



**Я сдам ЕГЭ!**



ФИПИ

И. В. Ященко  
С. А. Шестаков

# МАТЕМАТИКА ЕГЭ 2018 АЛГЕБРА

**Типовые задания**

**Практика | Ключи и ответы**

**ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ**

# Я сдам ЕГЭ!

И. В. Ященко  
С. А. Шестаков

## МАТЕМАТИКА

# ЕГЭ

### Типовые задания

Учебное пособие  
для общеобразовательных  
организаций

| **ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ**

В трёх частях

**Часть 1**

**Алгебра**

Москва  
«Просвещение»  
2018

Учебный курс «Я сдам ЕГЭ!» создан авторским коллективом из числа членов Федеральной комиссии по разработке контрольных измерительных материалов и экспертов ЕГЭ. Он включает пособия «Курс самоподготовки. Технология решения заданий» и «Типовые задания», предназначенные для подготовки обучающихся 10—11 классов к государственной итоговой аттестации.

Учебное пособие «Типовые задания» состоит из трёх частей: «Алгебра», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия». Последовательность уроков предъявлена в логике экзаменационной работы по математике профильного уровня на основе модульного принципа. Каждое занятие нацелено на конкретный результат и предполагает отработку основных теоретических сведений и практических навыков для выполнения конкретного задания экзаменационной работы. В пособии представлены тематические модули, составленные в соответствии с тематической структурой экзаменационной работы.

Пособие адресовано школьникам, их родителям и педагогам для проверки и самопроверки достижения требований образовательного стандарта к уровню подготовки выпускников.



Пособие «Я сдам ЕГЭ! Математика. Типовые задания» состоит из трёх частей: «Алгебра», «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия». Задания пособия разделены на отдельные темы. В каждой теме представлено по два варианта тренировочных работ, которые наряду с основным блоком задач включают также задачи на повторение по другим темам. Каждая тема содержит достаточное количество типовых заданий для качественной подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ.

Большинство задач пособия аналогично реальным заданиям ЕГЭ по математике и адаптировано под их формат. Ответом к таким задачам является целое число или конечная десятичная дробь. Поэтому запись ответа в бланке решения может содержать только цифры, запятую, знак «минус». Каждый символ записывается в отдельную клеточку. Никакие другие символы, в том числе единицы измерения, не записываются. Проверка ответов реального экзамена осуществляется компьютером после сканирования бланка ответов и сопоставления результатов сканирования с правильными ответами. Поэтому цифры в бланке ответов следует писать разборчиво (с тем чтобы, например, 1 и 7 или 8 и В распознавались корректно).

При наличии дополнительных символов ответ распознаётся как неправильный.

Если результатом решения задачи явилась обыкновенная дробь, например  $-\frac{1}{8}$ , то перед записью ответа в бланк её нужно обратить в десятичную, т. е. в ответе написать  $-0,125$ , используя для записи каждого символа отдельную клеточку (в данном случае — ровно 6 клеточек). Ответ, зафиксированный в иной форме, будет распознан как неправильный.

Исключение по формату ответа составляет часть заданий по теме «Неравенства». В таких заданиях в тетрадь нужно записать полный ответ (множество решений неравенства).

Систематические занятия по данному пособию (даже в случае существенных пробелов в знаниях при начале работы с ним) дают возможность сформировать устойчивые навыки решения основных типов задач, необходимых для применения в реальных жизненных ситуациях и успешной сдачи ЕГЭ по математике. Такие навыки позволят успешно преодолеть минимальный порог на ЕГЭ по математике базового уровня и получить аттестат о полном (общем) среднем образовании.

Залогом успешной работы по пособию является систематическая работа в течение всего учебного года.

Для итогового контроля в конце части 3 пособия отдельным блоком даются диагностические работы в формате варианта ЕГЭ или его части.

В конце каждой части приводятся ответы ко всем заданиям тренировочных и диагностических работ, а в части 3 содержатся также ответы к заданиям итоговых диагностических работ.

Пособие «Я сдам ЕГЭ! Математика. Типовые задания» предназначено как для использования в учебном процессе в сочетании с любым основным учебно-методическим комплектом, так и для внеурочных занятий по подготовке к ЕГЭ.

Материалы настоящего пособия подготовлены С. А. Шестаковым, И. В. Яценко и Е. А. Кукса в соответствии с концепцией, разработанной И. В. Яценко и С. А. Шестаковым. Отдельная благодарность А. В. Каплиеву, М. Э. Коваленко, Т. В. Корзун и М. В. Цветкову за внимательное чтение рукописи.



## 1. ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

## Формулы сокращённого умножения. Преобразование рациональных алгебраических выражений

## Работа 1

1. Найдите значение выражения  $(7x - 2)^2 - 49x^2 - 3$  при  $x = 100$ .

**Ответ:**

- 2.** Найдите значение выражения  $(6t + 5)^2 - 36t^2 - 59t + 5$  при  $t = 321$ .

**Ответ:**

[illegible]

- 3.** Найдите значение выражения  $(5c - 6)(5c + 6) - (5c - 6)^2$  при  $c = 13$ .

**Ответ:**



4. Найдите значение выражения  $(4d - 3)(4d + 3) - (4d + 3)^2$  при  $d = 50$ .

**Ответ:**



- 5.** Найдите значение выражения  $(50b + 9)^2 - (50b - 9)^2$  при  $b = 50$ .

**Ответ:**



- 6.** Найдите значение выражения  $\frac{a^{46} \cdot a^{-14}}{a^{34}}$  при  $a = 5$ .

**Ответ:**



- 7.** Найдите значение выражения  $\frac{a^{12} \cdot a^{-29}}{a^{-15}}$  при  $a = 0,1$ .

**Ответ:**



- 8.** Найдите значение выражения  $\frac{a^{-26} \cdot a^{-37}}{a^{-62}}$  при  $a = 0,02$ .

Ответ:

- 9.** Найдите значение выражения  $\frac{3a + 8b}{a + 6b}$ , если  $\frac{a}{b} = 4$ .

Ответ:

- 10.** Найдите значение выражения  $a(a^2 - 36)\left(\frac{1}{a+6} - \frac{1}{a-6}\right)$  при  $a = 0,6$ .

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите значение выражения  $6^7 \cdot 5^9 : 30^6$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $\left(4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 9,6$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\sqrt{109^2 - 60^2}$ .

Ответ:

### Работа 2

- 1.** Найдите значение выражения  $b^3 : b^9 \cdot b^5$  при  $b = 0,2$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $(3a^3)^3 : (3a^8)$  при  $a = 110$ .

Ответ:





2. Найдите  $\operatorname{tg} \beta$ , если  $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$  и  $\beta \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $\frac{g(x-7)}{g(x-9)}$ , если  $g(x) = 9^x$ .

Ответ:

## Арифметические действия с корнями и иррациональными выражениями

### Работа 3

1. Найдите значение выражения  $\sqrt{116^2 - 80^2}$ .

Ответ:

2. Найдите значение выражения  $(6 - 2\sqrt{3})(6 + 2\sqrt{3})$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $\frac{(7\sqrt{10})^2}{70}$ .

Ответ:

4. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$ .

Ответ:

5. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[3]{152}}{4\sqrt[3]{19}}$ .

Ответ:

6. Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{0,49 \cdot 0,7}$ .

Ответ:

7. Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[6]{36}$ .

Ответ:

8. Найдите значение выражения  $7^{0,62} \cdot 49^{0,19}$ .

Ответ:

9. Найдите значение выражения  $6^{\frac{5}{8}} \cdot 36^{\frac{3}{16}}$ .

Ответ:

10. Найдите значение выражения  $2,25^{\frac{1}{7}} \cdot 4^{\frac{2}{7}} \cdot 36^{\frac{6}{7}}$ .

Ответ:

## Задачи на повторение

1. Найдите 44% от 400 м. Ответ дайте в метрах.

Ответ:

2. Только 94% из 27 500 выпускников города правильно решили задачу на проценты. Сколько человек правильно решило эту задачу?

Ответ:

3. Пачка сливочного масла стоит 60 р. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пачку масла?

Ответ:

## Работа 4

1. Найдите значение выражения  $\frac{a^{5,6}}{a^{3,6}}$  при  $a = 6$ .

Ответ:

2. Найдите значение выражения  $\frac{a^{4,8} \cdot a^{3,6}}{a^{6,4}}$  при  $a = 4$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $b^{\frac{2}{7}} \cdot \left(b^{\frac{6}{7}}\right)^2$  при  $b = 7$ .

Ответ:

4. Найдите значение выражения  $\frac{\left(\frac{9}{b^{16}}\right)^2}{b^{\frac{1}{8}}}$  при  $b = 12$ .

Ответ:

**Ответ:**



# Основные формулы тригонометрии. Вычисление значений тригонометрических выражений

## Работа 5

1. Найдите значение выражения  $16 \sin 120^\circ \cdot \cos 150^\circ$ .

Ответ:

2. Найдите значение выражения  $4\sqrt{6} \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \sin \frac{4\pi}{3}$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $6 \operatorname{tg} 225^\circ \cdot \sin (-390^\circ)$ .

Ответ:

4. Найдите значение выражения  $4 \operatorname{tg} \frac{10\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{17\pi}{6}$ .

Ответ:

5. Найдите значение выражения  $6 \operatorname{tg} 210^\circ \cdot \cos (-330^\circ) \cdot \sin 630^\circ$ .

Ответ:

6. Найдите значение выражения  $\frac{35 \sin 35^\circ \cdot \cos 35^\circ}{\sin 70^\circ}$ .

Ответ:

7. Найдите значение выражения  $\frac{8 \cos 44^\circ}{\sin (-46^\circ)}$ .

Ответ:

8. Найдите значение выражения  $4 \sin (-750^\circ)$ .

Ответ:

9. Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 66^\circ}{\cos 33^\circ \cdot \cos 57^\circ}$ .

Ответ:

10. Найдите значение выражения  $\frac{\sin^2 41^\circ + \sin^2 49^\circ}{4}$ .

Ответ:



**Ответ:**





**Ответ:**

**4.** Найдите значение выражения  $\frac{(b^{\sqrt{5}})}{b^{12}}$  при  $b = 0,5$ .

**Ответ:**

**5.** Найдите значение выражения  $\frac{b^{\sqrt{7}+7}}{b^{\sqrt{7}+8}}$  при  $b = 0,2$ .

**Ответ:**

6. Найдите значение выражения  $(b^{\sqrt{3}+2})^{\sqrt{3}-2}$  при  $b = 0,4$ .

**Ответ:**

7. Найдите значение выражения  $x + 6^{2x+1} : 36^x$  при  $x = 5$ .

**Ответ:**

8. Найдите значение выражения  $x : 5^{2x+1} \cdot 25^{x-1}$  при  $x = 25$ .

**Ответ:**

**9.** Найдите значение выражения  $\frac{f(x-7)}{f(x-6)}$ , если  $f(x) = 5^x$ .

**Ответ:**

**10.** Найдите значение выражения  $g(x-7) \cdot g(7,5-x)$ , если  $g(x) = 25^x$ .

**Ответ:**

## Задачи на повторение

**1.** Шесть килограммов огурцов стоят столько же, сколько пять килограммов помидоров. На сколько процентов один килограмм помидоров дороже одного килограмма огурцов?

**Ответ:**

**2.** Пять одинаковых рубашек стоят столько же, сколько девять одинаковых футболок. На сколько процентов одна рубашка дороже одной футболки?

**Ответ:**





# Понятие логарифма. Свойства логарифмов. Вычисление значений логарифмических выражений

## Работа 9

- 1.** Найдите значение выражения  $\log_6 0,3 + \log_6 120$ .

- 2.** Найдите значение выражения  $\lg 2 - \lg 0,2$ .

- 3.** Найдите значение выражения  $17 \cdot 11^{\log_{11} 2}$ .

- 4.** Найдите значение выражения  $49^{\log_7 3}$ .

- 5.** Найдите значение выражения  $\log_{16} 8$ .

6. Найдите значение выражения  $(7^{\log_5 6})^{\log_5 6}$ .

- 7.** Найдите значение выражения  $\log_{\frac{7}{2}} 49$ .



**8.** Найдите значение выражения  $\log_{\frac{1}{6}} \sqrt{6}$ .

Ответ:

**9.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 121}{\log_7 11}$ .

Ответ:

**10.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_{36} 5}{\log_6 5}$ .

Ответ:

### Задачи на повторение

**1.** Найдите значение выражения  $(446^2 - 554^2) : 1000$ .

Ответ:

**2.** Найдите значение выражения  $b^4 : b^7 \cdot b^2$  при  $b = 0,02$ .

Ответ:

**3.** Найдите значение выражения  $\frac{32,1 \cdot 0,654}{3,21 \cdot 65,4}$ .

Ответ:

### Работа 10

**1.** Найдите  $\log_a (a^2 b)$ , если  $\log_a b = 6$ .

Ответ:

**2.** Найдите  $\log_a \frac{b^2}{a}$ , если  $\log_a b = -3$ .

Ответ:

**3.** Найдите  $\log_a (ab^2)$ , если  $\log_b a = \frac{1}{3}$ .

Ответ:

**4.** Найдите  $\log_a \frac{a^2}{b}$ , если  $\log_b a = \frac{1}{7}$ .

Ответ:

**5.** Найдите  $\log_a (a^2 b^3)$ , если  $\log_a b = -3$ .

Ответ:

**6.** Найдите  $\log_a \frac{a^4}{b^3}$ , если  $\log_a b = 2$ .

Ответ:

**7.** Найдите  $\log_a \frac{a}{b^9}$ , если  $\log_b a = 6$ .

Ответ:

- 8.** Найдите значение выражения  $\log_a(b\sqrt{a})$ , если  $\log_b a = \frac{1}{9}$ .

Ответ:

- 9.** Найдите значение выражения  $\log_a \sqrt[10]{\frac{a}{b}}$ , если  $\log_a b = 11$ .

Ответ:

- 10.** Найдите значение выражения  $\log_a \sqrt[5]{a^4 b^3}$ , если  $\log_b a = -\frac{1}{3}$ .

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите значение выражения  $(432^2 - 568^2) : 1000$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $b^5 : b^9 \cdot b^3$  при  $b = 0,01$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$ .

Ответ:

## Вычисления и преобразования по данным формулам. Подготовительные задачи

### Работа 11

- 1.** В таксомоторной фирме стоимость поездки длительностью меньше 10 мин составляет 199 р. Если поездка длится 10 мин или более, то её стоимость (в рублях) рассчитывается по формуле  $C = 199 + 14(t - 10)$ , где  $t$  — длительность поездки, выраженная в минутах ( $t \geq 10$ ). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 17-минутной поездки. Ответ укажите в рублях.

Ответ:

- 2.** Работа постоянного тока (Дж) вычисляется по формуле  $A = I^2 R t$ , где  $I$  — сила тока (А),  $R$  — сопротивление (Ом),  $t$  — время (с). Пользуясь этой формулой, найдите работу  $A$ , если  $t = 150$  с,  $I = 2$  А и  $R = 3$  Ом. Ответ дайте в джоулях.

Ответ:

- 3.** Количество теплоты (Дж), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле  $Q = cm(t_2 - t_1)$ , где  $c$  — удельная теплоёмкость  $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}\right)$ ,  $m$  — масса тела (кг),  $t_1$  — начальная температура тела (К), а  $t_2$  — конечная температура тела (К). Пользуясь этой формулой, найдите количество теплоты  $Q$ , если  $t_2 = 1342$  К,  $c = 700 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ,  $m = 0,3$  кг и  $t_1 = 1282$  К. Ответ дайте в джоулях.

Ответ:

- 4.** Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности вычисляется по формуле  $r = \frac{a+b-c}{2}$ , где  $a$  и  $b$  — катеты треугольника, а  $c$  — гипотенуза. Пользуясь этой формулой, найдите  $c$ , если  $a = 60$ ,  $b = 91$  и  $r = 21$ .

Ответ:

- 5.** Сумма углов правильного выпуклого многоугольника вычисляется по формуле  $\Sigma = (n - 2)\pi$ , где  $n$  — количество углов многоугольника. Пользуясь этой формулой, найдите  $n$ , если  $\Sigma = 202\pi$ .

Ответ:

- 6.** Площадь треугольника вычисляется по формуле  $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ , где  $b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $\alpha$  — угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите величину  $\sin \alpha$ , если  $b = 52$ ,  $c = 6$  и  $S = 78$ .

Ответ:

- 7.** Теорему косинусов можно записать в виде  $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $\gamma$  — угол между сторонами  $a$  и  $b$ . Пользуясь этой формулой, найдите величину  $\cos \gamma$ , если  $a = 10$ ,  $b = 12$  и  $c = 14$ .

Ответ:

- 8.** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin \alpha$ , где  $d_1$  и  $d_2$  — диагонали четырёхугольника,  $\alpha$  — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите площадь  $S$ , если  $d_1 = 88$ ,  $d_2 = 33$ , а  $\sin \alpha = \frac{5}{12}$ .

Ответ:

## Задачи на повторение

1. Найдите корень уравнения  $\sqrt{6x+7} = 7$ .

Ответ:

2. Найдите корень уравнения  $\sqrt{4x+5} = 5$ .

Ответ:

3. Решите уравнение  $\sqrt{4x+5} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ:

## Работа 12

1. Площадь треугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{abc}{4R}$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $R$  — радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите  $S$ , если  $a = 10$ ,  $b = 17$ ,  $c = 21$  и  $R = \frac{85}{8}$ .

Ответ:

2. Второй закон Ньютона можно записать в виде  $F = ma$ , где  $F$  — сила (Н), действующая на тело,  $m$  — масса тела (кг),  $a$  — ускорение, с которым движется тело (м/с<sup>2</sup>). Найдите массу тела  $m$ , если  $F = 282$  Н и  $a = 47$  м/с<sup>2</sup>. Ответ дайте в килограммах.

Ответ:

3. Среднее геометрическое трёх чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  вычисляется по формуле  $g = \sqrt[3]{abc}$ . Вычислите среднее геометрическое чисел 3, 6, 12.

Ответ:

4. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$ , где  $d_1$  и  $d_2$  — диагонали четырёхугольника,  $\alpha$  — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите диагональ  $d_1$ , если  $d_2 = 21$ ,  $\sin \alpha = \frac{2}{27}$ , а  $S = \frac{28}{3}$ .

Ответ:

5. Длина биссектрисы  $l_c$ , проведённой к стороне  $c$  треугольника со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $c$ , вычисляется по формуле  $l_c = \frac{1}{a+b} \sqrt{ab((a+b)^2 - c^2)}$ . Найдите биссектрису  $l_c$ , если  $a = 6$ ,  $b = 8$  и  $c = 7$ .

Ответ:

- 6.** Среднее гармоническое трёх чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  вычисляется по формуле  $h = \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^{-1}$ .

Найдите среднее гармоническое чисел  $\frac{1}{15}$ ,  $\frac{1}{16}$  и  $\frac{1}{17}$ .

Ответ:

- 7.** Площадь треугольника вычисляется по формуле  $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ , где  $b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $\alpha$  — угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите площадь  $S$ , если  $b = 18$ ,  $c = 25$  и  $\sin \alpha = \frac{1}{30}$ .

Ответ:

- 8.** Мощность постоянного тока (Вт) вычисляется по формуле  $P = \frac{U^2}{R}$ , где  $U$  — напряжение (В),  $R$  — сопротивление (Ом). Пользуясь этой формулой, найдите мощность  $P$ , если  $R = 12$  Ом и  $U = 102$  В. Ответ дайте в ваттах.

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{7-x} = 3$ .

Ответ:

- 2.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{7-6x} = 7$ .

Ответ:

- 3.** Решите уравнение  $\sqrt{6-5x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ:

## Вычисления и преобразования по данным формулам. Более сложные задачи

### Работа 13

- 1.** Расстояние от линзы до предмета  $d_1$  и расстояние от линзы до изображения  $d_2$  связаны соотношением  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ , где  $f$  — главное фокусное расстояние линзы. Найдите  $f$ , если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 70 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 30 см. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ:



- 2.** После дождя уровень воды в колоде может повыситься. Мальчик определяет его, измеряя время падения  $t$  небольших камушков в колодец и рассчитывая по формуле  $h = 5t^2$ . До дождя время падения камушков составляло 1,4 с. На какую минимальную высоту должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось больше чем на 0,2 с?

