

ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

ЕГЭ-2017



Под редакцией И.В. ЯЩЕНКО

МАТЕМАТИКА

**30 ТРЕНИРОВОЧНЫХ ВАРИАНТОВ
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ РАБОТ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ
К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ
ЭКЗАМЕНУ**



**ПРОФИЛЬНЫЙ
УРОВЕНЬ**

**ЕГЭ – ШКОЛЬНИКАМ
И УЧИТЕЛЯМ**

**НОВЫЕ!
ИЗДАНИЕ!**

ЕГЭ-2017

МАТЕМАТИКА

30

**ТРЕНИРОВОЧНЫХ ВАРИАНТОВ
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ РАБОТ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ
К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ**

Профильный уровень

Под редакцией И.В. Ященко

УДК 373:51
ББК 22.1я721
Е28

Коллектив авторов

Общая редакция
И.В. Яценко

**ЕГЭ-2017 : Математика : 30 тренировочных вариантов
Е28 экзаменационных работ для подготовки к единому госу-
дарственному экзамену : профильный уровень / под ред.
И.В. Яценко. — Москва: АСТ, 2017. — 135, [1] с. — (ЕГЭ-
2017. Большой сборник тренировочных вариантов).**

ISBN 978-5-17-096682-0

УДК 373:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-17-096682-0

© НОУ «Московский Центр непрерывного
математического образования», (МЦНМО), 2016
© ООО «Издательство АСТ», 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4	Вариант 16	66
Инструкция по выполнению экзаменационной работы	5	Вариант 17	70
Варианты тренировочных работ	6	Вариант 18	74
Вариант 1	6	Вариант 19	78
Вариант 2	10	Вариант 20	82
Вариант 3	14	Вариант 21	86
Вариант 4	18	Вариант 22	90
Вариант 5	22	Вариант 23	94
Вариант 6	26	Вариант 24	98
Вариант 7	30	Вариант 25	102
Вариант 8	34	Вариант 26	106
Вариант 9	38	Вариант 27	110
Вариант 10	42	Вариант 28	114
Вариант 11	46	Вариант 29	118
Вариант 12	50	Вариант 30	122
Вариант 13	54	Ответы	126
Вариант 14	58	Образец экзаменационных бланков	132
Вариант 15	62		

ПРЕДИСЛОВИЕ

Уважаемый старшеклассник. Этот сборник предназначен для подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня в 2017 году.

Сборник содержит 30 типовых вариантов экзаменационных работ, составленных в соответствии с демонстрационным вариантом и спецификацией 2016 года с учётом проекта изменений на 2017 год.

Часть вариантов разработана на основе вариантов, использовавшихся на экзамене в прошлые годы. Первая часть экзаменационной работы состоит из 8 заданий с кратким ответом, а вторая часть — из 4 заданий с кратким и 7 заданий с развёрнутым ответом.

С 2015 года экзамен по математике стал двухуровневым. Экзамен профильного уровня рассчитан на выпускников, которым математика необходима для поступления в вуз. Для того чтобы эффективно пользоваться сборником, необходимо сначала определить собственную цель на ЕГЭ по математике.

1. Если Вам не нужны результаты ЕГЭ по математике для поступления в вуз, рекомендуем Вам обратить внимание на экзамен по математике базового уровня, сборник вариантов по которому представлен нашим издательством и также состоит из 30 вариантов.

2. Если Вам нужно сдать профильный экзамен по математике на минимально необходимый балл, сосредоточьте свои усилия на заданиях 1–9. Они не требуют обширных математических знаний; значительная часть этих заданий имеет практическую направленность — их можно решить, опираясь лишь на здравый смысл, базовые геометрические представления и умение считать. Сюжеты этих задач взяты из повседневной жизни — это задачи на расчёт скидок или оплаты за коммунальные услуги, расчёт площади на масштабной бумаге и т.п. Задача номер 5 требует умения вычислять вероятности простейших событий и также в основном опирается на общие естественные представления.

В процессе тренировки следует добиться устойчивых результатов и полного понимания смысла математических действий, которые Вы производите. Как только этот уровень будет достигнут, можно попробовать свои силы в решении более сложных задач — задач 9–12 из второй части. Некоторые из этих заданий также можно решить без формул.

3. Ваша задача — поступление в высшее учебное заведение, в котором математика является профильным экзаменом и требуется набрать максимально высокий балл. В таком случае Ваш экзамен состоит из всех заданий первой и второй части.

После того, как почувствуете себя уверенно, решая задания с кратким ответом, обратите внимание на задания 13–15. Не только потому, что они первые по списку — они требуют внимательного выполнения изученных в школе алгоритмов и менее трудоёмкие, чем задания 16 и 17.

4. Если Вы планируете продолжать математическое образование, Вам требуется высокий балл для того, чтобы подтвердить хорошее знание математики и свою конкурентоспособность. Тогда Вам нужно уметь решать все задания экзамена. Сразу скажем, что решить абсолютно все задания за отведённое время очень трудно. Но этого и не требуется. Экзамен составлен таким образом, что можно получить некоторое число баллов за задания 18 и 19, если внимательно разобраться в условиях и требованиях задачи и сделать осмысленные шаги на пути к решению. Например, иногда удаётся обоснованно ответить на один или два пункта в задании 19, не решив задачу полностью.

Но даже и в том случае, когда Ваша цель — последние задания экзамена, не забывайте про задачи первой части. Очень часто наиболее сильные участники экзамена, стремясь как можно скорее заняться сложными и интересными задачами второй части, допускают обидные ошибки в простых задачах с кратким ответом. Наш совет — внимательно проверьте свои решения простых задач, прежде чем погружаться в решение сложных.

В конце пособия даны ответы для проверки решений.

Желаем успеха!

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ

ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

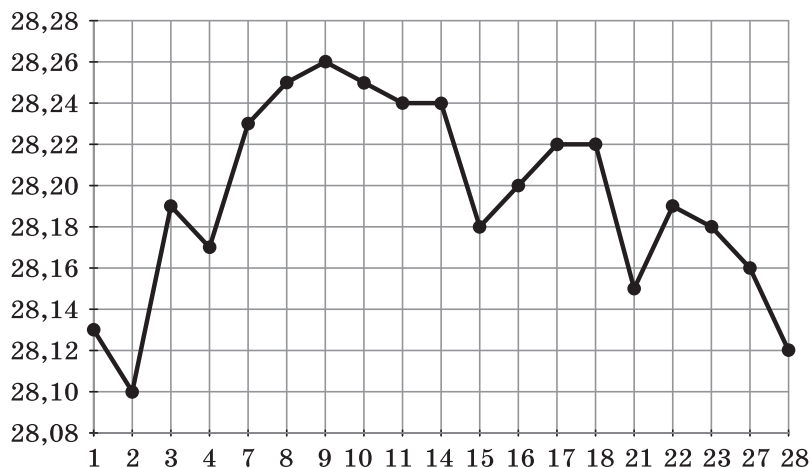
1

Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 6% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

Ответ: _____.

2

На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.

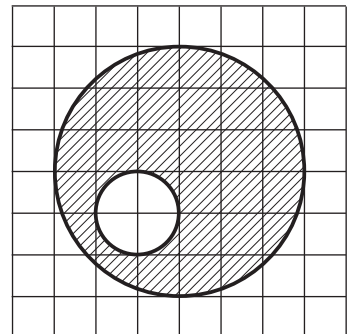


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

Ответ: _____.



4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет все три раза.

Ответ: _____ .

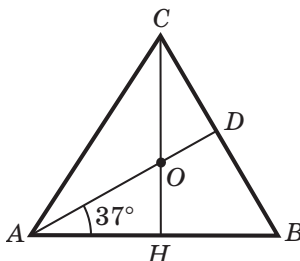
5

Найдите корень уравнения $\log_3(1 - 5x) = 4$.

Ответ: _____ .

6

В треугольнике ABC CH — высота, AD — биссектриса, O — точка пересечения прямых CH и AD , угол BAD равен 37° . Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.

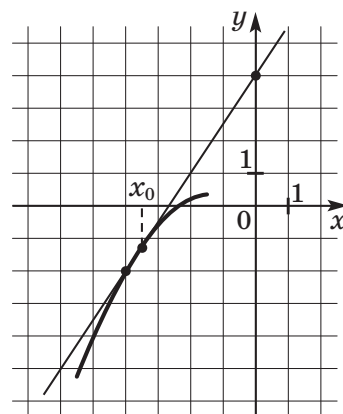


Ответ: _____ .

7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

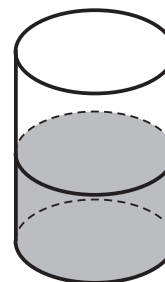
Ответ: _____ .



8

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 192 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____ .



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите $30\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,4$.

Ответ: _____.

10

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 313,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

11

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 32 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 48 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 20x^2 + 100x + 17$ на отрезке $[-13; -9,5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.**14**

Радиус основания конуса равен 6, а высота конуса равна 8. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна 4.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

15

Решите неравенство $\log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x+7}{(x+1)^3} \leq -2$.

16

Медианы AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P .

а) Докажите, что $CP = AB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AC = 3$ и $BC = 4$.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

18

Найдите все a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{a - 4\sin^4 x} = \cos^2 x$ имеет решение.

19

Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых не содержит цифр 8 и 9.

а) Может ли в такой прогрессии быть 6 членов?

б) Докажите, что число её членов меньше 70.

в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 32.

г) Приведите пример такой прогрессии с 32 членами.

ВАРИАНТ 2

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

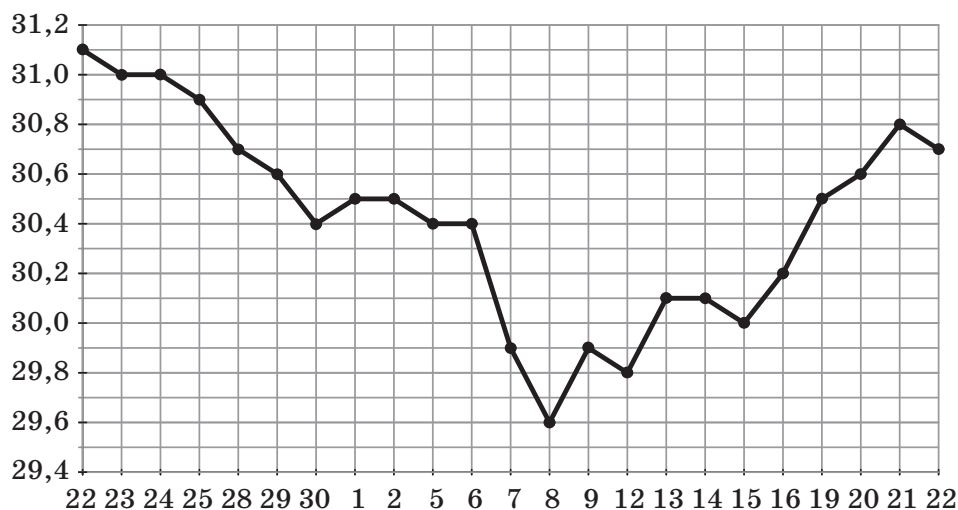
Часть 1**1**

В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 20% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 4200 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

2

На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.

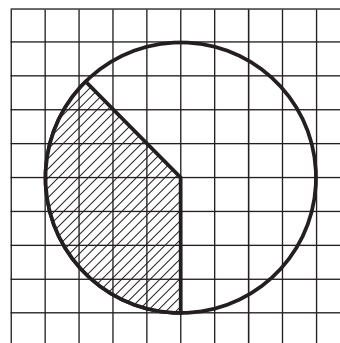


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 48. Найдите площадь заштрихованного сектора.

Ответ: _____.



4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза.

Ответ: _____.

5

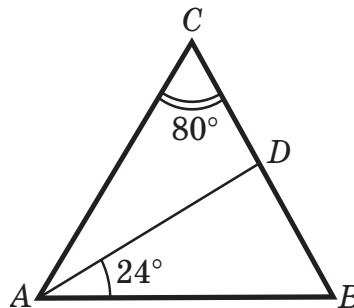
Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{4x+32}{7}} = 6$.

Ответ: _____.

6

В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 80° , угол BAD равен 24° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.

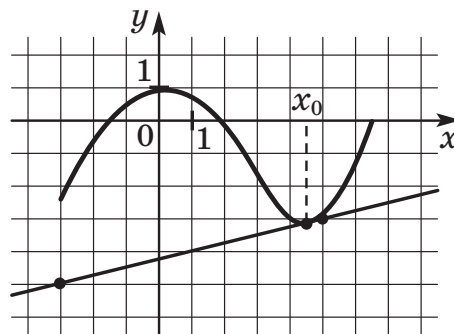
Ответ: _____.



7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

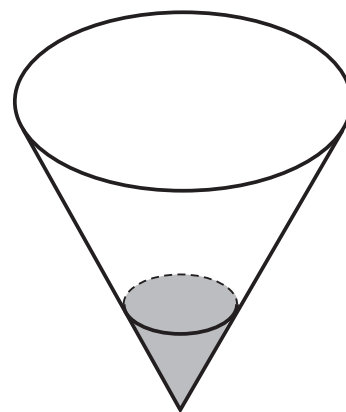
Ответ: _____.



8

В сосуд в виде конуса налита жидкость до $\frac{1}{3}$ высоты. Объем налитой жидкости 16 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите $-13\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,1$.

Ответ: _____.

10

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 184$ мг. Период его полураспада $T = 7$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг?

Ответ: _____.

11

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 14 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 99 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 50 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ на отрезке $[1; 14]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $(36^{\cos x})^{\sin x} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\sqrt{2} \sin x}$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.**14**

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 3, точка M — середина ребра AC , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении 2:1, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что плоскость MSF перпендикулярна ребру AC .б) Найдите угол между плоскостью MCF и плоскостью ABC .**15**Решите неравенство $\log_{1+\frac{x}{2}}(x+7) \cdot \log_{0,5x+1} \frac{x+7}{\left(\frac{x}{2}+1\right)^3} \leq -2$.

16 Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 30$.

17 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,5 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

18 Найдите все a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{a - 9\cos^4 x} = \sin^2 x$ имеет решение.

19 Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых не содержит цифры 9.

а) Может ли в такой прогрессии быть 10 членов?

б) Докажите, что число её членов меньше 100.

в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 72.

г) Приведите пример такой прогрессии с 72 членами.

ВАРИАНТ 3

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

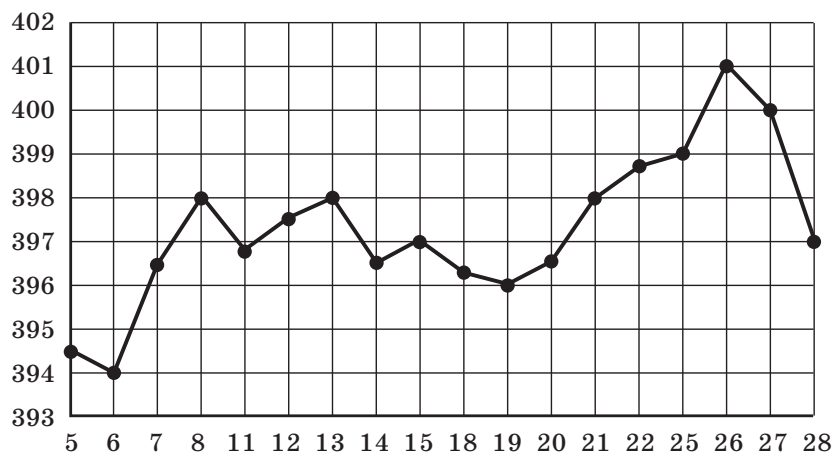
Часть 1**1**

Теплоход рассчитан на 650 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Ответ: _____.

2

На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).

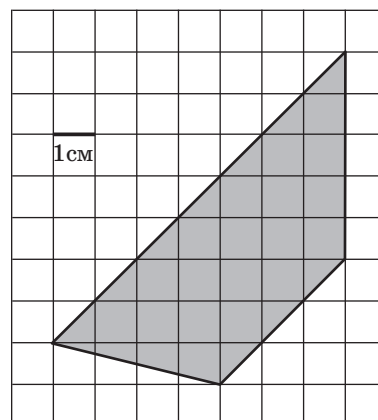


Ответ: _____.

3

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

В классе 21 шестиклассник, среди них два друга — Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в одной и той же группе.

Ответ: _____.

5

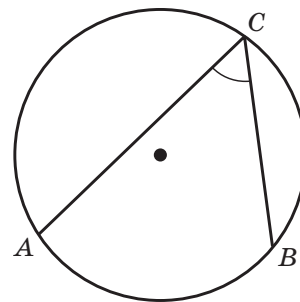
Найдите корень уравнения $\log_2(7 - x) = 5$.

Ответ: _____.

6

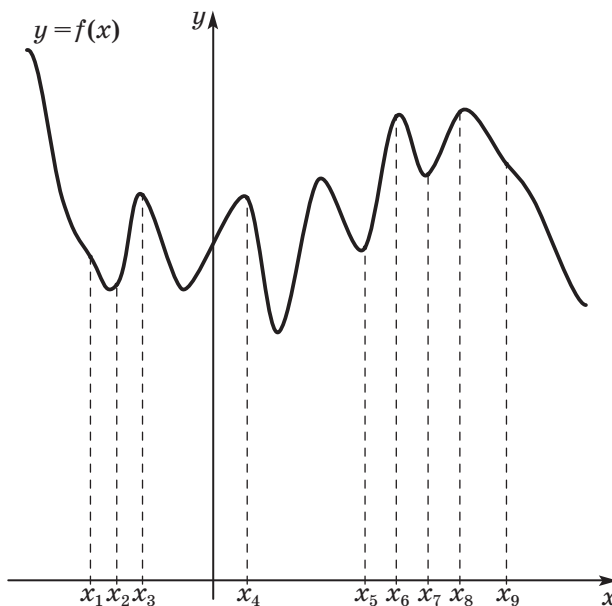
На окружности отмечены точки A , B и C . Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 130° . Дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 72° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



7

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____.

8

Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ответ: _____.

10

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада изотопа. В начальный момент масса изотопа $m_0 = 80$ мг. Период полураспада $T = 3$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равна 10 мг?

Ответ: _____.

11

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 12 рабочих, а во второй — 21 рабочий. Через 10 дней после начала работы в первую бригаду перешли 12 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^3 + 4x^2 + 4x + 3$$

на отрезке $[-13; -1,5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $2\sin^3 x - 2\sin x + \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$$

14

Точка E — середина ребра AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Докажите, что сечение куба плоскостью DEB_1 является ромбом.

б) Найдите угол между прямыми DE и BD_1 .

15

Решите неравенство $\frac{30 \cdot 5^{x+3} - 0,2^{x+1}}{5^{3-x} - 25^{1-x}} \geq 5^{x-3}$.

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что MK параллельно AC .

б) Найдите площадь треугольника KBM , если известно, что $AC = 10$, $BC = 6$, $AB = 8$.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 933 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования?

18

Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$8x^6 + (a - |x|)^3 + 2x^2 - |x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

19

В ряд выписаны числа: $1^2, 2^2, \dots, (N-1)^2, N^2$. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «-» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

а) 12, если $N = 12$?

б) 0, если $N = 70$?

в) 0, если $N = 48$?

г) -3, если $N = 90$?

ВАРИАНТ 4

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

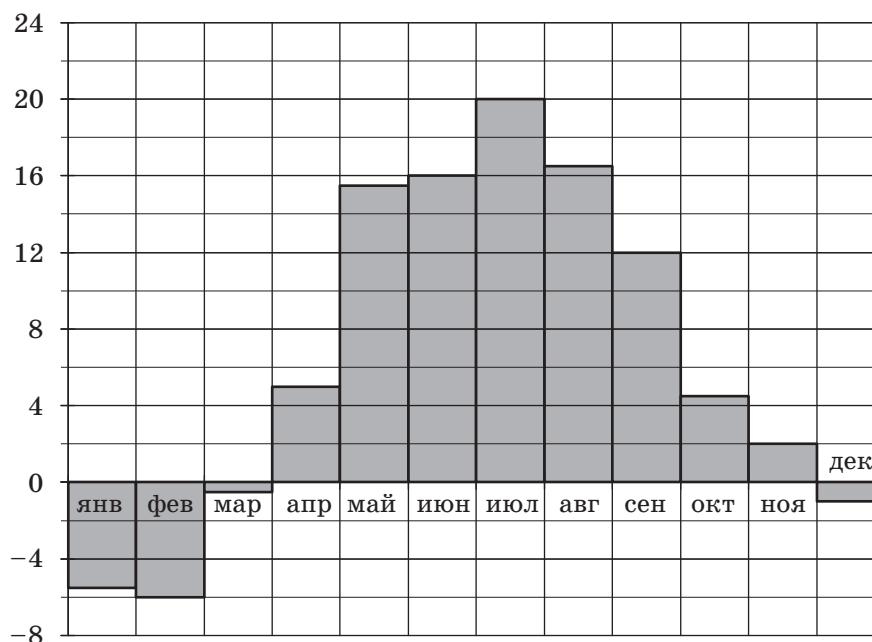
Часть 1**1**

Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3900 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1200 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 900 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была положительной в 2003 году.

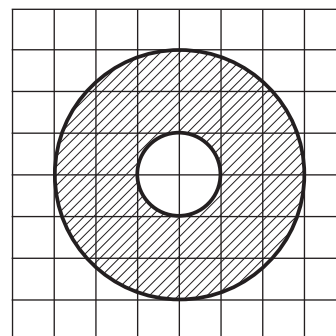


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

Ответ: _____.



4

Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.

Ответ: _____.

5

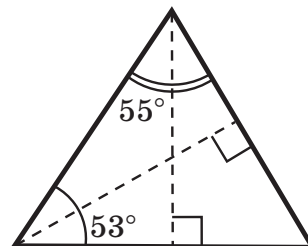
Найдите корень уравнения $\sqrt{33 + 2x} = 5$.

Ответ: _____.

6

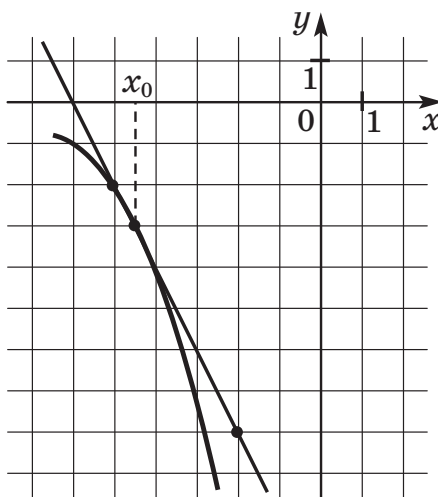
Два угла треугольника равны 53° и 55° . Найдите угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

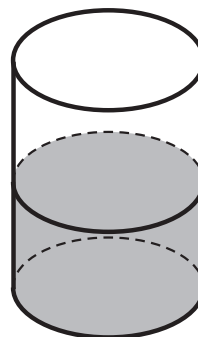


Ответ: _____.

8

В цилиндрический сосуд налили 4000 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 22 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 11 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{46 \sin 152^\circ \cdot \cos 152^\circ}{\sin 304^\circ}$.

Ответ: _____.

