найдите значение корня:

а) $\sqrt{\frac{4096}{5329}}$;

б) $\sqrt{\frac{56,25}{73,96}}$;

в) $\sqrt{\frac{36,1}{230,4}}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\frac{64 \cdot 121}{5041}}$;

б) $\sqrt{\frac{38,44}{25 \cdot 46,24}}$;

в) $\sqrt{\frac{28,9}{57,6 \cdot 1,96}}$.

4. Найдите значение корня:

а) $\sqrt{\frac{49}{42,5^2 - 6,5^2}}$;

б) $\sqrt{\frac{2,8^2 - 1,4^2}{243}}$;

в) $\sqrt{\frac{32,5^2 - 30^2}{19,36}}$.

5. Найдите значение частного:

а) $\frac{\sqrt{675}}{\sqrt{3}}$;

б) $\frac{\sqrt{578}}{\sqrt{2}}$;

в) $\frac{\sqrt{0,8}}{\sqrt{96,8}}$;

г) $\frac{\sqrt{0,05}}{\sqrt{1,25}}$.

6. Площадь одного квадрата 3 см², а другого 108 см². Во сколько раз сторона первого квадрата меньше стороны второго?

7. Отношение площадей двух кругов равно 1 : 16. Радиус меньшего круга равен 5 см. Чему равен радиус большего круга?

8. Представьте выражение в виде частного корней:

а) $\sqrt{\frac{x}{2y}}$, где $x < 0$, $y < 0$;

б) $\sqrt{\frac{a}{b+c}}$, где $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$.

С—39. Квадратный корень из степени (п. 17)

1. Вычислите значение выражения:

а) $\sqrt{(1,8)^2}$; б) $\sqrt{(-3,9)^2}$; в) $-\sqrt{(-2,6)^2}$.

2. Найдите значение выражения $-0,5\sqrt{c^2}$ при $c = 2,7$; $-0,8$; $-10,3$.

3. Вычислите значение выражения:

а) $\sqrt{(2,6)^4}$; б) $3,5\sqrt{(-0,2)^6}$;

в) $\sqrt{(-0,5)^6}$; г) $-6\sqrt{(-0,3)^4}$.

4. Найдите значение выражения, используя разложение подкоренного выражения на множители:

а) $\sqrt{17\,424}$; б) $\sqrt{15\,876}$; в) $\sqrt{30\,625}$.

5. При каких значениях переменной верно равенство:

а) $\sqrt{x^{14}} = x^7$; б) $\sqrt{16a^4} = 4a^2$;

в) $\sqrt{36a^{10}} = -6a^5$; г) $\sqrt{25a^6} = -5a^3$?

6. Упростите выражение:

а) $\sqrt{1,44x^8y^{12}}$; г) $\sqrt{2,25a^{16}b^{14}}$ при $b < 0$;

б) $\sqrt{2\frac{7}{9}a^8b^6}$ при $b < 0$; д) $\sqrt{5\frac{1}{16}a^8b^2}$ при $b < 0$;

в) $\sqrt{\frac{0,36a^{18}}{b^{20}}}$ при $a > 0$; е) $\sqrt{\frac{2,25x^6}{y^8}}$ при $x < 0$.

7. Постройте график функции:

а) $y = 0,5\sqrt{x^2}$; б) $y = 2x\sqrt{x^2}$.

С—40. Вынесение множителя из-под знака корня и внесение множителя под знак корня (пп. 18, 24Д)

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{288}$; б) $\sqrt{162a^3}$; в) $\sqrt{72a^2}$, где $a < 0$;

г) $\sqrt{450x}$; д) $\sqrt{25x^{13}}$; е) $\sqrt{3y^{10}}$, где $y > 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

а) $8\sqrt{3}$; б) $0,2\sqrt{5c}$; в) $-x\sqrt{7x}$;

г) $-3\sqrt{5}$; д) $3a^2\sqrt{a}$; е) $3b\sqrt{-b}$.

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

- а) $\sqrt{x^5 y^8}$; г) $\sqrt{162a^8 b^{10}}$, где $b > 0$;
б) $\sqrt{11a^4 b^2}$, где $b < 0$; д) $\sqrt{24(x-1)^2}$, где $x > 1$;
в) $\sqrt{72b^2 c}$, где $b > 0$; е) $\sqrt{98a^2(a-4)^2}$, где $a > 4$.

4. Внесите множитель под знак корня:

- а) $17\sqrt{x}$; в) $y\sqrt{y}$; д) $x\sqrt{x-4}$;
б) $-4\sqrt{a}$; г) $-b^2\sqrt{b}$; е) $(a-5)\sqrt{\frac{3}{a-5}}$.

5. При каких значениях переменной верно равенство:

- а) $x\sqrt{7} = \sqrt{7x^2}$; г) $4a^2\sqrt{a} = \sqrt{16a^5}$;
б) $-a\sqrt{3} = \sqrt{3a^2}$; д) $(a-3)\sqrt{5} = \sqrt{5(a-3)^2}$;
в) $a\sqrt{-a} = \sqrt{-a^3}$; е) $(9-x)\sqrt{2} = \sqrt{2(x-9)^2}$?

6. Сравните значения выражений:

- а) $\frac{1}{7}\sqrt{588}$ и $\frac{1}{5}\sqrt{208}$; в) $-5\sqrt{11}$ и $-4\sqrt{13}$;
б) $0,3\sqrt{673}$ и $0,1\sqrt{6172}$; г) $-\frac{1}{4}\sqrt{505}$ и $-\frac{1}{5}\sqrt{601}$.

7. Расположите в порядке убывания числа:

$$-\sqrt{125}, \quad \frac{1}{2}\sqrt{20}, \quad -0,2\sqrt{125}, \quad -\sqrt{245}, \quad \frac{2}{9}\sqrt{405}.$$

8. Сравните значения выражений:

- а) $b^2\sqrt{7b^3}$ и $b\sqrt{7b}$ при $0 < b < 1$;
б) $5a\sqrt{a^3}$ и $5a^2\sqrt{a^5}$ при $a > 1$.

С—41. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни (пп. 19, 24Д)

1. Упростите выражение:

- а) $(3\sqrt{5} - 4\sqrt{2})(7\sqrt{2} + 6\sqrt{5})$;
б) $(14 - 2\sqrt{33})(\sqrt{33} + \sqrt{11})^2$.

2. Докажите, что каждое из чисел $\frac{7-\sqrt{5}}{2}$ и $\frac{7+\sqrt{5}}{2}$ является корнем уравнения $x^2 - 7x + 11 = 0$.

3. Сократите дробь:

- а) $\frac{\sqrt{18} - \sqrt{6}}{\sqrt{12} - 2}$; б) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{2} - 2 + \sqrt{10}}$.

4. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- а) $\frac{14}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}$; б) $\frac{6}{\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{2}}$; в) $\frac{1}{3 - \sqrt{3} + \sqrt{6} - \sqrt{2}}$.

5. Сравните значения выражений:
 а) $\sqrt{21} - \sqrt{19}$ и $\sqrt{17} - \sqrt{15}$;
 б) $\sqrt{33} - \sqrt{30}$ и $\sqrt{23} - \sqrt{20}$.
6. Найдите, при каких значениях a дробь $\frac{2 - \sqrt{a-5}}{9-a}$ принимает наибольшее значение, и вычислите это значение.
7. Упростите выражение:
 а) $\left(\frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}} - \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}} \right) \frac{3\sqrt{x^2-9}}{4}$;
 б) $\left(\frac{2 + \sqrt{4-b^2}}{2 - \sqrt{4-b^2}} - \frac{2 - \sqrt{4-b^2}}{2 + \sqrt{4-b^2}} \right) \frac{b^3 \sqrt{2-b}}{6\sqrt{2+b}}$.
8. Докажите, что при всех допустимых значениях переменных значение выражения $\left(\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy} \right) : \left(\frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right)^2$ не зависит от значений переменных.
9. Докажите, что если $x = \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{ab+1}}$ и $y = \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{a}}{\sqrt{ab} - 1}$, то $\frac{x+y-1}{x-y+1} = -\sqrt{ab}$.

С—42. Преобразование двойных радикалов (п. 25Д)

1. Имеет ли смысл выражение:
 а) $\sqrt{55-11\sqrt{3}}$; в) $\sqrt{21\sqrt{2}-19\sqrt{3}}$;
 б) $\frac{27}{\sqrt{12\sqrt{3}-18\sqrt{2}}}$; г) $\frac{101}{\sqrt{75-5\sqrt{3}}}$?
2. Выполните умножение:
 а) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}}$; в) $\sqrt{6\sqrt{3}+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$;
 б) $\sqrt{4\sqrt{2}+6} \cdot \sqrt{6-4\sqrt{2}}$; г) $\sqrt{2\sqrt{15}+8} \cdot \sqrt{8-2\sqrt{15}}$.
3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
 а) $\frac{7}{\sqrt{\sqrt{26}+5}}$; в) $\frac{10}{\sqrt{15+6\sqrt{6}}}$;
 б) $\frac{14}{\sqrt{\sqrt{10}-7}}$; г) $\frac{24}{\sqrt{\sqrt{51}-\sqrt{15}}}$.
4. Освободитесь от иррациональности в числителе дроби:
 а) $\frac{\sqrt{\sqrt{15}+4}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3\sqrt{5}+\sqrt{46}}}{7}$; в) $\frac{\sqrt{6\sqrt{3}-2\sqrt{11}}}{4}$.

5. Освободитесь от внешнего радикала:

- а) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$; в) $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$;
б) $\sqrt{14+2\sqrt{33}}$; г) $\sqrt{20-6\sqrt{11}}$.

6. Найдите значения a^2 и a , если:

- а) $a = \sqrt{51-14\sqrt{2}} + \sqrt{51+14\sqrt{2}}$;
б) $a = \sqrt{19-4\sqrt{15}} - \sqrt{19+4\sqrt{15}}$.

7. Найдите значение выражения:

- а) $\frac{\sqrt{7+2\sqrt{6}}}{\sqrt{7-2\sqrt{6}}} + \frac{\sqrt{7-2\sqrt{6}}}{\sqrt{7+2\sqrt{6}}}$; б) $\frac{\sqrt{2}\sqrt{17-2}}{\sqrt{2}\sqrt{17+2}} - \frac{\sqrt{2}\sqrt{17+2}}{\sqrt{2}\sqrt{17-2}}$.

8. Докажите, что значение выражения является натуральным числом:

- а) $(\sqrt{8+2\sqrt{15}} + \sqrt{8-2\sqrt{15}}) \cdot 3\sqrt{20}$;
б) $\sqrt{6-2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{75} \cdot \sqrt{6+2\sqrt{6}}$.

9. Упростите выражение:

- а) $b+6-\sqrt{\sqrt{b^4+4b^2+4}+2+4b}$;
б) $2a-1+\sqrt{4a+\sqrt{a^4+16+8a^2}}$.

С—43. Кубический корень и его свойства (п. 26Д)

1. Вычислите:

- а) $0,2\sqrt[3]{-0,216} + 0,15\sqrt[3]{-1}$; б) $3\sqrt[3]{-4\frac{17}{27}} + \frac{1}{5}\sqrt[3]{1\frac{61}{64}}$.

2. Упростите выражение:

- а) $\sqrt[3]{-0,027a^{12}b^{15}}$; в) $\sqrt[3]{0,032a^4} \cdot \sqrt[3]{2a^2}$;
б) $\sqrt[3]{343a^6b^{3m+3}}$; г) $\sqrt[3]{144a^4b^3} \cdot \sqrt[3]{12a^5}$.

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

- а) $\sqrt[3]{16a^9b^{11}}$; в) $\sqrt[3]{x^{17}y^{3m}}$;
б) $\sqrt[3]{-128a^{13}b^{12}}$; г) $\sqrt[3]{a^9b^{3m+1}}$.

4. Внесите множитель под знак корня:

- а) $0,2x^5y\sqrt[3]{xy}$; в) $-6b\sqrt[3]{a^2b}$;
б) $-0,3a\sqrt[3]{ab^2}$; г) $-xy\sqrt[3]{xy^m}$.

5. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
 а) $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$; б) $\frac{10}{\sqrt[3]{4 - \sqrt[3]{2}}}$; в) $\frac{1}{\sqrt[3]{25 + 2\sqrt[3]{5 + 4}}}$.
6. При каком значении k число $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}$ является корнем уравнения $x^2 + kx - 12 = 0$?
7. Решите уравнение:
 а) $\sqrt[3]{1 - 3x} - 4 = 0$; б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x - 2}} = 2$.
8. Докажите, что:
 а) $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} \cdot (2 - \sqrt{2}) = 2$;
 б) $\sqrt[3]{19 + 9\sqrt{6}} + \sqrt[3]{19 - 9\sqrt{6}} = 2$.
9. Упростите выражение:
 а) $\frac{\sqrt[3]{a^4} - \sqrt[3]{b^4}}{\sqrt[3]{a^5} + \sqrt[3]{a^3b^2}} + \frac{\sqrt[3]{b^2}}{a}$; б) $\left(\frac{x - y}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} - \frac{x + y}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} \right) \left(1 - \sqrt[3]{\frac{y}{x}} \right)$.

С—44. Функция $y = \sqrt[3]{x}$ и ее график (п. 27Д)

1. В таблице указаны значения функции $y = \sqrt[3]{x}$, соответствующие некоторым значениям x :

Пользуясь таблицей, постройте график этой функции (масштаб: 1—1 см).

2. По графику функции $y = \sqrt[3]{x}$ найдите:
 а) значение y при $x = -4,5$; 5; 6,5;
 б) при каком x значение y равно $-0,5$; 1,5.
3. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt[3]{x}$ точка:
 А $(-27; -3)$; В $(8; -2)$; С $(2,197; 1,3)$; D $(-0,343; -0,7)$?
4. Сравните:
 а) $\sqrt[3]{-217}$ и $\sqrt[3]{-219}$; в) $5\sqrt[3]{11}$ и $3\sqrt[3]{37}$;
 б) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$ и $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$; г) $6\sqrt[3]{-3}$ и $4\sqrt[3]{-5}$.
5. Расположите в порядке возрастания числа:
 $2\sqrt[3]{6}$, $-3\sqrt[3]{2}$, $-2\sqrt[3]{4}$, $4\sqrt[3]{3}$.

6. Найдите координаты точек пересечения:
 а) графика функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой $x = 0,027$;
 б) графика функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой $y = 2,1$.
7. Изобразите схематически график функции:
 а) $y = \sqrt[3]{x-3}$; б) $y = \sqrt[3]{x-3}$; в) $y = \sqrt[3]{x+2}+1$.

С—45. Неполные квадратные уравнения (п. 21)

1. Решите уравнение:
 а) $x^2 - 1,44 = 0$; г) $13x^2 + 1,69 = 0$;
 б) $\frac{1}{9}x^2 - 2 = 0$; д) $\frac{1}{3}x - 0,3x^2 = 0$;
 в) $0,03x^2 = 0$; е) $0,8x^2 - 0,64x = 0$.
2. Используя таблицу квадратов, решите уравнение:
 а) $47,61 - x^2 = 0$; в) $0,11x^2 - 669,24 = 0$;
 б) $\frac{x}{19} = \frac{171}{x}$; г) $\frac{2x}{136,9} = \frac{0,4}{2x}$.
3. При каких значениях p значения двучленов $1,8p^2 + 3,2p$ и $1,6p + 3,8p^2$:
 а) равны; б) являются противоположными числами?
4. Решите уравнение:
 а) $\frac{3x^2+1}{5} - \frac{x^2+3}{6} - 2\frac{11}{15} = 0$;
 б) $\frac{6x^2-x}{5} - \frac{3x^2-3}{4} - \frac{3x+6}{8} = 0$.
5. При каких значениях a данное уравнение является неполным квадратным уравнением:
 а) $8x^2 + (a^2 - 16)x + 21 = 0$;
 б) $(a+3)x^2 + 10x + a^2 - 9 = 0$?
6. Решите уравнение:
 а) $(0,8x - 3)^2 + (0,1x + 7)(0,2x - 1) - 2 = 0$;
 б) $(3 - 1,4x)^2 + (6 + 0,2x)^2 - (0,3x + 5)(0,1x + 9) = 0$.
7. Решите относительно x уравнение ($b \neq 0$):
 а) $b^2x^2 - 36 = 0$; в) $x^2 + b = 0$;
 б) $\frac{1}{b} + bx^2 = 0$; г) $bx^2 - \frac{4}{b} = 0$.

С—46. Решение квадратных уравнений (п. 22)

1. Выясните, имеет ли уравнение корни и сколько:
 а) $324x^2 - 36x + 1 = 0$; в) $0,4x^2 - x + 3 = 0$;
 б) $12x^2 + 7x + 1 = 0$; г) $0,01x^2 - 0,3x + 2 = 0$.
2. Решите уравнение:
 а) $x^2 + x - 156 = 0$; г) $0,3x^2 + 1,6x = 1,2$;
 б) $0,09x^2 - 0,6x + 1 = 0$; д) $x^2 - 0,2x = 0,1x + 0,1$;
 в) $3x^2 - 0,8x + 1 = 0$; е) $\frac{1}{4}x^2 - 0,4x = x - 1,6$.

3. Решите уравнение $3x^2 - 3x - 2 = 0$ и выполните проверку.
4. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны:
 а) $-0,2$ и $0,7$; б) $\frac{1}{4}$ и $-\frac{1}{5}$; в) $2 - \sqrt{7}$ и $2 + \sqrt{7}$.
5. Решите уравнение:
 а) $(3x-1)^2 + \frac{(x-3)(x+3)}{4} = \frac{(4x-1)^2}{3} - 1$;
 б) $\frac{x^2-x}{2} - \frac{(2x-1)^2}{5} = \frac{(2x-1)(x+1)}{10} - 4$;
 в) $\frac{(5x+3)^2}{4} - \frac{(x+2)(x-2)}{3} - \frac{(3x+1)^2}{2} = 0$;
 г) $\frac{(x+4)^2}{4} - \frac{(2x-1)(x+1)}{5} = (x+3)^2 - 1$.
6. При каких значениях a значения трехчленов
 $0,5a^2 + 0,4a - 1,6$ и $0,2a^2 + 0,2a - 0,8$:
 а) равны; б) являются противоположными числами?
7. Решите уравнение:
 а) $(2x+3)^2 - (4x-1)(x+6) - (x-4)^2 = 1$;
 б) $(3x+1)(x-2) - (2x-3)^2 - (x-2)^2 = 0$;
 в) $(x^2+2x-1)^2 - x^2(x^2+4x-2) = 0$;
 г) $(x^2+x-2)^2 - x^2(x^2+2x-2) - 8 = 0$.
8. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = 6x^2 - x - 1$ с осями координат.