Ответ:

- 3.** Модель для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом между объёмом и давлением выполняется зависимость  $pV^{1,4} = \text{const}$ . Изначально объём газа равен 8 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объёма возможно сжать газ. Ответ дайте в литрах.

Ответ:

- 4.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 6 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура ( $^\circ\text{C}$ ). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ:

- 5.** При вращении ведёрка с водой на верёвке в вертикальной плоскости сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды,  $v$  — скорость движения ведёрка,  $L$  — длина верёвки,  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения. С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась из него, если длина верёвки равна 1,6 м? Ответ дайте в метрах в секунду.

Ответ:

- 6.** Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1 + 11t - 5t^2$  (м), где  $t$  — время, измеренное в секундах. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более трёх метров?

Ответ:

- 7.** Сила тока в цепи  $I$  (А) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  — напряжение (В),  $R$  — сопротивление электроприбора (Ом). В электросеть включён предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

Ответ:

- 8.** Начальная скорость  $v_0$  движущегося с постоянным ускорением тела равна 15 м/с. Ускорение тела  $a$  равно  $13 \text{ м/с}^2$ . С какой скоростью будет двигаться тело в момент времени  $t = 9 \text{ с}$ , если скорость движения тела при равноускоренном движении вычисляется по формуле  $v = v_0 + a \cdot t$ ? Ответ дайте в метрах в секунду.

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{7x + 8} = 8$ .

Ответ:

- 2.** Решите уравнение  $\sqrt{7x + 8} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

Ответ:

- 3.** Решите уравнение  $\sqrt{2x + 3} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

Ответ:

### Работа 14

- 1.** Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды (кг),  $v$  — скорость движения ведёрка (м/с),  $L$  — длина верёвки (м),  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 0,625 м? Ответ дайте в метрах в секунду.

Ответ:

- 2.** Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = \frac{7}{10}$  — постоянные параметры,  $x$  — смещение камня по горизонтали (м),  $y$  — высота камня над землёй (м). На каком наибольшем расстоянии от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 м? Ответ дайте в метрах.

Ответ:

- 3.** Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,8 + 12t - 5t^2$ , где  $h$  — высота,  $t$  — время, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 м?

Ответ:

- 4.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела (Вт) вычисляется по формуле  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности тела ( $\text{м}^2$ ),  $T$  — температура тела (К). Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности  $S = \frac{1}{64} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $2,28 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ:

- 5.** Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 35 \text{ см}$ . Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 35 до 60 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 240 до 280 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ:

- 6.** Перед отправкой тепловоз издал гудок частотой  $f_0 = 190 \text{ Гц}$ . Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше частоты первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f}{1 - \frac{v}{c}}$ , где  $c$  — скорость звука в воздухе (м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они различаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы по тону, а  $c = 300 \text{ м/с}$ . Ответ дайте в метрах в секунду.

Ответ:

- 7.** Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  (км) с постоянным ускорением  $a$  ( $\text{км/ч}^2$ ), вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 км, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 8.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начала распада,  $T$  — период полураспада (ч). В лаборатории получили вещество, содержащее  $m_0 = 80$  мкг изотопа натрия-24, период полураспада которого  $T = 15$  ч. В течение скольких часов масса изотопа натрия-24 будет не меньше 10 мкг?

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Решите уравнение  $(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2$ .

Ответ:

- 2.** Решите уравнение  $\frac{1}{7}x^2 = 9\frac{1}{7}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ:

- 3.** Решите уравнение  $x = \frac{8x + 25}{x + 8}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ:

## Повторение и обобщение. Решение задач

### Работа 15

- 1.** Найдите значение выражения  $a(36a^2 - 25)\left(\frac{1}{6a + 5} - \frac{1}{6a - 5}\right)$  при  $a = 36,7$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $(7 - 2\sqrt{3})(7 + 2\sqrt{3})$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}}$  при  $a = 0,4$ .

Ответ:

- 4.** Найдите значение выражения  $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$ .

Ответ:

- 5.** Найдите  $4 \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = -0,6$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Ответ:

- 6.** Найдите значение выражения  $7^{2x-1} : 49^x : x$  при  $x = \frac{1}{14}$ .

Ответ:

- 7.** Вычислите значение выражения  $\log_4 8$ .

Ответ:

- 8.** Найдите  $\log_a \frac{a}{b^3}$ , если  $\log_a b = 5$ .

Ответ:

- 9.** Площадь треугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{abc}{4R}$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $R$  — радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите  $b$ , если  $a = 9$ ,  $c = 41$ ,  $S = 180$  и  $R = \frac{41}{2}$ .

Ответ:

- 10.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела (Вт) вычисляется по формуле  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности тела ( $\text{м}^2$ ),  $T$  — температура тела (К). Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{432} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $1,71 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$ . Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ:

### Работа 16

- 1.** Найдите значение выражения  $(49a^2 - 1)\left(\frac{a-1}{7a+1} - \frac{a+1}{7a-1}\right)$  при  $a = 5$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{5,7} \cdot \sqrt{9,5}}{\sqrt{0,15}}$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\frac{\left(b^{\frac{9}{16}}\right)^2}{b^{\frac{1}{8}}}$  при  $b = 11$ .

Ответ:

- 4.** Найдите значение выражения  $4 \operatorname{tg} 225^\circ \cdot \sin (390^\circ) \cdot \cos 720^\circ$ .

Ответ:

- 5.** Найдите значение выражения  $1 + 13 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{13}}$ .

Ответ:

- 6.** Найдите значение выражения  $\frac{f(x-6)}{f(x-5)}$ , если  $f(x) = 5^x$ .

Ответ:

- 7.** Вычислите значение выражения  $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{5}$ .

Ответ:

- 8.** Найдите значение выражения  $\log_a \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$ , если  $\log_a b = 3$ .

Ответ:

- 9.** Объём прямоугольного параллелепипеда вычисляется по формуле  $V = abc$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — длины трёх его рёбер, выходящих из одной вершины. Пользуясь этой формулой, найдите  $a$ , если  $V = 27$ ,  $b = 3$  и  $c = 4,5$ .

Ответ:

- 10.** После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,5 с. После дождя измеряемое время уменьшилось на 0,1 с. На сколько метров поднялся уровень воды?

Ответ:

# МОДУЛЬ «АЛГЕБРА»

## 2. УРАВНЕНИЯ

### Линейные и квадратные уравнения

#### Работа 17

1. Решите уравнение  $\frac{5}{13}x = 5\frac{5}{13}$ .

Ответ:

2. Решите уравнение  $\frac{7}{17}x = 7\frac{7}{17}$ .

Ответ:

3. Решите уравнение  $(5x - 3)^2 = (5x + 2)^2$ .

Ответ:

4. Решите уравнение  $(4x + 5)^2 = (4x - 7)^2$ .

Ответ:

5. Решите уравнение  $x^2 - 17 = (x - 17)^2$ .

Ответ:

6. Решите уравнение  $x^2 + 11 = (x + 11)^2$ .

Ответ:

7. Решите уравнение  $\frac{5x + 4}{4} = \frac{4x + 5}{5}$ .

Ответ:

8. Решите уравнение  $\frac{6x - 5}{7} = \frac{5x - 6}{6}$ .

Ответ:

9. Решите уравнение  $x^2 = (x - 7)^2$ .

Ответ:

10. Решите уравнение  $x^2 = (x + 9)^2$ .

Ответ:

#### Задачи на повторение

1. Найдите значение выражения  $(224^2 - 276^2) : 500$ .

Ответ:

2. Найдите значение выражения  $182 \cdot 73 - 73 \cdot 282$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $(98 \cdot 72 + 28 \cdot 98) : 49$ .

Ответ:





- 3.** Найдите значение выражения  $8^{37} : 8^{74} \cdot 8^{39}$ .

Ответ:

## Дробно-рациональные уравнения

### Работа 19

- 1.** Решите уравнение  $\frac{3}{x} = -1$ .

Ответ:

- 2.** Решите уравнение  $-\frac{7}{x} = 2$ .

Ответ:

- 3.** Решите уравнение  $\frac{5x+2}{2x+5} = -1$ .

Ответ:

- 4.** Решите уравнение  $\frac{5x+8}{x+2} = 6$ .

Ответ:

- 5.** Решите уравнение  $\frac{1}{x+3} = \frac{3}{x}$ .

Ответ:

- 6.** Решите уравнение  $\frac{1}{x+12} = \frac{7}{x}$ .

Ответ:

- 7.** Решите уравнение  $\frac{1}{4x} + \frac{1}{5x} = \frac{1}{20}$ .

Ответ:

- 8.** Решите уравнение  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{5x} = 0,2$ .

Ответ:

- 9.** Решите уравнение  $\frac{1}{3x+11} = 0,02$ .

Ответ:

- 10.** Решите уравнение  $\frac{1}{7x+6} = 0,05$ .

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите значение выражения  $\frac{27^2 - (0,27)^2}{27,27}$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $\frac{36^2 - (0,36)^2}{35,64}$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\left(2\frac{2}{7} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 5\frac{1}{4}$ .

Ответ:

- 1.** Решите уравнение  $\frac{4}{x+4} = \frac{x+4}{4}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ:

- 2.** Решите уравнение  $\frac{6}{x-6} = \frac{x-6}{6}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ:

- 3.** Решите уравнение  $\frac{x-2}{3x+8} = \frac{x-2}{8x+3}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ:

- 4.** Решите уравнение  $\frac{x+7}{5x+11} = \frac{x+7}{11x+5}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ:

- 5.** Решите уравнение  $x = \frac{7x+36}{x+7}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ:

- 6.** Решите уравнение  $\frac{9}{x^2-16} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ:

- 7.** Решите уравнение  $\frac{13}{x^2-12} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ:

- 8.** Решите уравнение  $\frac{7x}{x^2+6} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ:

- 9.** Решите уравнение  $\frac{7}{x^2+6x} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ:

- 10.** Решите уравнение  $\frac{6}{2x^2+11x} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите значение выражения  $5^{-9} \cdot 5^{26} : 5^{19}$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $3^{-16} : 51^{-18} \cdot 17^{-17}$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $\frac{567 \cdot 0,567}{5,67 \cdot 56,7}$ .

Ответ:

## Простейшие иррациональные уравнения

### Работа 21

1. Найдите корень уравнения  $\sqrt{8 - 7x} = 8$ .

Ответ:

2. Найдите корень уравнения  $\sqrt{9 - 8x} = 9$ .

Ответ:

3. Найдите корень уравнения  $\sqrt{5 + 4x} = 5$ .

Ответ:

4. Найдите корень уравнения  $\sqrt{7 + 6x} = 7$ .

Ответ:

5. Найдите корень уравнения  $\sqrt{18 - 5x} = \sqrt{3}$ .

Ответ:

6. Найдите корень уравнения  $\sqrt{21 - 5x} = \sqrt{6}$ .

Ответ:

7. Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{1}{5 + 2x}} = 0,5$ .

Ответ:

8. Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{1}{37 - 8x}} = \frac{1}{7}$ .

Ответ:

9. Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{1}{10 - 4x}} = 0,25$ .

Ответ:

10. Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{x}{10 - x}} = 3$ .

Ответ:

### Задачи на повторение

1. Найдите значение выражения  $\sqrt{65^2 - 56^2}$ .

Ответ:

2. Найдите значение выражения  $\sqrt{82^2 - 18^2}$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $\sqrt{73^2 - 48^2}$ .

Ответ:

- 

- 

- 

- 

- 

- 

- 

- 

- 

- 

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}.$$

- 

- $$\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}.$$

-

3. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{b^{14}\sqrt[4]{b}}$  при  $b = 5$ . Ответ:

## Простейшие показательные уравнения

### Работа 23

1. Решите уравнение  $7^{6-x} = 49$ .

Ответ:

2. Решите уравнение  $8^{15-x} = 64^x$ .

Ответ:

3. Решите уравнение  $7^{17+x} = \frac{1}{49}$ .

Ответ:

4. Решите уравнение  $6^{15+x} = \frac{1}{36}$ .

Ответ:

5. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{9}\right)^{9+x} = 81$ .

Ответ:

6. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{7}\right)^{7+x} = 49$ .

Ответ:

7. Решите уравнение  $4^x \cdot 5^x = 400$ .

Ответ:

8. Найдите корень уравнения  $7^{3x-2} \cdot 7^{x-1} = 7$ .

Ответ:

9. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{5}{6}\right)^x = 1,2$ .

Ответ:

10. Решите уравнение  $5^x \cdot 4^{-x} = 0,8$ .

Ответ:

### Задачи на повторение

1. Найдите значение выражения  $3^{\log_3 49}$ .

Ответ:

2. Найдите значение выражения  $3^{2\log_3 7}$ .

Ответ:

3. Найдите значение выражения  $9^{\log_3 7}$ .

Ответ:

## Работа 24

1. Решите уравнение  $6^{x-4} = 6^{3x+2}$ .

Ответ:

3. Решите уравнение  $5^{x-7} = 25^{x-14}$ .

Ответ:

5. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-6} = 6^{x-16}$ .

Ответ:

7. Решите уравнение  $9^{14-x} = 11^{14-x}$ .

Ответ:

9. Решите уравнение  $5^{5-x} = 100 \cdot 2^{x-5}$ .

Ответ:

## Задачи на повторение

1. Найдите значение выражения  $\log_4 8$ .

2. Найдите значение выражения  $\log_{81} 27$ .

3. Найдите значение выражения  $\log_{0,04} 125$ .

2. Решите уравнение  $8^{12-x} = 8^{x-8}$ .

Ответ:

4. Решите уравнение  $7^{9-x} = 49^x$ .

Ответ:

6. Решите уравнение  $13^{2-x} = \left(\frac{1}{13}\right)^{5x-8}$ .

Ответ:

8. Найдите корень уравнения  $17^{15-x} = 2^{x-15}$ .

Ответ:

10. Найдите корень уравнения  $3^x \cdot 4^x = 144^{x-2}$ .

Ответ:

Ответ:

Ответ:

Ответ:

## Простейшие логарифмические уравнения

## Работа 25

1. Решите уравнение  $\log_4 (8 - x) = 3$ .

Ответ:

2. Решите уравнение  $\log_6 (7 - x) = 2$ .

Ответ:



3. Решите уравнение  $\log_3(5 - x) = 2$ .

Ответ:

5. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{3}}(7 - x) = -3$ .

Ответ:

7. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{9}}(7 - x) = -2$ .

Ответ:

9. Решите уравнение  $\log_{4-x} 36 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из корней.

Ответ:

4. Найдите корень уравнения  $\log_{36}(x - 5) = 0,5$ .

Ответ:

6. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{6}}(8 - x) = -2$ .

Ответ:

8. Решите уравнение  $\log_{5-x} 49 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из корней.

Ответ:

10. Решите уравнение  $\log_{x-8} 25 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

Ответ:

### Задачи на повторение

1. Найдите значение выражения  $7^{\log_7 2} + 2$ .

2. Найдите значение выражения  $7^{\log_7 2 + 2}$ .

3. Найдите значение выражения  $7^{2\log_7 2}$ .

Ответ:

Ответ:

Ответ:

### Работа 26

1. Найдите корень уравнения  $\log_5(x + 12) = \log_9(x + 12)$ .

Ответ:

3. Решите уравнение  $\log_{13}(5x - 16) = \log_{13} x$ .

Ответ:

2. Решите уравнение  $\log_7(x + 18) = \log_7(3x + 8)$ .

Ответ:

4. Решите уравнение  $\log_{11}(x^2 - 3x) = \log_{11}(x^2 - 36)$ .

Ответ:

- 5.** Найдите корень уравнения  
 $\log_5(22 - x) = \log_5(2 - x) + 1$ .

Ответ:

- 7.** Найдите корень уравнения  
 $\log_4(3x + 4) = 0,5 \cdot \log_2(x + 10)$ .

Ответ:

- 9.** Решите уравнение  
 $\log_8(5 - x) = \log_5(5 - x)$ .

Ответ:

- 6.** Решите уравнение  
 $\log_2 x = -\log_{0,5}(18 - x)$ .

Ответ:

- 8.** Найдите корень уравнения  
 $2 \cdot \log_{36}(2x - 7) = \log_6(14 - x)$ .

Ответ:

- 10.** Решите уравнение  
 $\log_{11}(x + 9) = \log_{12}(x + 9)$ .

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $9 \log_7 \sqrt[3]{7}$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\log_4 \log_5 25$ .

Ответ:

## Простейшие тригонометрические уравнения

### Работа 27

- 1.** Решите уравнение  $\cos \pi x = 0$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 2.** Решите уравнение  $\cos \pi x = 1$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 3.** Решите уравнение  $\cos 2\pi x = -1$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 4.** Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{4} = 0$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 5.** Решите уравнение  $\sin \pi x = 1$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 6.** Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{7} = -1$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 7.** Решите уравнение  $\cos \frac{\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 8.** Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{18} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 9.** Решите уравнение  $\cos \frac{\pi x}{12} = -0,5$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 10.** Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{6} = -0,5$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите значение выражения  $\frac{10 \sin 23^\circ \cos 23^\circ}{\sin 46^\circ}$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $\frac{3(\cos^2 23^\circ - \sin^2 23^\circ)}{5 \cos 46^\circ}$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\frac{4(\sin^2 33^\circ - \cos^2 33^\circ)}{5 \cos 66^\circ}$ .

Ответ:

### Работа 28

- 1.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{8} = 0$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 2.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{24} = 1$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 3.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{12} = -1$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 4.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6} = \sqrt{3}$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 5.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{12} = -\sqrt{3}$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 6.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{24} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 7.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{12} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 8.** Решите уравнение  $\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{8} = 0$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

- 9.** Решите уравнение  $\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{16} = 1$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ:

- 10.** Решите уравнение  $\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{32} = -1$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 23^\circ \cos 23^\circ}{\cos 44^\circ}$ .

Ответ:

- 2.** Найдите значение выражения  $\frac{5(\cos^2 33^\circ - \sin^2 33^\circ)}{2 \sin 24^\circ}$ .

Ответ:

- 3.** Найдите значение выражения  $\frac{\sin^2 44^\circ - \cos^2 44^\circ}{2 \sin 2^\circ}$ .

Ответ:

## Более сложные тригонометрические уравнения

### Работа 29

- 1.** а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \cos^2 x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**2.** а) Решите уравнение  $\sqrt{2}\sin^2 x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**3.** а) Решите уравнение  $2\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**4.** а) Решите уравнение  $\sin 2x + \sqrt{3}\sin x = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**5.** а) Решите уравнение  $\sin 2x = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**6.** а) Решите уравнение  $\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-4\pi; -3\pi]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**7.** а) Решите уравнение  $4\sin^2 x + \operatorname{tg} x = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-2\pi; -\pi]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**8.** а) Решите уравнение  $\sin 2x = \sin x - 2\cos x + 1$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**9.** а) Решите уравнение  $6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-\pi; 2\pi]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**10.** а) Решите уравнение  $3\cos 2x - 5\sin x + 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

## Задачи на повторение

1. Найдите значение выражения  $\frac{\cos 39^\circ}{4 \sin 51^\circ}$ .

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2. Найдите значение выражения  $\frac{7 \sin 66^\circ}{4 \sin 33^\circ \cdot \sin 57^\circ}$ .

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Найдите значение выражения  $\frac{\cos 22^\circ \cdot \cos 68^\circ}{\cos 46^\circ}$ .

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Работа 30

1. а) Решите уравнение  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sqrt{3} \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -2\pi]$ .

Ответ:

2. а) Решите уравнение  $2\cos(\pi - x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{3} \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -2\pi]$ .

Ответ:

3. а) Решите уравнение  $(2x^2 - 5x - 12)(2\cos x + 1) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

Ответ:

4. а) Решите уравнение  $6\cos^4 x - 11\cos^2 x + 4 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

Ответ:

5. а) Решите уравнение  $\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{3}{\cos x} + 2 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

Ответ:

6. а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} + 2 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

Ответ:

**7.** а) Решите уравнение  $4\operatorname{tg}^2 x + \frac{3}{\cos x} + 3 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**8.** а) Решите уравнение  $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{\sin x} - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**9.** а) Решите уравнение  $\frac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{2}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**10.** а) Решите уравнение  $\frac{2 \sin x - 3}{\sin x - 1} + \frac{1}{\sin^2 x - \sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

## Задачи на повторение

**1.** Найдите значение выражения  $27\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{4}$ .

**Ответ:**

**2.** Найдите значение выражения  $-4\sqrt{3} \cos(750^\circ)$ .

**Ответ:**

**3.** Найдите значение выражения  $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .

**Ответ:**

## Повторение и обобщение. Решение задач

## Работа 31

**1.** Найдите корень уравнения  $x^2 + 14 = (x + 14)^2$ .

**Ответ:**

**2.** Решите уравнение  $5x^2 - 9x - 2 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

**Ответ:**





**3.** Найдите корень уравнения  $\frac{x+6}{x-6} = -3$ .

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**4.** Решите уравнение  $x = \frac{x}{x+6}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**5.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{9-8x} = 9$ .