10

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 323,2 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

11

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 80 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = (x - 8)^2(x + 4) + 1$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{5}{\cos^2 x} + \frac{7}{\sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)} + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14

Радиус основания конуса равен 4, а высота конуса равна $3\sqrt{2}$. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна $4\sqrt{2}$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

15

Решите неравенство $\log_{1,5(x+1)}(3x+8) \cdot \log_{1,5x+1,5} \frac{3x+8}{(1,5x+1,5)^3} \leq -2$.

16

В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если известно, что средняя линия трапеции равна $2\sqrt{7}$, а $\angle AOD = 120^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 798,75 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (последних 12 месяцев) кредитования?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 8|x - 5| + 2\sqrt{x^2 - 10x + 29} = 2a + |x - 2a - 5|$$

имеет хотя бы один корень.

19

Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых начинается с цифры 9 и не содержит цифры 0.

а) Может ли в такой прогрессии быть 10 членов?

б) Докажите, что число её членов меньше 100.

в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 72.

г) Приведите пример такой прогрессии с 72 членами.

ВАРИАНТ 5

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

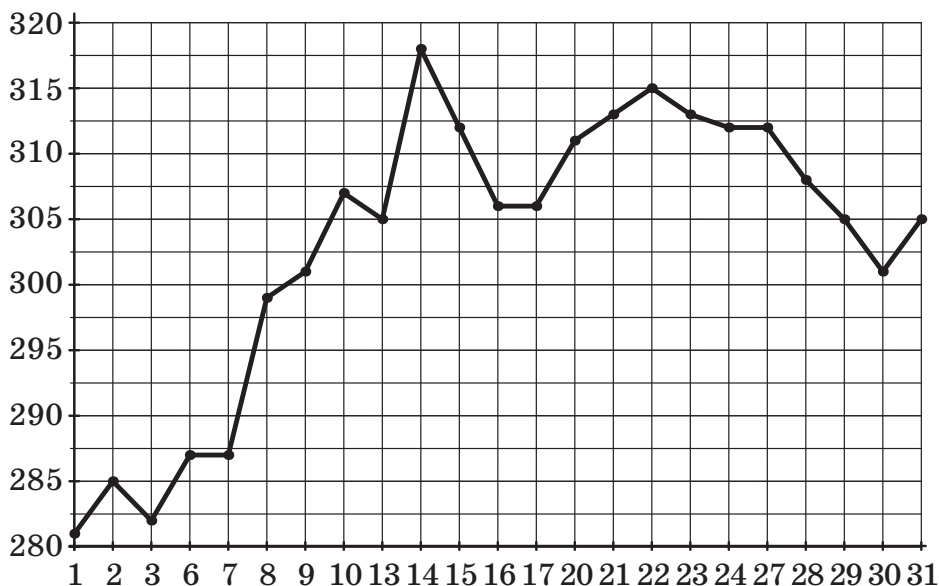
Часть 1**1**

Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 37 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 207 рублей, а разовая поездка — 21 рубль?

Ответ: _____.

2

На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена палладия была максимальной за данный период.

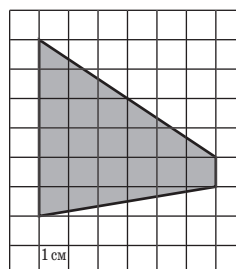


Ответ: _____.

3

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Ответ: _____.

5

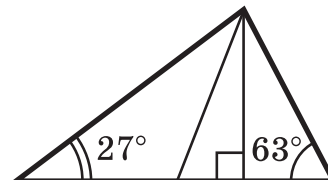
Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-5} = 2$.

Ответ: _____.

6

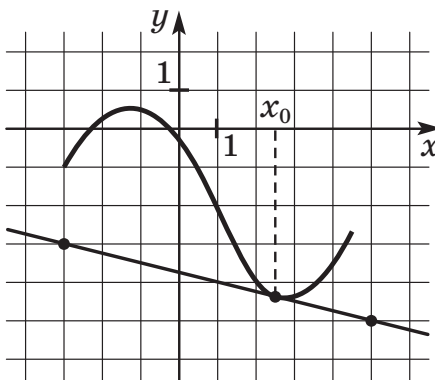
Два угла треугольника равны 63° и 27° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины третьего угла. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

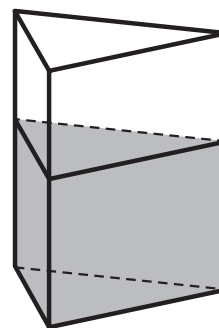


Ответ: _____.

8

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2500 см^3 воды и полностью в неё погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 31 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в см^3 .

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{15(\sin^2 37^\circ - \cos^2 37^\circ)}{\cos 74^\circ}$.

Ответ: _____.

10

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2 .

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 3Tr + Q}{A}$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____.

11

Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 4 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 1 час 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 + 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-5; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

14

Радиус основания конуса равен 13, а высота конуса равна 24. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна 10.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

15

Решите неравенство $\log_{1,5x+1}(3x+7) \cdot \log_{1+\frac{3x}{2}} \frac{24x+56}{(3x+2)^3} \leq -2$.

16

Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 4$, $BC = 6$ и $AC = 8$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне BC .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведённой из вершины A .

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1399,5 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$8x^6 - (3x + 5a)^3 + 2x^2 - 3x = 5a$$

имеет более одного корня.

19

Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых начинается с цифры 9 и не содержит цифр 0 и 1.

а) Может ли в такой прогрессии быть 6 членов?

б) Докажите, что число её членов меньше 70.

в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 32.

г) Приведите пример такой прогрессии с 32 членами.

ВАРИАНТ 6

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1**1**

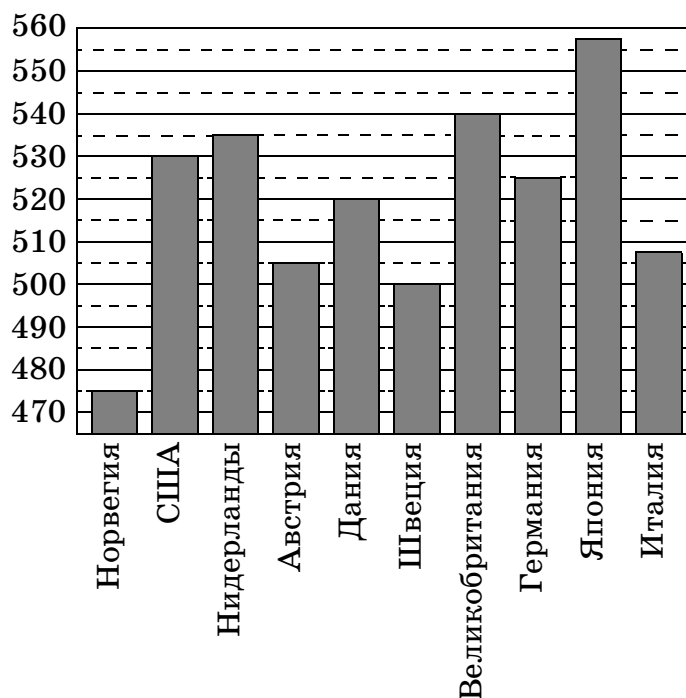
В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 196 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 7 дней?

Ответ: _____ .

2

На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).

По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл заключён между 495 и 515.

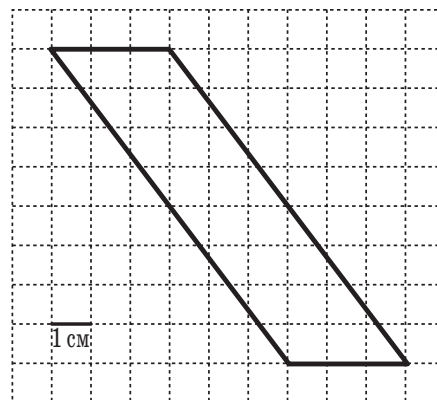


Ответ: _____ .

3

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна $0,3$, а при каждом последующем — $0,7$. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее $0,98$?

Ответ: _____.

5

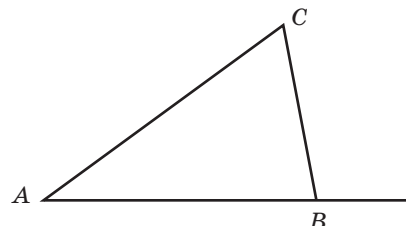
Найдите корень уравнения $7^{x-2} = 49$.

Ответ: _____.

6

В треугольнике ABC угол A равен 48° , внешний угол при вершине B равен 102° . Найдите угол C .

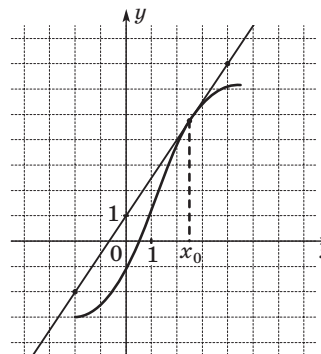
Ответ: _____.



7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

Ответ: _____.



8

Объём цилиндра равен 1 см^3 . Радиус основания уменьшили в 2 раза, а высоту увеличили в 3 раза. Найдите объём получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $\log_5 135 - \log_5 5,4$.

Ответ: _____.

10

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 2$ моля воздуха объёмом $V_1 = 10$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

Ответ: _____.

11

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 ч. Через 5 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 9x - 8\sin x + 7$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x - 3 = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.**14**

В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 3$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{11}$, $SB = 3\sqrt{3}$, $SD = 2\sqrt{5}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.б) Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB .

15

Решите неравенство $\log_{1 - \frac{x^2}{26}}(x^2 - 10|x| + 26) - \log_{1 + \frac{x^2}{26}}(x^2 - 10|x| + 26) \geq 0$.

16

На сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA}$.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а его центр совпадает с центром параллелограмма $ABCD$.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если известно, что $\frac{AK}{KB} = 2$.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1695 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

18

Найти все значения a , такие, что для любого x выполняется неравенство $|x + 1| + 2|x + a| > 3 - 2x$.

19

Четыре натуральных числа a , b , c и d таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$.

а) Могут ли все эти числа быть попарно различны?

б) Может ли одно из этих чисел равняться 7?

в) Найдите все возможные наборы таких чисел, среди которых есть равные.

ВАРИАНТ 7

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

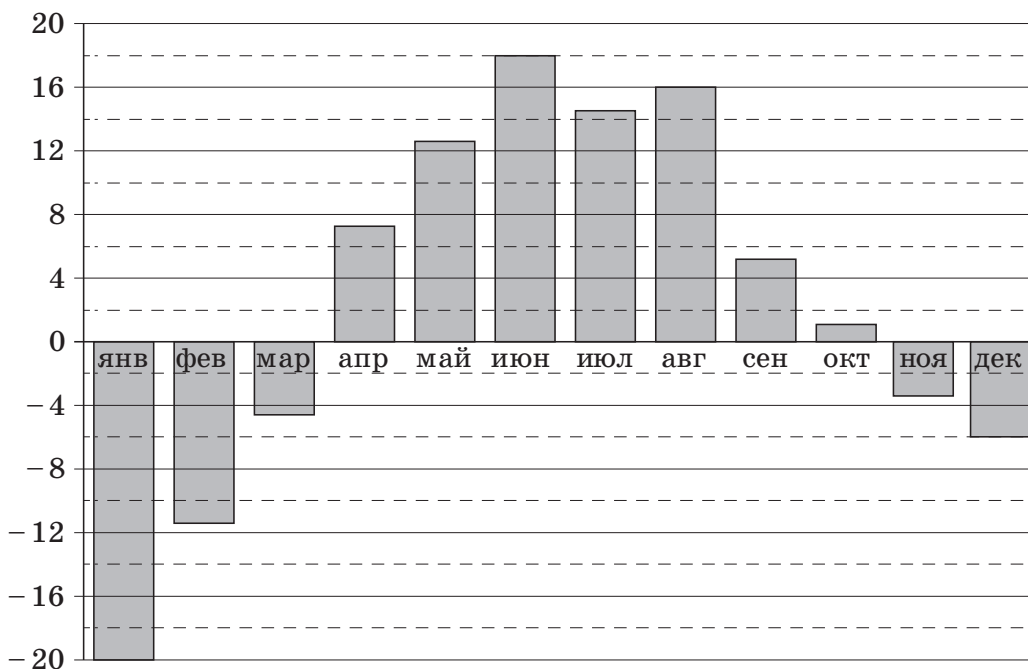
Часть 1**1**

Железнодорожный билет для взрослого стоит 820 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 20 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура не превышала 2 градусов Цельсия.

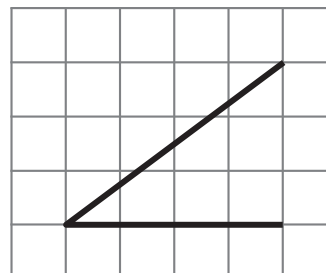


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён угол. Найдите косинус угла.

Ответ: _____.



4

На фабрике керамической посуды 30% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 60% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5

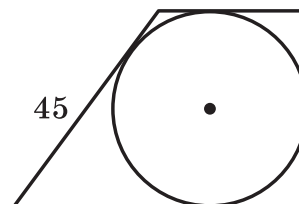
Найдите корень уравнения $\log_2(14 - 2x) = 4\log_2 3$.

Ответ: _____.

6

Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 100, её большая боковая сторона равна 45. Найдите радиус окружности.

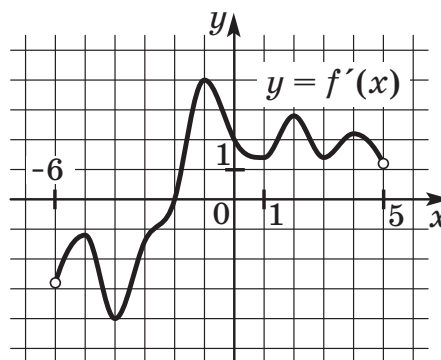
Ответ: _____.



7

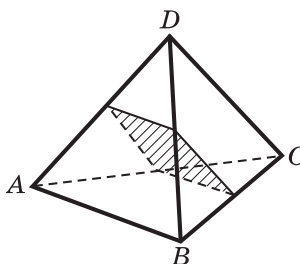
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-2; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.

Ответ: _____.



8

Рёбра правильного тетраэдра $ABCD$ равны 42. Найдите площадь сечения, проходящего через середины рёбер AC , AD и BD .



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $(\sqrt{15} - \sqrt{8}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{8})$.

Ответ: _____.

10

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий R на основе оценок информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 4-балльной шкале целыми числами от 0 до 3.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что объективность публикаций ценится вчетверо, а информативность — вдвое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr}{A}.$$

Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 10?

Ответ: _____.

11

В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____.

12Найдите наименьшее значение функции $y = 5\cos x + 6x + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $4\sin^2 x = \operatorname{tg} x$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; 0]$.

14

Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 4, а сторона основания равна 6. Около основания пирамиды описана окружность.

а) Докажите, что отношение длины этой окружности к стороне основания равно $\pi\sqrt{2}$.

б) Найдите площадь боковой поверхности конуса, основанием которого служит эта окружность, а вершина совпадает с вершиной пирамиды.

15

Решите неравенство $2^{2x+1} - 7 \cdot 2^{x+1} + 12 \leq 0$.

16

Окружность с центром O касается боковой стороны AB равнобедренного треугольника ABC , продолжения боковой стороны AC и продолжения основания BC в точке N . Точка M — середина основания BC .

а) Докажите, что $AN = OM$.

б) Найдите OM , если стороны треугольника ABC равны 10, 10 и 12.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц (со 2 по 14 июня) кредитования нужно выплатить банку 44 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 10|x| + 5\sqrt{3x^2 + 25} = 5a + 3|3x - 5a|$$

имеет хотя бы один корень.

19

Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответ был один и тот же N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

а) Можно ли написать два таких примера, если $N = 12$?

б) Можно ли написать 5 таких примеров, если $N = 40$?

в) Можно ли написать 10 таких примеров, если $N = 40$?

ВАРИАНТ 8

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

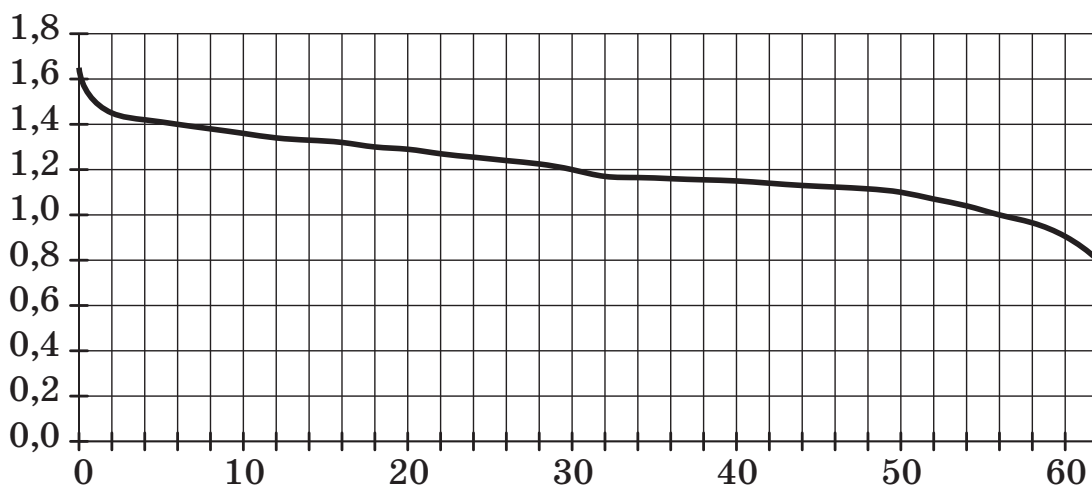
Часть 1**1**

Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 240 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

2

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение уменьшится до 1,2 вольт.



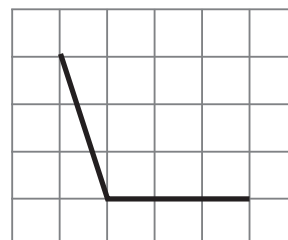
Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён угол.

Найдите тангенс угла.

Ответ: _____.

**4**

В каждой двадцатой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Аля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Аля не найдёт приз в своей банке.

Ответ: _____.

5

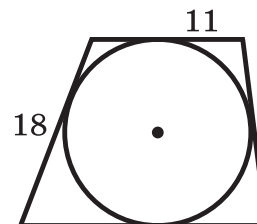
Найдите корень уравнения $\log_3 (4 - x) = 2$.

Ответ: _____.

6

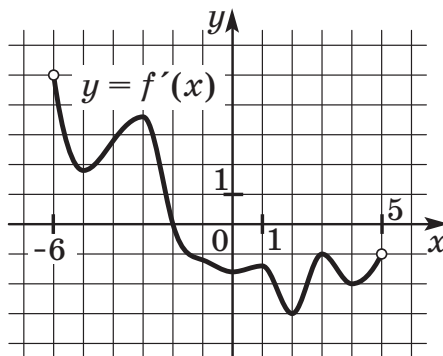
Периметр четырёхугольника, описанного около окружности, равен 56, две его стороны равны 11 и 18. Найдите большую из оставшихся сторон.

Ответ: _____.



7

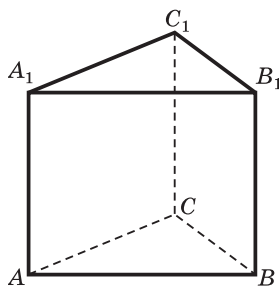
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.



Ответ: _____.

8

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания равна 9, а боковое ребро равно 4. Найдите объём пирамиды $BACC_1A_1$.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{32 \sin 55^\circ \cdot \cos 55^\circ}{\sin 110^\circ}$.

Ответ: _____.

10

Компания Яндекс вычисляет рейтинг интернет-магазинов R по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина экспертами компании (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 10, их средняя оценка равна 0,45, а оценка экспертов равна 0,41.

Ответ: _____.

11

Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 20% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 15% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $4\sin^2 x = \sqrt{3} \operatorname{tg} x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-4\pi; -3\pi]$.

14

Дана правильная пирамида $SABC$, у которой сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $SA = 9$. Сечение пирамиды, параллельное рёбрам AC и SB , является квадратом.

а) Докажите, что это сечение делит рёбра AS , CS , CB и AB в равном отношении.

б) Найдите угол между диагональю этого квадрата и плоскостью основания пирамиды.

15

Решите неравенство $25^{2-3x} - 7 \cdot 5^{2-3x} + 6 \leq 0$.

16

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что $AD = BC$.

б) Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 1 и 4.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 7 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц (со 2 по 14 мая) кредитования нужно выплатить банку 54 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 11|x| + \sqrt{5x^2 + 8} = 2a + 5|2x - a|$$

имеет хотя бы один корень.

19

Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответ был один и тот же N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

а) Можно ли написать два таких примера, если $N = 13$?

б) Можно ли написать 6 таких примеров, если $N = 44$?

в) Можно ли написать 11 таких примеров, если $N = 44$?

ВАРИАНТ 9

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

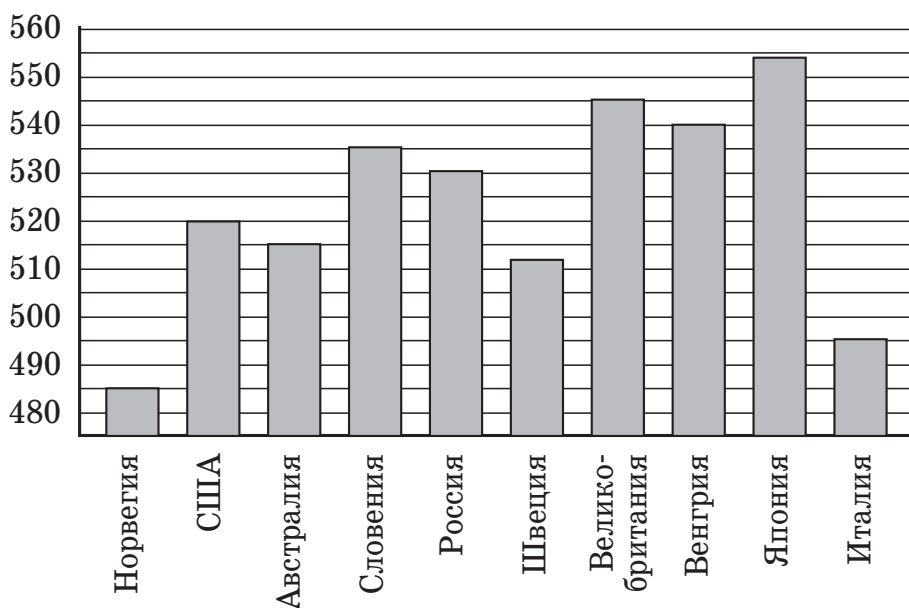
Часть 1**1**

При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 2%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 950 рублей. Какую минимальную сумму нужно положить в приёмное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 950 рублей?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран первое место принадлежит Японии. Определите, какое место занимает Словения.

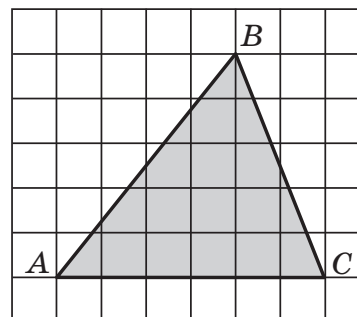


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (одним из выстрелов).

Ответ: _____.

5

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-11} = \frac{1}{36}$.

Ответ: _____.