С—47. Решение задач с помощью квадратных уравнений (п. 23)

1. Члены волейбольной команды обменялись фотографиями. Всего было подарено 156 фотографий. Сколько человек было в команде?
2. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, в котором число диагоналей на 18 больше числа сторон?
3. В прямоугольнике диагональ в 1,25 раза больше одной стороны и на 8 см больше другой. Найдите площадь прямоугольника.
4. Фотография размером 10×15 см наклеена на прямоугольный лист картона так, что получилась рамка одинаковой ширины. Определите ширину рамки, если известно, что площадь листа картона равна 336 см^2 .
5. От прямоугольного листа картона, длина которого равна 32 см, а ширина 24 см, отрезали по углам равные

квадраты, а из оставшейся части склеили коробку, площадь основания которой равна 384 см^2 . Найдите сторону квадрата.

6. Разность двух натуральных чисел равна 12, а разность их кубов равна 35 028. Найдите эти числа.
7. Тело, брошенное вверх, через 1 с оказалось на высоте 25 м. Известно, что высота, которую достигает тело, вычисляется по формуле $h = v_0 t - 5t^2$, где v_0 — начальная скорость (в м/с), t — время (в секундах). Определите, в какой момент времени тело окажется на высоте 45 м.

С—48. Теорема Виета (пп. 24, 28Д)

1. Решите уравнение и выполните проверку, используя теорему, обратную теореме Виета:
- а) $x^2 - 2,8x + 1,96 = 0$; г) $0,6x^2 = 0,4 - x$;
б) $x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3} = 0$; д) $x^2 - 0,2x = 1,95$;
в) $\frac{1}{4}x^2 + 8 = x$; е) $2x^2 + 2,1 = 7,6x$.
2. Один из корней уравнения $3x^2 + 1,5x + c = 0$ равен $-3,5$. Найдите c .
3. Один из корней уравнения $16x^2 - 10x + k = 0$ в 4 раза больше другого. Найдите k .
4. При каком значении a уравнение $3x^2 - (a + 3)x + 16 = 0$ имеет два корня, один из которых на $\frac{2}{3}$ больше другого?
5. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $5x^2 - 16x + p = 0$, причем $3x_1 + 5x_2 = 12$. Найдите p .
6. Разность квадратов корней уравнения $3x^2 - 2x + c = 0$ равна $\frac{8}{9}$. Найдите c .
7. Составьте квадратное уравнение с рациональными коэффициентами, один из корней которого равен:
- а) $3 - \sqrt{3}$; б) $-\sqrt{13}$; в) $\frac{1}{\sqrt{5} + 1}$.
8. Зная, что уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни x_1 и x_2 , составьте квадратное уравнение, имеющее корни:
- а) $x_1 - 3$ и $x_2 - 3$; б) $4x_1$ и $4x_2$; в) $\frac{8}{x_1}$ и $\frac{8}{x_2}$.
9. Какая зависимость существует между корнями квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ и уравнения $x^2 + bx + ac = 0$.

С—49. Выражения, симметрические относительно корней квадратного уравнения (п. 29Д)

- Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 8x - 11 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; б) $x_1^2 + x_2^2$; в) $(x_1 - x_2)^2$; г) $x_1^3 + x_2^3$.
- Известно, что сумма квадратов корней уравнения $x^2 - 3x + q = 0$ равна 2249. Найдите корни уравнения и q .
- Квадрат разности корней уравнения $x^2 + px + 1880 = 0$ равен 49. Найдите корни уравнения и коэффициент p .
- Найдите значение m , при котором сумма квадратов корней уравнения $x^2 - (m - 4)x - m - 4 = 0$ равна 40.
- Известно, что уравнение $x^2 + kx - 12 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Выразите через k :
а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; в) $x_1^2 + x_2^2$; д) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$;
б) $(x_1 + x_2)^2$; г) $(x_1 - x_2)^2$; е) $x_1^3 + x_2^3$.
- Известно, что уравнение $5x^2 + bx + c = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Составьте уравнение, корнями которого являются:
а) противоположные им числа;
б) обратные им числа.
- Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:
а) $x_1 + \frac{1}{x_1}$ и $x_2 + \frac{1}{x_2}$; б) $\frac{x_1 + 1}{x_1 - 1}$ и $\frac{x_2 + 1}{x_2 - 1}$.

С—50. Исследование квадратного уравнения (п. 30Д)

- Определите, имеет ли уравнение корни и если имеет, то каковы их знаки:
а) $99x^2 + 69x + 2 = 0$; в) $x^2 + x - \sqrt{5} + 2 = 0$;
б) $17x^2 - 67x - 4 = 0$; г) $x^2 + 3x - 5 + 3\sqrt{5} = 0$.
- Выясните, пересекает ли график функции $y = f(x)$ ось x (при положительном ответе укажите, как расположены точки пересечения относительно оси y), если:
а) $y = 5x^2 - 8x + 3$; в) $y = 4x^2 + x - 3$;
б) $y = 3x^2 + 2x + 7$; г) $y = x^2 - 2,4x - 13$.
- При каком b уравнение
$$(1,5b + 4)x^2 - (b + 8)x + 8 = 0$$
имеет единственный корень?
- При каких значениях c имеет два корня уравнение:
а) $4x^2 - (c + 8)x + c = 0$; б) $(c + 3)x^2 + 2cx + c = 0$?

5. Существует ли такое значение a , при котором уравнение $x^2 + ax + a - 8 = 0$:
 а) не имеет корней; б) имеет один корень; в) имеет два корня?
6. Укажите наименьшее целое значение b , при котором уравнение $x^2 + 9x + 3b - 1 = 0$ не имеет корней.
7. Докажите, что если $b = m + \frac{c}{m}$, где m и c — рациональные числа, то корни уравнения $x^2 + bx + c = 0$ являются рациональными числами.

С—51. Решение дробных рациональных уравнений (п. 25)

1. Решите уравнение

$$\frac{3x+13}{x+1} - 4 = \frac{x+11}{x^2-1}$$

и выполните проверку.

2. Решите уравнение:

а) $\frac{x^2-1}{x+4} = \frac{2x-1}{4+x}$;

г) $\frac{2p+7}{p+3} = \frac{p-1}{2p+3}$;

б) $\frac{1-x^2}{x-5} = \frac{3x+9}{5-x}$;

д) $\frac{2x-1}{x-3} = \frac{x+1}{3x-21}$;

в) $\frac{6x-1}{x-1} = \frac{x^2+4}{1-x}$;

е) $\frac{4y+1}{2y-4} = \frac{3y-1}{y-1}$.

3. При каких значениях c :

а) значения дробей $\frac{5c-3}{c+1}$ и $\frac{c}{c-2}$ равны;

б) значения дробей $\frac{20}{c^2+16}$ и $\frac{3}{1-c^2}$ являются противоположными числами?

4. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{2x-1}{x-1} - 1 = \frac{x+4}{x^2-1}$;

в) $\frac{2x+1}{x-2} + 4 = \frac{3x-1}{3-x}$;

б) $1 + \frac{4}{x+1} = \frac{3x}{2x-1}$;

г) $\frac{6x-2}{x+1} - 1 = \frac{3x-2}{2x-1}$.

5. Докажите, что график функции $y = \frac{5x+1}{x-3}$ не пересекает прямую $y = 5$.

6. Найдите координаты точек пересечения графиков функций:

а) $y = \frac{1}{x}$ и $y = 1,25 - x$;

б) $y = \frac{2x-3}{x+1}$ и $y = 3x - 11$.

7. Решите уравнение:

а) $\frac{6x}{3x-1} - \frac{8}{3x+1} + \frac{48}{9x^2-1} = 7$;

б) $\frac{3x-8}{x+2} + \frac{18}{x-2} - \frac{7x^2-28}{x^2-4} = 0$;

$$в) \frac{1}{x-4} + \frac{3}{x+4} = \frac{1}{x-2} + \frac{9}{x+4};$$

$$г) \frac{x+18}{8x^3-1} - \frac{x+3}{2x-1} + \frac{2x^2-x+8}{4x^2+2x+1} = 0.$$

С—52. Решение задач с помощью рациональных уравнений (пп. 26, 31Д)

1. В одном фермерском хозяйстве урожайность гречихи с 1 га была на 2 ц больше, чем в другом. В результате в первом хозяйстве собрали на 70 ц гречихи больше, чем во втором, хотя под гречиху было отведено на 10 га меньше. Какая площадь была отведена под гречиху в каждом хозяйстве, если известно, что в первом собрали 3220 ц гречихи?
2. К раствору, содержащему 20 г соли, добавили 70 г воды, после чего его концентрация уменьшилась на 2%. Сколько воды содержал раствор первоначально и какова была его концентрация?
3. Два автомобиля выехали одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу и через час встретились. Не останавливаясь, они продолжали движение с той же скоростью, причем первый прибыл в В на 27 мин позже, чем второй прибыл в А. Расстояние между пунктами А и В равно 90 км. Найдите скорость каждого автомобиля.
4. Из пунктов А и В, расстояние между которыми равно 42 км, вышли одновременно навстречу друг другу два лыжника. Лыжник, вышедший из А, прибыл в В через 2 ч 40 мин после встречи, а лыжник, вышедший из В, прибыл в А через полтора часа после встречи. На каком расстоянии от А произошла встреча?
5. После двух последовательных снижений цены на товар на одно и то же число процентов цена снизилась с 5000 р. до 405 р. На сколько процентов снижалась цена на товар каждый раз?
6. Банк принимает вклады с ежегодной выплатой $p\%$ от всей накопленной суммы. Вкладчик положил в банк 50 000 р. и спустя два года его вклад составил 54 080 р. Найдите p .
7. Бак вместимостью 40 л полностью заполнен глицерином. Из него отлили несколько литров глицерина и дополнили бак водой. Затем отлили еще столько же литров смеси. В результате в баке осталось 25,6 л глицерина. Сколько литров глицерина отлили из бака в первый раз?

С—53. Графический способ решения уравнений

1. Постройте график функции $y = x^2$. Используя этот график, решите уравнение:
а) $x^2 - 0,5x - 1,5 = 0$; б) $2x^2 + 3x - 2 = 0$.
Выполните проверку с помощью формулы корней.
2. Постройте график функции $y = x^3$. С помощью этого графика решите уравнение:
а) $x^3 - 3 = 0$; б) $x^3 - x + 3 = 0$.
3. Решите графически уравнение:
а) $\frac{4}{x} = x + 1$; б) $\frac{5}{x} = x^2$; в) $\frac{6}{x} = \sqrt{x}$.
4. Изобразив схематически графики функций, выясните, сколько корней имеет уравнение и каковы их знаки:
а) $\sqrt{x-1} = 2x + 1$; б) $\sqrt{x+5} = \frac{10}{x}$.
5. С помощью графиков выясните, сколько корней может иметь уравнение $\sqrt{x-a} = b-x$, где a и b — некоторые числа.
6. Решите графически уравнение:
а) $1,5x - 2 = \frac{12}{|x|}$; б) $\frac{1}{|x|} = x^2$.
7. С помощью графиков выясните, сколько корней может иметь при различных значениях a уравнение $ax = M$, если:
а) $M = \frac{2}{x}$; б) $M = \frac{3}{|x|}$; в) $M = \sqrt{x}$; г) $M = |x - 2|$.

С—54. Сравнение чисел

1. Поставьте вместо многоточия знак $=$, или $>$, или $<$ так, чтобы получилось верное равенство или неравенство:
а) $-\frac{9}{11} \dots -\frac{3}{8}$; б) $11\sqrt{7} \dots 7\sqrt{11}$;
в) $-0,37 \dots -7$; г) $-5\sqrt{5} \dots -8\sqrt{3}$.
2. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:
а) $6826 \cdot \frac{1}{8}$ и $6826 : \frac{1}{8}$;
б) $5045 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$ и $5045 : \left(-\frac{1}{5}\right)$;
в) $0,8 - 3,4 \cdot 2,6$ и $0,012$;
г) $(3,6 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,4 \cdot 10^9)$ и 50 .

3. Известно, что $x < 0$, $y > 0$. Сравните с нулем значение выражения:
- а) $3x^4y^5$; в) $x^7 - 5y$; д) $x^2 + 3y^7$;
 б) $-x^3y^3$; г) $7y^3 - x^5$; е) $x^5 - 6y^3$.
4. Сравните числа b и c , если известно, что разность $b - c$ равна:
- а) $(-1,8)^{15} \cdot (-0,76)^9$; в) $(2,3 - \sqrt{5})^7$;
 б) $(-3,01)^{16} \cdot (-2,8)^{13}$; г) $(3\sqrt{6} - 6\sqrt{3})^3$.
5. Известно, что $x < y$. Может ли разность $x - y$ выражаться числом:
- а) $(-0,2)^5 - (-0,6)^4$; в) $5\sqrt{18} - 18\sqrt{5}$;
 б) $(-2,7)^3 \cdot (-3,1)^8$; г) $(5 - 3\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{17} - 4)$?
6. Сравните числа a и b , если известно, что:
- а) $a = b - 2,16$; в) $a + 1,08 = b + 0,96$;
 б) $a = b + (-2,1)^{12}$; г) $a - 7,8 = b - 5,1$.
7. Не используя калькулятора, сравните значения выражений:
- а) $\sqrt{5} + \sqrt{7}$ и $\sqrt{2} + \sqrt{10}$; б) $2 + \sqrt{11}$ и $\sqrt{7} + 2\sqrt{2}$.
8. На координатной прямой отмечено число 0, а также числа a , b , c и d (рис. 14). Поставьте вместо многоточия знак $=$, или $>$, или $<$ так, чтобы получилось верное равенство или неравенство:
- а) $(a - c)(d - b) \dots 0$; в) $ab - bc \dots 0$;
 б) $ad(b - a) \dots 0$; г) $(a - b)(d - c) \dots 0$.

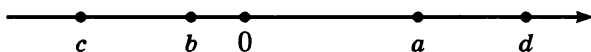


Рис. 14

С—55. Доказательство неравенств (п. 28)

1. Из данных выражений выберите те, которые при любых значениях b принимают положительные значения:

$$4b^2, \quad b^2 + 14, \quad (b - 5)^2 + 26, \quad (b + 6)^2 \cdot (b + 8)^2, \\ (b + 2)^2 + (b - 2)^2, \quad (b + 4)^2 - 1, \quad (b^2 - 36)^2 + (b - 6)^2.$$

2. Используя выделение квадрата двучлена, докажите неравенство:
- а) $169a^2 - 78a + 11 > 0$; в) $144c^2 > 168c - 50$;
 б) $196b^2 - 28b + 3 > 0$; г) $121c^2 - 20c > 2c - 6$.

3. Докажите неравенство:

а) $\frac{b^2}{4} > \frac{4b-9}{2}$; в) $\frac{(5a+2)^2}{10} > a - \frac{1}{5}$;

б) $\frac{(c+7)^2}{2} > 4c$; г) $\frac{a^4}{1+a^8} \leq \frac{1}{2}$.

4. Докажите, что:

а) $a + \frac{9}{16a} \geq 1,5$ при $a > 0$; б) $1,2 \leq \frac{b}{4} + \frac{1,44}{b}$ при $b > 0$.

5. Докажите, что при $a > -2$ выражение

$$\frac{a^2+4}{a-2} + \left(\frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2} \right) \left(1 + \frac{2}{a} \right)$$

принимает положительное значение.

6. Туристы в первый день проехали 12 км по озеру, а во второй день они проехали 6 км по течению реки и 6 км против течения реки. Скорость течения реки 2 км/ч. В какой из дней туристы затратили больше времени?

7. Верно ли, что сумма медиан треугольника больше его полупериметра, но меньше периметра?

С—56. Свойства числовых неравенств (п. 29)

1. Расположите в порядке убывания числа k , l , p и m , если известно, что $l < m$, $p > m$, $l > k$.

2. Известно, что $a > b$. Поставьте вместо многоточия знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $a + 3,16 \dots b + 3,16$;

б) $-\frac{a}{0,08} \dots -\frac{b}{0,08}$;

в) $b \cdot (-2)^{11} \dots a \cdot (-2)^{11}$;

г) $-\sqrt{10} b \dots -\sqrt{10} a$;

д) $(7 - \sqrt{50}) a \dots (7 - \sqrt{50}) b$;

е) $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) b \dots (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) a$.

3. Известно, что $x < y$. Расположите в порядке возрастания числа:

$$y, \quad x - 1,6, \quad x - 1\frac{4}{7}, \quad y + 1,1, \quad x.$$

4. Известно, что k , m , p , l — положительные числа, причем $k < l$, $m > l$, $m < p$. Изобразите на координатной прямой числа $\frac{1}{k}$, $\frac{1}{l}$, $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{m}$.

5. Пользуясь тем, что $3,8 < \sqrt{15} < 3,9$, оцените значение выражения:

а) $\sqrt{15} - 2$; б) $\sqrt{60}$; в) $-\sqrt{135}$; г) $5 - \sqrt{15}$.

6. Зная, что $0,5 < b < 0,6$, оцените значение выражения:
 а) $3b + 2$; б) $-6b$; в) $\frac{1}{b}$; г) $12 - \frac{3}{b}$.
7. Зная, что $x > y > 0$, сравните значения выражений:
 а) $0,6x$ и $0,4y$; б) $-3,8x$ и $-3,2y$;
 в) $x - 0,6$ и $y - 0,9$; г) $5,4 - x$ и $4,3 - y$.

С—57. Сложение и умножение числовых неравенств (п. 30)

1. Сложите почленно неравенства:
 а) $-\frac{1}{8} > -\frac{7}{16}$ и $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$;
 б) $-7,11 < -6,95$ и $0,16 < 1,01$.
2. Перемножьте почленно неравенства:
 а) $1,8 < 2,4$ и $\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$;
 б) $\sqrt{3} > 1,73$ и $\sqrt{10} > 3,16$.
3. Верно ли, что:
 а) если $a > 11$ и $b > 10$, то $3a + 2b > 53$;
 б) если $a > 6$ и $b > 8$, то $7a + 5b > 85$;
 в) если $a > 13$ и $b > 11$, то $5a + 4b > 105$;
 г) если $a > 43$ и $b < -14$, то $6a - 3b > 300$?
4. Докажите, что:
 а) если $x > 1,4$ и $y > 3,3$, то $5x + 3y > 16$;
 б) если $x > 8,4$ и $y > 6,1$, то $4x + 5y > 62$;
 в) если $a > 0,18$ и $b < -0,16$, то $6a - b > 1,1$;
 г) если $a > 3,75$ и $b < -0,75$, то $4a - 8b > 21$.
5. Зная, что $3,3 < x < 3,4$ и $1,1 < y < 1,2$, оцените:
 а) $x + y$; б) $x - y$; в) xy ; г) $\frac{x}{y}$.
6. Пользуясь тем, что $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ и $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, оцените:
 а) $2\sqrt{3} + 4\sqrt{5}$; б) $\sqrt{15}$; в) $\sqrt{60}$; г) $\sqrt{15} + \sqrt{12}$.
7. Зная, что $2,4 < x < 2,5$ и $4,8 < y < 4,9$, оцените значение выражения:
 а) $3x + 2y$; б) $x - \frac{y}{4}$; в) $xy - 1$; г) $0,4y - \frac{x}{4}$.
8. В треугольнике со сторонами a см, b см и c см соединили середины сторон. Оцените периметр образовавшегося треугольника, если $12,1 \leq a \leq 12,2$, $14,5 \leq b \leq 14,6$, $18,3 \leq c \leq 18,4$.

