

# **МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ**

**Примерные программы  
среднего (полного)  
общего образования**

**Рекомендовано РАО**

# **МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ**

**Примерные программы  
среднего (полного)  
общего образования**

**10–11 классы**

Под общей редакцией  
академика РАО  
М.В. Рыжакова



Москва  
Издательский центр  
«Вентана-Граф»  
2012

Создано в рамках совместного проекта  
Российской академии образования  
и Издательского центра «Вентана-Граф»

*Рекомендовано Российской академией образования*

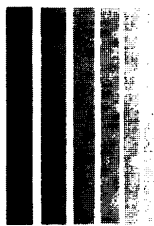
*Авторы:* Е.А. Седова, канд. пед. наук;  
С.В. Пчелинцев, д-р физ.-мат. наук, проф.;  
Т.М. Мищенко, канд. пед. наук;  
С.Д. Троицкая, канд. физ.-мат. наук, доц.;  
С.А. Седов

**П76 Примерные программы среднего (полного) общего образования : математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия : 10–11 классы / Е.А. Седова, С.В. Пчелинцев, Т.М. Мищенко и др.; под общ. ред. М.В. Рыжакова. — М. : Вентана-Граф, 2012. — 136 с. — (Современное образование).**

ISBN 978-5-360-03539-8

Примерные программы по математике являются ориентиром для составления рабочих программ по учебному предмету и определяют инвариантную (обязательную) часть содержания образования, за пределами которой остаётся возможность авторского выбора вариативной составляющей. Рабочие программы, составленные на основе данной Программы, могут использоваться в учебных заведениях разного профиля и разной специализации. Предназначена для учителей и методистов.

ББК 74.26



# Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия (Интегрированный курс)



## Пояснительная записка

Настоящая примерная программа по математике (интегрированный курс) для средних общеобразовательных учреждений (далее – Программа) является ориентиром для составления рабочих программ по учебному предмету и определяет инвариантную (обязательную) часть содержания образования, за пределами которой остаётся возможность авторского выбора вариативной составляющей. Авторы рабочих программ, в том числе и авторы учебников, могут предложить собственный подход к части структурирования учебного материала, определения последовательности его изучения, расширения объёма (детализации) содержания, а также путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития, воспитания и социализации учащихся. Рабочие программы, составленные на основе данной Программы, могут использоваться в учебных учреждениях разного профиля и разной специализации.

Поскольку в настоящее время структура примерных программ по учебным предметам не регламентируется никакими нормативно-правовыми документами, а также учитывая необходимость дать учителю некоторый образец для разработки рабочей программы<sup>1</sup>, авторы Программы структурировали её содержание в соответствии с п. III Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Подробные методические рекомендации по разработке рабочей программы даны в пособии для учителя: *Журин А.А.* Рабочая программа по учебному предмету: разработка, экспертиза, утверждение. – М. : Вентана-Граф, 2012.

<sup>2</sup> См.: Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования : утв. приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413.

## Общая характеристика примерной программы

Настоящая Программа состоит из четырёх разделов, названия которых в целом совпадают с названиями разделов рабочих программ.

Содержание первого раздела «Пояснительная записка» расширено по сравнению с требованиями к рабочей программе за счёт включения данного подраздела «Общая характеристика примерной программы». Его необходимость в данной Программе обусловлена значительными различиями в функциях примерных и рабочих программ. Если примерная программа – это своеобразный «общий план» учебного предмета, определяющий минимально допустимый уровень содержания предметного обучения, то рабочая программа представляет собой инструмент повседневной профессиональной деятельности учителя.

Второй подраздел пояснительной записки настоящей Программы «Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования» соответствует первому подразделу рабочей программы, в котором разработчику необходимо конкретизировать общие цели среднего (полного) общего образования с учётом специфики учебного предмета. В настоящей Программе такая конкретизация приведена, однако в рабочих программах, кроме этого, следует также отразить особенности целеполагания в конкретном образовательном учреждении в аспекте учебного предмета.

Третий подраздел пояснительной записки «Общая характеристика учебного предмета» (или соответственно второй подраздел пояснительной записки к рабочей программе) раскрывает пути достижения целей образования с учётом специфических особенностей учебного предмета. Далее даётся описание места учебного предмета в учебном плане. При разработке рабочих программ следует учитывать, что в данной Программе приведены рекомендуемые Российской академией образования учебные планы по пяти профилям (универсальному, гуманитарному, социально-экономическому, естественнонаучному, технологическому).

В рабочих программах общую характеристику учебного предмета необходимо дополнить описанием особенностей изучения данного предмета в данном образовательном учреждении, а в обосновании места учебного предмета в учебном плане или дать ссылку на типовой учебный план, или указать, за счёт каких резервов увеличен объём времени.

Уменьшение числа учебных часов, указанных для данного учебного предмета в типовом учебном плане, не допускается.

Заключительный подраздел пояснительной записки содержит описание результатов освоения учебного предмета, структурированных в соответствии с требованиями стандарта: личностных, метапредметных и предметных. В рабочих программах все результаты, приведённые в настоящей Программе, должны получить своё отражение и при необходимости быть дополнены результатами, соответствующими основной образовательной программе образовательного учреждения.

Второй раздел настоящей Программы «Содержание обучения» разработан в соответствии с требованиями к результатам освоения основной образовательной программы Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Этот раздел представляет собой список дидактических единиц, которые **обязательно** должны быть включены в **каждую** рабочую программу, должны быть отражены в **каждом** учебнике по данному учебному предмету.

Раздел «Содержание обучения» настоящей Программы содержит перечень дидактических единиц, но не задаёт структуру реального учебного курса. В издававшихся ранее примерных программах приводились два варианта возможных структур курса в виде примерного тематического планирования, которые не исчерпывали всё возможное многообразие структур. Кроме того, использовавшаяся стандартизированная форма примерного тематического планирования не учитывала особенности того или иного учебного предмета и сложившиеся в предметных методиках традиции представления тематического планирования.

Настоящая Программа построена по модульному принципу. Под модулями понимаются относительно завершённые и структурированные совокупности единиц содержания (включая виды деятельности, которыми должны овладеть обучающиеся), направленных на решение конкретных образовательных задач, ведущих к достижению целей среднего (полного) общего образования.

Принцип модульности предполагает цельность и завершённость, полноту и логичность построения единиц учебного материала в виде блоков-модулей, внутри которых учебный материал структурируется в виде системы учебных элементов. Из блоков-модулей конструируют учебную программу или содержание учебного курса. При этом элементы содержания обучения внутри блоков взаимозаменяемы и подвижны.

Автор рабочей программы может использовать приведённую в настоящей Программе последовательность модулей, равно как расположить модули в другой последовательности, ввести новые, дополнительные модули или расширить содержание предложенных<sup>1</sup>.

Таким образом, раздел настоящей Программы «Модули содержания для разработки тематического планирования» в определённой мере соответствует разделу рабочей программы «Тематическое планирование».

Заключительный раздел настоящей Программы «Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса» имеет информационный характер и содержит перечень средств обучения, которые были доступны для приобретения образовательными учреждениями общего

---

<sup>1</sup> Подробные методические рекомендации по разработке рабочей программы даны в пособии для учителя: *Журин А.А.* Рабочая программа по учебному предмету: разработка, экспертиза, утверждение. — М. : Вентана-Граф, 2012.

образования на начало 2012 г. Этот перечень избыточен, поэтому при разработке рабочей программы в соответствующий её раздел следует включать только те средства, которые имеются в образовательном учреждении (или которые планируется приобрести в ближайшее время), с учётом их необходимости для практической реализации программы.

## Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования основные цели завершающего этапа школьного образования состоят:

- в завершении формирования у обучающихся – средствами культуры, науки, искусства, литературы – общей культуры и относительно целостной системы знаний, деятельностей и представлений о природе, обществе и человеке;
- формировании устойчивой потребности учиться, готовности к непрерывному образованию, саморазвитию и самовоспитанию, к созидательной и ответственной трудовой деятельности на благо семьи, общества и государства;
- развитии индивидуальности и творческих способностей с учётом профессиональных намерений, интересов и запросов обучающихся, необходимости эффективной подготовки выпускников к освоению программ профессионального образования;
- обеспечении условий обучения и воспитания, социализации и духовно-нравственного развития обучающихся, формирования гражданской идентичности, социального становления личности, самореализации в социально и личностно значимой деятельности.

Изучение интегрированного курса «Математика» в старшей школе осуществляется только на **базовом** уровне. Изучение данного курса имеет целью повысить общекультурный уровень обучающегося и завершает формирование относительно целостной системы математических знаний как основы для любой профессиональной деятельности, не связанной непосредственно с математикой.

Изучение математики как *интегрированного* курса направлено на достижение следующих целей:

- овладение системой математических понятий, законов и методов, изучаемых в пределах основной образовательной программы среднего (полного) общего образования;
- осознание и объяснение роли изученных понятий, законов и методов в описании и исследовании реальных процессов и явлений; понимание основ

аксиоматического построения теорий; представление о математическом моделировании и его возможностях;

- овладение математической терминологией и символикой, начальными понятиями логики и принципами математического доказательства; самостоятельное проведение доказательных рассуждений в ходе решения задач;

- выполнение точных и приближённых вычислений и преобразований выражений; решение уравнений и неравенств; решение текстовых задач; исследование функций, построение их графиков; оценка вероятности наступления событий в простейших ситуациях; изображение плоских и пространственных геометрических фигур, их комбинаций; чтение геометрических чертежей; описание и обоснование свойств фигур и отношений между ними;

- способность применять приобретённые знания и умения для решения задач, в том числе задач практического характера и задач из смежных учебных предметов.





## Общая характеристика учебного предмета

Учебный предмет «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия (интегрированный курс)», далее «Математика», является интегрированным учебным предметом, охватывающим основное содержание учебных предметов «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия». Он изучается только на базовом уровне, обеспечивая уровень математической подготовки в соответствии с проектом содержания Фундаментального ядра общего среднего образования и требованиями ФГОС к результатам освоения образовательной программы. Этот учебный предмет не предполагает сколько-нибудь существенного расширения обязательного содержания обучения и выхода за рамки традиционных видов учебной деятельности. В этой связи внеурочная коллективная или индивидуальная проектная и исследовательская деятельность при его изучении не предусмотрена, что, однако, не исключает возможности применения изученных математических методов в проектной деятельности по смежным учебным предметам.

Учебный предмет «Математика» ориентирован преимущественно на общекультурную подготовку выпускников и является достаточным для продолжения образования и профессиональной деятельности в областях, не связанных с математикой.



## Место учебного предмета в учебном плане

Содержание обучения по интегрированному курсу «Математика», представленное в настоящей Программе, рассчитано на 210 аудиторных учебных часов за два года обучения. При этом резерв времени составляет 30 ч.

Вместо учебного предмета «Математика» для обучения могут быть выбраны отдельные учебные предметы «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» с изучением их на базовом уровне. Решение по выбору принимается обучающимися совместно с их родителями (лицами, их заменяющими).

При желании продолжать образование в учреждениях среднего профессионального и высшего профессионального образования, где математика является одной из ведущих дисциплин, следует выбрать для изучения два отдельных предмета: «Алгебра и начала математического анализа» (на профильном (углублённом) уровне) и «Геометрия» (на базовом или на углублённом уровнях).

Рекомендуемые варианты представления учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» в учебных планах и их объём (в учебных часах за два года обучения) даны в таблице.

В расчёт учебных часов на изучение всех учебных предметов заложен резерв учебного времени учителя, предназначенный для организации педагогического процесса с учётом индивидуальных особенностей и реальной подготовки каждого обучающегося. Рекомендуемые резервы времени учителя для учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» также представлены в таблице.

Учебные часы, отведённые на изучение основного содержания курса, учитель математики распределяет по своему усмотрению между основным содержанием курса, его повторением, подготовкой к итоговой аттестации.

Резервное время при разработке рабочей программы может быть использовано как для введения дополнительного содержания обучения (в том числе дополнительных модулей), так и для увеличения времени на изучение отдельных модулей, проведения проектных и исследовательских работ (для углублённого уровня) и т. п.

**Таблица** Варианты представления в учебных планах учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия»

Вариант	Учебные предметы	Уровень изучения	Число аудиторных учебных часов	
			всего за два года обучения	в том числе резерв времени учителя
1	Математика	Базовый	210	30
2	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Базовый	210	30
		Базовый	140	20
3	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Углублённый	280	40
		Базовый	140	20
4	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Углублённый	280	40
		Углублённый	210	30

Образовательное учреждение (организация) вправе увеличить объём каждого из учебных предметов, используя для этого учебные часы из части основной образовательной программы, формируемой участниками образовательного процесса, или предлагая дополнительные курсы по выбору.

Число учебных часов, отводимых на изучение «Математики», «Алгебры и начал математического анализа» и «Геометрии» в разных профилях обучения, приведено в Приложении к Программе.



## Результаты освоения учебного предмета

**Личностные результаты** обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся, установление учащимися связи между учебной деятельностью и её мотивом. К личностным результатам освоения старшеклассниками программы по интегрированному курсу «Математика» относятся:

- сформированность представлений об основных этапах истории и о наиболее важных современных тенденциях развития математической науки, о профессиональной деятельности учёных-математиков;
- способность к эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- сформированность потребности в самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, находчивости, активности при решении математических задач;
- потребность в самообразовании, готовность принимать самостоятельные решения.

Вклад изучения интегрированного курса «Математика» в формирование **метапредметных результатов** освоения основной образовательной программы состоит:

- в формировании понятийного аппарата математики и умения видеть приложения полученных математических знаний для описания и решения проблем в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- формировании интеллектуальной культуры, выражающемся в развитии абстрактного и критического мышления, в умении распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, способности ясно, точно и грамотно формулировать и аргументированно излагать свои мысли в устной и письменной речи, корректности в общении;
- формировании информационной культуры, выражающемся в умении осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, использовать различные источники информации для решения учебных проблем;

- формировании умения принимать решение в условиях неполной и избыточной информации;
- формировании представлений о принципах математического моделирования и приобретении начальных навыков исследовательской деятельности;
- формировании умения видеть различные стратегии решения задач, планировать и осуществлять деятельность, направленную на их решение, проверять и оценивать результаты деятельности, соотнося их с поставленными целями и личным жизненным опытом, а также публично представлять её результаты, в том числе с использованием средств информационных и коммуникационных технологий.

**Предметные результаты** проявляются в знаниях, умениях, компетентностях, характеризующих качество (уровень) овладения обучающимися содержанием учебного предмета:

- объяснять идеи и методы математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; приводить соответствующие примеры;
- описывать круг математических задач, для решения которых требуется выход в множество действительных чисел и введение новых понятий (степень, арифметический корень, логарифм; синус, косинус, тангенс, котангенс; арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс) и соответствующих функций; производить вычисления по формулам, решать простейшие уравнения и неравенства, описывать свойства и строить графики соответствующих функций; объяснять алгебраическую подоплёку введения комплексных чисел (основная теорема алгебры);
- изображать и описывать основные стереометрические тела; решать математические задачи на нахождение геометрических величин;
- приводить примеры пространственных и количественных характеристик реальных объектов, для описания которых используют математическую терминологию;
- объяснять на примерах историческую обусловленность и практическую пользу методов математического анализа, теории вероятностей и статистики;
- описывать реальные ситуации на языке математики; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, геометрии, начал анализа, теории вероятностей и статистики (перечень рекомендованных для изучения на базовом уровне понятий и фактов по алгебре, началам анализа и геометрии содержится в соответствующих разделах);
- решать текстовые задачи, переводя предложения русского языка на язык математических символов, представляя содержащиеся в них количественные данные в виде формул, таблиц, графиков, диаграмм, или наоборот, извлекая из них информацию; составлять числовые выражения, уравнения, неравенства и находить значения искомых величин, исходя из условия задачи;

- проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.



## Содержание обучения

Многочлены от одной переменной. Число корней многочлена. Кратные корни.

Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Разложение многочлена с целыми коэффициентами на множители.

Применение теории многочленов к решению алгебраических уравнений.

*Мотивировка введения комплексных чисел, особенности множества комплексных чисел.*

*Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа.*

*Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.*

*Арифметические действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение и деление. Комплексно сопряжённые числа.*

*Применение комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства)<sup>1</sup>.*

Основные свойства функции: промежутки возрастания и убывания, точки максимума и минимума, ограниченность функций, чётность и нечётность.

Многочлен, график многочлена.

Понятие о непрерывности функции. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов.

Корень целой степени. Степень с дробным показателем. Понятие о степени с иррациональным показателем. Действия со степенями.

Мотивировка введения логарифмов. Понятие логарифма. Действия с логарифмами.

Число  $e$ .

Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы.

---

<sup>1</sup> Учебный материал, выделенный курсивом, не выносится на государственную аттестацию.

Степенная функция с целым и дробным показателями, её свойства и график. Понятие об обратной функции. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Решение уравнений, содержащих радикалы, степенные, логарифмические и показательные функции. Решение показательных и логарифмических неравенств.

Тригонометрические функции: синус, косинус, тангенс, котангенс.

Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения, двойного угла. Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции.

Свойства и графики тригонометрических функций.

*Понятие о композиции функций.*

Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа, *решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.*

Преобразования графиков функций: параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль оси ординат.

Понятие о пределе последовательности. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. *Понятие о методе математической индукции.*

Приращение аргумента, приращение функции. Понятие о производной функции в точке. Геометрический и физический смыслы производной.

Производные функций:  $y = x^a$ , где  $a \in \mathbb{R}$ ;  $y = e^x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ .

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного. Производная функции вида  $y = f(k \cdot x + b)$ .

Достаточные условия возрастания (убывания) функции.

Необходимые условия максимума и минимума.

Достаточные условия максимума и минимума.

Исследование функций и построение графиков (в простейших случаях).

*Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Понятие о первообразной. Формула Ньютона — Лейбница. Геометрические и физические приложения определённого интеграла.*

*Выборки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля и его свойства.*

*Определение и примеры испытаний Бернулли. Формула для вероятности числа успехов в серии испытаний Бернулли. Математическое ожидание числа успехов в испытаниях Бернулли.*

*Основные примеры случайных величин. Математическое ожидание случайной величины.*

*Независимость случайных величин и событий.*

*Представление о законе больших чисел для последовательности независимых испытаний. Естественнонаучные применения закона больших чисел.*

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Взаимное расположение прямых в пространстве. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые.



Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых.

Расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми.

Взаимное расположение прямой и плоскости. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикуляр и наклонная.

Угол между прямой и плоскостью.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до параллельной ей плоскости.

Взаимное расположение плоскостей. Параллельность и перпендикулярность плоскостей. Признаки и свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояние между параллельными плоскостями.

*Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования.*

*Ортогональная проекция. Площадь ортогональной проекции многоугольника.*

*Центральное проектирование (перспектива).*

*Изображение пространственных фигур.*

Многогранник и его элементы: вершины, рёбра, грани. Поверхность многогранника. Развёртка.

*Многогранные углы.*

*Выпуклые многогранники.*

*Правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр). Сечения многогранников.*

Куб и параллелепипед.

Призма и её элементы: основания, боковые рёбра, высота, диагональ, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма.

Сечения куба, параллелепипеда и призмы.

Пирамида. Вершина, основание, боковые рёбра, высота, апофема, боковая поверхность. Правильная пирамида. Усечённая пирамида. Сечения пирамиды.

Цилиндр. Основания, образующая, высота, ось, боковая поверхность, развёртка цилиндра.

Конус. Вершина, основание, образующая, ось, высота, боковая поверхность, развёртка конуса.

Усечённый конус.

Шар, сфера. Центр, радиус, диаметр шара и сферы. Сечения шара (сферы) плоскостями. Касание шара (сферы) с прямой и плоскостью. Вписанные и описанные сферы.

*Движение пространства, виды движений. Параллельный перенос, симметрия (центральная, осевая, зеркальная).*

*Понятие о равенстве фигур в пространстве.*

*Элементы симметрии многогранников и круглых тел. Примеры симметрии в окружающем мире.*

*Фигуры вращения.*

*Понятие о подобии фигур в пространстве.*

Объём и его свойства. Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды. Формулы объёма цилиндра, конуса, шара.

Отношение объёмов подобных тел.

Площадь поверхности многогранника. Формулы площади поверхности цилиндра, конуса, шара.



## Модули содержания для разработки тематического планирования

Содержание программы по математике представлено восемью модулями: «Алгебра»; «Прямые и плоскости в пространстве»; «Функции»; «Геометрические тела»; «Математический анализ»; «Измерения и вычисления»; «Преобразования пространства»; «Вероятность и статистика».

Поскольку на изучение интегрированного курса «Математика» в качестве непрофильного учебного предмета в старших классах в соответствии с примерным учебным планом можно отводить всего три урока в неделю, целесообразно чередовать алгебраический и геометрический материал на модульной основе. Это позволит сохранить систематичный характер изучения математики.

С целью нормализации учебной нагрузки обучающихся в течение учебного года желательно также перемежать учебный материал, выносимый на итоговую аттестацию на базовом уровне, с учебным материалом, включённым в содержание образования в ознакомительном плане (этот материал выделен курсивом). При изучении последнего рекомендуется привлекать исторический материал, на доступном уровне разъясняя обучающимся мотивы введения, преимущества и области применения новых математических абстракций. Домашние задания при изучении этих тем должны быть сведены к минимуму.