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**6.** Решите уравнение  $\sqrt{6+5x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**7.** Найдите корень уравнения  $9^{7-x} = 81$ .

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**8.** Найдите корень уравнения  $6^{9-x} = 36^x$ .

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**9.** Найдите корень уравнения  $\log_{49}(x-6) = 0,5$ .

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**10.** Найдите корень уравнения  $\log_8(x^2+4x) = \log_8(x^2+12)$ .

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**11.** Решите уравнение  $\sin \pi x = 0$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**12.** Решите уравнение  $\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3} = \sqrt{3}$ . В ответе укажите наименьший положительный корень уравнения.

Ответ: 

--	--	--	--	--	--	--	--

**13\*.** а) Решите уравнение  $\sin 2x = \sqrt{3} \sin \left( \frac{3\pi}{2} + x \right)$ .


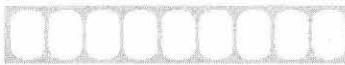

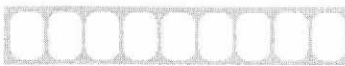


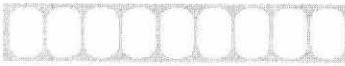




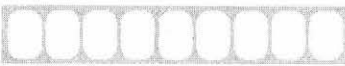
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2} \right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**14\*.** а) Решите уравнение  $\frac{5}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} - 2 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \pi; \frac{5\pi}{2} \right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 1.** Найдите корень уравнения  $(2x - 1)^2 = (2x + 9)^2$ . Ответ: 
- 2.** Найдите корень уравнения  $x^2 = 5x + 24$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней. Ответ: 
- 3.** Найдите корень уравнения  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{5x} = 0,1$ . Ответ: 
- 4.** Решите уравнение  $\frac{9}{2x^2 + 17x} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней. Ответ: 
- 5.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{1}{6x + 25}} = \frac{1}{7}$ . Ответ: 
- 6.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{x^2 + 11} = 2x - 4$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них. Ответ: 
- 7.** Найдите корень уравнения  $9^{x-5} = \frac{1}{81}$ . Ответ: 
- 8.** Найдите корень уравнения  $2^{2x} \cdot 3^x = 144^{x-10}$ . Ответ: 
- 9.** Решите уравнение  $\log_{6-x} 81 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них. Ответ: 
- 10.** Найдите корень уравнения  $\log_2 x = -\log_{0,5} (18 - x)$ . Ответ: 
- 11.** Решите уравнение  $\cos \frac{\pi x}{12} = -0,5$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения. Ответ: 
- 12.** Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения. Ответ: 

**13\*.** а) Решите уравнение  $2\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=-\sqrt{3}\cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**14\*.** а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} - 2 = 0$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

### 3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

## Задачи на проценты, части, доли

## Работа 33

- 1.** В июне 1 кг помидоров стоил 80 р. В июле помидоры подешевели на 15%. Сколько рублей стоил 1 кг помидоров после снижения цены в июле?

Ответ:

- 2.** Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Павла Сергеевича равна 21 000 р. Сколько рублей он получит после удержания налога на доходы?

**Ответ:**

- 3.** 15% вклада составляют 4500 р. Сколько рублей составляет вклад?

**Ответ:**

- 4.** Цена на товар была повышена на 10% и составила 462 р. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

**Ответ:**

- 5.** Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Гавриловна получила 10 440 р. Чему равна заработная плата Марии Гавриловны? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 

- 6.** В октябре 1 кг мандаринов стоил 80 р., в ноябре мандарины подешевели на 25%, а в декабре ещё на 10%. Сколько рублей стоил 1 кг мандаринов после снижения цены в декабре?

ОТВЕТ: 

- 7.** В феврале товар стоил 70 000 р. В мае цену на товар подняли на 6%, а в августе снизили на 6%. Сколько рублей стоил товар после снижения цены в августе?

Ответ:

- 8.** Тарелка стоит 60 р. Какое наибольшее число таких тарелок можно будет купить на 500 р. во время распродажи, когда скидка составляет 15%?

Ответ:

- 9.** Брюки стоят 3000 р., а рубашка — 1200 р. На сколько процентов рубашка дешевле брюк?

Ответ:

- 10.** Пять одинаковых рубашек стоят столько же, сколько девять одинаковых футболок. На сколько процентов одна рубашка дороже одной футболки?

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите радиус основания цилиндра, диагональ осевого сечения и высота которого равны соответственно 13 и 5.

Ответ:

- 2.** Осевым сечением цилиндра является квадрат. Найдите диагональ этого сечения, если площадь основания цилиндра равна  $32\pi$ .

Ответ:

- 3.** Высота цилиндра равна 3, а радиус основания — 25. Найдите площадь сечения, проведённого параллельно оси цилиндра на расстоянии 7 от неё.

Ответ:

### Работа 34

- 1.** Цена на товар была снижена на 13% и составила 1218 р. Сколько рублей стоил товар до снижения цены?

Ответ:

- 2.** До снижения цен товар стоил 2800 р., а после снижения цен стал стоить 2324 р. На сколько процентов была снижена цена товара?

Ответ:

- 3.** Стоимость покупки с учётом шестипроцентной скидки по дисконтной карте составила 1316 р. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Ответ:

- 4.** Себестоимость микрочипа снизилась в 2,5 раза. На сколько процентов снизилась себестоимость?

Ответ:

- 5.** В 2013 г. в городском квартале проживало 30 000 человек. В 2014 г., в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 7%, а в 2015 г. — на 6% по сравнению с 2014 г. Сколько человек стало проживать в квартале в конце 2015 г.?

Ответ:

- 6.** В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

Ответ:

- 7.** Семь рубашек дороже куртки на 5%. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки?

Ответ:

- 8.** Семья состоит из трёх человек: мужа, жены и дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 118%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 7%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ:

- 9.** Цена музыкального центра в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена музыкального центра, если он был выставлен на продажу за 10 000 р., а через два года был продан за 7225 р.

Ответ:

- 10.** Петя, Жора, Гриша и Ваня учредили компанию с уставным капиталом 300 000 р. Петя внёс 17% уставного капитала, Жора — 48 000 р., Гриша — 0,14 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внёс Ваня. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесённому в уставной капитал вкладу. Сколько рублей от прибыли в 500 000 р. причитается Ване?

Ответ:

## Задачи на повторение

1. В шар вписан цилиндр так, что радиус шара равен высоте цилиндра. Найдите радиус основания цилиндра, если радиус шара равен  $8\sqrt{3}$ .

Ответ:

2. Длина окружности основания цилиндра равна 12, высота равна 5. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Ответ:

3. Осевым сечением цилиндра является квадрат. Найдите радиус цилиндра, если площадь боковой поверхности цилиндра 196л.

Ответ:

## Задачи на концентрацию, смеси, сплавы

### Работа 35

1. В сосуд, содержащий 8 л 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 4 л воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ:

2. Смешали некоторое количество 13-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 23-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ:

3. Смешали 7 л 20-процентного водного раствора некоторого вещества с 3 л 10-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ:

4. Виноград содержит 85% влаги, а изюм — 6%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 30 кг изюма?

Ответ:

- 5.** Имеется два сплава. Первый сплав содержит 20% никеля, второй — 5% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 100 кг, содержащий 11% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите образующую, если высота конуса равна 3.

Ответ:

- 2.** Площадь основания конуса равна  $16\pi$ , площадь осевого сечения — 12. Найдите высоту конуса.

Ответ:

- 3.** Осевым сечением конуса является прямоугольный треугольник площадью 36. Найдите высоту конуса.

Ответ:

### Работа 36

- 1.** Первый сплав содержит 20% меди, второй — 30% меди. Масса второго сплава меньше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 24% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ:

- 2.** Имеется три одинаковых по массе сплава. Известно, что процентное содержание меди во втором сплаве на 16% больше, чем процентное содержание меди в первом, а процентное содержание меди в третьем сплаве — на 1% больше, чем во втором. Из этих трёх сплавов получили четвёртый сплав, содержащий 29% меди. Сколько процентов меди содержит первый сплав?

Ответ:

- 3.** Смешав 40-процентный и 70-процентный растворы кислоты и добавив 20 кг чистой воды, получили 41-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 20 кг воды добавили 20 кг 60-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 53-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 40-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ:



- 4.** Имеются два сосуда. Первый содержит 5 кг, а второй — 10 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 35% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ:

- 5.** Имеется сплав массой 221 кг, состоящий из никеля, меди и марганца. Масса никеля составляет 30% массы меди и марганца, а масса меди составляет 70% массы никеля и марганца. Сколько килограммов марганца содержится в сплаве?

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания увеличится в 5 раз, а образующая увеличится в 3 раза?

Ответ:

- 2.** Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник. Найдите высоту конуса, если площадь боковой поверхности конуса равна 24π.

Ответ:

- 3.** Образующая конуса наклонена к основанию под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности конуса, если площадь основания равна 41.

Ответ:

### Задачи на движение. Совместное движение

#### Работа 37

- 1.** Из городов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми равно 405 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля: из города  $A$  со скоростью 60 км/ч, а из города  $B$  со скоростью 75 км/ч. На каком расстоянии от города  $B$  автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Ответ:

- 2.** Из двух городов, расстояние между которыми равно 540 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если скорость первого равна 70 км/ч и автомобили встретились через 4 ч после выезда. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 3.** Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 645 км. Из города  $A$  в город  $B$  со скоростью 70 км/ч выехал первый автомобиль, а через 3 ч после этого навстречу ему из города  $B$  выехал со скоростью 75 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда первого автомобиля автомобили встретятся?

Ответ:

- 4.** Из городов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми равно 360 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 ч на расстоянии 195 км от города  $A$ . Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города  $B$ . Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 5.** Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 2 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 м?

Ответ:

- 6.** Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 6 км от места отправления. Один идёт со скоростью 3,5 км/ч, а другой — со скоростью 6,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. Сколько метров от опушки до места встречи?

Ответ:

- 7.** Пассажирский поезд каждую минуту проезжает на 200 м меньше, чем скорый, и на путь в 360 км тратит времени на 1 ч больше, чем скорый. Найдите скорость пассажирского поезда. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 8.** Из города  $A$  в город  $B$  выехал грузовик, а через два часа следом за ним выехал легковой автомобиль. Через четыре часа после выезда легковой автомобиль догнал грузовик и приехал в  $B$  на 1 ч раньше, чем грузовик. Сколько часов потратил на дорогу из  $A$  в  $B$  грузовик?

Ответ:

- 9.** Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 18 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 36 мин после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 10.** Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 42 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 14 км/ч больше скорости другого?

Ответ:

- 11.** Часы со стрелками показывают 11 ч 00 мин. Через сколько минут минутная стрелка в двенадцатый раз поравняется с часовой?

Ответ:

- 12.** Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 3 мин быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут первый лыжник проходит один круг?

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите радиус основания цилиндра, объём которого равен  $192\pi$ , а высота — 3.

Ответ:

- 2.** Площадь основания цилиндра равна 13, высота — 5. Найдите объём цилиндра.

Ответ:

- 3.** В цилиндре проведено сечение, параллельное основаниям и делящее высоту на два отрезка длиной 5 и 2, считая от верхнего основания. Найдите объём верхнего отсечённого цилиндра, если объём всего цилиндра равен 49.

Ответ:

### Работа 38

- 1.** Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 530 км. Из города  $A$  в город  $B$  со скоростью 70 км/ч выехал первый автомобиль, а через 2 ч после этого навстречу ему из города  $B$  выехал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля, если автомобили встретились через 3 ч после его выезда из города  $B$ . Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 2.** Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 458 км. Из города  $A$  выехал первый автомобиль, а через 3 ч после этого навстречу ему из города  $B$  выехал со скоростью 64 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 330 км от города  $A$ . Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 3.** Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в  $B$  на 3 ч раньше, чем велосипедист приехал в  $A$ , а встретились они через 48 мин после выезда. Сколько часов затратил на путь из  $B$  в  $A$  велосипедист?

Ответ:

- 4.** Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями два автомобиля. Скорость первого автомобиля была в полтора раза больше скорости второго. Второй автомобиль прибыл в  $A$  на 5 ч позже, чем первый прибыл в  $B$ . На сколько минут раньше произошла бы встреча автомобилей, если бы второй автомобиль ехал с той же скоростью, что и первый?

Ответ:

- 5.** Из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми равно 120 км, одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоциклиста на 40 км/ч больше скорости велосипедиста, и в  $B$  он приехал на 4 ч раньше, чем велосипедист. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 6.** Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 115 км. Из города  $A$  в город  $B$  выехал автомобиль, а через 15 мин следом за ним со скоростью 75 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе  $C$  и повернул обратно. Когда он проехал две трети пути от  $C$  до  $A$ , автомобиль прибыл в  $B$ . Найдите расстояние от  $A$  до  $C$ . Ответ дайте в километрах.

Ответ:

- 7.** Из города  $A$  в город  $B$  одновременно выехали два автомобиля: первый со скоростью 65 км/ч, а второй со скоростью 60 км/ч. Через 24 мин следом за ними выехал третий автомобиль. Найдите скорость третьего автомобиля, если известно, что с момента, когда он догнал второй автомобиль, до момента, когда он догнал первый автомобиль, прошло 40 мин. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 8.** Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 20 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 3 ч после этого догнал первого. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 9.** Две точки равномерно вращаются по окружности. Первая совершает оборот на 18 с быстрее второй и делает за минуту на 3 оборота больше, чем вторая. Сколько оборотов в минуту совершает первая точка?

Ответ:

- 10.** Из точки А круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. К моменту их встречи первое тело проходит на 200 м больше, чем второе, и возвращается в точку А через 25 мин после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку А через 36 мин после встречи.

Ответ:

- 11.** Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 24 мин следом за ним отправился мотоциклист. Через 12 мин после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а ещё через 36 мин после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость велосипедиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 12.** Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы. Спустя один час, когда одному из них оставалось 2 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 4 мин назад. Найдите скорость второго бегуна, если известно, что она на 3 км/ч больше скорости первого. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 1,2 раза, а высота останется прежней?

Ответ:

- 2.** Осевым сечением конуса является равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого равна 81. Найдите объём  $V$  этого конуса. В ответе укажите значение  $\frac{V}{\pi}$ .

Ответ:

**Ответ:**



## Движение по воде. Средняя скорость

**1.**

**Ответ:**



**2.**

**Ответ:**



### 3.

**Ответ:**

**4.**

**Ответ:**

**5.**

**Ответ:**



- 6.** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 18 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 3 ч, а в исходный пункт теплоход возвращается через 12 ч после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ:

- 7.** Расстояние между пристанями *A* и *B* равно 72 км. Отчалив от пристани *A* в 10:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани *B*. После четырёхчасовой стоянки у пристани *B* теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в *A* в тот же день в 21:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 8.** Расстояние между пристанями *A* и *B* равно 72 км. Из *A* в *B* по течению реки отправился плот, а через три часа вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт *B*, тотчас повернула обратно и возвратилась в *A*. К этому времени плот прошёл 30 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 9.** Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 72 км/ч, а вторую — со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 10.** Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 24 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолёте со скоростью 456 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 11.** Треть времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, вторую треть времени — со скоростью 65 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 12.** Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 52 км/ч, вторую треть — со скоростью 78 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 104 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

## Задачи на повторение

1. Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности второго конуса, если площадь боковой поверхности первого равна 12?

Ответ:

2. Цилиндр описан около правильной треугольной призмы, сторона основания и высота которого равны соответственно  $2\sqrt{3}$  и  $\frac{1}{\pi}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Ответ:

3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, вписанного в правильную шестиугольную призму, сторона основания которого равна  $2\sqrt{3}$ , а высота равна  $\frac{3}{\pi}$ .

Ответ:

## Работа 40

1. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 1400 м. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 мин. Ответ дайте в метрах.

Ответ:

2. По реке параллельными курсами в одном направлении следуют две баржи: первая длиной 60 м, вторая длиной 40 м. Вторая баржа сначала отстаёт от первой на 200 м, но уже через 18 мин опережает первую на 300 м. На сколько километров в час скорость первой баржи меньше скорости второй?

Ответ:

3. Лида спустилась по движущемуся эскалатору за 24 с. По неподвижному эскалатору с той же скоростью она спустится за 42 с. За сколько секунд она спустится, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

Ответ:



- 4.** Петя пробежал вниз по движущемуся эскалатору и насчитал 30 ступенек. Затем он пробежал вверх по тому же эскалатору с той же скоростью относительно эскалатора и насчитал 70 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы, спустившись по неподвижному эскалатору?

Ответ:

- 5.** Баржа проплыла по реке от пристани *A* до пристани *B* и вернулась обратно, затратив на путь по течению реки в два раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости баржи?

Ответ:

- 6.** От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 1 км. Плотовщик доплывает на моторной лодке от конца плота к его началу и обратно за 8 мин. Найдите собственную скорость лодки. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 7.** От лесоповала вниз по течению реки движется плот. Плотовщик доплывает на моторной лодке от конца плота к его началу и обратно за 12 мин. Найдите длину плота, если собственная скорость лодки равна 15 км/ч. Ответ дайте в метрах.

Ответ:

- 8.** Войсковой обоз длиной 2 км движется со скоростью 3 км/ч. Вестовой пробегает от конца обоза до его начала и обратно за 30 мин. Найдите скорость вестового. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 9.** Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 240 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 10.** Автомобиль проехал треть пути со скоростью 60 км/ч, а оставшееся расстояние — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 11.** Собственная скорость теплохода равна 25 км/ч, скорость течения реки равна 5 км/ч. Теплоход проплыл 6 ч по течению реки и 4 ч против течения. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 12.** Собственная скорость теплохода равна 20 км/ч, скорость течения реки равна 4 км/ч. Теплоход проплыл от одной пристани до другой и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Через точку, делящую высоту конуса в отношении 3:4, считая от вершины, проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём этого конуса, если объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью, равен  $\frac{27}{7}$ .

Ответ:

- 2.** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{2}$  высоты. Объём жидкости равен 20 мл. Найдите объём сосуда. Ответ дайте в миллилитрах.

Ответ:

- 3.** Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 18. Найдите объём треугольной пирамиды  $ABCA_1$ .

Ответ:

### Задачи на производительность

#### Работа 41

- 1.** Один мастер выполняет заказ за 3 ч, а другой — за 6 ч. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Ответ:

- 2.** Гоша и Лёша вскапывают грядку за 8 мин, а один Гоша — за 24 мин. За сколько минут вскапывает грядку один Лёша?

Ответ: 

- 3.** Даша и Маша пропалывают грядку за 18 мин, а одна Маша — за 45 мин. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Ответ: 

- 4.** Карлсон съедает банку варенья за 8 мин, фрекен Бок — за 12 мин, а Малыш — за 24 мин. За сколько минут они съедят банку варенья втроём?

Ответ: 

- 5.** Винни-Пух съедает горшочек мёда за 3 мин, Пятачок — за 8 мин, а ослик Иа — за 24 мин. За сколько минут они съедят горшочек мёда втроём?

Ответ: 

- 6.** Первая труба пропускает на 10 л воды в минуту меньше, чем вторая труба. Ёмкость объёмом 3000 л вторая труба заполняет на 10 мин быстрее, чем первая труба. Пусть вторая труба пропускает  $x$  литров воды в минуту. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1)  $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} - 10$ ;      2)  $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} + 10$ ;

3)  $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} + 10$ ;      4)  $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} - 10$ .

Ответ: 

- 7.** Первая труба пропускает на 12 л воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объёмом 160 л она заполняет на 12 мин дольше, чем вторая труба?

Ответ: 

- 8.** Первая труба наполняет бак объёмом 770 л, а вторая труба — бак объёмом 830 л. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 6 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Ответ: 

- 9.** В помощь садовому насосу, перекачивающему 7 л воды за 4 мин, подключили второй насос, перекачивающий тот же объём воды за 5 мин. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 63 л воды?

Ответ: 

- 10.** Две трубы наполняют бассейн за 4 ч, а первая труба наполняет бассейн за 5 ч. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?