С—58. Числовые промежутки (п. 33)

1. Укажите все целые числа, принадлежащие промежутку:
 а) $(-0,07; 3,02)$; б) $(-\sqrt{15}; \sqrt{15})$; в) $(-2\sqrt{5}; 3\sqrt{2})$.

2. Укажите два положительных и два отрицательных числа, принадлежащие промежутку:
 а) $(-0,001; 0,001)$; б) $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$; в) $(-\sqrt{3}; \sqrt{2})$.
3. Пользуясь тем, что $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ и $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$, выясните, принадлежит ли промежутку $[1; 7]$ число:
 а) $\sqrt{6} + \sqrt{11}$; б) $\sqrt{11} - \sqrt{6}$; в) $\sqrt{66} - 1$; г) $\sqrt{24} - \sqrt{11}$.
4. Укажите все дроби вида $\frac{b}{36}$, где $b \in N$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right]$.
5. Принадлежит ли число $15,3$ промежутку $(8,4; 15,4)$? Укажите пять чисел, которые больше чем $15,3$ и принадлежат этому промежутку.
6. Найдите пересечение и объединение промежутков:
 а) $[-1,5; 6]$ и $[-0,5; 8]$; б) $(-4,5; +\infty)$ и $(-\infty; 8,2)$.
7. Известно, что $X = A \cap B$ и $Y = A \cup B$. Укажите, если возможно, наименьший и наибольший элементы множества X и множества Y , если:
 а) $A = (-5; 10)$ и $B = [-7; 12]$;
 б) $A = [-54; 44]$ и $B = (-26; 48)$.

С—59. Решение неравенств (п. 34)

1. Найдите множество решений неравенства $37x - 2 < 39x - 5$ и выясните, принадлежит ли этому множеству число:
 а) $1,501$; б) $\sqrt{5}$; в) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.
2. Решите неравенство:
 а) $27 - x < 47$; г) $0,6x - 0,8x \leq \frac{1}{7}$;
 б) $1 + 27x \geq 0$; д) $6,4 < 1,6(4x - 1)$;
 в) $184x - 2,02 > 83x$; е) $5,8x - 2 > 2(2,9x - 3)$.
3. Найдите множество решений неравенства:
 а) $\frac{1}{7}(7x - 14) - 0,6(x - 3) > 0,2(3x - 2)$;
 б) $0,9(1 - 2x) - 0,3(6 - x) \leq -(x - 1)$;
 в) $(3x - 5)(4x + 1) - 2x(6x - 3) > -5(x + 2)$;
 г) $(2x - 3)(8x + 1) - (4x - 1)^2 > -2(3 - x)$.
4. Решите неравенство:
 а) $\frac{3-8x}{5} - \frac{2-6x}{3} \leq 0$;
 б) $\frac{6-x}{2} - \frac{3-2x}{5} + 0,1x < 0$;
 в) $\frac{15x-2}{12} + \frac{3-6x}{6} < 1 - \frac{5-2x}{4}$;
 г) $\frac{5x-1}{6} - \frac{3-2x}{3} > \frac{3-4x}{4} - 2$.

5. При каких значениях b :
- сумма дробей $\frac{3b-1}{6}$ и $\frac{2-b}{4}$ меньше 3;
 - разность дробей $\frac{1-7b}{5}$ и $\frac{1-2b}{10}$ больше 1,8?
6. При каких натуральных значениях x верно неравенство:
- $x-1+\frac{6-x}{3}-\frac{x}{5}<\frac{3x+17}{10}$;
 - $x+\frac{3x-1}{8}-\frac{x-2}{4}>\frac{3x-6}{2}$?
7. Найдите наибольшее целое значение a , при котором разность дробей $\frac{34-4a}{3}$ и $\frac{8-3a}{4}$ положительна.

С—60. Применение неравенств в задачах (п. 34)

- При каких значениях x функция $y = \frac{1}{6}x + 24$ принимает:
 - положительные значения;
 - отрицательные значения?
- Найдите область определения функции:
 - $y = \sqrt{-1,5x+2}$;
 - $y = \frac{\sqrt{0,7x-4,9}}{x-9}$;
 - $y = \frac{x-4}{\sqrt{5-0,3x}}$.
- Составьте какое-либо неравенство вида $ax < b$, множеством решений которого является промежуток:
 - $(-\infty; 9)$;
 - $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$;
 - $(-\infty; +\infty)$.
- При каких значениях p :
 - уравнение $6p - 4x = p + 2$ имеет положительный корень;
 - уравнение $3(p - x) = p - 7x$ имеет отрицательный корень?
- При каких значениях b неравенство $3bx > 8 - 12x$ имеет такое же множество решений, что и неравенство $x > \frac{8}{3b+12}$?
- Существует ли такое значение a , при котором неравенство $ax + 6 > 3x - 1$ не имеет решений (при положительном ответе укажите это значение)?
- Для изготовления новогодних подарков детский сад решил приобрести красочные бумажные пакеты. Их можно купить в магазине по цене 1 р. 60 к. за пакет

или приобрести в мастерской, которая берет по 1 р. за пакет и еще 2 р. 50 к. за оформление заказа. Укажите наибольшее число пакетов, при котором детскому саду выгоднее купить их в магазине, чем заказать в мастерской.

С—61. Решение систем неравенств (п. 35)

1. Найдите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} 16 - 3x > 0, \\ 7x - 2 > 4 + 2x. \end{cases}$$

Пользуясь тем, что $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ и $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ определите, принадлежит ли этому множеству число:

а) $\sqrt{18}$; б) $\sqrt{6} + \sqrt{3}$; в) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$.

2. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} 0,9x - 2,6 < 0,6x + 0,1, \\ 2 - 1,7x > 2 - 1,6x; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3(0,2x - 1) < 11 + 2(0,1x + 2), \\ 4(1 - 0,5x) < 2 - 5(1,2 - 0,2x); \end{cases}$

в) $\begin{cases} (8x - 3)^2 - 16x(4x - 2) < -7, \\ 0,4(2 - x) + x < 2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} (5x - 3)(3x + 2) - 3x(5x + 1) > 0, \\ 0,6(x - 2) - 1,6x < 3,4. \end{cases}$

3. Найдите множество решений системы неравенств:

а) $\begin{cases} \frac{3 - 2x}{2} - 1 < 0, \\ \frac{2x}{3} - \frac{x}{4} < 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 1 - \frac{5 - x}{2} < 2 - \frac{1 + 9x}{8}, \\ 1 - \frac{x + 1}{4} > 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x + 2 > \frac{2 - x}{4}, \\ x - \frac{x - 2}{2} > 2,5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2 - \frac{5x + 2}{6} < 3 - \frac{x + 1}{3}, \\ 5 - \frac{x + 4}{2} > 0. \end{cases}$

4. Найдите целые решения системы неравенств:

а) $\begin{cases} 3x - \frac{5x - 1}{2} \geq 0, \\ 1 - \frac{3x}{5} > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 12x(3x + 1) - (6x + 1)^2 < 2x, \\ 0,5(x - 4) < 0,3(x - 1); \end{cases}$

$$\text{в)} \begin{cases} 1 - \frac{3-2x}{4} > 0, \\ \frac{6x-8}{3} < \frac{4x+1}{4}; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} 0,1(4-x) + 1,1(x+8) \leq 9,2, \\ 0,6x - 0,5(x-4) < 0,2x + 2,4. \end{cases}$$

5. При каких значениях a система неравенств

$$\begin{cases} 2x - 1 > a - 9, \\ 5x - 7 < a. \end{cases}$$

не имеет решений?

6. Решите систему неравенств:

$$\text{а)} \begin{cases} 5x + 7 > x + 3, \\ 4x - 3 < 0, \\ 2 - x < 3x; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 6x \leq 0, \\ \frac{x+6}{3} > 0, \\ -7x < 12 - x; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} 8 - 2x < 7, \\ \frac{x+12}{3} \geq 4, \\ 3x - 8 < x + 2. \end{cases}$$

7. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 18,6 см, а его периметр больше 42 см. Какую длину может иметь основание треугольника?

С—62. Решение двойных неравенств (п. 35)

1. Решите двойное неравенство:

$$\text{а)} -4 < 8 - 3x < 5; \quad \text{в)} 0 \leq 2 - 7x \leq 16;$$

$$\text{б)} -2,5 \leq \frac{3x-12}{4} \leq 1,5; \quad \text{г)} -1,4 < \frac{7-2x}{6} < 5,8.$$

2. При каких значениях a :

а) значения двучлена $19 - 2a$ принадлежат промежутку $[-3; 3]$;

б) значения дроби $\frac{6-2,5a}{8}$ принадлежат промежутку $[-2; 0]$?

3. Укажите наименьшее и наибольшее целые числа, удовлетворяющие двойному неравенству:

$$\text{а)} -9 \leq 8 - 17x \leq 9; \quad \text{б)} -2,1 < \frac{5x-3}{9} < 4,5.$$

4. Решите систему:

$$\text{а)} \begin{cases} 0,7x - 3,5 > 0, \\ -10 < 2x - 3 < 10; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} 0,7 - 0,7x < 0, \\ 1,4 < 3,4 - 2x < 4,4; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 12,5 - 0,3x > 11, \\ -7 < 0,4 - x < 7; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} 2,2 - x > 0, \\ 3 < 12 - 4x < 4. \end{cases}$$

5. Найдите множество решений двойного неравенства:
 а) $-0,7 \leq 0,1x - 0,4 \leq 0,1$, принадлежащих промежутку $[-2; 6]$;
 б) $-0,4 \leq 0,6 - 0,2x \leq 0,8$, принадлежащих промежутку $[-1; 7]$.
6. Решите неравенство:
 а) $|x + 3,6| < 5$; б) $|2y - 6| \leq 12$; в) $|11 - 4x| \leq 13$.
7. При каких значениях x верно неравенство:
 а) $4 < |x| < 8$; б) $5 < |x - 2| < 9$?

С—63. Что значит решить уравнение с параметром
 (п. 32Д)

1. Каким — линейным или квадратным — является уравнение

$$a(a + 3)^2 + (4a - 20)x + 7 = 0$$

относительно x при:

- а) $a = -4$; б) $a = 0$; в) $a = 5$; г) $a = -3$?
2. Какие случаи следует выделить при решении уравнения с параметром p :
 а) $px = 10$; б) $(p^2 - 5p)x = 3p - 15$?
3. При каких значениях a уравнения $ax = 12$ и $9x^2 = a^2$ имеют общий корень?
4. Формулой $y = \frac{12}{x-5} + n$ задается семейство дробно-линейных функций. Укажите асимптоты гипербол. Выделите из этого семейства ту гиперболу, которая пересекает ось x в точке:
 а) $(4; 0)$; б) $(-1; 0)$; в) $(-7; 0)$; г) $(0; 0)$.
5. При каких значениях параметра b уравнение $b^2(1 - x) = 8(8 - bx)$:
 а) имеет единственный корень; б) не имеет корней;
 в) имеет бесконечное множество корней?
6. Укажите множество значений параметра a , при которых уравнение $4x^2 - 3ax - a^2 + 1 = 0$:
 а) имеет два корня; б) имеет единственный корень;
 в) не имеет корней.
7. Дано уравнение $2x^2y - 3xy^2 + 7xy - 4x + y - 8 = 0$.
 а) Укажите множество значений x , при которых это уравнение относительно y является линейным; квадратным.

б) Укажите множество значений y , при которых это уравнение относительно x является линейным; квадратным.

С—64. Решение линейных и квадратных уравнений с параметрами (п. 33Д)

1. Решите уравнение относительно y :

а) $by = 9$;

в) $3y - \frac{y}{b} = 2$;

б) $(b^2 + 4b)y = 2b + 8$;

г) $\frac{y-b}{b} - 8 = \frac{y-8}{8} - b$.

2. При каком значении параметра c уравнение

$$(x + 3c + 2)^2 - (x - 3c - 2)^2 = 40:$$

а) имеет корни; б) не имеет корней; в) имеет положительный корень; г) имеет отрицательный корень?

3. При каком значении параметра a уравнение

$$(x + a)^3 - (x - a)^3 = x(3x^2 + a^2)(a - 1)$$

имеет:

а) положительный корень; б) отрицательный корень;
в) корень, равный нулю?

4. Решите относительно x уравнение:

а) $cx^2 - 6x + 1 = 0$;

г) $x^2 - 5x + n = 0$;

б) $px^2 = 9$;

д) $3x^2 - 7px + 4a^2 = 0$;

в) $x^2 - bx = 0$;

е) $x^2 + 3cx + 4c^2 = 0$.

5. При каких значениях параметра b уравнение

$$y^2 - (2b - 1)y + b^2 - b - 2 = 0$$

имеет: а) два положительных корня; б) два отрицательных корня; в) корни разных знаков?

6. Решите уравнение $3x - xy - 2y = 1$ в целых числах.

7. Найдите целые корни уравнения $nx^2 - 26x + n = 0$, зная, что параметр n принимает лишь целые значения.

С—65. Решение дробно-рациональных уравнений, содержащих параметры (п. 34Д)

1. Решите уравнение относительно y :

а) $\frac{6}{x-2} = \frac{a}{x+2}$;

б) $\frac{8}{x-5} + b = 1$;

в) $\frac{1}{x+3} = \frac{4}{x-c}$;

$$\text{г)} \frac{x+4}{x-4} = \frac{a-4}{a+4}; \quad \text{д)} \frac{3x^2 - 8x + 1}{3x - 2} - x = c;$$

$$\text{е)} \frac{x-1}{x+5} - \frac{a}{x-5} = 1.$$

2. Решите уравнение относительно x :

$$\text{а)} \frac{x}{6} - \frac{a}{x} = \frac{x}{a} - \frac{6}{x};$$

$$\text{б)} \frac{x+b}{x^2-x} - \frac{b}{bx-x^2} = \frac{b+1}{(x-1)(x-b)};$$

$$\text{в)} \frac{x-2a+1}{x+3} - \frac{1}{x} + \frac{a^2-6}{x^2+3x} = 0;$$

$$\text{г)} \frac{ax}{a-1} - \frac{x}{x-a} = \frac{a+1}{ax-x+a-a^2}.$$

3. Найдите все целые решения уравнения:

$$\text{а)} \frac{x}{x+1} = \frac{y}{y-1}; \quad \text{б)} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{xy(x-3)}.$$

4. При каких значениях b уравнение $\frac{y+4}{3} = \frac{2by+3b-5}{4y}$ имеет:

а) два корня; б) единственный корень?

5. Докажите, что при любом значении параметра a , отличном от нуля, уравнение

$$\frac{2}{x^2 - ax - 2a^2} - \frac{9}{x^2 - 4a^2} = \frac{12}{x^2 + 3ax + 2a^2}$$

имеет единственный корень, равный a .

6. Решите уравнение относительно x :

$$\frac{x-2}{x} - \frac{a^2}{x^2} + \frac{2a^2}{x^3} = 0.$$

С—66. Решение задач с параметрами (п. 35Д)

- Площадь прямоугольного треугольника равна 6 см^2 . Длина одного катета на b см больше другого. Найдите длины катетов этого треугольника.
- В настоящее время отец в 4 раза старше сына, а n лет тому назад он был старше сына в 10 раз. Сколько лет отцу и сыну в настоящее время?
- В бассейн проведены две трубы. Через первую трубу бассейн наполняется водой на 9 мин быстрее, чем при действии только второй трубы. Если же обе трубы открыть одновременно, то бассейн наполнится водой за b мин. За сколько минут может наполнить бассейн каждая труба, действуя отдельно? Найдите результат при $b = 6$ и при $b = 20$.

4. Велосипедист $\frac{3}{5}$ пути ехал со скоростью 9 км/ч, а $\frac{2}{5}$ пути — со скоростью 12 км/ч. Какова средняя скорость велосипедиста на всем пути?
5. Цифра десятков двузначного числа на 4 меньше цифры единиц. Между цифрами этого числа вставили цифру c . В результате полученное трехзначное число оказалось в 9 раз больше первоначального. Найдите двузначное число.

С—67. Определение степени с целым отрицательным показателем (п. 37)

1. Замените дробь степенью с целым отрицательным показателем:
- а) $\frac{1}{5^4}$; б) $\frac{1}{325}$; в) $\frac{1}{y^6}$; г) $\frac{1}{a^5}$; д) $\frac{1}{x}$.
2. Замените дробью степень:
- а) 7^{-2} ; б) 17^{-1} ; в) b^{-2} ; г) $(a + b)^{-1}$; д) $(3x - y)^{-2}$.
3. Вычислите:
- а) 4^{-2} ; в) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$; д) $(-0,25)^{-2}$; ж) $81 \cdot 3^{-5}$;
 б) $(-5)^{-2}$; г) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}$; е) $-(0,002)^{-3}$; з) $-16 \cdot 2^{-4}$.
4. Представьте в виде дроби выражение:
- а) $7x^{-3}$; в) $9(xy)^{-1}$; д) $a(b - c)^{-2}$;
 б) $-6a^{-4}$; г) $-5ab^{-3}$; е) $(3x)^{-4} \cdot (x - y)^2$.
5. Докажите, что значения выражений при любых допустимых значениях переменных являются взаимно обратными числами:
- а) $\left(\frac{3b}{4}\right)^4$ и $(0,75b)^{-4}$;
 б) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} + \left(\frac{y}{x}\right)^{-1}$ и $\frac{1}{x^{-1}y + xy^{-1}}$;
 в) $(x^2 + y^2)$ и $\frac{(x^{-2} + y^{-2})^2}{(xy)^{-4}}$;
 г) $\frac{a^3}{(1-a)^3}$ и $a^{-3} - 3a^{-2} + 3a^{-1} - 1$.
6. Докажите тождество

$$\frac{(a+b)^3}{(a^{-1} + b^{-1})^3} = a^3 b^3.$$

7. Найдите значение выражения

$$(x^{-1} + y^{-1})(x^{-4} - x^{-3}y^{-1} + x^{-2}y^{-2} - x^{-1}y^{-3} + y^{-4})$$

при $x = \frac{1}{4}$ и $y = -\frac{1}{2}$.

С—68. Свойства степени с целым показателем (п. 38)

1. Представьте в виде степени выражение:

а) a^6a^{-9} ; д) $p : p^{-4}$; и) $(x^{-2}y^{-1})^{-2}$;

б) $b^{-8}b^5$; е) $(a^3)^{-2}$; к) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3}$

в) $x^3 : x^6$; ж) $(b^{-6})^{-3}$; л) $\left(\frac{a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-1}$;

г) $y^{-5} : y^{-6}$; з) $(xy)^{-5}$; м) $\left(\frac{xy^{-3}}{a^{-1}b^{-2}}\right)^3$.

2. Вычислите:

а) $3^4 \cdot 3^{-2}$; г) $2^{-3} : 2^{-4}$; ж) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 9^{-2}$;

б) $3^{-4} \cdot 3^3$; д) $(6^{-1})^{-2}$; з) $\frac{5^{10} \cdot 25^{-6}}{125^{-1}}$.