Следует обратить внимание также на модуль «Измерения и вычисления». В нём сконцентрирован учебный материал, связанный преимущественно с применением математических формул (например, правила действий со степенями, корнями и логарифмами, формулы тригонометрии, формулы для вычисления площади поверхности и объёма различных геометрических тел). В связи с этим изучение содержания данного модуля целесообразно проводить в виде практикума по решению задач, в том числе задач для подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

В учебный модуль «Алгебра» включены две темы: «Многочлены» и «Комплексные числа». Основное назначение этих тем связано с повышением общей математической подготовки учащихся, освоением простых и эффективных приёмов решения алгебраических задач.

### Тема 1. Многочлены (15 ч)

Тема «Многочлены» в старшей школе завершает содержательно-методическую линию основной школы «Выражения и их преобразования».

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о свойствах многочленов с целыми коэффициентами: наличие рациональных корней, делимость многочлена на многочлен; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение приёмов нахождения рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами и решения целых алгебраических уравнений не выше четвёртой степени; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Многочлены от одной переменной. Число корней многочлена. Кратные корни. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Разложение многочлена с целыми коэффициентами на множители. Применение теории многочленов к решению алгебраических уравнений
Виды деятельности обучающихся	Оценка числа корней целого алгебраического уравнения (не выше четвёртой степени). Нахождение кратности корней многочлена (не выше четвёртой степени). Деление уголком многочлена на многочлен, нахождение частного и остатка. Применение различных приёмов решения целых алгебраических уравнений (не выше четвёртой степени): – подбор целых корней;

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– отщепление корня;</li> <li>– разложение на множители;</li> <li>– понижение степени;</li> <li>– подстановка (замена переменной)</li> </ul>
--	--

## Тема 2. Комплексные числа (5 ч)

Тема «Комплексные числа» завершает основную содержательную линию курса школьной математики «Числа».

Задачи модуля	<p><i>Сформировать у обучающихся представление о комплексных числах;</i></p> <p><i>организовать учебную деятельность, направленную на освоение правил действий с комплексными числами и особенностей решения квадратных уравнений в поле комплексных чисел;</i></p> <p><i>спроектировать учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</i></p>
Содержание	<p><i>Мотивировка введения комплексных чисел, особенности множества комплексных чисел.</i></p> <p><i>Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа.</i></p> <p><i>Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.</i></p> <p><i>Арифметические действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение и деление.</i></p> <p><i>Комплексно сопряжённые числа.</i></p> <p><i>Применение комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства)</i></p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Выполнение вычислений с комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.</p> <p>Изображение комплексных чисел точками на комплексной плоскости.</p> <p>Интерпретация на комплексной плоскости сложения и вычитания комплексных чисел.</p> <p>Формулирование и разъяснение смысла основной теоремы алгебры и простейших следствий из неё.</p> <p>Нахождение корней квадратных уравнений с действительными коэффициентами</p>

## Модуль 2 Прямые и плоскости в пространстве (15 ч)

Учебный модуль «Прямые и плоскости в пространстве» направлен на развитие у обучающихся пространственных представлений и изобразительных умений. Этот модуль состоит из пяти тем: «Основные понятия стереометрии», «Взаимное расположение прямых в пространстве», «Взаимное расположение прямой и плоскости», «Взаимное расположение плоскостей», «Изображение пространственных фигур».

### Тема 1. Основные понятия стереометрии (1 ч)

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных понятиях стереометрии; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств основных геометрических фигур в пространстве; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство)
Виды деятельности обучающихся	Перечисление основных понятий стереометрии и приведение примеров реальных объектов, идеализацией которых служат основные понятия стереометрии. Перечисление и иллюстрация способов задания прямых и плоскостей в пространстве

### Тема 2. Взаимное расположение прямых в пространстве (4 ч)

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных случаях взаимного расположения прямых в пространстве, об измерении: углов между прямыми, расстояния между прямыми, расстояния между точкой и прямой; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практи-
---------------	---

	ческого характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	<p>Взаимное расположение прямых в пространстве. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых.</p> <p>Расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве. Формулирование определения пересекающихся, параллельных, перпендикулярных и скрещивающихся прямых в пространстве.</p> <p>Формулирование определения углов между пересекающимися, параллельными, перпендикулярными и скрещивающимися прямыми в пространстве.</p> <p>Объяснение, как определяются расстояния: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми.</p> <p>Нахождение углов между прямыми в пространстве.</p> <p>Нахождение расстояний: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми</p>

### Тема 3. Взаимное расположение прямой и плоскости (4 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных случаях взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве. об измерении углов между прямой и плоскостью, об измерении расстояний между точкой и плоскостью, между прямой и плоскостью;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
---------------	---

Содержание	<p>Взаимное расположение прямой и плоскости.          Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости.          Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.          Перпендикуляр и наклонная.          Угол между прямой и плоскостью.          Расстояние от точки до плоскости.          Расстояние от прямой до параллельной ей плоскости</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости.          Формулирование определений параллельных прямой и плоскости, перпендикулярных прямой и плоскости.          Формулирование и доказательство признаков параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.          Объяснение, что называется углом между прямой и плоскостью.          Обоснование утверждения о параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.          Объяснение, как определяются: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до параллельной ей плоскости.          Нахождение угла между прямой и плоскостью.          Нахождение расстояний: от точки до плоскости, от прямой до параллельной ей плоскости</p>

#### Тема 4. Взаимное расположение плоскостей (4 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных случаях взаимного расположения плоскостей в пространстве, об измерении углов между плоскостями, о расстояниях между плоскостями;  <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей;  <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
---------------	--



Содержание	<p>Параллельность и перпендикулярность плоскостей.</p> <p>Признаки и свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей.</p> <p>Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.</p> <p>Расстояние между параллельными плоскостями</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей.</p> <p>Формулирование определений параллельных и перпендикулярных плоскостей.</p> <p>Объяснение того, что называют: двугранным углом между плоскостями, линейным углом двугранного угла.</p> <p>Объяснение того, как находится расстояние между параллельными плоскостями.</p> <p>Обоснование утверждения о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.</p> <p>Нахождение двугранных углов.</p> <p>Нахождение расстояния между параллельными плоскостями</p>

### Тема 5. Изображение пространственных фигур (2 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных способах изображения пространственных фигур;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение приёмов параллельного и центрального проектирования;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p><i>Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования.</i></p> <p><i>Ортогональная проекция. Площадь ортогональной проекции многоугольника.</i></p> <p><i>Центральное проектирование (перспектива)</i></p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение правил параллельного проектирования, ортогонального проектирования и центрального проектирования.</p> <p>Сопровождение объяснений иллюстрациями.</p>

	<p>Объяснение различий в изображениях пространственных фигур при параллельном и центральном проектировании.</p> <p>Распознавание перспективы на изображениях реальных объектов.</p> <p>Построение изображений пространственных фигур в параллельной проекции</p>
--	--

### Модуль 3    Функции (30 ч)

Учебный модуль «Функции», посвящённый изучению степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций, продолжает линию знакомства учащихся с основными элементарными функциями, начатую в основной школе.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функциях и их свойствах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение правил действий с корнями, степенями, логарифмами и тригонометрическими функциями, стандартных методов решения соответствующих простейших уравнений и неравенств, а также на формирование геометрических представлений, с помощью которых можно дать наглядные объяснения сущности указанных методов;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Основные свойства функции: промежутки возрастания и убывания, точки максимума и минимума, ограниченность функций, чётность и нечётность.</p> <p>Многочлен, график многочлена.</p> <p>Понятие о непрерывности функции. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов.</p> <p>Корень целой степени. Степень с дробным показателем. Понятие о степени с иррациональным показателем. Действия со степенями.</p> <p>Мотивировка введения логарифмов.</p>

	<p>Понятие логарифма. Действия с логарифмами. Число <math>e</math>. Степенная функция с целым и дробным показателями, её свойства и график. Понятие об обратной функции. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Тригонометрические функции: синус, косинус, тангенс, котангенс. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения и двойного угла. Понятие о периодичности функции. Свойства и графики тригонометрических функций. <i>Понятие о композиции функций.</i> Преобразования графиков функций: параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль оси ординат</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Описание свойств функций (промежутки возрастания и убывания, наличие точек максимума, минимума, значения максимумов и минимумов, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность) по их графикам. Приведение примеров функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченностью). Разъяснение смысла перечисленных свойств. Изображение графиков многочленов с помощью графопостроителей, описание свойства. Вычисление значений выражений, содержащих радикалы, степени, логарифмы, тригонометрические функции. Распознавание графиков степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций. Выполнение преобразований графиков элементарных функций (параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль оси ординат)</p>

## Модуль 4 Геометрические тела (20 ч)

В учебный модуль «Геометрические тела» включены четыре темы: «Многогранник», «Призма», «Пирамида» и «Круглые тела». Основное назначение этих тем связано с развитием пространственного воображения обучающихся, с освоением геометрической терминологии и развитием логического мышления.

## Тема 1. Многогранник (2 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать у обучающихся представление об основных видах многогранников;</i></p> <p><i>организовать учебную деятельность, направленную на освоение свойств основных многогранников, на приобретение навыков геометрических преобразований многогранников (проведение диагоналей, сечений и т. п.) и соответствующих изменений на их изображениях;</i></p> <p><i>спроектировать учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</i></p>
Содержание	<p>Многогранник и его элементы: вершины, рёбра, грани. Поверхность многогранника. Развёртка.</p> <p><i>Многогранные углы.</i></p> <p><i>Выпуклые многогранники. Правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр).</i></p> <p><i>Сечения многогранников</i></p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах выпуклых и невыпуклых многогранников.</p> <p>Изображение многогранников в параллельной проекции.</p> <p>Приведение примеров многогранников.</p> <p>Выделение на моделях и чертежах элементов многогранников, многогранных углов.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах правильных многогранников.</p> <p>Объяснение, какие углы называются многогранными.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение многогранных углов.</p> <p>Приведение примеров сечений многогранников.</p> <p>Использование компьютерных программ (при наличии) для изображения многогранников и иллюстрации их свойств</p>

## Тема 2. Призма (6 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать у обучающихся представление о призмах;</i></p> <p><i>организовать учебную деятельность, направленную на освое-</i></p>
---------------	---

	<p>ние свойств призмы, на логическое обоснование соответствующих геометрических утверждений;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Куб и параллелепипед.</p> <p>Призма и её элементы: основания, боковые рёбра, высота, диагональ, боковая поверхность.</p> <p>Прямая и наклонная призма.</p> <p>Правильная призма.</p> <p>Сечения куба, параллелепипеда и призмы</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение куба, параллелепипеда, призмы, выделение их элементов.</p> <p>Объяснение, какие призмы называют прямыми и наклонными, какие призмы называют правильными.</p> <p>Формулирование определений куба, параллелепипеда и призмы.</p> <p>Приведение примеров сечений куба, параллелепипеда, призмы.</p> <p>Формулирование и обоснование утверждений о свойствах призмы</p>

### Тема 3. Пирамида (6 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о пирамидах; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств пирамиды, на логическое обоснование соответствующих геометрических утверждений;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Пирамида. Вершина, основание, боковые рёбра, высота, апофема, боковая поверхность пирамиды.</p> <p>Правильная пирамида.</p>

	Усечённая пирамида. Сечения пирамиды
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах пирамиды, усечённой пирамиды, выделение их элементов. Объяснение, какие пирамиды называют прямыми и наклонными, какие — правильными, какие — тетраэдрами. Объяснение, что такое ось правильной пирамиды, какие пирамиды называют усечёнными. Формулирование определений пирамиды, правильной пирамиды, усечённой пирамиды. Изображение пирамиды и усечённой пирамиды. Приведение примеров сечений пирамиды. Формулирование и обоснование утверждений о свойствах пирамиды

#### Тема 4. Круглые тела (6 ч)

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных видах круглых тел; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств круглых тел, на логическое обоснование соответствующих геометрических утверждений; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	Цилиндр. Основания, образующая, высота, ось, боковая поверхность, развёртка цилиндра. Конус. Вершина, основание, образующая, ось, высота, боковая поверхность, развёртка конуса. Усечённый конус. Шар, сфера. Центр, радиус, диаметр шара и сферы. Сечения шара (сферы) плоскостями. Касание шара (сферы) с прямой и плоскостью. Вписанные и описанные сферы
Виды деятельности обучающихся	Формулирование определений цилиндра, элементов цилиндра. Распознавание цилиндров на моделях и чертежах, выделение их элементов.

	<p>Изображение цилиндров.</p> <p>Формулирование определений конуса, элементов конуса.</p> <p>Распознавание конусов на моделях и чертежах, выделение их элементов.</p> <p>Изображение конусов, усечённых конусов.</p> <p>Формулирование определений шара и сферы.</p> <p>Распознавание шара и сферы на моделях и чертежах, выделение их элементов.</p> <p>Изображение шара и сферы.</p> <p>Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении шара плоскостью.</p> <p>Формулирование определений касательной прямой к сфере и касательной плоскости к сфере.</p> <p>Приведение примеров изображений многогранников, вписанных в сферу и описанных около сферы</p>
--	--

## Модуль 5 Математический анализ (20 ч)

Учебный модуль «Математический анализ» представлен двумя основными темами: «Производная» и «Интеграл». Содержание этого модуля нацелено на получение школьниками представлений о математических методах изучения процессов окружающей действительности.

### Тема 1. Производная (15 ч)

Тема «Производная» содержит традиционно трудные вопросы для школьников, даже для тех, кто выбрал изучение математики на профильном уровне, поэтому при изложении этой темы предполагается опора на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся более чем на строгие определения. Тем не менее знакомство с этим материалом даёт представление учащимся об общих идеях и методах математической науки.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать у обучающихся представление о производной как основном понятии математического анализа;</i></p> <p><i>организовать учебную деятельность, направленную на ознакомление с методами исследования функций с помощью производной и построения их графиков;</i></p> <p><i>спроектировать учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения</i></p>
---------------	---

	приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	<p>Понятие о пределе последовательности.</p> <p>Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Приращение аргумента, приращение функции.</p> <p>Понятие о производной функции в точке.</p> <p>Геометрический и физический смысл производной.</p> <p>Производные функций: <math>y = x^a</math>, где <math>a \in R</math>; <math>y = e^x</math>; <math>y = \sin x</math>; <math>y = \cos x</math>.</p> <p>Правила дифференцирования суммы, произведения и частного.</p> <p><i>Понятие о методе математической индукции.</i></p> <p>Производная функции <math>y = f(ax + b)</math>.</p> <p>Достаточные условия возрастания (убывания) функции.</p> <p>Необходимые условия максимума и минимума.</p> <p>Достаточные условия максимума и минимума.</p> <p>Исследование функций и построение графиков</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Нахождение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Перевод бесконечной периодической дроби в обыкновенную дробь.</p> <p>Исследование разностного отношения <math>\frac{\Delta y}{\Delta x}</math> при <math>\Delta x \rightarrow 0</math>.</p> <p>Нахождение углового коэффициента касательной к графику функции в заданной точке.</p> <p>Нахождение мгновенной скорости движения материальной точки.</p> <p>Анализ поведения функций на различных участках области определения, сравнение скорости возрастания (убывания) функций.</p> <p>Нахождение производных элементарных функций.</p> <p>Нахождение производных суммы, произведения и частного двух функций.</p> <p>Нахождение производной сложной функции вида <math>y = f(ax + b)</math>.</p> <p>Нахождение промежутков возрастания и убывания функции.</p> <p>Нахождение точек минимума и максимума функции.</p> <p>Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.</p> <p>Исследование функции с помощью производной и построение её графика.</p> <p>Использование свойств функций при решении задач, в том числе физических и геометрических</p>



## Тема 2. Интеграл (5 ч)

Тема «Интеграл» расширяет представления обучающихся об общих идеях и методах математической науки. Изложение учебного материала предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся. Строгие определения и доказательства не предусмотрены.

Задачи модуля	<i>Сформировать у обучающихся представление об интеграле как основном понятии математического анализа; организовать учебную деятельность, направленную на ознакомление с методами вычисления площадей и объёмов с помощью интеграла; спроектировать учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</i>
Содержание	<i>Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Понятие о первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Геометрические и физические приложения определённого интеграла</i>
Виды деятельности обучающихся	Вычисление приближённого значения площади криволинейной трапеции. Составление и использование таблиц первообразных функций: $y = x^a$ , где $a \in \mathbb{R}$ ; $y = \sin x$ ; $y = \cos x$ . Применение определённого интеграла к вычислению площади криволинейной трапеции, к выводу формул площадей поверхности и объёмов круглых тел

## Модуль 6 Измерения и вычисления (60 ч)

Учебный модуль «Измерения и вычисления» посвящён решению разнообразных математических задач преимущественно практического характера. В нём предусматривается возможность задействовать как можно больше полученных обучающимися теоретических сведений из курса математики.

Задачи модуля	<i>Сформировать у обучающихся представление о прикладном значении математики, о первоначальных принципах вычислительной математики;</i>
---------------	---

	<p><i>организовать учебную деятельность, направленную на освоение простейших стандартных методов работы с математическими моделями, на воспитание вычислительной культуры;</i></p> <p><i>организовать учебную деятельность, направленную на освоение приёмов измерения и вычисления объёмов и площадей поверхностей изученных геометрических тел;</i></p> <p><i>спроектировать учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</i></p>
Содержание	<p>Повторение: корни, степени, логарифмы и правила действий с ними; синус, косинус, тангенс, котангенс и основные формулы тригонометрии.</p> <p>Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы.</p> <p>Решение уравнений, содержащих радикалы, степенные, логарифмические и показательные функции. Решение показательных и логарифмических неравенств.</p> <p>Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции.</p> <p>Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа, <i>решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.</i></p> <p>Повторение: элементы многогранников и тел вращения.</p> <p>Объём и его свойства.</p> <p>Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды.</p> <p>Формулы объёма цилиндра, конуса, шара.</p> <p>Отношение объёмов подобных тел.</p> <p>Площадь поверхности многогранника.</p> <p>Формулы площади поверхности цилиндра, конуса, шара</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Применение правил действий с радикалами, степенями и логарифмами при вычислениях и преобразованиях выражений.</p> <p>Применение тригонометрических формул при вычислениях и преобразованиях выражений.</p> <p>Решение простейших иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений.</p> <p>Решение простейших показательных, логарифмических и тригонометрических неравенств.</p> <p>Построение графиков элементарных функций, использование графопостроителей (при наличии), изучение свойств элемен-</p>

	<p>тарных функций по их графикам, высказывание гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, проверка гипотезы.</p> <p>Решение текстовых задач.</p> <p>Объяснение, что называется площадью поверхности геометрического тела, объёмом геометрического тела.</p> <p>Решение задач на нахождение элементов многогранников и круглых тел.</p> <p>Решение задач на нахождение объёмов и площадей поверхностей многогранников и круглых тел</p>
--	--

## Модуль 7 Преобразования пространства (5 ч)

Учебный модуль «Преобразования пространства» является продолжением и развитием содержательной линии «Преобразования плоскости» из программы основной школы, он ставит целью развитие у обучающихся пространственных представлений и изобразительных умений.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных видах преобразований пространства;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление и логическое обоснование элементов симметрии в пространственных фигурах и их комбинациях;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p><i>Движение пространства, виды движений.</i></p> <p><i>Параллельный перенос, симметрия (центральная, осевая, зеркальная).</i></p> <p><i>Понятие о равенстве фигур в пространстве.</i></p> <p><i>Элементы симметрии многогранников и круглых тел.</i></p> <p><i>Примеры симметрии в окружающем мире.</i></p> <p><i>Фигуры вращения. Понятие о подобии фигур в пространстве</i></p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение того, что называется движением пространства.</p> <p>Объяснение понятия равенства фигур в пространстве.</p> <p>Приведение примеров равных пространственных фигур.</p>

	<p>Пояснение на примерах понятий параллельного переноса, центральной, осевой и зеркальной симметрий.</p> <p>Выделение элементов симметрии многогранников и круглых тел.</p> <p>Приведение примеров симметричных объектов в окружающем мире.</p> <p>Приведение примеров фигуры вращения, изображение фигур вращения.</p> <p>Объяснение, какие пространственные фигуры называют подобными.</p> <p>Приведение примеров подобных пространственных фигур</p>
--	---

## Модуль 8 Вероятность и статистика (10 ч)

Учебный модуль «Вероятность и статистика» направлен на формирование у обучающихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей и явлений.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных математических моделях теории вероятностей;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение математических методов, позволяющих измерять и сравнивать вероятности различных событий, делать выводы и прогнозы;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p><i>Выборки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля и его свойства.</i></p> <p><i>Определение и примеры испытаний Бернулли. Формула для вероятности числа успехов в серии испытаний Бернулли.</i></p> <p><i>Математическое ожидание числа успехов в испытании Бернулли.</i></p> <p><i>Основные примеры случайных величин. Математическое ожидание случайной величины.</i></p> <p><i>Независимость случайных величин и событий.</i></p>

	<p><i>Представление о законе больших чисел для последовательности независимых испытаний.</i></p> <p><i>Естественнонаучные применения закона больших чисел</i></p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Приведение примеров упорядоченных и неупорядоченных выборок из данного множества.</p> <p>Вычисление числа упорядоченных и неупорядоченных выборок <math>n</math> элементов из <math>N</math>.</p> <p>Объяснение того, что называют треугольником Паскаля, перечисление его основных свойств.</p> <p>Объяснение, что называют испытаниями Бернулли.</p> <p>Вычисление вероятности получения <math>k</math> успехов в испытаниях Бернулли, нахождение математического ожидания числа успехов в серии испытаний Бернулли.</p> <p>Решение задач на нахождение и сравнение вероятностей различных событий, выводы и прогнозы.</p> <p>Приведение примеров случайных величин (число успехов в серии испытаний, число попыток при угадывании, размеры выигрыша/прибыли в зависимости от случайных обстоятельств и т. п.). Вычисление математического ожидания случайной величины с конечным числом исходов.</p> <p>Объяснение смысла закона больших чисел для последовательности независимых случайных величин. Приведение примеров проявления закона больших чисел в естественнонаучных законах, в том числе в законах Менделя</p>



# Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса

## Средства обучения

Комплект «Оси координат»

Комплект инструментов классных

Комплект инструментов классных с магнитными держателями

Линейка классная 1 м (деревянная)

Портреты выдающихся математиков

## Модели

Числовая прямая

Набор геометрических тел демонстрационный

Набор прозрачных геометрических тел с сечениями (разборный)

Лабораторный набор для изготовления моделей по математике

Тела геометрические (деревянные)

Набор моделей для лабораторных работ по стереометрии

## Таблицы демонстрационные

Множества

Алгебра и начала анализа. Неравенства

Алгебра и начала анализа. Производная и первообразная

Алгебра и начала анализа. Уравнения

Алгебра и начала анализа. Формулы. Преобразования выражений

Алгебра и начала анализа. Функции и их свойства

Алгебра. Графики числовых функций

Алгебра. Неравенства

Алгебра. Уравнения

Алгебра. Формулы. Преобразования выражений

Алгебра. Функции, их свойства и графики

Алгебра. Числа. Числовые последовательности  
Стереометрия. Векторы и координаты в пространстве  
Стереометрия. Взаимное расположение фигур в пространстве  
Стереометрия. Вычисление расстояний и углов в пространстве  
Стереометрия. Круглые тела  
Стереометрия. Многогранники  
Стереометрия. Основные построения в пространстве  
Тела вращения  
Алгебра 10 класс  
Алгебра 11 класс  
Векторы  
Геометрия 10 класс  
Геометрия 11 класс  
Комбинаторика  
Многогранники  
Производная и её применение  
Стереометрия  
Теория вероятностей и математическая статистика  
Функции и графики

#### **Таблицы раздаточные**

Алгебра. Функции и графики  
Алгебра. Числа. Формулы  
Стереометрия. Взаимное расположение фигур в пространстве  
Стереометрия. Многогранники. Круглые тела

#### **Компакт-диски**

История математики  
Стереометрия. Ч. 1 (10 класс)  
Стереометрия. Ч. 2 (11 класс)  
Уроки алгебры КиМ (10 класс)  
Уроки алгебры КиМ (11 класс)  
Уроки геометрии КиМ (10 класс)  
Уроки геометрии КиМ (11 класс)

#### **Транспаранты**

Алгебра. Функции  
Геометрические фигуры  
Измерение геометрических величин  
Построение графиков функций  
Свойства функций  
Функции. Их свойства и графики



# Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

## Алгебра и начала математического анализа



### Пояснительная записка

Настоящая примерная программа по алгебре и началам математического анализа для средних общеобразовательных учреждений (далее — Программа) является ориентиром для составления рабочих программ по учебному предмету и определяет инвариантную (обязательную) часть содержания образования, за пределами которой остаётся возможность авторского выбора вариативной составляющей. Авторы рабочих программ, в том числе и авторы учебников, могут предложить собственный подход к части структурирования учебного материала, определения последовательности его изучения, расширения объёма (детализации) содержания, а также путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития, воспитания и социализации учащихся. Рабочие программы, составленные на основе данной Программы, могут использоваться в учебных учреждениях разного профиля и разной специализации.

Поскольку в настоящее время структура примерных программ по учебным предметам не регламентируется никакими нормативно-правовыми документами, а также учитывая необходимость дать учителю некоторый образец для разработки рабочей программы<sup>1</sup>, авторы Программы структурировали её содержание в соответствии с п. III Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Подробные методические рекомендации по разработке рабочей программы даны в пособии для учителя: *Журин А.А.* Рабочая программа по учебному предмету: разработка, экспертиза, утверждение. — М. : Вентана-Граф, 2012.

<sup>2</sup> См.: Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: утв. приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413.



## Общая характеристика примерной программы

Настоящая Программа состоит из четырёх разделов, названия которых в целом совпадают с названиями разделов рабочих программ.

Содержание первого раздела «Пояснительная записка» расширено по сравнению с требованиями к рабочей программе за счёт включения данного подраздела «Общая характеристика примерной программы». Его необходимость в данной Программе обусловлена значительными различиями в функциях примерных и рабочих программ. Если примерная программа – это своеобразный «общий план» учебного предмета, определяющий минимально допустимый уровень содержания предметного обучения, то рабочая программа представляет собой инструмент повседневной профессиональной деятельности учителя.

Второй подраздел пояснительной записки настоящей Программы «Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования» соответствует первому подразделу рабочей программы, в котором разработчику необходимо конкретизировать общие цели среднего (полного) общего образования с учётом специфики учебного предмета. В настоящей Программе такая конкретизация приведена, однако в рабочих программах, кроме этого, следует также отразить особенности целеполагания в конкретном образовательном учреждении в аспекте учебного предмета.

Третий подраздел пояснительной записки «Общая характеристика учебного предмета» (или соответственно второй подраздел пояснительной записки к рабочей программе) раскрывает пути достижения целей образования с учётом специфических особенностей учебного предмета. Далее даётся описание места учебного предмета в учебном плане. При разработке рабочих программ следует учитывать, что в данной Программе приведены рекомендуемые Российской академией образования учебные планы по пяти профилям (универсальному, гуманитарному, социально-экономическому, естественнонаучному, технологическому).

В рабочих программах общую характеристику учебного предмета необходимо дополнить описанием особенностей изучения данного предмета в образовательном учреждении, а в обосновании места учебного предмета в учебном плане или дать ссылку на типовой учебный план, или указать, за счёт каких резервов увеличен объём времени.

Уменьшение числа учебных часов, указанных для данного учебного предмета в типовом учебном плане, не допускается.

Заключительный подраздел пояснительной записки содержит описание результатов освоения учебного предмета, структурированных в соответствии с требованиями стандарта: личностных, метапредметных и предметных. В рабочих программах все результаты, приведённые в настоящей Программе, должны получить своё отражение и при необходимости быть дополнены результатами, соответствующими основной образовательной программе образовательного учреждения.

Второй раздел настоящей Программы «Содержание обучения» разработан в соответствии с требованиями к результатам освоения основной образовательной программы Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Этот раздел представляет собой список дидактических единиц, которые **обязательно** должны быть включены в **каждую** рабочую программу, должны быть отражены в **каждом** учебнике по данному учебному предмету.

Раздел «Содержание обучения» настоящей Программы содержит перечень дидактических единиц, не задаёт структуру реального учебного курса. В издававшихся ранее примерных программах приводились два варианта возможных структур курса в виде Примерного тематического планирования, которые не исчерпывали всё возможное многообразие структур. Кроме того, использовавшаяся стандартизированная форма Примерного тематического планирования не учитывала особенности того или иного учебного предмета и сложившиеся в предметных методиках традиции представления тематического планирования.

Настоящая Программа построена по модульному принципу. Под модулями понимаются относительно завершённые и структурированные совокупности единиц содержания (включая виды деятельности, которыми должны овладеть обучающиеся), направленных на решение конкретных образовательных задач, ведущих к достижению целей среднего (полного) общего образования.

Принцип модульности предполагает цельность и завершённость, полноту и логичность построения единиц учебного материала в виде блоков-модулей, внутри которых учебный материал структурируется в виде системы учебных элементов. Из блоков-модулей конструируют учебную программу или содержание учебного курса. При этом элементы содержания обучения внутри блоков взаимозаменяемы и подвижны.

Автор рабочей программы может использовать приведённую в настоящей Программе последовательность модулей, равно как расположить модули в другой последовательности, ввести новые, дополнительные модули или расширить содержание предложенных<sup>1</sup>.

Таким образом, третий раздел настоящей Программы «Модули содержания для разработки тематического планирования» в определённой мере соответствует разделу рабочей программы «Тематическое планирование».

Заключительный раздел настоящей Программы «Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса» имеет информационный характер и содержит перечень средств обучения, которые

---

<sup>1</sup> Подробные методические рекомендации по разработке рабочей программы даны в пособии для учителя: *Жури́н А.А.* Рабочая программа по учебному предмету: разработка, экспертиза, утверждение. — М. : Вентана-Граф, 2012.

были доступны для приобретения образовательными учреждениями общего образования на начало 2012 г. Этот перечень избыточен, поэтому при разработке рабочей программы в соответствующий её раздел следует включать только те средства, которые имеются в образовательном учреждении (или которые планируется приобрести в ближайшее время), с учётом их необходимости для практической реализации программы.

## Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования основные цели завершающего этапа школьного образования состоят:

- в завершении формирования у обучающихся — средствами культуры, науки, искусства, литературы — общей культуры и относительно целостной системы знаний, деятельностей и представлений о природе, обществе и человеке;
- формировании устойчивой потребности учиться, готовности к непрерывному образованию, саморазвитию и самовоспитанию, к созидательной и ответственной трудовой деятельности на благо семьи, общества и государства;
- развитии индивидуальности и творческих способностей с учётом профессиональных намерений, интересов и запросов обучающихся, необходимости эффективной подготовки выпускников к освоению программ профессионального образования;
- обеспечении условий обучения и воспитания, социализации и духовно-нравственного развития обучающихся, формирования гражданской идентичности, социального становления личности, самореализации в социально и личностно значимой деятельности.

Изучение алгебры и начал анализа в старшей школе осуществляется на двух уровнях — базовом и профильном (углублённом), каждый из которых имеет свою специфику.

На **базовом** уровне решаются проблемы, связанные с формированием общей культуры, с развивающими и воспитательными целями образования, с социализацией личности. Изучение курса алгебры и начал анализа на базовом уровне ставит своей целью повысить общекультурный уровень человека и завершает формирование относительно целостной системы математических знаний как основы для продолжения образования в областях, не связанных с математикой.

**Углублённый** уровень способствует получению образования в соответствии со склонностями и потребностями учащихся, обеспечивает их профессиональную ориентацию и самоопределение. Изучение алгебры и начал мате-

математического анализа на углублённом уровне ставит своей целью завершение формирования у обучающихся относительно целостной системы математических знаний как основы для продолжения математического образования в системе профессиональной подготовки.

Математическая подготовка учащихся на углублённом уровне включает теоретические сведения по алгебре, началам математического анализа, теории вероятностей и статистике. На этом уровне широко используются характерные для высшей школы виды учебной деятельности: самостоятельная работа учащихся с различными источниками информации, конспекты, рефераты, проекты и т. д.

Изучение курса алгебры и начал математического анализа на углублённом уровне открывает дополнительные возможности для совершенствования интеллектуальных и творческих способностей выпускников, развития исследовательских умений и навыков, формирования культуры мышления и математического языка.

Изучение алгебры и начал математического анализа на **базовом** уровне направлено на достижение следующих целей:

- овладение системой математических понятий, законов и методов, изучаемых в пределах основной образовательной программы среднего (полного) общего образования, установление логической связи между ними;
- осознание и объяснение роли математики в описании и исследовании реальных процессов и явлений; представление о математическом моделировании и его возможностях;
- овладение математической терминологией и символикой, начальными понятиями логики и принципами математического доказательства; самостоятельное проведение доказательных рассуждений в ходе решения задач;
- выполнение точных и приближённых вычислений и преобразований выражений; решение уравнений и неравенств; решение текстовых задач; исследование функций, построение их графиков; оценка вероятности наступления событий в простейших ситуациях;
- способность применять приобретённые знания и умения для решения задач, в том числе задач практического характера и задач из смежных учебных предметов.

На **углублённом** уровне к перечисленным выше добавляются:

- становление мотивации к последующему изучению математики, естественных и технических дисциплин в учреждениях системы среднего и высшего профессионального образования и для самообразования;
- понимание и умение объяснить причины введения абстракций при построении математических теорий;
- осознание и выявление структуры доказательных рассуждений, логического обоснования доказательств;
- овладение основными понятиями, идеями и методами математического анализа, теории вероятностей и статистики; способность применять полученные знания для описания и анализа проблем из реальной жизни;

- готовность к решению широкого класса задач из различных разделов математики и смежных учебных предметов, к поисковой и творческой деятельности, в том числе при решении нестандартных задач;
- овладение навыками использования компьютерных программ при решении математических задач, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации хода рассуждения.

## Общая характеристика учебного предмета

Учебный предмет «Алгебра и начала математического анализа» входит в перечень учебных предметов, обязательных для изучения в средней (полной) общеобразовательной школе.

Учебный предмет «Алгебра и начала математического анализа» изучается на базовом или на углублённом уровнях, в зависимости от образовательных потребностей обучающихся. Отличия курса «Алгебры и начал математического анализа» на базовом уровне от того же курса на углублённом уровне заключаются в том, что один и тот же математический материал в первом случае служит главным образом средством развития личности обучающихся, повышения их общекультурного уровня. Во втором случае во главу угла ставится развитие математических способностей обучающихся и сохранение традиционно высокого уровня российского математического образования.

Эти отличия должны проявляться непосредственно в учебной деятельности: это, например, различный уровень изложения материала и некоторое расширение содержания курса в классах с углублённым изучением, различная глубина изучения ключевых понятий, качественные различия в задачном материале. Кроме того, следует отметить, что система общего среднего образования была и остаётся системой массового обучения. Поэтому обучающиеся, имеющие ярко выраженную склонность к занятиям наукой, и в частности к математике, должны получить дополнительные возможности развития своих способностей в форме разнообразных факультативных и элективных курсов либо индивидуальных занятий. Для этой категории обучающихся могут быть предложены темы самостоятельных исследовательских работ; некоторые возможные примеры таких работ приведены в программе для углублённого уровня.

## Место учебного предмета в учебном плане

Содержание обучения по курсу «Алгебра и начала математического анализа», представленное в настоящей Программе, рассчитано на 210 ч на базовом уровне за два года обучения (при этом резерв времени составляет

30 ч) или на 280 ч на углублённом уровне за два года обучения (при этом резерв учебного времени составляет 40 ч).

Для тех обучающихся, которые никаким образом не связывают свою будущую профессиональную деятельность с математикой и чьи интересы лежат вне области этой науки, предусмотрена возможность изучения интегрированного учебного предмета «Математика».

Рекомендуемые варианты представления учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» в учебных планах и их объём (в учебных часах за два года обучения) даны в таблице.

В расчёт учебных часов на изучение всех учебных предметов заложен резерв учебного времени учителя, предназначенный для организации педагогического процесса с учётом индивидуальных особенностей и реальной подготовки каждого обучающегося. Рекомендуемые резервы времени учителя для учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» также приведены в таблице.

Учебные часы, отведённые на изучение основного содержания курса, учитель математики распределяет по своему усмотрению между основным содержанием курса, его повторением и подготовкой к итоговой аттестации.

Резервное время при разработке рабочей программы может быть использовано как для введения дополнительного содержания обучения (в том числе дополнительных модулей), так и для увеличения времени на изучение отдельных модулей, проведения проектных и исследовательских работ (для профильного уровня) и т. п.

**Таблица** Варианты представления в учебных планах учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия»

Вариант	Учебные предметы	Уровень изучения	Число аудиторных учебных часов	
			всего за два года обучения	в том числе резерв времени учителя
1	2	3	4	5
1	Математика	Базовый	210	30
2	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Базовый	210	30
		Базовый	140	20
3	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Углублённый	280	40
		Базовый	140	20

1	2	3	4	5
4	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Углублённый Углублённый	280 210	40 30

Образовательное учреждение (организация) вправе увеличить объём каждого из указанных учебных предметов, используя для этого учебные часы из части основной образовательной программы, формируемой участниками образовательного процесса, или предлагая дополнительные математические курсы (модули) по выбору.

Число учебных часов, отводимых на изучение «Математики» (интегрированного курса), «Алгебры и начал математического анализа» и «Геометрии» в разных профилях обучения, приведено в Приложении к Программе.





## Результаты освоения учебного предмета

**Личностные результаты** обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся, установление учащимися связи между учебной деятельностью и её мотивом. К личностным результатам освоения старшешкольными программами по алгебре и началам анализа относятся:

- сформированность представлений об основных этапах истории и наиболее важных современных тенденциях развития математической науки, о профессиональной деятельности учёных-математиков;
- способность к эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- сформированность потребности в самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, находчивости, активности при решении математических задач;
- потребность в самообразовании, готовность принимать самостоятельные решения.

Вклад изучения курса «Алгебра и начала математического анализа» в формирование **межпредметных результатов** освоения основной образовательной программы состоит:

- в формировании понятийного аппарата математики и умения видеть приложения полученных математических знаний для описания и решения проблем в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- формировании интеллектуальной культуры, выражающемся в развитии абстрактного и критического мышления, умении распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, способности ясно, точно и грамотно формулировать и аргументированно излагать свои мысли в устной и письменной речи, корректности в общении;
- формировании информационной культуры, выражающемся в умении осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, использовать различные источники информации для решения учебных проблем;

- формировании умения принимать решение в условиях неполной и избыточной информации;
- формировании представлений о принципах математического моделирования и приобретении начальных навыков исследовательской деятельности;
- формировании умения видеть различные стратегии решения задач, планировать и осуществлять деятельность, направленную на их решение, проверять и оценивать результаты деятельности, соотнося их с поставленными целями и личным жизненным опытом, а также публично представлять её результаты, в том числе с использованием средств информационных и коммуникационных технологий.

**Предметные результаты** на базовом уровне проявляются в знаниях, умениях, компетентностях, характеризующих качество (уровень) овладения обучающимися содержанием учебного предмета:

- объяснять идеи и методы математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- обосновывать необходимость расширения числовых множеств (целые, рациональные, действительные, комплексные числа) в связи с развитием алгебры (решение уравнений, основная теорема алгебры);
- описывать круг математических задач, для решения которых требуется введение новых понятий (степень, арифметический корень, логарифм; синус, косинус, тангенс, котангенс; арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс); производить тождественные преобразования, вычислять значения выражений, решать уравнения с радикалами, степенями, логарифмами и тригонометрическими функциями (в несложных случаях, с применением одной-двух формул и/или замены переменной), в том числе при решении практических расчётных задач из окружающего мира, включая задачи по социально-экономической тематике, и из области смежных дисциплин;
- приводить примеры реальных явлений (процессов), в том числе периодических, количественные характеристики которых описываются с помощью функций; использовать готовые компьютерные программы для иллюстрации зависимостей; определять значение функции по значению аргумента; изображать на координатной плоскости графики зависимостей, заданных описанием, в табличной форме или формулой; описывать свойства функций с опорой на их графики (область определения и область значений, возрастание, убывание, периодичность, наибольшее и наименьшее значения функции, значения аргумента, при которых значение функции равно данному числу или больше (меньше) данного числа, поведение функции на бесконечности); перечислять и иллюстрировать, используя графики, свойства основных элементарных функций: линейной и квадратичной функций, степенных функций с целым показателем, корня квадратного и кубического, логарифмических и показательных, тригонометрических; соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, делать выводы о свойствах таких зависимостей;

- объяснять на примерах суть методов математического анализа для исследования функций и вычисления площадей фигур, ограниченных графиками функций; объяснять геометрический и физический смысл производной; вычислять производные многочленов; пользоваться понятием производной при описании свойств функций (возрастание/убывание, наибольшее и наименьшее значения);

- приводить примеры процессов и явлений, имеющих случайный характер; находить в простейших ситуациях из окружающей жизни вероятность наступления случайного события; составлять таблицы распределения вероятностей; вычислять математическое ожидание случайной величины;

- осуществлять информационную переработку задачи, переводя информацию на язык математических символов, представляя содержащиеся в задачах количественные данные в виде формул, таблиц, графиков, диаграмм и выполняя обратные действия с целью извлечения информации из формул, таблиц, графиков и др.; исходя из условия задачи, составлять числовые выражения, уравнения, неравенства и находить значения искомых величин; излагать и оформлять решение логически правильно, с необходимыми пояснениями.

На углублённом уровне к перечисленным выше предметным результатам добавляются следующие:

- характеризовать системы целых, рациональных, действительных, комплексных чисел; приводить примеры расширения элементарных функций на область комплексных чисел;

- давать определения, формулировать и доказывать свойства корней, степеней, логарифмов, тригонометрических функций; формулировать и доказывать теорему о рациональных корнях многочлена; анализировать формулировки определений, свойств и доказательств свойств;

- решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств, содержащие степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции (без ограничения по уровню сложности тождественных преобразований); использовать идею координат на плоскости для представления алгебраических объектов (уравнений, неравенств, систем с двумя переменными); использовать свойства функций, входящих в уравнение, для обоснования утверждений о существовании решений и об их количестве; использовать готовые компьютерные программы для поиска пути решения уравнений и неравенств;

- характеризовать поведение функций, в том числе ограниченность, периодичность, наличие локальных максимумов и минимумов; применяя аппарат элементарных функций, строить и исследовать математические модели реальных зависимостей из окружающей жизни и из смежных дисциплин, характеризовать свойства этих зависимостей, исходя из полученных результатов; приводить примеры (из смежных дисциплин), показывающие ограничения в применении математических моделей;

- применять идеи предельного перехода к определению величины бесконечной периодической десятичной дроби, вычислению длины окружно-

сти, площади круга, площадей поверхностей и объёмов тел вращения, обоснованию непрерывности элементарных функций;

- пользоваться таблицами производных и интегралов, правилами нахождения производных суммы, произведения и частного, производных сложной и обратной функций; пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций;

- объяснять смысл интеграла как площади под графиком функции, первообразной — как способа нахождения пути по скорости; вычислять площади плоских фигур с помощью интеграла;

- характеризовать процессы и явления, имеющие вероятностный характер, по статистическим данным; оценивать вероятностные характеристики (математическое ожидание, дисперсию) случайных величин по статистическим данным;

- приводить примеры математических задач, для решения которых целесообразно применять геометрический способ задания вероятности; решать простейшие прикладные задачи на геометрические вероятности.