**Ответ:**

## Задачи на повторение

- 1.** Паша сказал, что написанное на доске неравенство имеет более 5 целочисленных решений, а Саша — что более 6. Учитель ответил, что прав только один из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

**Ответ:**



- 2.** Маша сказала, что написанное на доске неравенство имеет менее 9 целочисленных решений, Даша — что менее 8 целочисленных решений, а Глаша — что менее 7. Учитель ответил, что права только одна из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

**Ответ:**



- 3.** Найдите множество решений некоторого неравенства, если из трёх следующих утверждений два истинны, а одно нет:

- 1) множеством решений этого неравенства является интервал  $(7; 11)$ ;
- 2) множеством решений этого неравенства является интервал  $(9; 13)$ ;
- 3) число 8 является решением этого неравенства.

**Ответ:**

## Работа 42

- 1.** Игорь и Паша покрасят забор за 3 ч. Паша и Володя покрасят этот же забор за 6 ч, а Володя и Игорь — за 4 ч. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроём? Ответ дайте в минутах.

**Ответ:**

- 2.** Маша и Настя вымоют окно за 12 мин. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 мин, а Маша и Лена — за 15 мин. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроем?

**Ответ:**

- 3.** Петя отвечает за час на 6 вопросов теста, а Ваня — на 7. Мальчики одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил позже Вани на 20 мин. Сколько вопросов содержит тест?

**Ответ:**

- 4.** Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации выполнит заказ за 12 ч. Через 2 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Ответ:

- 5.** Прозаик хочет набрать рукопись объемом 300 страниц. Если он будет набирать на 5 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 3 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать прозаик?

Ответ:

- 6.** Из бассейна с помощью насоса откачали 30 кубометров воды, а затем вновь заполнили бассейн до прежнего уровня. На всё это потребовалось 8 ч. Известно, что при заполнении бассейна насос перекачивает в час на 4 кубометра воды меньше, чем при откачивании. Сколько часов ушло на заполнение бассейна?

Ответ:

- 7.** Бассейн наполняется двумя насосами за 7,5 ч. Если включить только первый насос, то бассейн наполнится на 8 ч быстрее, чем при включении только второго насоса. За сколько часов заполняет бассейн второй насос?

Ответ:

- 8.** Первый насос наполняет бак за 30 мин, второй — за 1 ч 20 мин, а третий — за 4 ч. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Ответ:

- 9.** Первый и второй насосы, работая вместе, наполняют бассейн за 6 ч. Второй и третий насосы, работая вместе, наполняют этот же бассейн за 12 ч, а первый и третий насосы — за 8 ч. За какое время наполнят бассейн три насоса, работая одновременно? Ответ дайте в минутах.

Ответ:

- 10.** Первая труба наполняет резервуар на 22 мин дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот резервуар за один час. За сколько минут наполняет резервуар вторая труба?

Ответ:

### Задачи на повторение

- 1.** Найдите целое число  $a$ , если из двух следующих утверждений верно только одно:  
1)  $a > -17$ ; 2)  $a > -18$ .

Ответ:

- 2.** Какие целые значения может принимать переменная  $a$ , если из двух следующих утверждений верно ровно одно:

1)  $a \in (-7; 4)$ ; 2)  $a \in (-8; 6)$ ?

Ответ:

- 3.** Определите, сколько шайб было заброшено командой «Кокосинус», если из следующих шести утверждений о результате матча хоккейных команд «Кокосинус» и «Апельсинус» четыре истинны, а два нет: 1) выиграл «Кокосинус»; 2) выиграл «Апельсинус»; 3) матч закончился вничью; 4) в матче было заброшено 14 шайб; 5) «Кокосинус» забросил менее 7 шайб; 6) «Апельсинус» забросил менее 9 шайб.

Ответ:

## Повторение и обобщение. Решение задач

### Работа 43

- 1.** Восемь рубашек дороже куртки на 28%. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки?

Ответ:

- 2.** Виноград содержит 92% влаги, а изюм — 8%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 24 кг изюма?

Ответ:

- 3.** Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 585 км. Из города  $A$  в город  $B$  со скоростью 75 км/ч выехал первый автомобиль, а через 2 ч после этого навстречу ему из города  $B$  выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города  $B$  автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Ответ:

- 4.** Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость одного из них на 0,5 км/ч меньше скорости другого. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 150 м?

Ответ:

- 5.** Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 21 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 54 км/ч, и через 35 мин после старта он отстал от второго автомобиля ровно на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 6.** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 24 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 ч, а в исходный пункт теплоход возвращается через 16 ч после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ:

- 7.** Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 30 км/ч, вторую треть — со скоростью 20 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 15 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 8.** По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 110 м, второй длиной 70 м. Сначала второй сухогруз отстаёт от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 200 м. Через 8 мин после этого уже первый сухогруз отстаёт от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 500 м. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Ответ:

- 9.** Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 16 ч. Через 4 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Ответ:

- 10.** Первая труба пропускает на 7 л воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если бак объёмом 420 л она заполняет на 30 мин быстрее, чем первая труба?

Ответ:

#### Работа 44

- 1.** В июне 1 кг огурцов стоил 60 р. В июле огурцы подешевели на 10%, а в августе ещё на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после снижения цены в августе?

Ответ:

- 2.** Четыре рубашки дешевле куртки на 4%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Ответ:



- 3.** Смешали 2 л 60-процентного раствора некоторого вещества с 8 л 35-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ:

- 4.** Имеется три одинаковых по массе сплава. Известно, что меди во втором сплаве на 17% больше, чем в первом, а в третьем сплаве на 17% больше, чем во втором. Из этих трёх сплавов получили четвёртый сплав, содержащий 25% меди. Сколько процентов меди содержит первый сплав?

Ответ:

- 5.** Расстояние между городами А и В равно 760 км. Из города А в город В со скоростью 80 км/ч выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля они встретятся?

Ответ:

- 6.** Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого автомобилиста равна 92 км/ч, и через 1 ч 10 мин после старта он опережал второго автомобилиста на один круг. Найдите скорость второго автомобилиста. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 7.** Баржа прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 2 ч меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость баржи в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 8.** От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 1,2 км. Плотовщик доплывает на моторной лодке от конца плота к его началу и обратно за 3 мин. Найдите собственную скорость лодки. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ:

- 9.** Винни-Пух съедает горшочек мёда за 9 мин, Пятачок — за 12 мин, а ослик Иа — за 18 мин. За сколько минут они съедят горшочек мёда втроём?

Ответ:

- 10.** Первая труба наполняет бак объёмом 576 л, а вторая — бак объёмом 648 л. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 9 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Ответ:



# Задачи на делимость.

## Текстовые задачи

### с целочисленными неизвестными

#### Работа 45

1. Найдите все пары  $(x; y)$  целых чисел  $x$  и  $y$ , для которых  $7x + 21 = 11y$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Решите в целых числах уравнение  $7x - 13y = 29$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

3. Решите в целых числах уравнение  $(2x + 3y + 4)(3x + 2y + 4) = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Решите в целых числах уравнение  $y^2 = x^2 + 6x + 10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Решите в целых числах уравнение  $3x^2 - 4xy - 4y^2 = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Решите в целых числах уравнение  $2x - 3xy + 9y = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

7. Найдите все  $n \in \mathbb{Z}$ , при которых число  $A$  является целым, если  $A = \frac{6n - 2}{2n + 3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

8. Найдите все  $n \in \mathbb{Z}$ , при которых число  $A$  является целым, если  $A = \frac{5n - 3}{3n + 4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

9. На какое наибольшее натуральное число можно сократить дробь  $\frac{5n + 6}{7n + 8}$ , если  $n \in \mathbb{Z}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

10. На какое наибольшее натуральное число можно сократить дробь  $\frac{2n + 3m}{4m - 5n}$ , если известно, что она сократима, а дробь  $\frac{m}{n}$  несократима ( $n \in \mathbb{Z}$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ )?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 1.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  м. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t_0) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ:

- 2.** Для получения увеличенного изображения на экране в демонстрационной лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 40$  см. Экран может быть помещён на расстоянии от 200 до 240 см от линзы, а лампочка — на расстоянии от 30 до 60 см от неё. Зная, что расстояние от линзы до предмета  $d_1$  и расстояние от линзы до изображения  $d_2$  связаны соотношением  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ , укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ:

- 3.** Груз массой 0,04 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = 0,5 \sin \pi t$  (м/с). Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ . Определите, какую часть времени из первых двух секунд после начала движения кинетическая энергия груза будет больше  $2,5 \cdot 10^{-3}$  Дж.

Ответ:

### Работа 46

- 1.** Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 13 раз больше, либо в 13 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3345.
- Может ли последовательность состоять из двух членов?
  - Может ли последовательность состоять из трёх членов?
  - Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

Ответ:

- 2.** На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно  $-5$ , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно  $-18$ .
- Сколько чисел написано на доске?
  - Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
  - Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Ответ:

- 3.** Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по два, по три и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет записан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.
- а) На доске записан набор -9, -6, -4, -3, -1, 2, 5. Какие числа были задуманы?
- б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, записанном на доске, число 0 встречается ровно 5 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
- в) Для некоторых задуманных чисел на доске записан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

**Ответ:** \_\_\_\_\_

- 4.** Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1512 и
- а) пять;
- б) четыре;
- в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?

**Ответ:** \_\_\_\_\_

- 5.** На листе бумаги написаны в строчку 13 единиц.
- а) Докажите, что между этими единицами можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 108.
- б) Докажите, что, если единицы, стоящие на чётных местах, заменить семёрками, всё равно между числами полученного набора можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 108.
- в) Докажите, что между любыми 13 натуральными числами можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 108.

**Ответ:** \_\_\_\_\_

- 6.** а) Чему равно число способов записать число 1193 в виде  $1193 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ , где числа  $a_i$  — целые,  $0 \leq a_i \leq 99$ ,  $i = 0; 1; 2; 3$ ?
- б) Существуют ли 10 различных чисел  $N$ , таких, что их можно представить в виде  $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ , где числа  $a_i$  — целые,  $0 \leq a_i \leq 99$ ,  $i = 0; 1; 2; 3$ , ровно 120 способами?
- в) Сколько существует чисел  $N$ , таких, что их можно представить в виде  $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ , где числа  $a_i$  — целые,  $0 \leq a_i \leq 99$ ,  $i = 0; 1; 2; 3$ , ровно 120 способами?

**Ответ:** \_\_\_\_\_

- 7.** Рейтинг изделия оценивается семью экспертами, каждый из которых ставит целую оценку от 0 до 10. При подсчёте рейтинга используется одна из двух моделей. В модели А учитываются все оценки экспертов, рейтинг  $R_A$  считается как среднее арифметическое всех семи оценок. В модели В отбрасываются самая высокая и самая низкая оценки экспертов, рейтинг  $R_B$  считается как среднее арифметическое оставшихся пяти оценок.

а) Может ли разность рейтингов  $R_A - R_B$  быть равной  $\frac{1}{30}$ ?

б) Может ли разность рейтингов  $R_A - R_B$  быть равной  $\frac{1}{35}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов  $R_A - R_B$ , если дополнительно известно, что среди оценок экспертов нет одинаковых.

**Ответ:** \_\_\_\_\_

- Ответ:**

- Ответ:**

- Ответ:**

**Ответ:**

- Ответ:**

- Ответ:**

## 4. НЕРАВЕНСТВА

### Основные понятия и факты

#### Работа 47

- 1.** Маша сказала, что написанное на доске неравенство имеет менее 8 целочисленных решений, а Даша — что менее 9. Учитель ответил, что права только одна из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

Ответ:

- 2.** Маша сказала, что написанное на доске неравенство имеет менее 9 целочисленных решений, Даша — что менее 8, а Глаша — что менее 7. Учитель ответил, что права только одна из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

Ответ:

- 3.** Перед хоккейным матчем Витя сказал, что будет заброшено не менее 12 шайб, а Ваня — что не более 10. Сколько шайб было заброшено, если и Витя, и Ваня ошиблись?

Ответ:

- 4.** Определите, сколько шайб было заброшено в ворота команды «Рубин», если из следующих четырёх утверждений о результате матча хоккейных команд «Рубин» и «Алмаз» три истинны, а одно нет:

- 1) выиграл «Алмаз»;
- 2) матч закончился вничью;
- 3) в матче было заброшено 11 шайб;
- 4) «Рубин» забросил больше четырёх шайб.

Ответ:

- 5.** Определите, сколько шайб было заброшено в ворота команды «Запад», если из следующих пяти утверждений о результате матча хоккейных команд «Восток» и «Запад» четыре истинны, а одно нет:

- 1) выиграл «Восток»;
- 2) выиграл «Запад»;
- 3) «Восток» забросил больше четырёх шайб;
- 4) «Запад» забросил больше трёх шайб;
- 5) в матче было заброшено 10 шайб.

Ответ:

- 6.** Из пяти следующих утверждений о результатах матча хоккейных команд «Угольник» и «Циркуль» три истинны, а два нет:

- 1) выиграл «Угольник»;
- 2) «Циркуль» забросил 6 шайб;
- 3) матч закончился вничью;
- 4) всего в матче было заброшено 15 шайб;
- 5) выиграл «Циркуль».

Определите, с каким счётом закончился матч, и укажите победителя (в том случае, если матч завершился победой одной из команд).

Ответ:

- 7.** Определите, сколько шайб было заброшено в ворота команды «Каштангенс», если из следующих шести утверждений о результате матча хоккейных команд «Апельсинус» и «Каштангенс» четыре истинны, а два нет:

- 1) выиграл «Каштангенс»;
- 2) выиграл «Апельсинус»;
- 3) матч закончился вничью;
- 4) в матче было заброшено 12 шайб;
- 5) «Каштангенс» забросил больше четырёх шайб;
- 6) «Апельсинус» забросил больше шести шайб.

Ответ:

- 8.** Найдите число сторон выпуклого многоугольника, если из следующих четырёх утверждений о нём истинно только одно:

- 1) сумма углов многоугольника меньше  $500^\circ$ ;
- 2) сумма углов многоугольника меньше  $600^\circ$ ;
- 3) сумма углов многоугольника меньше  $700^\circ$ ;
- 4) сумма углов многоугольника меньше  $800^\circ$ .

Ответ:

- 9.** Найдите число сторон выпуклого многоугольника, если из следующих четырёх утверждений о нём истинны ровно два:

- 1) сумма углов многоугольника меньше  $400^\circ$ ;
- 2) сумма углов многоугольника меньше  $600^\circ$ ;
- 3) сумма углов многоугольника меньше  $800^\circ$ ;
- 4) сумма углов многоугольника меньше  $1000^\circ$ .

Ответ:

- 10.** Найдите число сторон выпуклого многоугольника, если из следующих четырёх утверждений о нём истинны только три:

- 1) сумма углов многоугольника меньше  $300^\circ$ ;
- 2) сумма углов многоугольника меньше  $500^\circ$ ;
- 3) сумма углов многоугольника меньше  $700^\circ$ ;
- 4) сумма углов многоугольника меньше  $900^\circ$ .

Ответ:

## Задачи на повторение

- 1.** Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 3$ ,  $CK = 19$ .

Ответ:

- 2.** Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $72^\circ$  и  $78^\circ$ . Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 15.

Ответ:

- 3.** Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите  $AC$ , если диаметр окружности равен 16, а  $AB = 15$ .

Ответ:

## Работа 48

- 1.** Найдите множество решений некоторого неравенства, если из трёх следующих утверждений два истинны, а одно нет:

- 1) множеством решений этого неравенства является интервал  $(-7; 10)$ ;
- 2) множеством решений этого неравенства является интервал  $(-8; 11)$ ;
- 3) число 10 является решением этого неравенства.

Ответ:

- 2.** Найдите целое число  $a$ , если из двух следующих утверждений верно только одно: 1)  $a < -17$ ; 2)  $a < -18$ .

Ответ:

- 3.** Какие целые значения может принимать переменная  $a$ , если из двух следующих утверждений верно только одно: 1)  $a \in (-5; 6)$ ; 2)  $a \in (-7; 7)$ ?

Ответ:

- 4.** Какие натуральные значения может принимать переменная  $a$ , если из двух следующих утверждений верно только одно: 1)  $-\frac{1}{13} < \frac{1}{a} < -\frac{1}{19}$ ; 2)  $-\frac{1}{12} < \frac{1}{a} < -\frac{1}{17}$ ?

Ответ:

- 5.** Укажите номера тех неравенств, которые не имеют положительных решений:

- 1)  $(x - 3)^2(x + 2) \leq 0$ ;
- 2)  $x^2 - 8x + 16 \leq 0$ ;
- 3)  $11x^3 + 7x^2 + 13x + 5 \leq 0$ ;
- 4)  $x^2 + 432x - 4321 < 0$ ;
- 5)  $x^2 - x + 432 \leq 0$ .

Ответ:

- 6.** Укажите номера истинных утверждений для неравенства

$$13(x - 5)(x - 6) \leq 6(x - 5)(x - 6):$$

- 1) не имеет решений;
- 2) справедливо только при  $x = 5$  или  $x = 6$ ;
- 3) справедливо при любом действительном  $x$ ;
- 4) справедливо при всех  $x \in [5; 7]$ ;
- 5) справедливо при всех  $x \in (-\infty; 5] \cup [6; +\infty)$ .

Ответ:



**7.** Укажите номера истинных утверждений для системы неравенств  $\begin{cases} x \leq 21 \\ 15x^{13} - 10x^{10} - 4 > 0 \end{cases}$ :

- 1) система не имеет решений;
- 2) система не имеет положительных решений;
- 3) система не имеет отрицательных решений;
- 4) система имеет и отрицательные, и положительные решения;
- 5) система выполняется при любом действительном  $x$ .

Ответ:

**8.** Укажите номера истинных утверждений для системы неравенств  $\begin{cases} x^3 + 2x^2 + 3 < 0 \\ x \geq -4 \end{cases}$ :

- 1) система не имеет решений;
- 2) система имеет только отрицательные решения;
- 3) система имеет только положительные решения;
- 4) система имеет и отрицательные, и положительные решения;
- 5) система выполняется при любом действительном  $x$ .

Ответ:

**9.** Неравенство  $\frac{7x^2 + 5}{3x^2 + 4} < \frac{5x^2 + 4}{4x^2 + 5}$ :

- 1) не имеет решений;
- 2) справедливо только при  $x < 1$ ;
- 3) справедливо при любом действительном  $x$ ;
- 4) справедливо только при  $x > 1$ .

Укажите номера истинных утверждений.

Ответ:

**10.** Какие из следующих неравенств имеют только отрицательные решения:

- 1)  $\frac{5}{x^3} + \frac{3}{x} + 2 < 0$ ;
- 2)  $\frac{(x-3)^2}{x+13} \leq 0$ ;
- 3)  $\frac{1}{5x^5 - 3x^2 - 4} < 0$ ;
- 4)  $\frac{12}{2x^5 + 3x^3 - 4} < -\frac{7}{x}$ ?

Ответ:

### Задачи на повторение

**1.** Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 6 и 10, а основание  $BC$  равно 1. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$  и пересекает прямую  $BC$  в точке  $K$ .

- а) Найдите  $KB$ .
- б) Найдите площадь трапеции.

Ответ:

**2.** В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB = 60$ ,  $AC = 80$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ .

- а) Докажите, что треугольники  $ABD$  и  $ACB$  подобны.
- б) Найдите  $CD$ .

Ответ:





- Ответ:**




- б) Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

**Ответ:**

- б) Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

**Ответ:**



## Работа 50

- Ответ:**

---

- Ответ:**

Year	Percentage of Population Aged 65 and Over
1950	10
1960	11
1970	12
1980	13
1990	14
2000	15
2010	16
2020	17
2030	17.5
2040	18
2050	18.5

- Ответ:**

---

- Ответ:**

---

- Ответ:**

---

**6.** Решите неравенство  $\frac{(x+3)^2(x-4+5x-8)}{5x-3|x+2|+2} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**7.** Решите неравенство  $((0,2)^x - 25)((0,25)^x - 64)(x^2 + 5x + 6) \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**8.** Решите неравенство  $\frac{(2^x - 0,25)(20^x - 0,05)(x^2 - 1)}{x + 2} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**9.** Решите неравенство  $\log_3(x - 3) + (\log_2(x - 2) - 3)(\log_3(x - 3) - 2) \geq 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**10.** Решите неравенство  $\frac{\log_5(3x^2 + 2x)}{\log_6(6x^2 - 5x)} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

### Задачи на повторение

- 1.** Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 12$ .