в) $2^3 : 2^{-1}$; е) $(7^{-4})^0$;

3. Упростите выражение:

а) $4x^{-7}y^9 \cdot 1,75x^8y^{-8}$; в) $\left(\frac{1}{3}x^{-2}y^{-1}\right)^{-2} : (3x^3y^{-1})$;

б) $5^8a^6b^{-9} \cdot 25^{-3}a^{-4}b^9$; г) $\left(\frac{3}{4}x^{-3}y^3\right)^{-2} : \left(1\frac{7}{9}x^{-2}y^3\right)^2$.

4. Представьте в виде рациональной дроби выражение:

а) $(y^{-1} - (x + y)^{-1}) \cdot x^{-1}y$;

б) $(a^{-2}b + ab^{-2})(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$;

в) $(a(b - a)^{-1} + b(a - b)^{-1}) \cdot b^{-1}(b - a)$;

г) $(x^{-2} - y^{-2})(x - y)^{-1}xy$.

5. Докажите тождество

$$\frac{x^{-2} + y^{-2}}{(x + y)^2} + \frac{2x^{-1} + 2y^{-1}}{(x + y)^3} = \frac{1}{x^2y^2}.$$

6. Найдите значение выражения

$$\frac{(a - b)^{-1} - (a + b)^{-1}}{(a - b)^{-1} + (a + b)^{-1}},$$

зная, что $\frac{a}{b} = 3$.

7. Докажите, что при всех допустимых значениях x и y значение выражения

$$(x + 5y)^{-1} (x - y)^{-1} - 4 (x + 5y)^{-1} (5x + y)^{-1} + (y + 5x)^{-1} (y - x)^{-1}$$

не зависит от x и y .

С—69. Стандартный вид числа (п. 39)

1. Запишите в стандартном виде число:

- а) 16 000; г) 32,121; ж) 0,739;
б) 5700; д) 0,009; з) 0,000045.
в) 821,5; е) 0,00036;

2. Представьте в стандартном виде произведение:

- а) $63 \cdot 10^5$; в) $0,023 \cdot 10^6$;
б) $823 \cdot 10^{-5}$; г) $0,0004 \cdot 10^{-4}$.

3. Выразите:

- а) $4,2 \cdot 10^7$ т в граммах;
б) $1,68 \cdot 10^{-4}$ км в метрах;
в) $2,7 \cdot 10^{13}$ г в тоннах;
г) $8,7 \cdot 10^{10}$ см в километрах;
д) $6,3 \cdot 10^{11}$ мг в килограммах;
е) $4,2 \cdot 10^{-9}$ м в микрометрах.

4. Выполните умножение:

- а) $(5,6 \cdot 10^3) \cdot (2,5 \cdot 10^4)$; в) $(1,8 \cdot 10^{-5}) \cdot (2,6 \cdot 10^8)$;
б) $(2,4 \cdot 10^7) \cdot (6,5 \cdot 10^{-4})$; г) $(3,6 \cdot 10^{-2}) \cdot (5,4 \cdot 10^{-4})$.

5. Выполните деление:

- а) $(6,9 \cdot 10^9) : (2,3 \cdot 10^5)$; б) $(1,71 \cdot 10^{-3}) : (1,14 \cdot 10^{-6})$.

6. Представьте в стандартном виде сумму чисел:

- а) $2,8 \cdot 10^5$ и $8,7 \cdot 10^6$; б) $5,4 \cdot 10^{-6}$ и $5,6 \cdot 10^{-5}$.

7. Сравните числа:

- а) $2,3 \cdot 10^8$ и $9,6 \cdot 10^7$; б) $7,9 \cdot 10^{-6}$ и $1,4 \cdot 10^{-4}$.

8. Порядок числа y равен 7. Каков порядок числа:

- а) $1000y$; б) $0,01y$; в) 10^6y ; г) $10^{-8}y$?

9. Каков порядок произведения чисел $a_1 \cdot 10^4$ и $a_2 \cdot 10^6$, если известно, что:

- а) $1 \leq a_1 \leq 2$ и $1 \leq a_2 \leq 5$; в) $7 < a_1 < 10$ и $8 < a_2 < 10$;
б) $4 < a_1 < 6$ и $3 < a_2 < 5$; г) $1 \leq a_1 < 10$ и $1 \leq a_2 < 10$?

С—70. Запись приближенных значений

- Объясните смысл записи:
а) $x = 6,49 \pm 0,05$; в) $n = 3848 \pm 38$;
б) $y = 0,734 \pm 0,042$; г) $p = 8700 \pm 600$.
- Найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения, полученного в результате округления числа:
а) 36,3 до единиц; в) 787 до десятков;
б) 7,45 до десятых; г) 0,6828 до сотых.
- В каких границах заключено число y , если:
а) $y = 36 \pm 1$; г) $y = 28,8 \pm 0,6$;
б) $y = 4,7 \pm 0,4$; д) $y = 0,084 \pm 0,0004$;
в) $y = 13,28 \pm 0,16$; е) $y = 45,8 \pm 2,7$?
- Оцените абсолютную погрешность приближенного значения, записанного верными цифрами числа:
а) 38; г) 4,832;
б) 47,3; д) 46,0;
в) 0,056; е) 0,600.
- Укажите точность приближенного значения x , записанного верными цифрами числа:
а) $x \approx 3,24$; в) $x \approx 0,075$; д) $x \approx 3620$;
б) $x \approx 672,3$; г) $x \approx 0,04$; е) $x \approx 0,070$.
- Оцените абсолютную погрешность значения x , записанного в виде $a \cdot 10^n$ (в множителе a все цифры верные), если:
а) $x \approx 6,9 \cdot 10^4$; б) $x \approx 4,583 \cdot 10^6$.
- Оцените относительную погрешность приближенного значения y , записанного в виде $a \cdot 10^n$ (в множителе a все цифры верные), если:
а) $y \approx 3,27 \cdot 10^3$; г) $y \approx 4,318 \cdot 10^{-4}$;
б) $y \approx 1,58 \cdot 10^{-3}$; д) $y \approx 0,003 \cdot 10^{-2}$;
в) $y \approx 2,470 \cdot 10^7$; е) $y \approx 7,5 \cdot 10^0$.

С—71. Вычисления с приближенными данными на калькуляторе

- Найдите значение выражения (с точностью до 0,01):
а) $ab - bc$, если $a \approx 8,26$, $b \approx 3,48$, $c \approx 1,94$;
б) $\frac{a+b}{a-b}$, если $a \approx 6,28$, $b \approx 3,14$.
- Найдите корни уравнения (с точностью до 0,1):
а) $x^2 - 3,7x + 1,5 = 0$; б) $3x^2 - 0,4x - 2,1 = 0$.

3. Длина прямоугольного участка равна x км, а ширина равна y км. Найдите периметр и площадь этого участка, если $x = 3,6 \pm 0,1$, $y = 4,5 \pm 0,1$.
4. Плотность железа равна $7,9 \text{ г/см}^3$. Какова масса железного шара, объем которого равен $0,6238 \text{ м}^3$?
5. Какой объем занимает $10,6 \text{ т}$ риса, если известно, что плотность риса равна $1,2 \text{ г/см}^3$?
6. Масса Солнца равна $1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, масса Марса — $6,5 \cdot 10^{23} \text{ кг}$. Во сколько раз масса Солнца больше массы Марса?

Вариант 1

К—1 (§ 1Д, 2Д)

1. Даны множества

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 25\} \text{ и } B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 3\}.$$

Задайте эти множества путем перечисления элементов. Какое из высказываний верное: $A \subset B$ или $B \subset A$?

2. M — множество простых двузначных чисел, меньших 50. Выпишите элементы этого множества и найдите $n(M)$.
3. Найдите объединение и пересечение множеств K и L , если K — множество натуральных чисел, кратных 4 и меньших 30, а L — множество натуральных чисел, кратных 6 и меньших 40.
4. В школе № 5 в 7-м классе преподают 8 учителей, а в 8-м классе — 9 учителей, причем 5 из них преподают и в 7-м и в 8-м классах. Сколько всего учителей ведут преподавание в 7-м и 8-м классах этой школы?
5. Изобразите в координатной плоскости множества точек, координаты которых образуют множества $\{(x; y) \mid x \geq 0 \text{ и } x \leq 3\}$ и $\{(x; y) \mid y \geq 1 \text{ и } y \leq 4\}$, и заштрихуйте фигуру, образовавшуюся в результате пересечения этих множеств.

6. Найдите значение выражения $\left(1,5 + 2\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{8}{15}$ и определите, какому из множеств N , \mathbb{Z} или \mathbb{Q} это значение принадлежит.

7. Расположите в порядке возрастания числа:

$$-1,5; \quad \frac{6}{7}; \quad 5\frac{4}{11}; \quad -3\frac{1}{3}; \quad \frac{7}{8}; \quad 5, (34).$$

Вариант 2

К—1 (§ 1Д, 2Д)

1. Даны множества

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 9\} \text{ и } D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| < 5\}.$$

Задайте эти множества путем перечисления элементов. Какое из высказываний верное: $C \subset D$ или $D \subset C$?

2. K — множество двузначных чисел кратных 13. Выпишите элементы этого множества и найдите $n(K)$.

3. Найдите объединение и пересечение множеств A и B , если A — множество натуральных чисел, кратных 7 и меньших 60, а B — множество натуральных чисел, кратных 14 и меньших 70.
4. В нашем классе можно изучать по выбору английский и немецкий языки. Английский язык изучают 23, немецкий — 16, а оба эти языка — 5 учащихся. Сколько школьников в нашем классе, если известно, что каждый из нас изучает хотя бы один из этих языков?
5. Изобразите в координатной плоскости множества точек, координаты которых образуют множества $\{(x; y) \mid x \geq 1 \text{ и } x \leq 4\}$ и $\{(x; y) \mid y \geq 0 \text{ и } y \leq 3\}$, и заштрихуйте фигуру, получившуюся в результате пересечения этих множеств.
6. Найдите значение выражения
$$\frac{\left(\frac{2}{7} - \frac{3}{8}\right) \cdot 11,2}{\left(3,5 + \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{2}{7}}$$
 и определите, какому из множеств N , Z или Q это значение принадлежит.
7. Расположите в порядке убывания числа:

$$\frac{7}{9}; \quad -2,6; \quad \frac{5}{8}; \quad -2\frac{2}{3}; \quad 3,(46); \quad 3\frac{6}{13}.$$

Вариант 3

К—1 (§ 1Д, 2Д)

1. Даны множества

$$A = \{x \mid x \in Z, x^2 \leq 16\} \text{ и } C = \{x \mid x \in Z, |x| \leq 3\}.$$

Задайте эти множества путем перечисления элементов. Какое из высказываний верное: $A \subset C$ или $C \subset A$?

2. P — множество составных двузначных чисел, больших 16 и меньших 32. Выпишите элементы этого множества и найдите $n(P)$.
3. Найдите объединение и пересечение множеств B и D , если B — множество двузначных чисел, кратных 10, а D — множество двузначных чисел, кратных 15.
4. В нашем доме 18 человек — грибники, 21 — любители рыбной ловли, причем 10 из них любят собирать грибы и ловить рыбу. Сколько человек из нашего дома занимаются сбором грибов или рыбной ловлей?
5. Изобразите в координатной плоскости множества точек, координаты которых образуют множества $\{(x; y) \mid x \geq -2 \text{ и } x \leq 3\}$ и $\{(x; y) \mid y \geq -2 \text{ и } y \leq 4\}$, и заштрихуйте фигуру, образовавшуюся в результате пересечения этих множеств.

6. Найдите значение выражения $\frac{\left(2,5 + 3\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{5}{23}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{6}{7}\right) : 1\frac{3}{7}}$ и определите, какому из множеств N , Z или Q это значение принадлежит.

7. Расположите в порядке убывания числа:

$$-5\frac{5}{6}; \quad \frac{4}{11}; \quad -1,6; \quad \frac{3}{8}; \quad 0,376; \quad -5,(8).$$

Вариант 4

К—1 (§ 1Д, 2Д)

1. Даны множества

$$B = \{x \mid x \in Z, x^2 < 10\} \text{ и } D = \{x \mid x \in Z, |x| < 4\}.$$

Задайте эти множества путем перечисления элементов. Какое из высказываний верное: $B \subset D$ или $D \subset B$?

2. L — множество двузначных чисел, кратных 9. Выпишите элементы этого множества и найдите $n(L)$.
3. Найдите объединение и пересечение множеств C и P , если C — множество натуральных нечетных чисел, меньших 20, а P — множество натуральных чисел, меньших 23 и дающих при делении на 3 остаток, равный 1.
4. На берегу озера собралась группа спортсменов — 32 человека. Все они или плавают, или играют в волейбол. Известно, что 22 из них — пловцы, 18 — волейболисты. Сколько человек из этой группы занимаются тем и другим видом спорта?
5. Изобразите в координатной плоскости множества точек, координаты которых образуют множества $\{(x; y) \mid x \geq 2 \text{ и } x \leq 5\}$ и $\{(x; y) \mid y \geq -1 \text{ и } y \leq 2\}$, и заштрихуйте фигуру, образовавшуюся в результате пересечения этих множеств.

6. Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{4}{9} - \frac{2}{5}\right) \cdot 13,5}{\left(4,2 + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{23}}$ и определите, какому из множеств N , Z или Q это значение принадлежит.

7. Расположите в порядке возрастания числа:

$$\frac{3}{7}; \quad -3,8; \quad \frac{5}{9}; \quad -3,(8); \quad 4\frac{2}{7}; \quad 4,286.$$

1. Докажите, что $3^{10} + 9^4 - 27^3$ делится на 21.
2. Докажите, что при любом целом a значение выражения $a^3 + 17a$ кратно 6.
3. В четырехзначном числе 379* замените звездочку цифрой так, чтобы полученное число делилось:
а) на 4; б) на 6.
Укажите все возможные решения.
4. При делении на 12 одно число дает остаток 9, а другое — остаток 7. Чему равен остаток, который получится при делении на 12 произведения этих чисел?
5. Известно, что число a при делении на 13 дает остаток 5. Какой остаток получится при делении на 13 числа $a^2 + 8a + 3$?
6. Может ли при делении квадрата целого числа на 4 получиться остаток 2?

Вариант 2

1. Докажите, что $2^{15} - 4^8 + 8^6$ делится на 14.
2. Докажите, что при любом целом b значение выражения $b^3 + 35b$ кратно 6.
3. В четырехзначном числе 382* замените звездочку цифрой так, чтобы полученное число делилось:
а) на 4; б) на 15.
Укажите все возможные решения.
4. При делении на 15 одно число дает остаток 8, а другое — остаток 9. Какое число получится при делении на 15 произведения этих чисел?
5. Известно, что число a при делении на 11 дает остаток 7. Какой остаток получится при делении на 11 числа $a^2 + 5a + 1$?
6. Докажите, что при делении квадрата целого числа на 6 не может получиться в остатке число 5.

Вариант 3

1. Докажите, что $5^{10} + 25^4 - 125^3$ делится на 105.
2. Докажите, что при любом целом b значение выражения $b^3 + 47b$ делится на 6.
3. В четырехзначном числе 684* замените звездочку цифрой так, чтобы полученное число делилось:
а) на 5; б) на 12.
Укажите все возможные решения.

- При делении на 13 одно число дает остаток 8, а другое — остаток 10. Какой остаток получится при делении на 13 произведения этих чисел?
- Известно, что число x при делении на 12 дает остаток 7. Какой остаток получится при делении на 12 числа $2x^2 + 5x + 6$?
- Какие остатки могут получиться при делении на 7 квадрата натурального числа?

Вариант 4

К—2 (§ 3Д, 4Д, 5Д)

- Докажите, что $4^5 + 8^3 - 16^2$ делится на 80.
- Докажите, что при любом целом x значение выражения $x^3 + 41x$ делится на 6.
- В четырехзначном числе 372* замените звездочку цифрой так, чтобы полученное число делилось:
а) на 4; б) на 18.
Укажите все возможные решения.
- При делении на 15 одно число дает остаток 9, а другое — остаток 11. Какой остаток получится при делении на 15 произведения этих чисел?
- Известно, что число x при делении на 11 дает остаток 8. Какой остаток получится при делении на 11 числа $2x^2 + 5x + 5$?
- Какие остатки могут получиться при делении на 8 квадрата натурального числа?

Вариант 1

К—3 (§ 6Д, 7Д, 2)

- Найдите коэффициенты a и b , при которых произведение многочленов $x^3 + ax^2 - 6x - 12$ и $x + b$ не содержит членов первой и третьей степени.
- Представьте в виде многочлена:
а) $(x - 3)^4 + (x + 3)^4$; б) $(y^2 - 2y - 3)^2$.
- Разложите на множители многочлен:
а) $x^2 - 3x - 10$; б) $16x^4 + 4y^2 + 1$.
- Докажите, что при любом целом n значение выражения $(n + 5)^4 - (n - 5)^4$ кратно 40.
- Сократите дробь:
а) $\frac{3a^2 - 6ab}{18b - 9a}$; в) $\frac{x^4 - x^3 + x^2 - x + 1}{x^5 + 1}$.
б) $\frac{(c + 2)^2 + (c - 2)^2}{7c^2 + 28}$;
- При каком целом n значение выражения $\frac{n^2 - 5n + 4}{n - 2}$ является целым числом?

- Найдите коэффициенты a и b , при которых произведение многочленов $x^3 + ax^2 - 10x + 50$ и $x + b$ не содержит членов первой и второй степени.
- Представьте в виде многочлена:
а) $(x + 5)^3 + (x - 5)^3$; б) $(c^2 + 3c - 2)^2$.
- Разложите на множители многочлен:
а) $y^2 - 2y - 15$; б) $x^4 + 4y^4$.
- Докажите, что при любом целом n значение выражения $(n + 3)^4 - (n - 3)^4$ кратно 24.
- Сократите дробь:
а) $\frac{5x^2 - 10xy}{20y - 10x}$; в) $\frac{b^5 - 1}{b^4 + b^3 + b^2 + b + 1}$.
б) $\frac{(y + 1)^3 + (y - 1)^3}{3y^2 + 9}$;
- При каком целом n значение выражения $\frac{n^2 - n - 5}{n - 3}$ является целым числом?

Вариант 3

- Найдите коэффициенты a и b , при которых произведение многочленов $x^3 + ax^2 - 9x + 27$ и $x + b$ не содержит членов первой и второй степени.
- Представьте в виде многочлена:
а) $(y + 5)^4 + (y - 5)^4$; б) $(x^2 - 5y + 1)^2$.
- Разложите на множители многочлен:
а) $y^2 - 2y - 24$; б) $64y^4 + 1$.
- Докажите, что при любом целом n значение выражения $(n + 4)^4 - (n - 4)^4$ кратно 32.
- Сократите дробь:
а) $\frac{5x^2 - 15xy}{21y - 7x}$; в) $\frac{a^4 - 2a^3 + 4a^2 - 8a + 16}{a^5 + 32}$.
б) $\frac{(y + 3)^2 + (y - 3)^2}{9y^3 + 81y}$;
- При каком целом n значение выражения $\frac{n^2 + 2n - 21}{n - 4}$ является целым числом?