# Содержание обучения



## Базовый уровень

Многочлены от одной переменной. Число корней многочлена. Кратные корни.

Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Разложение многочлена с целыми коэффициентами на множители.

Применение теории многочленов к решению алгебраических уравнений.

Мотивировка введения комплексных чисел, особенности множества комплексных чисел.

Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа.

Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Арифметические действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение и деление. Комплексно сопряжённые числа.

Применение комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства).

Основные свойства функций. Монотонность, ограниченность, чётность и нечётность, периодичность. Точки максимума и минимума.

Понятие о непрерывности функции. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов.

Многочлен, график многочлена.

Корень целой степени. Степень с дробным показателем. Понятие о степени с иррациональным показателем. Действия со степенями.

Мотивировка введения логарифмов. Понятие логарифма. Действия с логарифмами.

Число  $e$ .

Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы.

Степенная функция с целым и дробным показателями, её свойства и график. Понятие об обратной функции. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Решение уравнений, содержащих радикалы, степенные, логарифмические и показательные функции. Решение простейших показательных и логарифмических неравенств.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения, двойного угла. Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции.

Арсинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа. Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

Преобразования графиков функций: параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль оси ординат.

*Понятие о композиции функций.*

Понятие предела последовательности. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Приращение аргумента, приращение функции. Понятие о производной функции в точке. Геометрический и физический смыслы производной.

Производные функций:  $y = x^a$ , где  $a \in R$ ;  $y = a^x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \ln x$ .

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного.

Метод математической индукции.

Производная функции  $y = f(ax + b)$ .

Достаточные условия возрастания (убывания) функции.

Необходимые условия максимума и минимума.

Достаточные условия максимума и минимума.

Исследование функций и построение графиков (простейшие случаи).

Использование свойств функций при решении задач, в том числе физических и геометрических.

Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница. Понятие о первообразной.

Геометрические и физические приложения определённого интеграла.

Выборки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля и его свойства.

Определение и примеры испытаний Бернулли. Формула для вероятности числа успехов в серии испытаний Бернулли. Математическое ожидание числа успехов в испытании Бернулли.

Примеры случайных величин. Математическое ожидание случайной величины.

Независимость случайных величин и событий.

Представление о законе больших чисел для последовательности независимых испытаний. Естественные применения закона больших чисел.

## Углублённый уровень

Многочлены от одной переменной. Число корней многочлена.

Кратные корни.

Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера.

Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Дополнительные теоремы о целых и рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.

Разложение многочлена с целыми коэффициентами на множители меньшей степени.

Применение теории многочленов к решению алгебраических уравнений.

Мотивировка введения комплексных чисел, особенности множества комплексных чисел.

Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа.

Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Показательная форма комплексных чисел. Формула Эйлера.

Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряжённые числа. Свойства комплексно сопряжённых чисел.

Возведение в натуральную степень (формула Муавра), извлечение корня натуральной степени.

Применение комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства).

Основные свойства функции: монотонность, точки максимума и минимума, ограниченность функций, чётность и нечётность, периодичность.

Непрерывность функции. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов.

Композиция функций. Понятие обратной функции.

Преобразования графиков функций: параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль осей координат, отражение от осей координат, от начала координат, графики функций с модулями.

Многочлен, график многочлена. Представление об интерполяции.

Корень целой степени. Степени с дробным и иррациональным показателями. Действия со степенями.

Мотивировка введения логарифмов. Понятие логарифма. Действия с логарифмами.

Число  $e$ .

Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы.

Степенная функция с целым, дробным и иррациональным показателями, её свойства и график.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Решение уравнений и неравенств, содержащих степенную, логарифмическую и показательную функции.

Определение тригонометрических функций.

Свойства тригонометрических функций: чётность/нечётность, периодичность. Графики тригонометрических функций.

Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения, кратного угла. Формулы преобразования суммы в произведение. Формулы вспомогательного аргумента.

Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции.

Аркфункции и их графики.

Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы.

Понятие предела последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей.

Понятие о пределе функции в точке. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

Теоремы о пределах. Поведение функции на бесконечности. Асимптоты.

Приращение аргумента, приращение функции. Понятие о производной функции в точке. Геометрический и физический смыслы производной.

Производные функций:  $y = x^a$ , где  $a \in \mathbb{R}$ ;  $y = a^x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \log_a x$ . Правила дифференцирования суммы, произведения и частного.

Метод математической индукции.

Производная функции  $y = f(g(x))$ . Производная обратной функции.

Вторая производная и её физический смысл.

Исследование функции с помощью производной.

Достаточные условия возрастания (убывания) функции.

Необходимые условия точек максимума и минимума.

Достаточные условия максимума и минимума.

Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

Использование производной при исследовании функций, построении графиков.

Использование свойств функций при решении задач, в том числе физических и геометрических. Решение задач на экстремум, наибольшие и наименьшие значения.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница. Первообразная. Таблица первообразных. Правила нахождения первообразных.

Приложения определённого интеграла.

Выборки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля и его свойства.

Определение и примеры испытаний Бернулли. Формула для вероятности числа успехов в серии испытаний Бернулли. Математическое ожидание и дисперсия числа успехов в испытании Бернулли.



Примеры случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.

Независимые случайные величины и события.

Представление о законе больших чисел для последовательности независимых испытаний. Естественные научные применения закона больших чисел. Оценка вероятностных характеристик (математического ожидания, дисперсии) случайных величин по статистическим данным.

Представление о геометрической вероятности. Решение простейших прикладных задач на геометрические вероятности.



# Модули содержания для разработки тематического планирования



## Базовый уровень

Содержание программы по алгебре и началам математического анализа на базовом уровне представлено в виде трёх модулей: «Алгебра»; «Математический анализ»; «Вероятность и статистика».

### Модуль 1 Алгебра (25 ч)

В учебный модуль «Алгебра» включены две темы: «Многочлены» и «Комплексные числа». Основное назначение этих тем связано с повышением общей математической подготовки обучающихся, освоением простых и эффективных приёмов решения алгебраических задач.

#### Тема 1. Многочлены (15 ч)

Тема «Многочлены» в старшей школе завершает содержательно-методическую линию основной школы «Выражения и их преобразования».

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о свойствах многочленов с целыми коэффициентами: наличие рациональных корней, делимость многочлена на многочлен; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение приёмов нахождения рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами и решения целых алгебраических уравнений не выше четвёртой степени; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно
---------------	---

	для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	<p>Многочлены от одной переменной. Число корней многочлена. Кратные корни.</p> <p>Деление многочленов с остатком.</p> <p>Теорема Безу.</p> <p>Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.</p> <p>Разложение многочлена с целыми коэффициентами на множители.</p> <p>Применение теории многочленов к решению алгебраических уравнений</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Оценка числа корней целого алгебраического уравнения (не выше четвёртой степени).</p> <p>Нахождение кратности корней многочлена (не выше четвёртой степени).</p> <p>Деление уголком многочлена на многочлен, нахождение частного и остатка.</p> <p>Применение различных приёмов решения целых алгебраических уравнений (не выше четвёртой степени):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подбор целых корней;</li> <li>отщепление корня;</li> <li>разложение на множители;</li> <li>понижение степени;</li> <li>подстановка (замена переменной)</li> </ul>

## Тема 2. Комплексные числа (10 ч)

Тема «Комплексные числа» завершает основную содержательную линию курса школьной математики «Числа».

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о комплексных числах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение правил действий с комплексными числами и особенностей решения квадратных уравнений в поле комплексных чисел;</p>
---------------	---

	<i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
Содержание	<p>Мотивировка введения комплексных чисел, особенности множества комплексных чисел.</p> <p>Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа.</p> <p>Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.</p> <p>Арифметические действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение и деление. Комплексно сопряжённые числа.</p> <p>Применение комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства)</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Выполнение вычислений с комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.</p> <p>Изображение комплексных чисел точками на комплексной плоскости.</p> <p>Интерпретация на комплексной плоскости сложения и вычитания комплексных чисел.</p> <p>Формулирование и разъяснение основной теоремы алгебры и простейших следствий из неё.</p> <p>Нахождение корней квадратных уравнений с действительными коэффициентами</p>

## Модуль 2 Математический анализ (130 ч)

Учебный модуль «Математический анализ» представлен тремя основными темами: «Элементарные функции», «Производная» и «Интеграл». Содержание этого модуля нацелено на получение школьниками конкретных знаний о функции как важнейшей модели описания и исследования разнообразных реальных процессов.

### Тема 1. Элементарные функции (80 ч)

Тема «Элементарные функции», посвящённая изучению степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций, про-

должает линию знакомства обучающихся с основными элементарными функциями, начатую в основной школе.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функциях и их свойствах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение простейших стандартных методов решения соответствующих уравнений и неравенств, а также на формирование геометрических представлений, с помощью которых можно дать наглядные объяснения сущности указанных методов;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Основные свойства функций. Монотонность, ограниченность, чётность и нечётность, периодичность. Точки максимума и минимума. Понятие о непрерывности функции.</p> <p>Промежутки знакопостоянства непрерывной функции.</p> <p>Метод интервалов.</p> <p>Многочлен, график многочлена.</p> <p>Корень целой степени. Степень с дробным показателем. Понятие о степени с иррациональным показателем. Действия со степенями.</p> <p>Мотивировка введения логарифмов.</p> <p>Понятие логарифма. Действия с логарифмами.</p> <p>Число <math>e</math>.</p> <p>Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы.</p> <p>Степенная функция с целым и дробным показателями, её свойства и график.</p> <p>Понятие об обратной функции.</p> <p>Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.</p> <p>Решение уравнений, содержащих радикалы, степенные, логарифмические и показательные функции. Решение простейших показательных и логарифмических неравенств.</p> <p>Тригонометрические функции, их свойства и графики.</p> <p>Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения, двойного угла.</p>

	<p>Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции.</p> <p>Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа, решение простейших тригонометрических уравнений <i>и неравенств</i>.</p> <p>Преобразования графиков функций: параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль оси ординат.</p> <p><i>Понятие о композиции функций</i></p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Описание свойства функций (монотонность, наличие точек максимума, минимума, значения максимумов и минимумов, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность) по их графикам.</p> <p>Приведение примеров функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченностью). Разъяснение смысла перечисленных свойств.</p> <p>Изображение графиков многочленов с помощью графопостроителей (при наличии), описание свойств.</p> <p>Применение правил действий с радикалами, степенями и логарифмами при вычислениях и преобразованиях выражений.</p> <p>Применение тригонометрических формул при вычислениях и преобразованиях выражений.</p> <p>Решение простейших иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений.</p> <p>Решение простейших показательных, логарифмических и тригонометрических неравенств.</p> <p>Решение текстовых задач, решение практических расчётных задач из окружающего мира, включая вопросы социально-экономического характера, и из смежных дисциплин.</p> <p>Распознавание графиков степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций.</p> <p>Построение графиков элементарных функций, использование графопостроителей (при наличии), изучение свойств элементарных функций по их графикам, высказывание гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, проверка гипотезы.</p> <p>Выполнение преобразований графиков элементарных функций (параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль оси ординат)</p>

## Тема 2. Производная (40 ч)

Тема «Производная» содержит традиционно трудные вопросы для школьников, даже для тех, кто выбрал изучение математики на профильном уровне. Поэтому её изложение предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся более, чем на строгие определения. Тем не менее знакомство с этим материалом даёт учащимся представление об общих идеях и методах математической науки.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о производной как основном понятии математического анализа;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на ознакомление с методами исследования функций с помощью производной и построения их графиков;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Понятие о пределе последовательности.</p> <p>Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Приращение аргумента, приращение функции.</p> <p>Понятие о производной функции в точке.</p> <p>Геометрический и физический смысл производной.</p> <p>Производные функций: <math>y = x^a</math>, где <math>a \in R</math>; <math>y = a^x</math>; <math>y = \sin x</math>; <math>y = \cos x</math>; <math>y = \ln x</math>.</p> <p>Правила дифференцирования суммы, произведения и частного.</p> <p>Метод математической индукции.</p> <p>Производная функции <math>y = f(ax + b)</math>.</p> <p>Достаточные условия возрастания (убывания) функции.</p> <p>Необходимые условия максимума и минимума.</p> <p>Достаточные условия максимума и минимума.</p> <p>Исследование функций и построение графиков (простейшие случаи). Использование свойств функций при решении задач, в том числе физических и геометрических</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Нахождение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Перевод бесконечной периодической дроби в обыкновенную дробь.</p> <p>Исследование разностного отношения <math>\frac{\Delta y}{\Delta x}</math> при <math>\Delta x \rightarrow 0</math>.</p>

	<p>Нахождение углового коэффициента касательной к графику функции в заданной точке.</p> <p>Нахождение мгновенной скорости движения материальной точки.</p> <p>Анализ поведения функций на различных участках области определения, сравнение скорости возрастания (убывания) функций.</p> <p>Нахождение производных элементарных функций.</p> <p>Нахождение производных суммы, произведения и частного двух функций.</p> <p>Нахождение производной сложной функции вида <math>y = f(ax + b)</math>.</p> <p>Нахождение промежутков возрастания и убывания функции.</p> <p>Нахождение точек минимума и максимума функции.</p> <p>Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.</p> <p>Исследование функции с помощью производной и построение её графика.</p> <p>Использование свойств функций при решении задач, в том числе физических и геометрических</p>
--	--

### Тема 3. Интеграл (10 ч)

Тема «Интеграл» расширяет представления обучающихся об общих идеях и методах математической науки. Изложение учебного материала предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся. Строгие определения и доказательства не предусмотрены.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об интеграле как основном понятии математического анализа;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на ознакомление с методами вычисления площадей и объёмов с помощью интеграла;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
---------------	---



Содержание	<p>Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Понятие о первообразной. Правила нахождения первообразных. Геометрические и физические приложения определённого интеграла</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Вычисление приближённого значения площади криволинейной трапеции.</p> <p>Нахождение первообразных функций: <math>y = x^a</math>, где <math>a \in R</math>; <math>y = \sin x</math>; <math>y = \cos x</math>. Нахождение первообразных функций: <math>f(x) + g(x)</math>, <math>kf(x)</math> и <math>f(kx + b)</math>.</p> <p>Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла. Применение интеграла к выводу формул площадей поверхности и объёмов круглых тел</p>

### Модуль 3 Вероятность и статистика (25 ч)

Учебный модуль «Вероятность и статистика» направлен на формирование у обучающихся функциональной грамотности – умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных математических моделях теории вероятностей;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение математических методов, позволяющих измерять и сравнивать вероятности различных событий, делать выводы и прогнозы;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Выборки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля и его свойства.</p> <p>Определение и примеры испытаний Бернулли. Формула для вероятности числа успехов в серии испытаний Бернулли. Математическое ожидание числа успехов в испытаниях Бернулли.</p>

	<p>Основные примеры случайных величин. Математическое ожидание случайной величины. Независимые случайные величины и события. Представление о законе больших чисел для последовательности независимых испытаний. Естественнаучные применения закона больших чисел</p>
<p>Виды деятельности обучающихся</p>	<p>Вычисление числа упорядоченных и неупорядоченных выборок <math>n</math> элементов из <math>N</math>. Применение формулы бинома Ньютона и основных комбинаторных соотношений на биномиальные коэффициенты. Нахождение биномиальных коэффициентов с помощью треугольника Паскаля.</p> <p>Объяснение, что называют испытанием Бернулли. Вычисление вероятности получения <math>k</math> успехов в испытаниях Бернулли, нахождение математического ожидания числа успехов в серии испытаний Бернулли.</p> <p>Решение задач на нахождение и сравнение вероятностей различных событий.</p> <p>Приведение примеров случайных величин (число успехов в серии испытаний, число попыток при угадывании, размеры выигрыша/прибыли в зависимости от случайных обстоятельств и т. п.). Вычисление математического ожидания случайной величины с конечным числом исходов.</p> <p>Распознавание независимости случайных величин и событий. Объяснение смысла закона больших чисел для последовательности независимых случайных величин.</p> <p>Понимание и объяснение простейших естественнонаучных приложений закона больших чисел, в том числе законов Менделя</p>

## Углублённый уровень

### Модуль 1 Алгебра (45 ч)

В учебный модуль «Алгебра» включены две темы: «Многочлены» и «Комплексные числа». Основное назначение этих тем связано с повышением общей математической подготовки обучающихся, освоением простых и эффективных приёмов решения алгебраических задач.

## Тема 1. Многочлены (30 ч)

Тема «Многочлены» в старшей школе завершает содержательно-методическую линию основной школы «Выражения и их преобразования».

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся систему знаний о свойствах многочленов с целыми коэффициентами: наличие рациональных корней, делимость многочлена на многочлен, разложимость многочлена на множители;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на закрепление и развитие навыков тождественных преобразований, полученных в основной школе, на освоение приёмов нахождения рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами и точного и приближённого решения целых алгебраических уравнений;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Многочлены от одной переменной. Число корней многочлена. Кратные корни.</p> <p>Деление многочленов с остатком.</p> <p>Теорема Безу. Схема Горнера.</p> <p>Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Дополнительные теоремы о целых и рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.</p> <p>Разложение многочлена с целыми коэффициентами на множители меньшей степени.</p> <p>Применение теории многочленов к решению алгебраических уравнений</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Формулирование и доказательство теоремы о рациональных корнях многочленов.</p> <p>Оценка числа корней целого алгебраического уравнения.</p> <p>Нахождение кратности корней многочлена.</p> <p>Деление многочлена на многочлен (уголком или по схеме Горнера), нахождение частного и остатка.</p> <p>Использование теоремы о делении многочленов с остатком для выделения целой части алгебраической дроби.</p> <p>Применение различных приёмов решения целых алгебраических уравнений:</p>

	<p>подбор целых корней;  отщепление корня;  разложение на множители (включая метод неопределённых коэффициентов);  понижение степени;  подстановка (замена переменной).  Нахождение числовых промежутков, содержащих корни алгебраических уравнений.  Применение сочетания точных и приближённых методов для решения вопросов о числе корней уравнения (на отрезке)</p>
--	---

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Бином Ньютона и формула Тейлора. Различные способы доказательства бинома Ньютона (комбинаторное, индуктивное, с использованием схемы Горнера). Треугольник Паскаля. Использование схемы Горнера (расширенная схема Горнера) для получения формулы Тейлора. Решение задач с использованием бинома Ньютона и формулы Тейлора.

2. Возвратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным и кубическим с помощью разнообразных замен переменных. Подстановки типа и возвратные уравнения. Решение задач.

3. Дополнительные теоремы о целых и рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами и их применение к нахождению целых и рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами. Доказательство иррациональности некоторых чисел.

4. Формулы Виета для многочленов произвольной степени. Элементарные симметрические многочлены. Связь между корнями многочлена и его коэффициентами. Применение формул Виета для вычисления значений симметрических многочленов от корней многочлена.

5. Симметрические многочлены. Лексикографический порядок. Построение многочлена от элементарных симметрических, имеющего данный высший член. Основная теорема о симметрических многочленах. Применение основной теоремы к алгебраическим числам.

6. Факторизация. Сравнения по данному модулю (в качестве модуля может быть взято либо целое число, либо многочлен). Свойства сравнений. Классы вычетов (элементов по заданному модулю) и их свойства. Построение полей комплексных чисел и конечных полей с использованием классов вычетов.

## Тема 2. Комплексные числа (15 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о комплексных числах и их свойствах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение различных форм записи комплексных чисел, правил действий с комплексными числами, особенностей решения алгебраических уравнений в поле комплексных чисел;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Мотивировка введения комплексных чисел, особенности множества комплексных чисел.</p> <p>Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа.</p> <p>Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.</p> <p>Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Показательная форма комплексных чисел.</p> <p>Формула Эйлера.</p> <p>Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряжённые числа. Свойства комплексно сопряжённых чисел.</p> <p>Возведение в натуральную степень (формула Муавра), извлечение корня натуральной степени.</p> <p>Применение комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства)</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Применение различных форм записи комплексных чисел: алгебраической, тригонометрической и показательной.</p> <p>Выполнение действий над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в натуральную степень, извлечение корня натуральной степени с выбором подходящей формы записи комплексных чисел.</p> <p>Выполнение перехода от алгебраической записи комплексного числа к тригонометрической и к показательной, от тригонометрической и показательной формы — к алгебраической.</p> <p>Доказательство свойств комплексно сопряжённых чисел.</p> <p>Изображение комплексных чисел точками на комплексной плоскости. Интерпретация на комплексной плоскости арифметических действий с комплексными числами.</p>

	<p>Формулирование основной теоремы алгебры. Вывод простейших следствий из основной теоремы алгебры.</p> <p>Нахождение многочлена наименьшей степени, имеющего заданные корни. Нахождение многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющего заданные корни.</p> <p>Нахождение корней квадратных уравнений с действительными коэффициентами. Разложение многочленов с действительными коэффициентами на линейные множители и на неразложимые множители с действительными коэффициентами</p>
--	--

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Алгебраические числа. Понятия алгебраического и трансцендентного чисел. Минимальный многочлен алгебраического числа и его свойства. Степень алгебраического числа. Поле алгебраических чисел.