Ответ: 

- 2.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Известно, что  $BC = 19$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 10.

- а) Найдите расстояние от точки  $K$  до прямых  $BC$  и  $AD$ .  
б) Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

Ответ: 

- 3.** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  проведена биссектриса  $AL$ . Известно, что  $AL = \sqrt{3}LC$ .

- а) Докажите, что прямая  $AL$  перпендикулярна прямой  $BC$ .  
б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ALC$ , если известно, что  $LC = 2$ .

Ответ: 

# Метод знакотожественных множителей

## Работа 51

1. Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}{3x^2 - 13x + 10} < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Решите неравенство  $\frac{|\sqrt{x}-2| - \sqrt{x}}{2|x-2| - x} > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

3. Решите неравенство  $\frac{7x^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{8+8x}}{|2x-5|-1} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Решите неравенство  $\frac{|9x-2| - 3|2x-1|}{|9x^2+3x-8| - 3|3x^2-x|} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Решите неравенство  $\frac{16^{9x^2+9x-2} - (0,5)^{36x^2+12x-2}}{11^x - 1} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Решите неравенство  $\frac{2|x^2-11x+20| - x^2}{|3x^2-11x+8| - 2} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

7. Решите неравенство  $\frac{|8x^2-2x-3| - 4x^2 - 4x - 1}{2|6x^2+x-1| - 4x^2 - 4x - 1} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

8. Решите неравенство  $\frac{3|3x^2-x|-1|-1}{|3|4x+1|-2|-1} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

9. Решите неравенство  $\frac{\sqrt{8x^2+2x+1} - \sqrt{4x^2+2x+1}}{\sqrt[3]{12x^2+8x-2} + \sqrt[3]{12x^2+2x-4}} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

10. Решите неравенство  $\frac{x + \sqrt[3]{x^3-54}}{\log_2(2^{-x}-4) + x + 1} > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Задачи на повторение

- 1.** В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 р. Условия его возврата таковы:

— в каждом январе долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 2.** В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 р. Условия его возврата таковы:

— в каждом январе долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей меньше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 3.** В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— в каждом январе долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 399 300 р.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Работа 52

- 1.** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{2x+\sqrt{6x-2}}-\sqrt{2x+\sqrt{4x-3}}}{\sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}}-\sqrt{2x+3-4\sqrt{2x-1}}} < 0$ .

Ответ:

---

- 2.** Решите неравенство  $\frac{|2x+1|-\sqrt{5-4x-8x^2}}{\sqrt[3]{8x^3+8x^2-10x+2}-2x} \leq 0$ .

Ответ:

---





**Ответ:** \_\_\_\_\_

**6.** Решите неравенство  $\log_{1-x}(x+3) \cdot \log_{x+4}(2-x) \leq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**7.** Решите неравенство  $\frac{(2x^2 - 19x + 45)\log_7(x - 4)}{x^2 - 13x + 42} \leq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**8.** Решите неравенство  $(x^2 + 7x + 12) \cdot \log_{x+5}(x+4) \cdot \log_5(x+1)^2 \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**9.** Решите неравенство  $\frac{(x^2 - 7x + 12) \cdot \log_{x-2}(x-3) \cdot \ln(x-6)^2}{2x^2 - 11x + 14} \leq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**10.** Решите неравенство  $\log_{14x-5} (35x-2) \geq 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

### Задачи на повторение

**1.** 15 июля планируется взять кредит на сумму 1 000 000 р. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить некоторую часть долга.

На какое минимальное количество месяцев можно взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 100 000 р.?

**Ответ:**



**2.** В июле планируется взять кредит на сумму 9 282 000 р. Условия его возврата таковы:

- в каждом январе долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**3.** В июле планируется взять кредит на сумму 9 282 000 р. Условия его возврата таковы:

- в каждом январе долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей меньше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Работа 54

**1.** Решите неравенство  $\log_{|3x+2|} (4 + 21x - 18x^2) \leq 2$ .

Ответ:

**2.** Решите неравенство  $\log_{2-5x} (5x + 2) \cdot \log_{5x+3} (3 - 5x) \leq 0$ .

Ответ:

**3.** Решите неравенство  $\log_{\frac{6x-1}{2x+2}} (8x^2 + 2x - 1) \geq \log_{\frac{6x-1}{2x+2}} (22x - 6 - 12x^2)$ .

Ответ:

**4.** Решите неравенство  $\log_{12x^2-17x+6} (2-x) \geq \log_{2x^2-x} (2-x)$ .

Ответ:

**5.** Решите неравенство  $\log_3 (\log_3 (4x^2 - 3x)) \leq 1$ .

Ответ:

**6.** Решите неравенство  $\log_3\left(\log_5\left(\frac{3x+2}{x}\right)\right) \geq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**7.** Решите неравенство  $\log_2 (\log_3 (\log_4 (5x + 6))) \leq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**8.** Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_2\left(\log_5\left(\frac{7x-3}{x-4}\right)\right)\right) \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**9.** Решите неравенство  $\log_2 (\log_2 (\log_2 (\log_3 (x + 2)^2))) \leq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**10.** Решите неравенство  $13\log_{13}(x^2 - x - 6) \leq 14 + \log_{13}\frac{(x+2)^{13}}{x-3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Задачи на повторение

- 1.** В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- в каждом январе долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 207 360 р.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ: 

- 2.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100 000 р. Условия его возврата

- в каждом январе долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Найдите число  $r$ , если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причём в первый год было переведено 68 000 р., а во второй год — 59 000 р.

**Ответ:**

**3.** В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- в каждом январе долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Найдите число  $r$ , если известно, что если каждый год выплачивать по 292 820 р., то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 534 820 р., то кредит будет полностью погашен за 2 года.

Ответ:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Метод введения новой переменной

### Работа 55

**1.** Решите неравенство  $49x^4 + 48x^2 - 1 \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**2.** Решите неравенство  $16(x^2 + 4x)^2 < 8x^2 + 32x + 63$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**3.** Решите систему неравенств  $\begin{cases} 25x^4 - 24x^2 - 49 < 0, \\ x^2(7x + 8) < 15x^2. \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_

**4.** Решите неравенство  $\frac{12}{(x^2 + 6x + 5)^2} + \frac{7}{x^2 + 6x + 5} + 1 \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**5.** Решите систему неравенств  $\begin{cases} \frac{49}{x^4} - \frac{50}{x^2} + 1 \leq 0, \\ \frac{112}{(x^2 - 8x)^2} + \frac{23}{x^2 - 8x} + 1 \geq 0. \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_

**6.** Решите неравенство  $8 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 1 \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**7.** Решите неравенство  $4^x - 15 \cdot 2^x - 16 \leq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**8.** Решите неравенство  $8 \cdot 2^x + 2 \cdot 2^{-x} \leq 17$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**9.** Решите неравенство  $\frac{4}{\log_2 x + 1} \leq 1$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**10.** Решите неравенство  $\frac{3 \lg x - 4}{\lg x - 1} > 4$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**11.** Решите неравенство  $\frac{3 \lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**12.** Решите неравенство  $3 \log_x 3 - 1 \leq \frac{4}{3 \log_x 3 - 1}$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

## Задачи на повторение

**1.** Четыре килограмма яблок стоят столько же, сколько три килограмма груш, а пять килограммов груш стоят столько же, сколько два килограмма черешни. На сколько процентов один килограмм яблок дешевле одного килограмма черешни?

**Ответ:**

**2.** Во время распродажи Витя купил 6 одинаковых по цене футболок со скидкой 60%. Сколько таких футболок он мог бы купить на ту же сумму, если бы скидка составила 70%?

**Ответ:** \_\_\_\_\_



**8.** Решите неравенство  $\log_9^2(729 - x^2) - 5\log_9(729 - x^2) + 6 \geq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**9.** Решите неравенство  $\log_8 x - \log_x 8 \geq \frac{8}{3}$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**10.** Решите неравенство  $\frac{9}{\log_4^2 x} - \frac{10}{\log_2^2 x} + 1 \leq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**11.** Решите неравенство  $(\log_2^2 x + 3 \log_2 x)^2 < 2 \log_2^2 x + 6 \log_2 x + 8$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**12.** Решите неравенство  $\frac{45}{(\log_2^2 x + 6\log_2 x)^2} + \frac{14}{\log_2^2 x + 6\log_2 x} + 1 \geq 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

## Задачи на повторение

**1.** На сколько рублей пиджак дороже брюк, если известно, что комплект из брюк и пиджака, в котором стоимость пиджака снижена на 20%, а стоимость брюк — на 25%, дороже на 150 р. комплекта, в котором стоимость пиджака снижена на 25%, а стоимость брюк — на 20%?

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**2.** В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 16% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

**Ответ:** 

**3.** В итоговой контрольной работе по математике задач по геометрии должно быть от одной четверти до одной трети общего числа задач. Сколько задач по геометрии следует включить в работу, которая состоит из 14 задач?

Ответ: 

## Работа 57

1. Решите неравенство  $(x - 6)^5(x - 8)^7(x - 9)^8 \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Решите неравенство  $(4x - 1)(2x^2 - x - 3)^2 \geq (3x + 4)(2x^2 - x - 3)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

3. Решите неравенство  $(x^2 - 4x)^2 + 2(x^2 - 4x) - 35 < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Решите неравенство  $\frac{(2x-17)^5(6-5x)^6(x-9)^2}{x^2-81} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Решите неравенство  $\frac{4}{(3x+4)^2} - \frac{16}{3x+4} + 15 > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Решите неравенство  $\frac{x^2-5x-3}{x-5} + \frac{7}{x-9} \leq x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

7. Решите неравенство  $\frac{(x+7)(|x+15|-|x-1|)}{|x+7|-6} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

8. Решите неравенство  $\frac{7-2 \cdot 2^x}{4^x-12 \cdot 2^x+32} \geq 0,25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_



- 9.** Решите неравенство  $\frac{2}{\lg x + 1} \geq 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 10.** Решите неравенство  $\log_{6x}(x^2 - 9x + 14) > 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

### Работа 58

- 1.** Решите неравенство  $(4x^2 - 7x + 6)(x + 1) \leq (2x^2 + x - 1)(x - 1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 2.** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} (9x^2 - 2)^2 + 5 \leq 54x^2, \\ (3x^2 - 2x)^2 + 12x + 5 \geq 18x^2. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 3.** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} \frac{(x-5)^2}{16-x^2} \geq 0, \\ 5x - x^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 4.** Решите неравенство  $x^3 + 9x^2 + \frac{40x^2 + x - 5}{x - 5} \leq 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 5.** Решите неравенство  $\frac{(|x+4| - \sqrt{x+6})(|x+4| - 2)}{|x+7| - |x+4|} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 6.** Решите неравенство  $(9^{x+0,5} - 10 \cdot 3^x + 3)(2x^2 - 5x - 7) \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 7.** Решите неравенство  $\log_4 x - \log_x 4 \geq 1,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**8.** Решите неравенство  $\log_5^2(5 + 12x - x^2) + 3\log_{0,2}(5 + 12x - x^2) + 2 < 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**9.** Решите неравенство  $\log_{|x-2|}(x-3)^2 \leq 2$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**10.** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} \log_{3-x} \frac{(x-3)^4}{x} \geq 4, \\ \frac{x^2 - 12x + 10}{x-1} + \frac{x^2 - 5x + 5}{x-5} \leq 2x - 11. \end{cases}$$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**Работа 1**

1. -2799. 2. 351. 3. 708. 4. -1218. 5. 90000. 6. 0,04. 7. 0,04. 8. 50. 9. 2. 10. -7,2.

Задачи на повторение. 1. 750. 2. 19,6. 3. 91.

**Работа 2**

1. 5. 2. 990. 3. 0,01. 4. 96. 5. 97. 6. 44,2. 7. 211. 8. 3. 9. -320. 10. 650.

Задачи на повторение. 1. 6. 2. -4. 3. 81.

**Работа 3**

1. 84. 2. 24. 3. 7. 4. 7. 5. 0,5. 6. 0,7. 7. 6. 8. 7. 9. 6. 10. 36.

Задачи на повторение. 1. 176. 2. 25850. 3. 57.

**Работа 4**

1. 36. 2. 36. 3. 49. 4. 12. 5. 63. 6. 121. 7. 10. 8. 64. 9. 18. 10. 2,25.

Задачи на повторение. 1. 3000. 2. 420. 3. 30000.

**Работа 5**

1. -12. 2. 6. 3. -3. 4. -4. 5. 3. 6. 17,5. 7. -8. 8. -2. 9. 24. 10. 0,25.

Задачи на повторение. 1. 228. 2. 75. 3. 60000.

**Работа 6**

1. -36. 2. -10. 3. -15. 4. 96. 5. 6. 6. 4,8. 7. 0,5. 8. 6. 9. -2. 10. -4,8.

Задачи на повторение. 1. 84. 2. 578. 3. 69748.

**Работа 7**

1. 121. 2. 0,001. 3. 7. 4. 144. 5. 36. 6. 17. 7. 2. 8. 169. 9. 121. 10. 5.

Задачи на повторение. 1. 60. 2. 150. 3. 20.

**Работа 8**

1. 12. 2. 28. 3. 16. 4. 4. 5. 5. 6. 2,5. 7. 11. 8. 0,2. 9. 0,2. 10. 0,2.

Задачи на повторение. 1. 20. 2. 80. 3. 20.

**Работа 9**

1. 2. 2. 1. 3. 34. 4. 9. 5. 0,75. 6. 7. 7. -2. 8. -0,5. 9. 2. 10. 0,5.

Задачи на повторение. 1. -108. 2. 50. 3. 0,1.

**Работа 10**

1. 8. 2. -7. 3. 7. 4. -5. 5. -7. 6. -2. 7. -0,5. 8. 9,5. 9. -1. 10. -1.

Задачи на повторение. 1. -136. 2. 100. 3. 10.

**Работа 11**

1. 297. 2. 1800. 3. 12600. 4. 109. 5. 204. 6. 0,5. 7. 0,2. 8. 605.

Задачи на повторение. 1. 7. 2. 5. 3. 5.

**Работа 12**

1. 84. 2. 6. 3. 6. 4. 12. 5. 6. 6. 0,0625. 7. 7,5. 8. 867.

Задачи на повторение. 1. -2. 2. -7. 3. -6.

**Работа 13**

1. 21. 2. 2,6. 3. 0,25. 4. 50. 5. 4. 6. 1,8. 7. 27,5. 8. 132.

Задачи на повторение. 1. 8. 2. 8. 3. 3.

**Работа 14**

1. 2,5. 2. 50. 3. 2. 4. 4000. 5. 40. 6. 15. 7. 6250. 8. 45.

Задачи на повторение. 1. -1,5. 2. -8. 3. -5.

**Работа 15**

1. -367. 2. 37. 3. 2,5. 4. 10. 5. -3,2. 6. 2. 7. 1,5. 8. -14. 9. 40. 10. 6000.

**Работа 16**

1. -80. 2. 19. 3. 11. 4. 2. 5. 2. 6. 0,2. 7. -2. 8. -0,5. 9. 2. 10. 1,45.

**Работа 17**

1. 14. 2. 18. 3. 0,1. 4. 0,25. 5. 9. 6. -5. 7. 0. 8. -12. 9. 3,5. 10. -4,5.

**Задачи на повторение.** 1. -52. 2. -7300. 3. 200.

**Работа 18**

1. -0,5. 2. 0,5. 3. -2. 4. 8. 5. -7. 6. 0,25. 7. 3. 8. -3. 9. -7. 10. -10.

**Задачи на повторение.** 1. 16. 2. 10000. 3. 64.

**Работа 19**

1. -3. 2. -3,5. 3. -1. 4. -4. 5. -4,5. 6. -14. 7. 9. 8. 1,5. 9. 13. 10. 2.

**Задачи на повторение.** 1. 26,73. 2. 36,36. 3. 5.

**Работа 20**

1. -8. 2. 12. 3. 1. 4. -7. 5. 6. 6. -5. 7. 5. 8. 6. 9. -7. 10. 0,5.

**Задачи на повторение.** 1. 0,04. 2. 153. 3. 1.

**Работа 21**

1. -8. 2. -9. 3. 5. 4. 7. 5. 3. 6. 3. 7. -0,5. 8. -1,5. 9. -1,5. 10. 9.

**Задачи на повторение.** 1. 33. 2. 80. 3. 55.

**Работа 22**

1. 3,5. 2. -8. 3. 5. 4. -5. 5. 3. 6. 5. 7. -4. 8. 1. 9. 2. 10. 3.

**Задачи на повторение.** 1. 1. 2. 7. 3. 1,8.

**Работа 23**

1. 4. 2. 5. 3. -19. 4. -17. 5. -11. 6. -9. 7. 2. 8. 1. 9. -1. 10. -1.

**Задачи на повторение.** 1. 49. 2. 49. 3. 49.

**Работа 24**

1. -3. 2. 10. 3. 21. 4. 3. 5. 11. 6. 1,5. 7. 14. 8. 15. 9. 3. 10. 4.

**Задачи на повторение.** 1. 4. 2. 98. 3. 4.

**Работа 25**

1. -56. 2. -29. 3. -4. 4. 11. 5. -20. 6. -28. 7. -74. 8. -2. 9. -2. 10. 13.

**Задачи на повторение.** 1. 1,5. 2. 0,75. 3. -1,5.

**Работа 26**

1. -11. 2. 5. 3. 4. 4. 12. 5. -3. 6. 9. 7. 3. 8. 7. 9. 4. 10. -8.

**Задачи на повторение.** 1. 2. 2. 3. 3. 0,5.

**Работа 27**

1. -0,5. 2. 2. 3. -0,5. 4. 4. 5. 0,5. 6. -3,5. 7. 1. 8. 24. 9. -8. 10. -1.

**Задачи на повторение.** 1. 5. 2. 0,6. 3. -0,8.

**Работа 28**

1. -8. 2. 6. 3. -3. 4. 2. 5. -4. 6. 4. 7. -2. 8. 4. 9. -12. 10. 24.

**Задачи на повторение.** 1. 6. 2. 2,5. 3. -0,5.

**Работа 29**

1. а)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{9\pi}{4}.$  2. а)  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$

$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $2\pi; 3\pi; \frac{13\pi}{4}.$  3. а)  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k,$

$k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $-4\pi; -3\pi; -\frac{17\pi}{6}.$  4. а)  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

б)  $2\frac{5}{6}\pi; 3\pi; 3\frac{1}{6}\pi.$  5. а)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}.$

6. а)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{15\pi}{2}; -\frac{7\pi}{2}; -\frac{13\pi}{4}.$

7. а)  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{5\pi}{12} + \pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $-2\pi; -\frac{17\pi}{12}; -\frac{13\pi}{12}; -\pi.$

8. а)  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}.$  9. а)  $x = \frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,$   
 $n \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}.$  10. а)  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$  б)  $2\frac{1}{6}\pi.$

**Задачи на повторение.** 1. 0,25. 2. 3,5. 3. 0,5.

### Работа 30

1. а)  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $-3\pi; -\frac{17\pi}{6}; -2\pi.$  2. а)  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$   
 $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $-3\pi; -\frac{17\pi}{6}; -2\pi.$  3. а)  $x = -\frac{3}{2}; x = 4; x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{3}{2}; \frac{2\pi}{3}.$   
 4. а)  $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{13\pi}{4}; -\frac{11\pi}{4}; -\frac{9\pi}{4}.$  5. а)  $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $2\frac{2}{3}\pi;$   
 $3\frac{1}{3}\pi.$  6. а)  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $3\frac{1}{6}\pi; \frac{7\pi}{2}.$   
 7. а)  $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$  б)  $3\pi.$  8. а)  $x(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z};$  б)  $\frac{11\pi}{6}.$  9. а)  $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k,$   
 $k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $\frac{13\pi}{4}.$  10. а)  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{7\pi}{6}.$

**Задачи на повторение.** 1. -81. 2. -6. 3. -1,5.

### Работа 31

1. -6,5. 2. 2. 3. 3. 4. -5. 5. -9. 6. 6. 7. 5. 8. 3. 9. 13. 10. 3. 11. -1. 12. 0,5. 13. а)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,$   
 $n \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{5\pi}{2}; -\frac{7\pi}{3}; -\frac{3\pi}{2}.$  14. а)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in$   
 $\mathbb{Z};$  б)  $\frac{5\pi}{2}.$

### Работа 32

1. -2. 2. -3. 3. 3. 4. -9. 5. 4. 6. 5. 7. 3. 8. 20. 9. -3. 10. 9. 11. -8. 12. 1. 13. а)  $\frac{\pi}{2} + \pi k;$   
 $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$  б)  $-\frac{17\pi}{6}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}.$  14. а)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$   
 б)  $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{11\pi}{6}.$

### Работа 33

1. 68. 2. 18270. 3. 30000. 4. 420. 5. 12000. 6. 54. 7. 69748. 8. 9. 9. 60. 10. 80.  
**Задачи на повторение.** 1. 12. 2. 16. 3. 144.