Вариант 4

- Найдите коэффициенты a и b , при которых произведение многочленов $x^3 + ax^2 - 8x + 16$ и $x + b$ не содержит членов третьей и первой степени.
- Представьте в виде многочлена:
а) $(y - 8)^3 + (y + 8)^3$; б) $(p^2 - 3p + 4)^2$.

3. Разложите на множители многочлен:

а) $x^2 - 13x + 40$; б) $81x^4 + 9x^2 + 1$.

4. Докажите, что при любом целом n значение выражения $(n + 7)^4 - (n - 7)^4$ кратно 56.

5. Сократите дробь:

а) $\frac{56b - 7a}{9a^2 - 72ab}$;

в) $\frac{b^5 - 32}{b^4 + 2b^3 + 4b^2 + 8b + 16}$.

б) $\frac{(x + 4)^3 + (x - 4)^3}{x^3 + 48x}$;

6. При каком целом n значение выражения $\frac{n^2 + n - 28}{n - 5}$ является целым числом?

Вариант 1

К-4 (§ 2, 3, 8Д)

1. Представьте в виде рациональной дроби:

а) $\frac{3x}{3x - y} - \frac{x}{3x + y} - \frac{2xy}{9x^2 - y^2}$;

б) $\frac{9 - 6a}{a^3 - 27} - \frac{a - 3}{a^2 + 3a + 9}$.

2. Выполните действия: $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x + 16} : \frac{5x - 20}{x^3 + 64}$.

3. Представьте дробь $\frac{4}{(x - 1)(x - 5)}$ в виде суммы или разности двух дробей.

4. Упростите выражение

$$\left(2a - \frac{24a}{2a + 3} + 3\right) \left(2a + \frac{24a}{2a - 3} - 3\right) + 10.$$

5. Докажите тождество $\frac{\frac{1}{a - 2b} - \frac{1}{a + 2b}}{\frac{1}{a - 2b} + \frac{1}{a + 2b}} - \frac{a + 2b}{a} = -1$.

Вариант 2

К-4 (§ 2, 3, 8Д)

1. Представьте в виде рациональной дроби:

а) $\frac{5a}{a - 2b} - \frac{a}{a + 2b} - \frac{4ab}{a^2 - 4b^2}$; б) $\frac{x - 2}{x^2 - 2x + 4} - \frac{x^2 + 1}{x^3 + 8}$.

2. Выполните действия: $\frac{7y+35}{y^3-125} \cdot \frac{y^2+5y+25}{y^2+10y+25}$.
3. Представьте дробь $\frac{2a-4}{(a+2)(a-6)}$ в виде суммы или разности двух дробей.
4. Упростите выражение $\left(3b + \frac{60b}{3b-5} - 5\right) : \left(1 + \frac{9b^2-33b+20}{30b-9b^2-25}\right) + 24$.
5. Докажите тождество $\frac{\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y}}{\frac{1}{x+3y} - \frac{1}{x-3y}} + \frac{x+3y}{3y} = 1$.

Вариант 3

К-4 (§ 2, 3, 8Д)

1. Представьте в виде рациональной дроби:
- а) $\frac{1}{2x-y} - \frac{1}{2x+y} + \frac{4x}{4x^2-y^2}$; б) $\frac{12b}{b^3+64} - \frac{b+4}{b^2-4b+16}$.
2. Выполните действия: $\frac{c^2-10c+25}{c^2+3c+9} : \frac{6c^2-30c}{c^3-27}$.
3. Представьте дробь $\frac{6}{(y-1)(y-7)}$ в виде суммы или разности двух дробей.
4. Упростите выражение $\left(2a+b - \frac{2a+b}{2a-b}\right) : \left(1 - \frac{4a-1}{4a^2-b^2}\right) - 2a+b$.
5. Докажите тождество $\frac{\frac{b}{a-b}}{\frac{a}{a-b} - \frac{a+b}{a}} - \frac{a-b}{b} = 1$.

Вариант 4

К-4 (§ 2, 3, 8Д)

1. Представьте в виде рациональной дроби:
- а) $\frac{4b}{2b-3c} - \frac{3c}{2b+3c} + \frac{8b^2}{9c^2-4b^2}$;
- б) $\frac{2y-3}{4y^2+6y+9} + \frac{18y}{8y^3-27}$.
2. Выполните действия: $\frac{9a-36}{8a^3+1} \cdot \frac{4a^2-2a+1}{3a^2-24a+48}$.

3. Представьте дробь $\frac{8}{(x+2)(x+10)}$ в виде суммы или разности двух дробей.
4. Упростите выражение $\left(4a - \frac{24a}{4a+3} + 3\right) : \frac{(3a+6)^2 - 9(a^2+1)}{(12a+9)^2}$.
5. Докажите тождество $\frac{\frac{x}{x-y} + \frac{x}{y}}{\frac{x}{x-y}} + \frac{y-x}{y} = 1$.

Вариант 1

К—5 (§ 9Д, 10Д; § 3, п. 8)

1. Функция задана формулой $f(x) = \frac{10}{x^2 - 4}$. Укажите область определения функции. Найдите:
 а) $f(-1)$, $f(0)$, $f(8)$;
 б) значения аргумента x , при которых $f(x) = 2$.
2. Дана функция

$$g(x) = \begin{cases} -x - 3, & \text{если } x < 0, \\ x - 3, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Найдите $g(-5)$, $g(0)$, $g(4)$.

3. Изобразите схематически график функции:
 а) $y = (x+3)^2$; б) $y = x^2 - 1$.
4. Постройте график функции $y = \frac{6}{x-2}$.
5. Найдите координаты точек графика функции $y = \frac{x+2}{x-1}$, которые являются целыми числами.

Вариант 2

К—5 (§ 9Д, 10Д; § 3, п. 8)

1. Функция задана формулой $g(x) = \frac{35}{x^2 - 9}$. Укажите область определения функции. Найдите:
 а) $g(-2)$, $g(0)$, $g(9)$;
 б) значения аргумента x , при которых $g(x) = 5$.
2. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq 0, \\ -x + 2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

Найдите $f(-7)$, $f(0)$, $f(6)$.

3. Изобразите схематически график функции:

а) $y = (x - 2)^2$; б) $y = x^2 + 2$.

4. Постройте график функции $y = \frac{-6}{x-2}$.

5. Найдите координаты точек графика функции $y = \frac{x-2}{x+1}$, которые являются целыми числами.

Вариант 3

К-5 (§ 9Д, 10Д; § 3, п. 8)

1. Функция задана формулой $f(x) = \frac{27}{x^2 - 16}$. Укажите область определения функции. Найдите:

а) $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$;

б) значения аргумента x , при которых $f(x) = 3$.

2. Дана функция

$$g(x) = \begin{cases} -x - 4, & \text{если } x < 0, \\ x + 5, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Найдите $g(-6)$, $g(0)$, $g(8)$.

3. Изобразите схематически график функции:

а) $y = (x + 4)^2$; б) $y = x^2 - 3$.

4. Постройте график функции $y = \frac{6}{x+2}$.

5. Найдите координаты точек графика функции $y = \frac{x+3}{x-2}$, которые являются целыми числами.

Вариант 4

К-5 (§ 9Д, 10Д; § 3, п. 8)

1. Функция задана формулой $g(x) = \frac{11}{x^2 - 25}$. Укажите область определения функции. Найдите:

а) $g(-2)$, $g(0)$, $g(9)$;

б) значения аргумента x , при которых $g(x) = 1$.

2. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} -x + 4, & \text{если } x < 0, \\ x - 5, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Найдите $f(-10)$, $f(0)$, $f(12)$.

3. Изобразите схематически график функции:

а) $y = (x - 5)^2$; б) $y = x^2 + 2$.

4. Постройте график функции $y = \frac{-6}{x+2}$.

5. Найдите координаты точек графика функции $y = \frac{x-2}{x+3}$, которые являются целыми числами.

Вариант 1

К—6 (§ 5, 6; § 11Д, п. 23)

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{12,1 \cdot 90}$; в) $2\sqrt{45}(-\sqrt{5}) + \left(\frac{1}{7}\sqrt{98}\right)^2$;

б) $0,6\sqrt{(-3)^6}$; г) $(3\sqrt{2})^4 - (6\sqrt{5})^2$.

2. Упростите выражение:

а) $\sqrt{196x^{18}y^{16}}$, если $x > 0$; б) $\sqrt{\frac{1,21a^6}{b^8}}$, если $a < 0$.

3. Докажите, что каждое из чисел $\frac{4+\sqrt{6}}{5}$ и $\frac{4-\sqrt{6}}{5}$ является корнем уравнения $5x^2 - 8x + 2 = 0$.

4. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 2} = 5$.

5. При каких значениях a имеет смысл выражение $\frac{5}{\sqrt{|a|}-2}$?

6. Изобразите схематически график функции $y = \sqrt{x-3} - 8$ и укажите, в каких координатных четвертях он расположен.

Вариант 2

К—6 (§ 5, 6; § 11Д, п. 23)

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{16,9 \cdot 40}$; в) $\left(\frac{1}{3}\sqrt{27}\right)^2 - 5\sqrt{18}(-\sqrt{8})$;

б) $-0,3\sqrt{(-2)^8}$; г) $(2\sqrt{3})^4 - (5\sqrt{6})^2$.

2. Упростите выражение:

а) $\sqrt{121a^{12}b^{14}}$, если $b < 0$; б) $\sqrt{\frac{2,25x^{10}}{y^8}}$, если $x > 0$.

3. Докажите, что каждое из чисел $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$ и $\frac{3-\sqrt{2}}{7}$ является корнем уравнения $7x^2 - 6x + 1 = 0$.

4. Решите уравнение $\sqrt{6x^2 + 1} = 5$.

5. При каких значениях b имеет смысл выражение $\frac{7}{\sqrt{|b|}-3}$?

6. Изобразите схематически график функции $y = \sqrt{x+4} + 11$ и укажите, в каких координатных четвертях он расположен.

Вариант 3

К—6 (§ 5, 6; § 11Д, п. 23)

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{28,9 \cdot 90}$; в) $3\sqrt{90}(-\sqrt{10}) + \left(\frac{1}{7}\sqrt{14}\right)^2$;
б) $-0,3\sqrt{(-2)^6}$; г) $(-2\sqrt{3})^4 - (4\sqrt{5})^2$.

2. Упростите выражение:

а) $\sqrt{14a^{16}b^{22}}$, где $b < 0$; б) $\sqrt{\frac{3,61a^{30}}{b^{12}}}$, где $a > 0$.

3. Докажите, что каждое из чисел $\frac{4-\sqrt{30}}{7}$ и $\frac{4+\sqrt{30}}{7}$ является корнем уравнения $7x^2 - 8x - 2 = 0$.

4. Решите уравнение $\sqrt{5x^2 - 4} = 4$.

5. При каких a имеет смысл выражение $\frac{11}{\sqrt{|a+2|-1}}$?

6. Изобразите схематически график функции $y = \sqrt{x+4} + 2$ и укажите, в каких координатных четвертях он расположен.

Вариант 4

К—6 (§ 5, 6; § 11Д, п. 23)

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{36,1 \cdot 160}$; в) $5\sqrt{63}(-\sqrt{7}) + \left(\frac{1}{3}\sqrt{21}\right)^2$;
б) $-0,1\sqrt{(-5)^6}$; г) $(-\sqrt{5})^4 - (7\sqrt{3})^2$.

2. Упростите выражение:

а) $\sqrt{289a^{14}b^{24}}$, где $a > 0$; б) $\sqrt{\frac{1,69a^{16}}{b^{14}}}$, где $b < 0$.

3. Докажите, что каждое из чисел $\frac{3+\sqrt{20}}{11}$ и $\frac{3-\sqrt{20}}{11}$ является корнем уравнения $11x^2 - 6x - 1 = 0$.

4. Решите уравнение $\sqrt{13-x^2} = 2$.

5. При каких значениях a имеет смысл выражение

$$\frac{13}{\sqrt{|a-1|-2}} ?$$

6. Изобразите схематически график функции $y = \sqrt{x-5} + 5$ и укажите, в каких координатных четвертях он расположен.

Вариант 1

К-7 (§ 7; § 11Д, п. 24)

1. Расположите в порядке возрастания числа:

$$0,6\sqrt{0,5}, \quad \frac{1}{3}\sqrt{7,2}, \quad \frac{3}{4}\sqrt{1,6}.$$

2. Внесите множитель под знак корня:

$$(3-a)\sqrt{\frac{a}{a^2-6a+9}} \quad \text{при } a > 3.$$

3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{3\sqrt{3}-5}}$.

4. Найдите значения a^2 и a , если

$$a = \sqrt{25+4\sqrt{6}} - \sqrt{25-4\sqrt{6}}.$$

5. Найдите, при каком значении a дробь $\frac{9-a}{2-\sqrt{a-5}}$ принимает наименьшее значение, и вычислите это значение.

6. Упростите выражение

$$\left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{a-5}}{\sqrt{a} - \sqrt{a-5}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a-5}}{\sqrt{a} + \sqrt{a-5}} \right) \sqrt{\frac{a}{a-5}}.$$

Вариант 2

К-7 (§ 7; § 11Д, п. 24)

1. Расположите в порядке убывания числа:

$$0,8\sqrt{0,2}, \quad \frac{2}{7}\sqrt{4,9}, \quad \frac{1}{3}\sqrt{8,1}.$$

2. Внесите множитель под знак корня:

$$(5-b)\sqrt{\frac{b}{25-10b+b^2}} \quad \text{при } 0 < b < 5.$$

3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{\sqrt{68}}{\sqrt{5-2\sqrt{2}}}.$$

4. Найдите значения a^2 и a , если

$$a = \sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}}.$$

5. Найдите, при каком значении b дробь $\frac{13-b}{3-\sqrt{b-4}}$ принимает наименьшее значение, и вычислите это значение.
6. Упростите выражение

$$\left(\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} \right) \sqrt{\frac{x+1}{x}}.$$

Вариант 3

К—7 (§ 7; § 11Д, п. 24)

1. Расположите в порядке возрастания числа:

$$-\frac{1}{3}\sqrt{1,8}, \quad -0,4\sqrt{0,5}, \quad -\frac{3}{5}\sqrt{1,5}.$$

2. Внесите множитель под знак корня:

$$(5-b)\sqrt{\frac{b}{25+b^2-10b}} \quad \text{при } b > 5.$$

3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}\sqrt{3-10}}.$$

4. Найдите значения a^2 и a , если

$$a = \sqrt{21-8\sqrt{5}} - \sqrt{21+8\sqrt{5}}.$$

5. Найдите, при каком значении y дробь $\frac{17-y}{4+\sqrt{y-1}}$ принимает наибольшее значение, и вычислите это значение.

6. Упростите выражение

$$\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right).$$

Вариант 4

К—7 (§ 7; § 11Д, п. 24)

1. Расположите в порядке возрастания числа:

$$-\frac{1}{9}\sqrt{24,3}, \quad -0,2\sqrt{0,6}, \quad -\frac{3}{4}\sqrt{1,6}.$$

2. Внесите множитель под знак корня:

$$(x-4)\sqrt{\frac{x}{x^2+16-8x}} \quad \text{при } 0 < x < 4.$$

3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}\sqrt{5-5}}.$$

4. Найдите значения a^2 и a , если

$$a = \sqrt{15-6\sqrt{6}} - \sqrt{15+6\sqrt{6}}.$$

5. Найдите, при каком значении c дробь $\frac{11-c}{3+\sqrt{c}-2}$ принимает наибольшее значение, и вычислите это значение.

6. Упростите выражение

$$\frac{8\sqrt{x}}{x-1} : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + 4\sqrt{x} \right).$$

Вариант 1

К—8 (§ 8, 9, 13Д)

1. Решите уравнение

$$\frac{5x-2}{4} - \frac{x^2+3x-1}{3} = -1.$$

2. При каких значениях a равны значения двучленов $0,5a^2 - 0,3a$ и $1,3a - 0,3$?

3. Составьте квадратное уравнение, имеющее корни $\frac{3-\sqrt{17}}{2}$ и $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$.

4. Длина прямоугольника на 6 см больше его ширины. После того как длину прямоугольника увеличили на 9 см, а ширину увеличили на 12 см, его площадь увеличилась в 3 раза. Найдите периметр первоначального прямоугольника.

5. Один из корней уравнения $5x^2 - 11x + m = 0$ на 1 больше другого. Найдите m .

6. Известно, что уравнение $x^2 + kx + 12 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Выразите $x_1^2 + x_2^2$ через k .

Вариант 2

К—8 (§ 8, 9, 13Д)

1. Решите уравнение

$$\frac{2x-5}{3} - \frac{x^2-x+4}{4} = -3.$$

- При каких значениях b равны значения двучленов $0,3b^2 - 0,2b$ и $0,6b - 0,5$?
- Составьте квадратное уравнение, имеющее корни $\frac{1-\sqrt{19}}{3}$ и $\frac{1+\sqrt{19}}{3}$.
- Периметр прямоугольника равен 98 см, а его диагональ равна 41 см. Найдите площадь прямоугольника.
- Разность корней уравнения $10x^2 - 6x + c = 0$ равна 3. Найдите c .
- Уравнение $x^2 + tx + 24 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Выразите $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ через t .

Вариант 3

К—8 (§ 8, 9, 13Д)

- Решите уравнение

$$\frac{3x+4}{4} - \frac{x^2-x+8}{5} = 0.$$

- При каких значениях p равны значения двучленов $0,4p^2 - 0,7p$ и $0,2p^2 - 0,6$?
- Составьте квадратное уравнение, имеющее корни $\frac{5-\sqrt{12}}{4}$ и $\frac{5+\sqrt{12}}{4}$.
- Длина прямоугольника вдвое больше его ширины. После того как длину прямоугольника увеличили на 5 см, а ширину увеличили на 10 см, его площадь увеличилась в 4 раза. Найдите площадь первоначального прямоугольника.
- При каком значении p уравнение $6x^2 - 12x + p = 0$ имеет корни x_1 и x_2 , удовлетворяющие условию $x_2 = 5x_1$?
- Известно, что уравнение $x^2 + tx + 6 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Выразите $(x_1 - x_2)^2$ через t .

Вариант 4

К—8 (§ 8, 9, 13Д)

- Решите уравнение

$$\frac{5x+1}{4} + \frac{x^2+x}{3} - 8 = 0.$$

- При каких значениях c равны значения двучленов $2,3c^2 + 0,6$ и $1,3c^2 + 1,6c$?

3. Составьте квадратное уравнение, имеющее корни $\frac{3 - \sqrt{20}}{4}$ и $\frac{3 + \sqrt{20}}{4}$.
4. Длина прямоугольника на 5 см больше стороны квадрата, а его ширина на 3 см больше стороны квадрата. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что она в 1,6 раза больше площади квадрата.
5. При каком значении t уравнение $5x^2 + 10x + t = 0$ имеет корни x_1 и x_2 , удовлетворяющие условию $3x_1 = 2x_2$?
6. Известно, что уравнение $x^2 + px + 15 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Выразите $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ через p .