2. Комплексные корни из единицы. Алгебраическая и геометрическая характеристики корней из единицы. Первообразные корни. Функция Эйлера и её свойства.

3. Формулы Кардано. Кубические корни из единицы. Метод Кардано решения кубического уравнения. Решение уравнений степени 3 и 4.

4. Комплексные числа и многочлены. Основная теорема алгебры (без доказательства). Делимость многочленов, основанная на наличии комплексных корней. Построение различных (изоморфных) моделей поля комплексных чисел.

5. Комплексные числа и тригонометрия. Доказательство тригонометрических тождеств и нахождение значений тригонометрических выражений с использованием формулы Эйлера.

6. Расширения полей. Присоединение корня к числовому полю. Теорема о строении простого алгебраического расширения. Понятие о башне расширений и степени расширения. Конечные поля.

## **Модуль 2** Математический анализ (160 ч)

Учебный модуль «Математический анализ» представлен тремя основными темами: «Элементарные функции», «Производная» и «Интеграл». Содержание этого модуля нацелено на получение школьниками конкретных знаний о функции как важнейшей модели описания и исследования разнообразных реальных процессов.

## Тема 1. Элементарные функции (90 ч)

Тема «Элементарные функции», посвящённая изучению степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций, продолжает линию знакомства учащихся с основными элементарными функциями.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся систему знаний о степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функциях и их свойствах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение тождественных преобразований и методов решения степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств, а также на формирование геометрических представлений, с помощью которых можно дать наглядные объяснения сущности стандартных и эвристических приёмов решения соответствующих математических задач;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Основные свойства функций. Ограниченность, монотонность, чётность и нечётность, периодичность.</p> <p>Точки максимума и минимума.</p> <p>Понятие о непрерывности функции. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов.</p> <p>Композиция функций. Понятие обратной функции.</p> <p>Преобразования графиков функций: параллельный перенос, растяжение/сжатие вдоль осей координат, отражение от осей координат, от начала координат, графики функций с модулями.</p> <p>Многочлен, график многочлена. Представление об интерполяции.</p> <p>Корень целой степени. Степень с дробным и иррациональным показателями. Действия со степенями.</p> <p>Мотивировка введения логарифмов. Понятие логарифма. Действия с логарифмами.</p> <p>Число <math>e</math>.</p> <p>Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы.</p> <p>Степенная функция с целым, дробным и иррациональным показателями, её свойства и график.</p> <p>Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.</p>

	<p>Решение уравнений и неравенств, содержащих степенную, логарифмическую и показательную функции.</p> <p>Определение тригонометрических функций.</p> <p>Свойства тригонометрических функций: чётность/нечётность, периодичность.</p> <p>Графики тригонометрических функций.</p> <p>Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения, кратного угла. Формулы преобразования суммы в произведение. Формула вспомогательного аргумента.</p> <p>Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции.</p> <p>Аркфункции и их графики.</p> <p>Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Описание свойств функций (монотонность, ограниченность, наличие точек максимума и минимума, значения максимумов и минимумов, чётность, нечётность, периодичность) по графикам функций.</p> <p>Приведение примеров функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих данными свойствами (например, ограниченностью). Анализ поведения функций на различных участках области определения, сравнение скоростей возрастания (убывания) функций. Формулирование определений перечисленных свойств.</p> <p>Формулирование и доказательство свойств корней, степеней, логарифмов, тригонометрических функций.</p> <p>Преобразования иррациональных, степенных, логарифмических и тригонометрических выражений.</p> <p>Решение иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем.</p> <p>Решение текстовых задач, решение практических расчётных задач из окружающего мира, включая вопросы социально-экономического характера, и из смежных дисциплин.</p> <p>Построение графиков элементарных функций, в том числе с помощью графопостроителя (при наличии), изучение свойств элементарных функций по их графикам, выдвижение гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, проверка гипотезы.</p> <p>Преобразования графиков элементарных функций: сдвиги вдоль координатных осей, сжатие и растяжение, отражение относительно осей, построение графиков с модулями, построение графика обратной функции</p>



## Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Кубические многочлены. Исследование кубического многочлена без использования производной и с помощью производной. График кубического многочлена. Нахождение обратной функции.
2. Графики функций, содержащих модули. Построение графиков функций с модулями. Применение графиков к решению соответствующих уравнений и неравенств (взамен метода интервалов).
3. Уравнения и неравенства с модулями и параметрами. Понятие о плоском методе интервалов и его применение к решению уравнений и неравенств с модулями и параметрами.
4. Кусочно-линейные функции. Представление кусочно-линейных функций в виде аналитических выражений с модулями. Применение кусочно-линейных функций при решении задач с модулями.
5. Тригонометрические уравнения. Различные типы тригонометрических уравнений и методы их решения.
6. Обратные тригонометрические функции. Основные соотношения между аркусами. Решение уравнений, содержащих аркусы.

### Тема 2. Производная (55 ч)

Тема «Производная» содержит традиционно трудные вопросы для школьников, даже для тех, кто выбрал изучение математики на профильном уровне. Поэтому её изложение предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся более чем на строгие определения. Тем не менее знакомство с этим материалом даёт учащимся представление об общих идеях и методах математической науки.

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о производной как основном понятии математического анализа, о первоначальных теоремах математического анализа; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение методов исследования функций с помощью производной и построения их графиков, на применение аппарата математического анализа в геометрии и физике, а также для доказательства ряда фактов, известных обучающимся из основной школы; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
---------------	---

Содержание	<p>Понятие предела последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.</p> <p>Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей.</p> <p>Понятие о пределе функции в точке. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.</p> <p>Теоремы о пределах. Поведение функции на бесконечности. Асимптоты.</p> <p>Приращение аргумента, приращение функции. Понятие о производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной.</p> <p>Производные функций: <math>y = x^a</math>, где <math>a \in R</math>; <math>y = a^x</math>; <math>y = \sin x</math>; <math>y = \cos x</math>; <math>y = \log_a x</math>. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного.</p> <p>Метод математической индукции.</p> <p>Производная функции <math>y = f(g(x))</math>. Производная обратной функции.</p> <p>Вторая производная и её физический смысл.</p> <p>Исследование функции с помощью производной.</p> <p>Достаточные условия возрастания (убывания) функции.</p> <p>Необходимые условия точек максимума и минимума.</p> <p>Достаточные условия максимума и минимума.</p> <p>Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.</p> <p>Использование производной при исследовании функций, построении графиков.</p> <p>Использование свойств функций при решении задач, в том числе физических и геометрических. Решение задач на экстремум, наибольшие и наименьшие значения</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение и иллюстрация понятия предела последовательности. Приведение примеров последовательностей, имеющих предел и не имеющих предела.</p> <p>Использование теоремы о пределе монотонной ограниченной последовательности.</p> <p>Нахождение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Перевод бесконечной периодической дроби в обыкновенную дробь.</p> <p>Вывод формулы длины окружности и площади круга.</p> <p>Вычисление пределов последовательностей.</p>

Объяснение и иллюстрация понятия предела функции в точке.  
 Приведение примеров функций, не имеющих предела в некоторой точке.  
 Вычисление пределов функций.  
 Анализ поведения функций при  $x \rightarrow +\infty$ , при  $x \rightarrow -\infty$ .  
 Нахождение асимптот.  
 Вычисление приращения функции в точке.  
 Составление и исследование разностного отношения  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ,  
 выводы о стремлении разностного отношения  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ .  
 Нахождение предела разностного отношения.  
 Вычисление значения производной функции в точке (по определению).  
 Нахождение углового коэффициента касательной к графику функции в точке с заданной абсциссой  $x_0$ .  
 Составление записи уравнения касательной к графику функции, заданной в точке.  
 Нахождение мгновенной скорости изменения функции.  
 Анализ поведения функции на различных участках области определения, сравнение скоростей возрастания (убывания) функции.  
 Нахождение производных элементарных функций.  
 Вывод и использование правил вычисления производной.  
 Нахождение производных суммы и произведения двух функций, их частного.  
 Нахождение производной сложной функции.  
 Нахождение производной обратной функции.  
 Доказательство формулы дифференцирования произведения  $n$  ( $n > 2$ ) функций методом математической индукции.  
 Нахождение второй производной и ускорения процесса, заданного формулой.  
 Нахождение промежутков возрастания и убывания функции.  
 Доказательство, что заданная функция возрастает (убывает) на указанном промежутке.  
 Нахождение точки минимума и максимума функции.  
 Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.  
 Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.  
 Исследование функции с помощью производной и построение её графика.  
 Применение производной при решении текстовых, геометрических, физических и других задач

## Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Элементы теории пределов. Понятие предела числовой последовательности. Арифметические свойства пределов. Аксиома непрерывности. Точная верхняя грань числового множества. Теоремы Кантора и Вейерштрасса. Число Эйлера (основание натуральных логарифмов).

2. Выпуклые функции. Понятие выпуклой функции; достаточное условие выпуклости. Применение выпуклых функций для сравнения основных средних (среднее арифметическое, среднее геометрическое, среднее гармоническое, среднее квадратичное).

3. Средние величины. Различные способы доказательства соотношений между средними величинами. Использование средних величин при решении задач.

4. Нестандартное применение производной. Решение задач, в которых применение производной носит эвристический, а не алгоритмический характер.

5. Задачи на максимум и минимум. Алгебраические, тригонометрические, геометрические и аналитические задачи на экстремум.

6. Формула Тейлора. Понятие о разложении функции в ряд Тейлора и применение разложений при вычислении приближённых значений аналитических выражений.

### Тема 3. Интеграл (15 ч)

Тема «Интеграл» расширяет представления обучающихся об общих идеях и методах математической науки. Изложение учебного материала предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся. Строгие определения и доказательства не предусмотрены.

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление об интеграле как основном понятии математического анализа; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на ознакомление с методами вычисления площадей и объёмов с помощью интеграла, на применение аппарата математического анализа в геометрии и физике, а также для доказательства ряда фактов, известных обучающимся из основной школы; <i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов
---------------	--

Содержание	Площадь криволинейной трапеции. Понятие об интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница. Первообразная. Таблица первообразных. Правила нахождения первообразных. Приложения определённого интеграла
Виды деятельности обучающихся	Вычисление площади криволинейной трапеции. Нахождение приближённых значений интегралов. Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла. Нахождение первообразных элементарных функций, первообразных: $f(x) + g(x)$ , $kf(x)$ и $f(kx + b)$ . Применение интеграла к выводу формул площадей поверхности и объёмов круглых тел

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Полярные координаты. Длина окружности и площадь круга. Использование полярных координат при нахождении длин кривых (длина дуги) и площадей областей, ограниченных кривыми (площадь сектора). Решение задач.

2. Объём тела вращения. Нахождение объёмов различных тел вращения (цилиндр, конус, шар).

3. Признаки сходимости числовых рядов. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Понятие о числовом ряде. Расходимость гармонического ряда. Признак Даламбера и интегральный признак. Сравнение числовых рядов.

4. Замена переменной при вычислении интегралов. Применение различных подстановок при вычислении интегралов.

5. Интегрирование по частям. Вычисление различных интегралов указанным методом.

6. Несобственные интегралы. Понятие о несобственном интеграле. Вычисление несобственных интегралов. Нахождение площадей неограниченных областей.

Учебный модуль «Вероятность и статистика» направлен на формирование у обучающихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся систему знаний об основных математических моделях теории вероятностей;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение математических методов, позволяющих измерять и сравнивать вероятности различных событий, делать выводы и прогнозы;</p> <p><i>спроектировать</i> учебные ситуации, наглядно и убедительно для обучающихся демонстрирующие пользу от применения приобретённых знаний и умений для решения задач практического характера, задач из других разделов математики или смежных учебных предметов</p>
Содержание	<p>Выборки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля и его свойства.</p> <p>Определение и примеры испытаний Бернулли. Формула для вероятности числа успехов в серии испытаний Бернулли. Математическое ожидание и дисперсия числа успехов в испытании Бернулли. Основные примеры случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины.</p> <p>Независимые случайные величины и события.</p> <p>Представление о законе больших чисел для последовательности независимых испытаний. Естественные применения закона больших чисел. Оценка вероятностных характеристик (математического ожидания, дисперсии) случайных величин по статистическим данным.</p> <p>Представление о геометрической вероятности. Решение простейших прикладных задач на геометрические вероятности</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Оперирование формулами для числа упорядочений набора из <math>N</math> элементов, упорядоченных и неупорядоченных выборок <math>n</math> элементов из <math>N</math>, числа пар сочетаний в множестве из <math>2N</math> элементов. Доказательство формулы бинома Ньютона и основных комбинаторных соотношений на биномиальные коэффициенты. Использование треугольника Паскаля для решения задач о биномиальных коэффициентах.</p> <p>Вычисление вероятности получения <math>k</math> успехов в испытаниях Бернулли с (вообще говоря, неравными) параметрами <math>p, q</math>, нахо-</p>

	<p>ждение математического ожидания и дисперсии числа успехов. Приведение примеров случайных величин (числа успехов в серии испытаний, числа попыток при угадывании, размеров выигрыша/прибыли в зависимости от случайных обстоятельств и т. п.). Нахождение математического ожидания и дисперсии случайной величины в случае конечного числа исходов. Установление независимости случайных величин. Выдвижение обоснованных предположений о независимости случайных величин на основании статистических данных.</p> <p>Объяснение закона больших чисел для последовательности независимых случайных величин; в частности, представление о порядке типичного отклонения от среднего значения в зависимости от числа испытаний. Описание простейших естественных приложений закона больших чисел, в том числе законов Менделя.</p> <p>Вычисление вероятности попадания случайной точки фигуры в некоторую её часть при равномерном распределении вероятностей. Вычисление вероятности получения фигуры/конфигурации с данными свойствами при случайном выборе параметров</p>
--	--

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Перестановки, сочетания и размещения с повторениями. Основные формулы. Решение комбинаторных задач как с применением указанных понятий, так и без их применения.
2. Геометрические вероятности. Решение задач на нахождение геометрических вероятностей.
3. Принцип включения и исключения. Доказательство принципа и решение задач с его использованием.
4. Производящие функции, действия над ними. Понятие формального степенного ряда. Применение производящих функций к решению комбинаторных задач и теоретико-вероятностных задач.
5. Средние величины, моменты. Понятия математического ожидания, дисперсии, моментов порядка 3 и 4. Решение задач на нахождение средних величин.
6. Непрерывные распределения. Простейшие непрерывные распределения (равномерное, показательное, нормальное) и нахождение их числовых характеристик (математического ожидания, дисперсии).



# Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса

## Средства обучения

Комплект «Оси координат»

Комплект инструментов классных

Комплект инструментов классных с магнитными держателями

Линейка классная 1 м (деревянная)

Портреты выдающихся математиков

## Модели

Числовая прямая

## Таблицы демонстрационные

Множества

Алгебра и начала анализа. Неравенства

Алгебра и начала анализа. Производная и первообразная

Алгебра и начала анализа. Уравнения

Алгебра и начала анализа. Формулы. Преобразования выражений

Алгебра и начала анализа. Функции и их свойства

Алгебра. Графики числовых функций

Алгебра. Неравенства

Алгебра. Уравнения

Алгебра. Формулы. Преобразования выражений

Алгебра. Функции, их свойства и графики

Алгебра. Числа. Числовые последовательности

Алгебра 10 класс

Алгебра 11 класс

Комбинаторика

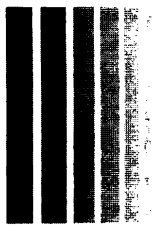


Производная и её применение  
Теория вероятностей и математическая статистика  
Функции и графики

**Таблицы раздаточные**  
Алгебра. Функции и графики  
Алгебра. Числа. Формулы

**Компакт-диски**  
История математики  
Уроки алгебры КиМ (10 класс)  
Уроки алгебры КиМ (11 класс)

**Транспаранты**  
Алгебра. Функции  
Построение графиков функций  
Свойства функций  
Функции. Их свойства и графики



# Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

## Геометрия



### Пояснительная записка

Настоящая примерная программа по геометрии для средних общеобразовательных учреждений (далее – Программа) является ориентиром для составления рабочих программ по учебному предмету и определяет инвариантную (обязательную) часть содержания образования, за пределами которой остаётся возможность авторского выбора вариативной составляющей. Авторы рабочих программ, в том числе авторы учебников, могут предложить собственный подход к части структурирования учебного материала, определения последовательности его изучения, расширения объёма (детализации) содержания, а также путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития, воспитания и социализации учащихся. Рабочие программы, составленные на основе данной Программы, могут использоваться в учебных учреждениях разного профиля и разной специализации.

Поскольку в настоящее время структура примерных программ по учебным предметам не регламентируется никакими нормативно-правовыми документами, а также учитывая необходимость дать учителю некоторый образец для разработки рабочей программы<sup>1</sup>, авторы Программы структурировали её содержание в соответствии с п. III Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Подробные методические рекомендации по разработке рабочей программы даны в пособии для учителя: *Журин А.А.* Рабочая программа по учебному предмету: разработка, экспертиза, утверждение. – М. : Вентана-Граф, 2012.

<sup>2</sup> См.: Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: утв. приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413.

## Общая характеристика примерной программы

Настоящая Программа состоит из четырёх разделов, названия которых в целом совпадают с названиями разделов рабочих программ.

Содержание первого раздела «Пояснительная записка» расширено по сравнению с требованиями к рабочей программе за счёт включения данного подраздела «Общая характеристика примерной программы». Его необходимость в данной Программе обусловлена значительными различиями в функциях примерных и рабочих программ. Если примерная программа – это своеобразный «общий план» учебного предмета, определяющий минимально допустимый уровень содержания предметного обучения, то рабочая программа представляет собой инструмент повседневной профессиональной деятельности учителя.

Второй подраздел пояснительной записки настоящей Программы «Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования» соответствует первому подразделу рабочей программы, в котором разработчику необходимо конкретизировать общие цели среднего (полного) общего образования с учётом специфики учебного предмета. В настоящей Программе такая конкретизация приведена, однако в рабочих программах, кроме этого, следует также отразить особенности целеполагания в конкретном образовательном учреждении в аспекте учебного предмета.

Третий подраздел пояснительной записки «Общая характеристика учебного предмета» (или соответственно второй подраздел пояснительной записки к рабочей программе) раскрывает пути достижения целей образования с учётом специфических особенностей учебного предмета. Здесь же даётся описание места учебного предмета в учебном плане. При разработке рабочих программ следует учитывать, что в данной Программе приведены рекомендуемые Российской академией образования учебные планы по пяти профилям (универсальному, гуманитарному, социально-экономическому, естественнонаучному, технологическому).

В рабочих программах общую характеристику учебного предмета необходимо дополнить описанием особенностей изучения данного предмета в данном образовательном учреждении, а в обосновании места учебного предмета в учебном плане или дать ссылку на типовой учебный план, или указать, за счёт каких резервов увеличен объём времени.

Уменьшение числа учебных часов, указанных для данного учебного предмета в типовом учебном плане, не допускается.

Заключительный подраздел пояснительной записки содержит описание результатов освоения учебного предмета, структурированных в соответствии с требованиями стандарта: личностных, метапредметных и предметных. В рабочих программах все результаты, приведённые в настоящей Программе, должны получить своё отражение и при необходимости быть дополнены результатами, соответствующими основной образовательной программе образовательного учреждения.

Второй раздел настоящей Программы «Содержание обучения» разработан в соответствии с требованиями к результатам освоения основной образовательной программы Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Этот раздел представляет собой список дидактических единиц, которые **обязательно** должны быть включены в **каждую** рабочую программу, должны быть отражены в **каждом** учебнике по данному учебному предмету.

Раздел «Содержание обучения» настоящей Программы содержит перечень дидактических единиц, не задаёт структуру реального учебного курса. В издававшихся ранее примерных программах приводились два варианта возможных структур курса в виде Примерного тематического планирования, которые не исчерпывали всё возможное многообразие структур. Кроме того, использовавшаяся стандартизированная форма Примерного тематического планирования не учитывала особенности того или иного учебного предмета и сложившиеся в предметных методиках традиции представления тематического планирования.

Настоящая Программа построена по модульному принципу. Под модулями понимаются относительно завершённые и структурированные совокупности единиц содержания (включая виды деятельности, которыми должны овладеть обучающиеся), направленных на решение конкретных образовательных задач, ведущих к достижению целей среднего (полного) общего образования.

Принцип модульности предполагает цельность и завершённость, полноту и логичность построения единиц учебного материала в виде блоков-модулей, внутри которых учебный материал структурируется в виде системы учебных элементов. Из блоков-модулей конструируют учебную программу или содержание учебного курса. При этом элементы содержания обучения внутри блоков взаимозаменяемы и подвижны.

Автор рабочей программы может использовать приведённую в настоящей Программе последовательность модулей, равно как расположить модули в другой последовательности, ввести новые, дополнительные модули или расширить содержание предложенных<sup>1</sup>.

Таким образом, раздел настоящей Программы «Модули содержания для разработки тематического планирования» в определённой мере соответствует разделу рабочей программы «Тематическое планирование».

Заключительный раздел настоящей Программы «Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса» имеет информационный характер и содержит перечень средств обучения, которые были доступны для приобретения образовательными учреждениями общего образования на начало 2012 г. Этот перечень избыточен, поэтому при разра-

---

<sup>1</sup> Подробные методические рекомендации по разработке рабочей программы даны в пособии для учителя: *Журин А.А.* Рабочая программа по учебному предмету: разработка, экспертиза, утверждение. — М. : Вентана-Граф, 2012.