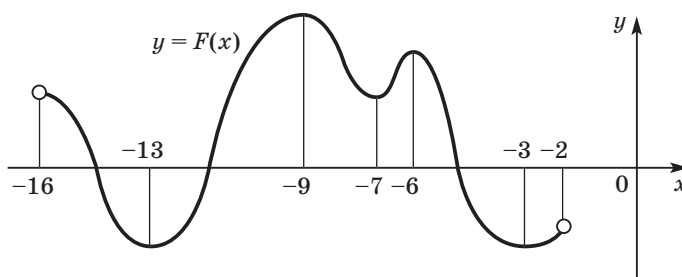
6

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 5$, $AC = 4$. Найдите $\sin A$.

Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-16; -2)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-14; -8]$.

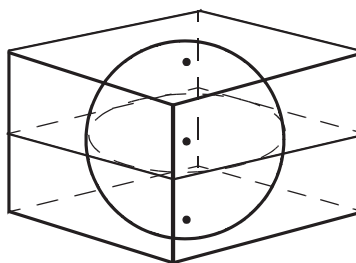


Ответ: _____.

8

Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объём.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $9^{2 + \log_9 2}$.

Ответ: _____.

10

Зависимость объёма спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 85 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит ровно 300 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____.

11

Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от места отправления. Один идет со скоростью 2,7 км/ч, а другой — со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 4\operatorname{tg}x - 4x + \pi - 6$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $(25^{\sin x})^{\cos x} = 5\sqrt{3}^{\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны рёбра $AB = 12\sqrt{3}$, $SC = 13$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через середины рёбер AS и BC , пересекает высоту пирамиды.

б) Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины рёбер AS и BC .

15

Решите неравенство $7\log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}$.

16

Окружности с центрами O_1 и O_2 разных радиусов пересекаются в точках A и B . Хорда AC большей окружности пересекает меньшую окружность в точке M и делится этой точкой пополам.

а) Докажите, что проекция отрезка O_1O_2 на прямую AC в четыре раза меньше AC .

б) Найдите O_1O_2 , если известно, что радиусы окружностей равны 5 и 17, а $AC = 16$.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 24% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

18

Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

19

Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1008, и

- а) пять;
- б) четыре;
- в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

ВАРИАНТ 10

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

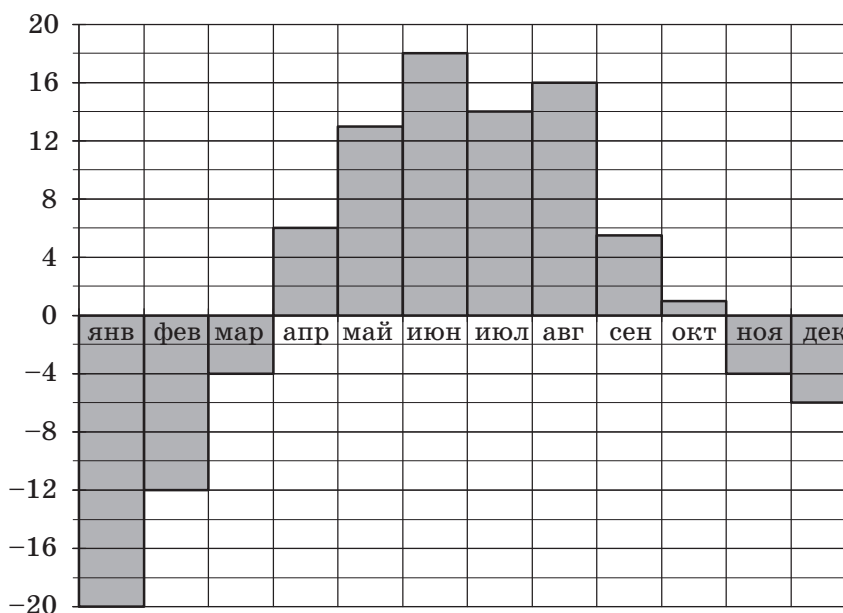
Часть 1**1**

На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 32 литра бензина по цене 27 руб. 50 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.



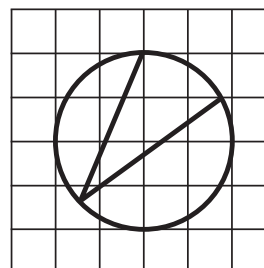
Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён вписанный угол.

Найдите синус вписанного угла.

Ответ: _____.

**4**

На экзамене 20 билетов, Валера не выучил 6 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

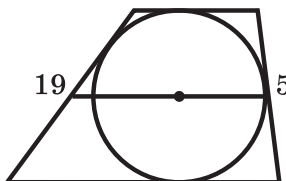
5

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-6} = 9$.

Ответ: _____.

6

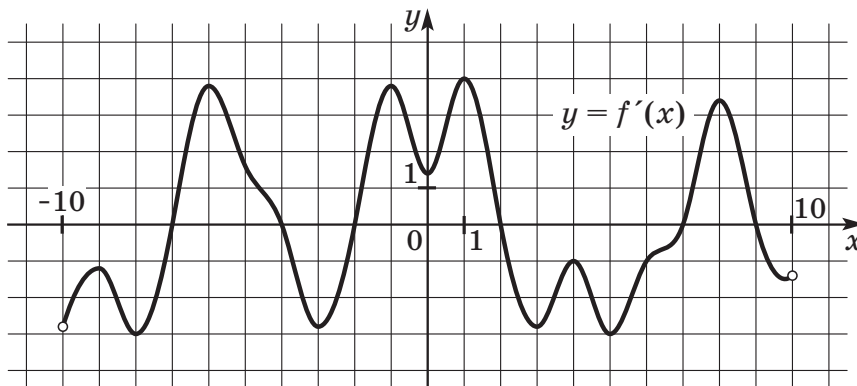
Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 19 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



Ответ: _____.

7

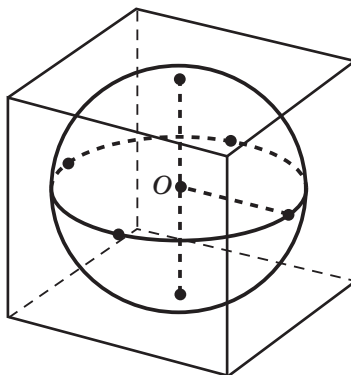
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 10)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-9; 8]$.



Ответ: _____.

8

Шар, объём которого равен 16π , вписан в куб. Найдите объём куба.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{2}}$.

Ответ: _____.

10

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 20$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

11

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 70 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4,4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 30 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 24 минуты? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + x^2 - 21x - 13$ на отрезке $[-8; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $4\sin^2 x + \sqrt{2} \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$.

14

Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна $6\sqrt{2}$, а сторона основания равна 4. Около основания пирамиды описана окружность.

а) Докажите, что отношение длины этой окружности к стороне основания равно $\pi\sqrt{2}$.

б) Найдите площадь боковой поверхности конуса, основанием которого служит эта окружность, а вершина совпадает с вершиной пирамиды.

15

Решите неравенство $4^{2x-3} - 4 \cdot 2^{2x-1} + 48 \leq 0$.

16

Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 3$, $BC = CD = 5$, $AD = 8$ и диагональю $AC = 7$.

а) Докажите, что около него можно описать окружность.

б) Найдите диагональ BD .

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 13% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 9|x - 3| + 3\sqrt{x^2 - 6x + 13} = 4a + 2|x - 2a - 3|$$

имеет хотя бы один корень.

19

Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответ был один и тот же N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

а) Можно ли написать два таких примера, если $N = 14$?

б) Можно ли написать 7 таких примеров, если $N = 51$?

в) Можно ли написать 13 таких примеров, если $N = 51$?

ВАРИАНТ 11

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

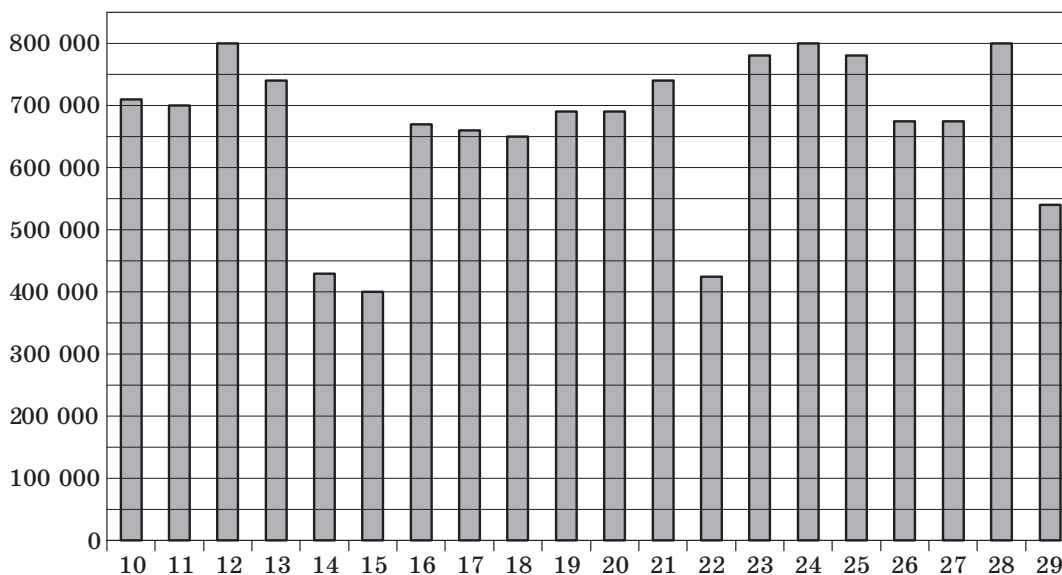
Часть 1**1**

Диагональ экрана телевизора равна 21 дюйму. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: _____.

2

На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА Новости впервые приняло наибольшее значение.



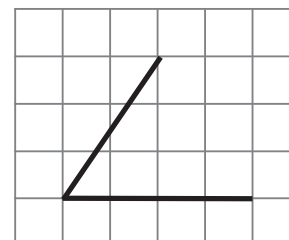
Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён угол.

Найдите тангенс угла.

Ответ: _____.

**4**

В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 49 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

Ответ: _____.

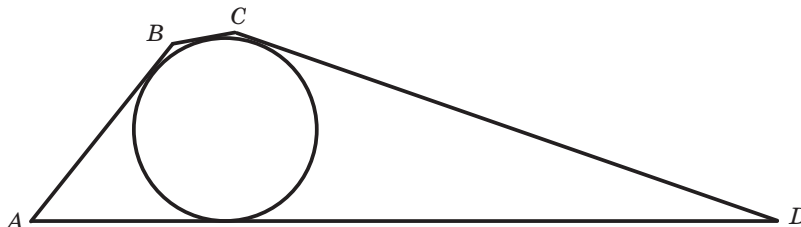
5

Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(3 - 2x) = -4$.

Ответ: _____.

6

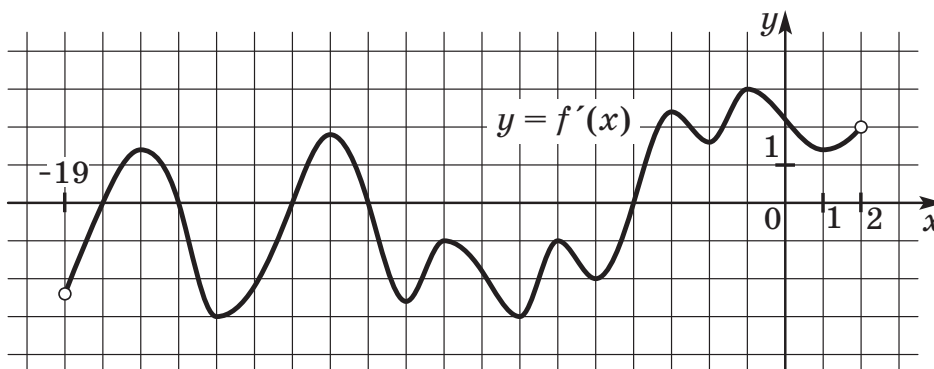
В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 7$, $BC = 2$ и $CD = 21$. Найдите четвёртую сторону AD четырёхугольника.



Ответ: _____.

7

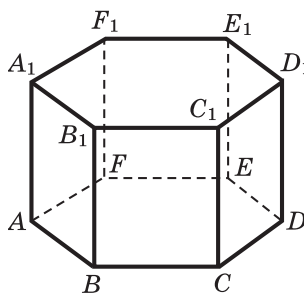
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-19; 2)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-17; 1]$.



Ответ: _____.

8

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ площадь основания равна 13, а боковое ребро равно 12. Найдите объём призмы $ACDFA_1 C_1 D_1 F_1$.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{17})^2}{12 + \sqrt{119}}$.

Ответ: _____.

10

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 12,5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

11

Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 50 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 28% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = 14\sqrt{2}\sin x - 14x + 3,5\pi + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $4\sin^2 x + \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

14

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 8. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5:1, считая от точки C .

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка C , а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15

Решите неравенство $\frac{2}{x^2 + 12x + 32} \geq \frac{1}{x^2 + 10x + 24}$.

16

Медианы AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P .

а) Докажите, что $CP = AB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AC = 4$ и $BC = 7$.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 - 4x = -8a$$

имеет более одного корня.

19

Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответ был один и тот же N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

а) Можно ли написать два таких примера, если $N = 15$?

б) Можно ли написать 8 таких примеров, если $N = 55$?

в) Можно ли написать 12 таких примеров, если $N = 55$?

ВАРИАНТ 12

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

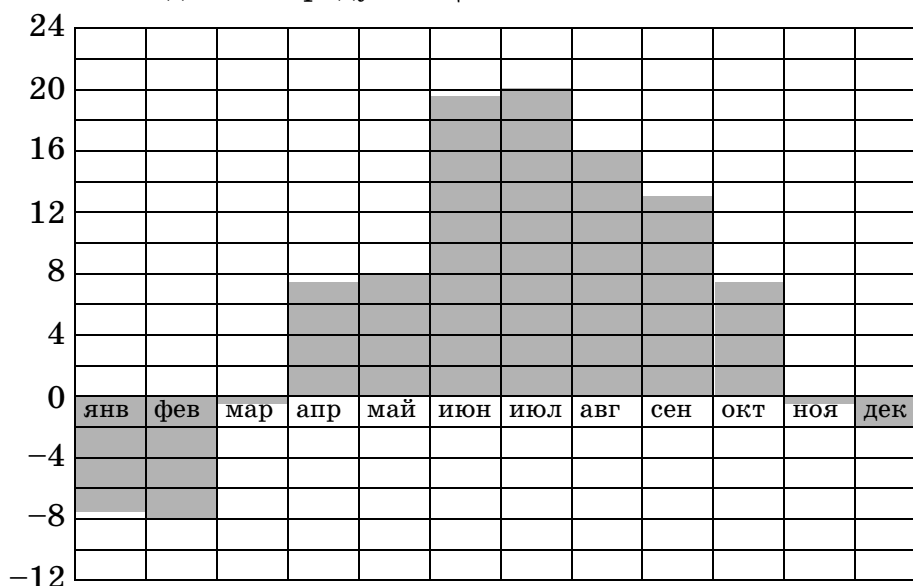
Часть 1**1**

Для покраски потолка требуется 250 г краски на 1 м². Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Сколько банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 51 м²?

Ответ: _____.

2

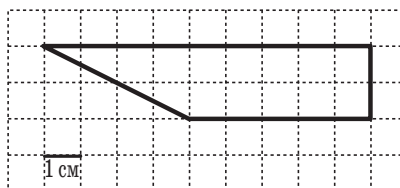
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 36 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Испании и 9 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что тринадцатым будет выступать прыгун из США.

Ответ: _____.

5

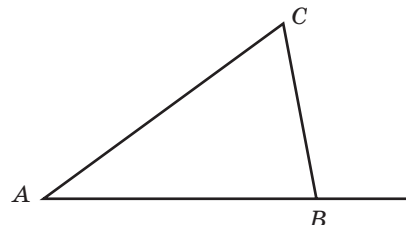
Найдите корень уравнения $3^{2-2x} = 81$.

Ответ: _____.

6

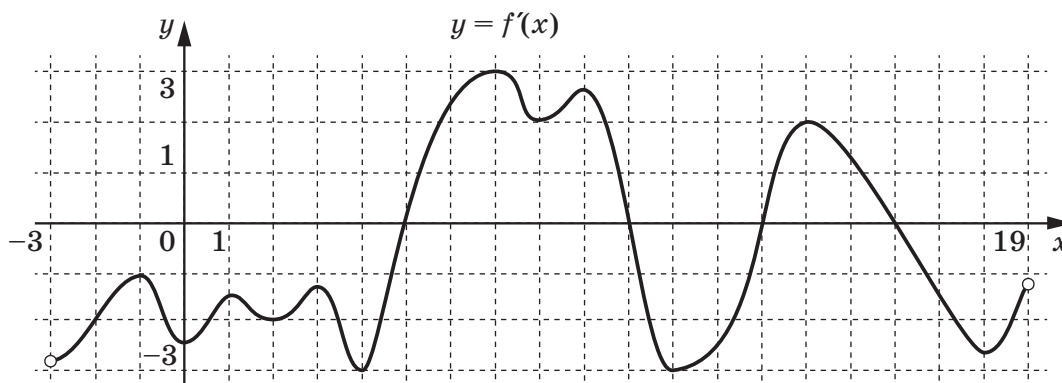
В треугольнике ABC угол A равен 35° , угол C равен 65° . Найдите внешний угол при вершине B .

Ответ: _____.



7

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-1; 17]$.

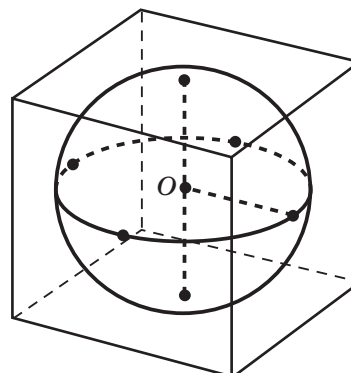


Ответ: _____.

8

Шар, объём которого равен 37π , вписан в куб. Найдите объём куба.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $6^{2 + \log_6 13}$.

Ответ: _____.

10

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды, а T — температура. Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{2401} \cdot 10^{22} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $5,7 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

11

Два велосипедиста одновременно отправились в 153-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 8 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 8 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9\cos x + 10x + 8$$

на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $2 \cos^2 x = \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 35$, $AD = 12$, $CC_1 = 21$.

а) Докажите, что высоты треугольников ABD и $A_1 BD$, проведённые к стороне BD , имеют общее основание.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и $A_1 DB$.

15 Решите неравенство $7^x - 7^{1-x} + 6 > 0$.

16 Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 20$.

17 15-го января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 15|$ больше 1.

19 Четыре натуральных числа таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$.

а) Могут ли все числа быть попарно различны?

б) Может ли одно из этих чисел равняться 9?

в) Найдите все возможные наборы чисел, среди которых ровно два числа равны.

ВАРИАНТ 13

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

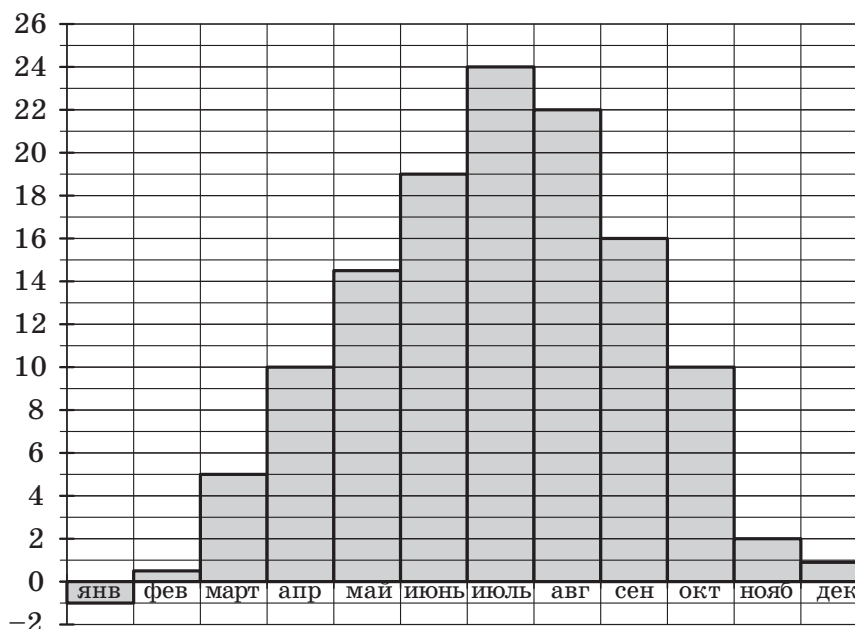
1

Теплоход рассчитан на 950 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

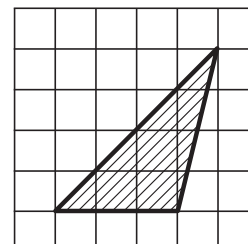


Ответ: _____.

3

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 чёрная, 9 жёлтых и 20 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Ответ: _____.

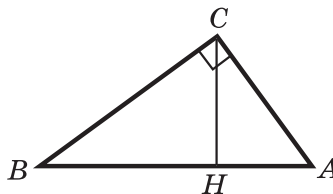
5

Найдите корень уравнения $\frac{4}{\sqrt{x-12}} = 1$.

Ответ: _____.

6

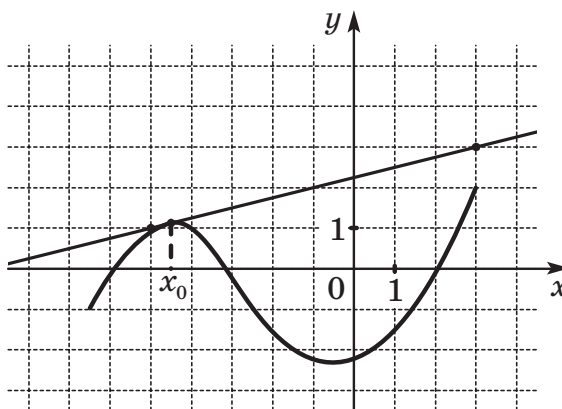
В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 29$, $\operatorname{tg} A = \frac{5}{2}$. Найдите AH .



Ответ: _____.

7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

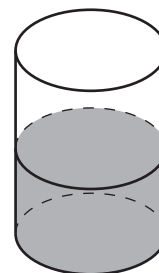


Ответ: _____.

8

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 12 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите $-13\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,1$.

Ответ: _____.

10

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

Ответ: _____.

11

Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 19 км. Пешеход прошёл путь из А в В за 5 часов. Время его движения на спуске составило 4 часа. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 1 км/ч? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 9x^2 + 11$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $\sqrt{2} \cos^2 x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.**14**

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 3, боковые рёбра равны 6, точка D — середина ребра CC_1 .

а) Пусть прямые B_1D и BC пересекаются в точке E . Докажите, что угол EAB — прямой.б) Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1 .

15

Решите неравенство $\log_{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} (10 - x) \geq 0$.

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что MK и AC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника KBM , если известно, что $AC = 13$, $BC = 5$, $AB = 12$.

17

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 4000 руб. за центнер, а свеклу — по цене 5000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{\sqrt{a} - 2\cos x + 1}{\sin^2 x + a + 2\sqrt{a} + 1}$ содержит отрезок $[2; 3]$.