Вариант 1

К—9 (§ 14Д)

1. При каких значениях a уравнение $(a + 1)x^2 - (3a - 5)x + 1 = 0$ имеет единственный корень?
2. При каких значениях x значения дробей $\frac{x^2 + 5x}{x^2 - 9}$ и $\frac{-24}{x^2 - 9}$ являются противоположными числами?
3. Решите уравнение

$$\frac{x-1}{x^2-9} - \frac{3}{x+3} + \frac{1}{8} = 0.$$

4. Мастер и ученик, работая совместно, могут выполнить задание за 6 ч 40 мин. Если сначала будет работать только мастер и выполнит половину задания, а затем его сменит ученик и выполнит оставшуюся часть задания, то всего на выполнение задания будет израсходовано 15 ч. За сколько часов могут выполнить задание мастер и ученик, работая в отдельности?

Вариант 2

К—9 (§ 14Д)

1. При каких значениях b уравнение $(2b - 1)x^2 - (3b - 3)x + 4 = 0$ имеет единственный корень?
2. При каких значениях y значения дробей $\frac{y^2 - 6y}{y^2 - 25}$ и $\frac{5 - 2y}{25 - y^2}$ являются противоположными числами?
3. Решите уравнение

$$\frac{2}{x+5} + \frac{1}{6} - \frac{x+1}{x^2-25} = 0.$$

4. Два подъемных крана равной мощности, работая совместно, могут разгрузить баржу за 4 ч. Если сначала половину баржи разгрузит один кран, а затем оставшуюся часть — другой, то разгрузка баржи будет выполнена за 9 ч. За сколько часов может разгрузить баржу каждый кран, работая в отдельности?

Вариант 3

К—9 (§ 14Д)

1. При каких значениях b уравнение $(2b + 1)x^2 - (b + 2)x + 1 = 0$ имеет единственный корень?
2. При каких значениях a значения дробей $\frac{a^2 - a}{a + 12}$ и $\frac{168 - a}{a + 12}$ равны?
3. Решите уравнение

$$\frac{x}{6x + 2} + \frac{x + 2}{1 - 3x} - \frac{8x^2 + 3}{1 - 9x^2} = 0.$$

4. Из пункта A в пункт B отправился велосипедист. Одновременно навстречу ему из пункта B отправился другой велосипедист. При встрече оказалось, что первый проехал на 6 км меньше второго. Продолжая движение, первый велосипедист прибыл в B через 2 ч 24 мин после встречи, а второй прибыл в A через 1 ч 40 мин после встречи. Определите, на каком расстоянии от пункта A велосипедисты встретились.

Вариант 4

К—9 (§ 14Д)

1. При каких значениях a уравнение $(2a - 1)x^2 - (a + 17)x + 9 = 0$ имеет единственный корень?
2. При каких значениях b равны значения дробей $\frac{3b^2 + 30b}{b + 11}$ и $\frac{4b + 77}{b + 11}$?
3. Решите уравнение

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{x - 4}{x^2 + 2x} = 0.$$

4. Из пункта A в пункт B , удаленный на расстояние 80 км, отправился велосипедист. Одновременно из пункта B навстречу ему выехал мотоциклист. После их встречи велосипедист прибыл в пункт B через 3 ч, а мотоциклист прибыл в пункт A через 1 ч 20 мин. Определите, на каком расстоянии от A велосипедист и мотоциклист встретились.

1. Докажите неравенство:

а) $(12x - 1)^2 + 2(13 - x) > 3x(x - 8) - 2x - 24$;

б) $a - 3 < \frac{a^2 - 2a}{4}$.

2. Известно, что $3,8 < \sqrt{15} < 3,9$. Оцените:

а) $3\sqrt{15} + 4,5$; б) $5 - \sqrt{60}$.

3. В квадрате со стороной a см соединили последовательно середины сторон. Оцените площадь образовавшегося четырехугольника, если известно, что $1,2 < a < 1,3$.

4. Катер в первый день проехал 16 км по озеру, а во второй день он проехал 8 км по течению реки и 8 км против течения. Скорость течения реки равна 3 км/ч. В какой из дней катер затратил на весь путь больше времени?

5. Докажите неравенство $\frac{a^2 + b^2 + 2}{2} \geq a + b$.

Вариант 2

1. Докажите неравенство:

а) $(5x - 1)(2x + 1) - (3x - 7)^2 > 5(9x - 1) - 67$;

б) $x - 5 < \frac{x^2 - x}{15}$.

2. Известно, что $3,6 < \sqrt{13} < 3,7$. Оцените:

а) $2\sqrt{13} + 6,7$; б) $4 - \sqrt{117}$.

3. В прямоугольном треугольнике ABC с катетами, равными a см, b см, соединили последовательно середины сторон. Оцените площадь образовавшегося треугольника, если $1,2 < a < 1,4$, $1,6 < b < 1,8$.

4. Велосипедист рассчитал, с какой скоростью он должен ехать из поселка на станцию, чтобы вернуться в поселок к намеченному сроку. Однако на станцию он ехал со скоростью, на 2 км/ч меньшей, чем планировал, а возвращался со скоростью, на 2 км/ч большей, чем планировал. Успел ли велосипедист вернуться в поселок к намеченному сроку?

5. Докажите неравенство $\frac{a^2 + b^2 + c^2 + 3}{2} \geq a + b + c$.

1. Докажите неравенство:

а) $(6x - 5)(3x + 1) - (4x - 1)^2 > x(x - 1) - 11$;

б) $3a - 9 < \frac{a^2 + 12a}{2}$.

2. Зная, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ и $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$, оцените:

а) $2\sqrt{6}$; б) $10 - \sqrt{54}$.

3. В квадрате со стороной b см соединили последовательно середины сторон. Оцените площадь образовавшегося четырехугольника, если известно, что $1,6 < b < 1,7$.

4. С турбазы на станцию, удаленную на расстояние 18 км, отправился лыжник и вернулся обратно, двигаясь все время с постоянной скоростью. Одновременно с турбазы на станцию вышел другой лыжник, который ехал на станцию со скоростью, на 1 км/ч большей скорости первого лыжника, а возвращался со скоростью, на 1 км/ч меньшей его скорости. Кто из лыжников прибыл на турбазу раньше?

5. Докажите неравенство

$$b^2a - b^3 \leq a^3 - a^2b \text{ при } a > 0, b > 0.$$

Вариант 4

1. Докажите неравенство:

а) $(6x - 1)^2 - (x + 6)(2 - x) > 4(7 - 2x) - 53$;

б) $a - 8 < \frac{4a^2 + 11a}{3}$.

2. Зная, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ и $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, оцените:

а) $3\sqrt{10}$; б) $5 - \sqrt{40}$.

3. В прямоугольном треугольнике с катетами a см и b см соединили последовательно середины сторон. Оцените площадь образовавшегося треугольника, если известно, что $2,2 < a < 2,4$ и $1,4 < b < 1,6$.

4. Туристы в первый день проехали на моторной лодке 15 км по течению реки и 15 км против течения реки, а во второй день они проехали 30 км по озеру. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Определите, в какой из дней туристы затратили на дорогу больше времени.

5. Докажите неравенство

$$\frac{a}{b^2} - \frac{1}{b} \geq \frac{1}{a} - \frac{b}{a^2} \text{ при } a > 0, b > 0.$$

1. Решите неравенство:

а) $(0,6x - 2)^2 - (1,2x + 1)(0,3x + 1) > 10,8$;

б) $\frac{3x+5}{4} - \frac{x-1}{6} < \frac{x}{3}$.

2. Решите систему неравенств:

а)
$$\begin{cases} 2 - \frac{3x-1}{4} > 1 - \frac{6+x}{2}, \\ 2 + \frac{2x-3}{2} > 0; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 5 - x < 2 + 3x, \\ 15 - x > 0, \\ \frac{x}{3} > 1. \end{cases}$$

3. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} 12 - 5x \leq 4(1 - x), \\ 15 - \frac{x}{3} > x. \end{cases}$$

4. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\frac{\sqrt{x+3}}{2-x}$; б) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{4-x}$?

5. Основание равнобедренного треугольника равно 18 см, а его периметр меньше 42 см. Какую длину может иметь боковая сторона треугольника, если известно, что эта длина (в см) выражается натуральным числом?

Вариант 2**К—11 (§ 12)**

1. Решите неравенство:

а) $(0,4x - 3)^2 - (0,8x + 1)(0,2x + 1) < 1,2$;

б) $\frac{6x-1}{10} - \frac{x-3}{2} > \frac{x}{5}$.

2. Решите систему неравенств:

а)
$$\begin{cases} 5 - \frac{2x-2}{3} > 1 - \frac{x-6}{6}, \\ 1 + \frac{3x-1}{4} > 0; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 3 - 2x < 1 + 3x, \\ 16 - x > 0, \\ \frac{x}{9} - 1 > 0. \end{cases}$$

3. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} 12 - 6x \geq 5(1 - x), \\ 4,5 + \frac{x}{2} < 2x. \end{cases}$$

4. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\frac{\sqrt{3-x}}{x+1}$; б) $\sqrt{12-6x} + \sqrt{3x-1}$?

5. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 15 см, а его периметр больше 57 см. Какую длину может иметь основание треугольника, если известно, что эта длина (в см) выражается натуральным числом?

Вариант 3

К—11 (§ 12)

1. Решите неравенство:

а) $(0,6x + 2)^2 - (1,2x - 1)(0,3x + 4) < 6,6$;

б) $\frac{3-7x}{3} - \frac{1-3x}{2} < \frac{x}{6}$.

2. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} 6 - \frac{2x-5}{4} > 4 + \frac{3-2x}{6}, \\ 3 + \frac{3-4x}{5} < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5 - 11x < 8 - 9x, \\ 13 - 10x < 0, \\ \frac{x-1}{4} - 1 < 0. \end{cases}$

3. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} 7,2 + 6,9x < 3(0,3x - 1), \\ 0,2 + \frac{2x}{3} \geq 0,6x. \end{cases}$$

4. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\frac{\sqrt{5-2x}}{x-2}$; б) $\sqrt{15-7x} + \sqrt{4x-2}$?

5. Библиотека может приобрести формуляры читательских билетов в магазине по цене 1 р. 80 к. за экземпляр или заказать их в мастерской, уплатив по 1 р. 20 к. за экземпляр и еще 50 р. за оформление заказа. Укажите наименьшее число формуляров, при котором библиотеке выгоднее заказать их в мастерской.

Вариант 4

К—11 (§ 12)

1. Решите неравенство:

а) $(0,8x - 1)^2 - (1,6x + 2)(0,4x - 4) < 2,8$;

б) $\frac{4-6x}{5} - \frac{3-2x}{2} < \frac{x}{20}$.

2. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 5 - \frac{5-2x}{8} < 1 - \frac{6-5x}{6}, \\ 2 - \frac{3-5x}{4} > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 17 - 7x > 8 - 10x, \\ 11 - 10x > 0, \\ \frac{3x-1}{2} - 1 > 0. \end{cases}$$

3. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} 3,6(1+10x) > 4(0,2-x), \\ 9 - \frac{3x}{2} \geq 1,5x. \end{cases}$$

4. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\frac{\sqrt{6x-1}}{12x-7}$; б) $\sqrt{26-6x} + \sqrt{18x-54}$?

5. Две мастерские принимают заказы на изготовление бланков объявлений. Первая берет по 2 р. 70 к. за бланк и еще 30 р. за оформление заказа, а вторая берет по 2 р. 10 к. за бланк и еще 50 р. за оформление заказа. Укажите наибольшее число бланков, при котором выгоднее сделать заказ в первой мастерской.

Вариант 1

К—12 (§ 15Д, 16Д)

1. При каких значениях параметра b уравнение $(b-1)x^2 + (b-5)x - 8b = 0$ является:

а) линейным; б) квадратным; в) неполным квадратным?

2. Решите уравнение относительно x :

а) $a^2x - 3 = 3ax - a$; б) $\frac{(x+1)^2}{6} = \frac{(c+1)x}{3}$.

3. Найдите все целые решения уравнения $4x - xy + 2y = 5$.

4. В трех корзинах 30 яблок. Во второй корзине яблок в 2 раза больше, чем в первой, а в третьей — на n меньше, чем во второй. Сколько яблок в каждой корзине?

5. При каких значениях параметра m график функции $y = (x - m)^2 - 9$ пересекает ось x в точках, абсциссы которых:

а) положительны; б) отрицательны?

Вариант 2

К—12 (§ 15Д, 16Д)

1. При каких значениях параметра a уравнение $(a + 2)x^2 - (a - 3)x + 7a = 0$ является:

а) линейным; б) квадратным; в) неполным квадратным?

2. Решите уравнение относительно y :

а) $b^2y + 5 = -5by - b$;

б) $\frac{(y-1)^2}{2} = \frac{(b-4)y}{4}$.

3. Найдите все целые решения уравнения $x - xy + 3y = 8$.

4. Трое ребят: Коля, Саша и Игорь — нашли 28 белых грибов. Коля нашел в 3 раза больше, чем Саша, а Игорь — на n грибов меньше, чем Коля. Сколько белых грибов нашел каждый?

5. При каких значениях параметра m график функции $y = (x - m)^2 - 16$ пересекает ось x в точках, абсциссы которых:

а) положительны; б) отрицательны?

Вариант 3

К—12 (§ 15Д, 16Д)

1. При каких значениях параметра c уравнение $(c + 5)x^2 + (c - 4)x - 2c = 0$ является:

а) линейным; б) квадратным; в) неполным квадратным?

2. Решите уравнение относительно x :

а) $a^2x + 10 = 5ax + 2a$;

б) $\frac{(x-2)^2}{4} = (b-1)x$.

3. Найдите все целые решения уравнения $2x - xy + y = 7$.
4. Сумма трех натуральных чисел равна 42. Второе число в 3 раза больше первого, а третье число на n меньше второго. Найдите эти числа.
5. При каких значениях параметра m график функции $y = (x - m)^2 - 49$ пересекает ось x в точках, абсциссы которых:
 - а) положительны; б) отрицательны?

Вариант 4

К—12 (§ 15Д, 16Д)

1. При каких значениях параметра p уравнение $(p - 2)x^2 + (p + 3)x + 6p = 0$ является:
 - а) линейным; б) квадратным; в) неполным квадратным?
2. Решите уравнение относительно x :
 - а) $b^2x + 3b = 7bx + 21$; б) $\frac{(x - 3)^2}{6} = (c - 1)x$.
3. Найдите все целые решения уравнения $6x - xy + 2y = 9$.
4. В корзину положили апельсины, яблоки и сливы. Слив было в n раз больше, чем яблок, а апельсинов — на 5 меньше, чем яблок. Сколько апельсинов, яблок и слив находилось в корзине, если всего в ней было 30 фруктов?
5. При каких значениях параметра m график функции $y = (x - m)^2 - 36$ пересекает ось x в точках, абсциссы которых:
 - а) положительны; б) отрицательны.

Вариант 1

К—13 (§ 12)

1. Найдите значение выражения:
 - а) $7^{23} \cdot 7^{-20}$; б) $5^{-8} \cdot 5^{-9}$; в) $(-10^{-1})^{-2}$.
2. Представьте в виде степени выражение:
 - а) $\frac{(a^{-3})^4 \cdot a^{10}}{a^{-4}}$; б) $\frac{b^9 + b^{15}}{b^{-5} + b}$.
3. Вычислите $\frac{9^{-12} \cdot 27^4}{81^{-4}}$.
4. Упростите выражение $ab(b^{-2} - a^{-2})(a + b)^{-1}$.
5. Найдите приближенные значения суммы и разности чисел x и y , если $x \approx 8,4315$, $y \approx 6,37$.
6. Найдите приближенные значения произведения и частного чисел a и b , если $a \approx 7,29 \cdot 10^5$, $b \approx 1,2 \cdot 10^{-8}$.

7. Докажите, что при любом целом n верно равенство
$$8^{2n} + 4^{3n} = 2^{6n+1}.$$

Вариант 2

К—13 (§ 12)

- Найдите значение выражения:
а) $5^{19} \cdot 5^{-16}$; б) $7^{-6} : 7^{-8}$; в) $(-8^{-1})^{-3}$.
- Представьте в виде степени выражение:
а) $\frac{x^8 \cdot (x-4)^3}{x^{-6}}$; б) $\frac{y^7 + y^{14}}{y + y^{-6}}$.
- Вычислите $\frac{25^{-14} \cdot 125^5}{625^{-3}}$.
- Упростите выражение $(ab^{-1} + a^{-1}b + 2) \cdot (a + b)^{-2}$.
- Найдите приближенные значения суммы и разности чисел x и y , если $x \approx 9,4619$, $y \approx 8,83$.
- Найдите приближенные значения произведения и частного чисел a и b , если $a \approx 6,38 \cdot 10^6$, $b \approx 2,1 \cdot 10^{-4}$.
- Докажите, что при любом целом n верно равенство
$$3^{4n} + 9^{2n} + 81^n = 3^{4n+1}.$$

Вариант 3

К—13 (§ 12)

- Найдите значение выражения:
а) $6^{21} \cdot 6^{-19}$; б) $12^{-6} : 12^{-7}$; в) $(-4^{-1})^{-2}$.
- Представьте в виде степени выражение:
а) $\frac{(b^5)^{-3} \cdot b^{12}}{b^{-7}}$; б) $\frac{x^6 + x^7 + x^8}{x^{-4} + x^{-5} + x^{-6}}$.
- Вычислите $\frac{4^{-15} \cdot 8^4}{16^{-5}}$.
- Упростите выражение $ab(a^2b^{-2} + a^{-2}b^2 - 2) \cdot (a + b)^{-2}$.
- Найдите приближенные значения суммы и разности чисел a и b , если $a \approx 6,7609$, $b \approx 2,14$.
- Найдите приближенные значения произведения и частного чисел x и y , если $x \approx 5,132 \cdot 10^5$, $y \approx 3,6 \cdot 10^{-2}$.
- Докажите, что при любом целом n верно равенство
$$16^{3n} + 8^{4n} = 2^{12n+1}.$$

Вариант 4

К—13 (§ 12)

- Найдите значение выражения:
а) $15^{10} \cdot 15^{-8}$; б) $20^{-5} : 20^{-6}$; в) $(-9^{-1})^{-3}$.
- Представьте в виде степени выражение:
а) $\frac{(c^4)^{-5} \cdot c^{13}}{c^{-9}}$; б) $\frac{a^8 + a^9 + a^{10}}{a^{-5} + a^{-6} + a^{-7}}$.