ботке рабочей программы в соответствующий её раздел следует включать только те средства, которые имеются в образовательном учреждении (или которые планируется приобрести в ближайшее время), с учётом их необходимости для практической реализации программы.

## Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования основные цели завершающего этапа школьного образования состоят:

- в завершении формирования у обучающихся – средствами культуры, науки, искусства, литературы – общей культуры и относительно целостной системы знаний, деятельностей и представлений о природе, обществе и человеке;
- формировании устойчивой потребности учиться, готовности к непрерывному образованию, саморазвитию и самовоспитанию, к созидательной и ответственной трудовой деятельности на благо семьи, общества и государства;
- развитии индивидуальности и творческих способностей с учётом профессиональных намерений, интересов и запросов обучающихся, необходимости эффективной подготовки выпускников к освоению программ профессионального образования;
- обеспечении условий обучения и воспитания, социализации и духовно-нравственного развития обучающихся, формирования гражданской идентичности, социального становления личности, самореализации в социально и личностно значимой деятельности.

Изучение геометрии в старшей школе осуществляется на двух уровнях – базовом и профильном (углублённом), каждый из которых имеет свою специфику.

На **базовом** уровне решаются проблемы, связанные с формированием общей культуры, с развивающими и воспитательными целями образования, с социализацией личности. Изучение курса геометрии на базовом уровне ставит целью повысить общекультурный уровень человека и завершает формирование относительно целостной системы математических знаний как основы для продолжения образования в областях, не связанных с математикой.

**Углублённый** уровень способствует получению образования в соответствии со склонностями и потребностями учащихся, обеспечивает их профессиональную ориентацию и самоопределение. Геометрические знания являют-

ся важным условием успешного продолжения математического образования в системе профессиональной подготовки.

Математическая подготовка учащихся на углублённом уровне включает знания по планиметрии, стереометрии и элементам аналитической геометрии.

Изучение геометрии на углублённом уровне ставит целью завершение формирования у обучающихся относительно целостной системы геометрических знаний, как составной части общего среднего образования, совершенствование интеллектуальных и творческих способностей выпускников, развитие исследовательских умений и навыков.

На этом уровне широко используются характерные для высшей школы виды учебной деятельности: самостоятельная работа учащихся с различными источниками информации, подготовка рефератов, проектная деятельность и т. д.

Изучение геометрии на углублённом уровне открывает дополнительные возможности для совершенствования интеллектуальных и творческих способностей выпускников, развития исследовательских умений и навыков, формирования культуры мышления и математического языка.

Изучение геометрии на **базовом** уровне направлено на достижение следующих целей:

- овладение системой геометрических понятий, законов и методов, изучаемых в пределах основной образовательной программы среднего (полного) общего образования;
- осознание и объяснение роли геометрии в описании и исследовании реальных процессов и явлений; представление о математическом моделировании и его возможностях;
- овладение математической терминологией и символикой, начальными понятиями логики и принципами математического доказательства; самостоятельное проведение доказательных рассуждений в ходе решения задач;
- изображение плоских и пространственных геометрических фигур, их комбинаций; чтение геометрических чертежей; описание и обоснование свойств фигур и отношений между ними; способность применять приобретённые знания и умения для решения задач, в том числе задач практического характера и задач из смежных учебных предметов.

На **углублённом** уровне к перечисленным выше целям добавляются следующие:

- становление мотивации к последующему изучению математики, естественных и технических дисциплин в учреждениях системы среднего и высшего профессионального образования, для самообразования;
- осознание и выявление структуры доказательных рассуждений, логического обоснования доказательств; осмысление проблемы соответствия дедуктивных выводов отвлечённых теорий и реальной жизни;

- овладение основными понятиями, идеями и методами геометрии; способность применять полученные знания для описания и анализа проблем из реальной жизни;
- готовность к решению широкого класса задач из различных разделов математики и смежных учебных предметов, к поисковой и творческой деятельности, в том числе при решении нестандартных задач;
- овладение навыками использования компьютерных программ при решении математических задач, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации хода рассуждения.



## Общая характеристика учебного предмета

Учебный предмет «Геометрия» входит в перечень учебных предметов, обязательных для изучения в средней (полной) общеобразовательной школе.

Учебный предмет «Геометрия» изучается на базовом или на углублённом уровнях. Содержание образования на углублённом уровне расширено, в частности за счёт включения дополнительного модуля, предполагающего существенное приращение в методах решения планиметрических задач. Кроме того, обучающиеся на углублённом уровне получают возможность расширить свой математический кругозор, познакомившись с геометрическими системами, занимающими значительное место в современном математическом знании.

Вместе с тем основные отличия базового уровня изучения предмета «Геометрия» от углублённого уровня его изучения обусловлены тем, что один и тот же математический материал в первом случае служит главным образом средством развития личности обучающихся, повышения их общекультурного уровня. Во втором случае во главу угла ставится развитие математических способностей обучающихся и сохранение традиционно высокого уровня российского математического образования.

Эти отличия должны проявляться непосредственно в учебной деятельности, например в различном уровне изложения материала и некотором расширении содержания курса в классах с углублённым изучением, в различной глубине изучения ключевых понятий, в качественных различиях в задачном материале. Кроме того, следует отметить, что система общего среднего образования является системой массового обучения. Поэтому учащиеся, имеющие ярко выраженную склонность к занятиям наукой, и в частности к математике, должны иметь дополнительные возможности для развития своих способностей, например, за счёт внеурочной деятельности (факультативных и элективных курсов, индивидуальных занятий).

Для этой категории обучающихся могут быть предложены темы самостоятельных исследовательских работ.

Для обучающихся, которые никаким образом не связывают свою будущую профессиональную деятельность с математикой и точными науками, предусмотрена возможность изучения интегрированного учебного предмета «Ма-



тематика» или изучение предметов «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» на базовом уровне.

## Место учебного предмета в учебном плане

Содержание обучения по курсу «Геометрия», представленному в настоящей Программе, рассчитано на 140 ч, включая резерв времени 20 ч, за два года обучения — на базовом уровне, или на 210 ч, включая резерв времени 30 ч, за два года обучения — на углублённом уровне.

Рекомендуемые варианты представления учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» в учебных планах и их объём (в учебных часах за два года обучения) даны в таблице.

В расчёт учебных часов на изучение всех учебных предметов заложен резерв учебного времени учителя, предназначенный для организации педагогического процесса с учётом индивидуальных особенностей и реальной подготовки каждого обучающегося. Эти учебные часы учитель математики распределяет по своему усмотрению между основным содержанием курса, его повторением и подготовкой к итоговой аттестации.

Резервное время при разработке рабочей программы может быть использовано как для введения дополнительного содержания обучения (в том числе дополнительных модулей), так и для увеличения времени на изучение отдельных модулей, проведения проектных и исследовательских работ и т. п.

Рекомендуемые резервы времени учителя для учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия» также представлены в таблице.

**Таблица** Варианты представления в учебных планах учебных предметов «Математика», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия»

Вариант	Учебные предметы	Уровень изучения	Число аудиторных учебных часов	
			всего за два года обучения	в том числе резерв времени учителя
1	2	3	4	5
1	Математика	Базовый	210	30
2	Алгебра и начала математического анализа	Базовый	210	30
	Геометрия	Базовый	140	20

1	2	3	4	5
3	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Углублённый	280	40
		Базовый	140	20
4	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	Углублённый	280	40
		Углублённый	210	30

Образовательное учреждение (организация) вправе увеличить объём каждого из указанных учебных предметов, используя для этого учебные часы из части основной образовательной программы, формируемой участниками образовательного процесса, или предлагая дополнительные математические курсы (модули) по выбору.

Число учебных часов, отводимых на изучение «Математики» (интегрированного курса), «Алгебры и начал математического анализа» и «Геометрии» в разных профилях обучения, приведено в Приложении к Программе.



## Результаты освоения учебного предмета

**Личностные** результаты обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся, установление учащимися связи между учебной деятельностью и её мотивом. К личностным результатам освоения старшекласниками программы по геометрии относятся:

- сформированность представлений об основных этапах истории и наиболее важных современных тенденциях развития математической науки, о профессиональной деятельности учёных-математиков;
- способность к эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- сформированность потребности в самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, находчивости, активности при решении математических задач;
- потребность в самообразовании, готовность принимать самостоятельные решения.

Вклад изучения учебного предмета «Геометрия» в формирование **метапредметных** результатов освоения основной образовательной программы состоит:

- в формировании понятийного аппарата математики и умения видеть приложения полученных математических знаний для описания и решения проблем в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- формировании интеллектуальной культуры, выражающемся в развитии абстрактного и критического мышления, умении распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, способности ясно, точно и грамотно формулировать и аргументированно излагать свои мысли в устной и письменной речи, корректности в общении;
- формировании информационной культуры, выражающемся в умении осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, использовать различные источники информации для решения учебных проблем;

- формировании умения принимать решение в условиях неполной и избыточной информации;
- формировании представлений о принципах математического моделирования и приобретении начальных навыков исследовательской деятельности;
- формировании умения видеть различные стратегии решения задач, планировать и осуществлять деятельность, направленную на их решение, проверять и оценивать результаты деятельности, соотнося их с поставленными целями и личным жизненным опытом, а также публично представлять её результаты, в том числе с использованием средств информационных и коммуникационных технологий.

**Предметные результаты** на базовом уровне проявляются в знаниях, умениях, компетентностях, характеризующих качество (уровень) овладения обучающимися содержанием учебного предмета:

- использовать язык стереометрии для описания объектов окружающего мира;
- использовать понятийный аппарат и логическую структуру стереометрии;
- приводить примеры реальных объектов, пространственные характеристики которых описываются с помощью геометрических терминов и отношений: параллельности и перпендикулярности, равенства, подобия, симметрии;
- иметь представление о многогранниках и телах вращения; распознавать на чертежах и моделях плоские и пространственные геометрические фигуры, соотносить трёхмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями;
- выполнять геометрические построения;
- объяснять методы параллельного и центрального проектирования;
- строить простейшие сечения геометрических тел;
- исследовать и описывать пространственные объекты, для чего использовать: свойства плоских и пространственных геометрических фигур, методы вычисления их линейных элементов и углов (плоских и двугранных), формулы для вычисления площадей поверхностей пространственных фигур, формулы для вычисления объёмов многогранников и тел вращения;
- проводить доказательства геометрических теорем; проводить письменные и устные логические обоснования при решении задач на вычисление и доказательство;
- объяснять на примерах суть геометрических методов обоснования решения задач: методом от противного и методом перебора вариантов;
- использовать в отношении геометрических фигур готовые компьютерные программы для построения, проведения экспериментов и наблюдений на плоскости и в пространстве; использовать программы, позволяющие проводить эксперименты и наблюдения динамически (в движении).

На углублённом уровне к перечисленным выше результатам базового уровня добавляются следующие:

- объяснять границы применимости различных геометрических теорий;
- обосновывать методы параллельного и центрального проектирования;
- применять традиционную схему решения задач на построение с помощью циркуля и линейки: анализ, построение, доказательство и исследование;
- применять метод геометрических мест точек и метод подобия при решении задач на построение;
- давать определения, формулировать и доказывать свойства многогранников и тел вращения, анализировать формулировки определений и теорем;
- применять методы решения задач на вычисления и доказательства: метод от противного, метод подобия, метод перебора вариантов и метод геометрических мест точек;
- использовать алгебраический и тригонометрический аппарат и идеи движения при решении геометрических задач;
- использовать отношения равновеликости при вычислениях площадей поверхностей многогранников и тел вращения;
- применять координатный и векторный методы для решения задач на вычисления и доказательства;
- решать сложные задачи на построение, доказательство и вычисления с анализом условия задачи, определением хода решения задачи, выстраиванием логической цепочки рассуждений, соотнесением полученного ответа с условием задачи.

\_\_\_\_\_

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые.

Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых.

Расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми.

### Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

### Параллельность и перпендикулярность плоскостей.

## Признаки и свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояние между параллельными плоскостями.

### Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования.

Ортогональная проекция. Площадь ортогональной проекции многоугольника.

Изображение пространственных фигур.

Многогранник и его элементы: вершины, рёбра, грани.

### Поверхность многогранника. Развёртка.

Многогранные углы.

Выпуклые многогранники.

Правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр).

Правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и доде-

др).

## Сечения многогранников

Призма и её элементы: основания, боковые рёбра, высота, диагональ, боковая поверхность.

Прямая и наклонная призма.

Правильная призма.

Построение сечений куба, параллелепипеда и призмы.

Пирамида. Вершина, основание, боковые рёбра, высота, апофема, боковая поверхность.

Правильная пирамида.

Усечённая пирамида.

Сечения пирамиды.

*Тела вращения. Понятие о телах вращения. Ось вращения. Понятие о цилиндрической и конической поверхностях.*

Цилиндр. Основания, образующая, высота, ось, боковая поверхность, развёртка цилиндра.

Сечения прямого цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси.

Конус. Вершина, основание, образующая, ось, высота, боковая поверхность, радиус основания, развёртка конуса.

Сечения прямого конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину. Касательная плоскость к конусу.

Усечённый конус.

Шар, сфера. Центр, радиус, диаметр шара и сферы.

Сечения шара (сферы) плоскостями.

Касание шара (сферы) с прямой и плоскостью.

Касание сфер.

Вписанные и описанные сферы.

*Виды движений в пространстве.*

*Параллельный перенос, симметрия (центральная, осевая, зеркальная).*

*Понятие о равенстве фигур в пространстве.*

*Понятие о подобии фигур в пространстве.*

*Элементы симметрии многогранников и круглых тел.*

*Примеры симметрии в окружающем мире.*

Объём и его свойства. Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды. Формулы объёма цилиндра, конуса, шара.

Отношение объёмов подобных тел.

Площадь поверхности многогранника.

Теорема о боковой поверхности прямой и наклонной призм.

Теорема о боковой поверхности правильной пирамиды.

Формулы площади поверхности цилиндра, конуса, шара.

*Декартовы координаты в пространстве. Координаты середины отрезка.*

*Формула расстояния между двумя точками.*

*Уравнение сферы.*

*Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами.  
Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.*

## Углублённый уровень

Свойство биссектрисы треугольника.

Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника.

Формулы площади треугольника. Формула Герона.

Теорема Чевы и теорема Менелая.

Выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Углы, связанные с окружностью: угол с вершиной внутри круга, угол с вершиной вне круга, угол между хордой и касательной. Теоремы об измерении углов, связанных с окружностью.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема об отрезках касательной и секущей.

Построения с помощью циркуля и линейки. Неразрешимость классических задач на построение.

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Способы задания прямых и плоскостей. Аксиомы стереометрии.

*Основные понятия и аксиомы геометрии. Аксиоматическое построение геометрии. Евклидова и неевклидова геометрии.*

*Сферическая геометрия.*

*Геометрия Лобачевского.*

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые.

Признак скрещивающихся прямых.

Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых.

Расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми.

Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости.

Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Свойства перпендикулярных прямой и плоскости.

Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Теорема о трёх перпендикулярах.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до параллельной ей плоскости.

Параллельность и перпендикулярность плоскостей.

Признаки и свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояние между параллельными плоскостями.



Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования.

Ортогональная проекция. Площадь ортогональной проекции многоугольника.

Центральное проектирование (перспектива).

Изображение пространственных фигур.

Многогранник и его элементы: вершины, рёбра, грани.

Поверхность многогранника. Развёртка.

Многогранные углы.

Выпуклые и невыпуклые многогранники. Теорема Эйлера.

Правильные многогранники (тела Платона): тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр.

Полуправильные многогранники (тела Архимеда).

Сечения многогранников.

Куб и параллелепипед. Свойства граней и диагоналей параллелепипеда. Свойство диагоналей прямоугольного параллелепипеда.

Симметрии параллелепипедов.

Призма и её элементы: основания, боковые рёбра, высота, диагональ, боковая поверхность.

Прямая и наклонная призма.

Правильная призма. Свойства прямой призмы.

Изображение призмы. Построение сечений куба, параллелепипеда и призмы.

Пирамида. Вершина, основание, боковые рёбра, высота, апофема, боковая поверхность.

Правильная пирамида. Ось правильной пирамиды.

Усечённая пирамида.

Изображение пирамиды. Сечения пирамиды.

*Тела вращения. Понятие о телах вращения. Ось вращения. Понятие о цилиндрической и конической поверхностях.*

Цилиндр. Основания, образующая, высота, ось, боковая поверхность, развёртка цилиндра.

Изображение цилиндра. Сечения прямого цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси.

Прямая призма, вписанная в цилиндр, и прямая призма, описанная около цилиндра.

Симметрии цилиндра.

Конус. Вершина, основание, образующая, ось, высота, боковая поверхность, радиус основания, развёртка конуса.

Изображение конуса. Сечения прямого конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину. Касательная плоскость к конусу.

Пирамида, вписанная в конус, и пирамида, описанная около конуса. Развёртка боковой поверхности конуса.

Усечённый конус.  
Симметрии конуса.  
Шар, сфера. Центр, радиус, диаметр шара и сферы.  
Изображение шара. Сечения шара (сферы) плоскостями.  
Касание шара (сферы) прямой и плоскостью.  
Касание сфер.  
Вписанные и описанные сферы.  
Симметрии шара.  
Движение пространства. Виды движений в пространстве.  
Параллельный перенос, симметрия (центральная, осевая, зеркальная).  
Понятие о равенстве фигур в пространстве.  
Понятие о подобии фигур в пространстве.  
Элементы симметрии многогранников и круглых тел.  
Примеры симметрии в окружающем мире.  
Объём и его свойства.  
Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды.  
Формулы объёма цилиндра, конуса, шара.  
Отношение объёмов подобных тел.  
Площадь поверхности многогранника.  
Теорема о боковой поверхности прямой и наклонной призм.  
Теорема о боковой поверхности правильной пирамиды.  
Формулы площади поверхности цилиндра, конуса, шара.  
Декартовы координаты в пространстве.  
Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками.  
Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.  
Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов.  
Сложение векторов и умножение вектора на число.  
Угол между векторами.  
Коллинеарные векторы.  
Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам.  
Координаты вектора.  
Скалярное произведение векторов.



# Модули содержания для разработки тематического планирования



## Базовый уровень

Содержание программы по геометрии на базовом уровне представлено в виде пяти модулей: «Прямые и плоскости в пространстве»; «Геометрические тела»; «Преобразования пространства»; «Измерение геометрических величин»; «Координаты и векторы в пространстве».

### Модуль 1 Прямые и плоскости в пространстве (30 ч)

Модуль «Прямые и плоскости в пространстве» направлен на формирование у обучающихся пространственных представлений и изобразительных умений, на развитие способности самостоятельно высказывать предположения и обосновывать их справедливость. Также большое внимание должно уделяться вдумчивому воспроизведению доказательств теорем стереометрии, что будет способствовать формированию правильной математической речи. В модуль включены пять тем: «Основные понятия стереометрии», «Взаимное расположение прямых в пространстве», «Взаимное расположение прямой и плоскости», «Взаимное расположение плоскостей», «Изображение пространственных фигур».

#### Тема 1. Основные понятия стереометрии (2 ч)

Задачи модуля	<i>Сформировать у обучающихся представления о понятийном аппарате и логической структуре стереометрии; организовать учебную деятельность, направленную на освоение основных способов задания прямых и плоскостей;</i>
---------------	---

	<i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач
Содержание	Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Аксиомы стереометрии
Виды деятельности обучающихся	Перечисление основных понятий стереометрии. Приведение примеров реальных объектов, которые использованы для идеализации. Перечисление и иллюстрация способов задания прямых и плоскостей в пространстве. Формулирование аксиом стереометрии. Использование аксиом стереометрии для доказательства свойств прямых и плоскостей в пространстве. Решение задач на доказательство

## Тема 2. Взаимное расположение прямых в пространстве (8 ч)

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> понятия: скрещивающихся прямых, угла между прямыми в пространстве, расстояния от точки до прямой, расстояния между параллельными прямыми, расстояния между скрещивающимися прямыми; <i>расширить</i> понятие перпендикулярности прямых; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач
Содержание	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми
Виды деятельности обучающихся	Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве. Формулирование определений пересекающихся, параллельных, перпендикулярных и скрещивающихся прямых в пространстве.