19

Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 7 раз больше, либо в 7 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 1905.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?

б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?

в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

ВАРИАНТ 14

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

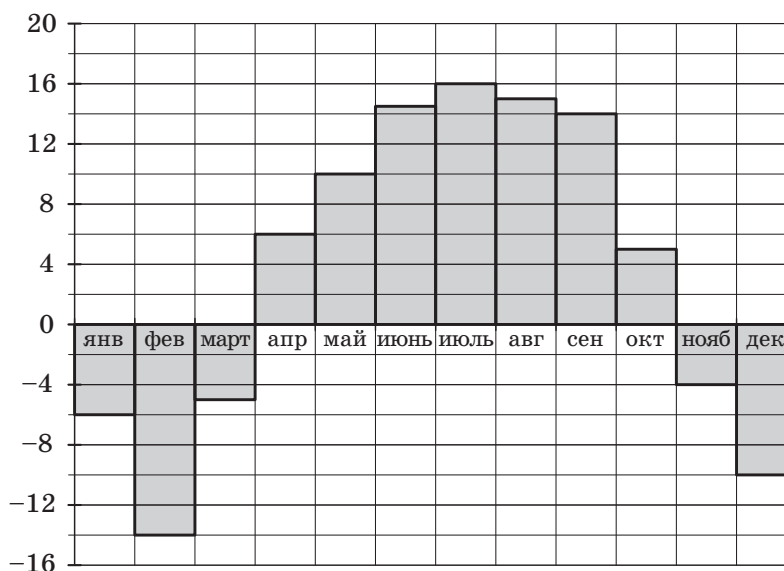
Часть 1**1**

Одна таблетка лекарства весит 30 мг и содержит 14% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,4 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 6 кг в течение суток?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

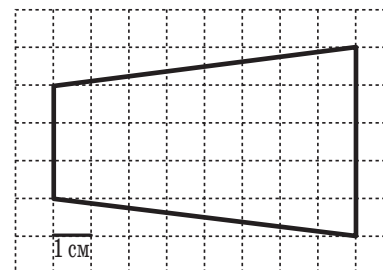


Ответ: _____.

3

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

Вероятность того, что новый персональный компьютер прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,86. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: _____.

5

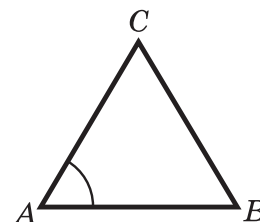
Найдите корень уравнения $3^{5x-2} = \frac{1}{27}$.

Ответ: _____.

6

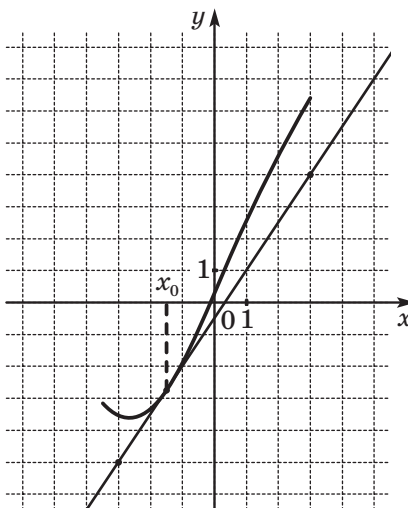
В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 2$, $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите AC .

Ответ: _____.



7

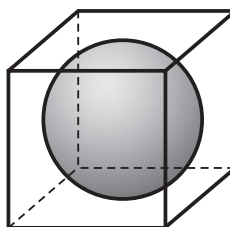
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

8

Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 5. Найдите его объём.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $\log_{0,4} 5 - \log_{0,4} 2$.

Ответ: _____.

10

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

11

Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 4 часа, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость баржи, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч.

Ответ: _____.

12Найдите точку минимума функции $y = 8x^2 + 26x + 185$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $2 \cos^2 x = \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.**14**

Дана правильная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M — середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 5$.

а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину меньшей из них.

15 Решите неравенство $\log_{x-1}(x^2 - 12x + 36) \leq 0$.

16 В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если известно, что средняя линия трапеции равна $2\sqrt{5}$, а $\angle AOD = 150^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

17 У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 500 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свеклу — по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{\sqrt{a+1} - 2\cos 3x + 1}{\sin^2 3x + a + 2\sqrt{a+1} + 2}$ содержит отрезок $[2; 3]$.

19 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 9 раз больше, либо в 9 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3399.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?

б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?

в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

ВАРИАНТ 15

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

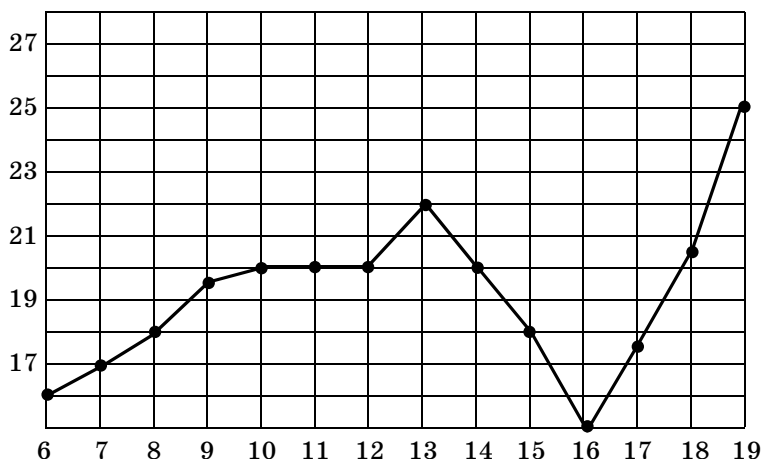
Часть 1**1**

На счету Дашиного мобильного телефона было 73 рубля, а после разговора с Игорем осталось 37 рублей. Сколько минут длился разговор с Игорем, если одна минута разговора стоит 3 рубля.

Ответ: _____.

2

На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

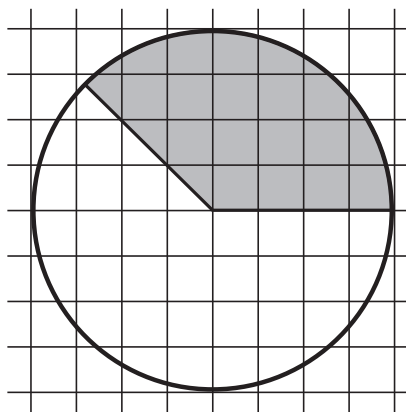


Ответ: _____.

3

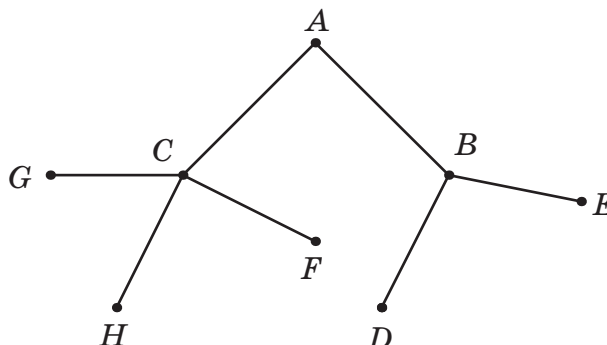
На клетчатой бумаге нарисован круг, площадь которого равна 56. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

Ответ: _____.



4

Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку G .



Ответ: _____.

5

Найдите корень уравнения $3^{2-x} = 81$.

Ответ: _____.

6

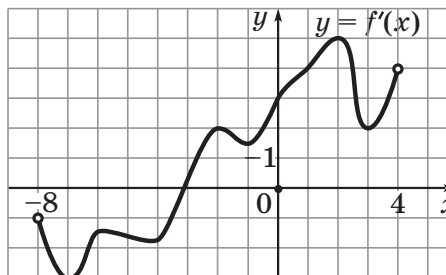
В треугольнике ABC $AC = BC = 4$, $\sin B = \frac{\sqrt{19}}{10}$. Найдите AB .

Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-7; 0]$.

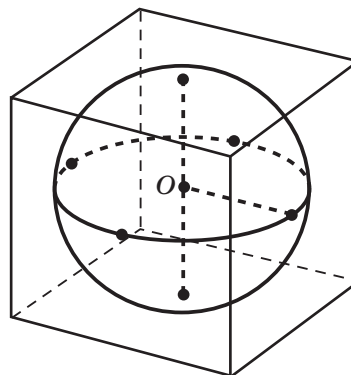
Ответ: _____.



8

Шар, объём которого равен 9π , вписан в куб. Найдите объём куба.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $\log_{14} 294 - \log_{14} 1,5$.

Ответ: _____.

10

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Найдите радиус аппарата, если выталкивающая сила при погружении равна 5 250 000 Н? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 20 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 60 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 4 \operatorname{tg} x - 4x + \pi - 7$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $6\cos 2x - 14\cos^2 x - 7\sin 2x = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.**14**

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S сторона основания равна 6. Точка L — середина ребра SC . Тангенс угла между прямыми BL и SA равен 0,5.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые AS и OL параллельны.

б) Найдите площадь поверхности пирамиды.

15 Решите неравенство $\log_{x^2-6x+9} (7-x) \leq 0$.

16 Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 4$, $BC = 5$ и $AC = 6$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне BC .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведённой из вершины A .

17 На каждом из двух комбинатов работает по 1000 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 3 детали A или 1 деталь B . На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и A , и B) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь A и 3 детали B . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18 При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x^2 - a| - 1$ имеет ровно три корня?

19 В возрастающей последовательности натуральных чисел каждые три последовательных члена образуют либо арифметическую, либо геометрическую прогрессию. Первый член последовательности равен 1, а последний 2046.

а) Может ли в последовательности быть три члена?

б) Может ли в последовательности быть четыре члена?

в) Может ли в последовательности быть меньше 2046 членов?

ВАРИАНТ 16

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

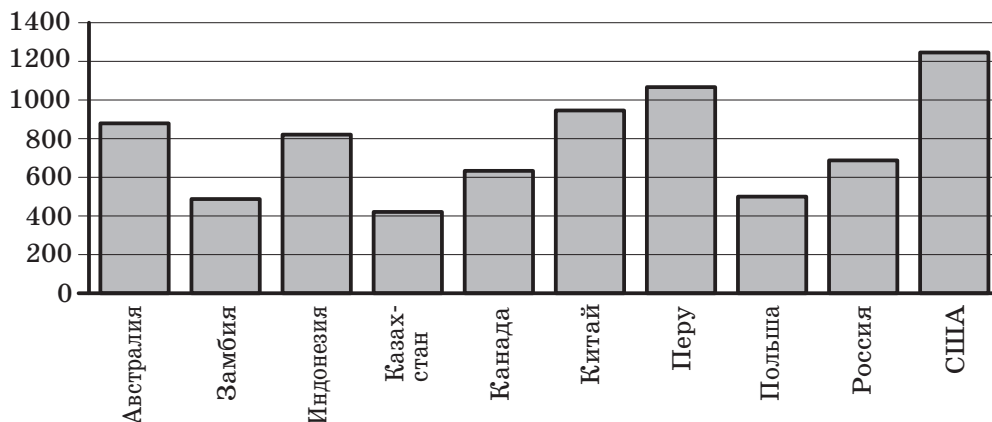
Часть 1**1**

По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый день снимает со счёта абонента 12 руб. Если на счёту осталось не больше 12 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 300 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?

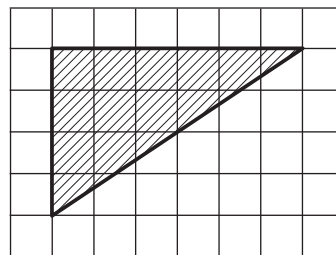


Ответ: _____.

3

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

**4**

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5 или 6.

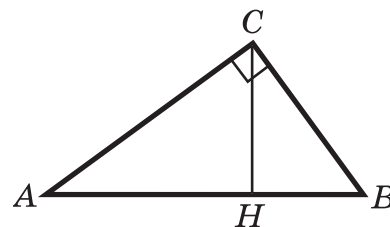
Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $3^{1-2x} = 27$.

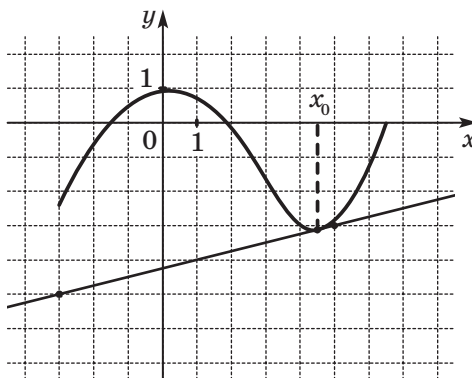
Ответ: _____.

6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BH = 9$, $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$. Найдите AH .

Ответ: _____.

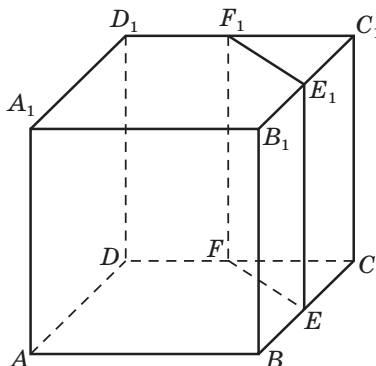


7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

8 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 29. Найдите объём куба.



Ответ: _____.

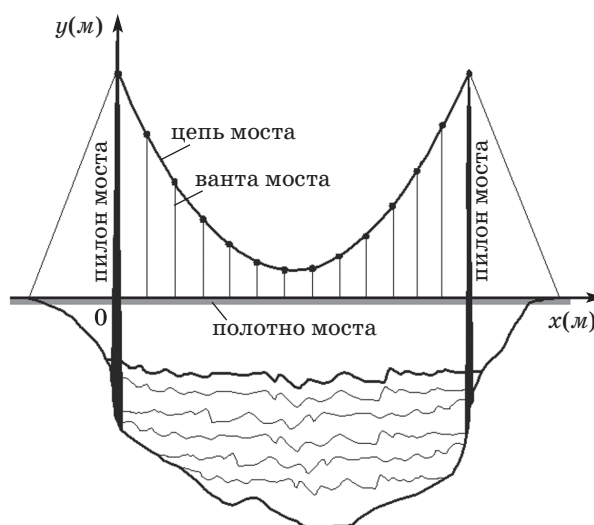
Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[7]{15}} 15$.

Ответ: _____.

10

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0025x^2 - 0,53x + 33$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 90 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

11

От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 99 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним, со скоростью на 2 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-13; -0,5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $(64^{\cos x})^{\sin x} = 8^{\sqrt{3} \cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 4, боковые рёбра равны 7, точка D — середина ребра BB_1 .

а) Пусть прямые C_1D и BC пересекаются в точке E . Докажите, что угол EAC — прямой.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и ADC_1 .

15

Решите неравенство $\log_{x+5}(27 - 27x + 9x^2 - x^3) \geq 0$.

16

На сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA}$.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а его центр совпадает с центром параллелограмма $ABCD$.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если известно, что $AK : KB = 3 : 2$.

17

На каждом из двух комбинатов работает по 200 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 2 детали А или 2 детали В. На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и А, и В) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь А и 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18

Найдите все a , при каждом из которых уравнение $\log_{3x-4}(a + 9x + 5) = -1$ имеет единственное решение на промежутке $\left(\frac{4}{3}; 2\right]$.

19

а) Приведите пример натурального числа, которое в 12 раз больше суммы своих цифр.

б) Существует ли натуральное число, которое в 11 раз больше суммы своих цифр?

в) Найдите все натуральные числа, которые в 1812 раз больше суммы своих цифр.

ВАРИАНТ 17

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

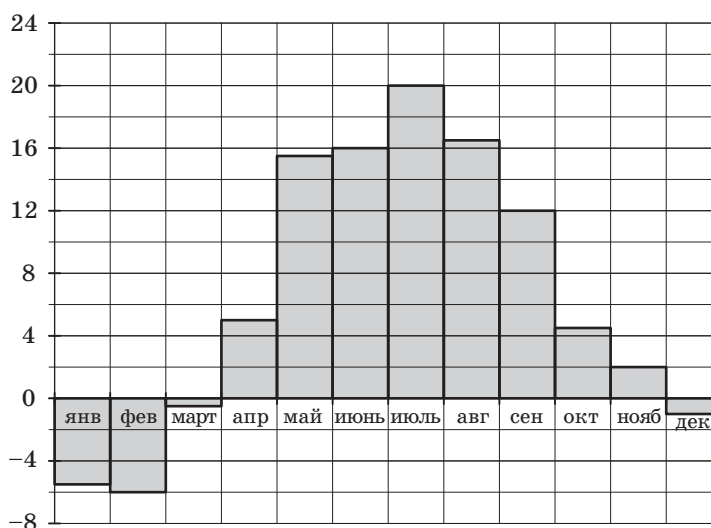
1

Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 14 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно купить хозяйке для приготовления 4 литров маринада?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с сентября по декабрь 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

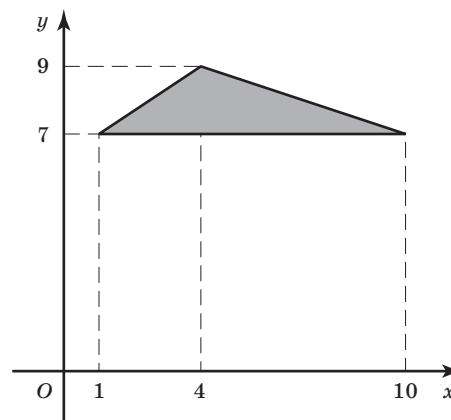


Ответ: _____.

3

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(10;7)$, $(4;9)$.

Ответ: _____.



4

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Меркурий» по очереди играет с командами «Марс», «Юпитер» и «Уран». Найдите вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом выиграет команда «Меркурий».

Ответ: _____.

5

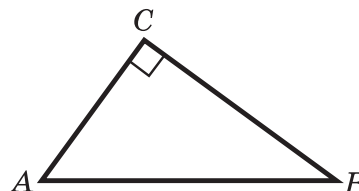
Решите уравнение $\frac{2}{6x-1} = \frac{1}{2x-9}$.

Ответ: _____.

6

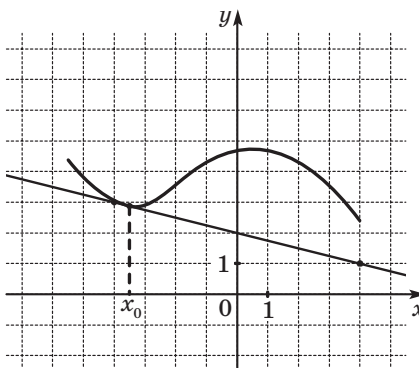
В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 15$, $\cos A = \frac{\sqrt{26}}{26}$. Найдите AC .

Ответ: _____.



7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

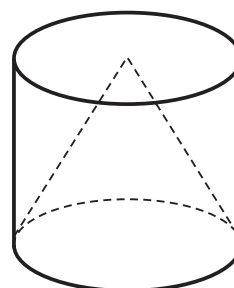


Ответ: _____.

8

Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 78.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

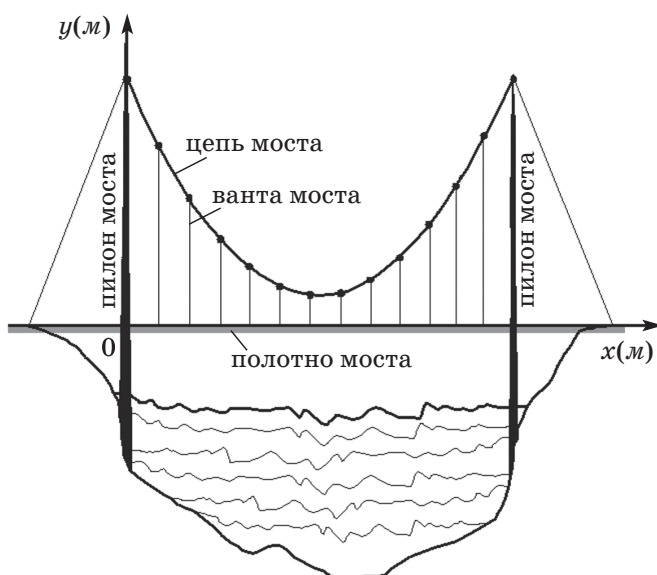
9

Найдите значение выражения $4^{2 + \log_4 9}$.

Ответ: _____.

10

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Ox направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Oy направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0029x^2 - 0,59x + 35$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 20 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

11

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 525 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 23 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 49 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 + 29x - 29)e^{2-x}$ на отрезке $[-1; 7]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{5}{\sin^2\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} + \frac{8}{\cos x} - 4 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 5, боковые рёбра равны 15, точка D — середина ребра CC_1 .

а) Пусть прямые BD и B_1C_1 пересекаются в точке E . Докажите, что угол EA_1B_1 — прямой.

б) Найдите угол между плоскостями $A_1B_1C_1$ и BDA_1 .

15

Решите неравенство $25^{x-1} - 129 \cdot 5^{x-2} + 20 \leq 0$.

16

Окружность с центром O касается боковой стороны AB равнобедренного треугольника ABC , продолжения боковой стороны AC и продолжения основания BC в точке N . Точка M — середина основания BC .

а) Докажите, что $AN = OM$.

б) Найдите OM , если стороны треугольника ABC равны 13, 13 и 10.

17

На каждом из двух комбинатов работает по 1800 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 1 деталь А или 2 детали В. На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и А, и В) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна или 1 деталь А, или 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18

Найдите все значения параметра a , для каждого из которых область значений функции $y = \frac{\sin x + a}{\cos 2x - 2}$ содержит число 2.

19

Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 8 раз больше, либо в 8 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 5984.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?

б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?

в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

ВАРИАНТ 18

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

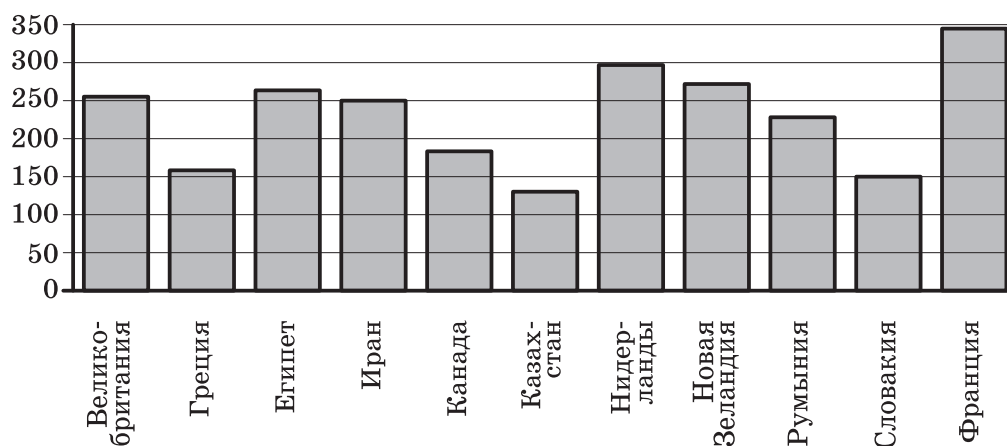
1

В школе есть трёхместные туристические байдарки. Какое наименьшее число байдарок нужно взять в поход, в котором участвует 25 человек?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимала Словакия?

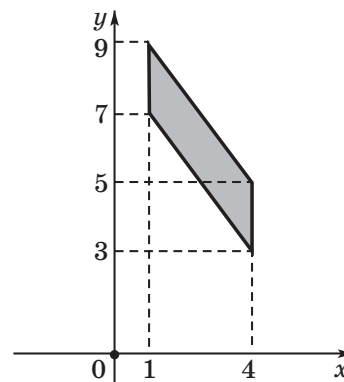


Ответ: _____.

3

Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (1; 7), (4; 3), (4; 5), (1; 9).

Ответ: _____.



4

Два завода выпускают одинаковые автомобильные предохранители. Первый завод выпускает 40% предохранителей, второй — 60%. Первый завод выпускает 4% бракованных предохранителей, а второй — 3%. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине предохранитель окажется бракованным.

Ответ: _____.

5

Найдите корень уравнения $4^{2-x} = 64$.

Ответ: _____.

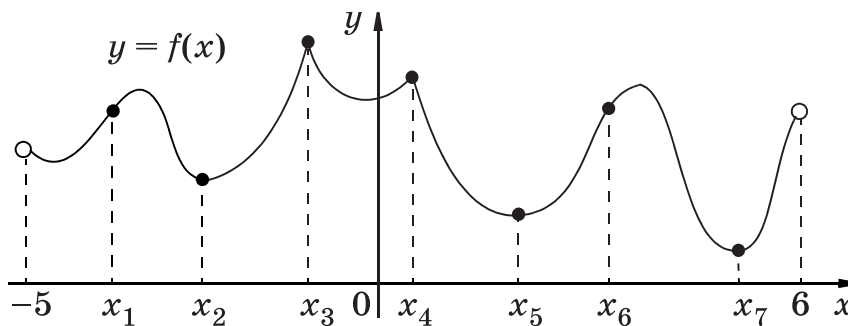
6

В треугольнике ABC $AC = BC = 12$, $\sin B = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите AB .

Ответ: _____.

7

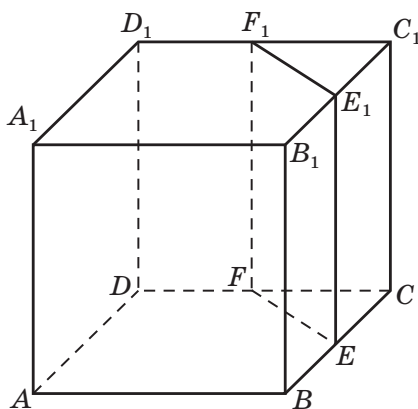
Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-5; 6)$. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, \dots, x_7 те точки, в которых производная функции $f(x)$ равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.



Ответ: _____.

8

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 16. Найдите объём куба.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{28 \sin 73^\circ \cdot \cos 73^\circ}{\sin 146^\circ}$.

Ответ: _____.

10

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Найдите радиус аппарата, если выталкивающая сила при погружении равна 14 406 000 Н? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 48 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 96 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = \log_4 (-3 + 4x - x^2) + 7$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + (2 - \sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} - 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$.

14

В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M боковое ребро равно 10. Точка L — середина ребра MC . Тангенс угла между прямыми BL и AM равен $2\sqrt{\frac{1}{5}}$.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые AM и OL параллельны.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

15 Решите неравенство $\log_{(x-1)2}(x^2 - 4x + 4) < 0$.

16 Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 9.

17 На каждом из двух комбинатов работает по 200 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 1 деталь A или 3 детали B . На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и A , и B) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна или 1 деталь A , или 1 детали B . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^6 + (5a - 8x)^3 + 3x^2 - 24x = -15a$$

имеет более одного корня.

19 На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

ВАРИАНТ 19

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

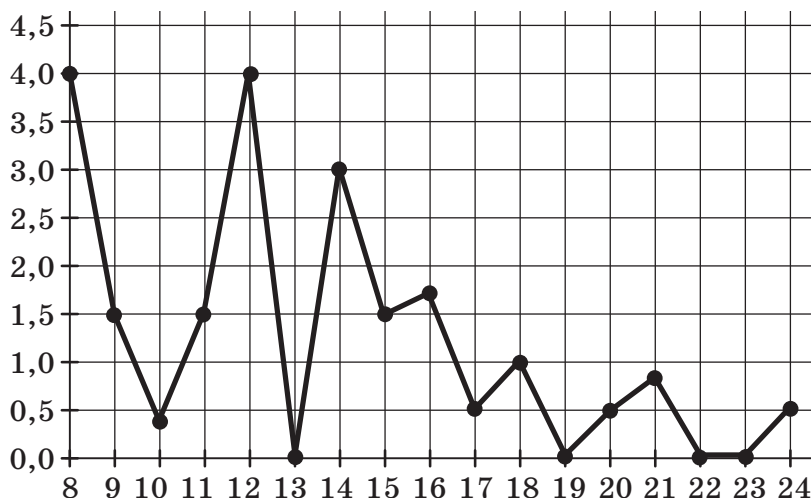
Часть 1**1**

На бензоколонке один литр бензина стоит 35 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 25 литров бензина и взял бутылку воды за 29 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: _____ .

2

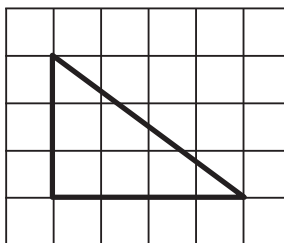
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 0,5 миллиметра осадков?



Ответ: _____ .

3

Найдите радиус окружности описанной около треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____ .

4

В классе 21 ученик, среди них два друга — Коля и Толя. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равных группы. Найдите вероятность того, что Коля и Толя попали в одну группу.

Ответ: _____ .

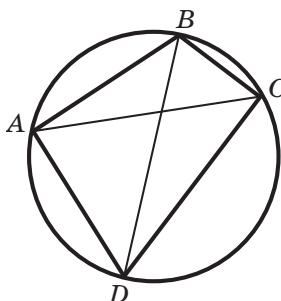
5

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{81}\right)^{x-7} = 3$.

Ответ: _____ .

6

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 140° , угол CAD равен 84° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____ .

7

Материальная точка движется прямолинейно по закону

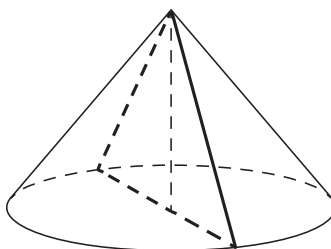
$$x(t) = -t^3 + 9t^2 - 7t + 6,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

Ответ: _____ .

8

Площадь основания конуса равна 16π , высота — 12. Найдите площадь осевого сечения конуса.



Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $-32\sqrt{2}\sin 945^\circ$.

Ответ: _____.

10

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 км, приобрести скорость ровно 150 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ: _____.

11

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 49% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 18)^{10} - 10x$ на отрезке $[-17,5; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $2 \cdot 9^x - 11 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0$.б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; 3]$.**14**

Дана правильная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M — середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 1$.

а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину большей из них.**15**Решите неравенство $\log_2^2(x^4 - 4x^2 + 4) + 4\log_2(2x^2 - 4) - 12 \geq 0$.

16

Окружности с центрами O_1 и O_2 разных радиусов пересекаются в точках A и B . Хорда AC большей окружности пересекает меньшую окружность в точке M и делится этой точкой пополам.

а) Докажите, что проекция отрезка O_1O_2 на прямую AC в четыре раза меньше AC .

б) Найдите O_1O_2 , если известно, что радиусы окружностей равны 15 и 25, а $AC = 48$.

17

На каждом из двух комбинатов изготавливают детали A и B . На первом комбинате работает 40 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей A или 5 деталей B . На втором комбинате работает 160 человек, и один рабочий изготавливает за смену 5 деталей A или 15 деталей B .

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 2 детали A и 1 деталь B . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 6|x - 2| + 4\sqrt{x^2 - 4x + 13} = 3a + 4|x - a - 2|$$

имеет хотя бы один корень.

19

За новогодним столом дети ели бутерброды и конфеты, причём каждый что-то ел, и может быть так, что кто-то ел и то, и другое. Известно, что мальчиков, евших бутерброды, было не более чем $\frac{5}{11}$ от общего числа детей, евших бутерброды, а мальчиков, евших конфеты, было не более $\frac{1}{6}$ от общего числа детей, евших конфеты.

а) Могло ли за столом быть 11 мальчиков, если дополнительно известно, что всего за столом было 22 ребёнка?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть за столом, если дополнительно известно, что всего за столом было 22 ребёнка?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа детей без дополнительного условия пунктов a и b ?

ВАРИАНТ 20

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

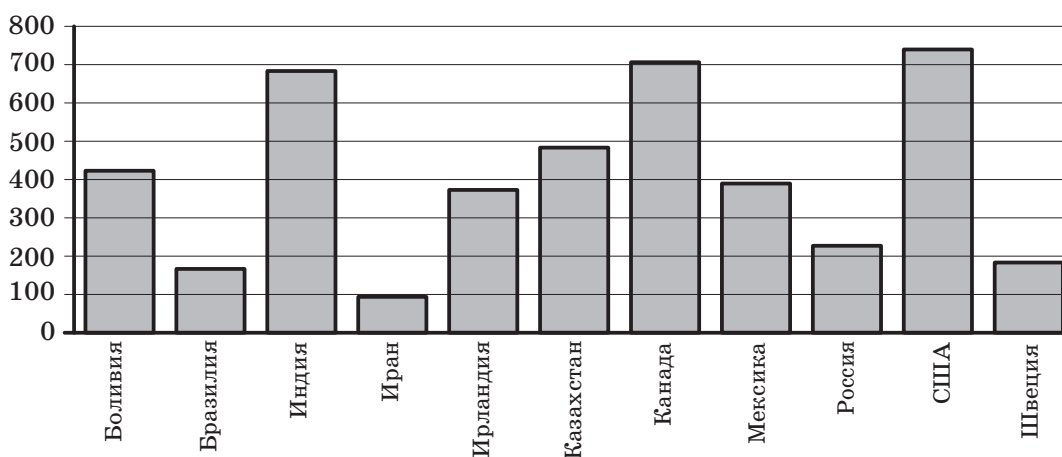
Часть 1**1**

1 киловатт-час электроэнергии стоит 2 рубля 40 копеек. Счётчик электроэнергии 1 ноября показывал 26 192 киловатт-часа, а 1 декабря показывал 26 369 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Ирландия?

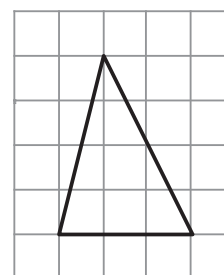


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: _____.

**4**

Из множества натуральных чисел от 30 до 54 включительно наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 2?

Ответ: _____.

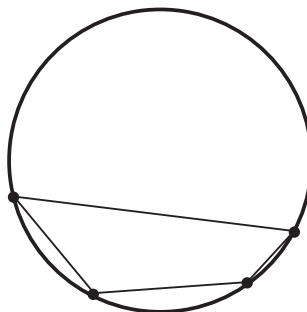
5

Найдите решение уравнения $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+6} = 512^x$.

Ответ: _____.

6

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 20° и 41° . Найдите больший из двух оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

7

Материальная точка движется прямолинейно по закону

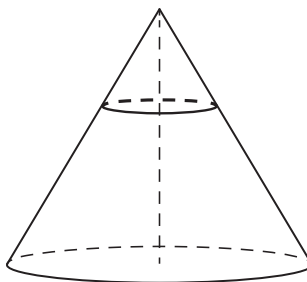
$$x(t) = -\frac{1}{4}t^4 + 3t^3 - 4t^2 - 6t - 14,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

Ответ: _____.

8

Площадь основания конуса равна 72. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 6 и 12, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения: $4\sin 120^\circ \cdot \cos 150^\circ$.

Ответ: _____.

10

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии 128 км? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11

Пять рубашек дешевле куртки на 5%. На сколько процентов шесть рубашек дороже куртки?

Ответ: _____.

12Найдите точку минимума функции $y = x - \ln(x + 4) + 1$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $4\operatorname{tg}^2 x + \frac{11}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} + 10 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 16, боковые рёбра равны 11.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью, проходящей через A_1 , B_1 и середину ребра BC , является трапецией.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершины A_1 , B_1 и середину ребра BC .

15Решите неравенство $16^{x-1} - 67 \cdot 4^{x-2} + 12 \leq 0$.

16

Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 5$, $BC = CD = 3$, $AD = 8$ и диагональю $AC = 7$.

- а) Докажите, что около него можно описать окружность.
- б) Найдите диагональ BD .

17

На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 40 человек, и один рабочий изготавливает за смену 5 деталей А или 15 деталей В. На втором комбинате работает 100 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей А или 5 деталей В.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 2 детали А и 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 13|x| + 5\sqrt{4x^2 + 9} = 3a + 3|4x - 3a|$$

имеет хотя бы один корень.

19

Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2013, а разность равна 8. Каждый член прогрессии заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили также и действовали так до тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел.

- а) Найдите тысячное число получившейся последовательности.
- б) Найдите сумму первой тысячи чисел получившейся последовательности.
- в) Чему может равняться наибольшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

ВАРИАНТ 21

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

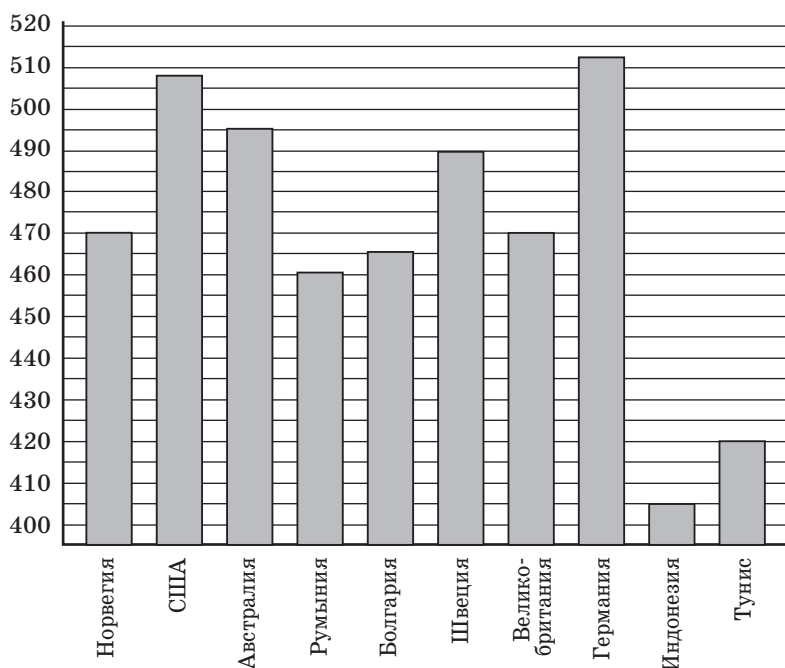
1

Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 35 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 207 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран второе место принадлежит США. Определите, какое место занимает Швеция.

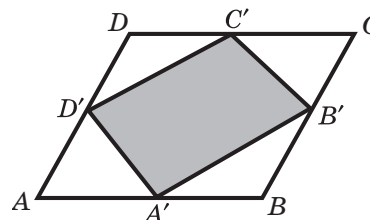


Ответ: _____.

3

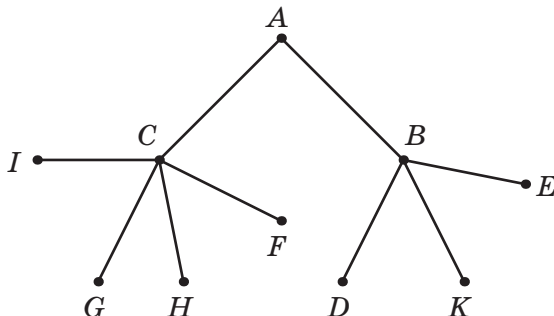
Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 6. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

Ответ: _____.



4

Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку G .



Ответ: _____.

5

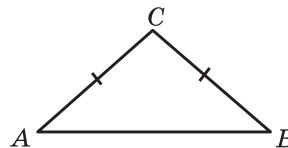
Найдите корень уравнения $\sqrt{-4 - 8x} = 6$.

Ответ: _____.

6

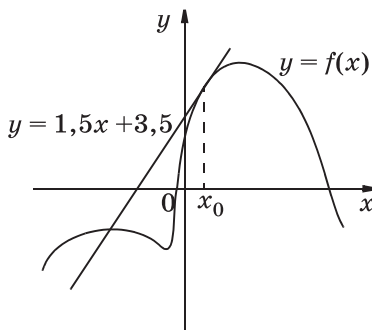
В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $AB = 8$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

Ответ: _____.



7

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Касательная задана уравнением $y = 1,5x + 3,5$. Найдите значение производной функции $y = 2f(x) - 1$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

8

Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличить в 5 раз, а высоту оставить прежней?

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.

Ответ: _____.

10

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 281,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

11

Велосипедист отправился с некоторой скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 88 км. Возвращаясь из В в А, он ехал поначалу с той же скоростью, но через один час пути вынужден был сделать остановку на 15 мин. После этого он продолжил путь в А, увеличив скорость на 2 км/ч, и в результате затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \sqrt{-21 + 10x - x^2}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = 2$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.**14**

Две параллельные плоскости, находящиеся на расстоянии 12 друг от друга, пересекают шар. Получившиеся сечения одинаковы, и площадь каждого из них равна 64π .

а) Докажите, что эти две плоскости равноудалены от центра шара.

б) Найдите площадь поверхности шара.

15 Решите неравенство $\log_{x+10} (-8 - 12x - 6x^2 - x^3) \geq 0$.

16 Медианы AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P .

а) Докажите, что $CP = AB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AC = 6$ и $BC = 7$.

17 Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 855 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 3000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

19 Все члены геометрической прогрессии — различные натуральные числа, заключённые между числами 210 и 350.

а) Может ли такая прогрессия состоять из четырёх членов?

б) Может ли такая прогрессия состоять из пяти членов?

ВАРИАНТ 22

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

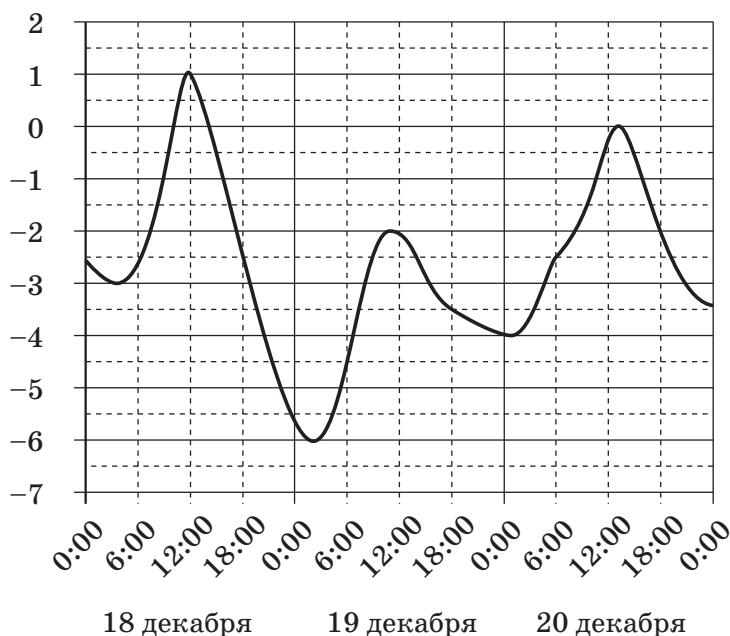
Часть 1**1**

Поезд Мурманск – Санкт-Петербург отправляется в 9:16 (время московское), а прибывает в 12:16 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: _____ .

2

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 19 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.

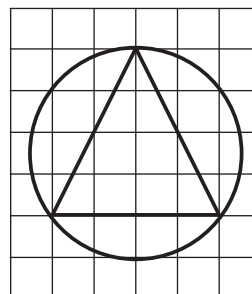


Ответ: _____ .

3

Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____ .



4

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда А должна сыграть два матча — с командой В и с командой С. Найдите вероятность того, что в обоих матчах мячом первой мячом будет владеть команда А.

Ответ: _____.

5

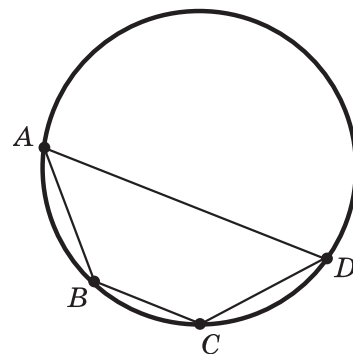
Решите уравнение $2^{11-2x} = 8^{3x}$.

Ответ: _____.

6

Стороны четырёхугольника $ABCD$ AB , BC , CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 52° , 29° , 35° , 244° . Найдите угол B этого четырёхугольника.

Ответ: _____.



7

Материальная точка движется прямолинейно по закону

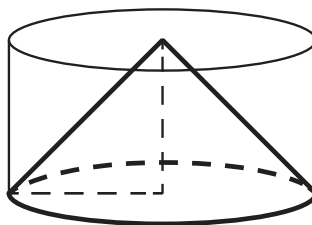
$$x(t) = -\frac{1}{5}t^2 + 6t - 27,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 4 м/с?

Ответ: _____.

8

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $23\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $4\sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{11\pi}{12}$.

Ответ: _____.

10

При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 80$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Найдите скорость ракеты, если её наблюдаемая длина равна 64 м. Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

11

Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 65%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 1%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____.

12Найдите точку максимума функции $y = 0,5x^2 - 9x + 14\ln x$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $49^{x+1} - 200 \cdot 14^x + 4^{x+2} = 0$.б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5; 1]$.**14**

Дана правильная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M — середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 3$.

а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину большей из них.**15**Решите неравенство $\log_{x^2 - 4x + 4} (3 - x) \leq 0$.

16

Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 26$.

17

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$64x^6 - (3x + a)^3 + 4x^2 - 3x = a$$

имеет более одного корня.

19

Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2011, а разность равна 11. Каждый член прогрессии заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили также и действовали так до тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел.

а) Найдите тысячное число получившейся последовательности.

б) Найдите сумму первой тысячи чисел получившейся последовательности.

в) Чему может равняться наибольшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

ВАРИАНТ 23

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

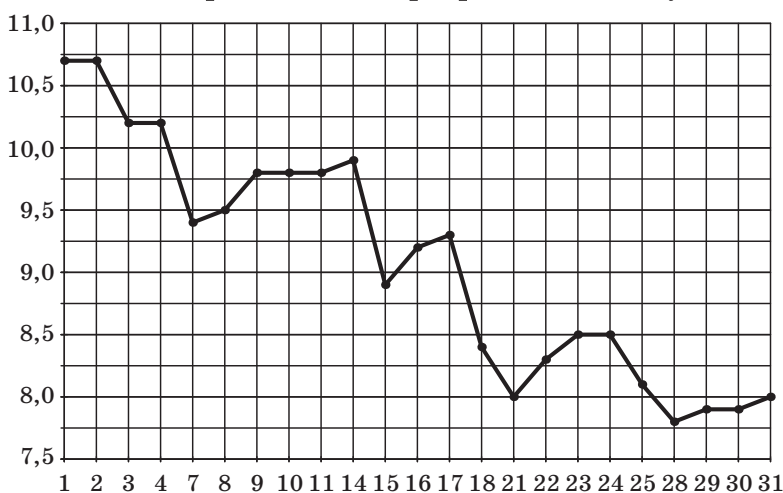
1

В квартире, где проживает Пётр, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 января счётчик показывал расход 128 куб. м. воды, а 1 февраля — 133 куб. м. Какую сумму должен заплатить Пётр за холодную воду за январь, если цена за один куб. м. холодной воды составляет 9 р. 40 коп? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

2

На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2008 г. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена серебра была между 9 и 10 руб. за грамм.

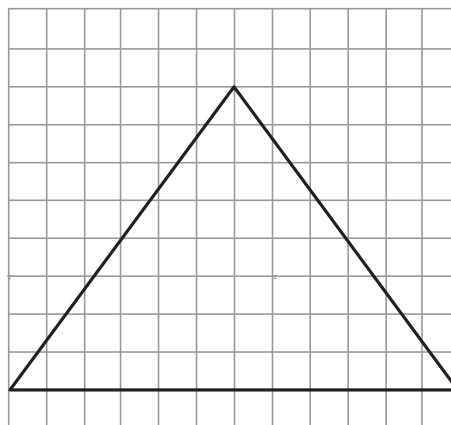


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.

Ответ: _____.



4

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в каком-либо автомате закончится кофе, равна 0,1 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

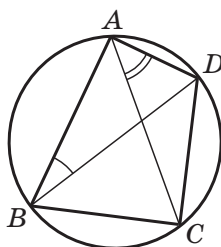
5

Найдите корень уравнения $7^{5-2x} = \frac{1}{5^{2x-5}}$.

Ответ: _____.

6

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 36° , угол CAD равен 52° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

7

Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{4}t^3 - 5t - 20,$$

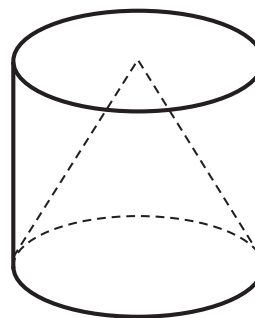
где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 43 м/с?

Ответ: _____.

8

Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Угол между высотой и образующей конуса равен 30° . Площадь боковой поверхности цилиндра равна $18\sqrt{3}$. Найдите площадь полной поверхности конуса.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{18}{\sin\left(-\frac{23\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)}$.

Ответ: _____.

10

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 24 км?

Ответ: _____.

11

Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 98 кг изюма?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = \log_5(x^2 + 28x + 201) + 10$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $2\sin(\pi + x) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi; -4\pi]$.

14

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 20, боковые рёбра равны 11.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью, проходящей через A_1 , B_1 и середину ребра BC , является трапецией.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершины A_1 , B_1 и середину ребра BC .

15

Решите неравенство $\frac{1}{x^2 - 3x} + \frac{2}{x^2 - 12x + 27} \leq 0$.

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что MK и AC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника KBM , если известно, что $AC = 17$, $BC = 8$, $AB = 15$.

17

В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 25000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 8|x| + 2\sqrt{5x^2 + 1} = 2a + 3|2x - 3a|$$

имеет хотя бы один корень.

19

У каждого ученика в классе дома живёт кошка или собака, а у некоторых, возможно, — и кошка, и собака. Известно, что мальчиков, имеющих собак, не более $\frac{1}{4}$ от общего числа учеников, имеющих собак, а мальчиков, имеющих кошек не более $\frac{5}{11}$ от общего числа учеников, имеющих кошек.

а) Может ли быть в классе 11 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в классе 21 ученик?

б) Какое наибольшее количество мальчиков может быть в классе, если дополнительно известно, что всего в классе 21 ученик?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учеников без дополнительного условия пунктов а и б?

ВАРИАНТ 24

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

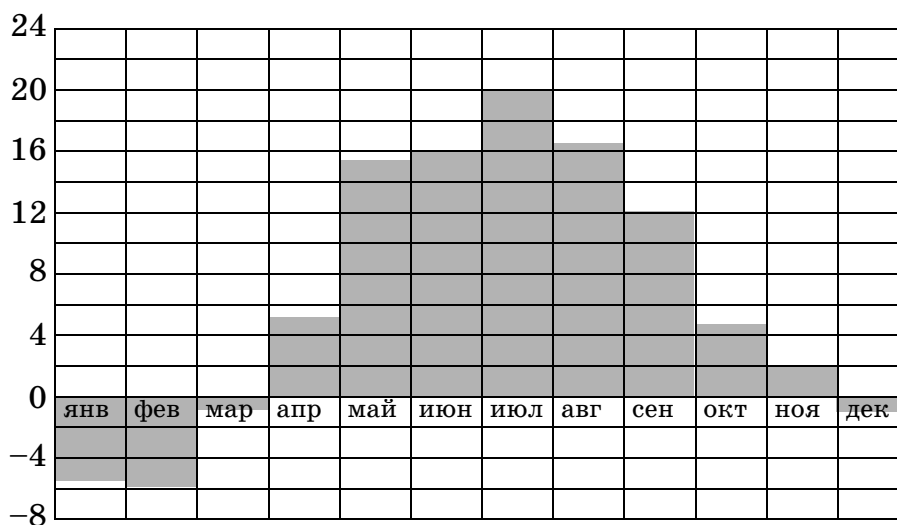
Часть 1**1**

Поезд Санкт-Петербург — Нижний Новгород отправляется в 17.30 (время московское), а прибывает в 8.30 следующего дня (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов средняя температура в ноябре была ниже, чем в сентябре. Ответ дайте в градусах Цельсия.

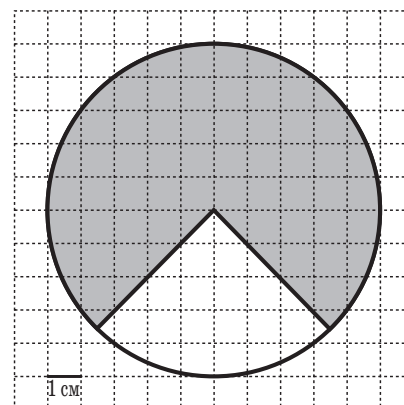


Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 42?

Ответ: _____.



4

Галя дважды бросила игральный кубик. Известно, что в сумме у неё выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Ответ: _____.

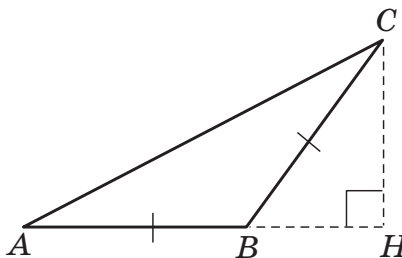
5

Найдите корень уравнения $\log_7 (8 - x) = 2$.

Ответ: _____.

6

В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 5$, $\cos \angle C = 0,8$. Найдите высоту CH .

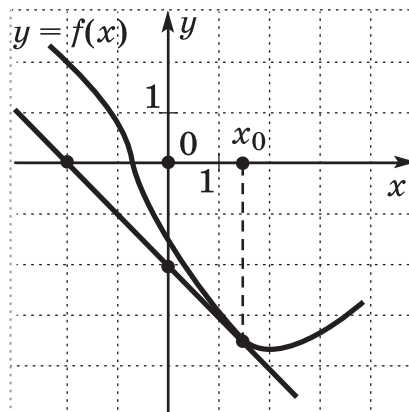


Ответ: _____.

7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

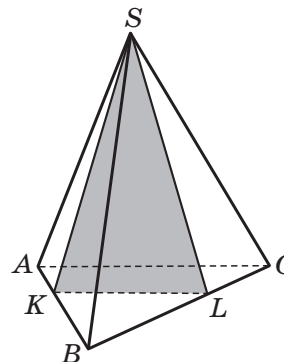
Ответ: _____.



8

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ рёбра BA и BC разделены точками K и L так, что $BK = BL = 4$ и $KA = LC = 2$. Найдите угол между плоскостью основания ABC и плоскостью сечения SKL . Ответ выразите в градусах.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**Найдите значение выражения $6\log_8 \sqrt[3]{8}$.

Ответ: _____.

10

Электрическая цепь напряжением 220 В защищена предохранителем, рассчитанным на максимальную силу тока 5 А. Какое сопротивление может быть у электроприбора, включённого в эту цепь, чтобы цепь продолжала работать при максимальной силе тока? Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ дайте в омах.)

Ответ: _____.

11

Плиточник должен уложить 480 м² плитки. Если он будет укладывать на 8 м² в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(7x) - 7x + 7$$

на отрезке $\left[\frac{1}{14}; \frac{5}{14}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13а) Решите уравнение $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 3 = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.**14**

а) Докажите, что в правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ прямая, проходящая через середины отрезков AA_1 и BC_1 , перпендикулярна этим отрезкам.

б) В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .

15

Решите неравенство $\log_{x^2 - 12x + 36} (9 - x) \leq 0$.

16

В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если известно, что средняя линия трапеции равна $\sqrt{6}$, а $\angle AOD = 135^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

17

На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 60 человек, и один рабочий изготавливает за смену 10 деталей А или 15 деталей В. На втором комбинате работает 260 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей А или 10 деталей В.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 2 детали А и 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (a - 2x)^3 + 9x^2 - 6x = -3a$$

имеет более одного корня.

19

Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?

ВАРИАНТ 25

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

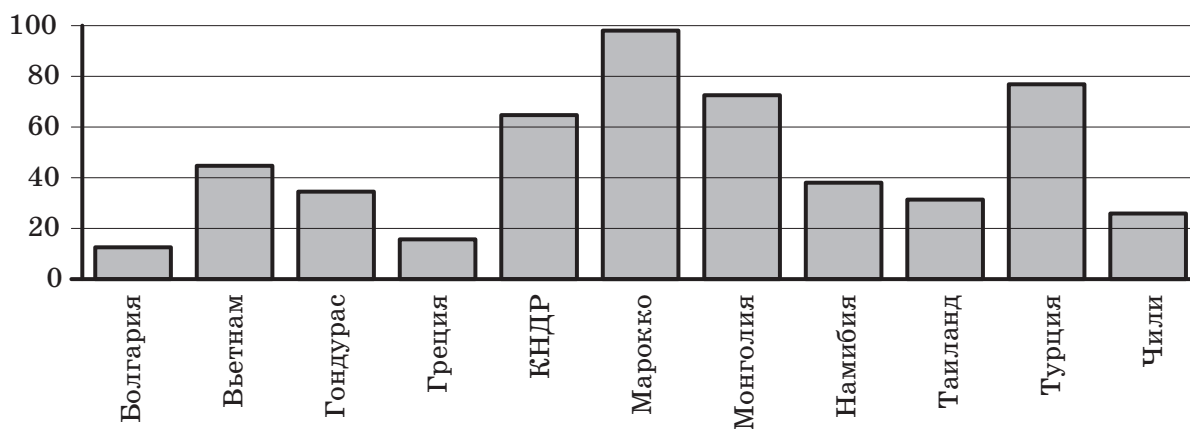
Часть 1**1**

Только 83% из 27 500 выпускников города правильно решили задачу В1. Сколько человек правильно решили задачу В1?

Ответ: _____.

2

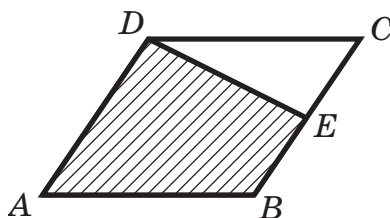
На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимало Марокко, одиннадцатое место — Болгария. Какое место занимала Монголия?



Ответ: _____.

3

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 48. Точка E — середина стороны BC . Найдите площадь четырёхугольника $ADEB$.



Ответ: _____.

4

Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Каждая фабрика выпускает по 50% этих стёкол. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стёкол, а вторая — 5%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

5

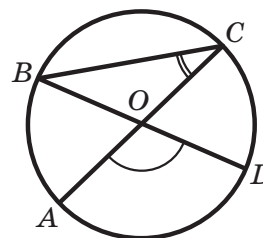
Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2}{3x-27}} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

6

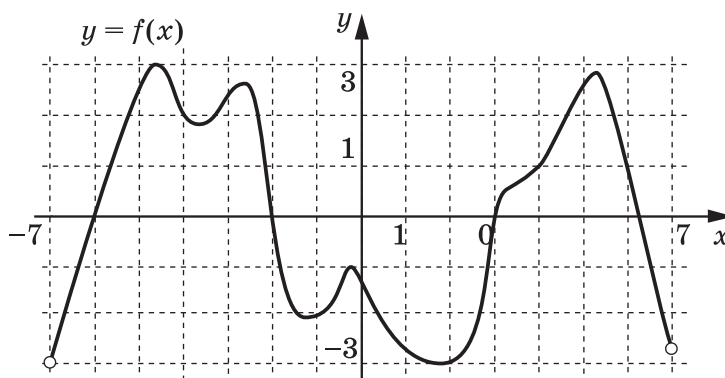
В окружности с центром O AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 142° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



7

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

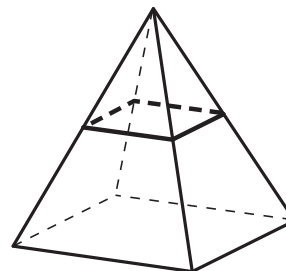


Ответ: _____.

8

В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 9. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\pi\right)$.

Ответ: _____.

10

Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,5$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 81 с? Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

11

Заказ на 136 деталей первый рабочий выполняет на 9 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 9 деталей больше?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 10x^2 + 25x + 7$ на отрезке $[4; 11]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} = \sqrt{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14

В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 12, а боковые рёбра равны 13. Около пирамиды описана сфера.

- а) Докажите, что центр сферы лежит на прямой, содержащей высоту пирамиды.
б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

15

Решите неравенство $9^{x-1} - 35 \cdot 3^{x-2} + 24 \leq 0$.

16

Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 5$, $BC = 9$ и $AC = 10$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне BC .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведённой из вершины A .

17

15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн. Условия его возврата таковы:

— 1-го января каждого года долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

На какое минимальное количество лет возможно взять кредит, чтобы ежегодные выплаты составляли не более 330 тысяч рублей?

18

Найдите все a , при каждом из которых уравнение $4x^3 - ax^2 + 2x - 1 = 0$ имеет хотя бы одно решение на интервале $(0; 1)$.

19

Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел -11 , 12 , 13 , -14 , -15 , 17 , -18 , 19 . Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел -11 , 12 , 13 , -14 , -15 , 17 , -18 , 19 . После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 117?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

ВАРИАНТ 26

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

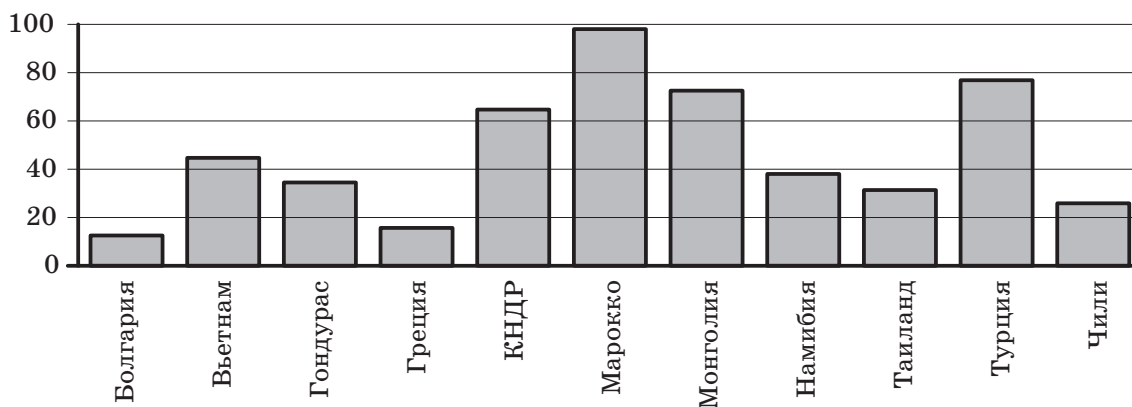
1

Для покраски потолка требуется 200 г краски на 1 м^2 . Краска продаётся в банках по 2 кг. Сколько банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 64 м^2 ?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимало Марокко, одиннадцатое место — Болгария. Какое место занимал Таиланд?

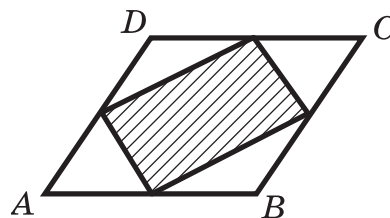


Ответ: _____.

3

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 170. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

Ответ: _____.



4

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,09. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

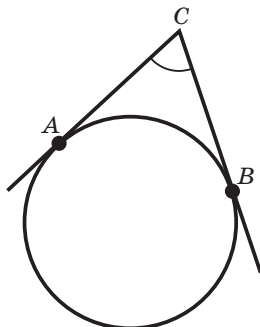
5

Найдите корень уравнения $\log_2(-1-x) = 2$.

Ответ: _____.

6

Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 66° . Найдите величину меньшей дуги AB . Ответ дайте в градусах.

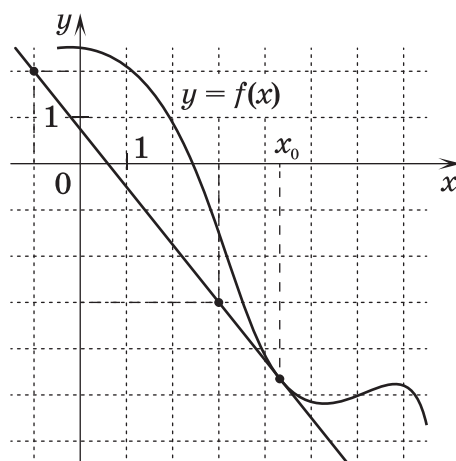


Ответ: _____.

7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

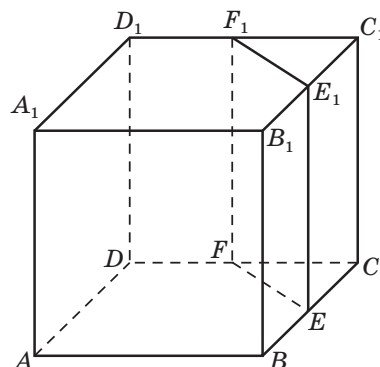
Ответ: _____.



8

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 9. Найдите объём куба.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{91}}{10}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

10

Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_{\text{п}} = 25^\circ\text{C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_{\text{в}} = 65^\circ\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T ($^\circ\text{C}$), причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{п}} - T_{\text{в}}}{T - T_{\text{в}}}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,3$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 117 м?

Ответ: _____.

11

На изготовление 416 детали первый рабочий тратит на 10 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 546 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = 10 + 6x - 2x\sqrt{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14

В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 3, а боковые рёбра равны 2. Около пирамиды описана сфера.

- а) Докажите, что центр сферы лежит на прямой, содержащей высоту пирамиды.
б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

15

Решите неравенство $\left(\frac{\sqrt{29}}{6}\right)^{\frac{x^2-2x-3}{x^2-2x+1}} \geq 1$.

16

На сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA}$.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а его центр совпадает с центром параллелограмма $ABCD$.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если известно, что $AK : KB = 2 : 5$.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 30-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга.

На какое минимальное количество месяцев возможно взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 137,5 тыс. рублей?

18

Найдите все значения параметра a , для каждого из которых область значений функции $y = \frac{\cos 3x + a}{\cos 6x + 5}$ содержит число 1.

19

Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел 101, -102, -103, 104, 105, -107, -108, 109. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 101, -102, -103, 104, 105, -107, -108, 109. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 21?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

ВАРИАНТ 27

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

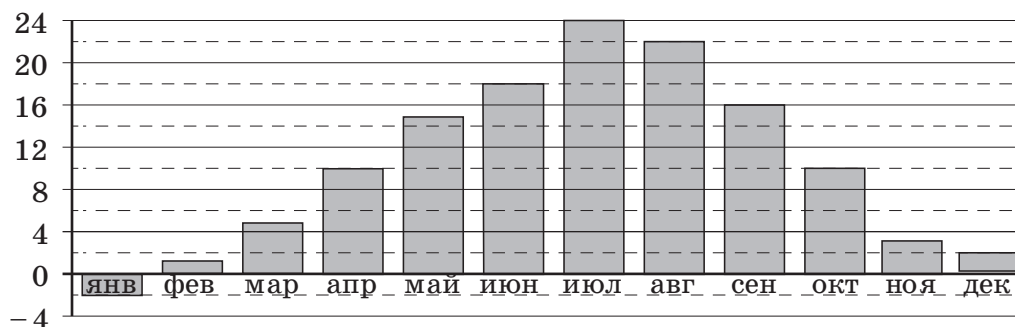
Часть 1**1**

Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превышает затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наибольшую среднемесячную температуру. Ответ дайте в градусах Цельсия.

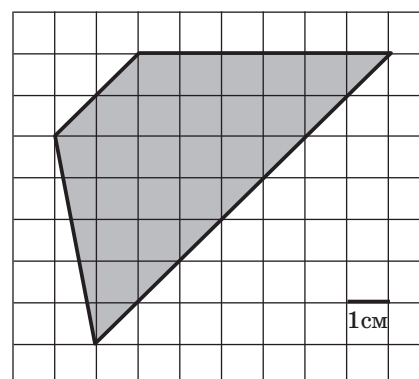


Ответ: _____.

3

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежат 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Ответ: _____ .

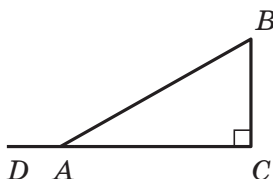
5

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{10}{4x-26}} = \frac{1}{7}$.

Ответ: _____ .

6

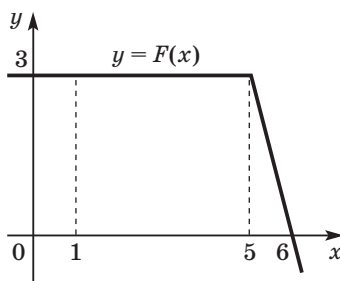
В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Найдите синус угла BAD .



Ответ: _____ .

7

На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определённый интеграл $\int_1^6 f(x)dx$.



Ответ: _____ .

8

Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 6 раз?

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

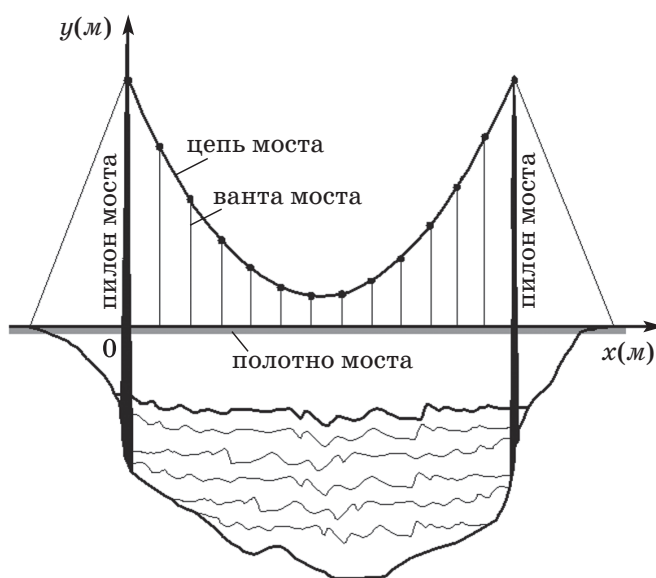
9

Вычислите значение выражения $5^{\log_5 2} + 36^{\log_6 \sqrt{19}}$.

Ответ: _____.

10

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось y направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось x направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 50 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

11

Четыре рубашки дешевле куртки на 20%. На сколько процентов шесть рубашек дороже куртки? Знак процента в ответе не пишете.

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = 4\cos x + 13x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sqrt{2}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14

В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SB = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD .

15

Решите неравенство $4^{x-3} - 127 \cdot 2^{x-3} + 250 \geq 0$.

16

Окружность с центром O касается боковой стороны AB равнобедренного треугольника ABC , продолжения боковой стороны AC и продолжения основания BC в точке N . Точка M — середина основания BC .

а) Докажите, что $AN = OM$.

б) Найдите OM , если стороны треугольника ABC равны 13, 13 и 24.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 6 902 000 рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го января каждого года долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;

— выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

Какую сумму нужно возвращать банку ежегодно, чтобы выплатить долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 10|x - 1| + 3\sqrt{x^2 - 2x + 10} = 3a + 3|x - a - 1|$$

имеет хотя бы один корень.

19

Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m + m^3$ делится на $m^2 + n^2$. Найдите m и n .

ВАРИАНТ 28

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

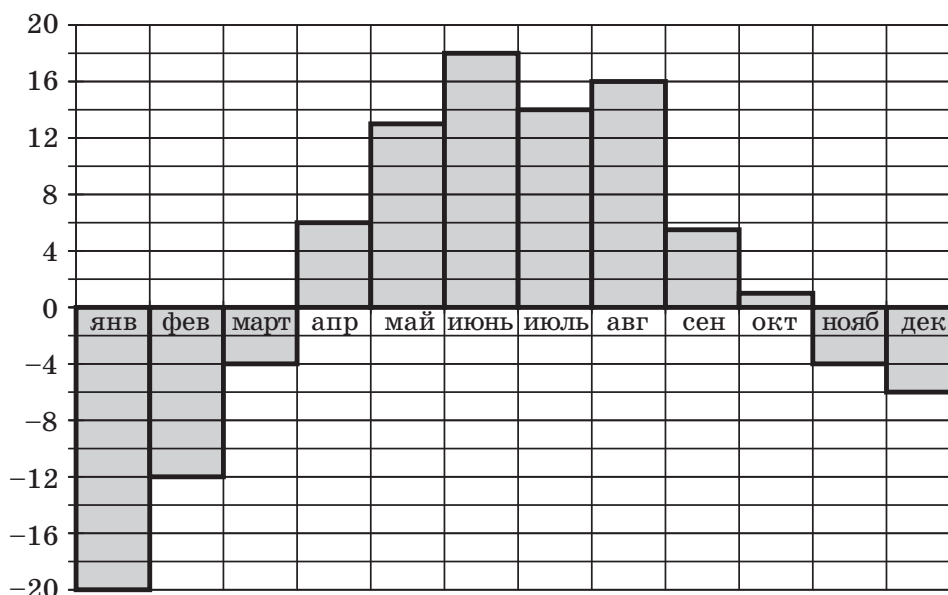
Часть 1**1**

Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 510 рублей, а стоимость одного номера журнала — 27 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия в 1973 году.

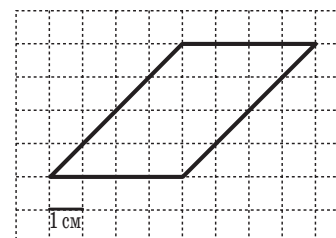


Ответ: _____.

3

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания каждой из ламп в течение года равна 0,2. Найдите вероятность того, что в течение года перегорят обе лампы.

Ответ: _____.

5

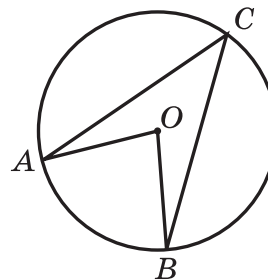
Найдите корень уравнения $\sqrt{10 - 2x} = 2$.

Ответ: _____.

6

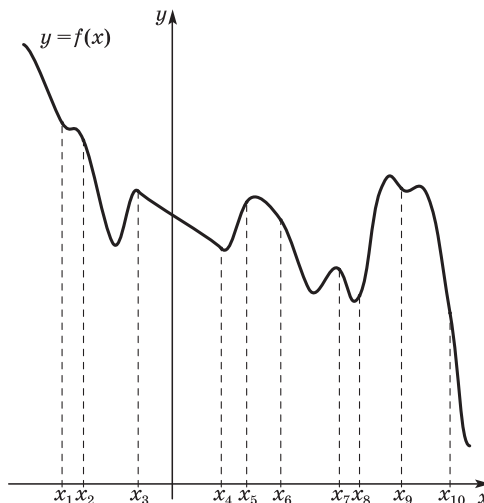
Найдите центральный угол AOB , если он на 39° больше вписанного угла ACB , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



7

На рисунке изображён график функции и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции отрицательна?

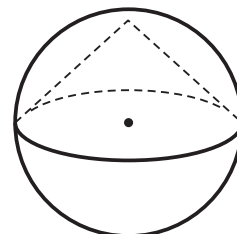


Ответ: _____.

8

Сфера проходит через окружность основания конуса и его вершину. Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $71\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

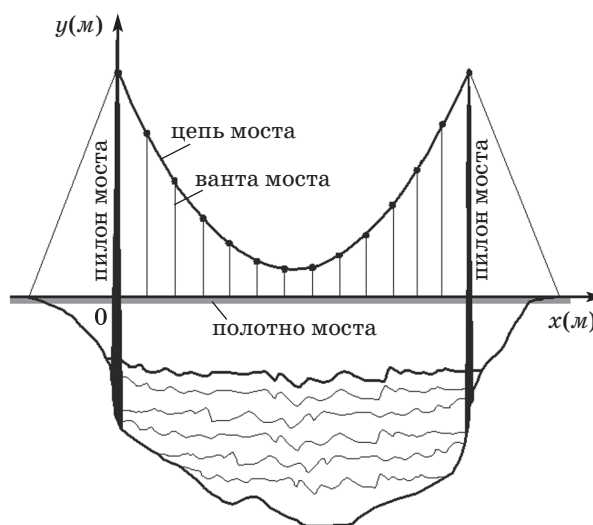
9

Найдите значение выражения $3\log_7 \sqrt[3]{7}$.

Ответ: _____.

10

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0033x^2 - 0,65x + 37$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 40 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

11

Первая труба пропускает на 9 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 162 литра она заполняет на 9 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = (x + 5)e^{5-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = -\sqrt{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14

В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 15, а боковые рёбра равны 14. Около пирамиды описана сфера.

- а) Докажите, что центр сферы лежит на высоте пирамиды.
- б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

15

Решите неравенство $\log_{\sqrt{17}-x} (7\sqrt{17} + (\sqrt{17} - 7)x - x^2) \leq 1$.

16

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- а) Докажите, что AD и BC параллельны.
- б) Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 25.

17

15-го января 2012 года банк выдал кредит на сумму 1 млн рублей. Условия его возврата были таковы:

- 1-го января каждого года долг возрастает на $a\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит в январе каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен за два года, и при этом в первый год была переведена сумма в 600 тыс. рублей, а во второй раз — 550 тыс. рублей.

Найдите a .

18

Найдите все a , при каждом из которых уравнение $x^3 + ax^2 + 3x - 2 = 0$ не имеет ни одного решения на интервале $(0; 2)$.

19

Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел -111 , 112 , 113 , -114 , -115 , 117 , -118 , 119 . Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел -111 , 112 , 113 , -114 , -115 , 117 , -118 , 119 . После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 77?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

ВАРИАНТ 29

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

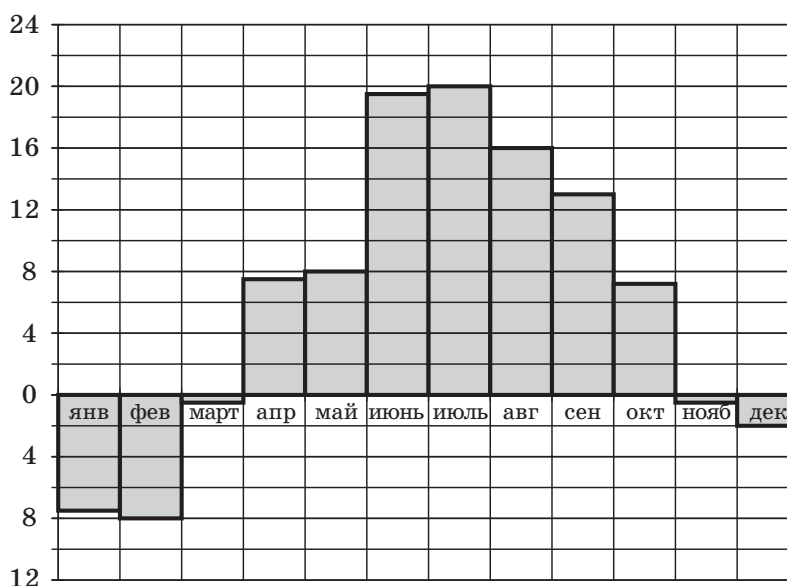
1

Для приготовления яблочного варенья на 1 кг яблок нужно 1,2 кг сахара. Какое наименьшее количество килограммовых упаковок сахара нужно, чтобы сварить варенье из 18 кг яблок?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 4 градусов Цельсия в 1999 году.

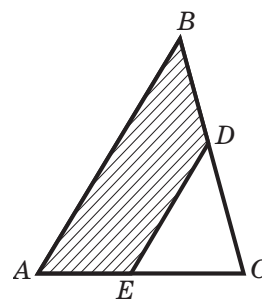


Ответ: _____.

3

Площадь треугольника ABC равна 80. DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABDE$.

Ответ: _____.



4

В некотором городе из 3000 появившихся на свет младенцев 1470 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе.

Ответ: _____.

5

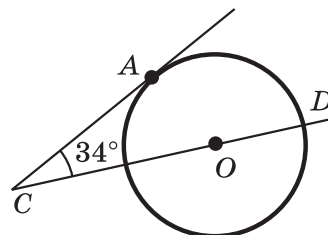
Найдите корень уравнения $\log_3(3 - x) = 2$.

Ответ: _____.

6

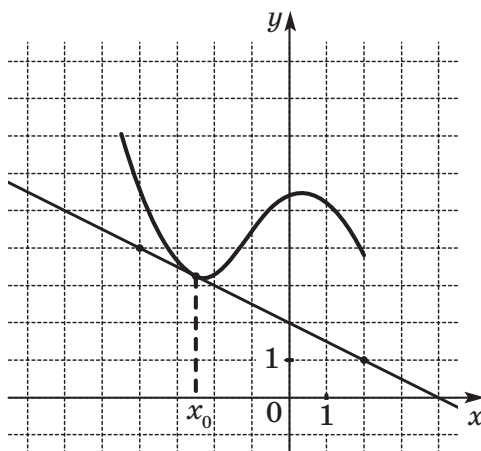
Угол ACO равен 34° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Найдите градусную величину дуги AD окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

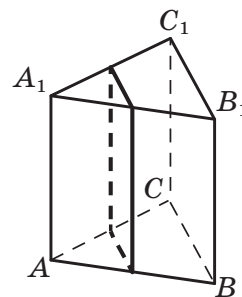


Ответ: _____.

8

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны оснований равны 4, боковые рёбра равны 12. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер AB , AC , A_1B_1 и A_1C_1 .

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

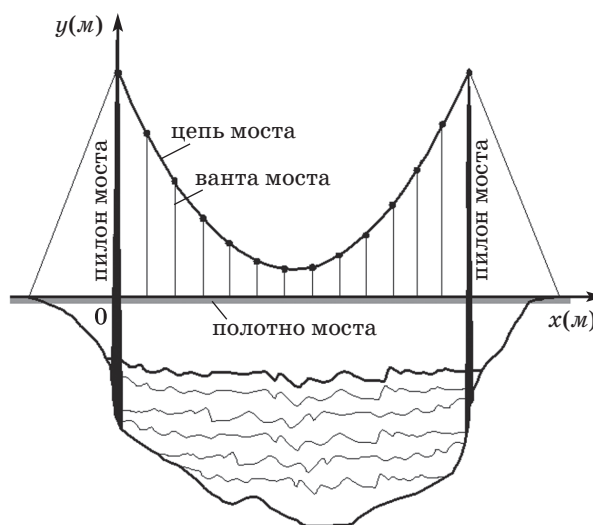
9

Найдите значение выражения $25^6 \cdot 4^{11} : 100^6$.

Ответ: _____.

10

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0037x^2 - 0,71x + 39$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 60 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

11

Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 520 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 572 литра?

Ответ: _____.

12

Найдите наибольшее значение функции $a = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ на отрезке $[0,5; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}\cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6\pi; -5\pi]$.

14

В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 12, а боковые рёбра равны 7. Около пирамиды описана сфера.

- а) Докажите, что центр сферы лежит на прямой, содержащей высоту пирамиды.
б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

15

Решите неравенство $\left(\frac{\sqrt{31}}{7}\right)^{\frac{x^2-25}{x^2-6x+9}} \geq 1$.

16

Окружности с центрами O_1 и O_2 разных радиусов пересекаются в точках A и B . Хорда AC большей окружности пересекает меньшую окружность в точке M и делится этой точкой пополам.

а) Докажите, что проекция отрезка O_1O_2 на прямую AC в четыре раза меньше AC .

б) Найдите O_1O_2 , если известно, что радиусы окружностей равны 10 и 15, а $AC = 24$.

17

15-го июля 2012 года взяли кредит в банке. Условия его возврата были таковы:

— 1-го января каждого года долг возрастает на 14% по сравнению с концом предыдущего года;

— выплата части долга происходит с февраля по июнь каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен двумя равными платежами по 4 548 600 рублей (то есть за два года). Какую сумму банк выдал в кредит?

18

Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение $|3\cos^2 x + a + 4| + |3\cos^2 x - 2a - 5| = 2 - a$ имеет хотя бы одно решение.

19

Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел $-191, 192, 193, -194, -195, 197, -198, 199$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел $-191, 192, 193, -194, -195, 197, -198, 199$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 101?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

ВАРИАНТ 30

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1**1**

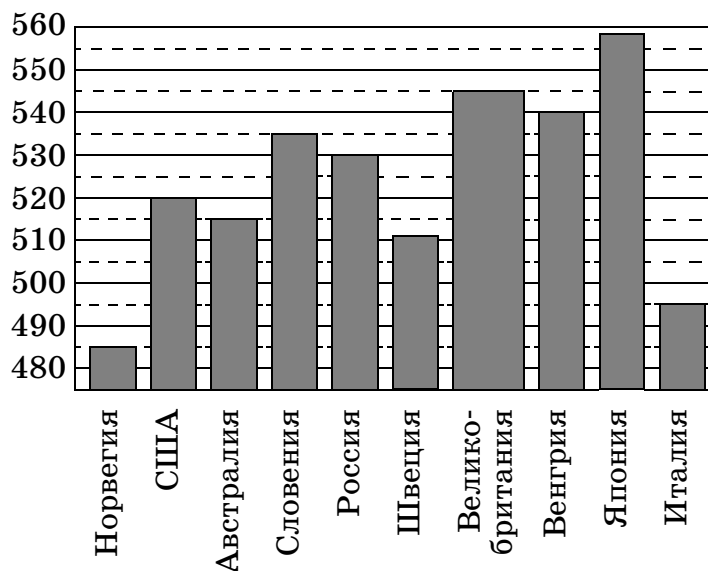
Цена на товар была повышена на 16% и составила 348 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Ответ: _____.

2

На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 г. (по 1000-балльной шкале).

По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл участников не меньше чем 515.

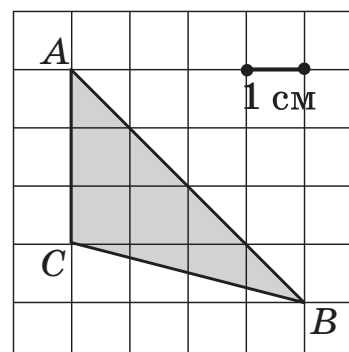


Ответ: _____.

3

Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



4

Лена и Саша играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что Лена проиграла.

Ответ: _____.

5

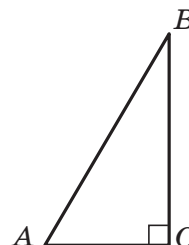
Найдите корень уравнения $\log_1(6 - x) = -2$.

Ответ: _____.

6

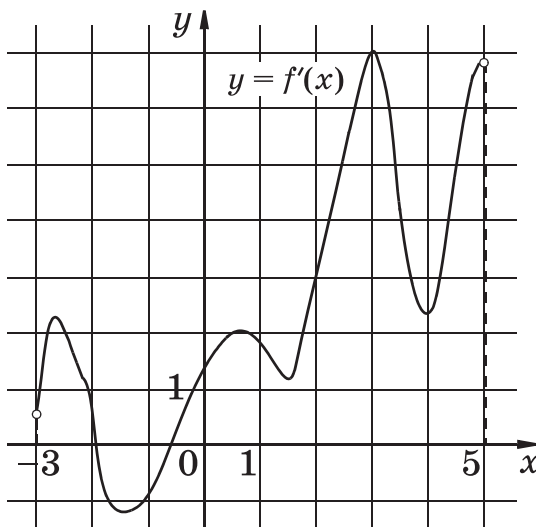
В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $BC = \sqrt{3}$. Найдите AC .

Ответ: _____.



7

Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-3; 5)$. На рисунке изображён график её производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции $y = f(x)$, которые параллельны прямой $y = 3x - 5$ или совпадают с ней.

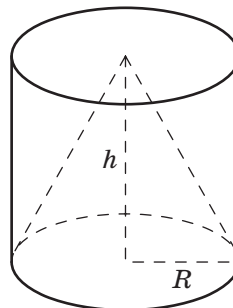


Ответ: _____.

8

Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 17.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2**9**

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$.

Ответ: _____.

10

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности I , оперативности S , объективности T публикаций, а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что информативность ценится вчетверо, а оперативность и объективность публикаций — втрое дороже, чем качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4I + 3S + 3T + Q}{A}.$$

Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____.

11

Во время загородной поездки автомобиль на каждые 100 км пути расходует на 2 л бензина меньше, чем в городе. Водитель выехал с полным баком, проехал 120 км по городу и 210 км по загородному шоссе до заправки. Заправив машину, он обнаружил, что в бак вошло 42 л бензина. Сколько литров бензина расходует автомобиль на 100 км пробега в городе?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 31$$

на отрезке $[-1; 4]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -3\pi]$.

14

Высота цилиндра равна 5, а радиус основания равен 26. Площадь сечения цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, равна 100.

а) Докажите, что перпендикуляр, опущенный из центра основания цилиндра на плоскость сечения, лежит в плоскости основания цилиндра.

б) Найдите расстояние от плоскости сечения до центра основания цилиндра.

15

Решите неравенство $\frac{1}{x^2 - 15x + 56} + \frac{1}{x^2 - 19x + 88} \leq 0$.

16

Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 9$, $BC = CD = 11$, $AD = 15$ и диагональю $AC = 16$.

а) Докажите, что около него можно описать окружность.

б) Найдите диагональ BD .

17

15-го января планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы:

— 1-го января каждого года долг возрастает на $a\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— выплата части долга происходит в январе каждого года после начисления процентов.

Если переводить в банк каждый год по 2 073 600 рублей, то кредит можно выплатить за 4 года. Если по 3 513 600 рублей, то за 2 года.

Найдите a .

18

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2|xy - 3y - 4x + 12| = a^2 + 2a - z - 30, \\ 3a^2 - a - z - 32 = 0, \\ z - x^2 - y^2 + 6x + 8y = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

19

Все члены геометрической прогрессии — различные натуральные числа, заключённые между числами 210 и 350.

а) Может ли такая прогрессия состоять из четырёх членов?

б) Может ли такая прогрессия состоять из пяти членов?

ОТВЕТЫ

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	8	28,1	72	0,125	−16	127	1,5	3	−20,4	9,8	48	17
2	5040	31,1	18	0,375	55	104	0,25	416	−12,74	21	77	4
3	10	394	25	0,3	−25	79	4	512	−0,4	9	16	3
4	13	8	16	0,25	−4	72	−2	2000	23	10,1	20	8
5	570	14	21	0,25	13	36	−0,25	1375	−15	9	6	14
6	55	3	24	4	4	54	1,5	0,75	2	2,5	10	7
7	9840	6	0,8	0,85	−33,5	2,5	2	441	7	2,1	7	11
8	9	30	−3	0,95	−5	17	4	24	16	0,44	75	2
9	970	4	15	0,84	13	0,6	2	512	162	12	3	−2
10	120	7	0,5	0,7	4	12	2	96	5	24	77	32
11	53	12	1,5	0,02	−39	26	2	104	2	60	12	17
12	9	28	14	0,25	−1	100	2	222	468	7000	17	17
13	20	−1	6	0,3	28	4	0,25	3	−12,74	30	4	6
14	2	30	32	0,07	−0,2	4	1,5	1000	−1	9,2	8	−13
15	12	10	21	$\frac{1}{6}$	−2	7,2	−3	54	2	5	6	−3
16	25	3	12	0,25	−1	16	0,25	232	7	5,55	9	3
17	6	12	9	0,125	−8,5	3	−0,25	234	144	24,36	2	33
18	9	10	6	0,034	−1	6	3	128	14	7	8	2
19	81	17	2,5	0,3	6,75	56	20	48	32	11250	70	170
20	424,8	7	6	0,52	−1,5	160	6	8	−3	1280	14	−3
21	458	4	3	$\frac{1}{8}$	−5	0,75	3	25	12	8,8	22	2
22	27	4	2,5	0,25	1	139,5	5	23	−1	180000	33	2
23	47	8	6,25	0,81	2,5	88	8	18	24	40	931	11
24	15	10	56	0,25	−41	3	−1	90	2	44	40	6
25	22825	3	36	0,045	15	19	5	20,25	0,5	1,5	8	7
26	7	8	85	0,69	−5	114	−1,25	72	−0,3	60	26	4
27	5	24	27	0,4	129	0,5	13,5	216	21	5,55	20	13
28	165	4	16	0,04	3	78	8	142	1	16,28	9	−4
29	22	5	60	0,51	−6	124	−0,5	24	1024	9,72	26	9
30	300	7	6	0,4	−30	1	3	51	0,2	11	14	4

Количество баллов, выставаемых за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации.

Вар.	13	14
1	а) $\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{5\pi}{3}$	б) $\arctg \sqrt{2}$
2	а) $\pi k, \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\pi; -\frac{3\pi}{4}; 0$	б) $\arctg \frac{2\sqrt{2}}{3}$
3	$\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$. б) $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{19\pi}{6}; -\frac{5\pi}{2}$	б) $\arccos \frac{1}{\sqrt{15}}$
4	а) $\pi + 2\pi n, n \in Z$. б) -3π	б) $\arctg \frac{3}{2}$
5	а) $\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. б) $\frac{14\pi}{3}; 5\pi; 6\pi$	б) $\arctg 2$
6	а) $\pi + 2\pi k, \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$. б) $\pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi$	б) 30°
7	а) $\pi n, n \in Z; \frac{\pi}{12} + \pi k, k \in Z; \frac{5\pi}{12} + \pi m, m \in Z$. б) $-\pi; -\frac{11\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}; 0$	б) $6\pi\sqrt{17}$
8	а) $\pi n, n \in Z; \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z; \frac{\pi}{3} + \pi m, m \in Z$. б) $-4\pi; -\frac{23\pi}{6}; -\frac{11\pi}{3}; -3\pi$	б) $\arcsin \frac{\sqrt{69}}{9\sqrt{2}}$
9	а) $\pi k, \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$. б) $3\pi; \frac{23\pi}{6}; 4\pi$	б) $\arctg \frac{5}{16}$
10	а) $\pi n, n \in Z; -\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z; -\frac{3\pi}{8} + \pi m, m \in Z$. б) $-3\pi; -\frac{19\pi}{8}; -\frac{17\pi}{8}; -2\pi$	б) $8\pi\sqrt{10}$
11	а) $\pi n, n \in Z; -\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in Z; -\frac{5\pi}{12} + \pi m, m \in Z$. б) $-2\pi; -\frac{17\pi}{12}; -\frac{13\pi}{12}; -\pi$	б) $\frac{80\sqrt{3}}{3}$
12	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$. б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{17\pi}{6}$	б) $\arctg \frac{37}{20}$

Окончание табл.

Вар.	13	14
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{9\pi}{4}$	б) $\arctg 2$
14	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}$	б) $\frac{7\sqrt{93}}{16}$
15	а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k, \pi k - \arctg \frac{4}{3}, k \in Z$. б) $-\arctg \frac{4}{3} - \pi, -\frac{5\pi}{4}$	б) $36 + 36\sqrt{31}$
16	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$. б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{3}; \frac{5\pi}{2}$	б) $\arctg 1,75$
17	а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. б) $-\frac{4\pi}{3}$	б) $\arctg 3$
18	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}$	б) 120
19	а) 1, $\log_{\frac{3}{2}} 4$. б) 1	б) $\frac{9\sqrt{93}}{14}$
20	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. б) $-\frac{7\pi}{3}$	б) 156
21	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; \pi + 2\pi n, n \in Z$. б) $-\frac{5\pi}{3}; -\pi$	б) 400π
22	а) -2, $\log_{\frac{7}{2}} 4$. б) -2	б) $\frac{3\sqrt{93}}{5}$
23	а) $\pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. б) $-5\pi; -\frac{14\pi}{3}; -4\pi$	б) 210
24	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$. б) $-\frac{23\pi}{6}; -\frac{19\pi}{6}$	б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
25	а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{7\pi}{6}$	б) $\frac{73}{22}$
26	а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{11\pi}{4}; -\frac{9\pi}{4}$	б) 1
27	а) $\pi n, n \in Z; \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$. б) $3\pi; \frac{13\pi}{4}; 4\pi$	б) $\arccos \frac{14}{55}$
28	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$. б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$	б) $\frac{23}{11}$
29	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{11\pi}{2}$	б) $\frac{47}{2}$
30	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{7\pi}{2}$	б) 24

Вар.	15	16	17
1	$[\sqrt{6}; +\infty)$	$\sqrt{11}$	711000 рублей
2	$[2\sqrt{6}; +\infty)$	1125	896250 рублей
3	$(-1; +\infty)$	2,4	717000 рублей
4	$\left[\frac{2\sqrt{6}-1}{3}; +\infty\right)$	7	888750 рублей
5	$\left[\frac{2\sqrt{6}}{3}; +\infty\right)$	$2\sqrt{6}$	1800000 рублей
6	-5; 5	5:9	3000000 рублей
7	$[0; \log_2 6]$	$2\sqrt{41}$	396000 рублей
8	$\left[\frac{2-\log_5 6}{3}; \frac{2}{3}\right]$	3,2	378000 рублей
9	$[-6; -2); (3; 12]$	$2\sqrt{85}$	3
10	$\left[1; 1 + \frac{1}{2}\log_2 3\right]$	$\frac{55}{7}$	2
11	$(-\infty; -8); (-6; -4); (-4; +\infty)$	$3\sqrt{3}$	130
12	$(0; +\infty)$	500	9
13	$(3; 9]$	$\frac{30}{13}$	27000000 рублей
14	$(1; 2); [5; 6); (6; 7]$	5	65000000 рублей
15	$(2; 3); (3; 4); [6; 7)$	$3\sqrt{2}$	400
16	$(-4; 2]$	13:25	300
17	$[\log_5 4; 3]$	$\sqrt{313}$	4200
18	$(0; 1); (2; 3)$	$\frac{432}{13}$	800
19	$(-\infty; -2] \cup [-\frac{3}{2}; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; \frac{3}{2}] \cup [2; +\infty)$	20	600
20	$[\log_4 3; 3]$	$\frac{39}{7}$	660
21	$(-9; -3]$	$2\sqrt{38}$	63000 рублей
22	$(1; 2)$	845	86000 рублей
23	$(0; 3); (3; 9)$	$\frac{90}{7}$	2003
24	$(5; 6); (6; 7); [8; 9)$	3	1500

Окончание табл.

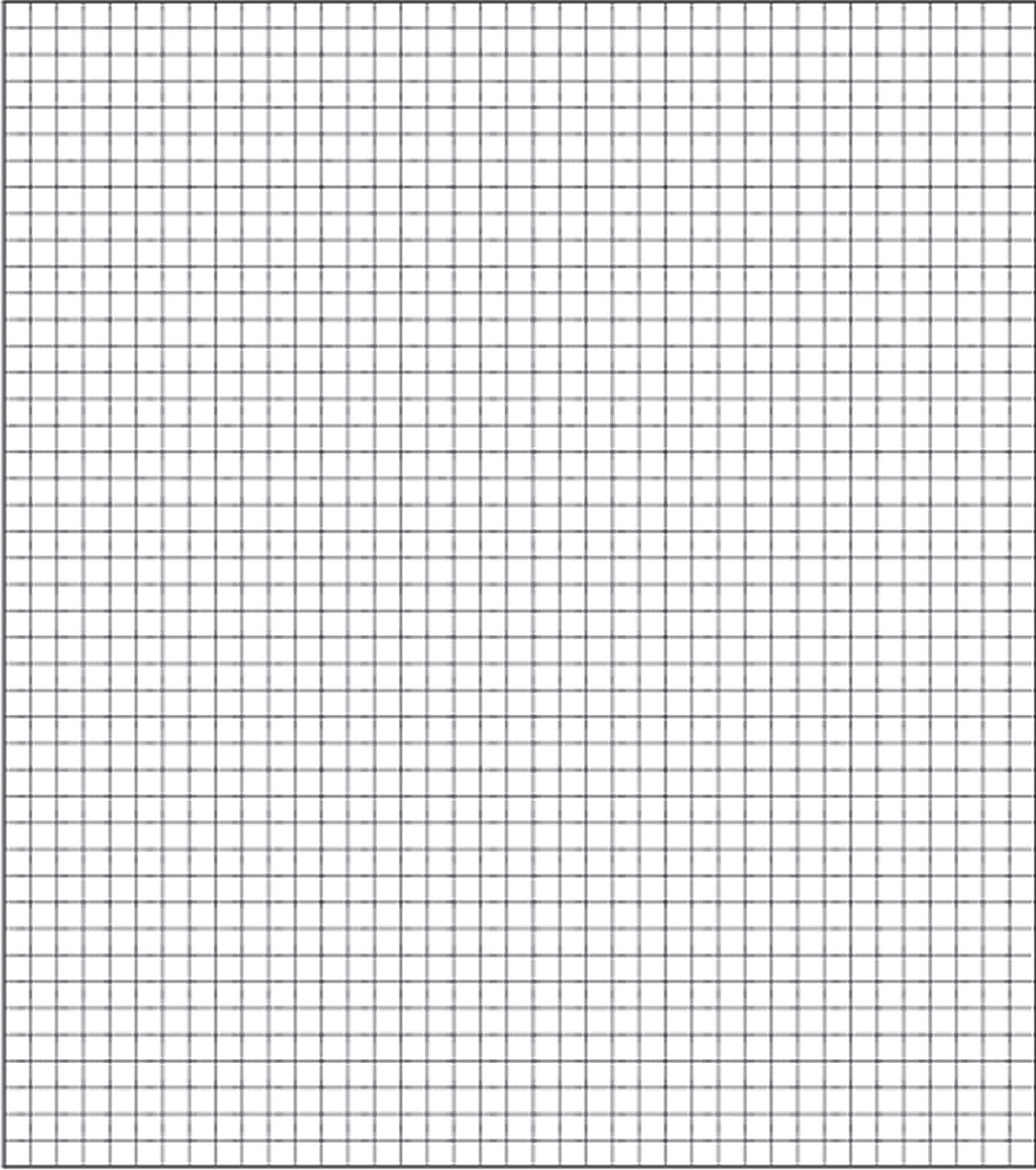
Вар.	15	16	17
25	$[\log_3 8; 3]$	$4\sqrt{2}$	5
26	$[-1; 1); (1; 3]$	29:49	9
27	$(-\infty; 4]; [3 + \log_2 125; +\infty]$	$\sqrt{194}$	2 296 350 рублей
28	$(-7; -6]; (\sqrt{17} - 1; \sqrt{17})$	$\frac{2000}{29}$	10
29	$[-5; 3); (3; 5]$	$5\sqrt{13}$	7 490 000 рублей
30	$(7; 8); [9; 11)$	$\frac{33}{2}$	20

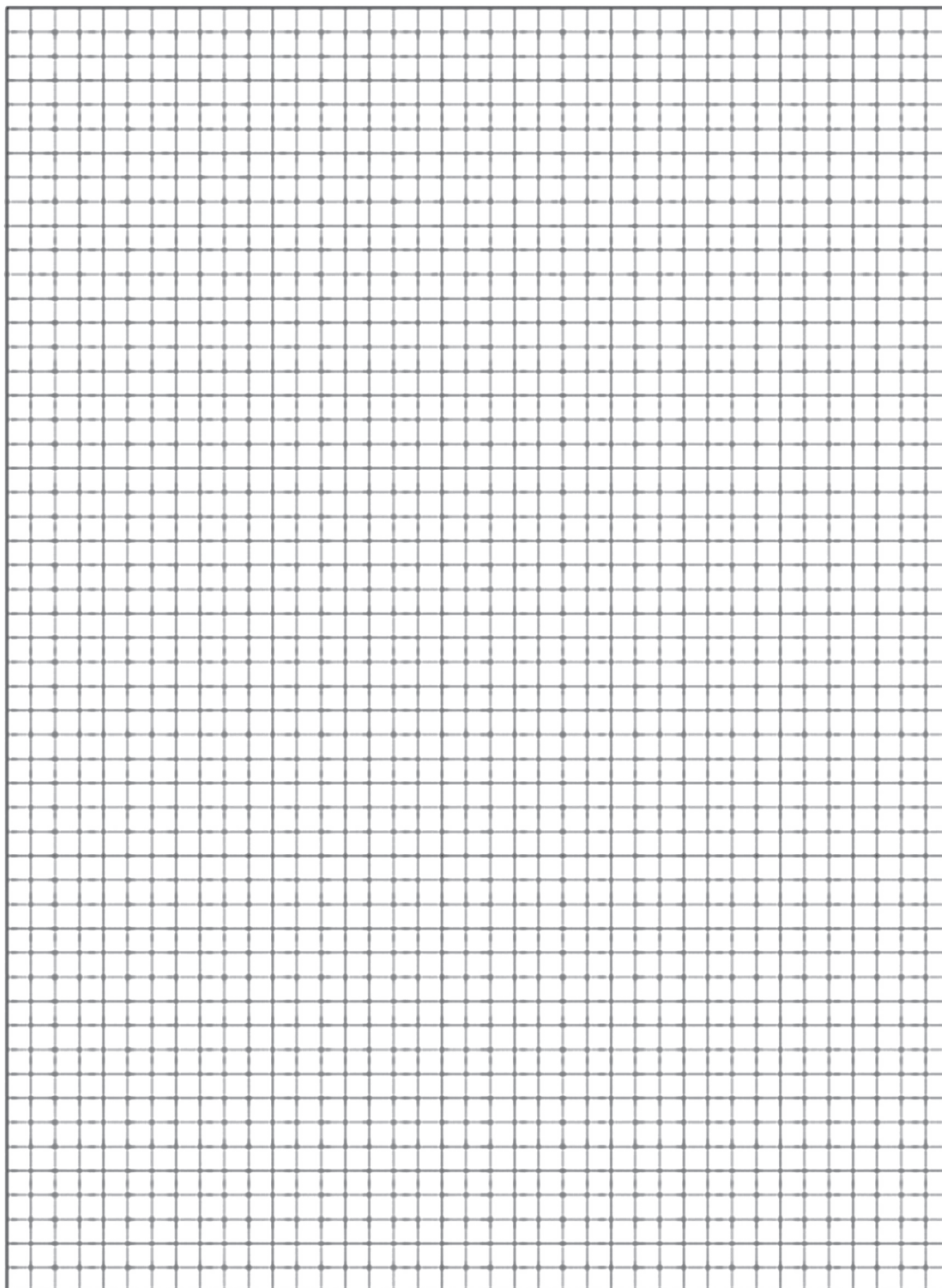
Вар.	18	19
1	$\frac{4}{5} \leq a \leq 4$	а) да; г) например, 1, 251, ... 7751
2	$\frac{9}{10} \leq a \leq 9$	а) да; г) например, 1, 126, ... 8876
3	$0 < a < \frac{1}{8}$	а) да; б) нет; в) да; г) да
4	2	а) да, например 997, 995, 993, 991, 989, 987, 985, 983, 981, 979. г) например, 99998, 99873, ..., 91123 (разность -125)
5	$\left(-\frac{9}{40}; +\infty\right)$	а) да, например 998, 995, 992, 989, 986, 983. г) например, 99998, 99748, ..., 92248 (разность -250)
6	$a < -1,5$	а) да; б) да; в) {2,3,12,12}, {2,4,8,8}, {2,5,5,10}, {2,6,6,6}, {3,3,6,6}, {3,4,4,6}, {4,4,4,4}
7	$[10 - \sqrt{75}; 10 + \sqrt{75}]$	а) да; б) да; в) нет
8	$\frac{7 - \sqrt{49 - 4\sqrt{8}}}{2}; \frac{7 + \sqrt{49 - 4\sqrt{8}}}{2}$	а) да; б) да; в) нет
9	$\left(\frac{1}{2}; 4 + \sqrt{6}\right)$	а) нет; б) нет; в) да
10	$[4 - \sqrt{10}; 4 + \sqrt{10}]$	а) да; б) да; в) нет
11	$\left(-\infty; \frac{1}{12}\right)$	а) да; б) да; в) нет
12	$\left(\frac{1}{6}, 4 + \sqrt{14}\right)$	а) да; б) да; в) {2,3,12,12}, {2,4,8,8}, {2,5,5,10}, {3,4,4,6}
13	0	а) нет, б) да, в) 477
14	-1	а) нет, б) да, в) 679

Окончание табл.

Вар.	18	19
15	$0; \frac{25}{12}$	а) нет; б) нет; в) да
16	$a < -25$	а) 108; б) да. 198; в) 32616, 48924
17	$-7 \leq a \leq -\frac{31}{16}$	а) нет, б) да, в) 1329
18	$\left(-\infty; \frac{16}{5}\right)$	а) да; б) нет; в) 18,5.
19	$[3; 4]$	а) да; б) 12; в) $\frac{30}{61}$
20	$[6 - \sqrt{21}; 6 + \sqrt{21}]$	а) 6; б) 5001; в) 5057
21	$\frac{3 - \sqrt{29}}{2} < a < \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$	а) да; б) нет
22	$\left(-\frac{9}{16}; +\infty\right)$	а) 4; б) 4000; в) 4046
23	$\left[-\frac{\sqrt{113} + 11}{2}; \frac{\sqrt{113} + 11}{2}\right];$ $\left[\frac{-\sqrt{41} - 7}{2}; \frac{\sqrt{41} - 7}{2}\right]$	а) да; б) 11; в) $\frac{6}{13}$
24	$\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$	6, 42, 1806
25	$a \leq 5$	а) нет; б) нет; в) 4
26	$\frac{31}{8} \leq a \leq 7$	а) нет; б) нет; в) 4
27	3	$m = n = 1$
28	$a \leq -3$	а) нет; б) нет; в) 4
29	$-\frac{11}{2} \leq a \leq -\frac{7}{4}$	а) нет; б) нет; в) 4
30	1,8; 2	а) да; б) нет

[illegible]

Единый государственный экзамен											
Бланк ответов № 2											
Код региона	Код предмета	Название предмета									
Дополнительный бланк ответов № 2								Лист №	1	Размер - 6	
<p>Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ. Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31. Условия задания переписывать не нужно.</p>											
ВНИМАНИЕ: Все бланки и листы с контрольными измерительными материалами рассматриваются в комплексе.											
											
При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка											

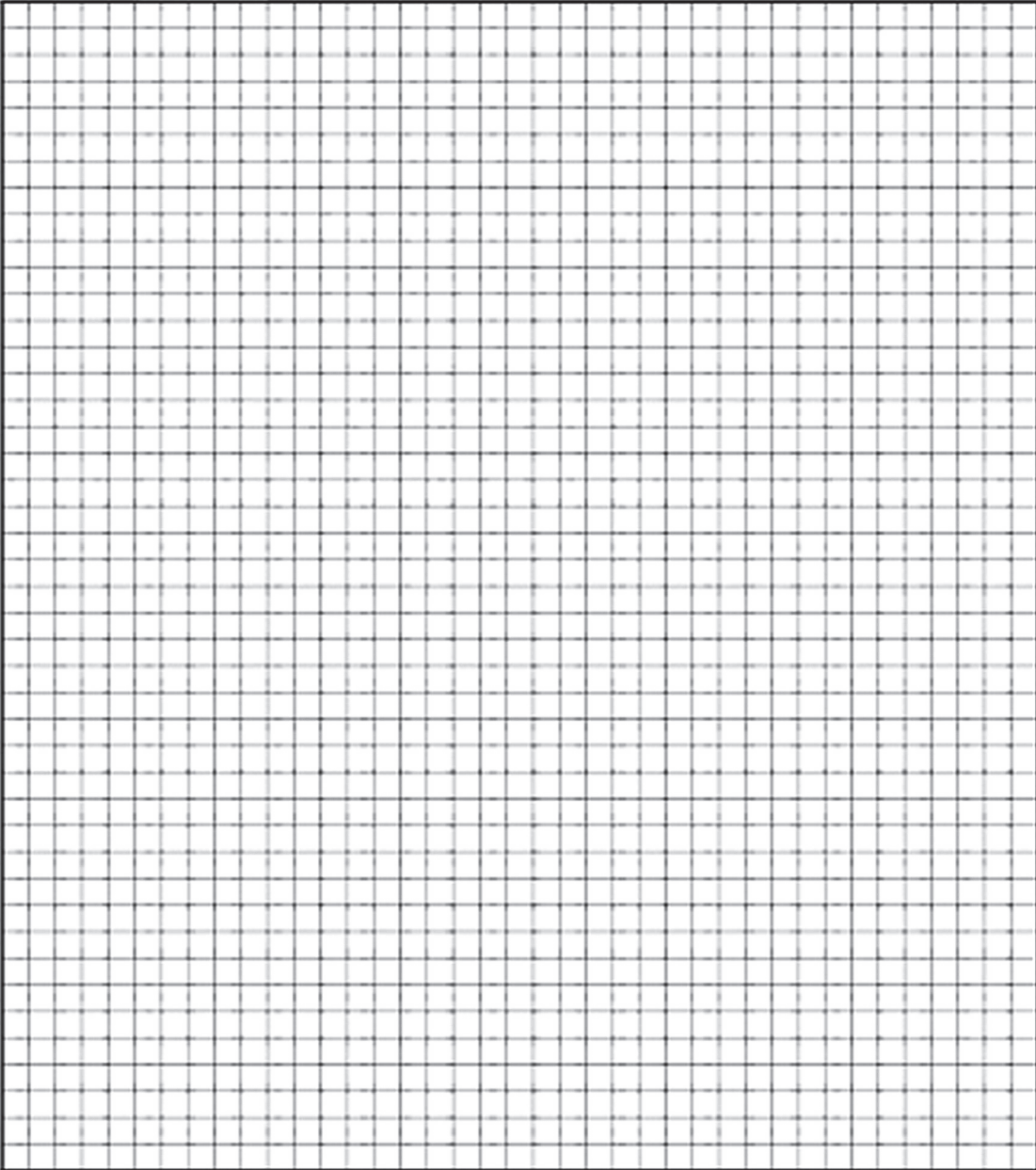


При недостатке места для ответа попросите у организатора Дополнительный бланк ответов № 2.



2



Единый государственный экзамен									
Дополнительный бланк ответов № 2									
Код региона	Код предмета	Название предмета							
Свободный дополнительный бланк ответов № 2								Лист №	
Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ. Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31. Условия заранее переписывать не нужно.									
ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только после заполнения основного бланка ответов № 2.									
									

При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

Учебное издание

Серия «ЕГЭ-2017. Большой сборник тренировочных вариантов»

ЕГЭ-2017

МАТЕМАТИКА

30

**тренировочных вариантов
экзаменационных работ
для подготовки
к единому государственному экзамену**

Профильный уровень

Коллектив авторов

Общая редакция
Иван Валериевич Яценко

Редакция «Образовательные проекты»

Ответственный редактор *Н.А. Шармай*
Технический редактор *С.В. Камышова*

Оригинал-макет подготовлен ООО «БЕТА-Фрейм»

Подписано в печать 01.09.2016. Формат 60×84 ¹/₈
Усл. печ. л. 18,60. Тираж 20 000 экз. Заказ №

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2;
953005 — литература учебная

Сертификат соответствия
№ РОСС RU.МЕ04.Н01397 от 29.03.2016 г.

ООО «Издательство АСТ»
129085, г. Москва, Звёздный бульвар, д. 21, стр. 3, комн. 5
Наш электронный адрес: www.ast.ru; e-mail: stelliferovski@ast.ru

По вопросам приобретения книг обращаться по адресу:
123317, г. Москва, Пресненская наб., д. 6, стр. 2,
Деловой комплекс «Империya», а/я № 5

ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

ЕГЭ-2017

30 типовых вариантов экзаменационных работ по математике — уникальное пособие для учащихся 10–11 классов и абитуриентов, позволяющее в кратчайшие сроки и без привлечения других пособий успешно подготовиться к сдаче единого государственного экзамена.

Материалы сборника могут быть использованы для планомерного повторения изученного материала и тренировки в выполнении заданий различного типа при подготовке к ПРОФИЛЬНОМУ ЭКЗАМЕНУ.

Каждый вариант составлен в полном соответствии с требованиями ЕГЭ, включает задания разных типов и уровней сложности.

Структура всех вариантов едина. Каждый из них состоит из 2-х частей и включает 19 заданий.

**Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом,
Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.**

**В конце книги даны ответы на все задания.
Ответы помогут в осуществлении контроля и самооценки своих знаний.**