3. Вычислите $\frac{3^{-35} \cdot 81^3}{27^{-7}}$.
4. Упростите выражение $ab(b^{-3} - a^{-3})(ab^{-1} + a^{-1}b + 1)^{-1}$.
5. Найдите приближенные значения суммы и разности чисел x и y , если $x \approx 8,261$, $y \approx 4,13$.
6. Найдите приближенные значения произведения и частного чисел a и b , если $a \approx 9,412 \cdot 10^7$, $b \approx 2,56 \cdot 10^{-2}$.
7. Докажите, что при любом целом n верно равенство

$$9^{3n} + 9^n \cdot 81^n + 27^{2n} = 3^{6n+1}.$$

Вариант 1

К—14 (итоговая)

1. Представьте в виде многочлена:
а) $(x - y + 2)^2$; б) $(a - 2)(a^4 + 2a^3 + 4a^2 + 8a + 16)$.
2. Представьте в виде рациональной дроби:

$$\left(\frac{5}{a+5} + \frac{a^2+25}{a^2-25} - \frac{5}{a-5} \right) : \left(\frac{a+5}{2} - 1 \right).$$

3. Упростите $(2+3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{\frac{11-6\sqrt{2}}{2}} + \frac{\sqrt{5}+3}{(\sqrt{5}-1)^{-2}}$.
4. Изобразите схематически график функции $y = \frac{6}{x-2} - 3$.
5. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} 6(2x+3) - 5(3x-4) < 8, \\ (x-8)^2 \geq (x-7)^2 - 15. \end{cases}$$

6. Два автомобиля выехали одновременно из городов A и B навстречу друг другу. Скорость первого была на 15 км/ч меньше скорости второго, и потому он прибыл в город B на 40 мин позже, чем второй прибыл в город A . Какова скорость каждого автомобиля, если расстояние между городами 300 км?
7. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = \frac{6}{x-3} - 2$ с осями координат.
8. Числа x и y натуральные. При делении на 13 число x дает в остатке 4, а число y дает в остатке 5. Какой остаток получится при делении на 13 произведения чисел x и y ?

1. Представьте в виде многочлена:

а) $(a + 2b - 1)^2$; б) $(b - 3)(b^3 + 3b^2 + 9b + 27)$.

2. Представьте в виде рациональной дроби:

$$\left(\frac{b}{2b-4} - \frac{b^2+4}{2b^2-8} - \frac{2}{b^2+2b} \right) \cdot \left(\frac{6b+4}{b-2} + b \right).$$

3. Упростите выражение

$$(3 - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{\frac{7+4\sqrt{3}}{3}} - \frac{10-5\sqrt{6}}{(\sqrt{6}+2)^{-1}}.$$

4. Изобразите схематически график функции $y = \frac{8}{x+2} + 1$.

5. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} (x-4)^2 - (x-6)^2 > 8, \\ 4(3x-8) \geq 7(2x-1) - 51. \end{cases}$$

6. Две машинистки получили рукопись для перепечатки. Известно, что второй машинистке потребовалось бы на перепечатку всей рукописи на 3 дня больше, чем первой. За какое время смогла бы перепечатать всю рукопись каждая машинистка, если вторая работала 6 дней, а первая — на 4 дня больше, чем вторая?

7. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = \frac{24}{x-8} - 6$ с осями координат.

8. Числа a и b натуральные. При делении на 12 число a дает в остатке 7, а число b дает в остатке 5. Какой остаток получится при делении на 12 произведения чисел a и b ?

1. Представьте в виде многочлена:

а) $(x - 2y + 3)^2$; б) $(a + 3)(a^4 - 3a^3 + 9a^2 - 27a + 81)$.

2. Представьте в виде рациональной дроби:

$$\left(\frac{x^2+9}{27-3x^2} + \frac{x}{3x+9} - \frac{3}{x^2-3x} \right) \cdot \left(\frac{x+5}{2} - 4 \right).$$

3. Упростите выражение

$$(6+2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{11-6\sqrt{2}} - \frac{4,5-\sqrt{14}}{(\sqrt{7}+\sqrt{2})^{-2}}.$$

4. Укажите область определения и область значений функции

$$f(x) = \begin{cases} -x-6, & \text{если } -7 \leq x < -2, \\ 2x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ -x+6, & \text{если } 2 < x \leq 7. \end{cases}$$

Найдите:

- а) $f(-3)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(5)$;
б) значения аргумента, при которых $f(x) = 0$, $f(x) = 2$.
5. Изобразите схематически график функции

$$y = \frac{6}{x+3} - 1.$$

6. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} (x-8)^2 - (x-5)^2 \leq 21, \\ 9(2x-3) - 4(3x-1) < 25. \end{cases}$$

7. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 132 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автобуса. После их встречи автобус, выехавший из A , прибыл в B через 50 мин, а автобус, выехавший из B , прибыл в A через 1 ч 12 мин. Каковы были скорости автобусов?
8. Числа a и b — натуральные. При делении на 17 число a дает в остатке 9, а число b дает в остатке 11. Какой остаток получится при делении на 17 произведения чисел a и b ?

Вариант 4

К-14 (итоговая)

1. Представьте в виде многочлена:

а) $(a + 3b - 2)^2$;

б) $(b + 2)(b^6 - 2b^5 + 4b^4 - 8b^3 + 16b^2 - 32b + 64)$.

2. Представьте в виде рациональной дроби:

$$\left(3a - \frac{3a+b}{3a-b} + b\right) : \left(3a - \frac{1}{3a-b} - b\right).$$

3. Упростите выражение

$$(4 - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} - 4}{(1 + \sqrt{7})^{-2}}.$$

4. Укажите область определения и область значений функции

$$g(x) = \begin{cases} x+3, & \text{если } -6 \leq x < -1, \\ -0,5x+1,5, & \text{если } -1 \leq x \leq 5, \\ 2x-11, & \text{если } 5 < x \leq 7. \end{cases}$$

Найдите:

- а) $g(-5)$, $g(-1)$, $g(2)$, $g(7)$;
б) значения аргумента, при которых $g(x) = 0$, $g(x) = -3$.
5. Изобразите схематически график функции

$$y = \frac{8}{x-3} + 1.$$

6. Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} 5(8x-2) - 7(6x-3) < 15, \\ (3x-1)^2 - (7-3x)^2 \leq 132. \end{cases}$$

7. В бассейн проведены две трубы. Первая, работая одна, может наполнить бассейн на 30 мин быстрее, чем вторая. После того как первая труба проработала 10 мин, открыли вторую трубу, и после этого бассейн был наполнен водой через 30 мин. За какое время может наполнить бассейн каждая труба, работая отдельно?
8. Числа x и y натуральные. При делении на 15 число x дает в остатке 9, а число y дает в остатке 7. Какой остаток получится при делении на 15 произведения чисел x и y ?

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ

1. Найдите все целые значения m , при которых значение дроби $\frac{3m^2 - 11m + 12}{m - 3}$ является целым числом.
2. Двузначное число при делении на 5 дает в остатке 4, а при делении на 7 дает в остатке 3. Найдите все такие числа.
3. Докажите, что при любом целом m значение многочлена $2m^3 - 7m^2 + 7m - 2$ кратно 6.
4. Существуют ли такие значения m и n , при которых верно равенство

$$\sqrt[3]{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} = m\sqrt{2} + n\sqrt{3} ?$$

5. Докажите, что при $a > 0$, $b > 0$ и $c > 0$ верно неравенство

$$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} \leq a + b + c.$$

6. Докажите, что значение выражения

$$\frac{\sqrt{2\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2\sqrt{3}-2}} \cdot \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

является натуральным числом.

7. Найдите наименьшие по модулю коэффициенты квадратного уравнения

$$ax^2 - (a + c)x + c = 0,$$

зная, что один из корней этого уравнения равен $\frac{1}{2}$.

8. Докажите, что при любом натуральном n значение дроби $\frac{n^3 - 4n - 3}{n^3 - n - 3}$ является натуральным числом.
9. Прямая $y = \frac{4}{3}x - 4$ пересекает в точках P и Q параболу $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$. Найдите на дуге PQ параболы точку, наиболее удаленную от данной прямой.
10. Разложите на множители многочлен $a^{10} + a^5 + 1$.
11. Какое множество точек является графиком уравнения:
- а) $3xy - 2x + 21y = 56$;
- б) $4x^2 - 4xy + y^2 - 4x + 2y = 0$?

Самостоятельные работы

Вариант 1

- С—2. 2. $A \subset B$. С—3. 5. 8. С—4. 4. Соответствие не является взаимно однозначным. С—6. 5. $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{9}$. 8. (6; 3), (4; 6), (2; 9). 9. Одну тетрадь стоимостью 8 р. и 8 тетрадей стоимостью 3 р. С—7. 7. Указание. Допустите противное, т. е. что $\alpha + a = b$, где $b \in \mathbb{Q}$ и рассмотрите разность $b - a$. С—9. 6. 3 и 11. 9. 17. С—10. 3. а) $\frac{9}{1679}$; б) $\frac{153}{833}$. С—11. 4. а) $\frac{76}{83}$; б) $\frac{166}{711}$. С—12. 6. 6. 7. 6. 8. 0; 1; 4. 9. 10. С—13. 4. а) 1; б) 1. 5. а) 2; б) 7. 7. а) 96; б) 84. С—14. 3. а) при $a = 2$; б) при $a = 4$. 4. а) при $a + b = 2$; б) при $a + b = 0,5ab$. 6. $\frac{2}{3}$. С—15. 6. а) 15 и -6; б) 35 и 21. 8. а) $n = 7$; б) $n = 9$. С—16. 2. $(a^2 + b^2 - 1)^2$. 7. 1. С—17. 2. $a = 10$; $b = 5$. 3. а) $(3x - 1)(2x - 3)$; б) $(y - 1) \times (y^2 + y - 1)$. 5. 0. 6. 1. Указание. Введите обозначения $8x - 3y = a$, $2x + 3y = b$. Подставив a и b в данное выражение, получим $(a + b)(a - b - 3)$. Отсюда: $a + b = 10x = \frac{1}{3}$, $a - b - 3 = 6(x - y) - 3 = 6 \cdot \left(\frac{1}{30} + \frac{29}{30}\right) - 3 = 3$. 7. Данное выражение принимает наименьшее значение при $a = \frac{1}{2}$ и $b = -3$. С—18. 7. 1; 2. С—19. 7. $\frac{36}{v-2}$ ч при $v > 2$. С—20. 5. а) 0,1; б) 6. 6. $\frac{1}{3}$. 7. $\frac{y-2}{y+3}$. С—21. 2. а) $\frac{2}{xy-4}$; б) $\frac{1}{2x}$; в) $\frac{1}{y^2-2y+2}$; г) $\frac{c+1}{2}$; д) $\frac{x+1}{x-1}$; е) $\frac{1}{a^2+ab+b^2}$. 3. а) 3; б) 37. 6. а) 1,4; б) 6,5. 7. а) При $n = -2$; -1; 1; 2; б) при $n = 3$. С—22. 2. 10. 3. $\frac{a}{(a-b)^2} - \frac{2b}{(a-b)^2}$. 6. $\frac{a}{a-x} + \frac{5}{a-x}$. С—23. 4. а) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-5}$; б) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+2}$; в) $\frac{x}{x-3} + \frac{1}{x+3}$; г) $\frac{x}{x-5} + \frac{1}{x}$. 5. а) $\frac{3}{x^2+6x}$; б) $\frac{3}{x^2+6x}$; в) $\frac{b+c}{a(a+b+c)}$; г) $\frac{4}{x-5}$. 6. $\frac{3}{91}$. С—24. 1. ж) $\frac{2a+2}{3b-6}$; з) $\frac{a+1}{b-1}$. 6. $\frac{2}{3}$. С—25. 5. -1,44. 6. 0,86. С—26. 2. -1. 3. $\frac{a+b}{2}$. 6. 1,75. С—27. 3. е) $(-\infty; 0)$. 4. а) -6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6; б) -6; 0; 8. 7. а) $a = 3,5$; б) $a = 1$. С—28. 5. 1; 5. 7. 0; 1; 2; 3; 4; 5.

- $\varphi(7^{100}) = 1$; $\varphi(8^{100}) = 4$. С—29. 6. (3; 9). 8. а) $a = 7 - \sqrt{21}$ или $a = 7 + \sqrt{21}$; б) $a = 5$. 9. $x_0 = -1$; $y_0 = 16$. С—30. 7. $N(-a; -b)$; $k < 0$. С—31. 5. (-8; 7), (0; -1), (6; 5). С—32. 6. в) $-8\frac{1}{3}$; г) -147; д) -26,4; е) $\frac{8}{15}$. 9. д) При $a > 0$; е) при $a > 1$.
- С—33. 2. а) При $x = -15$ и $x = 15$; б) при $x = -3,3$ и $x = 3,3$. 4. а) -2; -1; 0; 1; 2; б) -1; 0; 1. 5. в) -1; 1; г) $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$. С—35. 6. а) (400; 20); б) (160 000; 400). 7. Не пересекает.
- С—36. 6. а) $a = 4$; б) $a = -5$. С—37. 8. в) $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-x-y}$. С—38. 7. 9,5 см. С—39. 7. б) Указание. Воспользуйтесь тем, что $y = -3x^2$ при $x \geq 0$, $y = 3x^2$ при $x < 0$. С—40. 5. в) $x = 0$; е) $x \geq 8$. С—41. 4. в) $\frac{5 + \sqrt{5 - \sqrt{10 - \sqrt{2}}}}{12}$. 6. Указание. Освободитесь от иррациональности в числителе дроби. 7. а) $\frac{16 - a^2}{4}$; б) $\frac{x - 4}{2}$. С—42. 6. $a^2 = 256$, $a = 16$; б) $a^2 = 12$, $a = -2\sqrt{3}$. 9. б) $3x + 4$, если $x \geq -5$; $x - 6$, если $x < -5$. С—43. 5. в) $2 - \sqrt[3]{7}$. 9. б) $\frac{1}{\sqrt[3]{a} - 1}$. Указание. Воспользуйтесь формулами суммы и разности кубов. С—44. 5. Указание. Внесите множитель под знак корня и воспользуйтесь тем, что функция $y = \sqrt[3]{x}$ — возрастающая. С—45. 5. б) $b = -1$. 7. б) Корней нет; в) \sqrt{a} и $-\sqrt{a}$ при $a > 0$; 0 при $a = 0$; корней нет при $a < 0$. С—46. 6. а) 5, $-\frac{3}{4}$; б) $1\frac{7}{8}$, $-\frac{1}{4}$. 7. в) $\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$, $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$; г) 2; -1. С—47. 1. 17 человек. 2. 12. 3. 120 см². 4. 5 см. 5. 4 см. 6. 11 и 13. 7. 2 с и 3 с. С—48. 4. $a = -3$ или $a = 2$. 6. $c = -2$. 7. в) $x^2 - x - 0,5 = 0$. С—49. 5. е) $-p(p^2 + 45)$. 7. б) $(a + b + c)x^2 + (2a - 2c)x + a - b + c = 0$. С—50. 6. $a = 15$. С—51. 7. а) 4; $-4\frac{2}{3}$; б) $\frac{1 - \sqrt{137}}{4}$; $\frac{1 + \sqrt{137}}{4}$; в) $\frac{1}{2}$; 3; г) 3; $-1\frac{3}{4}$. С—52. 1. 23 ц, 20 ц. 2. 160 г, 20%. 3. 12 км/ч, 15 км/ч. 4. 120 км. 5. 10%. 6. $p = 2$. 7. 10 л. С—55. 7. Не успел. С—56. 5. Указание. Воспользуйтесь тем, что $153 = 9 \cdot 17$. С—57. 3. г) Да. С—58. 7. б) В множестве A нет ни наименьшего элемента, ни наибольшего; в множестве B наименьший элемент — число -16, наибольший 24. С—59. 6. а) 1; 2; 3; 4; 5; б) 1; 2. 7. $a = 29$. С—60. 7. 13 книг. С—61. 5. $b \geq 9$. 7. Больше 8,2 см, но меньше 11,8 см. С—62. 4. в) (-0,2; 1); г) (2; 3). 6. б) [-8,5; -5,5]; в) $\left[2\frac{1}{3}; 9\right]$. 7. а) $x \in (-6; -5) \cup (5; 6)$; б) $x \in (-6; -2) \cup (4; 8)$. С—63. 4. а) $y = \frac{6}{x-2} - 2$. 6. а) $b < -3$, $b > 3$; б) $b = -3$, $b = 3$; в) $-3 < b < 3$. С—64. 3. Указание. Разложите обе части уравнения на множители. 6. (1; -1), (3; 13), (9; 7), (-5; 5). 7. 3; -3.

- С—65. 3. а) Любая пара $(m; m)$, где $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 1$. 6. 3; a ; $-a$.
 С—66. 2. 33 года и 11 лет. 3. $\frac{2a - 15 + \sqrt{225 + 4a^2}}{2}$ мин,
 $\frac{2a + 15 + \sqrt{225 + 4a^2}}{2}$ мин. 4. 50 км/ч. Указание. Обозначьте че-
 рез s км длину всего пути и найдите время движения на каждом
 участке. 5. 351, 362, 373, 384, 395. С—67. 7. 65. С—68. 6. —5.
 С—69. 9. а) $n = 14$; б) $n = 15$; в) $n = 15$; г) $n = 14$ или $n = 15$,
 где n — порядок произведения.

Вариант 2

- С—2. 2. $B \subset A$. С—3. 5. 6. С—4. Не является взаимно одно-
 значным. С—6. 5. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$. 8. (2; 10), (5; 6); (8; 2).
 9. 8 и 3 или 4 и 6. С—7. 7. Указание. Допустите противное,
 т. е. что $\alpha - a = b$, где $b \in \mathbb{Q}$, и рассмотрите сумму $a + b$.
 С—9. 6. 2; 3; 5. 9. 37. С—10. 3. а) $\frac{1411}{2257}$; б) $\frac{2902}{10685}$.
 С—11. 4. а) $\frac{143}{784}$; б) $\frac{976}{987}$. С—12. 6. 6. 7. 10. 8. 0; 1; 4; 7. 9. 8.
 С—13. 4. а) 1; б) 1. 5. а) 3; б) 5. 7. а) 24; б) 56.
 С—14. 3. а) при $b = 3$; б) при $b = 2$. 4. а) $a + b = 3$; б) $a + b = \frac{ab}{3}$.
 6. 0,8. С—15. 6. а) 6; 1; б) 21; 7. 8. а) $n = 9$; б) $n = 10$.
 С—16. 2. $(x^2 + y - 2)^2$. 7. $\frac{1}{81}$. С—17. 2. $a = 6$, $b = 2$.
 3. а) $(3x - 2)(4x + 1)$; б) $(y - 1)(y^2 + y + 2)$. 5. 80. 6. —6.
 Указание. Введите обозначения $6x - 2y = a$, $4x + 2y = b$. Под-
 ставив a и b в данное выражение, получим $(a + b)(a - b - 5)$. От-
 сюда: $a + b = 10x = 2$; $a - b - 5 = 2(x - 2y) - 5 = -3$. 7. При $a = 2$
 и $b = 0,5$. С—18. 7. 2; 3; 7. С—19. 7. $\frac{40}{v_1 - v_2}$, причем $v_1 > v_2$.
 С—20. 5. а) —0,1; б) 6. 6. $\frac{5}{8}$. 7. $\frac{x-2}{x+4}$. С—21. 2. а) $\frac{5}{ab}$; б) $\frac{1}{12y}$;
 в) $\frac{1}{2y^2 - 2y + 1}$; г) $\frac{b^2 + 1}{2}$; д) $\frac{x+1}{x-5}$; е) $c^3 - 8$. 3. а) $\frac{1}{3}$; б) 31.
 6. а) $\frac{31}{21}$; б) $\frac{169}{170}$. 7. а) При $n = -3; -1; 1; 3$; б) при $n = 1; 2$;
 3; 4; 5. С—22. 2. 36. 3. $\frac{c}{c-d} - \frac{3d}{c-d}$. 6. $\frac{b}{b-y} + \frac{2}{b-y}$.
 С—23. 4. а) $\frac{1}{y-2} + \frac{1}{y-3}$; б) $\frac{1}{y-4} + \frac{1}{y+5}$; в) $\frac{y}{y-4} + \frac{1}{y+4}$;
 г) $\frac{1}{y} + \frac{y}{y-3}$. 5. а) $\frac{3}{x^2 + 8x + 7}$; б) $\frac{3}{y^2 - 6y}$; в) $\frac{y+z}{x^2 - xy - xz}$;
 г) $\frac{4}{y^2 - 4y}$. 6. $\frac{1}{65}$. С—24. 1. ж) $\frac{x^2 + 2x}{2y - 2}$; з) $\frac{c-1}{bc+c}$. 6. $\frac{9}{8}$.