	<p>Формулирование определений углов между пересекающимися, параллельными, перпендикулярными и скрещивающимися прямыми в пространстве.</p> <p>Объяснение, как определяются расстояния: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми.</p> <p>Нахождение углов между прямыми в пространстве.</p> <p>Нахождение расстояний: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми</p>
--	--

### Тема 3. Взаимное расположение прямой и плоскости (8 ч)

Задачи модуля	<p><i>Расширить</i> знания обучающихся о параллельности и перпендикулярности, о понятии расстояния;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
Содержание	<p>Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.</p> <p>Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до параллельной ей плоскости</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости.</p> <p>Формулирование определений параллельных прямой и плоскости и перпендикулярных прямой и плоскости. Формулирование и доказательство признаков параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.</p> <p>Объяснение, что называется углом между прямой и плоскостью. Изображение угла между прямой и плоскостью.</p> <p>Формулирование и доказательство теоремы о свойствах перпендикулярных прямой и плоскости. Формулирование определений перпендикуляра и наклонной.</p>

	<p>Решение задач на доказательство параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.</p> <p>Объяснение, как определяются расстояние от точки до плоскости и расстояние от прямой до параллельной ей плоскости.</p> <p>Нахождение угла между прямой и плоскостью.</p> <p>Нахождение расстояний от точки до плоскости, от прямой до параллельной ей плоскости</p>
--	---

#### Тема 4. Взаимное расположение плоскостей (8 ч)

Задачи модуля	<p><i>Расширить и обобщить</i> знания обучающихся о параллельности и перпендикулярности, о понятии расстояния;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
Содержание	<p>Параллельность и перпендикулярность плоскостей.</p> <p>Признаки и свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей.</p> <p>Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.</p> <p>Расстояние между параллельными плоскостями</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей.</p> <p>Формулирование определений параллельных и перпендикулярных плоскостей.</p> <p>Формулирование и доказательство признаков параллельности и перпендикулярности плоскостей.</p> <p>Решение задач на доказательство параллельности и перпендикулярности плоскостей.</p> <p>Объяснение, что называют: двугранным углом между плоскостями, линейным углом двугранного угла.</p> <p>Объяснение, как находится расстояние между параллельными плоскостями.</p> <p>Нахождение линейных углов двугранного угла.</p> <p>Нахождение расстояния между параллельными плоскостями</p>

## Тема 5. Изображение пространственных фигур (4 ч)

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных способах изображения пространственных фигур; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение приёмов параллельного и центрального проектирования; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач
Содержание	Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Ортогональная проекция. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Центральное проектирование (перспектива). Изображение пространственных фигур
Виды деятельности обучающихся	Объяснение правил параллельного проектирования, ортогонального проектирования и центрального проектирования. Сопровождение объяснений иллюстрациями. Объяснение различий в изображениях пространственных фигур с помощью параллельного проектирования и центрального проектирования. Распознавание перспективы на изображениях реальных объектов. Формулирование и доказательство свойств параллельного проектирования. Формулирование и доказательство теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника. Решение задач на построение проекций при параллельном и ортогональном проектировании

### Модуль 2 Геометрические тела (40 ч)

В модуль «Геометрические тела» включены четыре темы: «Многогранник», «Призма», «Пирамида» и «Круглые тела». Основное назначение этих тем связано с развитием пространственного воображения и изобразительных умений обучающихся, освоением геометрической терминологии, развитием логического мышления и речи, приобретением опыта использования информационных технологий для решения математических задач (при наличии соответствующих возможностей у образовательного учреждения).

## Тема 1. Многогранник (5 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представления об основных видах многогранников и их элементах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на овладение приёмами построения сечений многогранников;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
Содержание	<p>Многогранник и его элементы: вершины, рёбра, грани. Поверхность многогранника. Развёртка.</p> <p>Многогранные углы.</p> <p>Выпуклые многогранники.</p> <p>Правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр).</p> <p>Сечения многогранников</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах многогранников. Изображение многогранников в параллельной проекции.</p> <p>Демонстрация на моделях и чертежах элементов многогранника.</p> <p>Объяснение, какие многогранники называют правильными.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах правильных многогранников.</p> <p>Объяснение, какие углы называют многогранными. Распознавание на моделях и чертежах и изображение многогранных углов.</p> <p>Формулирование определения трёхгранного угла как частного случая многогранного угла.</p> <p>Решение задач на построение сечений многогранников. Использование компьютерных программ для изображения многогранников и иллюстрации их свойств</p>

## Тема 2. Призма (6 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о призмах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств призмы;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
---------------	--



Содержание	<p>Куб и параллелепипед.</p> <p>Призма и её элементы: основания, боковые рёбра, высота, диагональ, боковая поверхность.</p> <p>Прямая и наклонная призма.</p> <p>Правильная призма.</p> <p>Построение сечений куба, параллелепипеда и призмы</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение куба, параллелепипедов, призм. Демонстрация на моделях и чертежах элементов призмы.</p> <p>Объяснение, какие призмы называют прямыми и наклонными, какие призмы называют правильными.</p> <p>Формулирование и доказательство теоремы о свойствах прямой призмы. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах граней и диагоналей параллелепипеда. Формулирование и доказательство теоремы о свойстве диагоналей прямоугольного параллелепипеда. Формулирование и доказательство теоремы о боковой поверхности прямой и наклонной призм.</p> <p>Решение задач на доказательство и вычисления с применением свойств призмы и её частных случаев. Решение задач на построение сечений куба, параллелепипедов, призм</p>

### Тема 3. Пирамида (10 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о пирамидах; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств пирамиды;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
Содержание	<p>Пирамида. Вершина, основание, боковые рёбра, высота, апофема, боковая поверхность.</p> <p>Правильная пирамида.</p> <p>Усечённая пирамида.</p> <p>Сечения пирамиды</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение пирамиды. Демонстрация на моделях и чертежах элементов пирамиды.</p>

	<p>Объяснение, какие пирамиды называют прямыми и наклонными. Объяснение, какие пирамиды называют правильными, какие – тетраэдрами.</p> <p>Объяснение, что такое ось правильной пирамиды. Объяснение, какие пирамиды называют усечёнными.</p> <p>Решение задач на доказательство и вычисление элементов пирамиды, вычисление боковой и полной поверхностей пирамиды. Решение задач на построение сечений пирамиды. Построение изображений пирамид, тетраэдра</p>
--	---

#### Тема 4. Круглые тела (15 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о цилиндре, конусе и шаре как телах вращения;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств тел вращения;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
Содержание	<p><i>Тела вращения. Понятие о телах вращения. Ось вращения. Понятие о цилиндрической и конической поверхностях.</i></p> <p>Цилиндр. Основания, образующая, высота, ось, боковая поверхность, развёртка цилиндра.</p> <p>Сечения прямого цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси.</p> <p>Конус. Вершина, основание, образующая, ось, высота, боковая поверхность, радиус основания, развёртка конуса.</p> <p>Сечения прямого конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину. Касательная плоскость к конусу.</p> <p>Усечённый конус.</p> <p>Шар, сфера. Центр, радиус, диаметр шара и сферы.</p> <p>Сечения шара (сферы) плоскостями.</p> <p>Касание шара (сферы) с прямой и плоскостью.</p> <p>Касание сфер.</p> <p>Вписанные и описанные сферы</p>

<p>Виды деятельности обучающихся</p>	<p>Объяснение, какие геометрические фигуры в пространстве называют телами вращения и что такое ось вращения. Объяснение, какую поверхность вращения называют цилиндрической и какую конической.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах цилиндра и его изображение. Демонстрация на моделях и чертежах элементов цилиндра. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах цилиндра.</p> <p>Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси. Формулирование определения касательной плоскости к цилиндру. Изображение касательной плоскости к цилиндру. Формулирование и доказательство теоремы о развёртке цилиндра.</p> <p>Решение задач на доказательство и вычисления с применением свойств цилиндра.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах конуса и его изображение. Демонстрация на моделях и чертежах элементов конуса.</p> <p>Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину.</p> <p>Формулирование определения касательной плоскости к конусу. Изображение касательной плоскости к конусу. Формулирование и доказательство теоремы о развёртке конуса.</p> <p>Решение задач на доказательство, на вычисления элементов конуса.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах шара и его изображение. Демонстрация на моделях и чертежах элементов шара. Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении шара плоскостью. Формулирование определения касательной прямой и касательной плоскости к шару (сфере). Изображение касательных прямых и касательных плоскостей к шару (сфере).</p> <p>Объяснение, какие сферы называют касательными.</p> <p>Формулирование определений вписанных и описанных сфер.</p> <p>Решение задач на доказательство, на вычисления элементов шара.</p> <p>Приведение примеров изображений многогранников, вписанных в сферу и описанных около сферы</p>
--------------------------------------	---

### Модуль 3 Преобразования пространства (10 ч)

Модуль «Преобразования пространства» завершает содержательную линию основной школы, начатую геометрическими преобразованиями на плоскости. Он знакомит обучающихся с примерами геометрических преобразований в пространстве, как сохраняющими, так и не сохраняющими расстояние между точками.

Задачи модуля	<i>Сформировать у обучающихся представления об основных видах преобразования пространства; организовать учебную деятельность, направленную на приобретение навыков построения образов точек, отрезков, треугольников, при симметриях, параллельном переносе; развивать у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</i>
Содержание	<i>Виды движений в пространстве. Параллельный перенос, симметрия (центральная, осевая, зеркальная). Понятие о равенстве фигур в пространстве. Понятие о подобии фигур в пространстве. Элементы симметрии многогранников и круглых тел. Примеры симметрии в окружающем мире</i>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение, что называется движением пространства, перечисление его свойств.</p> <p>Объяснение понятия равенства фигур. Приведение примеров равных пространственных фигур.</p> <p>Объяснение понятия параллельного переноса. Приведение примеров пространственных фигур, полученных параллельным переносом. Формулирование и доказательство свойств параллельного переноса. Объяснение и иллюстрирование понятий центральной, осевой, зеркальной симметрий. Построение симметричных пространственных фигур.</p> <p>Объяснение, какие пространственные фигуры называют подобными.</p> <p>Приведение примеров подобных пространственных фигур</p>

## Модуль 4 Измерение геометрических величин (25 ч)

Модуль «Измерение геометрических величин» завершает содержательную линию основной школы, начатую измерением геометрических величин на плоскости. Его изучение нацелено преимущественно на решение вычислительных задач: нахождение объёмов многогранников и тел вращения, площадей их поверхностей.

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о методах вывода формул площади поверхности цилиндра, конуса, сферы; объёмов куба, прямоугольного параллелепипеда, параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на приобретение навыков вычисления объёмов геометрических тел и площадей их поверхностей; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач
Содержание	Объём и его свойства. Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды. Формулы объёма цилиндра, конуса, шара. Отношение объёмов подобных тел. Площадь поверхности многогранника. Теорема о боковой поверхности прямой и наклонной призмы. Теорема о боковой поверхности правильной пирамиды. Формулы площади поверхности цилиндра, конуса, шара
Виды деятельности обучающихся	Объяснение, что называется площадью поверхности геометрического тела. Определение площади поверхности многогранника как суммы площадей поверхностей его граней. Вычисление по формулам площадей поверхностей цилиндра, конуса, сферы. Объяснение, что называется объёмом геометрического тела. Формулирование и иллюстрирование теоремы об отношении объёмов подобных тел. Вычисление по формулам объёмов прямоугольного параллелепипеда, произвольного параллелепипеда, призмы, пирамиды. Вычисление по формулам объёмов цилиндра, конуса и шара. Решение задач на вычисления и доказательство с применением свойств площади, свойств объёма, формул площадей и объёмов

Модуль «Координаты и векторы в пространстве» обобщает и систематизирует изученный в курсе планиметрии материал о векторах и декартовых координатах на плоскости.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся умение выполнять операции над векторами, заданными в геометрической и координатной форме; <i>расширить</i> и углубить представления о координатном методе на примерах решения задач на нахождение координат середины отрезка, вычисления длины вектора, расстояния между двумя точками;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на использование алгебраического аппарата при решении геометрических задач;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
Содержание	<p><i>Декартовы координаты в пространстве. Координаты середины отрезка.</i></p> <p><i>Формула расстояния между двумя точками.</i></p> <p><i>Уравнение сферы.</i></p> <p><i>Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами.</i></p> <p><i>Координаты вектора. Скалярное произведение векторов</i></p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение и иллюстрация понятия декартовой системы координат в пространстве.</p> <p>Иллюстрация применения формул: координат середины отрезка, расстояния между двумя точками, уравнения сферы.</p> <p>Решение задач на вычисления и доказательство с использованием изученных формул. Решение задач на геометрические места точек.</p> <p>Вычисление длин и координат вектора. Определение и обоснование равенства векторов. Выполнение операций сложения векторов и умножения вектора на число.</p> <p>Нахождение скалярного произведения векторов, нахождение угла между векторами и определение перпендикулярности векторов.</p> <p>Решение геометрических задач на вычисление с применением векторов</p>

## Углублённый уровень

Содержание программы по геометрии на углублённом уровне представлено в виде семи модулей: «Дополнительные главы планиметрии»; «Аксиоматика»; «Прямые и плоскости в пространстве»; «Геометрические тела»; «Преобразования пространства»; «Измерение геометрических величин»; «Координаты и векторы в пространстве».

### Модуль 1 Дополнительные главы планиметрии (25 ч)

Модуль «Дополнительные главы планиметрии» призван систематизировать знания учащихся по планиметрии и расширить круг методов решения геометрических задач.

Задачи модуля	<i>Расширить</i> представления обучающихся о задачах на построение и методах их решения; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на вычисление линейных элементов и площадей треугольников, в том числе с применением тригонометрии; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, логическое мышление и способность к восприятию новых научных фактов
Содержание	Свойство биссектрисы треугольника. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника. Формулы площади треугольника. Формула Герона. Теорема Чевы и теорема Менелая. Выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей. Углы, связанные с окружностью: угол с вершиной внутри круга, угол с вершиной вне круга, угол между хордой и касательной. Теоремы об измерении углов, связанных с окружностью. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема об отрезках касательной и секущей. Построения с помощью циркуля и линейки. Неразрешимость классических задач на построение
Виды деятельности обучающихся	Выведение и применение при решении задач формул длин биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника.

	<p>Решение именных задач на доказательство: «теорема Чевы», «теорема Менелая». Применение теорем Чевы и Менелая при решении задач.</p> <p>Применение формул, выражающих площадь треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей, при решении задач.</p> <p>Объяснение методов решения задач на построение. Применение различных методов решения задач на построение.</p> <p>Решение задач на построение, доказательство и вычисления с анализом условия задачи, определением хода решения задачи, выстраиванием логической цепочки рассуждений, соотношением полученного ответа с условием задачи</p>
--	---

### Рекомендуемая тематика практических работ

1. Задачи на построение. Неразрешимость классических задач на построение.
2. Геометрические места точек. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.
3. Замечательные точки в треугольнике.

## Модуль 2 Аксиоматика (10 ч)

Модуль «Аксиоматика» состоит из двух тем: «Основные понятия стереометрии» и «Аксиоматическое построение теорий». Его изучение направлено на формирование представлений о логической структуре математических теорий, о соотношении теории с реально наблюдаемыми фактами и о границах применимости теории. Рассмотрение этих вопросов в школьной геометрии позволяет существенно расширить математический кругозор обучающихся.

### Тема 1. Основные понятия стереометрии (5 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать у обучающихся представления о понятийном аппарате и логической структуре стереометрии;</i></p> <p><i>организовать учебную деятельность, направленную на освоение основных способов задания прямых и плоскостей;</i></p> <p><i>развивать у обучающихся пространственное воображение,</i></p>
---------------	--



	логическое мышление и способность к восприятию новых научных фактов
Содержание	Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Способы задания прямых и плоскостей. Аксиомы стереометрии
Виды деятельности обучающихся	Перечисление и комментирование основных понятий планиметрии и стереометрии. Приведение примеров реальных объектов, которые использованы для идеализации. Формулирование и иллюстрация аксиом планиметрии и стереометрии. Перечисление и иллюстрация способов задания прямых и плоскостей в пространстве. Применение аксиом стереометрии для доказательства свойств прямых и плоскостей в пространстве. Решение задач на доказательство

## Тема 2. Аксиоматическое построение теорий (5 ч)

Задачи модуля	<i>Сформировать у обучающихся представления о понятийном аппарате и логической структуре геометрических теорий; организовать учебную деятельность, направленную на обсуждение и сравнение различных геометрических теорий; развивать у обучающихся пространственное воображение, логическое мышление и способность к восприятию новых научных фактов</i>
Содержание	<i>Основные понятия и аксиомы геометрии. Аксиоматическое построение геометрии. Евклидова и неевклидовы геометрии. Сферическая геометрия. Геометрия Лобачевского</i>
Виды деятельности обучающихся	Объяснение, как устроены аксиоматические теории. Объяснение происхождения, особенностей, границ применимости геометрических систем аксиом: евклидовой геометрии, сферической геометрии, геометрии Лобачевского. Приведение примеров утверждений, верных в геометрической системе Евклида и неверных в неевклидовых геометриях.

	Анализ аналогов математических теорем в различных геометрических системах (на примерах теоремы Пифагора, теоремы о сумме углов треугольника, теоремы о длине окружности)
--	--

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. История создания геометрии Лобачевского.
2. История создания сферической геометрии.
3. Сферическая геометрия и астрономия.

## Модуль 3 Прямые и плоскости в пространстве (30 ч)

Модуль «Прямые и плоскости в пространстве» направлен на развитие у обучающихся пространственных представлений и изобразительных умений. Важное место отводится доказательствам математических утверждений. В этот модуль включены четыре темы: «Взаимное расположение прямых в пространстве», «Взаимное расположение прямой и плоскости», «Взаимное расположение плоскостей», «Изображение пространственных фигур».

### Тема 1. Взаимное расположение прямых в пространстве (8 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> понятия скрещивающихся прямых, угла между прямыми в пространстве, расстояния от точки до прямой, расстояния между параллельными прямыми, расстояния между скрещивающимися прямыми;</p> <p><i>расширить</i> понятие перпендикулярности прямых;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства</p>
Содержание	<p>Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признак скрещивающихся прямых.</p> <p>Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых.</p>

	Расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве. Формулирование определений пересекающихся, параллельных, перпендикулярных и скрещивающихся прямых в пространстве.</p> <p>Формулирование и доказательство теорем о взаимном расположении прямых. Анализ структуры доказательных рассуждений. Формулирование определений углов между пересекающимися, параллельными, перпендикулярными и скрещивающимися прямыми в пространстве.</p> <p>Решение задач на доказательство с использованием определений и свойств параллельности и перпендикулярности прямых. Объяснение того, как определяются расстояния: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми.</p> <p>Нахождение углов между прямыми в пространстве.</p> <p>Нахождение расстояний: от точки до прямой, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми</p>

## Тема 2. Взаимное расположение прямой и плоскости (8 ч)

Задачи модуля	<p><i>Расширить</i> знания обучающихся о параллельности и перпендикулярности, о понятии расстояния;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства</p>
Содержание	<p>Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.</p> <p>Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трёх перпендикулярах.</p>

	Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до параллельной ей плоскости
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения прямой и плоскости. Формулирование определений параллельных прямой и плоскости и перпендикулярных прямой и плоскости. Формулирование и доказательство признаков параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Анализ структуры доказательных рассуждений.</p> <p>Объяснение, что называется углом между прямой и плоскостью. Изображение угла между прямой и плоскостью.</p> <p>Формулирование и доказательство теоремы о свойствах перпендикулярных прямой и плоскости. Формулирование определений перпендикуляра и наклонной. Формулирование и доказательство теоремы о трёх перпендикулярах.</p> <p>Решение задач на доказательство с использованием определений и свойств параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.</p> <p>Объяснение, как определяются расстояние от точки до плоскости и расстояние от прямой до параллельной ей плоскости.</p> <p>Нахождение угла между прямой и плоскостью.</p> <p>Нахождение расстояний: от точки до плоскости, от прямой до параллельной ей плоскости</p>

### Тема 3. Взаимное расположение плоскостей (8 ч)

Задачи модуля	<p><i>Расширить</i> и обобщить знания обучающихся о параллельности и перпендикулярности, о понятии расстояния;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на выявление, обоснование и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства</p>
Содержание	<p>Параллельность и перпендикулярность плоскостей.</p> <p>Признаки и свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей.</p>

	<p>Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.</p> <p>Расстояние между параллельными плоскостями</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение различных случаев взаимного расположения плоскостей.</p> <p>Формулирование определений параллельных и перпендикулярных плоскостей.</p> <p>Формулирование и доказательство признаков параллельности и перпендикулярности плоскостей. Анализ структуры доказательных рассуждений.</p> <p>Решение задач на доказательство с использованием определений и свойств параллельности и перпендикулярности плоскостей.</p> <p>Объяснение, что называется двугранным углом между плоскостями, линейным углом двугранного угла.</p> <p>Объяснение того, как находится расстояние между параллельными плоскостями.</p> <p>Нахождение линейных углов двугранного угла.</p> <p>Нахождение расстояния между параллельными плоскостями</p>

#### Тема 4. Изображение пространственных фигур (6 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление об основных способах изображения пространственных фигур;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение приёмов параллельного и центрального проектирования;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение и умение проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач</p>
Содержание	<p>Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования.</p> <p>Ортогональная проекция. Площадь ортогональной проекции многоугольника.</p> <p>Центральное проектирование (перспектива). Изображение пространственных фигур</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение правил параллельного проектирования, ортогонального проектирования и центрального проектирования.</p> <p>Сопровождение объяснений иллюстрациями.</p> <p>Объяснение различия в изображениях пространственных</p>

	<p>фигур, полученных с помощью параллельного проектирования и центрального проектирования.</p> <p>Формулирование и доказательство свойств параллельного проектирования. Распознавание перспективы в изображениях реальных объектов.</p> <p>Формулирование и доказательство теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.</p> <p>Решение задач на построение проекций при параллельном проектировании и ортогональном проектировании.</p> <p>Изображение в параллельной проекции основных геометрических тел и их элементов</p>
--	---

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Основные фигуры двумерного и трёхмерного пространств. Их свойства.
2. Геометрия и инженерная графика.
3. Геометрия и изобразительное искусство.

## Модуль 4 Геометрические тела (50 ч)

В модуль «Геометрические тела» включены четыре темы: «Многогранник», «Призма», «Пирамида» и «Круглые тела». Основное назначение этих тем связано с развитием пространственного воображения и изобразительных умений обучающихся, освоением геометрической терминологии, развитием логического мышления и речи, приобретением опыта использования информационных технологий для решения математических задач (при наличии соответствующих возможностей у образовательного учреждения).

### Тема 1. Многогранник (5 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представления об основных видах многогранников и их элементах;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на овладение приёмами построения сечений многогранников;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические</p>
---------------	---

	обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	<p>Многогранник и его элементы: вершины, рёбра, грани. Поверхность многогранника. Развёртка.</p> <p>Многогранные углы.</p> <p>Выпуклые и невыпуклые многогранники. Теорема Эйлера.</p> <p>Правильные многогранники (тела Платона): тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр.</p> <p>Полуправильные многогранники (тела Архимеда).</p> <p>Сечения многогранников</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах многогранников, выпуклых и невыпуклых многогранников.</p> <p>Изображение многогранников в параллельной проекции.</p> <p>Демонстрация на моделях и чертежах элементов многогранников.</p> <p>Объяснение, какие многогранники называют правильными, какие полуправильными. Проведение геометрического обоснования их существования.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах правильных и полуправильных многогранников.</p> <p>Объяснение, как из теоремы Эйлера вытекает невозможность существования иных правильных многогранников, кроме тетраэдра, куба, октаэдра, додекаэдра и икосаэдра.</p> <p>Объяснение, какие углы называют многогранными. Распознавание на моделях и чертежах и изображение многогранных углов.</p> <p>Определение трёхгранного угла как частного случая многогранного угла.</p> <p>Решение задач на построение сечений многогранников.</p> <p>Использование компьютерных программ для изображения многогранников и иллюстрации их свойств (при наличии)</p>

## Тема 2. Призма (15 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать у обучающихся представление о призмах; организовать учебную деятельность, направленную на освоение свойств призмы;</i></p> <p><i>развивать у обучающихся пространственное воображение,</i></p>
---------------	---

	способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	<p>Куб и параллелепипед. Свойства граней и диагоналей параллелепипеда. Свойство диагоналей прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Симметрии параллелепипедов.</p> <p>Призма и её элементы: основания, боковые рёбра, высота, диагональ, боковая поверхность.</p> <p>Прямая и наклонная призмы.</p> <p>Правильная призма.</p> <p>Изображение призмы. Построение сечений куба, параллелепипеда и призмы</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение куба, параллелепипедов, призм. Демонстрация на моделях и чертежах элементов призмы.</p> <p>Объяснение, какие призмы называют прямыми и наклонными и какие призмы называют правильными.</p> <p>Формулирование и доказательство теоремы о свойствах прямой призмы. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах граней и диагоналей параллелепипеда. Формулирование и доказательство теоремы о свойстве диагоналей прямоугольного параллелепипеда. Формулирование и доказательство теоремы о боковой поверхности прямой и наклонной призм.</p> <p>Решение задач на доказательство и вычисления с применением свойств призмы и её частных случаев. Решение задач на построение сечений куба, параллелепипедов, призм</p>

### Тема 3. Пирамида (10 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о пирамидах; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств пирамиды;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства</p>
---------------	--



Содержание	<p>Пирамида. Вершина, основание, боковые рёбра, высота, апофема, боковая поверхность.</p> <p>Правильная пирамида. Ось правильной пирамиды.</p> <p>Усечённая пирамида.</p> <p>Изображение пирамиды. Сечения пирамиды</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Распознавание на моделях и чертежах и изображение пирамиды. Демонстрация на моделях и чертежах элементов пирамиды. Объяснение, какие пирамиды называют прямыми и какие наклонными. Объяснение, какие пирамиды называют правильными пирамидами, тетраэдрами. Объяснение, что такое ось правильной пирамиды. Объяснение, какие пирамиды называют усечёнными.</p> <p>Решение задач на доказательство, на вычисление элементов пирамиды, вычисление боковой и полной поверхностей пирамиды. Решение задач на построение сечений пирамиды. Построение изображений пирамиды, тетраэдра</p>

#### Тема 4. Круглые тела (20 ч)

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представление о цилиндре, конусе и шаре как телах вращения;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на освоение свойств тел вращения;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства</p>
Содержание	<p><i>Тела вращения. Понятие о телах вращения. Ось вращения. Понятие о цилиндрической и конической поверхностях.</i></p> <p>Цилиндр. Основания, образующая, высота, ось, боковая поверхность, развёртка цилиндра.</p> <p>Изображение цилиндра. Сечения прямого цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси.</p> <p>Прямая призма, вписанная в цилиндр, и прямая призма, описанная около цилиндра.</p> <p>Симметрии цилиндра.</p> <p>Конус. Вершина, основание, образующая, ось, высота, боковая поверхность, радиус основания, развёртка конуса.</p>

	<p>Изображение конуса. Сечения прямого конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину. Касательная плоскость к конусу. Пирамида, вписанная в конус, и пирамида, описанная около конуса. Развёртка боковой поверхности конуса.</p> <p>Усечённый конус.</p> <p>Симметрии конуса.</p> <p>Шар, сфера. Центр, радиус, диаметр шара (сферы).</p> <p>Изображение шара. Сечения шара (сферы) плоскостями.</p> <p>Касание шара (сферы) прямой и плоскостью.</p> <p>Касание сфер.</p> <p>Вписанные и описанные сферы.</p> <p>Симметрии шара</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение, какие геометрические фигуры в пространстве называют телами вращения и что такое ось вращения. Объяснение, какую поверхность вращения называют цилиндрической и какую конической.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах цилиндра и его изображение. Демонстрация на моделях и чертежах элементов цилиндра. Формулирование и доказательство теоремы о свойствах цилиндра. Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении цилиндра плоскостями, параллельными его основанию или оси. Формулирование определения касательной плоскости к цилиндру. Изображение касательной плоскости к цилиндру. Формулирование и доказательство теоремы о развёртке цилиндра. Решение задач на доказательство и вычисления с применением свойств цилиндра.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах конуса и его изображение. Указывание на моделях и чертежах элементов конуса. Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении конуса плоскостями, параллельными его основанию или проходящими через его вершину. Формулирование определения касательной плоскости к конусу. Изображение касательной плоскости к конусу. Формулирование и доказательство теоремы о развёртке конуса. Решение задач на доказательство, на вычисление элементов конуса.</p> <p>Распознавание на моделях и чертежах шара и его изображение. Указывание на моделях и чертежах элементов шара. Объяснение, какие фигуры возникают при пересечении шара плоскостью. Формулирование определения касательной прямой и</p>

	<p>касательной плоскости к шару (сфере). Изображение касательных прямых и касательных плоскостей к шару (сфере). Объяснение, какие сферы называют касательными. Формулирование определений вписанных и описанных сфер. Решение задач на доказательство, на вычисление элементов шара.</p> <p>Приведение примеров изображений многогранников, вписанных в сферу и описанных около сферы.</p> <p>Решение задач на вписанные и описанные сферы, конусы, цилиндры</p>
--	---

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Геометрия правильного тетраэдра.
2. Цилиндрические и конические сечения.
3. Геометрия кристаллических структур.

## Модуль 5 Преобразования пространства (15 ч)

Модуль «Преобразования пространства» завершает содержательную линию основной школы, начатую геометрическими преобразованиями на плоскости. Он знакомит обучающихся с примерами геометрических преобразований в пространстве.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся представления об основных видах преобразования пространства;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на приобретение навыков построения образов точек, отрезков, треугольников при симметриях, параллельном переносе;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства</p>
Содержание	<p>Движение пространства. Виды движений в пространстве. Параллельный перенос, симметрия (центральная, осевая, зеркальная).</p> <p>Понятие о равенстве фигур в пространстве.</p> <p>Понятие о подобии фигур в пространстве.</p>

	Элементы симметрии многогранников и круглых тел. Примеры симметрии в окружающем мире
Виды деятельности обучающихся	Объяснение, что называется движением пространства, и перечисление его свойств. Объяснение понятия равенства фигур. Приведение примеров равных пространственных фигур. Объяснение понятия параллельного переноса. Приведение примеров пространственных фигур, полученных параллельным переносом. Формулирование и доказательство свойств параллельного переноса. Объяснение и иллюстрирование понятий центральной, осевой, зеркальной симметрий. Построение симметричных пространственных фигур. Объяснение, какие пространственные фигуры называют подобными. Приведение примеров подобных пространственных фигур

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

Геометрическая оптика. Устройство оптических систем и приборов.

## Модуль 6 Измерение геометрических величин (30 ч)

Модуль «Измерение геометрических величин» завершает содержательную линию основной школы, начатую измерением геометрических величин на плоскости. Его изучение нацелено преимущественно на решение вычислительных задач: нахождение объёмов многогранников и тел вращения, площадей их поверхностей.

Задачи модуля	<i>Сформировать</i> у обучающихся представление о методах вывода формул площади поверхности цилиндра, конуса, сферы; объёма куба, прямоугольного параллелепипеда, параллелепипеда, призм, пирамиды, цилиндра, конуса и шара; <i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на приобретение навыков вычисления объёмов геометрических тел и площадей их поверхностей; <i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические
---------------	---

	обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства
Содержание	<p>Объём и его свойства. Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды. Формулы объёма цилиндра, конуса, шара.</p> <p>Отношение объёмов подобных тел.</p> <p>Площадь поверхности многогранника.</p> <p>Теорема о боковой поверхности прямой и наклонной призм.</p> <p>Теорема о боковой поверхности пирамиды.</p> <p>Формулы площади поверхности цилиндра, конуса, шара</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение, что называется площадью поверхности геометрического тела. Определение площади поверхности многогранника как суммы площадей его граней.</p> <p>Выведение формул площади поверхности цилиндра, конуса, сферы. Анализ структуры доказательных рассуждений.</p> <p>Объяснение, что называется объёмом геометрического тела.</p> <p>Формулирование и доказательство теоремы об отношении объёмов подобных тел.</p> <p>Выведение формул объёма прямоугольного параллелепипеда, произвольного параллелепипеда, призмы, пирамиды. Выведение формул объёма цилиндра, конуса и шара. Анализ структуры доказательных рассуждений.</p> <p>Решение задач на вычисления и доказательство с применением свойств площади, свойств объёма, формул площадей и объёмов геометрических тел</p>

### Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Точные и приближённые методы нахождения геометрических величин (площадей, объёмов).
2. Применение в геометрии методов математического анализа.

## **Модуль 7** Координаты и векторы в пространстве (20 ч)

Модуль «Координаты и векторы в пространстве» обобщает и систематизирует изученный в основной школе материал о векторах и декартовых координатах на плоскости.

Задачи модуля	<p><i>Сформировать</i> у обучающихся умение выполнять операции над векторами, заданными в геометрической и координатной форме;</p> <p><i>расширить</i> и углубить представления о координатном методе на примерах решения задач на нахождение координат середины отрезка, вычисление длины вектора, расстояния между двумя точками;</p> <p><i>организовать</i> учебную деятельность, направленную на использование алгебраического аппарата при решении геометрических задач;</p> <p><i>развивать</i> у обучающихся пространственное воображение, способность проводить устные и письменные логические обоснования при решении задач, умение анализировать схему доказательства</p>
Содержание	<p>Декартовы координаты в пространстве. Координаты середины отрезка.</p> <p>Формула расстояния между двумя точками.</p> <p>Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.</p> <p>Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами.</p> <p>Коллинеарные векторы.</p> <p>Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некопланарным векторам. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов</p>
Виды деятельности обучающихся	<p>Объяснение и иллюстрация понятия декартовой системы координат в пространстве.</p> <p>Выведение и иллюстрация применений формул: координат середины отрезка, деления отрезка в данном отношении, расстояния между двумя точками, расстояния от точки до плоскости, уравнений сферы и плоскости.</p> <p>Решение задач на вычисления и доказательство с использованием изученных формул. Решение задач на геометрические места точек.</p> <p>Вычисление длины и координат вектора. Установление и обоснование равенства векторов. Выполнение операций сложения векторов и умножения вектора на число.</p> <p>Нахождение скалярного произведения векторов, нахождение угла между векторами и установление перпендикулярности векторов.</p> <p>Решение задач на вычисление с применением векторов</p>

## Рекомендуемая тематика исследовательских (проектных) работ

1. Полярные координаты. Уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
2. Координатный и векторный методы решения задач.



# Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса

## Средства обучения

### Комплект «Оси координат»

Комплект инструментов классных

Комплект инструментов классных с магнитными держателями

Линейка классная 1 м (деревянная)

Портреты выдающихся математиков

### Модели

Набор геометрических тел демонстрационный

Набор прозрачных геометрических тел с сечениями (разборный)

Лабораторный набор для изготовления моделей по математике

Тела геометрические (деревянные)

Набор моделей для лабораторных работ по стереометрии

### Таблицы демонстрационные

Стереометрия. Векторы и координаты в пространстве

Стереометрия. Взаимное расположение фигур в пространстве

Стереометрия. Вычисление расстояний и углов в пространстве

Стереометрия. Круглые тела

Стереометрия. Многогранники

Стереометрия. Основные построения в пространстве

Тела вращения

Тела вращения

Векторы

Геометрия 10 класс

Геометрия 11 класс

Многогранники



## **Стереометрия**

### **Таблицы раздаточные**

Стереометрия. Взаимное расположение фигур в пространстве

Стереометрия. Многогранники. Круглые тела

### **Компакт-диски**

История математики

Стереометрия. Ч. 1

Стереометрия. Ч. 2

Уроки геометрии КиМ

Уроки геометрии КиМ

### **Транспаранты**

Геометрические фигуры

Измерение геометрических величин

**Таблица 1** Примерный учебный план универсального профиля

№ п/п	Учебные предметы	10 класс	11 класс	Всего
<b>Обязательная часть</b>				
1	Русский язык и литература	4	4	8
2	Иностранный язык	3	3	6
3	История	3	3	6
4	Обществознание	2	2	4
5	География	2	—	2
6	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия*	5	5	10
7	Естествознание	8	8	16
8	Технология	4	4	8
9	Основы безопасности жизнедеятельности**	—	2	2
10	Физическая культура	3	3	6
<b>Часть, формируемая участниками образовательного процесса</b>				
Аудиторные занятия (проекты, практики и т. п.)		3	3	6
Внеурочная деятельность (кружки, студии, спортивные секции и т. п.)		10	10	20
<b>Итого к финансированию</b>		<b>47</b>	<b>47</b>	<b>94</b>

\* Из 5 ч в неделю на изучение математики 3 ч отводится на изучение алгебры и начал математического анализа (базовый уровень) и 2 ч — на изучение геометрии (базовый уровень).

\*\* Предмет «Основы безопасности жизнедеятельности» может интегрироваться с предметом «Экология».

**Таблица 2** Примерный учебный план гуманитарного профиля

№ п/п	Учебные предметы	10 класс	11 класс	Всего
<b>Обязательная часть</b>				
<i>Углублённый уровень</i>				
1	Русский язык и литература	7	8	15
2	Иностранный язык	5	5	10
3	История	4	6	10
<i>Базовый уровень</i>				
4	Обществознание	—	4	4
5	География	2	—	2
6	Математика	3	3	6
7	Естествознание	6	—	6
8	Мировая художественная культура	—	3	3
9	Основы безопасности жизнедеятельности*	2	—	2
10	Физическая культура	2	2	4
<b>Часть, формируемая участниками образовательного процесса</b>				
Аудиторные занятия (проекты, практики и т. п.)		6	6	12
Внеурочная деятельность (кружки, студии, спортивные секции и т. п.)		10	10	20
<b>Итого к финансированию</b>		<b>47</b>	<b>47</b>	<b>94</b>

\* Предмет «Основы безопасности жизнедеятельности» может интегрироваться с предметом «Экология».

**Таблица 3** Примерный учебный план социально-экономического профиля

№ п/п	Учебные предметы	10 класс	11 класс	Всего
<b>Обязательная часть</b>				
<i>Углублённый уровень</i>				
1	Философия	2	3	5
2	Экономика	2	2	4
3	Право	—	3	3
4	Математика (алгебра и начала математического анализа)	4	4	8
<i>Базовый уровень</i>				
5	Математика (геометрия)	2	2	4
6	Русский язык и литература	3	3	6
7	Иностранный язык	3	3	6
8	История	3	3	6
9	География	2	2	4
10	Естествознание	6	—	6
11	Основы безопасности жизнедеятельности*	—	2	2
12	Физическая культура	2	2	4
<b>Часть, формируемая участниками образовательного процесса</b>				
Аудиторные занятия (проекты, практики и т. п.)		8	8	16
Внеурочная деятельность (кружки, студии, спортивные секции и т. п.)		10	10	20
<b>Итого к финансированию</b>		<b>47</b>	<b>47</b>	<b>94</b>

\* Предмет «Основы безопасности жизнедеятельности» может интегрироваться с предметом «Экология».

**Таблица 4** Примерный учебный план естественнонаучного профиля

№ п/п	Учебные предметы	10 класс	11 класс	Всего
<b>Обязательная часть</b>				
<i>Углублённый уровень</i>				
1	Математика (алгебра и начала математического анализа)	4	4	8
2	Биология	2	4	6
3	Физика	4	5	9
4	Химия	4	5	9
<i>Базовый уровень</i>				
5	Русский язык и литература	3	3	6
6	Иностранный язык	2	2	4
7	История	2	2	4
8	Обществознание	4	—	4
9	География	2	—	2
10	Математика (геометрия)	2	2	4
11	Информатика	2	2	4
12	Основы безопасности жизнедеятельности*	—	2	2
13	Физическая культура	2	2	4
<b>Часть, формируемая участниками образовательного процесса</b>				
Аудиторные занятия (проекты, практики и т. п.)		4	4	8
Внеурочная деятельность (кружки, студии, спортивные секции и т. п.)		10	10	20
<b>Итого к финансированию</b>		<b>47</b>	<b>47</b>	<b>94</b>

\* Предмет «Основы безопасности жизнедеятельности» может интегрироваться с предметом «Экология».

**Таблица 5** Примерный учебный план технологического профиля

№ п/п	Учебные предметы	10 класс	11 класс	Всего
<b>Обязательная часть</b>				
<i>Углублённый уровень</i>				
1	Технология	8	8	16
2	Биология	2	3	5
3	Физика	3	3	6
4	Химия	2	3	5
<i>Базовый уровень</i>				
5	Русский язык и литература	3	3	6
6	Иностранный язык	2	2	4
7	История	2	2	4
8	Обществознание	4	—	4
9	География	2	—	2
10	Математика	3	3	6
11	Информатика	—	2	2
12	Основы безопасности жизнедеятельности	—	2	2
13	Физическая культура	2	2	4
<b>Часть, формируемая участниками образовательного процесса</b>				
Аудиторные занятия (проекты, практики и т. п.)		4	4	8
Внеурочная деятельность (кружки, студии, спортивные секции и т. п.)		10	10	20
<b>Итого к финансированию</b>		<b>47</b>	<b>47</b>	<b>94</b>

\* Предмет «Основы безопасности жизнедеятельности» может интегрироваться с предметом «Экология».

## **Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия (Интегрированный курс)**

Пояснительная записка .....	3
Общая характеристика примерной программы .....	4
Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования .....	6
Общая характеристика учебного предмета .....	8
Место учебного предмета в учебном плане .....	8
Результаты освоения учебного предмета .....	11
Содержание обучения .....	14
Модули содержания для разработки тематического планирования .....	18
Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса .....	37

## **Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия**

### **Алгебра и начала математического анализа**

Пояснительная записка .....	39
Общая характеристика примерной программы .....	40
Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования .....	42
Общая характеристика учебного предмета .....	45
Место учебного предмета в учебном плане .....	45

Результаты освоения учебного предмета .....	48
Содержание обучения .....	52
Базовый уровень .....	52
Углублённый уровень .....	54
Модули содержания для разработки тематического планирования .....	57
Базовый уровень .....	57
Углублённый уровень .....	65
Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса .....	80

## **Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия**

### **Геометрия**

Пояснительная записка .....	82
Общая характеристика примерной программы .....	83
Вклад учебного предмета в достижение целей среднего (полного) общего образования .....	85
Общая характеристика учебного предмета .....	88
Место учебного предмета в учебном плане .....	89
Результаты освоения учебного предмета .....	91
Содержание обучения .....	94
Базовый уровень .....	94
Углублённый уровень .....	96
Модули содержания для разработки тематического планирования .....	99
Базовый уровень .....	99
Углублённый уровень .....	111
Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса .....	128
Приложение .....	130



*Учебное издание*

**Седова Елена Александровна**  
**Пчелинцев Сергей Валентинович**  
**Мищенко Татьяна Михайловна**  
**Троицкая Сауле Джумабековна**  
**Седов Сергей Алексеевич**

**Примерные программы**  
**среднего (полного) общего образования**

**Математика: алгебра и начала**  
**математического анализа, геометрия**

**10–11 классы**

Редакторы *А.И. Троицкий, М.В. Киселёва*  
Дизайн, внешнее оформление *Н.П. Дубровской*  
Художественный редактор *Н.П. Дубровская*  
Компьютерная вёрстка *И.В. Шатровой*  
Технический редактор *Л.В. Коновалова*  
Корректоры *Ю.С. Борисенко, О.А. Мерзликина*

Подписано в печать 11.07.12. Формат 70×90/16  
Гарнитура NewBaskervilleC. Печать офсетная  
Бумага офсетная № 1. Печ. л. 8,5  
Тираж 3000 экз. Заказ №3242

ООО Издательский центр «Вентана-Граф»  
127422, Москва, ул. Тимирязевская, д. 1, корп. 3  
Тел./факс: (495) 611-15-74, 611-21-56  
E-mail: [info@vgf.ru](mailto:info@vgf.ru), <http://www.vgf.ru>

Отпечатано в ОАО «Кострома»  
156010, г. Кострома, ул. Самоковская, д. 10