### Работа 34

1. 1400. 2. 17. 3. 1400. 4. 60. 5. 34026. 6. 30. 7. 10. 8. 27. 9. 15. 10. 265000.  
**Задачи на повторение.** 1. 12. 2. 60. 3. 7.

### Работа 35

1. 10. 2. 18. 3. 17. 4. 188. 5. 20.  
**Задачи на повторение.** 1. 6. 2. 3. 3. 6.

### Работа 36

1. 25. 2. 18. 3. 50. 4. 1. 5. 79.  
**Задачи на повторение.** 1. 15. 2. 6. 3. 123.

### Работа 37

1. 225. 2. 65. 3. 6. 4. 55. 5. 9. 6. 1800. 7. 60. 8. 9. 9. 50. 10. 90. 11. 780. 12. 12.  
**Задачи на повторение.** 1. 8. 2. 65. 3. 35.

### Работа 38

1. 60. 2. 66. 3. 4. 4. 60. 5. 60. 6. 75. 7. 78. 8. 30. 9. 5. 10. 2200. 11. 25. 12. 15.  
**Задачи на повторение.** 1. 1,44. 2. 243. 3. 7.

**Работа 39**

1. 400. 2. 400. 3. 300. 4. 750. 5. 9. 6. 160. 7. 21. 8. 21. 9. 86,4. 10. 45,6. 11. 80. 12. 72.  
**Задачи на повторение.** 1. 8. 2. 4. 3. 18.

**Работа 40**

1. 600. 2. 2. 3. 56. 4. 42. 5. 3. 6. 15. 7. 1500. 8. 9. 9. 67,5. 10. 72. 11. 26. 12. 19,2.  
**Задачи на повторение.** 1. 49. 2. 160. 3. 3.

**Работа 41**

1. 2. 2. 12. 3. 30. 4. 4. 5. 2. 6. 2. 7. 8. 8. 77. 9. 20. 10. 20.  
**Задачи на повторение.** 1. 6. 2. 8. 3. (7; 11).

**Работа 42**

1. 160. 2. 10. 3. 14. 4. 7. 5. 20. 6. 5. 7. 12. 8. 20. 9. 320. 10. 110.  
**Задачи на повторение.** 1. -17. 2. -7; 4; 5. 3. 6.

**Работа 43**

1. 4. 2. 276. 3. 210. 4. 18. 5. 90. 6. 286. 7. 20. 8. 6,6. 9. 10. 10. 14.

**Работа 44**

1. 40,5. 2. 20. 3. 40. 4. 8. 5. 4. 6. 80. 7. 9. 8. 48. 9. 4. 10. 72.

**Работа 45**

1.  $(11n - 3; 7n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . 2.  $(6 - 13n; 1 - 7n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . 3.  $(-1; -1)$ . 4.  $(-3; -1)$ ;  $(-3; 1)$ .  
 5.  $(1; -1)$ ;  $(1; 0)$ ;  $(-1; 1)$ ;  $(-1; 0)$ . 6.  $(8; 1)$ ;  $(2; -1)$ . 7.  $-7$ ;  $-2$ ;  $-1$ ; 4. 8.  $-11$ ;  $-1$ . 9. 2. 10. 23.  
**Задачи на повторение.** 1. -0,5. 2. -0,5. 3. 23.

**Работа 46**

1. а) нет; б) да; в) 477. 2. а) 36; б) отрицательных; в) 16. 3. а) -6, -3, 5; б) 5; в) нет.  
 4. а) нет; б) нет; в) да. 5. а) например,  $(1 + 1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1)$ ; б) например,  $(1 + 7 + 1) \cdot (7 + 1 + 7) \cdot (1 + 7 + 1) \cdot (7 + 1) \cdot (7 + 1)$ . 6. а) 120; б) да; в) 20. 7. а) нет; б) да; в)  $\frac{4}{7}$ . 8. а) нет; б) да; в)  $\frac{138}{7}$ . 9. а) да; б) нет. 10. а) 10; б) 20; в)  $\frac{7}{90}$ .

**Задачи на повторение.** 1. 1,8. 2. 8,8. 3. 5.

**Работа 47**

1. 8. 2. 8. 3. 11. 4. 6. 5. 6. 6. 9:6. 7. 5. 8. 6. 9. 6. 10. 4.

**Задачи на повторение.** 1. 50. 2. 15. 3. 25.

**Работа 48**

1.  $(-8; 11)$ . 2. -18. 3. -6; -5; 6. 4. -18; -17; -12. 5. 3; 5. 6. 4. 7. 3. 8. 2. 9. 1. 10. 1.  
**Задачи на повторение.** 1. а) 9; б) 30. 2. 35. 3. а) 45; б) 5.

**Работа 49**

1.  $\{-2\} \cup [6; +\infty)$ . 2.  $(-\infty; -6] \cup \{-5\} \cup [-4; -1]$ . 3.  $\{-2\} \cup [1; 4]$ . 4.  $\{-\frac{1}{2}\} \cup [\frac{1}{3}; +\infty)$ .  
 5.  $(-\infty; -0,4] \cup \{0\} \cup [0,4; +\infty)$ . 6. (2; 3). 7.  $\{-3\}$ . 8.  $(-\infty; 4) \cup [7; +\infty)$ . 9.  $(-\infty; 13) \cup \{14\} \cup (15; +\infty)$ . 10.  $(-\infty; -\frac{5}{2}) \cup \{0\}$ . 11.  $\{-7\} \cup (-6; 6)$ . 12.  $[-5; 4) \cup (4; 5]$ .

**Задачи на повторение.** 1.  $\frac{120}{13}$ . 2. а) 1; 1; б) 36. 3. а) 75; б) 80.

**Работа 50**

1.  $[6; 7] \cup \{8\}$ . 2.  $(-\infty; -5] \cup \{-4\} \cup [-3; 0]$ . 3.  $(-\infty; -7) \cup \{0,4\} \cup [6,5; 7)$ .  
 4.  $(-\infty; -6) \cup (-5; -\frac{25}{6}] \cup (5; +\infty)$ . 5.  $[1; 2]$ . 6.  $\{-3\} \cup [1; 2)$ . 7.  $\{-3; -2\}$ . 8.  $\{-1\} \cup [1; +\infty)$ .  
 9.  $(3; 6] \cup [12; +\infty)$ . 10.  $[-1; -\frac{1}{6}) \cup [\frac{1}{3}; 1)$ .

**Задачи на повторение.** 1. 52. 2. а) 10; 10; б) 380. 3. б) 2.

**Работа 51**

1.  $(3; \frac{10}{3})$ . 2.  $[0; 1) \cup (\frac{4}{3}; 4)$ . 3.  $\{-2\} \cup (2; 3)$ . 4.  $(-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}] \cup (\frac{2}{3}; \frac{4}{3})$ . 5.  $(-\infty; -\frac{5}{6}] \cup (0; \frac{1}{6}]$ .  
 6.  $(-\infty; \frac{2}{3}) \cup (\frac{5}{3}; 2) \cup (2; 3) \cup [\frac{10}{3}; 4] \cup [20; +\infty)$ .  
 7.  $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}; \frac{1}{8}) \cup [\frac{1}{3}; \frac{3}{4}) \cup [2; +\infty)$ . 8.  $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{6}; 0) \cup \{\frac{1}{3}\} \cup [\frac{2}{3}; +\infty)$ .  
 9.  $(-\infty; -\frac{3}{4}) \cup \{0\} \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$ . 10.  $(-3; -2)$ .

**Задачи на повторение.** 1. 3 110 400. 2. 1 900 800. 3. 993 000.

**Работа 52**

1.  $[\frac{3}{4}; \frac{13}{8})$ . 2.  $[-1; \frac{1}{4}) \cup [\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{11}-1}{4}]$ . 3.  $(-\frac{7}{8}; -\frac{3}{4}]$ . 4.  $(-6; -5) \cup [3; 3,5) \cup (5; 5,5]$ . 5.  $(-1; +\infty)$ .  
 6.  $(-\infty; 1) \cup [1,5; 2) \cup (2; 3) \cup [4; +\infty)$ . 7.  $(0; 0,2) \cup (1; +\infty)$ . 8.  $(0,25; 0,5)$ . 9.  $[\frac{2}{15}; \frac{1}{5})$ .

**Задачи на повторение.** 1. 15. 2. 20. 3. 5.

**Работа 53**

1.  $(-3; -2) \cup [0,5; 5]$ . 2.  $(\frac{2}{3}; 1) \cup (1; +\infty)$ . 3.  $[-5; -4) \cup (0; 1)$ . 4.  $(-4; -3] \cup [5; +\infty)$ .  
 5.  $(1; 2) \cup (2; 4]$ . 6.  $(-3; -2] \cup (0; 1)$ . 7.  $(4; 4,5] \cup \{5\} \cup (6; 7)$ . 8.  $\{-3\} \cup [-2; -1) \cup (-1; 0]$ .  
 9.  $(3; 3,5) \cup \{4\} \cup [5; 6) \cup (6; 7]$ . 10.  $(\frac{3}{7}; +\infty)$ .

**Задачи на повторение.** 1. 11. 2. 2 928 200. 3. 1 016 400.

**Работа 54**

1.  $(-\frac{1}{6}; 0] \cup [\frac{1}{3}; \frac{4}{3})$ . 2.  $(-0,4; -0,2] \cup (0,2; 0,4)$ . 3.  $\{0,5\} \cup (0,75; 1,5)$ .  
 4.  $(-\frac{1}{2}; 0) \cup [\frac{3}{5}; \frac{2}{3}) \cup (\frac{3}{4}; 1) \cup (1; 2)$ . 5.  $[-\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}) \cup (1; 3]$ . 6.  $(0; 1]$ . 7.  $(-0,4; 11,6]$ .  
 8.  $(-\infty; -8,5) \cup [5; +\infty)$ . 9.  $[-11; -5) \cup (1; 7]$ . 10.  $[-10; -2) \cup (3; 16]$ .

**Задачи на повторение.** 1. 536 800. 2. 18 3. 10.

**Работа 55**

1.  $[-\frac{1}{7}; \frac{1}{7}]$ . 2.  $(-4,5; -3,5) \cup (-0,5; 0,5)$ . 3.  $(-1,4; 0) \cup (0; 1)$ .  
 4.  $(-\infty; -5) \cup (-5; -4) \cup \{-3\} \cup [-2; -1) \cup (-1; +\infty)$ . 5.  $[-7; -1] \cup \{1; 4; 7\}$ . 6.  $[-3; 0]$ .  
 7.  $(-\infty; 4]$ . 8.  $[-3; 1]$ . 9.  $(0; 0,5) \cup [8; +\infty)$ . 10.  $(1; 10)$ . 11.  $(0; 0,01) \cup \{1\} \cup (100; +\infty)$ .  
 12.  $[\frac{1}{27}; 1) \cup [3; 27)$ .

**Задачи на повторение.** 1. 70. 2. 8. 3. 11.

**Работа 56**

1.  $(-3; -1]$ . 2.  $(-\infty; 0] \cup (\log_3 2; 1)$ . 3.  $\{0\} \cup (\log_3 2; 1)$ . 4.  $(-\infty; \log_3 0,6] \cup \{0\} \cup [1; +\infty)$ .  
 5.  $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}; -1] \cup \{0\} \cup [1; \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$ . 6.  $\{1\} \cup (3; \log_2 9]$ . 7.  $\{2\} \cup (4; 8)$ .  
 8.  $(-27; -18\sqrt{2}] \cup \{0\} \cup [18\sqrt{2}; 27)$ . 9.  $[\frac{1}{2}; 1) \cup [512; +\infty)$ . 10.  $[\frac{1}{27}; \frac{1}{3}] \cup [3; 27]$ . 11.  $(\frac{1}{16}; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{2}; 2)$ .  
 12.  $(0; \frac{1}{64}) \cup (\frac{1}{64}; \frac{1}{32}] \cup \{\frac{1}{8}\} \cup [\frac{1}{2}; 1) \cup (1; +\infty)$ .

**Задачи на повторение.** 1. 3000. 2. 40. 3. 4.



**Работа 57**

1.  $[6; 8] \cup \{9\}$ . 2.  $\left\{-1; \frac{3}{2}\right\} \cup [5; +\infty)$ . 3.  $(-1; 5)$ . 4.  $(-\infty; -9) \cup \{1, 2\} \cup [8, 5; 9)$ .  
5.  $(-\infty; -\frac{4}{3}) \cup (-\frac{4}{3}; -\frac{6}{5}) \cup (-\frac{10}{9}; +\infty)$ . 6.  $(-\infty; 2] \cup (5; 9)$ . 7.  $(-\infty; -13) \cup \{-7\} \cup (-1; +\infty)$ .  
8.  $\{1\} \cup (2; 3)$ . 9.  $(0, 1; 10]$ . 10.  $(\frac{1}{6}; 1) \cup (14; +\infty)$ .

**Работа 58**

1.  $(-\infty; -1] \cup \{1\}$ . 2.  $\left\{-1; -\frac{1}{3}\right\} \cup \left[\frac{1}{3}; 1\right]$ . 3.  $[0; 4) \cup \{5\}$ . 4.  $(-\infty; -5] \cup \{0\} \cup [1; 5)$ .  
5.  $\{-6; -2\} \cup (-5, 5; -5]$ . 6.  $\{-1\} \cup [1; 3, 5]$ . 7.  $\left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup [16; +\infty)$ . 8.  $(0; 2) \cup (10; 12)$ .  
9.  $(1; 2) \cup (2; 2, 5] \cup (3; +\infty)$ . 10.  $(2; 3)$ .

# СОДЕРЖАНИЕ

## ЧАСТЬ 1

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Предисловие . . . . . | 3 |
|-----------------------|---|

### Модуль «Алгебра»

|  |    |
|--|----|
| 1. Вычисления и преобразования . . . . .   | 4  |
| Формулы сокращённого умножения. Преобразование рациональных алгебраических выражений . . . . .                 | 4  |
| Арифметические действия с корнями и иррациональными выражениями . . . . .                                      | 7  |
| Основные формулы тригонометрии. Вычисление значений тригонометрических выражений . . . . .                     | 10 |
| Понятие и свойства степени с действительным показателем. Вычисление значений показательных выражений . . . . . | 13 |
| Понятие логарифма. Свойства логарифмов. Вычисление значений логарифмических выражений . . . . .                | 16 |
| Вычисления и преобразования по данным формулам. Подготовительные задачи . . . . .                              | 18 |
| Вычисления и преобразования по данным формулам. Более сложные задачи . . . . .                                 | 21 |
| Повторение и обобщение. Решение задач . . . . .  | 25 |
| 2. Уравнения . . . . .   | 28 |
| Линейные и квадратные уравнения . . . . .  | 28 |
| Дробно-рациональные уравнения . . . . .  | 30 |
| Простейшие иррациональные уравнения . . . . .  | 32 |
| Простейшие показательные уравнения . . . . .   | 34 |
| Простейшие логарифмические уравнения . . . . .   | 35 |
| Простейшие тригонометрические уравнения . . . . .  | 37 |
| Более сложные тригонометрические уравнения . . . . .   | 39 |
| Повторение и обобщение. Решение задач . . . . .  | 42 |
| 3. Текстовые задачи . . . . .  | 46 |
| Задачи на проценты, части, доли . . . . .  | 46 |
| Задачи на концентрацию, смеси, сплавы . . . . .  | 49 |
| Задачи на движение. Совместное движение . . . . .  | 51 |
| Задачи на движение. Движение протяжённых тел. Движение по воде. Средняя скорость . . . . .                     | 56 |
| Задачи на производительность . . . . .   | 60 |
| Повторение и обобщение. Решение задач . . . . .  | 64 |
| Задачи на делимость. Текстовые задачи с целочисленными неизвестными . . . . .                                  | 67 |
| 4. Неравенства . . . . .   | 71 |
| Основные понятия и факты . . . . .   | 71 |
| Метод интервалов . . . . .   | 75 |
| Метод знакождественных множителей . . . . .  | 78 |
| Решение логарифмических неравенств с переменным основанием методом знакождественных множителей . . . . .       | 81 |
| Метод введения новой переменной . . . . .  | 85 |
| Повторение и обобщение. Решение задач . . . . .  | 89 |
| Ответы . . . . .   | 92 |

## ЧАСТЬ 2

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Предисловие . . . . . | 3 |
|-----------------------|---|

### Модуль «Базовые навыки»

|  |    |
|--|----|
| Чтение графиков и диаграмм реальных зависимостей . . . . . | 4  |
| Арифметические действия с целыми числами . . . . .         | 4  |
| Арифметические действия с дробями . . . . .                | 16 |

|   |    |
|---|----|
| Арифметические действия со степенями  | 19 |
| Перевод (конвертация) единиц измерений, сравнение величин, прикидка и оценка, соответствия между величинами и их значениями | 22 |
| Практические арифметические задачи с текстовым условием   | 26 |
| Понятие вероятности. Практические задачи на вычисление вероятностей   | 29 |
| Простейшие правила и формулы вычисления вероятностей  | 32 |
| Повторение и обобщение. Решение задач   | 36 |

## Модуль «Функции»

|   |     |
|---|-----|
| <b>1. Функция и график функции</b>  | 39  |
| Функция. График функции. Возрастание, убывание, точки максимума, минимума, наибольшие, наименьшие значения функции. Чтение графиков функций   | 39  |
| Графики тригонометрических функций  | 42  |
| График показательной функции  | 47  |
| График логарифмической функции  | 50  |
| Повторение и обобщение. Решение задач   | 54  |
| <b>2. Понятие производной функции. Связь между графиком функции и графиком её производной</b>   | 60  |
| Прямая. Угловой коэффициент прямой. График линейной функции   | 60  |
| Понятие касательной к графику функции. Связь между знаком углового коэффициента касательной и монотонностью функции. Связь между угловым коэффициентом касательной и точками экстремума функции | 64  |
| Понятие производной. Производная как угловой коэффициент касательной  | 69  |
| Чтение свойств производной функции по графику этой функции. Чтение свойств графика функции по графику производной этой функции  | 74  |
| Повторение и обобщение. Решение задач   | 78  |
| <b>3. Применение производной к исследованию функций</b>   | 83  |
| Вычисление производных  | 83  |
| Применение производной к исследованию целых рациональных функций  | 85  |
| Применение производной к исследованию дробно-рациональных функций   | 88  |
| Применение производной к исследованию иррациональных функций  | 90  |
| Применение производной к исследованию тригонометрических функций  | 92  |
| Применение производной к исследованию показательной функции   | 95  |
| Применение производной к исследованию логарифмической функции   | 97  |
| Повторение и обобщение. Решение задач   | 99  |
| <b>4. Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств</b>   | 101 |
| Применение свойств монотонных функций   | 101 |
| Применение свойств ограниченных функций   | 104 |
| Инвариантность  | 106 |
| Метод областей  | 109 |
| Графические интерпретации   | 113 |
| Функционально-геометрические интерпретации  | 117 |
| Повторение и обобщение. Решение задач   | 120 |
| <b>Ответы</b>   | 122 |

## ЧАСТЬ 3

|                    |   |
|--------------------|---|
| <b>Предисловие</b> | 4 |
|--------------------|---|

## Модуль «Геометрия»

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| <b>1. Планиметрия</b>            | 4  |
| Треугольник                      | 4  |
| Параллелограмм                   | 7  |
| Прямоугольник, квадрат, ромб     | 11 |
| Трапеция                         | 15 |
| Окружность и круг                | 18 |
| Вписанные и описанные окружности | 23 |
| Геометрия на клетчатой бумаге    | 27 |

|   |           |
|---|-----------|
| Простейшие задачи в координатах . . . . .   | 32        |
| Повторение и обобщение. Решение задач . . . . .   | 35        |
| <b>2. Стереометрия . . . . .</b>  | <b>38</b> |
| Пирамида, её элементы. Правильная пирамида, её элементы. Правильная<br>треугольная пирамида . . . . . | 38        |
| Правильная четырёхугольная пирамида. Правильная шестиугольная пира-<br>мида . . . . .                 | 40        |
| Пирамида. Площади и объёмы . . . . .  | 43        |
| Призма, её элементы. Прямая призма. Правильная призма. Правильная<br>треугольная призма . . . . .     | 46        |
| Параллелепипед, его элементы. Прямоугольный параллелепипед. Куб . . . .                               | 49        |
| Площадь поверхности призмы. Объём призмы . . . . .  | 52        |
| Сфера и шар, их элементы. Площадь сферы и объём шара . . . . .  | 54        |
| Цилиндр, его элементы. Площадь поверхности цилиндра . . . . .   | 57        |
| Конус, его элементы. Площадь поверхности конуса . . . . .   | 59        |
| Объём цилиндра и объём конуса . . . . .   | 62        |
| Изменение площади и объёма фигуры при изменении её элементов . . . . .                                | 64        |
| Повторение и обобщение. Решение задач . . . . .   | 67        |
| <b>Диагностические работы . . . . .</b>   | <b>69</b> |
| I. Диагностические работы (задания 1—13 ЕГЭ) . . . . .  | 69        |
| II. Диагностические работы (задания 13—19 ЕГЭ) . . . . .  | 77        |
| III. Диагностические работы (задания 1—19 ЕГЭ) . . . . .  | 81        |
| <b>Ответы . . . . .</b>   | <b>96</b> |



b5df1f8e-71fe-11e7-9411-0050569c7d18

Учебное издание

**Яценко Иван Валерьевич**  
**Шестаков Сергей Алексеевич**

**Я сдам ЕГЭ!**

**Математика**

**Типовые задания**

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Профильный уровень

В трёх частях

**Часть 1. Алгебра**

Центр естественно-математического образования

Редакция математики и информатики

Заведующий редакцией математики и информатики *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *Л. В. Кузнецова*

Дизайн *А. Г. Бушина*

Компьютерная графика *С. А. Крутикова, Н. А. Артемьевой*

Компьютерная вёрстка и техническое редактирование *И. А. Аристовой*

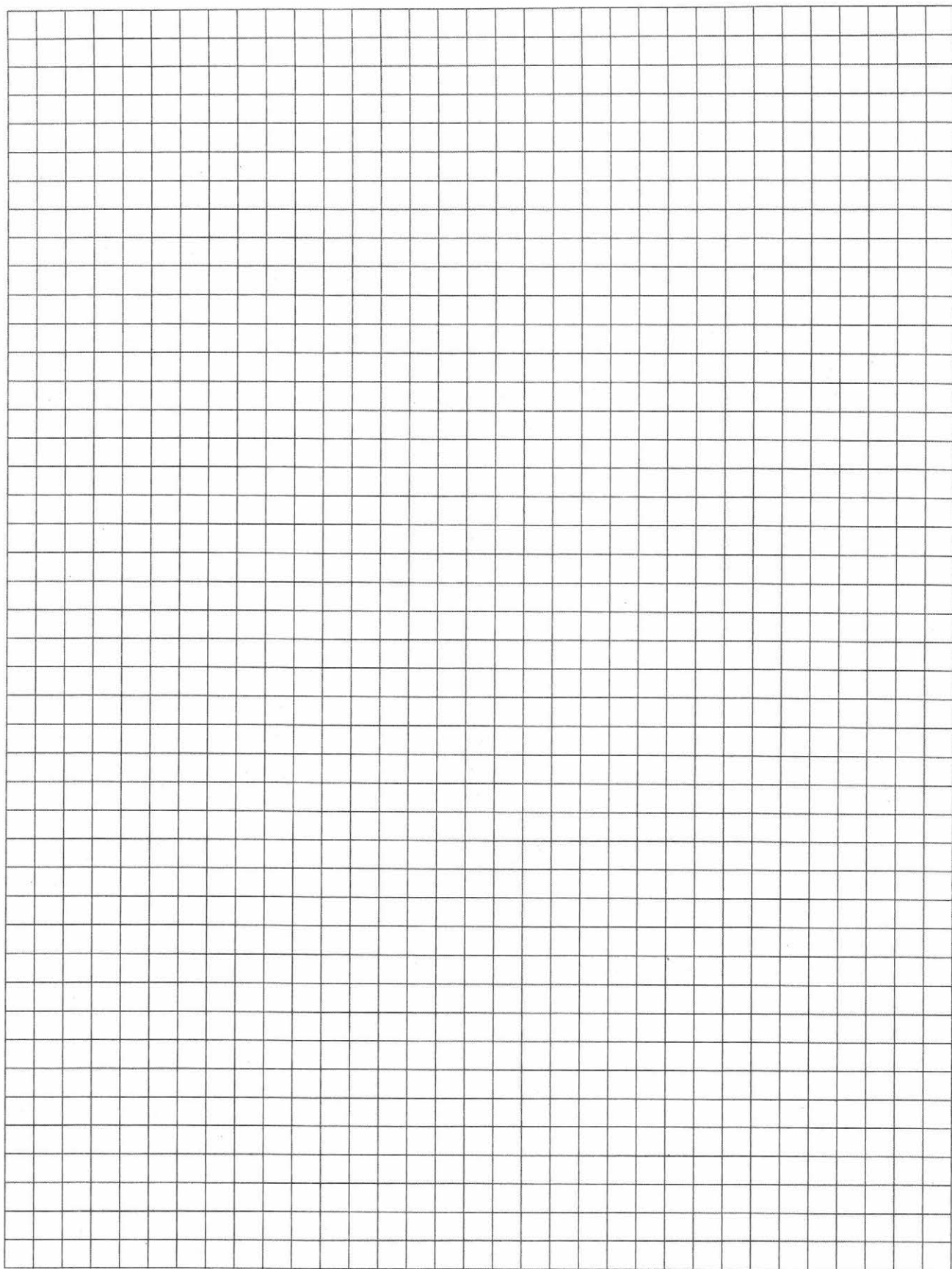
Корректоры *Е. В. Аратова, Н. В. Белозёрова, Е. А. Воеводина, Н. А. Ерохина, Н. В. Игошева,*  
*Г. Н. Смирнова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 28.08.17. Формат 84×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага типографская. Гарнитура SchoolBookCSanPin. Печать офсетная. Тираж 30 000 экз. Заказ № 50032.

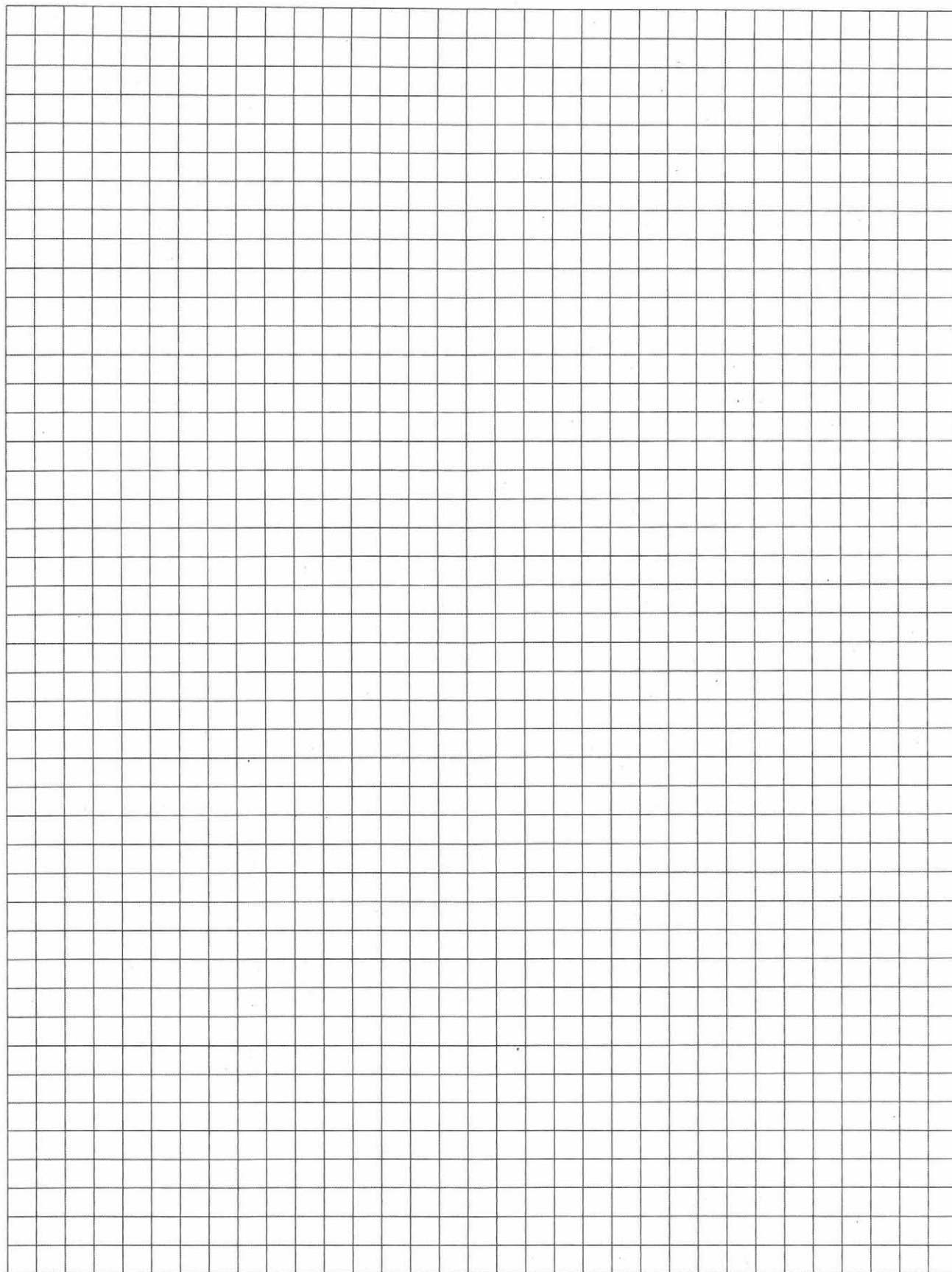
Акционерное общество «Издательство «Просвещение».  
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд»  
в филиале «Смоленский полиграфический комбинат» ОАО «Издательство «Высшая школа».  
214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, 1. Тел.: +7(4812) 31-11-96. Факс: +7(4812) 31-31-70.  
E-mail: spk@smolpk.ru <http://www.smolpk.ru>

## Для заметок

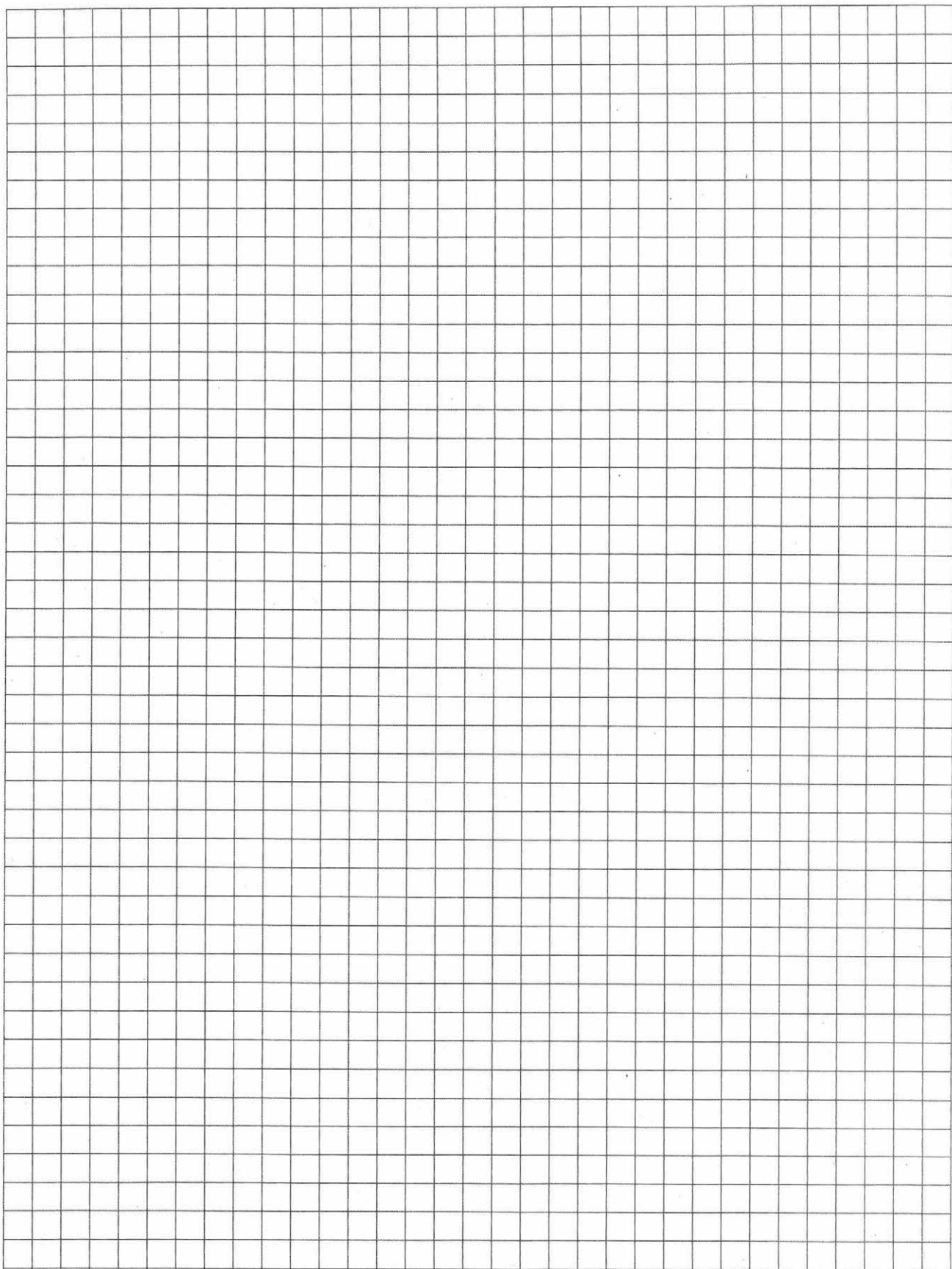


## Для заметок

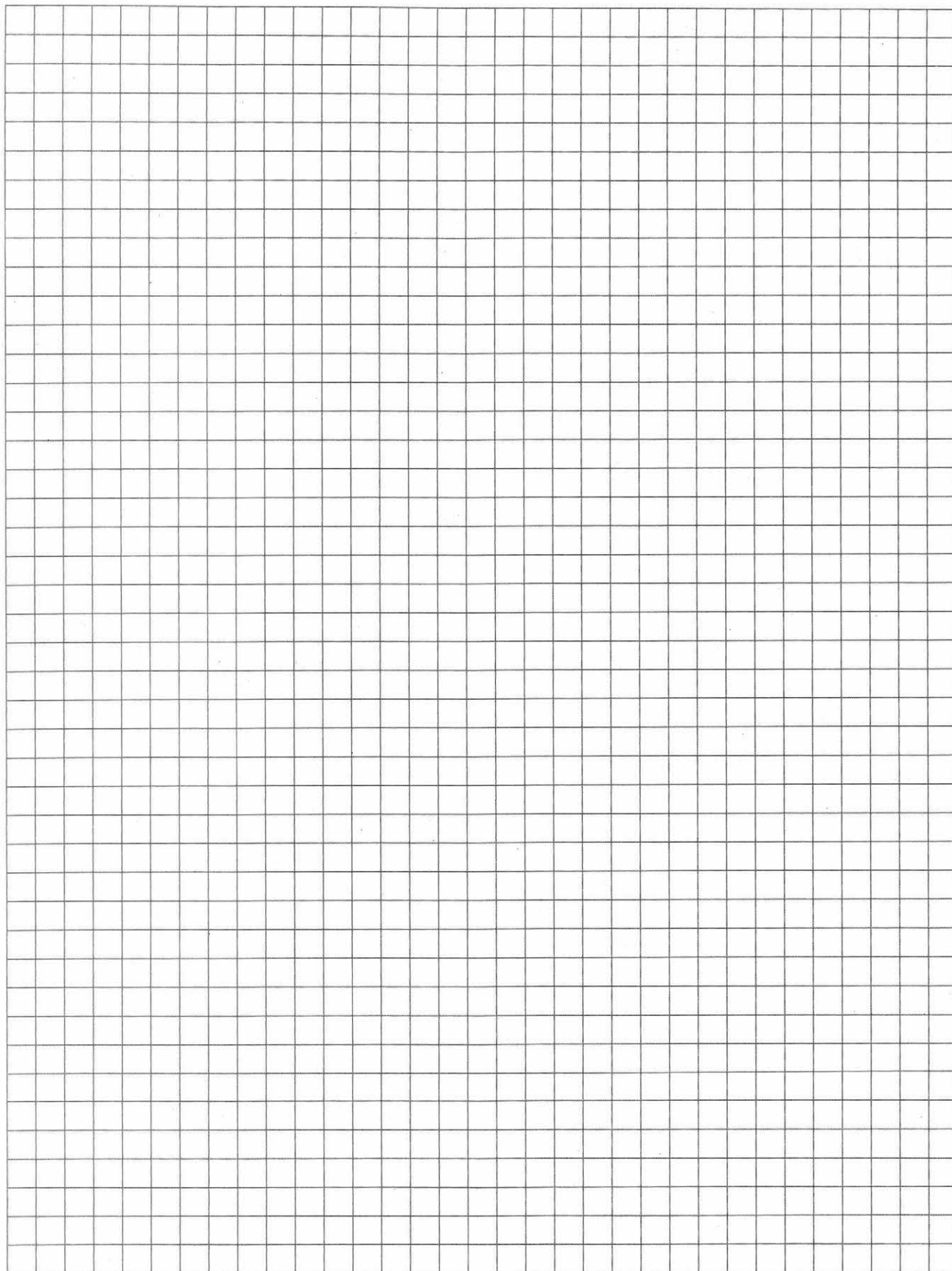




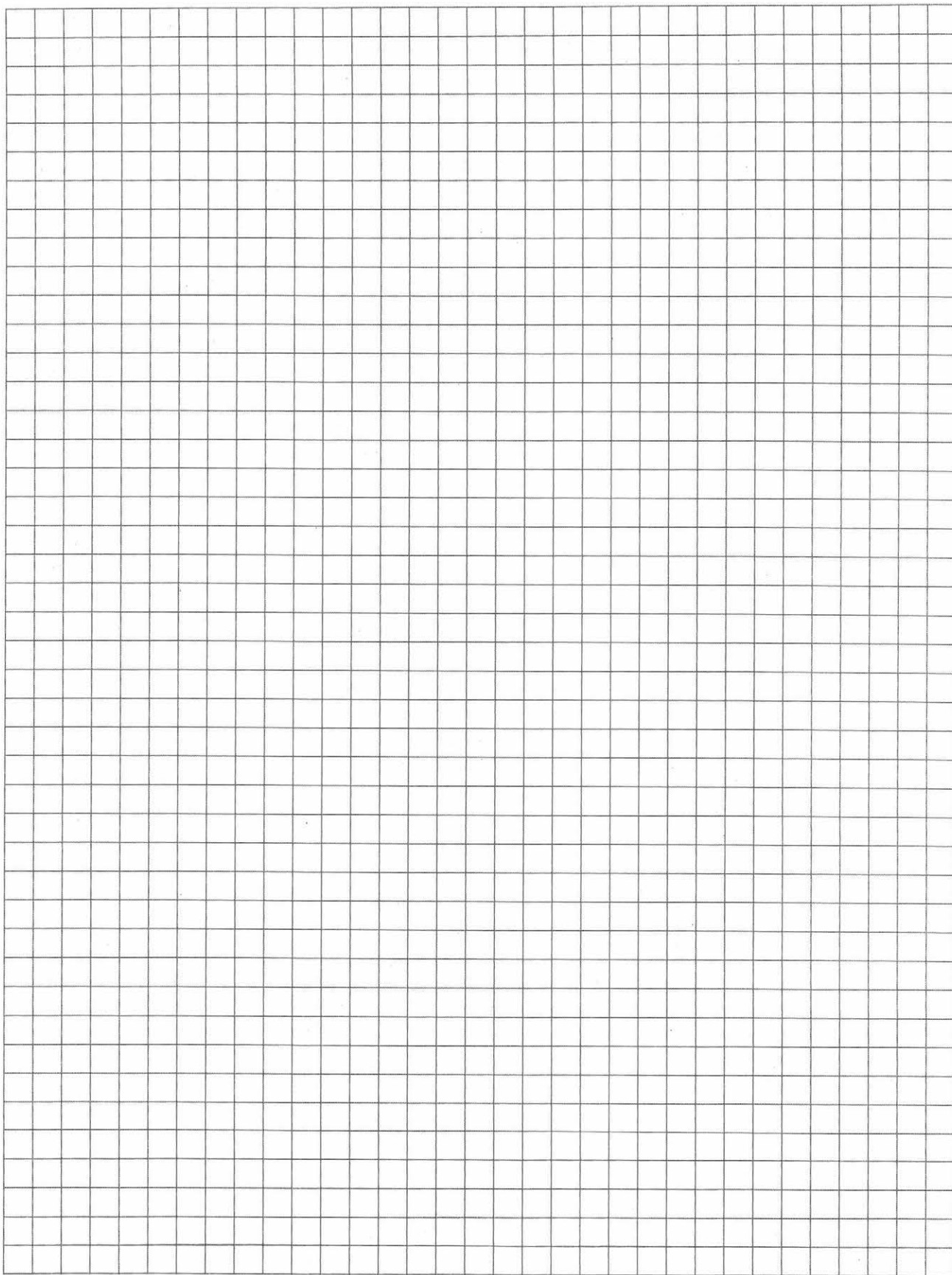
## Для заметок



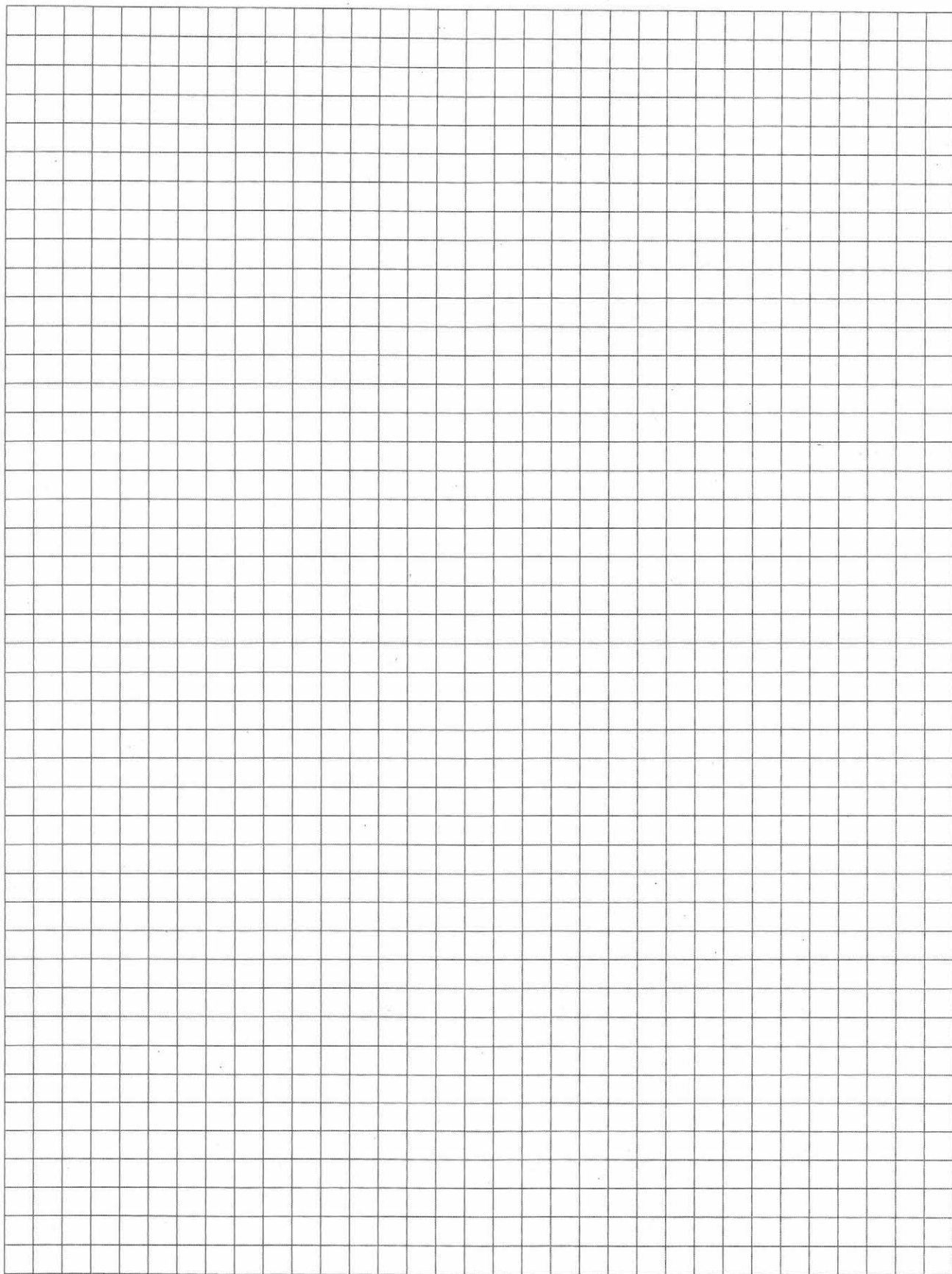
## Для заметок



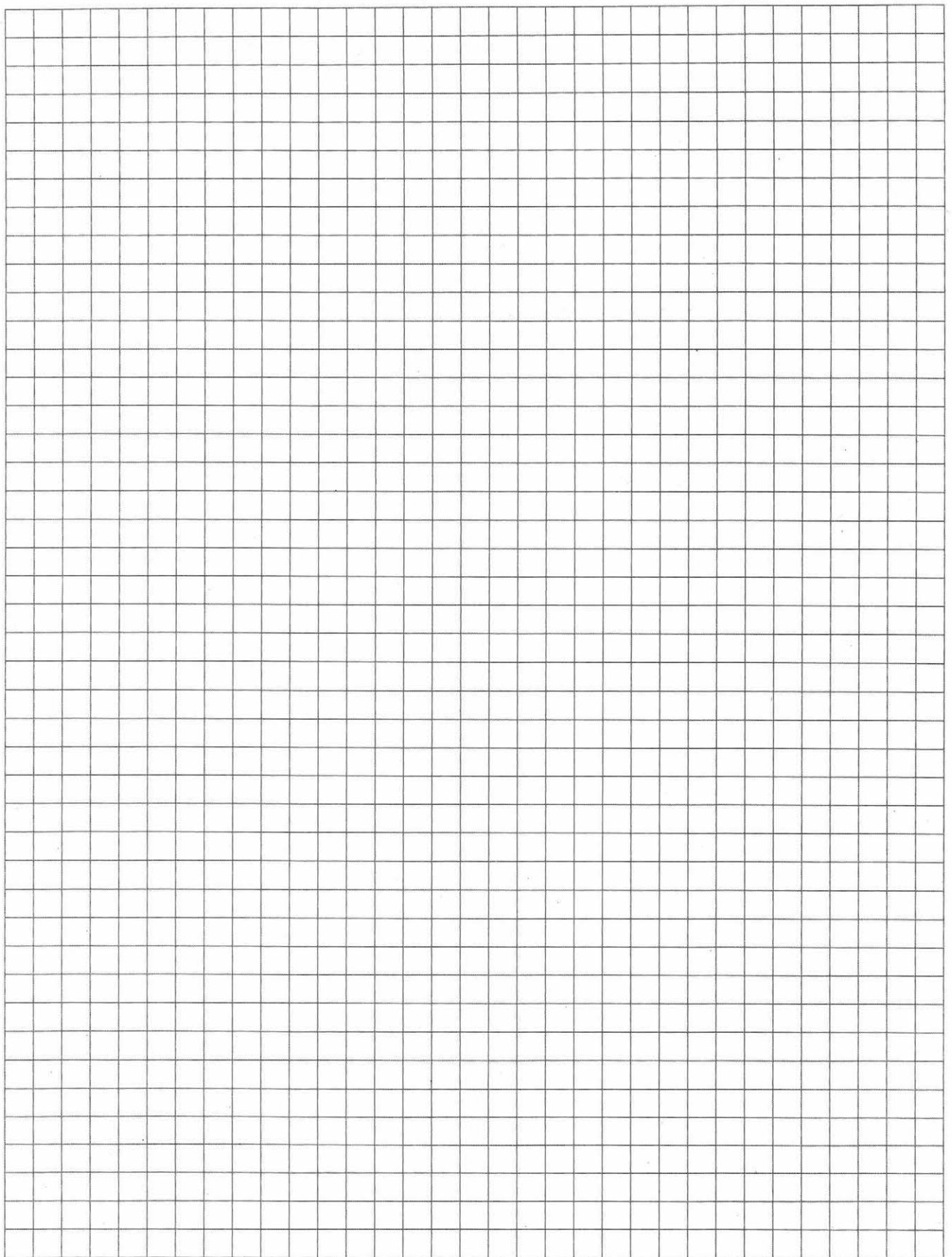
## Для заметок



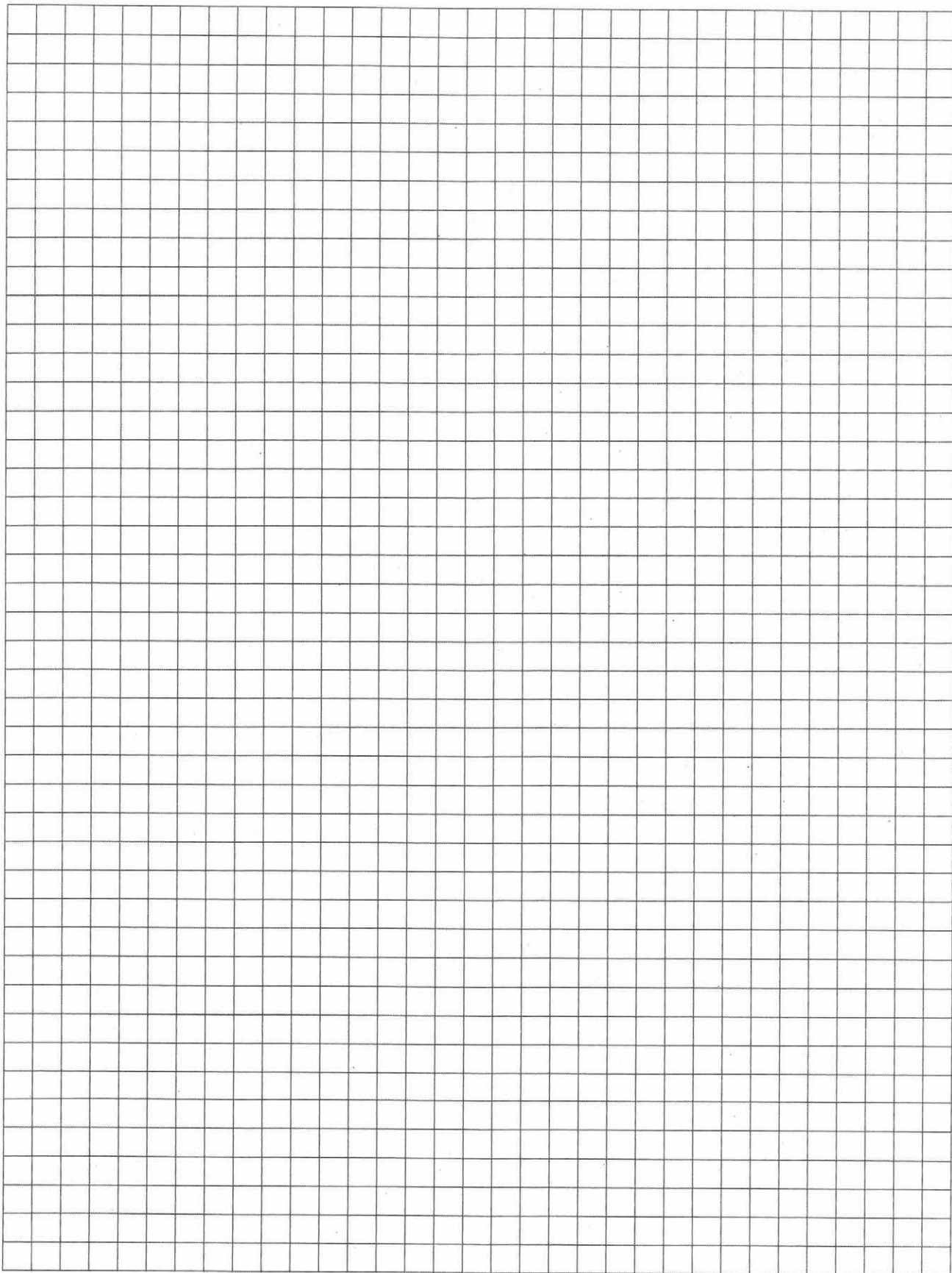
## Для заметок



## Для заметок

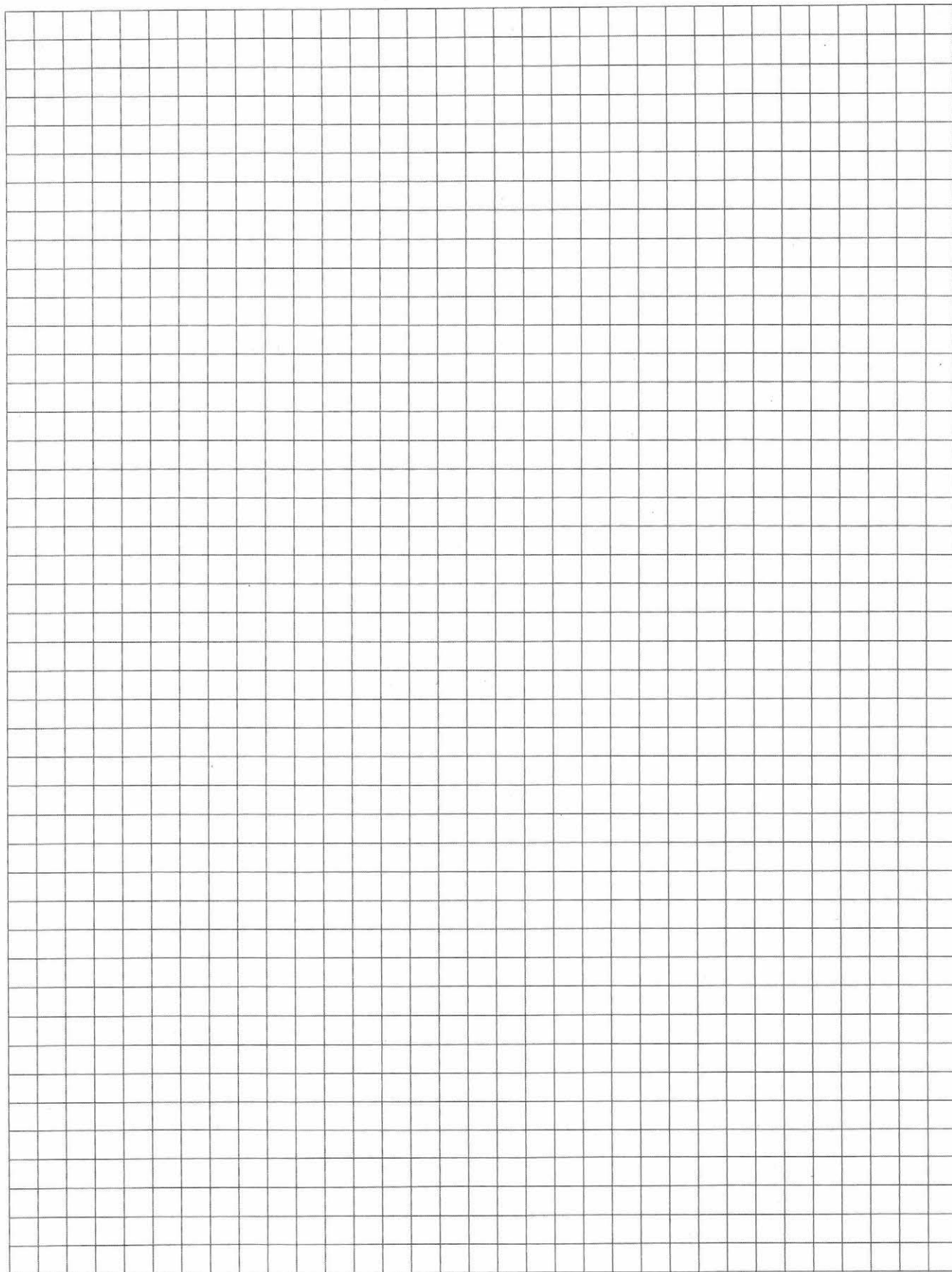


## Для заметок

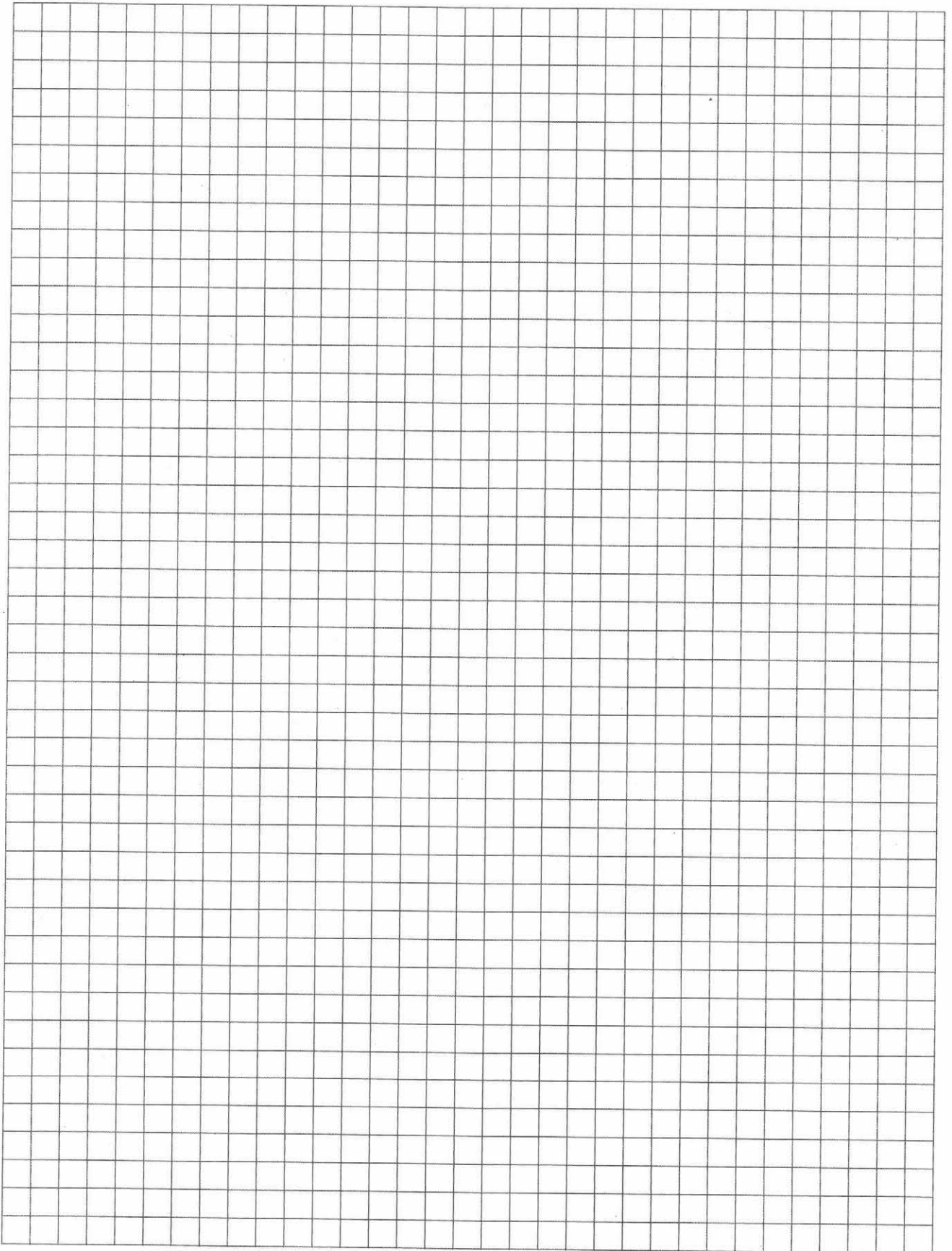




## Для заметок



## Для заметок





## Для заметок