- С—25. 5. $\frac{7}{18}$. 6. $1\frac{2}{3}$. С—26. 2. 1. 3. $-\frac{x^2+y^2}{2x+2y}$. 6. $\frac{2}{9}$.
- С—27. 3. е) $(-\infty; 0)$. 4. а) $-8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8$; б) $-3; 1; 3$; 7. 7. а) $b = 1$; б) $b = -2$. С—28. 5. $-14; 1; 2; 7$.
- С—29. 6. $(3; 15)$. 8. а) $b = 4$ или $b = 12$; б) $b = 14$. 9. $x_1 = 2$; $y_1 = 81$. С—30. 7. $M(-a; -b)$; $k > 0$. С—31. 5. $(-10; 6)$, $(0; -4)$, $(2; 18)$, $(12; 8)$. С—32. 6. в) $-8\frac{1}{3}$; г) -360 ; д) $-21,5$; е) 5.
9. д) При $a > 0$; е) при $a = 0$ и при $a > 2$. С—33. 2. а) -24 и 24 ; б) $-0,5$ и $0,5$. 4. а) $-2; -1; 0; 1; 2$; б) $-2; -1; 0; 1; 2$. 5. а) 0; б) $-3; 3$; в) $-4\sqrt{3}; 4\sqrt{3}$; г) $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$. С—35. 6. а) $B(100; 10)$; б) $B(10\,000; 100)$. 7. Не пересекает. С—36. 6. а) $a = 7$; б) $a = -14$. С—37. 8. в) $\sqrt{-b} \cdot \sqrt{-x-y}$. С—38. 7. 20 см.
- С—39. 7. б) Указание. Воспользуйтесь тем, что $y = 2x^2$ при $x \geq 0$, $y = -2x^2$ при $x < 0$. С—40. 5. в) $a = 0$; г) $a \leq 9$. С—41. 4. в) $\frac{3 + \sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$. 6. Указание. Освободитесь от иррациональности в числителе дроби. 7. а) $\frac{9-x^2}{4}$; б) $\frac{8b-4b^2}{3}$.
- С—42. 6. а) $a^2 = 200$, $a = 10\sqrt{2}$; б) $a^2 = 16$, $a = -4$. 9. б) $3a + 1$, если $a \geq -2$; $a - 3$, если $a < -2$. С—43. 5. в) $\frac{2-\sqrt[3]{5}}{3}$.
9. б) $\sqrt[3]{xy} - \sqrt[3]{y^2}$. Указание. Воспользуйтесь формулами суммы и разности кубов. С—44. 5. Указание. Внесите множитель под знак корня и воспользуйтесь тем, что функция $y = \sqrt[3]{x}$ — возрастающая. С—45. 5. б) $a = 3$. 7. б) Корней нет; в) $\sqrt{-b}$ и $-\sqrt{-b}$ при $b < 0$; 0 при $b = 0$; корней нет при $b > 0$. С—46. 6. а) $-2, \frac{2}{3}$; б) $\frac{-3-\sqrt{177}}{7}, \frac{-3+\sqrt{177}}{7}$. 7. в) $\frac{1}{2}$; г) -2 . С—47. 1. 13 человек.
2. 9 сторон. 3. 96 см^2 . 4. 3 см. 5. 4 см. 6. 37 и 25. 7. 3 с. С—48. 4. $a = -17$ или $a = 11$. 6. $c = -1$. 7. в) $4x^2 + 2x - 1 = 0$. С—49. 5. е) $-k(k^2 + 36)$. 7. б) $(q + p + 1)x^2 - (2q - 2)x + q - p + 1 = 0$. С—50. 6. $b = 8$. С—51. 7. а) 1; $-1,4$; б) $-4; 5$; в) $1\frac{1}{3}; 5$; г) 1; $-\frac{7}{8}$. С—52. 1. 140 га, 150 га. 2. 180 г, 10%. 3. 50 км/ч, 40 км/ч. 4. 18 км. 5. 10%. 6. $p = 4$. 7. 8 л. С—55. 7. Во второй день. С—56. 5. Указание. Воспользуйтесь тем, что $135 = 9 \cdot 15$. С—57. 3. г) Да. С—58. 7. б) В множестве X нет наименьшего элемента, а наибольший элемент 44; в множестве Y наименьший элемент — число -54 , а наибольшего элемента нет. С—59. 6. а) 1, 2, 3, 4; б) 1, 2, ..., 8. 7. $a = 15$. С—60. 7. 4 пакета. С—61. 5. $a \geq 18$. 7. Больше 4,8 см, но меньше 37,2 см.

- С—62. 4. в) Решений нет; г) $(2; 2,2)$. 6. б) $[-3; 9]$; в) $[-0,5; 6]$.
 7. а) $x \in (-8; -4) \cup (4; 8)$; б) $x \in (-7; -3) \cup (7; 11)$. С—63.
 4. б) $y = \frac{12}{x-5} + 2$. 6. а) $a < -\frac{4}{5}, a > \frac{4}{5}$; б) $a = -\frac{4}{5}, a = \frac{4}{5}$; в) $-\frac{4}{5} < a < \frac{4}{5}$.
 С—64. 3. Указание. Разложите левую часть уравнения на множители. 6. $(-9; 4), (-3; 10), (5; 2)$. С—65. 3. а) Любая пара $(m; -m)$, где $m \in \mathbb{Z}, m \neq 1, m \neq -1$. 6. 2; а; $-a$. С—66. 2. 72 года, 18 лет. 3. $\frac{2b-9+\sqrt{81+4b^2}}{2}$ мин, $\frac{2b+9+\sqrt{81+4b^2}}{2}$ мин.
 4. 10 км/ч. Указание. Обозначьте через s км длину всего пути и найдите время движения на каждом участке. 5. 15.
 С—67. 7. 992. С—68. 6. $\frac{1}{3}$. С—69. 9. а) $n = 10$; б) $n = 11$; в) $n = 11$; г) $n = 10$ или $n = 11$, где n — порядок произведения.

Контрольные работы

К—1

4. 12 учителей. 6. -2. 4. 34 учащихся. 6. -1,2.
 4. 29 человек. 6. -3,5. 4. 8 человек. 6. 0,4.

К—2

4. 3. 5. 3. 4. 12. 5. 8. 4. 2. 5. 7. 6. 0, 1, 2, 4.
 4. 9. 5. 3. 0, 1, 4.

К—3

1. $a = 2, b = -2$. 2. а) $2x^4 + 108x^2 + 162$. 3. б) $(4y^2 - 2y + 1)(4y^2 + 2y + 1)$. 5. а) $-\frac{a}{3}$; б) $\frac{2}{7}$; в) $\frac{1}{x+1}$. 6. При $n \in \{0; 1; 3; 4\}$.
 1. $a = 2, b = 5$. 2. а) $2x^3 + 150x$. 3. б) $(x^2 - 2xy + 2y^2) \times (x^2 + 2xy + 2y^2)$. 5. а) $-\frac{x}{2}$; б) $\frac{2y}{3}$; в) $b - 1$. 6. При $n \in \{2; 4\}$.
 1. $a = 3, b = 3$. 2. а) $2y^4 + 300y^2 + 1250$. 3. б) $(8y^2 + 4y + 1) \times (8y^2 - 4y + 1)$. 5. а) $-\frac{5x}{7}$; б) $\frac{2}{9y}$; в) $\frac{1}{a+2}$. 6. При $n \in \{1; 3; 5; 7\}$.
 1. $a = -2, b = 2$. 2. а) $2y^3 + 1024y$. 3. б) $(9x^2 + 3x + 1) \times (9x^2 - 3x + 1)$. 5. а) $-\frac{7}{9a}$; б) 2; в) $y - 2$. 6. При $n \in \{3; 4; 6; 7\}$.

К—4

1. а) $\frac{2x}{3x-y}$; б) $-\frac{a^2}{a^3-27}$; 2. $\frac{x^2-16}{5}$. 3. $\frac{4}{(x-1)(x-5)} = \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-1}$. 4. $4a^2 + 1$. 1. а) $\frac{4a}{a+2b}$; б) $-\frac{5}{x^3+8}$.

$$\begin{aligned}
 & 2. \frac{7}{y^2 - 25}. \quad 3. \frac{2a - 4}{(a + 2)(a - b)} = \frac{1}{a - 2} + \frac{1}{a - b}. \quad 4. 9b^2 - 1. \quad 1. \frac{2}{2x - y}; \\
 & 6) -\frac{1}{b + 4}. \quad 2. \frac{c^2 - 8c + 15}{6c}. \quad 3. \frac{1}{y - 7} - \frac{1}{y - 1}. \quad 4. \frac{2a - b}{2a + b - 1}. \\
 & 1. a) \frac{3c}{3c - 2b}; \quad 6) \frac{1}{2y - 3}. \quad 2. \frac{3}{2a^2 - 7a - 4}. \quad 3. \frac{1}{x + 2} - \frac{1}{x + 10}. \quad 4. 1.
 \end{aligned}$$

К-5

$$\begin{aligned}
 & B-1. \quad 5. (-2; 0), (0; (2; 4), (4; 2). \quad B-2. \quad 5. (-4; 2), (-2; 4), \\
 & (0; -2), (2; 0). \quad 5. (-3; 0), (1; -4), (3; 6), (7; 2). \\
 & 5. (-8; 2), (-2; -4), (2; 0).
 \end{aligned}$$

К-6

$$\begin{aligned}
 & B-1. \quad 1. \text{ в) } -28; \quad \text{г) } 144. \quad 4. -3; \quad 3. \quad B-2. \quad 1. \text{ в) } 63; \quad \text{г) } -6. \\
 & 4. -2, 2. \quad 1. \text{ в) } -89\frac{5}{7}; \quad \text{г) } 64. \quad 4. -2; 2. \quad 1. \text{ в) } -102\frac{2}{3}; \\
 & \text{г) } -422. \quad 4. -3. 3.
 \end{aligned}$$

К-7

$$\begin{aligned}
 & B-1. \quad 4. a^2 = 4, a = 2. \quad 6. \frac{4a}{5}. \quad 4. a^2 = 16, a = 4. \quad 6. 4x + 4. \\
 & B-3. \quad 4. a^2 = 20, a = -\sqrt{20}. \quad 4a. \quad 4. a^2 = 24, a = -\sqrt{24}. \\
 & 6. \frac{2}{x}.
 \end{aligned}$$

К-8

$$\begin{aligned}
 & B-1. \quad 1. -1,25; \quad 2. 0,2; \quad 3. 4. 60 \text{ см.} \quad 5. 4,8. \quad 1. -\frac{1}{3}; \quad 4. \\
 & 2. 1; \quad 1\frac{2}{3}. \quad 4. 360 \text{ см}^2. \quad 5. -21,6. \quad 1. \frac{3}{4}; \quad 4. 2. 1,5; \quad 2. \\
 & 4. 75 \text{ см}^2. \quad 5. 3\frac{1}{3}. \quad -7\frac{3}{4}; \quad 3. 2. 0,6; \quad 1. 4. 360 \text{ см}^2. \quad 5. 4,8.
 \end{aligned}$$

К-9

$$\begin{aligned}
 & 1. \frac{7}{9}; \quad 3. 2. -8. \quad 3. 5; \quad 11. 4. 10 \text{ ч и } 20 \text{ ч.} \quad 1. \frac{5}{9}; \quad 5. \\
 & 2. -1. \quad 3. -13; \quad 7. 4. 12 \text{ ч и } 6 \text{ ч.} \quad 1. 0; \quad 4. 2. 14. \quad 3. 1; \quad \frac{2}{13}. \\
 & 4. 30 \text{ км.} \quad 1. 25; \quad 13. 2. 2\frac{1}{3}. \quad 3. 3. 4. 32 \text{ км.}
 \end{aligned}$$

К-10

3. $0,36 < s < 0,4225$. 3. $0,24 < s < 0,315$. 3. $1,28 < s < 1,445$. 3. $0,385 < s < 0,48$.

К-11

1. а) $(-\infty, -2)$; б) $(-\infty; -5\frac{2}{3})$. 2. а) $(-0,5; 17)$; б) $(3; 15)$.
 3. 8, 9, 10, 11. 5. 10 см или 11 см. 1. а) $(2; +\infty)$;
 б) $(-\infty; 14)$. 2. а) $(-1; 7\frac{1}{3})$; б) $(9; 16)$. 3. 4, 5, 6, 7. 5. 28 см
 или 29 см. 1. $(\frac{2}{3}; +\infty)$; б) $(0,5; +\infty)$. 2. а) $(4,5; 16,5)$;
 б) $(1,3; 5)$. 3. -3, -2. 5. 84. 1. а) $(-\infty; -1,55)$;
 б) $(-2,8; +\infty)$. 2. а) $(7,5; +\infty)$; б) $(1; 1,1)$. 3. 0, 1, 2, 3. 5. 33.

К-12

2. б) Уравнение имеет два корня $x_1 = c - \sqrt{c^2 - 1}$ и $x^2 = c + \sqrt{c^2 - 1}$ при $c < -1$ или $c < 1$; имеет один корень, равный c , при $c = -1$ или $c = 1$; не имеет корней при $-1 < c < 1$. 3. $(1; 1)$, $(-1; 3)$, $(5; 5)$, $(3; 7)$. 4. 7, 14, 9, или 8, 16, 6, или 9, 18, 3.
 5. а) при $m > 3$; б) при $m < -3$. 2. б) Уравнение имеет два корня $x_1 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 16}}{4}$ и $x_2 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 16}}{4}$ при $b < -4$ или $b > 4$; имеет один корень, равный $\frac{b}{4}$, при $b = -4$ или $b = 4$; не имеет корней при $-4 < b < 4$. 3. $(-2; 2)$, $(2; 6)$, $(4, -4)$, $(8; 0)$. 4. 5, 15, 8 или 6, 18, 4. 5. а) при $m > 4$; б) при $m < -4$.
 2. б) Уравнение имеет два корня $x_1 = 2b - 2\sqrt{b^2 - 1}$ и $x_2 = 2b + 2\sqrt{b^2 - 1}$ при $b < -1$ или $b > 1$; имеет один корень, равный $2b$, при $b = -1$ или $b = 1$; не имеет корней при $-1 < b < 1$. 3. $(-4; 3)$, $(0; 7)$, $(2; -3)$, $(6; 1)$. 4. 7, 21, 14, или 8, 24, 10, или 9, 27, , или 10, 30, 2. 5. а) при $m > 7$; б) при $m < -7$.
 2. б) Уравнение имеет два корня $x_1 = 3c - 3\sqrt{c^2 - 1}$ и $x_2 = 3c + 3\sqrt{c^2 - 1}$ при $c < -1$ или $c > 1$; имеет один корень, равный $3c$, при $c = -1$ или $c = 1$; не имеет корней при $-1 < c < 1$. 3. $(-1; 5)$, $(1; 3)$, $(3; 9)$, $(5; 7)$. 4. 2, 7, 21. 5. а) при $m > 6$; б) при $m < 6$.

К-13

- B-1. 4. $\frac{a-b}{ab}$. 4. $\frac{1}{ab}$. 4. $\frac{(a-b)^2}{ab}$. 4. $\frac{a-b}{ab}$.

К-14

В-1. 2. $\frac{2}{a+3}$. 3. 15. 5. 11, 12, 13, 14, 15. 6. 75 км/ч и 90 км/ч. 7. (0; -4) и (6; 0). 8. 7.

В-2. 2. $\frac{b+2}{b}$. 3. 9. 5. 8, 9, 10, 11, 12, 13. 6. 15 дней и 18 дней. 7. (12; 0) и (0; -9). 8. 11.

В-3. 2. $-\frac{x+3}{2x}$. 3. 1,5. 4. $E(f) = [-4; 4]$; б) $f(x) = 0$ при $x = -6$, $x = 0$ и $x = 6$. 6. 3, 4, 5, 6, 7. 7. 72 км/ч и 60 км/ч. 8. 14.

В-4. 2. $\frac{3a+b}{3a-b+1}$. 3. -16. 4. $E(g) = [-3; 3]$; б) $g(x) = 0$ при $x = -3$, $x = 3$ и $x = 5,5$. 6. -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5. 7. 1 ч и 1,5 ч. 8. 3.

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ

1. -3, 0, 1, 2, 4, 5, 6, 9. 2. 24, 59, 94. 4. Да, $m = -1$ и $n = 1$.
7. $a = 2$, $c = 1$. 9. $M(0,5; 9)$. 10. $(a^2 + a + 1)(a^8 - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 - a + 1)$. Указание. Воспользуйтесь тем, что $a^{10} + a^5 + 1 =$
 $= \frac{(a^5)^3 - 1}{a^5 - 1} - \frac{(a^3)^5 - 1}{a^5 - 1} = \frac{a^3 - 1}{a - 1} \cdot \frac{a^{12} + a^9 + a^6 + a^3 + 1}{a^4 + a^3 + a^2 + a + 1}$. 11. а) Пара пересекающихся прямых; б) пара параллельных прямых.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|-----|
| Предисловие | 3 |
| Примерное планирование учебного материала | 4 |
| Самостоятельные работы | 7 |
| <i>Вариант I</i> | 7 |
| <i>Вариант II</i> | 63 |
| Контрольные работы. | 119 |
| Задачи повышенной трудности. | 148 |
| Ответы | 150 |

Учебное издание

Макарычев Юрий Николаевич
Миндюк Нора Григорьевна

АЛГЕБРА
ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
8 КЛАСС

**Пособие для школ с углубленным
изучением математики**

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Н. Б. Грызлова*
Младший редактор *Н. В. Ноговицина, Е. А. Андрееenkova*
Художники *Н. В. Беляева, Б. Л. Николаев*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Технический редактор *И. Ю. Илюхина*
Корректоры *М. А. Терентьева, Л. Ю. Румянцева*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 22.09.09. Формат 60 × 90¹/₁₆. Бумага газетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 7,65. Тираж 5000 экз. Заказ № 29080.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат».
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru